HAL
open science

Dispositif d'assistance associé à des robots manipulateurs utilisés dans des procédés de fabrication/FSW

Fawzia Dardouri

To cite this version:

Fawzia Dardouri. Dispositif d'assistance associé à des robots manipulateurs utilisés dans des procédés de fabrication/FSW. Automatique / Robotique. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM; Institut für Philosophie (Karlsruhe, Allemagne), 2018. Français. NNT : 2018ENAM0036 . tel-02193207

HAL Id: tel-02193207

https://pastel.hal.science/tel-02193207v1

Submitted on 24 Jul 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° 2018-ENAM-0036

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
-
Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)

Laboratoire de Conception, Fabrication et Commande (LCFC)
Institut für Technische Mechanik (ITM)

T H È S E

Préparée dans le cadre d'une cotutelle
pour obtenir le grade de docteur délivré par

DOCTEUR de L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ARTS ET MÉTIERS
Et
DOKTOR der INGENIEURWISSENSCHAFTEN des KARLSRUHE INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE

Soumettre à

KIT - Fakultät für Maschinenbau des
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
et à l'Ecole Doctorale des Sciences des Métiers de l'Ingénieur (ED 432)
à l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers

présentée et soutenue publiquement par

Fawzia DARDOURI

le 8 novembre 2018

Directeurs de thèse : **Gabriel ABBA & Wolfgang SEEMANN**

Dispositif d'assistance associé à des robots manipulateurs utilisés dans des procédés de fabrication/FSW

Jury

M. Damien CHABLAT, Directeur de recherche, LS2N, CNRS, Nantes.....Rapporteur
M. Hartmut HETZLER, Professeur, Institut für Mechanik, Universität Kassel, Kassel.....Rapporteur
M. Dominique KNITTEL, Professeur, Faculté de physique et d'ingénierie, Strasbourg….....Examinateur
M. Carsten PROPPE, Professeur, ITM, Karlsruhe Institute of Technology, Karlsruhe…..... Examinateur
M. Gabriel ABBA, Professeur, LCFC, Université de Lorraine, Metz……..... Examinateur
M. Wolfgang SEEMANN, Professeur, ITM, Karslruhe Institut für Technologie, Karlsruhe..... Examinateur
Mme. Sandra CHEVRET, Maître de conférences, LCFC, Arts et Métiers ParisTech, Metz.....Invitée

Arts et Métiers ParisTech - Campus de Metz
Laboratoire de Conception Fabrication Commande
Karlsruher Institut für Technologie (KIT) - Institut für Technische Mechanik (ITM)

T H È S E

Dispositif d'assistance associé à des robots manipulateurs utilisés dans des procédés de fabrication/FSW

Zur Erlangung des akademischen Grades eines / einer
DOKTORS / DOKTORIN DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)

bei der KIT-Fakultät für Maschinenbau des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)
eingereichte

DISSERTATION

von

M. Sc. Fawzia Dardouri

A ma famille

Table des matières

Table des figures **12**

Liste des notations et abréviations **19**

Remerciements **21**

Zusammenfassung **23**

1 Introduction générale **25**
1.1 Introduction 25
1.2 Problématique de la thèse et son objectif 27
1.3 Les Domaines d'application du procédé FSW 28
1.3.1 Domaine automobile 29
1.3.2 Domaine ferroviaire 29
1.3.3 Domaine aéronautique 29
1.3.4 Domaine spatial 29
1.3.5 Autres domaines d'application 29

2 La robotisation industrielle **32**
2.1 L'évolution de la robotique et ses domaines d'application . . . 32
2.1.1 L'évolution industrielle de la robotique 32
2.1.2 Les domaines d'application de la robotique 41
2.2 Modélisation des robots industriels flexibles 43
2.3 Conclusion 45

3 La robotisation du procédé de friction malaxage **47**
3.1 Description 47
3.1.1 Définition de procédé FSW 47
3.1.2 Le principe de fonctionnement 49
3.1.3 Les avantages de FSW 49
3.1.4 Les inconvénients de FSW 50
3.2 Les étapes de FSW 51

3.2.1 Phase de plongée 51
3.2.2 Phase de soudage 51
3.2.3 Phase de retrait 51
3.3 Les paramètres de FSW 51
3.3.1 Les paramètres opératoires 52
3.3.2 Les paramètres outil 55
3.4 Le système à deux épaulements 59
3.4.1 Les paramètres environnementaux 60
3.5 Les efforts en soudage FSW 60
3.5.1 L'évolution de la force axiale au cours du procédé FSW 61
3.6 Les défauts confrontés en utilisant le procédé FSW 62
3.6.1 Défauts géométriques 63
3.6.2 Les défauts liés au flux de matière et le choix incorrect des paramètres de soudage 64
3.7 Les moyens industriels pour la réalisation de FSW 65
3.7.1 Fraiseuse modifiée 66
3.7.2 La machine spécifiée FSW 67
3.7.3 Les robots à structure parallèle (Tricept) 67
3.7.4 Les robots industriels 68
3.7.5 La machine FSW de la Société suédoise de combustible 70

4 Modélisations et flexibilités des robots industriels 75
4.1 Introduction 75
4.1.1 Description 75
4.1.2 les types de robots industriels existants 76
4.2 La modélisation du robot industriel rigide 77
4.2.1 Introduction 77
4.2.2 Notions de base 77
4.2.3 La modélisation géométrique du robot 78
4.2.4 La modélisation cinématique du robot 92
4.2.5 La modélisation dynamique du robot 94
4.3 La flexibilité d'un robot industriel 97
4.3.1 Introduction 97
4.3.2 L'origine de la flexibilité d'un robot industriel 98
4.3.3 La modélisation de la déformation d'un robot industriel 98
4.4 Compensateur de gravité 103
4.4.1 Description 103
4.4.2 La modélisation du compensateur de gravité 105
4.5 Conclusion 108

5 Diminution de la déviation de l'outil pendant le soudage par FSW 109
5.1 Introduction 109
5.2 Les efforts et les moments extérieurs 111
5.2.1 Les efforts et les moments extérieurs appliqués sur l'outil lors du soudage FSW 111
5.2.2 Les couples extérieurs au niveau des articulations . . . 115
5.3 Calcul de l'erreur 116
5.3.1 Introduction 116
5.3.2 Les approximations 116
5.3.3 L'erreur de déviation dans l'espace articulaire 117
5.3.4 L'erreur de déviation dans l'espace cartésien 117
5.3.5 La représentation de l'erreur 118
5.4 Les deux critères de l'erreur de déviation dans l'espace cartésien 120
5.4.1 La configuration du robot lors du soudage et l'espace de travail utilisé 120
5.4.2 L'erreur en position EP 121
5.4.3 L'erreur en rotation ER 122
5.5 L'influence du compensateur de gravité sur l'erreur 123
5.6 Dispositif d'assistance au robot par masse additionnelle 126
5.7 La structure parallèle 129
5.7.1 Introduction 129
5.7.2 Description 130
5.7.3 Étude de la diminution des erreurs 138
5.7.4 Les forces optimales créées par la structure parallèle correspondant a une erreur minimale 142
5.7.5 Dimensionnement optimal de la structure parallèle correspondant à une erreur minimale 145
5.8 Étude numérique et simulation sous Catia 149
5.8.1 Conception sur Catia 149
5.9 Conclusion 152

6 L'utilisation d'un système coopératif pour la réalisation de soudage par le procédé FSW 154
6.1 Introduction 154
6.1.1 État de l'art des systèmes coopératifs 154
6.1.2 L'utilisation d'un système coopératif pour le soudage par FSW 156
6.2 La modélisation du système coopératif 157
6.2.1 La modélisation géométrique directe du première robot A 157

6.2.2 La modélisation géométrique directe du deuxième robot B 160
6.2.3 La modélisation géométrique inverse 162
6.2.4 Le calcul des matrices jacobiennes 166
6.3 L'erreur de déviation dans l'espace cartésien 168
6.3.1 Calcul du torseur des actions mécaniques appliqués sur l'outil 168
6.3.2 La minimisation de l'erreur 172
6.4 Le torseur optimal créé par le robot B correspondant à une erreur minimale 174
6.5 Dimensionnement optimales du système coopératif correspondant à une erreur minimale 186
6.5.1 Étude de la diminution de l'erreur en rotation 187
6.6 Le modèle CAO du système coopératif 194
6.6.1 La conception du système coopératif sous le logiciel Catia 195
6.7 L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif 196
6.7.1 Introduction 196
6.7.2 La détermination de l'espace de travail 197
6.8 Conclusion 201

7 Conclusions **203**

Extended Abstract **208**

8 Annexes **259**
8.1 Annexe I 259
8.1.1 Les rapports de réduction du robot Kuka KR500-2MT 259
8.1.2 L'orientation d'un objet définie par trois paramètres . . 260
8.1.3 Les matrices de transformation homogènes du robot industriel Kuka KR500-2MT ${}^{j-1}T_j$ 262
8.1.4 La modélisation géométrique inverse du robot industriel Kuka KR-500MT 264
8.1.5 Le calcul du MDI 275
8.2 Annexe II 281
8.2.1 Des exemples des repères attachés aux liaisons du robot sous Catia 281
8.2.2 Le plan de la base créé sous Drawing du logiciel Catia . 283
8.3 Annexe III 284
8.3.1 La matrice jacobienne du robot A exprimé dans le repère fixe R_0 284

8.3.2 La matrice jacobienne du robot A exprimé dans le repère de l'outil 286
8.3.3 La matrice jacobienne du robot B exprimée dans le repère de l'outil 289
8.3.4 La matrice jacobienne au point O_t 291

Bibliographie **293**

Table des figures

1.1 Le système de lancement spatial[33] 26
1.2 Ares I 30
1.3 (a) : Des supports de lumières, (b) : Des tôles en CU-OF,(c) : Des éléments de générations 30

2.1 Film de Charlie Chaplin "Modern Times" 33
2.2 Les premiers robots industriels [43] 33
2.3 Les robots industriels développés entre 1973 et 1974 [43] . . . 34
2.4 Les robots industriels RE15 et Nachi [43] 35
2.5 Le développement de la robotique entre 1981 et 1984 [43] . . . 36
2.6 Les robots industriels KuKa, Delta et FlexPicker [43] 36
2.7 Les robots industriels RoboLoop, NX100 et l'interface de communication WiTP [43] 37
2.8 Les robots industriels LVC, LWR et KR AGILUS [43] et [78] . 38
2.9 Les robots industriels vendus entre 1998 et 2017 39
2.10 Les composantes d'un robot industriel mis en place 40
2.11 La programmation d'un robot industriel 41
2.12 Les robots domestiques 42
2.13 Un exemple des robots médicaux 42
2.14 Un exemple des robots militaires 43
2.15 Les robots industriels 43

3.1 Fixation des pièces à souder 48
3.2 Le côté avance et le côté retrait 48
3.3 Le principe du procédé FSW [38] 49
3.4 Les paramètres du procédé FSW 52
3.5 Les paramètres du procédé FSW 52
3.6 L'évaluation de la vitesse d'avancement et la vitesse de rotation de l'outil 54
3.7 Les technologies d'outils existants 57
3.8 L'évolution des efforts au cours de FSW [115] 61

3.9 Déviation de l'outil de sa trajectoire désirée 63
3.10 Bavures excessives [12] 64
3.11 Les machines les plus utilisées pour la réalisation du FSW . . 65
3.12 Fraiseuse adaptée pour le FSW, à UCL-PRM 66
3.13 Machine 5 axes de type portique MTS Machine 67
3.14 Tricept TR805 utilisé en FSW [111] 68
3.15 Robot Kuka KR500-2MT de l'Institut de Soudure de Goin . . 69
3.16 La machine FSW de la Société suédoise de combustible et de gestion des déchets nucléaires (SKB) 70
3.17 Le système robotique développé par Smith pour le FSW [84] . 72
3.18 Robot KuKa KR 500 modifié [EADS Laboratory] 72
3.19 Le robot industriel Rosio, ABB IRB 7600 74

4.1 Les robots industriels légers 76
4.2 Les robots industriels à fortes charges 77
4.3 La Vue éclatée du robot industriel Kuka KR500-2MT 79
4.4 Le schéma cinématique du robot industriel Kuka KR500-2MT 80
4.5 Les dimensions de l'espace de travail du robot industriel Kuka KR500-2MT 81
4.6 Description de DHM 82
4.7 Les vecteurs a, s et n représentant l'orientation de l'outil dans le repère fixe R_0 89
4.8 Articulation flexible [92] 99
4.9 modélisation d'un axe [3] 99
4.10 La mesure des raideurs [36] 103
4.11 Le compensateur de gravité à vérin à gaz 104
4.12 Les points d'accrochage du compensateur installé sur l'axe 2 du robot Kuka 106

5.1 Les efforts et les moments appliqués sur l'outil lors du soudage FSW 111
5.2 Représentation des efforts F_x et F_y lors de la rotation de l'outil 114
5.3 Une représentation de l'erreur en position dans le plan (x, y) . 119
5.4 Un exemple d'application de soudage réalisé à l'IS 119
5.5 Les configurations du robot lors du soudage par le procédé FSW 120
5.6 L'orientation de l'outil 122
5.7 L'erreur en position : (a) est l'erreur avec l'intervention de compensation de gravité, (b) est l'erreur sans l'intervention de compensation de gravité 124

5.8 L'erreur en rotation : (a) est l'erreur avec l'intervention de compensation de gravité, (b) est l'erreur sans l'intervention de compensation de gravité 124
5.9 la représentation de la gravité et du couple extérieur 125
5.10 Dispositif d'assistance au robot par masse additionnelle 126
5.11 Les paramètres à ajouter sur Symoro+ en ajoutant la masse . 127
5.12 L'influence de la masse ajoutée sur les deux critères : (a) est l'erreur sans masse, (b) est l'erreur avec $M7$= 400 kg, (c) est l'erreur avec une masse de $M7$= 700 kg 129
5.13 La structure parallèle ajoutée au robot industriel 131
5.14 Le repère fixe du robot, de la structure parallèle et de l'outil . 133
5.15 Les vecteurs directeurs entre O_6 et les point P_i 136
5.16 (a) : La configuration du robot pour deux valeurs de l'erreur dans l'espace cartésien,(b) : L'erreur en position 138
5.17 l'influence des forces appliquées par la structure parallèle sur l'erreur en position, (a) : l'erreur en position sans les forces, (b) : l'erreur en position avec $f_1 = f_3 = 1,5$ kN et f_2= 2 kN . 139
5.18 l'influence des forces appliquées par la structure parallèle sur l'erreur en position, (a) : l'erreur en position sans les forces, (b) : l'erreur en position avec$f_1 = f_2 = f_3$ =3 kN 140
5.19 L'erreur en position en appliquant plusieurs valeur de f_i . . . 141
5.20 La superposition des erreurs en position représentées sur la figure 5.19 141
5.21 Les forces créées par les trois actionneurs de la structure parallèle avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$, (a) La force créée par l'actionneur 1, (b) La force créée par l'actionneur 3, (c) La force créée par l'actionneur 2 143
5.22 L'erreur en position (EP), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$ 144
5.23 L'erreur en rotation (ER), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$ 144
5.24 La force créée par l'actionneur 1 de la structure parallèle . . . 146
5.25 La force créée par l'actionneur 2 de la structure parallèle . . . 146
5.26 La force créée par l'actionneur 3 de la structure parallèle . . . 146
5.27 L'erreur en position (EP) 147
5.28 L'erreur en rotation (ER) 148
5.29 La simulation du mécanisme hybride sous Catia 149
5.30 La simulation de la schéma cinématique du mécanisme hybride sous CATIA 150
5.31 Exemple d'une liaison cinématique et son repère attaché . . . 150
5.32 L'outil de mesure sur Catia 151

6.1 Exemple d'un système coopératif [75] 154
6.2 Le schéma cinématique du système de soudage à deux robots . 157
6.3 Le schéma cinématique du robot A 158
6.4 Le schéma cinématique du robot B 160
6.5 La représentation de la position relative des repères R_t, R_{0A} par rapport à R_0 163
6.6 La représentation de la position relative des repères R_t, R_{02} par rapport à R_0 165
6.7 Les actions mécaniques appliqués sur la plateforme du système coopératif 169
6.8 l'erreur en position sans l'intervention du robot B 172
6.9 les couples articulaires des axes 1 et 2 du robot A 173
6.10 les couples articulaires des axes 3 et 4 du robot A 173
6.11 les couples articulaires des axes 5 et 6 du robot A 174
6.12 L'erreur en position 178
6.13 Les forces créées par le robot B 179
6.14 Les couples créés par le robot B 180
6.15 (a)l'erreur en position avec d_{0A} =0.3 m, d_{0B}=0.35 m *et* l_{0A}=0.2 m l_{0B}= 0.15 m, voir figure 6.7, (b)la position des robots A et B dans l'espace cartésien pour une valeur de l'erreur en position pour X=-0.1 m et Z=1.4 m 181
6.16 (a)l'erreur en position, (b)la position des robots A et B dans l'espace cartésien pour une valeur de l'erreur en position pour X=0.6 m et Z=1.4 m 181
6.17 Les forces créées par le robot B 182
6.18 Les couples créés par le robot B 182
6.19 les couples articulaires des axes 1 et 2 du robot A après l'optimisation 183
6.20 les couples articulaires des axes 3 et 4 du robot A après l'optimisation 184
6.21 les couples articulaires des axes 5 et 6 du robot A après l'optimisation 184
6.22 les couples articulaires des axes 1 et 2 du robot A et B après l'optimisation, (a) le couple articulaire de l'axe 1 du robot B, (b) le couple articulaire de l'axe 1 du robot A, (c) le couple articulaire de l'axe 2 du robot A, (d) le couple articulaire de l'axe 2 du robot B 185

6.23 les couples articulaires des axes 3 et 4 du robot A et B après l'optimisation, (a) le couple articulaire de l'axe 3 du robot B, (b) le couple articulaire de l'axe 3 du robot A, (c) le couple articulaire de l'axe 4 du robot A, (d) le couple articulaire de l'axe 4 du robot B 185
6.24 les couples articulaires des axes 5 et 6 du robot A et B après l'optimisation, (a) le couple articulaire de l'axe 5 du robot B, (b) le couple articulaire de l'axe 5 du robot A, (c) le couple articulaire de l'axe 6 du robot A, (d) le couple articulaire de l'axe 6 du robot B 186
6.25 l'erreur en position après optimisation 187
6.26 l'erreur en rotation sans l'intervention du robot B 188
6.27 L'erreur en rotation 194
6.28 La conception du système coopératif sous le logiciel Catia . . . 195
6.29 Le schéma cinématique du système coopératif sous le logiciel Catia avec les repères attachés à chacune de ses articulations . 196
6.30 L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif 197
6.31 L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif 198
6.32 L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif 198
6.33 Tracé de l'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif sous Catia 200
6.34 L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif 200

7.1 Principle of the FSW Process [38] 210
7.2 Definition of the parallel structure 215
7.3 Coordinates to define the tool orientation 216
7.4 Frames of the robot, the parallel structure and the tool 217
7.5 Forces created by the three actuators of the parallel structure with $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$ 222
7.6 Position error (EP), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$ 223
7.7 Orientation error (ER), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$ 223
7.8 External force created by the actuator 1 of the parallel structure 224
7.9 External force created by the actuator 2 of the parallel structure 225
7.10 External force created by the actuator 3 of the parallel structure 225
7.11 Position error (EP) 226

7.12 The orientation error (ER) 226
7.13 The cooperative system 227
7.14 The kinematic diagram of the robot A 228
7.15 The kinematic diagram of the robot B 228
7.16 The mechanical forces and torques applied on the platform of the cooperative system 232
7.17 Position error without the intervention of the robot B 234
7.18 Torque of the joints 1 and 2 of the robot A 235
7.19 Torque of the joints 3 and 4 of the robot A 235
7.20 Torque of the joints 5 and 6 of the robot A 236
7.21 Optimal forces created by robot B 240
7.22 Optimal couple forces created by robot B 241
7.23 Position error 242
7.24 (a)Position error, (b) position of the robots A and B in the cartesian space for a value of the position error for X = - 0.1 m and Z = 1.4 m 242
7.25 (a) Position error, (b) position of the robots A and B in the cartesian space for a value of the position error for X=0.6 m and Z=1.4 m 243
7.26 Optimal forces created by robot B 244
7.27 Optimal torques created by robot B 244
7.28 Torque of the joints 1 and 2 of the robot A after optimization 245
7.29 Torque of the joints 3 and 4 of the robot A after optimization 246
7.30 Torque of the joints 5 and 6 of the robot A after optimization 246
7.31 Torque of the joints 1 and 2 of the robot A and B during welding, (a) : Torque of the joint 1 of the robot B, (b) : Torque of the joint 1 of the robot A, (c) : Torque of the joint 2 of the robot A, (d) : Torque of the joint 2 of the robot B 247
7.32 Torque of the joints 3 and 4 of the robot A and B during welding, (a) : Torque of the joint 3 of the robot B, (b) : Torque of the joint 3 of the robot A, (c) : Torque of the joint 4 of the robot A, (d) : Torque of the joint 4 of the robot B 247
7.33 Torque of the joints 5 and 6 of the robot A and B during welding, (a) : Torque of the joint 5 of the robot B, (b) : Torque of the joint 5 of the robot A, (c) : Torque of the joint 6 of the robot A, (d) : Torque of the joint 6 of the robot B 248
7.34 Position error with and without robot B, (a) : Error using only the industrial robot A, (b) : Error using the cooperative system and with optimization 249
7.35 Rotation error without the intervention of the robot B 249
7.36 Rotation error after optimization 254

7.37 Workspace of the hybrid structure 255
7.38 The method for determination of the Workspace of the hybrid structure 255
7.39 The collision between the different parts of the hybrid system 256
7.40 Drawing of the workspace of the hybrid structure and the cooperative system using Catia 257
7.41 The workspace of the hybrid structure and the cooperative system 257

8.1 Angles de roulis, tangage et lacet 260
8.2 Les repères suite aux rotations A, B et C 261
8.3 L'angle de la première articulation du robot 275
8.4 Exemple 1 281
8.5 Exemple 2 281
8.6 Exemple 3 282
8.7 Exemple 4 282
8.8 Le plan de la base créé sous Drawing du logiciel Catia 283

Liste des notations et abréviations

Abréviations :

LCFC	Laboratoire de Conception Fabrication Commande
KIT	Karlsruhe Institute of Technology
FSW	Friction Stir Welding
TWI	The Welding Institut
NASA	National Aeronautics and Space Administration
MGD	Modèle Géométrique Direct
MGI	Modèle Géométrique Inverse
MCD	Modèle Cinématique Direct
MCI	Modèle Cinématique Inverse
MDD	Modèle Dynamique Direct
MDI	Modèle Dynamique Inverse
DH	Denavit-Hartenberg
DHM	Denavit-Hartenberg Modifiée
ddl	Degrés de liberté
PID	Proportionnel-Intégral-Dérivé
ISO	International Organization for Standardization
SYMORO	SYmbolic MOdelling of RObots
IS	Institut de Soudure à Goin
SCARA	Selective Compliance Assembly Robot Arm
PUMA	Programmable Universal Machine for Assembly

Notation :

F_z L'effort axial appliqué sur l'outil
T_f La température de fusion
N La vitesse de rotation de l'outil
V_a La vitesse d'avance de l'outil
${}^lP_j(3 \times 1)$ Le vecteur de la position j dans le repère R_l

P_j La position du point j dans le repère R_0
${}^lD_j(3 \times 3)$ La matrice de rotation du repère lié à un solide S_j par rapport au repère R_l
${}^lT_j$: La matrice de transformation homogène du repère associé au solide S_j dans le repère R_l
$R_j(O_j, x_j, y_j, z_j)$ repère orthonormé direct associé au solide S_j
A, B et C les angles roulis tangage et lacet
${}^lJ_i(q)$ La matrice jacobienne au point i et exprimée dans le repère R_l
f_i La norme de la force créée par le vérin
${}^t\mathbf{T}_{ext}$ Le vecteur qui regroupe les variables du torseur des actions mécaniques appliquées sur l'outil du robot
${}^t\mathbf{T}_{FSW}$ Le vecteur qui regroupe les variables du torseur des actions mécaniques appliquées par le procédé FSW sur l'outil
K La matrice de rigidité
$\mathbf{f}_i$ Le vecteur de frottement
I_i Le tenseur d'inertie du corps i du robot
M_i La masse du corps i du robot
${}^iM_{si}$ Le premier moment du corps i du robot

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui sont intervenues pour m'aider à mener mes travaux de recherche de façon directe ou indirecte tout au long de ces trois dernières années. Ce qui m'a le plus motivé pendant ma thèse, ce sont les gens brillants avec lesquels nous avons eu la chance de travailler. Je n'aurais pas pu achever ces travaux sans l'excellent support de mon directeur de thèse, le professeur Gabriel Abba. Je lui suis reconnaissante, tout d'abord pour m'avoir acceptée sur ce projet, pour sa confiance et pour m'avoir prodigué de nombreux conseils. Son soutien et sa grande disponibilité ont joué un rôle crucial dans l'avancement de ma thèse, il m'a énormément encouragé à faire de mon mieux pour dépasser toutes les difficultés de mon travail. Son exigence scientifique, sa réflexion et ses vastes connaissances resteront pour moi une source d'inspiration dans le reste de ma carrière professionnelle. J'apprécie également l'aide précieuse qu'il m'a apportée pour la relecture du manuscrit et la préparation de ma soutenance de thèse.

Je remercie également le professeur Wolfgang Seemann, mon encadrant au sein de KIT. Il m'a fourni des conseils comme il m'a apporté de nombreuses connaissances scientifiques. Il m'a toujours encouragée à surmonter les différents obstacles et à penser de façon plus autonome. J'apprécie aussi son aide pour la relecture, la correction ainsi que les remarques judicieuses sur mes articles. Je le remercie également pour m'avoir donné l'occasion de participer aux séminaires annuels du laboratoire et d'assister aux présentations de mes collègues du KIT. Ce fût un grand honneur pour moi de faire partie du groupe de travail et des doctorants du professeur Seemann.

Ces travaux de recherche ont été réalisés en cotutelle entre Le Laboratoire de conception Fabrication Commande(LCFC) de l'école nationale supérieure d'Arts et Métiers ParisTech et l'Institut de technologie de Karlsruhe (KIT). Le LCFC est un lieu où nous avons eu la chance de rencontrer des gens de toutes nationalités qui m'ont fait découvrir leur culture. Merci à tous mes collègues pour leur dynamisme amical et scientifique.

J'écris aussi un spécial remerciement à l'ensemble du personnel à l'ENSAM Metz et l'école doctorale à Paris pour me donner l'aide immense et le généreux soutien tout au long de mes trois ans de thèse. Je suis aussi très reconnaissant à l'équipe administrative de mon laboratoire : Stéphanie Schiappa et Véronique Ernest pour leur patience admirable et d'innombrables aides dans mes déplacements. En outre, je remercie également le personnel administratif de l'école doctorale : Florence Dumard, Claude Roy et la directrice Anne Bouteville pour leur aide en temps opportun et les encouragements chaleureux.

Également, je tiens à remercier sincèrement les personnels et les membres administratifs du KIT, madame Gudrun Volz, madame Elke Höllig et madame Sylvia Gelsok pour leur accueil chaleureux, leur soutien quotidien, leur aide et leurs conseils pour m'intégrer facilement à la culture allemande. Ce travail en cotutelle avec ces deux établissements m'a permis d'effectuer mes recherches dans de bonnes conditions et m'a énormément appris.

Je suis aussi très reconnaissant aux professeurs Alexander Fidlin, Carsten Proppe avec qui nous avons eu l'occasion de travailler au sein de KIT ainsi que mes collègues Ulrich Römer, Maxime Koebele, Simon Kapelke, Jens Burgert, Jimmy Alberto Aramendiz Fuentes, Daniel Hipp, Philipp Mall, Olga Drozdetskaya, Tim Leister, Oliver Stump.

Enfin, même quand mes travaux de thèse, mes expérimentations avec le robot ou même la vie en général ne se déroulaient pas comme prévu, il y avait toujours ma famille en Tunisie pour m'apporter leur soutien : ma mère Samira et mon père Kamel.

N'oublions pas tous mes amis que je salue particulièrement.

Zusammenfassung

Industrieroboter finden heutzutage zahlreiche Verwendung in industriellen Fertigungsprozessen aufgrund ihrer vielseitigen Einsetzbarkeit und ihrer einfachen Anpassung an verschiedene Gegebenheiten. Allerdings sind derartige Roboter zumeist nicht für Einsatzgebiete ausgelegt, in welchen ein gleichmäßiges Aufbringen großer Lasten bei hoher Positionierungsgenauigkeit gefragt ist. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Automatisierung eines solchen Verfahrens, dem Rührreibschweißen (friction stir welding, FSW) mithilfe eines seriellen Roboters. Dieses Verfahren ermöglicht das Fügen zweier Bauteile in festem Aggregatzustand. Zu diesem Zweck sind sehr hohe Axialkräfte vonnöten, um den Werkstoff während des Schweißens zu erweichen. Wegen der hohen Axialkräfte neigt das Werkzeug jedoch zum Abweichen von seiner vorgegebenen Bewegungsbahn. In dieser Dissertationsschrift wird die Möglichkeit untersucht, den Roboterarm durch eine unterstützende Parallelstruktur belastbarer und steifer zu gestalten. Im ersten Teil wird hierzu eine geometrische, kinematische und dynamische Modellierung vorgenommen, um somit die Verformung eines Industrieroboters vom Typ Kuka KR500-2MT mittels Identifikation von Gelenknachgiebigkeiten zu charakterisieren. Der zweite Teil zeigt verschiedene Möglichkeiten auf, die Leistungsfähigkeit eines automatisierten FSW-Prozesses zu verbessern, darunter die Möglichkeit einer Veränderung des Systems zum Gewichtskraftausgleich, das Hinzufügen einer zusätzlichen Werkzeugmasse, der Einsatz einer Parallelstruktur sowie das Hinzunehmen eines zweiten, unterstützend arbeitenden Roboters. Die beiden letzten Lösungsansätze bewirken eine direkte Kraftausübung auf das Werkzeug. Insgesamt wird also die Bewegung des Werkzeugs über den Hauptroboter geregelt, während die unterstützende Vorrichtung (Parallelstruktur oder zweiter Roboter) lediglich das Aufbringen ausreichend hoher Druckkräfte sicherstellt. Durch die Anwendung von Optimierungsverfahren sollen Positionsabweichungen des Werkzeugs minimiert und damit einhergehende Schweißungenauigkeiten vermieden werden. Schließlich wird eine Untersuchung des Arbeitsbereichs mit der Software Catia durchgeführt. Erst die Kenntnis des Arbeitsbereichs für die vorges-

chlagenen Lösungen erlaubt eine Abschätzung möglicher Anwendungen des Schweißverfahrens sowie deren Vergleich.

Schlüsselwörter : Industrieroboter, Rührreibschweißen, Modellierung, Flexibilität, Werkzeugabweichung, Parallelstruktur, Hybridsystem, zusammenarbeitendes System, Roboterstruktur, Arbeitsbereich, Optimierung.

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Introduction

Le soudage est considéré comme un procédé de fabrication permettant de créer un nouveau produit à partir de deux ou plusieurs produits élémentaires et il nécessite parfois un matériau d'apport. Ce procédé se décline avec une grande variété de méthodes afin de joindre deux morceaux de matériau solide pour en faire un seul.

La plupart des procédés de soudage peut être classée en deux grandes catégories, principalement selon la température de soudage. La première classe est le soudage à l'état solide, tel que le matériau se plastifie mais ne dépasse pas la température de fusion, par exemple, le soudage par forgeage ou le soudage par friction. La seconde classe est le soudage à l'état liquide. Les matières solides sont transformées localement en état fondu. L'assemblage est créé lors de la solidification des matériaux. Ces processus sont souvent appelés soudage par fusion : le soudage à l'arc, le soudage au laser et le soudage par faisceau d'électrons en font partie.
Le choix de la méthode de soudage se base sur des nombreux critères tels que le coût, les propriétés mécaniques, la durabilité, l'aspect visuel ainsi que la disponibilité des équipements.

En 1991, Thomas Wayne a travaillé sur l'idée d'essayer de joindre deux plaques d'aluminium avec un outil tournant sur une machine de fraisage. Il a pensé à ce qui pourrait être une technique totalement différente pour éviter tous les inconvénients typiques auxquels on était confronté avec le soudage par fusion traditionnelle comme les défauts et projections générés principalement à cause des transitions du matériau de l'état solide à l'état liquide

et inversement. Il a ainsi inventé la méthode de soudage par frottement malaxage appelée Friction Stir Welding (FSW) en anglais.

Peu de temps après l'invention du procédé, plusieurs compagnies ont montré un grand intérêt pour le soudage par FSW. L'intérêt initial provenait de l'industrie aérospatiale, principalement en raison des propriétés mécaniques exceptionnelles des soudures et l'absence des défauts et porosités typiques des autres procédés.

La première application aéronautique du FSW était pour la fusée Delta II, lancée en 1999. L'une des plus grandes machines FSW a été développé par ESAB en collaboration avec Boeing pour le projet de la NASA : Space Launch System (SLS). Le SLS comprend une fusée de transport lourde qui permet d'envoyer des humains vers des destinations dans l'espace lointain comme la planète Mars. Le système est appelé "vertical assembly center". Il mesure 52 m de haut, 24 m de large et pèse plus de 3000 tonnes [33]. Ce système implique des dômes et des bagues qui seront rejoints par FSW pour l'assemblage des réservoirs.

FIGURE 1.1 – Le système de lancement spatial[33]

Le FSW est en développement continu depuis son invention, il y a plus de 20 ans. Chaque année, il y a plusieurs publications dans ce domaine d'étude. Alors que la plupart des applications industrielles utilisent des grandes machines pour souder des joints linéaires, il existe des applications qui demandent un soudage de joints tridimensionnels complexes, nécessitant des machines avec plusieurs degrés de liberté. L'utilisation de robots industriels répond à ce besoin de flexibilité d'application. Il y a cependant un inconvénient majeur lors de l'utilisation de ce type de robot pour le soudage par FSW : le manque de rigidité du robot. Cet inconvénient entraine des vibrations et la précision de suivi de trajectoire devient insuffisante.

En FSW, la précision de positionnement de l'outil est justement très importante car si l'outil ne suit pas correctement la ligne de joint, les pièces ne seront pas parfaitement liées, ce qui va provoquer des défauts de soudure. Les auteurs de [95] ont montré dans leurs recherches la criticité de ces déviations.
Dans mes travaux de thèse, je vais essayer de limiter les déviations de l'outil afin d'obtenir une meilleure qualité de soudage en utilisant un robot industriel de type Kuka KR500. Il est de forte capacité, il permet de déplacer généralement de charges qui peuvent atteindre 570 kg avec un rayon d'action de 2,83 m et un espace de travail qui peut aller jusqu'à 68 m^3. La précision de ce robot avec sa charge maximale est de ± 0,3 mm.

1.2 Problématique de la thèse et son objectif

De nos jours, les systèmes robotiques sont en amélioration continue suite à la demande des clients, pour réussir différentes applications industrielles avec des produits finis de meilleure qualité et à moindre coût. De nouveaux concepts sont en permanence étudiés afin d'augmenter la productivité. Parmi ces concepts, on peut citer les robots lourds, les robots de flexion vers l'arrière, les robots compacts, les robots sécurisés et les robots d'encadrement flexibles. Pour satisfaire les clients, ces concepts exigent des caractéristiques qui sont très difficiles à combiner : réduire l'inertie en utilisant des composants minces et très légers, augmenter la rigidité, la précision, la manipulabilité et l'espace de travail de l'outil tout en maintenant un coût acceptable.

Aujourd'hui les robots industriels sont utilisés dans de nombreuses applications de fabrication en raison de leur polyvalence et leur facilité de mise en œuvre. Malgré leurs performances, ces robots présentent des problématiques pour effectuer certains procédés de fabrication, où des forces élevées et uniformes sont requises avec une précision convenable du positionnement de l'outil. C'est vrai que plusieurs industriels ont acheté et ont mis en place des robots pour faire le soudage par frottement mais ses utilisations restent limitées à des applications très simples. Le soudage par frottement est l'un de ces procédés. Lors du soudage, le matériau des pièces à souder est en phase solide. Un effort de poussée très élevé est donc nécessaire maintenir le contact entre l'outil FSW et la surface de la pièce. Ces efforts sont généralement de l'ordre de quelques milliers de Newton pour assembler des pièces de quelques millimètres d'épaisseur. Par exemple, pour assembler deux pièces d'aluminium de 6 mm d'épaisseur, nous avons besoin d'une force d'environ 10 kN [115].

Ces forces doivent être fournies par la machine utilisée pour souder. En raison de ces difficultés, ce procédé utilisant des robots industriels n'a pas été implémenté plus tôt. Depuis les années 2000, des robots industriels à fortes charges ont été développés afin de fournir les forces et la stabilité nécessaires pour le soudage FSW.

D'ordinaire les études de déformation ou de déflection sont uniquement menées sur les robots légers, tandis que les robots à fortes charges sont considérés comme rigides. Cependant, en FSW, les robots à fortes charges utilisés supportent généralement des charges utiles très importantes pouvant aller jusqu'à 25 kN selon le matériau des pièces à souder ainsi que de la profondeur du joint. Par conséquent, si les efforts dépassent la capacité de charge du robot utilisé, il y aura une déformation importante. On ne pourra donc plus le considérer comme rigide. Ce type de robot reste toujours limité pour certains applications de FSW, surtout lorsque l'élasticité de la transmission n'est pas négligeable, et la précision nécessaire de positionnement de l'outil est faible.

Pour conclure, la déformation de l'ensemble du robot industriel doit être considérée, principalement pour les applications nécessitant un suivi précis d'une trajectoire bien définie, comme décrit par [85] et [101]. La mise en œuvre d'efforts du procédé FSW génère une déflexion dans chaque articulation du robot, ce qui provoque une erreur du maintien de l'outil sur le joint à souder, voir [93] et affecte évidemment la qualité de la soudure.

Le but de ce travail est de réduire les efforts transmis par la chaîne cinématique de positionnement du robot, de diminuer les déformations et de faciliter ainsi la précision de suivi de trajectoire de l'outil.

1.3 Les Domaines d'application du procédé FSW

Le processus de soudage FSW est évalué pour être correctement utilisé dans les secteurs de l'automobile, de l'aéronautique, de l'aéronef, du véhicule militaire, du matériel roulant ferroviaire, de la construction navale et probablement d'autres.

1.3.1 Domaine automobile

Mercedes fait partie des sociétés qui ont utilisé le procédé FSW pour joindre les pièces du panneau de chaussée de sa nouvelle voiture SL-Class en 2013. Mazda a également utilisé le FSW pour souder des éléments de suspension ainsi que le capot et les portes de ses voitures. De même, Audi a utilisé des feuilles d'aluminium de différentes épaisseurs soudées par FSW pour sa voiture R8 [5]. Idem pour Honda qui a utilisé FSW pour assembler deux matériaux différents constitués de pièces en acier et en aluminium. FSW a aussi été utilisé pour le soudage de fond bombé pour un camion-citerne.

1.3.2 Domaine ferroviaire

FSW a été largement utilisé dans le domaine ferroviaire puisqu'il a été appliqué par des fabricants européens pour les toits des rames du tramway à Munich et également par les Japonais pour profiler un train Hitachi. FSW assure le soudage le long des rames, ceci permettant d'améliorer leur tenue au choc.

1.3.3 Domaine aéronautique

FSW a été utilisé pour assembler des éléments aéronautiques par Boeing pour souder des raidisseurs et pour souder des panneaux sur l'avion Eclipse 500.

1.3.4 Domaine spatial

Soudages circonférentiels et longitudinaux des réservoirs contenant de l'oxygène liquide pour les fusées Boeing. Le soudage des panneaux incurvés de la partie supérieure du réservoir d'hydrogène liquide utilisé sur la constellation Ares I de la NASA.

1.3.5 Autres domaines d'application

Il y a plusieurs autres domaines d'application de FSW tel que : le soudage des supports de lumières, voir figure 1.3 (a), l'assemblage de tôles en CU-OF en génie électrique, voir figure 1.3 (b) ainsi que des éléments de générations

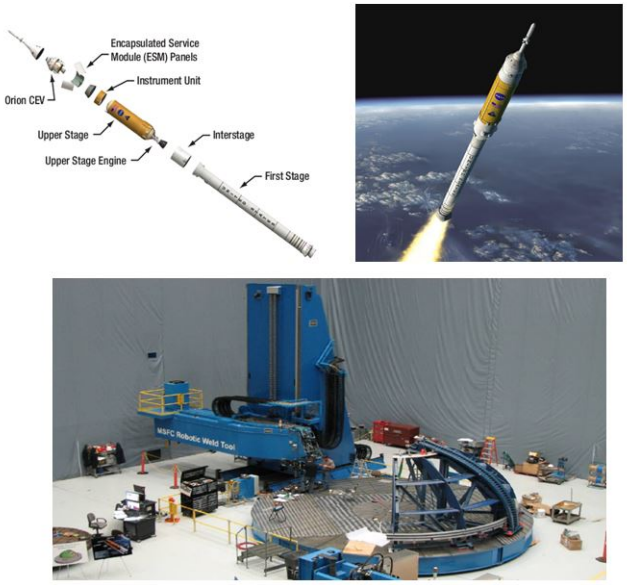


FIGURE 1.2 – Ares I

comme illustré en figure 1.3 (c).

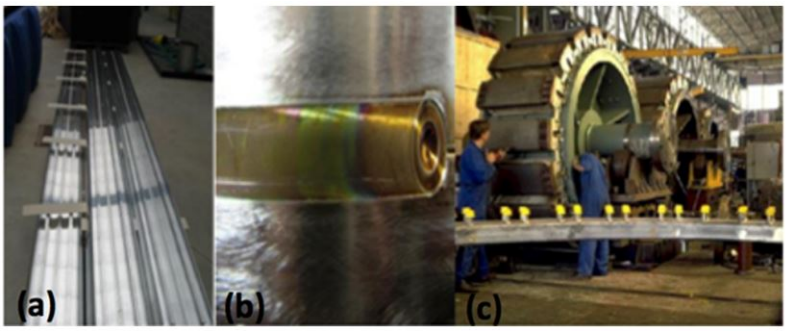


FIGURE 1.3 – (a) : Des supports de lumières, (b) : Des tôles en CU-OF,(c) : Des éléments de générations

En 2012, Apple a développé une nouvelle version d'ordinateur iMac. Fait intéressant, cette société a déclaré que ce iMac était d'un genre nouveau, beaucoup plus mince que les versions précédentes et plus élégant, ce qui ne peut pas être réalisé en utilisant les anciennes méthodes d'assemblage. Le procédé FSW a ainsi été appliqué en utilisant des robots pour souder efficace-

ment la section métallique sous l'écran au panneau arrière de ces ordinateurs. L'écran a été laminé directement sur le verre.

Chapitre 2

La robotisation industrielle

2.1 L'évolution de la robotique et ses domaines d'application

2.1.1 L'évolution industrielle de la robotique

Le terme robot provient du mot slave «robota » qui a comme signification : travail, corvée ou force. Il a été créé par l'écrivain Karel Capek dans les années 20, dans sa pièce de théâtre "Romum's Universal Robots" pour affecter des machines automatiques destinées à remplacer l'homme pour réaliser des tâches complexes, ce qui lui permet d'imaginer une personnalité intelligente créée artificiellement. A l'époque, les gens pensaient généralement que le robot était quelque chose de destructeur et sombre ce qui soulevait de nombreuses questions : sont-ils dangereux ? Comment pouvons-nous les utiliser ? A quel point vont-ils voler notre travail ? Même Charlie Chaplin a montré dans son film "Modern Times" en 1936, les côtés sombres et négatifs d'un monde hautement automatisé. Ce qui a déclenché un important débat sur l'automatisation et la robotisation des usines américaines. Une autre argument efficace pour augmenter ce débat : le film "Sleeper" en 1973, dans lequel Woody Allen s'était déguisé en robot.

Malgré l'apparition de ce concept robotique, il a fallu attendre l'arrivée des ordinateurs en 1940 pour que les robots fassent réellement leur apparition. Le terme "Robotique" désigne l'utilisation des robots. L'écrivain Isaac Asimov a utilisé ce terme pour la première fois dans son livre "cycle fermé" en 1941.
L'historique des robots industriels a commencé en 1954 après la soumission d'un brevet déposé par George Devol pour le premier robot.

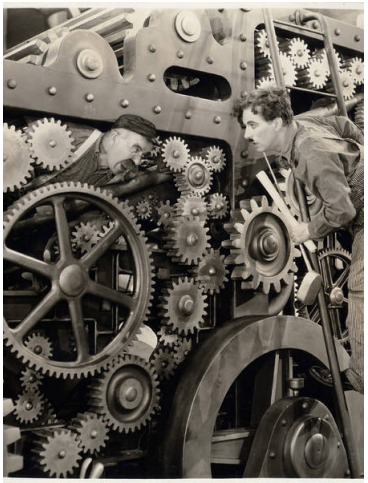


FIGURE 2.1 – Film de Charlie Chaplin "Modern Times"

En 1956, George Devol et Joseph Engelberger ont créé la première entreprise robotique appelée "Unimation", dans laquelle a été développé, en 1959 le premier robot industriel au monde. Ce robot a été utilisé pour la première fois en 1961 dans l'usine d'automobile General Motors (GM) pour extraire des pièces d'un système de moulage sous pression.

En 1962, le premier robot cylindrique dénommé "Versatran" a été présenté par l'entreprise AMF : (American Machine and Foundry) à l'usine de Ford voir la figure 2.2.

Le premier robot industriel **Versatran**

FIGURE 2.2 – Les premiers robots industriels [43]

En 1969, Victor Scheinman a conçu le Stanford Arm comme prototype pour ses recherches.

En 1970, une conférence internationale "International Symposium on Industrial Robots" (ISIR) a eu lieu à Chicago, USA. Cette conférence a fourni l'occasion à des ingénieurs et des chercheurs du monde entier de partager leurs idées et de présenter leurs travaux dans le domaine de la robotique.

En 1997, cette conférence a changé de nom pour devenir "International Symposium on Robots" (ISR) afin d'inclure d'autres technologies robotiques comme les robots de service. Jusqu'à aujourd'hui, l'ISR représente un point de rencontre pour tous les sujets industriels techniques et scientifiques liés à la robotique.

En 1973 la société allemande Kuka a présenté son propre robot, Famulus. Il fut le premier robot à six axes moteurs électromécaniques. Dans la même année, le premier robot industriel possédant un capteur de vision dynamique a été développé pour déplacer des objets puisqu'il avait pour fonction d'attacher des boulons sur un moule, Hitachi.

En 1974, la société suédoise ASEA, qui se nomme ABB aujourd'hui, a créé le premier robot industriel commandé par un microprocesseur. C'est un robot entièrement électrique, IRB 6, développé par Cincinnati Milacron et appelé l'outil de demain, T3.

KUKA (Famulus) IRB 6

FIGURE 2.3 – Les robots industriels développés entre 1973 et 1974 [43]

En 1978, la société allemande Reis Robotics a développé le premier robot industriel à 6 axes avec un système de contrôle intégré, RE15. Il servait à charger et décharger des pièces métalliques dans un système de moulage sous

pression.
En 1979, la société japonaise Nachi a créé un robot industriel piloté par un moteur électrique en remplaçant les actionneurs hydrauliques. Ce robot permet d'assurer le soudage par point.

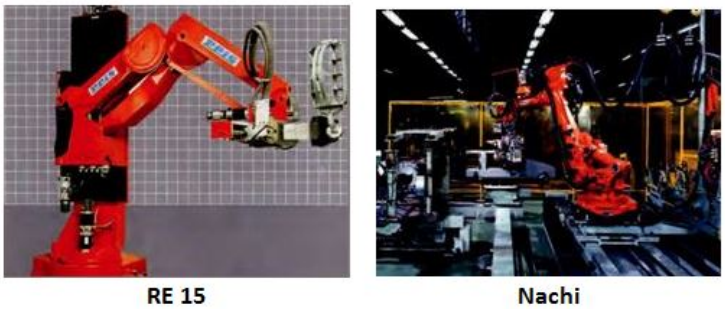


FIGURE 2.4 – Les robots industriels RE15 et Nachi [43]

Précisément, la brillance industrielle de la robotique a commencé dans les années 80. En effet, en 1981, Takeo Kanade de l'Université "Carnegie Mellon" a mis en service un robot industriel avec des moteurs électriques installés directement sur ses articulations. Cela a servi à éliminer les mécanismes de transmission du mouvement entre les moteurs et les articulations. En effet, le robot a eu la possibilité de se déplacer librement et facilement ce qui a augmenté son espace de travail, sa rapidité ainsi que sa précision en comparaison avec les robots précédents. La même année, une société américaine a mis en place le premier robot industriel portique, Gantry. Gantry est capable de fournir une amplitude de mouvement plus importante que les robots de type piédestal.

En 1984, le premier robot SCARA à pilotage direct a été créé en évitant aussi les systèmes complexes de transmission de mouvement. Grâce à la simplicité du mécanisme, le robot AdaptOne devient très robuste dans les opérations d'automatisation industrielle continue, en conservant toujours la haute précision.

En 1985, la société allemande Kuka a introduit un nouveau manipulateur en forme de Z, dont la conception ne se base pas sur le parallélogramme traditionnel. Il possède 6 degrés de liberté dans l'espace cartésien donc trois translations et trois orientations.

FIGURE 2.5 – Le développement de la robotique entre 1981 et 1984 [43]

En 1992, le premier robot pour des applications d'emballage a été créé, le robot Delta.

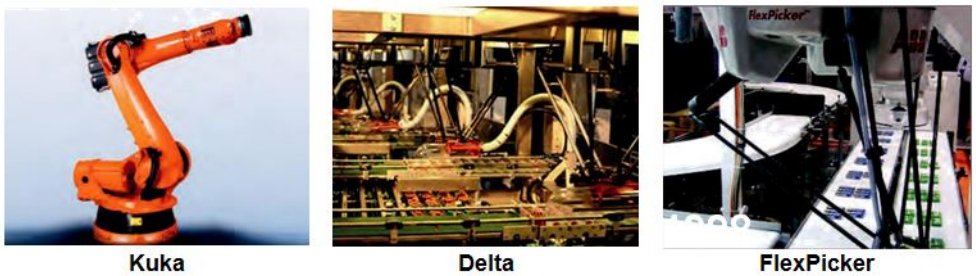


FIGURE 2.6 – Les robots industriels KuKa, Delta et FlexPicker [43]

En 1998, en se basant sur le robot parallèle Delta développé six ans avant, un robot FlexPicker a été créé par Raymond Clavel au sein de la société suédoise ABB. C'était le robot de picking le plus rapide du monde, avec la capacité de choisir 120 objets dans une minute. Il était capable de choisir et lâcher les objets à une vitesse de 10 m/s. La même année, le système de " RoboLoop " a été lancé en Suisse par Güdel. Il permet à des robo-transporteurs de suivre des voies et de circuler dans des boucles fermées, ce qui a créé des nouvelles possibilités pour l'automatisation d'usine.

Les systèmes de contrôle du robot ont également eu des développements continus avec l'évolution de la robotique.

En 2004, la société japonaise Motomann a introduit un système de contrôle amélioré, NX100, qui permet de fournir un contrôle synchronisé de quatre robots. Le NX100 est ainsi capable de contrôler jusqu'à 38 axes à partir d'un écran tactile. Ce système de programmation est basé principalement sur un

système d'exploitation WindowsCE.

En 2006, la société italienne de robotique, Comau, a développé un premier système, sous forme d'une interface basée sur une programmation : Wireless Teach Pendant (WiTP). Ce système permet la communication des données traditionnelles entre le robot et la centrale sans fil, tout en assurant la sécurité absolue. Dans la même année, la société allemande Kuka a présenté le premier robot léger, Light Weight Robot (LWR), en coopération avec l'institut de robotique et mécanique DLR. La structure externe du robot léger LWR est en aluminium. Ce robot ne pèse que 16 kg, alors qu'il est capable de porter des charges utiles qui peuvent aller jusqu'à 7kg. Cela le rend certainement éco-énergétique et portable. Grâce à son poids et ses capteurs intégrés, ce robot est capable d'exécuter une large gamme de tâches différentes et surtout il est très adapté pour les tâches d'assemblage et de manutention.

En 2010, la société japonaise FANUC, a présenté le premier robot commandé par un système d'apprentissage. Ce système s'appelle : Learning Vibration Control (LVC). Il permet au robot d'apprendre éventuellement ses caractéristiques de vibration afin d'augmenter les vitesses et les accélérations. Cet apprentissage permet de supprimer la vibration du robot, ce qui introduit une réduction remarquable du temps de déplacement de son organe terminal.

FIGURE 2.7 – Les robots industriels RoboLoop, NX100 et l'interface de communication WiTP [43]

En 2012, la société allemande KuKa, a lancé une nouvelle série de robots KR AGILUS. Il pèse seulement de 6 à 10 kg. Avec la série KR AGILUS, Kuka établie une gamme complète de petits robots. En effet, leurs performances sont originales dans cette catégorie de charge utile. Il peut avoir 6 axes, des

temps de cycle courts, des vitesses très élevées, un système d'alimentation d'énergie intégré, et cela dans toutes les positions où il est installé au sol, au mur, ou même au plafond. Tous les modèles KR AGILUS sont pilotés identiquement par le contrôleur KRC4, c'est la technologie de commande universelle utilisé pour tous les modèles de robots Kuka.
Ce modèle répond bien à la sécurisé nécessaire, comme il permet de simplifier absolument la coopération efficace entre les humains et les machines. Ce qui déclenche un concept d'automatisation totalement nouveau [78].

FIGURE 2.8 – Les robots industriels LVC, LWR et KR AGILUS [43] et [78]

En 2012, les robots industriels vendus en France atteignent 2956 unités, alors qu'en 2013 ce nombre a connu une légère baisse (2161). Par conséquent, le nombre total de robots vendus entre 1998 et 2013 atteint 32 301 unités, en France. Ce qui est relativement faible par rapport au nombre de robots vendus en Allemagne, qui en comptait 167579 unités dans la même période, ce qui représente environ 18000 robots vendus par année.

En 2016, le nombre mondial de robots industriels installés dans des usines est de 1828000 unités. D'après les estimations de la fédération internationale de la robotique(IFR), ce nombre passera à environ 3 053 000 robots en 2020 selon les estimations. Cela représente une croissance continue entre 2018 et 2020, avec une moyenne de 14 % par an. Ainsi, d'ici 2020, plus de 1,7 million de robots industriels seront mis en service dans tous les secteurs industriels à travers le monde.

Suite au développement de la robotique, c'est notamment l'industrie automobile qui introduit ces robots. Ces robots industriels sont des bras articulaires commandés par un ordinateur pour effectuer une tâche sur différentes chaines de montage (pulvérisation de peinture, soudage etc). L'évolution de la robotique jusqu'à aujourd'hui montre qu'il se produira dans quelques années "la singularité". Il n'y aura plus aucune différence entre les hommes et

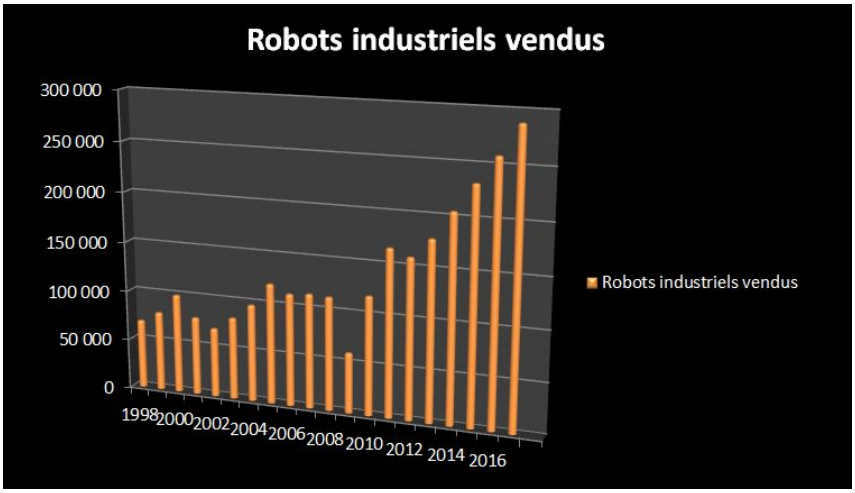


FIGURE 2.9 – Les robots industriels vendus entre 1998 et 2017

les robots.

L'installation des robots dans plusieurs usines de fabrication répond éventuellement à la demande des clients pour exiger une production flexible, rapide et économique.

Les plus gros marchés mondiaux sont cités dans le tableau ci-dessous. Les ventes de ces marchés représentent 74% du nombre total des robots vendu en 2016.

Pays	Les robots industriels vendus
La chine	87.000
La Corée du sud	41.400
Japon	38.600
états-Unis	31.400
Allemagne	20.039

TABLE 2.1 – les plus gros marchés mondiaux

Pour fonctionner, un robot nécessite plusieurs éléments, comme illustré sur la figure suivante :

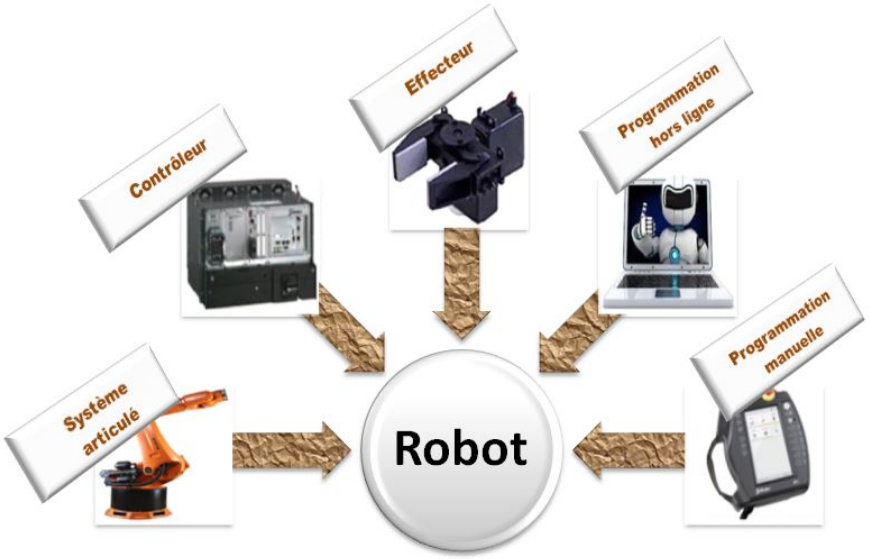


FIGURE 2.10 – Les composantes d'un robot industriel mis en place

- Le système articulé est l'élément mécanique principal pour assurer le mouvement.

- Le contrôleur représente le cerveau du robot. Il intègre deux parties : la puissance afin d'alimenter les moteurs du système articuler et un calculateur pour contrôler la cellule et les mouvements du robot.

- L'effecteur est l'outil à monter sur le dernier axe du robot pour effectuer sa tâche demandée comme les pinces, la ventouse, etc.

- La programmation est l'élément principal qui différencie un automate d'un robot. Elle consiste à indiquer les mouvements à réaliser par le robot. Pour chaque constructeur du robot il existe un langage spécifique. Parmi les moyens de programmation on trouve :

  – La programmation hors ligne qui se fait via un ordinateur. Elle est utilisée notamment en phase d'avant-projet afin de valider l'implantation.

  – La programmation manuelle qui s'appelle aussi "teach pendant", c'est une interface homme-machine qui permet de commander un

robot via un panneau déporté. Il est souvent utilisé pour la reprise de point à la base du robot.

Les robots sont généralement équipés d'outils d'évaluation et de mesure (capteur d'effort, thermomètre, caméra, etc) qui aident le programme à mieux adapter le robot avec son environnement et ses conditions externes. La commande du robot nécessite forcément différentes informations pour déplacer correctement l'effecteur attaché au robot. Par exemple, les coordonnées du point de départ et d'arrivée de l'outil, la vitesse, l'accélération et le type de mouvement : selon une ligne droite, circulaire ou la plus rapide possible, etc.

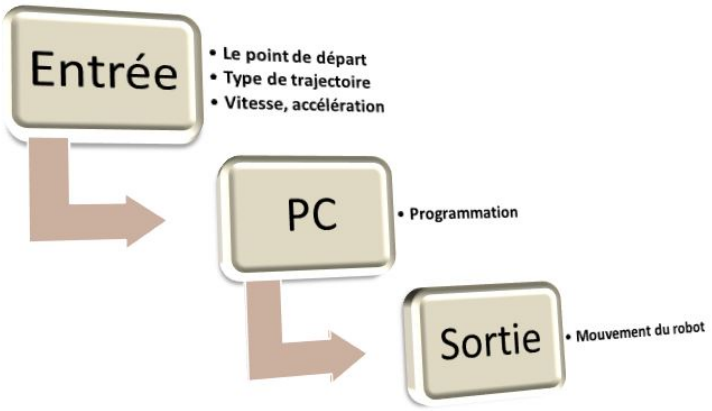


FIGURE 2.11 – La programmation d'un robot industriel

2.1.2 Les domaines d'application de la robotique

Il existe différents domaines de robotique tels que :

- Les robots domestiques qui sont généralement utilisés pour des services personnels comme dans l'ordre d'effectuer des tâches ménagères par exemple, le nettoyage, la vaisselle et en cuisine. jusqu'à présent, il n'existe que de rares modèles dans ce domaine. Ces robots possèdent souvent l'aspect d'un robot humanoïde.

FIGURE 2.12 – Les robots domestiques

- Les robots médicaux qui sont souvent utilisés pour des applications thérapeutiques comme par exemple la réhabilitation neuromatrice ou lors d'une chirurgie. Suite à des contraintes importantes soumis par des normes de sécurité bien définies pour la santé, ces robots sont généralement dotés d'un très faible niveau d'autonomie. Pour effectuer des opérations chirurgicales, le robot utilisé présente généralement un aspect d'une structure parallèle.

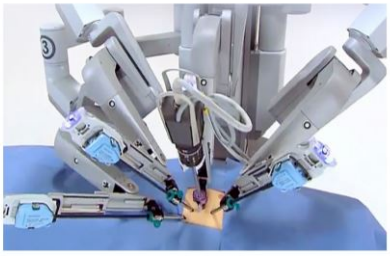


FIGURE 2.13 – Un exemple des robots médicaux

- Les robots militaires sont aussi nommés armes autonomes. Ces robots sont autonomes et généralement contrôlés à distance pour réussir des applications militaires. Les drones représentent un type de robot militaire.

- Les robots industriels qui sont officiellement définie par l'ISO. Les applications typiques incluent les procédés de soudage, d'usinage, la co-

FIGURE 2.14 – Un exemple des robots militaires

opération homme-robot de transfert de sous-ensemble ou des pièces, de peinture et d'assemblage. Les robots industriels sont plus utilisés dans l'industrie automobile. Dans plusieurs procèdes de fabrication, les performances économiques et techniques peuvent être énormément améliorées en utilisant ce système robotique comme un porteur de l'outil. Ce thèse portera sur la robotisation du procédé de soudage par frottement malaxage qui s'appelle en anglais Friction Stir Welding(FSW).

FIGURE 2.15 – Les robots industriels

2.2 Modélisation des robots industriels flexibles

Les auteurs de [91], [22] et [80] ont décrit dans ces travaux de recherche les modèles de robot les plus utilisés. [79] a présenté les méthodes et les principes fondamentaux utilisés pour la modélisation qui représente l'outil théorique principal pour concevoir, piloter, planifier et commander un système robo-

tique réel.

La première recherche sur la modélisation des robots industriels avec des transmissions flexibles a été étudiée dans les ouvrages suivants [94], [39]. Ces études ont été appliquées sur le robot manipulateur GEP-50.

Avec les robots industriels, la flexibilité dépend éventuellement du type de transmission de mouvement utilisé au niveau des articulations. Il existe des systèmes de transmission qui augmentent la flexibilité comme par exemple les systèmes de transmission à câble, les courroies, les trains d'engrenages épicycloïdaux, les longues tiges et les réducteurs «harmonic drive ».

Ces systèmes de transmissions sont généralement utilisés pour garantir un taux de réduction élevé ou pour améliorer l'efficacité dynamique vu qu'ils consistent à placer les actionneurs à proximité immédiate de la base du robot. Cependant, sous des contraintes d'efforts importants, les composantes du robot deviennent intrinsèquement flexibles.

L'élasticité provoquée dans les modèles à articulations flexibles est concentré principalement dans la transmission mécanique entre les corps rigides et les moteurs [57].

La flexibilité doit être prise en compte lorsque le robot exécute certaines applications qui nécessitent une grande force de travail.

Un modèle simplifié d'une transmission flexible a été établi par Spong en 1987 [89]. Il a considéré la flexibilité au niveau d'une articulation comme un ressort de torsion linéaire. Ce modèle dépend d'une constante de proportionnalité qui s'appelle "la constante de rigidité".

En se basant sur le modèle dynamique établi par Spong, Khorasani a proposé un modèle couplé rigide-flexible, où le terme d'amortissement et l'engrenage harmonique ont été pris en compte [51].

Le modèle simplifié, d'une articulation flexible développée par Spong est applicable uniquement dans le cas de grands rapports de démultiplication vu que dans cette situation, les effets inertiels pouvaient être négligeables. C'est pour cette raison que [98] a proposé un modèle complet d'une articulation flexible en tenant compte du couplage entre les corps et les moteurs du robot[98].

Les caractéristiques non linaires d'une transmission du mouvement dans une articulation peuvent influencer considérablement la précision du modèle du robot. Ces caractéristiques contiennent principalement les efforts non linaires et les frottements. Les efforts non linaires peuvent éventuellement être considérés dans le modèle d'une articulation flexible en remplaçant son expression linaire par une fonction non linaire où l'élasticité est représentée par un ressort non linaire. D'autres termes non linaires comme l'hystérésis, l'amortissement non linaire et le jeu peuvent être ajoutés au modèle dynamique d'un robot à articulations flexibles afin d'avoir un modèle relativement complet [15].
En 1995, Bridges a proposé un modèle dynamique d'un robot flexible qui est relativement précis et qui s'est avéré être stable. Les erreurs cinématiques, les flexibilités non linaires et les frottements ont été pris en considération dans ce modèle. Comme il a établi un modèle détaillé d'une articulation flexible en décrivant son élasticité par un certain nombre de ressorts-amortisseurs multidimensionnels localisés [15].

2.3 Conclusion

En résumé, les robots industriels sont des machines polyvalentes utilisées principalement pour l'automatisation industrielle afin d'améliorer la flexibilité, la productivité et la qualité des produits. D'autres raisons favorisant l'utilisation de robots industriels sont l'élimination des travaux désagréables et dangereux et la réduction des coûts. En effet, la commande et le contrôle du mouvement d'un système robotique sont les compétences clés pour fabriquer le robot, augmenter et développer ses performances, améliorer la sécurité lors de son utilisation, introduire de nouvelles fonctionnalités et réduire les coûts [16] et [17]. Par conséquent, il est certainement nécessaire de développer continuellement des méthodes de contrôle et des modèles mathématiques afin de répondre aux exigences de plusieurs applications industrielles, comme, par exemple, améliorer les performances d'un robot industriel pour réaliser une tâche, à moindre coût et sous des contraintes plus complexes demandées par l'application.

Les modèles géométriques permettent de calculer la position et l'orientation de l'organe terminal d'un robot dans l'espace par rapport à ces positions angulaires. Il existe différents modèles géométriques pour définir l'orientation d'un outil dans l'espace comme par exemple, la représentation de roulis-

tangage-lacet. Cette méthode a été utilisée dans ce travail afin de déterminer l'orientation de l'outil de FSW dans l'espace.

La modélisation cinématique sert à calculer les vitesses de translation et de rotation de l'outillage dans l'espace en fonction des vitesses de mouvement du moteur de chaque articulation du robot.

Les robots considérés dans ce travail sont des robots industriels séries à chaines ouvertes. La chaine cinématique de ces robots peut être considérée avec $n + 1$ corps rigides séparés par n articulations flexibles. Les n corps et la base sont reliés entre eux par n articulations rotoïdes. Chaque articulation est actionnée par un moteur électrique.

Concernant la modélisation des robots industriels flexibles, la déformation peut être distribuée le long des corps et/ou localisée au niveau des articulations [79]. Dans certain cas, la déformation peut être distribuée dans les deux en même temps. Mais généralement, c'est celle aux articulations qui domine.

Chapitre 3

La robotisation du procédé de friction malaxage

3.1 Description

3.1.1 Définition de procédé FSW

Le procédé FSW est un procédé de soudage par friction-malaxage breveté, développé en 1991 par The Welding Institute (TWI). Ce procédé permet d'assembler deux pièces sans fusion de matière et sans atteindre la température de fusion du matériau des pièces à souder T_f. Les liaisons métallurgiques sont généralement obtenues à 80% ou 90% de T_f [34].

Outil particulièrement conçu pour tourner et parcourir la ligne commune entre les deux pièces à souder, l'échauffement par friction généré par la rotation adoucit localement le matériau qui se consolide après le passage de l'outil en formant un joint continu après solidification, à partir d'une importante déformation plastique [34].

Pour la réalisation du soudage par cette technologie, les pièces à souder doivent être positionnées de proche en proche sur une enclume et solidement bridées afin d'éviter les mouvements lors du procédé, en raison des importantes forces requises lors du soudage, voir la figure 3.1. Il existe plusieurs manières de bridage : mécanique, hydraulique ou par dépression. Plus de détails sur le principe du procédé et les outils utilisés sont cités dans les travaux de recherche de [62] et [115].

En 1997, Thomas a établi un concept d'enclume mobile, afin d'augmenter la productivité du procédé FSW en fournissant un support en dessous de

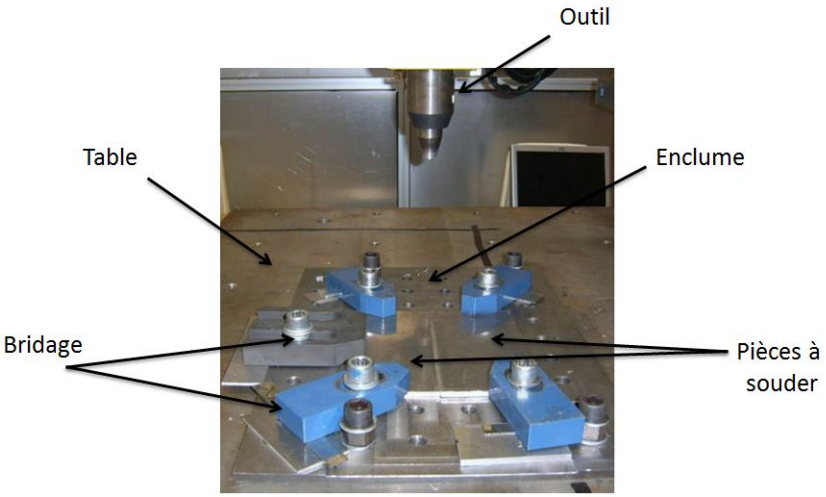


FIGURE 3.1 – Fixation des pièces à souder

l'outil. Par conséquence, il a élargi le champ d'application de cette technologie en assurant des opérations d'assemblage continu de pièces longues [97].

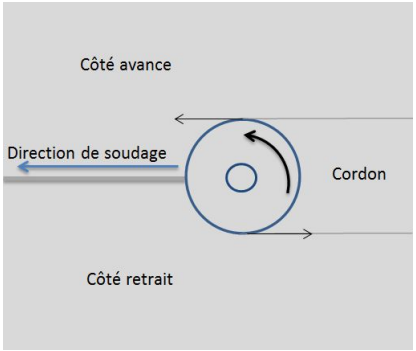


FIGURE 3.2 – Le côté avance et le côté retrait

On nomme le côté avance le coté de la pièce où le sens de rotation de l'outil est le même que le sens de soudage. Le côté retrait est le coté de la pièce où ces deux sens sont opposés [37]. Ceci conduit à l'asymétrie du cordon de soudage de part et d'autre du joint. Cette asymétrie est traduite par le fait que les propriétés du traction du côté retrait sont plus importantes que celles du côté avance [54].

3.1.2 Le principe de fonctionnement

L'outil utilisé est composé d'un épaulement et d'un pion. Cet ensemble est mis en rotation afin de chauffer les deux pièces à souder par frottement [35]. Le pion pénètre dans le matériau de la pièce jusqu'à ce que l'épaulement touche et presse contre la surface des pièces à souder. La combinaison entre la déformation plastique de la matière et le frottement augmente la chaleur jusqu'à ce que la température de soudage désirer soit atteinte. Ceci adoucit la matière et l'outil se déplace vers l'avant le long du joint en mélangeant localement le matériau plastifié et créant ainsi un cordon de soudage à l'état solide.

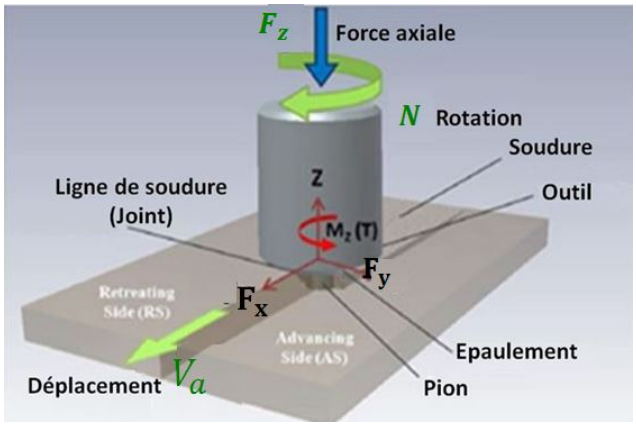


FIGURE 3.3 – Le principe du procédé FSW [38]

3.1.3 Les avantages de FSW

Le soudage par FSW présente plusieurs avantages par rapport aux autres techniques de soudage. C'est un soudage sans fusion de matière, donc sans soufflure, ni fissuration à chaud, ni inclusion. Il n'y a également pas de métal d'apport, ni de dégagement de fumée ou de gaz lors de l'assemblage. De plus, il possède des caractéristiques mécaniques très élevées :

- il permet d'améliorer la robustesse du processus et la durée de vie des pièces soudées,
- les joints soudés par FSW se caractérisent par une grande résistance[23],
- les contraintes résiduelles au niveau de pièces soudées sont faibles,

- la ligne soudée reste chimiquement homogène ce qui diminue la corrosion.

De plus, l'équipement utilisé pour ce procédé est simple, ce qui nécessite peu de qualification et peu de maintenance pour assurer son fonctionnement. Le procédé est propre, peut être facilement automatisé, moins dangereux que d'autres procédés de soudage, et ne nécessite pas une préparation complexe avant le soudage. L'absence de fusion du matériau de base apporte des avantages métallurgiques et mécaniques en comparaison avec le soudage conventionnel : le risque de craquage de solidification, qui est généralement un problème rencontré lors du soudage habituel de certains alliages d'aluminium, est totalement évité. Un autre avantage peut aussi être cité : une faible distorsion liée à un faible échauffement pendant le procédé de soudage. Grâce à tous ces avantages, FSW possède un potentiel industriel très important. Cette technique d'assemblage a trouvé des applications dans une grande variété d'industries, notamment l'automobile, les transports et surtout l'aérospatiale.

3.1.4 Les inconvénients de FSW

Les soudures possibles en utilisant ce procédé restent aujourd'hui limitées à des types de soudage simples : une pièce sur une autre, bord à bord ou soudage en T. D'autre part, les vitesses de soudage par ce procédé sont très faibles. En outre, une des limitations du procédé FSW est le comportement mécanique de l'outil utilisé lors du soudage. En effet, pendant le soudage par FSW, l'outil permet non seulement de chauffer localement le matériau des pièces aux températures d'assemblage, mais aussi d'appliquer une action mécanique du forgeage. Pour cette raison, sa matière doit être capable de supporter, sans déformation ou usure excessive, à la fois les hautes températures ainsi que les fortes charges de forgeage. Par conséquence, la majorité des applications industrielles utilisant le soudage FSW est limité au soudage des matériaux à faible température d'assemblage. Parmi ceux-ci, le matériau le plus soudé en utilisant cette technologie est l'aluminium. Presque toutes les gammes d'alliages d'aluminium ont été soudées avec succès en obtenant des joints à haute qualité, par exemple 1xxx, 7xxx, Al-Li, etc. Bien évidemment, puisque chaque type d'aluminium est métallurgiquement distinct, ces différents alliages présentent différentes caractéristiques d'assemblage et de forgeage. Ainsi, le traitement pour chaque type peut varier. Cependant, des assemblages à haute intégrité ont été obtenus dans toutes les classes. Au vu de ces résultats, FSW a connu un succès dans les secteurs d'application travaillant avec ce métal, contrairement aux autres types de matériaux. Par

conséquent, plusieurs recherches ont été réalisées sur la qualité des matériaux et la géométrie de l'outil utilisé pour le soudage, afin de résoudre ces problèmes et améliorer la qualité de soudage pour d'autres types de matériaux.

3.2 Les étapes de FSW

Il y a trois étapes principales, pour souder par FSW :

3.2.1 Phase de plongée

Dans une première phase, l'outil est soumis au contact des deux pièces à assembler. Sa rotation entraine un échauffement local, ce qui provoque un ramollissement de la matière et permet la pénétration dans le joint.

3.2.2 Phase de soudage

A la fin de la phase de plongée et lors du déplacement, l'outil est soumis à l'action d'un effort d'appui très élevé, qui peut aller jusqu'à 10 kN Suite au frottement généré par la rotation et l'application de cette force, le matériau passe à un état pâteux qui facilite l'avancement de l'outil.

3.2.3 Phase de retrait

A la fin du soudage, l'outil remonte verticalement : c'est la phase de retrait. FSW peut laisser ou non un trou à l'extrémité du joint, selon la technologie de l'outil utilisé, c'est pourquoi il faut tenir compte de cette contrainte dès la phase de conception des pièces.

3.3 Les paramètres de FSW

Le soudage FSW est une technique complexe qui est liée à des phénomènes mécaniques, métallurgiques et thermiques ainsi que leur couplage lors de l'assemblage. Par conséquence, la prévision de la qualité et des performances de la soudure devient difficile. Ces phénomènes dépendent de différents paramètres qui sont classés en trois types, comme dans la figure 3.4 : les paramètres de procédé, des pièces à souder et de l'outil.

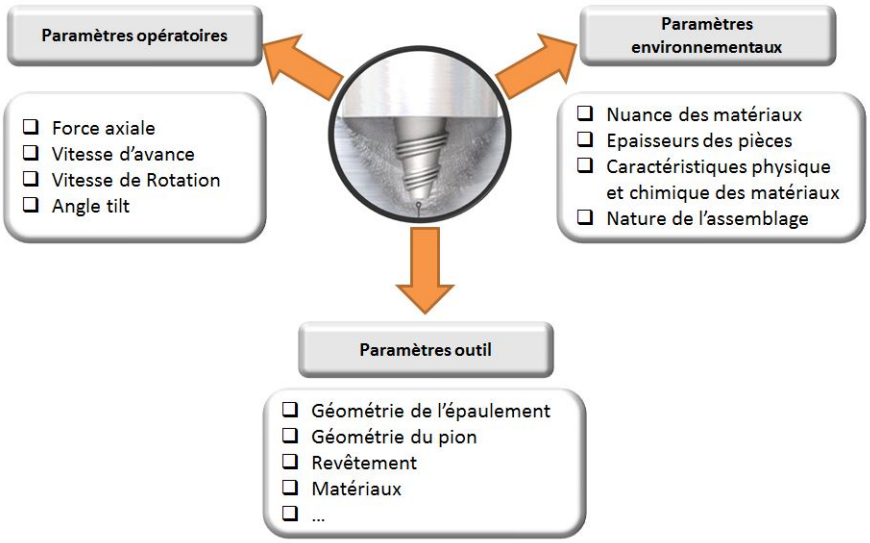


FIGURE 3.4 – Les paramètres du procédé FSW

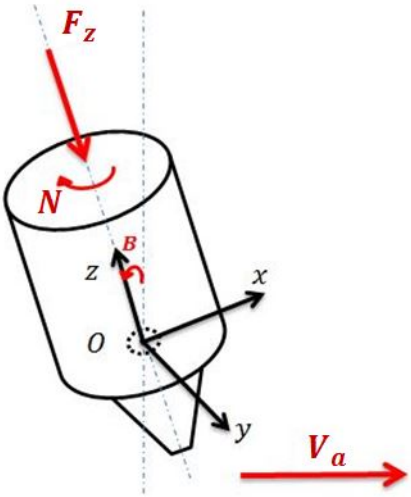


FIGURE 3.5 – Les paramètres du procédé FSW

3.3.1 Les paramètres opératoires

Le procédé FSW est défini principalement par quatre paramètres : la force axiale F_z, la vitesse d'avancement V_a, la vitesse de rotation N et l'angle

d'inclinaison B, comme illustré sur la figure 3.5 :

- La force axiale F_z. Elle est appliquée perpendiculairement au plan de travail, et est nécessaire pour maintenir le contact entre l'outil et les pièces à souder. De plus, elle adoucit le matériau pour faciliter la pénétration du pion. Elle est l'un des principaux paramètres du procédé car elle affecte le frottement entre l'outil et la surface à souder.

- Lors du soudage par FSW, le malaxage du matériau résulte d'une combinaison de deux mouvements : la rotation et l'avancement de l'outil. Ces mouvements sont représentés par deux paramètres cinématiques, la vitesse de rotation N et la vitesse d'avancement V_a qu'on appelle également vitesse de soudage. Donc, N et V_a décrivent respectivement à quelle vitesse l'outil tourne et avance le long du joint. Ces deux vitesses ont une importance considérable, car elles représentent les paramètres les plus pertinents de l'opération de soudage par FSW notamment d'un point de vue technologique. Les machines utilisées pour effectuer le soudage, que ce soit des machines spécifiques ou des robots, nécessitent l'identification de ces deux paramètres et, par conséquent, ces vitesses doivent être correctement configurées pour obtenir un cycle de soudage réussi. Il existe une relation entre la chaleur, la vitesse de rotation et la vitesse d'avance pendant le soudage.
  L'évolution de ses deux vitesses est représentée dans la figure 3.6 qui décrit quatre phases :

  - La phase d'accélération : cette phase est importante, elle permet d'atteindre la consigne de N nécessaire pour une telle opération FSW. Cette période se termine après une courte période de rotation à vitesse constante, après l'atteinte de la consigne de rotation, afin de maintenir la vitesse lors du soudage.
  - La phase de plongée : elle est composée elle-même de deux phases. Une première phase de pénétration, dans laquelle l'outil en rotation est poussé vers le bas avec une vitesse de pénétration V_p définie. La deuxième représente une période de préchauffage du métal de base, la rotation constante de l'outil dans le joint à souder permettant de porter le flux de matière adoucie autour du pion pour lancer la soudure dans un état compatible.
  - La phase de soudage : durant cette phase, l'outil en rotation avance lentement, à vitesse constante V_a, le long de la ligne de joint. Généralement, la vitesse de rotation reste la même que celle définie

pendant la pénétration du pion, mais dans certains cas, cette vitesse peut être différente.

  - La phase de retrait : durant cette phase, l'outil en rotation doit être retiré verticalement du cordon après l'arrêt de son mouvement d'avance $V_a = 0$. Par la suite, la rotation de l'outil doit être arrêtée $N = 0$.

- L'angle d'inclinaison ou de tilt B. C'est l'angle d'inclination de l'outil autour de l'axe Oy. Il est généralement entre 1,5 et 3,5 degrés. Suite à cette inclinaison, l'avant de l'outil est plus haut que l'arrière, ce qui aide à mettre en forme le matériel, voir [9].

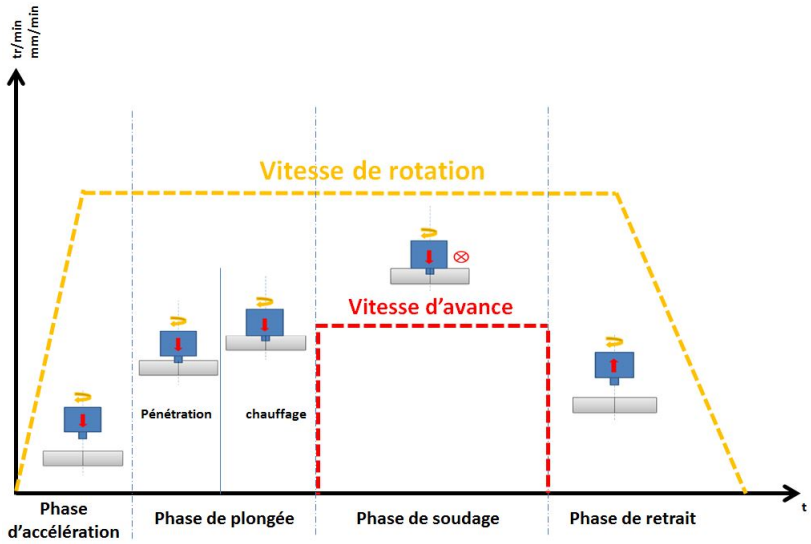


FIGURE 3.6 – L'évaluation de la vitesse d'avancement et la vitesse de rotation de l'outil

Pour utiliser ce processus, ces quatre paramètres doivent être définis selon le matériau des pièces à souder, leur épaisseur, la géométrie ainsi que le matériau de l'outil lui-même. Par conséquent, dans les recherches de [26], une méthode qui a été utilisée pour identifier les différents paramètres de soudure en combinant les deux méthodes statiques de Expectation and Maximization (EM) et Taguchi.

3.3.2 Les paramètres outil

Description d'un outil

L'outil utilisé pour le soudage par FSW est constitué d'un épaulement et d'un pion comme illustré sur la figure 3.3.

- **L'épaulement**

  Il se met en contact avec le plan de travail et il permet [62], [66] de :

  - Générer la chaleur par frottement avec la surface à souder,
  - Confiner la matière malaxée autour du pion,
  - Forger la matière.

- **Le pion**

  Il est placé entre les deux pièces à assembler et à faible distance de l'enclume, et permet de :

  - Plastifier localement la matière par la rotation,
  - Malaxer la matière par la rotation et l'avance le long de la ligne de joint en formant un cordon [35],
  - Extruder la matière.

jusqu'à aujourd'hui une grande quantité de géométries d'outils ont été développées et plusieurs caractéristiques ont été ajoutées. L'épaulement peut avoir différentes formes : plat et concave. Il en est de même pour le pion qui peut être circulaire, triangulaire et qui peut aussi avoir une forme ovale ou la forme d'un tronc de cône [63].

L'outil est l'acteur principal pour réaliser une opération de FSW. Il assure la friction, le malaxage et le forgeage de la matière. Sa géométrie et sa forme ont une influence directe et importante sur la qualité des joints soudés. En effet, l'épaulement de l'outil influe sur la température résultante par frottement. Alors que, la géométrie de pion influe directement sur l'écoulement plastique, la génération de la chaleur ainsi que le malaxage de la matière.

jusqu'à aujourd'hui, plusieurs recherches ont été faites pour améliorer la géométrie et le matériau des outils utilisés pour avoir des soudures de très haute qualité. Différentes conceptions d'outils ont été brevetées et développées par TWI, comme l'outil Triflute TM et MX comportant des nervures hélicoïdales formant des reliefs pour augmenter le phénomène de malaxage du matériau dans le but de donner un meilleur écoulement du métal.

ZHAO a étudié l'écoulement de matière pour souder des alliages d'aluminium 2014 par FSW en utilisant différentes configurations d'outil. En effet, quatre pions ont été conçus [114]. Dans leurs études expérimentales, le résultat obtenu montre l'effet significatif de la conception et la géométrie de pion sur le cordon. En utilisant un pion fileté, la résistance à la traction du cordon peut atteindre généralement 75% de celle de la matière de base, vu l'absence des vides. Elangovan et Balasubramanian ont utilisé différentes formes de pion (conique, triangulaire, cylindrique, cylindrique filetée et carrée) pour souder des alliages d'aluminium AA2219 [31]. Dans leurs travaux, ils ont observé que le profil de pion et sa géométrie influent sur la qualité du cordon. En utilisant le profil carré, l'analyse macrostructurale du cordon montre l'absence de défauts de soudage dans le noyau, ce qui souligne l'importance de la géométrie de l'outil. Ces mêmes chercheurs ont constaté que la dimension de l'épaulement jouait un rôle très important sur la structure des joints. Ils ont montré que les défauts de soudage étaient présents si le rapport de diamètre épaulement/pion (R) est égale à 2.5 et 3.5 dans le cas du soudage des alliages AA6061 [32]. Les meilleures qualités mécaniques du cordon pour ce type d'alliage sont obtenues pour R égale à 3.

Avec un diamètre d'épaulement supérieurs à 18 mm, ces chercheurs ont remarqué que les zones ZAT et ZAMT deviennent plus larges de part et d'autre de la ligne de joint ce qui réduit, bien évidemment, les qualités mécaniques du cordon (résistance à la rupture). De même un diamètre trop petit provoque des défauts dans le noyau dû aux faibles frottements, donc un manque d'apport de chaleur.

Finalement, le choix d'un outil tel que le profil de l'épaulement et du pion, dépend généralement de plusieurs paramètres tels que la nuance et l'épaisseur des pièces à assembler, le type de soudage demandé ainsi que sa rentabilité.

Les technologies d'outils existants

Les outils existants

Les outils pour FSW sont classés en 3 catégories :

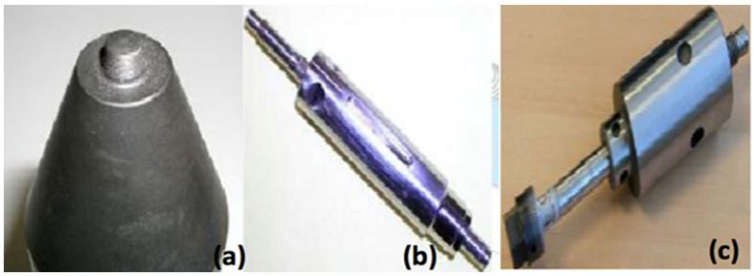


FIGURE 3.7 – Les technologies d'outils existants

- **Outil conventionnel** : dans ce type d'outil, le pion est solidaire à l'épaulement, ils sont attachés l'un à l'autre, figure 3.7, a.
- **Outil à pion rétractable** : comme le montre la figure 3.7, b, le pion de cet outil est caractérisé par une longueur variable [106].
- **Outil à deux épaulements et un pion ajustable verticalement** : dans ce type d'outil, il y a deux épaulements reliés entre eux par un pion calibré par rapport à l'épaisseur de la pièce, figure 3.7, c. Les deux épaulements pressent et frottent d'une façon symétrique de part et d'autre de la pièce à souder. Ce phénomène permet de chauffer localement la pièce et contenir la matière plastifiée autour du pion [6].

Particularité de ses technologies

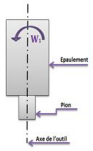
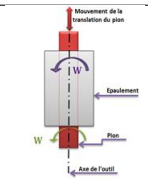
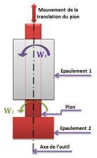
Outil conventionnel	Outil à pion rétractable	Outil à deux épaulements et un pion ajustable
		
1 pion solidaire de l'épaulement 1 épaulement 1 axe outil	1 pion ajustable 1 épaulement 2 axes outils	1 pion ajustable 2 épaulements 2 axes outils
–> C'est l'outil le plus utilisé –> Nécessite juste l'accès à la surface supérieure –> Nécessite une enclume à l'envers	–> Soudage des pièces avec épaisseurs variables –> Nécessite juste l'accès à la surface supérieure –>Pas de trou à l'extrémité : car avec cet outil, le pion rentre progressivement dans l'épaulement supérieur à la fin du soudage –>Contrôle du pion et de l'épaulement de manière distincte	–> Pas d'enclume –>Limite les efforts créés par la machine utilisée pour effectuer FSW –> Nécessite l'accès aux deux surfaces des pièces à souder –>Contrôle du pion et de l'épaulement de manière distincte

TABLE 3.1 – Les technologies d'outils existants

Donc pour conclure, la géométrie de l'outil joue un rôle très important dans la circulation de flux de matière lors du soudage ainsi que les efforts axiaux agissant sur l'outil. D'après de Backer, il faut plus de force axiale pour FSW avec un pion fileté qu'avec un pion lisse [23].

3.4 Le système à deux épaulements

La problématique reste la suivante : comment peut-on diminuer l'erreur de déviation de l'outil en diminuant les couples créés par un robot industriel ?

Selon l'application de soudage demandée, il existe différentes configurations de joint possibles. Le tableau ci-dessous présente ces configurations.

	Soudage bout à bout
	Soudage bout à bout en superposant plusieurs plaques
	Soudage en T
	Soudage par recouvrement
	Soudage par recouvrement multicouches
	Soudage en angle

TABLE 3.2 – Les configurations de joint à souder

Il existe un système à deux épaulements qui sont reliés entre eux par un pion, c'est un outil qui a été décrit précédemment dans ce manuscrit (3.6.2) Il permet de résoudre le problème de flexibilité vu que, à épaisseur identique, les efforts de soudage générés par le robot sont très faibles [58]. Ainsi, il assure un soudage avec précision et de haute qualité. Ce type d'outil existe

dans le Laboratoire LCFC. Par contre, pour l'utiliser, il faut que l'accès à la surface inférieure des pièces à souder soit possible, de plus l'application nécessite une pénétration totale du pion. Cet outil est utilisable juste pour certaines configurations.

3.4.1 Les paramètres environnementaux

Le soudage FSW impose plusieurs contraintes, tel qu'il nécessite :

- Un bridage fort des alliages à souder afin d'éviter tout mouvement sous l'action des forces générées lors du soudage.
- L'accessibilité au plan de soudage part l'outil pour assurer le contact de l'épaulement avec la surface des alliages à souder.
- Dans certaines applications industrielles, il est nécessaire de placer des enclumes à l'envers des alliages pour contenir la matière et récupérer les efforts appliqués.

Ces contraintes limitent les types de joint possibles.

3.5 Les efforts en soudage FSW

L'étude des efforts au cours de l'opération présente un grand intérêt. Elle permet d'évaluer ces efforts lors du soudage pour assurer une meilleure interaction mécanique entre la matière des pièces à souder et l'outil.

Le repère $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ est un repère fixe qui est associé généralement au bâti de la machine utilise. Le deuxième repère du procédé est le repère mobile R_t, R_t est lié à l'outil, il permet de définir la position et l'orientation de l'outil dans le repère fixe R_0. Le point O_T représente l'origine du repère $R_t(O_t, X_t, Y_t, Z_t)$. Si la trajectoire est non linaire, il faut définir un repère sur la ligne à souder pour définir l'orientation et la position du repèreR_t par rapport à la ligne à souder. Pour assurer l'opération du soudage, des couples et des efforts doivent être imposés par l'outil sur les pièces. Cette opération est généralement caractérisée par l'action de plongée et de soudage. L'action mécanique Outil/matière pour ces deux actions est représentée par une force axiale F_z, une force d'avance F_x, une force transverse F_y et le couple C_z. Les paramètres de conduite influent de façon significative sur l'amplitude de ces efforts. Une diminution de la fréquence de rotation est associée à une augmentation du couple. Ainsi une diminution des forces F_x et F_y mais le couple

ne subit aucune variation notable.

3.5.1 L'évolution de la force axiale au cours du procédé FSW

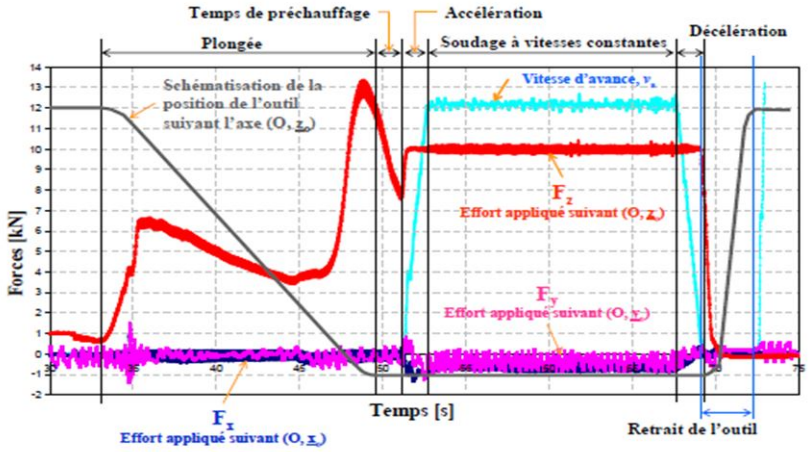


FIGURE 3.8 – L'évolution des efforts au cours de FSW [115]

La figue 3.8 décrit l'évolution des efforts F_x, F_y et F_z au cours du procédé FSW.

Dans cette exemple d'application, deux pièces en aluminium ont été soudé. Le joint à souder est de 6 mm de profondeur, et pendant la phase de soudage, le procédé nécessite 10 kN, de la force axiale, cette valeur reste constante tout au long du processus de soudage . La force axiale dépend du matériau des pièces à souder ainsi que ses profondeurs, par conséquence, elle pourrait aller plus de $25KN$ pour le cas d'acier.
Par exemple pour souder de l'aluminium d'épaisseur 20 mm, il faut 45 kN. L'effort augmente avec l'épaisseur à souder. Plus l'épaisseur à souder est élevé plus que l'effort est importante. La machine MTS est d'effort maximale égale à 90 kN en F_z.

Dans la littérature, plusieurs chercheurs ont étudié les efforts pendant le soudage par FSW, comme montré ci-dessous.

Les auteurs [10] a mesuré les forces du procédé en utilisant un système d'acquisition de données à haute fréquence. Il a défini les forces agissant sur l'outil ainsi que ses amplitudes et ses directions afin d'analyser le comportement de l'écoulement de la matière pâteuse.

Plusieurs recherches ont été réalisées pour comprendre l'écoulement, le malaxage et la consolidation de la matière pendant le soudage par FSW Les auteurs [10].

Les auteurs [41] ont défini une relation liant les paramètres du procédé, la forme de l'outil et la microstructure. Ils ont réalisé des schémas pour montrer les efforts pendant chaque révolution.

Les auteurs [56] ont analysé les effets des paramètres du procédé et les propriétés des matériaux sur les efforts transverses, en étudiant l'écoulement de la matière par une simulation de dynamique de fluide.

Les auteurs [6] a montré expérimentalement la modification appliquée sur les efforts du procédé en modifiant l'emplacement de fixation, la direction de soudage ainsi que les paramètres du procédé (la vitesse d'avance et la vitesse de rotation).

Les auteurs [40] ont étudié les effets des efforts afin d'analyser l'empreinte de la géométrie du pion sur les paramètres opératoires du procédé FSW, ainsi que la résistance de la soudure à la traction. Ainsi, ils ont optimisé la conception d'outil afin d'avoir une pièce soudée avec 97% de résistance en traction par rapport au matériau de base. Cet essai a été fait sur des alliages 5083-H321.

Les auteurs [10] a utilisé un capteur $JR3$ attaché à la tête de l'outil pour mesurer les efforts appliqués pendant le soudage. C'est un capteur de force multiaxes qui consiste à mesurer les forces sur les trois axes orthogonaux. Il est de charge nominale égale à 12 kN selon z et 6 kN selon x et y.

3.6 Les défauts confrontés en utilisant le procédé FSW

Malgré les nombreux avantages qui caractérisent le soudage par friction, plusieurs défauts peuvent être rencontrés suite à un assemblage en utilisant

FSW.
On peut observer deux types de défauts. Les défauts liés à la propriété géométrique de l'outillage et de la pièce à usiner et les défauts liés au flux de matière.

3.6.1 Défauts géométriques

Pénétration incomplète

Pas de consolidation intégrale sur le côté bas du cordon [19]. Ce défaut apparait suite à une pénétration faible de l'outil dans le plan de joint par rapport à la profondeur programmée et ceci s'explique par soit :

- la longueur de pion utilisée qui est inadaptée à l'épaisseur du pion
- un mauvais positionnement vertical de l'outil (défaut de commande).
- Paramètres opératoires non optimaux.

Déviation de l'outil vis-à-vis à la trajectoire programmée

Ceci est causé par un mauvais alignement de l'outil sur le joint à souder. Un grand décalage permet de faire apparaitre le défaut de pénétration incomplète. L'objet de ce thèse est la résolution de ce type de problème en utilisant des robots industriels.

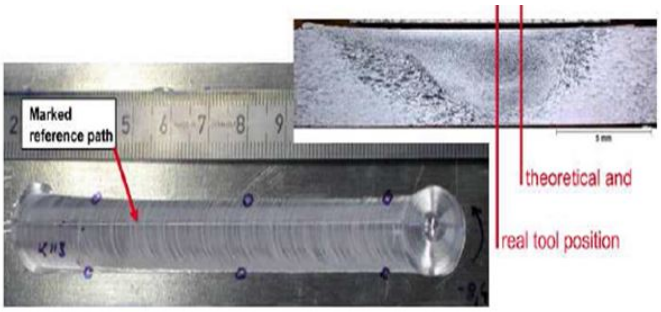


FIGURE 3.9 – Déviation de l'outil de sa trajectoire désirée [101]

3.6.2 Les défauts liés au flux de matière et le choix incorrect des paramètres de soudage

Cavité

Ce type de défaut apparait suite à une mauvaise combinaison des paramètres N, F_z, Va. Pour une combinaison de vitesse de soudage très élevée et une vitesse de rotation faible, ce qui amène l'outil à avancer très vite (soudage à froid). Ce comportement provoque le refroidissement du matériau lors de soudage, ce qui augmente sa résistance.

Effondrement du noyau

Ce défaut apparait lorsque l'outil tourne trop vite avec une vitesse d'avance faible (Soudage à chaud). Ceci engendre la création de deux noyaux ou de trous de ver dans la matière. Donc le rapport entre la vitesse de rotation et la vitesse d'avance de la broche est un élément très important à régler pour la qualité de l'assemblage [26].

Bavures excessives

Elles apparaissent suite à l'expulsion de la matière malaxée sur les bords du joint soudé [12].

Ce défaut apparait quand :

- L'épaisseur à souder est très profonde
- Les efforts axiaux sont très élevés
- Il existe un mauvais positionnement vertical de l'outil

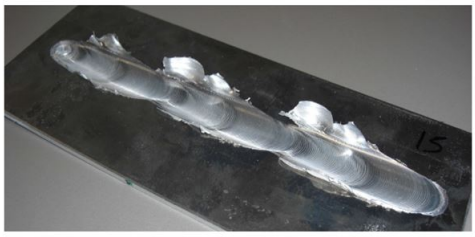


FIGURE 3.10 – Bavures excessives [12]

Selon les défauts présentés dans ce paragraphe, on constate que la plupart des défauts confrontés lors de la soudure sont généralement dus à une mauvaise valeur de la force axiale et à un mauvais positionnement de l'outil. Pour ces raisons, il est important d'utiliser une machine de soudage qui est capable de créer les efforts nécessaires pendant le procédé FSW et d'assurer un suivi correct le long de la trajectoire désirée.

3.7 Les moyens industriels pour la réalisation de FSW

Dans l'industrie, il existe 4 types de machines, les plus souvent utilisées pour réaliser le soudage FSW.
La figure suivante présente les avantages et les inconvénients de ces machines.

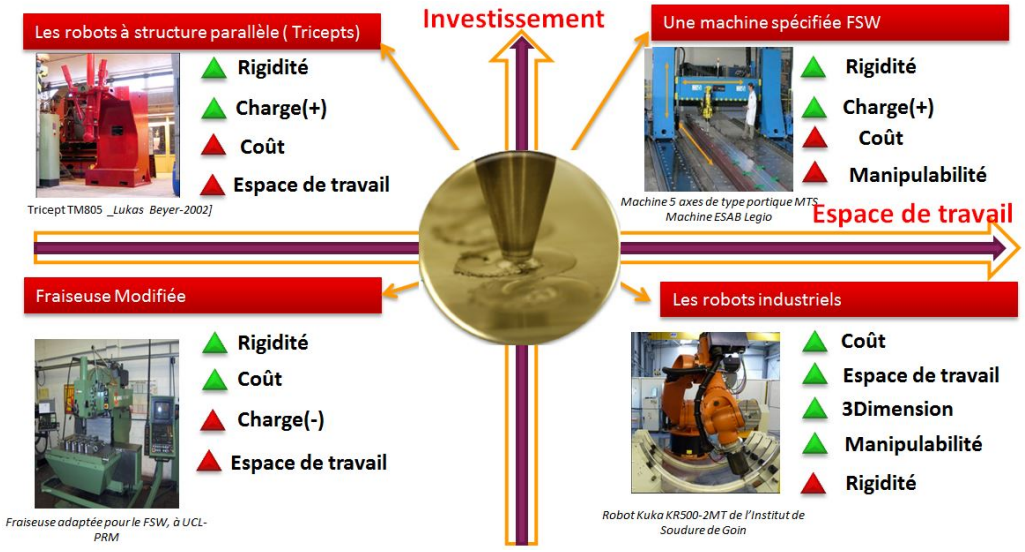


FIGURE 3.11 – Les machines les plus utilisées pour la réalisation du FSW

Pour effectuer le soudage FSW, Zimmer a décrit dans sa thèse la démarche à suivre pour la qualification d'un moyen de fabrication FSW [115].

Quelle que soit la machines FSW utilisée, à partir du moment où les paramètres opératoires et le système de brigade est correctement mis en place on a les même soudures. La machine dédiée, nécessaire lorsque les efforts sont trop importants, si les épaisseurs sont supérieurs à 7 mm, l'effort demandée

est trop important pour une fraiseuse ou un robot.

Quelles que soient les contraintes, pour réussir une application de soudage par FSW, il faut que la machine choisie réponde évidemment à ces deux points :

- Soit capable d'amener l'outil à suivre correctement la trajectoire désiré. En effet, avant de commencer une application il faut vérifier d'abord l'espace de travail de la machine.
- Soit capable d'appliquer sur l'outil les actions mécaniques demandées en chaque point du joint à souder afin d'assurer la soudure avec une excellente qualité.

3.7.1 Fraiseuse modifiée

FIGURE 3.12 – Fraiseuse adaptée pour le FSW, à UCL-PRM

La première application du soudage par FSW a été réalisée par Wayne Thomas avec un outil tournant sur une machine de fraisage modifiée. Ponte a précisé dans ses travaux de recherches que le matériel utilisé pour le FSW présente les caractéristiques générales d'une fraiseuse [72]. Cette machine peut être adaptée pour souder par FSW, vu qu'elle a une bonne rigidité [30], un faible niveau de vibrations ainsi que la capacité de fournir des vitesses de rotation et de déplacements constants [72].

Des nombreux essais pour souder par FSW ont été commencé avec des fraiseuses. La fraiseuse n'est pas conçue pour résister aux charges axiales et radiales élevées demandées en FSW, comme elle n'offre pas de surveillance de charge ou de contrôle en effort.

3.7.2 La machine spécifiée FSW

Cette machine a été développée spécialement pour le soudage par FSW. Elle est très rigide, son architecture a été conçue pour supporter des efforts énormes. Elle a la capacité d'appliquer des forces axiales de l'ordre de 90 kN. Ceci lui permet de souder avec une excellente précision et ainsi d'obtenir un soudage de haute qualité. Elle permet de souder en 3 D dans un espace de travail vaste. Cependant, ce type d'équipement nécessite des investissements très élevés, peut être un obstacle important pour son utilisation industrielle.

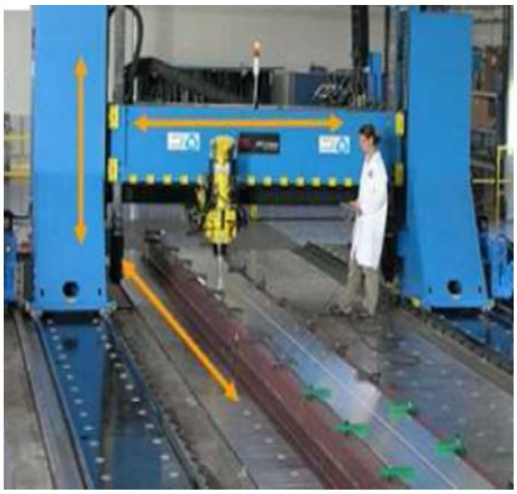


FIGURE 3.13 – Machine 5 axes de type portique MTS Machine

3.7.3 Les robots à structure parallèle (Tricept)

Une machine parallèle est une structure mécanique composée de plusieurs chaînes qui agissent en parallèle, en coopération plutôt que l'une sur l'autre, comme dans le cas des manipulateurs série ou des robots articulés. Le Tricept est une machine d'usinage utilisée pour des applications de fraisage à grande vitesse. Ce module se compose de 5 degrés de liberté avec une répétabilité de

10 micromètres. Tricept T805 est contrôlée avec un contrôleur Siemens 840D [110]. Il a été utilisé pour des applications FSW dans le centre de recherche GKSS-Forschungszentrum en Allemagne [111]. Cette machine est capable de créer des forces axiales très grandes, jusqu'à 45 kN. Le Tricept P9000 PKM est spécifié pour produire un effort d'actionnement continu de 20 kN avec des pics de force qui peuvent aller jusqu'à 40 kN [23].

FIGURE 3.14 – Tricept TR805 utilisé en FSW [111]

Les avantages de Tricept sont la grande précision (de l'ordre de 50 um [99]), la rigidité et la vitesse, avec une grande capacité de transport de charge. Le Tricept est un bon moyen pour la réalisation des soudages par FSW dans les applications des trajectoires linaires car il possède une grande capacité à pousser seulement dans une direction, généralement la direction verticale. Par conséquent, son volume de travail et sa manipulabilité sont très limité en le comparant avec un robot sériel. De plus, le tricept nécessite des investissements très élevés. Pour améliorer la capacité de poussée dans les directions latéraux d'un tricept, Palpacelli a proposé de la relier à un simple dispositif à câble dont la plate-forme mobile était rigidement attachée à l'effecteur terminal du robot [68].

3.7.4 Les robots industriels

Les manipulateurs sont des machines utilisées principalement pour l'automatisation industrielle, de plus ce type de machine reste la meilleure solution

en termes de coût, espace de travail, soudage en 3 dimensions et manipulabilité. Sauf que suite aux efforts très importants exigés pour réaliser le soudage FSW, la rigidité de l'ensemble devient handicapante.

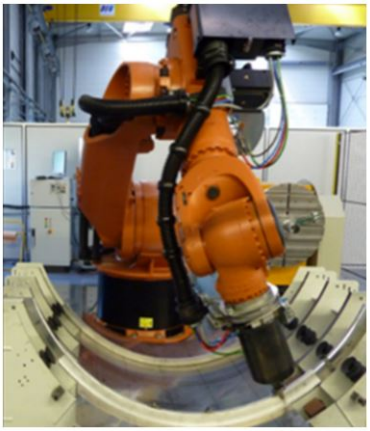


FIGURE 3.15 – Robot Kuka KR500-2MT de l'Institut de Soudure de Goin

En utilisant cette machine, c'est important d'abord, de calculer les positions angulaires du robot afin de vérifier si la trajectoire du joint à souder pour une telle application, peut être suivie. Ensuite, il faut calculer les actions mécaniques nécessaires à cette application ainsi que les actions mécaniques qui peuvent être fourni par chaque actionneur du robot pour comparer et vérifier si le robot utilisé est capable de fournir les couples et les efforts exigés par cette application. C'est pour cette raison, les robots industriels utilisés pour effectuer le soudage par FSW sont généralement des robots lourds et de forte capacité. Cependant, le domaine d'application d'un robot industriel est généralement limité par le couple maximum admissible de chacune de ces articulations.

Voellner [100], dans ses recherches, a utilisé 3 types de machines pour réaliser une opération FSW sur une trajectoire linaire de longueur 270 mm et de faible épaisseur :

- Une machine spécifiée FSW
- Une fraiseuse modifiée
- Un manipulateur

Il a conclu à la fin de cette expérience que quelle que soit la machine utilisée, les soudures sont de même qualité pour un trajet simple et de faible épaisseur [100]. Donc un manipulateur est capable de réaliser un soudage FSW si on trouve une solution pour résoudre le problème de sa flexibilité.

3.7.5 La machine FSW de la Société suédoise de combustible

La Société suédoise de gestion du combustible nucléaire (SKB) à Oskarshamn, en Suède a été occupée par la gestion des déchets radioactifs et nucléaires de la Suède. Beaucoup d'efforts et des recherches ont été fait afin de trouver une solution pour se débarrasser des déchets et des moyens fiables de sceller et d'encapsuler des cartouches en cuivre du combustible nucléaire qui doivent rester intactes pendant quelque 100 000 ans. Les cuves en cuivre pour les déchets nucléaires sont cylindriques d'un diamètre extérieur de 1,05 m entouré par une barrière de corrosion de 5 cm d'épaisseur. La cartouche doit être scellée par une méthode d'assemblage assurant une qualité extrêmement élevée. Le procédé de soudage FSW a été soigneusement étudié et évalué. Par conséquence, SKB a commandé une machine spéciale ESAB SuperStir. Ces outils ont été spécialement conçus pour réaliser cette application, tel que l'épaulement est à base de tungstène alors que le pion est à base de nickel. Depuis plusieurs années cette machine est utilisée dans le laboratoire SKB.

FIGURE 3.16 – La machine FSW de la Société suédoise de combustible et de gestion des déchets nucléaires (SKB)

La robotisation du FSW

Les robots industriels sont très utilisés dans l'industrie pour les procédés conventionnelles de soudage. Cependant la capacité à appliquer un effort important limite souvent leur utilisation pour les opérations de forte charge comme le procédé FSW, car ils produisent des erreurs de déformation au cours du processus. En effet, au dela de 10, 12 kN les moteurs du robot vont se mettre en "over-courent". Ce phénomène entraine une déviation de l'outil de sa trajectoire désiré. En effet, la qualité de soudage se détériore avec la flexibilité du robot.

Le FSW a été étudié et développé par plusieurs groupes de recherche, dans le monde entier. Cependant, seulement quelques-uns qui ont mis l'accent sur l'industrialisation de ce procédé en utilisant des robots industriels. Les groupes de recherche les plus connus qui travaillent sur la robotisation de FSW sont l'Institut de soudure à Goin et l'Institut Maupertuis en France, Riftec, ESAB en Suède, IWB et KUKA en Allemagne, le Cewac en Belgique, HZG, Friction Stir Link aux USA.

La première application de la robotisation du FSW a été présentée au public en 2000, à Göteborg, en Suède. Smith a lancé un projet pour vérifier la capacité d'un robot industriel à réaliser le procédé FSW en se basant sur l'hypothèse qu'un robot industriel serait une solution privilégiée pour réaliser ce procédé en particulier leur faible coût et leur capacité à suivre des trajectoires complexes et des chemins tridimensionnels. Un équipement FSW contenant un moteur électrique de 220 W a été intégré sur l'organe terminal d'un robot ABB. Ils ont constaté que des soudures pouvaient être faites. C'est la pour laquelle ils ont mis en œuvre des stratégies de contrôle pour améliorer les résultats. Des soudures tridimensionnelles 2 mm/2 mm ont été effectuées à des vitesses d'avance comprises entre 1 et 2 m/min [84]. Un robot à structure cinématique parallèle Neos a été également utilisé par un autre groupe de recherche pour réaliser le FSW, en 2001 [103].

Les travaux d'EADS "European Aeronautic Defence and Space company", en collaboration avec l'institut allemand IWB "Institut für Werkzeugmaschinen und Betriebswissenschaften" et la société KuKa [102] concernent ce type de robot par l'augmentation de sa charge utile. Ils ont montré par la suite la faisabilité du soudage par friction en utilisant un robot sériel modifié, voir figure 3.18.

Ce groupe de travail a modifié le modèle standard KuKa KR500 en augmentant les couples maximaux des réducteurs montés sur les trois premières

FIGURE 3.17 – Le système robotique développé par Smith pour le FSW [84]

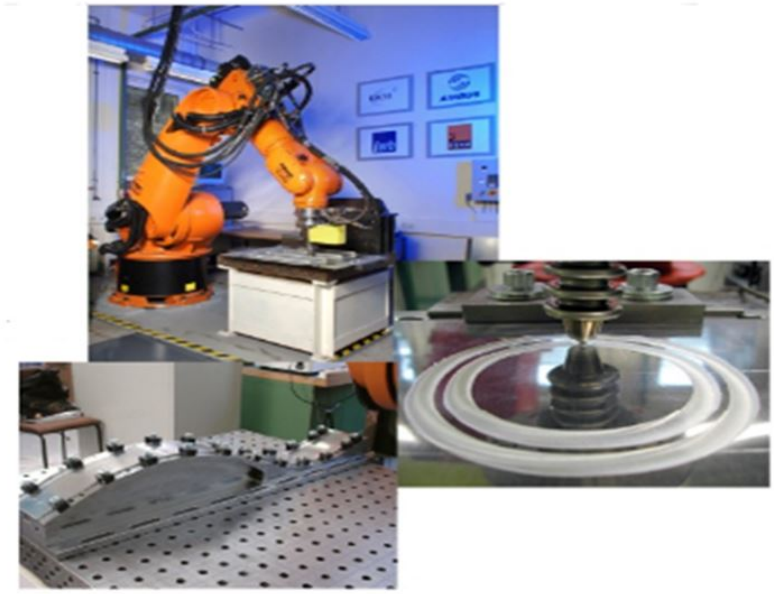


FIGURE 3.18 – Robot KuKa KR 500 modifié [EADS Laboratory]

articulations. Cette augmentation est à peu près d'un facteur de 2 pour les trois premiers axes. La différence entre les deux versions du robot porte sur les charges utiles qui sont de 500 kg pour le robot standard contre 900 kg pour le robot modifié. Ces modifications permettent au robot de développer jusqu'à 12 kN d'efforts. Le robot modifié a aussi été utilisé pour faire des soudages sur une trajectoire en trois dimensions, en optimisant les erreurs

provoquées principalement au niveau des articulations. La stratégie d'IWB a été basée sur une approche d'essais/erreurs pour corriger les déviations. Cette approche est longue et nécessite beaucoup de ressources. De plus, il faut développer une méthode analytique pour estimer les déviations de l'outil.
Par la suite, Kuka a également produit une version KR500 MT (Milling Tool) qui est utilisé souvent pour faire le soudage FSW.

Un robot industriel Rosio, a été installé au Centre de technologie de production de Trollhättan en Suède pour appliquer cette technologie de soudage. Ce système robotique assure l'assemblage des structures complexes, en Aluminium. En effet, sa capacité d'effectuer des soudures dans un espace de travail tridimensionnel augmente évidement les possibilités d'utilisation, même pour les applications difficiles de FSW [86]. Le système se compose d'un robot ABB IRB 7600, qui est capable de porter une charge utile de 500 kg. Le robot d'origine a été modifié pour s'adapter au procédé FSW, tel qu'un équipement de soudage a été intégré dans sa structure mécanique. Le dernier axe du robot fournit la même rotation que la broche de soudage, cet axe est donc redondant. Par conséquent, l'engrenage et le moteur de l'articulation 6 ont été retirés et remplacé par l'outil de FSW. Un engrenage angulaire est intégré à l'endroit où le moteur de la liaison 6 était branché. De plus, le moteur de l'outil a été également installé sur le côté du robot. Ce moteur est un servomoteur compact CA, de type Mavilor MSA-45. Il est capable de fournir un couple de 30 Nm et une vitesse allant jusqu'à 4 500 tr/min, ce qui assure à la fois une soudure des profondeurs qui peuvent aller jusqu'à 7 mm (couple élevé) et une vitesse de rotation élevée. L'espace de travail accessible par l'outil monté sur le robot s'étend sur plus de 2,5 m.

Une sorte de contrôle embarqué de force, basé sur le système de contrôle IRC5 de la gamme ABB a été établie. Il consiste à contrôlée l'effort axiale de l'outil, en se basant sur des mesures de force déterminé par un capteur ATI Omega 190. Ce capteur est capable de mesurer des forces dans la direction axiale de 18 kN et 7,2 kN dans la direction plane. Le couple maximal est de 1400 Nm autour de tous les axes du capteur [23]. SAPA fabrique des composants automobiles en utilisant le robot Rosio. Apple utilise des robots industriels FSW pour souder la partie avant et la partie arrière des ordinateurs iMac.

De Backer a montré dans la première partie dans sa thèse que la précision du procédé FSW, en utilisant un robot industriel sériel, dépend des forces de soudage. Pour estimer l'erreur, dans un premier temps il a mesuré

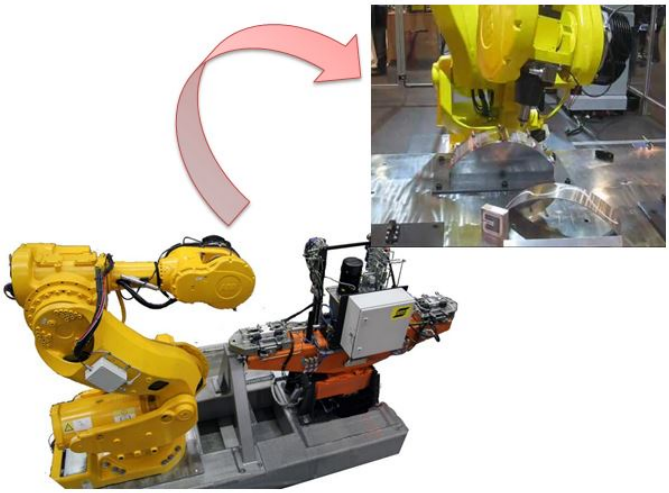


FIGURE 3.19 – Le robot industriel Rosio, ABB IRB 7600

la déviation de trajectoire post-soudée et par la suite, il a utilisé un système de vision et un capteur de distance par laser pour mesurer les écarts. Suite à ses mesures, il a développé un modèle de déviation de robot. Ce modèle permet d'estimer la déviation de l'outil par rapport à la trajectoire désirée. Il est basé sur les forces mesurées et l'emplacement de l'outil. Ce modèle a été développé pour améliorer la précision de soudage, minimiser les déviations et donc réduire les défauts [23]. Dans ses travaux il a installé une caméra sur l'outil du robot. Cependant cette caméra est utile que dans un seul sens. Il est possible de faire tourner la caméra selon le sens du soudage, mais cela nécessite le développement d'une commande.

Chapitre 4

Modélisations et flexibilités des robots industriels

4.1 Introduction

4.1.1 Description

La position de l'organe terminal d'un robot rigide peut être facilement définie à partir des angles moteurs de chaque articulation. Alors que ce n'est pas le cas pour un robot flexible vu qu'il est difficile de définir exactement les positions cartésiennes et l'orientation réelles de l'organe terminal à cause des déformations des bras et des transmissions entre les moteurs et les bras. Ainsi, le positionnement d'un outil monté sur un robot rigide est beaucoup plus facile que celui monté sur un robot flexible. D'où l'importance, dans ce cas, d'une modélisation en tenant compte des déformations articulaires.

Ce chapitre décrit, dans un premier temps la modélisation des robots industriels rigides. Les modèles géométriques directs et inverses, les modèles cinématiques directs et inverses et le modèle dynamique sont présentés et établis. Dans le cadre de l'application du soudage par frottement malaxage, les déformations des robots utilisés ne sont pas négligeables. Un modèle de déformation du robot industriel a été par conséquent développé et intégré à son modèle dynamique.

Généralement, pour les applications industrielles exigeant des efforts très importants, les déformations des composants mécaniques du robot manipulateur sont la source principale de déviation de l'outil de sa trajectoire désirée [59].

Pour les robots industriels de grandes dimensions où son objectif principal est le positionnement précis d'un outillage ou d'une pièce, la rigidité peut conditionner des erreurs de manipulation liées éventuellement aux chargements externes élevés [70].
Les modèles d'un robot industriel flexible ont été largement étudiés dans les ouvrages de [90] et [79]

4.1.2 les types de robots industriels existants

Les robots industriels légers

Il existe deux types de robots industriels tels que les robots industriels légers et les robots industriels à fortes charges. Dans les premiers, la flexibilité au niveau des chaines cinématiques est souvent bien analysée par exemple le bras ASSIST, le Barrett WAM, le KuKa-DLR LWR, etc, figure 4.1. Les applications industrielles utilisant ces robots sont souvent limitées à des opérations simples.

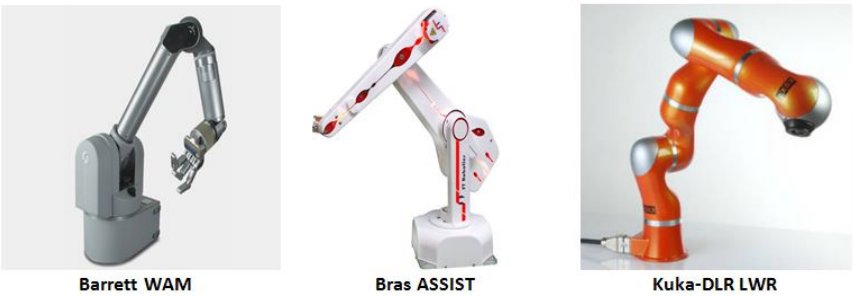


FIGURE 4.1 – Les robots industriels légers

Les robots industriels à fortes charges

Les opérations qui nécessitent des efforts et des couples importants exigent l'utilisation de robots industriels à fortes charges. Ce type de robot est généralement considèré comme rigide ce qui justifie son utilisation pour les procédés complexes comme celui étudié dans ces travaux de recherche.
La figure 4.2 présente quelques exemples de robots industriels à fortes charges très connus dans l'industrie.

Les efforts demandés dans le procédé FSW varient selon le matériau des pièces à souder ainsi que l'épaisseur. Par conséquent, dans plusieurs applica-

tions industrielles les efforts demandés se rapprochent de la capacité limite du robot industriel même en utilisant un robot à forte charge, c'est pourquoi il est très important d'étudier pour ces cas la flexibilité des robots afin d'avoir de bonnes performances du soudage.

FIGURE 4.2 – Les robots industriels à fortes charges

4.2 La modélisation du robot industriel rigide

4.2.1 Introduction

La modélisation d'un robot rigide est aujourd'hui considérée comme une opération facile et bien maitrisée [42] ce qui n'est pas le cas avec les robots flexibles.

Les robots industriels étudiés dans ces travaux sont des robots manipulateurs sériels à 6 axes. En montant l'outil sur le sixième axe, le robot se compose de 7 corps, de 6 liaisons et il possède 6 degrés de liberté.

En robotique, une attitude est définie mathématiquement par un vecteur de translation et une matrice ou un vecteur de rotation.

4.2.2 Notions de base

$R_0(O_0, x_0, y_0, z_0)$: repère orthonormé direct associé au repère fixe.
Dans ces travaux le repère fixe est le repère associé à la base du robot.
$R_j(O_j,\ x_j,\ y_j, z_j)$: repère orthonormé direct associé à l'axe j au point O_j,

$j \in [1, 6]$
O_j : L'origine du repère associé au solide S_j
x_j, y_j, z_j : Les vecteurs unitaires du repère R_j
${}^lP_j(3 \times 1)$: Le vecteur de la position j dans le repère R_l, de coordonnées $({}^lP_{jx}, {}^lP_{jy}, {}^lP_{jz})$
Par simplification de notation P_j : La position du point j dans le repère R_0
${}^lD_j(3 \times 3)$: La matrice de rotation du repère lié à un solide S_j par rapport au repère R_l. On peut définir ${}^lD_j$ par trois angles d'Euler (r_{jA}, r_{jB}, r_{jC})
${}^lT_j$: La matrice de transformation homogène du repère associé au solide S_j dans le repère R_l
$R_t(O_t, x_t, y_t, z_t)$: repère orthonormé direct associé à l'outil

4.2.3 La modélisation géométrique du robot

Description et étude analytique

- **Dessin technique du robot**

  Vue éclatée

  La vue éclatée d'un mécanisme est la représentation de l'ensemble des pièces d'un objet complet, comme s'il était éclaté ainsi de l'intérieur ce qui produit une vue de toutes les pièces de la structure. Une vue éclatée est principalement utilisée pour expliquer et démontrer le montage et la structure d'un mécanisme. La majorité des logiciels CAO permettent d'effectuer des vues éclatées comme dans notre cas nous avons réalisé la vue éclatée du système de soudage sous le logiciel CATIA, figure 4.3.

  Nomenclature du robot

  La nomenclature présentée dans le tableau ci-dessous désigne les différentes pièces contributrices au fonctionnement du système. Chaque pièce du mécanisme est identifiée par un numéro, figure 4.3. Elle permet d'assurer une classification, pour faciliter les échanges et l'organisation des informations.

N	Désignation
1	L'embase S_0
2	La tronc S_1
3	L'épaule S_2
4	Le bras S_3
5	Le corps S_4
6	Le poignet S_5
7	Le corps S_6
8	L'électrobroche et l'outil
9	Le compensateur de la gravité attaché à l'axe 2 du robot
10	Les pièces à souder
11	Une table fixée au sol (porte-pièces)

TABLE 4.1 – La nomenclature du robot industriel Kuka KR500-2MT

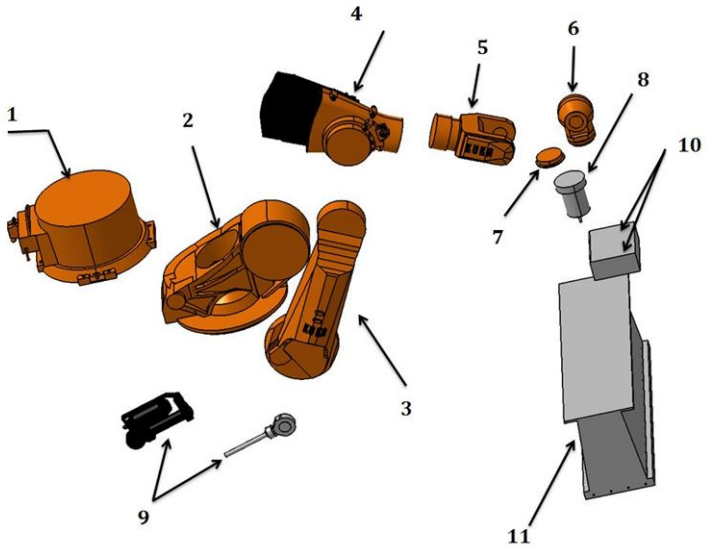


FIGURE 4.3 – La Vue éclatée du robot industriel Kuka KR500-2MT

Les pièces S_i sont reliées entre elles par des liaisons pivots. L'outil est souvent attaché au solide S_6. Les axes de rotation de l'outil et de S_6 sont supposés concourants. Le porte-pièce ou enclume est la composante sur laquelle on place les pièces à souder. Elle doit être installée dans un espace de travail accessible par l'outil. Dans notre cas d'étude,

cette pièce est fixe par rapport au sol.

- **schéma cinématique du robot**

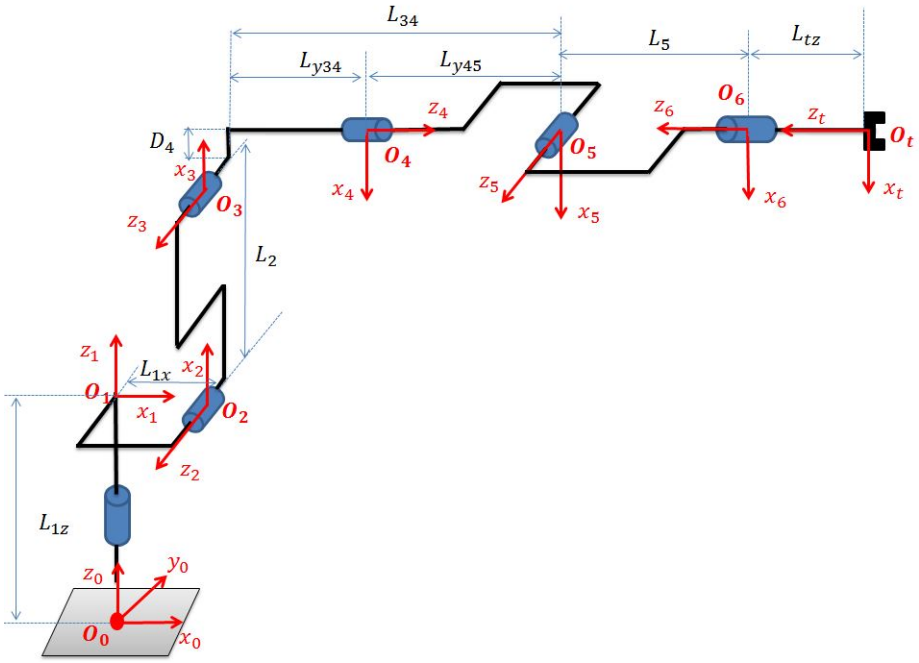


FIGURE 4.4 – Le schéma cinématique du robot industriel Kuka KR500-2MT

- **espace de travail**

La position et l'orientation de l'organe terminal de ce robot sont forcément limitées par ses paramètres géométriques tels que les dimensions des bras ainsi que les débattements angulaires de chaque articulation. Les limites angulaires de chacune des articulations sont décrites dans le tableau suivant :

Articulations	Limitations angulaires
1	$\pm 185°$
2	$-130°/+20°$
3	$-94°/+150°$
4	$\pm 350°$
5	$\pm 118°$
6	$\pm 350°$

TABLE 4.2 – Les Limitations angulaires du robots Kuka KR500-2MT

En effet, l'espace de travail cartésien du robot est illustré par la figure 4.5. Les dimensions sont caractérisées comme suit :

L_{1Z}=1045 mm, L_{1X}=500 mm, L_2=1300 mm, $D_4 = 55$ mm , L_{34}=1025 mm , L_5= 290 mm, L_{tZ}= 350 mm, L_{XT}= 3326 mm L_{SX}= 2826 mm, L_{X2}= 1212 mm, L_{X3}= 1614 mm, L_{X4}= 1310 mm, L_{X5}= 2016 mm, L_{ZT}= 3871 mm, L_{SZ}= 3371 mm, L_{SX1}= 1362 mm, L_{SX2}= 1862 mm, L_{SX3}= 1525 mm, D_{ZT}= 350 mm, D_{SZ1}= 3797 mm, D_{SZ2}= 4797 mm.

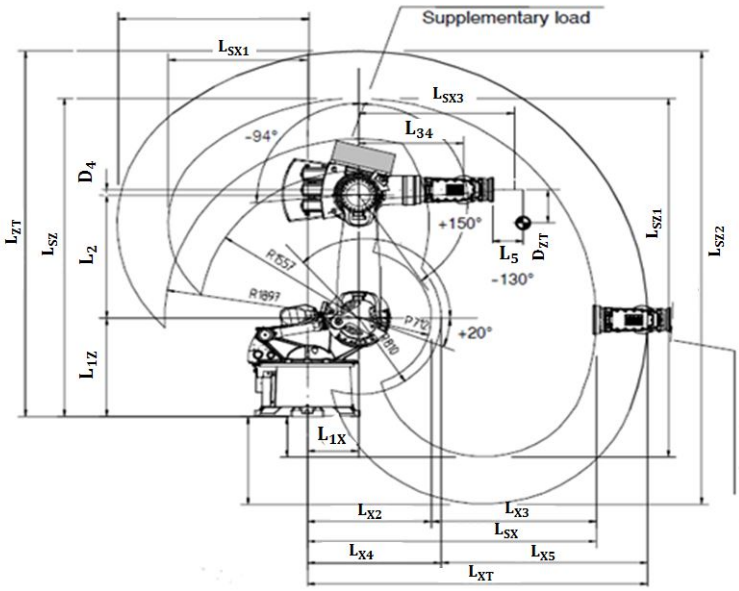


FIGURE 4.5 – Les dimensions de l'espace de travail du robot industriel Kuka KR500-2MT

Pour établir les modélisations des robots, il existe certaines méthodes et notations. La plus connue est celle de Denavit-Hartenberg Modifiée (DHM) [49]. Elle peut être appliquée sur des mécanismes à chaînes sérielles, fermées ou arborescentes. Cette méthode permet de déterminer chaque transformation d'une articulation du robot à l'autre par un ensemble de quatre paramètres. Quelques notions fondamentales utilisées dans la méthode DHM sont décrites dans cette partie.

Définition de la méthode DHM

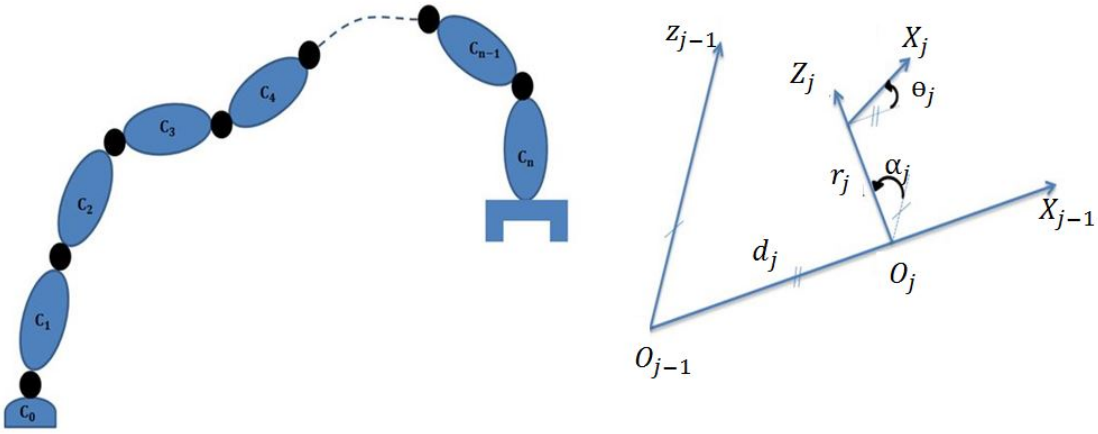


FIGURE 4.6 – Description de DHM

Notation

- C_j : c'est le corps j
- q_j : c'est la variable angulaire associée à l'articulation j
- R_j : c'est le repère associé au corps j
- Z_j : c'est l'axe de l'articulation j

La figure 4.6 présente une chaîne cinématique ouverte d'un robot sériel à n corps ainsi que les paramètres de notation utilisés.

Les repères

Le repère R_j est associé au corps C_j . Il est défini de la manière suivante :

- Z_j : c'est l'axe de la liaison j
- X_j : c'est la perpendiculaire commune à Z_j et Z_{j+1}. Si Z_j et Z_{j+1} sont colinaires ou parallèles, on peut avoir plusieurs choix de X_j

Les paramètres de DHM

Pour passer de R_{j-1} à R_j, il y a 4 paramètres à définir :

- α_j : c'est l'angle entre les deux axes Z_{j-1} et Z_j autour de l'axe X_{j-1}
- d_j : c'est la distance entre les axes Z_{j-1} et Z_j selon l'axe X_j
- θ_j : c'est l'angle entre les deux axes X_{j-1} et X_j autour de l'axe Z_j
- r_j : c'est la distance entre les axes X_{j-1} et X_j selon l'axe Z_j

La matrice de transformation ${}^{j-1}T_j$ représente les coordonnées des vecteurs unitaire et la position de l'origine du repère R_j exprimé dans le repère R_{j-1} [49]

$$ {}^{j-1}T_j = \text{Rot(X,}\alpha_j\text{) Trans(X,}d_j\text{) Rot(Z,}\theta_j\text{) Trans(Z,}r_j\text{)} $$

$$ {}^{j-1}T_j = \begin{pmatrix} C\theta_j & -S\theta_j & 0 & d_j \\ C\alpha_j S\theta_j & C\alpha_j C\theta_j & -S\alpha_j & -r_j S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j & r_j C\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

La modélisation géométrique directe du robot Kuka KR500-2MT

Description

En utilisant les règles définis par la méthode DHM, nous avons attaché un repère à chaque articulation de notre robot, figure 4.4.
Dans la modélisation géométrique, l'architecture mécanique du robot ainsi que ses dimensions géométriques sont considérées comme connues.
L'origine de l'outil est exprimé récursivement en déterminant l'origine de

chaque élément j du robot par rapport à l'élément $j-1$ en partant de la base fixe S_0.

Pour localiser un objet dans un repère qu'on appelle repère de référence, il est nécessaire non seulement de déterminer sa position mais aussi il faut décrire son orientation. En effet, pour décrire une orientation d'un objet, il faut attacher à cet objet un repère orthogonal et par la suite on projette les axes de ce repère dans le repère de référence.

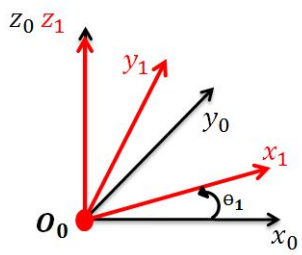
Une position est principalement définie par un vecteur à trois coordonnées alors que, la rotation d'un objet peut-être décrite soit par trois angles soit par une matrice de rotation (3×3). Cette matrice représente la projection des trois axes du repère attaché à l'objet dans le repère de référence.

Paramètres géométriques du robot

corps i	a_i	σ_i	μ_i	α_i	d_i	θ_i	r_i	valeurs
C_1	C_0	0	1	0	0	θ_1	L_{1Z}	$L_{1Z} = 1045$ mm
C_2	C_1	0	1	$\frac{\pi}{2}$	L_{1X}	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$	0	$L_{1X} = 500$ mm
C_3	C_2	0	1	0	L_2	θ_3	0	$L_2 = 1300$ mm
C_4	C_3	0	1	$\frac{\pi}{2}$	D_4	$\theta_4 + \pi$	L_{34}	$D_4 = 55$ mm $L_{34} = 1025\ mm$
C_5	C_4	0	1	$\frac{\pi}{2}$	0	θ_5	0	
C_6	C_5	0	1	$\frac{\pi}{2}$	0	θ_6	$-L_5$	$L_5 = 290$ mm
C_t	C_6	2	0	0	0	0	$-L_{tZ}$	$L_{tZ} = 350$ mm

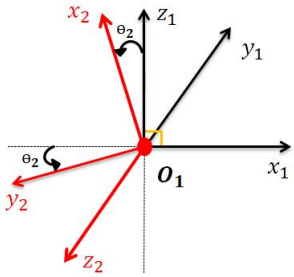
Les expressions sont simplifiées en posant $C\theta_i = \cos(\theta_i)$ et $S\theta_i = \sin(\theta_i)$.

$$
{}^0T_1 = \begin{pmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{1z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

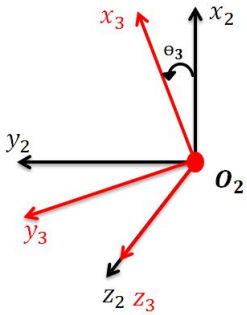


$$
{}^1T_2 = \begin{pmatrix} C(\theta_2 + \pi/2) & -S(\theta_2 + \pi/2) & 0 & L_{1x} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S(\theta_2 + \pi/2) & C(\theta_2 + \pi/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{1}T_2 = \begin{pmatrix} -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & L_{1x} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

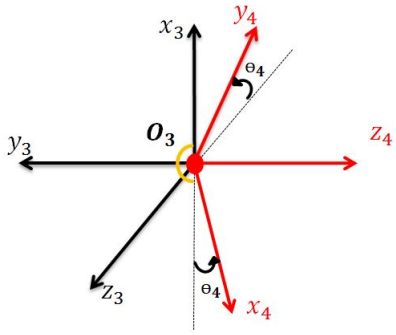


$$
{}^{2}T_3 = \begin{pmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

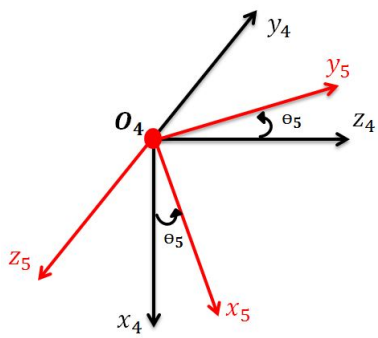


$$
{}^{3}T_4 = \begin{pmatrix} C(\pi+\theta_4) & -S(\pi+\theta_4) & 0 & D_4 \\ 0 & 0 & -1 & -L_{34} \\ S(\pi+\theta_4) & C(\pi+\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

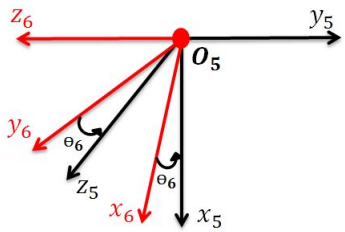
$$
{}^{3}T_4 = \begin{pmatrix} -C\theta_4 & S\theta_4 & 0 & D_4 \\ 0 & 0 & -1 & -L_{34} \\ -S\theta_4 & -C\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$



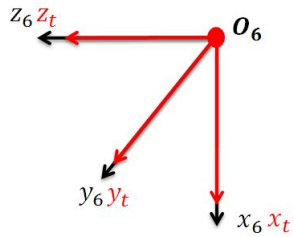
$$
{}^{4}T_5 = \begin{pmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$



$$
{}^{5}T_6 = \begin{pmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_5 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$



$$
{}^{6}T_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L_{tz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$



En multipliant les matrices de transformation homogène ${}^{i-1}T_i(4 \times 4)$, j'obtiens ainsi, la position et l'orientation de l'effecteur par rapport au repère de référence fixe R_0. Le produit matriciel s'écrit :

$$
{}^{0}T_n = \prod_{i=0}^{i=n} ({}^{0}T_t), i \in [1, ..., n] \tag{4.1}
$$

$$
{}^{0}T_t = {}^{0}T_1\ {}^{1}T_2\ {}^{2}T_3\ {}^{3}T_4\ {}^{4}T_5\ {}^{5}T_6\ {}^{6}T_t \tag{4.2}
$$

Ainsi,

$$
{}^{0}T_t = \begin{pmatrix} {}^{0}D_t & {}^{0}P_t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.3}
$$

Avec

$$
{}^{0}D_t = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \tag{4.4}
$$

Et,

$$
{}^{0}P_t = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \tag{4.5}
$$

${}^{0}D_t$ représente la matrice(3×3) qui décrit l'orientation de l'élément t par rapport au repère de référence, alors que ${}^{0}P_t$ est un vecteur (3×1) qui donne les trois coordonnées cartésiennes de la position de l'élément t par rapport

au repère de référence.

La matrice ${}^0T_t$ exprime donc la position et l'orientation de l'outil dans l'espace. Parmi les composantes de cette matrice on trouve des paramètres constants qui définissent la forme géométrique du robot ainsi que des variables indépendantes qui traduisent les mouvements de chaque articulation.

Les angles roulis tangage et lacet de l'outil

Par identification (voir l'équation (8.4) définie dans l'annexe I) j'obtiens un système à 9 équations et 3 inconnues. Cependant, parmi ces 9 équations il y a 6 relation de dépendances, donc on a essentiellement 3 équations et 3 inconnues.

Si $\mid r_{31} \mid \neq 1$, l'angle de roulis est défini par l'équation suivante :

$$C = \text{atan2}\ (r_{32}, r_{33})$$

Et l'angle de lacet par :

$$A = \text{atan2}\ (r_{21}, r_{11})$$

Nous avons :

$r_{32}^2 + r_{33}^2 = C^2BS^2C + C^2BC^2C = C^2B$
d'où

$$B = -\text{atan2}\ (r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}) \text{ avec } B \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

Si $\mid r_{31} \mid = 1$
Nous avons :

$$B = -\arcsin(r_{31})$$

$$A = 0$$

$$C = \text{atan2}\ (-r_{31}r_{12}, r_{22})$$

Définition de la modèle géométrique direct(MGD)

La définition du MGD revient à déterminer le vecteur X qui contient dans les trois premières lignes les trois coordonnées de l'outil dans l'espace selon les axes x_0, y_0 et z_0 et dans les trois dernières lignes les trois angles de rotation qui définissent l'orientation de l'outil par rapport au repère fixe autour des axes x, y et z. Nous avons donc :

$$X = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ A \\ B \\ C \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

Avec,

$$\begin{aligned} P_x &= f_1(q_1, q_2, ..., q_6) \\ P_y &= f_2(q_1, q_2, ..., q_6) \\ P_z &= f_3(q_1, q_2, ..., q_6) \\ A &= f_4(q_1, q_2, ..., q_6) \\ B &= f_5(q_1, q_2, ..., q_6) \\ C &= f_6(q_1, q_2, ..., q_6) \end{aligned}$$

X est le vecteur de 6 coordonnées du repère R_t dans R_0

q est le vecteur de 6 coordonnées articulaires du robot

$f_1, f_2, ..., f_6$ sont les expressions des coordonnées du vecteur X en fonction des positions articulaires q_i, voir annexe I. Le modèle géométrique direct se définit donc par la relation suivante :

$$X = f(q) \tag{4.7}$$

Pour résumer, la modélisation géométrique directe consiste à définir la position et l'orientation relatives des corps du robot en fonction de ses variables articulaires.

La modélisation géométrique inverse (MGI)

La solution du MGI définit les déplacements angulaires des articulations du robot en fonction de l'orientation et la position de l'outil. La résolution du

problème géométrique inverse se présente sous la forme d'un système d'équations généralement non linaires par l'intervention des fonctions trigonométriques. Dans cette modélisation, on connait généralement la position que l'outil doit atteindre ainsi que son orientation dans le repère fixe : c'est souvent l'opération à faire, le but est donc de connaitre les positions articulaires correspondantes à cette opération. Si on considère un point X dans l'espace de travail, nous pouvons déduire l'équation du MGI à partir de l'équation (4.7) tel que :

$$q = f^{-1}(X) \tag{4.8}$$

Dans la modélisation géométrique inverse la position et l'orientation de l'outil dans le repère fixe R_0, les dimensions géométriques et l'architecture mécanique du robot sont les données du problème. Pour le soudage FSW, les variations des angles d'Euler sont relativement faibles. C'est à dire qu'on va éviter les singularités et donc on a qu'une seule solution et donc on obtient ce modèle unique.

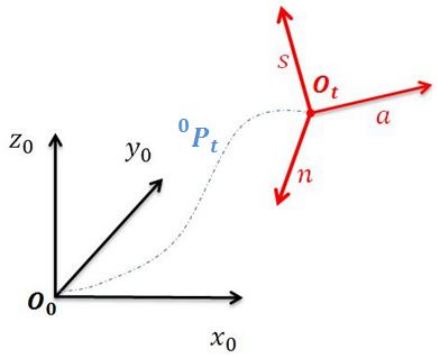


FIGURE 4.7 – Les vecteurs a, s et n représentant l'orientation de l'outil dans le repère fixe R_0

En effet l'orientation de l'outil a été représentée par trois vecteurs a, s et n, comme illustré sur la figure 4.7.

On pose la matrice de rotation :

$$ {}^0D_t = \begin{pmatrix} a_x & s_x & n_x \\ a_y & s_y & n_y \\ a_z & s_z & n_z \end{pmatrix} \tag{4.9} $$

Également, la position cartésienne de l'outil a été représentée par un vecteur ${}^0P_t$, figure 4.7.

Pour simplifier les calculs on pose ${}^0P_t = P_t$, avec :

$$ P_t = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \tag{4.10} $$

On pose U_0 la matrice de transformation homogène de l'outil s'écrit ainsi sous la forme suivante :

$$ U_0 = \begin{pmatrix} a_x & s_x & n_x & P_x \\ a_y & s_y & n_y & P_y \\ a_z & s_z & n_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.11} $$

Selon le calcul développé en annexe I pour la modélisation géométrique inverse, nous avons calculé les variables articulaires du robot en fonction de sa position opérationnelle décrite précédemment. Nous avons obtenu les équations suivantes :

$$ q_1 = \text{atan2}\ (P_y + n_y(L_5 + L_{tz}), P_x + n_x(L_5 + L_{tz})) \tag{4.12} $$

Suite à l'utilisation importante des robots industriels, Khalil a décrit dans son livre les principaux types d'équations qui peuvent être rencontrés dans la résolution d'un système d'équation, pour calculer les angles articulaires du robot. Par conséquent, l'équation (8.40) est une égalité de type 2 [49].

D'après les équations (8.41), (8.42) et (8.43) de l'annexe I, X, Y et Z étant connus, deux cas peuvent être considérés :

- $Z = 0$

$$ q_3 = \text{atan2}(-Y, X) \tag{4.13} $$

- $Z \neq 0$

$$ S_3 = \frac{ZX + \varepsilon Y\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \tag{4.14} $$

$$ C_3 = \frac{ZY - \varepsilon X\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \tag{4.15} $$

Si on choisit $\varepsilon = 1$, alors

$$S_3 = \frac{ZX + Y\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \tag{4.16}$$

$$C_3 = \frac{ZY - X\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \tag{4.17}$$

Sinon

$$S_3 = \frac{ZX - Y\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \tag{4.18}$$

$$C_3 = \frac{ZY + X\sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \tag{4.19}$$

Finalement,

Si $X^2 + Y^2 - Z^2 \geq 0$, on a

$$q_3 = \text{atan2}\ (S_3, C_3) \tag{4.20}$$

On résout l'équation (8.44) de l'annexe I en calculant le sinus et le cosinus de q_2, puis on déduit l'angle en déterminant son arc tangente :
On a donc :

$$q_2 = \text{atan2}\ (S_2, C_2) \tag{4.21}$$

Nous avons aussi :

$$q_4 = \text{atan2}\ (U_3(3,3), U_3(1,3)) \tag{4.22}$$

Avec

$U_3(1,3)$ et $U_3(3,3)$ sont exprimés dans les équations (8.47) et (8.48).

Nous avons :

$$q_5 = \text{atan2}\ (-L_{34} - (L_5 + L_{tz})U_3(3,4), S_4(L_5 + L_{tz})U_3(2,4)) \tag{4.23}$$

Avec

$U_3(2,4)$ et $U_3(3,4)$ sont exprimés dans les équations (8.51) et (8.52).

et

$$q_6 = -\text{atan2}\ (U_3(2,2), U_3(2,1)) \tag{4.24}$$

Avec $U_3(2,1)$ et $U_3(2,2)$ exprimés dans les équations (8.54) et (8.55).

4.2.4 La modélisation cinématique du robot

La modélisation cinématique directe

La solution du modèle cinématique direct (MCD) correspond aux vitesses angulaires et linaires de l'organe terminal attaché au robot. Ces vitesses sont exprimées en fonction des vitesses articulaire $\dot{q}_i$ et des positions articulaire q_i, ainsi que des paramètres géométriques du robot.

Le modèle cinématique direct d'un robot poly-articulé rigide est défini par l'expression suivante :

$$\dot{X} = {}^0J_t(q)\ \dot{q} \tag{4.25}$$

Où

$$\dot{X} = \Big[V_x,\ V_y,\ V_z,\ \dot{A},\ \dot{B},\ \dot{C}\Big]^T$$

$\dot{X}$ est un vecteur à 6 coordonnées, il décrit à quelle vitesse l'outil monté sur le robot, avance et tourne. En effet, ce vecteur contient à la fois les vitesses linaires de l'outil selon les trois axes : V_x, V_y et V_z, ainsi que ses vitesses angulaires autour des trois axes $\dot{A}$, $\dot{B}$ et $\dot{C}$, qui sont tous exprimés dans le repère R_i, qui peut être un repère lié à n'importe quel élément du robot.

De plus, on a :

$$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_6]^T$$

$\dot{q}$ est un vecteur de dimensions (6×1) qui regroupe les six vitesses angulaires des articulations du robot.

${}^0J_t(q)$ est de dimension (6×6), il représente la matrice jacobienne du robot. Cette matrice consiste à établir la relation entre les vitesses angulaires des articulations et les vitesses angulaires et linaires de l'outil.

Le vecteur $\dot{X}$ est exprimé notamment dans l'espace opérationnel du robot alors que $\dot{q}$ est exprimé dans l'espace articulaire.

La modélisation cinématique inverse

Le modèle cinématique inverse (MCI) décrit les vitesses angulaires des articulations du robot en fonction de ses paramètres géométriques ainsi que les vitesses angulaires et linaires de l'outil qui est attaché à son organe terminal.

D'après l'équation (4.25), le MCI peut s'exprimer sous la forme :

$$\dot{q} = {}^0J_{ot}^{-1}(q)\ \dot{X} \tag{4.26}$$

Pour résoudre cette équation mathématiquement, il faut que la matrice $J(q)$ soit inversible.

Dans la modélisation cinématique inverse les données sont la variation de la pose de l'outil (les vitesses) ainsi que les paramètres géométriques du robot. Les inconnues sont les variations articulaires à imposer sur les articulations du robot par la suite afin d'obtenir le résultat désiré du mouvement de l'outil.

La matrice jacobienne

D'après l'équation (4.6) du modèle géométrique direct, la matrice jacobienne s'écrit :

$${}^0J_{o_t}(q) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial q_1} & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial q_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial f_6}{\partial q_1} & \cdots & \dfrac{\partial f_6}{\partial q_6} \end{pmatrix}$$

Ainsi cette matrice est la dérivée partielle des fonctions f_1, f_2,..., f_6.

La matrice jacobienne ${}^0J_{o_t}(q)$ peut être aussi définie par une composition en deux parties tel que :

$$ {}^{0}J_{o_t}(q) = \begin{pmatrix} J_v \\ J_\omega \end{pmatrix} $$

J_v (3×6) représente la partie qui permet de définir les vitesses cartésiennes de l'outil. Cette matrice a été calculée en dérivant la position de l'outil par rapport aux variables articulaires du robot q_i, nous avons utilisé ainsi, l'expression suivante :

$$ J_v = \frac{d^0 P_{ot}}{dq_i} $$

On a donc :

$$ J_v = \begin{bmatrix} \frac{dx_t}{dq_1} & \frac{dx_t}{dq_2} & \cdots & \frac{dx_t}{dq_6} \\ \frac{dy_t}{dq_1} & \frac{dy_t}{dq_2} & \cdots & \frac{dy_t}{dq_6} \\ \frac{dz_t}{dq_1} & \frac{dz_t}{dq_2} & \cdots & \frac{dz_t}{dq_6} \end{bmatrix} $$

J_w représente la partie qui définit les vitesses de rotation de l'outil. Cette matrice a été calculée en utilisant l'expression suivante :

$$ J_w = T_r \frac{d\ {}^{0}D_{ot}}{dq_i} $$

T_r (3×3) est une matrice qui a été définie dans les travaux de [79] par :

$$ T_r = \begin{bmatrix} -SB & 0 & 1 \\ CBSC & CC & 0 \\ CBCC & -SB & 0 \end{bmatrix} $$

Avec CA=cos(A), SA=sin(A), CB=cos(B), SB=sin(B), CC=cos(C)et SC=sin(C).

L'expression de la matrice ${}^{0}J_{o_t}(q)$ est détaillée dans l'annexe II.

4.2.5 La modélisation dynamique du robot

Description

La modélisation dynamique du robot (MD) est nécessaire pour la conception mécanique ainsi que les commandes et les simulations. Ce modèle présente la relation entre les couples, les positions, les vitesses, les accélérations articulaires du robot industriel ainsi que les frottements et les efforts extérieurs. Il est définit par un système d'équation différentielles non linaires d'ordre 2. Il donne l'état du robot industriel à chaque instant comme il permet d'analyser la stabilité de la commande et les performances en trajectoire. En effet, ce modèle est représenté par la relation suivante :

$$ \Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, F_{ext}) \tag{4.27} $$

Avec,

- q est le vecteur des positions articulaire du robot
- $\dot{q}$ est le vecteur des vitesses articulaires du robot
- $\ddot{q}$ est le vecteur des accélérations articulaires du robot
- F_{ext} est le torseur (couples et forces) des actions extérieures exercées sur le robot
- Γ est le vecteur des couples des actionneurs aux articulations

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour calculer le MD, les plus connues sont celles d'Euler-Lagrange et la méthode de Newton-Euler. Dans ces travaux de recherche, le modèle dynamique du robot a été défini en utilisant les équations de Lagrange, sachant que tous les moteurs du robot sont montés directement sur les articulations, cela signifie que le moteur i est directement monté sur l'articulation i.

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}) - \frac{\partial L}{\partial q} = \Gamma \tag{4.28}$$

Avec,

- L est le Lagrangien, $L = E_c - E_p$
  - E_c : l'énergie cinétique
  - E_p : l'énergie potentielle
- $q_i = [q_1, q_2, ..., q_6]^T$ représente les coordonnées généralisées
- $\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2, ..., \Gamma_6]^T$ représente le vecteur des couples et des forces exercés au niveau des articulations i.

D'après l'équation (4.28), le modèle dynamique du robot s'exprime :

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + F_s\text{sgn}(\dot{q}) + G(q) = \Gamma + \Gamma_r \tag{4.29}$$

Où,

- $D(q)$ est une matrice de dimension (6×6), qui représente la matrice d'inertie du robot. C'est une matrice symétrique et positive
- $C(q, \dot{q})\ \dot{q}$ est un vecteur (6×1), qui représente les effets centrifuges et de Coriolis.

- $F_v\ \dot{q}$ représente le terme de frottement visqueux, c'est une matrice diagonale dans notre cas.
- $F_s\ \mathrm{sgn}(\dot{q})$ représente le terme de frottement sec. F_s est une matrice diagonale dans notre cas.
- $G(q)$ représente le vecteur de l'influence de gravité exercé sur les corps du robot.
- Γ est un vecteur (6×1), qui représente les couples aux articulations du robot.
- $\Gamma_r = [\Gamma_{r1}, \Gamma_{r2}, \Gamma_{r3}, \Gamma_{r4}, \Gamma_{r5}, \Gamma_{r6},]^T$ est un vecteur qui représente le torseur des actions mécaniques extérieures appliquées sur le robot ramené au niveau de ses articulations.

Le modèle de l'équation (4.29) est un modèle simplifié, plusieurs chercheurs ont travaillé sur ce modèle afin d'améliorer sa précision. A titre d'exemple [20] a mis en évidence dans sa thèse les insuffisances de ce modèle et il a réalisé par la suite une amélioration en développant un modèle : le modèle dynamique double. Ce modèle consiste à introduire dans le modèle dynamique simple les pertes de puissance générées dans les réducteurs. Ce nouveau modèle est beaucoup plus précis que le modèle simple. Dans nos travaux de thèse, nous avons utilisé le modèle simplifié exprimé par l'équation (4.29).

Les paramètres d'inertie du robot

Le modèle dynamique du robot peut être représenté en fonction de ces paramètres d'inertie. En effet pour chaque corps du robot C_i des paramètres standard ont été définis :

- Le tenseur d'inertie : c'est une matrice (3×3) :

$$I_i = \begin{bmatrix} XX_i & XY_i & XZ_i \\ XY_i & YY_i & YZ_i \\ XZ_i & YZ_i & ZZ_i \end{bmatrix}$$

- Le premier moment : c'est un vecteur (3×1) représenté dans le repère i :

$${}^iM_{Si} = [MX_i, MY_i, MZ_i]^T$$

- La masse M_i
- L'inertie du moteur installé sur l'articulation i, I_{ai}

Les paramètres d'inertie d'un corps C_i peuvent être tous groupés dans un seul vecteur de dimension (11×1) qui s'écrit sous la forme suivante :

$$X_i = [XX_i, XY_i, XZ_i, YY_i, YZ_i, ZZ_i, MX_i, MY_i, MZ_i, M_i, I_{ai}] \tag{4.30}$$

Pour un robot industriel, les pertes au niveau de ses articulations, ses réducteurs et sa transmission de mouvement sont généralement considérées dans son modèle dynamique par des efforts de frottement : les frottements visqueux $F_v\dot{q}$ et les frottements secs $F_s\ sgn(\dot{q})$. Le frottement visqueux est proportionnel à la vitesse des articulations : $F_v\dot{q}$. Par conséquent, le modèle dynamique du robot dépend également des paramètres de frottement définis dans ce vecteur :

$$\mathbf{f}_i = [F_{vi}, F_{si}]$$

4.3 La flexibilité d'un robot industriel

4.3.1 Introduction

Dans un premier temps, les robots industriels ont été utilisés dans l'industrie pour effectuer des applications nécessitant principalement une bonne répétitivité mais pas forcement un positionnement très précis de l'organe terminal.
Cependant, dernièrement plusieurs chercheurs ont essayé d'utiliser ces robots pour des opérations nécessitant une rigidité de la structure et une bonne précision, comme par exemple l'usinage, l'ébavurage, le ponçage et le soudage. Par conséquent, pour réussir ces opérations, il faut des robots rigides caractérisés forcément par des bonnes performances électromécaniques et cinématiques.

Pour effectuer des tâches demandant des forces d'interaction très élevées, ces performances sont le secret principal pour les réussir. Pour cette raison, la flexibilité articulaire au niveau du robot sériel utilisé pour effectuer le soudage par FSW doit être quantifiée, ce qui permet par la suite de contrôler précisément le mouvement de l'outil et ainsi corriger sa déviation de la trajectoire désirée. Donc, pour optimiser l'erreur de positionnement de l'outil, il faut développer la modélisation du robot industriel en tenant compte de sa

flexibilité.

La modélisation de l'élasticité d'un robot industriel flexible a été largement étudiée dans la littérature. Malheureusement, malgré tout ça, jusqu'à aujourd'hui la plupart des applications exigeant des charges importantes, les machines-outils conventionnelles ont encore des performances meilleures que les robots industriels.

L'élasticité a été considérée par certains chercheurs comme un terme à ajouter au modèle d'un robot rigide [50].

4.3.2 L'origine de la flexibilité d'un robot industriel

La flexibilité au niveau d'un robot série vient notamment des corps et des transmissions. Avec ce type de robot, les déformations élastiques de ses liaisons et ses composantes mécaniques sont éventuellement les sources principales du déplacement de l'outil de son orientation et de sa position désirées [59]. Ceci engendre nécessairement des erreurs de positionnement et des défauts de soudage par la suite.

Dans nos travaux de recherche, des études ont été développées pour résoudre le manque de rigidité d'un robot industriel utilisé pour effectuer le soudage FSW. Dumas a analysé dans sa thèse les sources principales de la déformation des manipulateurs. Elle a précisé qu'environ 20% des flexions viennent des corps et le reste vient des déformations articulaires des transmissions. En définitive, elle a constaté que les flexibilités des corps sont négligeables devant celles des articulations [28].

Également, pour simplifier le modèle de flexibilité, [70] a proposé que les corps du robot soient rigides et les articulations soient flexibles. De même, dans la littérature, plusieurs chercheurs ont modélisé les manipulateurs flexibles en localisant la flexibilité provoquée par l'ensemble du robot aux articulations.

4.3.3 La modélisation de la déformation d'un robot industriel

Dans le cadre du soudage par FSW, les déformations liées au chargement externe ne peuvent pas être négligeables. C'est pour cette raison que des modèles de déformation ont été intégrés dans le modèle dynamique du robot.

Les modèles de la flexibilité des manipulateurs, les plus souvent utilisés, peuvent être trouver dans les travaux de recherche de [79], [49], [21] et [90]. Par exemple, Spong a proposé un modèle, comme illustré dans la figure 4.8 en modélisant la flexibilité par un ressort de torsion linaire avec une rigidité K.

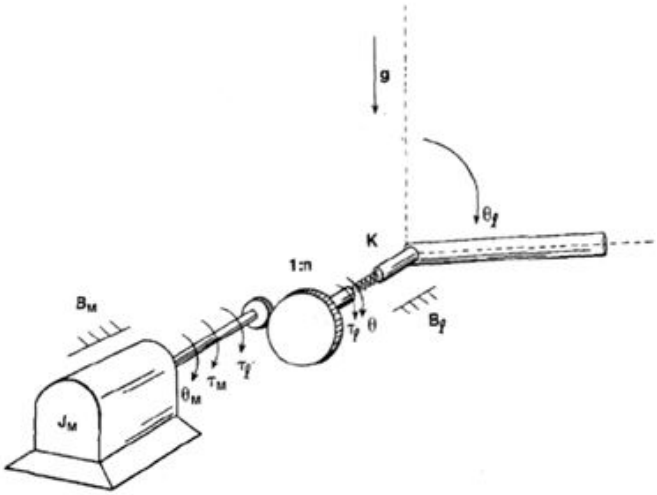


FIGURE 4.8 – Articulation flexible [92]

Dans la thèse d'Al Assad, le modèle a été repris et complété par des modèles d'amortissements [3], voir la figure 4.9.

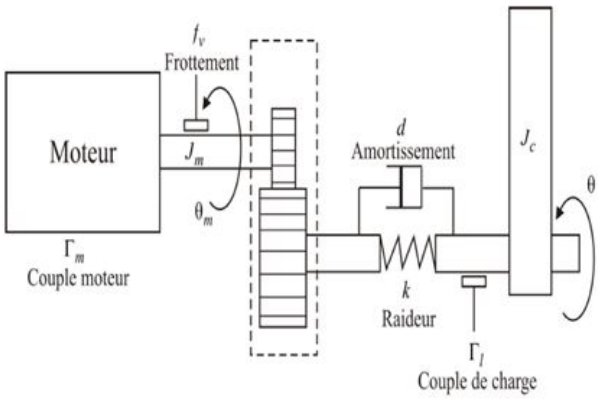


FIGURE 4.9 – modélisation d'un axe [3]

Dans cette partie, la modélisation de l'élasticité et la définition des paramètres de rigidité d'un robot sériel utilisé pour effectuer le procédé de FSW ont été défini.

Certains modèles de rigidité ont été présentés dans les travaux suivants [69], [67] pour des robots parallèles et sériels.

Pour définir le modèle élasto-statique du robot industriel utilisé dans ces travaux de recherche, deux hypothèses ont été utilisées pour simplifier les calculs, comme dans les travaux de [4], [112], [29] et [73]. La première hypothèse consiste à négliger l'élasticité des corps du robot industriel utilisé devant celle créée au niveau de ses articulations, alors que la deuxième permet de modéliser chaque liaison pivot des articulations du robot comme un ressort de torsion linaire autour de son axe de rotation [29].

Dumas dans sa thèse [28] a développé plusieurs méthodes pour vérifier ces hypothèses et étudier l'influence de ces approximations sur les performances du système robotisé.

Pour la localisation de la flexibilité générée par l'ensemble du robot au niveau des articulations, il y avait deux possibilités [73] :

- La localisation de la flexibilité aux axes moteurs.
- La localisation de la flexibilité aux axes de sortie des réducteurs.

Les deux possibilités sont équivalentes et me donnent à la fin l'expression du vecteur des couples transmis aux corps.

Dans ces travaux, l'axe moteur et l'accouplement ont été supposés rigides et les engrenages ont été supposés flexibles.

$\theta_l(6 \times 1)$ représente le vecteur des positions angulaires à la sortie du réducteur de chaque articulation, on a donc :

$$\theta_l = N^{-1}\theta \tag{4.31}$$

N : la matrice de transmission de vitesse
θ : le vecteur des positions articulaires moteurs

Le robot Kuka KR500-2MT utilisé dans cette thèse, présente des couplages entre ses 3 derniers axes 4, 5 et 6. C'est pour cette raison que la

matrice du rapport de transmission de vitesse N, n'est pas diagonale [36] telle que :

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{54}N_{55} & N_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{64}N_{66} & N_{65}N_{66} & N_{66} \end{bmatrix}$$

Les valeurs diagonales des rapports de réduction N_i ainsi que les coefficients de couplages cinématiques sont présentées dans les tableau 8.1 et 8.2 de l'annexe I [36].

L'élasticité dans l'articulation a été modélisée comme un ressort de torsion linaire [89] de matrice de rigidité K, le modèle s'écrit :

$$\Gamma = K(\theta_l - q) \tag{4.32}$$

Où q est le vecteur des positions articulaires réelles, K est une matrice de dimension 6×6, non diagonale mais symétrique. Γ est le vecteur des couples articulaires en sortie de réducteur.

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_4 & K_{54} & K_{64} \\ 0 & 0 & 0 & K_{54} & K_5 & K_{65} \\ 0 & 0 & 0 & K_{64} & K_{65} & K_6 \end{bmatrix}$$

Dans sa thèse, [73] a noté que les grandeurs K_{54}, K_{64} et K_{65} sont négligeables par rapport aux éléments diagonaux. La matrice de rigidité a donc été simplifiée :

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_6 \end{bmatrix}$$

L'identification de la matrice de rigidité

Généralement le fabricant d'un robot industriel ne fournit pas à ses clients certaines données et paramètres nécessaires à la modélisation du robot. En effet, pour résoudre certains problèmes liés à l'utilisation du robot et augmenter sa facilité d'application ou améliorer ses performances et lui introduire des nouveautés, plusieurs paramètres non connus doivent être déterminés. Parmi ces paramètres, on trouve les paramètres dynamiques, les paramètres d'inertie ainsi que les constantes de la matrice de rigidité.

Ces paramètres peuvent être identifiés par des essais et des mesures appliquées sur le robot en utilisant différentes méthodes et techniques.

A titre d'exemple Abele dans son article [2] a présenté deux méthodes d'identification afin de déterminer la matrice de rigidité d'un robot à 5 axes. La première méthode consiste à bloquer toutes les articulations du robot sauf une et identifier par la suite sa rigidité. Ainsi, la matrice de rigidité a été définie en répétant cette technique avec toutes les articulations du robot. Par conséquence, pour déterminer la matrice de rigidité d'un robot sériel à 6 axes, il suffit de répéter cette expérience seulement 6 fois. Avec cette méthode, les corps du robot ont été considérés comme rigides alors que l'élasticité a été localisée seulement au niveau des articulations.

La deuxième méthode consiste à appliquer des charges sur le robot, mesurer le déplacement de l'effecteur et identifier par la suite la matrice de rigidité. Cette méthode donne des résultats plus précis que la première, étant donné qu'elle prend en compte l'élasticité créée au niveau des articulations ainsi que celle créée au niveau des corps du robot.

L'équipe de la robotique du LCFC, en collaboration avec l'institut IS, a élaboré elle-même une nouvelle méthode pour l'identification de la matrice de rigidité d'un robot sériel. Cette méthode consiste à mettre le robot en position d'appui sur un obstacle rigide en variant la force d'appui selon l'axe z de l'outil, voir figure 4.10. Pour différentes configurations de robot, cet essai a été répété plusieurs fois afin d'identifier par la méthode des moindres carrés les raideurs articulaires du robot. Cette identification a été appliquée sur le robot KuKa KR500-2MT.

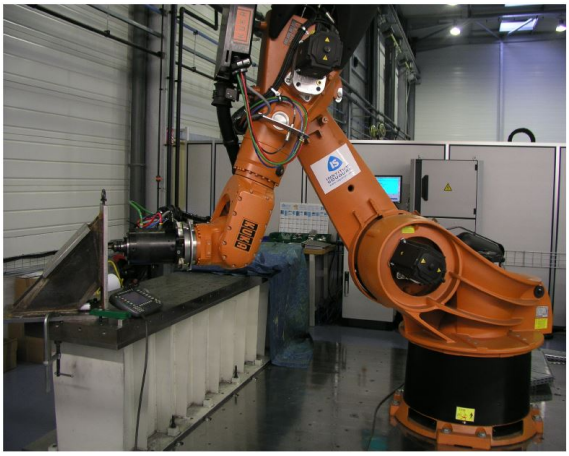


FIGURE 4.10 – La mesure des raideurs [36]

Notre robot étant un modèle identique, les mêmes paramètres de rigidité identifiés par ce groupe de recherche ont été utilisés pour calculer et optimiser les erreurs de positionnement de l'outil. Les valeurs des K_i sont illustrées dans le tableau ci-dessous [36].

K_i	Valeur identifiée
K_1	$6.21\ 10^6$
K_2	$6.66\ 10^6$
K_3	$3.91\ 10^6$
K_4	$5.6\ 10^5$
K_5	$6.6\ 10^5$
K_6	$4.7\ 10^5$

TABLE 4.3 – Les raideurs du robot Kuka KR500-2MT

4.4 Compensateur de gravité

4.4.1 Description

Dans notre étude, un robot industriel Kuka KR500 a été utilisé. Ce manipulateur possède un système d'équilibrage pour compenser la gravité. Il permet, généralement de produire une force sur le deuxième axe du robot afin de diminuer le couple articulaire Γ_2. L'emplacement de ce système sur

le robot KR500-2MT est illustré sur la figure 4.12. Pour plus de détails, ce système d'équilibrage est un vérin à gaz, comme présenté dans la figure 4.11. La force créée par le compensateur est proportionnelle au déplacement du vérin en négligeant les frottements ainsi que les effets thermodynamiques provoqués par la compression du gaz. En fait, ces approximations sont généralement correctes vu que le vérin fonctionne souvent avec des vitesses linaires relativement faibles. La modélisation du compensateur de gravité est donc basée sur la loi de comportement du gaz parfait.

Les efforts générés par ce système doivent être forcément pris en compte dans la modélisation dynamique du robot et plus précisément dans le calcul de la gravité du robot.

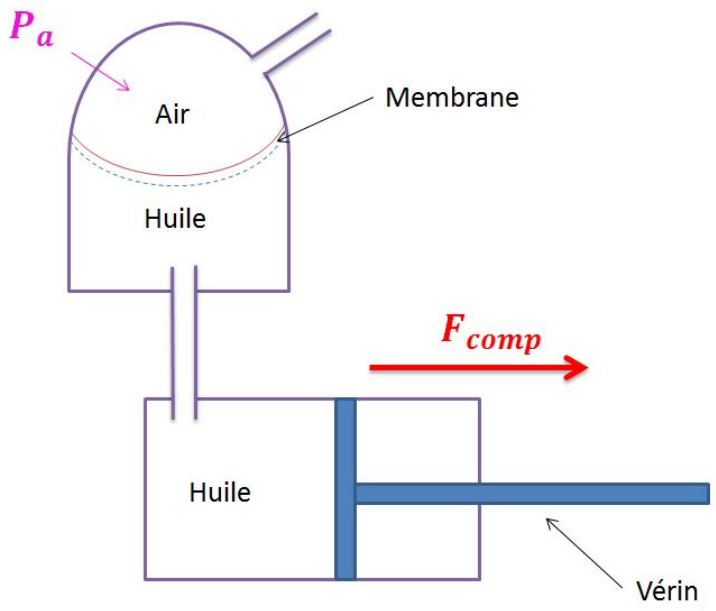


FIGURE 4.11 – Le compensateur de gravité à vérin à gaz

Sur notre modèle dynamique du robot Kuka, le vecteur G a été calculée en prenant en considération la force de compensation de gravité, tel que :

$$G = [G_1, G_2 + G_{comp}, G_3, G_4, G_5, G_6,]^T \tag{4.33}$$

4.4.2 La modélisation du compensateur de gravité

Comme il a été décrit précédemment, le compensateur de gravité est un vérin à gaz. L'équation du gaz parfait reliant le volume de gaz et la pression à l'intérieur du vérin est exprimée par [36] :

$$PV = nRT = Cst \tag{4.34}$$

Avec,

- P la pression à l'intérieur du vérin
- V le volume du gaz
- n la quantité de matière
- R le nombre de particules
- T la température absolue
- Cst une constante

Dans les travaux de [36], la force créée par le compensateur a été définie en utilisant cette équation tel que :

$$F_c = PS \tag{4.35}$$

Le produit de l'équation (4.34) s'écrit donc :

$$PV = PSL = F_cL = Cst \tag{4.36}$$

$$F_c(q_2)L(q_2) = F_c(q_2 = 0)L(q_2 = 0) \tag{4.37}$$

$$F_c(q_2) = \frac{F_c(q_2 = 0)L(q_2 = 0)}{L(q_2)} \tag{4.38}$$

Avec,

- F_c la force créée par le système d'équilibrage de gravité
- L la longueur du déplacement du vérin à gaz
- S la surface du piston

Notons :
$l_0 = L(q_2 = 0)$ $F_{max} = F_c(q_2 = 0)$

L'expression (4.38) devient :

$$F_c(q_2) = \frac{F_{max} l_0}{L(q_2)} \tag{4.39}$$

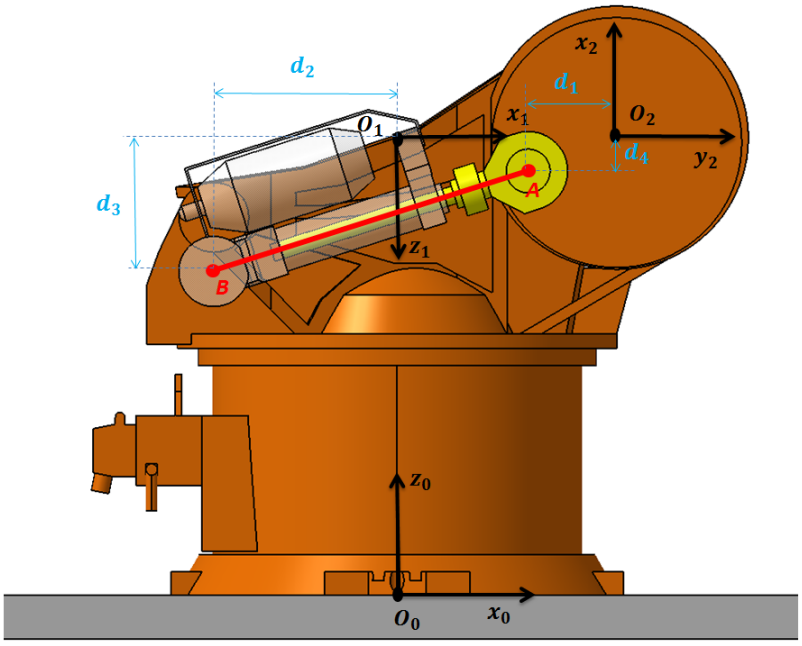


FIGURE 4.12 – Les points d'accrochage du compensateur installé sur l'axe 2 du robot Kuka

La figure 4.12 illustre les deux points d'accrochage du compensateur au robot en A et B. Les coordonnées de ces deux points sont respectivement exprimées par :

$$O_1B(R_1) = \begin{bmatrix} -d_2 \\ 0 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

$$O_2A(R_2) = \begin{bmatrix} -d_4 \\ -d_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tous les calculs sont faits dans le repère R_1, nous avons donc :

$$O_2A(R_1) =^2 D_1 \; O_2A(R_2)$$

Avec, ${}^2D_1$ est la matrice de rotation le repère R_1 et R_2

Nous avons donc :

$$AB(R_1) = AO_2(R_1) + O_2O_1(R_1) + O_1B(R_1)$$

$L(q_2)$ a été identifié par la même équipe de travail :

$$L(q_2) = l_0 - AB(q_2) + AB(q_2 = 0) \tag{4.40}$$

Le couple créé par le compensateur de gravité au point O_2, en appliquant la force définie précédemment et selon la présentation du système sur la figure 4.12 nous avons :

$$G_{comp} = -F_c(q_2) \wedge O_2A(R_1) \tag{4.41}$$

Ce qui devient donc :

$$G_{comp} = F_{max} \frac{l_0 - ABO}{l_0 - AB} \frac{(d_3d_1 - d_2d_4)S_2 - (d_3d_4 - d_1d_2)C_2 + d_3L_{1x}}{AB} \tag{4.42}$$

Par conséquent, la coordonnée 2 du vecteur G est égale à la somme du couple de l'axe 2 plus celui créé par le système d'équilibrage.

Les paramètres géométriques intervenant dans l'expression (4.42) ont été estimés directement du plan du robot Kuka. Donc, ces valeurs ne sont pas très précises tout comme la distance du vérin à l'état initial $L(q_2 = 0)$. Comme décrit précédemment, cela fait suite au manque d'informations et de données fournies par le constructeur du robot.

Les valeurs estimées par ce groupe de recherche sont illustrées dans le tableau suivant :

Paramètre	Valeur
d_1	0.2 m
d_2	0.45 m
d_3	0.18 m
d_4	0.05 m
F_{max}	21075 N
l_0	0.5 m
P_0	130 bar

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, la modélisation du robot industriel Kuka KR500-2MT a été développé en tenant compte de la flexibilité. Dans un premier temps, la modélisation d'un robot rigide a été effectuée en calculant le modèle géométrique, cinématique et dynamique du robot. En effet, la modélisation géométrique directe et inverse consiste à décrire le mouvement du robot industriel dans son environnement. Le modèle géométrique direct (MGD) nous donne la position et l'orientation de l'outil dans l'espace cartésien, alors que le modèle géométrique inverse (MGI) nous permet de déterminer les variables articulaires du robot pour une position et une orientation données de l'organe terminal. La modélisation cinématique du robot a été également établie dans ce chapitre afin de connaitre les vitesses. Le modèle cinématique direct (MCD) nous a donné la vitesse linaire et la vitesse de rotation de l'outil dans l'espace cartésien en fonction des variables articulaires $(q_i, \dot{q}_i)$ du robot. Le modèle cinématique inverse nous permet de calculer les vitesses articulaires $\dot{q}_i$ pour une position et une vitesse connues de l'outil. Le modèle dynamique du robot a été également décrit dans ce chapitre. Ces modèles géométriques, cinématiques et dynamiques ont été développés à l'aide d'un logiciel robotique Symoro+ [46]. La modélisation du robot sert à calculer la déviation de l'outil créée lors du soudage. Comme décrit dans la problématique de cette thèse, les efforts exigés par le robot peuvent être élevés, ce qui nous amène à une situation où le robot sera considéré comme un système flexible. Cette élasticité génère par la suite des déformations considérables dans les articulations du robot et des erreurs de position. Dans ce chapitre, ces déformations ont été modélisées par un ressort de torsion linaire localisé aux articulations. Vu que cette élasticité ne peut pas être négligeable, ce modèle de flexibilité a été intégré dans le modèle dynamique du robot afin d'optimiser l'erreur dans l'espace opérationnel. Des approximations ont été établies sur le modèle dynamique afin de simplifier le calcul développé dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Diminution de la déviation de l'outil pendant le soudage par FSW

5.1 Introduction

Pour améliorer la précision du procédé FSW en utilisant les robots industriels, il faut minimiser la différence ${}^0J_{o_t}(q)(\theta_l - q)$ en sachant que $(\theta_l - q)$ est obtenu par l'équation (4.32). D'après cette équation, il y a trois stratégies.

- La première stratégie consiste à optimiser directement l'erreur par la commande. En effet, plusieurs recherches ont été réalisées sur la commande des robots flexibles. À titre d'exemple, on peut citer la commande robuste, la commande adaptative et la commande singulière [14], [18].

  Parmi les problèmes les plus fréquemment étudiés dans la robotisation du FSW, on trouve le pilotage et le contrôle de l'outil pendant l'opération du soudage. Principalement, il existe deux méthodes de pilotage : la première consiste à contrôler la position de l'outil dans le plan de travail et la deuxième assure le contrôle de la force axiale F_z agissant verticalement sur l'outil.

  Généralement le pilotage en position est bien adapté à la phase de pénétration en utilisant la machine MTS [1] ce qui n'est pas le cas avec un robot qui présente les deux méthodes de pilotage. En effet dans cette

phase, le plus important est de positionner l'outil exactement sur le point de départ, permettant ainsi de suivre correctement la trajectoire programmée lors du soudage. Par conséquent, ce positionnement précis de l'outil vise à éviter l'écartement de ce dernier de sa trajectoire prévue. Alors que l'importance de la deuxième méthode de pilotage en force réside dans le fait que l'application d'un effort axial adapté au procédé permet d'assurer une position de contact correcte de l'épaulement avec les pièces à souder, d'assurer la génération de la chaleur nécessaire pour adoucir le matériau, d'assurer une pénétration correcte de l'outil dans le joint des pièces à souder comme elle permet aussi de contenir le flux du matériau malaxé sous l'épaulement de l'outil ainsi que la compacité du joint [9]. [103] ont étudié l'impact des vitesses de translation et de rotation de l'outil sur les couples et les forces à appliquer lors du soudage. Suite à cette étude, ils ont conclu qu'il est très important de contrôler l'outil en force pour contrecarrer la flexibilité au niveau des axes du manipulateur et obtenir une bonne soudure et éviter les vibrations. Généralement, pour les applications robotiques qui exigent une interaction importante avec l'espace de travail, comme dans notre cas avec le FSW, les efforts doivent être précisément pilotés par le contrôleur du robot industriel car un contrôleur de position seul provoque généralement une instabilité et donne de mauvaises performances. Une étude sur l'état de l'art du pilotage en force a été précisément établie dans les travaux de recherche de [109] et [105]. Ainsi, pour le soudage par FSW, les deux méthodes de commande sont nécessaires [76].

A l'université suédoise d'Orebro [87], des recherches ont été réalisées pour contrôler l'outil d'un manipulateur en force et en position, c'est une commande hybride. En complément, le poignée du robot a été remplacée par un effecteur FSW. Ceci permet d'éliminer l'une des trois liaisons les plus flexibles en diminuant la distance entre le centre-outil de l'effecteur et le centre de le poignée. Cette modification diminue les couples appliqués sur les deux dernières articulations lors du procédé. Le soudage le long de trajectoires planes a été amélioré mais pas celui de trajectoires complexes $3D$. Ces commandes ne sont pas implantables sans l'aide du constructeur et nécessitent des capteurs supplémentaires. Ce sont les raisons pour lesquelles [73] a travaillé sur deux solutions d'amélioration :

- Les observateurs dans le but d'estimer les positions et les vitesses articulaires du robot ainsi que les efforts extérieurs,

– Les compensateurs pour corriger les erreurs de positionnement en temps réel.

- La deuxième stratégie consiste à augmenter la rigidité K et cela ne sera possible que si on utilise des robots plus robustes (plus grands) ou bien en utilisant des structures parallèles.
- La troisième stratégie consiste à diminuer le couple articulaire en gardant la matrice K constante.

Dans la suite de ce manuscrit, les deux dernières stratégies ont été décrites.

5.2 Les efforts et les moments extérieurs

5.2.1 Les efforts et les moments extérieurs appliqués sur l'outil lors du soudage FSW

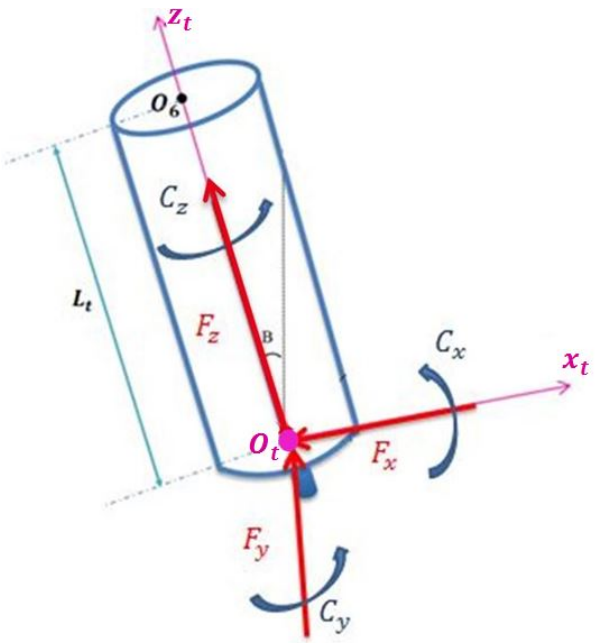


FIGURE 5.1 – Les efforts et les moments appliqués sur l'outil lors du soudage FSW

Les actions mécaniques appliquées sur l'outil FSW sont regroupées dans le torseur mécanique suivant :

$$\mathbf{T}_{FSW} = \left\{ \begin{array}{cc} F_x & C_x \\ F_y & C_y \\ F_z & C_z \end{array} \right\}_{R_t} \tag{5.1}$$

La force axiale F_z

Pour réussir une opération de FSW robotisée, une force importante perpendiculaire au plan de travail doit être fournie par le robot. Cette force est nécessaire, en effet elle maintient le contact de l'outil avec les pièces. Pendant la phase de soudage, la force doit rester constante. De plus, l'application de la force axiale sur l'outil génère un phénomène de frottement entre l'outil et les pièces à souder. Ce frottement est l'origine principale de la chaleur demandée dans ce procédé.

Une étude de Kim [52] a constaté que l'opération de soudage par FSW nécessite une force axiale plus importante si l'outil tourne et avance à une vitesse très rapide. Une modification de la vitesse de rotation de 500 à 1500 tr/min et de la vitesse de soudage de 250 à 1000 mm/min, engendre une augmentation de la force axiale de $6,9$ à $14,2$ kN [52].

La force axiale dépend aussi de la forme de l'outil utilisé pour réaliser le soudage par FSW. Par exemple, il faut moins de force d'appui en utilisant un outil avec un pion fileté qu'en utilisant un outil avec un pion lisse.

Les forces latérales

- **La force d'avance F_x**

  Le soudage FSW s'effectue à l'état solide, par conséquent en soudant, l'outil est en face du matériau solide qui le pousse et génère par la suite une force d'avance F_x selon la direction de soudage. Donc, la force F_x est le résultat de la résistance du matériau pendant l'avancement de l'outil le long de la ligne de joint. Cette force peut être influencée soit par les paramètres opératoires comme un soudage à une vitesse d'avance plus rapide, qui génère plus de force, soit par le type de matériau à assembler (dureté et température de fusion par exemple).

- **La force transverse F_y**

  Cette force est, selon l'axe latéral dans le plan de travail, perpendiculaire à la force axiale et la force d'avance. En FSW, lors de la rotation de l'outil, le flux de matière est asymétrique de part et d'autre du joint. Comme expliqué dans le chapitre 2, cette asymétrie est parfois l'origine de quelques défauts de soudage, c'est pour cette raison que le comportement de la matière molle autour du pion doit être précisément analysée afin de réussir l'assemblage. Zhao a utilisé une technologie "Marker Insert Technique (MIT)" pour illustrer cette asymétrie dans ces travaux [113] . Il a également constaté que la géométrie de l'outil, la vitesse d'avance et la vitesse de rotation sont les paramètres principaux qui influent sur le flux de matière transporté par la rotation du pion.

  Cet écoulement asymétrique de la matière pâteuse autour de l'outil permet de pousser l'outil, et donc créer une force selon la direction perpendiculaire à la ligne de soudage. La force transverse F_y est notamment appliquée sur l'outil du côté avant vers le côté retrait.

Les efforts latéraux F_x et F_y sont liés directement à la résistance du matériau et au flux de matière, leurs amplitudes sont certainement influences par les paramètres opératoires [9], [64], voir figure 5.2.

Les trois forces décrites précédemment sont appliquées à l'outil attaché au robot pendant l'opération de soudage. Si la machine ne résiste pas à ces trois forces, elles peuvent causer la déviation de l'outil de la trajectoire désirée.

D'après [107], l'effort dominant du torseur mécanique appliqué sur l'outil reste l'effort axial F_z . Les deux efforts F_x et F_y sont souvent considérés comme négligeables [1] alors que pour plusieurs applications de FSW, les efforts latéraux F_x et F_y ne pourront pas être négligeables, figure 5.2. En effet l'amplitude de F_x peut aller jusqu'au 25% de l'amplitude de l'effort axial F_z. Également, l'amplitude de F_y peut aller jusqu'au 10% de F_z [9], [107]. L'amplitude de l'effort résultant des efforts latéraux est donnée par l'expression suivante :

$$F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \tag{5.2}$$

Ainsi que son orientation

$$\theta = \text{atan2}(F_y, F_x) \tag{5.3}$$

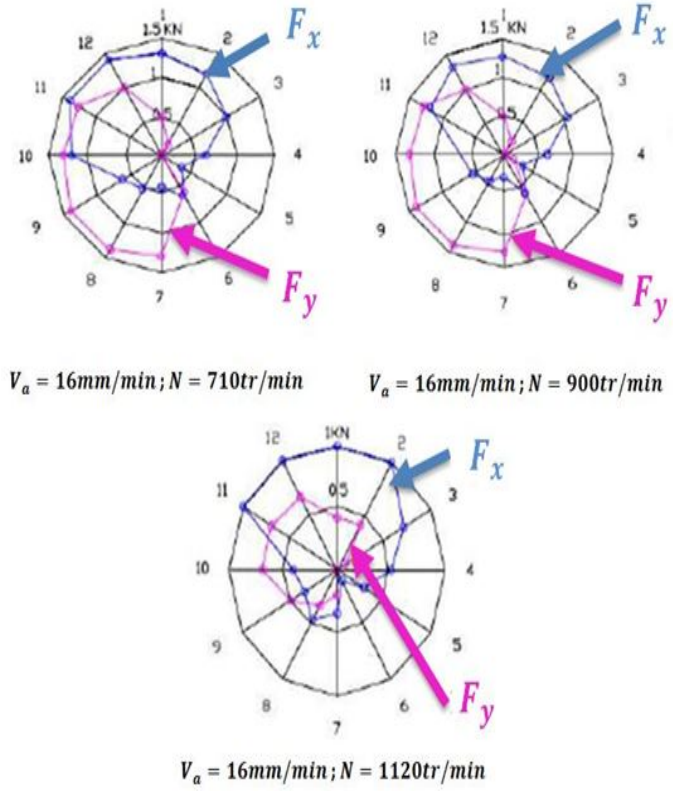


FIGURE 5.2 – Représentation des efforts F_x et F_y lors de la rotation de l'outil [64]

Les couples

- **Le couple selon l'axe z :** C_z

  Au cours du soudage, le pion de l'outil pénètre dans le matériau des pièces à souder. Par conséquent, l'outil de FSW tourne dans le matériau qui est à l'état pâteux. Cela crée sur l'outil une résistance importante qui s'oppose à sa rotation autour de son axe, ce qui est traduit par un couple C_z. Également, ce couple peut être influencé par les paramètres opératoires tels que la vitesse de soudage, la vitesse de rotation, etc. Par exemple, le couple C_z diminue avec une rotation plus rapide de l'outil [45], [8] mais il est faiblement influencé par la vitesse d'avance.

- **Les couples selon les axes x et y :** C_x, C_y

  Les couples C_x et C_y sont généralement considérés négligeables au bout de l'outil de soudage.

5.2.2 Les couples extérieurs au niveau des articulations

Chaque articulation d'un robot industriel est généralement commandée par un seul actionneur qui est soit un moteur électrique pour les liaisons rotoïdes, soit un vérin pour les liaisons prismatiques. Le robot Kuka KR500-2MT utilisé n'est composé que de moteurs électriques. Les couples créés par ces moteurs au niveau des articulations sont transmis le long de la chaine cinématique par l'intermédiaire des corps et des liaisons du robot à l'outil, où l'effort et le couple résultants agissent sur l'environnement. Inversement, avec des efforts et des moments de réaction de l'environnement très élevés, cela entraine une déviation de son organe terminal, et donc des répercutions au niveau des articulations.

Ce mouvement de déviation est principalement lié à la flexibilité du robot industriel, or ce dernier est un élément important pour déterminer la précision de la trajectoire réalisée, ce qui explique l'étude menée dans ce manuscrit sur la flexibilité.

Ainsi, pour définir le modèle dynamique du robot, il est important de définir d'abord la relation entre les actionneurs des articulations et les actions mécaniques appliquées sur l'outil lors du soudage par FSW. Cette relation consiste à projeter le torseur des efforts extérieurs sur toutes les articulations en le multipliant par la transposée de la matrice jacobien du robot au point d'application des efforts considérés${}^{t}J_{o_t}^{T}(q)$. Nous avons donc la relation suivante :

$$\Gamma_{r\ (6\times1)} = {}^{t}J_{o_t}^{T}(q)\ {}^{t}\mathbf{T}_{ext} \tag{5.4}$$

Avec

${}^{t}\mathbf{T}_{ext}$ est un vecteur qui regroupe les variables du torseur des actions mécaniques appliquées sur l'outil de robot. ${}^{t}\mathbf{T}_{ext}$ est exprimé dans le repère outil. Dans le cas du soudage en utilisant un robot industriel seul, les actions mécaniques appliquées sur l'outil du robot sont celles du procédé. Dans ce cas ${}^{t}\mathbf{T}_{ext} = [F_x, F_y, F_z, C_x, C_y, C_z,]_{R_t}^{T}$ est un vecteur qui regroupe les variables du

torseur des actions mécaniques $\tau_{FSW/outil}$.

Ainsi, le modèle dynamique du robot donné par l'équation (4.29) s'écrit :

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})q + F_v\dot{q} + F_s\text{sgn}(\dot{q}) + G(q) = \Gamma + \ {}^tJ_{o_t}^T(q)\ {}^t\mathbf{T}_{ext} \tag{5.5}$$

${}^tJ_{o_t}^T(q)$ est la matrice jacobienne exprimée dans le repère outil.

5.3 Calcul de l'erreur

5.3.1 Introduction

Le manque de rigidité d'un robot industriel est son principal défaut pour la robotisation des opérations exigeant des efforts d'appui élevés [28], tel que le procédé FSW. Dans cette procédure, la cible principale du robot industriel utilisé est la manipulation précise de l'outil. Par conséquent, la souplesse du robot provoque des erreurs de positionnement dus à l'effort externe survenant lors de l'opération. En effet, une qualification de la souplesse du robot a été précédemment décrite et un modèle de raideur a été défini afin de prédire cette déviation.

Il faut alors calculer les erreurs de déformations produites par les efforts d'interactions pièces-outil.

5.3.2 Les approximations

Pendant la phase de soudage qui fait l'objet de notre étude, la vitesse d'avance V_a utilisé en FSW est constante et il est relativement faible par rapport à la vitesse habituelle du robot. En effet, si l'on regarde l'importance de chacun des termes de l'expression du modèle dynamique du robot décrit dans l'équation (5.5), on peut négliger les accélérations et les vitesses, ce qui nous permet de négliger les forces de Coriolis et centrifuges $C\dot{q}$, ainsi que les forces inertielles $D\ddot{q}$.

De même le terme de frottement visqueux $F_v\dot{q}$ a été négligé. Selon le cas, le frottement sec est également négligeable. Le calcul a été simplifié en utilisant un modèle statique mis en place au lieu du modèle dynamique pour obtenir l'expression suivante du couple articulaire :

$$\Gamma = G(q) - \ {}^tJ_{o_t}^T(q)\ {}^t\mathbf{T}_{ext} \tag{5.6}$$

5.3.3 L'erreur de déviation dans l'espace articulaire

D'après le modèle de la raideur défini dans l'equation (4.32), la différence $(\theta_l - q)$ représente l'erreur provoquée suite à la flexibilité au niveau des articulations du robot qui s'exprime par la relation suivante :

$$\theta_l - q = K^{-1}\Gamma \tag{5.7}$$

La différence $(\theta_l - q)$ est le vecteur des variations des variables articulaires des 6 articulations du robot, nous avons donc :

$$\Delta q = \theta_l - q = K^{-1}\Gamma \tag{5.8}$$

Avec,

$$\Delta q = [dq_1, dq_2, ..., dq_6]^T$$

5.3.4 L'erreur de déviation dans l'espace cartésien

Ce travail présente une approche pour améliorer la performance du robot en minimisant les erreurs de déviation en position et en orientation de l'effecteur terminal pendant le soudage par FSW. Nous avons calculé les erreurs de déformation théoriques dans l'espace cartésien x, y, z en utilisant un modèle de raideur et le modèle statique, ainsi que le modèle cinématique du robot. Les estimations de ces erreurs sont réalisées avec un effort exterieur et en choisissant plusieurs configurations du robot dans l'espace opérationnel défini dans le plan (x, z). La broche est fixée sur le dernier axe du robot qui est placé perpendiculairement au plan du travail horizontal pendant l'opération de soudage FSW. D'après le modèle cinématique du robot, (4.25), l'erreur est définie par l'égalité suivante :

$$\Delta X = {}^0J_{o_t}(q)\Delta q \tag{5.9}$$

ΔX est le vecteur des variations linaires et angulaires de l'outil dans l'espace opérationnel tel que :

$$\Delta X = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ d_A \\ d_B \\ d_C \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

${}^0J_{o_t}(q)$ est de dimension (6×6), il représente la matrice jacobienne du robot qui a été défini précédemment dans le paragraphe 4.2.4.

Nous travaillons avec un robot à 6 axes, donc 6 degrés de liberté. Nous avons donc une matrice jacobienne carrée (6×6).
En remplaçant l'expression de l'erreur crée dans l'espace articulaire Δq dans l'expression de l'équation (5.9), j'obtiens :

$$\Delta X = {}^{0}J_{o_t}(q)K^{-1}\Gamma \tag{5.11}$$

Et en remplaçant l'expression du couple en statique de l'équation (5.6) dans cette expression, j'obtiens l'expression de l'erreur dans l'espace opérationnel tel que :

$$\Delta X = {}^{0}J_{o_t}(q)K^{-1}(G(q) - {}^{t}J_{o_t}^{T}(q)\ {}^{t}\mathbf{T}_{ext}) \tag{5.12}$$

Où ΔX est le vecteur de l'erreur dans l'espace opérationnel, qui sera minimisé par la suite.

5.3.5 La représentation de l'erreur

Dans cette partie, nous décrivons la déviation en translation et en rotation de l'outil attaché aux robots industriels. Comme décrit dans les équations (5.14) et (5.15) , on note l'erreur en translation par un vecteur de trois coordonnées, décrivant la déviation de l'outil de la trajectoire désirée selon x, y et z, et l'erreur en rotation par un vecteur de trois coordonnées, décrivant la déviation angulaire de l'outil autour de ces trois axes. Ces deux vecteurs sont représentés dans le repère de la base fixe R_0. En combinant ces deux vecteurs, j'obtiens l'erreur globale due à la déviation de l'outil en translation et en rotation dans l'espace opérationnel, tel que :

$$\Delta X = \begin{bmatrix} \Delta X_t \\ \Delta\theta_t \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

Avec :

$$\Delta X_t = (d_x\ d_y\ d_z)^T \tag{5.14}$$

Et :

$$\Delta\theta_t = (d_A\ d_B\ d_C)^T \tag{5.15}$$

Dans le premier cas de la figure 5.3, nous avons une trajectoire rectiligne suivant l'axe x. L'erreur dx n'est pas perceptible, en effet les efforts s'opposent au mouvement du pion et cela ne fait que retarder son avancement.

Cette erreur diminue lorsque la vitesse d'avance diminue à l'approche du point final. L'erreur dy est quant à elle visible puisqu'elle crée une déviation de la trajectoire initiale. Cela a été justifié par une application réelle comme le met en lumière la figure 5.4.

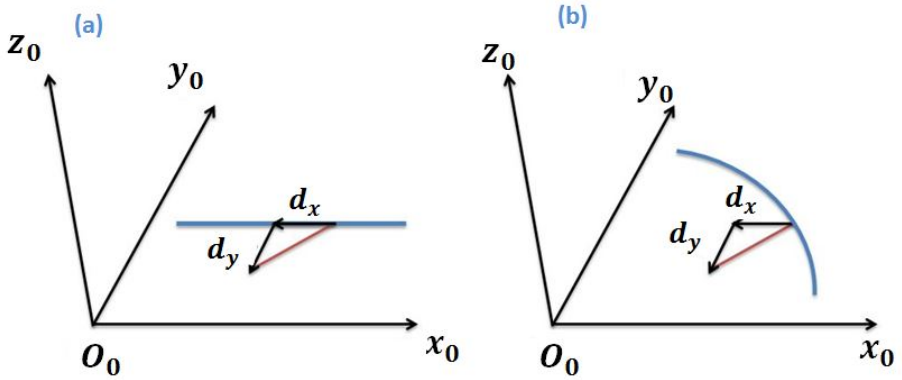


FIGURE 5.3 – Une représentation de l'erreur en position dans le plan (x, y)

La représentation (b) de la figure 5.3 illustre une trajectoire complexe (ici circulaire) dans laquelle nous constatons que les erreurs dx et dy suivant les axes x et y sont visibles et influent sur la trajectoire finale de l'organe terminal dans les deux sens.

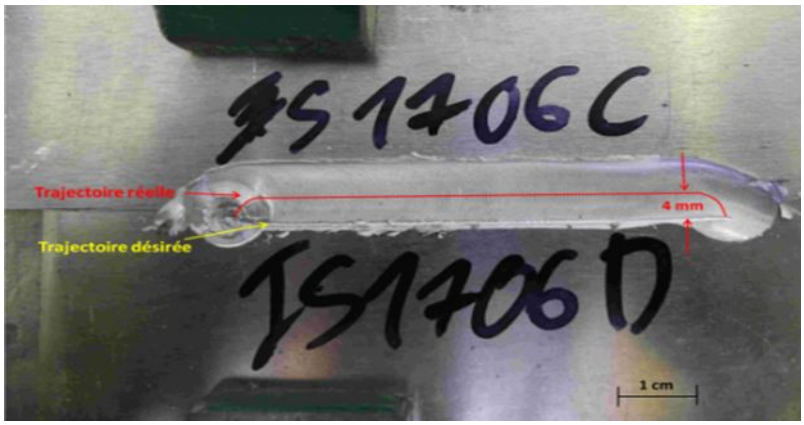


FIGURE 5.4 – Un exemple d'application de soudage réalisé à l'IS

5.4 Les deux critères de l'erreur de déviation dans l'espace cartésien

5.4.1 La configuration du robot lors du soudage et l'espace de travail utilisé

La configuration du robot

Dans ces travaux de recherche, pour simplifier les calculs, nous avons choisi dans un premier temps une configuration simple de soudage, telle que l'axe de l'outil est supposé être perpendiculaire à la pièce à souder au cours du procédé FSW. Ainsi, lorsque le soudage s'effectue sur une surface horizontale, l'outil reste toujours selon la direction z jusqu'à la fin du soudage. Avec cette configuration, figure 5.5, nous avons $q_1 = q_4 = q_6 = 0$ et :

$$q_5 = \frac{\pi}{2} - q_2 - q_3 \tag{5.16}$$

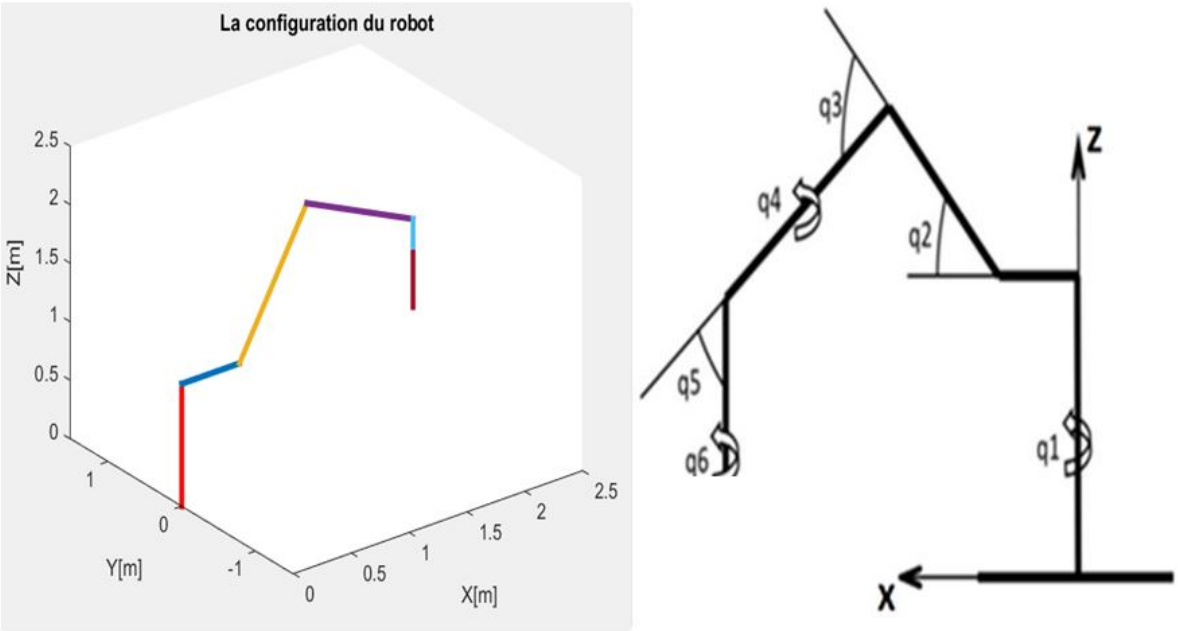


FIGURE 5.5 – Les configurations du robot lors du soudage par le procédé FSW

Espace de travail

L'expression (5.16) montre que l'espace du travail est limité par les angles q_2 et q_3 tel que :

$$\text{-}130° < q_2 < 20° \text{ et -}94° < q_3 < 150°$$

5.4.2 L'erreur en position EP

D'après l'équation (5.12), deux critères sont définis :

- l'erreur en position EP qui représente l'erreur de suivi de trajectoire en position.
- l'erreur en rotation ER qui représente l'erreur de rotation de l'outil vis-à-vis de son orientation désirée.

Le premier critère est exprimé par la relation suivante :

$$EP = \|\Delta X_t - \Delta X_M \mathbf{n}\| \tag{5.17}$$

avec

$$\Delta X_M = \begin{pmatrix} dx & 0 & 0 \\ 0 & dy & 0 \\ 0 & 0 & dz \end{pmatrix}$$

$\mathbf{n}$: est le vecteur unitaire normal à la surface des pièces à souder. Cette équation permet de calculer la norme de l'erreur en position en négligeant la déviation selon la normale $\overrightarrow{n}$.

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \tag{5.18}$$

Nous avons donc :

$$EP = \left\| \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} dx & 0 & 0 \\ 0 & dy & 0 \\ 0 & 0 & dz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} \right\| \tag{5.19}$$

Dans l'exemple du paragraphe 5.4.1, l'étude porte sur un soudage linaire simple dans le plan horizontal x, y, c'est pourquoi nous avons pris :

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{R_t} \tag{5.20}$$

Nous avons donc :

$$EP = \left\| \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dz \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ 0 \end{pmatrix} \right\| \tag{5.21}$$

dx et dy sont les déviations selon x et y qui décalent l'outil de sa trajectoire programmée. Ils définissent l'erreur résultant dans le plan x, y par l'équation suivante :

$$EP = \sqrt{dx^2 + dy^2} \tag{5.22}$$

5.4.3 L'erreur en rotation ER

Parmi les paramètres de FSW, nous avons défini l'angle de tilt qui est illustré sur la figure 5.6. Cet angle sert à avoir une bonne compacité du cordon.

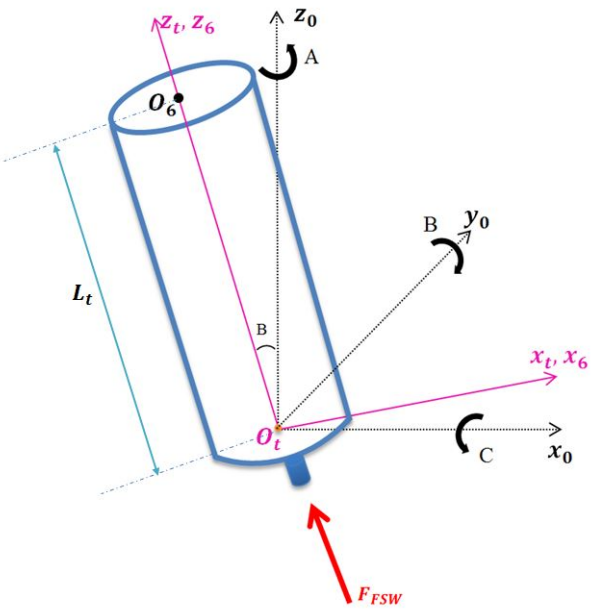


FIGURE 5.6 – L'orientation de l'outil

Il existe des outils qu'il n'est pas nécessaire d'incliner. Mais si on utilise les outils à épaulement plat, cet angle n'est jamais nul et de plus, une grande valeur génère un blocage au moment de l'avancée de l'outil. Donc un choix

arbitraire de cet angle provoque des défauts de soudage. La bonne valeur de l'angle de tilt est entre 1.5°et 3.5° d'après [115]. On fixe la valeur exacte de l'angle de tilt selon l'outil utilisé, l'épaisseur à souder et le type de matériau avant de commencer le soudage. Lors du procédé, si sa valeur change, bien évidemment avec une certaine tolérance, cela entraine un mauvais soudage. Donc le fait que l'outil change d'orientation engendre l'apparition de défauts. Les efforts en x et y changent, nous avons donc plus au moins des déviations en x et y. En effet, il faut éviter la déformation du robot en orientation en calculant l'erreur en rotation par l'expression suivante :

$$ER = \sqrt{dB^2 + dC^2} \tag{5.23}$$

L'optimisation de l'erreur totale est donc définie par la minimisation des critères EP et ER. Nous avons dans la suite proposer des solutions permettant de réduire ces critères.

5.5 L'influence du compensateur de gravité sur l'erreur

Comme évoqué précédemment dans la problématique de notre thèse, nous avons besoin de forces très conséquentes pour réaliser les soudages par friction. Nous avons décidé lors de la phase de soudage de désactiver le compensateur de gravité afin d'augmenter la force pressante d'appui. En effet, dans certaines configurations du robot, on pourrait s'aider des masses des axes 2 à 6 afin d'apporter une aide à l'effort de soudage. Ainsi les couples fournis par le moteur de l'axe 2 est réduit ce qui contribue à diminuer la déformation du robot.

Nous avons réalisé un exemple d'application de soudage qui exige les efforts suivants : $F_x = F_y = 2$ kN et $F_z = 10$ kN. Nous avons par la suite modélisé la trajectoire de soudage avec et sans force de compensation de gravité créée par le système d'équilibrage et obtenu les résultats suivants :

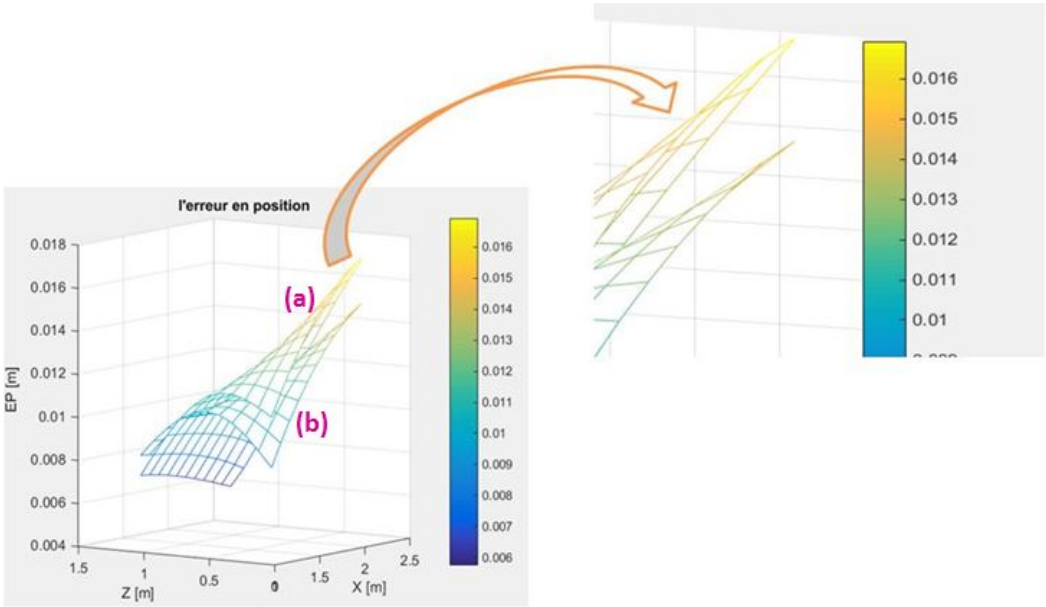


FIGURE 5.7 – L'erreur en position : (a) est l'erreur avec l'intervention de compensation de gravité, (b) est l'erreur sans l'intervention de compensation de gravité

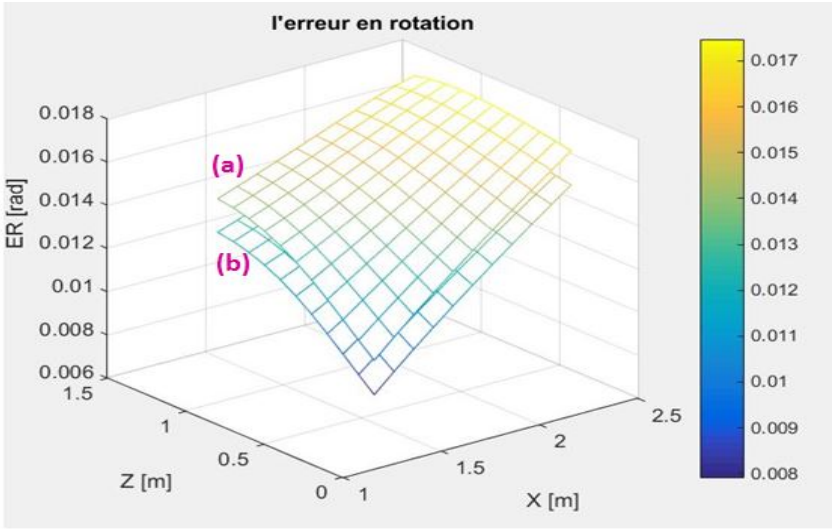


FIGURE 5.8 – L'erreur en rotation : (a) est l'erreur avec l'intervention de compensation de gravité, (b) est l'erreur sans l'intervention de compensation de gravité

On constate à partir de ces résultats que la différence d'erreur entre les représentations des deux critères avec ou sans compensateur est faible et donc la non intervention du système d'équilibrage lors de la phase de soudage n'apporte pas d'amélioration notable.

Nous avons fait une représentation de la gravité et du couple extérieur appliqué sur l'outil, en utilisant Matlab. Cela a été fait pour différentes configurations de robot et dans l'espace de travail défini précédemment. Nous avons obtenu le résultat suivant :

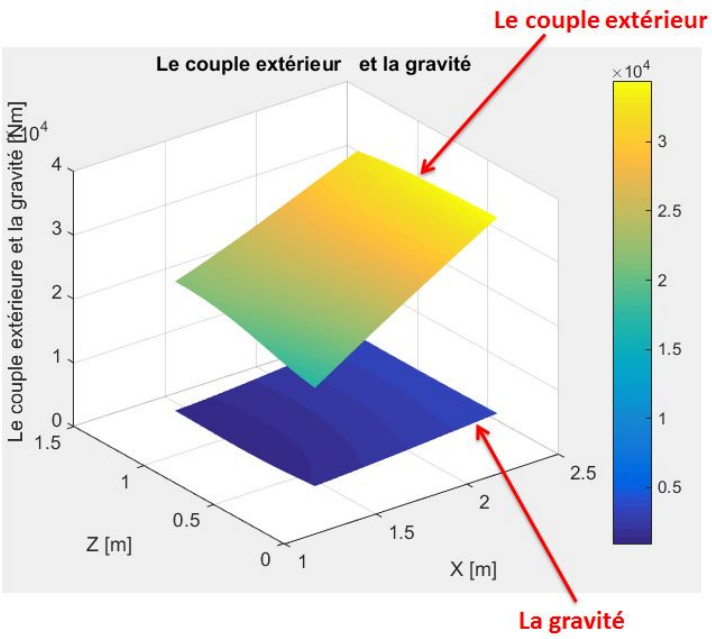


FIGURE 5.9 – la représentation de la gravité et du couple extérieur

Ces résultats montrent que l'influence de la gravité n'est pas très importante dans notre système, en effet d'après la relation (5.12) ; qui relie l'erreur de trajectoire à la gravité et au couple extérieur et d'après la figure 5.9, nous constatons que l'effet de la gravité est négligeable devant l'effet du couple extérieur à cause des efforts importants exigés par le procédé qui dépasse énormément la capacité du compensateur de gravité. Ce qui explique le fait qu'il n'y ait pas une diminution conséquente de l'erreur.

Même si nous avons trouvé des résultats intéressants, il s'avérerait que sur le robot Kuka il aurait été difficile de dissocier la commande du robot de

celle du compensateur, puisqu'il est difficile d'extraire et de réintroduire le gaz dans le système d'équilibrage.

5.6 Dispositif d'assistance au robot par masse additionnelle

Comme la solution de la non intervention du système de compensation n'était pas concluante, nous avons pensé à installer une masse sur le poignée du robot. L'idée étant toujours d'augmenter la force de pression de l'outil, l'ajout d'une masse fixe va augmenter la force d'appui. Sur le modèle numérique de notre robot, nous avons modifié la matrice DHM en prenant en compte cette fois-ci le corps ajouté d'une masse M.

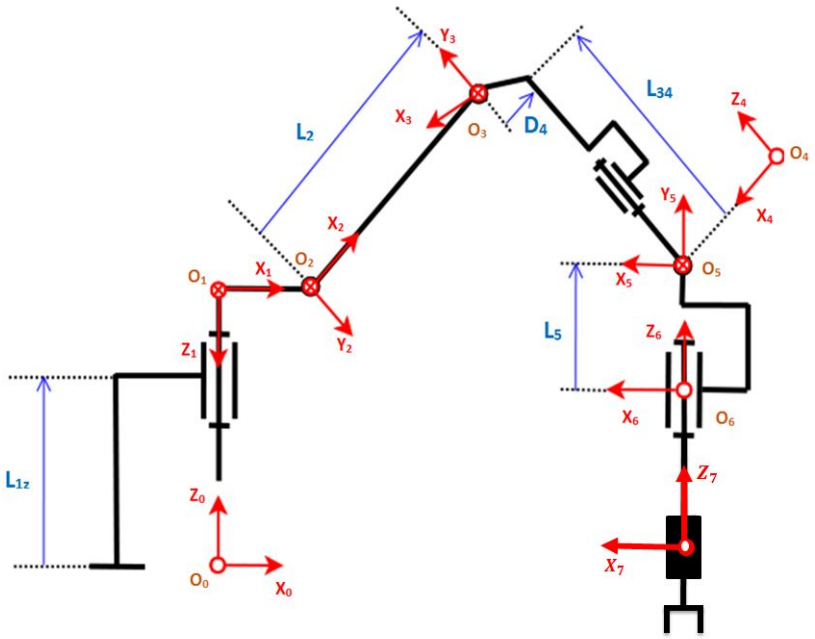


FIGURE 5.10 – Dispositif d'assistance au robot par masse additionnelle

En utilisant Symoro+ (figure 5.11), je détermine les nouveaux modèles géométriques, cinématiques et dynamiques du robot, qui m'ont permis de recalculer les erreurs du positionnement de l'outil dans l'espace opérationnel. Comme le montre la figure 5.10, nous avons fixé le corps 7 sur l'outil et nous

avons fait en sorte qu'il soit aligné avec le corps 6 suivant l'axe z, en conséquence, nous avons $MX7 = MY7 = 0$. La distance entre les deux origines O_6 et O_7 a été fixée à une valeur de 300 mm . La valeur de la masse $M7$ quant à elle est une variable que je modifie pour étudier son influence sur l'erreur de trajectoire.

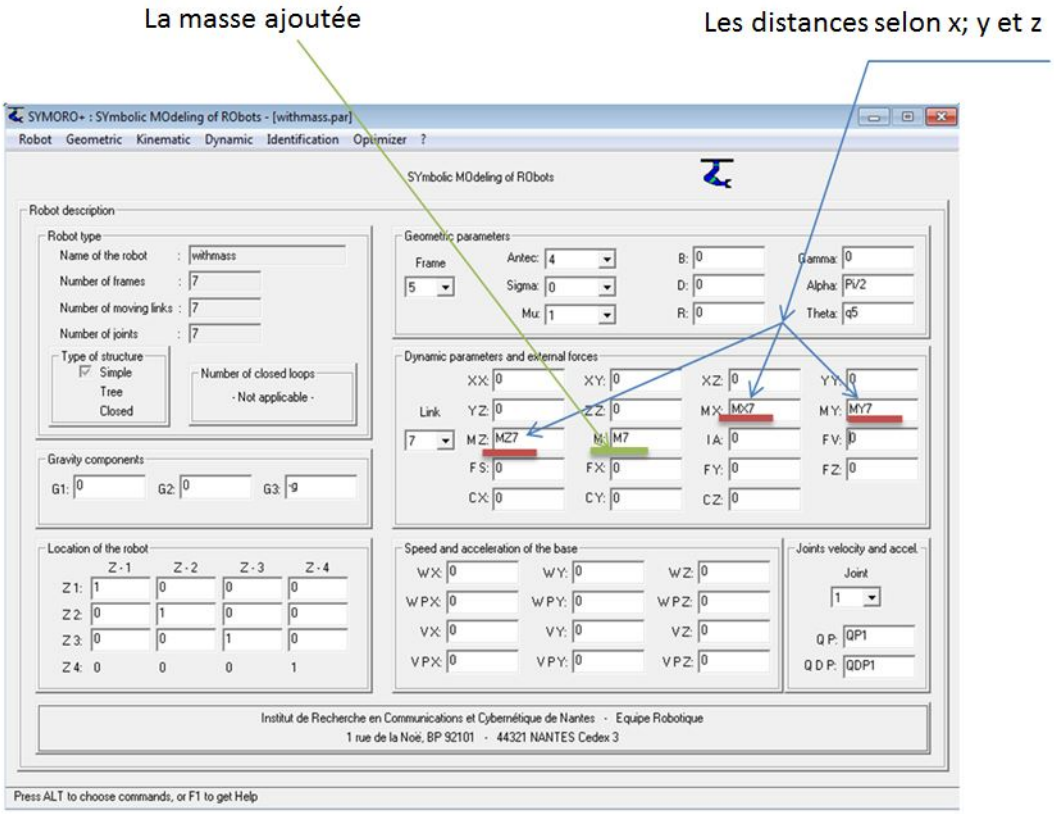


FIGURE 5.11 – Les paramètres à ajouter sur Symoro+ en ajoutant la masse

Le modèle dynamique d'un robot dépend de 11 paramètres pour chaque corps rigide (4.30). étant donné que le robot Kuka possède 6 axes, il me faut alors 66 paramètres, auxquelles je rajoute celui du corps 7 correspondant à la masse, j'obtiens alors 77 paramètres. Ajouter une masse veut dire ajouter un corps supplémentaire au robot. Nous avons introduit tous les paramètres sur le logiciel Symoro+, et celui-ci m'a donné les équations regroupées des paramètres liés au corps 7 :

$$XX5R7 = 2\ L_5\ M7 - 2\ L_5\ MZ7$$

$$ZZ5R7 = 2\ L_5\ M7 -\ 2\ L_5\ MZ7$$

$$MY5R7 = MZ7 - L_5\ M7$$

$$XX3R7 = 2\ M7\ (L_{34} - d_4)$$

$$XY3R7 = d_4\ L_{34}\ M7$$

$$ZZ3R7 = M7\ (2\ d_4 +\ 2\ L_{34})$$

$$MX3R7 = M7\ d_4$$

$$MY3R7 = -M7\ L_{34}$$

$$XX2R7 = -2\ L_2\ M7$$

$$ZZ2R7 = 2\ L_2\ M7$$

$$MX2R7 = L_2\ M7$$

$$ZZ1R7 = 2\ L_2\ M7 +\ 2\ d_4\ M7 +\ 2\ L_{1x}\ M7$$

En ajoutant la masse, nous avons calculé l'erreur de déviation de l'outil en position et en orientation, ainsi nous avons déduit l'influence de cette masse sur ces deux critères, figure 5.12.

Les résultats montrent qu'il y a des diminutions de l'erreur en position et de l'erreur en rotation lors du soudage en augmentant chaque fois la masse ajoutée. La surface (a) est une représentation de l'erreur sans masse, la surface (b) est une représentation de l'erreur avec $M7$= 400 kg , alors que la surface (c) est la représentation de l'erreur avec une masse de $M7$= 700 kg. En effet, plus la masse appuyant sur l'outil est importante plus l'erreur est faible. Cependant cette solution est techniquement difficile à réaliser. Ces études ont été effectuées pour vérifier l'importance de créer une force d'appui appliquée sur l'outil.

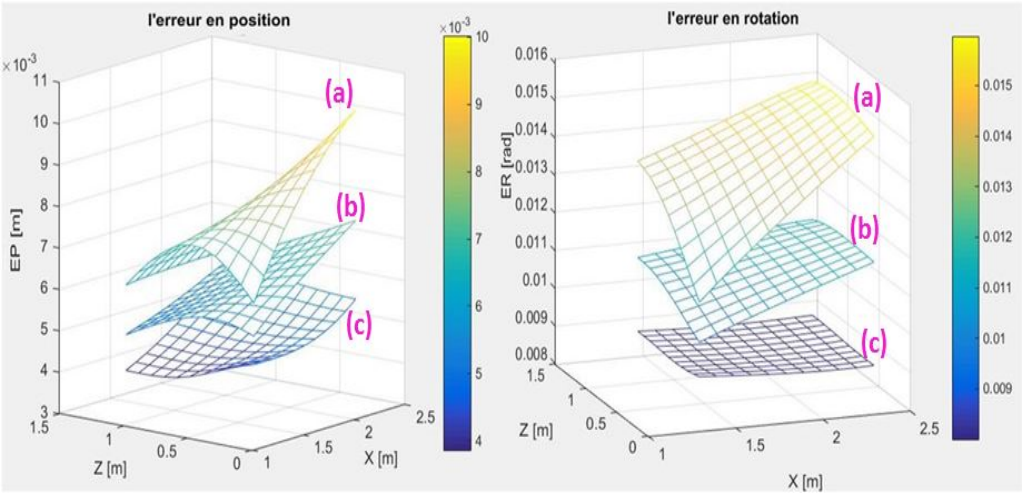


FIGURE 5.12 – L'influence de la masse ajoutée sur les deux critères : (a) est l'erreur sans masse, (b) est l'erreur avec $M7$= 400 kg, (c) est l'erreur avec une masse de $M7$= 700 kg

Nous avons constaté une diminution importante de l'erreur, c'est pour ces raisons que nous avons pensé à mettre en place un système techniquement réalisable et capable de créer des efforts d'appui comme si nous avons une masse sur l'outil. Notre choix s'est porté sur un système à structure parallèle à trois vérins.

5.7 La structure parallèle

5.7.1 Introduction

D'une manière classique, les mécanismes robotiques sont basés soit sur une structure sérielle, soit sur une structure parallèle. Les manipulateurs sériels sont les robots industriels les plus utilisés. Ils sont conçus comme une série de corps reliés entre eux par des articulations actionnées. Ce type de structure se prolonge à partir d'une base jusqu'à un effecteur d'extrémité qui contient généralement l'outil. L'avantage du manipulateur est situé dans la liberté de fonctionnement dans un espace de travail vaste.
C'est pour ces raisons que la structure sérielle est très intéressante pour avoir une manipulabilité importante lors du soudage. Pourtant le point négatif remarquable est le manque de rigidité. Par conséquent, avec cette architecture, les forces demandées en FSW génèrent des déformations le long de la chaîne,

ce qui provoque une surcharge au niveau des actionneurs. Cette surcharge perturbe le positionnement exact au niveau de chaque articulation d'où la création de l'erreur articulaire.

Le deuxième type de robots est constitué par les robots parallèles. C'est une structure constituée par des chaînes cinématiques fermées. Toutes les chaînes de mécanisme sont liées à une base fixe et assurent ensemble l'actionnement de l'organe terminal. Un robot parallèle est constitué par au moins deux chaînes indépendantes : à titre d'exemple le robot Mitsubishi qui est composé de deux chaînes cinématiques et qui possède deux degrés de liberté dont des translations selon x et y [60].
Cette architecture est caractérisée par une rigidité plus importante qu'un manipulateur sériel.

Ainsi on peut imaginer que les inconvénients d'une structure puissent être compensés par les avantages de l'autre, ce qui aboutit à un mécanisme à structure «hybride ». Il permet de mettre en jeu les avantages des deux familles. Principalement, le mouvement est créé par la structure sérielle du robot Kuka alors que la structure parallèle assure la création d'efforts d'appui très élevés sur l'outil.

Donc, finalement l'idée est d'installer un dispositif d'assistance au robot directement sur le poignée en ajoutant trois vérins identiques créant des forces d'appui sur l'organe terminal.

5.7.2 Description

La figure 5.13 illustre une représentation schématique de la structure parallèle ajourée au robot industriel Kuka KR500-2MT. La base fixe de cette structure est reliée à la plateforme mobile par trois vérins identiques. Chaque vérin est composé d'une liaison glissière, on l'appelle aussi une liaison prismatique, noté P, une liaison sphérique S au point M_i et une liaison cardan U au point P_i, pour $i = 1$, 2 et 3. L'articulation prismatique est pilotée par un actionneur pour créer une force selon l'axe de l'articulation prismatique. L'application de la résultante de la force sur la plateforme est contrôlée par la contraction et/ou l'extension des trois vérins. Cette force est nécessaire pour optimiser l'erreur et diminuer la déviation de l'outil.

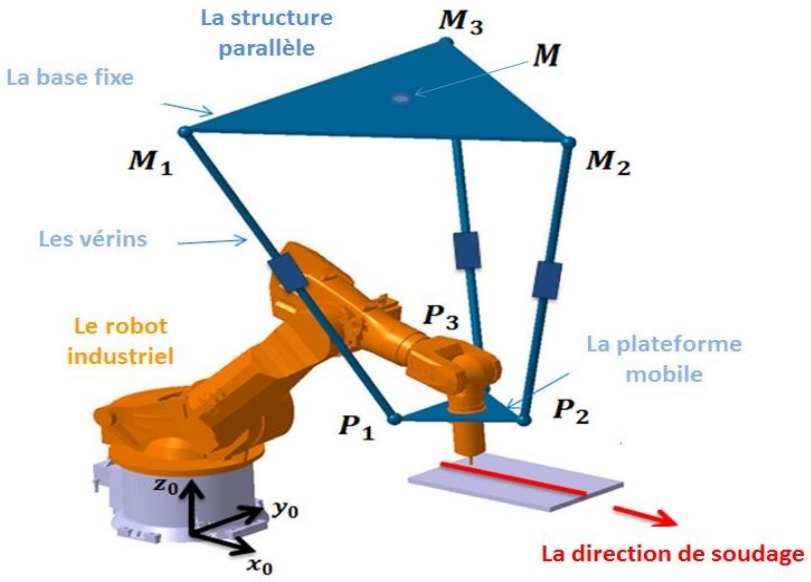


FIGURE 5.13 – La structure parallèle ajoutée au robot industriel

On suppose que le plan contenant P_1, P_2 et P_3 garde la même orientation que l'outil et reste parallèle au plan fixe contenant M_1, M_2 et M_3.

La matrice de transformation de l'origine du corps 6 du robot exprimée dans le repère fixe R_0 s'écrit :

$$ {}^0T_6 = \begin{bmatrix} {}^0D_6 & {}^0P_6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.24} $$

nous avons calculé la position et la matrice de rotation de la plateforme O_6 dans l'espace cartésien en utilisant la modélisation géométrique directe, en effet selon l'annexe I paragraphe (8.1.3) nous avons :

$$ {}^0T_6 = {}^0T_1 \, {}^1T_2 \, {}^2T_3 \, {}^3T_4 \, {}^4T_5 \, {}^5T_6 \tag{5.25} $$

La position du corps 6 dans le repère fixe R_0 peut aussi être définie par un vecteur qui dépend de sa position dans l'espace et des angles Roulis-Tangage-Lacet tel que :

$$ {}^0T_6 = \left[\begin{array}{cc} {}^0P_6 & {}^0D_6 \end{array} \right]^\top \tag{5.26} $$

D'où :

$$^{0}T_6 = \left[\begin{array}{cccccc} x_6 & y_6 & z_6 & A_6 & B_6 & C_6 \end{array}\right]^{\top} \tag{5.27}$$

L'électrobroche FSW est supposée fixée directement à la plateforme mobile qui est elle-même attachée au corps 6 du robot. De plus, nous avons choisi la même orientation pour l'outil et le corps 6 dans l'espace, ainsi les axes de ces deux derniers sont confondus. C'est pour ces raisons que la matrice de transformation de l'outil dans le repère fixe R_0 s'écrit :

$$^{0}T_{ot} = \begin{bmatrix} ^{0}D_6 & ^{0}P_{ot} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La position de O_t exprimée dans le repère R_6 est :

$$^{6}P_{ot} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_t \end{pmatrix}$$

Avec L_t la longueur de l'outil selon l'axe z_t, voir figure 5.6.

La position de O_t dans le repère fixe R_0 s'écrit donc :

$$^{0}P_{ot} =^{0} P_6 +^{0} D_6 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_t \end{pmatrix}$$

Pour calculer le vecteur P_iM_i, il faut calculer au préalable les coordonnées des points de contact entre la plateforme mobile et les vérins : P_i, ainsi que les coordonnées des points de contact entre les vérins et la base fixe de la structure parallèle : M_i dans le repère fixe R_0, avec $i \in [1\ ;\ 3]$, (voir figure 5.13).

Également, nous avons choisi pour le repère R_M, qui est attaché à la base de la structure parallèle, la même orientation que celle du repère attaché à la base fixe du robot R_0, ce qui donne :

$$^{0}D_M = I_3 \tag{5.28}$$

Selon la figure 5.14 soit les coordonnées du point O_M dans le repère fixe R_0 avec : x_M sa position selon l'axe x_0, y_M sa position selon l'axe y_0 et H sa position selon l'axe z_0.

Alors sa position dans l'espace est définie par le vecteur suivant :

$$^{0}P_M = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$

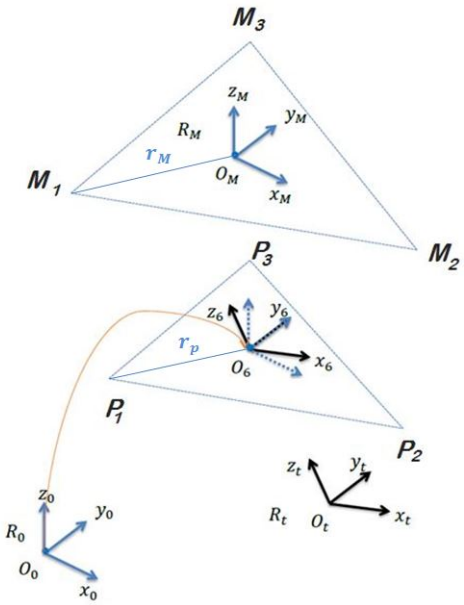


FIGURE 5.14 – Le repère fixe du robot, de la structure parallèle et de l'outil

Par conséquent, la matrice de transformation entre la base de la structure parallèle et le repère attaché à la base fixe du robot industriel est établie par la matrice de transformation homogène suivante :

$$^{0}T_M = \begin{bmatrix} I_3 & ^{0}P_M \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Selon la géométrie de la base fixe de la structure parallèle que nous avons choisi, figure 5.14, les coordonnées du point M_i dans le repère R_M sont exprimées par :

$$^{M}P_{M_1} = \begin{bmatrix} -\frac{r_M}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}r_M & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{M}P_{M2} = \begin{bmatrix} r_M & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{M}P_{M_3} = \begin{bmatrix} -\frac{r_M}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}r_M & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

La matrice de transformation homogène du repère R_{M_i} dans le repère fixe R_0 est définie par la relation suivante :

$$^{0}T_{M_i} = {}^{0}T_M \; {}^{M}T_{M_i}$$

Donc,

$$^{0}T_{M_i} = \begin{bmatrix} I_3 & {}^{0}P_{M_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

Donc, les trois points de contact entre les vérins et la base de la structure parallèle dans le repère fixe R_0 sont définies par :

$$M_i = {}^{0}P_M + I_3 \; {}^{M}P_{M_i} \tag{5.30}$$

Les coordonnées des points P_i dans le repère R_6 sont données par :

$$^{6}P_{p_i} = \begin{pmatrix} x_{p_i} \\ y_{p_i} \\ z_{p_i} \end{pmatrix}$$

Puisque nous avons choisi la plateforme de même géométrie que celle de la base, les coordonnées des points P_{p_i} exprimés dans le repère R_6 sont :

$$^{6}P_{p_1} = \begin{bmatrix} -\frac{r_p}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}r_p & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{6}P_{p_2} = \begin{bmatrix} r_p & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{6}P_{p_3} = \begin{bmatrix} -\frac{r_p}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}r_p & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

Le repère lié au plateforme R_{P_i} a été choisi de même orientation que celui attaché au corps 6 R_6. A cet effet, la matrice de transformation entre ces deux repères s'écrit :

$$^{6}T_{P_i} = \begin{bmatrix} I_3 & {}^{6}P_{p_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

I_3 est la matrice d'identité.

Pour calculer les positions de contact entre les vérins et la plateforme p_i dans le repère fixe R_0, la transformation homogène est définie par :

$$P_i =^0 P_6 +^0 D_6 \, {}^6P_{p_i} \tag{5.31}$$

Comme mentionné dans ce travail, le robot industriel permet de déplacer et de positionner l'outil tandis que la structure parallèle permet d'améliorer sa rigidité. En effet, pour corriger la déviation de l'outil, il faut choisir correctement les forces créés par les trois vérins sur la plateforme.

Chaque vérin de cette structure parallèle produit un torseur T_i sur la plateforme ainsi que sur l'outil au point O_t défini par :

$$\mathbf{T}_i = \left[F_i^\top C_i^\top\right]^\top \tag{5.32}$$

Comme illustré sur la figure 5.13, la force exercée par chaque vérin est définie par :

$$F_i = f_i \; Z_i \tag{5.33}$$

Avec, f_i est l'amplitude de la force créée par l'actionneur i de la structure parallèle selon la direction Z_i.

Selon les matrices de transformation exprimées aux équations (7.19) et (7.18), nous avons calculé les coordonnées de la position des points P_1, P_2, P_3, M_1, M_2 et M_3 pendant le mouvement du robot industriel et pour plusieurs configurations dans l'espace.

En utilisant les coordonnées de ces points exprimés dans le repère fixe R_0, le vecteur Z_i est défini par :

$$Z_i = \frac{P_i M_i}{\|P_i M_i\|} \tag{5.34}$$

Le vecteur de moment C_i créé par l'actionneur i au point O_6 est exprimé sous la forme suivante :

$$C_i = O_t P_i \times F_i \tag{5.35}$$

$O_6 P_i$ est le vecteur qui définit la distance entre le centre de la plateforme et les points où les forces créées par les vérins sont exercées, figure 5.15.

$$O_6 P_i = r_p U_{Pi} \tag{5.36}$$

Où r_p est la distance entre le centre de la plate-forme O_6 et ses points de contact avec les vérins au point P_i selon le vecteur directeur U_{Pi}.

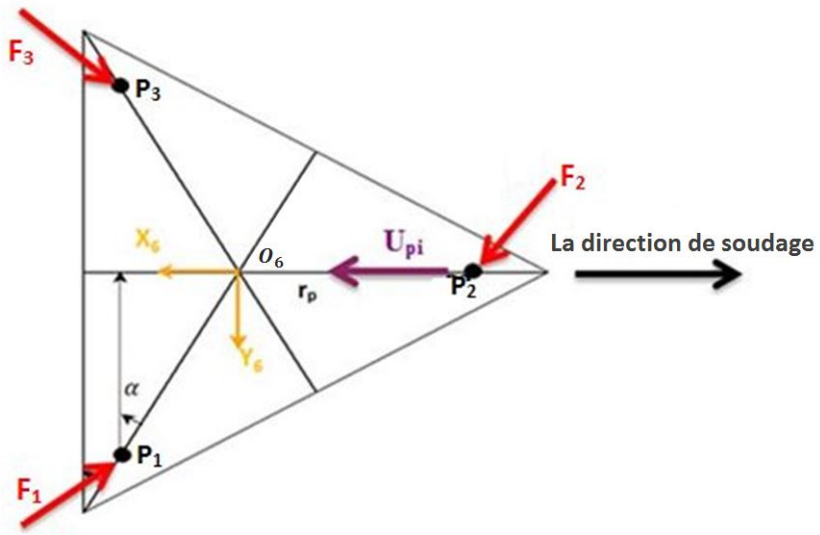


FIGURE 5.15 – Les vecteurs directeurs entre O_6 et les point P_i

La figure 5.15 définit les vecteurs directeurs et les distances entre le centre de la plateforme et ses points de contact avec les vérins au point P_i.

Donc :

$$U_{Pi} = \frac{O_6P_i}{\|O_6P_i\|} \tag{5.37}$$

La broche de l'outil FSW est située au sixième axe du manipulateur, qui est supposé rester incliné avec l'angle d'inclinaison B pendant le soudage, figure 5.6.

nous avons défini précédemment à partir du modèle dynamique du robot et de son modèle de flexibilité l'erreur de déviation de l'outil dans l'espace opérationnel qui a été exprimée par la relation suivante :

$$\Delta X = {}^0J_{O_t}(q)K^{-1}(G(q) + {}^tJ^T_{O_t}(q){}^t\mathbf{T}_{ext}) \tag{5.38}$$

nous avons précisé précédemment que ${}^t\mathbf{T}_{ext}$ représente le vecteur des efforts extérieurs appliqué sur l'outil.

Avant d'ajouter la structure parallèle sur le robot industriel, les efforts extérieurs ont été seulement les efforts appliqués par le procédé de soudage FSW. Cependant, en ajoutant cette structure les efforts créés par les trois

vérins doivent êtres pris en compte. En effet, le torseur appliqué sur l'outil au point O_t dans le repère R_0 s'écrit sous la forme suivante :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{ext} = {}^{t}\mathbf{T}_{FSW} + \sum_{i=1}^{3} {}^{t}\mathbf{T}_{i} \tag{5.39} $$

Ainsi, l'erreur générée lors de soudage en utilisant la structure hybride s'écrit en remplaçant l'équation (7.26) dans l'équation (5.38) par :

$$ \Delta X = {}^{0}J_{O_t}(q)K^{-1}(G(q) + {}^{t}J^{T}_{O_t}(q)({}^{t}\mathbf{T}_{FSW} + \sum_{i=1}^{3} {}^{t}\mathbf{T}_{i}) \tag{5.40} $$

En utilisant cette expression et la modélisation du robot décrite dans le chapitre précédent, nous avons développé un programme sous Matlab pour représenter l'erreur dans l'espace de travail.

L'erreur de déviation dépend des forces créées par les trois vérins de la structure parallèle tels que :

$$ F_p = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} $$

Cette erreur dépend également des paramètres dimensionnels définis par le vecteur suivant :

$$ Dim = \begin{pmatrix} r_p \\ r_M \\ x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix} $$

Comme mentionné précédemment r_p définit la dimension de la plateforme, r_M caractérise la dimension de la base, x_M, y_M et $z_M(= H)$ sont les coordonnées du centre O_M de la base de la structure parallèle exprimées dans le repère fixe R_0, voir la figure 5.13.

En posant,

$$ V = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & r_p & r_M & x_M & y_M & z_M \end{bmatrix}^{\top} $$

Finalement, l'erreur dans l'espace opérationnel s'exprime comme :

$$ \Delta X = {}^{0}J_{o_t}(q)K^{-1}(G(q) - {}^{t}J^{T}_{o_t}(q) \; ({}^{t}\mathbf{T}_{FSW} + \sum_{i=1}^{3} {}^{t}\mathbf{T}_{i}(V)) \tag{5.41} $$

5.7.3 Étude de la diminution des erreurs

Un exemple simple de soudage a été choisi, tel que le procédé exige une force axiale égale à 8 kN. Les forces latérales F_x et F_y ainsi que les couples ont été négligés car ils contribuent moins à la déformation que F_z, ce qui nous donne :

$$^{t}\mathbf{T}_{FSW} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8\,\text{kN} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_t^{\top}$$

Représentation de l'erreur lors du soudage en utilisant le robot industriel seul

Pour cette application nous avons représenté l'erreur en position en utilisant Matlab, le résultat est le suivant :

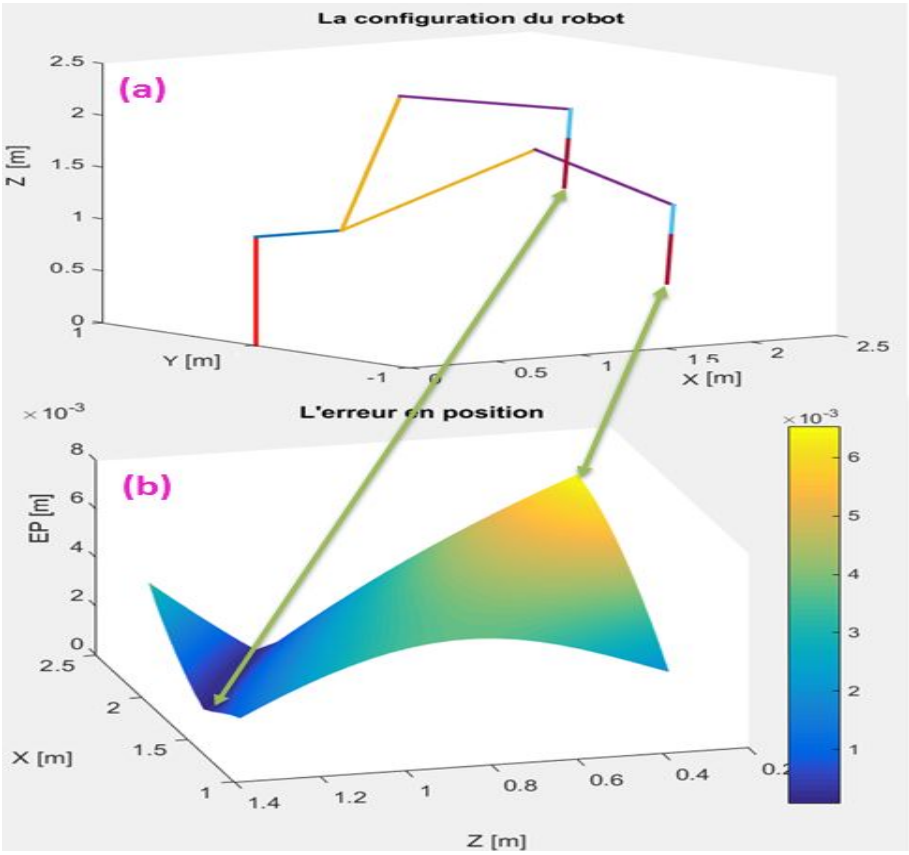


FIGURE 5.16 – (a) : La configuration du robot pour deux valeurs de l'erreur dans l'espace cartésien,(b) : L'erreur en position

A partir de ce résultat, nous constatons que l'erreur varie entre 1 mm et 7 mm, ce qui peut être considéré comme une erreur très importante et inacceptable pour plusieurs applications industrielles, voir la figure 5.16(b).

Selon la représentation de l'erreur calculée sous Matlab, nous remarquons que plus le poignée est loin de la base, plus l'erreur est importante, en raison de l'augmentation des couples articulaires, voir la figure 5.16(b).

Représentation de l'erreur lors du soudage en utilisant le système hybride

L'expression de l'équation : $F_i = f_i\ Z_i$ nous permet de déterminer la force créée par les vérins i de la structure parallèle. Dans un premier temps, nous avons choisi $f_1 = f_3$=1,5 kN et f_2= 2 kN, ce qui nous donne la représentation illustrée sur la figure 5.17. Par la suite, nous avons choisi $f_1 = f_2 = f_3$=3 kN et nous avons remarqué que cela nous permet de minimiser énormément l'erreur de déviation comme présenté sur la figure 5.18.

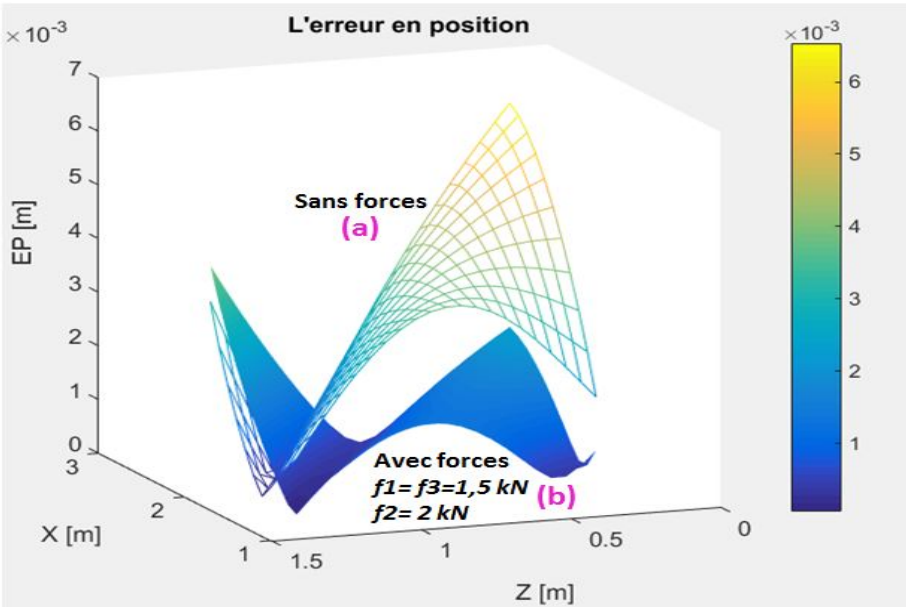


FIGURE 5.17 – l'influence des forces appliquées par la structure parallèle sur l'erreur en position, (a) : l'erreur en position sans les forces, (b) : l'erreur en position avec $f_1 = f_3 = 1,5$ kN et f_2= 2 kN

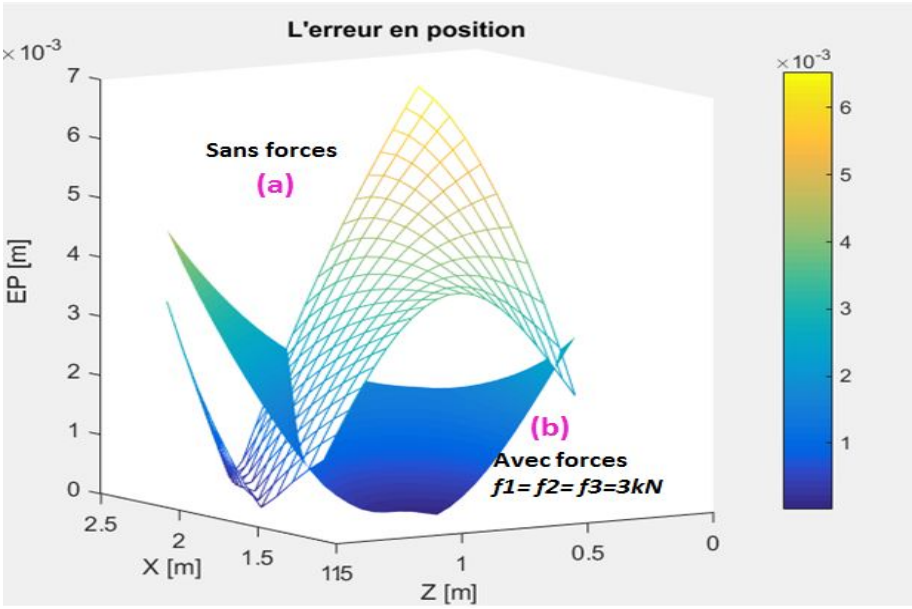


FIGURE 5.18 – l'influence des forces appliquées par la structure parallèle sur l'erreur en position, (a) : l'erreur en position sans les forces, (b) : l'erreur en position avec$f_1 = f_2 = f_3 =3$ kN

On constate à partir de ces résultats qu'il y a une diminution appréciable de l'erreur, mais aussi des disparités en fonction de la configuration du robot. Autrement dit, l'erreur dépend de l'effort d'appui créé par les vérins ainsi que de la position de l'outil dans son espace de travail. Donc comme présenté sur la figure 5.20, l'application de telles valeurs d'efforts par la structure parallèle peut diminuer l'erreur dans une partie de l'espace de travail mais augmenter également l'erreur pour d'autres configurations du robot.

Nous avons choisi arbitrairement différentes valeurs de f_1, f_2 et f_3 et nous avons représenté l'erreur, comme illustré sur la figure 5.19.
Nous avons constaté en superposant les différentes courbes, voir la figure 5.20, qu'il faut calculer les forces optimales pour un minimum d'erreur selon la position de l'outil.

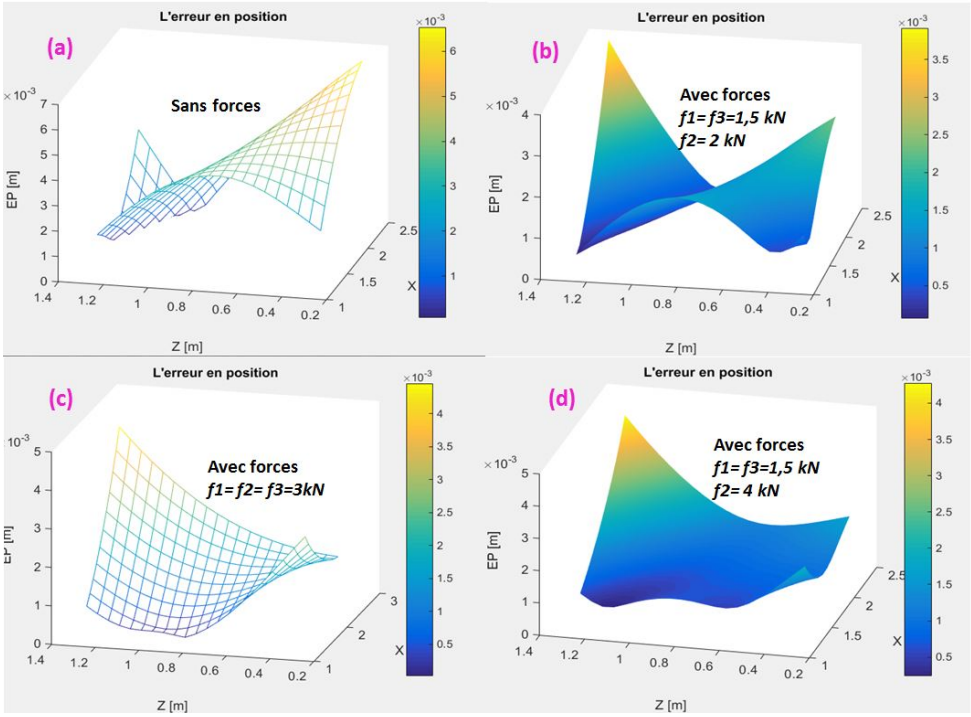


FIGURE 5.19 – L'erreur en position en appliquant plusieurs valeur de f_i

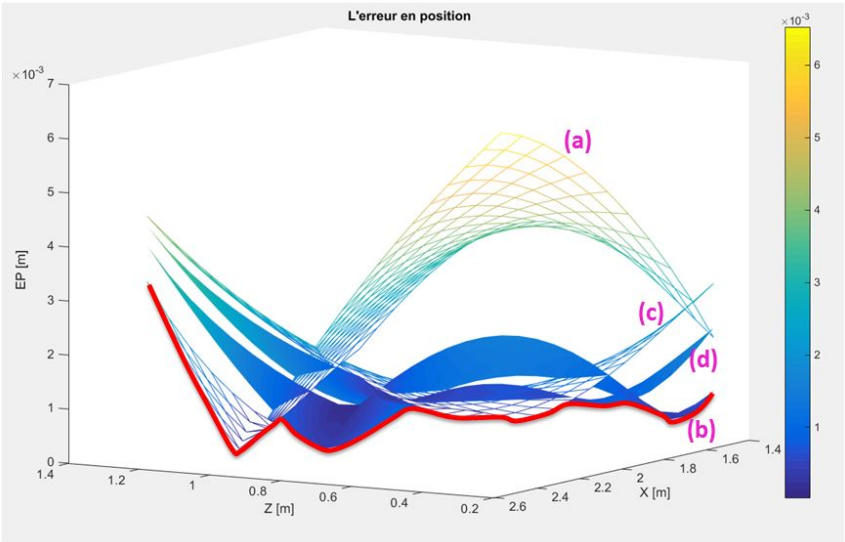


FIGURE 5.20 – La superposition des erreurs en position représentées sur la figure 5.19

5.7.4 Les forces optimales créées par la structure parallèle correspondant a une erreur minimale

En choisissant les paramètres dimensionnels suivants :

$$Dim = \begin{pmatrix} 0.3 \text{ m} \\ 1.2 \text{ m} \\ 1 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \\ 4 \text{ m} \end{pmatrix} \tag{5.42}$$

Je vais optimiser l'erreur en position exprimée dans l'equation (5.41).

En effet, nous avons développé un programme d'optimisation afin de mettre en place un système dynamique qui permettra de fournir, pour chaque configuration, les forces optimales correspondant au minimum d'erreur tel que :

$$\min_{F_p} EP(V) \tag{5.43}$$

$$\text{Où} \quad F_p = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T$$

Suite à cette optimisation, nous avons réussi à déterminer les forces optimales pour toutes les configurations du robot, figure 5.21.

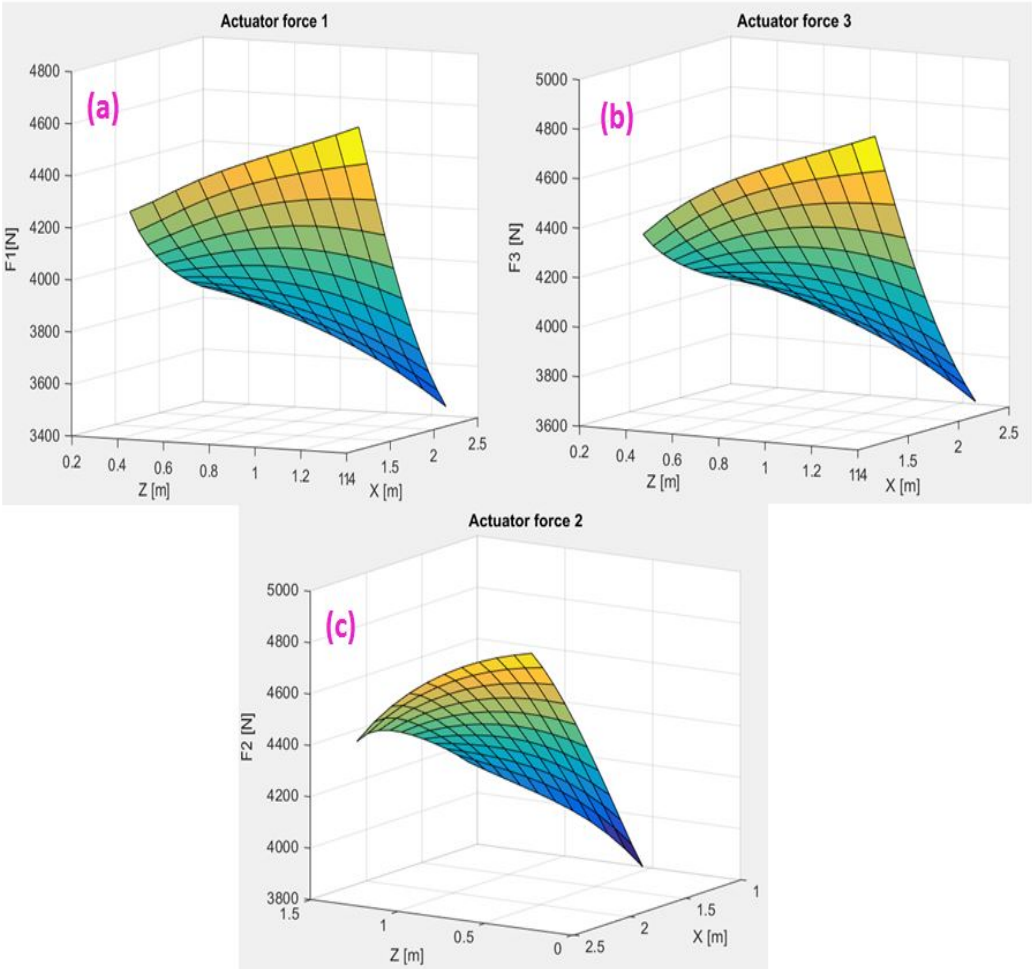


FIGURE 5.21 – Les forces créées par les trois actionneurs de la structure parallèle avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$, (a) La force créée par l'actionneur 1, (b) La force créée par l'actionneur 3, (c) La force créée par l'actionneur 2

Les résultats suivants établis par ce programme me permettent de calculer les forces optimales pour toutes les configurations du robot afin de minimiser les erreurs en position et en rotation pour obtenir les résultats suivants : figure 5.22 et figure 5.23.

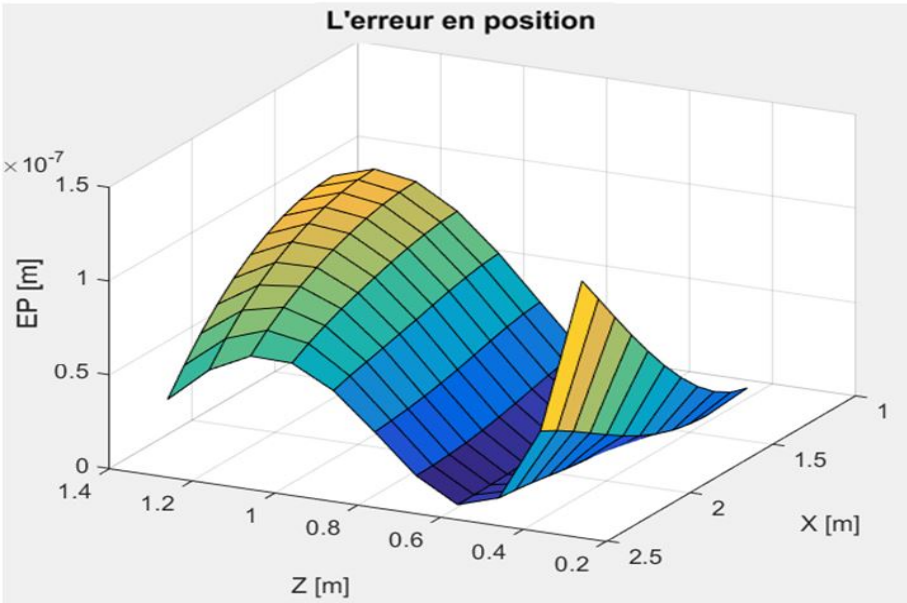


FIGURE 5.22 – L'erreur en position (EP), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$

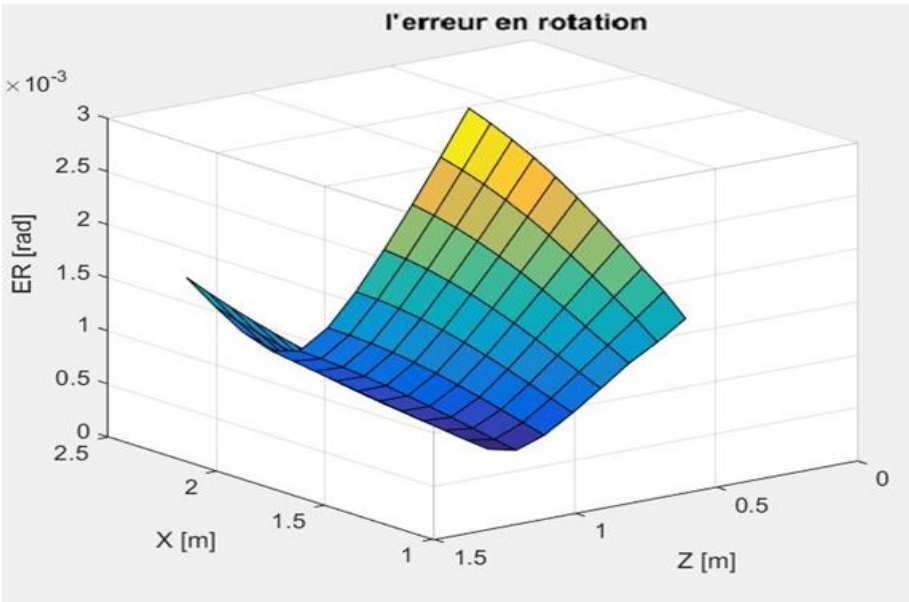


FIGURE 5.23 – L'erreur en rotation (ER), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$

D'après ces résultats, nous avons obtenu une erreur de position nulle, voir figure 5.22. Pour améliorer encore l'erreur de rotation, figure 5.23, nous avons également pensé à développer un algorithme pour calculer les paramètres dimensionnels optimaux.

5.7.5 Dimensionnement optimal de la structure parallèle correspondant à une erreur minimale

Pour dimensionner la structure parallèle, nous avons développé un autre programme d'optimisation sous Matlab afin de calculer les valeurs optimales de ces paramètres correspondant à un minimum d'erreur. Le critère est :

$$\min_{V} EP(V) \tag{5.44}$$

$$\text{Où} \quad V = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ r_p \ r_M \ x_M \ y_M \ z_M]^T$$

Nous avons pensé à encadrer les paramètres entre des valeurs minimales et maximales afin d'obtenir des résultats qui nous amènent à un système réalisable, voir le tableau 5.1.

Nous avons trouvé les valeurs optimales illustrées dans le tableau ci-dessous :

Paramètres	Valeur minimale (m)	Valeur maximale (m)	Valeur optimale (m)
r_p	0.2	0.4	0.2
r_M	1	2	1
x_M	1	4	2.4
y_M	-1.2	1.2	0
$z_M = H$	4	6	6

TABLE 5.1 – Les paramètres optimales correspondant à un minimum d'erreur de la structure parallèle

En utilisant ces paramètres, nous avons schématisé les plans des pièces de la structure parallèle sous le Drawing du logiciel Catia, voir annexe III.

Suite à cette optimisation, nous avons obtenu les résultats suivants des forces :

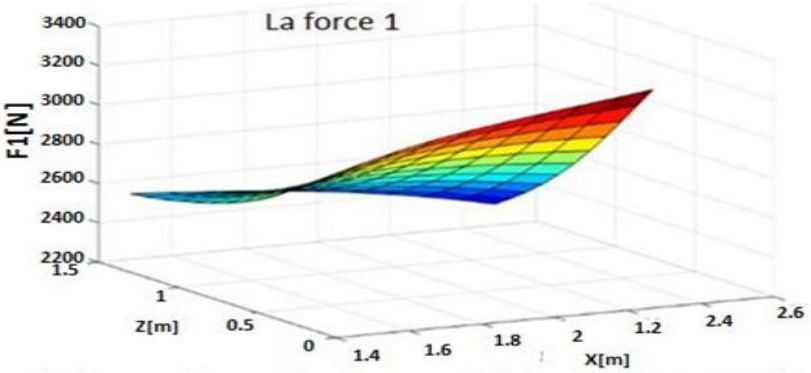


FIGURE 5.24 – La force créée par l'actionneur 1 de la structure parallèle

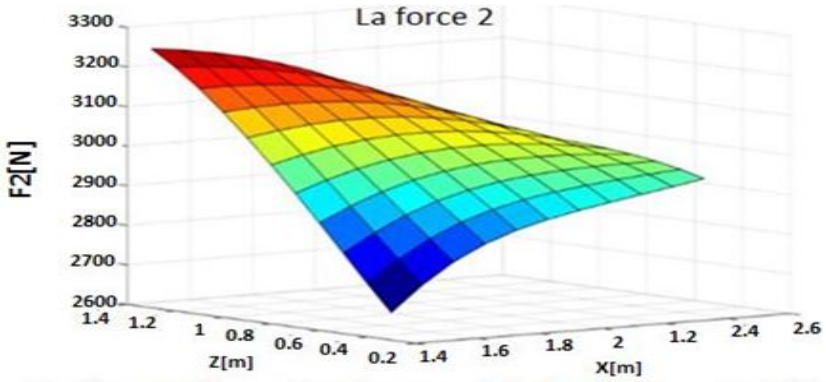


FIGURE 5.25 – La force créée par l'actionneur 2 de la structure parallèle

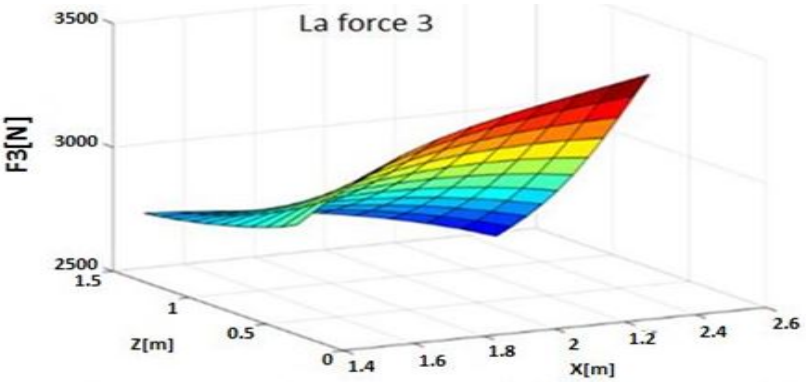


FIGURE 5.26 – La force créée par l'actionneur 3 de la structure parallèle

En calculant les paramètres dimensionnels optimaux, nous avons minimisé encore plus l'erreur de rotation, voir la figure 5.28. De plus, le procédé de soudage dans ce cas, nécessite l'application des forces d'appui moins élevées, voir les figures 5.24, 5.25 et 5.26. Comme illustré sur cette figure, F_1 et F_3 sont approximativement égaux. Par contre, F_2 présente des valeurs sensiblement différentes. Cela traduit le fait que le vérin 2 applique directement la force F_2 sur la ligne de soudure tandis que F_1 et F_3 sont appliqués symétriquement de part et d'autre de la ligne de soudage. De plus, nous avons constaté que pour minimiser l'erreur, les forces qui doivent être créées par la structure parallèle sont comprises entre 2000 N et 3500 N ce qui correspond à des valeurs acceptables pour des vérins électriques. Par conséquent, la structure parallèle est techniquement réalisable.

Grâce aux deux algorithmes d'optimisation vus précédemment, nous avons représenté l'erreur minimale en position sous Matlab, figure 5.27.

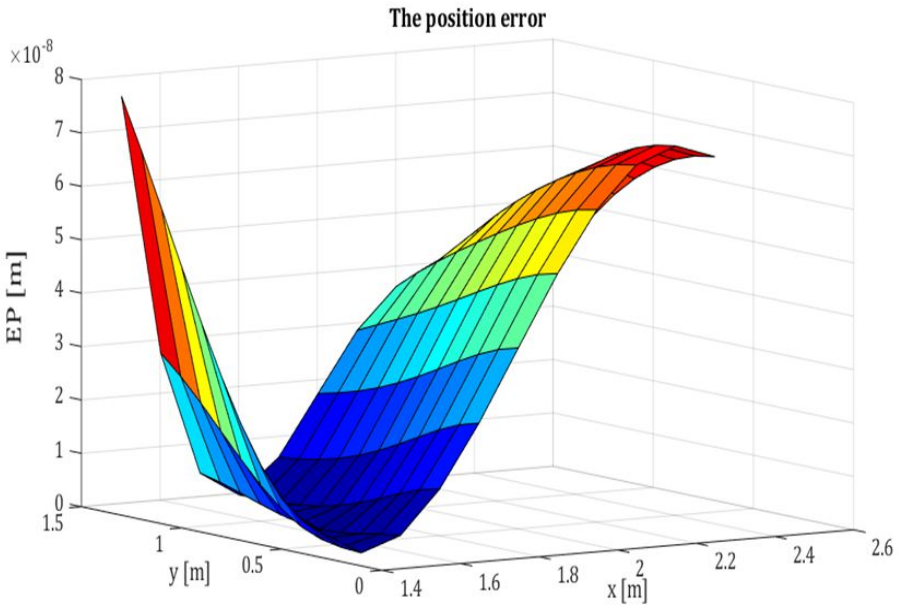


FIGURE 5.27 – L'erreur en position (EP)

Par la suite, l'algorithme des paramètres optimaux de la structure parallèle sera simulé et une valeur unique sera retenue au moment de l'installation du système. Cependant, l'algorithme d'optimisation des efforts sera simulé à chaque application de soudage.

Les trois forces estimées pour minimiser l'erreur de position ont été utilisées pour calculer l'erreur de rotation. Comme le montre la figure 5.28, l'erreur de rotation maximale est égale à 1.97 10^{-3} rad ce qui est équivalent à $0,1$ deg.

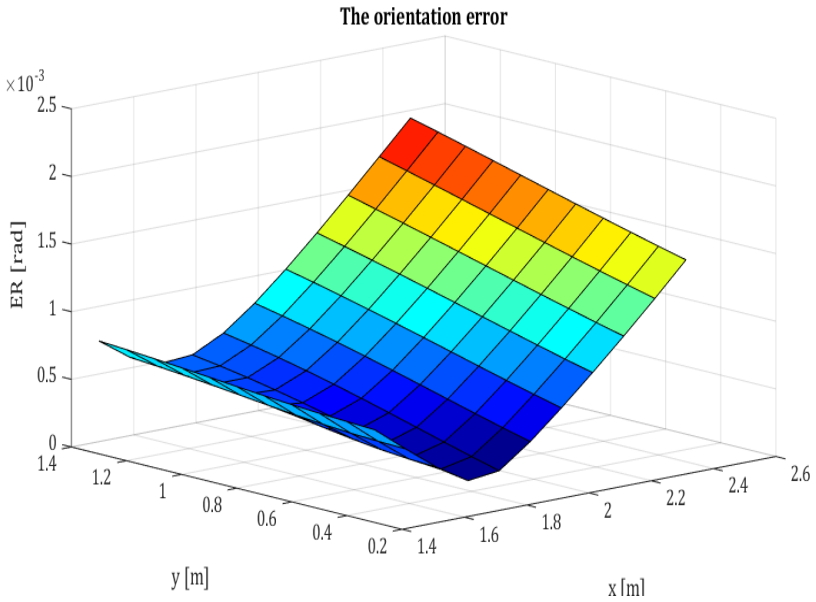


FIGURE 5.28 – L'erreur en rotation (ER)

Ceci indique que l'erreur de rotation n'est pas significative, figure 5.28. Suite à cette diminution, cette erreur d'orientation (ER) est acceptable pour plusieurs applications industrielles.

On peut également vouloir résoudre un problème de minimisation multicritères. On définit donc un nouveau critère de pondération.

$$E = EP + \lambda ER \tag{5.45}$$

Avec λ un multiplicateur de Lagrange.

Pour améliorer encore la précision afin d'élargir encore la facilité d'application de ce mécanisme, des calculs pour définir le multiplicateur de Lagrange peuvent êtres développer, ce qui ne va pas être étudié dans ces travaux de thèse, mais uniquement cité parmi les perspectives de ce travail.

5.8 Étude numérique et simulation sous Catia

La conception du robot industriel et la structure parallèle sous Catia permet de simuler et ainsi vérifier le fonctionnement du mécanisme.

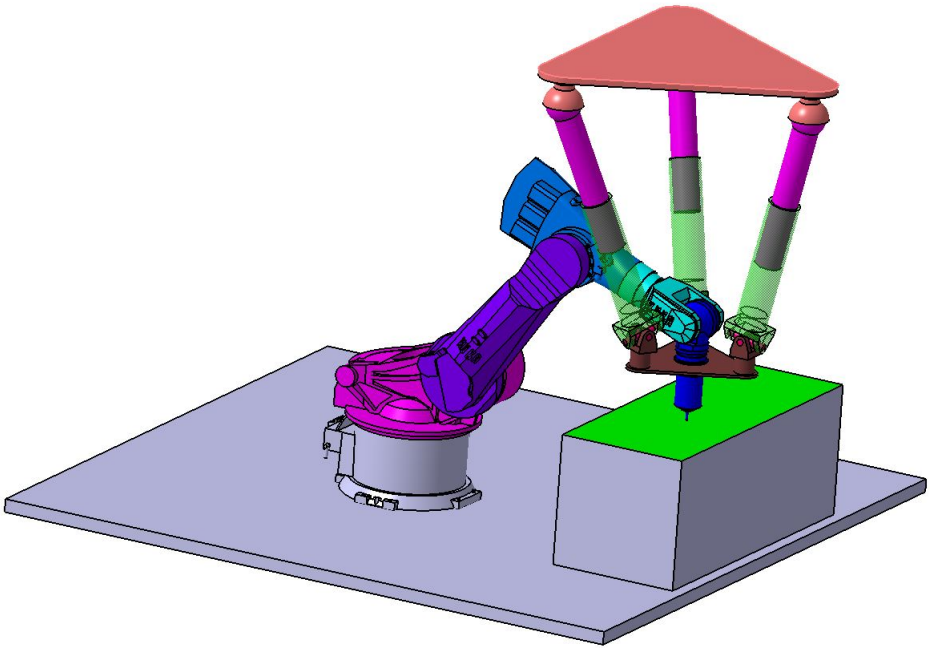


FIGURE 5.29 – La simulation du mécanisme hybride sous Catia

5.8.1 Conception sur Catia

Dans ces travaux de recherche, nous avons conçu un modèle 3D de la structure hybride sur le logiciel CAO Catia, figure 5.29 ainsi que le schéma cinématique de la structure, figure 5.30.

La réalisation du schéma cinématique du mécanisme hybride sous CATIA permet de vérifier le mouvement de tous les corps du mécanisme. Le principe est simple, en effet, il s'agit de représenter les liaisons mécaniques situées entre les pièces dans le but de suivre leur mouvement, en particulier le déplacement et la rotation de chaque corps ainsi que son repère associé lors de la variation des variables articulaires q_i du robot industriel. Les repères ont été définis selon la modélisation DHM.

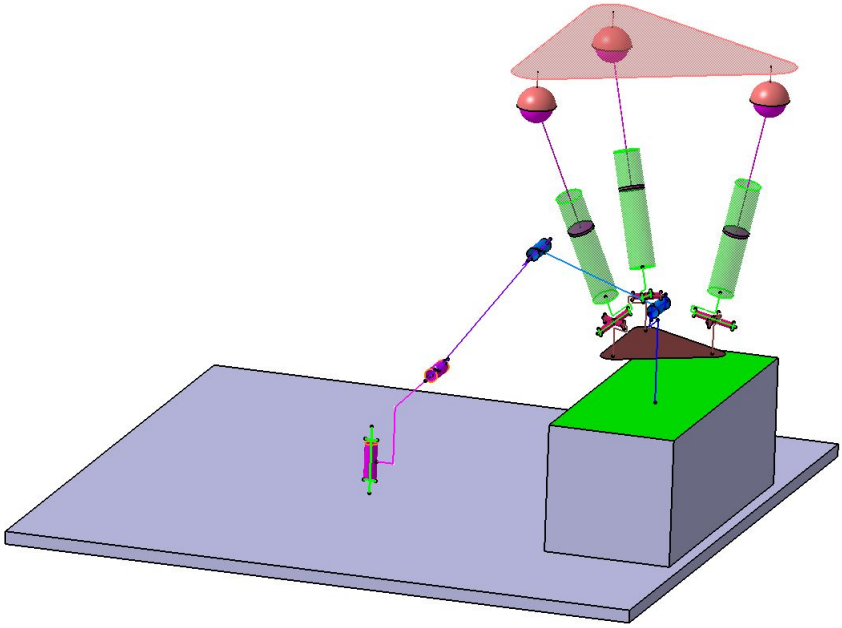


FIGURE 5.30 – La simulation de la schéma cinématique du mécanisme hybride sous CATIA

Nous avons cité dans la figure 5.31 une représentation cinématique des deux premières liaisons du robot ainsi que les repères attachés à ces liaisons sous Catia. Ce travail a été étendu à toutes les articulations du robot, les résultats sont détaillés dans l'annexe III.

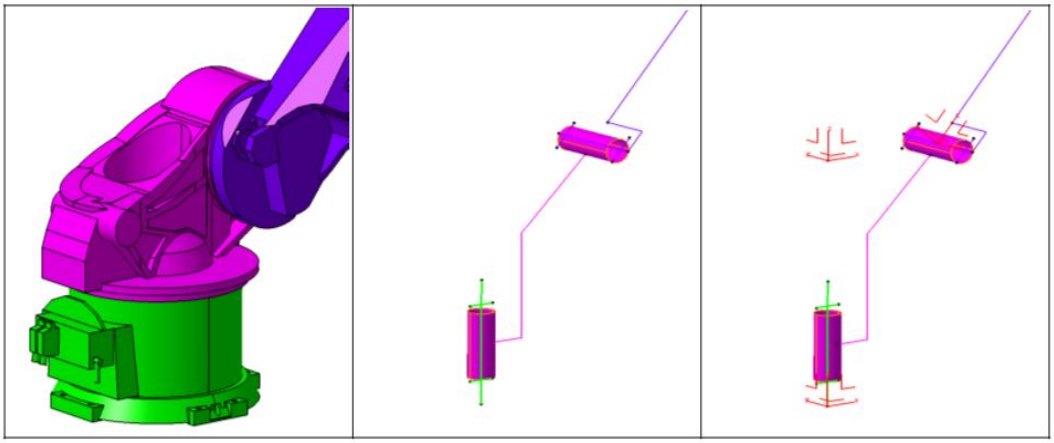


FIGURE 5.31 – Exemple d'une liaison cinématique et son repère attaché

Le déplacement et l'orientation de l'outil du mécanisme schématisé sous Catia peuvent être mesurés en utilisant des outils de mesures, figure 5.32. En effet à partir du schéma cinématique effectué sous CATIA, un modèle simulé du mécanisme hybride a été développé afin d'étudier leur mouvement lors d'un soudage dans le plan (x, y). La simulation de cette structure a été utilisée principalement pour vérifier une tâche donnée de soudage et toutes les matrices de transformations entre deux articulations successives. Elle permet aussi de vérifier les matrices de transformation homogène entre la position et l'orientation de l'outil dans le repère fixe.

La méthode consiste à associer à chaque liaison (i) un repère R_i sous Catia qui est défini en utilisant les règles de la MDH pour déterminer l'orientation des axes.

En effet lors de la simulation sous Catia, ce modèle simplifié me donne une idée du mouvement réel du système. Chaque repère se déplace et s'oriente avec l'articulation sur laquelle il est attaché.

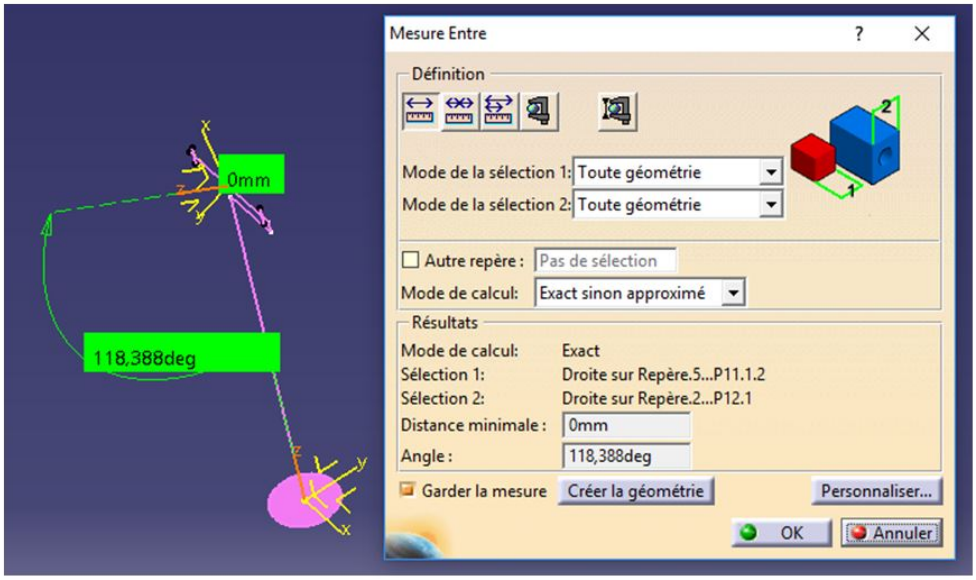


FIGURE 5.32 – L'outil de mesure sur Catia

À partir de ce phénomène, la vérification des matrices de transformation entre les repères tels que les sens et les angles d'orientation ainsi que les distances entre les origines des articulations seront facilement mesurables

pendant le soudage et pour toutes les valeurs des variables articulaires q_2 et q_3 mises en jeu.

5.9 Conclusion

L'élasticité des robots industriels et les efforts de soudage élevés sont les principaux freins à la réussite du procédé de soudage FSW robotisé. En effet ces conditions limitent l'utilisation d'un robot industriel pour un soudage de haute qualité. Généralement, l'élasticité génère des erreurs de suivie de la trajectoire désirée. Il y a deux types d'erreurs. L'erreur de position (EP) et l'erreur d'orientation (ER). Ces deux erreurs sont calculées dans l'espace cartésien à l'aide des modèles cinématiques et statiques du robot ainsi que du modèle de flexibilité au niveau des articulaires.

Dans ce chapitre, nous avons précisé que généralement la matrice de rigidité d'un robot dépend de la rigidité de ses bras ainsi que de la rigidité des transmissions installées sur les articulations. Dans ce travail, seule l'élasticité au niveau des articulations a été considérée. Dans des travaux plus avancés, des études de quantification de l'élasticité d'un robot industriel peuvent améliorées les connaissances de la matrice de rigidité.

Une structure parallèle a été ajoutée au robot industriel pour minimiser l'erreur de déviation.

L'optimisation a été réalisée à l'aide des algorithmes développés sous Matlab. Nous avons développé un algorithme qui permet de calculer les paramètres de la structure parallèle. Nous avons choisi une valeur unique après la simulation de ce programme afin d'installer le système une fois pour toute.

Également, nous avons programmé un deuxième algorithme afin de calculer les trois forces optimales générées par cette structure pour minimiser l'erreur de position lors du soudage. Ces forces ont également été utilisées pour calculer l'erreur d'orientation. Pour notre exemple, nous avons obtenu une petite erreur d'orientation de $0.36deg$.

Nous avons constaté dans ce chapitre que la précision de positionnement de l'outil et la performance de soudage FSW peuvent être largement améliorées en utilisant cette solution. Ce dispositif d'assistance permet d'améliorer la stabilité d'un robot industriel.

En utilisant le logiciel Catia nous avons conçu le système hybride afin d'estimer par la suite son espace de travail.

Chapitre 6

L'utilisation d'un système coopératif pour la réalisation de soudage par le procédé FSW

6.1 Introduction

6.1.1 État de l'art des systèmes coopératifs

Le terme «coopération» traduit le fait que plusieurs participants s'engagent simultanément dans la réalisation d'une tâche donnée. Généralement, en robotique un système coopératif est un système qui est composé par deux ou plusieurs robots industriels, comme illustré sur la figure6.1.

FIGURE 6.1 – Exemple d'un système coopératif [75]

Dans des études récentes, plusieurs chercheurs ont constaté que dans l'industrie plusieurs tâches sont mieux exécutées en utilisant plusieurs robots industriels. En conséquence, plusieurs applications industrielles réalisées généralement par un robot industriel standard sont étendus à la coopération entre plusieurs robots. Ces coopérations offrent bien évidemment une opportunité intéressante pour de nombreuses applications en robotique. Elles permettent au système de réussir une application en partageant les tâches sur l'ensemble des robots. Dans les travaux de [88] il y a des exemples des robots à bras multiples qui ont été développés afin d'avoir un système capable de manipuler des objets de grandes tailles et/ou lourds en collaboration.

Les robots industriels participants ensemble à la réalisation d'une tâche doivent forcément se coordonner entre eux. Cela permet à chaque robot de connaître les informations, les données importantes ainsi que la position exacte de l'organe terminal des autres robots. En effet, l'intervention de chaque robot ne peut pas être indépendante ni dans l'espace ni dans le temps lors de la collaboration avec les autres participants à l'exécution de la même tâche.

Dans le cas d'un système coopératif, chaque robot doit être en contact avec l'environnement de travail commun, ce qui impose parfois des contraintes sur le déplacement de l'outil.

L'utilisation d'un système coopératif composé par au minimum deux manipulateurs industriels, me permet de mettre en lumière des avantages très importants et dans la réalisation des nombreuses applications. Par exemple des tâches de montage, la manipulation des objets lourds, les applications exigeant des efforts élevés, etc. Ce système consiste principalement à augmenter la précision et la rapidité de la production [53].

Au cours de ces dernières années, de nombreuses contributions ont été apportées afin d'améliorer l'utilisation d'un système coopératif, dont les sujets se concentrent généralement sur la planification des tâches entres les différents manipulateurs ainsi que la prise de décision commune.

Les auteurs de [55] ont établi une matrice des paramètres de coopération afin de gérer la relation entre la position de chaque robot et les trajectoires cartésiennes souhaitées.

6.1.2 L'utilisation d'un système coopératif pour le soudage par FSW

Les avantages qu'offrent les robots industriels dans les procédés FSW, rendent leur utilisation nécessaire et ceci malgré les inconvénients tel que les efforts importants qui doivent être fournis par le manipulateur. étant donné que la rigidité représente une condition exigeante afin d'avoir une bonne performance de soudage, il est nécessaire de l'améliorer. À cet effet, un système à deux robots a été étudié dans nos travaux.

Dans ces travaux de thèse, deux robots Kuka KR500-2MT ont été reliés entre eux par une plateforme mobile. Le rôle du premier est de positionner l'outil afin de suivre une trajectoire désirée, tandis que le rôle du deuxième robot est de suppléer le premier dans sa tâche en fournissant les efforts nécessaires au soudage. Le rôle du deuxième robot est approximativement équivalent à celui de la structure parallèle décrite dans le chapitre précédent. Il peut être considéré également comme un dispositif d'assistance associé à notre robot industriel.

Dans ce chapitre, les parties 1.2.1, 1.2.2 et 1.2.3 , décrivent la modélisation géométrique du système. Ce modèle me permet de connaitre l'état des deux robots à chaque instant et pour chaque position de l'outil. La partie 1.2.4, détaille les études cinématique des deux robots ainsi que leurs matrices jacobiennes. Ensuite, la partie 1.3.1 la détermination des erreurs de position et d'orientation de l'outil en fonction des variables articulaires du premier robot, ainsi que les efforts et les couples fournis par le deuxième robot. La partie 1.3.2, établie la minimisation de ces erreurs par un programme d'optimisation développé sous Matlab afin de calculer les dimensions optimales de la plateforme mobile ainsi que les paramètres de position de l'outil. Un autre programme d'optimisation a également été développé dans cette partie pour calculer le torseur des actions mécaniques optimales correspondant à un minimum d'erreur. Ce torseur est calculé en tenant en compte éventuellement des capacités d'efforts et des couples qui peuvent être créé au niveau de son organe terminal.
Dans ce travail, nous avons estimé également l'espace de travail des deux systèmes proposés, étant donné que l'espace de travail représente un critère de performance. Ceci est décrit dans la partie 1.5. Finalement, la partie 1.6 donne une idée sur la planification possible qui peut être établi afin de synchroniser les deux robots pour faire une tâche de soudage en appliquant les calculs développés précédemment.

6.2 La modélisation du système coopératif

Dans cette partie, nous avons développé la modélisation du système coopératif afin de calculer par la suite la déviation de l'outil dans l'espace cartésien. Dans ce cadre, les modèles géométriques directs et inverses des deux robots sont décrits.

Les deux robots industriels considérés dans ce système coopératif sont des robots manipulateurs à 6 axes. Ils sont de même type que le robot décrit dans les chapitres précédents le robot Kuka KR-5002MT.

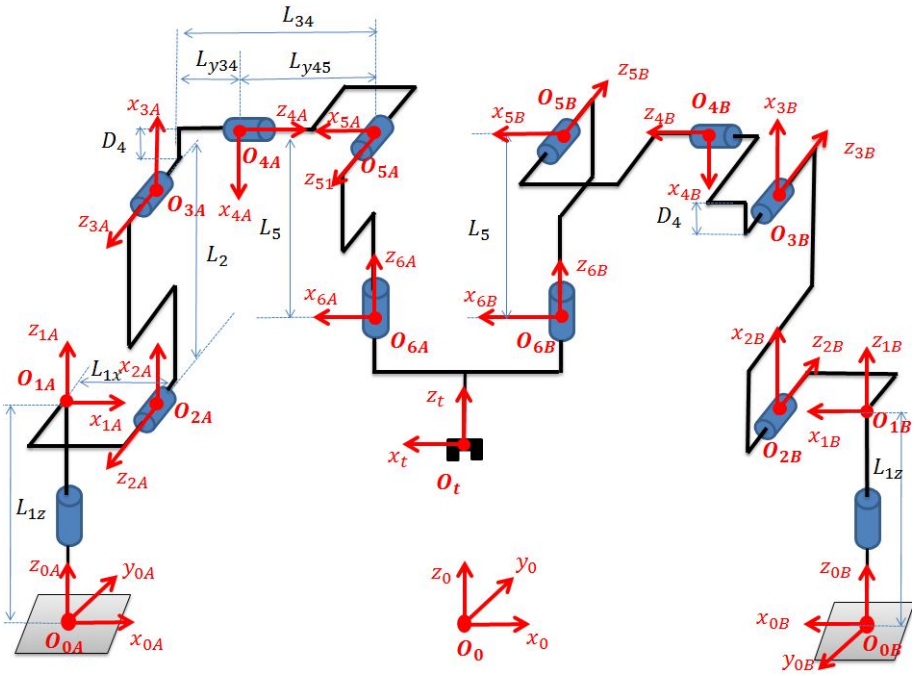


FIGURE 6.2 – Le schéma cinématique du système de soudage à deux robots

6.2.1 La modélisation géométrique directe du première robot A

Nous avons attaché un repère à chaque articulation du système selon la méthode DHM. En effet, la matrice ${}^0T_t^A$ définit la position et l'orientation de l'outil dans le repère fixe R_0 pour le robot A, alors que ${}^0T_t^B$ représente la même pose de l'outil dans R_0 mais en modélisant le robot B.

Le schéma cinématique

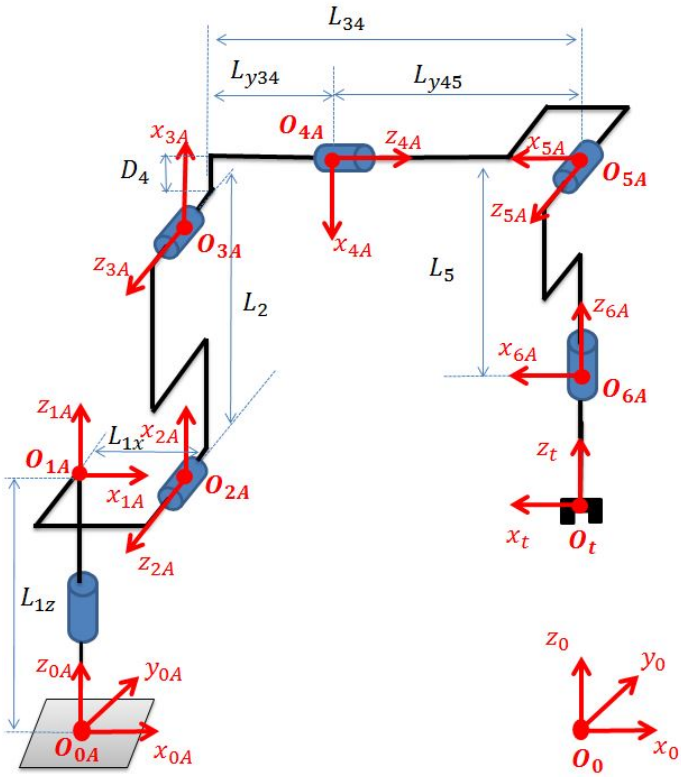


FIGURE 6.3 – Le schéma cinématique du robot A

Les paramètres géométriques

corps i	a_i	σ_i	μ_i	α_i	d_i	θ_i	r_i
C_A^0	C_0	0	1	0	$-L_{0A}$	0	0
C_1^A	C_A^0	0	1	0	0	θ_1	$-L_{1Z}$
C_2^A	C_1^A	0	1	$\frac{\pi}{2}$	L_{1X}	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$	0
C_3^A	C_2^A	0	1	0	L_2	θ_3	0
C_4^A	C_3^A	0	1	$\frac{\pi}{2}$	D_4	$\theta_4 + \pi$	L_{34}
C_5^A	C_4^A	0	1	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_5 - \frac{\pi}{2}$	0
C_6^A	C_5^A	0	1	$\frac{\pi}{2}$	0	θ_6	$-L_5$
C_t	C_6^A	2	0	0	$-d_{0A}$	0	$-l_{0A}$

Les Matrices de transformation

$$ {}^{0}T_{0A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -L_{0A} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

L_{0A} est représenté dans la figure 6.5.

Nous avons calculé dans le chapitre 5, équation (5.24), la transformation géométrique directe entre le repère R_{01} et le repère R_6, nous avons donc la matrice de transformation suivante :

$$ {}^{O_{0A}}T_{6A} = \begin{bmatrix} & {}^{O_{0A}}D_{6A} & & {}^{O_{0A}}P_{6A} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

La matrice de transformation entre le repère attaché à l'outil et le repère de l'axe 6 s'écrit :

$$ {}^{6A}T_t^A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -d_{0A} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_{0A} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

d_{0A} et l_{0A} sont définis dans la figure 6.7.

L'attitude de l'outil pour la modélisation du robot A

Le produit des matrices de transformation homogène ${}^{i-1}T_i(4\times4)$ avec, $i \in [1;t]$ de la chaîne cinématique du robot A, donne la position et l'orientation de l'outil dans le repère fixe R_0, exprimé dans l'équation (6.2). Le produit matriciel s'écrit :

$$ {}^{0}T_t^A = {}^{0}T_{0A}^A \; {}^{0A}T_{6A} \; {}^{6A}T_t \tag{6.1} $$

Nous avons donc déterminer la position de l'outil dans le repère fixe R_0 en utilisant la modélisation de la chaîne cinématique du premier robot.

$$ {}^{0}T_t^A = \begin{pmatrix} {}^{0}D_t^A & {}^{0}P_t^A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.2} $$

Le calcul détaillé de cette modélisation est donné dans l'annexe IV.

6.2.2 La modélisation géométrique directe du deuxième robot B

Le schéma cinématique du robot

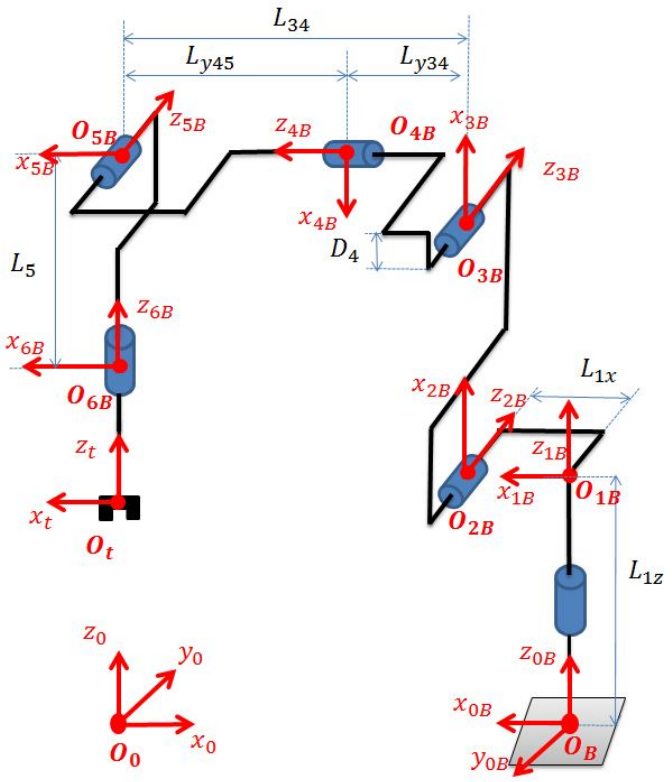


FIGURE 6.4 – Le schéma cinématique du robot B

Paramètre géométriques du robot

corps i	a_i	σ_i	μ_i	α_i	d_i	θ_i	r_i
C_0^B	C_0	0	1	0	L_{0B}	π	0
C_1^B	C_0^B	0	1	0	0	θ_1	L_{1Z}
C_2^B	C_1^B	0	1	$\frac{\pi}{2}$	L_{1X}	$\theta_2 + \frac{\pi}{2}$	0
C_3^B	C_2^B	0	1	0	L_2	θ_3	0
C_4^B	C_3^B	0	1	$\frac{\pi}{2}$	D_4	$\theta_4 + \pi$	L_{34}
C_5^B	C_4^B	0	1	$\frac{\pi}{2}$	0	$\theta_5 + \frac{\pi}{2}$	0
C_6^B	C_5^B	0	1	$-\frac{\pi}{2}$	0	θ_6	$-L_5$
C_t	C_6^B	2	0	0	d_{0B}	0	$-l_{0B}$

Les Matrices de transformation s'écrivent :

$$
{}^{0}T_{0B}^{B} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & L0B \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{0B}T_{1}^{B} = \begin{pmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{1z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{1}T_{2}^{B} = \begin{pmatrix} -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & L_{1x} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{2}T_{3}^{B} = \begin{pmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{3}T_{4}^{B} = \begin{pmatrix} -C\theta_4 & S\theta_4 & 0 & D_4 \\ 0 & 0 & -1 & -L_{34} \\ -S\theta_4 & -C\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{4}T_{5}^{B} = \begin{pmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{5}T_{6}^{B} = \begin{pmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L_5 \\ -S\theta_6 & -C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{6}T_{t}^{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_{0B} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_{0B} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

L'attitude de l'outil pour la modélisation du robot B

De même, le produit des matrices de transformation homogènes ${}^{i-1}T_i(4\times 4)$ du la chaîne cinématique du robot B, donne la position et l'orientation de l'outil dans le repère fixe R_0, exprimé dans l'équation (6.4). Ce produit matriciel s'écrit :

$$ {}^{0}T_t^B = {}^{0}T_{0B}^B \; {}^{0B}T_1^B \; {}^{1}T_2^B \; {}^{2}T_3^B \; {}^{3}T_4^B \; {}^{4}T_5^B \; {}^{5}T_6^B \; {}^{6}T_t^B \tag{6.3} $$

Ainsi,

$$ {}^{0}T_t^B = \begin{pmatrix} {}^{0}D_t^B & {}^{0}P_t^B \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.4} $$

6.2.3 La modélisation géométrique inverse

Une attitude de l'outil exprimé dans le repère fixe R_0 peut être définie par un vecteur qui dépend de sa position dans l'espace ainsi que de son orientation : les angles Roulis-Tangage-Lacet. On pose que cet vecteur s'écrit sous la forme suivante :

$$ X = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ A \\ B \\ C \end{pmatrix} \tag{6.5} $$

En utilisant la même notation utilisée pour définir la matrice d'orientation de l'outil décrit dans l'équation (4.11), l'attitude de l'outil peut être également exprimé par la matrice de transformations suivante :

$$ X = {}^{0}T_t = \begin{pmatrix} a_x & s_x & n_x & P_x \\ a_y & s_y & n_y & P_y \\ a_z & s_z & n_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.6} $$

En effet, pour une attitude donnée de l'outil, nous avons développé la modélisation géométrique inverse pour les deux robots. Cela a été réalisé afin de calculer les variables articulaires de chaque robot correspondant à cette attitude, soit :

$$ q_A = f_{MGI_A}(X) \tag{6.7} $$

$$ q_B = f_{MGI_B}(X) \tag{6.8} $$

Nous avons calculé les modèles géométriques inverses des deux robots MGI_A et MGI_B pour déterminer par la suite les matrices jacobiennes et les vecteurs couples articulaires de gravité de chaque robot : $J_A(q_A)$, $J_B(q_B)$, $G_A(q_A)$ et $G_B(q_B)$.

Le modèle géométrique inverse du robot A (MGI_A)

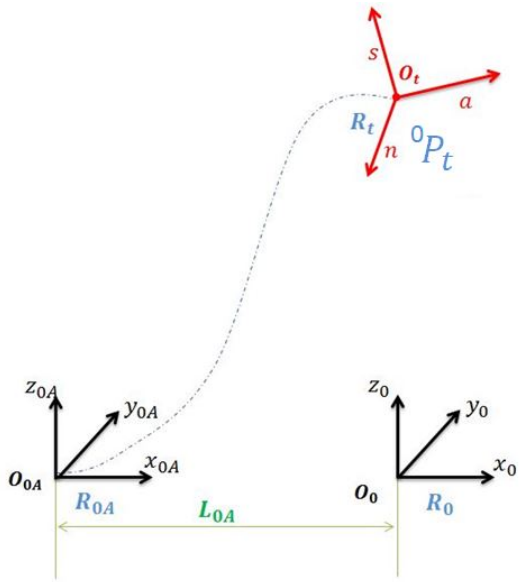


FIGURE 6.5 – La représentation de la position relative des repères R_t, R_{0A} par rapport à R_0

D'après les repères illustrés sur la figure 6.5, le repère fixe attaché à la base du robot A, R_{0A} est de même orientation que celui du système coopératif R_0, soit :

$$^{0A}D_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.9}$$

L'origine du repère R_{01} s'exprime dans le repère R_0 par le vecteur suivant :

$$^{0A}P_0 = \begin{pmatrix} L_{0A} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nous avons donc :

$$ {}^{0A}T_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{0A} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.10} $$

D'après les équations (6.6) et (6.10), la matrice de rotation de l'outil dans le repère R_{01} s'écrit :

$$ {}^{0A}T_t = {}^{0A}T_0 \; {}^{0}T_t = \begin{pmatrix} a_x & s_x & n_x & P_x + L_{0A} \\ a_y & s_y & n_y & P_y \\ a_z & s_z & n_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.11} $$

En utilisant l'équation (8.17) de l'annexe I, nous avons :

$$ O_{0A}O_{51} = O_{0A}O_t - O_{51}O_t \tag{6.12} $$

$$ O_{0A}O_{51} = \begin{pmatrix} P_x + L_{0A} \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_x & s_x & n_x \\ a_y & s_y & n_y \\ a_z & s_z & n_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -d_{0A} \\ 0 \\ -L_5 - l_{0A} \end{pmatrix} \tag{6.13} $$

$$ O_{0A}O_{51} = \begin{pmatrix} P_x + L_{0A} \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -a_x d_{0A} - n_x(L_5 + l_{0A}) \\ -a_y d_{0A} - n_y(L_5 + l_{0A}) \\ -a_z d_{0A} - n_z(L_5 + l_{0A}) \end{pmatrix} \tag{6.14} $$

Ainsi,

$$ O_{0A}O_{51} = {}^{0A}P_{51} = \begin{pmatrix} P_{51x} \\ P_{51y} \\ P_{51z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x + L_{0A} + a_x d_{0A} + n_x(L_5 + l_{0A}) \\ P_y + a_y d_{0A} + n_y(L_5 + l_{0A}) \\ P_z + a_z d_{0A} + n_z(L_5 + l_{0A}) \end{pmatrix} \tag{6.15} $$

En utilisant les equations (6.11) et (6.15) ainsi que le calcul qui a été développé dans la partie 4.2.3 du chapitre 4, j'obtiens la modélisation géométrique inverse du premier robot MGI_A.

Le modèle géométrique inverse du robot B (MGI_B)

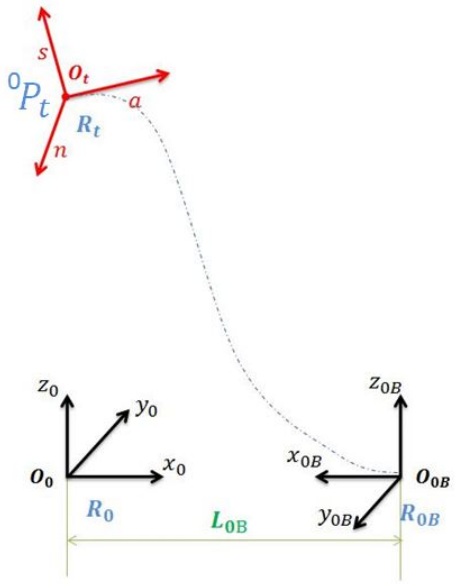


FIGURE 6.6 – La représentation de la position relative des repères R_t, R_{02} par rapport à R_0

D'après les repères illustrés sur la figure 6.6, nous avons :

$$^{0B}D_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.16}$$

Et

$$^{0B}P_0 = \begin{pmatrix} L_{0B} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La matrice de rotation de l'outil dans le repère R_{0A} s'écrit :

$$^{0B}T_t = ^{0B}T_0 \; ^0T_t = \begin{pmatrix} -a_x & -s_x & -n_x & -P_x + L_{0B} \\ -a_y & -s_y & -n_y & -P_y \\ a_z & s_z & n_z & P_z \end{pmatrix} \tag{6.17}$$

En utilisant l'équation (8.17) de l'annexe I, nous avons :

$$O_{0B}O_{52} = O_{0B}O_t - O_{52}O_t \tag{6.18}$$

$$O_{0B}O_{52} = \begin{pmatrix} -P_x + L_{0B} \\ -P_y \\ P_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -a_x & -s_x & -n_x \\ -a_y & -s_y & -n_y \\ a_z & s_z & n_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{0B} \\ 0 \\ -L_5 - l_{0B} \end{pmatrix} \tag{6.19}$$

$$O_{0B}O_{52} = \begin{pmatrix} -P_x + L_{0B} \\ -P_y \\ P_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -a_x d_{0B} + n_x(L_5 + l_{0B}) \\ -a_y d_{0B} + n_y(L_5 + l_{0B}) \\ a_z d_{0B} - n_z(L_5 + l_{0B}) \end{pmatrix} \tag{6.20}$$

Ainsi,

$$O_{0B}O_{52} =^{01} P_5 = \begin{pmatrix} P_{52x} \\ P_{52y} \\ P_{52z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P_x + L_{0B} + a_x d_o + n_x(L_5 + l_o) \\ -P_y + a_y d_o + n_y(L_5 + l_o) \\ P_z + a_z d_o + n_z(L_5 + l_o) \end{pmatrix} \tag{6.21}$$

De même, en utilisant les equations (6.21) et (6.17) ainsi que la méthode détaillée dans la partie 4.2.3 du chapitre 4, nous avons développé la modélisation géométrique inverse du deuxième robot MGI_B.

Le modèle géométrique inverse du deuxième robot peut être calculer en utilisant une autre méthode. En effet, l'attitude de l'outil calculée en utilisant la chaîne cinématique du premier robot est la même que celle calculée en utilisant la chaine cinématique du deuxième robot. Ce qui traduit l'égalité des deux matrices calculées dans la partie précédente tel que :

$$^0T_t^A =^0 T_t^B \tag{6.22}$$

Nous avons donc :

$$\begin{pmatrix} ^0D_t^A & ^0P_t^A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ^0D_t^B & ^0P_t^B \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.23}$$

Par identification on peut vérifier le calcul des variables articulaires du robot B q_B.

6.2.4 Le calcul des matrices jacobiennes

Nous avons calculé dans le chapitre 4 la matrice jacobienne du robot industriel seul au point O_6. Dans ces travaux je réutilise la même expression de cette matrice jacobienne pour le robot A, tandis que pour le deuxième

robot ce n'est pas le cas, étant donné que les positions et les orientations des repères ont été changées. À cet effet, un calcul selon la méthode décrite dans le paragraphe 4.2.4 a été développé. L'expression détaillée de cette matrice au point O_{6B} est exprimée dans l'annexe 2.

La déviation ΔX doit être calculer au point O_t. Il est alors nécessaire d'exprimer la matrice jacobienne en ce point. Il est suffisant d'exprimer la matrice jacobienne du robot A, puisque c'est celui dont le rôle est le positionnement de l'outil.
La matrice jacobienne est composée de deux parties comme cela a été décrit précédemment.

$$\begin{pmatrix} V_{O_t} \\ \Omega_{O_t} \end{pmatrix} = J_{Ot}(6 \times 6)\dot{q}_A(6 \times 1) = \begin{pmatrix} J_{v_t}(3 \times 6) \\ J_{\omega_t}(3 \times 6) \end{pmatrix} \dot{q}_A(6 \times 1) \tag{6.24}$$

Étant donné que l'organe terminal du robot A et l'outil possèdent tous deux la même matrice d'orientation, nous avons une égalité entre les vitesses angulaires qui est décrit par la relation suivante donc :

$$\Omega_{O_t}(R_t) = \Omega_{O_{6A}}(R_t) \tag{6.25}$$

Cela me permet donc de constater que :

$$J_{\omega_t}(3 \times 6) = J_{\omega_{6A}}(3 \times 6) \tag{6.26}$$

Cependant, nous n'avons pas les mêmes vitesses cartésiennes. En effet, pour calculer la vitesse cartésienne créée par le premier robot au point O_t nous avons utilisé la relation ci-dessous :

$$V_{O_t}(R_t) = V_{O_{6A}}(R_t) + \Omega_{O_t}(R_t) \wedge O_{6A}O_t \tag{6.27}$$

En utilisant les équations (6.25) et (6.27) nous avons la matrice jacobienne exprimée au point O_t. Le calcul détaillé et l'expression de la matrice peuvent être trouver dans l'annexe IV. Cette matrice dépend non seulement des variables articulaires q_{iA} mais aussi des paramètres position de l'outil ainsi que des dimensions de la plate forme du système coopératif : (l_{0A} , d_{0A}, l_{0B} et d_{0B}), voir figure 6.7. Ce sont les variables qui seront calculées dans la suite de ce travail en développant un algorithme d'optimisation de l'erreur de déviation.

6.3 L'erreur de déviation dans l'espace cartésien

L'objectif principal de ces travaux est de minimiser l'erreur de position due à l'élasticité générée au niveau du robot industriel seul. Comme décrit dans la problématique, cette erreur est provoquée par l'application des efforts externes élevées exigées par le procédé de soudage FSW. Dans notre étude, le deuxième robot permet juste de créer des efforts d'appui, sans qu'il n'interviennent pas dans la manipulation de l'outil. Pour calculer l'erreur de déviation de l'outil de sa trajectoire désirée, nous avons utilisé le même modèle dynamique simplifié décrit par l'équation (5.12).

$$\Delta X = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1}(G(q_A) - \tau_{A/O_t}) \tag{6.28}$$

En utilisant la matrice jacobienne calculée au point de soudage O_t, nous avons projeté le torseur des actions mécaniques extérieurs appliquées sur l'outil sur toutes les articulations du robot industriel par la relation suivante :

$$\tau_{A/O_t} = {}^{t}J^{T}_{O_t}(q_A)\ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} \tag{6.29}$$

A partir des équations (6.28) et (6.29), nous avons :

$$\Delta X = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1}(G(q_A) - {}^{t}J^{T}_{ot}(q_A)\ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t}) \tag{6.30}$$

C'est cette erreur ΔX qui sera minimisée en suivant la même procédure qu'au chapitre 5 et en séparant toujours entre l'erreur de positionnement et l'erreur en orientations.

6.3.1 Calcul du torseur des actions mécaniques appliqués sur l'outil

Le principe fondamental de la statique (PFS) traduisant les conditions d'équilibre de l'outil et de la platforme s'exprime :

$${}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} + {}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} + {}^{t}\mathbf{T}_{FSW/O_t} = 0 \tag{6.31}$$

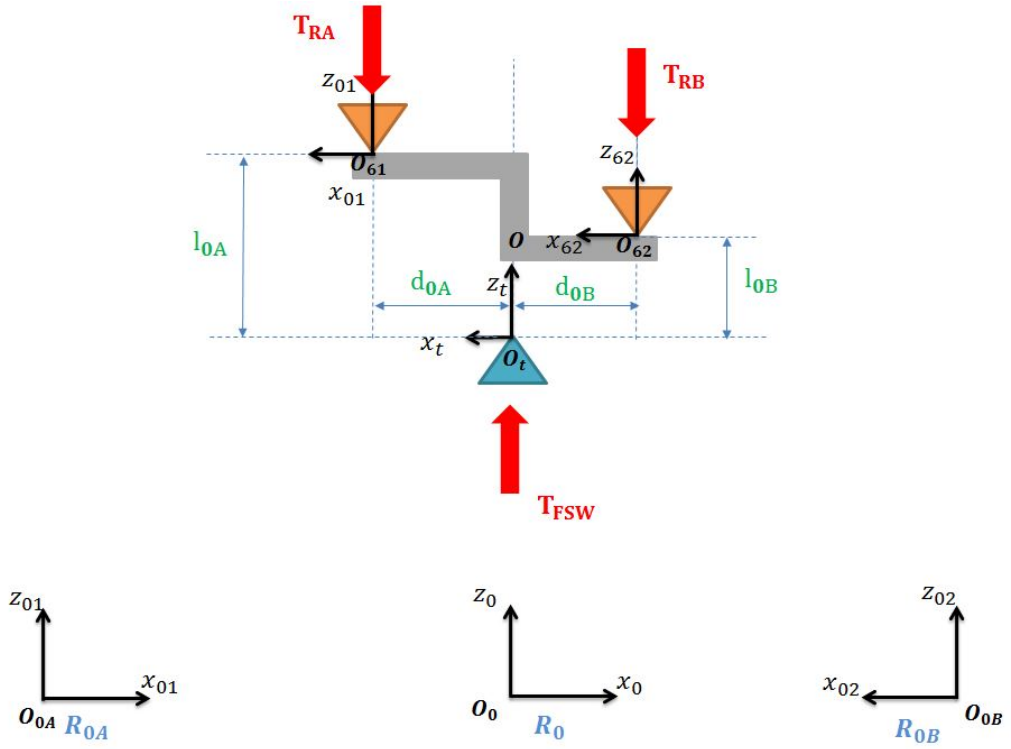


FIGURE 6.7 – Les actions mécaniques appliqués sur la plateforme du système coopératif

En négligeant les couples C_x et C_y créés lors du soudage, le torseur créé par le procédé s'écrit :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{FSW/O_t} = \left\{ \begin{array}{c} F_x \\ F_y \\ F_z \\ 0 \\ 0 \\ C_z \end{array} \right\} \tag{6.32} $$

En écrivant le torseur statique décrivant les actions mécaniques du robot B sur la pièce au point O_{6B} sous cette forme :

$$
{}^{t}\mathbf{T}_{B/O_{6B}} = \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \\ c_{rx} \\ c_{ry} \\ c_{rz} \end{array} \right\} \tag{6.33}
$$

D'après la relation fondamentale de changement de point du moment crée par le robot B nous avons :

$$
M_{B/O_t} = M_{B/O_{6B}} + O_tO_{6B} \wedge \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \end{array} \right\} \tag{6.34}
$$

Pour calculer la distance séparant l'outil de l'organe terminal du robot B, soit :

$$
O_tO_{6B} = O_tO + OO_{6B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ l_{0B} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -d_{0B} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d_{0B} \\ 0 \\ l_{0B} \end{pmatrix} \tag{6.35}
$$

Nous avons aussi :

$$
\begin{pmatrix} -d_{0B} \\ 0 \\ l_{0B} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_{0B}f_{ry} \\ l_{0B}f_{rx} + d_{0B}f_{rz} \\ -d_{0B}f_{ry} \end{pmatrix} \tag{6.36}
$$

Donc l'expression du moment créé par le robot B au point O_t s'écrit ; d'après les équations (6.34) et (6.36) sous cette forme :

$$
M_{B/O_t} = \begin{pmatrix} c_{rx} - l_{0B}f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B}f_{rx} + d_{0B}f_{rz} \\ c_{rz} - d_{0B}f_{ry} \end{pmatrix} \tag{6.37}
$$

Et le torseur du robot B au point O_t s'écrit :

$$
{}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} = \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \\ c_{rx} - l_{0B}f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B}f_{rx} + d_{0B}f_{rz} \\ c_{rz} - d_{0B}f_{ry} \end{array} \right\} \tag{6.38}
$$

D'après l'équation (6.31), nous avons :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} = -(\ \mathbf{T}_{B/O_t} +\ \mathbf{T}_{FSW/O_t}) \tag{6.39} $$

Nous avons donc :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} = -\left\{ \begin{array}{c} f_{rx} - F_x \\ f_{ry} - F_y \\ f_{rz} + F_z \\ c_{rx} - l_{0B} f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B} f_{rx} - d_{0B} f_{rz} \\ c_{rz} + d_{0B} f_{ry} + C_z \end{array} \right\} \tag{6.40} $$

Ce torseur exprime les actions mécaniques du robot A au point O_t en fonction des efforts et des couples du robots B et du procédé FSW.

Le but est maintenant d'exprimer l'erreur de déviation en fonction de ces paramètres, de développer un algorithme d'optimisation sous Matlab et de déterminer les paramètres qui minimisent l'erreur. Lors de l'optimisation il faut tenir compte des contraintes limites, en effort et en couple du robot B.

Nous avons d'après l'équation (6.30) :

$$ \Delta X =\ {}^{0}J_{O_t}(q_A) K^{-1} (G(q_A) -\ {}^{t}J_{ot}^{T}(q_A)\ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t}) \tag{6.41} $$

Cette erreur dépend des forces et des couples créés par le robot B tels que :

$$ \mathbf{T}_B = \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \\ c_{rx} \\ c_{ry} \\ c_{rz} \end{array} \right\} \tag{6.42} $$

Comme elle dépend aussi de la position du robot B par rapport au robot A, voir la figure 6.7, avec

$$ Dim = \left\{ \begin{array}{c} d_{0A} \\ d_{0B} \\ l_{0A} \\ l_{0B} \end{array} \right\} \tag{6.43} $$

En posant

$$ V = \left[\ f_{rx} \quad f_{ry} \quad f_{rz} \quad c_{rx} \quad c_{ry} \quad c_{rz} \quad d_{0A} \quad d_{0B} \quad l_{0A} \quad l_{0B}\ \right]^{\top} $$

Finalement, nous avons

$$ \Delta X = \Delta X(V) \tag{6.44} $$

6.3.2 La minimisation de l'erreur

En choisissant une application de soudage qui nécessite une force axiale égale à 10 kN et en négligeant les forces latérales F_x et F_y ainsi que les couples nous avons :

$$^{t}\mathbf{T}_{FSW} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 10\,kN & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_t^{\top}$$

Nous avons choisi, dans un premier temps, figure 6.7 :

- d_{0A}=d_{0B}=0.3 m *et* l_{0A}=l_{0B}= 0.2 m

  Suite à ces conditions nous avons calculé les erreurs en position sans l'intervention du second robot, en effet $^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} = 0$.

  Par conséquent, en utilisant les équations (6.30) et l'équation (6.39), l'erreur dans l'espace cartésien s'écrit sous la forme suivante :

$$\Delta X =^{0} J_{O_t}(q_A)K^{-1}(G(q_A) +^{t} J^{T}_{O_t}(q_A)^{t}\mathbf{T}_{FSW}) \tag{6.45}$$

  Nous avons calculé par la suite l'erreur en position en utilisant l'équation (6.45), ce qui nous donne le résultat illustré dans la figure 6.8.

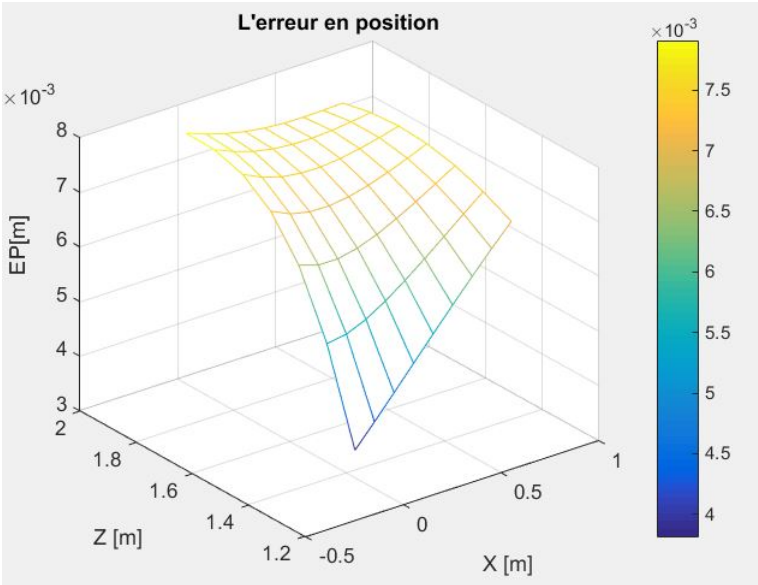


FIGURE 6.8 – l'erreur en position sans l'intervention du robot B

Selon cette application, l'erreur de position peut aller jusqu'à 8 mm. Cette erreur ne peut pas être acceptée dans les applications de soudage FSW. En analysant ces résultats, nous remarquons que l'éloignement du poignée de la base du robot A, soit le long de la ligne de soudure, soit selon la verticale, entraîne une augmentation significative de l'erreur.

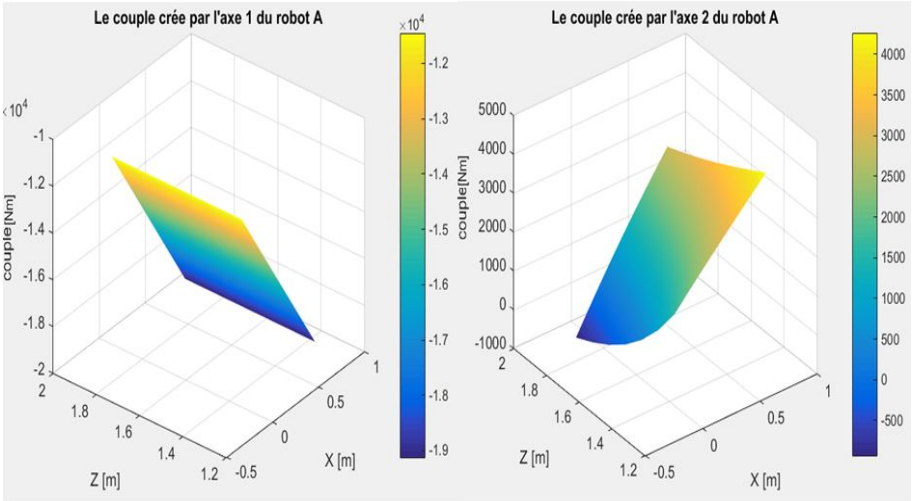


FIGURE 6.9 – les couples articulaires des axes 1 et 2 du robot A

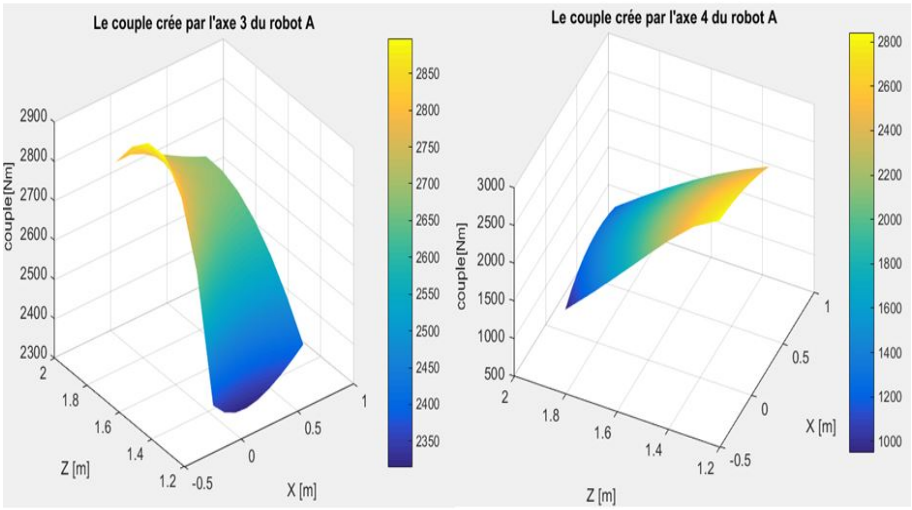


FIGURE 6.10 – les couples articulaires des axes 3 et 4 du robot A

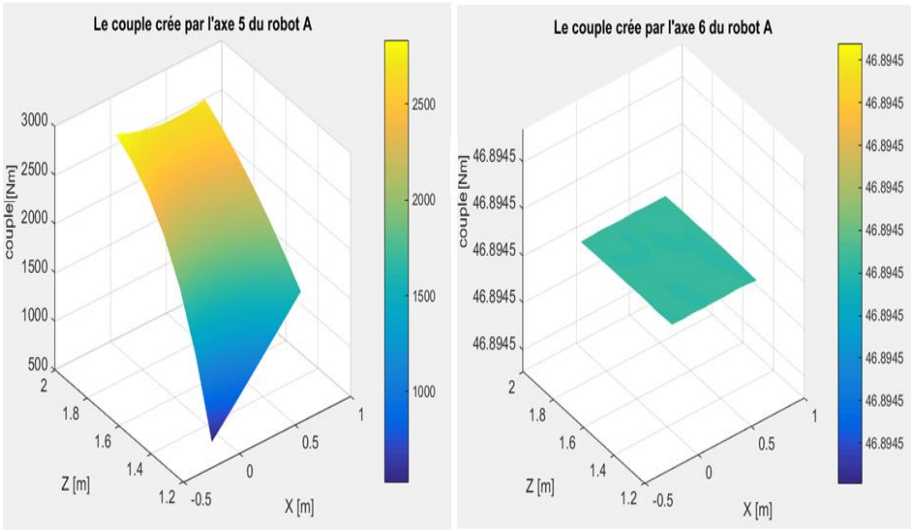


FIGURE 6.11 – les couples articulaires des axes 5 et 6 du robot A

Les figures 6.9, 6.10 et 6.11, illustrent les couples articulaires du robot A lors de cette application.

6.4 Le torseur optimal créé par le robot B correspondant à une erreur minimale

Au préalable, pour améliorer le procédé de soudage, nous avons utilisé un deuxième robot industriel, le robot B, comme un dispositif d'assistance. Après cela, nous avons développé un algorithme d'optimisation qui consiste à calculer le torseur des actions mécaniques qui doit être créé par ce robot pour un minimum d'erreur de déviation. Nous avons donc défini le critère d'optimisation exprimé dans l'equation (6.46) sous les contraintes limites des couples d'articulations du robot B qui seront définies ultérieurement.

$$\min_{T_B} EP(V) \tag{6.46}$$

$$\text{où} \quad T_B = [f_{rx}\ f_{ry}\ f_{rz}\ c_{rx}\ c_{ry}\ c_{rz}]^T$$

Avec,

f_{rx}, f_{ry} et f_{rz} représentent les forces créées par le robot B selon les axes x, y, et z.

c_{rx}, c_{ry} et c_{rz} représentent les couples créés par le robot B autour des axes x, y, et z.

Contraintes limites du robot B

En utilisant ce système coopératif, le rôle du robot B est de fournir les forces et les couples nécessaires afin d'éviter totalement la déviation de l'outil de sa trajectoire lors du soudage. Cependant, comme tous types de machine, ce robot est caractérisé par une charge globale maximale. En d'autres mots, le torseur des actions mécaniques qui peut être créé au niveau de l'organe terminal du robot B, équation (6.33), est bien évidemment limité par sa capacité d'application.

Comme décrit précédemment, le constructeur ne dévoile pas les valeurs exactes des forces et des couples limites qui peuvent être fourni par le robot au bout de son effecteur.

C'est pour cette raison nous avons calculé les couples maximaux dans chaque liaison du manipulateur en utilisant les fichiers techniques des moteurs électriques entrainent les articulations du robot Kuka KR 500-MT. Le tableau 6.1 présente les valeurs des couples maximum.

Γ_i	Γ_{RBmax}
$\Gamma_{1\ max}$	$N_{11}\ \ I_{1max}$
$\Gamma_{2\ max}$	$N_{22}\ \ I_{1max}$
$\Gamma_{3\ max}$	$N_{33}\ \ I_{2max}$
$\Gamma_{4\ max}$	$N_{44}\ \ I_{3max}$
$\Gamma_{5\ max}$	$N_{55}\ \ I_{3max}$
$\Gamma_{6\ max}$	$N_{66}\ \ I_{3max}$

TABLE 6.1 – Valeurs des couples articulaires maximales

Avec $I_{1max} = 48\ A$

$I_{2max} = 36\ A$

$I_{3max} = 16\ A$

Nous avons donc :

$$-\Gamma_{Bmax} \leq \Gamma_B \leq \Gamma_{Bmax} \tag{6.47}$$

Avec, $\Gamma_B = [\Gamma_1(q_B), \Gamma_2(q_B), \cdots, \Gamma_6(q_B)]^T$ est le vecteur des couples créés dans les 6 articulations du robot B.

Nous avons d'après l'équation (5.6)

$$G(q_B) = \Gamma_B + \tau_B \tag{6.48}$$

Le torseur du robot B au point O_{6B} s'écrit en négligeant les frottements sous cette forme :

$$\tau_B = {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)T_{B/O_{6B}} = {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \tag{6.49}$$

Avec,

$F = [f_{rx}\ f_{ry}\ f_{rz}]^T$ est le vecteur des forces créées au bout de l'organe terminal du robot B.

$MC_2 = [c_{rx}\ c_{ry}\ c_{rz}]^T$ est le vecteur des couples créés au bout de l'organe terminal du robot B.

D'où

$$G(q_B) = \Gamma_B + {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)T_{B/O_{6B}} = \Gamma_B + {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \tag{6.50}$$

Écriture du problème de minimisation

L'objectif principale dans cette partie est de calculer le torseur des actions mécaniques créé par le robot B, ${}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t}$ qui minimise l'erreur en position EP, (6.46), en commençant par un vecteur initiale suivant :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} = {}^{t}\mathbf{T}_{FSW} $$

Et en soumettant aux contraintes décrits dans l'équation (6.47), nous avons donc :

$$ -\Gamma_{Bmax} \leq \Gamma_B \leq \Gamma_{Bmax} \tag{6.51} $$

Ainsi,

$$ \Gamma_{Bmax} \geq -\Gamma_B \geq -\Gamma_{Bmax} \tag{6.52} $$

$$ G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq G(q_B) - \Gamma_B \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{6.53} $$

D'après les équations (7.57) et (7.58), nous avons :

$$ G(q_B) - \Gamma_B = {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \tag{6.54} $$

Ainsi,

$$ G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{6.55} $$

Nous avons utilisé la fonction fmincon sous Matlab pour minimiser l'erreur. Nous avons réécrit l'inégalité de l'équation (6.55) sous la forme :

$$ AIO\ {}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} \leq BIO \tag{6.56} $$

Ce qui nous donne :

$$ {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \leq G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \tag{6.57} $$

$$- \ {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \leq -G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \tag{6.58}$$

Donc,

$$AIO = \begin{bmatrix} \Gamma_{Bmax} + G(q_B) \\ \\ \Gamma_{Bmax} - G(q_B) \end{bmatrix} \tag{6.59}$$

et,

$$BIO = \begin{bmatrix} {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \\ \\ - \ {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \end{bmatrix} \tag{6.60}$$

AIO et BIO représentent respectivement une matrice (12×6) et un vecteur (12×1) qui permettent de définir les contraintes linaires de l'inégalité qui s'exprime sous la forme de l'équation (6.56).

Sous ces contraintes nous avons calculé En utilisant ces valeurs optimales nous avons réussi à diminuer l'erreur de position comme présenté sur la figure 6.12

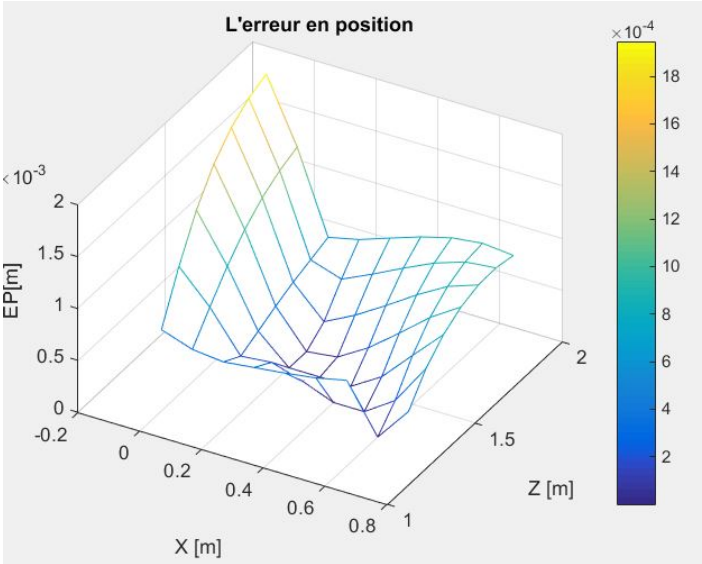


FIGURE 6.12 – L'erreur en position

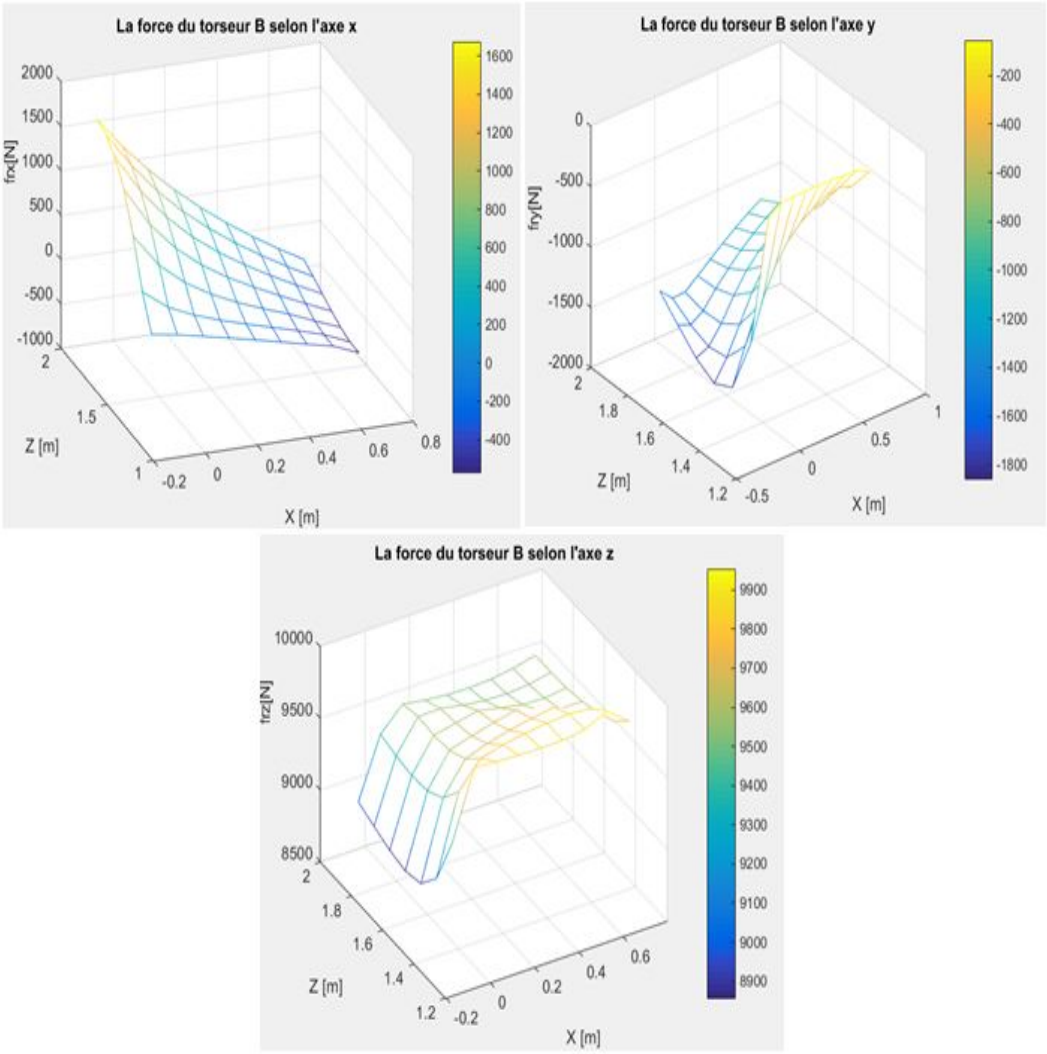


FIGURE 6.13 – Les forces créées par le robot B

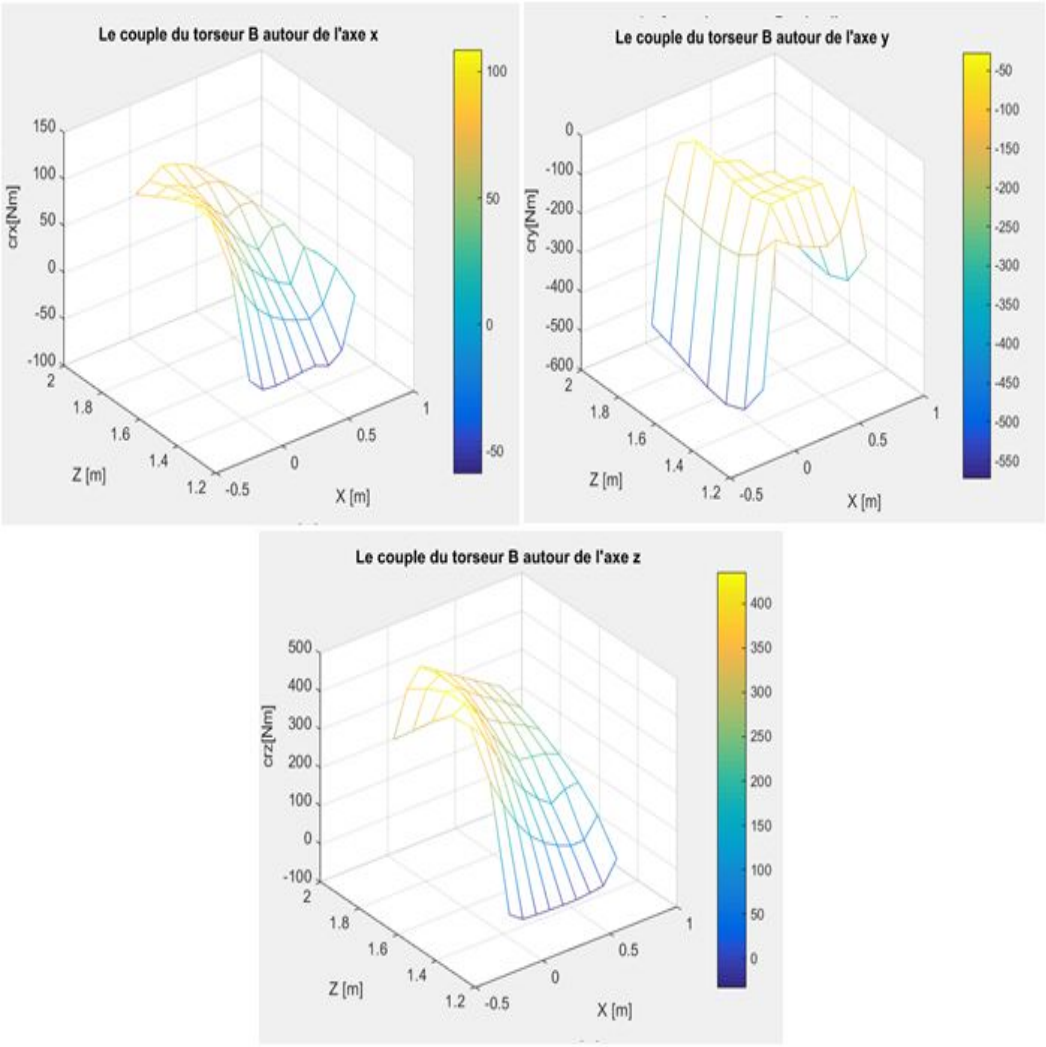


FIGURE 6.14 – Les couples créés par le robot B

En modifiant les dimensions du système coopératif, nous avons choisi :

- d_{0A}=0.3 m, d_{0B}=0.35 m, l_{0A}=0.2 m, l_{0B}= 0.15 m

Avec ces dimensions, on le résultat présenté dans la figure 6.15 (a), nous constatons donc que les dimensions influencent sur l'erreur. De plus, avec les nouveaux paramètres, j'obtiens une erreur plus faible.

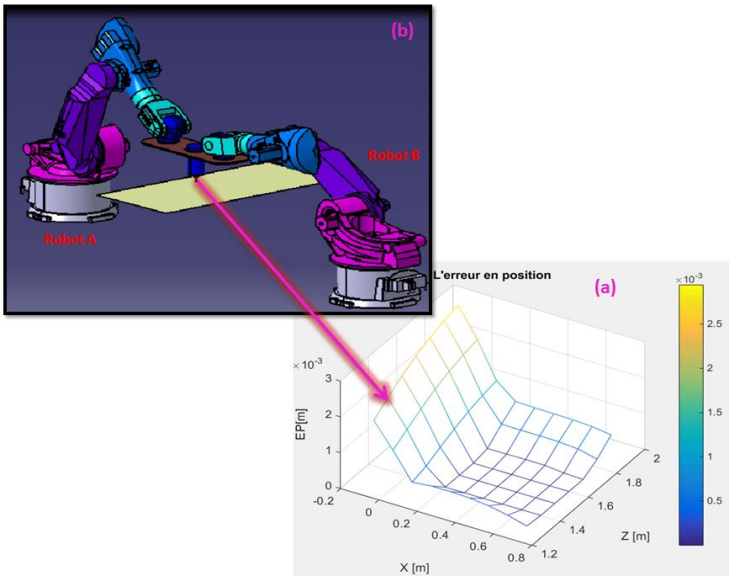


FIGURE 6.15 – (a)l'erreur en position avec d_{0A} =0.3 m, d_{0B}=0.35 m *et* l_{0A}=0.2 m l_{0B}= 0.15 m, voir figure 6.7, (b)la position des robots A et B dans l'espace cartésien pour une valeur de l'erreur en position pour X=-0.1 m et Z=1.4 m

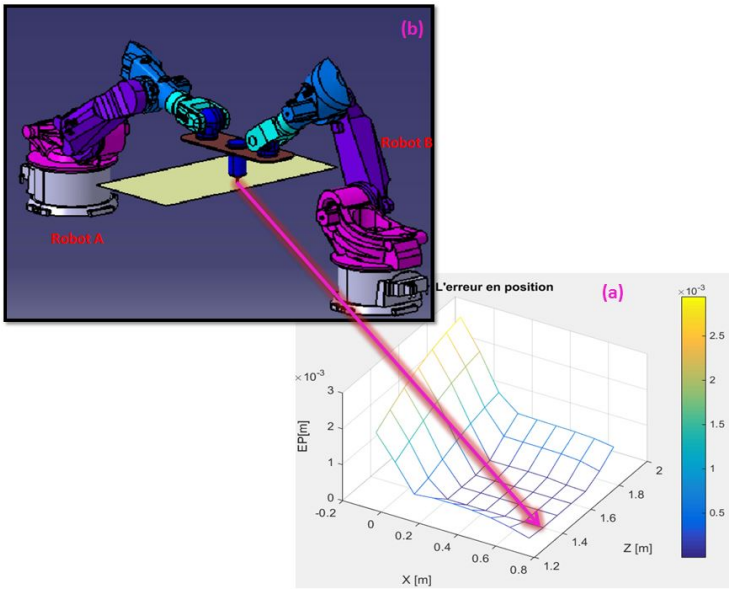


FIGURE 6.16 – (a)l'erreur en position, (b)la position des robots A et B dans l'espace cartésien pour une valeur de l'erreur en position pour X=0.6 m et Z=1.4 m

Le torseur optimal correspondant au minimum d'erreur est présenté dans les figures 6.17 et 6.18.

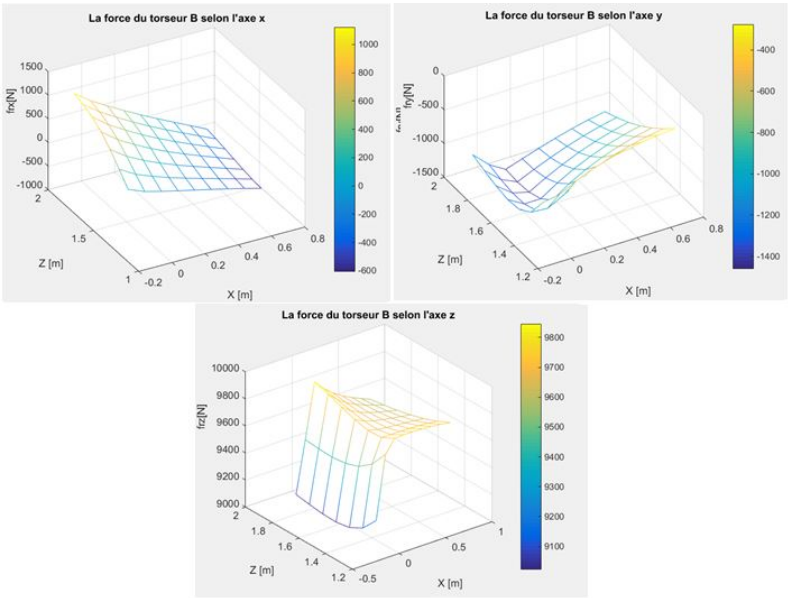


FIGURE 6.17 – Les forces créées par le robot B

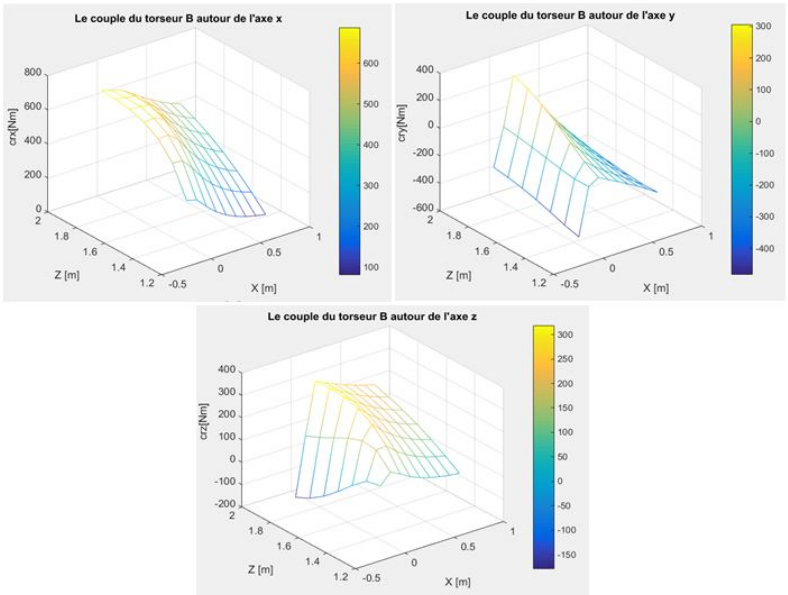


FIGURE 6.18 – Les couples créés par le robot B

Nous avons également présenté les couples créés au niveau des articulations du robot A, $\Gamma_i(q_A)$, figures 6.19, 6.20 et 6.21. D'après ces résultats, nous constatons que les couples créés par le robot A ont diminué lors de soudage en utilisant un robot B, voir les figures 6.9, 6.10 et 6.11 qui illustrent $\Gamma_i(q_A)$ sans l'intervention d'un deuxième robot.

Comme nous remarquons aussi que plus que l'outil est proche de la base du robot B plus que $\Gamma_i(q_A)$ sont faible, plus que l'erreur en position est faible, voir la figure 6.16. A partir d'une position de l'axe de soudage (pour l'exemple illustré sur la figure 6.15 $x = 0.1$), le robot B devient très étendu et sa capacité pour créer les efforts et les couples diminue. Cela force le robot A à créer ces efforts, ce qui signifie l'augmentation des couples articulaires du robot A.

Pour faire la comparaison entre $\Gamma_i(q_A)$ et $\Gamma_i(q_B)$ pour une application de soudage selon l'axe x nous avons superposé les couples articulaires des deux robots, voir les figures 6.22, 6.23 et 6.24.

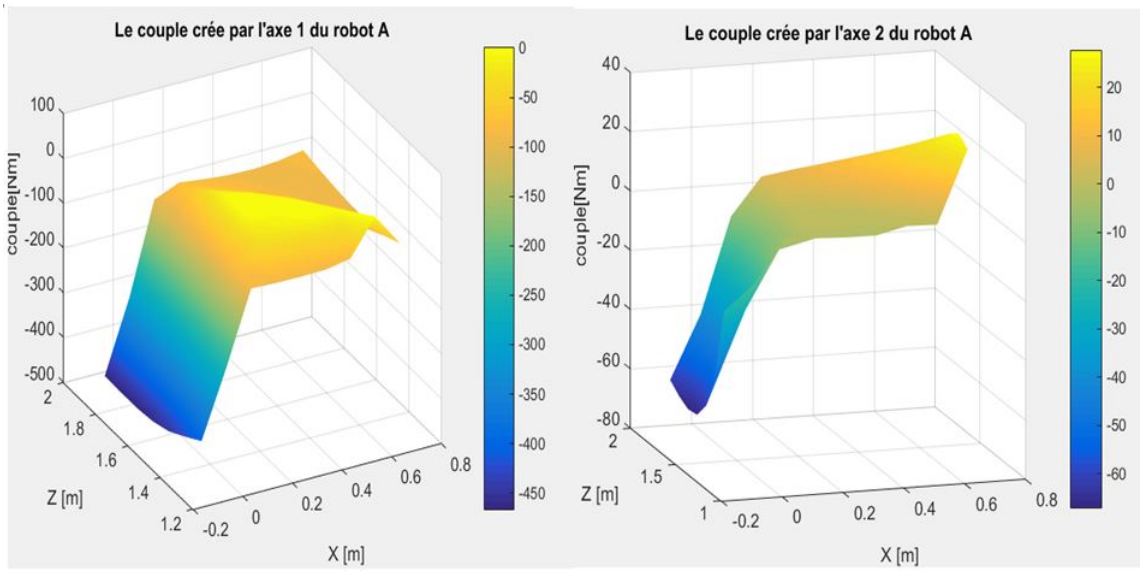


FIGURE 6.19 – les couples articulaires des axes 1 et 2 du robot A après l'optimisation

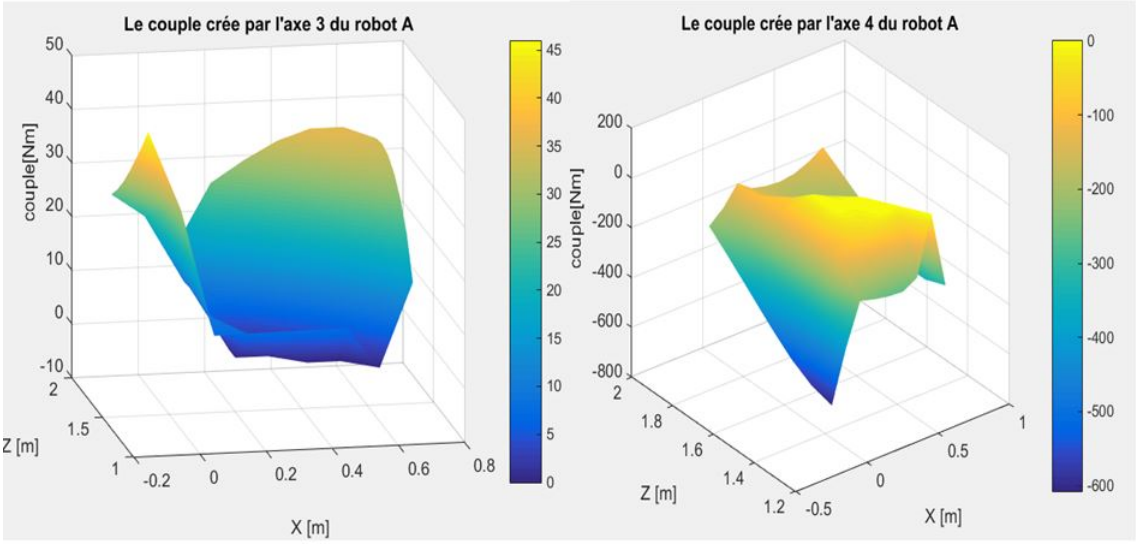


FIGURE 6.20 – les couples articulaires des axes 3 et 4 du robot A après l'optimisation

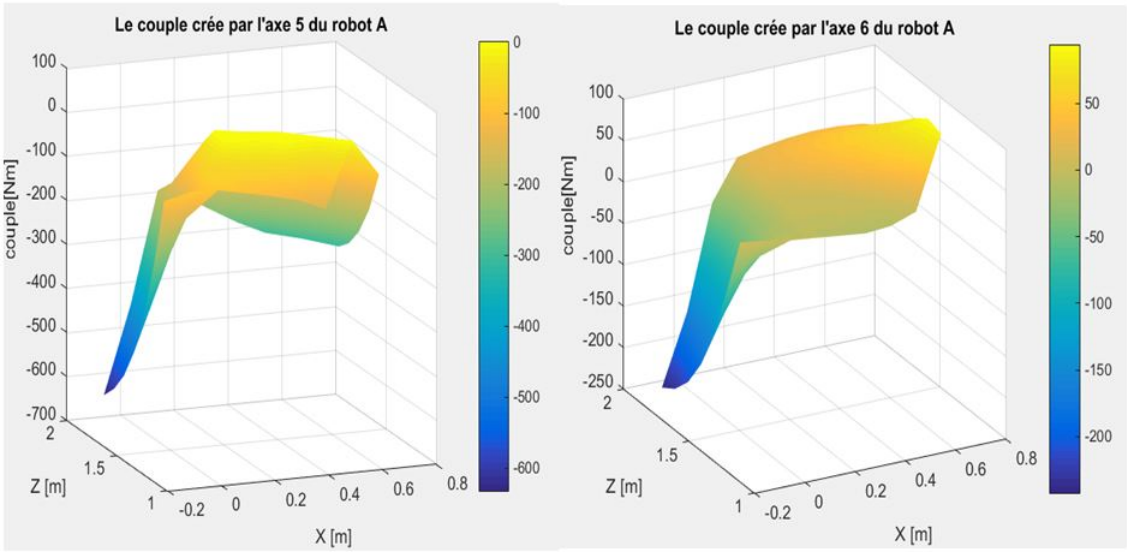


FIGURE 6.21 – les couples articulaires des axes 5 et 6 du robot A après l'optimisation

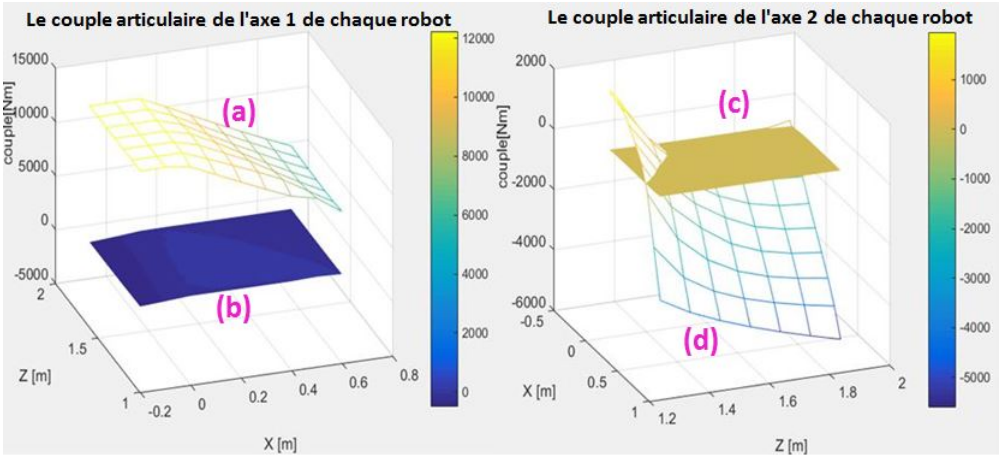


FIGURE 6.22 – les couples articulaires des axes 1 et 2 du robot A et B après l'optimisation, (a) le couple articulaire de l'axe 1 du robot B, (b) le couple articulaire de l'axe 1 du robot A, (c) le couple articulaire de l'axe 2 du robot A, (d) le couple articulaire de l'axe 2 du robot B

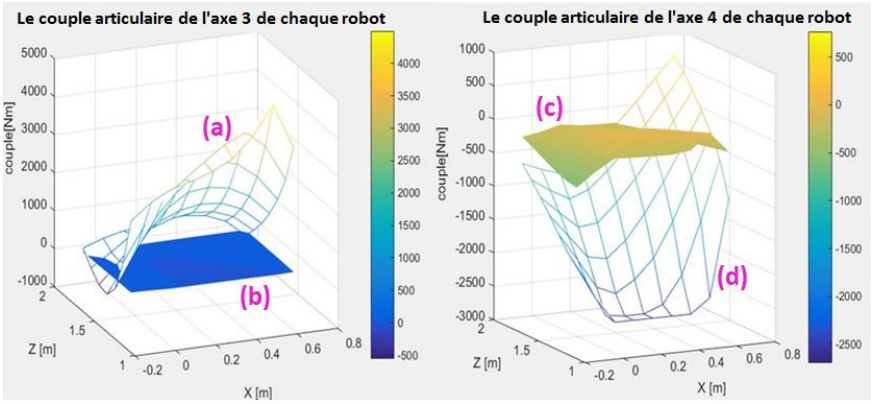


FIGURE 6.23 – les couples articulaires des axes 3 et 4 du robot A et B après l'optimisation, (a) le couple articulaire de l'axe 3 du robot B, (b) le couple articulaire de l'axe 3 du robot A, (c) le couple articulaire de l'axe 4 du robot A, (d) le couple articulaire de l'axe 4 du robot B

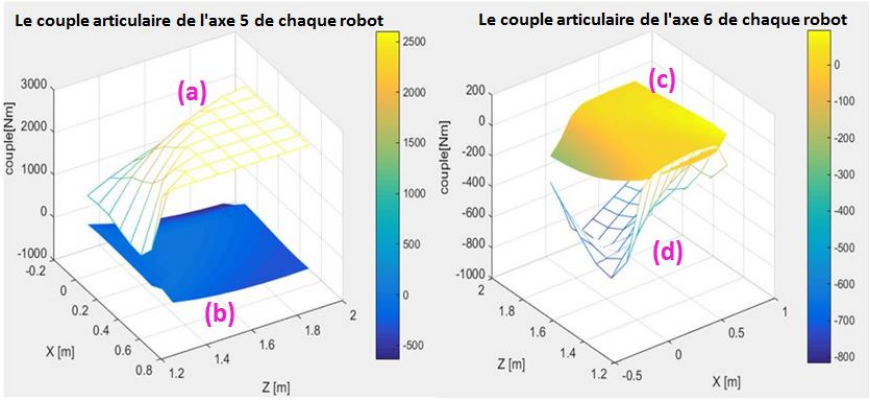


FIGURE 6.24 – les couples articulaires des axes 5 et 6 du robot A et B après l'optimisation, (a) le couple articulaire de l'axe 5 du robot B, (b) le couple articulaire de l'axe 5 du robot A, (c) le couple articulaire de l'axe 6 du robot A, (d) le couple articulaire de l'axe 6 du robot B

6.5 Dimensionnement optimales du système coopératif correspondant à une erreur minimale

Lorsque nous avons remarqué dans le paragraphe précédent que les dimensions du système coopératif affectent l'erreur nous avons développé un autre algorithme d'optimisation sous Matlab pour calculer les dimensions optimales de la position de l'outil pour minimiser encore l'erreur en position.

$$\min_{V} EP(V) \tag{6.61}$$

$$\text{où} \quad V = [f_{rx}\ f_{ry}\ f_{rz}\ c_{rx}\ c_{ry}\ c_{rz}\ d_{0A}\ d_{0B}\ l_{0A}\ l_{0B}]^T$$

Pour avoir des résultats qui amènent à un système réalisable et le mouvement de l'outil reste dans l'espace du travail du système, nous avons encadré les paramètres à optimiser entre des valeurs minimales et maximales, voir tableau ci-dessous.

Paramètres	Valeur minimale (m)	Valeur maximale (m)	Valeur optimale (m)
d_{0A}	0	0.4	0.3
d_{0B}	0	0.2	0.1
l_{0A}	0	0.5	0.4
l_{0B}	0	0.4	0.2

TABLE 6.2 – Les paramètres optimales correspondant à un minimum d'erreur du système coopératif

Nous avons trouvé les valeurs optimales illustrées dans le tableau ci-dessus et nous avons amélioré énormément l'erreur en position, voir la figure 6.25 qui compare l'erreur sans l'intervention du robot B et avec l'intervention du robot B et avec les deux programme d'optimisations.

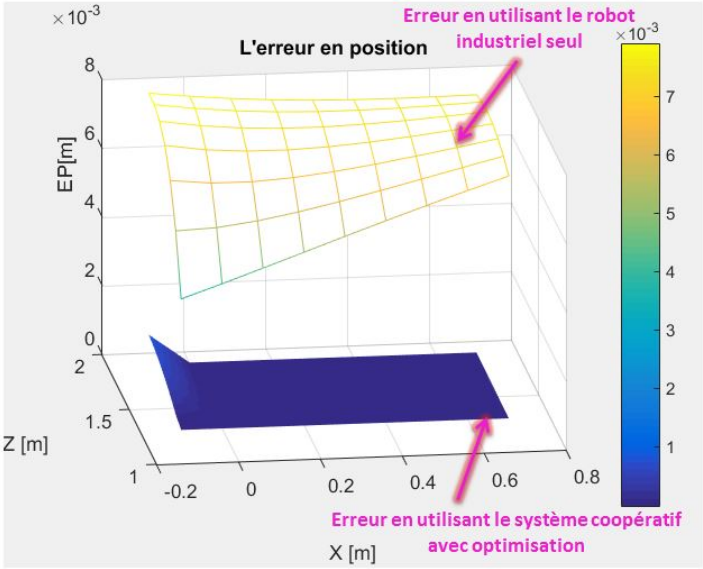


FIGURE 6.25 – l'erreur en position après optimisation

6.5.1 Étude de la diminution de l'erreur en rotation

L'équation (6.79) est l'erreur en rotation qui dépend seulement des couples créés par le robot B. Donc nous avons développé un algorithme qui permet de minimiser cette fonction en calculant les valeur optimales de C_{rx}, C_{ry} et

C_{rz}.

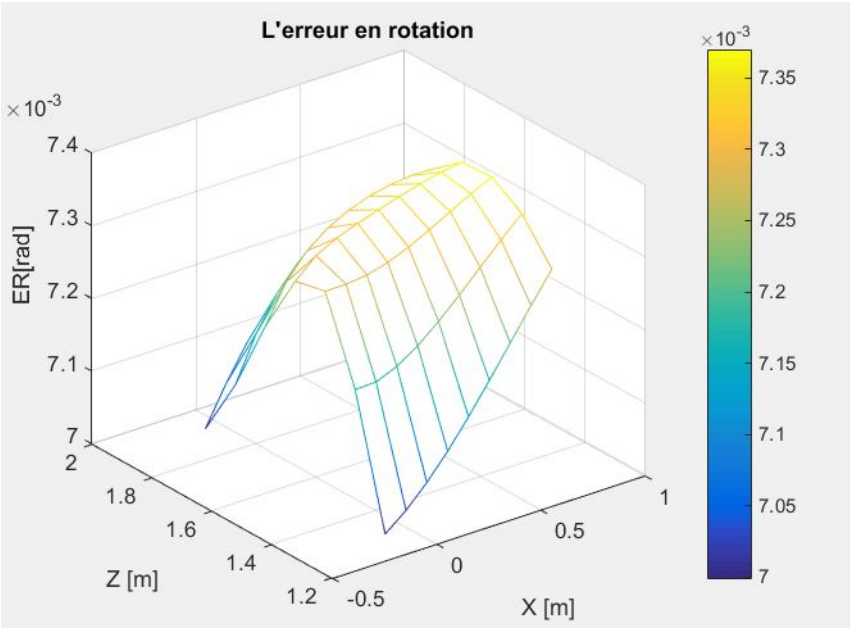


FIGURE 6.26 – l'erreur en rotation sans l'intervention du robot B

D'après les équations (6.30) et (6.40), j'obtiens l'expression de l'erreur de déviation :

$$\Delta X = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1}\left[G(q_A) + {}^{t}J^{T}_{O_t}(q_A)\left\{\begin{array}{c} f_{rx} - F_x \\ f_{ry} - F_y \\ f_{rz} + F_z \\ c_{rx} - l_{0B}f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B}f_{rx} + d_{0B}f_{rz} \\ c_{rz} - d_{0B}f_{ry} + C_z \end{array}\right\}\right] \tag{6.62}$$

En posant,

$$\mathbf{T}_{fsw} = \mathbf{T}_{FSW/O_t}$$

$$MR_2 = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_{rx} \\ c_{ry} \\ c_{rz} \end{array} \right\}$$

$$A_2 = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -l_{0B} & 0 \\ l_{0B} & 0 & +d_{0B} \\ 0 & -d_{0B} & 0 \end{array} \right]$$

$$F = \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \end{array} \right\}$$

Le torseur des actions mécaniques a été décomposé en trois parties, la première relative aux actions du procédé FSW sur l'outil, la seconde les couples du robot B et le dernier dépend des forces du robot B et les paramètres de position de l'outil par rapport au robot B.
J'obtiens par substitution dans l'équation (6.62), l'erreur suivante :

$$\Delta X =^0 J_{O_t}(q_A)K^{-1}(G(q_A)+{}^tJ_{O_t}^T\ {}^t\mathbf{T}(q_A){}^t\mathbf{T}_{fsw}+{}^tJ_{O_t}^T\ {}^t\mathbf{T}(q_A)MR_2+\ {}^tJ_{O_t}^T\ {}^t\mathbf{T}(q_A)A_2F) \tag{6.63}$$

L'erreur se décompose en deux critères, l'erreur en position ΔP et en orientation ΔR, alors l'erreur totale peut être définie comme suit :

$$\Delta X = \left(\begin{array}{c} \Delta P \\ \Delta R \end{array} \right) \tag{6.64}$$

Notre calcul se scinde en deux parties, la première sur l'erreur en positon et la seconde en orientation. Sachant que l'erreur en position est plus critique que l'erreur en orientation, nous allons mener notre calcul en imposant $\Delta P = 0$. Notre hypothèse, vient du fait qu'une déviation de la trajectoire désirée dans le plan de travail va fragiliser notre soudage dans les meilleurs des cas, et au pire des cas il n'y aura pas de soudage. Tandis que l'erreur sur l'orientation ne va influencer que l'angle de tilt, ce qui crée des défauts internes, que nous allons également essayer de minimiser.

On pose :

$$JK = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} JK_1 & JK_2 \\ \hline JK_3 & JK_4 \end{array} \right) \tag{6.65}$$

et

$$BS = G(q_A) + {}^{t}J_{O_t}^{T}\ {}^{t}\mathbf{T}(q_A)\ {}^{t}\mathbf{T}_{fsw} = \left(\begin{array}{c} BS_1 \\ BS_2 \end{array} \right) \tag{6.66}$$

De plus posons :

$${}^{t}J_{O_t}^{T}\ {}^{t}\mathbf{T}(q_A) = \left(\begin{array}{c|c} JS_1 & JS_2 \\ \hline JS_3 & JS_4 \end{array} \right) \tag{6.67}$$

et :

$$DS = {}^{t}J_{ot}^{T}\ {}^{t}\mathbf{T}(q_A)A_2 = \left(\begin{array}{c} DS_1 \\ DS_2 \end{array} \right) \tag{6.68}$$

D'après l'équation (6.63), l'erreur s'écrit :

$$\Delta X = \left(\begin{array}{c|c} JK_1 & JK_2 \\ \hline JK_3 & JK_4 \end{array} \right) \left[\left(\begin{array}{c} BS_1 \\ BS_2 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c|c} JS_1 & JS_2 \\ \hline JS_3 & JS_4 \end{array} \right) MR_2 + \left(\begin{array}{c} DS_1 \\ DS_2 \end{array} \right) F \right] \tag{6.69}$$

$$\tag{6.70}$$

Nous avons :

$$MR_2 = \left(\begin{array}{c} 0 \\ MC_2 \end{array} \right)$$

D'où :

$$\Delta X = \left(\begin{array}{c|c} JK_1 & JK_2 \\ \hline JK_3 & JK_4 \end{array} \right) (\left(\begin{array}{c} BS_1 \\ BS_2 \end{array} \right) + (\left(\begin{array}{c} JS_2 \\ JS_4 \end{array} \right) MC_2 + \left(\begin{array}{c} DS_1 \\ DS_2 \end{array} \right) F) \tag{6.71}$$

$$\Delta X = \left(\begin{array}{c|c} JK_1 & JK_2 \\ \hline JK_3 & JK_4 \end{array} \right) (\left(\begin{array}{c} BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F \\ BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F \end{array} \right) \tag{6.72}$$

$$\Delta X = \left(\begin{array}{c} JK_1(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_2(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \\ JK_3(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_4(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \end{array} \right) \tag{6.73}$$

D'après l'équation de ΔX, on peut définir les deux critères tel que :

$$\Delta P = \ JK_1(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_2(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \tag{6.74}$$

et :

$$\Delta R = \ JK_3(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_4(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \tag{6.75}$$

Pour annuler l'erreur en position nous avons posé

$$\Delta P = I_p + W_pMC_2 + N_pF = M_p + N_pF = 0 \tag{6.76}$$

Avec
$M_p = I_p + W_pMC_2$

L'expression du vecteur F en fonction des couples créés par le robot B s'écrit :

$$F = -N_p^{-1}M_p \tag{6.77}$$

$$F = -N_p^{-1}(I_p + W_pMC_2) \tag{6.78}$$

En effet l'erreur en rotation dans l'expression ci-dessous ne dépend que de MC_2,

$$\Delta R = J_p - T_pMC_2 \tag{6.79}$$

Nous avons calculé déjà les forces du torseur des actions mécaniques créées par le robot B en posant $\Delta P = 0$, équation (6.78). En effet, pour minimiser l'erreur en rotation nous avons calculé les couples qui doivent être créés par le robot B sous Matlab par la fonction d'optimisation fmincon. Le critère d'optimisation est :

$$\min_{MC_2} EP(MC_2) \tag{6.80}$$

$$\text{Où} \quad MC_2 = [c_{rx}, c_{ry}, c_{rz}]^T$$

L'inégalité de l'équation (6.55) a été réécrit dans le but d'encadrer seulement les couples.

Nous avons :

$$G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B) \begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{6.81}$$

On pose :

$${}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B) = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

Nous avons donc :

$$G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq \begin{bmatrix} J_1\ F + J_2\ MC_2 \\ J_3\ F + J_4\ MC_2 \end{bmatrix} \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{6.82}$$

Or d'après l'équation (6.78) nous avons :

$$G(q_B)+\Gamma_{Bmax} \geq \begin{bmatrix} -J_1\ N_p^{-1}\ I_p + (J_2 - J_1\ N_p^{-1}\ W_p)\ MC_2 \\ -J_3\ N_p^{-1}\ I_p + (J_4 - J_3\ N_p^{-1}\ W_p)\ MC_2 \end{bmatrix} \geq G(q_B)-\Gamma_{Bmax} \tag{6.83}$$

Ainsi

$$G(q_B)+\Gamma_{Bmax} \geq \begin{bmatrix} -J_1\ N_p^{-1}\ I_p \\ -J_3\ N_p^{-1}\ I_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_2 - J_1\ N_p^{-1}\ W_p \\ J_4 - J_3\ N_p^{-1}\ W_p \end{bmatrix} MC_2 \geq G(q_B)-\Gamma_{Bmax} \tag{6.84}$$

D'où

$$G(q_B) + \Gamma_{Bmax} - \begin{bmatrix} -J_1\ N_p^{-1}\ I_p \\ -J_3\ N_p^{-1}\ I_p \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} J_2 - J_1\ N_p^{-1}\ W_p \\ J_4 - J_3\ N_p^{-1}\ W_p \end{bmatrix} MC_2 \tag{6.85}$$

Et

$$\begin{bmatrix} J_2 - J_1\ N_p^{-1}\ W_p \\ J_4 - J_3\ N_p^{-1}\ W_p \end{bmatrix} MC_2 \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} - \begin{bmatrix} -J_1\ N_p^{-1}\ I_p \\ -J_3\ N_p^{-1}\ I_p \end{bmatrix} \tag{6.86}$$

Ce qui nous donne :

$$\begin{bmatrix} J_2 - J_1\ N_p^{-1}\ W_p \\ J_4 - J_3\ N_p^{-1}\ W_p \end{bmatrix} MC_2 \leq G(q_B) + \Gamma_{Bmax} - \begin{bmatrix} -J_1\ N_p^{-1}\ I_p \\ -J_3\ N_p^{-1}\ I_p \end{bmatrix} \tag{6.87}$$

et,

$$-\begin{bmatrix} J_2 - J_1\ N_p^{-1}\ W_p \\ J_4 - J_3\ N_p^{-1}\ W_p \end{bmatrix} MC_2 \leq -G(q_B) + \Gamma_{Bmax} + \begin{bmatrix} -J_1\ N_p^{-1}\ I_p \\ -J_3\ N_p^{-1}\ I_p \end{bmatrix} \tag{6.88}$$

On pose :

$AIO_1 = J_2 - J_1\ N_p^{-1}\ W_p$

$AIO_2 = J_4 - J_3\ N_p^{-1}\ W_p$

$JP = \begin{bmatrix} -J_1\ N_p^{-1}\ I_p \\ -J_3\ N_p^{-1}\ I_p \end{bmatrix}$

J'obtiens donc :

$$\begin{bmatrix} AIO_1 \\ AIO_2 \\ -AIO_1 \\ -AIO_2 \end{bmatrix} MC_2 \leq \begin{bmatrix} G(q_B) + \Gamma_{Bmax} - JP \\ -G(q_B) + \Gamma_{Bmax} + JP \end{bmatrix} \tag{6.89}$$

En utilisant cette inégalité, nous avons calculé le vecteur MC_2 pour un minimum d'erreur de rotation pour obtenir le résultat illustré dans la figure 6.27

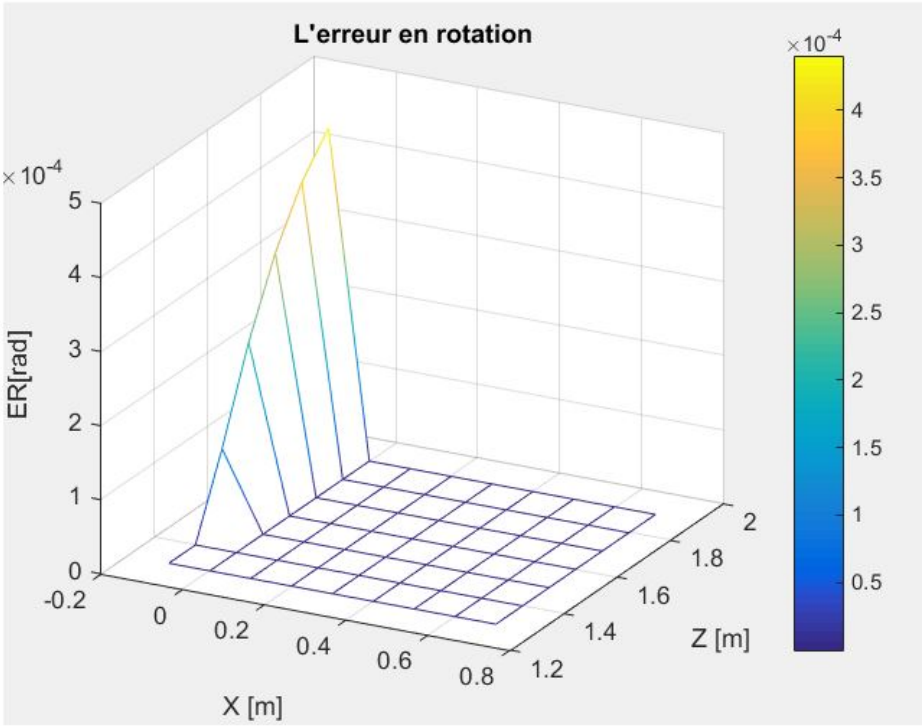


FIGURE 6.27 – L'erreur en rotation

6.6 Le modèle CAO du système coopératif

Les systèmes de conception assistée par ordinateur (CAO) sont utilisés largement dans le monde industriel et dans tous les domaines, tel que la robotique. [25] a cité dans son livre deux objectifs majeurs justifiant l'importance de l'utilisation des systèmes CAO en Robotique. En effet, la conception d'un mécanisme robotique sous un logiciel CAO aide à vérifier les trajectoires, évaluer les temps de cycle, analyser les mouvements et détecter les collisions. De plus, le système CAO permet de déterminer des programmes exécutables pour développer la commande du système robotique.

6.6.1 La conception du système coopératif sous le logiciel Catia

La conception du mécanisme

Nous avons schématisé le modèle 3D du système coopératif sous Catia, figure 6.28. Ensuite, nous avons simulé ce modèlodèle pour les soudages suivants :

- Soudage linaire simple selon l'axe x.
- Soudage linaire simple selon l'axe y.
- Soudage circulaire dans le plan (x, y).

Cela a été réalisé en commandant les angles q_1 et q_2 du robot A. Également, un schéma cinématique de la structure a été conçu en attachant à chaque articulation son repère défini selon la méthode DHM, figure 6.29.

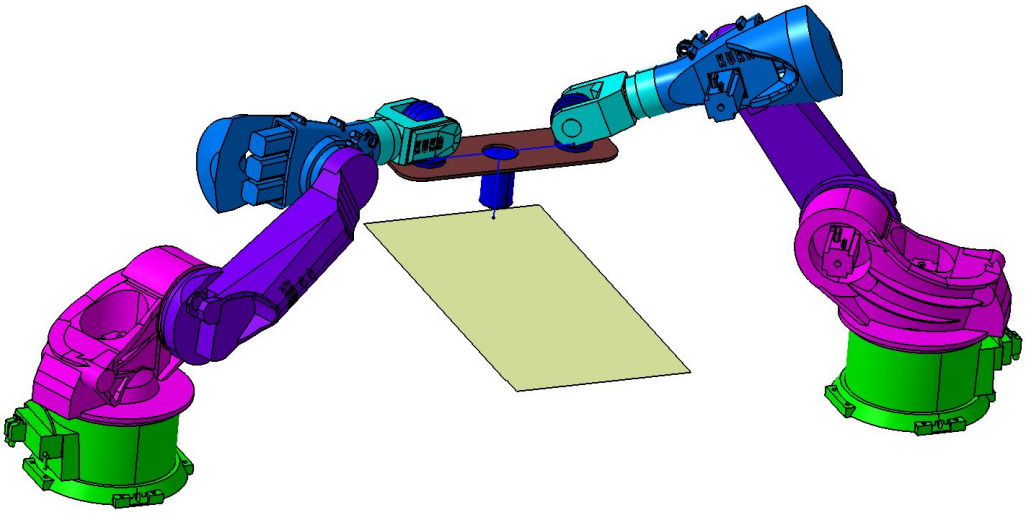


FIGURE 6.28 – La conception du système coopératif sous le logiciel Catia

La conception du schéma cinématique du système

La simulation du schéma cinématique nous permet de vérifier les calculs analytiques de la modélisation géométrique directe et inverse du système.

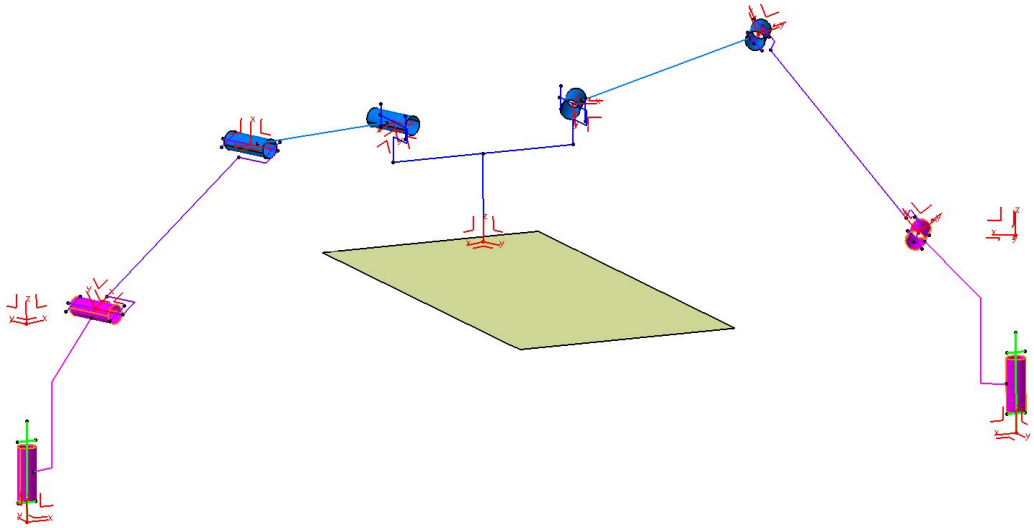


FIGURE 6.29 – Le schéma cinématique du système coopératif sous le logiciel Catia avec les repères attachés à chacune de ses articulations

6.7 L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif

6.7.1 Introduction

L'espace de travail représente toutes les poses (une position et une rotation dans l'espace) que l'outil peut atteindre. La connaissance de l'espace de travail des systèmes proposés nous permet de définir les applications de soudage possibles à réaliser en utilisant ces systèmes.

Nabat a comparé dans sa thèse l'espace de travail de deux robots, l'un sériel et l'autre parallèle. Ses robots ont été simulés avec des composants exactement identiques [65]. Cette simulation montre l'intérêt majeur du robot sériel en termes d'espace de travail.

Pour déterminer l'espace de travail d'un système robotique, il existe différentes méthodes et techniques. Dans la littérature, des études largement développées afin de calculer les limites du mouvement peuvent être trouvés dans [7], [44] et [61]. La plupart des techniques proposés dans ses méthodes utilisent principalement l'une des approches suivantes : géométriques-algébriques ou numériques par discrétisation. Nous avons constaté que ces

méthodes présentent généralement des complexités de calculs comme elles sont coûteuses en terme de temps et de mémoire. Pour ces raisons, nous avons pensé à déterminer l'espace de travail des deux systèmes proposés dans notre étude par l'utilisation d'un système CAO : par exemple par l'utilisation du logiciel CATIA.

6.7.2 La détermination de l'espace de travail

Moyen et méthode de détection

- Description du mécanisme

  Le but de cette partie est de déterminer les limites du mouvement dans le plan (x, y) des deux solutions : hybrides et coopératives. Sous Catia, nous avons fixé deux trajectoires angulaires, la première est définie entre le corps P2 et P3 nommée σ qui correspond à un soudage selon l'axe x et la deuxième entre P1 et P2 nommée β pour un déplacement selon l'axe y.

  L'état initial dans cette simulation est tel que : $\sigma_0 = 55°$ et $\beta_0 = 0°$, comme illustré sur la figure 6.30.

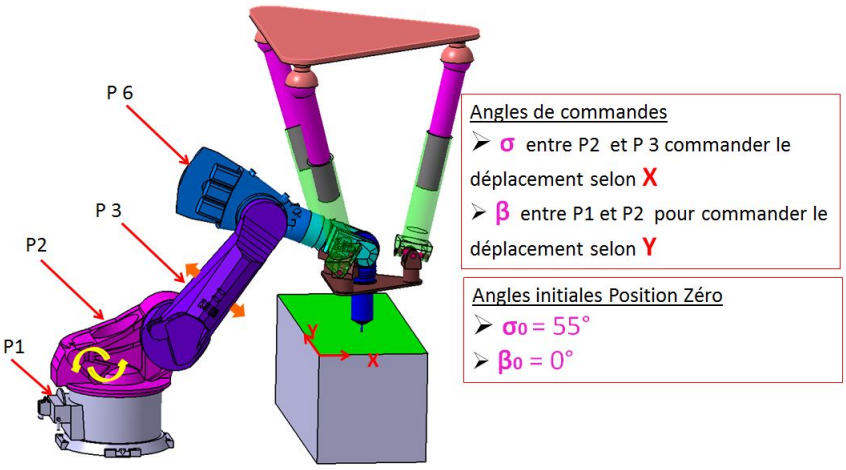


FIGURE 6.30 – L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif

Nous avons lancé la simulation avec un système libre ; sans contraintes angulaires autrement dit $-180°$ à $+180°$ pour chaque commande, comme présenté sur la figure 6.31.

- Simulation et résultats

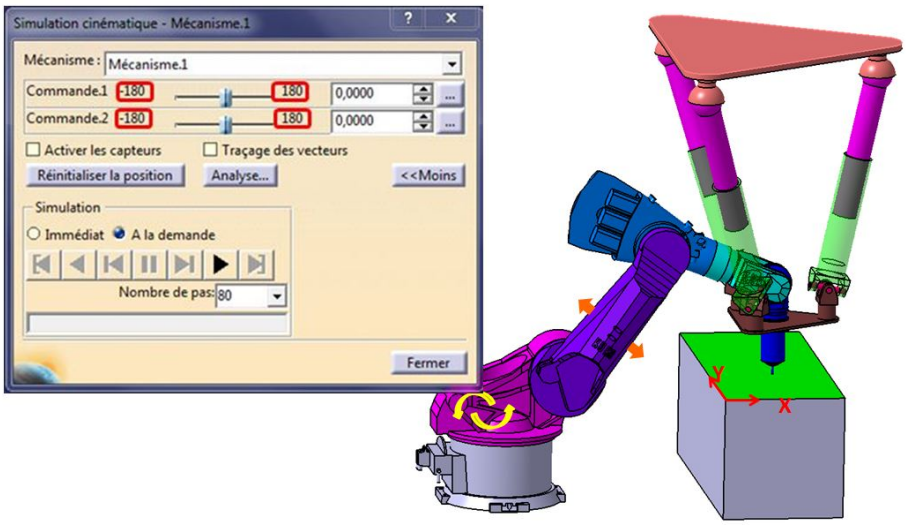


FIGURE 6.31 – L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif

Nous avons demandé au logiciel de s'arrêter et d'afficher les angles de rotations au premier contact entre les corps sachant que la simulation a été effectué dans les deux sens de rotation. La figure 6.32 montre les interférences entre les différentes pièces du système hybride.

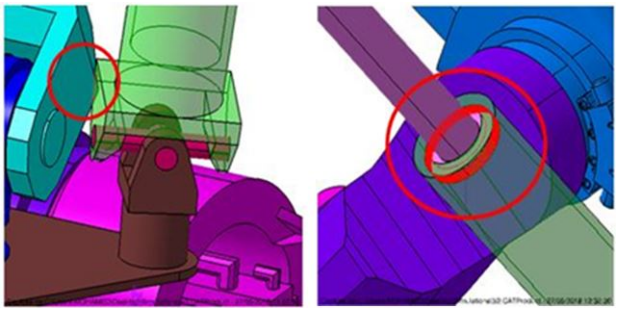


FIGURE 6.32 – L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif

Les résultats donnent :

- Trajectoire 1 : une interférence à 23° dans le sens positif et une interférence à $-23°$ dans le sens négatif. Donc la limite du mouvement de l'angle q_1 en considérant l'état initial est l'intervalle : [33° 77°]
- Trajectoire 2 : une interférence à 15° dans le sens positif et une interférence à $-18°$ dans le sens négatif. Ainsi, la limite du mouvement de l'angle q_2 en tenant en compte l'état initial est l'intervalle : [$-15°$ 12°]

Récapitulatif sur l'espace de travail pour chaque solution

Nous synthétisons les résultats dans le tableau ci-dessous, tableau 6.3 les résultats des deux solutions, sachant que les limites du mouvement du système coopératif $S3$ ont été réalisées en suivant exactement la même démarche que la solution hybride $S2$ sous Catia. $S0$ représente le cas du robot industriels seul.

Solution	Trajectoire 1 (°)		Trajectoire 2 (°)		σ(°)		β(°)		EDT (m^2)	%
S0	-55	45	-180	180	0	100	-180	180	14,683	100
S2	-23	23	-18	15	32	78	-18	15	0,829	6
S3	-45	45	-28	28	10	100	-28	28	3,662	25

TABLE 6.3 – Le tableau récapitulatif des limites de mouvements des deux solutions

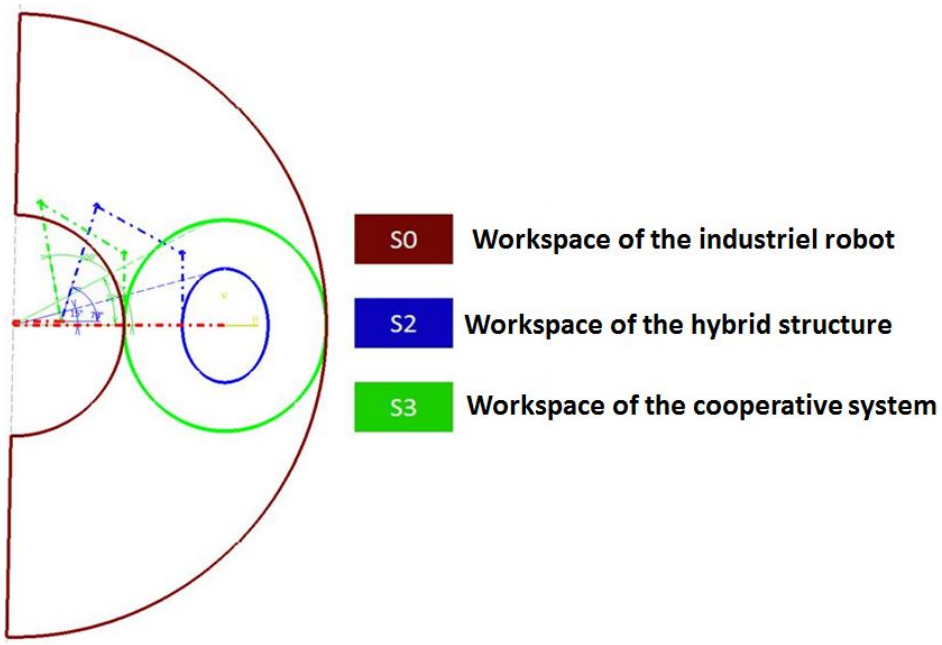


FIGURE 6.33 – Tracé de l'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif sous Catia

Les résultats montrent que l'espace de travail du système coopératif est plus étendu que celui du système hybride.

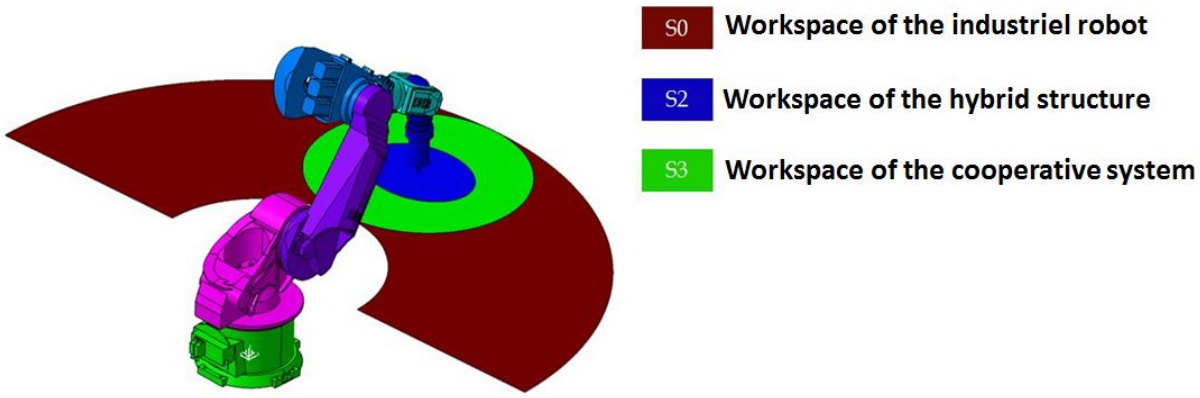


FIGURE 6.34 – L'espace de travail de la structure hybride et du système coopératif

En effet, ces solutions nous permettent de gagner en termes de rigidité, ce-

pendant elle limite le volume de travail ainsi que l'index de la manipulabilité.

Nous avons étudié les limites d'application du procédé FSW en utilisant ces mécanismes : hybride et le système coopératif pour des trajectoires linaires simples. Cependant ces deux solutions peuvent être utilisés également avec des trajectoires complexes en ajoutant la rotation de l'outil autour de l'axe y. Cela est possible tant que l'angle entre l'axe de la broche et la normale à la pièce reste dans l'espace de travail de chacune des deux structures, ce qui augmente beaucoup les applications de soudage par FSW en utilisant des robots industriels.

6.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réalisé le développement et la conception d'un système coopératif, composé de deux robots industriels. À ce jour, dans l'industrie, il y avait de nombreux systèmes coopératifs de robots industriels utilisés pour réaliser différentes applications. Cependant, aucun d'entre eux n'a été conçu pour le soudage par le procédé FSW.

L'aspect de la coopération est uniquement établi pendant le soudage, étant donné que nous réalisons un type de système détachable. L'avantage de ce système qui réside dans le fait que ces deux robots peuvent être utilisés dans d'autres applications que le soudage, c'est la flexibilité de leurs applications.

Il est démontré que cette solution est tout à fait réalisable. De plus, le coût du système coopératif reste beaucoup moins cher que les machines spécifiques de FSW, même si nous utilisons deux robots.

Dans ce chapitre, nous avons étudié également l'espace de travail des deux solutions proposées dans ces travaux de thèse : l'addition d'une structure parallèle et l'utilisation d'un système coopératif. L'espace de travail de ces deux mécanismes n'ont pas été calculés analytiquement, mais déterminer numériquement en utilisant le logiciel Catia.

Finalement nous avons constaté que ces approches nous permet de gagner en termes de performance et d'améliorer la rigidité du robot cependant, elles limitent l'espace de travail. Mais, malgré cette limitation, cette solution peut assurer un processus avec une bonne précision pour des trajectoires simples

accessibles par l'outil du robot et aussi pour des soudage complexes si l'angle entre l'axe de l'outil et la normale à la surface des pièces à souder reste dans l'espace de travail de la structure. Par conséquent, les résultats trouvés dans ce chapitre nous permettent de vérifier que ces structures peuvent être utile pour de nombreuses applications industrielles avec une haute qualité de soudage en utilisant un robot industriel. L'avantage de ces solutions est que la structure parallèle et le robot coopératif peuvent être décrochée du robot industriel, si nous avons besoin du manipulateur seul pour l'utiliser dans la réalisation d'autres opérations, d'où la polyvalence.

Chapitre 7

Conclusions

Le soudage par le procédé FSW nécessite pour son application des forces verticales très élevées, à la fois pour pousser et pour maintenir le pion enfoncé dans la matière. Pour industrialiser ce procédé, des machines spécifiques ont été développées. Elles sont capables de fournir ces efforts, cependant ce type de machines reste encombrant, cher et le plus contraignant, elles ne servent qu'à réaliser ce type de procédé. C'est pourquoi l'idée d'utiliser une machine plus polyvalente est née par l'utilisation des robots industriels. Mais ces derniers manquent de rigidité, qualité importante pour avoir des soudures très précises spécialement dans le cas d'assemblage de pièces aéronautiques.

L'objectif principal de ce travail a été l'étude, l'analyse et l'optimisation du soudage FSW, en utilisant des manipulateurs industriels. Minimiser les déviations de l'outil de la trajectoire désirée est très important pour ce procédé afin d'améliorer le soudage et éviter le risque d'avoir des défauts. Dans cette thèse, nous avons présenté les approches développées pendant le travail pour améliorer le positionnement précis de l'outil, en minimisant sa déviation latérale en position et en orientation lors de soudage. Cela a été fait en estimant l'erreur en position et en orientation et en appliquant différentes solutions : la première consiste à modifier le système d'équilibrage du robot, la deuxième consiste à ajouter une masse sur l'organe terminal, la troisième est l'addition d'une structure parallèle de type tripode contrôlée en force au robot industriel de 6 axes commandé en position, et la dernière est l'utilisation d'un système coopératif avec deux robots 6 axes, l'un commandé en position et l'autre en couple. La technique a été appliquée sur un manipulateur à 6 degrés de liberté avec plusieurs configurations de robot afin d'obtenir le placement optimal des tâches. Les résultats obtenus pour la première solution montrent que pendant le procédé de soudage et dans certaines configurations, la désactivation du compensateur diminue de 10 % l'erreur en position

et de 2% l'erreur en rotation. Ensuite, la deuxième solution montre que l'addition de la masse sur l'effecteur diminue grandement l'erreur de déviation. En moyenne, la différence peut aller jusqu'à 45% pour l'erreur en position et jusqu'à 42% pour l'erreur en orientation, avec un exemple de masse égale à 400 kg. Avec cette solution, nous avons minimisé l'erreur en diminuant les couples qui doivent être fournis par le robot. Cependant, elle reste techniquement difficile à réaliser car elle augmente l'inertie du robot.

Suite à cela, nous avons étudié un système qui est la fois techniquement réalisable, détachable et capable de fournir les efforts équivalentes à la masse précédente. La dernière solution fut la mise en place d'un système coopératif en raison de la polyvalence des deux robots.

Nous avons commencé par définir des trajectoires simples, dans le but de faire des soudages linaires ensuite nous avons calculé l'erreur suivant les deux critères en position et en orientation de l'outil. Dans les deux dernières solutions, nous avons développé des programmes d'optimisation. Pour la structure hybride, nous avons développé un algorithme pour calculer les trois forces optimales qui doivent être réalisées par la structure parallèle et un autre pour trouver les dimensions optimales de cette structure. Cette optimisation a été développée pour toute position de l'outil pendant le soudage. Avec cette solution, l'erreur de déviation est énormément réduite. En effet, dans le cas de l'application proposée, l'erreur de position est réduite à 94 % et l'erreur d'orientation est réduite à 62 %.
Pour le système coopératif, nous avons développé un algorithme pour déterminer la position optimale des deux robots et la meilleure conception de la plate-forme, ainsi qu'un autre algorithme permettant de calculer les forces et les couples optimaux à créer par le robot B. Avec cette solution, l'erreur de position est réduite à 87 % et l'erreur d'orientation est réduite à 91 %. Avec ces deux solutions proposées, la précision de positionnement de l'outil et les performances de soudage ont été énormément améliorées.

En utilisant le logiciel Catia l'espace de travail des deux solutions a été estimé, nous constatons qu'en termes d'espace de travail, le système coopératif est mieux adapté. En effet, son espace de travail est trois fois plus grand que celui de la structure hybride. Par conséquent, ce système nous offre plus de flexibilité d'applications.

Cette approche nous permet de gagner en termes de performance, mais elle limite l'espace de travail du robot seul. Malgré cette limitation, ces solutions peuvent assurer un processus avec une bonne précision pour des chemins

simples accessibles par l'outil du robot et aussi pour des chemins complexes si l'angle entre l'axe de l'outil et l'axe normal aux pièces à souder reste dans l'espace de travail de la structure. Par conséquent, les résultats trouvés dans ce manuscrit nous permettent de vérifier que ces mécanismes peuvent être utiles pour de nombreuses applications industrielles avec une haute qualité de soudage en utilisant des robots industriels . L'avantage de ces solutions est que les structures utilisées peuvent être décrochées du robot industriel, si nous avons besoin du manipulateur seul pour l'utiliser dans la réalisation d'autres opérations, d'où la polyvalence.

Nous pouvons optimiser encore plus l'erreur et améliorer le soudage en choisissant un autre emplacement du robot B. Si par exemple, on raccroche le robot B sur l'outil du robot A, il va créer bien évidemment un effort axial important, vu que sa gravité joue également dans le bon sens et de plus nous permet d'augmenter encore plus l'espace de travail. Nous avons déjà développé tous les calculs, il suffit juste de changer les repères.

Également, en utilisant les résultats trouvés nous pouvons étudier, par la suite, la commande des systèmes proposés dans mes travaux. Pour la structure hybride on a dit que le robot sériel consiste à positionner l'outil alors que les vérins permettent de créer une force d'appui, en effet pour commander le système il suffit d'ajouter à la commande du robot sériel trois asservissements de force pour commander la structure parallèle. Afin d'effectuer cette commande, il faut définir la relation entre la position de l'outil et les valeurs des forces à fournir pour un minimum d'erreur c'est notre résultat, c'est les représentations des forces optimales définies par mes programmes d'optimisations. Pour commander le système des deux robots ça va être facile de trouver une commande qui contrôle les axes du premier robot en position et une commande qui contrôle les 6 axes du même robot en couple. De même, pour réaliser cette commande nous pouvons utiliser les résultats de ma thèse qui nous donne les couples optimaux à fournir pour chaque position de l'outil qui correspond à un minimum d'erreur.

Concernant l'espace du travail nous avons déterminé les limites de mouvement dans un plan. Cependant, pour le déterminer en volume il suffit d'ajouter une commande et relancer les étapes effectuées sous le logiciel Catia. Par le fait, on peut avoir la possibilité de soudage en utilisant ses systèmes selon l'axe Z.

De même, dans mes travaux j'étais limité à une configuration simple de soudage tel que l'outil reste perpendiculaire au plan de travail pendant l'as-

semblage, en effet ça va être comme perspectif d'utiliser plusieurs configurations et relancer les calculs.

Extended Abstract

Introduction

The friction Stir Welding process is a comparatively new method of welding. This process was invented in 1991 by Wayne Thomas in The Welding Institute (TWI) [96]. It enables joining materials in solid phase without reaching the melting temperature. Comparing with other joining processes, FSW has many benefits for welding metals. For this reason, after its invention several industries have shown great interest in this process, especially the aerospace industry, mainly due to the exceptional mechanical properties of welds, the absence of defects and typical porosities. To use this process for welding linear joints, most industrial applications use specified FSW machines.

One of the biggest specified machine was developed by ESAB in cooperation with Boeing for the project space launch system (SLS), of NASA. The first application of FSW in aeronautics was the Delta II in 1999, [33]. These machines are characterized by high stiffness and thrust capacity, but they require significant investments and have a low manipulability. It is also possible to use parallel robot (Tricept), see [83]. Major research on FSW using parallel structures were developed by HZG in Germany (former GKSS), with a first test in 1998, see [93]. Despite the fact that this type of structure is characterized by a high stiffness it has a great ability to push only in one direction. To improve the thrust capacity in the other direction of a parallel robot, Palpacelli proposed to join it to a simple cable-driven device whose moving platform was rigidly attached to the robot end-effector. He applied this concept to a tricept after a static and kinematic modeling of the system [68]. The application of FSW process using this solution may limit the manipulability of the structure due to the cables used in the work plane.

However, in industry, many applications require a large manipulability to weld complex joints, demanding machines with several degrees of freedom. Because of that using an industrial robot broadens this flexibility of applica-

tion. Of course, Comparing serial robot with many other kinds of machines, they are characterized by low stiffness. For this reason, their use is usually limited to applications like packaging, assembling, or pick and pack, where the positioning accuracy of the tool is not a major factor and a large workspace is required. High force operations like welding or machining are preferably made by machines which have high stiffness, thrust capacity and accuracy, resulting in a better product quality. Nevertheless, their poor flexibility limits many operations, e.g. in cases where a complex path has to be realized and many places have to be reached by the tool. This flexibility of application is best done by a serial robot. In recent years current researchers tried to replace the dedicated machines by serial robots due to their low cost. The idea in this paper is to use an industrial serial robot to perform the friction stir welding process (FSW).

Due to the high thrust force required for FSW, generally a heavy industrial robot is used to perform the process. Usually, heavy industrial robots are considered to be rigid structures, but this proposing only remains valid unless the forces needed to be created by the robot do not exceed its carrying capacity. However, this process requires a very high thrust force that must be provided by the serial robot to hold the contact between the tool and the workpiece surface. For that reason, its positioning accuracy becomes very low. Thus, the effect of transmission elasticity is non-negligible and the deformation of the whole industrial robot needs to be considered, especially for applications that require a precise position of the tool as described by [85] and [101]. Therefore, this deformation makes deflection in each joint of the robot, which causes an error in following a given trajectory, see [93] and affects evidently the quality of the weld. The magnitude of this error depends on the robot position in the work space and the direction of welding ([101], [108] and [74]). The deviation error can be reduced by solving this difficulty.

The static performance and the stiffness of an industrial robot can be greatly improved by adding a device in form of a parallel structure. This assisting device has the architecture of a parallel structure but it is not an existing parallel robot. In the present work an optimization algorithm is developed to minimize the deviation error. For the first time this algorithm allows the optimization of the parameters defining the parallel structure. For the second time, the optimization of the three forces created by this structure is developed. Thereafter, the workspace of the whole structure is simulated to have an idea about its flexibility of the applications.

FSW Process

As shown in Fig 7.1 the rotating tool used for the FSW process consists of a probe and a shoulder. Moreover, the external forces exerted on it are the thrust force F_z exerted by the FSW machine, F_x the axial force during welding when the tool advances along the joint line the material resistance generates a force along x_0 and F_y, then during tool rotation the flow of material pushes the tool which generates a force along y_0.

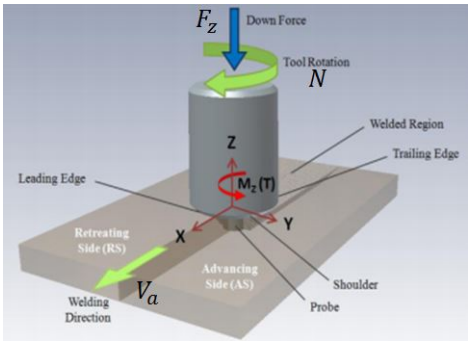


FIGURE 7.1 – Principle of the FSW Process [38]

FSW is typically described in three steps. The first step is plunging. Here, the probe penetrates into the weld joint between the two parts to be assembled. This step stops when the shoulder touches the surface. The second step is welding. It involves the rotation of the tool and needs a high force which locally softens and mixes the material. This process assists the advance of the tool along the welding line [35]. The third step is retraction ; in this step the probe is pulled out vertically from the material.

The FSW process is defined by four parameters, the thrust force F_z, the welding speed V_a, the rotation speed N and the tilt angle B. The force is necessary for maintaining contact between the tool and the pieces to be welded. Further, it softens the material in order to assist the penetration of the probe into the joint. N and V_a describe how fast the tool traverses along the interface and rotates, respectively. These two tool speeds have considerable importance, and therefore, they need to be correctly set to get a successful welding cycle. There is a relationship between the heat input, the rotation speed and the welding speed during welding. It is arguable that decreasing the lateral speed or increasing the rotation speed will cause a hotter weld. FSW is characterized by a slower V_a compared to other welding processes. The last parameter is B, it tilts the tool mostly between 1.5° and

3.5° degrees such that the front of the tool is higher than the rear. This inclination assists to forge the material, see [11]. To use this process, these four parameters must to be set dependent on the material of the parts to be assembled, the depth of the joint and the geometry of the tool and its material.

Deviation error

In this thesis an approach to improve the quality of friction stir welding using serial robot is presented. The idea is to minimize the deviation error of the tool due to the application of external forces. The positioning accuracy is depending on the tool orientation and location [24].

Error in the joint space

In the industrial robot flexibility originates from links and joints. However, many researchers claim that, because of the larger stiffness in links, its flexibility could be ignored, so that it is generally admitted that in this kind of machine the flexibility of the structure originates mainly from the joints. The error in the joint space is typically associated to the gearbox flexibility, including motors and transmissions. This source of rotation is the most important contributor to positional inaccuracies [27], [77]. Therefore, the links of serial robots used in this work are considered as rigid and only the joint errors are considered, and they are modelled by linear torsional springs [13] :

$$\Gamma_{(6\times1)} = K\Delta q \tag{7.1}$$

The difference $\Delta q = (q_l - q)$ is the source of errors in the joint space, Γ is the vector of joint torques, and K is a diagonal matrix for the joint stiffness. During the application of a load, this model is used to calculate the deformation of the robot.

Dynamic model

Dynamic modeling of the robot is required for mechanical design, controls and simulations. A corresponding model shows the relationship between the torques, the friction and the external forces as well as the positions of the manipulator joint, its speeds and accelerations. This leads to a set of non-linear differential equations of order two. It gives the state of the robot at each moment as it can analyse the stability of the control and performance

trajectory. Using the Euler-Lagrange formulation for the joint space dynamic model I have [48], [104] :

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + F_v\dot{q} + F_s\text{sgn}(\dot{q}) + G(q) = \Gamma + \Gamma_r \tag{7.2}$$

$D(q)$ is the robot inertia matrix, $C(q,\dot{q})\dot{q}$ represents Coriolis and centrifugal terms, F_v is the viscous friction matrix, F_s is the static friction matrix, $G(q)$ is the gravitational torque vector, Γ_r is wrench vector due to force and torque on the end effector.

During FSW the welding speed V_a is always constant and very low, for this reason the acceleration $\ddot{q}$ and the speed vector $\dot{q}$ can be assumed to be zero. In this contribution, we use a KuKa robot, which is characterized by a small static friction, and therefore F_s was neglected. Equation (7.2) can be reduced to equation (7.3)

$$\Gamma = G(q) - \Gamma_r \tag{7.3}$$

Error in the operational space

Using the direct kinematic model of an industrial robot [91], the relationship between the error in the joint Δq and in the operational spaces ΔX can be written as follows :

$$\Delta X = {}^{t}J_{o_t}(q)\ \Delta q \tag{7.4}$$

where ${}^{t}J_{o_t}(q)$ is a (6×6) matrix which is known as a manipulator Jacobian that relates Cartesian velocities to joint velocities.

This matrix is composed of two parts :

$${}^{t}J_{o_t}(q) = \begin{pmatrix} J_v \\ J_\omega \end{pmatrix}$$

J_v calculates the Cartesian velocity matrix which is obtained from the derivation of the platform position vector with respect to the articular variables q_i

$$J_v = \frac{d^0 P_{o_t}}{dq_i} \tag{7.5}$$

${}^{0}P_{o_t}$ is the platform position vector expressed in the fixed frame R_0 at the end of the tool at point o_t

$$J_v = \begin{bmatrix} \frac{dx_{o_t}}{dq_1} & \frac{dx_{o_t}}{dq_2} & \cdots & \frac{dx_{o_t}}{dq_6} \\ \frac{dy_{o_t}}{dq_1} & \frac{dy_{o_t}}{dq_2} & \cdots & \frac{dy_{o_t}}{dq_6} \\ \frac{dz_{o_t}}{dq_1} & \frac{dz_{o_t}}{dq_2} & \cdots & \frac{dz_{o_t}}{dq_6} \end{bmatrix}$$

J_ω calculates the Angular velocity matrix of the tool that is obtained by this expression :

$$J_\omega = T_r \frac{d\ {}^0D_{o_t}}{dq_i} \tag{7.6}$$

T_r is a 3×3 matrix defined in [82]

$$T_r = \begin{bmatrix} -SB & 0 & 1 \\ CBSC & CC & 0 \\ CBCC & -SB & 0 \end{bmatrix}$$

Now combining (7.1) and (7.4) provides :

$$\Delta X = {}^0J_{ot} K^{-1} \Gamma \tag{7.7}$$

Equations (7.3) and (7.7) provide the deviation error in the operational space :

$$\Delta X = {}^0J_{ot} K^{-1} (G(q) - \Gamma_r) \tag{7.8}$$

The application of the Jacobian matrix is to define a linear relationship between the external forces exerted at the tool and torques required at the joints of the industrial robot to support these forces. However, this Jacobian cannot be used as the forces are extented on a point of the platform. For this reason, it is necessary to calculate the Jacobien in o_t.

$$\Gamma_r = {}^tJ_{ot}^T(q)\ {}^t\mathbf{T}_{ext} \tag{7.9}$$

This expression allows to project all end-effector forces at the joints. This important relationship is not just for the development of static forces but also can be used for robot control.

Integrating equation (7.3) in (7.7) and equation (7.9) in equation (7.8) provides :

$$\Delta X = {}^0J_{o_t}(q) K^{-1} (G(q) - {}^tJ_{o_t}^T(q)\ {}^t\mathbf{T}_{ext}) \tag{7.10}$$

$$\Delta X = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ d_A \\ d_B \\ d_C \end{pmatrix} \tag{7.11}$$

$$\Delta X = \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta R \end{pmatrix} \tag{7.12}$$

with the deviation errors ΔP along the axes x_0, y_0 and z_0. Similarly ΔR contains the orientation errors about the axes x_0, y_0 and z_0.

The wrench created on the platform : Description

However, owing to the high normal force needed for FSW the compliance of the robot remains important and the error due to the deformation in the joints cannot be neglected.
In the submitted work, I defined different strategies for overcoming this conflict in order to provide high forces with great precision by applying standard industrial robots with modifications of the mechanical structure.

Adding a parallel structure controlled in force to a 6 axis robot controlled in position

Fig. 7.2 shows a schematic of the parallel structure that is proposed to investigate and which is optimized. The fixed base is connected to the moving platform by three identical limbs. Each limb consists of a prismatic joint P, a universal joint U at point P_i and a spherical joint S at point M_i, for i = 1, 2 and 3. The prismatic joint is driven by an actuator which creates a force. Together the three limbs provide an additional force required to minimize the positioning error of the tool. Finally, to summarize this SPU parallel manipulator produces only three forces F_1, F_2 and F_3 on the moving platform but not its actuation and it is controlled in force by retracting or extending the actuators.

Modelling of the system

The reference frame (O_0, x_0, y_0, z_0) is fixed to the ground, the reference frame (O_M, x_M, y_M, z_M) is fixed to the base of the parallel structure while the reference frame (O_6, x_6, y_6, z_6) is moving with the platform. In order to be able to locate the end-effector of an industrial robot, it is necessary to specify its positions and its orientation in the workspace. There are several methods to define the rotation angles of the transformation between two frames. So in this work to calculate the orientation of the serial robot tool in R_0, Euler angles were used, see [81]. Three successive rotations are defined as follows :

$$R(z_t, A), R(y_t, B), R(x_t, C) \tag{7.13}$$

The designated angles A, B and C shown in Fig. 7.3 describe the angles of roll, pitch and yaw. Each new rotation is carried out with respect to one of the fixed frame axes.

C is the rotation around the axis x_t, B is the rotation around the axis y_t and A is the rotation around the axis z_t. In this work, the orientation of the

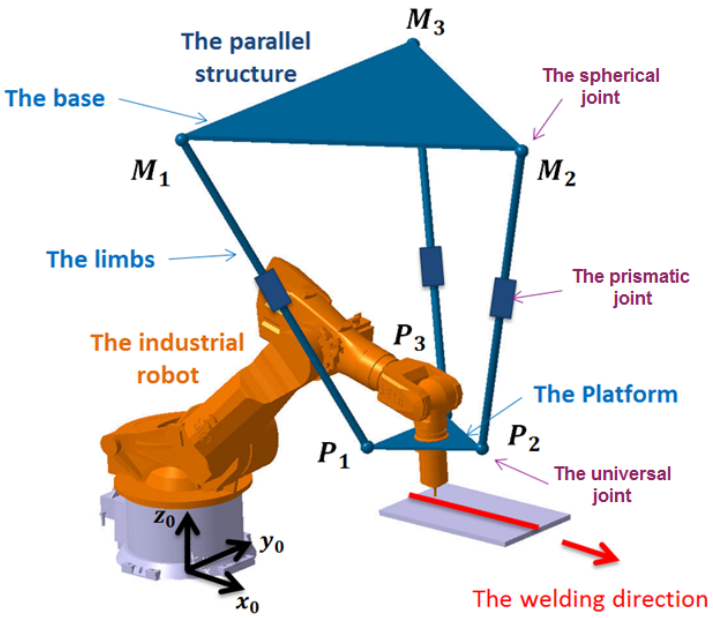


FIGURE 7.2 – Definition of the parallel structure

end-effector is represented to obtain the rotation matrix depending on these angles :

$$ {}^0R_6 = \begin{bmatrix} CACB & CASBSC - CCSA & SASC + CACCSB \\ CBSA & CACC + SASBSC & CCSASB - CASC \\ -SB & CBSC & CBCC \end{bmatrix} $$

Where ${}^0R_6$ represent the coordinates of the rotation tensor of frame R_6 with respect to frame R_0.
And CA, SA, CB, SB, CC and SC represent $\cos(A)$, $\sin(A)$, $\cos(B)$, $\sin(B)$, $\cos(C)$ and $\sin(C)$ respectively.

The direct geometric model defines the set of relations which express the situation of the object j in the space in terms of the articular variables vector of the robot q.

$$ q = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & q_5 & q_6 \end{bmatrix}^\top \tag{7.14} $$

q_i is the rotation angle of joint i. The situation of the end-effector j in the frame R_0 is defined by :

$$ T = \begin{bmatrix} {}^0P_j & D_j \end{bmatrix}^\top \tag{7.15} $$

$$ T = \begin{bmatrix} x_j & y_j & z_j & A_j & B_j & C_j \end{bmatrix}^\top \tag{7.16} $$

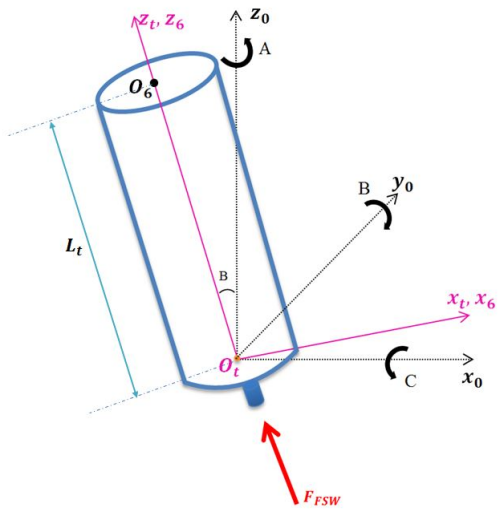


FIGURE 7.3 – Coordinates to define the tool orientation

There are several conventions to calculate these relations. Modified Denavit-Hartenberg (MDH) is usually used to model robots consisting of revolute or prismatic joints including the manipulator used in this research work. The MDH parameters defined for this robot are used thereafter with the support of the software SYMORO+ ([47]) to determine the relationship :

$$T = f(q) \; i \in [1...6] \tag{7.17}$$

where x_6, y_6 and z_6 of the equation (7.16) represent the coordinates of point O_6 in the fixed frame R_0. This point was noted by :

$$^0P_6 = \begin{pmatrix} x_6 \\ y_6 \\ z_6 \end{pmatrix}$$

Then the transformation matrix of the end-effector in R_0 is given as :

$$^0T_6 = \begin{bmatrix} ^0D_6 & ^0P_6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The FSW tool is in direction of the 6th axis of the manipulator with the same orientation of the frame R_6, The position of O_t is

$$^6P_{ot} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_t \end{pmatrix}$$

Where L_t is the length of the tool, see Fig. 7.3.

$$^0P_{ot} =^0 P_6 +^0 D_6 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_t \end{pmatrix}$$

And the transformation matrix of the tool in R_0 is :

$$^0T_t = \begin{bmatrix} ^0D_6 & ^0P_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

To calculate the vector P_iM_i it is necessary to calculate first the contact position between the platform and limbs P_i and the contact position between limbs and the fixed base of the parallel structure M_i in the fixed frame R_0 of the industrial robot. As shown in Fig. 7.4, the orientation of the frame of the parallel structure is the same as of the fixed frame R_0 of the robot. The coordinates of point O_M in the robot frame are x_M in x_0, y_M in y_0 and H in z_0 direction. Then its position is defined by :

$$^0P_M = \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$

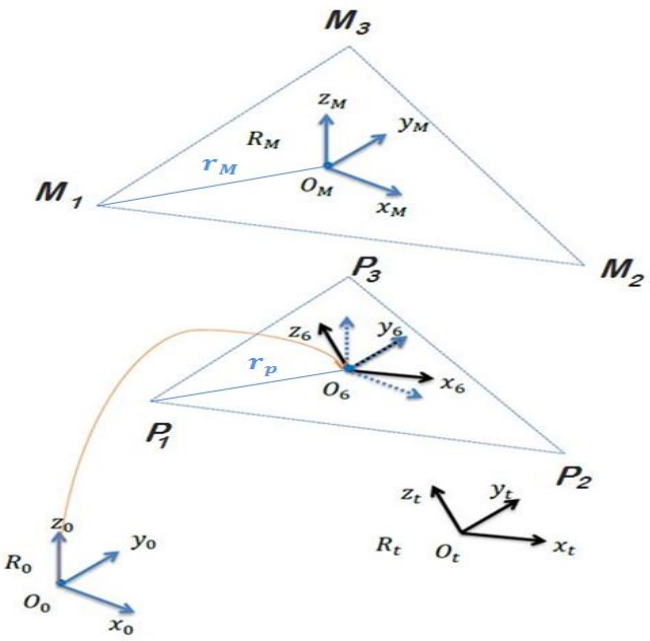


FIGURE 7.4 – Frames of the robot, the parallel structure and the tool

Therefore, the transformation matrix of the base of the parallel structure is given by :

$$^{0}T_M = \begin{bmatrix} I_3 & ^{0}P_M \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

As shown in the figure r_M is the distance $O_M M_i$ and r_p is the distance $O_6 P_i$.

According to the geometry of the chosen base shown in Fig. 7.2, the coordinates of point M_i in frame R_M are expressed by :

$$^{M}P_{M_1} = \begin{bmatrix} -\frac{r_M}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}r_M & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{M}P_{M2} = \begin{bmatrix} r_M & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{M}P_{M_3} = \begin{bmatrix} -\frac{r_M}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}r_M & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

The three contact positions between limbs and the base of the parallel structure in the fixed frame R_0 are defined by :

$$M_i =^{0} P_M + I_3 \; ^{M}P_{M_i} \tag{7.18}$$

The coordinates of the point P_i in frame R_6 are given by :

$$^{6}P_{p_i} = \begin{pmatrix} x_{p_i} \\ y_{p_i} \\ z_{p_i} \end{pmatrix}$$

and the frame of the platform is chosen to be the same as the base platform and thus the points are :

$$^{6}P_{p_1} = \begin{bmatrix} -\frac{r_p}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}r_p & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{6}P_{p_2} = \begin{bmatrix} r_p & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

$$^{6}P_{p_3} = \begin{bmatrix} -\frac{r_p}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}r_p & 0 \end{bmatrix}^{\top}$$

To calculate the contact positions between limbs and the platform p_i in the fixed frame R_0 the homogeneous transformation is defined by :

$$P_i =^0 P_6 +^0 D_6 \, ^6P_{p_i} \tag{7.19}$$

As shown in Fig. 7.2 the forces exerted by the limbs are :

$$F_i = f_i \; Z_i \tag{7.20}$$

f_i is the force created by the actuator i of the parallel structure according to the direction Z_i. Z_i is unit vector of limbs i.

According to the transformation matrices expressed in equations (7.18) and (7.19), it is possible to calculate the positions of the points P_1, P_2, P_3, M_1, M_2, M_3 during the movement of the industrial robot and for all these configurations in the space. Using the coordinates of these points expressed in the frame R_0 the vector Z_i is obtained as

$$Z_i = \frac{P_i M_i}{\|P_i M_i\|} \tag{7.21}$$

The vector of moment C_i created by the actuator i with respct to O_t is :

$$C_i = O_{ot} P_i \times F_i \tag{7.22}$$

$O_6 P_i$ is the vector from the origin of the coordinate of the platform center defined to the point where the force is exerted

$$O_6 P_i = r_p U_{Pi} \tag{7.23}$$

where r_p is the distance between O_6 and P_i along the direction U_{Pi}, see fig 7.4.

$$U_{Pi} = \frac{O_6 P_i}{\|O_6 P_i\|} \tag{7.24}$$

From fig 7.3 I have :

$$O_{ot} O_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ L_t \end{pmatrix}$$

As mentioned, in this work the industrial robot allows to move and to position the tool while the parallel structure allows to improve its stiffness. Then, to correct the deviation of the end effector, torques created by the parallel structure on the platform have to be calculated. Each thrust limb of this parallel structure produces a wrench τ_i on the moving platform in point P_i defined by :

$$\tau_i = \left[F_i^\top C_i^\top\right]^\top \tag{7.25}$$

The spindle of the FSW tool is located at the 6th axis of the manipulator, which is supposed to remain inclined with the small tilt angle M during the process, Fig. 7.3. The FSW force is exerted on the robot tool along its axis z_t as shown in Fig. 7.3. The wrench at point O_6 created by the FSW force expressed in the fixed frame is noted ${}^t\tau_{FSW}$.

The total wrench applied on the tool at the point O_t in the fixed frame R_0 is, see (7.9) :

$$ {}^t\mathbf{T}_{ext} = {}^t\mathbf{T}_{FSW} + \textstyle\sum_{i=1}^{3} {}^t\mathbf{T}_i \tag{7.26}$$

So, using the equation (7.10) the deviation error is :

$$\Delta X = {}^0J_{o_t}(q)K^{-1}(G(q) - {}^tJ_{o_t}^T(q)\ ({}^t\mathbf{T}_{FSW} + \sum_{i=1}^{3} {}^t\mathbf{T}_i)) \tag{7.27}$$

The deviation error depends of the parameters of the parallel structure which are defined by the matrix :

$$Dim = \begin{pmatrix} r_p \\ r_M \\ x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$

Then, as previously mentioned r_p is the dimension of the platform, r_M is the dimension of the base, x_M, y_M and z_M are the coordinates of the base center O_M (see Fig. 7.4). In addition, the error depends on the forces created by the three actuators of the parallel structure :

$$F_p = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

So in total this leads to

$$V = \left[\ f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad r_p \quad r_M \quad x_M \quad y_M \quad z_M\ \right]^\top$$

Finally, the error in the operational space is expressed according to :

$$\Delta X = {}^0J_{o_t}(q)K^{-1}(G(q) - {}^tJ_{o_t}^T(q)\ ({}^t\mathbf{T}_{FSW} + \sum_{i=1}^{3} {}^t\mathbf{T}_i(V)) \tag{7.28}$$

Position error (EP)

The error EP occurs when the tool deviates laterally of the desired weld line and contributes to positional inaccuracies.

The error created along the normal of the workpiece during FSW is not important, because it does not affect the positional accuracy of the tool in the welding plane. In this work this solution has been tested for a path in the plan (x_0, y_0) and the deviation error along the axis z_0 is neglected. Finally, this yields

$$EP = \sqrt{dx^2 + dy^2} \tag{7.29}$$

with dx and dy the deviations along the axes x_0 and y_0 respectively.

Orientation error (ER)

Among the FSW parameters we defined the tilt angle. In some applications, it is different from zero. And a higher value of this angle generates a blocking in advance, and a smaller value causes weld defects. Therefore, this angle has to be chosen with care, before starting the welding. In addition, it is very important that it remains constant during welding. But the action of the external loads changes the tool orientation which leads to an undesired tilt angle value and results an orientation error. Consequently, an incorrect welding is obtained. The orientation error reads :

$$ER = \|\Delta R\| \tag{7.30}$$

and therefore

$$ER = \sqrt{dB^2 + dC^2} \tag{7.31}$$

Minimization of the error

To minimize EP, an optimization algorithm in MATLAB is developed. First, the following dimensional parameters are chosen :

$$Dim = \begin{pmatrix} r_p = 0.3\ m \\ r_M = 1.2\ m \\ x_M = 1\ m \\ y_M = 0\ m \\ z_M = 4\ m \end{pmatrix}$$

The error in position expressed in the equation (7.29) is optimized.

Forthis, an optimization program was developed to implement a dynamic system that will provide, for each configuration, optimal forces corresponding to the minimum error such as :

$$\min_{F_p} EP(V) \tag{7.32}$$

where

$$F_p = [f_1 \ f_2 \ f_3]^T$$

$$V = \left[\begin{array}{cccccccc} f_1 & f_2 & f_3 & r_p & r_M & x_M & y_M & z_M \end{array} \right]^\top$$

Following this optimization, The optimal forces for all configurations of the robot could be determined, figure 7.5.

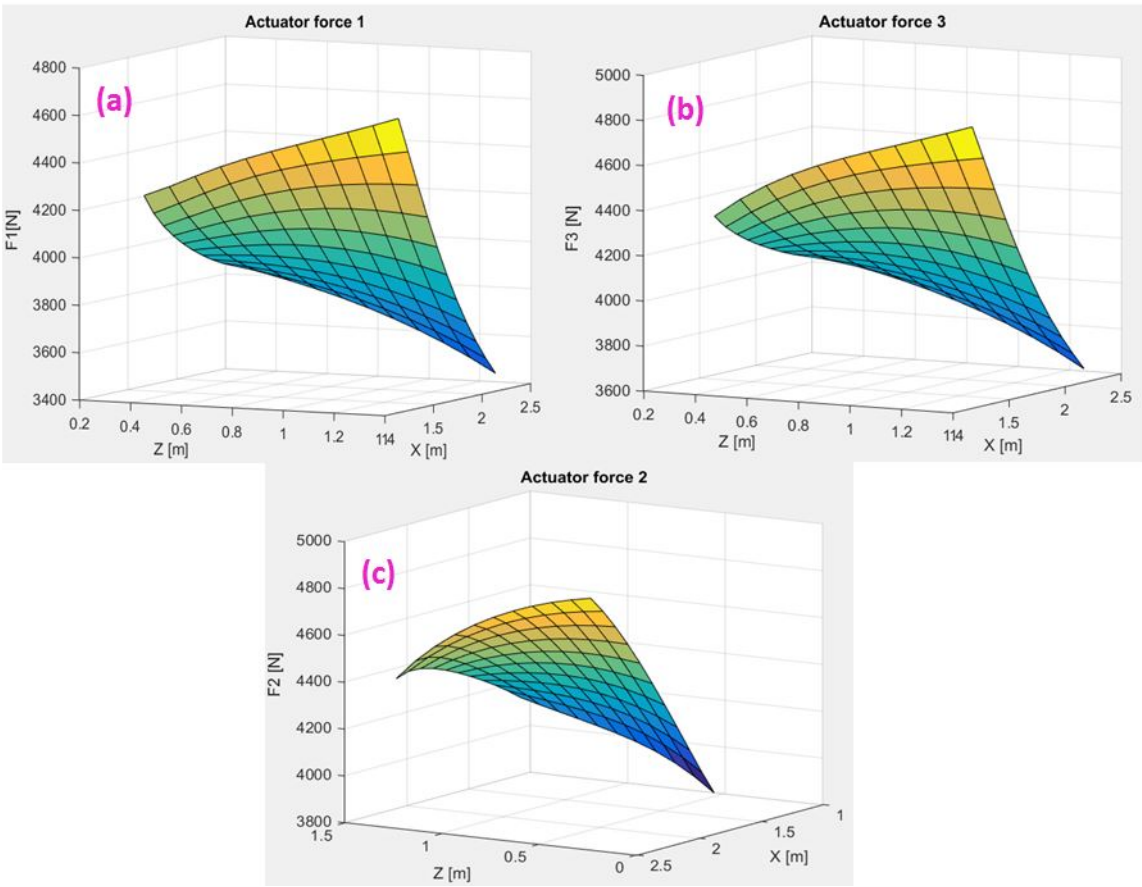


FIGURE 7.5 – Forces created by the three actuators of the parallel structure with $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$

The following results from this program allowed to calculate optimal forces for all robot configurations to minimize position errors for the following results : figure 7.6.

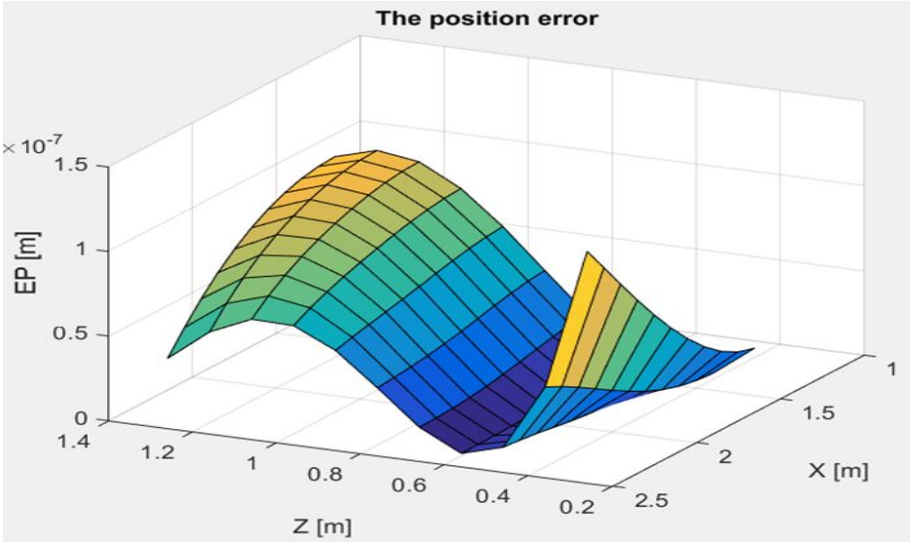


FIGURE 7.6 – Position error (EP), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$

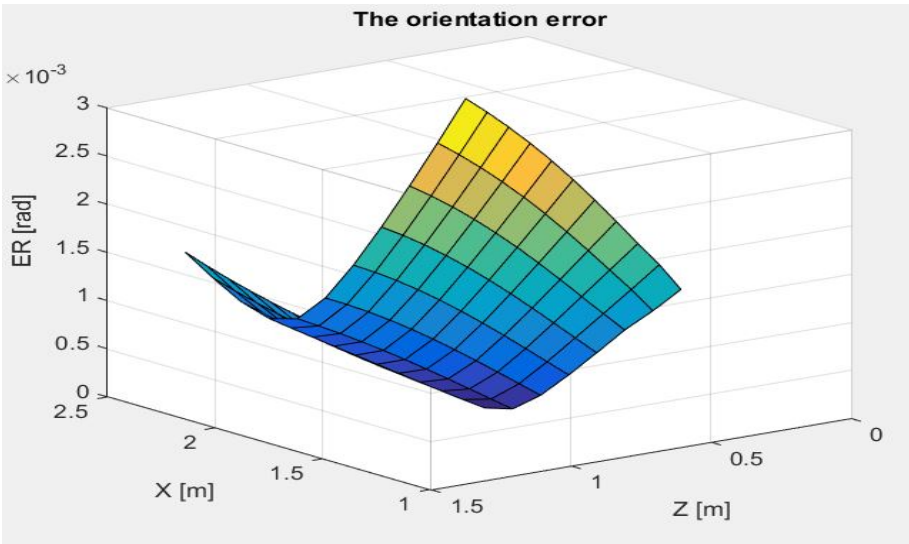


FIGURE 7.7 – Orientation error (ER), avec $r_p = 0.3$, $r_M = 1.2$, $x_M = 1$, $y_M = 0$ et $z_M = 4$

Also, following this optimization program I represented the rotation error as shown in the figure 7.7.

Then, to further improve the results, it was decided to develop an algorithm to calculate optimal dimensional parameters.
So, the task was

$$\min EP(V) \quad \text{where} \quad V = [r_p \; r_M \; x_M \; y_M \; z_M]^T$$

The parameters between minimum and maximum values were framed in order to obtain results that lead to a feasible system, see the table 5.1.

The optimal values of dimensional parameters shown in the table 5.1 were found.
After calculating optimal forces and optimal dimensional parameters, the following results were obtained :

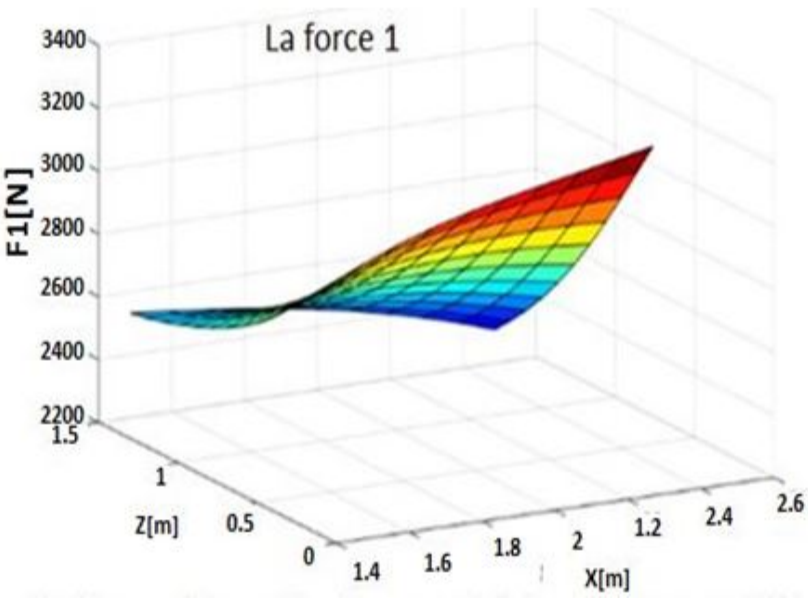


FIGURE 7.8 – External force created by the actuator 1 of the parallel structure

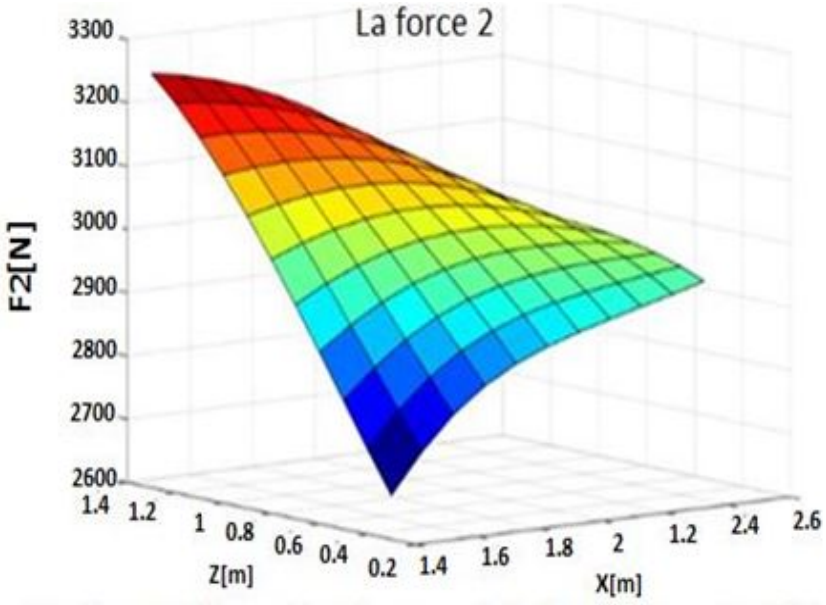


FIGURE 7.9 – External force created by the actuator 2 of the parallel structure

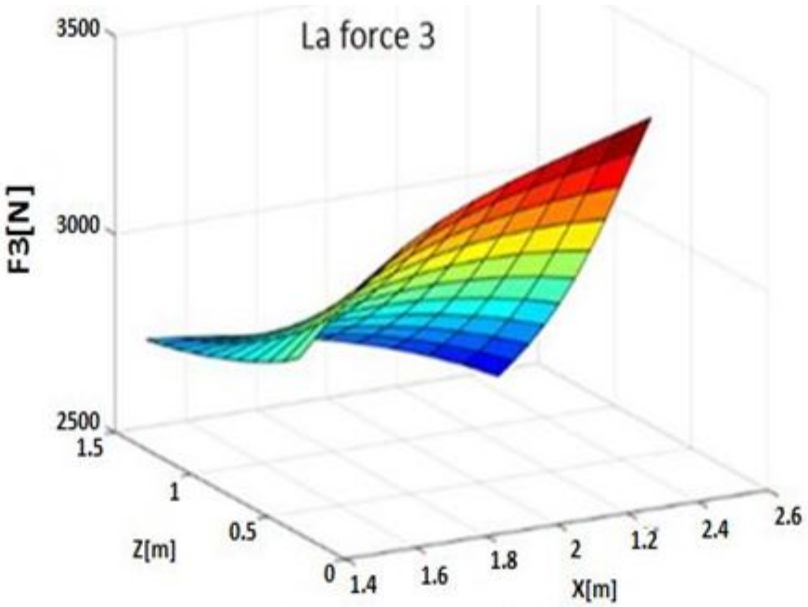


FIGURE 7.10 – External force created by the actuator 3 of the parallel structure

It is revealed that F_2 is totally different from F_1 and F_3. However, F_1 has

approximately the same value as F_3 (see Fig. 7.8, Fig. 7.9 and Fig. 7.10).

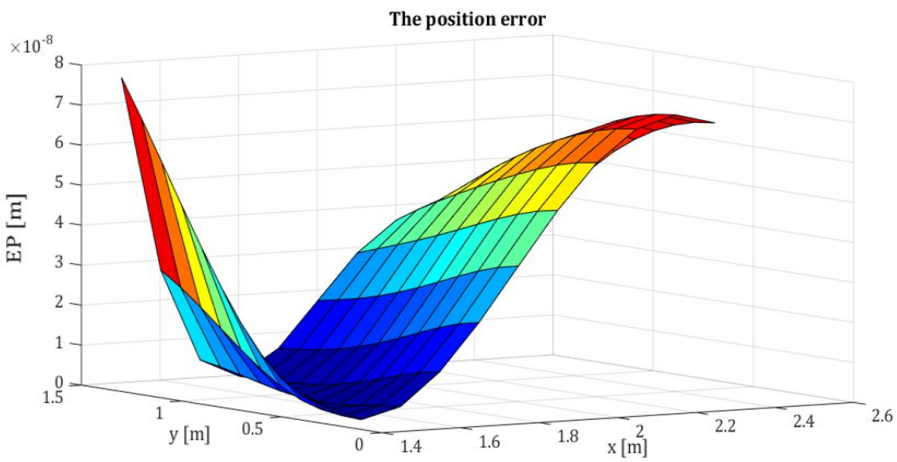


FIGURE 7.11 – Position error (EP)

As expected this is because F_2 is applied directly on the welding line while F_1 and F_3 are applied symmetrically on both sides of the welding line. We have that because a particular trajectory was chosen and tested, whereas if the trajectory does not follow exactly the axis x_0, see Fig. 7.2, we get results such as F_1 and F_3 are different. Moreover, it has been observed that to correct the error, forces created by the parallel structure are between 2000 N and 3500 N. Therefore, the parallel structure is technically feasible.

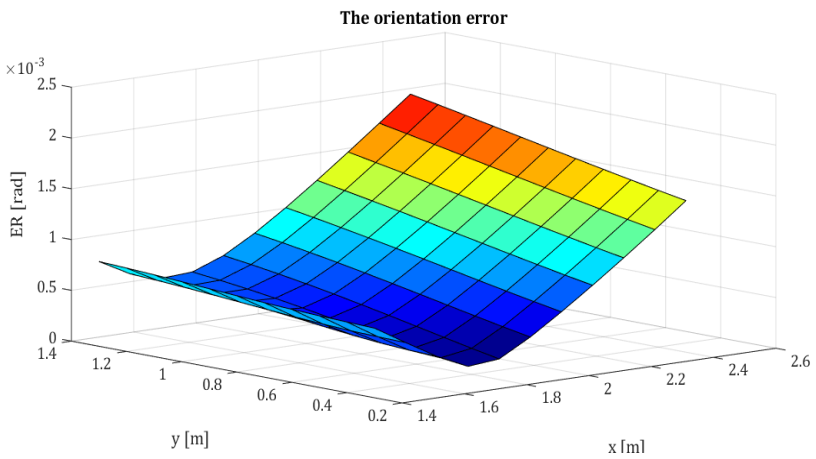


FIGURE 7.12 – The orientation error (ER)

Furthermore, following this optimization, position and rotation errors were significantly reduced, see figure 7.11 and figure 7.12.

Modeling of the cooperative system

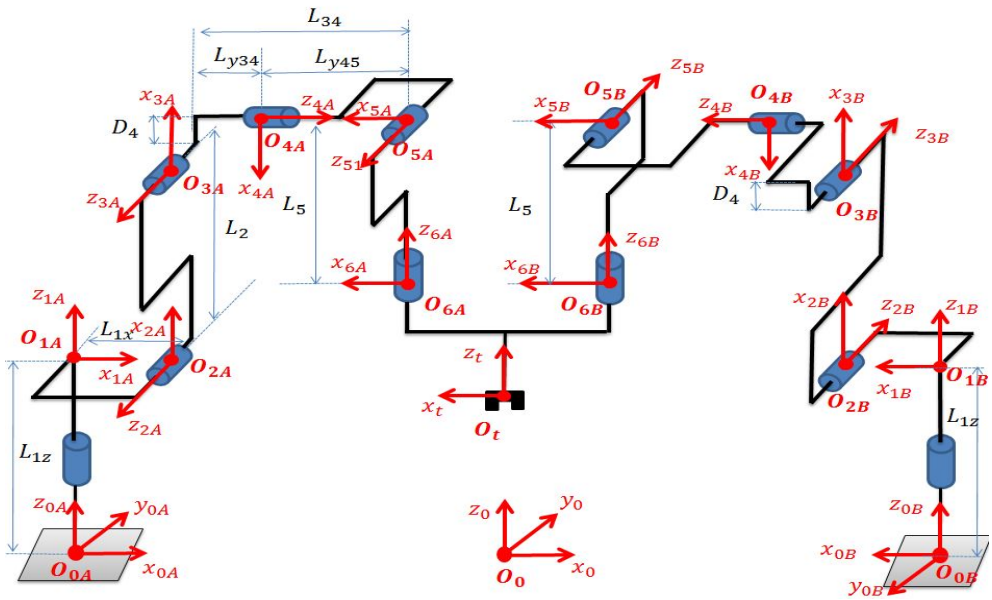


FIGURE 7.13 – The cooperative system

In this part, the modeling of the cooperative system in order to calculate the deviation of the tool in the cartesian space is developed. To this context, the direct and inverse geometric models of the two robots are described. For FSW welding, variations of Euler angles are relatively small. That means that singularities will be avoided and therefore only one solution is obtained.

Direct geometric modeling of the robot A

A frame to each articulation of the robot according to the DHM method is attached. The matrix ${}^0T_t^A$ defines the position and orientation of the tool in the fixed frame R_0 for robot A, while ${}^0T_t^B$ represents the same pose of the tool in R_0 but by modeling the robot B.

The kinematic diagram

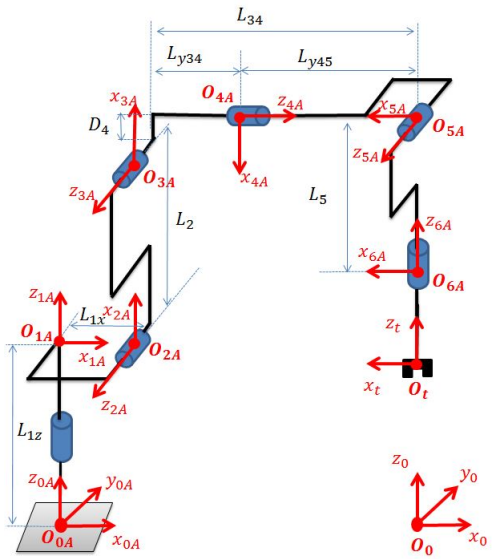


FIGURE 7.14 – The kinematic diagram of the robot A

Direct geometric modeling of the robot B : Kinematic diagram

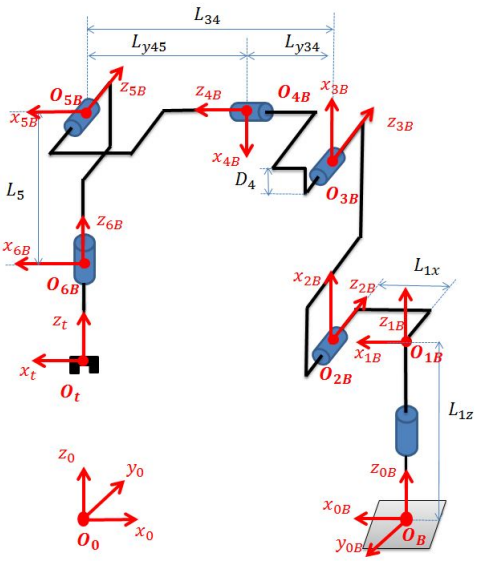


FIGURE 7.15 – The kinematic diagram of the robot B

The position and the orientation of the tool in the fixed frame R_0, using the modeling of the robot B is expressed by the equation (7.34) :

$$ {}^0T_t^B = {}^0T_{0B}^B \; {}^{0B}T_1^B \; {}^1T_2^B \; {}^2T_3^B \; {}^3T_4^B \; {}^4T_5^B \; {}^5T_6^B \; {}^6T_t^B \tag{7.33} $$

so that

$$ {}^0T_t^B = \begin{pmatrix} {}^0D_t^B & {}^0P_t^B \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{7.34} $$

Inverse geometric model of robot B

The position and the orientation of the tool expressed in the fixed frame R_0 can be defined by a vector :

$$ X = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ A \\ B \\ C \end{pmatrix} \tag{7.35} $$

For a given position and orientation of the tool, the inverse geometric model for both robots is developed in order to calculate the articulation variables of each robot :

$$ q_A = f_{MGI_A}(X) \tag{7.36} $$

$$ q_B = f_{MGI_B}(X) \tag{7.37} $$

The inverse geometric model of the two robots MGI_A and MGI_B is used to determine also the Jacobian matrices and the gravity vectors of each robot : $J_A(q_A)$, $J_B(q_B)$, $G_A(q_A)$ and $G_B(q_B)$.

Calculation of Jacobian matrices of robot B

The positions and the orientations of the frames attached to the articulations of robot B have been changed compared to robot A. Thus, the method developed in section 4.2.4 is employed.

In the cooperative system, the role of robot A is the positioning of the tool. So it is sufficient to use the expression of the Jacobian matrix of robot A. Previously, in Chapter 4 the Jacobian matrix of the industrial robot at

the point O_6 was defined. As the deviation error ΔX has to be calculated at O_t it is necessary to express the Jacobian matrix at this point. The Jacobian matrix is composed of two parts as described previously.

$$\begin{pmatrix} V_{O_t} \\ \Omega_{O_t} \end{pmatrix} = J_{Ot}\dot{q}_A = \begin{pmatrix} J_{v_t} \\ J_{\omega_t} \end{pmatrix} \dot{q}_A \tag{7.38}$$

Since the terminal organ of robot A and the tool have the same orientation matrix, it implies that they have the same angular velocity.

$$\Omega_{O_t}(R_t) = \Omega_{O_{6A}}(R_t) \tag{7.39}$$

This means that :

$$J_{\omega_t}(3 \times 6) = J_{\omega_{6A}}(3 \times 6) \tag{7.40}$$

However, to calculate the Cartesian velocity V_{O_t} of robot A, the follwing relation can be used :

$$V_{O_t}(R_t) = V_{O_{6A}}(R_t) + \Omega_{O_t}(R_t) \wedge O_{6A}O_t \tag{7.41}$$

Using the equations (7.39) and (7.41) the Jacobian matrix at the point O_t is defined. This matrix depends on the articulation variables q_{iA} and the position parameters of the tool : (l_{0A} , d_{0A}, l_{0B} and d_{0B}), see figure 7.16. These are the variables that will be calculated later by developing an algorithm in Matlab to minimize the deviation error.

Deviation error in the cartesian space

The main objective of this work is to minimize the position error due to elasticity generated by the industrial robot A. As it has been described in the statement of the problem, this error is due to the application of high external forces required to make the FSW process. In the cooperative system, robot B is utilized to create thrust forces, it does not intervene in the positioning of the tool.

To calculate the deviation of the desired trajectory, the same simplified dynamic model described by equation (5.12) is used.

The deviation error is defined as :

$$\Delta X = {}^0J_{O_t}(q_A)K^{-1}(G(q_A) - \tau_{A/O_t}) \tag{7.42}$$

Using the jacobian matrix calculated at point O_t, the wrench created by external mechanical forces and torques applied to the tool is projected on all

the joints of the industrial robot by this relationship :

$$\tau_{A/O_t} = {}^{t}J^{T}_{O_t}(q_A)\ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} \tag{7.43}$$

From the equations (7.42) and (7.43) :

$$\Delta X = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1}(G(q_A) - {}^{t}J^{T}_{ot}(q_A)\ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t}) \tag{7.44}$$

Calculation of the wrench created by the external mechanical forces and torques applied on the tool

The fundamental principle of statics :

$${}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} + {}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} + {}^{t}\mathbf{T}_{FSW/O_t} = 0 \tag{7.45}$$

with

${}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t}$ the mechanical action wrench created by the robot A on the platform at the point O_t

${}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t}$ the mechanical action wrench created by the robot B on the platform at the point O_t

${}^{t}\mathbf{T}_{FSW/O_t}$ the mechanical action wrench created by the FSW process on the platform at the point O_t

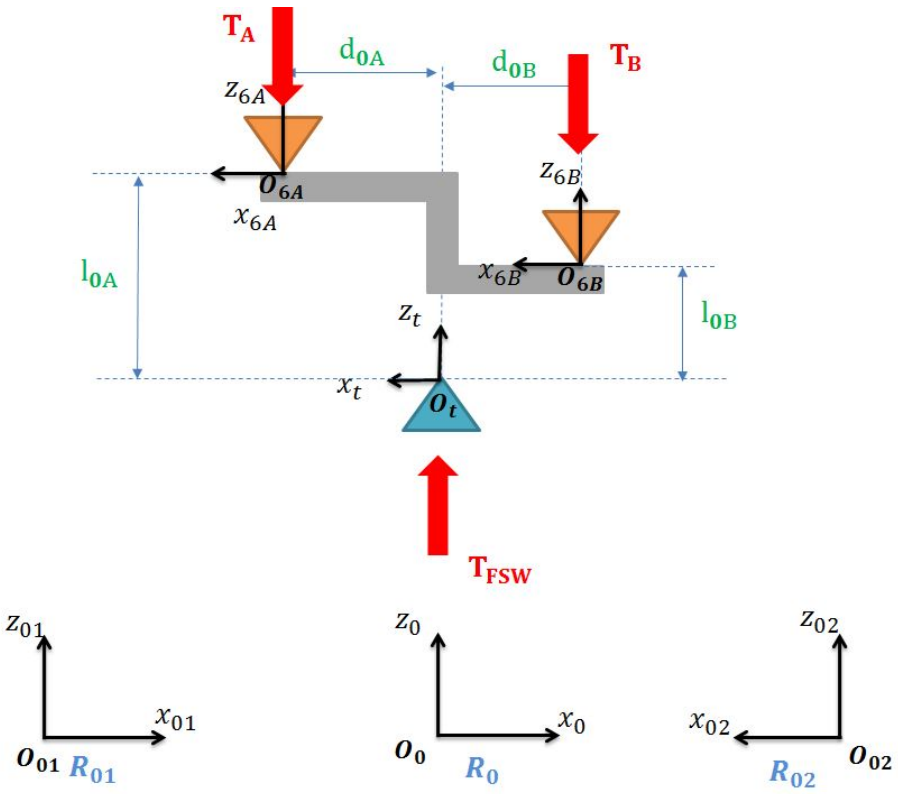


FIGURE 7.16 – The mechanical forces and torques applied on the platform of the cooperative system

Neglecting the torques C_x and C_y created during welding the wrench applied by the process is written :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{FSW/O_t} = \left\{ \begin{array}{c} F_x \\ F_y \\ F_z \\ 0 \\ 0 \\ C_z \end{array} \right\} \tag{7.46} $$

The wrench at the point O_{6B} is proposed as :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{B/O_{6B}} = \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \\ c_{rx} \\ c_{ry} \\ c_{rz} \end{array} \right\} \tag{7.47} $$

It is possible to change the point of the moment created by robot B at the point O_{6B} to the point O_t :

$$ M_{B/O_t} = M_{B/O_{6B}} + O_t O_{6B} \wedge \left(\begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \end{array} \right) \tag{7.48} $$

The distance between O_{6B} and O_t is :

$$ O_t O_{6B} = O_t O + O O_{6B} \tag{7.49} $$

So the expression of the moment created by the robot B to the point O_t is :

$$ M_{B/O_t} = \left(\begin{array}{c} c_{rx} - l_{0B} f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B} f_{rx} + d_{0B} f_{rz} \\ c_{rz} - d_{0B} f_{ry} \end{array} \right)_t \tag{7.50} $$

And the wrench of the robot B at the point O_t is :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} = \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \\ c_{rx} - l_{0B} f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B} f_{rx} + d_{0B} f_{rz} \\ c_{rz} - d_{0B} f_{ry} \end{array} \right\} \tag{7.51} $$

According to equation (7.45) :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} = -({}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} + {}^{t}\mathbf{T}_{FSW/O_t}) \tag{7.52} $$

So combining equations (7.52), (7.51) and (7.46) :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t} = - \left\{ \begin{array}{c} f_{rx} - F_x \\ f_{ry} - F_y \\ f_{rz} + F_z \\ c_{rx} - l_{0B} f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B} f_{rx} - d_{0B} f_{rz} \\ c_{rz} + d_{0B} f_{ry} + C_z \end{array} \right\} \tag{7.53} $$

${}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t}$ expresses the mechanical forces and torques of robot A at point O_t. It depends on forces and couple forces that are created by robot B and by the FSW process.

The objective is to express the deviation error as a function of these parameters defined in ${}^{t}\mathbf{T}_{A/O_t}$. Then, an optimization algorithm in Matlab that calculates these parameters corresponding to a minimal error is developed. The proposed algorithm takes into account the position limit constrait of the workspace and the axis torque constraint of robot B.

Minimizing the position error

For example, by choosing an application that needs only an axial force leads to :

$$ {}^{t}\mathbf{T}_{FSW} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 10\,kN & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}_{Rt} $$

For certain geometric parameters the position error is calculated for the case that robot B is inactive $\mathbf{T}_{B/O_t} = 0$, and so the deviation error is

$$ \Delta X =^{0} J_{O_t}(q_A) K^{-1} (G(q_A) +^{t} J^{T}_{O_t}(q_A)\,{}^{t}\mathbf{T}_{FSW}) \tag{7.54} $$

and leads to figure 7.17.

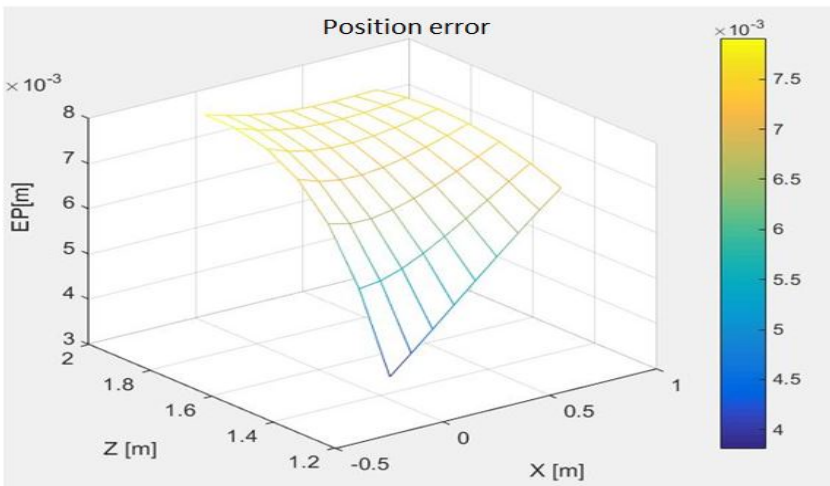


FIGURE 7.17 – Position error without the intervention of the robot B

Based on previous assumption, the position error can be up to 8 mm. This error is not acceptable for the FSW process.

Furthermore, this result shows that the deviation error increases with increasing distance between the tool and the base.

The figures 7.18, 7.19 and 7.20 display the articulation variables of robot A during this application.

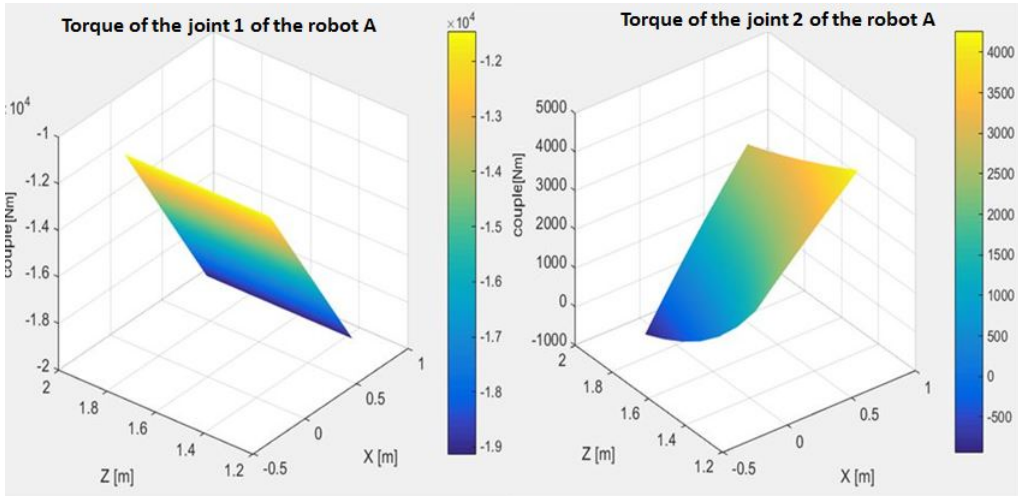


FIGURE 7.18 – Torque of the joints 1 and 2 of the robot A

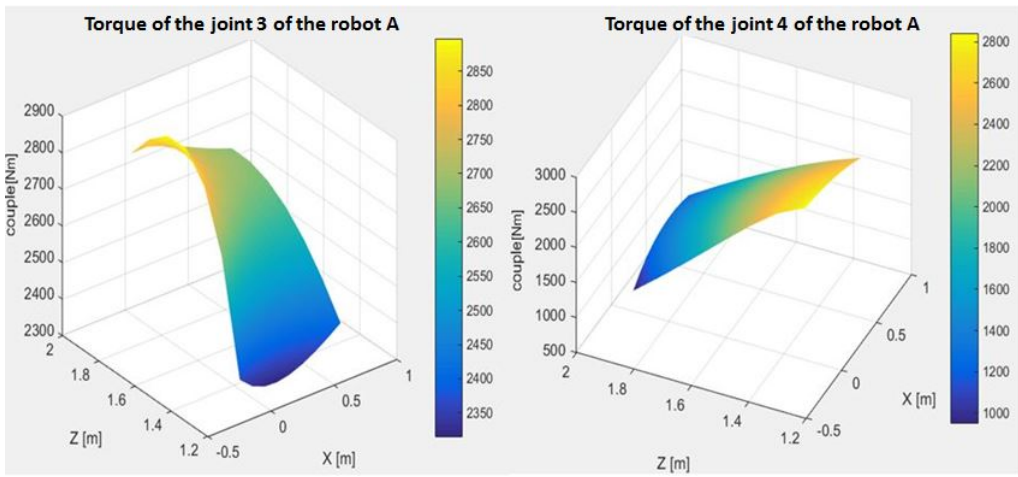


FIGURE 7.19 – Torque of the joints 3 and 4 of the robot A

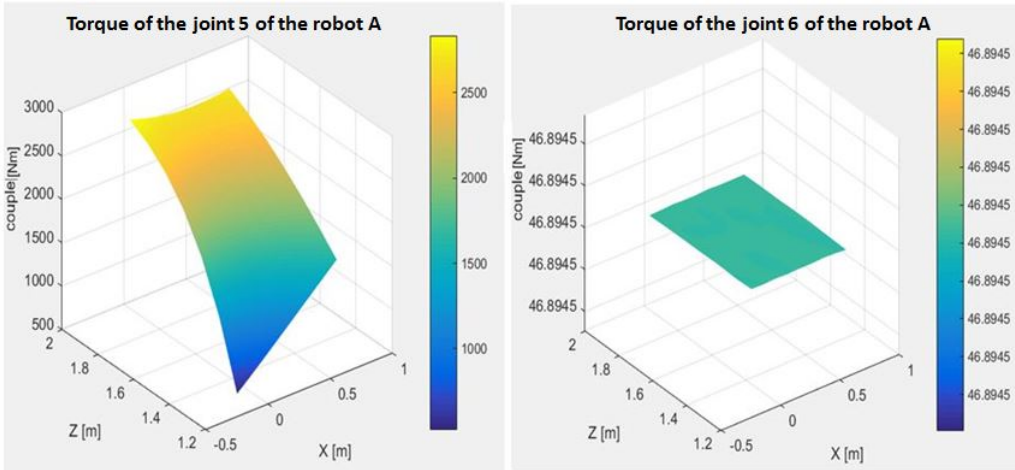


FIGURE 7.20 – Torque of the joints 5 and 6 of the robot A

Optimal wrench created by robot B for a minimum error

For a minimum of the deviation error (EP), an optimization algorithm that allows to calculate the optimal wrench that must be created by robot B is delevoped. The optimization function is defined by

$$\min_{T_B} EP(V) \tag{7.55}$$

where

$$T_B = [f_{rx}\ f_{ry}\ f_{rz}\ c_{rx}\ c_{ry}\ c_{rz}]_{6B}^T$$
$$V = [f_{rx}\ f_{ry}\ f_{rz}\ c_{rx}\ c_{ry}\ c_{rz}\ d_{0A}\ d_{0B}\ l_{0A}\ l_{0B}]^T$$

where f_{rx}, f_{ry} and f_{rz} represent the forces created by robot B along the axes x, y, and z. c_{rx}, c_{ry} and c_{rz} represent the torques created by robot B around the axes x, y, and z.

Constraints of the articulation torques of robot B

Using this cooperative system, the role of robot B is to provide the necessary forces and torques in order to circumvent the deviation of the tool from its trajectory during welding. However, like all type of machines, this robot is characterized by a maximum overall load. In other words, the wrench of the

mechanical forces and torques which can be created at the level of the terminal organ of robot B, equation (7.47), is obviously limited by its capacity of application.

As previously described, the manufacturer does not reveal the exact maximum values of the forces and torques that can be supplied by the robot at its effector.

For this reason, the maximum torque in each articulation of the robot is calculated using the data sheet of the electric motors installed in the joints of the robot Kuka KR 500-MT.

$$\Gamma_{Bmax} = \begin{bmatrix} \Gamma_{1\ max} \\ \Gamma_{2\ max} \\ \Gamma_{3\ max} \\ \Gamma_{4\ max} \\ \Gamma_{5\ max} \\ \Gamma_{6\ max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & I_{1max} \\ N_{22} & I_{1max} \\ N_{33} & I_{2max} \\ N_{44} & I_{3max} \\ N_{55} & I_{3max} \\ N_{66} & I_{3max} \end{bmatrix}$$

with

$I_{1max} = 48\ A$

$I_{2max} = 36\ A$

$I_{3max} = 16\ A$

and

N_{11}, N_{22}, N_{33}, N_{44}, N_{55} and N_{66} are presented in the appendix.

$$-\Gamma_{Bmax} \leq \Gamma_B \leq \Gamma_{Bmax} \tag{7.56}$$

With, $\Gamma_B = [\Gamma_1(q_B), \Gamma_2(q_B), \cdots, \Gamma_6(q_B)]^T$ is the vector of the torques applied on the 6 articulations of the robot B.

According to equation (5.6)

$$G(q_B) = \Gamma_B + \tau_B \tag{7.57}$$

The wrench of robot B at point O_{6B} is written as :

$$\tau_B = {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\mathbf{T}_{B/O_{6B}} = {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \tag{7.58}$$

$F = [f_{rx}\ f_{ry}\ f_{rz}]^T$ is the vector of forces created by robot B at point O_{6B}.

$MC_2 = [c_{rx}\ c_{ry}\ c_{rz}]^T$ is the vector of the couple forces created by robot B at point O_{6B}.

Equations (7.57) and (7.58), yield

$$G(q_B) = \Gamma_B + {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\mathbf{T}_{B/O_{6B}} = \Gamma_B + {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \tag{7.59}$$

Minimization of the error

To minimize the position error EP, the wrench created by robot B, ${}^t\mathbf{T}_{B/O_t}$ is calculated starting with an initial vector :

$${}^t\mathbf{T}_{B/O_t} = {}^t\mathbf{T}_{FSW}$$

Using equation (7.56), yields :

$$-\Gamma_{Bmax} \leq \Gamma_B \leq \Gamma_{Bmax} \tag{7.60}$$

so that

$$\Gamma_{Bmax} \geq -\Gamma_B \geq -\Gamma_{Bmax} \tag{7.61}$$

$$G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq G(q_B) - \Gamma_B \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{7.62}$$

According to equations (7.57) and (7.58), yields :

$$G(q_B) - \Gamma_B = {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \tag{7.63}$$

After substitution, the result is :

$$G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq {}^tJ^T_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{7.64}$$

To minimize the error in Matlab the 'fmincon' function is used. The inequality of equation (7.64) is rewritten in the form

$$AIO\ {}^{t}\mathbf{T}_{B/O_t} \leq BIO \tag{7.65}$$

which gives

$${}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \leq G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \tag{7.66}$$

$$-\ {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B)\begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \leq -G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \tag{7.67}$$

This leads to

$$AIO = \begin{bmatrix} \Gamma_{Bmax} + G(q_B) \\ \\ \Gamma_{Bmax} - G(q_B) \end{bmatrix} \tag{7.68}$$

and

$$BIO = \begin{bmatrix} {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \\ \\ -\ {}^{t}J^{T}_{O_{6B}}(q_B) \end{bmatrix} \tag{7.69}$$

AIO and BIO represent a vector (12×1) and a matrix (12×6) which allow to define the linear constraints of the inequality which is expressed in the form of equation (7.65).

Following these constraints the optimal wrench is calculated, figures 7.21 and 7.22.

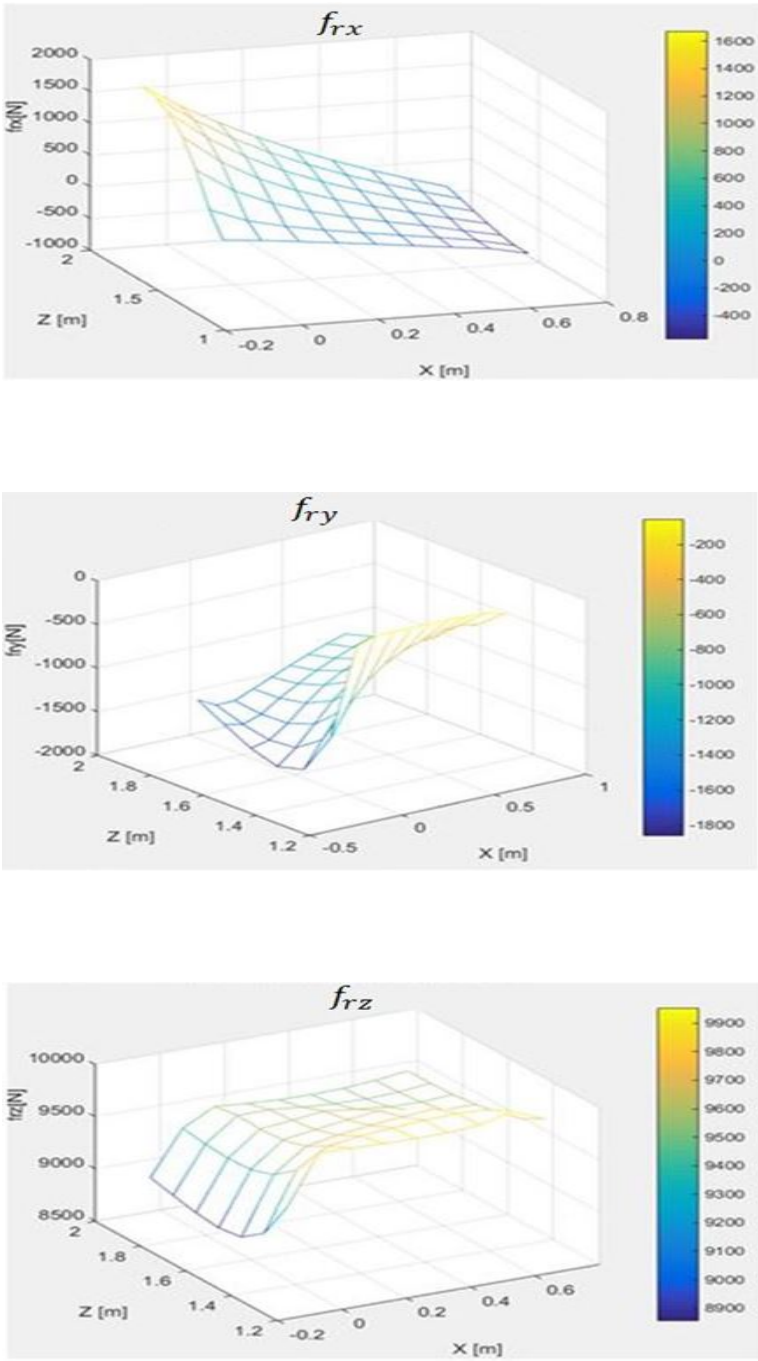


FIGURE 7.21 – Optimal forces created by robot B

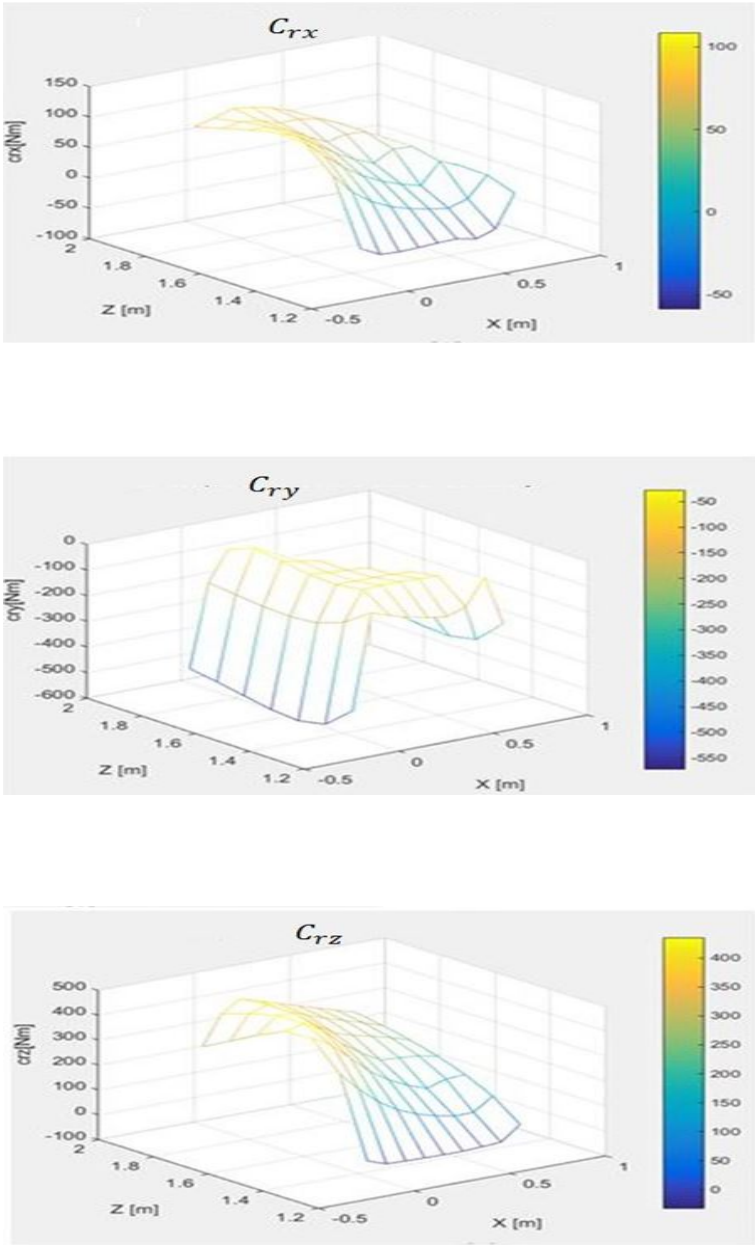


FIGURE 7.22 – Optimal couple forces created by robot B

This optimization algorithm reduces the error as shown in figure 7.23. To understand the influence of the dimensions of the cooperative system on the position error, a special set of parametres is chosen

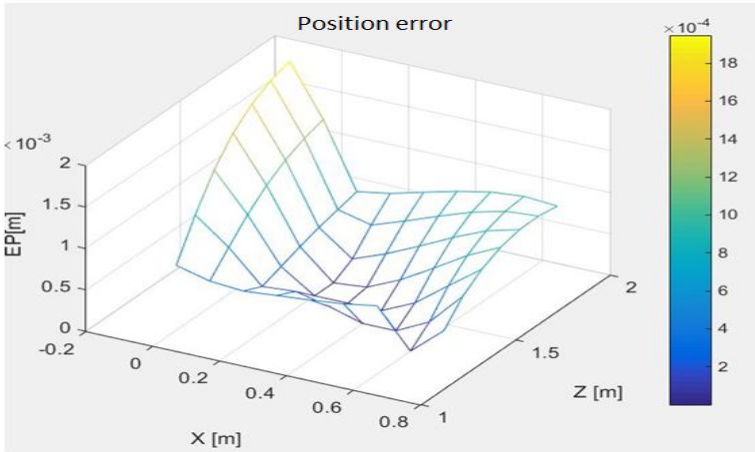


FIGURE 7.23 – Position error

Based on this choice, the result shown in Figure 7.24 (a) is calculated, so the dimensions influence the error. However, with the new parameters, a smaller error is obtained.

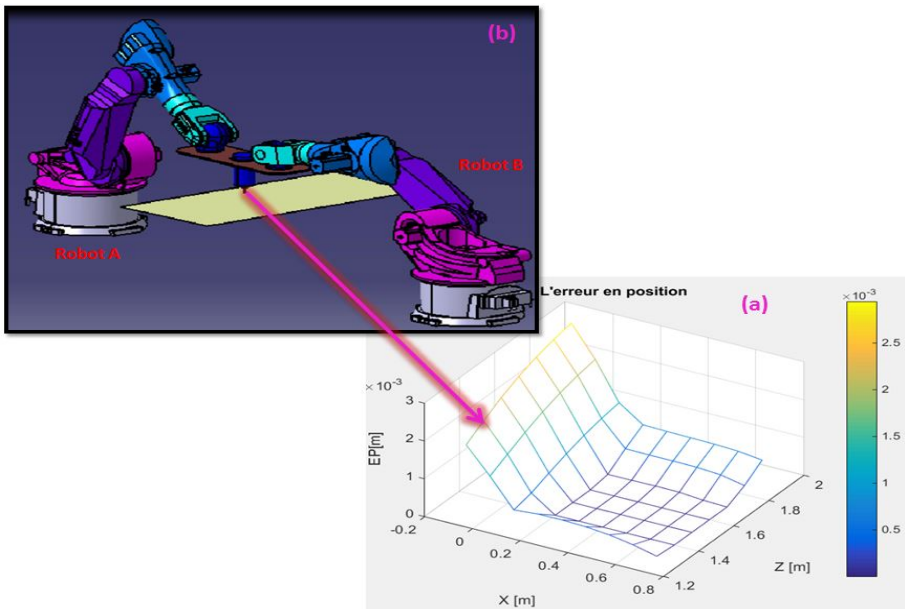


FIGURE 7.24 – (a)Position error, (b) position of the robots A and B in the cartesian space for a value of the position error for X = - 0.1 m and Z = 1.4 m

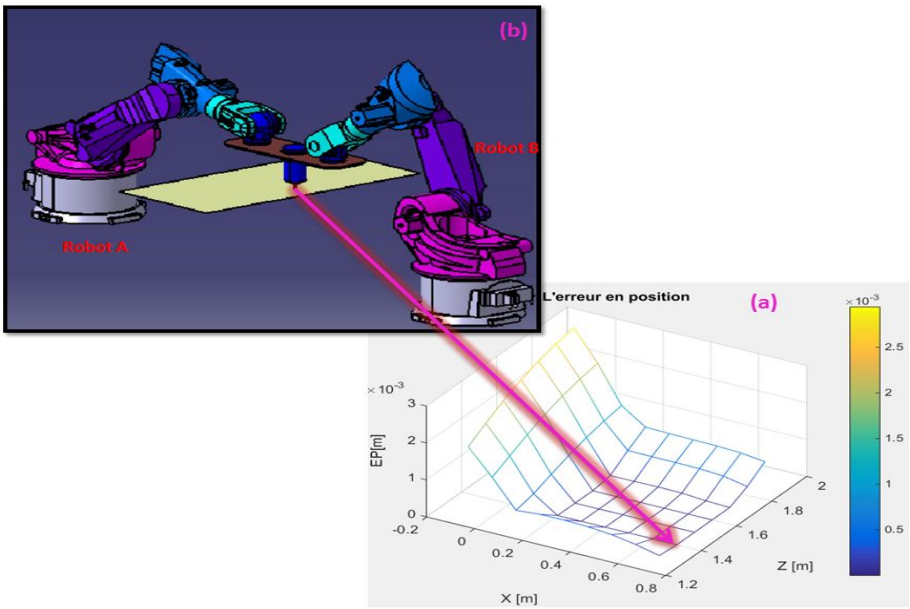


FIGURE 7.25 – (a) Position error, (b) position of the robots A and B in the cartesian space for a value of the position error for X=0.6 m and Z=1.4 m

The optimal wrench corresponding to the minimum error is presented in figures 7.26 and 7.27.

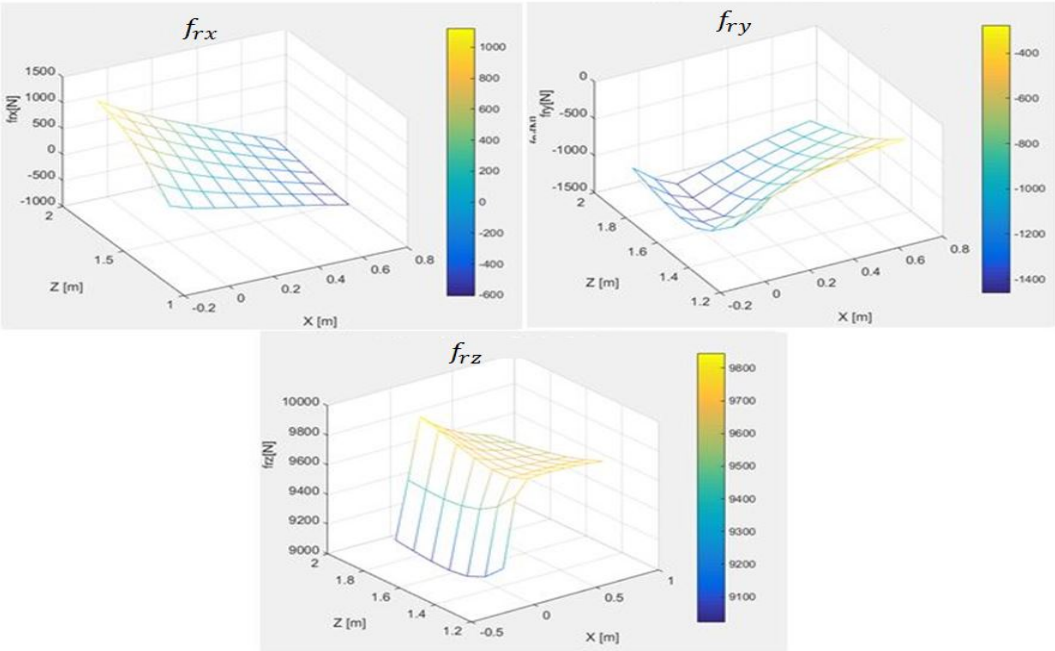


FIGURE 7.26 – Optimal forces created by robot B

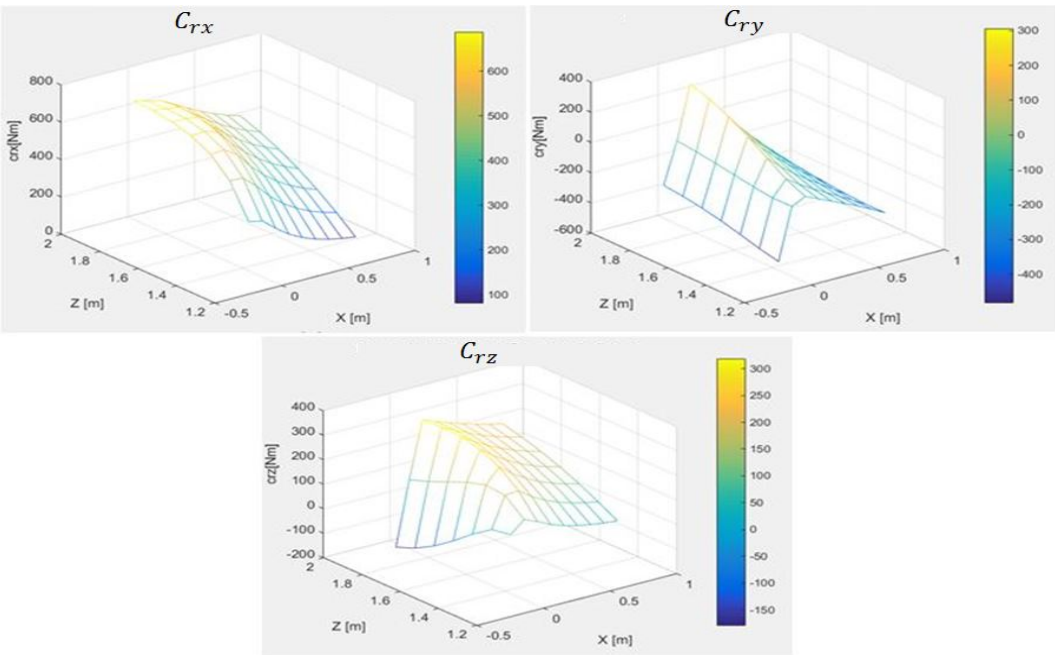


FIGURE 7.27 – Optimal torques created by robot B

The articulation couples created at the joints of robot A, $\Gamma_i(q_A)$, are presented in figures 7.28, 7.29 and 7.30. From these results, it is found that the articulation couples created by robot A decreased during welding by using robot B. Figures 7.18, 7.19 and 7.20 show $\Gamma_i(q_A)$ without the intervention of robot B.

As shown in figure 7.25 when the tool is closed to the base of the robot B all the $\Gamma_i(q_A)$ are low, resulting in a small position error.

From a position of the welding axis (x), see figure 7.24, the robot B becomes more extended and its capacity to create the forces and the couples decreased. This causes robot A to create the forces, consequently the torque in the joint of robot A, $\Gamma_i(q_A)$, increases.

To make the comparison between $\Gamma_i(q_A)$ and $\Gamma_i(q_B)$ for a welding application according to the axis x the articulation couples of the two robots are superimposed, see figures 7.31, 7.32 and 7.33.

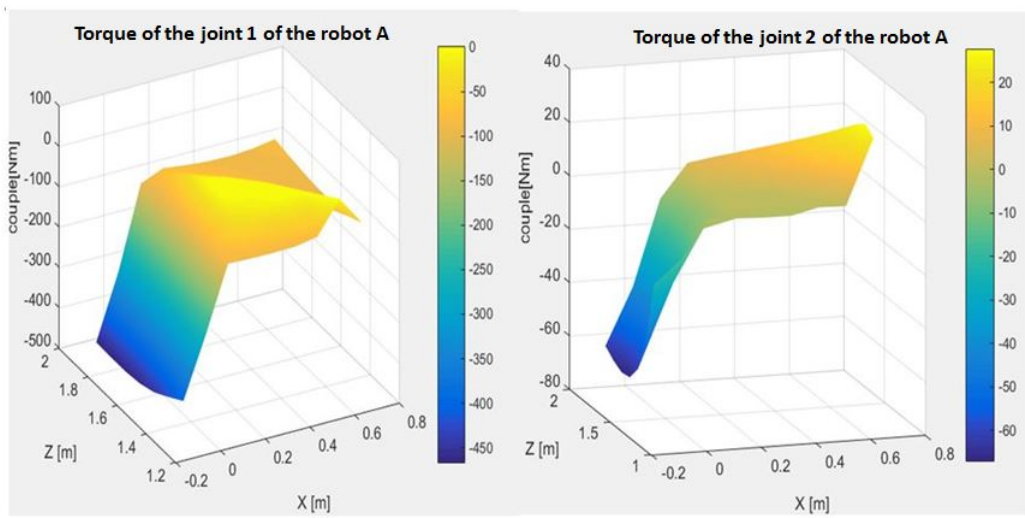


FIGURE 7.28 – Torque of the joints 1 and 2 of the robot A after optimization

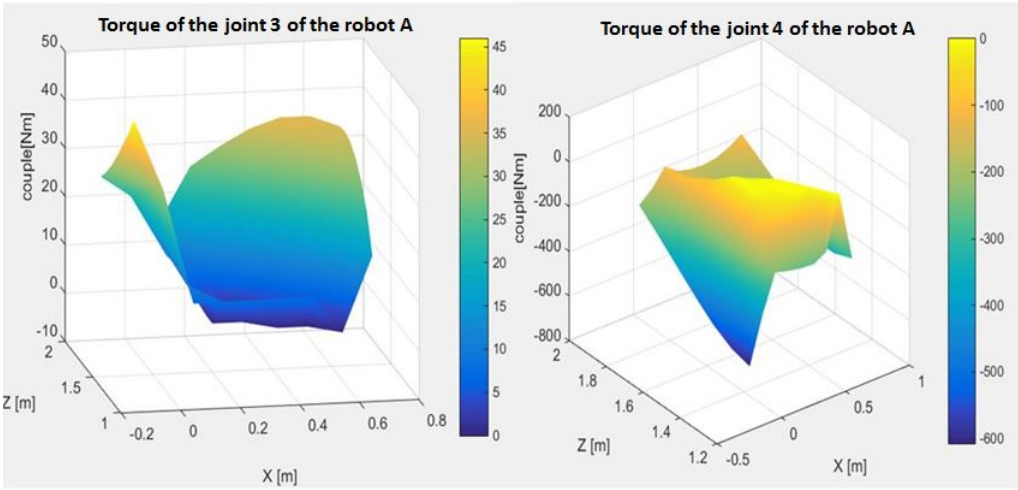


FIGURE 7.29 – Torque of the joints 3 and 4 of the robot A after optimization

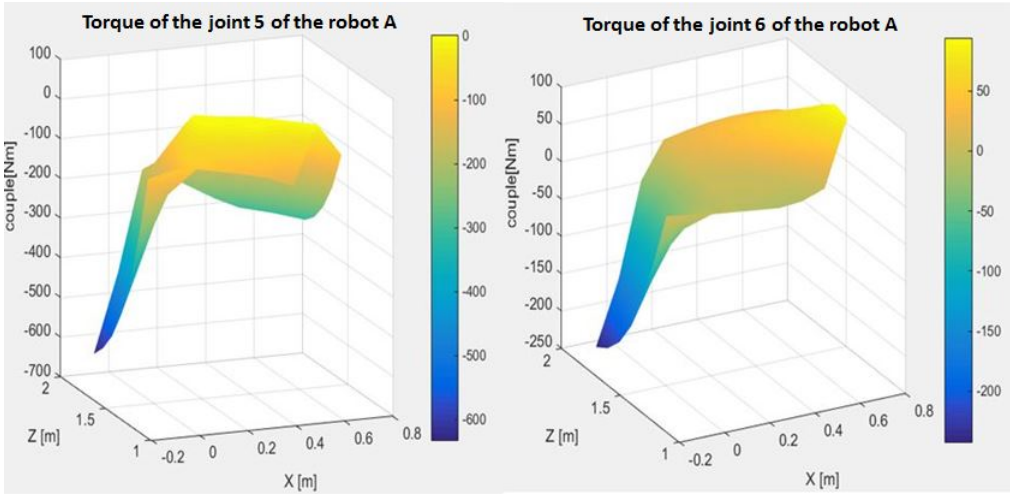


FIGURE 7.30 – Torque of the joints 5 and 6 of the robot A after optimization

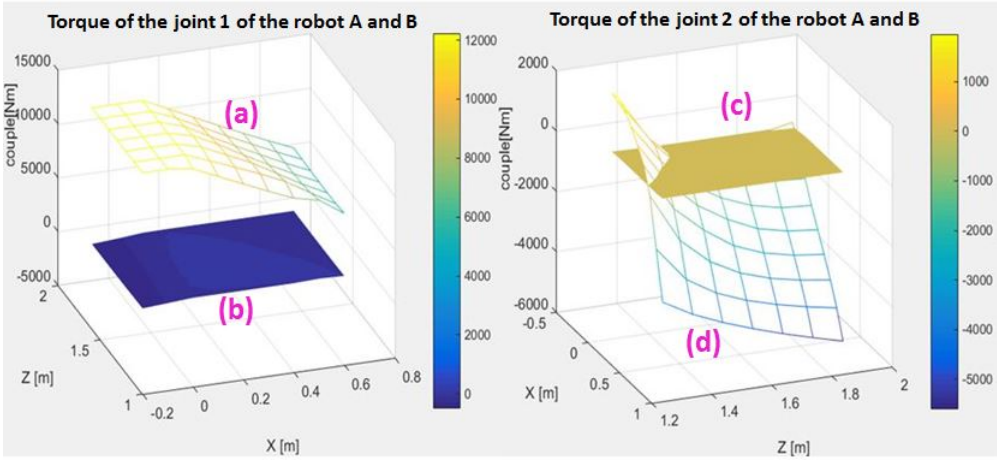


FIGURE 7.31 – Torque of the joints 1 and 2 of the robot A and B during welding, (a) : Torque of the joint 1 of the robot B, (b) : Torque of the joint 1 of the robot A, (c) : Torque of the joint 2 of the robot A, (d) : Torque of the joint 2 of the robot B

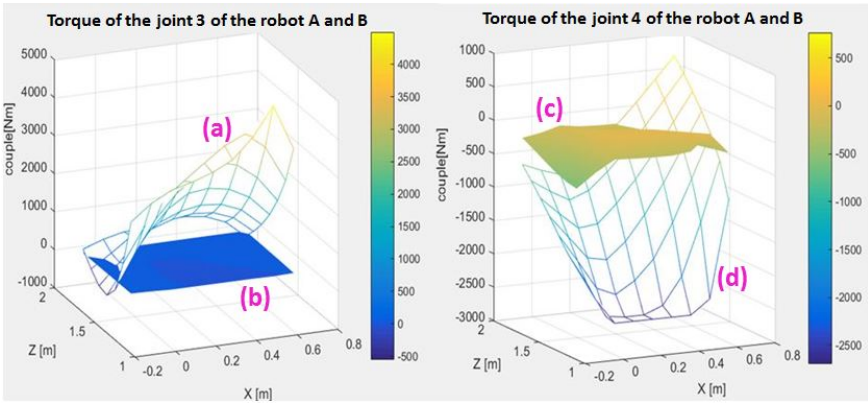


FIGURE 7.32 – Torque of the joints 3 and 4 of the robot A and B during welding, (a) : Torque of the joint 3 of the robot B, (b) : Torque of the joint 3 of the robot A, (c) : Torque of the joint 4 of the robot A, (d) : Torque of the joint 4 of the robot B

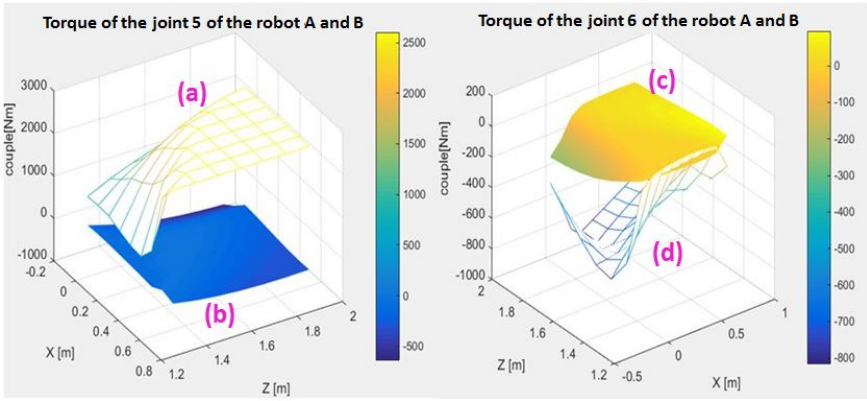


FIGURE 7.33 – Torque of the joints 5 and 6 of the robot A and B during welding, (a) : Torque of the joint 5 of the robot B, (b) : Torque of the joint 5 of the robot A, (c) : Torque of the joint 6 of the robot A, (d) : Torque of the joint 6 of the robot B

The articulation couples of the two robots are compared to show that the extension of robot B causes the reduction of its articulation couples, $\Gamma_i(q_B)$ and the increase of the articulation couples created by robot A, $\Gamma_i(q_A)$.

Optimal dimensions of the cooperative system corresponding to a minimal error

In the previous paragraph it was demonstrated that the dimensions of the cooperative system affect the position error. In this section we develop another optimization algorithm in Matlab which calculates the optimal dimensions of the position of the tool to get a minimum error.

$$\min_V EP(V) \tag{7.70}$$

where

$$V = [f_{rx}\ f_{ry}\ f_{rz}\ c_{rx}\ c_{ry}\ c_{rz}\ d_{0A}\ d_{0B}\ l_{0A}\ l_{0B}]^T$$

The parameters to be optimized are limited between minimum and maximum values.

The optimal values of the dimensions are found using the second optimization algorithm. After the two optimization algorithms developed in this

work (the optimal wrench created by the robot B and the optimal dimensions of the cooperative system), the position error is significantly improved, as presented in figure 7.34.

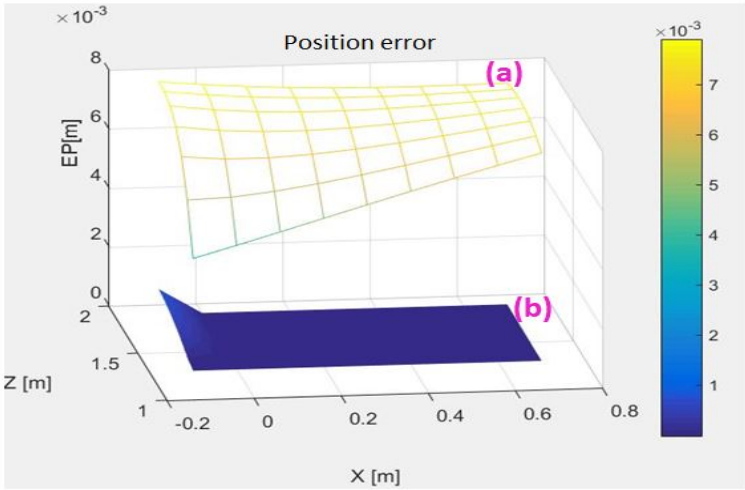


FIGURE 7.34 – Position error with and without robot B, (a) : Error using only the industrial robot A, (b) : Error using the cooperative system and with optimization

Minimizing the rotation error

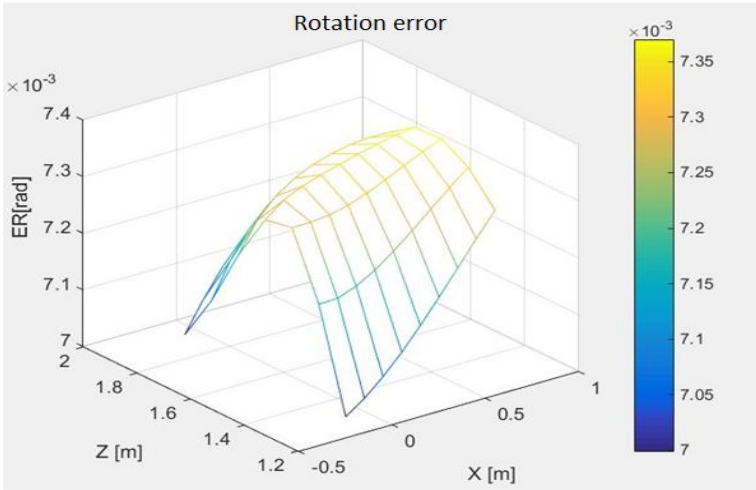


FIGURE 7.35 – Rotation error without the intervention of the robot B

Equation (7.86) describes the rotation error that depends only on the couple forces created by robot B. So an algorithm that allows to minimize this function by calculating the optimal values of C_{rx}, C_{ry} and C_{rz} is developed.

From equations (7.44) and (7.53), the expression of the deviation error can be obtained :

$$\Delta X = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1}\left[G(q_A) + {}^{t}J^{T}_{O_t}(q_A)\left\{\begin{array}{c} f_{rx} - F_x \\ f_{ry} - F_y \\ f_{rz} + F_z \\ c_{rx} - l_{0B}f_{ry} \\ c_{ry} + l_{0B}f_{rx} + d_{0B}f_{rz} \\ c_{rz} - d_{0B}f_{ry} + C_z \end{array}\right\}\right] \tag{7.71}$$

Suppose,

$$\mathbf{T}_{fsw} = \mathbf{T}_{FSW/O_t}$$

$$MR_2 = \left\{\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_{rx} \\ c_{ry} \\ c_{rz} \end{array}\right\}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -l_{0B} & 0 \\ l_{0B} & 0 & +d_{0B} \\ 0 & -d_{0B} & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \left\{\begin{array}{c} f_{rx} \\ f_{ry} \\ f_{rz} \end{array}\right\}$$

The error is written as :

$$\Delta X = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1}(G(q_A) + {}^{t}J^{T}_{O_t}\,{}^{t}\mathbf{T}(q_A){}^{t}\mathbf{T}_{fsw} + {}^{t}J^{T}_{O_t}\,{}^{t}\mathbf{T}(q_A)MR_2 + {}^{t}J^{T}_{O_t}\,{}^{t}\mathbf{T}(q_A)A_2F) \tag{7.72}$$

This error is composed of two kinds of errors, the position error ΔP and

the orientation error ΔR, the total error can be defined as follows :

$$\Delta X = \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta R \end{pmatrix} \tag{7.73}$$

Previously, it is illustrated that the position error can tend to zero. Then, to minimize the rotation error the idea is to remove the position error and imposing $\Delta P = 0$.

With the relations

$$JK = {}^{0}J_{O_t}(q_A)K^{-1} = \left(\begin{array}{c|c} JK_1 & JK_2 \\ \hline JK_3 & JK_4 \end{array} \right) \tag{7.74}$$

$$BS = G(q_A) + {}^{t}J_{O_t}^{T}\ {}^{t}\mathbf{T}(q_A)\ {}^{t}\mathbf{T}_{fsw} = \begin{pmatrix} BS_1 \\ BS_2 \end{pmatrix} \tag{7.75}$$

$${}^{t}J_{O_t}^{T}\ {}^{t}\mathbf{T}(q_A) = \left(\begin{array}{c|c} JS_1 & JS_2 \\ \hline JS_3 & JS_4 \end{array} \right) \tag{7.76}$$

$$DS = {}^{t}J_{ot}^{T}\ {}^{t}\mathbf{T}(q_A)A_2 = \begin{pmatrix} DS_1 \\ DS_2 \end{pmatrix} \tag{7.77}$$

according to equation (7.72), the error is written as :

$$\Delta X = \left(\begin{array}{c|c} JK_1 & JK_2 \\ \hline JK_3 & JK_4 \end{array} \right) \left[\begin{pmatrix} BS_1 \\ BS_2 \end{pmatrix} + \left(\begin{array}{c|c} JS_1 & JS_2 \\ \hline JS_3 & JS_4 \end{array} \right) MR_2 + \begin{pmatrix} DS_1 \\ DS_2 \end{pmatrix} F \right] \tag{7.78}$$

$$\tag{7.79}$$

Taking into account

$$MR_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ MC_2 \end{pmatrix}$$

the error reads :

$$\Delta X = \begin{pmatrix} JK_1(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_2(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \\ JK_3(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_4(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \end{pmatrix} \tag{7.80}$$

According to the equation for ΔX, the two errors such as :

$$\Delta P = \ JK_1(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_2(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \tag{7.81}$$

and

$$\Delta R = \ JK_3(BS_1 + JS_2MC_2 + DS_1F) + JK_4(BS_2 + JS_4MC_2 + DS_2F) \tag{7.82}$$

The position error is then :

$$\Delta P = I_p + W_pMC_2 + N_pF = M_p + N_pF = 0 \tag{7.83}$$

with

$M_p = I_p + W_pMC_2$

The expression for vector F as a function of the couple forces created by robot B can be written as follows

$$F = -N_p^{-1}M_p \tag{7.84}$$

$$F = -N_p^{-1}(I_p + W_pMC_2) \tag{7.85}$$

Consequently, the rotation error in the expression(7.86) depends only on MC_2,

$$\Delta R = J_p - T_pMC_2 \tag{7.86}$$

The forces created by the robot B are already calculated by putting $\Delta P = 0$, equation (7.85). Then, to minimize the rotation error the couple forces that must be created by robot B have to be calculated using the optimization function 'fmincon' in Matlab. The optimized function is :

$$\min_{MC_2} \Delta R(MC_2) \tag{7.87}$$

where

$$MC_2 = [c_{rx}, c_{ry}, c_{rz}]^T$$

The inequality of equation (7.64) has been rearranged in order to limit the couple forces, so we have :

$$G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq {}^t J^T_{O_{6B}}(q_B) \begin{pmatrix} F \\ MC_2 \end{pmatrix} \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{7.88}$$

or with :

$${}^t J^T_{O_{6B}}(q_B) = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

The result is :

$$G(q_B) + \Gamma_{Bmax} \geq \begin{bmatrix} J_1\ F + J_2\ MC_2 \\ J_3\ F + J_4\ MC_2 \end{bmatrix} \geq G(q_B) - \Gamma_{Bmax} \tag{7.89}$$

According to equation (7.85), the following inequality has been defined :

$$\begin{bmatrix} AIO_1 \\ AIO_2 \\ -AIO_1 \\ -AIO_2 \end{bmatrix} MC_2 \leq \begin{bmatrix} G(q_B) + \Gamma_{Bmax} - JP \\ -G(q_B) + \Gamma_{Bmax} + JP \end{bmatrix} \tag{7.90}$$

Using this inequality, vector MC_2 is calculated for a minimum of the rotation error to get the result shown in figure 7.36.

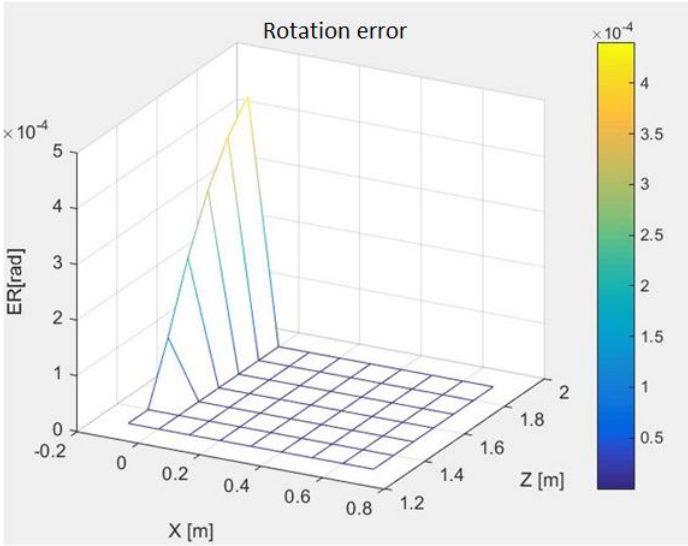


FIGURE 7.36 – Rotation error after optimization

Workspace of the hybrid structure and the cooperative system : Introduction

The workspace represents the position and the orientation in the space that the tool can reach. A spacification of the workspace of the proposed systems allows to define the possibility of welding applications that can be done using these systems.

Determination of the workspace with collision detection method using the software Catia

Using the software Catia, two angular trajectories are fixed, the first is defined between the links P2 and P3 named σ which corresponds to a welding along the axis x and the second between the links P1 and P2 named β for a welding along the axis y.

The initial state in this simulation is such that $\sigma_0 = 55°$ and $\beta_0 = 0°$, as shown in figure 7.37.

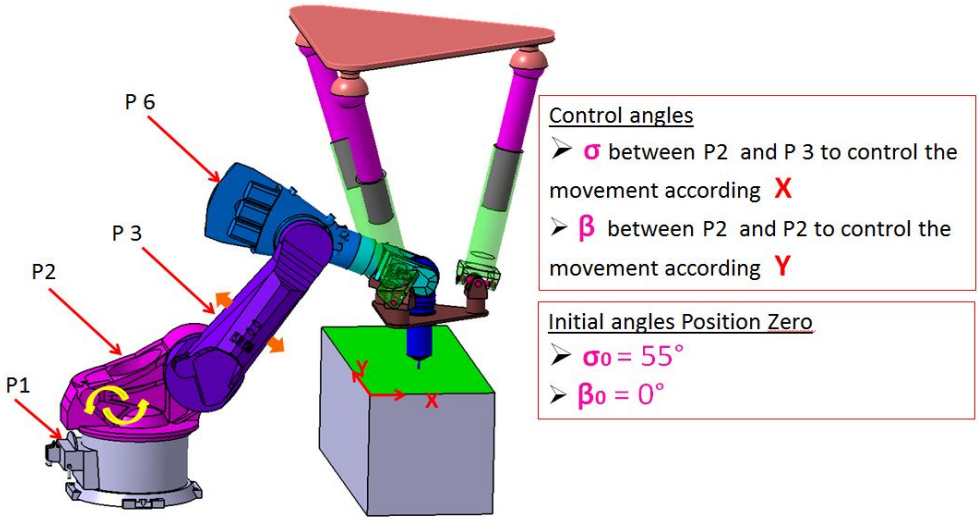


FIGURE 7.37 – Workspace of the hybrid structure

The simulation is run without any constraints, which means that σ and β are between $-180°$ and $+180°$ for each simulation, as shown in figure 7.38.

Simulation and results

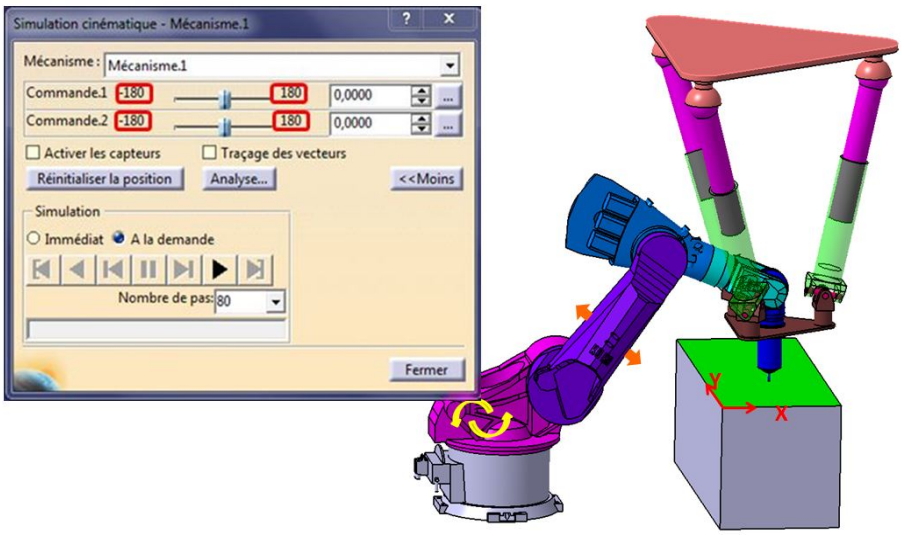


FIGURE 7.38 – The method for determination of the Workspace of the hybrid structure

As soon as there is a contact between the bodies the simulation automatically stops and displays the rotation angles in both directions of rotation. Figure 7.39 shows the collision between the different parts of the hybrid system.

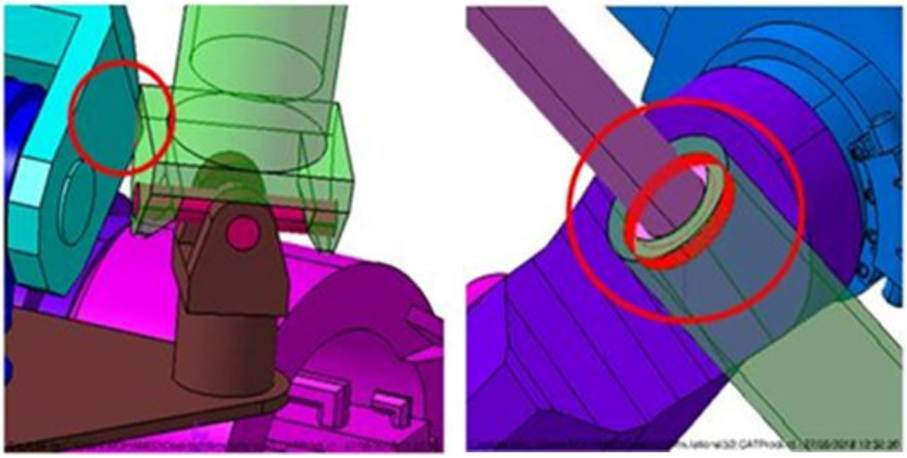


FIGURE 7.39 – The collision between the different parts of the hybrid system

The results give :

- Trajectory 1 the collision at 23° in the positive direction and the collision at −23° in the negative direction. So the limit of the motion of the angle q_1 considering the initial state is the interval [33° 77°]
- Trajectory 2 the collision at 15° in the positive direction and the collision at −18° in the negative direction. Thus, the limit of the motion of the angle q_2 taking into account the initial state is the interval [−15° 12°]

Based on the findings the workspace of the cooperative system is larger than that of the hybrid system, see figures 7.40 and 7.41.

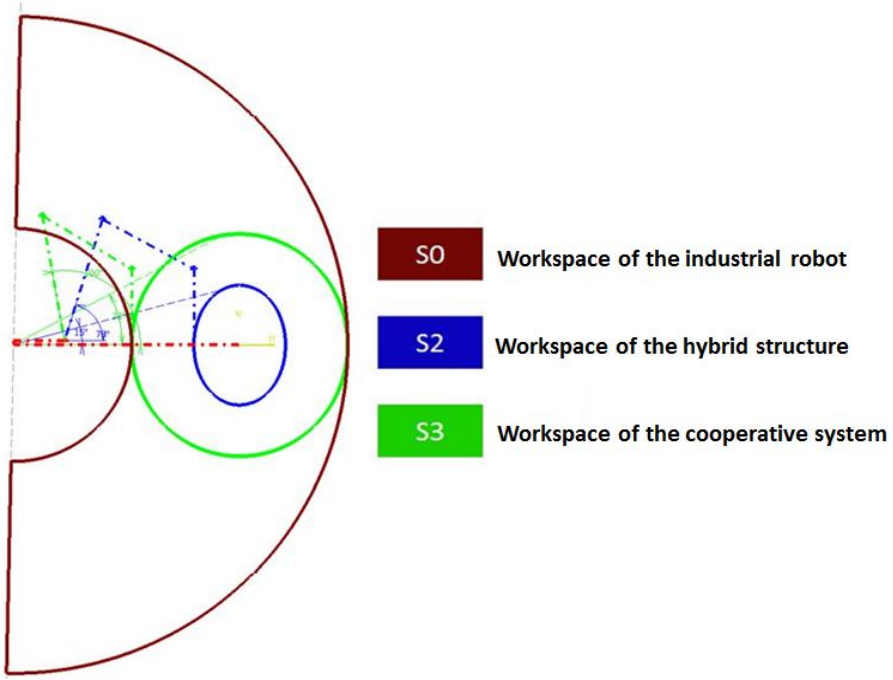


FIGURE 7.40 – Drawing of the workspace of the hybrid structure and the cooperative system using Catia

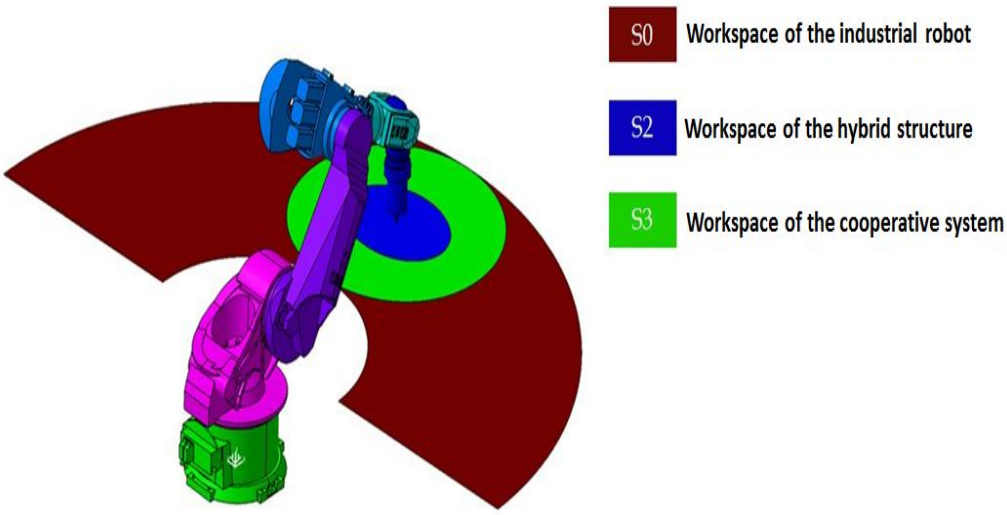


FIGURE 7.41 – The workspace of the hybrid structure and the cooperative system

With the proposed solutions, the accuracy of positioning the tool and the FSW welding performance can be significantly improved. This assist device allows to improve the stiffness of an industrial robot system.

This approach allows to gain the stiffness but it limits the workspace. However, despite this limitation of the application flexibility, this solution can ensure a process with good accuracy for simple paths and also for complex paths as the angle between the axis of the tool and the axis z_0 stays in the workspace of the hybrid structure or the cooperative system. Finally, the structures can be useful for many industrial applications with the advantage of high welding quality.

Conclusion

To minimize the position and the orientation deflection errors during Friction Stir Welding process using an industrial robot, two solutions were proposed. The first is to add a parallel structure controlled in force to a 6 axis robot controlled in position. The second solution is to use a cooperative system with two 6 axis robots, one controlled in position and the other in force and torque.

In both solutions, optimization programs were developed. For the hybrid structure, an algorithm to find the optimal position of the base was developped and another one to calculate the optimal three forces which have to be realized by the parallel structure for any position of the tool during welding. With this solution, the deviation error is enormously reduced in the case of the proposed applications. The position error is reduced to 94% and the orientation error is reduced to 62%. For the cooperative system, an algorithm to find the optimal position of the two robots was developped and the best design of the platform and another algoritm that allows to calculate the optimal wrench that must be created by robot B. With this solution, the position error is reduced to 87% and the orientation error is reduced to 91%. With these two proposed solutions, the positioning accuracy of the tool and the welding performance have been greatly improved.

Using the software Catia, the workspace for the two solutions was estimated and it was noticed that the cooperative system has a work surface three times larger, so this system opens us the opportunity to find more applications.

Chapitre 8

Annexes

8.1 Annexe I

8.1.1 Les rapports de réduction du robot Kuka KR500-2MT

Les coefficients de la matrice des rapports de réduction sont donnés dans les tableaux ci-dessous :

Axe i	Rapport de réduction
N_{11}	$3755/8 \simeq 469$
N_{22}	$3755/8 \simeq 469$
N_{33}	$76725/152 \simeq 505$
N_{44}	$-5473/21 \simeq -261$
N_{55}	$-44096/175 \simeq -252$
N_{66}	$37851/230 \simeq 165$

Table 8.1 – Les rapports de réduction du robot KR500-2MT [36]

Couplage	Rapport de réduction
N_{54}	$-7/1664 \simeq -1/238$
N_{64}	$-64055/10497344 \simeq -1/164$
N_{65}	$230/37851 \simeq 1/165$

Table 8.2 – Les coefficients de couplages cinématiques du robot KR500-2MT [36]

8.1.2 L'orientation d'un objet définie par trois paramètres

On a décrit précédemment que l'orientation d'un objet est représentée généralement par une matrice (3×3). Cette représentation nécessite 9 paramètres alors qu'une orientation d'un objet peut être définie simplement par 3 angles. [21] a décrit dans son livre différentes possibilités pour définir ces angles. Parmi ces méthodes nous avons utilisé les angles "Roulis-Tangage-Lacet", voir figure 8.1

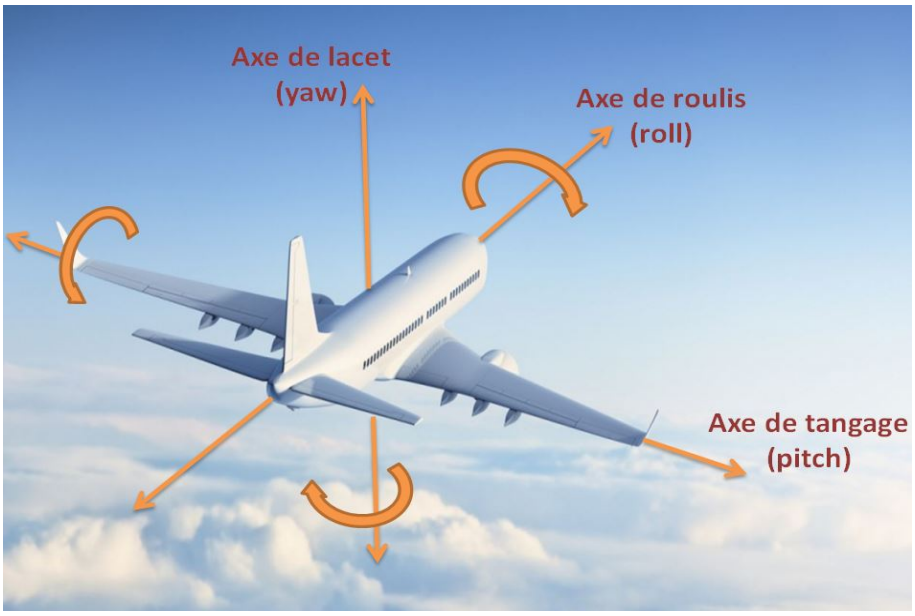


FIGURE 8.1 – Angles de roulis, tangage et lacet

En commençant par un repère coïncidant avec le repère fixe, comme illustré sur la figure 8.2, une première rotation autour de l'axe z_t a lieu d'un angle A, ensuite une autre rotation autour de l'axe y_0 par un angle B est effectuée et finalement une rotation d'angle C autour de l'axe x_0 est effectuée pour obtenir le nouveau repère. Principalement, chacune de ces trois rotations a eu lieu autour d'un axe du repère R_t. On a donc :

- A est l'angle de rotation autour de l'axe z_t : Lacet
- B est l'angle de rotation autour de l'axe y_t : Tangage
- C est l'angle de rotation autour de l'axe x_t : Roulis

La rotation successive est définie par :

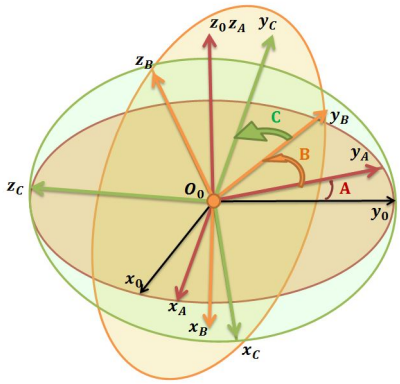


FIGURE 8.2 – Les repères suite aux rotations A, B et C

$$R(A,B,C) = R(z_0,A)R(y_0,B)R(x_0,C) \tag{8.1}$$

Où

$$R(A,B,C) = \begin{pmatrix} CA & -SA & 0 \\ SA & CA & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} CB & 0 & SB \\ 0 & 1 & 0 \\ -SB & 0 & CB \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & CC & -SC \\ 0 & SC & CC \end{pmatrix} \tag{8.2}$$

Avec,

CA, SA, CB, SB, CC et SC représentent $\cos(A)$, $\sin(A)$, $\cos(B)$, $\sin(B)$, $\cos(C)$, $\sin(C)$ respectivement.

Suite à la multiplication des trois matrices décrivant les trois rotations lacet, tangage et roulis j'obtiens la matrice suivante :

$$R(A,B,C) = \begin{pmatrix} CACB & CASBSC - CCSA & SASC + CACCSB \\ CBSA & CACC + SASBSC & CCSASB - CASC \\ -SB & CBSC & CBCC \end{pmatrix} \tag{8.3}$$

Dans le cas où la matrice de rotation ${}^0D_t(3 \times 3)$ est connue, équation (4.4), nous pouvons déterminer les trois angles d'Euler A, B et C par identification.

En posant ${}^0D_t = R(A, B, C)$, la matrice de rotation de l'outil par rapport au repère fixe R_0 en utilisant les angles de roulis, tangage et lacet, nous avons donc :

$$ {}^0R_t = {}^0 D_t \tag{8.4} $$

8.1.3 Les matrices de transformation homogènes du robot industriel Kuka KR500-2MT ${}^{j-1}T_j$

A partir du tableau DHM du robot Kuka KR 500-2MT, les expressions des matrices de transformations homogènes sont :

$$ {}^0T_1 = \begin{pmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{1z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

$$ {}^1T_2 = \begin{pmatrix} -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & L_{1x} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

$$ {}^2T_3 = \begin{pmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

$$ {}^3T_4 = \begin{pmatrix} -C\theta_4 & S\theta_4 & 0 & D_4 \\ 0 & 0 & -1 & -L_{34} \\ -S\theta_4 & -C\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

$$ {}^4T_5 = \begin{pmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} $$

$$
{}^5T_6 = \begin{pmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_5 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^6T_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L_{tz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

Les expressions de la pose de l'outil s'écrit :

$P_x = L_{1x}C\theta_1 + L_5(S\theta_5(S\theta_1 S\theta_4 - C\theta_4(C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2)) + C\theta_5(C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3)) + L_{tz}(S\theta_5(S\theta_1 S\theta_4 - C\theta_4(C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2)) + C\theta_5(C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3)) - D_4(C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2) + L_{34}(C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3) - L_2 C\theta_1 S\theta_2$

$P_y = L_{1x}S\theta_1 - L_{34}(S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1) - L_5(S\theta_5(C\theta_1 S\theta_4 + C\theta_4(C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2)) + C\theta_5(S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1)) - L_{tz}(S\theta_5(C\theta_1 S\theta_4 + C\theta_4(C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2)) + C\theta_5(S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1)) - D_4(C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2) - L_2 S\theta_1 S\theta_2$

$P_z = L_{1z} + D_4(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3) + L_{34}(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) + L_5(C\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) + C\theta_4 S\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)) + L_{tz}(C\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) + C\theta_4 S\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)) + L_2 C\theta_2$

Si $\mid r_{31} \mid \neq 1$, nous avons :

$A = atan2(C\theta_6(C\theta_5(C\theta_1 S\theta_4 + C\theta_4(C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2)) - S\theta_5(S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1)) - S\theta_6(C\theta_1 C\theta_4 - S\theta_4(C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2)), S\theta_6(C\theta_4 S\theta_1 + S\theta_4(C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2)) - C\theta_6(C\theta_5(S\theta_1 S\theta_4 - C\theta_4(C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2)) - S\theta_5(C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3)))$

$B = -atan2(C\theta_6(S\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) - C\theta_4 C\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)) - S\theta_4 S\theta_6(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3), (-S\theta_6(S\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) - C\theta_4 C\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)) - C\theta_6 S\theta_4(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3))^2 + (-C\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) - C\theta_4 S\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3))^2)^{(}1/2))$ avec $B \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$C = atan2(-S\theta_6(S\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) - C\theta_4 C\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)) - C\theta_6 S\theta_4(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3), -C\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) - C\theta_4 S\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3))$

Si $\mid r_{31} \mid = 1$, nous avons :

$A = 0$

$B = -\arcsin(C\theta_6(S\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) - C\theta_4 C\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)) - S\theta_4 S\theta_6(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3))$

$C = atan2\ (-C\theta_6(S\theta_5(C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_2) - C\theta_4 C\theta_5(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)) - S\theta_4 S\theta_6(C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_2 S\theta_3)(C\theta_6(C\theta_4 S\theta_1 + S\theta_4(C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2)) + S\theta_6(C\theta_5(S\theta_1 S\theta_4 - C\theta_4(C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2)) - S\theta_5(C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3))),$
$-C\theta_6(C\theta_1 C\theta_4 - S\theta_4(C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2)) - S\theta_6(C\theta_5(C\theta_1 S\theta_4 + C\theta_4(C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2)) - S\theta_5(S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1)))$

8.1.4 La modélisation géométrique inverse du robot industriel Kuka KR-500MT

Les expression utilisées pour le calcul du MGI

$$^1T_t = ^1T_2\ ^2T_3\ ^3T_4\ ^4T_5\ ^5T_6\ ^6T_t \tag{8.5}$$

Ainsi,

$^1T_t(1,1) = C\theta_6(C(\theta_2+\theta_3)S\theta_5 + S(\theta_2+\theta_3)C\theta_4 C\theta_5) + S(\theta_2+\theta_3)S\theta_4 S\theta_6$

$^1T_t(1,2) = S(\theta_2+\theta_3)C\theta_6 S\theta_4 - S\theta_6(C(\theta_2+\theta_3)S\theta_5 + S(\theta_2+\theta_3)C\theta_4 C\theta_5)$

$^1T_t(1,3) = S(\theta_2+\theta_3)C\theta_4 S\theta_5 - C(\theta_2+\theta_3)C\theta_5$

$^1T_t(1,4) = L_{1x} + L_{34}C(\theta_2+\theta_3) - D_4 S(\theta_2+\theta_3) - L_2 S\theta_2 - (L5S(\theta_2+\theta_3)S(\theta_4+\theta_5))/2 - (LtzS(\theta_2+\theta_3)S(\theta_4+\theta_5))/2 + L5C(\theta_2+\theta_3)C\theta_5 + LtzC(\theta_2+\theta_3)C\theta_5 + (L5S(\theta_4-\theta_5)S(\theta_2+\theta_3))/2 + (LtzS(\theta_4-\theta_5)S(\theta_2+\theta_3))/2]$

$^1T_t(2,1) = C\theta_5 C\theta_6 S\theta_4 - C\theta_4 S\theta_6$

$^1T_t(2,2) = -C\theta_4 C\theta_6 - C\theta_5 S\theta_4 S\theta_6$

$^1T_t(2,3) = S\theta_4 S\theta_5$

$^1T_t(2,4) = -S\theta_4 S\theta_5(L5 + Ltz)$

$^1T_t(3,1) = C\theta_6(S(\theta_2+\theta_3)S\theta_5 - C(\theta_2+\theta_3)C\theta_4 C\theta_5) - C(\theta_2+\theta_3)S\theta_4 S\theta_6$

$^1T_t(3,2) = -S\theta_6(S(\theta_2+\theta_3)S\theta_5 - C(\theta_2+\theta_3)C\theta_4 C\theta_5) - C(\theta_2+\theta_3)C\theta_6 S\theta_4$

$^1T_t(3,3) = -S(\theta_2+\theta_3)C\theta_5 - C(\theta_2+\theta_3)C\theta_4 S\theta_5$

$^1T_t(3,4) = D_4 C(\theta_2+\theta_3) + L_{34}S(\theta_2+\theta_3) + L_2 C\theta_2 + (L5C(\theta_2+\theta_3)S(\theta_4+\theta_5))/2 + (LtzC(\theta_2+\theta_3)S(\theta_4+\theta_5))/2 + L5S(\theta_2+\theta_3)C\theta_5 + LtzS(\theta_2+\theta_3)C\theta_5 - (L5S(\theta_4-\theta_5)C(\theta_2+\theta_3))/2 - (LtzS(\theta_4-\theta_(C(\theta_2+\theta_3))/2$

$^1T_t(4,1) = 0$

$^1T_t(4,2) = 0$

$^1T_t(4,3) = 0$

$^1T_t(4,4) = 1$

$$^2T_t =^2 T_3\ ^3T_4\ ^4T_5\ ^5T_6\ ^6T_t \tag{8.6}$$

Ainsi,

$^2T_t(1,1) = C\theta_6(S\theta_3 S\theta_5 - C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5) - C\theta_3 S\theta_4 S\theta_6$

$^2T_t(1,2) = -S\theta_6(S\theta_3 S\theta_5 - C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5) - C\theta_3 C\theta_6 S\theta_4$

$^2T_t(1,3) = -C\theta_5 S\theta_3 - C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5$

$^2T_t(1,4) = L_2 + L5(C\theta_5 S\theta_3 + C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5) + Ltz(C\theta_5 S\theta_3 + C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5) + D_4 C\theta_3 + L_{34}S\theta_3$

$^2T_t(2,1) = -C\theta_6(C\theta_3 S\theta_5 + C\theta_4 C\theta_5 S\theta_3) - S\theta_3 S\theta_4 S\theta_6$

$^2T_t(2,2) = S\theta_6(C\theta_3 S\theta_5 + C\theta_4 C\theta_5 S\theta_3) - C\theta_6 S\theta_3 S\theta_4$

$^2T_t(2,3) = C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_4 S\theta_3 S\theta_5$

$^2T_t(2,4) = D_4 S\theta_3 - Ltz(C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_4)S\theta_3 S\theta_5) - L_{34} C\theta_3 - L5(C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_4 S\theta_3 S\theta_5)$

$^2T_t(3,1) = C\theta_4 S\theta_6 - C\theta_5 C\theta_6 S\theta_4$

$^2T_t(3,2) = C\theta_4 C\theta_6 + C\theta_5 S\theta_4 S\theta_6$

$^2T_t(3,3) = -S\theta_4 S\theta_5$

$^2T_t(3,4) = S\theta_4 S\theta_5 (L5 + Ltz)$

$^2T_t(4,1) = 0$

$^2T_t(4,2) = 0$

$^2T_t(4,3) = 0$

$^2T_t(4,4) = 1$

$$^3T_t =^3 T_4 \ ^4T_5 \ ^5T_6 \ ^6T_t \tag{8.7}$$

Ainsi,

$^3T_t(1,1) = -S\theta_4 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6$

$^3T_t(1,2) = C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_6 S\theta_4$

$^3T_t(1,3) = -C\theta_4 S\theta_5$

$^3T_t(1,4) = D_4 + L5 C\theta_4 S\theta_5 + Ltz C\theta_4 S\theta_5$

$^3T_t(2,1) = -C\theta_6 S\theta_5$

$^3T_t(2,2) = S\theta_5 S\theta_6$

$^3T_t(2,3) = C\theta_5$

$$^{3}T_t(2,4) = -L_{34} - L5C\theta_5 - LtzC\theta_5$$

$$^{3}T_t(3,1) = C\theta_4 S\theta_6 - C\theta_5 C\theta_6 S\theta_4$$

$$^{3}T_t(3,2) = C\theta_4 C\theta_6 + C\theta_5 S\theta_4 S\theta_6$$

$$^{3}T_t(3,3) = -S\theta_4 S\theta_5$$

$$^{3}T_t(3,4) = S\theta_4 S\theta_5 (L5 + Ltz)$$

$$^{3}T_t(4,1) = 0$$

$$^{3}T_t(4,2) = 0$$

$$^{3}T_t(4,3) = 0$$

$$^{3}T_t(4,4) = 1$$

$$^{4}T_t =^{4} T_5 \ ^{5}T_6 \ ^{6}T_t \tag{8.8}$$

Ainsi,

$$^{4}T_t(1,1) = C\theta_5 C\theta_6$$

$$^{4}T_t(1,2) = -C\theta_5 S\theta_6$$

$$^{4}T_t(1,3) = S\theta_5 S\theta_5$$

$$^{4}T_t(1,4) = -S\theta_5 (L5 + Ltz)$$

$$^{4}T_t(2,1) = -S\theta_6$$

$$^{4}T_t(2,2) = -C\theta_6$$

$$^{4}T_t(2,3) = 0$$

$$^{4}T_t(2,4) = 0$$

$$^{4}T_t(3,1) = C\theta_6 S\theta_5$$

$^4T_t(3,2) = -S\theta_5 S\theta_6$

$^4T_t(3,3) = -C\theta_5$

$^4T_t(3,4) = C\theta_5(L5 + Ltz)$

$^4T_t(4,1) = 0$

$^4T_t(4,2) = 0$

$^4T_t(4,3) = 0$

$^4T_t(4,4) = 1$

$$^5T_t =^5 T_6 \ ^6T_t \tag{8.9}$$

Ainsi,

$^5T_t(1,1) = C\theta_6$

$^5T_t(1,2) = -S\theta_6$

$^5T_t(1,3) = 0$

$^5T_t(1,4) = 0$

$^5T_t(2,1) = 0$

$^5T_t(2,2) = 0$

$^5T_t(2,3) = -1$

$^5T_t(2,4) = L5 + Ltz$

$^5T_t(3,1) = S\theta_6$

$^5T_t(3,2) = C\theta_6$

$^5T_t(3,3) = 0$

$^5T_t(3,4) = 0$

$^5T_t(4,1) = 0$

$^5T_t(4,2) = 0$

$^5T_t(4,3) = 0$

$^5T_t(4,4) = 1$

$$U_0 = \begin{pmatrix} a_x & s_x & n_x & P_x \\ a_y & s_y & n_y & P_y \\ a_z & s_z & n_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{8.10}$$

$$U_1 =^1 T_0 * U_0 \tag{8.11}$$

Donc,

$U_1(1,1) = a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1$

$U_1(1,2) = s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1$

$U_1(1,3) = n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1$

$U_1(1,4) = P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1$

$U_1(2,1) = a_y C\theta_1 - a_x S\theta_1$

$U_1(2,2) = s_y C\theta_1 - s_x S\theta_1$

$U_1(2,3) = n_y C\theta_1 - n_x S\theta_1$

$U_1(2,4) = P_y C\theta_1 - P_x S\theta_1$

$U_1(3,1) = a_z$

$U_1(3,2) = s_z$

$U_1(3,3) = n_z$

$U_1(3,4) = P_z - L_{1z}$

$U_1(4,1) = 0$

$U_1(4,2) = 0$

$U_1(4,3) = 0$

$U_1(4,4) = 1$

$$U_2 =^2 T_1 * U_1 \tag{8.12}$$

Donc,

$U_2(1,1) = a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)$

$U_2(1,2) = s_z C\theta_2 - S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1)$

$U_2(1,3) = n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)$

$U_2(1,4) = L_{1x} S\theta_2 - C\theta_2(L_{1z} - P_z) - S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)$

$U_2(2,1) = -a_z S\theta_2 - C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_2)$

$U_2(2,2) = -s_z S\theta_2 - C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1)$

$U_2(2,3) = -n_z S\theta_2 - C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)$

$U_2(2,4) = L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)$

$U_2(3,1) = a_x S\theta_1 - a_y C\theta_1$

$U_2(3,2) = s_x S\theta_1 - s_y C\theta_1$

$U_2(3,3) = n_x S(\theta_1) - n_y C(\theta_1)$

$U_2(3,4) = P_x S(\theta_1) - P_y C(\theta_1)$

$U_2(4,1) = 0$

$U_2(4,2) = 0$

$U_2(4,3) = 0$

$U_2(4,4) = 1$

$$U_3 =^3 T_2 * U_2 \tag{8.13}$$

Donc,

$U_3(1,1) = C\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) - S\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))$

$U_3(1,2) = -C\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2) - S\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1))$

$U_3(1,3) = C\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) - S\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))$

$U_3(1,4) = S\theta_3(L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - C\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x} S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - L_2 C\theta_3$

$U_3(2,1) = -C\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) - S\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))$

$U_3(2,2) = S\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2) - C\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1))$

$U_3(2,3) = -C\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_3(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) - S\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))$

$U_3(2,4) = C\theta_3(L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + S\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x} S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 S\theta_3$

$U_3(3,1) = a_x S\theta_1 - a_y C\theta_1$

$U_3(3,2) = s_x S\theta_1 - s_y C\theta_1$

$U_3(3,3) = n_x S\theta_1 - n_y C\theta_1$

$U_3(3,4) = P_x S\theta_1 - P_y C\theta_1$

$U_3(4,1) = 0$

$U_3(4,2) = 0$

$U_3(4,3) = 0$

$U_3(4,4) = 1$

$$U_4 =^4 T_3 * U_3 \tag{8.14}$$

Donc,

$U_4(1,1) = S\theta_4(a_y C\theta_1 - a_x S\theta_1) - C\theta_4(C\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) - S\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)))$

$U_4(1,2) = S\theta_4(s_y C\theta_1 - s_x S\theta_1) + C\theta_4(C\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2) + S\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1)))$

$U_4(1,3) = S\theta_4(n_y C\theta_1 - n_x S\theta_1) - C\theta_4(C\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) - S\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)))$

$U_4(1,4) = D_4 C\theta_4 + S\theta_4(P_y C\theta_1 - P_x S\theta_1) + C\theta_4(C\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x} S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - S\theta_3(L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 C\theta_3)$

$U_4(2,1) = S\theta_4(C\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) - S\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))) + C\theta_4(a_y C\theta_1 - a_x S\theta_1)$

$U_4(2,2) = C\theta_4(s_y C\theta_1 - s_x S\theta_1) - S\theta_4(C\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2) + S\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1)))$

$U_4(2,3) = S\theta_4(C\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) - S\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))) + C\theta_4(n_y C\theta_1 - n_x S\theta_1)$

$U_4(2,4) = C\theta_4(P_y C\theta_1 - P_x S\theta_1) - D_4 S\theta_4 - S\theta_4(C\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x} S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - S\theta_3(L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 C\theta_3)$

$U_4(3,1) = C\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) + S\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))$

$U_4(3,2) = C\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1)) - S\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2)$

$U_4(3,3) = C\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) + S\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))$

$U_4(3,4) = -L_{34} - C\theta_3(L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - S\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x} S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - L_2 S\theta_3$

$U_4(4,1) = 0$

$U_4(4,2) = 0$

$U_4(4,3) = 0$

$U_4(4,4) = 1$

$$U_5 =^5 T_4 * U_4 \tag{8.15}$$

Donc,

$U_5(1,1) = S\theta_5(C\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) + S\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))) - C\theta_5(C\theta_4(C\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) - S\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))) - S\theta_4(a_y C\theta_1 - a_x S\theta_1))$

$U_5(1,2) = S\theta_5(C\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_5(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1)) - S\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2)) + C\theta_5(S\theta_4(s_y C\theta_1 - s_x S\theta_1) + C\theta_4(C\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2) + S\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1))))$

$U_5(1,3) = S\theta_5(C\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) + S\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))) + C\theta_5(S\theta_4(n_y C\theta_1 - n_x S\theta_1) - C\theta_4(C\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) - S\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))))$

$U_5(1,4) = C\theta_5(D_4 C\theta_4 + S\theta_4(P_y C\theta_1 - P_x S\theta_1) + C\theta_4(C\theta_3 C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x} S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - S\theta_3(L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 C\theta_3)) - S\theta_5(L_{34} + C\theta_3(L_{1x} C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 +$

$P_y S\theta_1)) + S\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x}S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 S\theta_3)$

$U_5(2,1) = S\theta_5(C\theta_4(C\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) - S\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))) - S\theta_4(a_y C\theta_1 - a_x S\theta_1)) + C\theta_5(C\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) + S\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)))$

$U_5(2,2) = C\theta_5(C\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1)) - S\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2)) - S\theta_5(S\theta_4(s_y C\theta_1 - s_x S\theta_1) + C\theta_4(C\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_5) + S\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1))))$

$U_5(2,3) = C\theta_5(C\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) + S\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))) - S\theta_5(S\theta_4(n_y C\theta_1 - n_x S\theta_1) - C\theta_4(C\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) - S\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))))$

$U_5(2,4) = -C\theta_5(L_{34} + C\theta_3(L_{1x}C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + S\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x}S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 S\theta_3) - S\theta_5(D_4 C\theta_4 + S\theta_4(P_y C\theta_1 - P_x S\theta_1) + C\theta_4(C\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x}S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - S\theta_3(L_{1x}C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 C\theta_3))$

$U_5(3,1) = -S\theta_4(C\theta_3(a_z C\theta_2 - S\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1)) - S\theta_3(a_z S\theta_2 + C\theta_2(a_x C\theta_1 + a_y S\theta_1))) - C\theta_4(a_y C\theta_1 - a_x S\theta_1)$

$U_5(3,2) = S\theta_4(C\theta_3(S\theta_2(s_x C\theta_1 + s_y S\theta_1) - s_z C\theta_2) + S\theta_3(s_z S\theta_2 + C\theta_2(s_z C\theta_1 + s_y S\theta_1))) - C\theta_4(s_y C\theta_1 - s_x S\theta_1)$

$U_5(3,3) = -S\theta_4(C\theta_3(n_z C\theta_2 - S\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1)) - S\theta_3(n_z S\theta_2 + C\theta_2(n_x C\theta_1 + n_y S\theta_1))) - C\theta_4(n_y C\theta_1 - n_x S\theta_1)$

$U_5(3,4) = D_4 S\theta_4 - C\theta_4(P_y C\theta_1 - P_x S\theta_1) + S\theta_4(C\theta_3(C\theta_2(L_{1z} - P_z) - L_{1x}S\theta_2 + S\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) - S\theta_3(L_{1x}C\theta_2 + S\theta_2(L_{1z} - P_z) - C\theta_2(P_x C\theta_1 + P_y S\theta_1)) + L_2 C\theta_3)$

$U_5(4,1) = 0$

$U_5(4,2) = 0$

$U_5(4,3) = 0$

$U_5(4,4) = 1$

8.1.5 Le calcul du MDI

Comme représenté sur la figure 4.4, il n'y a aucun décalage entre les centres O_2, O_3 et O_5 des articulations 2, 3 et 5 selon leurs axes de rotation. Ainsi que lors du mouvement du robot, les axes de ces trois articulations restent toujours parallèles ce qui nous permet de constater que les points O_2, O_3 et O_5 restent dans le même plan, quelle que soit la configuration du robot. Donc, comme représenté sur la figure 8.3, q_1 est l'angle entre le plan $y_0 = 0$ et le plan O_2, O_3 O_5.

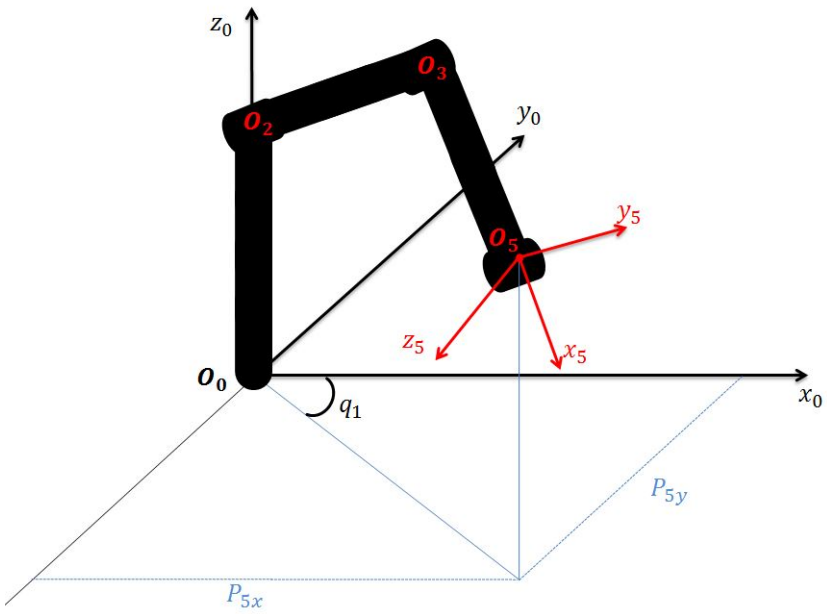


FIGURE 8.3 – L'angle de la première articulation du robot

Rappelons que les coordonnées du point O_5 sont représentées par le vecteur translation ${}^0P_5$ qui s'exprime :

$$ {}^0P_5 = \begin{pmatrix} P_{5x} \\ P_{5y} \\ P_{5z} \end{pmatrix} $$

D'après la figure 4.4, le vecteur O_5O_t dans le repère de l'outil R_t s'écrit :

$$ O_5O_t = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_5 - L_{tz} \end{pmatrix} \tag{8.16} $$

Dans le MGI, la position de l'outil O_0O_t est connue, en effet

$$O_0O_t = O_0O_5 + O_5O_t \tag{8.17}$$

Donc

$$O_0O_5 = O_0O_t - O_5O_t = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_x & s_x & n_x \\ a_y & s_y & n_y \\ a_z & s_z & n_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_5 - L_{tz} \end{pmatrix} \tag{8.18}$$

$$O_0O_5 = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -n_x(L_5 + L_{tz}) \\ -n_y(L_5 + L_{tz}) \\ -n_z(L_5 + L_{tz}) \end{pmatrix} \tag{8.19}$$

Ainsi,

$$O_0O_5 =^0 P_5 = \begin{pmatrix} P_{5x} \\ P_{5y} \\ P_{5z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x + n_x(L_5 + L_{tz}) \\ P_y + n_y(L_5 + L_{tz}) \\ P_z + n_z(L_5 + L_{tz}) \end{pmatrix} \tag{8.20}$$

Selon la figure 8.3, on déduit que :

$$q_1 = atan2(P_y + n_y(L_5 + L_{tz}), P_x + n_x(L_5 + L_{tz}) \tag{8.21}$$

U_0 est l'attitude de l'outil dans R_0, donc on a :

$$U_0 =^0 T_t \tag{8.22}$$

$$U_0 =^0 T_1 \ {}^1T_2 \ {}^2T_3 \ {}^3T_4 \ {}^4T_5 \ {}^5T_6 \ {}^6T_t \tag{8.23}$$

Déterminer les variables articulaires en utilisant directement cette expression et en fonction des vecteurs a, s, n et ${}^0P_t$ est très difficile. A cet effet, une méthode pour résoudre ce type de problème a été développée par Paul en 1981 [71]. Cette méthode consiste à multiplier successivement l'équation (8.23) par les matrices de transformation inverse.

$$({}^{j-1}T_j)^{-1}U_{j-1} = U_j \tag{8.24}$$

Cette multiplication successive permet d'isoler et d'identifier les variables articulaires q_j.
En utilisant cette méthode on obtient :

$$U_1 =^1 T_0U_0 \tag{8.25}$$

Et,

$$\begin{aligned} U_2 &=^2 T_1 U_1 \\ &=^2 T_t \end{aligned} \tag{8.26}$$

Les expressions de U_i et ${}^iT_t$ ont été détaillée dans l'annexe I de ce manuscrit.

Par identification entre ces deux matrices on obtient :

$$U_2(1,3) =^2 T_t(1,3),\ U_2(1,4) =^2 T_t(1,4) \tag{8.27}$$
$$U_2(2,3) =^2 T_t(2,3),\ U_2(2,4) =^2 T_t(2,4) \tag{8.28}$$

De plus on a :

$$(L_5 + L_{tz})^2 T_t(1,3) +^2 T_t(1,4) = D_4 C_3 + L_{34} S_3 + L_2 \tag{8.29}$$
$$(L_5 + L_{tz})^2 T_t(2,3) +^2 T_t(2,4) = D_4 S_3 - L_{34} C_3 \tag{8.30}$$

On a aussi :

$$(L_5+L_{tz})U_2(1,3)+U_2(1,4)=[(L_5+L_{tz})n_z-(L_{1z}-P_z)]C_2+[L_{1x}-P_xC_1-P_yS_1-(L_5+L_{tz})(n_xC_1+n_yS_1)]S_2 \tag{8.31}$$

$$(L_5+L_{tz})U_2(2,3)+U_2(2,4)=-[(L_5+L_{tz})n_z-(L_{1z}-P_z)]S_2+[L_{1x}-P_xC_1-P_yS_1-(L_5+L_{tz})(n_xC_1+n_yS_1)]C_2 \tag{8.32}$$

On pose :

$$A = (L_5 + L_{tz})n_z - (L_{1z} - P_z)$$

$$B = L_{1x} - P_x C_1 - P_y S_1 - (L_5 + L_{tz})(n_x C_1 + n_y S_1)$$

D'après les équations (8.28), (8.30) et (8.32), on obtient le système d'équations suivant :

$$AC_2 + BS_2 = D_4 C_3 + L_{34} S_3 + L_2 \tag{8.33}$$
$$-AS_2 + BC_2 = D_4 S_3 - L_{34} C_3 \tag{8.34}$$

En élevant les deux équations (8.33) et (8.34) au carré on obtient pour les deux premiers membres les expressions suivantes :

$$(AC_2 + BS_2)^2 = A^2 C_2^2 + B^2 S_2^2 + 2ABC_2S_2 \tag{8.35}$$
$$(-AC_2 + BS_2)^2 = A^2 S_2^2 + B^2 C_2^2 - 2ABC_2S_2 \tag{8.36}$$

De même, en élevant les seconds membres des équations (8.33) et (8.34) au carré, on a :

$$D_4^2C_3^2 + L_{34}^2S_3^2 + L_2^2 + 2D_4L_{34}S_3C_3 + 2L_2L_{34}S_3 + 2L_2D_4C_3 \tag{8.37}$$
$$D_4^2S_3^2 + L_{34}^2C_3^2 - 2D_4L_{34}S_3C_3 \tag{8.38}$$

Donc d'après la somme des deux équations (8.33), (8.34) élevées au carré le système d'équation devient :

$$A^2 + B^2 = D_4^2 + L_{34}^2 + L_2^2 + 2L_2L_{34}S_3 + 2L_2D_4C_3 \tag{8.39}$$

En simplifiant l'expression :

$$XS_3 + YC_3 = Z \tag{8.40}$$

Avec,

$$X = 2L_2L_{34} \tag{8.41}$$
$$Y = 2L_2D_4 \tag{8.42}$$
$$Z = A^2 + B^2 - D_4^2 - L_{34}^2 - L_2^2 \tag{8.43}$$

Nous avons calculé q_3, donc pour calculer q_2, il suffit de résoudre une des deux équations (8.33) ou (8.34) qui sont représentées sous la forme d'une égalité de type 2 en θ_2. Donc on peut écrire l'équation (8.33) sous la forme suivante :

$$XS_2 + YC_2 = Z \tag{8.44}$$

Avec,

$X = B$

$Y = A$

$Z = D_4C_3 + L_{34}S_3 + L_2$

Nous avons calculé précédemment q_1, q_2 et q_3, donc $U_3 = {}^3T_2\ {}^2T_1\ {}^1T_0\ U_0$ est connu.

D'après la matrice ${}^3T_t$ détaillée dans l'annexe I nous avons :

$$^3T_t(1,3) = -C_4 S_5^3 T_t(3,3) = -S_4 S_5 \tag{8.45}$$

En se basant sur l'égalité $U_3 =^3 T_t$ et par identification on obtient :

$$q_4 = \arctan(U_3(3,3), U_3(1,3)) \tag{8.46}$$

Avec :

$$U_3(1,3) = C_3(n_z C_2 - S_2(n_x C_1 + n_y S_1)) - S_3(n_z S_2 + C_2(n_x C_1 + n_y S_1)) \tag{8.47}$$

$$U_3(3,3) = n_x S_1 - n_y C_1 \tag{8.48}$$

De même, nous déduisons l'angle q_5 à partir des expressions de $^3T_t(2,4)$ et $^3T_t(3,4)$ tel que :

$^3T_t(2,4) = -L_{34} - (L_5 + L_{tz})C_5$

$^3T_t(3,4) = S_4(L_5 + L_{tz})S_5$

Nous avons donc :

$$q_5 = \arctan(-L_{34} - (L_5 + L_{tz})U_3(3,4), S_4(L_5 + L_{tz})U_3(2,4)) \tag{8.49}$$

Avec :

$$U_3(2,4) = S_3(L_{1x}C_2 + S_2(L_{1z} - P_z - C_2(P_x C_1 + P_y S_1)) - C_3(C_2(L_{1z} - P_z - L_{1x}C_2 \tag{8.50}$$

$$+S_2(P_x C_1 + P_y S_1)) - L_2 C_3 \tag{8.51}$$

$$U_3(3,4) = P_x S_1 - P_y C_1 \tag{8.52}$$

À partir des expressions de $^3T_t(2,1)$ et $^3T_t(2,2)$ nous calculons l'angle q_6 tel que :

$^3T_t(2,1) = -C_6 S_5$
$^3T_t(2,2) = S_6 S_5$

Nous avons donc :

$$q_6 = -\arctan(U_3(2,2), U_3(2,1)) \tag{8.53}$$

Avec :

$$U_3(2,1) = -C_3(a_z S_2 + C_2(a_x C_1 + a_y S_1)) - S_3(a_z C_2 - S_2(a_x C_1 + a_y S_1)) \tag{8.54}$$
$$U_3(2,2) = S_q(S_q(s_x C_1 + s_y S_1) - s_z C_2) - C_3(s_z S_2 + C_2(s_x C_1 + s_y S_1)) \tag{8.55}$$

8.2 Annexe II

8.2.1 Des exemples des repères attachés aux liaisons du robot sous Catia

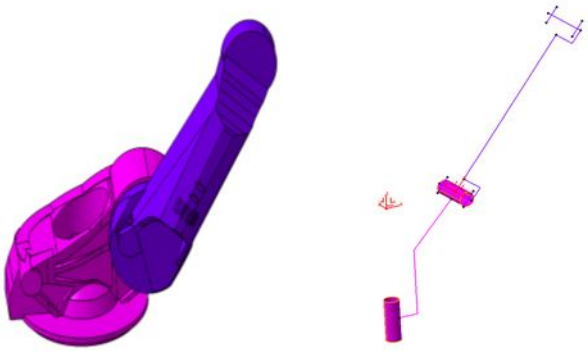


FIGURE 8.4 – Exemple 1

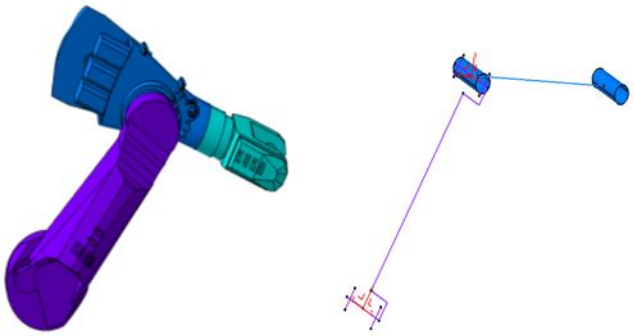


FIGURE 8.5 – Exemple 2

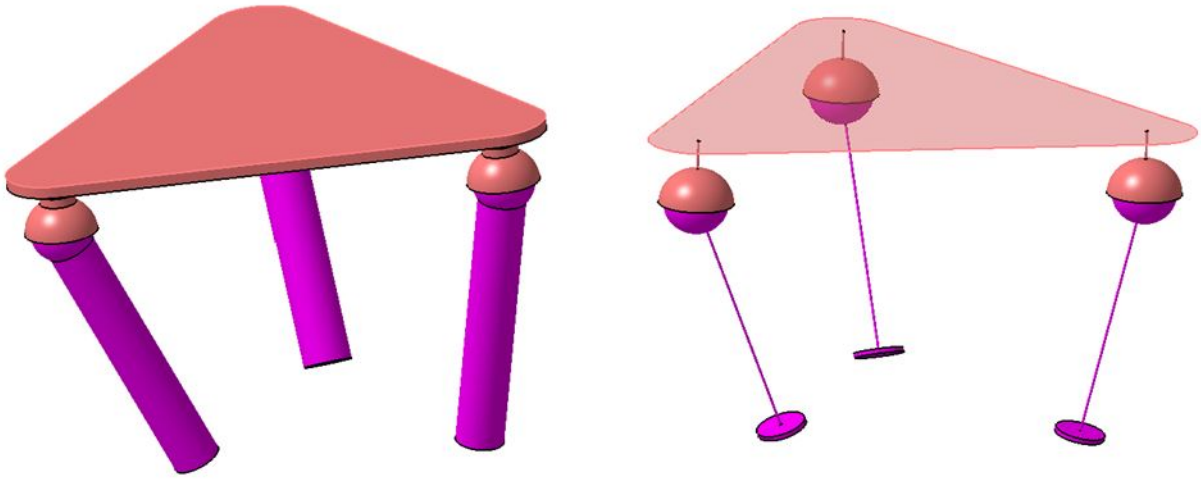


FIGURE 8.6 – Exemple 3

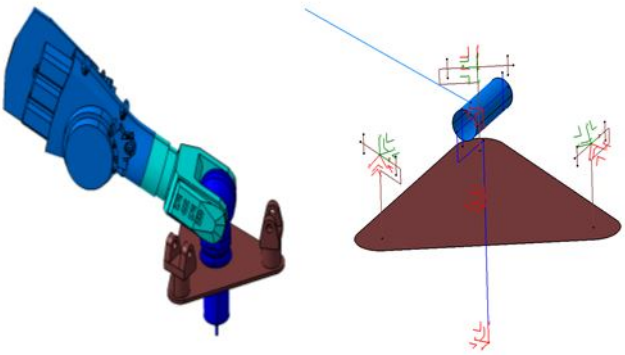


FIGURE 8.7 – Exemple 4

8.2.2 Le plan de la base créé sous Drawing du logiciel Catia

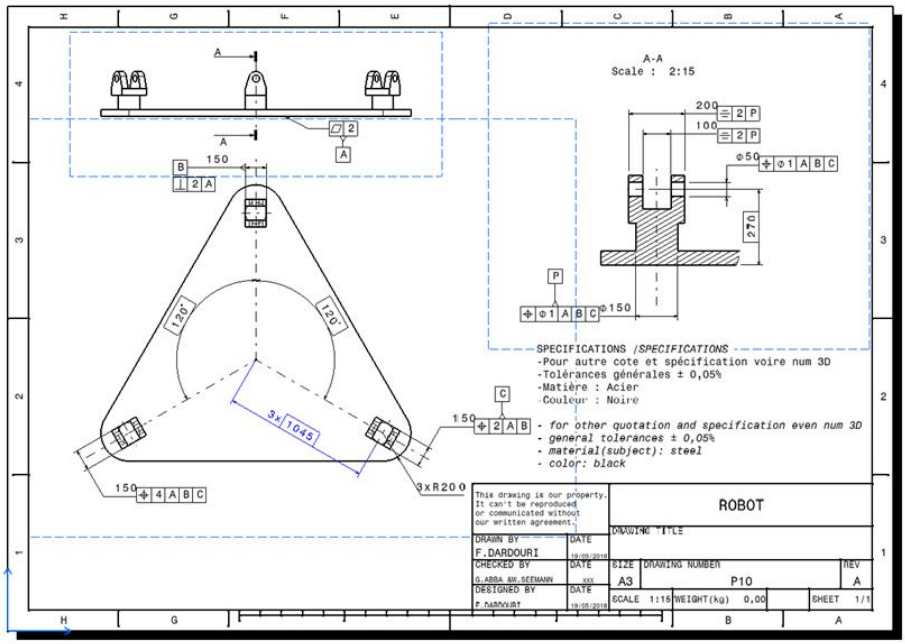


FIGURE 8.8 – Le plan de la base créé sous Drawing du logiciel Catia

8.3 Annexe III

8.3.1 La matrice jacobienne du robot A exprimé dans le repère fixe R_0

$J(1,1) = -(L_{1x}\ S\theta_1) - L_2\ C\theta_2\ S\theta_1 - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1 + l0A\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ S\theta_1 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ S\theta_1 + D_4\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) - d_0A\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) + d_0A\ C\theta_1\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_1\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_4\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + L5\ C\theta_4\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + l_{0A}\ C\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_5 - L5\ C\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_5 + d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ S\theta_6 + d_{0A}\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,1) = -(L_{1x}\ C\theta_1) - L_2\ C\theta_1\ C\theta_2 - L_{34}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5 - L5\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5 + D_4\ C\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_1\ S\theta_4 - d_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + L5\ C\theta_1\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - l_{0A}\ S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_5 + L5\ S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_4\ S\theta_1\ S\theta_6 + d_{0A}\ C\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(3,1) = 0$

$J(4,1) = 0$

$J(5,1) = 0$

$J(6,1) = -1$

$J(1,2) = -(D_4\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)) + d_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 - L_2\ C\theta_1\ S\theta_2 - L_{34}\ C\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) - L5\ C\theta_1\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5 - L5\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,2) = D_4\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1 - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_1 + L_2\ S\theta_1\ S\theta_2 + L_{34}\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) - l_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) + L5\ C\theta_5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) - l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_1\ S\theta_5 + L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_1\ S\theta_5 + d_{0A}\ C\theta_6\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(3,2) = -(L_2\ C\theta_2) - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5 + D_4\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + L5\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + d_{0A}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(4,2) = S\theta_1$

$J(5,2) = C\theta_1$

$J(6,2) = 0$

$J(1,3) = -(D_4\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)) + d_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 - L_{34}\ C\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) - L5\ C\theta_1\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5 - L5\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,3) = D_4\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1 - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_1 + L_{34}\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) - l_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) + L5\ C\theta_5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) - l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_1\ S\theta_5 + L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_1\ S\theta_5 + d_{0A}\ C\theta_6\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(3,3) = -(L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)) + l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5 + D_4\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + L5\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + d_{0A}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(4,3) = S\theta_1$

$J(5,3) = C\theta_1$

$J(6,3) = 0$

$J(1,4) = d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_1 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4 + l_{0A}\ C\theta_4\ S\theta_1\ S\theta_5 - L5\ C\theta_4\ S\theta_1\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 + L5\ C\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_6 - d_{0A}\ S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,4) = d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 + d_{0A}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4 + l_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ S\theta_5 - L5\ C\theta_1\ C\theta_4\ S\theta_5 + l_{0A}\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 - L5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 + d_{0A}\ C\theta_4\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_6 - d_{0A}\ C\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(3,4) = -(d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4) - l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 + L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_6$

$J(4,4) = -(C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3))$

$J(5,4) = C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1$

$J(6,4) = S(\theta_2+\theta_3)$

$J(1,5) = d_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ C\theta_6 + l_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) - L5\ C\theta_1\ C\theta_4\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_1\ S\theta_4 - L5\ C\theta_5\ S\theta_1\ S\theta_4 + l_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - L5\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_6\ S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_5$

$J(2,5) = -(d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_1) - l_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) + L5\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3) + l_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_5\ S\theta_4 - L5\ C\theta_1\ C\theta_5\ S\theta_4 - l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1\ S\theta_5 + L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1\ S\theta_5 + d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_6\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_6\ S\theta_4\ S\theta_5$

$J(3,5) = l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_6\ S\theta_5 - l_{0A}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + L5\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5$

$J(4,5) = C\theta_4\ S\theta_1 - C\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4$

$J(5,5) = C\theta_1\ C\theta_4 + S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4$

$J(6,5) = -(C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4)$

$J(1,6) = d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_6\ S\theta_1 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_6 - d_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_6 - d_{0A}\ C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(2,6) = d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_4\ C\theta_6 + d_{0A}\ C\theta_6\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4 + d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_6 - d_{0A}\ C\theta_1\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 + d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_1\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(3,6) = -(d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4) - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + d_{0A}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(4,6) = -(C\theta_1\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5) + C\theta_1\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + S\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_5$

$J(5,6) = C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ S\theta_1 - C\theta_4\ S\theta_1\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + C\theta_1\ S\theta_4\ S\theta_5$

$J(6,6) = C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) + C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5$

8.3.2 La matrice jacobienne du robot A exprimé dans le repère de l'outil

$J(1,1) = l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4 - L_{1x}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - L_2\ C\theta_2\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + D_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S(\theta_2+$

$\theta_3)\ S\theta_4 - L_{1x}\ C\theta_4\ S\theta_6 - L_2\ C\theta_2\ C\theta_4\ S\theta_6 - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_6 + l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + D_4\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_6 - l_{0A}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6 + L5\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(2,1) = -(L_{1x}\ C\theta_4\ C\theta_6) - L_2\ C\theta_2\ C\theta_4\ C\theta_6 - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_6 + l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 - d_{0A}\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3) + D_4\ C\theta_4\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3) - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + L5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 - l_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6 + L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6 + L_{1x}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 + L_2\ C\theta_2\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 + L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 - D_4\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(3,1) = -(d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4) - L_{1x}\ S\theta_4\ S\theta_5 - L_2\ C\theta_2\ S\theta_4\ S\theta_5 - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 + D_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5 - d_{0A}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + d_{0A}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(4,1) = -(C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6) + C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(5,1) = C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4 + C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 - S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(6,1) = -(C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3)) - C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5$

$J(1,2) = l_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_6 - L5\ C\theta_4\ C\theta_6 - L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 - L_2\ C\theta_3\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 - D_4\ C\theta_6\ S\theta_5 + L_2\ C\theta_6\ S\theta_3\ S\theta_5 + L_{34}\ S\theta_4\ S\theta_6 + L_2\ C\theta_3\ S\theta_4\ S\theta_6 - l_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 + L5\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,2) = L_{34}\ C\theta_6\ S\theta_4 + L_2\ C\theta_3\ C\theta_6\ S\theta_4 - l_{0A}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + L5\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + d_{0A}\ S\theta_4\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_4\ S\theta_6 + L5\ C\theta_4\ S\theta_6 + L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + L_2\ C\theta_3\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + D_4\ S\theta_5\ S\theta_6 - L_2\ S\theta_3\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(3,2) = D_4\ C\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_6 - L_2\ C\theta_5\ S\theta_3 - L_{34}\ C\theta_4\ S\theta_5 - L_2\ C\theta_3\ C\theta_4\ S\theta_5 + d_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(4,2) = C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + C\theta_4\ S\theta_6$

$J(5,2) = C\theta_4\ C\theta_6 - C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(6,2) = S\theta_4\ S\theta_5$

$J(1,3) = l_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_6 - L5\ C\theta_4\ C\theta_6 - L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 - D_4\ C\theta_6\ S\theta_5 + L_{34}\ S\theta_4\ S\theta_6 - l_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 + L5\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,3) = L_{34}\ C\theta_6\ S\theta_4 - l_{0A}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + L5\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + d_{0A}\ S\theta_4\ S\theta_5 - l_{0A}\ C\theta_4\ S\theta_6 + L5\ C\theta_4\ S\theta_6 + L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + D_4\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(3,3) = D_4\ C\theta_5 - d_{0A}\ C\theta_4\ C\theta_6 - L_{34}\ C\theta_4\ S\theta_5 + d_{0A}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(4,3) = C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + C\theta_4\ S\theta_6$

$J(5,3) = C\theta_4\ C\theta_6 - C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(6,3) = S\theta_4\ S\theta_5$

$J(1,4) = l_{0A}\ S\theta_5\ S\theta_6 - L5\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(2,4) = d_{0A}\ C\theta_5 + l_{0A}\ C\theta_6\ S\theta_5 - L5\ C\theta_6\ S\theta_5$

$J(3,4) = -(d_{0A}\ S\theta_5\ S\theta_6)$

$J(4,4) = -(C\theta_6\ S\theta_5)$

$J(5,4) = S\theta_5\ S\theta_6$

$J(6,4) = C\theta_5$

$J(1,5) = l_{0A}\ C\theta_6 - L5\ C\theta_6$

$J(2,5) = -(l_{0A}\ S\theta_6) + L5\ S\theta_6$

$J(3,5) = -(d_{0A}\ C\theta_6)$

$J(4,5) = S\theta_6$

$J(5,5) = C\theta_6$

$J(6,5) = 0$

$J(1,6) = 0$

$J(2,6) = d_{0A}$

$J(3,6) = 0$

$J(4,6) = 0$

$J(5,6) = 0$

$J(6,6) = 1$

8.3.3 La matrice jacobienne du robot B exprimée dans le repère de l'outil

$J(1,1) = -(l_{0B}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4)+L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4+L_{1x}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4+ L_2\ C\theta_2\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 + L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - D_4\ C\theta_5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4+L_{1x}\ C\theta_4\ S\theta_6+L_2\ C\theta_2\ C\theta_4\ S\theta_6+L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_6-l_{0B}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 - D_4\ C\theta_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_6 + l_{0B}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6 - L5\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(2,1) = L_{1x}\ C\theta_4\ C\theta_6 + L_2\ C\theta_2\ C\theta_4\ C\theta_6 + L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_6 - l_{0B}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 + L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 + d_{0B}\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3)-D_4\ C\theta_4\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)+d_{0B}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5+l_{0B}\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5- L5\ C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5 + l_{0B}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6 - L5\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6 - L_{1x}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 - L_2\ C\theta_2\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 + D_4\ C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(3,1) = -(d_{0B}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4) - L_{1x}\ S\theta_4\ S\theta_5 - L_2\ C\theta_2\ S\theta_4\ S\theta_5 - L_{34}\ C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5+D_4\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_5-d_{0B}\ C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6+ d_{0B}\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(4,1) = C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6-C\theta_6\ S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5-C(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(5,1) = -(C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_6\ S\theta_4) - C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 + S(\theta_2+\theta_3)\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(6,1) = -(C\theta_5\ S(\theta_2+\theta_3)) - C(\theta_2+\theta_3)\ C\theta_4\ S\theta_5$

$J(1,2) = -(l_{0B}\ C\theta_4\ C\theta_6)+L5\ C\theta_4\ C\theta_6+L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6+L_2\ C\theta_3\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6+ D_4\ C\theta_6\ S\theta_5-L_2\ C\theta_6\ S\theta_3\ S\theta_5-L_{34}\ S\theta_4\ S\theta_6-L_2\ C\theta_3\ S\theta_4\ S\theta_6+l_{0B}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6- L5\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,2) = -(L_{34}\ C\theta_6\ S\theta_4) - L_2\ C\theta_3\ C\theta_6\ S\theta_4 + l_{0B}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - L5\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - d_{0B}\ S\theta_4\ S\theta_5 + l_{0B}\ C\theta_4\ S\theta_6 - L5\ C\theta_4\ S\theta_6 - L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 - L_2\ C\theta_3\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 - D_4\ S\theta_5\ S\theta_6 + L_2\ S\theta_3\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(3,2) = D_4\ C\theta_5 - d_{0B}\ C\theta_4\ C\theta_6 - L_2\ C\theta_5\ S\theta_3 - L_{34}\ C\theta_4\ S\theta_5 - L_2\ C\theta_3\ C\theta_4\ S\theta_5 + d_{0B}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(4,2) = -(C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4) - C\theta_4\ S\theta_6$

$J(5,2) = -(C\theta_4\ C\theta_6) + C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(6,2) = S\theta_4\ S\theta_5$

$J(1,3) = -(l_{0B}\ C\theta_4\ C\theta_6) + L5\ C\theta_4\ C\theta_6 + L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ C\theta_6 + D_4\ C\theta_6\ S\theta_5 - L_{34}\ S\theta_4\ S\theta_6 + l_{0B}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6 - L5\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(2,3) = -(L_{34}\ C\theta_6\ S\theta_4) + l_{0B}\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - L5\ C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4 - d_{0B}\ S\theta_4\ S\theta_5 + l_{0B}\ C\theta_4\ S\theta_6 - L5\ C\theta_4\ S\theta_6 - L_{34}\ C\theta_4\ C\theta_5\ S\theta_6 - D_4\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(3,3) = D_4\ C\theta_5 - d_{0B}\ C\theta_4\ C\theta_6 - L_{34}\ C\theta_4\ S\theta_5 + d_{0B}\ C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(4,3) = -(C\theta_5\ C\theta_6\ S\theta_4) - C\theta_4\ S\theta_6$

$J(5,3) = -(C\theta_4\ C\theta_6) + C\theta_5\ S\theta_4\ S\theta_6$

$J(6,3) = S\theta_4\ S\theta_5$

$J(1,4) = -(l_{0B}\ S\theta_5\ S\theta_6) + L5\ S\theta_5\ S\theta_6$

$J(2,4) = -(d_{0B}\ C\theta_5) - l_{0B}\ C\theta_6\ S\theta_5 + L5\ C\theta_6\ S\theta_5$

$J(3,4) = -(d_{0B}\ S\theta_5\ S\theta_6)$

$J(4,4) = C\theta_6\ S\theta_5$

$J(5,4) = -(S\theta_5\ S\theta_6)$

$J(6,4) = C\theta_5$

$J(1,5) = -(l_{0B}\ C\theta_6) + L5\ C\theta_6$

$J(2,5) = l_{0B}\ S\theta_6 - L5\ S\theta_6$

$J(3,5) = -(d_{0B}\ C\theta_6)$

$J(4,5) = -S\theta_6$

$J(5,5) = -C\theta_6$

$J(6,5) = 0$

$J(1,6) = 0$

$J(2,6) = -d_{0B}$

$J(3,6) = 0$

$J(4,6) = 0$

$J(5,6) = 0$

$J(6,6) = 1$

8.3.4 La matrice jacobienne au point O_t

On a l'expression de la matrice jacobienne du robot A. On pose donc :

$$J_{O61}(6 \times 6) = \begin{pmatrix} L_1(1 \times 6) \\ L_2(1 \times 6) \\ L_3(1 \times 6) \\ L_4(1 \times 6) \\ L_5(1 \times 6) \\ L_6(1 \times 6) \end{pmatrix}$$

Nous avons,

$$J_{Ot}(6 \times 6) = \begin{pmatrix} J_{v_t}(3 \times 6) \\ J_{\omega_t}(3 \times 6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{O_{6A}}(R_6) + \Omega_t(R_6) \wedge O_{6A}O_t \\ J_{\omega_{61}}(3 \times 6) \end{pmatrix}$$

Avec,

$$O_{6A}O_t = \begin{pmatrix} -d_{0A} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_{0A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d_{0A} \\ 0 \\ -l_{0A} \end{pmatrix}$$

Ainsi,

$$\Omega_t(R_6) \wedge O_{6A}O_t = \begin{pmatrix} -l_{0A}L_5 \\ -d_{0A}L_6 + l_{0A}L_4 \\ d_{0A}L_5 \end{pmatrix}$$

Nous avons donc :

$$J_{v_t} = V_{O_{6A}}(R_6) + \Omega_t(R_6) \wedge O_{6A}O_t = \begin{pmatrix} L_1 - l_{0A}L_5 \\ L_2 - d_{0A}L_6 + l_{0A}L_4 \\ L_3 + d_{0A}L_5 \end{pmatrix}$$

$$J_{Ot} = \begin{pmatrix} L_1 - l_{0A}L_5 \\ L_2 - d_{0A}L_6 + l_{0A}L_4 \\ L_3 + d_{0A}L_5 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \end{pmatrix} \tag{8.56}$$

Bibliographie

[1] PhD thesis.

[2] Eberhard Abele, Matthias Weigold, and Stefan Rothenbücher. Modeling and identification of an industrial robot for machining applications. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 56(1) :387–390, 2007.

[3] Omar Al Assad. *Etude d'une méthodologie de modélisation et de commande d'un robot multiaxe pour une application en radiologie médicale*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, France, 2009.

[4] Gürsel Alici and Bijan Shirinzadeh. Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators. *IEEE transactions on robotics*, 21(4) :554–564, 2005.

[5] W. J. Arbegast. *Chapter 13 : Application of Friction Stir Welding and Related Technologies, Friction Stir Welding and Processing*. Edité par R.S. Mishra et M.W.Mahoney, ISBN-13 978-0-87170-840-3, ASM International., 2007.

[6] William J Arbegast. Application of friction stir welding and related technologies. *Friction Stir Welding and Processing*, pages 273–308, 2007.

[7] Jaime Arellano, Diana Gómez, and Ruby Vigil. The maximal workspace of a planar robot : A gröbner bases approach. 1999.

[8] A Arora, R Nandan, Anthony P Reynolds, and T DebRoy. Torque, power requirement and stir zone geometry in friction stir welding through modeling and experiments. *Scripta Materialia*, 60(1) :13–16, 2009.

[9] N Balasubramanian, B Gattu, and Rajiv S Mishra. Process forces during friction stir welding of aluminium alloys. *Science and Technology of Welding and Joining*, 14(2) :141–145, 2009.

[10] Nagarajan Balasubramanian, Rajiv S Mishra, and K Krishnamurthy. Process forces during friction stir channeling in an aluminum alloy. *Journal of Materials Processing Technology*, 211(2) :305–311, 2011.

[11] R. S. Mishra Balasubramanian, B. Gattu. Process forces during friction stir welding of aluminium alloys. 14 :141–145, 2009.

[12] Antoine Brès. Modélisation et simulation du soudage par friction malaxage utilisant des robots industriels. 2008.

[13] Antoine. Bres, Bruno. Monsarrat, Laurant. Dubourg, Lionel. Birglen, Chaude. Perron, Mohammad. Jahazi, and LucBaron. Baron. Simulation of friction stir welding using industrial robots. *Industrial Robot*, 37(1) :36–50, 2010.

[14] MM Bridges, Darren M Dawson, and CT Abdallah. Contril of rigid-link, flexible-joint robots : a survey of backstepping approaches. *Journal of Field Robotics*, 12(3) :199–216, 1995.

[15] MM Bridges and DM Dawson. Redesign of robust controllers for rigid-link flexible-joint robotic manipulators actuated with harmonic drive gearing. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 142(5) :508–514, 1995.

[16] Torgny Brogårdh. Present and future robot control development ?an industrial perspective. *Annual Reviews in Control*, 31(1) :69–79, 2007.

[17] Torgny Brogårdh. Robot control overview : An industrial perspective. *Modeling, Identification and Control*, 30(3) :167, 2009.

[18] Bernard Brogliato, Romeo Ortega, and Rogelio Lozano. Global tracking controllers for flexible-joint manipulators : a comparative study. *Automatica*, 31(7) :941–956, 1995.

[19] Delphine S Caravaca, Colin R Bird, Kathryn Beamish, and Stephen Maddox. Correlation of phased array inspection and fatigue performance of fsw joints. In *ASME 2007 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, pages 243–248. American Society of Mechanical Engineers, 2007.

[20] Nicolas Chaillet. *Étude et réalisation d'un robot bipède : commande dynamique et observateur d'efforts.* PhD thesis, Strasbourg, France, 1993.

[21] John J Craig. *Introduction to robotics : mechanics and control*, volume 3. Pearson/Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, USA :, 2005.

[22] John J Craig, Ping Hsu, and S Shankar Sastry. Adaptive control of mechanical manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, 6(2) :16–28, 1987.

[23] J. De Backer. *Feedback control of robotic friction stir welding.* PhD thesis, University west, 2014.

[24] D. Deblaise, X. Hernot, and P. Maurine. A systematic analytical method for pkm stiffness matrix calculation. In *Robotics and Automation, 2006*, pages 4213–4219. Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006.

[25] Étienne DOMBRE. *Programmation des robots.* Ed. Techniques Ingénieur, 1998.

[26] L Dubourg, FO Gagnon, F Nadeau, L St-Georges, and M Jahazi. Process window optimization for fsw of thin and thick sheet al alloys using statistical methods. 2006.

[27] G. Duelen and K Schröer. Robot calibration : method and results. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 8, 1991. 4.

[28] Claire Dumas. *Développement de méthodes robotisées pour le parachèvement de pièces métalliques et composites.* PhD thesis, Université de Nantes, 2011.

[29] Claire Dumas, Stéphane Caro, Sébastien Garnier, and Benoít Furet. Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 27(4) :881–888, 2011.

[30] Dieter Eireiner. *Prozessmodelle zur statischen Auslegung von Anlagen für das Friction Stir Welding*, volume 201. Herbert Utz Verlag, 2006.

[31] K Elangovan and V Balasubramanian. Influences of pin profile and rotational speed of the tool on the formation of friction stir processing zone in aa2219 aluminium alloy. *Materials Science and Engineering : A*, 459(1) :7–18, 2007.

[32] K Elangovan and V Balasubramanian. Influences of tool pin profile and tool shoulder diameter on the formation of friction stir processing zone in aa6061 aluminium alloy. *Materials & design*, 29(2) :362–373, 2008.

[33] ESAB. Boeing selects esab for space launch system project. (2013, 2013/09/06), 2013.

[34] G.Abba F.Dardouri and W.Seemann. Parallel robot structure optimizations for a friction stir welding application. 2017.

[35] *Friction Stir Welding and Processing*, chapter Chapter 2 Friction Stir Tooling : Tool Materials and Designs, Friction Stir Welding and Processing. ASM International, 2007. ISBN-13 978-0-87170-840-3.

[36] Maxime Gautier, Anthony Jubien, Gabriel Abba, and Jinna Qin. Identification du modèle avec flexibilité : méthode et paramètres numériques. 2013.

[37] Cécile Genevois. *Genèse des microstructures lors du soudage par friction malaxage d'alliages d'aluminium de la série 2000 & 5000 et comportement mécanique résultant.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2004.

[38] BT Gibson, DH Lammlein, TJ Prater, WR Longhurst, CD Cox, MC Ballun, KJ Dharmaraj, GE Cook, and AM Strauss. Friction stir welding : process, automation, and control. *Journal of Manufacturing Processes*, 16(1) :56–73, 2014.

[39] MC Good, LM Sweet, and KL Strobel. Dynamic models for control system design of integrated robot and drive systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 107(1) :53–59, 1985.

[40] DG Hattingh, C Blignault, TI Van Niekerk, and MN James. Characterization of the influences of fsw tool geometry on welding forces and weld tensile strength using an instrumented tool. *Journal of Materials Processing Technology*, 203(1-3) :46–57, 2008.

[41] DG Hattingh, TI Van Niekerk, C Blignault, G Kruger, and MN James. Analysis of the fsw force footprint and its relationship with process parameters to optimise weld performance and tool design. *Welding in the World*, 48(1-2) :50–58, 2004.

[42] John Hollerbach, Wisama Khalil, and Maxime Gautier. Model identification. In *Springer Handbook of Robotics*, pages 321–344. Springer, 2008.

[43] IFR. History of industrial robots : Milestones of technology and commercialization. 2012.

[44] Doo-Yearn Jo and Edward J Haug. *Workspace analysis of closed-loop mechanisms with unilateral constraints*. Center for Simulation and Design Optimization and Department of Mechanical Engineering, University of Iowa, 1989.

[45] R Johnson et al. Forces in friction stir welding of aluminum alloys. In *3rd International Symposium on Friction Stir Welding (Kobe, Japan)*, pages 6–19, 2001.

[46] W Khalil. Symoro : système pour la modélisation des robots. *Support technique-Notice d'utilisation, ENSM-LAN, Nantes*, 1989.

[47] W. Khalil and D. Creusot. Symoro+ : A system for the symbolic modelling of robots. *Robotica*, 15 :153–161, 1997.

[48] W. Khalil and J.F. Kleinfinger. New geometric notation for open and closed-loop robots. pages 1174–1179, 1986.

[49] Wisama Khalil and Etienne Dombre. *Modélisation, identification et commande des robots*. Hermès science publ., 1999.

[50] Wisama Khalil and Maxime Gautier. Modeling of mechanical systems with lumped elasticity. In *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA'00. IEEE International Conference on*, volume 4, pages 3964–3969. IEEE, 2000.

[51] K Khorasani. Nonlinear feedback control of flexible joint manipulators : A single link case study. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(10) :1145–1149, 1990.

[52] YG Kim, H Fujii, T Tsumura, T Komazaki, and K Nakata. Three defect types in friction stir welding of aluminum die casting alloy. *Materials Science and Engineering : A*, 415(1) :250–254, 2006.

[53] Jean-Claude Latombe. Robot motion planning, kluwer international series in engineering and computer science, 1990.

[54] HJ Liu, H Fujii, M Maeda, and K Nogi. Tensile properties and fracture locations of friction-stir-welded joints of 2017-t351 aluminum alloy. *Journal of Materials Processing Technology*, 142(3) :692–696, 2003.

[55] Honghai Liu, David J Brown, and Hui Li. Parametric planning for multiple cooperative robots. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 44(2) :93–105, 2005.

[56] T Long and Anthony P Reynolds. Parametric studies of friction stir welding by commercial fluid dynamics simulation. *Science and Technology of Welding and Joining*, 11(2) :200–208, 2006.

[57] Maria Makarov. *Contribution à la modélisation et la commande robuste de robots manipulateurs à articulations flexibles. Applications à la robotique interactive.* PhD thesis, Supélec, 2013.

[58] F Marie, B Guerin, D Deloison, D Aliaga, and C Desrayaud. Investigation on bobbin tool friction stir welding of 2000 series aluminum thin sheets. In *Proc. 7th Int. Symp. on Friction stir welding, Awaji Island, Japan*, pages 1–19, 2008.

[59] Marco A Meggiolaro, Steven Dubowsky, and Constantinos Mavroidis. Geometric and elastic error calibration of a high accuracy patient positioning system. *Mechanism and Machine Theory*, 40(4) :415–427, 2005.

[60] Jean-Pierre Merlet. *Estimation efficace des caractéristiques de robots parallèles : Extremums des raideurs et des coordonnées, vitesses, forces articulaires et Singularités dans un espace de travail en translation.* PhD thesis, INRIA, 1997.

[61] Karol Miller. Maximization of workspace volume of 3-dof spatial parallel manipulators. *Journal of Mechanical Design*, 124(2) :347–350, 2002.

[62] Rajiv S. Mishra and Z Y. Ma. Friction stir welding and processing. *Materials Science and Engineering,Reports*, 50 :1–78, 2005.

[63] Rajiv S Mishra and ZY Ma. Friction stir welding and processing. *Materials Science and Engineering : R : Reports*, 50(1-2) :1–78, 2005.

[64] S Muthukumaran and SK Mukherjee. Multi-layered metal flow and formation of onion rings in friction stir welds. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 38(1-2) :68–73, 2008.

[65] Vincent Nabat. *Robots parallèles à nacelle articulée : Du concept à la solution industrielle pour le pick-and-place.* PhD thesis, Montpellier 2, France, 2007.

[66] R. Nandan, T. DebRoy, and H.K.D.H. Bhadeshia. Recent advances in friction-stir welding - process, weldment structure and properties. *Progress in Materials Science*, 53(6) :980–1023, 2008.

[67] Måns Östring, Svante Gunnarsson, and Mikael Norrlöf. Closed-loop identification of an industrial robot containing flexibilities. *Control Engineering Practice*, 11(3) :291–300, 2003.

[68] Matteo Palpacelli. Static performance improvement of an industrial robot by means of a cable-driven redundantly actuated system. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 38 :1–8, 2016.

[69] Anatol Pashkevich, Damien Chablat, and Philippe Wenger. Stiffness analysis of overconstrained parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 44(5) :966–982, 2009.

[70] Anatol Pashkevich, Alexandr Klimchik, and Damien Chablat. Enhanced stiffness modeling of manipulators with passive joints. *Mechanism and machine theory*, 46(5) :662–679, 2011.

[71] Richard P Paul. *Robot manipulators : mathematics, programming, and control : the computer control of robot manipulators*. Richard Paul, 1981.

[72] M Ponte, J Adamowski, C Gambaro, and E Lertora. Low-cost transformation of a conventional milling machine into a simple fsw work station. In *AMST 05 Advanced Manufacturing Systems and Technology*, pages 357–365. Springer, 2005.

[73] Jinna Qin. *Commande hybride position/force robuste d'un robot manipulateur utilisé en usinage et/ou en soudage*. PhD thesis, ENSAM, France, 2013.

[74] Jinna Qin, Francois Leonard, and Gabriel Abba. Nonlinear discrete observer for flexibility compensation of industrial robots. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3) :5598–5604, 2014.

[75] r KUKA System Software (KSS) 5.3/5.4. Kuka.cr motion cooperation 2.0. 2005.

[76] Marc H Raibert and John J Craig. Hybrid position/force control of manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103(2) :126–133, 1981.

[77] K Schröer. Theory of kinematic modelling and numerical procedures for robot calibration. *Robot Calibration, Chapman & Hall, London*, pages 157–196, 1993.

[78] Stuart Shepherd and Alois Buchstab. Kuka robots on-site. In *Robotic Fabrication in Architecture, Art and Design 2014*, pages 373–380. Springer, 2014.

[79] B. Siciliano and O. Khatib. *Springer Handbook of Robotics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.

[80] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, and G. Oriolo. *Robotics : Modelling, Planning and Control*. Springer Verlag, London, 2010.

[81] Bruno Siciliano and Oussama Khatib. *Springer handbook of robotics*. Springer Science & Business Media, 2008.

[82] Bruno Siciliano and Oussama Khatib. *Springer handbook of robotics*. Springer, 2016.

[83] B. C. Smith. *Friction Stir Welding and Processing*, chapter 11 Robots and machines for friction stir welding / processing, Friction Stir Welding and Processing. ASM International, 2007.

[84] Christopher B Smith. Robotic friction stir welding using a standard industrial robot. In *2nd International Friction Stir Welding Symposium, Gothenburg, Sweden, TWI, Published on CD*. Citeseer, 2000.

[85] M. Soron. Towards multidimensionality and flexibility in fsw using an industrial robot system. *Welding in the World*, 52(9-10) :54–59, 2008.

[86] Mikael Soron. *Robot system for flexible 3D friction stir welding*. PhD thesis, Örebro universitetsbibliotek, 2007.

[87] Mikael Soron and Ivan Kalaykov. A robot prototype for friction stir welding. In *Robotics, Automation and Mechatronics, 2006 IEEE Conference on*, pages 1–5. IEEE, 2006.

[88] Alexander Spiller and Alexander Verl. Superimposed force/torque-control of cooperating robots. In *Robotics (ISR), 2010 41st International Symposium on and 2010 6th German Conference on Robotics (ROBOTIK)*, pages 1–7. VDE, 2010.

[89] Mark W Spong. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 109(4) :310–318, 1987.

[90] Mark W Spong. On the force control problem for flexible joint manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(1) :107–111, 1989.

[91] Mark W. Spong, Seth. Hutchinson, and M. Vidyasagar. *Robot Modeling and Control*. John Wiley and Sons, Inc., Berlin Heidelberg, 2005.

[92] Mark W Spong, Seth Hutchinson, Mathukumalli Vidyasagar, et al. *Robot modeling and control*, volume 3. Wiley New York, 2006.

[93] A. Strombeck, C. Schilling, and J. Santos. 2D and 3D friction stir welding with articulated robot arm. In *Proc. of 2nd International Friction Stir Welding Symposium*, Gothenburg, Sweden, 2000.

[94] L Sweet and M Good. Redefinition of the robot motion-control problem. *IEEE Control Systems Magazine*, 5(3) :18–25, 1985.

[95] H Takahara, Y Motoyama, Masato Tsujikawa, Sachio Oki, Sung Wook Chung, and Kenji Higashi. Allowance of deviation and gap in butt joint on friction stir welding. In *Advanced Materials Research*, volume 15, pages 375–380. Trans Tech Publ, 2007.

[96] W. M. Thomas, E. D. Nicholas, J. C. Needham, M. G. Murch, P. Temple-Smith, and C. J. Dawes. International patent application pct/gb92/02203. Technical report, The Welding Institute, London, UK, 1991.

[97] WM Thomas and ED Nicholas. Friction stir welding for the transportation industries. *Materials & design*, 18(4-6) :269–273, 1997.

[98] Patrizio Tomei. A simple pd controller for robots with elastic joints. *IEEE Transactions on automatic control*, 36(10) :1208–1213, 1991.

[99] Tricept PKM Tricept. Tutoriel LaTeX. `http://www.pkmtricept.com/files/catalogo_en.pdf`, July 18-02-2017.

[100] G Voellner, MF Zaeh, and J Silvanus. Influence of machine types on fsw seam qualities. In *Proceedings of 7th international friction stir welding symposium. Awaji Island,Japan*, pages 20–22, 2008.

[101] G Voellner, MF Zaeh, J Silvanus, and O Kellenberger. Robotic friction stir welding. Technical report, SAE Technical Paper, 2007.

[102] G Voellner, MF Zäh, O Kellenberger, D Lohwasser, and J Silvanus. 3-dimensional friction stir welding using a modified high payload robot. In *6th International Friction Stir Welding Symposium, Saint Sauveur, Canada*, pages 10–13, 2006.

[103] Alexander Von Strombeck, Christoph Schilling, and Jorge F Dos Santos. Robotic friction stir welding- tool, technology and applications. *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa(Poland)*, 45(6) :49–52, 2001.

[104] E. Wernholt and M. Östring. Modeling and control of a bending backwards industrial robot. *Department of Electrical Engineering,Linköping, Sweden*, page 38, 10 2003.

[105] Daniel E Whitney. Historical perspective and state of the art in robot force control. *The International Journal of Robotics Research*, 6(1) :3–14, 1987.

[106] Donald H Wykes. Adjustable pin for friction stir welding tool, December 16 1997. US Patent 5,697,544.

[107] Michael F Zaeh, D Eireiner, and L Papadakis. Friction stir welding with modern milling machines/requirements, approach and application. In *5th International Friction Stire Wlding Symposium, Sept*, pages 1–18, 2004.

[108] Michael F Zaeh and Georg Voellner. Three-dimensional friction stir welding using a high payload industrial robot. *Production Engineering*, 4(2-3) :127–133, 2010.

[109] Ganwen Zeng and Ahmad Hemami. An overview of robot force control. *Robotica*, 15(5) :473–482, 1997.

[110] R Zettler, S Lomolino, JF Dos Santos, T Donath, F Beckmann, T Lippman, and D Lohwasser. A study on material flow in fsw of aa 2024-t351 and aa 6056-t4 alloys. In *5th International FSW Symposium-Metz, France*, pages 14–16, 2004.

[111] R Zettler, S Lomolino, JF Dos Santos, T Donath, F Beckmann, T Lippman, and D Lohwasser. Effect of tool geometry and process parameters on material flow in fsw of an aa 2024-t351 alloy. *Welding in the World*, 49(3-4) :41–46, 2005.

[112] Hui Zhang, Jianjun Wang, George Zhang, Zhongxue Gan, Zengxi Pan, Hongliang Cui, and Zhenqi Zhu. Machining with flexible manipulator : toward improving robotic machining performance. In *Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on*, pages 1127–1132. IEEE, 2005.

[113] Y-H Zhao, S-B Lin, F-X Qu, and L Wu. Influence of pin geometry on material flow in friction stir welding process. *Materials science and technology*, 22(1) :45–50, 2006.

[114] Yan-hua Zhao, San-bao Lin, Lin Wu, and Fu-xing Qu. The influence of pin geometry on bonding and mechanical properties in friction stir weld 2014 al alloy. *Materials letters*, 59(23) :2948–2952, 2005.

[115] Zimmer. *Contribution à l'industrialisation du soudage par friction malaxage*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Metz, France, 2009.

Vorveröffentlichung

- Autoren/Autorinnen : F. DARDOURI, G. ABBA und W.SEEMANN

  Titel der Vorveröffentlichung : Parallel robot structure optimizations for a friction stir welding Application.
  Veröffentlicht in : ICINCO- Madrid 2017

- Autoren/Autorinnen : F. DARDOURI, G. ABBA und W.SEEMANN

  Titel der Vorveröffentlichung : The optimization of the deflection error ofan industrial robot for a friction stir welding application
  Veröffentlicht in : RACIR-2017

- Autoren/Autorinnen : F. DARDOURI und G. ABBA

  Titel der Vorveröffentlichung : Etude de l'erreur de positionnement de l'outil dans le procédé de soudage FSW robotisé
  Veröffentlicht in : Congrès Français de Mécanique- Lyon 2015

Dispositif d'assistance associé à des robots manipulateurs utilisés dans des procédés de fabrication/FSW

RESUME : Les robots industriels sont très utilisés aujourd'hui dans de nombreuses applications industrielles pour leur polyvalence et leur facilité programmation. Cependant, malgré leurs performances, ces robots ne sont pas adaptés à certains procédés de fabrication où des forces uniformes et élevées ainsi qu'une précision de positionnement appropriée sont requises. Le présent travail est axé sur la robotisation de l'une des opérations à forte charge, le soudage par friction-malaxage (FSW). Cette méthode d'assemblage s'utilise pour assembler des pièces en phase solide. Pour cette raison, une force de poussée très élevée est nécessaire pour ramollir le matériau pendant cette opération. En raison des forces élevées, la position de l'outil dévie de la trajectoire désirée. Dans ces travaux de thèse, la possibilité d'utiliser un dispositif d'assistance associé à un robot manipulateur est étudiée afin d'améliorer sa capacité de charge et sa rigidité. Dans une première partie, une modélisation géométrique, cinématique et dynamique ainsi que de déformation d'un robot industriel Kuka KR500-2MT est développée en localisant la flexibilité au niveau des articulations. La deuxième partie consiste à améliorer les performances de la robotisation du procédé FSW par différentes méthodes qui sont la modification du système de compensation de gravité, l'ajout d'une masse additionnelle sur l'outil, l'ajout d'une structure parallèle et l'utilisation de deux robots en mode coopératif. Les deux dernières solutions consistent à exercer des forces directement sur l'outillage. De cette façon, le mouvement de l'outil est principalement piloté par le robot industriel, tandis que le dispositif d'assistance (soit la structure parallèle ou le deuxième robot utilisé dans le système coopératif) assure la génération de forces de poussées très élevées. Des algorithmes d'optimisation ont été utilisés afin de minimiser les déviations de l'outil et donc réduire les défauts de soudage. Finalement, une étude de l'espace de travail est menée en utilisant le logiciel Catia. La connaissance de l'espace de travail pour les solutions proposées nous permet d'estimer les applications de soudage possibles ainsi que leur comparaison..

Mots-clefs : Robot industriel, soudage FSW, modélisation, flexibilité, deviation de l'outil, structure parallèle, système hybride, système coopératif, structure robotique, espace de travail, optimisation.

Assistance device associated to robot manipulators used in FSW process

ABSTRACT: Nowadays industrial robots are used in many manufacturing applications because of their versatility and easy applicability. Notwithstanding their performance these robots are not suitable for some manufacturing processes where uniform and high forces together with suitable precision of position are required. The present research is focused on the robotization of one of the high-thrust operations, the friction stir welding (FSW). This method for connecting two parts works while the connected materials are in the solid phase. For this reason a very high axial force is needed to soften the material during the welding process. Due to these high forces the position of the tool of a serial robot deviates from the desired trajectory. In this PhD work, the possibility of using a parallel structure device is investigated to improve the load capacity and stiffness of a heavy loadmanipulator robot. In a first part, the geometric, kinematic and dynamic modeling and the flexibility of an industrial robot, Kuka KR500-2MT are developed by locating flexibility at the joints. The second part is to improve the performance of the FSW process using an industrial robot. So different methods are examined: the modification of the gravity compensation system, the addition of an additional mass on the tool, the addition of a parallel structure and the use of a cooperative system. The last two solutions exert forces directly on the process tool. In this way the movement of the tool is mainly generated by the industrial serial robot, while the assistive device (either the parallel structure or the second robot used in the cooperatif system) ensures the generation of very high axial forces. Optimization algorithms are developed to minimize deviations and thus reduce welding defects. Finally, a study of the workspace is studied using Catia software. Knowledge of the system workspace with the proposed solutions allows to estimate the possible welding applications that can be achieved using these systems.

Keywords: Industrial Robot, friction stir welding, modeling, flexibility, tool deviation, parallel Structure, hybrid System, cooperative System, Robotic structure, Workspace, optimization.

ARTS ET MÉTIERS ParisTech

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY