



**HAL**  
open science

# Analyse scalaire et tensorielle de la refermeture des porosités en mise forme

Abdelouahed Chbihi

► **To cite this version:**

Abdelouahed Chbihi. Analyse scalaire et tensorielle de la refermeture des porosités en mise forme. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Paris sciences et lettres, 2018. Français. NNT : 2018PSLEM047 . tel-02285942

**HAL Id: tel-02285942**

**<https://pastel.hal.science/tel-02285942>**

Submitted on 13 Sep 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres  
PSL Research University

Préparée à Mines ParisTech

## ANALYSE SCALAIRE ET TENSORIELLE DE LA REFERMETURE DES POROSITES EN MISE EN FORME

Ecole doctorale n°364

SCIENCES FONDAMENTALES ET APPLIQUEES

**Spécialité** MECANIQUE NUMERIQUE ET MATERIAUX

**Soutenue par** Abdelouahed CHBIHI  
**Prévue le 3 décembre 2018**

Dirigée par **Pierre-Olivier BOUCHARD**  
**Marc BERNACKI**  
**Daniel PINO MUÑOZ**

### COMPOSITION DU JURY :

M. DELANNAY Laurent  
Université Catholique Louvain, Président

M. BALAN Tudor  
ENSAM, Rapporteur

M. MOREL Franck  
ENSAM, Examineur

Mme BALLAND Pascale  
Université Savoie Mont Blanc, Examineur

M. BOUCHARD Pierre-Olivier  
Mines Paristech, Examineur

M. BERNACKI Marc  
Mines Paristech, Examineur

M. PINO MUÑOZ Daniel  
Mines Paristech, Examineur

M. LASNE Patrice  
Transvalor, Invité

M. LAWJRANIEC Didier  
Ascometal, Invité







# Remerciements

Je souhaite exprimer mes sincères remerciements à mes encadrants de thèse *Pierre Olivier Bouchard, Daniel Pino Muñoz et Marc Bernacki*. Ils étaient, tout le temps, prêts à répondre à toutes mes questions, à me présenter des pistes très pertinentes et surtout à me montrer un modèle de professionnalisme et de leadership. Je n'oublierai pas non plus leur présence et leur soutien, dans les moments heureux comme dans les moments difficiles.

Je remercie énormément les membres du jury qui ont accepté d'examiner mon travail de thèse : M. DELANNAY Laurent de l'Université Catholique Louvain et M. BALAN Tudor de l'ENSAM en qualité de rapporteurs, M. MOREL Franck de l'ENSAM, Mme BALLAND Pascale de l'Université Savoie Mont Blanc, M. BOUCHARD Pierre-Olivier, M. BERNACKI Marc et M. PINO MUÑOZ Daniel de Mines Paristech en qualité d'examineurs. Je remercie également M. LASNE Patrice de Transvalor et M. LAWRJANIEC Didier d'Ascometal en tant qu'invités.

Je souhaite remercier aussi les partenaires industriels qui ont tous contribué à la réussite de ce travail : *ArcelorMittal, Framatome, Ascometal, Aubert&Duval, Constellium, Industeel et Timet*.

J'exprime ma gratitude à *Patrice Lasne* de *Transvalor*, qui a consacré beaucoup de son temps pour répondre à mes questions et m'aider à améliorer mes développements au sein du logiciel FORGE.

Je remercie le personnel de *Mines ParisTech*, site de Sophia Antipolis, pour leur amabilité, leur bienfaisance et pour la facilité et l'arrangement de toutes les démarches administratives : *Marie-Françoise, Geneviève, Patrick et Franck*, ainsi que mes collègues pour les moments agréables que nous avons passés ensemble : *Abdellatif, Rabia, Ayoub, Modesar, Mehdi, Luis, Danai, Charbel, Stéphanie et Qiang*.

Je remercie les amis qui ont été une source de motivation pour accomplir ce travail : *Wail, Mehdi, Redouane, Ahmet, Larbi, Zakaria*, et tous les membres du groupe '*Summer is here* :). Il a été un peu difficile de vous expliquer exactement pourquoi j'essayais de refermer les porosités, vous qui êtes des purs informaticiens, mais ces discussions m'ont aidé plusieurs fois à découvrir des pistes que je ne voyais pas.

Je remercie énormément mes parents, *Mohammed et Aicha*, pour leur soutien, leur compréhension et leur présence aux différentes étapes de ma vie, depuis mes premiers jours de scolarité jusqu'à cette thèse. Je leur dédie ce travail, car sans eux, ça aurait été difficile d'en arriver là. Je n'oublierai pas non plus le soutien matériel et moral et les conseils de mes frères, de mes sœurs pour m'encourager à terminer avec succès ce long chemin d'études. Je tiens à remercier également

---

mes beaux-parents, qui sont présents depuis notre rencontre ainsi que pour leurs contributions de près ou de loin à la réussite de ce travail.

Je termine avec les deux filles qui me sont les plus chères dans la vie. La première, *Jihane*, présente au moment de l'annonce de mon recrutement au CEMEF, et présente à chaque instant de cette période de thèse. Elle m'a donné tant d'amour, de tendresse et de motivation pour arriver au bout du chemin, parfois au détriment de sa carrière ou de ses choix personnels. La deuxième, *Yakoute*, est arrivée au monde dans une période plutôt compliquée mais elle a rendu la vie agréable et m'a redonné motivation et ambition. Pour cela, les mots ne seront jamais suffisants pour les remercier.

---

.....*Louange à ALLAH*.....

---

---

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>xvii</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	2
1.2 Données matérielles du projet Cicaporo2 . . . . .	2
1.2.1 Porosités initiales . . . . .	2
1.2.2 Procédés industriels . . . . .	3
1.2.3 Matériaux . . . . .	5
1.3 Veille bibliographique . . . . .	7
1.3.1 Les approches analytiques . . . . .	7
1.3.2 Approches macroscopiques . . . . .	13
1.3.3 Approches multi-échelles . . . . .	22
1.3.4 Comparaison des modèles . . . . .	27
1.3.5 Conclusion . . . . .	31
1.4 Problématique industrielle de la refermeture des porosités . . . . .	32
1.4.1 Cadre générale . . . . .	32
<b>2 Approche multiéchelles et plateforme d'identification</b>	<b>39</b>
2.1 Introduction . . . . .	40
2.2 Description de l'approche multiéchelles . . . . .	42
2.2.1 Échelles micro/macro . . . . .	42
2.2.2 Validation des calculs sur VER . . . . .	43
2.2.3 Conditions aux limites équivalentes . . . . .	45
2.3 Représentation simplifiée des porosités réelles . . . . .	46
2.3.1 Porosité réelle . . . . .	46
2.3.2 Porosité équivalente . . . . .	48
2.3.3 Volume Élémentaire Représentatif (VER) . . . . .	50
2.3.4 Conclusion . . . . .	54
2.4 Analyse de sensibilité du volume de la porosité . . . . .	55
2.4.1 Introduction . . . . .	55
2.4.2 Influence de la triaxialité des contraintes $T_x$ . . . . .	55

TABLE DES MATIÈRES

2.4.3	Influence du paramètre de Lode $\mu$ . . . . .	57
2.4.4	Influence de la morphologie de la porosité . . . . .	59
2.4.5	Influence de l'orientation de la porosité . . . . .	60
2.4.6	Influence de la loi de comportement . . . . .	62
2.4.7	Conclusion . . . . .	65
2.5	Plateforme d'identification du modèle analytique . . . . .	66
2.5.1	Introduction . . . . .	66
2.5.2	Définitions . . . . .	67
2.5.3	Le principe de l'identification . . . . .	67
2.5.4	La base de données . . . . .	69
2.5.5	La forme mathématique du modèle de prédiction . . . . .	70
2.5.6	L'optimiseur . . . . .	71
2.6	Conclusions . . . . .	83
<b>3</b>	<b>Modélisation non-axisymétrique de la refermeture des porosités</b>	<b>85</b>
3.1	Introduction . . . . .	86
3.2	L'intérêt de l'utilisation de l'angle de Lode $\theta$ . . . . .	86
3.2.1	Définitions . . . . .	86
3.2.2	Contexte bibliographique . . . . .	87
3.2.3	Contexte industriel . . . . .	88
3.2.4	Conditions aux limites . . . . .	89
3.3	Identification du modèle de prédiction . . . . .	90
3.3.1	Introduction . . . . .	90
3.3.2	Les paramètres mécaniques et géométriques considérés . . . . .	90
3.3.3	Identification du modèle de prédiction . . . . .	91
3.3.4	Conclusion . . . . .	102
3.4	Comparaison du nouveau modèle Cicaporo2S aux modèles de la littérature . . . . .	102
3.4.1	Introduction . . . . .	102
3.4.2	Chargement axisymétrique, $\mu = 1$ . . . . .	103
3.4.3	Chargement non-axisymétrique, $\mu \neq 1$ . . . . .	110
3.4.4	Conclusion . . . . .	116
3.5	Conclusions . . . . .	117
<b>4</b>	<b>Modélisation tensorielle de la refermeture des porosités</b>	<b>119</b>
4.1	Introduction . . . . .	120
4.2	Modélisation des procédés de refermeture multipasses . . . . .	121
4.2.1	Rappel et définitions . . . . .	121
4.2.2	Approche de la modélisation multipasses . . . . .	122
4.2.3	Calibration du modèle tensoriel . . . . .	124
4.2.4	Remise à zéro de la déformation équivalente (Hypothèse) . . . . .	125
4.3	Cas de comparaison pour l'approche de modélisation tensorielle par optimisation	127

---

TABLE DES MATIÈRES

---

4.3.1	Étude de cas : porosité sphérique . . . . .	127
4.4	Approche de prédiction par réseaux de neurones . . . . .	136
4.4.1	Introduction . . . . .	136
4.4.2	Introduction aux réseaux de neurones . . . . .	136
4.4.3	Application des RNAs pour la prédiction de la refermeture des porosités . . . . .	140
4.5	Analyse du modèle tensoriel par RNA . . . . .	144
4.5.1	Configuration 1 : Porosité sphérique . . . . .	145
4.5.2	Configuration 2 : Ellipsoïde 1 . . . . .	151
4.5.3	Configuration 3 : Ellipsoïde 2 . . . . .	155
4.5.4	Conclusion . . . . .	158
4.6	Difficulté de prédiction dans un cas d'application industrielle . . . . .	159
4.6.1	Hétérogénéité des chemins de refermeture . . . . .	159
4.6.2	Taille d'échantillonnage . . . . .	161
4.6.3	Opacité des réseaux de neurones . . . . .	162
4.7	Conclusions . . . . .	163
	<b>Conclusions générales et perspectives</b>	<b>165</b>
	<b>Appendices</b>	<b>169</b>

TABLE DES MATIÈRES

---

# Table des figures

1.1	Les procédés de mise en forme proposés par les partenaires industriels des projets Cicaporo1 [Saby, 2013] et Cicaporo2. . . . .	4
1.2	Évolution de la loi de comportement des matériaux utilisés par les partenaires du consortium Cicaporo2. . . . .	6
1.3	Comparaison entre les prédictions données par les formules (1.7), (1.8) et (1.10), extraite de [Saby et al., 2014b]. . . . .	10
1.4	Évolution de la forme de la porosité initialement sphérique due à un chargement monotone suivant la direction $\vec{x}_3$ [Zhang and Cui, 2009]. . . . .	10
1.5	Volume Élémentaire Représentatif VER étudié par [Zhang and Cui, 2009] . . . . .	11
1.6	Comparaison du modèle analytique de Zhang et Cui avec les résultats expérimentaux de [Lee and Mear, 1992]. . . . .	11
1.7	Les différentes formes de porosités et d'outils de forgeage utilisés dans l'étude [Dudra and Im, 1990]. . . . .	16
1.8	Type d'échantillon étudié dans [Wang et al., 1996] pour l'élimination des porosités avec le procédé de laminage. . . . .	17
1.9	Les enclumes favorables pour la refermeture des porosités testées par [Banaszek and Stefanik, 2006]. 17	
1.10	Procédure expérimentale et dimensions utilisées dans l'étude de [Lee et al., 2011] .	18
1.11	État de refermeture des porosités en fonction de la déformation équivalente et du taux de réduction, à partir de [Lee et al., 2011]. . . . .	19
1.12	Schéma du procédé de laminage H-V étudié par [Huang et al., 2014]. . . . .	20
1.13	Le VER cubique utilisé pour obtenir les constantes du modèle $q_i$ numériquement, à partir de [Zhang et al., 2009]. . . . .	23
1.14	La prédictions de la refermeture des porosités par le modèle de Gurson [Gurson et al., 1977], Le modèle G-T [Tvergaard, 1984], le modèle BHS [Budiansky et al., 1982], les données de [Lee and Mear, 1994], le critère de Zhang [Zhang et al., 2009] et les données des simulations EF, $n = 5$ (à partir de [Zhang et al., 2009]). . . . .	24
1.15	Description de la porosité par [Saby et al., 2013] . . . . .	26
1.16	Comparaison des modèles STB ([Lasne, 2008]), Zhang [Zhang et al., 2009] et Cicaporo1 [Saby et al., 2015] en termes de déviation finale par rapport aux résultats numériques d'un procédé de laminage. . . . .	27
1.17	Conditions aux limites appliquées pour les simulations EF. . . . .	28

TABLE DES FIGURES

1.18	Comparaison des trois modèles STB, Zhang et Cicaporo1 avec les simulations EF dans l'intervalle $-1 \leq T_x \leq -0.33$ . . . . .	28
1.19	Comparaison des trois modèles STB, Zhang et Cicaporo1 avec les simulations EF pour un cas de sphère et deux ellipsoïdes oblate et prolata, $T_x = -1$ . . . . .	29
1.20	Comparaison des trois modèles STB, Zhang et Cicaporo avec les simulations EF pour différentes orientations par rapport à la deuxième direction $e_y^{\vec{}}$ , $T_x = -1$ , $\alpha_1 = \alpha_3 = 0^\circ$ . . . . .	30
1.21	Deux chargements mécaniques vérifiant $T_x = -1$ et $\dot{\bar{\epsilon}} = 1s^{-1}$ . . . . .	34
1.22	Evolution locale de $\dot{\bar{\epsilon}}$ , $T_x$ et $\mu$ durant des procédés industriels : forgeage et laminage . . . . .	35
1.23	Évolution du lopin après deux passes de refermeture à l'aide d'un procédé de forgeage de <b>Aubert&amp;Duval</b> . . . . .	36
2.1	Exemple decas de forgeage macroscopique avec prise en compte explicite d'un pore sphérique. . . . .	42
2.2	Calcul sur VER représentatif issu de cas de forgeage de la figure 2.1. . . . .	43
2.3	Description macroscopique du maillage durant le procédé de laminage réel, thèse de [Saby, 2013]. . . . .	43
2.4	Comparaison de l'évolution du volume de porosité durant la simulation explicite macroscopique du procédé et la simulation sur VER ([Saby, 2013]). . . . .	44
2.5	Comparaisons de variables mécaniques issues de capteurs placés lors de simulation de procédés industriels et par simulations explicites sur VER avec les conditions aux limites définies, à partir de [Saby et al., 2013]. . . . .	46
2.6	Exemple de géométrie réelle d'un pore observé dans un échantillon d'acier, thèse de [Saby, 2013]. . . . .	47
2.7	Définition de l'orientation de la porosité par rapport au repère principal du VER ( $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ). . . . .	48
2.8	Définition des dimensions ( $r_1, r_2, r_3$ ) et des directions principales ( $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ ) de la porosité dans le repère global ( $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ). . . . .	48
2.9	Comparaison de la distribution de la déformation équivalente $\bar{\epsilon}$ dans le VER, à $t = 0.15s$ , pour plusieurs valeurs du coefficient de proportionnalité $\eta$ . . . . .	51
2.10	Évolution du volume d'une porosité ellipsoïdale pour différentes valeurs du coefficient $\eta$ . . . . .	52
2.11	Évolution du volume d'une porosité ellipsoïdale pour différent valeurs de la taille de maille $h$ . . . . .	53
2.12	Influence de la triaxialité des contraintes $T_x$ sur l'évolution du volume d'une porosité initiale de rayons $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)$ et de trois orientations différentes : (a) $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ , (b) $\alpha_i = (45^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$ et (c) $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ . . . . .	56
2.13	Influence du paramètre de Lode $\mu$ sur l'évolution du volume d'une porosité initiale de rayons $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)$ , d'une orientation $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ et de trois valeurs de $T_x$ différentes : (a) $T_x = -1$ , (b) $T_x = -0.66$ et (c) $T_x = -0.33$ . . . . .	58

TABLE DES FIGURES

2.14	Influence des dimensions de la porosité sur le l'évolution du volume pour deux orientations différentes. . . . .	59
2.15	Influence de la rotation autour de l'axe $e_1^z$ sur l'évolution du volume de la porosité.	61
2.16	Influence de la rotation autour de l'axe $e_2^z$ sur l'évolution du volume de la porosité.	62
2.17	Influence du matériau utilisé sur l'évolution du volume de porosité. . . . .	63
2.18	Comparaison de l'influence du matériau étudié sur l'évolution du volume d'une porosité par rapport aux paramètres : (a) triaxialité des contraintes $T_x$ , (b) dimensions $r_i$ et (c) orientations $\alpha_i$ . . . . .	64
2.19	Définition du principe de calibration du modèle de prédiction. . . . .	68
2.20	Prédiction du volume pour une seule configuration : solution initiale de l'optimiseur. . . . .	72
2.21	Initialisation et détermination des variables d'optimisation étape par étape. . . . .	74
2.22	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la structure SO1. . . . .	75
2.23	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la structure SO2. . . . .	76
2.24	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la structure SO3. . . . .	78
2.25	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant 15 configurations pour le processus d'identification. . . . .	80
2.26	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant 81 configurations pour le processus d'identification. . . . .	81
2.27	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant 800 configurations pour le processus d'identification. . . . .	82
3.1	Représentation géométrique de l'angle de Lode dans l'espace des contraintes principales (a) et dans le plan déviatorique (b). À partir de [Bai and Wierzbicki, 2008]. . . . .	87
3.2	Représentation du paramètre de Lode $\mu$ dans le cercle de Mohr. . . . .	88
3.3	Cartographie de tests mécaniques conventionnels en fonction de la triaxialité $T_x$ , ici notée $\eta$ , et de l'angle de Lode normalisé $\bar{\theta}$ [Bai and Wierzbicki, 2008]. . . . .	89
3.4	Évolution des constantes du modèle, de la fonction coût et de la norme entre deux solutions successives pour le modèle $F1$ . . . . .	93
3.5	Évolution des constantes du modèle, de la fonction coût et de la norme entre deux solutions successives pour la forme $F2$ . . . . .	95
3.6	Comparaison des prédictions fournies par $F1$ et $F2$ et la base de données de simulations à champ complet pour différentes configurations. . . . .	97
3.7	Distribution de la déviation des prédictions des deux formes $F1$ et $F2$ par rapport à la simulation à champ complet pour près de 700 configurations. . . . .	98
3.8	Évolution des constantes du modèle, de la fonction coût et de la norme entre deux solutions successives pour la forme $F3$ . . . . .	100

TABLE DES FIGURES

3.9	Comparaison des prédictions fournies par $F1$ , $F2$ et $F3$ et la simulation à champ complet pour différentes configurations pour $\mu \neq 1$ . . . . .	101
3.10	Distribution de l'erreur de prédiction pour les formes $F1$ , $F2$ et $F3$ . . . . .	102
3.11	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions des modèles STB, Zhang et <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de $T_x$ et une porosité sphérique. . . . .	104
3.12	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions des modèles STB, Zhang et <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes formes de la porosité : (a) sphérique, (b,c,d) ellipsoïdales. . . . .	106
3.13	Comparaison de la prédiction du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions des modèles STB, Zhang et <i>Cicaporo1</i> et de la simulation champ complet pour différentes orientations. Présentée ici pour $\alpha_i = (90^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ . . . . .	107
3.14	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions du modèle <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes orientations de la porosité (variation de $\alpha_1$ ). . . . .	108
3.15	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions du modèle <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes orientations de la porosité (variation de $\alpha_2$ ). . . . .	109
3.16	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions des modèles STB, Zhang et <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de $\mu$ , avec $T_x = -0.66$ , $r_i = (2, 2, 2)$ et $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ . . . . .	111
3.17	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions des modèles STB, Zhang et <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de $\mu$ , avec $T_x = -1$ , $r_i = (2, 2, 1)$ et $\alpha_i = (0^\circ, 45^\circ, 45^\circ)$ . . . . .	112
3.18	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions des modèles STB, Zhang et <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de $\mu$ , avec $T_x = -0.33$ , $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)$ et $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ . . . . .	113
3.19	Comparaison des prédictions du nouveau modèle <i>Cicaporo2S</i> avec les prédictions des modèles STB, Zhang et <i>Cicaporo1</i> et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de $\mu$ , avec $T_x = -0.33$ , $r_i = (2, 1, 1)$ et $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ . . . . .	114
4.1	Influence d'une rotation de $90^\circ$ sur l'évolution du volume de la porosité. . . . .	120
4.2	Méthodologie d'identification adaptée à la modélisation tensorielle des procédés multipasses. . . . .	123
4.3	Évolution des composantes de la matrice d'inertie en fonction de $\bar{\epsilon}$ pour différentes valeurs de triaxialité et pour $\mu = 1$ , $r_i = (2.5, 1.8, 1.1)$ et $\alpha_i = (45^\circ, 60^\circ, 75^\circ)$ . . . . .	125
4.4	Comparaison de l'évolution du volume au niveau de la passe 2 avec et sans pré-déformation à $\bar{\epsilon} = 0.285$ . . . . .	126
4.5	Comparaison de l'évolution du volume au niveau de la passe 2 avec et sans pré-déformation à $\bar{\epsilon} = 0.415$ . . . . .	127

TABLE DES FIGURES

4.6	Évolution de la porosité et du VER lors de la passe 1. . . . .	128
4.7	Comparaison de l'évolution des composantes diagonales de la matrice d'inertie de la porosité entre la simulation à champ complet et le modèle de prédiction durant la passe 1. . . . .	129
4.8	Évolution de la porosité et du VER lors de la passe 2. . . . .	130
4.9	Comparaison de l'évolution des composantes diagonales de la matrice d'inertie de la porosité entre la simulation explicite et le modèle de prédiction durant les passes 1 et 2. . . . .	131
4.10	Comparaison de l'évolution des composantes diagonales de la matrice d'inertie de la porosité entre la simulation à champ complet et le modèle de prédiction durant les passe 1, 2 et 3. . . . .	132
4.11	Comparaison de l'évolution du volume de la simulation à champ complet (calcul exact), de prédiction tensorielle et de prédiction scalaire durant les passes 1, 2 et 3. . . . .	134
4.12	Description du principe des réseaux de neurones artificiels. . . . .	137
4.13	Exemples de réseaux de neurones artificiels à plusieurs couches de neurones . . . . .	138
4.14	Quelques fonctions d'activation usuelles. . . . .	138
4.15	Algorithme d'application des RNAs pour la prédiction de la refermeture des porosités dans une configuration multipasses. . . . .	141
4.16	Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la passe 1 . . . . .	146
4.17	Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la passe 2 . . . . .	148
4.18	Évolution de l'état de contrainte au début et à la fin de la passe 3. . . . .	149
4.19	Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la passe 3. . . . .	150
4.20	Évolution de la refermeture de la porosité au cours des trois passes. . . . .	152
4.21	Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la refermeture d'une porosité ellipsoïdale sur trois passes. . . . .	153
4.22	Évolution de la refermeture de la porosité au cours des trois passes. . . . .	156
4.23	Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de refermeture sur les trois passes. . . . .	157
4.24	Modèle macroscopique du procédé de forgeage fourni par <i>Aubert&amp;Duval</i> . . . . .	160
4.25	Évolution des huit porosités définies dans le modèle à champ complet pour le cas de forgeage . . . . .	161
26	Triangles du maillage de la surface interne $\partial P$ de la porosité $P$ . . . . .	171
27	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la norme $L_1$ . . . . .	174
28	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la norme $L_2$ . . . . .	175
29	Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la norme $L_\infty$ . . . . .	176
30	Réseau de neurones simplifié et calcul de la sortie $y$ en fonction des entrées $x_i$ et des poids $w_{ij}$ . . . . .	181
31	Calcul de l'erreur entre la fonction objectif et le résultat du RNA. . . . .	182
32	Calcul des nouveaux poids $w_{ij}$ pour la réduction de l'erreur. . . . .	183

TABLE DES FIGURES

---

# Liste des tableaux

1.1	Données des porosités initiales observées par nos partenaires industriels (Traduit à partir de la thèse de [Saby, 2013]). . . . .	2
1.2	Les matériaux utilisés par les partenaires du consortium Cicaporo2. . . . .	5
1.3	Les coefficients $c_1$ et $c_2$ tabulés en fonction de $n = 1/m$ (à partir de [Zhang and Cui, 2009]). . . . .	9
1.4	Les constantes de régression en fonction de $n = 1/m$ , avec $M_i = \frac{\tilde{m}_1}{T_i} + \tilde{m}_2$ et $N_i = \frac{\tilde{n}_1}{T_i} + \tilde{n}_2$ . A partir de [Feng and Cui, 2015]. . . . .	13
1.5	Modèles utilisant une approche macroscopique avec description explicite des pores pour étudier le comportement de la refermeture(Extrait de la thèse de [Saby, 2013]).	14
1.6	Les coefficients $q_1, q_2, q_3$ et $q_4$ tabulés en fonction de $n$ ([Zhang et al., 2009]). . . . .	23
1.7	Les coefficients de régression utilisés dans l'équation (1.27). . . . .	25
2.1	Influence du paramètre $\eta$ sur la cinétique de la refermeture et le temps de calcul des simulations sur VER, TC = Temps de Calcul. . . . .	52
2.2	Influence de la taille de maille $h$ sur la cinétique de refermeture et le temps de calcul des simulations sur VER, TM = Taille de maille et GTC = Gain en Temps de Calcul.	54
2.3	Dimensions des porosités étudiées. . . . .	59
2.4	Convergence de l'optimiseur en fonction du nombre de configurations utilisées. . . . .	83
3.1	Quelques configurations utilisées pour la comparaison des deux formes du modèle avec la base de simulations à champ complet. . . . .	96
3.2	Erreurs moyennes, maximales et minimales ainsi que le pourcentage des configuration présentant moins de 10% d'erreurs pour les deux formes étudiées. . . . .	98
3.3	Dimensions et morphologie des porosités étudiées pour la comparaison. . . . .	105
3.4	Les erreurs ( <i>Norme - L<sub>2</sub></i> ) enregistrées en % pour chaque modèle par rapport à la simulation à champ complet à $V/V_0 = 0.2$ . . . . .	115
4.1	Une ligne de la liste <i>Input - Output</i> qui sert de base pour l'entraînement des RNAs.	142
4.2	La déformation équivalente $\bar{\epsilon}$ à $V/V_0 = 0,2$ et $V/V_0 = 0$ pour les trois modèles comparés dans cette étude ainsi que l'erreur ( <i>norme - L<sub>2</sub></i> ) de chaque modèle par rapport à la simulation, cas de l'ellipsoïde 1. . . . .	154

---

LISTE DES TABLEAUX

---

4.3 La déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  à  $V/V_0 = 0,2$  et  $V/V_0 = 0$  pour les trois modèles comparés dans cette étude ainsi que l'erreur (*norme -  $L_2$* ) de chaque modèle par rapport à la simulation, cas de l'ellipsoïde 2. . . . . 158

4.4 Définition des porosités initiales étudiées dans ce cas d'application. . . . . 160

# Introduction

Durant la production de larges pièces métalliques, réalisées par fonderie, des porosités sont souvent détectées, ces porosités apparaissent pendant la phase de solidification. La présence de ces défauts détériore explicitement les propriétés mécaniques du matériau. Notamment la ductilité, caractéristique importante pour les matériaux destinés à la mise en forme, qui baisse en présence de cavités ou de fissures. Dans l'industrie, différents procédés de mise en forme sont utilisés afin de refermer ces porosités et obtenir de meilleures caractéristiques mécaniques.

En effet, une pièce contenant un taux de défauts non acceptable par le client, génère beaucoup de perte pour le fabricant. Ce dernier doit alors déployer les outils adéquats, en amont, afin de s'assurer que ses produits sont conformes aux normes de qualité. Cependant, il est difficile de détecter les défauts sur un produit fini. L'utilisation des techniques *rayons-X* et analyse *ultrasonique* sont des solutions alternatives pour détecter les défauts sur le produit final. Par contre, ces techniques ne sont pas pratiques pour des pièces de grandes dimensions, à cause de leur coût et dans certains cas de la faisabilité technique. En plus, ces techniques apportent des informations passives et ne permettent pas d'intervenir en amont des procédés utilisés pour améliorer la refermeture. Par conséquent, afin de réussir la calibration de ces procédés d'une manière efficace et optimisée, les industriels se réfèrent, en général, à des simulations numériques, de type "éléments finis", permettant de décrire le comportement du matériau au cours de ces procédés à l'échelle macroscopique. Cette description inclut, entre autres, l'outillage utilisé, la géométrie de la pièce, les conditions aux limites (mécaniques et thermiques) et les matériaux employés.

Deux types de modèles sont souvent utilisés : *modèle à champ complet* ou *modèle à champ moyen*. Les premiers sont avantageux par rapport à la description explicite du procédé car la porosité est maillée dans les simulations. Cependant, ils sont souvent limités par rapport aux coûts très élevés en termes de temps de calcul. En revanche, les modèles à champ moyen sont assez récurrents dans la littérature car ils permettent de prédire le comportement de la refermeture de porosités sans avoir recours à une description très précise. En effet, un modèle à champ moyen est une équation ou un modèle mathématique qui permet de prédire l'évolution d'une variable, le volume de la porosité dans notre cas, en tout point de la pièce et à tout moment de la simulation du procédé sans modéliser explicitement la dite porosité. L'avantage de l'utilisation d'un modèle à champ moyen est le coût très faible, vu que cela consiste seulement en l'évaluation d'un modèle mathématique en fonction de l'état thermomécanique de la pièce et des paramètres numériques associés.

Actuellement, plusieurs projets de recherche ont abouti à des modèles mathématiques qui

permettent de prédire l'évolution du volume des porosités. La précision de chaque modèle varie selon les différentes approches adoptées et les différents paramètres (mécaniques, géométriques ou rhéologiques) utilisés. A contrario, toutes ces modélisations font l'impasse sur un point crucial : la représentation du caractère multi-passes des procédés industriels. Ceci réduit l'applicabilité de ces modèles dans un contexte industriel.

Il faut noter que l'élimination des porosités comporte deux étapes essentielles : la **refermeture** mécanique qui consiste à réduire le volume de la porosité jusqu'au contact des surfaces internes de la porosité et la **cicatrisation** de ces surfaces afin d'obtenir un matériau sain et sans défauts. Ce deuxième mécanisme fait intervenir des processus chimiques de diffusion. Ce travail est dédié à la première étape de refermeture mécanique uniquement.

De ce fait, l'objectif de ce projet est le développement d'une modélisation capable de prédire l'évolution des porosités lors des procédés de refermeture. Ces modèles doivent assurer un compromis entre les conditions réelles mécaniques et géométriques de ces procédés et un nombre de paramètres raisonnable pour faciliter l'applicabilité par la suite. Ce projet a été financé par un consortium industriel *Cicaporo2* comprenant sept partenaires :

- Aubert & Duval,
- ArcelorMittal,
- Framatome,
- Ascometal,
- Constellium,
- Industeel,
- Timet.

Ce projet fait suite au projet *Cicaporo1* au cours duquel un premier modèle scalaire avait été proposé (voir la thèse de de Michel Saby 2013 [Saby, 2013]).

Ce document se compose de cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, la problématique industrielle est détaillée. Deux limitations principales des modèles existants dans la littérature sont expliquées : (a) l'hypothèse d'axisymétrie de chargement et (b) l'aspect scalaire se basant seulement sur la prédiction de l'évolution du volume de porosités. Les paramètres et données des procédés et des matériaux industriels ainsi que la taille des porosités observées expérimentalement sont détaillés. Une étude bibliographique sur les modèles existants dans la littérature traitant les mécanismes de refermeture des porosités est présentée. Une comparaison entre les modèles les plus intéressants dans notre contexte est proposée.

Le deuxième chapitre est réparti en deux sections : une première section est consacrée à la description de l'approche multiéchelles utilisée (modélisation des porosités et choix du Volume Élémentaire Représentatif (VER)) et à l'étude de sensibilité de l'évolution du volume de porosités aux paramètres géométriques, aux paramètres du chargement mécaniques ainsi qu'aux types de matériaux considérés dans le consortium *Cicaporo2*. Une deuxième section est dédiée à la plateforme d'identification du nouveau modèle à champ moyen. D'abord, l'intérêt et le principe

de l'utilisation de cette méthode sont présentés. Un focus est porté sur la base de données de simulations sur VER nécessaire pour le processus d'optimisation proposé. Puis, quelques paramètres influençant les résultats d'optimisation sont étudiés : les configurations géométriques des porosités choisies, le type d'erreur de minimisation et la structure de l'optimisation utilisée.

Le troisième chapitre décrit le modèle à champ moyen développé afin de prendre en compte les chargements non-axisymétriques à travers la prise en compte de l'Angle de Lode  $\theta$ . Ce modèle scalaire est appelé par la suite modèle *Cicaporo2S*. La méthodologie d'optimisation pour la variable du volume des porosités est définie. Plusieurs formes sont étudiées et comparées afin de choisir la plus adéquate. La validation du nouveau modèle *Cicaporo2S* est détaillée en deux parties : (1) en comparant à des simulations à champ complet sur VER, (2) en comparaison de trois modèles récents de la littérature. Dans la deuxième partie, la comparaison du modèle est d'abord faite pour les cas de chargements axisymétriques pour lesquels tous ces modèles sont calibrés, ensuite pour les cas de chargements non-axisymétriques afin de montrer la valeur ajoutée du nouveau modèle.

Le quatrième chapitre présente la solution apportée pour s'adapter aux procédés industriels multipasses dédiés à la refermeture des porosités. La matrice d'inertie est utilisée afin de définir les dimensions et les orientations des porosités. Le processus d'identification est utilisé afin de prédire les six composantes de la matrice d'inertie. Le nouveau modèle tensoriel, appelé modèle *Cicaporo2T*, est comparé à des simulations explicites à champ complet sur VER pour plusieurs cas de figure ainsi qu'au modèle scalaire développé dans le chapitre 3.

La conclusion est donnée et plusieurs perspectives sont proposées.

Durant cette thèse de doctorat, un article a été publié dans un journal international :

- [Chbihi et al., 2017] A. Chbihi, P.-O. Bouchard, M. Bernacki, D. Pino Muñoz. The influence of Lode angle on void closure in hot metal forming processes. *Finite Element Analysis and Design*, 126(2017), 13-25,

et deux présentations ont eu lieu dans des conférences internationales :

- A. Chbihi, P.-O. Bouchard, M. Bernacki, D. Pino Muñoz. Influence of Lode angle on void closure during hot metal forming. VII European Congress on Computation Methods in Applied Sciences and Engineering. 5-10/06/16, Crète, Grèce,
- A. Chbihi, P.-O. Bouchard, M. Bernacki, D. Pino Muñoz. Understanding and modelling of void closure mechanisms during hot metal forming. 2<sup>nd</sup> International conference on Computational methods in Manufacturing Processes. 18-20/05/16, Liège, Belgium.



# Chapitre 1

## État de l'art

## 1.1 Introduction

Dans ce premier chapitre, un état de l'art sur la refermeture des porosités est dressé afin d'établir un aperçu bibliographique clair et détaillé sur le sujet. L'objectif est de croiser cet aperçu avec les contraintes techniques rencontrées par nos partenaires industriels. Pour que l'approche adoptée et le modèle développé soient adaptés aux procédés de tous les partenaires, dans un premier temps, nous allons présenter un inventaire de leurs matériaux et procédés industriels ainsi que les porosités typiques détectées dans leurs produits. Ensuite, la deuxième section est consacrée à une étude bibliographique étendue sur les modèles et critères de refermeture de porosités qui existent dans la littérature. Leurs hypothèses, leurs résultats et leurs limitations sont discutés. Dans la troisième section, la problématique industrielle qui motive cette étude et qui ne trouve pas de solution dans la littérature jusqu'aujourd'hui, est détaillée.

## 1.2 Données matérielles du projet Cicaporo2

Dans cette section, le cadre industriel de ce travail est présenté. D'abord, les porosités initiales observées, les matériaux utilisés et les procédés utilisés par nos partenaires industriels pour fermer les porosités sont détaillés. Une synthèse est ensuite proposée pour déterminer les intervalles d'études que nous allons considérer pour chaque paramètre procédé/matériau d'intérêt.

### 1.2.1 Porosités initiales

Les données concernant les porosités initiales observées par nos partenaires industriels sont détaillées dans le tableau 1.1. Les porosités sont généralement observées par les techniques d'ultrason (US) ou par observation visuelle.

Partenaire	Type de lingot (mm)	Forme	Dimension(mm)	Observation
Timet	∅800 × 2000	—	0.01 - 0.1	Visuelle
Aubert&duval	600 × 600 × 2000	interdendritique	< 45	US
Improsound	185 × 185	Allongée	5*20	Visuelle
	365 × 265	Equiaxée	0.03	US
Ascometal	∅500 × 2700	Allongée	5*25	Visuelle
	178T	—	< 40	—
	161T	Polygonale	—	—
	2.6T	—	3-7*20	Visuelle
CRMC	550 × 550	Interdendritique	1*20	Visuelle
	550 × 550	Polygonale	0.25*1	Visuelle
	550 × 550	Polygonale	∅0.8	Visuelle
Constellium	—	Allongée	0.1-0.7	US, μtomo

TABLE 1.1 – Données des porosités initiales observées par nos partenaires industriels (Traduit à partir de la thèse de [Saby, 2013]).

Ces données, issues de la thèse [Saby, 2013], ont été obtenues par nos partenaires industriels. Improsound, quant à lui, désigne un projet commun de la Commission Européenne financé par le *Research Fund for Coal and Steel* [Llanos et al., 2008]. CRMC correspond au *Centre de Recherche des Matériaux du Creusot* et regroupe les observations de *Framatome* et d'*Industeel*.

L'ensemble des données recueillies indique des porosités localisées au niveau de l'axe central des lopins. A partir du tableau 1.1, les porosités ont des formes très variées (polygonale, allongée ou équiaxe) et peuvent présenter une tortuosité très complexe, ce qui rend leur représentation délicate. Les porosités peuvent être orientées dans toutes les directions par rapport au repère principal du lopin, sous forme de ségrégation ou bien diffusées dans la pièce métallique d'une manière aléatoire. La taille des porosités est généralement très faible par rapport à la taille du lopin. Pour des alliages de titane (Timet), les porosités détectées sont de l'ordre  $0.01mm$  à  $0.1mm$  pour des lingots de  $80cm$  et de  $2m$  de hauteur. Pour les alliages d'aluminium, une ségrégation de porosités d'une taille globale inférieure à  $45mm$  est détectée avec des porosités individuelles allant de  $0.1mm$  à  $3mm$ . Pour les aciers, les dimensions des porosités peuvent varier significativement. La taille des porosités se situe généralement dans l'intervalle  $[0.03mm, 25mm]$ .

Ces porosités sont éliminées mécaniquement en utilisant des procédés de mise forme présentés dans la section suivante.

## 1.2.2 Procédés industriels

L'objectif de cette section est de dresser un inventaire des procédés de mise en forme utilisés par nos partenaires industriels afin de définir un cadre de travail par rapport à la géométrie des porosités, aux matériaux utilisés et aux chargements thermomécaniques appliqués. Chaque partenaire a proposé un procédé de mise en forme spécifique :

- **Timet** - Forgeage de lopin cylindrique entre un marteau et un outil plat.
- **Framatome** - Forgeage de lopin cylindrique entre outils en forme de U (figure 1.1a).
- **ArcelorMittal** - Laminage de lopin rectangulaire (figure 1.1b).
- **Industeel** - Forgeage de lopin rectangulaire entre un marteau et un outil plat (figure 1.1c).
- **Aubert&Duval** - Forgeage incrémental de lopin cylindrique (figure 1.1d).
- **Constellium** - Laminage de plaque.
- **Ascometal** - Laminage de lopin rectangulaire.

Ces procédés ont été choisis dans le but d'obtenir une large variété de paramètres étudiés.

Les simulations de ces procédés ont été réalisées lors du projet Cicaporo1, voir figure 1.1 [Saby, 2013], qui a regroupé les mêmes partenaires industriels que ceux du projet discuté dans ce travail de thèse : Cicaporo2. Les simulations numériques de forgeage (Framatome et Industeel), de laminage (Ascometal et ArcelorMittal) et de forgeage incrémental (Aubert&Duval) ont été effectuées avec le logiciel Forge® 2011 et NxT1.0. Tandis que les simulations de forgeage (Timet) et de laminage plat (Constellium) ont été réalisées avec DEFORM et LAM3, respectivement.

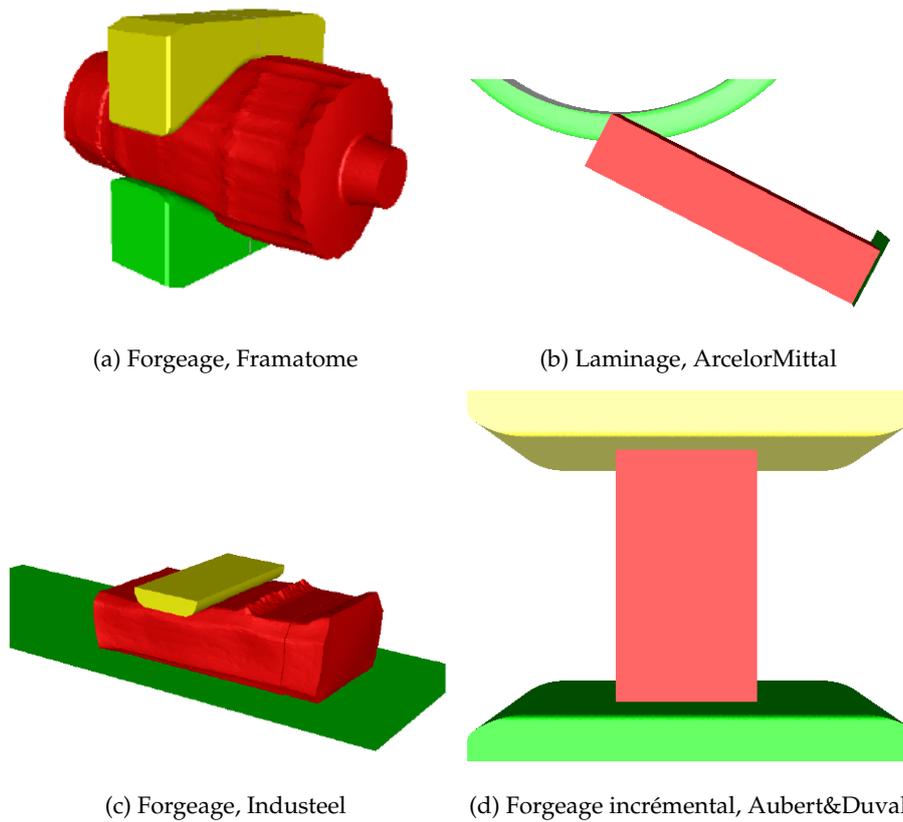


FIGURE 1.1 – Les procédés de mise en forme proposés par les partenaires industriels des projets Cicaporo1 [Saby, 2013] et Cicaporo2.

Des capteurs sont placés en plusieurs positions de chaque lopin afin de tracer l'évolution de l'état thermomécanique durant toute la période de déformation en un point précis de la pièce. Plusieurs capteurs peuvent être placés sur un seul lopin afin d'avoir un aperçu plus global. A partir de ces capteurs placés pour chaque procédé, les tendances suivantes ont pu être dégagées :

- La vitesse de déformation varie entre 0,1 et  $10s^{-1}$ .
- La contrainte équivalente varie entre 10 et  $220MPa$ .
- La triaxialité des contraintes  $T_x$  varie entre  $-1$  et  $+0,6$ . Cependant, seul l'intervalle  $[-1;0]$  est considéré car les valeurs positives de la triaxialité des contraintes  $T_x$  représentent des chargements en traction (qui stricto sensu peuvent mener à endommagement [Cao et al., 2014] et ne rentre pas dans le cadre de la refermeture de porosités considéré dans ce travail de thèse). Ces triaxialités positives devront, sans doute, être prises en compte dans une étude ultérieure.
- Les températures varient également en fonction des matériaux.

Comme pour les procédés de refermeture présentés dans cette section, chaque partenaire utilise des matériaux spécifiques pour ses produits. Dans la section suivante, quelques matériaux étudiés dans ce projet sont présentés.

### 1.2.3 Matériaux

Les matériaux que nos partenaires industriels utilisent dans leurs gammes de produits sont présentés dans le tableau 1.2. Un acier carbone (acier1) et un acier inoxydable (acier2) sont fournis par Framatome et Industeel, respectivement. Un acier usuel (acier3) est obtenu à partir de la base de données de matériaux du logiciel Forge NxT. Un alliage d'aluminium (Alu1) et un alliage de titane (Titane1) sont fournis par Aubert&Duval et Timet, respectivement. Il s'agit de considérer des comportements viscoplastiques car ces matériaux sont utilisés pour des procédés de mise en forme à chaud : la loi de comportement considérée pour les aciers et l'alliage de titane est une loi exponentielle de type Hansel-Spittel (voir les équations (1.1) et (1.2)) alors que la loi de comportement de l'alliage d'aluminium est tabulée à partir de données expérimentales.

$$\bar{\sigma} = A(\bar{\epsilon}, T) * \dot{\bar{\epsilon}}^m, \quad (1.1)$$

avec

$$A(\bar{\epsilon}, T) = K_0 T^{m_1} (\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n e^{m_4/(\bar{\epsilon} + \epsilon_0)}, \quad (1.2)$$

où  $\bar{\epsilon}$  est la déformation équivalente,  $T$  est la température en °C,  $m$  est la sensibilité à la vitesse de déformation,  $K_0$  la consistance du matériau,  $m_1$  est la sensibilité à la température,  $(n, m_4)$  sont les coefficients de durcissement et d'adoucissement, respectivement, et  $\epsilon_0$  est un terme de régularisation.

Partenaire	Type du matériaux	Appellation	Comportement
Aubert&Duval	Aluminium	Alu1	Tabulée
Framatome	Acier Carbone	Acier1	Hansel Spittel
Industeel	Acier Inox	Acier2	Hansel Spittel
Transvalor	Acier usuel	Acier3	Hansel Spittel
Timet	Titane	Titane1	Hansel Spittel

TABLE 1.2 – Les matériaux utilisés par les partenaires du consortium Cicaporo2.

Dans la figure 1.2, la loi de comportement  $\bar{\sigma} = f(\bar{\epsilon})$  est tracée pour les matériaux utilisés dans cette étude. Il est constaté que les trois aciers utilisés par les partenaires industriels présentent un comportement de durcissement. L'acier2 d'Industeel (inoxydable) présente un léger adoucissement à partir  $\bar{\epsilon} \approx 0.4$ . L'alu1 d'Aubert&Duval atteint une contrainte maximale au premier stade de la déformation et puis présente un adoucissement très faible. Finalement, le titane1 (Timet) atteint une contrainte maximale beaucoup plus importante que celle des aciers suivi d'un adoucissement important.

On constate que les comportements des matériaux étudiés montrent une certaine hétérogénéité. Il est ainsi judicieux d'étudier l'influence du matériau sur la refermeture des pores. Pour cela, une étude de sensibilité de la refermeture des pores par rapport au matériau utilisé est présentée dans le chapitre suivant.

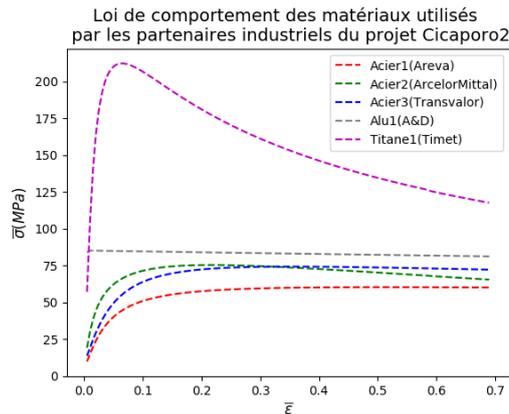


FIGURE 1.2 – Évolution de la loi de comportement des matériaux utilisés par les partenaires du consortium Cicaporo2.

### Conclusion

Dans cette section, les éléments de base (pores initiaux, procédés de mise en forme et matériaux) permettant de positionner ce travail dans le cadre du projet Cicaporo2 ont été présentés. A partir de ces éléments, le cadre de travail est défini comme suit :

- **Le matériau** type utilisé dans ce qui suit, est caractérisé par une loi de comportement viscoplastique de type Hansel-Spittel. Ce choix est justifié d'une part par le fait qu'on étudie un comportement viscoplastique dû à l'utilisation des procédés de mise en forme à chaud. D'autre part, la loi de Hansel-Spittel est suffisamment riche pour prendre en compte les paramètres des matériaux d'intérêt (voir les équations (1.1) et (1.2)). Dans le chapitre suivant une étude de sensibilité est présentée pour montrer l'influence du matériau sur la refermeture des pores.
- **Les porosités** sont d'une taille qui varie dans l'intervalle  $[1\text{mm}, 5\text{mm}]$ . Plus de précisions sur la modélisation géométrique de ces pores seront données dans la section 2.3.2. Le rapport 'taille des pores'/'taille de la pièce' doit être suffisamment petit pour respecter les conditions industrielles (pore très petit par rapport à l'échelle du procédé industriel). En même temps, il ne doit pas être trop petit, afin de réaliser les calculs numériques dans un temps raisonnable. En effet, plus petit est le pore par rapport à la pièce, plus grand sera le nombre d'éléments finis de la simulation, ce qui engendrera un temps de calcul très important. Le choix du rapport optimal est détaillé dans le paragraphe 2.3.3.
- **Les procédés industriels** étudiés dans ce travail sont le laminage et le forgeage. Dans le chapitre 5, une comparaison avec des simulations explicites des procédés à l'échelle macroscopique sera détaillée. Afin de se positionner dans les mêmes conditions des procédés industriels, les variables permettant de définir le chargement mécanique sont définies dans les mêmes intervalles que ceux observés dans le paragraphe 1.2.2

Après avoir détaillé les différents éléments intervenants dans la problématique de refermeture des porosités dans le cadre du projet Cicaporo2, un état de l'art est présenté, dans la section

suivante, afin d'étudier les modèles existants dans la littérature.

### 1.3 Veille bibliographique

Dans cette section un état de l'art concernant la modélisation des mécanismes de refermeture de porosités est dressée. Seule la partie mécanique de la refermeture est abordée dans cette étude. Tout d'abord, les trois approches généralement utilisées dans la littérature sont définies, à savoir :

- L'approche micro-analytique qui consiste à considérer une porosité isolée dans une matrice incompressible et à étudier l'impact de différents paramètres mécaniques et matériaux sur l'évolution de la refermeture des porosités.
- L'approche macroscopique qui consiste à étudier la refermeture des porosités à l'échelle réelle en incluant l'influence des paramètres du procédé industriel.
- L'approche multi-échelle qui consiste à séparer l'échelle microscopique de l'échelle macroscopique. La première échelle permet d'étudier l'évolution de la porosité lors de la refermeture dans un volume élémentaire représentatif. La deuxième échelle permet d'étudier les processus industriels pour en déduire le chargement mécanique subi par la pièce. Ce dernier sera exploité comme conditions aux limites et appliqué comme au Volume Élémentaire Représentatif.

Dans le cadre de ce projet, plus de détails seront apportés sur l'approche macroscopique et l'approche multi-échelles.

#### 1.3.1 Les approches analytiques

Les modèles utilisant une approche micro-analytique consistent à étudier un seul pore logé dans une matrice incompressible. La formulation est basée sur des lectures thermodynamiques locales et moins sur l'aspect du chargement extérieur. Le comportement des matériaux suit généralement une loi puissance qui peut s'écrire :

$$s = \frac{2}{3} \frac{\sigma_0}{\dot{\epsilon}_0} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{m-1} \dot{\epsilon}, \quad \text{avec } \text{tr}(\dot{\epsilon}) = 0. \quad (1.3)$$

Où  $\dot{\epsilon}$  est le tenseur de la vitesse de déformation,  $s$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes,  $\dot{\epsilon}$  est la vitesse de déformation équivalente.  $\dot{\epsilon}_0$  et  $\sigma_0$  sont respectivement la vitesse de déformation de référence et la contrainte de référence. Le paramètre  $m$  représente la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation. Différents types de matériaux peuvent être représentés en fonction de  $m$  :  $m = 1$  pour des matériaux linéaires visqueux,  $m = 0$  pour des matériaux rigides parfaitement-plastiques et finalement  $0 < m < 1$  permet de représenter les matériaux visqueux non-linéaires.

Une large revue bibliographique sur la modélisation analytique des solides contenant des porosités isolées, a été présentée par [Huang and Wang, 2006]. Dans cette section, quelques modèles se basant sur une approche analytique sont présentés et plusieurs types de matériaux et de paramètres géométriques et mécaniques sont abordés.

Dans la littérature, les modèles, utilisant une approche analytique considèrent différents paramètres tels que la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , la triaxialité des contraintes  $T_x = \sigma_h/\bar{\sigma}$  où  $\sigma_h$  est la contrainte hydrostatique et  $\bar{\sigma}$  la contrainte équivalente, le paramètre matériau  $m$ , qui représente la sensibilité à la vitesse de déformation, et la forme de la porosité.

### Déformation équivalente

L'étude présentée par [Chen et al., 2012] est l'une des rares qui utilise la déformation uniquement. Les auteurs ont introduit un critère d'une manière analytique directe. Une porosité sphérique, logée dans une matrice bidimensionnelle est considérée. Dans ce travail, des porosités centrales et non-centrales dans la matrice sont étudiées.

Selon [Chen et al., 2012], le niveau de déformation  $\epsilon_z$ , suivant la direction de la refermeture, souhaité pour fermer une porosité centrale est égal à 0,63 et à 0.65 pour les porosités non-centrales. Des simulations ont été réalisées afin de déterminer l'effet de la déformation plastique sur la refermeture. Une déviation maximale de 7% par rapport aux simulations numériques a été observée. Malgré l'intérêt du modèle de part sa simplicité, la négligence des paramètres matériaux, de l'effet de la triaxialité des contraintes  $T_x$ , ou encore de la géométrie de la porosité constituent de fortes limitations pour ce modèle.

### Triaxialité des contraintes $T_x$

La triaxialité des contraintes  $T_x$ , avec la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , est souvent utilisée pour la définition de l'état de chargement.

[Tanaka et al., 1986] ont proposé un critère basé sur la triaxialité des contraintes  $T_x$  pour indiquer le taux de refermeture des porosités. L'indicateur  $Q$  est l'intégration de la triaxialité des contraintes  $T_x$  sur le chemin de la déformation plastique :

$$Q = \int_0^{\bar{\epsilon}} -T_x d\bar{\epsilon}. \quad (1.4)$$

Dans l'étude de l'endommagement et de la rupture ductile, la triaxialité est aussi utilisée.

[Budiansky et al., 1982] ont proposé une solution analytique pour des matériaux linéaires visqueux (Newtonien,  $m = 1$ ) en se basant sur la triaxialité des contraintes :

$$\frac{\dot{V}}{\dot{\bar{\epsilon}}V} = \frac{9}{4}T_x. \quad (1.5)$$

[Ragab, 2004] ont considéré le modèle de Gurson [Gurson et al., 1977] et les coefficients de Tvergaard ( $q_1 = 1.5$  et  $q_2 = 1$ ) pour proposer un modèle permettant de prédire l'évolution du volume de porosités en ouverture. Le modèle est exprimé par l'équation (1.6) et a été validé pour plusieurs alliages ductiles où les paramètres sont identifiés expérimentalement.

$$\frac{\dot{V}}{\dot{\bar{\epsilon}}V} = \frac{3q_1q_2}{2} \sinh\left(\frac{3}{2}q_2T_x\right), \quad (1.6)$$

**Paramètre matériau  $m$**

En plus de la triaxialité des contraintes et de la déformation équivalente, des auteurs ont étudié l'évolution de la refermeture des porosités en fonction du paramètre matériau  $m$  qui représente la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation. Le coefficient d'écroutissage est aussi utilisé quelques fois et il est lié à  $m$  par :  $m = 1/n$ .

Pour les matériaux non-linéaires viscoplastiques, [Budiansky et al., 1982] ont proposé une formule, notée  $F^{HST}$ , basée sur la méthode Rayleigh-Ritz, pour des triaxialités élevées (HST) :

$$F^{HST} = \frac{\dot{V}}{\dot{\epsilon}V} = \frac{3}{2} \left( \frac{3m}{2} |T_x| + f(m) \right)^{1/m} \quad \forall |T_x| \gg 1. \quad (1.7)$$

Ainsi, [Tvergaard, 1982] ont proposé la formulation  $F^{LST}$  qui est adaptée aux faibles triaxialités des contraintes (LST) :

$$F^{LST} = \frac{\dot{V}}{\dot{\epsilon}V} = \frac{3}{2} \left( \frac{3m}{2} + f(m) \right)^{1/m} |T_x| \quad \forall |T_x| \ll 1, \quad (1.8)$$

où  $f(m)$  est une fonction de  $m$ .

Il faut noter que les équations (1.7) et (1.8) sont uniquement valables pour des porosités sphériques et  $f(m)$  est exprimé par :

$$\begin{aligned} f(m) &= (1 - m)(1 + (\ln(3) - 2/3)m) \quad \forall T_x > 0, \\ f(m) &= (1 - m)\left(1 + \frac{2\pi}{9\sqrt{3}}m\right) \quad \forall T_x < 0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

[Duva and Hutchinson, 1984] ont proposé par la suite une formulation généralisée ( $F^G$ ) par rapport à l'état de triaxialité des contraintes en utilisant une approximation par extrapolation :

$$F^G = \frac{\dot{V}}{\dot{\epsilon}V} = \frac{3}{2} \left( \frac{3m}{2} |T_x| + f(m) \right)^{1/m} + c_1 |T_x| + c_2 \quad \forall T_x, \quad (1.10)$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont des coefficients tabulés en fonction de  $m$  (voir tableau 1.3).

$n$	1	2	3	5	10	100
$c_1$	0	0.5951	0.7061	0.8049	0.9002	1.0066
$c_2$	0	-0.5479	-0.6571	-0.7340	-0.7874	-0.8329

TABLE 1.3 – Les coefficients  $c_1$  et  $c_2$  tabulés en fonction de  $n = 1/m$  (à partir de [Zhang and Cui, 2009]).

La validité de l'équation (1.10) proposée par [Duva and Hutchinson, 1984] est vérifiée par domaine dans la figure 1.3. Dans le domaine des basses triaxialités des contraintes  $T_x < 0.5$ , la prédiction est en accord avec l'équation (1.8) proposée par [Tvergaard, 1984]. Dans le domaine des triaxialités de contraintes élevées  $T_x > 1$ , l'équation (1.10) est proche de la prédiction donnée par l'équation (1.7). Dans le domaine intermédiaire  $0.5 \leq T_x \leq 1$ , les trois modèles sont proches.

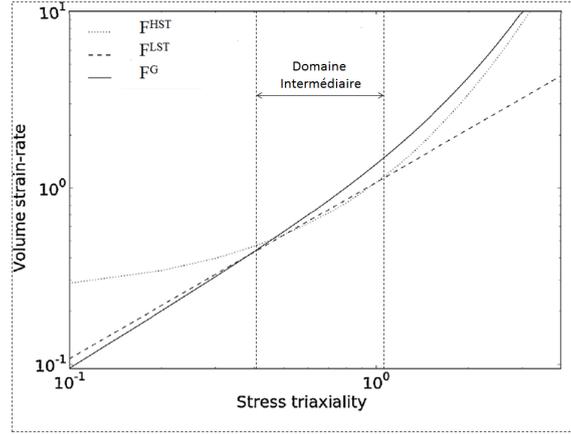


FIGURE 1.3 – Comparaison entre les prédictions données par les formules (1.7), (1.8) et (1.10), extraite de [Saby et al., 2014b] .

[He et al., 1981] ont proposé une formulation qui considère une porosité initiale sphérique mais qui prend également en compte l'effet de la forme de la porosité dans les derniers stades de la fermeture (ellipsoïde très aplatie). La solution proposée, dans l'équation (1.11), prend en compte le paramètre  $\lambda = a/b$  qui représente les dimensions de la porosité telle qu'elle est présentée dans la figure 1.4 :

$$\frac{\dot{V}}{\dot{\epsilon}V} = \frac{F_{evol}}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \frac{6}{\pi \sqrt{1+3m}} \left( |T_x| + \frac{2}{3} \right) \quad \text{pour } \lambda \ll 1, \quad (1.11)$$

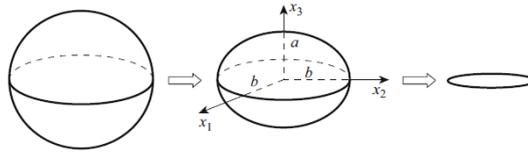


FIGURE 1.4 – Évolution de la forme de la porosité initialement sphérique due à un chargement monotone suivant la direction  $x_3^z$  [Zhang and Cui, 2009].

[Zhang and Cui, 2009] ont proposé un modèle analytique permettant de prédire le volume des porosités au cours de la déformation. Une cellule cylindrique contenant une porosité sphérique a été considéré (figure 1.5). Ce modèle tient compte de l'aspect de forme de la porosité en utilisant le paramètre  $\lambda$  comme indiqué dans la figure 1.4. La porosité est supposée conserver une forme sphérique durant la déformation. Cependant, son état de *crack* est aussi considéré. La notation de *crack* représente l'état de la porosité à la fin de la refermeture où elle assimilable à une fissure ( $\lambda \approx 0$ ).

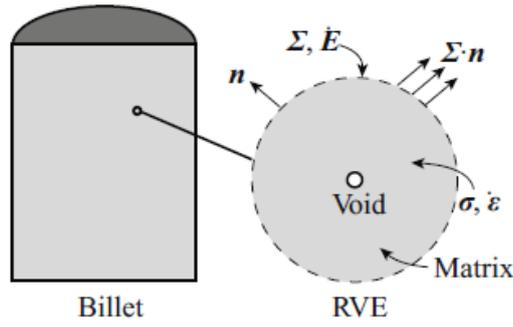


FIGURE 1.5 – Volume Élémentaire Représentatif VER étudié par [Zhang and Cui, 2009]

$$\frac{V}{V_0} = \left| (t_3 - t_2)^{-1} \left[ t_3 \exp(-t_2 \bar{\epsilon}^0) - t_2 \exp(-t_3 \bar{\epsilon}^0) \right] \right| \exp(t_1 \bar{\epsilon}^0), \quad (1.12)$$

où

$$t_1 = \frac{\lambda \dot{V}}{\bar{E}_e^0 V} = \frac{3}{2} \left( \frac{3}{2n} |T_x| + \left( \frac{n-1}{n} \right) \left( 1 + \frac{2\pi}{9\sqrt{3}n} \right) \right)^n + c_1 |T_x| + c_2 \quad \text{pour } \lambda = 1 \quad (1.13)$$

$$t_2 = \frac{\lambda \dot{V}}{\bar{E}_e^0 V} = \text{sign}(\sigma_m) \frac{6}{\pi} \left( \frac{n}{n+3} \right)^{0.5} \left( |T_x| + \frac{2}{3} \right) \quad \text{pour } \lambda \ll 1 \quad (1.14)$$

$$t_3 = \text{sign}(\sigma_m) \left[ 2.5 - \frac{n-1}{n} \left( \left( 29 - \frac{45}{n} \right) \left( 1 + \frac{3}{3T_x - 2} \right)^3 - \frac{2}{9} \right) \right]. \quad (1.15)$$

Ce modèle, basé sur la méthode de Rayleigh-Ritz et le principe variationnel, permet de prédire l'évolution du volume d'une porosité initialement sphérique en prenant en compte l'état du *crack*. L'état de déformation, l'état de contrainte et la sensibilité à la vitesse de déformation sont aussi pris en compte. Ce modèle est facilement implémenté dans des logiciels de calcul EF. Il a été comparé avec les résultats expérimentaux des travaux menés par [Lee and Mear, 1992] dans la figure 1.6. Les résultats sont jugés satisfaisants pour plusieurs états de triaxialité des contraintes  $T_x$  dans le domaine des chargements en compression ( $T_x < 0$ ).

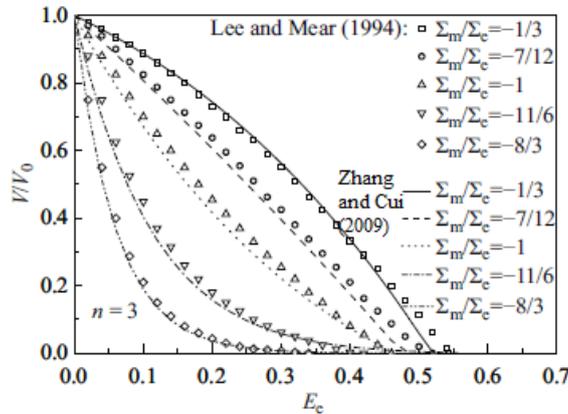


FIGURE 1.6 – Comparaison du modèle analytique de Zhang et Cui avec les résultats expérimentaux de [Lee and Mear, 1992].

### La forme de la porosité

Il faut noter que les modèles précédents considèrent tous des porosités sphériques, ce qui le fait que la forme de la porosité n'est pas considérée dans ces études. D'autres auteurs ont considéré ce paramètre de différentes manières.

[Chen and Lin, 2013] ont employé la régression linéaire pour proposer un modèle d'évolution des dimensions de la porosité en utilisant une forme tridimensionnelle du facteur  $Q$  introduit par [Tanaka et al., 1986]. Les rapports d'aspect de la porosité  $T_i$  sont exprimés par :

$$T_i = (q_1 + T_{i0}).exp(-Q'_i/q_2) + q_3, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.16)$$

$$Q_i = \int_0^{\bar{\epsilon}} (-s'_i/\bar{\sigma})d\bar{\epsilon}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.17)$$

avec  $Q'_i$  le facteur d'évaluation du volume dans la  $i^{eme}$  direction,  $s'_i$  la composante du tenseur déviateur de contraintes dans la  $i^{eme}$  direction,  $T_{i0}$  le rapport d'aspect initial dans la  $i^{eme}$  direction et  $q_1$ ,  $q_2$  et  $q_3$  les coefficients de régression obtenus par simulation EF. Dans ce travail, selon les observations des auteurs, le repère principal de la porosité est presque parallèle au repère principal des contraintes, donc les contraintes de cisaillement sont considérées nulles. Les résultats d'évolution des différents rapports d'aspect  $T_i$  sont en accord avec les expérimentations. L'hypothèse considérée sur les contraintes de cisaillement rend l'utilisation de ce modèle très sensible. De plus, les porosités réelles prennent des formes et des orientations très aléatoires, par conséquent, l'hypothèse sur les directions principales de la porosité est très forte.

[Feng and Cui, 2015] ont étudié la refermeture des porosités dans les matériaux visqueux sous chargement compressif. Une porosité ellipsoïdale logée au centre d'une matrice cylindrique est étudiée. La loi de comportement de la matrice est considérée de type Norton-Hoff. La porosité est définie par les facteurs de forme  $T_i$  en fonction des trois dimensions de la porosité dans les trois directions de l'espace :

$$T_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3} \right), \quad T_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3} \right), \quad T_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right). \quad (1.18)$$

Ensuite le modèle de prédiction du volume des porosités est défini par :

$$\frac{\dot{V}}{V} = H_1 + H_2 + H_3, \quad (1.19)$$

avec :

$$\begin{aligned} H_1 &= M_1 \frac{s'_1}{\bar{\sigma}} \dot{\bar{\epsilon}} + N_1 T_x \dot{\bar{\epsilon}}, \\ H_2 &= M_2 \frac{s'_2}{\bar{\sigma}} \dot{\bar{\epsilon}} + N_2 T_x \dot{\bar{\epsilon}}, \\ H_3 &= M_3 \frac{s'_3}{\bar{\sigma}} \dot{\bar{\epsilon}} + N_3 T_x \dot{\bar{\epsilon}}, \end{aligned} \quad (1.20)$$

où  $\dot{\bar{\epsilon}}$  est la vitesse de déformation équivalente.  $M_i$  et  $N_i$  sont des constantes obtenues par régression à partir des résultats de simulations EF en variant le chargement, les dimensions de la porosité et le paramètre matériau  $m$ . Ces constantes sont exprimées par :

$$M_i = \frac{\tilde{m}_1}{T_i} + \tilde{m}_2 \quad \text{et} \quad N_i = \frac{\tilde{n}_1}{T_i} + \tilde{n}_2 \quad (1.21)$$

avec  $\tilde{m}_1$ ,  $\tilde{m}_2$ ,  $\tilde{n}_1$  et  $\tilde{n}_2$  données dans le tableau 1.4.

$n$	1	2	3	5	10	20
$\tilde{m}_1$	0.90652	1.06019	1.14925	1.255	1.37684	1.47555
$\tilde{m}_2$	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
$\tilde{n}_1$	0.93319	1.06372	1.15175	1.30595	1.45527	1.5935
$\tilde{n}_2$	-0.17409	-0.18852	-0.20192	-0.23711	-0.25812	-0.31143

TABLE 1.4 – Les constantes de régression en fonction de  $n = 1/m$ , avec  $M_i = \frac{\tilde{m}_1}{T_i} + \tilde{m}_2$  et  $N_i = \frac{\tilde{n}_1}{T_i} + \tilde{n}_2$ . A partir de [Feng and Cui, 2015].

Les résultats du modèle sont validés par des simulations macroscopiques et des expérimentations de laminage. Le modèle a été jugé capable de prédire le volume de porosités en fonction du matériau et de la forme de la porosité ainsi que dans les procédés multi-passes. Cette dernière affirmation reste cependant discutable dans la mesure où ce modèle ne tient compte à aucun moment de l'orientation de la porosité.

Comme il a été déjà mentionné, les modèles analytiques considèrent souvent des simplifications et hypothèses fortes pour les conditions aux limites et la géométrie de la porosité. Dans le contexte industriel, plusieurs paramètres influencent la cinétique de l'évolution des porosités : la dimension de la porosité, son orientation, sa position dans la pièce, les paramètres des outils de mise en forme (forgeage, laminage), le nombre de passes et les types de chargement mécaniques. Cela serait très compliqué à prendre en compte avec des approches analytiques surtout quand l'étude est destinée à plusieurs partenaires industriels. Dans la section suivante, plus de détails sont apportés à propos des approches dites macroscopiques.

### 1.3.2 Approches macroscopiques

Dans l'étude des mécanismes de la refermeture des porosités, l'utilisation de l'approche macroscopique est bien présente dans la littérature. Cette présence est due à l'intérêt porté sur les paramètres macroscopiques du procédé industriel utilisé. En effet, une approche macroscopique se focalise sur les paramètres du procédé industriel et de la porosité, tels que l'orientation de la porosité et sa position dans la pièce, la taille du laminoir par rapport à la taille de la pièce, le nombre de passes et la réduction de la hauteur obtenue en chaque passe, de la température dans la pièce lors de la refermeture ... Cela afin de bien comprendre le comportement de la refermeture vis-à-vis de tous ces paramètres.

Le tableau 1.5 regroupe plusieurs approches de la littérature, qui adoptent une approche macroscopique avec une description explicite des porosités avec les différents paramètres utilisés.

Auteur	Procédé	Matériau	T(°C)	Reduct.(%) or $\bar{\epsilon}$	strain rate (s <sup>-1</sup> )	Forme de porosité	ratio poro./lopin	Dim. lopin(mm)
[Dudra and Im, 1990]	Forgeage libre	Acier, Plasticine	1230	30%	0.01	cercle 2d - carré 2d	10 <sup>-3</sup> – 3.10 <sup>-4</sup>	∅2800 – 2800
[Pietrzyk et al., 1995]	Laminage	Acier	1200	4 - 16%	—	cyindre	0.25	200×200
[Wang et al., 1996]	Laminage	Acier	900-1200	30-70%	—	Tortueux	0.06	20 × 150 × 80
[Park and Yang, 1997a]	Forgeage libre	Acier	1000-1200	0.35	0.01	cyindre	0.1	∅100 × L80
[Kim et al., 2011]	Multipasses	Acier	1043 → 848	40%	0.1-0.2	sphère, cyindre	0.03	300 × 350
[Banaszek and Stefanik, 2006]	Forgeage libre	Acier	1100-1250	0.15-0.25	0.1-0.2	cyindre	0.05-0.12	∅80 × 80
[Nakasaki et al., 2006]	Acier, plasticine	Laminage monopasse	1000	8-33%	—	cyindre	—	80 × 60 × 200
[Lee et al., 2011]	Forgeage incrémental	Acier	800, 1000, 1200	0.8	—	tortueux	0.5	∅90 × 200
[Llanos et al., 2008]	Laminage	Acier	1100-1200	2-15%	—	tortueux	0.015-0.06	137 × 137, 365 × 265
[Kakimoto et al., 2010]	Compression	Aluminium	450	80%	—	sphère, cyindre	0.01-0.2	—
[Kakimoto et al., 2010]	Forgeage libre	Acier, Pb	900, 1200	30%	0.02-0.2	cyindre	0.05	∅40 × 36, 35 × 35 × 36
[Chen and Lin, 2013]	Forgeage libre	Acier	1150, 1200	42%	—	sphère, cyindre, tétraèdre	0.025-0.125	∅25 × 40
[Agouti, 2012]	Forgeage multi- passes	Aluminium	420	1.3-8.9	0.02-0.2	tortueux	0.001	—
[Feng et al., 2016]	Forgeage incrémental	Acier	1200	25%	—	sphère	0.001	45 × 50 × 88
[Harris et al., 2017]	Forgeage	Acier	1260	< 0.7	—	sphère	<0.033	∅1471 × 2225

TABLE 1.5 – Modèles utilisant une approche macroscopique avec description explicite des pores pour étudier le comportement de la refermeture(Extrait de la thèse de [Saby, 2013]).

A partir du tableau 1.5, on peut observer que la majorité des études sont effectuées pour des aciers ainsi que pour des aluminiums dans une moindre mesure. Les températures de mise en forme varient entre 800°C et 1250°C pour l'acier et autour de 450°C pour l'aluminium. Différentes formes de porosités sont utilisées : sphère, cylindre ou réaliste (porosité tortueuse). Le rapport de taille entre la porosité et le volume du lopin est aussi très variable et se situe dans l'intervalle [0.001;0.2]. La réduction de la hauteur du lopin est généralement de 10% à 40%, et on peut atteindre 70 – 80% dans quelques cas de forgeage ou de laminage. Dans le cas de refermetures à plusieurs passes, [Chun et al., 2006] et [Feng et al., 2016] ont montré que la première passe est la plus importante.

Les études sur l'élimination des porosités existantes dans les lingots métalliques ont commencé dès les années 70. [Nakao et al., 1976] ont étudié l'influence des paramètres des procédés de laminage sur la cinétique de refermeture des porosités dans les lingots métalliques de grandes tailles. Il a été conclu qu'une adaptation du rapport de forme  $R/h$  aux derniers stades de la fermeture est nécessaire afin d'éliminer les porosités existantes ; où  $R$  est le rayon du laminoir et  $h$  est la hauteur initiale de l'échantillon. Le rapport  $R/h$  et le taux de réduction de la hauteur du lopin  $r_p$  ont été étudiés par [Filippov and Klimenko, 1971] et [Wallerö, 1985]. Ils ont montré que, dans un procédé de laminage, plus le rapport  $R/h$  et la quantité  $r_p$  sont grands, plus la refermeture des porosité est favorable. [Hamzah and Ståhlberg, 2001] ont étudié la refermeture des porosités dans des grands anneaux métalliques. Ils ont trouvé que des porosités restent souvent non fermées dans région proche de la surface de contact pièce/outil, cela étant dû aux faibles déformations subies dans ces régions. Ils ont proposé un nouveau procédé pour augmenter la déformation dans les régions en question.

[Ståhlberg et al., 1980] ont étudié la refermeture de porosités de sections carrées avec différents modes de déformation. En considérant un état de déformation plane, il a été montré que la quantité de réduction aboutissant à l'élimination des porosités est égale à  $r_c = \sqrt{V_f^0}$  où  $V_f^0$  est la fraction du volume initial entre la porosité et la pièce. Il a été aussi remarqué que si le processus de refermeture n'est pas bien maîtrisé, les porosités peuvent se disperser verticalement par rapport à la direction de refermeture et cela peut détériorer les propriétés mécaniques de la pièce. Cette analyse semble être très grossière car elle ne considère ni l'état de déformation/contrainte, ni l'état de la porosité. Cela rend ce critère à priori peu sûr dans la prédiction de la refermeture de porosité dans les procédés industriels.

[Kakimoto et al., 2010] ont évalué l'index du volume de porosité  $Q$ . Il a été prouvé qu'un minimum de  $Q = 0.21$  semble nécessaire afin de fermer complètement la porosité dans les procédés de forgeage. Dans ce travail, il a été montré qu'une réduction de hauteur de la pièce de 75% est nécessaire pour refermer les porosités dans un procédé de compression. Ainsi, des améliorations au niveau de la conception industrielle des procédés ont été proposées. Ces améliorations ont pour objectif d'atteindre la fermeture complète des porosités. Cette méthodologie permet de progresser au niveau macroscopique en identifiant l'impact de chaque paramètre sur l'élimination des porosités (section de la porosité, forme de l'outil, taux de réduction). Cependant, quantitativement, l'index d'évaluation  $Q$  ne permet pas de prendre en compte tous les paramètres pertinents pour

prédire l'état de la porosité.

[Dudra and Im, 1990] ont étudié la fermeture des porosités dans le procédé de forgeage libre. Deux formes de porosités sont considérées : pores à section circulaire et pores à section carrée avec un diamètre et coté de 20cm respectivement, voir figure 1.7a. Trois types de forgeage ont été étudiés afin de définir un procédé optimal pour fermer les porosités, souvent situées dans l'axe central de la pièce. Dans la figure 1.7b, un outil plat, un outil en forme de V et un outil FML (Free of Mannesmann effect at Lower press Loads) sont illustrés.

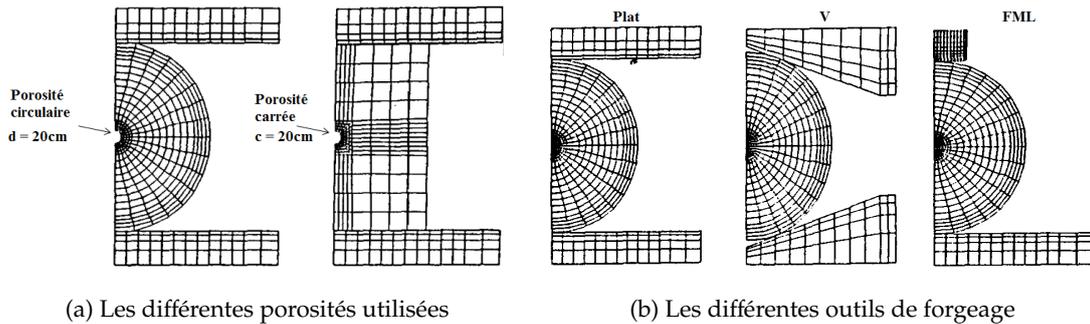


FIGURE 1.7 – Les différentes formes de porosités et d'outils de forgeage utilisés dans l'étude [Dudra and Im, 1990].

Il a été montré que la porosité avec une section carrée se ferme plus rapidement que la porosité circulaire. L'outil en forme de V permet la fermeture des porosités plus rapidement avec une pression très élevée par rapport aux autres outils. Ces observations peuvent permettre de concevoir des procédés de refermeture optimisés. Par contre, une prédiction quantitative de la refermeture est difficile à réaliser avec ce genre d'analyse. Ces résultats semblent cohérents car la forme de l'outil en V est celle qui semblerait donner lieu à des valeurs de  $T_x$  les plus négatives.

Dans les travaux de [Wang et al., 1996], les porosités sont modélisées par des sphères. Il a été montré qu'une réduction de hauteur de plus de 30% est nécessaire pour refermer les porosités initialement placées au niveau de l'axe central du lopin tel qu'illustré en figure 1.8. [Park and Yang, 1996] [Park and Yang, 1997a], [Park and Yang, 1997b] ont étudié la modélisation de l'évolution des porosités lors de la refermeture par procédés de forgeage. Des facteurs tels que la morphologie de l'outil de forgeage, la quantité de réduction de la hauteur par passe ainsi que le temps de refroidissement lors de la refermeture sont étudiés. Des différentes recommandations ont été synthétisées afin d'optimiser les procédés industriels utilisés pour la refermeture des porosités. Cependant, ces constatations permettent une description mais pas une prédiction de l'état de la porosité lors de la refermeture.

En travaillant sur l'optimisation des procédés de forgeage libre destinés à la refermeture des porosités, [Kim et al., 2002] ont développé un algorithme à partir de l'acquisition de données et des réseaux de neurones. Différents paramètres géométriques de l'outil de forgeage et du lingot métallique ont été intégrés. Plusieurs algorithmes ont été développés afin de retrouver le nombre optimal de passes à effectuer ou le taux de réduction de chaque passe. Ceci permet la réduction du temps de forgeage alloué pour la refermeture de porosités dans les lingots métalliques. L'utilisation

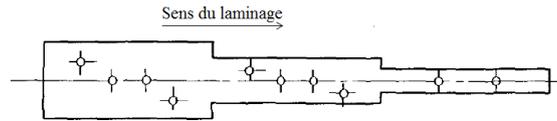


FIGURE 1.8 – Type d'échantillon étudié dans [Wang et al., 1996] pour l'élimination des porosités avec le procédé de laminage.

des réseaux de neurones est une idée originale pour proposer des procédés optimaux pour la refermeture de porosités. Spécifiquement lorsqu'il est nécessaire de prendre en compte un grand nombre de paramètres. Les réseaux de neurones sont connus pour leur capacité à traiter un très grand nombre de paramètre, à condition de fournir suffisamment d'informations pour le problème étudié.

[Banaszek and Stefanik, 2006] ont étudié la modélisation des procédés de forgeage à chaud utilisés pour la refermeture des porosités dans les pièces métalliques. Trois types d'outils de forgeage ont été étudiés : libre avec des outils plats, outil à enclumes trapézoïdale et outil à enclume à trois rayons.

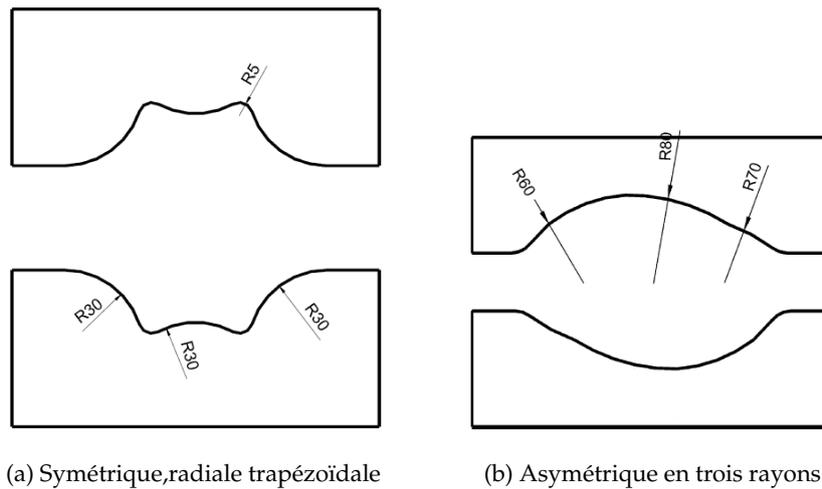


FIGURE 1.9 – Les enclumes favorables pour la refermeture des porosités testées par [Banaszek and Stefanik, 2006].

Il a été confirmé que, lors de la refermeture, l'utilisation d'outils avec des enclumes (figure 1.9a et 1.9b), favorise l'élimination des porosités par rapport au forgeage libre car les chargements produits sont très compressifs. Ensuite, une formule empirique (équation 1.22) en fonction de la vitesse d'écrasement  $X_1$ , le taux de réduction de la hauteur du lopin  $X_2$  et la température initiale de forgeage  $X_3$  a été proposée. Cette formule met en exergue que plus grands sont  $X_1$ ,  $X_2$  et  $X_3$ , plus petite est la surface interne de la porosité après forgeage.

$$Y_p = 106.5 - 7.71X_1 - 4.X_2 - 0.09X_3 + 0.33X_1X_2 + 6.8.10^{-3}X_2X_3 + 3.6.10^{-3}X_2X_3 - 3.10^{-4}X_1X_2X_3 \quad (1.22)$$

Ces observations expérimentales permettent en général de bien choisir les paramètres techno-

logiques pour une meilleure refermeture, mais ce type d'approche reste qualitative.

[Chun et al., 2006] ont étudié l'impact de différents paramètres du procédé de forgeage sur l'évolution du volume de porosités : le rapport  $W/h$  où  $W$  et  $h$  sont la hauteur de l'outil de forgeage et la hauteur de la pièce, respectivement, et le taux de réduction  $r_p$ . Plusieurs conclusions ont été faites : a) le rapport  $W/h = 0.7$  est optimal pour une refermeture efficace. b) L'influence du rapport  $W/h$  sur l'évolution de la refermeture est plus importante que celle du taux de réduction de hauteur. c) L'augmentation de  $r_p$  lors d'une passe permet de réduire le rapport  $W/h$  pour la passe suivante. Au niveau de la forge, il a été montré que plus le rayon du coin et l'angle d'inclinaison de la forge sont petits, plus la refermeture est achevée rapidement. Par contre, le rayon du coin de la forge nécessite un chargement plus important alors que l'inclinaison a l'effet contraire. Ces conclusions permettront de bien concevoir le procédé de refermeture pour réussir une fermeture complète de la porosité.

[Toda et al., 2009] ont utilisé la micro-tomographie à rayon-X pour étudier l'évolution des porosités d'hydrogène dans des échantillons d'alliage Mg-Al sous une large plage de déformation. C'est une technique qui permet une meilleure visualisation des micro-porosités. La présence des porosités après 60% de déformation semble indiquer une certaine difficulté dans le processus de refermeture. Les porosités peuvent éventuellement réapparaître après la fermeture complète. Ceci est dû physiquement car la fermeture mécanique de la porosité ( $V \approx 0$ ) seulement n'est pas suffisante pour éliminer la porosité définitivement, i.e. assurer la cicatrisation. Pour adresser ces problèmes de cicatrisation, il sera nécessaire d'étudier plus en détails les conditions thermiques locales et la diffusion lors du contact matière-matière.

[Lee et al., 2011] ont étudié la refermeture de porosités dans des lingots de fonderie, en se basant sur une combinaison entre une simulation numérique par éléments finis et une étude expérimentale par tomographie à rayons X (voir figure 1.10).

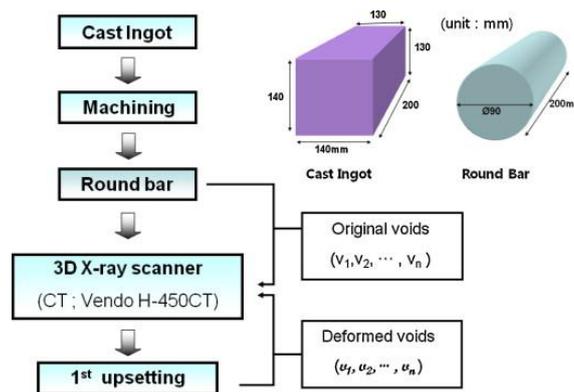


FIGURE 1.10 – Procédure expérimentale et dimensions utilisées dans l'étude de [Lee et al., 2011]

Dans cette étude, des lingots parallélépipédiques ont été élaborés de façon à obtenir des porosités internes (au centre de la pièce et dans d'autres positions). Ils sont ensuite transformés en cylindres puis scannés par un scanner à rayons X pour s'assurer qu'ils contiennent des porosités. Les porosités détectées sont caractérisées pour être insérées dans des simulations numériques. Des tests de compression ont été réalisés afin d'éliminer les porosités créées dans les pièces étudiées.

La déformation a été appliquée suivant deux axes perpendiculaires. Les échantillons sont, encore une fois, scannés pour comparer les résultats de l'approche éléments finis avec les observations expérimentales. En comparant l'étude expérimentale avec la simulation numérique, les auteurs ont conclu que le taux de déformation nécessaire à la refermeture d'une porosité doit être supérieur ou égal à 0.6, figure 1.11.

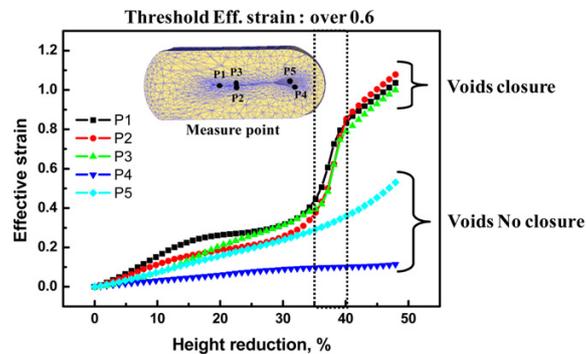


FIGURE 1.11 – État de refermeture des porosités en fonction de la déformation équivalente et du taux de réduction, à partir de [Lee et al., 2011].

Cette méthode a montré une bonne précision en comparant résultats numériques et expérimentaux, mais le fait que ce modèle ne se base que sur un seul paramètre, qui est la déformation équivalente, le rend peu extensible. Avec cette méthode, il n'est pas possible de suivre l'évolution de chaque porosité, ni de prendre en compte leur géométries ou le changement de l'état de la porosité entre deux passes de mise en forme.

[Chen et al., 2011] ont étudié la refermeture de porosité dans des lingots d'aluminium par laminage à froid. Un modèle éléments finis 3D a été établi afin de prédire le volume de la porosité et a été validé par comparaison à des résultats expérimentaux. Un modèle, basé sur les réseaux de neurones, a été développé afin d'éviter l'utilisation de simulations explicites qui consomment beaucoup de temps de calcul. Ce modèle permet de prédire le taux de refermeture d'une porosité à partir de l'épaisseur de la tôle, de la taille de la porosité et du diamètre du laminage. Des résultats intéressants ont été observés pour neuf configurations non intégrées à la base de données ayant servi à l'entraînement des réseaux de neurones. La déviation maximale au niveau du taux de fermeture est de 8%. Comme mentionné auparavant, l'utilisation de l'analyse inverse et des réseaux de neurones est une piste très prometteuse pour étudier les mécanismes de refermeture de porosités compte tenu du grand nombre de paramètres qui influencent l'évolution de l'état de la porosité.

[Kim et al., 2011] ont étudié le procédé de forgeage (extrusion et forgeage incrémental) afin d'améliorer le processus de la refermeture des porosités dans des lopins cylindriques de très grandes tailles (520 tonnes). Un modèle EF a été développé en considérant différents paramètres du procédé tels que le rapport hauteur/diamètre du lopin ( $H/D$ ), la vitesse de la forge et le taux de réduction du volume. Il a été montré que le rapport  $H/D = 1.29$  est optimal pour la refermeture et que plus ce rapport augmente, plus la refermeture est lente. Il a aussi été prouvé que l'accroissement du taux de réduction  $r_p$  accélérera la refermeture des porosités. Un processus de

forgeage a été proposée afin d'améliorer le rendement de la refermeture des porosités. Ceci consiste à effectuer la refermeture sur deux passes : dans la première, le forgeage se passe uniquement sur le centre de la pièce avec un taux de réduction de  $\frac{1}{3}$ . Au niveau de la deuxième passe, le forgeage est effectué au niveau des deux extrémités de la pièce. Les résultats numériques ont été validés par des essais expérimentaux sur des modèles réduits (1/25) en plomb. Par contre, la validation des simulations effectuées, à base de lopins d'acier, par des échantillons en plomb pur est un choix qui peut être remis en question. En effet, au niveau des caractéristiques thermomécaniques, de grandes différences existent entre ces deux matériaux telles que la dureté, la température de fusion ou la limite d'élasticité. Cela pourrait affecter le comportement de la refermeture des porosités dans chaque matériau.

[Huang et al., 2014] ont élaboré un modèle EF à champ complet afin d'étudier le procédé de laminage en série H-V (figure 1.12). Les résultats sont en accord avec les résultats expérimentaux. Le modèle se base sur l'évolution des dimensions de la porosité durant la déformation. Cependant, un modèle à champ complet est toujours limité par le coût de calcul surtout pour des lingots métalliques de très grande taille.

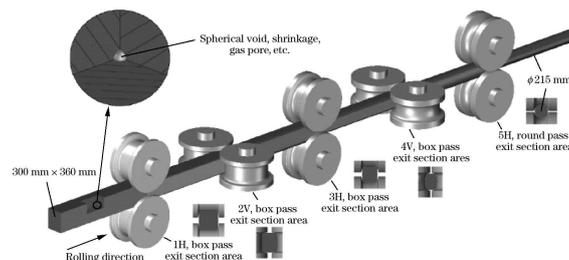


FIGURE 1.12 – Schéma du procédé de laminage H-V étudié par [Huang et al., 2014].

[Feng et al., 2016] ont étudié le procédé de forgeage incrémental dans le but de simuler la refermeture des porosités existantes. Un modèle à champ complet a été construit en fonction des dimensions de la porosité, de l'état de contrainte et de l'état de déformation ainsi que des coefficients de corrélation en fonction du paramètre matériau  $m$ . La loi de comportement utilisée est de type Norton-Hoff (équation (1.1)). Le modèle présente des résultats intéressants par comparaison avec les résultats expérimentaux. Cependant, ceci reste discutable sur certains cas présentés. En effet, aucune porosité ellipsoïdale n'a été testée dans l'étape de validation malgré le fait que les auteurs ont confirmé que les dimensions de la porosité présentaient une influence non négligeable sur la refermeture. L'impact de la direction de la déformation a aussi été étudié. Il a été montré qu'une fermeture mono-directionnelle est plus favorable par rapport à une fermeture multipasses selon différentes directions pour chaque passe. Une porosité proche de se fermer suivant une direction, peut en effet une fois tournée, retrouver sa dimension la plus grande orientée suivant la direction de déformation, ce qui rend la refermeture beaucoup plus difficile. De plus, se contenter de fermer en une seule passe ne correspond pas à la réalité des procédés industriels. Les contraintes liées à cet aspect multipasses sont discutées dans le paragraphe 1.4.1.

[Harris et al., 2017] ont étudié l'influence de la position de la porosité dans la pièce. Il a été

montré que les porosités se situant proche de l'outil de forgeage sont rapidement fermées. Cette affirmation reste à discuter car la concentration de la déformation est plus élevée au centre de la pièce qu'aux bords, ce qui fait que la fermeture dans les alentours de l'outil est plus faible. Nous allons montrer dans la section 4.6.1, que la refermeture de deux porosités sphériques, situées à différentes positions par rapport à l'outil de déformation, n'est pas du tout similaire et nous constaterons que la porosité la plus proche à l'outil se referme très lentement. En revanche, les auteurs de ce travail confirment que les porosités se situant dans l'extrémité latérale du lopin présentent une cinétique très lente pour la refermeture. Donc, ils proposent d'effectuer un retournement de 90° pour que les porosités dans les extrémités latérales se retrouvent proche de la surface de contact avec l'outil de forgeage. Cette proposition est intéressante pour concevoir des processus de refermeture efficaces, et cela correspond aux pratiques des industriels. L'enjeu, alors, est de bien prendre en compte ce retournement lors de la modélisation.

La fermeture des porosités est majoritairement étudiée d'un point de vue mécanique seulement. En effet, si la porosité n'est pas éliminée définitivement, elle peut se réouvrir lors du fonctionnement de la pièce. Pour ceci quelques auteurs dans la littérature ont essayé d'étudier les processus de cicatrisation des porosités à travers des traitements thermiques et les procédés de diffusion associés. [Ståhlberg and Keife, 1992] ont étudié l'effet de la température sur la refermeture de porosité. Ils ont montré que le refroidissement superficiel de la peau de la pièce pouvait favoriser la refermeture des porosités. Ils ont proposé des procédures de refroidissement par l'air et par l'eau qui permettent de passer de 44% à 64% de réduction de porosité en appliquant seulement 18% de réduction de hauteur.

[Park and Yang, 1996], [Park and Yang, 1997a] et [Park and Yang, 1997b] ont abordé la cicatrisation complète des porosités. Afin de vérifier l'élimination complète des porosités, ils ont évalué le paramètre  $\beta = \sigma_F / \sigma_R$ , où  $\sigma_F$  est la force de liaison entre un métal et un film anti-cicatrisation et  $\sigma_R$  est la force de liaison entre deux métaux. Ils ont montré que plus la température de refermeture dans la pièce est élevée, meilleure est la cicatrisation. Il a été aussi montré que le refroidissement forcé avec l'air est plus favorable pour une cicatrisation réussie.

Dans les travaux de [Wang et al., 1996], il a été conclu aussi qu'une température élevée au cœur de la pièce favorise la refermeture rapide et la cicatrisation des porosités. Aussi, l'augmentation de la température, typiquement après 50% de réduction, améliore les conditions de refermeture. Des efforts dans ce sens peuvent apporter beaucoup aux industriels afin d'améliorer les conditions de leurs procédés de refermeture dans l'objectif de réussir une élimination complète des porosités.

Dans cette section, nous avons vu que les approches macroscopiques permettent une compréhension globale de l'influence du procédé et de la cinétique d'évolution des porosités dans la pièce étudiée. Plusieurs paramètres d'ordres mécaniques, thermiques et géométriques ont une influence sur cette cinétique. En résumé, les paramètres qui semblent très intéressants à étudier sont la forme et l'orientation de la porosité, le taux de réduction sur chaque passe et l'aspect multipasses qui permet de bien modéliser les conditions des procédés industriels. Cependant, ces approches sont très coûteuses en termes de vérification et généralement ne permettent pas de prédire en amont mais de décrire l'évolution de la porosité en aval de la refermeture. En effet, les tests

destructifs ne sont pas appropriés dans ce contexte. Les tests non destructifs (micro-tomographie à rayons X ou ultrasons) sont très coûteux et pas toujours faisables techniquement ni 100% fiables ([Toda et al., 2009]). Enfin, les simulations numériques sont très limitées en raison du temps de calcul élevé pour des pièces à très grandes tailles.

Récemment, une nouvelle approche, dite approche multiéchelles, a émergé grâce à deux avantages principaux :

- La possibilité d'étudier la problématique à une échelle réduite afin de gagner en termes de temps de calcul.
- la possibilité, par homogénéisation, de proposer des lois simplifiées utilisables à l'échelle macroscopique.

L'introduction du calcul sur VER et les conditions aux limites associées est présentée dans le chapitre 2.

Dans la section suivante, des modèles utilisant cette approches sont présentés.

### 1.3.3 Approches multi-échelles

L'approche multi-échelles permet de bénéficier des avantages des deux autres approches présentées précédemment. En effet, elle permet d'obtenir des résultats précis tout en évitant des temps de calcul très coûteux. Cette approche considère le phénomène physique au niveau microscopique, régi par des conditions locales importées de capteurs issus de calculs macroscopiques (mécaniques et thermiques) des procédés industriels. [Saby et al., 2015] et [Zhang et al., 2009] ont étudié la prédiction du volume de porosités en analysant le problèmes à plusieurs échelles à l'aide d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER).

Cependant, la validité de l'approche multiéchelles repose sur certaines hypothèses. Nous considérons ainsi que l'existence de porosités à l'échelle micro n'a aucun effet sur la déformation macroscopique. Par conséquent, le rapport initial entre le volume de la porosité et le volume de la billette doit être très grand. De plus, nous ferons également l'hypothèse que les champs thermo-mécaniques tels que la pression hydrostatique, la contrainte équivalente de von Mises ou bien la déformation peuvent être considérés localement homogènes. Ces hypothèses sont détaillées dans [Saby et al., 2013].

Dans le logiciel commercial Forge<sup>®</sup>, un modèle (STB : Stress Triaxiality Based), basé sur la triaxialité des contraintes  $T_x$ , a été introduit par Lasne [Lasne, 2008] tel que :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = 1 + K_c T_x \bar{\epsilon} \quad (1.23)$$

Avec  $K_c = 5$  une constante de proportionnalité identifiée à partir de simulations de tests de compression sur un VER contenant une porosité sphérique. En effet, cette modélisation s'inspire du modèle proposé par [Tanaka et al., 1986]. En considérant  $T_x$  constante, la sommation de  $\Delta V$  sur l'intervalle de déformation permet d'écrire :

$$\sum_0^{\bar{\epsilon}} \frac{\Delta V}{V_0} = K_c \sum_0^{\bar{\epsilon}} T_x \Delta \bar{\epsilon} \approx K_c \int_0^{\bar{\epsilon}} T_x d\bar{\epsilon} = K_c (-Q) \quad (1.24)$$

Par ailleurs, la constante  $K_c$  proposée par [Lasne, 2008] vérifie le critère d'évaluation proposé par [Kakimoto et al., 2010]. L'intégration de l'équation (1.23) sur l'intervalle de déformation  $\bar{\epsilon}$  donne :

$$\frac{V}{V_0|_{Q=0.21}} = 1 + K_c(-Q) = 1 + 5 * (-0.21) \approx 0. \quad (1.25)$$

Ce qui veut dire que la porosité est fermée. C'est un modèle simple qui se base seulement sur la triaxialité des contraintes  $T_x$ , ce qui est insuffisant pour une problématique influencée par plusieurs autres paramètres.

À partir de la formulation analytique proposée par [Duva and Hutchinson, 1984] dans l'équation (1.10), [Zhang et al., 2009] ont proposé une formulation semi-analytique prenant en compte la forme de la porosité. Cette dépendance est obtenue en réalisant des simulations EF sur une matrice cubique contenant une porosité sphérique (voir figure 1.13).

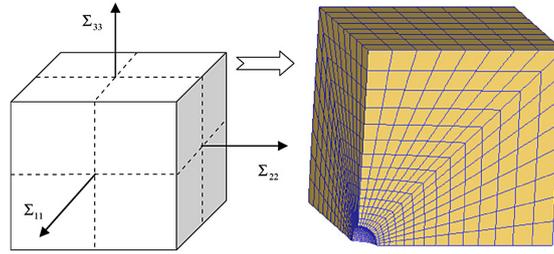


FIGURE 1.13 – Le VER cubique utilisé pour obtenir les constantes du modèle  $q_i$  numériquement, à partir de [Zhang et al., 2009].

Dans ce critère, exprimé par l'équation (1.26), les constantes  $c_1$  et  $c_2$ , introduites par Duva et Hutchinson, sont remplacées respectivement par  $q_1$  et un polynôme en fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  et des constantes ( $q_1, q_2, q_3$ ). Les constantes  $q_1, q_2, q_3$  et  $q_4$  sont obtenues par régression à l'aide des simulations EF sur une cellule cubique contenant une porosité sphérique et plusieurs valeurs de triaxialité des contraintes  $-3 \leq T_x \leq -1/3$ . Elles sont présentées dans le tableau 1.6.

$$\frac{V}{V_0} = \exp\left(-\bar{\epsilon}\left(\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2n}|T_x| + \frac{(n-1)(5n+2)}{5n^2}\right)^n + q_1|T_x| + q_2\bar{\epsilon}^2 + q_3\bar{\epsilon}^4 + q_4\right)\right), \quad (1.26)$$

où  $\bar{\epsilon}$  est la déformation équivalente,  $n$  est l'exposant de la loi de Norton-Hoff et la triaxialité des contraintes  $T_x$  est considérée constante.

$n$	1	2	3	5	10	100
$q_1$	0.5048	0.4911	0.6016	1.1481	2.9132	6.5456
$q_2$	6.64675	0.8002	-0.6981	-4.2026	-11.6464	-15.3775
$q_3$	14.2610	53.8018	72.6397	108.2114	185.562	324.4417
$q_4$	-0.3379	-0.3214	-0.1243	-0.2480	-0.6511	-1.9575

TABLE 1.6 – Les coefficients  $q_1, q_2, q_3$  et  $q_4$  tabulés en fonction de  $n$  ([Zhang et al., 2009]).

Le critère a été comparé à des modèles existants dans la littérature (figure 1.14). Les modèles Gurson, G-T et BHS ne sont pas en accord avec les résultats des simulations et des expérimentations, surtout pour le cas  $T_x = -0.6$ . Ceci est expliqué par le fait que ces modèles sont initialement utilisés pour l'étude de l'endommagement ductile où la forme de la porosité est supposée garder la même forme lors de la déformation (sphérique ou ellipsoïdale).

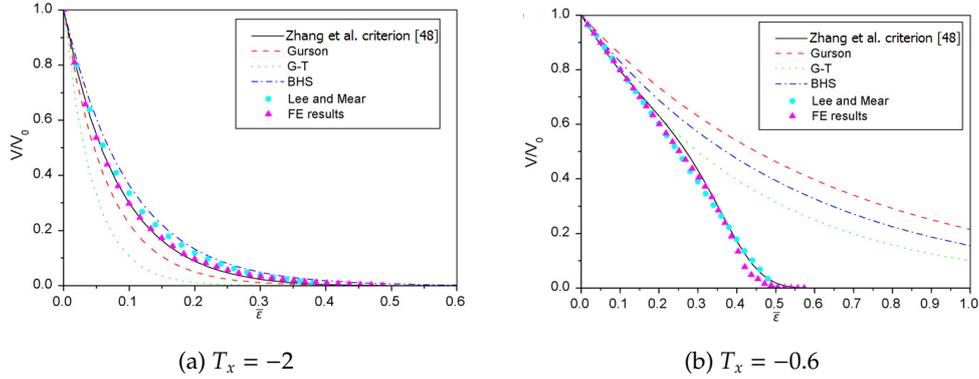


FIGURE 1.14 – La prédictions de la refermeture des porosités par le modèle de Gurson [Gurson et al., 1977], Le modèle G–T [Tvergaard, 1984], le modèle BHS [Budiansky et al., 1982], les données de [Lee and Mear, 1994], le critère de Zhang [Zhang et al., 2009] et les données des simulations EF,  $n = 5$  (à partir de [Zhang et al., 2009]).

Le critère représente un bon accord avec les résultats numériques et expérimentaux. Cependant, dans un contexte industriel, on ne peut pas se limiter à une porosité sphérique car les porosités prennent des formes bien plus complexe. Aussi, ce modèle ne permettrait pas de donner des informations vis-à-vis de l'état de la porosité après une passe de déformation, à savoir les dimensions et les orientations.

[Harris et al., 2017] ont basé leur étude de la refermeture des porosités sur le modèle analytique proposé par Zhang et Cui (équation (1.12)) et le modèle semi-analytique de Zhang et al. (équation (1.26)). Les constantes  $\{c_1, c_2\}$  et  $\{q_1, q_2, q_3, q_4\}$  sont données dans les tableaux 1.3 et 1.6, respectivement. Dans ce travail, ces constantes sont identifiées par régression en fonction du paramètre  $n$  de la loi de Norton-Hoff et sont exprimées par l'équation (1.27) :

$$f_i(x) = \frac{p_{i3}x^3 + p_{i2}x^2 + p_{i1}x + p_{i0}}{r_{i3}x^3 + r_{i2}x^2 + r_{i1}x + r_{i0}} \quad \text{avec } i \in \{1;6\}, \quad (1.27)$$

avec  $x = n^{-j}$  pour  $j \in \{-1;3\}$ , et  $p_i$  et  $r_i$  sont les constantes de régression données dans le tableau 1.7

Constante	$p_{i0}$	$p_{i1}$	$p_{i2}$	$p_{i3}$	$r_{i0}$	$r_{i1}$	$r_{i2}$	$r_{i3}$
$c_1(i = 1)$	-0.7606	-0.2601	1.021	0	-1.554	1.131	1	0
$c_2(i = 2)$	-0.1901	1.028	-0.8378	0	-0.00949	-0.6396	1	0
$q_1(i = 3)$	0.0629	0.1761	2.392	0	0.009496	1.251	2.952	1
$q_2(i = 4)$	-0.0011	-0.0421	0.6915	6	$7.36 \cdot 10^{-5}$	0.0268	1	0
$q_3(i = 5)$	1.047	22.3	0	0	0.00319	0.3607	0.3607	1
$q_4(i = 6)$	-7.915	-3.933	-0.4851	-0.0139	19.45	-7.184	1	0

TABLE 1.7 – Les coefficients de régression utilisés dans l'équation (1.27).

Ce travail permet de donner plus de poids à l'influence du matériau sur la refermeture de porosité à travers le paramètre  $n$  en plus de la triaxialité des contraintes  $T_x$  et la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ . Ce modèle peut être utilisé pour un large intervalle de matériaux précisément en fonction du paramètre  $n$ . Cependant, son application n'est pas claire. Utilise-t-il toutes les constantes  $c_i$  et  $q_i$  dans un seul modèle ou bien c'est seulement pour améliorer les deux modèles précédents cités dans [Zhang and Cui, 2009] et [Zhang et al., 2009], respectivement, afin d'élargir le domaine d'application. C'est une question qui reste sans réponse dans ce travail.

### Projet Cicaporo1 : [Saby et al., 2013], [Saby et al., 2014b], [Saby et al., 2015]

Comme il a été précisé auparavant, le travail actuel de cette thèse constitue une suite du projet Cicaporo1. Dans ce projet, [Saby et al., 2015] ont travaillé sur la refermeture de porosité en utilisant une approche multiéchelles. Ils ont proposé une formulation originale afin de prédire le volume des porosités dans les procédés de mise en forme à haute température. Un VER cubique contenant une porosité à été utilisé pour les simulations EF et les conditions aux limites ont été appliquées en cohérence avec des données locales des chargements mécaniques observés dans les procédés industriels. En considérant les hypothèses de validation de l'approche multiéchelles [Saby et al., 2014b], la taille du VER est fixée approximativement comme dix fois plus grande que la taille du pore considéré. La porosité est considérée ellipsoïdale initialement, voir figure 1.15 et l'effet de la forme et de l'orientation sur la refermeture des porosités sont pris en compte en plus de la triaxialité des contraintes  $T_x$  et la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ .

La loi de refermeture de la porosité est une fonction quadratique de la déformation équivalente donnée par :

$$\frac{V}{V_0} = A + B\bar{\epsilon} + C\bar{\epsilon}^2, \quad (1.28)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des constantes identifiées par régression, en se basant sur une large campagne de simulations à champ complet sur VER, telles que :

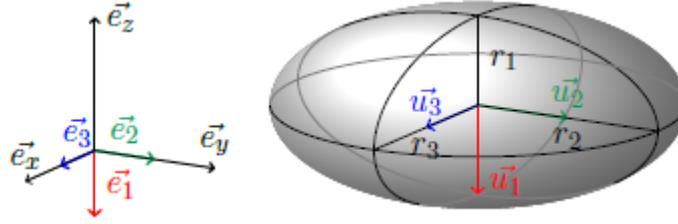


FIGURE 1.15 – Description de la porosité par [Saby et al., 2013]

$$\begin{aligned}
 B &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=0}^1 b_{jk}(T_x)^k (\gamma_i)^j p_i, \\
 C &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=0}^1 c_{jk}(T_x)^k (\gamma_i)^j p_i,
 \end{aligned} \tag{1.29}$$

où  $p_i = (\vec{u}_i \cdot \vec{e}_1)^2$  sont les facteurs d'orientation,  $\vec{u}_i$  et  $\vec{e}_1$  sont respectivement les directions principales de la porosité et la direction principale d'écrasement et sont représentés dans la figure 1.15),  $\gamma_i = \sqrt[3]{V}/r_i$  sont les facteurs de forme avec  $r_i$  les rayons de la porosité,  $T_x$  est la triaxialité des contraintes et  $\bar{\epsilon}$  est la déformation équivalente.

En effet, ce modèle est le seul dans la littérature, à la connaissance des auteurs, à prendre en compte l'orientation et la forme de la porosité comme paramètres géométriques. Comme les autres modèles, celui-ci tient compte également de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  et de la triaxialité des contraintes  $T_x$  comme paramètres du chargement mécanique. De plus, dans le contexte industriel de ce travail, il a été jugé que la sensibilité à la déformation équivalente  $m$  a une influence d'ordre 2 sur l'évolution du volume par rapport à l'influence de l'orientation, de la forme ou de la triaxialité des contraintes. Ce paramètre  $m$  a été introduit par [Budiansky et al., 1982], [Duva and Hutchinson, 1984], [He et al., 1981], [Zhang and Cui, 2009] et [Zhang et al., 2009] mais dans le cadre où s'inscrit ce travail, il a été vérifié que la plage de variation de  $m$  pour les matériaux considérés n'induisaient que des variations de 2<sup>nd</sup> ordre sur la vitesse de refermeture des porosités [Saby et al., 2015].

Le modèle a été comparé avec le modèle STB [Lasne, 2008] et le modèle de Zhang [Zhang et al., 2009]. La figure 1.16 représente les déviations finales de chaque modèle par rapport aux résultats numériques d'un procédé de laminage où les différentes porosités avaient été maillées de manière explicite dans le maillage de la pièce, conduisant à des temps de calcul très importants et à des résultats considérés comme référence. Les formes tracées sur l'axe des abscisses représentent les géométries et les orientations testées [Saby et al., 2014a]. Il a été montré que le modèle STB et le modèle de Zhang ne permettent pas de suivre l'évolution des porosités correctement. En effet, il y a des configurations où le volume est sous-estimé dangereusement et la déviation atteint 100% pour le modèle de Zhang. Le modèle STB représente une sous-estimation ou une sur-estimation selon les cas testés et la déviation peut atteindre 65%. Par contre, l'erreur obtenue par le modèle Cicaporo1 [Saby et al., 2015] ne dépasse pas 17%. Pour ces raisons, ce dernier modèle reste l'un

des plus performants dans la littérature en terme de paramètres physiques pris en compte ainsi qu'en termes d'approche multiéchelles adoptée afin de calibrer ce modèle.

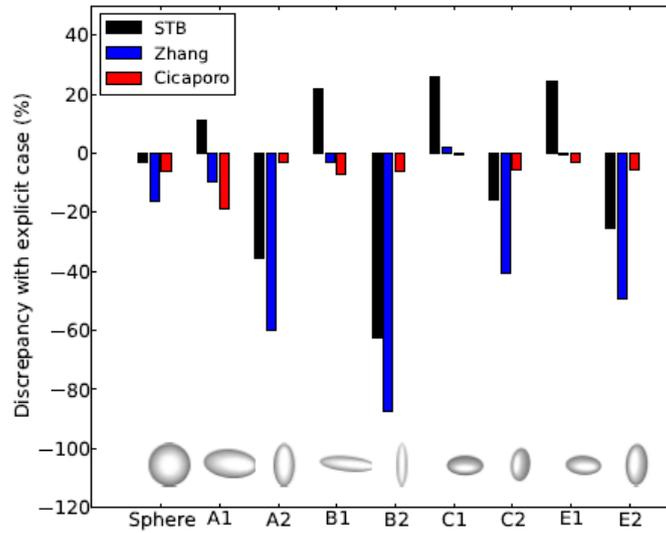


FIGURE 1.16 – Comparaison des modèles STB ([Lasne, 2008]), Zhang [Zhang et al., 2009] et Cicaporo1 [Saby et al., 2015] en termes de déviation finale par rapport aux résultats numériques d'un procédé de laminage.

### 1.3.4 Comparaison des modèles

Dans cette section, les modèles STB [Lasne, 2008], Zhang [Zhang et al., 2009] et Cicaporo1 [Saby et al., 2015] sont comparés à des simulations à champ complet à l'échelle du VER et pour différentes configurations. Les simulations explicites sont exécutées avec le logiciel commercial Forge NxT 1.0. Un VER contenant une porosité au centre est utilisé. Le comportement viscoplastique du matériau est défini par une loi de type Hansel-Spittel (équation (1.1)). À partir de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  et de la triaxialité des contraintes  $T_x$  choisies, les conditions aux limites sont définies sous forme de deux contraintes ( $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ ) et d'une vitesse d'outil  $V_z$  dans la direction principale du chargement. Dans la figure 1.17, l'application des conditions aux limites est schématisée. Les deux contraintes sont appliquées sur deux faces latérales du VER (faces jaunes) et la vitesse de l'outil est appliquée dans le sens de la refermeture (face grise). Trois plans de symétries sont appliqués sur les trois faces restantes du VER (faces rouge, bleue et verte). Ici, la condition d'axisymétrie du chargement est considérée ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) car les trois modèles étudiés sont calibrés dans le cadre de cette hypothèse.

La comparaison concerne trois paramètres mentionnés dans l'étude bibliographique : la triaxialité des contraintes  $T_x$  dans l'intervalle  $[-1, 0]$  qui correspond au domaine de refermeture des porosités, les trois rayons de la porosité ( $r_1, r_2, r_3$ ) et l'orientation de la porosité ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ). Les constantes du modèle de Zhang sont données dans le tableau 1.6 par contre les constantes du modèle Cicaporo1 ne sont pas citées en raison de la confidentialité de ces données.

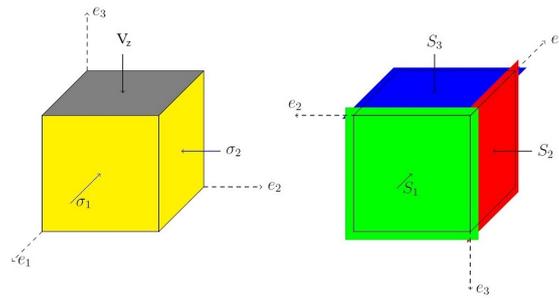


FIGURE 1.17 – Conditions aux limites appliquées pour les simulations EF.

### Impact de la triaxialité des contraintes

Les trois modèles étudiés ici, sont calibrés en fonction de la triaxialité des contraintes  $T_x$ . La figure 1.18 présente les résultats de comparaison de ces trois modèles avec la simulation EF pour trois valeurs de triaxialité des contraintes :  $T_x = -0.33$ ,  $T_x = -0.66$  et  $T_x = -1$ . Les modèles STB, Zhang et Cicaporo sont tracés par des lignes discontinues bleue, rouge et verte, respectivement. La simulation EF est tracée par une ligne continue noire. Une porosité sphérique de rayon  $r = 2mm$  est utilisée.

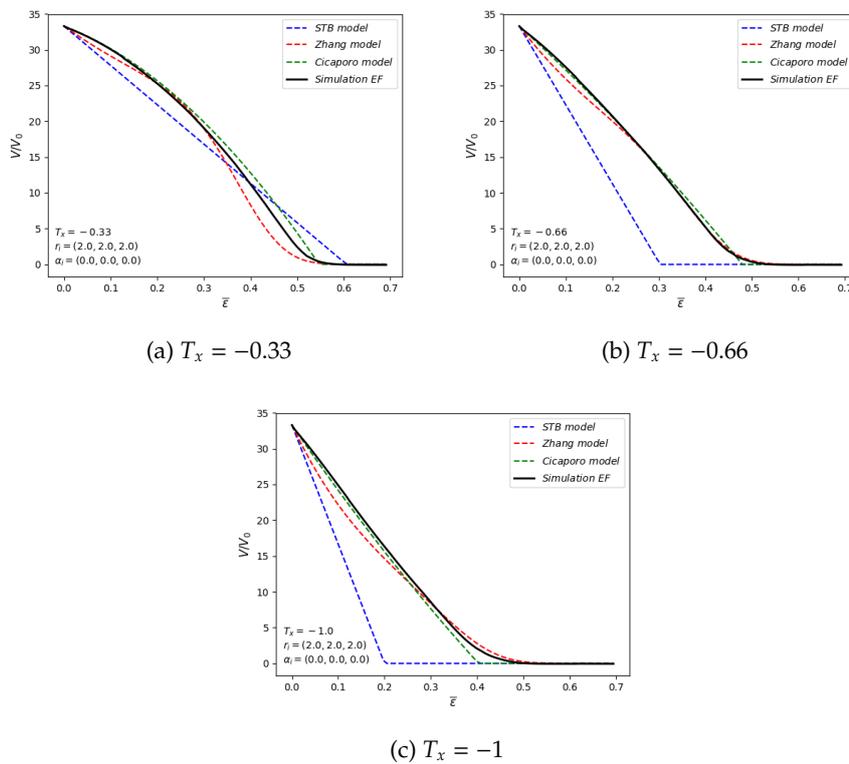


FIGURE 1.18 – Comparaison des trois modèles STB, Zhang et Cicaporo1 avec les simulations EF dans l'intervalle  $-1 \leq T_x \leq -0.33$ .

Dans la figure 1.18a, où  $T_x = -0.33$ , les modèles Cicaporo1 et Zhang présentent une très bonne

prédiction tout le long de la déformation malgré de légères sur-estimation et sous-estimation constatées respectivement pour ces deux modèles à partir de  $\bar{\epsilon} = 0.35$ . La prédiction du modèle STB est acceptable même si il a tendance à surestimer le volume de la porosité jusqu'à  $\bar{\epsilon} = 0.4$  puis à le sous-estimer. Dans la figure 1.18b et 1.18c, les modèle Cicaporo1 et le modèle de Zhang prédisent le volume presque parfaitement. Par contre, dans ces cas, le modèles STB s'écarte de la simulation EF. Pour le modèle STB, l'influence de la triaxialité des contraintes  $T_x$  est très importante, ceci est expliqué par le fait qu'il est le seul paramètre pris en considération en dehors de la déformation équivalente. Pour les modèles de Zhang et Cicaporo1, l'impact de  $T_x$  est très bien accentué et cela permet de donner des prédictions très précises.

### Impact de la forme de la porosité

Dans la figure 1.19, les prédictions des trois modèles sont tracées pour une porosité sphérique avec un rayon de  $r = 2mm$ , une porosité ellipsoïdale oblate  $(r_3, r_2, r_1) = (2, 2, 1)$  et une porosité ellipsoïdale prolata  $(r_3, r_2, r_1) = (2, 1, 1)$  (voir description sur la figure 1.15). Il faut noter que dans les cas avec ellipsoïdes, les directions principales de la porosité coïncident initialement avec les directions principales du VER de telle façon que le rayon le plus petit de la porosité soit dirigé selon la direction de refermeture. Ce choix est fait dans le but de quantifier l'influence de la forme seulement, dans une configuration où la refermeture est plus facile.

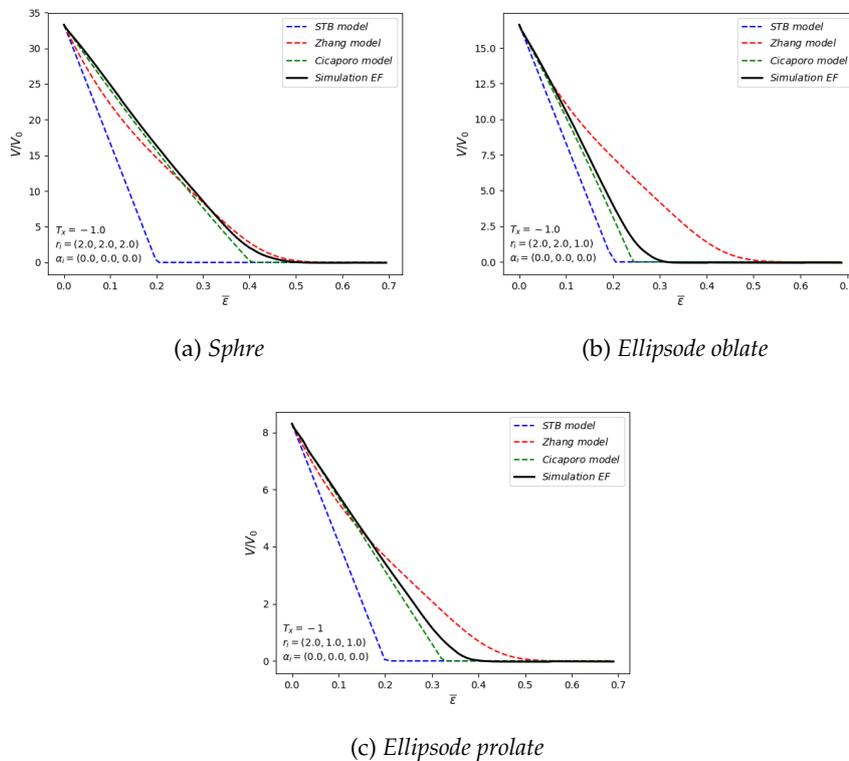


FIGURE 1.19 – Comparaison des trois modèles STB, Zhang et Cicaporo1 avec les simulations EF pour un cas de sphère et deux ellipsoïdes oblate et prolata,  $T_x = -1$ .

L'intérêt du modèle Cicaporo1 est évident quand la forme de la porosité change. Les modèles STB et Zhang donnent la même prédiction pour les trois cas, tout simplement, parce qu'il n'y a aucun paramètre lié à la forme dans leur formulation. Le modèle de Zhang est précis pour le cas d'une sphère, similaire au cas présenté dans la figure 1.18c, car il est calibré pour des porosités sphériques cependant il devient peu précis pour les configurations avec ellipsoïdes. A contrario, grâce aux paramètres  $\gamma_i$  pris en compte dans l'équation (1.29), le modèle Cicaporo1 prédit le volume avec une bonne précision dans tous les cas. Ainsi, ce modèle présente une précision nettement meilleure que les autres modèles testés lorsque la forme de la porosité change.

### Impact de l'orientation de la porosité

Dans la figure 1.20, les prédictions des trois modèles testés sont tracées pour une porosité ellipsoïdale oblate  $(r_3, r_2, r_1) = (2, 2, 1)$  et orientée de trois manières différentes par rapport au repère principal du VER :  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \{(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ), (0^\circ, 45^\circ, 0^\circ), (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)\}$  (voir description sur la figure 1.15).

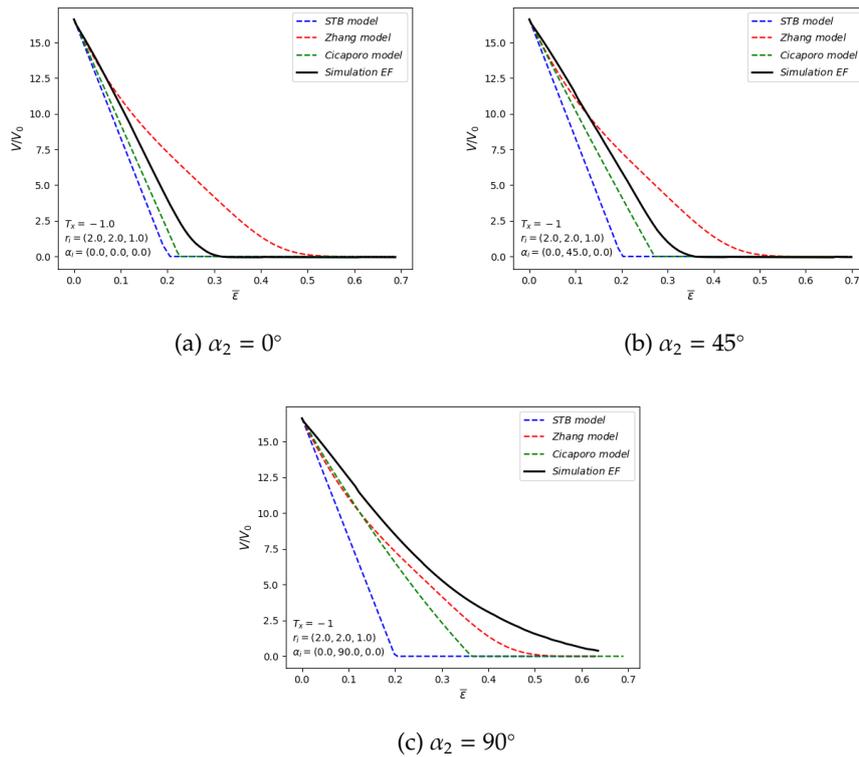


FIGURE 1.20 – Comparaison des trois modèles STB, Zhang et Cicaporo avec les simulations EF pour différentes orientations par rapport à la deuxième direction  $\vec{e}_y$ ,  $T_x = -1$ ,  $\alpha_1 = \alpha_3 = 0^\circ$ .

Dans la figure 1.20a, le modèle Cicaporo1 donne une bonne prédiction par rapport à la simulation EF. La déviation du modèle STB est plutôt acceptable, alors que la prédiction du modèle de Zhang est assez éloignée de la simulation EF. Dans la figure 1.20b, la porosité est orientée à  $45^\circ$  par rapport à l'axe  $\vec{e}_y$ . Le point le plus intéressant est le fait que le modèle Cicaporo1 donne une

prédiction différente alors que les modèles STB et Zhang donnent la même prédiction malgré le changement de l'orientation de la porosité. Cela est normal car ces deux modèles ne considèrent aucun paramètre lié à l'orientation de la porosité. A contrario, le modèle Cicaporo1 tient compte de l'orientation à l'aide des paramètres  $p_i$  qui sont définis en fonction de la direction principale de l'écrasement et les directions principales de la porosité. Dans la figure 1.20c, on peut faire les mêmes observations, sauf que dans ce cas on constate que le modèle de Zhang est plus proche de la simulation EF. On dirait que le fait de rester inchangé est plutôt bon, mais en réalité ceci est aléatoire car aucune information concernant l'orientation n'est maîtrisée alors que le modèle Cicaporo1 change de vitesse de refermeture pour être le plus proche possible de la simulation EF pour toutes les configurations. En regardant les figures 1.18, 1.19 et 1.20, il est clair que l'influence de l'orientation sur la refermeture des porosités est importante.

### 1.3.5 Conclusion

Dans la littérature, trois approches principales sont utilisées pour modéliser la refermeture des porosités dans les procédés de mise en forme à haute température :

**Approche analytique** : cette approche repose sur une solution analytique et exacte d'un problème simplifié pour prédire le volume des porosités lors de la refermeture. Par contre, cette approche reste très simpliste par rapport à la complexité des procédés industriels ainsi qu'au nombre de paramètres influençant la refermeture des porosités.

**Approche macroscopique** : c'est une approche qui permet de décrire le procédé industriel d'une manière exacte et explicite. Les paramètres du procédé et de la porosité sont bien définis. Cependant, les résultats sont toujours dépendant de la configuration étudiée et la généralisation à d'autres configurations est souvent très délicate voire impossible. De plus, la limitation principale de l'utilisation de cette approche est le coût de calcul. En effet, les porosités doivent être maillées finement et le rapport de taille entre ces porosités et la taille de la pièce est telle que les calculs nécessitent un nombre d'élément conséquent.

**Approche multiéchelles** : à travers cette approche, il est possible d'étudier le problème de refermeture à l'échelle de la porosité en utilisant des VER de taille réduite par rapport à la taille des pièces réelle. Cela, en appliquant des conditions aux limites inspirées de données locales issues des chargements mécaniques macroscopiques observés aux niveaux des procédés industriels. Ainsi, le temps de calcul de simulations EF peut être réduit d'une manière radicale par rapport à une simulation à l'échelle macroscopique (jusqu'à 60 fois, [Saby et al., 2014a]). Par conséquent, malgré les hypothèses nécessaires pour la mise en place de l'approche, l'utilisation de cette approche est très avantageuse par rapport aux précédentes.

Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à trois modèles du fait qu'ils sont les plus récents et qu'ils permettent de prédire l'évolution de la refermeture des porosités :

Le modèle STB [Lasne, 2008] : ce modèle considère seulement la triaxialité des contraintes  $T_x$  et la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  comme paramètres qui impactent l'évolution des porosités. Ce modèle a été validé par le critère de [Tanaka et al., 1986]. Cependant, il ne permet pas d'étudier l'impact de la forme des porosités qui sont uniquement considérées comme sphériques.

Le modèle [Zhang and Cui, 2009] représente une avancée par rapport aux modèles existants auparavant. En effet, en plus de la triaxialité des contraintes  $T_x$  et de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , la sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  a été considérée pour la prédiction du volume de la porosité. Cependant, la limitation principale de ce modèle est le fait qu'il considère que la porosité garde une forme sphérique tout le long de la refermeture sauf aux derniers stades de la refermeture où une information assimilée à une fissure est considérée. Les travaux de [Zhang et al., 2009] ont permis d'améliorer ce premier en ajoutant plus de précision sur l'effet de la déformation équivalente. Malheureusement, il n'est pas toujours possible de prédire le volume de la porosité lorsque sa forme et son orientation évoluent.

Le modèle Cicaporo1 [Saby et al., 2015] est le modèle le plus avancé dans la littérature. D'une part, l'approche multiéchelles adoptée est très prometteuse en termes de temps de calcul pour la calibration du modèle de prédiction grâce aux calculs sur VER. D'autre part, ce modèle est très complet puisqu'il tient compte de la triaxialité des contraintes  $T_x$  et de l'orientation et de la géométrie de la porosité. Ainsi, ce modèle permet de prédire le volume des porosités d'une manière plus précise et pour plusieurs configurations mécaniques et géométriques, ce qui est intéressant d'un point de vue industriel. Par contre, les paramètres relatifs au matériau ne sont pas pris en compte dans ce modèle. En effet, l'étude paramétrique réalisée sur l'ensemble des matériaux industriels traités dans ce projet a montré que l'influence des paramètres matériaux était du 2<sup>nd</sup> ordre par comparaison à la triaxialité et à la géométrie de la porosité ([Saby et al., 2015]).

En conclusion, l'approche multiéchelles est adoptée dans ce travail pour les différents avantages qu'elle présente. Plus de détails sur cette approche sont explicités dans le chapitre 2. Les paramètres concernant la porosité (forme et orientation) sont étudiés dans ce travail car leur influence sur l'évolution du volume des porosités est importante. La déformation équivalente et la triaxialité des contraintes sont des paramètres incontournables pour définir l'état de chargement. Pourtant la condition d'axisymétrie du chargement, souvent considérée dans les études de refermeture des porosités, mérite d'être remise en question car elle ne représente pas forcément ce que subit la matière lors des procédés industriels. Aussi, le caractère scalaire des modèles existants dans la littérature ne permet pas de représenter la réalité des refermetures pratiquées par les industriels. En effet, les porosités sont souvent refermées à l'aide de procédés multipasses où un changement de direction d'écrasement est prévu. Dans la section suivante, nous allons détailler ces deux problématiques : hypothèse de chargement axisymétrique et écrasement uni-directionnel (monotone).

## 1.4 Problématique industrielle de la refermeture des porosités

### 1.4.1 Cadre générale

L'objectif de cette thèse est de développer des modèles numériques pour prédire l'évolution des porosités existantes dans les pièces métalliques. Ces modèles doivent être utilisables d'un point de vue industriel. Pour cela ils doivent satisfaire deux conditions : (a) respecter les contraintes

liées à l'aspect industriel de la refermeture des porosités dans les procédés de mise en forme.

(b) minimiser le temps de calcul nécessaire pour réaliser la prédiction de la refermeture.

Une des problématiques majeures de cette étude est l'échelle de la représentation du problème de la refermeture. En effet, en réalité, le rapport de taille entre la pièce et la porosité est très grand. Ainsi, d'une part, une approche macroscopique nécessiterait un coût de calcul très onéreux pour bien décrire le procédé et la porosité. D'autre part, une approche analytique ne permet pas de tenir compte des conditions du chargement thermo-mécanique du procédé industriel. En revanche, une approche multi-échelles est adéquate pour modéliser la refermeture de porosité. D'abord, on utilise un Volume Élémentaire Représentatif (VER) afin de réduire l'échelle d'étude et gagner en termes de temps de calcul. La figure 1.17 montre la manière avec laquelle on applique les conditions aux limites sur VER. Ensuite, on applique des conditions aux limites observées localement au niveau des procédés industriels. La figure 1.22 montre le type de chargements mécaniques qu'on peut observer pour des procédés de mise en forme tels que le laminage ou le forgeage, avec  $\dot{\epsilon}$  est la vitesse de déformation,  $T_x$  est la triaxialité des contraintes et  $\mu$  est le paramètre de Lode que nous allons aborder dans le chapitre 3. De cette façon, on peut satisfaire les deux conditions (a) et (b) citées ci-dessus.

Dans la suite de cette section, nous allons présenter deux hypothèses qui ont une grande influence sur la refermeture de porosité, mais qui ne sont pas considérées dans les modèles de prédiction existants dans la littérature. Il s'agit de l'hypothèse d'axisymétrie de chargement et la considération de chargement monotone.

### Hypothèse d'axisymétrie du chargement

Généralement dans la littérature, l'hypothèse d'axisymétrie de chargement est souvent considérée. Cette hypothèse facilite la définition de l'état de contraintes en se basant seulement sur deux variables : la triaxialité des contraintes  $T_x$  (equation 2.7) et la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  ([Budiansky et al., 1982], [Feng and Cui, 2015], [Saby et al., 2015], [Tanaka et al., 1986] et [Zhang et al., 2009]).

En effet, la triaxialité des contraintes  $T_x$  et la contrainte équivalente  $\bar{\sigma}$  sont définies par :

$$T_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3\bar{\sigma}}, \quad (1.30)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)}. \quad (1.31)$$

En se plaçant dans un repère principal, l'hypothèse d'axisymétrie de chargement peut être traduite par le fait d'avoir deux contraintes égales sur deux directions différentes et la troisième contrainte est différente des deux premières. Nous considérons un solide S soumis à un chargement  $\Sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ . En appliquant la condition d'axisymétrie de chargement par rapport à l'axe  $\vec{e}_3$ , les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  dans les deux directions  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$ , respectivement, sont égales ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ) et la contrainte  $\sigma_3$  est différente.

En appliquant la condition d'axisymétrie de chargement par rapport à l'axe  $\vec{e}_3$ , les equations 2.7 et 1.31 deviennent :

$$T_x = \frac{2\sigma_1 + \sigma_3}{3\bar{\sigma}}, \quad (1.32)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 - \sigma_3, \quad (1.33)$$

où  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  sont les contraintes principales avec  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ . Donc,  $\sigma_1$  est définie par :

$$\sigma_1 = (T_x + \frac{1}{3})\bar{\sigma}. \quad (1.34)$$

Alors, comme indiqué dans la figure 1.17, les contraintes appliquées sur les surfaces latérales du VER sont égales. Par contre, si on ne fait pas l'hypothèse d'axisymétrie de chargement ( $\sigma_1 \neq \sigma_2$ ), une infinité d'états de contrainte peut être définie. Un exemple est donné dans la figure 1.21 pour deux chargements mécaniques définis par  $T_x = -1$  et  $\dot{\bar{\epsilon}} = -1s^{-1}$ . Le matériau étudié est défini par une loi de comportement de type Hansel-Spittel donnée par l'équation (1.1). Le chargement illustré dans la figure 1.21a correspond à la condition de chargement axisymétrique. Les deux contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont égales. Dans la figure 1.21b, le chargement présenté ne prend pas en compte la condition d'axisymétrie de chargement. Les deux contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  ne sont pas égales alors que ce chargement est généré avec les mêmes valeurs de triaxialité des contraintes  $T_x = -1$  et de vitesse de déformation équivalente  $\dot{\bar{\epsilon}} = -1s^{-1}$ .

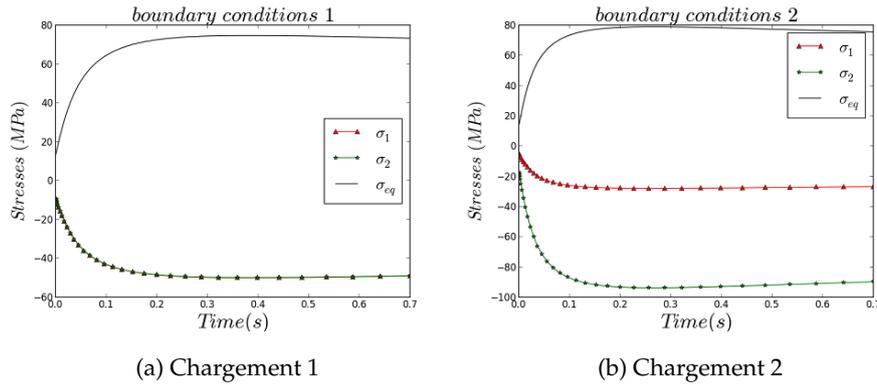


FIGURE 1.21 – Deux chargements mécaniques vérifiant  $T_x = -1$  et  $\dot{\bar{\epsilon}} = 1s^{-1}$ .

Dans la figure 1.22, on représente l'évolution du chargement mécanique pendant une opération de forgeage (figure 1.22a) et une opération de laminage (figure 1.22a). Le chargement ici est défini en fonction de la vitesse de déformation équivalente  $\dot{\bar{\epsilon}}$ , la triaxialité des contraintes  $T_x$  et du paramètre de Lode  $\mu$ . Le chapitre 3 est dédié à la présentation du paramètre de Lode ainsi que la modélisation qui tient compte de ce nouveau paramètre. L'influence de ce paramètre sur l'évolution du volume est présenté dans le chapitre 2, paragraphe 2.4.3. Quand on se place dans une condition d'axisymétrie de chargement, condition que la majorité des travaux dans la littérature considèrent, ce paramètre est égal à 1 par définition. Cependant, on constate que cette condition n'est pas vérifiée aux niveaux des deux procédés industriels présentés. En effet, dans les deux cas présentés, il varie, localement au niveau du capteur placé dans la pièce, entre 0.4 et 1. Ce qui prouve que la considération de cette hypothèse d'axisymétrie de chargement doit être remise en question.

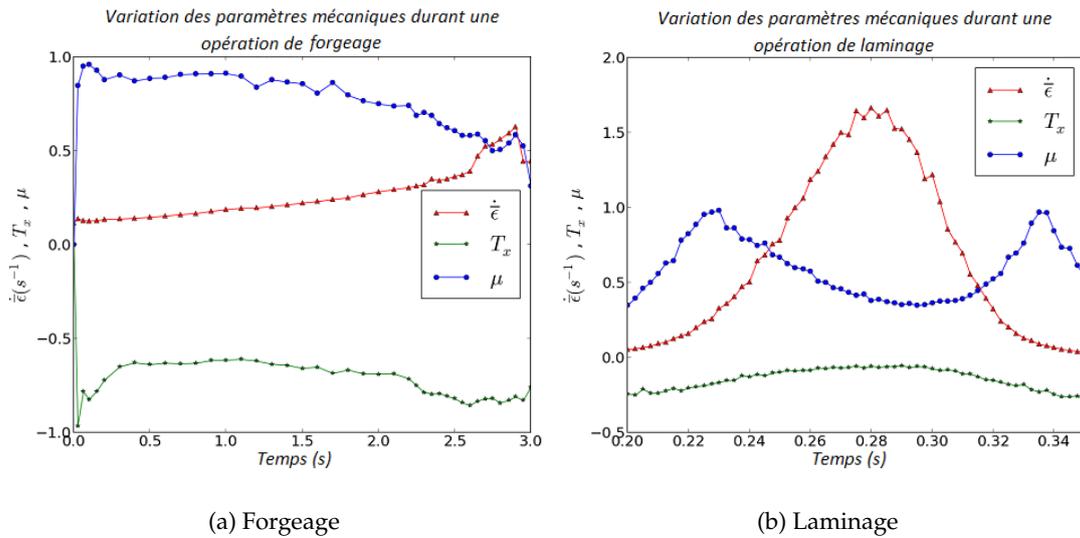


FIGURE 1.22 – Evolution locale de  $\dot{\epsilon}$ ,  $T_x$  et  $\mu$  durant des procédés industriels : forgeage et laminage .

Par conséquent, le paramètre de Lode  $\mu$  est pris en considération afin de définir l'état de contrainte d'une manière unique. Ce qui signifie que, par la suite, l'hypothèse d'axisymétrie de chargement est écartée et un état de contrainte plus général sera considéré.

### Refermeture multipasses des procédés industriels

Dans la littérature, une majorité de modèles de prédiction des mécanismes de refermeture sont des modèles scalaires qui considèrent un chargement monotone et calculent l'évolution du volume de la porosité seulement. Pour fermer les porosités, des auteurs tels que [Toda et al., 2009] et [Chen et al., 2012] suggèrent de dépasser  $\epsilon_z = 0.63$ , où  $\epsilon_z$  est la déformation dans la direction de la fermeture, ou bien atteindre  $H/H_0 = 0.75\%$  pour [Kakimoto et al., 2010], sachant que  $H$  est la hauteur finale et  $H_0$  est la hauteur initiale du lopin. Cependant, d'un point de vue industriel, tenter de refermer les porosités en appliquant une déformation suivant une seule direction, représente des contraintes au niveau métallurgique, énergétique et géométrique. Au niveau métallurgique, une déformation plastique élevée entraîne un durcissement important de la pièce. Ce durcissement pourrait affecter la micro-structure du matériau et en même temps ses propriétés mécaniques. D'un point de vue énergétique, lorsque la déformation est réalisée suivant une seule direction, l'effort nécessaire à la refermeture devient de plus en plus important. En effet, la contrainte est définie par le rapport entre la force de l'outil  $F$  et la surface de la pièce  $S$ . En déformant en une seule passe, la surface du contact lopin/outil grandit au fur et à mesure de la réduction de la hauteur du lopin. Par conséquent, l'outil (forge ou laminoir) nécessite plus de robustesse et plus d'énergie. En termes de contrainte géométrique, plus on déforme dans une direction, plus on réduit la dimension de la pièce dans cette direction et on l'agrandit dans les deux autres dimensions. De cette manière, il est difficile de contrôler la géométrie du lopin final pour répondre aux exigences clients.

Pour toutes les raisons citées précédemment, une opération de refermeture de porosités est, généralement effectuée en plusieurs passes et suivant différentes directions. La figure 1.23 montre

les étapes d'une simulation de refermeture des porosités lors d'une opération de forgeage d'un lopin parallélépipédique réalisée par l'un de nos partenaires industriels *Aubert&Duval*. L'opération est constituée de cinq passes avec un retournement de  $90^\circ$  suivant l'axe  $\vec{e}_2$  après chaque passe. Seules les deux premières passes sont discutées dans cet exemple.

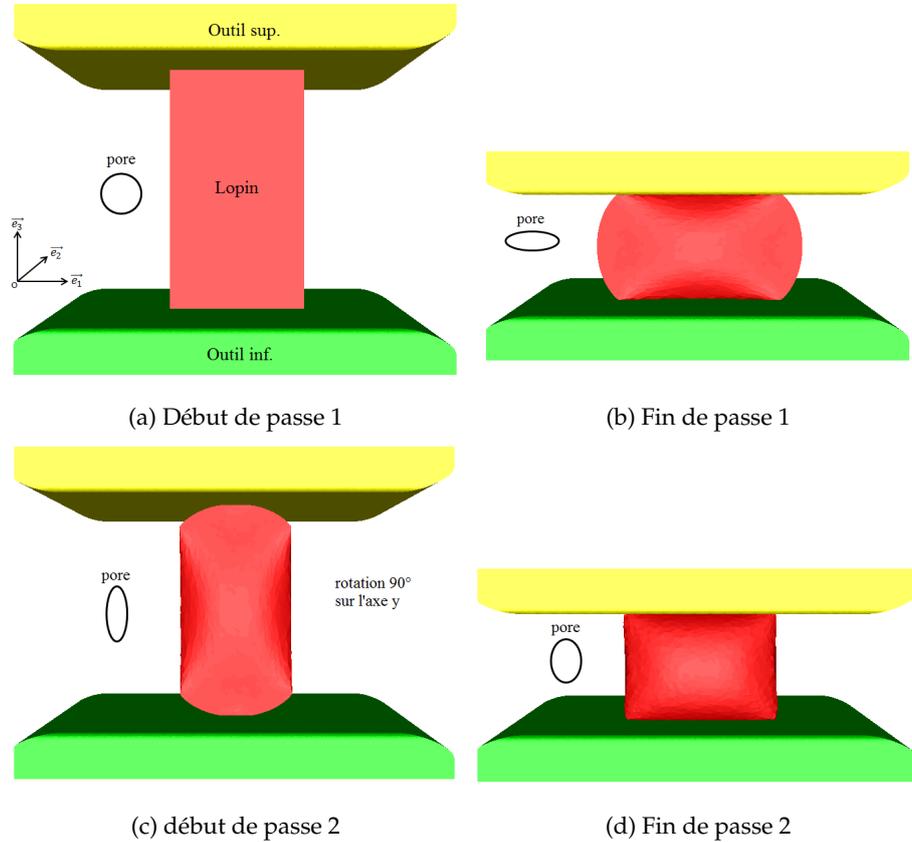


FIGURE 1.23 – Évolution du lopin après deux passes de refermeture à l'aide d'un procédé de forgeage de **Aubert&Duval**.

A l'état initial, une porosité sous forme sphérique est placée au cœur du lopin (figure 1.23a). Une déformation est appliquée pendant la première passe. À la fin de la première passe, et dû au chargement monotone, la porosité initialement sphérique devient une ellipsoïde de révolution et l'axe de révolution est l'axe  $\vec{Oe}_3$ . L'axe de révolution  $\vec{Oe}_3$  est perpendiculaire à la surface de contact outil/lopin (figure 1.23b) et les deux dimensions égales, dans les directions  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$  sont les plus larges. Une ellipsoïde de révolution représente un cas particulier d'une ellipsoïde lorsque seuls deux dimensions sont égales. L'axe de révolution est la direction associée à la troisième dimension de la porosité. Dans la figure 1.23c, un retournement de  $90^\circ$  par rapport à l'axe  $\vec{e}_2$  est appliqué. Ainsi, l'axe de révolution de la porosité devient  $\vec{Oe}_1$ . La déformation agit sur une des deux dimensions les plus larges de la porosité, qui coïncide maintenant avec l'axe  $\vec{Oe}_1$ . En effet, les travaux [Feng and Cui, 2015] et [Saby et al., 2015] ont confirmé que l'orientation de la porosité a une influence très importante sur la refermeture des porosités. Spécialement, quand la direction de la plus grande dimension du pore coïncide avec la direction de la déformation, la refermeture

complète devient plus difficile à atteindre. Dans la figure 1.23d, la déformation appliquée entraîne une réduction très faible du grand diamètre (dans la direction de la déformation).

Les modèles mathématiques qui existent dans la littérature sont des modèles scalaires qui prédisent l'évolution de la porosité uniquement à partir de son état initial. Donc, le changement de l'orientation de la porosité avant la fermeture complète altère la précision de la prédiction. De plus, il y a trois catégories de modèles : les modèles qui ne considèrent que le chargement mécanique à travers la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  et la triaxialité des contraintes  $T_x$  ([Budiansky et al., 1982], [Kakimoto et al., 2010], [Ståhlberg et al., 1980], [Tanaka et al., 1986],[Tvergaard, 1982]), ceux qui considèrent seulement la forme de la porosité ([Chen et al., 2011], [Feng and Cui, 2015] et [Zhang et al., 2009]) et qui ceux prennent en compte l'orientation et la forme de la porosité comme [Saby et al., 2015]. L'utilité des modèles de la première catégorie est très limitée pour des procédés multipasses. La deuxième et troisième catégories améliorent la précision de la prédiction du mécanisme de refermeture. Cependant, elles restent limitées par rapport aux procédés industriels multipasses où l'état initial des porosités change plusieurs fois au cours de la refermeture. Pour cela, une modélisation efficace doit tenir compte du changement de l'orientation et de la forme des porosités à tout moment de la refermeture.

### Conclusions

L'aspect industriel des problématiques liées aux mécanismes de refermeture des porosités a été discuté :

- la condition d'axisymétrie de chargement souvent utilisée dans la littérature ne permet pas la définition de l'état de chargement d'une manière unique,
- la nature scalaire qui caractérisent les modèles qui existent dans la littérature est une limitation pour l'utilisation de ces modèles afin d'étudier les procédés de mise en forme multipasses réalistes i.e industriels.

Ces deux aspects représentent des freins réels pour l'applicabilité des modèles existants dans un contexte industriel. L'objectif de ce travail est de surmonter ces obstacles. Dans un premier temps, nous nous attacherons à développer un modèle capable de modéliser tout type de chargement mécanique (Chapitre 3). Un deuxième modèle sera proposé pour prédire l'évolution de l'état de la porosité (volume + forme + orientation) dans un procédés industriel multipasses (Chapitre 4).



## **Chapitre 2**

# **Approche multiéchelles et plateforme d'identification**

## 2.1 Introduction

L'objectif de ce travail est de développer des outils numériques adaptés à l'utilisation industrielle pour les procédés de mise en forme. Pour cela deux hypothèses, qui sont souvent considérées dans la littérature, sont à écarter :

1. la condition d'axisymétrie du chargement,
2. l'aspect scalaire pour la prédiction du volume des porosités dans les procédés de mise en forme.

En effet, si l'on considère un problème axisymétrique par rapport à l'axe  $\vec{z}$ , la condition d'axisymétrie du chargement consiste à appliquer, en plus d'une contrainte (ou vitesse) de compression verticale ( $\sigma_{zz}$ ), des conditions de contraintes latérales égales ( $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$ ). Ceci ne représente pas la totalité des états de contraintes pouvant être rencontrés au cours des procédés de mise en forme ; et il est donc nécessaire d'être plus général dans l'application de cet état de contrainte.

Ensuite, l'aspect scalaire de la prédiction du volume peut être adapté seulement à la refermeture monopasse. Cependant, pour les procédés multipasses, la rotation des pièces entre chaque passe conduit à une orientation des porosités pouvant différer d'une passe à l'autre. Or nous avons vu dans le chapitre 1 à quel point la morphologie et l'orientation d'une porosité peut avoir une influence sur la vitesse de refermeture. Une description tensorielle des porosités, capable de prendre en compte des rotations inter-passes, semble donc plus pertinente pour une meilleure prédiction de la refermeture de porosités pour les procédés de mise en forme multipasses. L'objectif de ce chapitre est de présenter l'approche multiéchelles mise en place ainsi que la stratégie d'identification proposée dans ce travail. Cette identification a pour but de définir un modèle mathématique de refermeture de porosités macro à champ moyen performant, dont les paramètres sont obtenus sur la base de centaines de simulations micro à champ complet et faisant varier géométrie et orientation de porosité ainsi que l'état de contrainte.

Ce chapitre est composé de trois sections : la première section est consacrée à la présentation de l'approche multiéchelles (calculs macro/micro, utilisation des VER, modélisation des porosités et conditions aux limites utilisées). Dans la deuxième partie, l'étude de sensibilité de l'évolution du volume de porosités par rapport aux paramètres géométriques, aux paramètres mécaniques et aux paramètres rhéologiques du matériau est présentée. La troisième section est dédiée à la plateforme d'identification des nouveaux modèles à champ moyen. L'intérêt et le principe de l'utilisation de cette méthode sont présentés. Nous donnerons aussi des détails sur la base de données de simulations sur VER générée afin de sauvegarder les données nécessaires pour le processus d'optimisation proposé. Et finalement, plusieurs paramètres influençant les résultats d'optimisation sont étudiés.

### Hypothèses générales pour la mise en place de l'approche multiéchelles

Afin de pouvoir mettre en place l'approche multiéchelles, deux hypothèses sont considérées :

- a - La présence de porosité n'a aucune influence sur le champ macroscopique de déformation et

de contraintes. En effet, dans un procédé industriel, le volume de la porosité reste négligeable par rapport au volume du lopin réel.

- b - Les différences de tailles caractéristiques permettent de considérer le champ thermomécanique de la pièce (défini aux points d'intégration) comme le domaine de conditions aux limites homogènes applicables à nos simulations champ complet sur VER (Voir la thèse de [Saby, 2013])

## 2.2 Description de l'approche multiéchelles

### 2.2.1 Échelles micro/macro

Le principe fondamental d'une approche multiéchelles est de séparer l'étude en problèmes différents qui ont lieu à des échelles différentes. L'idée est d'étudier la refermeture des porosités à l'échelle microscopique (échelle de la porosité) en utilisant des simulations à champ complet sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER). En effet, la refermeture des porosités peut être traitée comme un problème microscopique grâce à l'hypothèse que la porosité n'affecte le champ thermomécanique de la pièce industrielle que localement. L'analyse de ces porosités à l'échelle micro permet de décrire explicitement ces porosités avec une discrétisation spatiale la plus précise possible au sein d'un VER. Les conditions aux limites des calculs sur VER sont obtenues à partir des chargements mécaniques observés à l'échelle macroscopique des procédés industriels. De cette façon l'utilisation de VER permet de comprendre et décrire la refermeture de la porosité par rapport à différents paramètres relatifs à leurs géométrie et orientation mais aussi par rapport à différents états de contraintes.

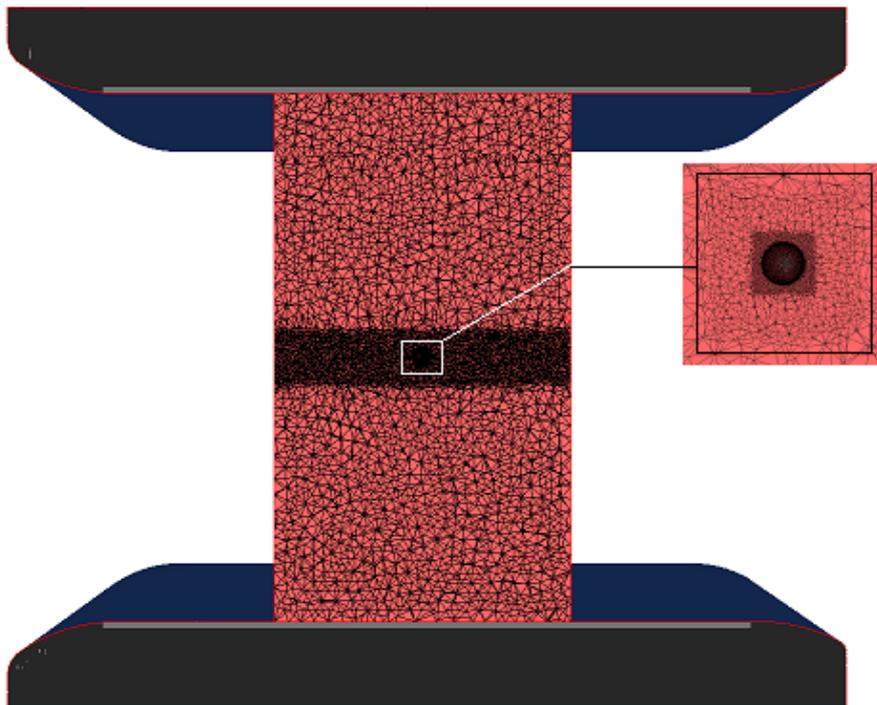


FIGURE 2.1 – Exemple de décas de forgeage macroscopique avec prise en compte explicite d'un pore sphérique.

Les figures 2.1 et 2.2 représentent deux configurations à champ complet avec une description explicite d'une porosité sphérique. Le cas décrit dans la figure 2.1 nécessite un maillage non-structuré de 1 271 000 éléments tétraédriques pour représenter correctement la porosité dans un lopin forgé tandis que la représentation microscopique (figure 2.2) ne nécessite que 52 600 éléments dans le VER à précision égale de maillage à l'entourage de la porosité. Cela signifie que le calcul

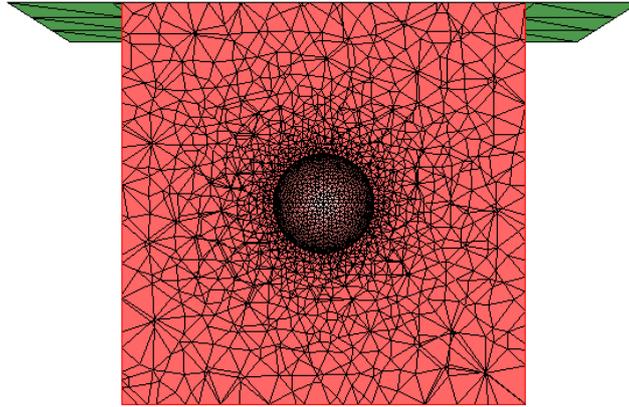


FIGURE 2.2 – Calcul sur VER représentatif issu de cas de forgeage de la figure 2.1.

macro coutera approximativement 24 fois plus de temps de calculs qu'un calcul micro à l'échelle d'un VER.

Cependant, il faut d'abord s'assurer que les calculs sur VER décrivent correctement la refermeture des pores.

### 2.2.2 Validation des calculs sur VER

[Saby et al., 2015] ont utilisé le même principe pour étudier la refermeture des porosités. Afin d'exploiter des simulations à champ complet à l'échelle de VER, ces dernières ont été validées par des simulations explicites à l'échelle macroscopique pour un procédé de laminage. L'idée étant de comparer les prédictions de la refermeture à l'échelle de calculs sur VER comparativement à quelques calculs macros très lourds prenant en compte explicitement les pores présents dans le lopin.

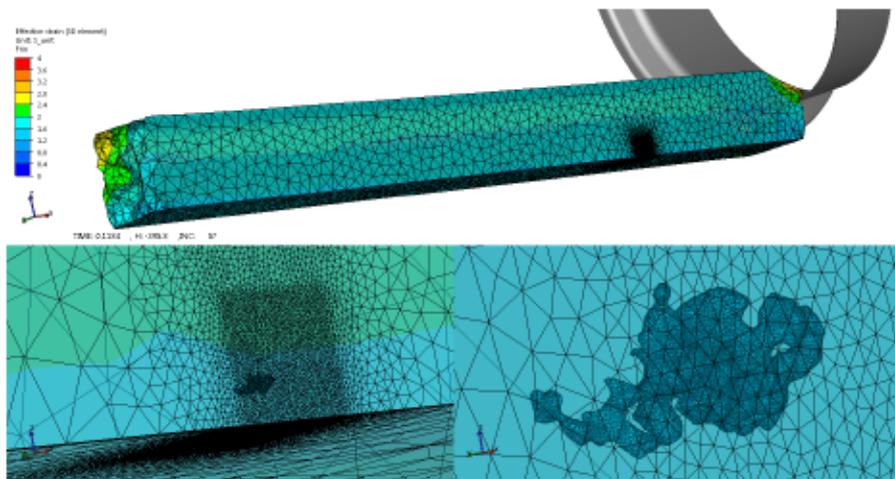


FIGURE 2.3 – Description macroscopique du maillage durant le procédé de laminage réel, thèse de [Saby, 2013].

Dans la figure 2.3, le maillage macroscopique de la pièce métallique utilisée pour l'opération de laminage est présenté. Une porosité réelle a été considérée. Dans ce travail, les porosités réelles ont été obtenues en utilisant des images tridimensionnelles issues de microtomographie par rayons X. Ensuite, un VER contenant la même porosité a été utilisé avec des conditions aux limites équivalentes à celles perçues localement par la porosité au cours du laminage. Ces conditions aux limites équivalentes EBC (Equivalent Boundary Conditions) sont détaillées dans le paragraphe suivant (2.2.3). La figure 2.4 présente la comparaison entre l'évolution du volume de la porosité dans le cas de la simulation macroscopique industrielle (courbe noire) et celle obtenue dans le cas du VER utilisé. Sur tout l'intervalle de temps  $[0,0.1s]$ , les deux courbes sont en très bon accord. Cela valide l'utilisation des simulations à champ complet sur VER dans le contexte considéré au lieu de simulations macroscopiques très coûteuses en termes de temps de calcul. Pour le cas présenté en figures 2.3 et 2.4, le calcul macroscopique a nécessité près de 11 jours et 9 heures contre 1 jours et 6 heures pour le calcul sur VER, ce qui signifie approximativement une division par 9 du temps de calcul (les calculs sont effectués sur 32 processeurs).

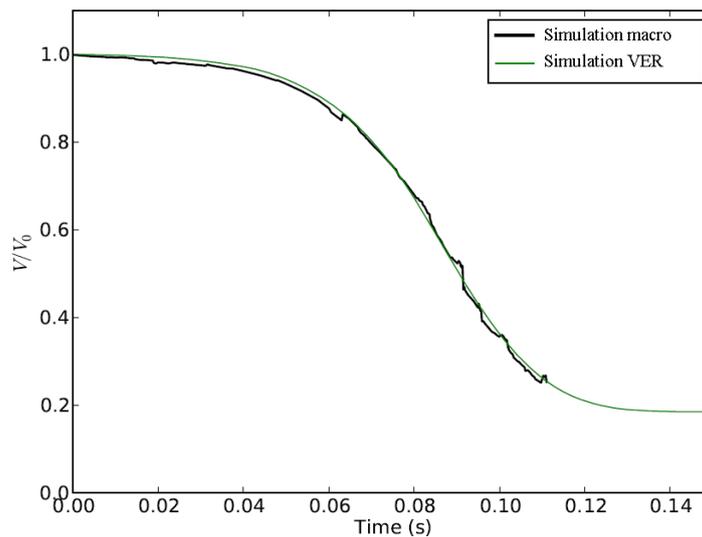


FIGURE 2.4 – Comparaison de l'évolution du volume de porosité durant la simulation explicite macroscopique du procédé et la simulation sur VER ([Saby, 2013]).

A partir de ce constat, les simulations à champ complet sur VER sont exploitées afin de développer un modèle à champ moyen (qui sera utilisé à l'échelle macroscopique) capable de prédire l'évolution du volume des porosités en fonction de plusieurs paramètres. [Saby et al., 2015] et [Yin et al., 2008] ont suivi une méthodologie qui consiste à réaliser une large campagne de simulations à champ complet sur VER afin de visualiser l'effet des paramètres d'entrée sur la variable étudiée, afin d'en déduire ensuite un modèle mathématiques qui sera utilisé dans des simulations à champ moyen. [Yin et al., 2008] ont essayé de prédire les propriétés de la loi constitutive d'un matériau (variables étudiées) à partir de différentes microstructures définies par des paramètres tels que la taille des grains, leur densité ou bien la fraction de leur volume (paramètres d'entrée).

[Saby et al., 2015] ont prédit l'évolution du volume de la porosité (variable étudiée) en fonction de la triaxialité des contraintes  $T_x$ , de la forme de la porosité et de son orientation (paramètres d'entrée). À partir de ces observations, un modèle de prédiction est proposé en utilisant une analyse déterministe de cause à effet sur le comportement de la variable étudiée vis-à-vis des paramètres entrées.

La même approche est utilisée dans ce travail. Nous avons lancé une large campagne de simulations à champ complet sur VER. Dans cette campagne, nous avons fait varier les paramètres d'entrée (paramètres géométriques et mécaniques) et avons recueilli ensuite l'évolution du volume et de la matrice d'inertie de la porosité correspondante à chaque simulation. Toutes ces données ont ensuite été sauvegardées dans une base de données.

Dans le paragraphe suivant, nous allons présenter la méthodologie appliquée afin de définir les conditions aux limites équivalentes pour représenter les chargements mécaniques observés pendant les procédés industriels.

### 2.2.3 Conditions aux limites équivalentes

Afin de reproduire les chargements mécaniques observés durant les procédés industriels, nous avons placé des capteurs locaux sur la pièce. Les chargements mécaniques observés sur ces capteurs sont utilisés comme des conditions aux limites appliquées au niveau des simulations à champ complet sur VER. Les conditions aux limites utilisées dans ce travail ont été utilisées par [Saby et al., 2013]. Elles sont détaillées dans le paragraphe 1.3.4 (voir figure 1.17). Dans la figure 2.5, nous traçons la comparaison entre les variables obtenues à partir de simulation macroscopique du procédé (traits discontinus) et les variables obtenues à partir de simulations sur VER (pointillés) en utilisant les conditions aux limites détaillées dans la figure 1.17 à savoir que les deux simulations sont à champ complet. Les sous figures montrent respectivement l'évolution des contraintes  $\sigma_{XX}$  et  $\sigma_{YY}$ , la déformation suivant la direction d'écrasement  $\epsilon_{ZZ}$  et finalement la triaxialité des contraintes  $T_x$ . Pour les trois premières variables, on constate que les simulations coïncident parfaitement. Pour la triaxialité des contraintes  $T_x$ , on arrive à retrouver la même évolution sur quasiment tout le chemin de déformation, sauf à la fin où du bruit est observé au niveau de la simulation du procédé. Aussi, on constate qu'avec cette méthode, on peut reproduire un état de triaxialité de contrainte  $T_x$  quasi-constant tout au long du chemin de la déformation si nécessaire.

À ce stade, nous avons montré la méthodologie que nous allons suivre pour élaborer les simulations à champ complet sur VER. Dans les sections qui suivent, nous allons montrer comment la porosité réelle est idéalisée en termes de porosité équivalente dans ce travail afin de contourner l'irrégularité de la forme réelle des porosités. Ensuite, nous présenterons la validation des choix de paramètres numériques concernant le VER utilisé dans les simulations à champ complet.

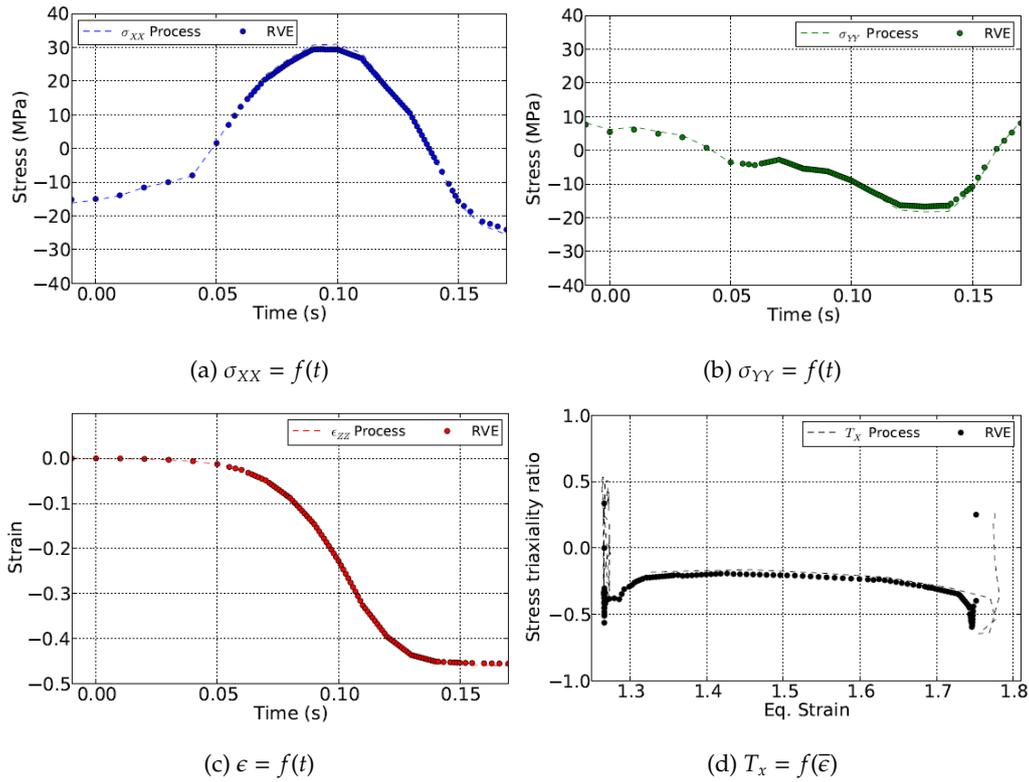


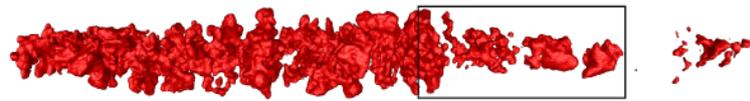
FIGURE 2.5 – Comparaisons de variables mécaniques issues de capteurs placés lors de simulation de procédés industriels et par simulations explicites sur VER avec les conditions aux limites définies, à partir de [Saby et al., 2013].

## 2.3 Représentation simplifiée des porosités réelles

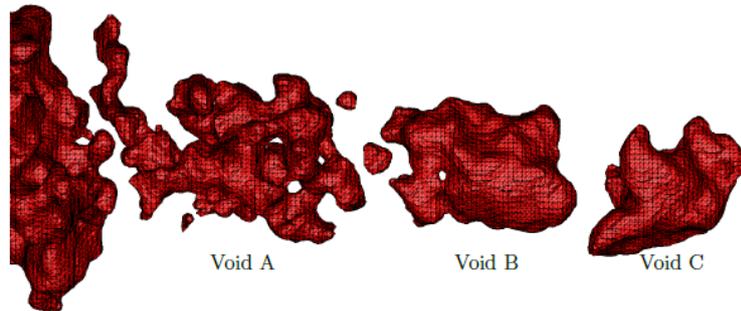
### 2.3.1 Porosité réelle

Un des objectifs de ce travail est de prédire l'évolution de la porosité en considérant sa morphologie et son orientation. La considération de la morphologie est un élément primordial. En effet, deux porosités ayant deux morphologies différentes ne se referment pas forcément de la même façon. De plus, si on applique une rotation au cours de la refermeture, l'orientation de la porosité change et nous avons vu dans le chapitre 1 qu'une porosité avec deux orientations différentes peut ne pas se refermer de la même façon. Cependant, dans le contexte industriel, les porosités prennent des formes très irrégulières et sont difficiles à représenter géométriquement. La figure 2.6 montre un exemple de porosités réelles observées dans un échantillon d'acier de l'un des partenaires industriels du projet (obtenu à partir de la thèse de [Saby, 2013]).

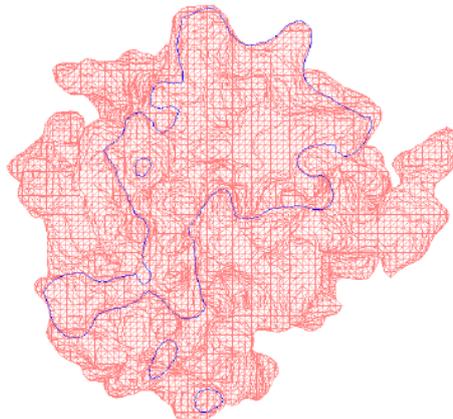
Comme nous souhaitons développer un outil numérique qui prend en compte la géométrie et l'orientation de la porosité, cette irrégularité au niveau de la morphologie rend la quantification de ces facteurs complexe. Pour cela, différentes modélisations géométriques de la porosité ont été utilisées dans la littérature : un cercle 2D ([Chen et al., 2011]) et [Dudra and Im, 1990], un cylindre ([Kakimoto et al., 2010],[Nakasaki et al., 2006],[Park and Yang, 1996] et [Pietrzyk et al., 1995]), une



(a) Représentation 3D de la porosité entière observée par *Microtomographie* dans l'échantillon d'acier étudié



(b) Construction de la surface tridimensionnelle en utilisant l'algorithme de *Marching Cubes*, [Lorensen and Cline, 1987]



(c) Exemple de porosité unitaire réelle. Le contour bleu représente une coupe sur la porosité présentée dans la figure 2.6a

FIGURE 2.6 – Exemple de géométrie réelle d'un pore observé dans un échantillon d'acier, thèse de [Saby, 2013].

sphère ([Feng and Cui, 2015], [Kakimoto et al., 2010], [Kim et al., 2011] et [Zhang et al., 2009]) ou une ellipsoïde ([Feng and Cui, 2015] et [Saby et al., 2015]).

Les modélisations bidimensionnelles ne sont pas compatibles avec le contexte considéré ici où l'on souhaite modéliser les mécanismes de refermeture en 3D pour se rapprocher aux mieux des conditions réelles. La sphère ne permet pas de tenir compte de l'orientation de la porosité. De plus, après écrasement, la porosité initialement sphérique devient ellipsoïdale. Donc, le choix de la garder sous forme sphérique n'est pas cohérent avec la réalité. La modélisation sous forme d'ellipsoïde représente un choix plus riche et a été retenu dans le cadre de cette étude.

Dans la section suivante, la géométrie équivalente est définie. La méthode du calcul du volume et des paramètres géométriques de la porosité est présentée.

### 2.3.2 Porosité équivalente

#### Géométrie équivalente

Dans cette étude, une porosité ellipsoïdale est considérée comme géométrie équivalente pour représenter la porosité réelle. Ce choix permet de tenir compte, lors de la prédiction, des dimensions et de l'orientation de la porosité. Dans la figure 2.7, l'orientation de la porosité est définie par les rotations  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  qui sont appliquées à la porosité successivement suivant les trois directions du repère global  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ . Les directions  $\vec{e}_1^3, \vec{e}_2^3, \vec{e}_3^3$  représentent les directions principales de la porosité. Pour faciliter l'appellation des directions principales de la porosité, dans la suite du manuscrit, nous utilisons la notation  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ . Dans la figure 2.8 les dimensions de la porosité sont définies par les rayons  $(r_1, r_2, r_3)$ .

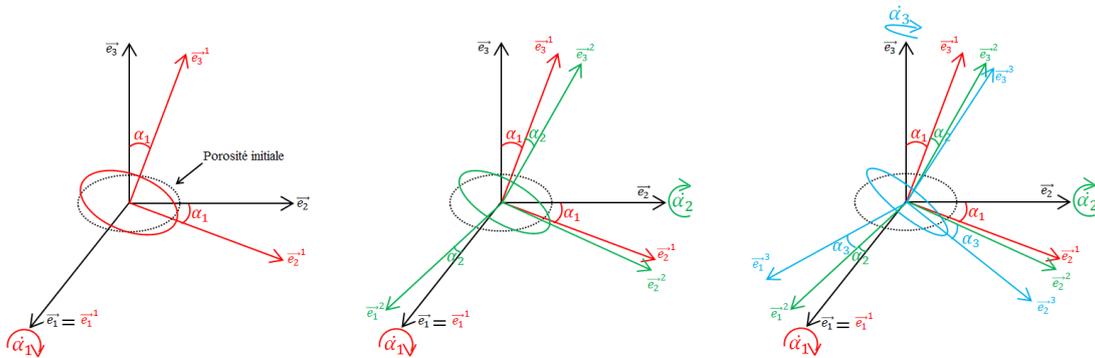


FIGURE 2.7 – Définition de l'orientation de la porosité par rapport au repère principal du VER  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ .

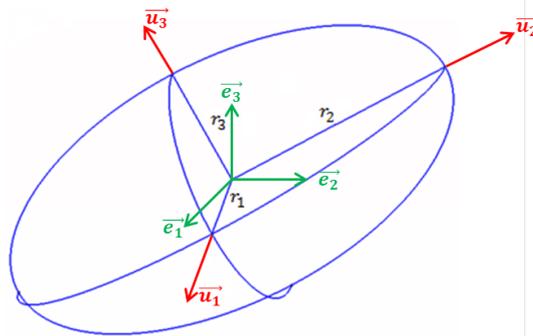


FIGURE 2.8 – Définition des dimensions  $(r_1, r_2, r_3)$  et des directions principales  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$  de la porosité dans le repère global  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ .

Dès que la porosité équivalente est définie, l'évolution du volume doit être enregistrée au cours de simulation numérique. Nous allons présenter cela dans le paragraphe suivant.

### Volume de la porosité

Afin de calculer le volume d'une porosité au niveau des simulations à champ complet sur VER, l'expression 2.2 est utilisée. En effet, considérons la surface fermée de la porosité  $\partial\Omega$  composée des triangles du maillage  $\tau$  (maillages 3D tétraédrique et donc discrétisation en triangles des surfaces). Le théorème de la divergence est exprimé par :

$$V = \iiint_{\Omega} dV = \iiint_{\Omega} \frac{\text{div}(\vec{OX})}{3} dV = \oint_{\partial\Omega} \frac{\vec{OX} \cdot \vec{n}}{3} dS = \sum_{\tau \in \partial\Omega} \frac{1}{3} \iint_{\tau} \vec{OX} \cdot \vec{n} dS \quad (2.1)$$

où  $\vec{OX} = (x_1, x_2, x_3)$  sont les coordonnées d'un point  $X$  sur la surface intérieure de la porosité,  $\vec{n}$  est la normale sortante aux triangles  $\tau$ .

Par définition,  $\tau$  est une surface plane, ce qui signifie que  $\forall X \in \tau, \vec{OX} \cdot \vec{n} = \text{cte}$  et  $\iint_{\tau} dS = \text{surf}(\tau)$ . L'équation 2.1 peut être exprimée par :

$$V = \frac{1}{3} \sum_{\tau \in \partial\Omega} \text{surf}(\tau) \vec{OX}_{\tau} \cdot \vec{n}_{\tau}, \quad \forall X_{\tau} \in \tau, \quad (2.2)$$

### Paramètres géométriques de la porosité

La matrice d'inertie est exprimée par :

$$MI = \begin{pmatrix} MI_1 & MI_4 & MI_5 \\ MI_4 & MI_2 & MI_6 \\ MI_5 & MI_6 & MI_3 \end{pmatrix}$$

avec

$$\begin{aligned} MI_1 &= \iiint_{\partial P} (x_2^2 + x_3^2) dV & MI_4 &= - \iiint_{\partial P} x_1 x_2 dV \\ MI_2 &= \iiint_{\partial P} (x_3^2 + x_1^2) dV & MI_5 &= - \iiint_{\partial P} x_3 x_1 dV \\ MI_3 &= \iiint_{\partial P} (x_1^2 + x_2^2) dV & MI_6 &= - \iiint_{\partial P} x_2 x_3 dV \end{aligned} \quad (2.3)$$

Le calcul des composantes  $MI_i$  au niveau des simulations explicites sur VER est détaillé dans l'Annexe A.

La matrice  $MI$  peut être diagonalisée pour obtenir  $\underline{I}$ .  $\underline{I}$  est une matrice diagonale avec les composantes  $(I_1, I_2, I_3)$  correspondant aux valeurs propres de  $MI$ . Si l'on considère une ellipsoïde orientée dans ses axes principaux, ces inerties principales peuvent être exprimées en fonction du volume et des rayons de la porosité.

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{V}{5} (r_2^2 + r_3^2), \\ I_2 &= \frac{V}{5} (r_3^2 + r_1^2), \\ I_3 &= \frac{V}{5} (r_1^2 + r_2^2). \end{aligned} \quad (2.4)$$

On peut enfin inverser les expressions de l'équation 2.4 afin de calculer les rayons principaux de la porosité à partir des inerties principales.

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \sqrt{\frac{5}{2V}(I_2 + I_3 - I_1)}, \\
 r_2 &= \sqrt{\frac{5}{2V}(I_3 + I_1 - I_2)}, \\
 r_3 &= \sqrt{\frac{5}{2V}(I_1 + I_2 - I_3)}.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Pareillement, les vecteurs propres de la matrice d'inertie (MI) de la porosité correspondent à  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$  sont utilisés pour définir les directions principales de la porosité équivalente par rapport au repère principal.  $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$  correspond à un repère orthonormé qui peut être obtenu à partir des 3 rotations sur un repère canonique. Ainsi, la géométrie équivalente de la porosité peut être définie à partir de la matrice d'inertie via les paramètres  $(r_1, r_2, r_3)$  et  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ .

Comme tout calcul sur VER, la notion de la taille minimale représentative doit être définie. Cette question est présentée dans la section suivante. Par ailleurs, la taille de maille  $y$  est également discutée dans l'idée de maximiser la précision des calculs tout en conservant des temps de calculs raisonnables.

### 2.3.3 Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Nous avons montré dans la section 2.2.1 que les simulations à l'échelle macroscopique des procédés industriels sont très coûteux en temps de calcul. Nous avons choisi alors de lancer notre campagne de simulations sur VER tout en vérifiant que les résultats de l'évolution du volume ne sont pas influencés par ce changement d'échelle. Nous allons donc analyser le paramétrage du VER afin de trouver un compromis acceptable entre le coût de calcul d'une simulation et la précision des résultats au niveau de l'évolution du volume de la porosité.

#### Choix de la taille du VER

Dans ce travail, un VER cubique est considéré. Afin de respecter les conditions de validité de l'approche multiéchelles ainsi que la réduction du temps de calcul, un compromis doit être atteint au niveau de la taille du VER par rapport à la taille de la porosité. Pour cette raison, l'effet du coefficient de proportionnalité  $\eta$  entre la taille du VER et la taille de la porosité est étudié (équation 2.6). Les  $t_i$  représentent les dimensions de la *bounding box*, qui est la plus petite boîte parallélépipédique contenant la porosité et les  $T_i$  sont les dimensions du VER.

$$T_i = \eta.t_i \quad i \in \{1, 2, 3\} \tag{2.6}$$

Dans cette analyse nous avons choisi une taille de maille uniforme de  $h = 0.25mm$  pour toute les simulations. Dans le paragraphe suivant, nous analysons l'influence de la taille de maille sur l'évolution du volume de la porosité afin de choisir une taille de maille adéquate qui sera utilisée pour les simulations suivantes. Afin d'évaluer la précision sur l'évolution du volume, la norme  $L_2$  de la différence entre le cas de référence et le résultat obtenu est systématiquement considéré.

Dans cette étude de sensibilité, le coefficient de proportionnalité est considéré dans l'intervalle  $[2; 6]$ . Dans la littérature, [Saby et al., 2015] a choisi  $\eta = 3$  car il a remarqué qu'au dessus de cette

valeur, l'évolution du volume de la porosité converge vers le même résultat. Cependant, il a utilisé une porosité réelle alors que nous utilisons ici une porosité ellipsoïdale de rayons  $r_i = (2, 1, 1)mm$ . La figure 2.9 présente l'état de la déformation équivalente à  $t = 0.15s$  sur le VER en fonction des valeurs de  $\eta$  considérées. Il faut mentionner que la refermeture de porosité dans cette étude est effectuée en utilisant les conditions aux limites présentées auparavant dans la figure 1.17.

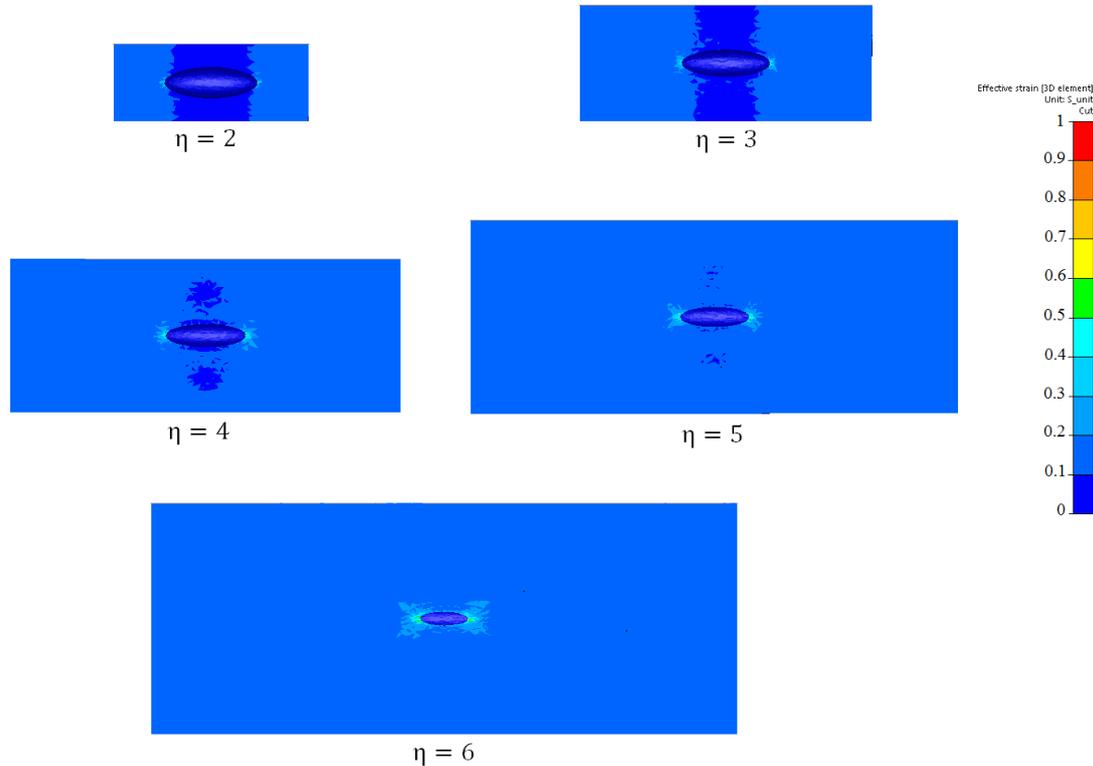


FIGURE 2.9 – Comparaison de la distribution de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  dans le VER, à  $t = 0.15s$ , pour plusieurs valeurs du coefficient de proportionnalité  $\eta$ .

Dans la figure 2.9, on constate que pour les cinq valeurs de  $\eta$  considérées, plus on augmente la taille du VER, plus l'influence de la présence de la porosité sur le champ de déformation diminue. Cela est cohérent avec l'hypothèse discutée dans la section 2.2.2. Dans la figure 2.10, l'évolution du volume d'une porosité ellipsoïdale pour les différentes valeurs de  $\eta$  est tracée. Les lignes rouge, verte, bleue, grise et violette correspondent à  $\eta = 2, 3, 4, 5$  et  $6$ , respectivement. On constate que plus grand est le VER par rapport à la porosité, plus rapide est la fermeture. On constate aussi qu'une convergence est obtenue en s'approchant de  $\eta = 6$ . En agrandissant encore la taille du VER, on obtiendrait la même évolution que pour le cas  $\eta = 6$ , ou bien une très faible variation, le cas échéant. On voit que l'erreur entre le cas  $\eta = 6$  et les autres cas diminue quand la taille du VER augmente. En utilisant la norme  $L_2$  de la différence entre  $V/V_0(\eta = 6)$  et les autres cas, un par un, l'erreur ne dépasse pas 2% pour le cas  $\eta = 5$ . Concernant l'écart que nous observons entre l'évolution du cas  $\eta = 2$  et le cas  $\eta = 6$  est supérieur à 35%, cela est dû à la présence des bords du VER qui impacte la fermeture de la porosité. Plus, on augmente la taille du VER, plus ses bords

seront éloignés de la porosité et plus l'influence sur la refermeture est faible.

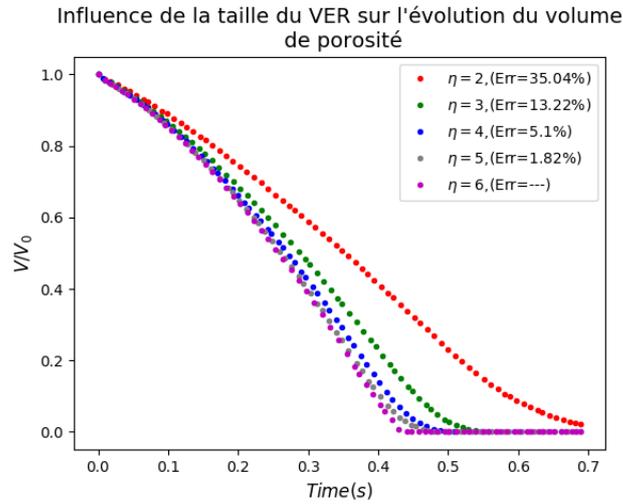


FIGURE 2.10 – Évolution du volume d'une porosité ellipsoïdale pour différentes valeurs du coefficient  $\eta$ .

Dans le tableau 2.1, les données numériques des simulations explicites sur VER sont détaillées. On constate que le nombre d'éléments croît considérablement avec l'augmentation de la taille du VER, en considérant la même taille de maille pour tous les cas. Le cas  $\eta = 4$  semble présenter un bon compromis entre la précision sur l'évolution de volume obtenue et le temps de calcul car il représente  $\approx 5\%$  d'erreur (*Norme -  $L_2$* ), mais il permet de gagner plus de 63% du temps de calcul.

Taille du VER	Nb. éléments	CPU	Nb. CPU	CPU Total	$L_2 - V/V_0\%$	Gain en TC %
$\eta = 6$	2404977	2h3m25s	32	2j17h49m20s	—	—
$\eta = 5$	1394442	1h32m3s	32	2j01h05m36s	1.82%	25.41%
$\eta = 4$	717749	52m10s	28	24h20m40s	5.1%	63.01%
$\eta = 3$	301845	36m14s	24	14h29m36	13.22%	77.98%
$\eta = 2$	91145	5m37	16	1h29m52s	35.04%	97.78%

TABLE 2.1 – Influence du paramètre  $\eta$  sur la cinétique de la refermeture et le temps de calcul des simulations sur VER, TC = Temps de Calcul.

Dans le paragraphe suivant, nous allons étudier la taille de maille qui permet d'obtenir un bon compromis entre l'évolution du volume et le temps de calcul.

### Choix de la taille de maille

Dans le paragraphe précédent nous avons analysé l'influence de la taille du VER et le choix de  $\eta = 4$  a été fait. Pour cette analyse, nous avons fixé une taille de maille uniforme avec  $h = 0.25mm$ . Dans ce paragraphe, nous allons analyser la taille de maille qui assurerait précision des résultats et temps de calcul raisonnable.

La même porosité utilisée pour l'analyse de la taille du VER est utilisée ici, avec  $r_i = (2, 1, 1)mm$ . La taille de maille varie dans l'intervalle  $[0.15, 1.2]mm$ .

Dans la figure 2.11, l'évolution du volume de la porosité utilisée est tracée en fonction du temps et en fonction de la taille de maille. Les courbes rouge, verte, bleue, grise, violette et noire correspondent respectivement aux tailles de maille  $h = 0.15mm$ ,  $h = 0.2mm$ ,  $h = 0.3mm$ ,  $h = 0.5mm$ ,  $h = 0.8mm$  et  $h = 1.2mm$ . Il faut noter qu'ici nous allons utiliser des maillages uniformes. Pour évaluer la précision sur l'évolution du volume, la norme  $L_2$  de la différence entre le cas de référence et le résultat obtenu est considérée.

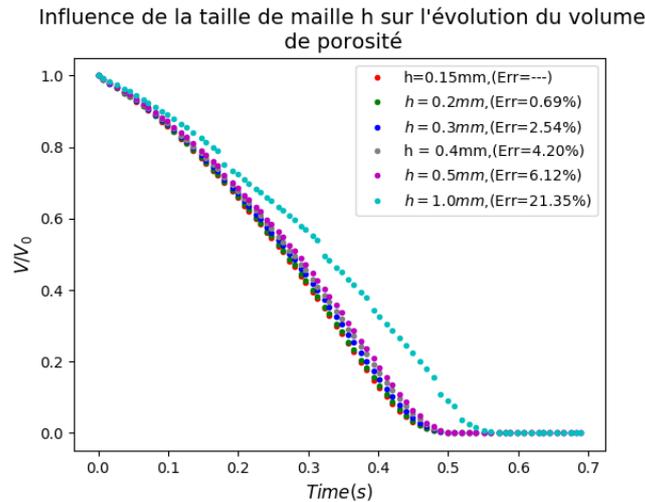


FIGURE 2.11 – Évolution du volume d'une porosité ellipsoïdale pour différent valeurs de la taille de maille  $h$

Dans la figure 2.11, on observe qu'une convergence est obtenue avec la réduction de la taille du maille jusqu'à atteindre la taille  $h = 0.15mm$  que nous allons considérer comme cas de référence. En réduisant encore plus la taille de maille, le nombre d'éléments devient trop important, engendrant alors un temps de calcul prohibitif. On constate que, sur la courbe du cas  $h = 1.0mm$ , l'effet du remaillage apparaît clairement sur l'évolution du volume car le maillage est très grossier par rapport à la taille de la porosité. Ensuite, l'erreur (Norme  $L_2$ ) par rapport au cas de référence est supérieure à 21%. L'erreur diminue naturellement avec la diminution de la taille de maille. En regardant les données numériques des simulations explicites effectuées pour cette analyse, dans le tableau 2.2, on observe que le temps de calcul pour le cas de référence,  $h = 0.15mm$ , correspond à presque 13j de calcul. Un tel coût de calcul n'est pas compatible avec le nombre très important de simulations à réaliser pour calibrer notre modèle. Mais évidemment, le temps de calcul diminue avec l'augmentation de la taille de maille car cela réduit le nombre d'éléments dans le VER. On s'intéresse donc aux autres cas pour chercher un meilleur compromis entre précision sur l'évolution du volume et temps de calcul maîtrisé. En comparant les cas présentés dans le tableau 2.2, on constate que plus on augmente la taille de maille, plus la précision sur l'évolution du volume de la porosité se dégrade, et inversement, le temps de calcul diminue jusqu'à atteindre un gain de 99.99% pour le cas  $h = 1mm$ . Le cas  $h = 0.4mm$  représente un bon compromis entre

précision sur le volume et temps de calcul avec une erreur inférieure à 5% et un gain proche de 99% au niveau du temps de calcul.

TM (mm)	Nb. Elts	CPU	Nb. CPU	CPU Total	$L_2 - V/V_0\%$	GTC %
$h = 0.15$	3183543	9h38m10s	32	12j20h21m20s	—	—
$h = 0.2$	1329101	2h6m15s	30	2j15h7m30s	0.69%	79.52%
$h = 0.3$	401688	0h17m18s	30	8h38m42s	2.54%	97.19%
$h = 0.4$	172532	0h6m54s	30	3h27m00s	4.20%	98.88%
$h = 0.5$	87392	0h22m31s	2	0h45m02s	6.12%	99.75%
$h = 1.0$	12711	0h0m41s	2	0h1m22s	21.35%	99.999%

TABLE 2.2 – Influence de la taille de maille  $h$  sur la cinétique de refermeture et le temps de calcul des simulations sur VER, TM = Taille de maille et GTC = Gain en Temps de Calcul.

Par conséquent, pour lancer la campagne des simulations à champ complet sur VER, nous considérons les paramètres suivants concernant le VER :

- Taille du VER :  $\eta = 4$
- Taille de maille :  $h = 0.4mm$

### 2.3.4 Conclusion

Dans cette section, le principe général de l'approche multiéchelles a été présenté. Nous avons présenté l'intérêt de l'utilisation de simulations sur VER. Cela permet de réduire le temps de calcul de manière significative par rapport aux calculs à l'échelle macroscopique. Nous avons montré que les calculs sur VER sont cohérents avec les calculs à l'échelle macroscopique des procédés industriels. Ces calculs sur VER seront utilisés pour lancer une campagne de simulations à champ complet afin de calibrer un nouveau modèle de prédiction de l'évolution du volume. Ainsi, pour lancer une simulation, nous avons besoin de définir :

- **Des conditions aux limites équivalentes (EBC)** qui sont appliquées de manière à représenter les chargements mécaniques locaux représentatifs. Elles sont représentées par deux contraintes sur deux faces latérales du VER, une vitesse de déformation dans la direction de l'écrasement (face supérieure du VER) et trois plans de symétries sur les trois faces restantes.
- **Une porosité équivalente** pour idéaliser la porosité réelle, qui est naturellement tortueuse et complexe, donc sa représentation géométrique est très difficile à réaliser. Dans ce travail, une ellipsoïde équivalente sera définie par trois dimensions  $(r_1, r_2, r_3)$  et trois rotations par rapport au repère global  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ . Ces six paramètres peuvent être obtenus à partir de la matrice d'inertie de la porosité. Cette matrice d'inertie et le volume de la porosité sont calculés au niveau de la simulation à champ complet à l'aide du logiciel de calcul Forge NxT 1.0.

- Un **VER** qui est défini comme quatre fois plus grand que la *bouncing box* de la porosité. Cette valeur a été obtenue grâce à une étude de sensibilité qui a permis de montrer la convergence en taille obtenue avec cette valeur.

Nous venons de dire que pour lancer une simulation à champ complet, nous avons besoin d'un chargement mécanique qui va définir les EBCs et d'une géométrie de la porosité. Dans la section suivante, nous présentons une étude de sensibilité de l'évolution du volume par rapport aux différents paramètres mécaniques et géométriques. Cette étude nous permettra de visualiser l'impact de chaque paramètre sur l'évolution du volume de la porosité. Nous allons aussi étudier l'impact du matériau sur l'évolution du volume de porosité, en nous limitant aux matériaux utilisés par les partenaires industriels du projet

## 2.4 Analyse de sensibilité du volume de la porosité

### 2.4.1 Introduction

Il a déjà été mentionné dans le premier chapitre que plusieurs paramètres influencent l'évolution du volume des porosités : paramètres mécaniques (déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , triaxialité des contraintes  $T_x$ ), paramètres géométriques de la porosité (dimensions et orientations), le matériau utilisé. Dans cette section, nous allons montrer l'impact de chacun de ces paramètres sur l'évolution du volume de la porosité :

- **Chargement mécanique** : nous allons étudier la triaxialité des contraintes  $T_x$  et le paramètre de Lode  $\mu$ . Ce dernier est un paramètre que nous allons utiliser afin de définir l'état de contraintes d'une manière unique. Cela dans l'objectif d'écarter l'hypothèse d'axisymétrie de chargement. L'influence de ce paramètre sur l'évolution du volume est présentée avec plus de détails dans le chapitre 3.
- **Géométrie de la porosité** : nous allons montrer l'influence des dimensions et de l'orientation de la porosité à travers les rayons  $r_1, r_2, r_3$  et les rotations  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , respectivement.
- **Matériau** : nous allons présenter comment le matériau influence l'évolution du volume, et plus particulièrement lorsque l'on passe d'une famille de matériaux à une autre (acier, aluminium, titane). Dans cette étude, nous allons nous limiter à des matériaux fournis par nos partenaires industriels.

### 2.4.2 Influence de la triaxialité des contraintes $T_x$

La triaxialité des contraintes  $T_x$  est le paramètre le plus utilisé dans la littérature pour la modélisation des mécanismes de refermeture de porosités [Feng et al., 2016], [Saby et al., 2015], [Tanaka et al., 1986], [Zhang et al., 2009]. Ce paramètre permet, avec la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , de définir l'état de contraintes dans l'hypothèse d'axisymétrie du chargement (voir le paragraphe 1.4.1). La triaxialité des contraintes  $T_x$  est exprimée par l'équation 2.7. Afin de refermer les porosités, le paramètre  $T_x$  doit être négatif (chargement en compression). Dans le cas où  $T_x$  est positif,

ceci représente un état de chargement en traction ce qui aboutit à la réouverture de la porosité. La réouverture des porosités relève davantage de l'étude d'endommagement ([Cao et al., 2014]), et cela n'est pas considéré dans ce travail. Ici, seules les valeurs négatives sont étudiées, précisément dans l'intervalle  $[-1; 0]$ .

$$T_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3\bar{\sigma}}. \quad (2.7)$$

Dans la figure 2.12, nous présentons l'influence de la triaxialité  $T_x$  sur l'évolution du volume pour trois différentes configurations de porosités. Ici, quatre chargements mécaniques sont appliqués, où chacun est représenté par une valeur de  $T_x$  dans  $\{-1, -0.66, -0.33, 0\}$ . Les courbes rouge, bleue, verte et noire correspondent, respectivement, aux valeurs 0,  $-0.33$ ,  $-0.66$  et  $-1$  de  $T_x$ . Une porosité avec les dimensions  $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)mm$  et différentes orientations est utilisée dans cette étude. Ces dimensions sont choisies aléatoirement.

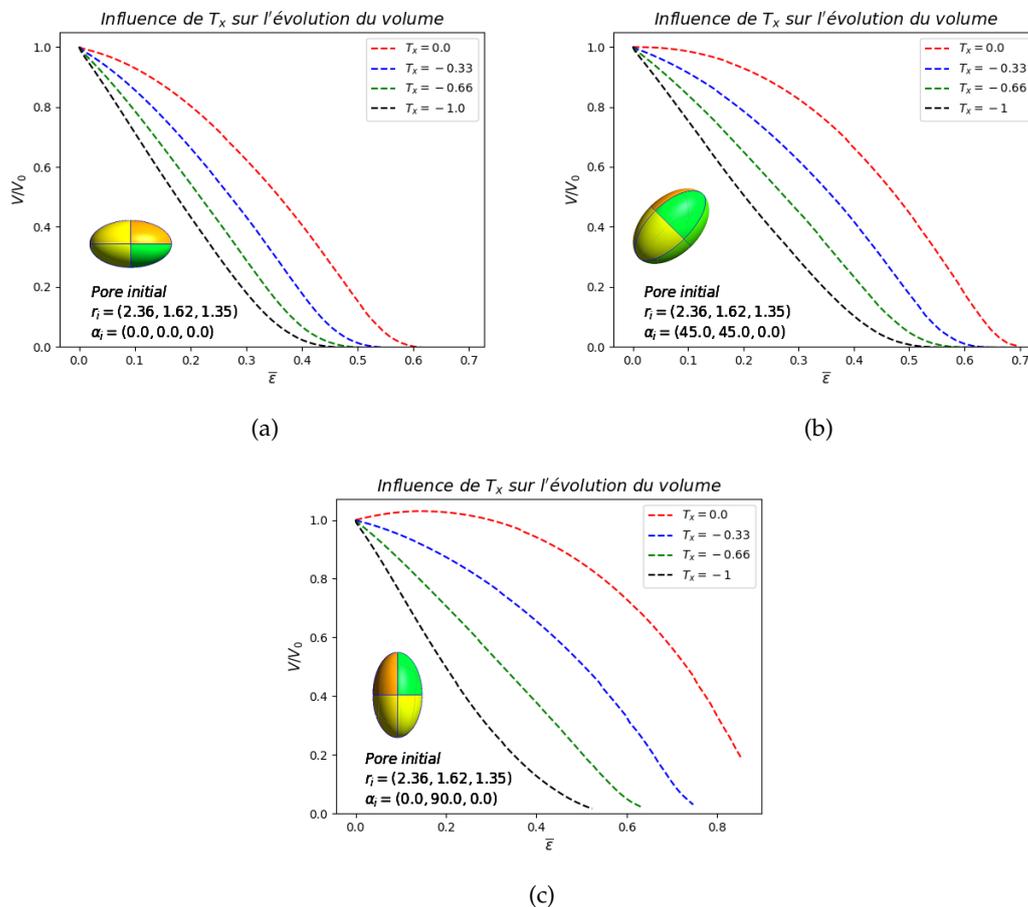


FIGURE 2.12 – Influence de la triaxialité des contraintes  $T_x$  sur l'évolution du volume d'une porosité initiale de rayons  $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)$  et de trois orientations différentes : (a)  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ , (b)  $\alpha_i = (45^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$  et (c)  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ .

Dans la figure 2.12a, l'évolution du volume est tracée pour chacune des valeurs de triaxialité de contraintes pour la porosité orientée  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$  par rapport au repère global. On observe

que plus la triaxialité des contraintes est basse, plus la fermeture est rapide. Il faut noter que dans ce cas, la direction de fermeture est parallèle à la direction où est positionnée la plus petite dimension de la porosité, ce qui facilite la fermeture. Dans la figure 2.12b, la porosité est inclinée par rapport à la direction de refermeture,  $\alpha_i = (45^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$ . La même tendance, concernant l'impact de la triaxialité des contraintes  $T_x$  sur le volume, est observée. Cependant, l'écart est plus accentué entre les courbe rouge ( $T_x = 0$ ) et la courbe noire ( $T_x = -1$ ). Ceci est dû à l'inclinaison de la porosité qui rend la fermeture plus difficile. Dans la troisième figure 2.12c, la porosité est orientée à  $90^\circ$  suivant la deuxième direction  $\vec{e}_2$ , donc la direction de la refermeture coïncide avec la dimension la plus grande de la porosité. Au niveau de l'influence de  $T_x$  sur  $V/V_0$ , le même comportement est constaté. Par contre, ici, l'écart est devenu plus important. On constate dans le cas  $T_x = -1$ , que la refermeture est quasi-linéaire, d'ailleurs comme pour tous les cas de  $T_x = -1$  où le chargement est très compressif. La fermeture complète correspond à  $\bar{\epsilon} = 0.52$  pour le cas  $T_x = -1$ . Ensuite, plus on augmente la triaxialité, plus la cinétique de refermeture ralentit. En arrivant à  $T_x = 0$ , la courbe présente une allure quadratique dès le début et une réouverture de la porosité est observée aux premiers stades de la fermeture. Finalement, la porosité n'atteint qu'un taux de fermeture de  $V/V_0 = 0.19$  pour une déformation très large de  $\bar{\epsilon} = 0.85$ . Ceci confirme le constat présenté auparavant, stipulant que plus on tend vers des chargements faiblement compressifs, plus la refermeture est difficile.

A partir de la figure 2.12, on peut affirmer que la triaxialité des contraintes  $T_x$  est un paramètre primordial pour la modélisation de la refermeture des porosités. Ceci explique l'utilisation de ce paramètre dans la quasi-majorité des travaux existants dans la littérature traitant ce sujet.

Dans le paragraphe suivant, nous allons aborder l'impact du paramètre de Lode sur le volume de la porosité.

### 2.4.3 Influence du paramètre de Lode $\mu$

Comme il a été mentionné dans le chapitre 1, le paramètre de Lode  $\mu$  est un paramètre qu'on utilise pour définir l'état de contrainte d'une manière unique. Si  $\sigma_1 \neq \sigma_3$ , il est exprimé en fonction des contraintes principales  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  par l'expression 2.8 :

$$\mu = \frac{\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}, \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3. \quad (2.8)$$

Dans le paragraphe 1.4.1, nous avons montré que l'hypothèse d'axisymétrie n'est pas toujours vraie et cela en vérifiant que, sur deux procédés industriels de forgeage et de laminage, que le paramètre de Lode peut dévier significativement d'une valeur unitaire. Dans ces simulations de procédés industriels, nous avons trouvé que le paramètre de Lode  $\mu$  varie dans l'intervalle  $[0.4, 1]$  pour les deux opérations de forgeage et de laminage. Afin de visualiser l'influence du paramètre de Lode  $\mu$  dans un intervalle plus large que ce que nous avons vu et tester des cas extrêmes aussin, nous allons l'intervalle  $[-0.5, 1]$ .

Dans la figure 2.13, les courbes rouge, bleue, verte et noire correspondent à l'évolution du volume  $V/V_0$  en fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  pour  $\mu = 1$ ,  $\mu = 0.5$ ,  $\mu = 0$  et  $\mu = -0.5$ ,

respectivement.

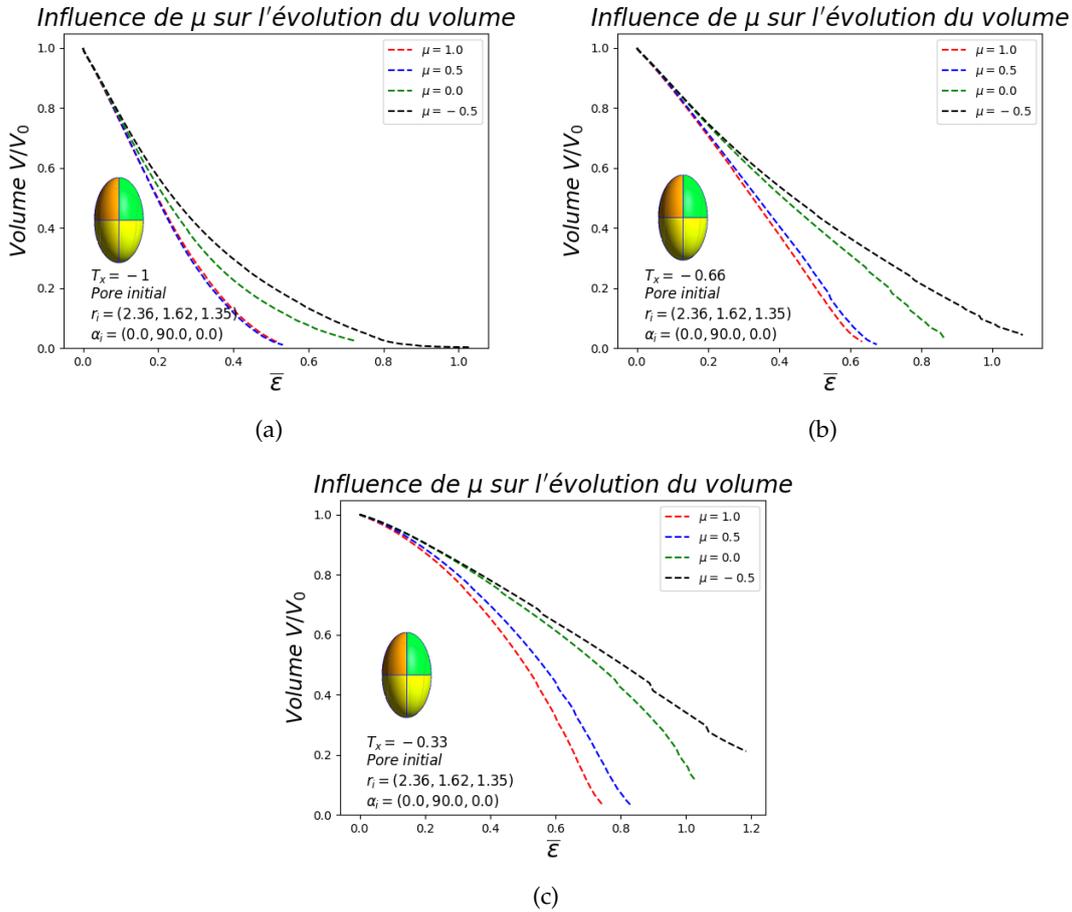


FIGURE 2.13 – Influence du paramètre de Lode  $\mu$  sur l'évolution du volume d'une porosité initiale de rayons  $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)$ , d'une orientation  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$  et de trois valeurs de  $T_x$  différentes : (a)  $T_x = -1$ , (b)  $T_x = -0.66$  et (c)  $T_x = -0.33$ .

A partir de la figure 2.13, deux conclusions peuvent être tirées : (1) plus la valeur du paramètre de Lode  $\mu$  diminue, plus la refermeture ralentit. Cela est constaté pour les trois valeurs de triaxialité des contraintes. (2) Plus la triaxialité des contraintes  $T_x$  est élevée, plus l'influence du paramètre de Lode devient importante. On peut aussi constater dans la figure 2.13c que pour les cas correspondants à  $\mu = 0$  et  $\mu = -0.5$ , la porosité n'est pas fermée complètement et atteint 84% et 75% de refermeture, respectivement. Cependant, dans le cas  $T_x = -1$ , qui représente un état de contrainte très compressif, il n'y a presque pas de différence entre les cas  $\mu = 1$  et  $\mu = 0.5$ .

De plus, non seulement, le paramètre de Lode  $\mu$  influence la refermeture de la porosité, mais il y a un couplage avec la triaxialité  $T_x$ . D'où l'intérêt de tenir compte de ces deux paramètres pour la prédiction du volume de refermeture de notre nouveau modèle.

Maintenant, nous allons aborder les paramètres géométriques en termes de dimensions et d'orientations de la porosité en exploitant les rayons  $r_i$  et  $\alpha_i$ , respectivement.

### 2.4.4 Influence de la morphologie de la porosité

Dans cette section, l'influence de la géométrie de la porosité sur l'évolution du volume est étudiée. Des porosités ayant différentes dimensions sont utilisées (voir tableau 2.3). Ces porosités sont choisies de façon à considérer différentes formes : sphère, oblate, prolata et aléatoire. Chacune de ces porosités est caractérisée par rapport à ses rayons principaux :

- Sphère :  $r = r_1 = r_2 = r_3$
- Ellipsoïde 1 :  $r_1 = r_2 > r_3$
- Ellipsoïde 2 :  $r_1 > r_2 > r_3$
- Ellipsoïde 3 :  $r_1 > r_2 = r_3$

Porosité	A	B	C	D
Dimensions (mm) $r_i$	(2, 2, 2)	(2, 2, 1)	(2, 1.5, 1)	(2, 1, 1)

TABLE 2.3 – Dimensions des porosités étudiées.

La figure 2.14 présente l'évolution du volume pour les différentes formes de porosités étudiées et pour deux orientations différentes. Les courbes rouge, bleue, verte et noire correspondent aux porosités A, B, C et D, respectivement. Les dimensions  $r_1$ ,  $r_2$  et  $r_3$  correspondent respectivement aux directions principales  $\vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2$  et  $\vec{e}_3$ .

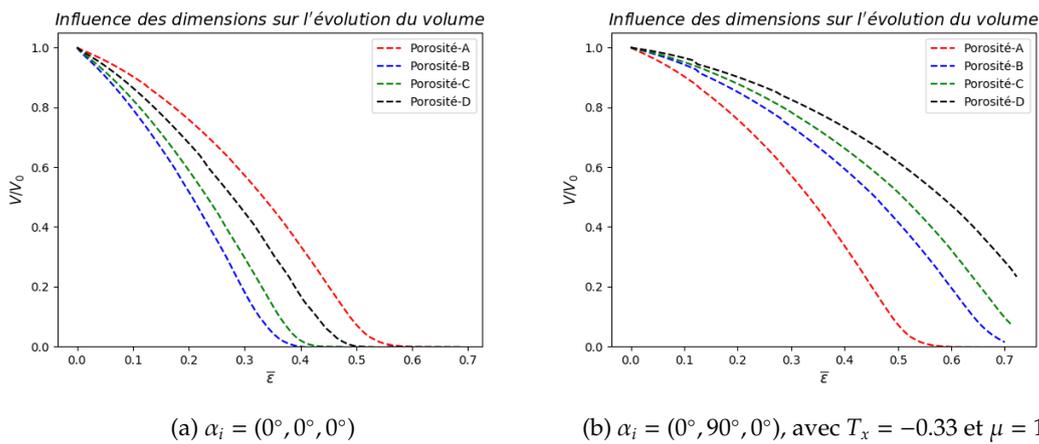


FIGURE 2.14 – Influence des dimensions de la porosité sur le l'évolution du volume pour deux orientations différentes.

Dans la figure 2.14a, on constate que la porosité-A, de forme initiale sphérique, est la plus lente à se refermer. Pour les trois porosités (B;C;D),  $r_1 = 2mm$  et  $r_3 = 1mm$ , donc, la différence

d'évolution est due à la variation de la dimension  $r_2$ . On constate que plus  $r_2$  est large, plus la fermeture est rapide. En effet, pour  $r_1$  et  $r_3$  constants, plus  $r_2$  est large, plus la porosité est aplatie perpendiculairement à la direction de refermeture, ce qui facilite la refermeture.

Dans la figure 2.14b, les porosités ont subi un retournement de  $90^\circ$  suivant la deuxième direction principale  $\vec{e}_2$ . Cela signifie que les dimensions  $r_1$  et  $r_3$ , initialement orientées vers les directions  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_3$ , respectivement, sont maintenant inversées. Donc, la dimension  $r_1$ , étant la plus grande dimension, est maintenant orientée vers la direction  $\vec{e}_3$  qui est la direction d'écrasement. Par conséquent, on constate que la tendance de refermeture est inversée. La porosité-A, sphérique, garde la même évolution car elle est symétrique par rapport à l'axe de rotation. Dans ce cas, elle se referme avant les porosités ellipsoïdales. Pour les porosités (B;C;D), le même ordre de refermeture est respecté par rapport au cas précédent (figure 2.14a). En effet, la porosité-D est la plus allongée dans la direction de l'écrasement. Cette configuration est très difficile à fermer. On constate ainsi que la déformation  $\bar{\epsilon}$  nécessaire pour fermer la porosité devient plus importante. Par exemple, la porosité-B est fermée à  $\bar{\epsilon} = 0.7$  au lieu de  $\bar{\epsilon} = 0.38$  dans le premier cas. De plus, pour le même taux de réduction de hauteur du VER  $h_r = H_f/H_i = 50\%$ , les porosités C et D ne sont pas fermées.

Ceci montre que les dimensions de la porosité sont des paramètres très influents sur sa refermeture. De plus, il y a un couplage avec l'influence de l'orientation de la porosité car selon l'orientation de la porosité, l'influence de la morphologie de la porosité sur le volume peut varier fortement. Pour cela, dans le paragraphe suivant, l'influence de l'orientation de la porosité sur l'évolution du volume est étudiée.

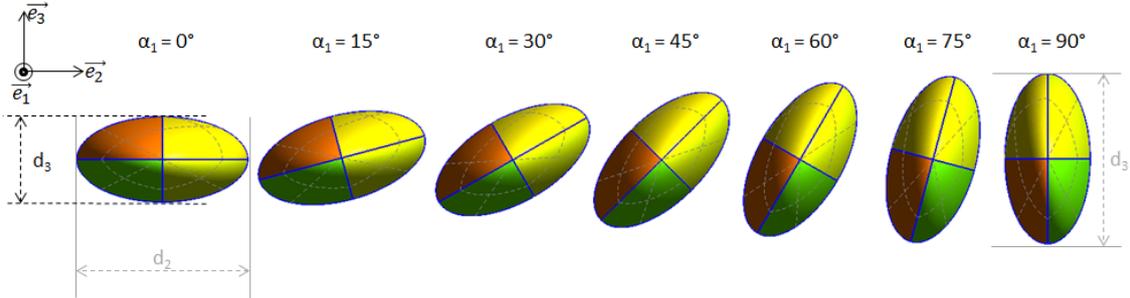
### 2.4.5 Influence de l'orientation de la porosité

Dans ce paragraphe, l'influence de l'orientation de la porosité est étudiée. Tel qu'il a été montré dans la figure 2.8, l'orientation de la porosité est définie par trois rotations par rapport au repère principal du VER. Ces orientations sont définies par le centre du VER, qui coïncide avec le centre de la porosité, et trois angles  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  dans les trois directions du repère principal du VER  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ , respectivement, tel qu'il a été présenté dans la figure 2.7. Pour cette analyse, une porosité de dimensions  $r_i = (4, 2, 1)$ , une triaxialité des contraintes  $T_x = -0.33$  et un paramètre de Lode  $\mu = 1$  sont utilisés. L'influence de la rotation autour des axes  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$  est présentée. Il faut mentionner que la rotation autour de l'axe  $\vec{e}_3$  n'a aucune influence sur l'évolution du volume due à la condition d'axisymétrie de chargement par rapport à l'axe d'écrasement  $\vec{e}_3$  correspondant à  $\mu = 1$ .

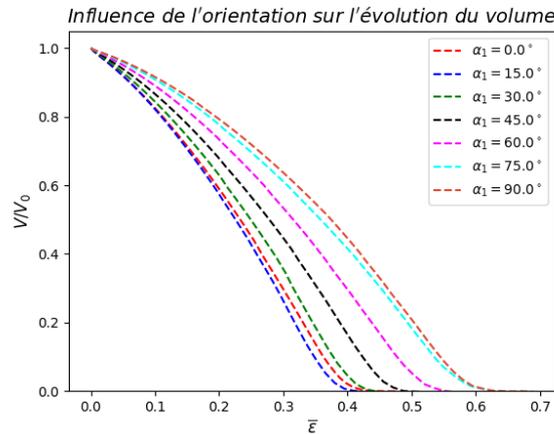
#### Rotation autour de l'axe $\vec{e}_1$

La rotation autour de la direction  $\vec{e}_1$  est étudiée telle que  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = ((15.k)^\circ; 0^\circ; 0^\circ)$  avec  $k \in \{0; \dots; 6\}$ . Dans la figure 2.15a, nous montrons comment la position de la porosité évolue avec l'application d'angles de rotation autour de l'axe  $\vec{e}_1$ . Dans le cas  $\alpha_1 = 0$ , la plus petite dimension  $r_3 = 1\text{mm}$  est positionnée dans la direction  $\vec{e}_3$ , la direction d'écrasement et la plus grande dimension de la porosité  $r_1 = 4\text{mm}$  sont positionnées selon la direction  $\vec{e}_1$ . Plus on augmente  $k$ , plus la

dimension positionnée dans la direction d'écrasement augmente aussi (allant de la gauche à la droite de la figure). Dans le cas où  $k = 6$ , la rotation de  $90^\circ$  autour de l'axe  $\vec{e}_1$  permute les dimensions  $r_2$  et  $r_3$ , nous avons alors la dimension  $r_3 = 2mm$  positionnée dans la direction d'écrasement. Nous pouvons constater sur la figure 2.15b, où on trace l'évolution du volume de la porosité pour les sept cas de rotation, que l'angle de rotation autour de l'axe  $\vec{e}_1$  influe grandement sur la refermeture.



(a) Évolution des dimensions de la porosité



(b) Évolution du volume de la porosité

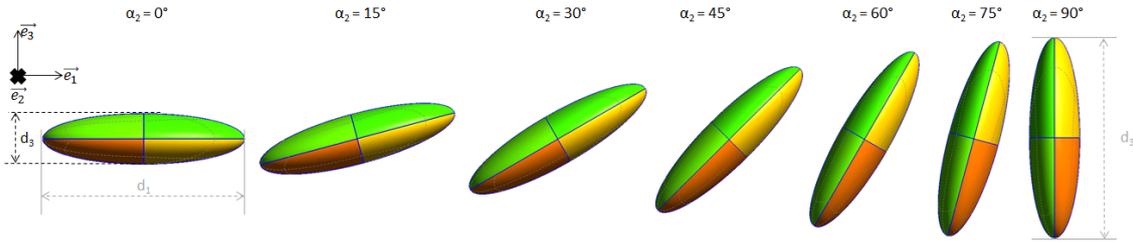
FIGURE 2.15 – Influence de la rotation autour de l'axe  $\vec{e}_1$  sur l'évolution du volume de la porosité.

On constate que plus on augmente l'angle de rotation, plus la fermeture de la porosité ralentit jusqu'à atteindre la rotation  $k = 6 \mapsto \alpha_1 = 90^\circ$ , qui correspond à la refermeture la plus lente. Ceci est dû au fait que, plus on augmente l'angle de rotation autour de la direction  $\vec{e}_1$ , plus la dimension qui se trouve dans la direction de l'écrasement augmente aussi. Cette influence augmentera encore plus si le rapport entre les dimensions qui vont permuter est plus grand. Nous allons voir cela dans le paragraphe suivant où une rotation autour de l'axe  $\vec{e}_2$  est considérée.

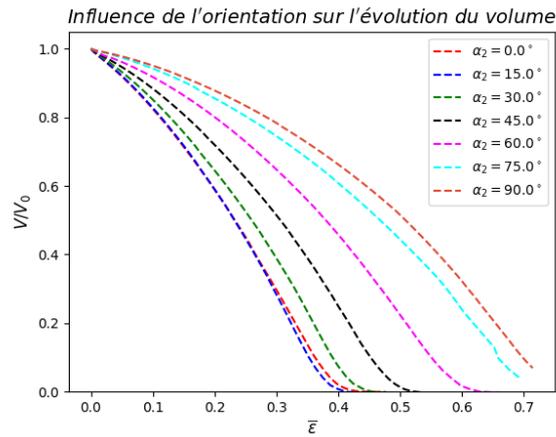
### Rotation autour de l'axe $\vec{e}_2$

Nous allons maintenant varier la rotation autour de l'axe  $\vec{e}_2$ , avec  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (0^\circ; (15.k)^\circ; 0^\circ)$  et  $k \in \{0; \dots; 6\}$ . Dans ce cas, en faisant varier  $k$ , ce sont les dimensions  $r_1$  et  $r_3$  qui vont permuter lorsque  $k = 6$  (voir figure 2.16a). On constate que le rapport entre ces deux dimensions est plus grand ( $r_1/r_3 = 4$ ) que celui du cas précédent ( $r_2/r_3 = 2$ ). Donc l'influence de la rotation doit être

plus accentuée. Dans la figure 2.16b, nous traçons l'évolution du volume des sept cas de rotation.



(a) Évolution des dimensions de la porosité



(b) Évolution du volume de la porosité

FIGURE 2.16 – Influence de la rotation autour de l'axe  $\vec{e}_2$  sur l'évolution du volume de la porosité.

Nous constatons qu'effectivement la cinétique de la refermeture a beaucoup changé entre le cas  $k = 0$  et  $k = 6$ . En effet, dans le premier cas  $k = 0$ , la dimension qui se trouve dans la direction d'écrasement est  $r_3 = 1mm$ , qui est une position favorable à la refermeture (fermeture complète pour  $\bar{\epsilon} = 0.41$ ). Par contre, dans le cas  $k = 6$ , la dimension qui se trouve dans la direction d'écrasement est  $r_3 = 4mm$ . Cela rend la refermeture très difficile à atteindre, on voit que jusqu'à  $\bar{\epsilon} = 0.72$ , nous n'avons pas encore refermé complètement la porosité sachant que le même taux d'écrasement est appliqué pour tous les cas. Pour cette raison, l'orientation de la porosité est un facteur primordial à prendre en considération dans la modélisation des procédés de mise en forme de la refermeture des porosités.

Dans le paragraphe suivant, nous allons aborder l'influence du matériau sur l'évolution du volume de la porosité.

#### 2.4.6 Influence de la loi de comportement

Comme il a été mentionné dans le chapitre précédent, des auteurs ([Duva and Hutchinson, 1984], [Harris et al., 2017], [He et al., 1981] et [Zhang et al., 2009]) ont considéré l'exposant de la loi de Norton  $n$  comme paramètre pour la prédiction du volume. D'autres auteurs [Feng et al., 2016] et [Saby et al., 2015] ont considéré que l'influence de ce paramètre est plus faible par rapport à

d'autres paramètres, en l'occurrence la triaxialité des contraintes  $T_x$ , les dimensions ou l'orientation de la porosité. Dans cette section, la sensibilité du volume de la porosité au matériau utilisé est présentée. Les cinq matériaux, mentionnés dans le paragraphe 1.2.3 (tableau 1.2), sont testés. Il faut noter que les matériaux de type acier et titane suivent une loi de comportement de type Hansel Spittel et la loi de l'aluminium fourni par Aubert&Duval est tabulée à partir de données expérimentales. Les lois des comportement de matériaux ne sont pas présentées pour des raisons de confidentialité. Pour cette analyse, nous utilisons une porosité sphérique de rayon  $r = 2mm$  et un chargement mécanique défini par  $T_x$  et  $\mu = 1$ .

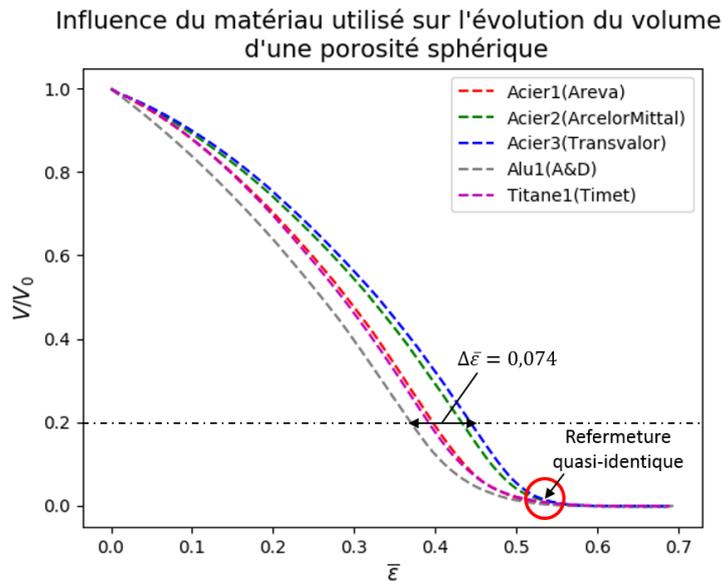


FIGURE 2.17 – Influence du matériau utilisé sur l'évolution du volume de porosité.

Dans la figure 2.17, l'évolution du volume de porosité des cinq matériaux testés est tracée. On constate que le volume de la porosité n'évolue pas de la même façon. La cinétique de refermeture de la porosité logée dans une matrice en aluminium est la plus rapide, alors que celle de l'acier3 de Transvalor est la plus lente. On peut noter que la refermeture totale est atteinte quasiment pour le même niveau de déformation équivalente ( $\bar{\epsilon} = 0.54$ ) pour tous les matériaux. L'écart entre les deux cas extrêmes atteint 0.074 de déformation équivalente au niveau de  $V/V_0 = 0.2$ . Cela représente une influence non-négligeable. Cependant, afin d'éviter de recourir à un grand nombre de paramètres à inclure dans le modèle de prédiction par la suite, nous allons comparer l'influence du matériau avec l'influence des autres paramètres sur l'évolution du volume de la porosité.

Dans cette étude, la sensibilité du volume de la porosité au matériau est comparée avec la sensibilité aux autres paramètres étudiés ( $T_x$ ,  $r_i$  et  $\alpha_i$ ).

Dans la figure 2.18, la comparaison de la sensibilité de l'évolution du volume au matériau utilisé avec celle des paramètres  $T_x$ ,  $r_i$  et  $\alpha_i$  est présentée. Dans chaque sous-figure, deux configurations différentes sont testées pour les cinq matériaux cités dans le tableau 1.2. Dans ces figures, les différents matériaux sont tracés avec différentes couleurs. Les deux configurations sont différenciées par le mode de représentation "ligne continue" ou "pointillés".

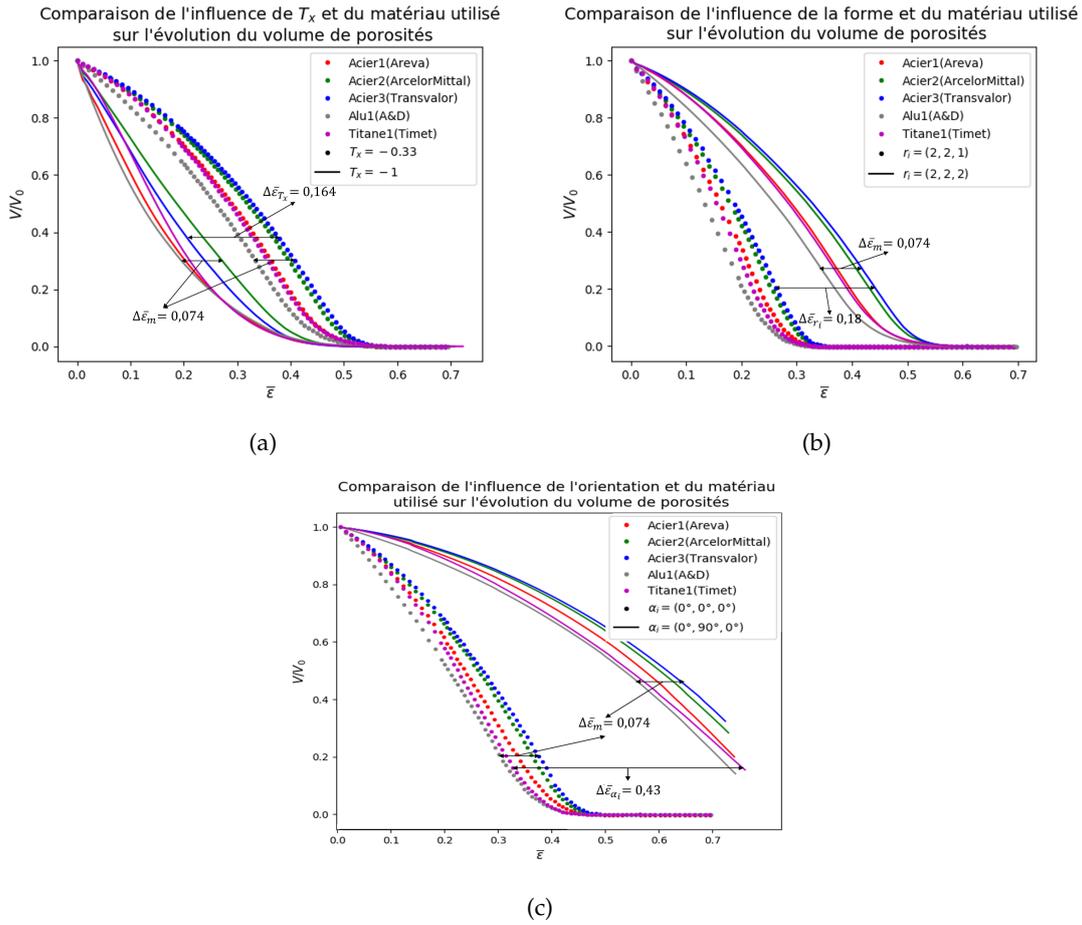


FIGURE 2.18 – Comparaison de l'influence du matériau étudié sur l'évolution du volume d'une porosité par rapport aux paramètres : (a) triaxialité des contraintes  $T_x$ , (b) dimensions  $r_i$  et (c) orientations  $\alpha_i$ .

Pour quantifier l'influence du matériau par rapport à l'influence des autres paramètres étudiés, nous allons utiliser les écarts suivants :

- écart maximal pour matériaux  $\Delta \bar{\epsilon}_m$  : la différence maximale de déformation entre l'évolution de volume de deux matériaux différents pour le même paramètre comparé ( $T_x$ ,  $r_i$  ou  $\alpha_i$ ).

$$\Delta \bar{\epsilon}_m = \max(|\bar{\epsilon}_{m_i} - \bar{\epsilon}_{m_j}|) \quad V/V_0 = cte, \quad Param = cste, \quad i \neq j \in \{matériau\} \quad (2.9)$$

- écart maximal pour paramètres comparés  $\Delta \bar{\epsilon}_p$  : la différence maximale de déformation entre l'évolution de volume de deux valeurs du paramètre comparé pour le même matériau.

$$\Delta \bar{\epsilon}_p = \max(|\bar{\epsilon}_{p_1} - \bar{\epsilon}_{p_2}|) \quad V/V_0 = cte, \quad Matériau = cte \quad (2.10)$$

Dans la figure 2.18a, la triaxialité des contraintes  $T_x$  est étudiée. Une porosité sphérique est utilisée pour cette comparaison. Les lignes continues correspondent à  $T_x = -1$  et les pointillés à  $T_x = -0.33$ . On constate que les deux familles de courbes se distinguent en fonction de la triaxialité utilisée. On voit clairement que l'influence de la triaxialité des contraintes  $T_x$  est supérieure à

celle du matériau. L'écart entre les matériaux  $\Delta\bar{\epsilon}_m$  atteint un maximum de 0.074 entre l'acier3 et l'aluminium pour les deux triaxialités étudiées  $T_x = -0.33$  et  $T_x = -1$ . Par contre, l'écart entre des deux triaxialités utilisées  $\Delta\bar{\epsilon}_{T_x}$  atteint un maximum de 0.164 pour l'acier3 de Transvalor.

Dans la figure 2.18b, la forme de la porosité, à travers les dimensions  $r_i$ , est étudiée. Les porosités A et B (voir paragraphe 2.4.4) sont utilisées avec une orientation  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$  et  $T_x = -0.33$ . La même remarque que pour la première figure peut être faite ici. Les deux familles de courbes se différencient selon la forme de porosité utilisée. L'écart maximal entre les matériaux  $\Delta\bar{\epsilon}_m$  est de 0.074 pour une porosité sphérique. Concernant l'influence de la forme, un écart maximal  $\Delta\bar{\epsilon}_{r_i}$  de 0.18 est atteint entre les deux porosités testées pour l'acier3 de Transvalor.

Dans la figure 2.18c, l'orientation de la porosité, via les rotations de la porosité  $\alpha_i$ , est étudiée. La porosité-D (voir paragraphe 2.4.4) est utilisée pour deux orientations différentes  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$  (pointillés) et  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$  (lignes continues) avec  $T_x = -0.33$ . On constate que les deux familles de courbes, selon l'orientation, sont très éloignées. L'écart entre les matériaux  $\Delta\bar{\epsilon}_m$  ne dépasse pas 0.074 en termes de déformation pour la même orientation. Cependant, l'écart dû à l'orientation atteint 0.43 pour le titane. Ce qui représente plus de cinq fois l'influence due à la variation du matériau.

Dans la figure 2.17, il a été montré que la variation des différents matériaux utilisés par nos partenaires industriels ont effectivement un impact sur l'évolution du volume. Par contre, pour ces matériaux, l'influence des paramètres  $T_x$ ,  $r_i$  et  $\alpha_i$  est largement supérieure à celle du matériau utilisé. Par conséquent, dans ce travail, nous n'allons pas prendre en considération l'effet du matériau utilisé sur la refermeture des porosités. Ainsi, nous allons utiliser l'acier3 de Transvalor comme référence pour le matériau utilisé dans les prochaines simulations. Dans la figure 2.18, nous avons vu que la cinétique de refermeture des porosités utilisées pour l'acier3 de Transvalor est toujours la plus lente. Cela signifie que l'utilisation de ce matériau représente une sous-estimation par rapport aux autres matériaux. Cela reste acceptable d'un point de vue industriel.

## 2.4.7 Conclusion

Dans cette section, l'influence sur l'évolution du volume de porosité de différents paramètres a été analysée. Cette influence a été observée à partir de simulations à champ complet sur VER.

Il a été montré que la triaxialité des contraintes  $T_x$  a une influence significative sur la refermeture de porosités. Il a été souligné que plus la triaxialité est compressive, plus rapide est la fermeture. Aussi, comme décrit dans [Cao et al., 2014], en s'approchant de valeurs positives pour  $T_x$ , la refermeture devient difficile. Dans certains cas, la porosité ne se referme pas (figure 2.12c,  $T_x = 0$ ).

L'impact du paramètre de Lode  $\mu$  a été également analysé. Il a été montré que son influence s'accroît quand la triaxialité des contraintes  $T_x$  est proche de 0. Il a aussi été montré que la fermeture est plus rapide lorsque  $\mu$  est proche de 1.

En termes de paramètres géométriques, les dimensions  $r_i$  et l'orientation  $\alpha_i$  ont été étudiées. Il a été remarqué que l'influence de ces deux paramètres est forte et corrélée. La refermeture est plus facile quand la direction de la refermeture coïncide avec la plus petite dimension de la porosité. La réciproque étant vraie, i.e. la refermeture est plus difficile quand la direction de la refermeture

coïncide avec la plus grande dimension de la porosité. Autrement, par exemple quand la porosité est inclinée, la vitesse de refermeture se situe entre les deux cas précédents.

Le matériau utilisé pour la matrice du VER a aussi été étudié dans cette analyse. Différents matériaux, fournis par les partenaires industriels du projet, ont été testés. On a constaté que l'influence due à la variation du matériau ne dépasse pas 0.075 en termes de déformation pour une valeur fixée de  $V/V_0$ . Par contre, la triaxialité des contraintes et la forme de la porosité présentent des écarts pouvant atteindre le double de cette valeur. Finalement, l'orientation a un impact encore plus important que celui du matériau, car un écart de 0.4 peut être atteint en termes de déformation pour une valeur fixée de  $V/V_0$ . Par conséquent, cette étude ne considérera pas l'influence du matériau sur la refermeture des porosités et un acier existant dans la base de données des matériaux du logiciel Forge sera utilisé pour les simulations sur VER.

Étant donné qu'un grand nombre de paramètres sont étudiés, une méthodologie d'analyse inverse basée sur de l'optimisation et une base de données de simulations à champs complets sur VER est utilisée. Ceci est détaillé dans la prochaine section.

## 2.5 Plateforme d'identification du modèle analytique

### 2.5.1 Introduction

La mise au point d'un modèle analytique peut s'avérer intéressante pour représenter l'évolution d'un mécanisme physique (tel que la refermeture de porosité) avec un temps de calcul maîtrisé. La pertinence de la modélisation dépend des différentes formulations mathématiques utilisées et des différents paramètres (mécaniques, géométriques ou autres) considérés. L'enjeu, alors, est d'atteindre un compromis entre une bonne compréhension du problème étudié et une complexité modérée de la représentation mathématiques. Concernant ce travail, la finalité est de modéliser et prédire le comportement des mécanismes de refermeture des porosités dans les procédés de mise en forme des métaux à chaud. Comme il a été mentionné dans la section précédente, différents paramètres impactent ces mécanismes. Donc, la modélisation mathématique peut s'avérer complexe si toutes les équations sont prises en compte dans la formulation, et surtout qu'une combinaison entre l'aspect mécanique et l'aspect géométrique est nécessaire.

Devant un nombre élevé de paramètres à considérer, les auteurs dans la littérature ont souvent recours à des méthodes d'analyse inverse afin de produire une réponse prédictive selon les paramètres d'entrée sélectionnés.

Par exemple, [Saby et al., 2015] et al. [Zhang and Cui, 2009] ont utilisé la régression pour caractériser des modèles de prédiction de refermeture de porosités. Des méthodes d'optimisation sont aussi souvent utilisées pour produire des surfaces de réponses du comportement étudié : [Roux and Bouchard, 2011], a développé une plateforme d'optimisation d'analyse inverse afin d'identifier le comportement mécanique de matériaux dans les assemblages mécaniques. Les algorithmes d'optimisation sont très variés et sont utilisés selon le contexte, le nombre de paramètres étudiés, la fonction coût, ... etc. Une étude détaillée sur les algorithmes d'optimisation les plus

utilisés est présentée dans Jones et al. [Jones, 2001].

Dans ce travail, une plateforme, basée sur des algorithmes d'optimisation, est développée afin d'identifier les constantes d'un modèle analytique pour prédire l'évolution de l'état de la porosité lors de la refermeture. Ce processus s'appuie sur une base de données de simulations à champ complet sur VER. L'ensemble de ces éléments est détaillé dans cette section.

## 2.5.2 Définitions

Dans ce paragraphe, nous allons donner des définitions des notions que nous allons utiliser dans cette section.

- **La plateforme d'identification** : il s'agit de l'outil développé dans ce travail pour identifier les constantes du modèle de prédiction en utilisant des algorithmes d'optimisation et une base de données de simulations à champ complet.
- **Les paramètres** : ce sont les paramètres mécaniques et géométriques qui influencent l'évolution du volume de la porosité. Ils sont aussi appelés les paramètres d'optimisation dans cette partie.
- **Les variables d'optimisation** : ce sont les variables sur lesquelles l'algorithme d'optimisation joue afin de déterminer une solution optimale.
- **Les constantes du modèle** : elles définissent le modèle de prédiction avec les paramètres étudiés. Elles correspondent aux valeurs optimales des variables d'optimisation identifiées par la plateforme d'identification en minimisant une fonction coût.
- **La base de données** : il s'agit de l'outil où sont sauvegardées les données des simulations à champ complet sur VER.
- **L'optimiseur** : l'outil qui permet de relier les algorithmes d'optimisation à la base de données afin de calibrer le modèle de prédiction.
- **Les éléments de l'optimiseur** : ce sont tous les éléments qui peuvent influencer le résultat de l'optimiseur, tel que la forme mathématique de la loi de refermeture, la fonction coût, le nombre des simulations utilisées, ... etc.
- **La fonction mathématiques de refermeture** : il s'agit de la forme mathématique que nous considérerons pour modéliser la loi de refermeture de porosité.
- **La fonction coût ou la fonction objectif** : il s'agit de la fonction que l'algorithme d'optimisation va utiliser pour déterminer la qualité de sa solution. Elle est utilisée sur l'ensemble des incréments des simulations considérées pour la caractérisation du modèle de prédiction.

## 2.5.3 Le principe de l'identification

### Présentation

Le principe général de la méthodologie de calibration des modèles de prédiction est donnée dans la figure 2.19 :

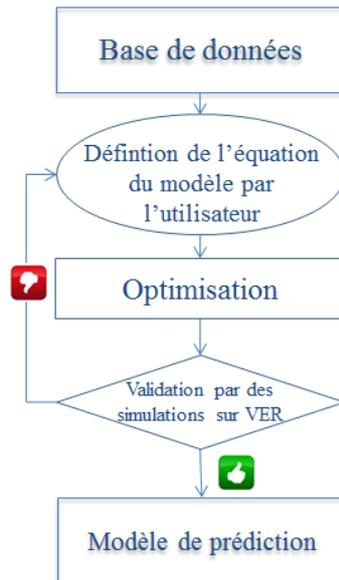


FIGURE 2.19 – Définition du principe de calibration du modèle de prédiction.

Tout d’abord, une base de données de simulations explicites sur VER est construite. Cette base de données couvre l’espace de tous les paramètres étudiés, à savoir la triaxialité des contraintes  $T_x$ , le paramètre de Lode  $\mu$ , l’orientation  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  et les dimensions de la porosité  $(r_1, r_2, r_3)$ . Ensuite, l’utilisateur choisit une formulation mathématique pour le modèle de prédiction. Cette formulation peut prendre toute forme mathématique. L’utilisateur doit ensuite choisir un ensemble de configurations qui vont servir de base d’optimisation. Il faut noter qu’une configuration est définie par un chargement mécanique  $(T_x + \mu)$  et une géométrie de la porosité  $(r_i + \alpha_i)$ . Selon le choix de configurations, le processus d’optimisation est exécuté **afin de trouver une solution optimale et générique**. Cette solution **fait l’objet des constantes du modèle** qui permettra ensuite de **prédire l’évolution de la refermeture** pour toute autre configuration. Finalement, le nouveau modèle de prédiction est **comparé avec des simulations explicites correspondant à des configurations qui n’étaient pas incluses dans le processus d’identification**. Dans les sections qui suivent, chaque étape est détaillée.

### Avantages

Les avantages de cette méthodologie reposent sur :

**La rapidité** La méthodologie s’appuie sur une base de données de simulations explicites sur VER et un processus d’optimisation qui sont reliés entre eux. L’optimisation et la gestion de la base de données sont réalisées par des bibliothèques prédéfinies du langage de programmation *Python*. Cela rend la connexion et l’obtention des résultats rapide et souple.

**La flexibilité** Cette méthodologie est établie de façon à donner à l’utilisateur le choix de l’ensemble des éléments de l’optimiseur tels que la formulation mathématique du modèle de

prédiction, les configurations utilisées, ...etc. Le processus d'identification est particulièrement rapide dans la mesure où il ne nécessite pas de relancer de calculs éléments finis à champ complet. Tous les résultats d'évolution du volume de porosités ont déjà été stockés dans la base de données et sont donc rapidement accessibles pour le calcul de la fonction coût. Il est par ailleurs très simple de modifier la fonction mathématique de refermeture pour identifier les constantes du modèle.

**L'adaptabilité** En utilisant une base de données connectée au processus de l'optimisation, l'utilisateur peut ajouter facilement de nouvelles configurations pour les tester. Cela est fait dans le but que chacun des partenaires du projet et les prochains utilisateurs soient libres d'adapter ce processus selon leurs conditions et leurs procédés. Par exemple, un partenaire A et un partenaire B observent, au niveau de leur processus, une variation de  $T_x$  dans les intervalles  $[-2; 0]$  et  $[0; 2]$ , respectivement. Chacun des deux va enrichir la base de données avec des configurations qui correspondent à ses observations seulement. Ainsi, les résultats seront adaptés à leurs contextes respectifs.

### Inconvénients

L'inconvénient principal de cette méthodologie, ou bien de l'analyse inverse en général, est la non unicité de la solution proposée. En effet, le processus d'optimisation consiste à trouver une solution optimale sur la base d'un ensemble de configurations, d'une fonction mathématique et d'algorithmes d'optimisation, tous précisés par l'utilisateur. Donc, la solution changera à chaque fois que l'un des aspects est modifié. Dans le contexte de ce travail, nous sommes conscient de cette contrainte mais du point de vue du nombre de paramètres à traiter, elle reste une méthode prometteuse et avantageuse, comme décrit dans le paragraphe précédent.

Avant de commencer à détailler les éléments qui constituent le processus d'optimisation, quelques détails sur la base de données qui est un outil primordial pour la rapidité et la flexibilité de cette méthodologie sont décrits.

#### 2.5.4 La base de données

La base de données est un outil où l'évolution de toutes les variables d'une simulation à champ complet est stockée afin de les utiliser pour le processus d'identification (volume de la porosité, état de déformation et de contrainte, matrice d'inertie de la porosité, champ de température,...etc). L'objectif est de couvrir l'espace de variation de tous les paramètres mécaniques et géométriques étudiés. Pour déterminer ces domaines de variation, nous nous sommes référés aux observations des partenaires industriels. Les intervalles considérés sont les suivantes :

- **Triaxialité des contraintes**  $T_x$  :  $[-1; 0]$
- **Paramètre de Lode**  $\mu$  :  $[0; 1]$
- **Rayons de la porosité**  $r_i$  :  $[1; 4]$
- **Orientations de la porosité**  $\alpha_i$  : aléatoire dans l'espace.

A partir de ces domaines de variation, des configurations sont définies à travers plusieurs valeurs de chaque paramètre. Étant donné que nous avons 8 paramètres à étudier, la corrélation entre tous les paramètres avec plusieurs valeurs va mener à un nombre très grand de simulations explicites à produire et à stocker dans la base de données. Pour alléger cela, seulement trois valeurs sont considérées pour  $T_x$  et  $\mu$ , quatre formes de porosités sont utilisées et cinq rotations par axe sont adoptées :

- **Triaxialité des contraintes**  $T_x$  :  $-1, -0.66, -0.33$
- **Paramètre de Lode**  $\mu$  :  $0, 0.5, 1$
- **Formes de la porosité**  $(r_1; r_2; r_3)$  :  $(2; 2; 2), (2; 1; 1), (2; 2; 1), (2; 1.5; 1)$
- **Rotation par axe**  $\alpha_i$  :  $[0^\circ; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ]^3$

Cela a conduit à l'exécution de 800 simulations à champ complet sur VER. Il faut noter que les rotations sur les axes de symétries ne sont pas considérées comme configurations différentes. Par exemple, une sphère est invariante par toute rotation, donc pour une porosité sphérique seuls  $T_x$  et  $\mu$  évoluent lors du passage d'une configuration à une autre. Aussi, une combinaison de rotations qui mène à la même orientation, n'est considérée qu'une seule fois dans la base de données. Pour réaliser les simulations explicites sur VER, deux conditions sont initialement respectées dans cet ordre : (1)  $r_3$  est la plus petite dimension de la porosité, et est toujours orientée vers la direction de refermeture (avant application de la rotation), (2) les rotations à appliquer sur la porosité sont dans l'ordre des directions  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  puis  $\vec{e}_3$ , où  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  représente la base canonique du VER.

Dès que ces simulations sont réalisées sur le logiciel Forge<sup>®</sup>, leurs résultats sont stockés dans la base de données. Ensuite, chaque simulation est identifiée par un ID unique. Chaque ID correspond à une combinaison unique de  $(T_x, \mu, r_i, \alpha_i)$ . Comme indiqué précédemment, cette approche offre l'avantage de pouvoir facilement enrichir la base de données si le besoin s'en fait sentir par la suite.

### 2.5.5 La forme mathématique du modèle de prédiction

La forme mathématique du modèle est définie par l'utilisateur. Il peut choisir tout type de formulation possible : linéaire, quadratique, sinusoïdale ...etc. Cela dépend seulement de sa compréhension du modèle et aussi de l'ordre de précision et de complexité qu'il souhaite atteindre. Par exemple, un polynôme d'ordre 1 par rapport à  $\bar{\epsilon}$  et en fonction des autres paramètres mécaniques et géométriques peut être proposé (équation 2.11). L'avantage, comme il a été mentionné, est que le test d'une formulation donnée n'est pas coûteux en termes de temps. Donc, l'utilisateur a la possibilité de tester autant d'équations et de formules jusqu'à répondre aux exigences requises :

$$\frac{V}{V_0} = A_0 + (A_1.T_x + A_2.\mu + A_3.r_1 + A_4.r_2 + A_5.r_3 + A_6.\alpha_1 + A_7.\alpha_2 + A_8.\alpha_3).\bar{\epsilon}, \quad (2.11)$$

où  $A_i$ , ( $i=0, \dots, 8$ ) sont les variables d'optimisation, appelées aussi les constantes du modèle une fois identifiées.

### 2.5.6 L'optimiseur

L'optimiseur sous-entend le processus d'optimisation utilisé pour l'identification des variables du modèle de prédiction.

#### Le principe de l'optimiseur

Le principe de l'optimiseur, que nous allons utiliser pour identifier les variables du modèle de prédiction, est simple. Il consiste à aller chercher dans la base de données les simulations précisées par l'utilisateur et à récupérer l'évolution du volume de la porosité et les autres paramètres étudiés pour chacune de ces simulations. Ensuite, à partir de la forme du modèle défini, un algorithme d'optimisation est utilisé afin de minimiser la fonction objectif. Dans notre cas, la fonction objectif (ou fonction coût) n'est autre que l'écart entre le volume de la porosité calculé par la simulation explicite sur VER ( $V_{sim}$ ) et le volume prédit par la forme mathématiques choisie par l'utilisateur ( $V_{mod}$ ). La fonction coût est définie par :

$$\min(f) \quad \text{avec} \quad f = \sum \|V_{mod} - V_{sim}\| \quad (2.12)$$

Dans cette étude nous allons utiliser la norme carrée  $L_2$  pour définir la fonction coût. Plus de détails sur ce choix et le calcul de la fonction coût sont présentés dans l'annexe B.

Les paramètres, dans notre cas, sont les paramètres mécaniques (la triaxialité des contraintes  $T_x$ , paramètre de Lode  $\mu$  et la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ ) et les paramètres géométriques (les dimensions  $r_i$  et orientations de la porosité  $\alpha_i$ ). Les variables d'optimisation sont les variables à ajuster pour trouver la solution optimale. Dans ce travail, les variables d'optimisation sont désignées par  $A_i$ . La dimension d'optimisation est le nombre de variables d'optimisation utilisées. Aussi, l'utilisateur a la possibilité de choisir l'algorithme d'optimisation qui correspond le mieux au problème étudié parmi les algorithmes qui existent dans la librairie d'optimisation de Python.

#### Fonction coût

La fonction coût, dans ce travail, est définie par la norme  $L_2$  de la différence entre le volume de la simulation numérique  $V_{sim}$  et le volume de l'optimisation  $V_{opt}$  normalisée par le nombre total des incréments de simulations (à champ complet) utilisés pour l'optimisation  $M$ .

$$\min(f) \quad \text{avec} \quad f = \frac{\sum_i^n \sum_j^{m_i} \|V_{sim}^j - V_{mod}^j\|}{M} \quad (2.13)$$

avec  $n$  est le nombre de simulations utilisées pour l'optimisation,  $m_i$  est le nombre d'incrémentés stockés de chaque simulation et  $M = \sum_i^n m_i$  est le nombre total d'incrémentés (de la simulation à champ complet) utilisés pour le processus d'identification.

En effet, la norme  $L_2$  est souvent utilisée pour des problèmes d'optimisation sous contraintes ([Roux, 2011] et [Brayton et al., 1981]). Dans l'annexe B, nous présentons une étude de l'influence du type de la fonction coût sur les résultats de l'optimisation pour confirmer ce choix. Dans cette étude nous comparons l'optimisation effectuée avec les normes  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_\infty$

Dans la section suivante, la méthodologie d'identification est détaillée et des éléments qui impactent le résultat final de minimisation sont analysés.

### Sensibilité de la méthodologie d'identification

Le principe de la méthodologie que nous proposons dans ce travail a comme avantage d'être rapide, flexible et adaptable. Dans ce but, une fois la base de données construite et la liaison entre celle-la et l'optimiseur réalisée, l'utilisateur n'aurait qu'à faire varier les paramètres de l'optimiseur jusqu'à atteindre une solution satisfaisante à moindre coût. En effet, il faut faire la différence entre les paramètres d'optimisation et les éléments de l'optimiseur. Les paramètres d'optimisation correspondent aux paramètres mécaniques ( $T_x$ ,  $\mu$  et  $\bar{\epsilon}$ ) et géométriques ( $r_i$  et  $\alpha_i$ ). Les éléments de l'optimiseur sont l'algorithme d'optimisation choisi, le nombre de simulations et les configurations à utiliser, le type de la fonction coût, la forme analytique du modèle, le critère de la convergence de l'algorithme d'optimisation, le nombre d'itération maximales ...etc.

**Solution initiale :** Étant donné qu'un algorithme à direction de descente, qui est un algorithme itératif, est utilisé, un point de départ doit être fourni. Pour cela, nous lançons le processus d'identification des paramètres du modèle pour une seule configuration (évolution du volume d'une simulation). En fait, l'évolution du volume de porosité est souvent décrite comme une fonction quadratique de la déformation équivalente (voir l'équation 2.14). Cette forme est facile à prédire par une formulation quadratique avec n'importe quel algorithme d'optimisation non-linéaire. La solution obtenue est très proche de l'évolution du volume de la simulation. Cette solution est donc employée comme solution initiale pour l'optimiseur. Ceci nous permet d'initier notre processus d'identification général par une solution ayant un sens non complètement aléatoire. À noter que la forme mathématiques, utilisée pour la solution initiale, doit être identique que celle qui sera utilisée pour le processus d'identification des paramètres du modèle générique.

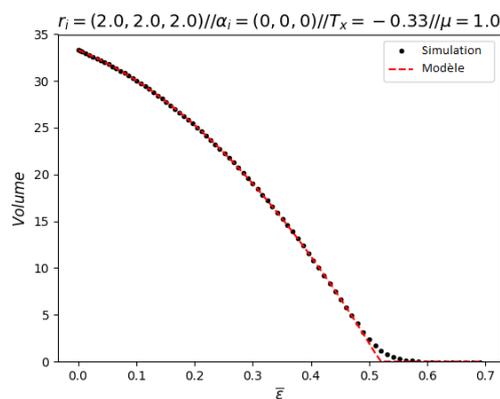


FIGURE 2.20 – Prédiction du volume pour une seule configuration : solution initiale de l'optimiseur.

Dans la figure 2.20, la comparaison entre le volume de la porosité obtenue par simulation ( $V_{sim}$ ) et la prédiction ( $V_{mod}$ ) est tracée pour la configuration  $\{r_i = (2; 2; 2), \alpha_i = (0^\circ; 0^\circ; 0^\circ), T_x = -0,33, \mu = 1\}$ . On constate que la prédiction est très précise sur tout l'intervalle de déformation sauf pour la dernière étape de refermeture où une pente inversée est produite. Cette double pente est, en effet, impossible à reproduire par une équation du second ordre. Sinon, il faudrait utiliser des équations d'ordre plus élevé tout en discutant l'impact d'un tel choix sur le nombre des variables d'optimisation.

Dans la suite de cette section, nous allons présenter l'influence de chaque élément de l'optimiseur sur la solution finale obtenue.

### Influence de la Structure de l'Optimiseur (SO)

La structure de l'optimiseur reflète la façon dont l'utilisateur souhaite structurer l'optimisation par rapport à l'ensemble des paramètres étudiés. Supposant que nous avons trois paramètres à étudier  $\{P_1, P_2, P_3\}$ . Il existe une multitude de façon pour structurer l'optimisation par rapport à ces trois paramètres. Dans ce paragraphe, trois options sont étudiées  $\{SO1, SO2, SO3\}$ . Pour cette analyse, la formulation mathématiques, exprimée dans l'équation 2.14 est étudiée :

$$\frac{V}{V_0} = 1 + (A_0 + A_1.P_1 + A_2.P_2 + A_3.P_3).\bar{\epsilon} + (A_4 + A_5.P_1^2 + A_6.P_2^2 + A_7.P_3^2).\bar{\epsilon}^2. \quad (2.14)$$

Les paramètres  $\{P_1, P_2, P_3\}$  représentent des fonctions des paramètres mécaniques  $T_x, \mu$  et géométriques  $r_i$  et  $\alpha_i$ . Nous allons préciser cela dans la suite de cette section.

**a - Structure SO1 :** Dans cette structure, chaque paramètre est étudié indépendamment des autres. Une première étape consiste à choisir des configurations où l'on fait varier le paramètre  $P_1$  dans son domaine de définition alors que les deux autres paramètres  $P_2$  et  $P_3$  sont fixés. Dans la deuxième étape,  $P_2$  varie et  $P_1$  et  $P_3$  sont fixés. Respectivement, dans la troisième étape,  $P_3$  varie d'une configuration à l'autre alors que  $P_1$  et  $P_2$  sont fixés. Dans ce cas, les variables d'optimisation ne sont pas toutes actives durant tout le processus de l'optimisation. Initialement, une solution est obtenue grâce à l'optimisation réalisée sur une seule simulation. Ensuite, étape par étape, les variables d'optimisation s'activent ou se désactivent selon le paramètre d'optimisation étudié. Quand un paramètre est étudié (on peut l'appeler actif), les variables qui lui sont associées dans l'équation mathématiques sont aussi actives. Une variable d'optimisation active signifie que l'algorithme la fera évoluer pour minimiser la fonction coût. Les autres variables seront inactives et auront les valeurs initiales de l'étape précédente. Ce fonctionnement est illustré par le schéma de la figure 2.21.

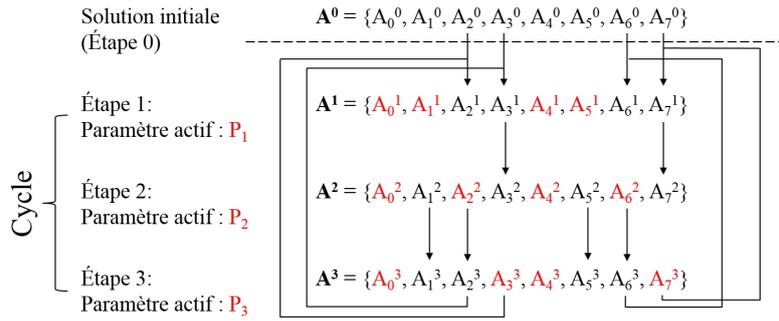


FIGURE 2.21 – Initialisation et détermination des variables d'optimisation étape par étape.

L'étape 0 consiste à trouver une solution initiale  $A^0$  pour l'algorithme d'optimisation. En effet, l'algorithme d'optimisation a besoin d'une solution initiale afin de lancer le processus d'optimisation. Pour ne pas choisir une solution initiale aléatoire, nous proposons de lancer initialement l'optimisation pour une seule configuration, choisie aléatoirement dans la base de données. De cette façon, nous avons une solution exacte pour cette configuration. En utilisant cette solution, cela donne du sens à la solution initiale pour le processus d'optimisation principal.

À l'étape 1, le paramètre  $P_1$  et les variables  $\{A_0, A_1, A_4, A_5\}$  sont actifs (en rouge) et les autres paramètres et variables sont inactifs (en noir). Donc, le paramètre  $P_1$  varie d'une simulation à l'autre, les variables actives varient aussi pour trouver le minimum de la fonction coût. Les paramètres  $P_2$  et  $P_3$  sont fixés pour l'ensemble des simulations choisies pour l'étape 1. Les variables d'optimisation  $\{A_2, A_3, A_6, A_7\}$  ont les valeurs initiales obtenues à l'étape 0  $\{A_2^0, A_3^0, A_6^0, A_7^0\}$ . En fin de l'étape 1, la nouvelle solution est  $\{A_0^1, A_1^1, A_2^0, A_3^0, A_4^1, A_5^1, A_6^0, A_7^0\}$  où  $\{A_0^1, A_1^1, A_4^1, A_5^1\}$  sont le résultat de l'optimisation. Au début de l'étape 2, le paramètre  $P_2$  et les variables  $\{A_0, A_2, A_4, A_6\}$  sont maintenant actifs. Les variables inactives  $\{A_1, A_3, A_5, A_7\}$  reçoivent les valeurs  $\{A_1^1, A_3^0, A_5^1, A_7^0\}$ . L'optimisation de la deuxième étape produit les nouvelles variables  $\{A_0^2, A_2^2, A_4^2, A_6^2\}$ . Au début de l'étape 3, le paramètre  $P_3$  et les variables  $\{A_0, A_3, A_4, A_7\}$  sont maintenant actifs. Les variables inactives  $\{A_1, A_2, A_5, A_6\}$  reçoivent les valeurs  $\{A_1^1, A_2^2, A_5^1, A_6^2\}$ . Après l'étape 3, l'utilisateur définit une condition de convergence. Si elle est satisfaite, le processus d'optimisation est terminé. Sinon, on réitère à partir de l'étape 1 et cette fois les variables inactives  $\{A_2, A_3, A_6, A_7\}$  ont les valeurs  $\{A_2^2, A_3^3, A_6^2, A_7^3\}$ . Les trois étapes sont réitérées jusqu'à obtention de la condition de convergence.

Dans les figures de 2.22 à 2.27, nous présentons l'évolution des variables d'optimisation en différentes couleurs, de la fonction coût  $f$  en ligne continue noire, du coefficient de corrélation  $R^2$  en ligne-croix grise et de la norme  $L_2$  entre deux solutions successives d'optimisation en ligne-diamant verte. Les lignes verticales représentent le passage entre les étapes d'optimisation.

L'étape 0, à gauche de la figure, représente l'identification de la solution initiale. On constate que la fonction coût, la courbe noire, atteint une valeur très basse vers la fin de l'étape 0, proche de zéro. Cela est normal car l'identification est réalisée sur une seule simulation. Ensuite, l'étape 1 représente un cycle, qui représente trois sous-étapes d'identification différentes et successives comme expliqué précédemment. À chaque sous-étape, seules les variables actives varient pour minimiser la fonction objectif. En utilisant cette structure, le passage d'une sous-étape à une autre

est contrôlé par l'obtention de la même solution d'une itération à la suivante. La condition de la convergence est contrôlée par l'écart entre la solution d'entrée au cycle et la solution de sortie du cycle. On constate que les variables d'optimisation et la fonction objectif évoluent d'une manière cyclique et que ne l'obtient jamais une valeur invariante par rapport à la variation des paramètres de l'optimisation. Par conséquent, l'identification du modèle en utilisant cette structure n'est pas convergente. Cela malgré que le coefficient de corrélation soit aussi bon  $R^2 = 0.983$ .

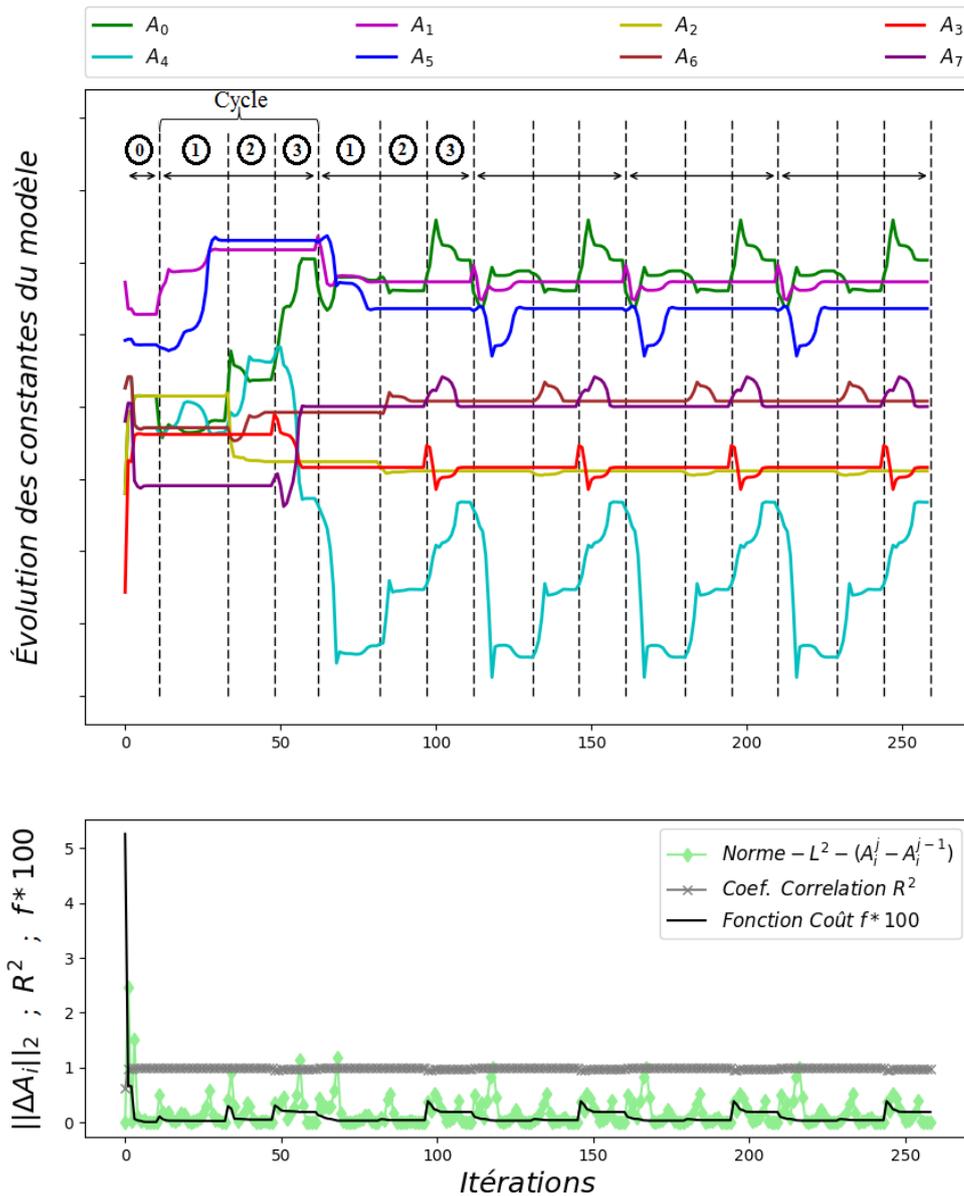


FIGURE 2.22 – Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la structure SO1.

**b - Structure SO2 :** Dans cette structure, on définit trois étapes d'optimisation comme pour la structure SO1. Durant chaque étape un paramètre et les variables qui lui sont associées sont actifs et les autres paramètres et variables sont inactifs. L'initiation et la détermination des variables d'optimisation sont faites de la même manière que celle illustrée dans la figure 2.22. La différence réside dans les configurations choisies pour lancer l'optimisation. Dans cette structure, on va minimiser la fonction en utilisant l'ensemble des configurations où les trois paramètres  $\{P_1, P_2, P_3\}$  varient. Par exemple, si on choisit quatre valeurs par paramètre, dans leur domaine de définition, on aura un ensemble de  $3^4$  configurations pour lesquelles minimiser la fonction coût.

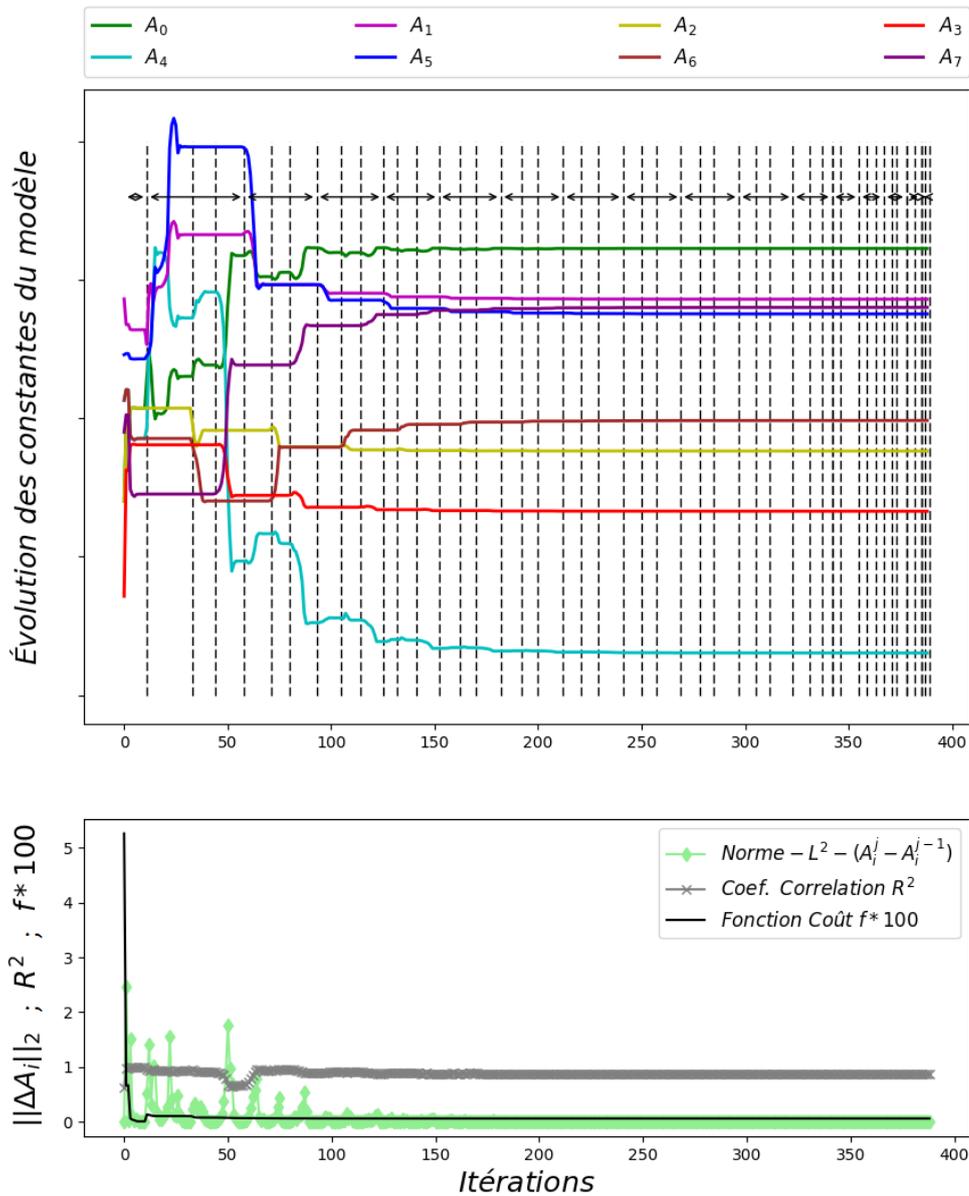


FIGURE 2.23 – Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la structure SO2.

Dans la figure 2.23, les variables d'optimisation identifiées par la structure SO2 sur l'ensemble des trois étapes de l'optimiseur sont présentées. Le résultat obtenu avec cette structure est plus intéressant car on constate que la solution converge. La fonction coût a été stabilisée à 0.0618 et le coefficient de corrélation est à  $R^2 = 0.876$ . Il faut noter que 81 simulations différentes ont été utilisées dans le processus d'identification. Les variables d'optimisation ont oscillé chacune à leur tour quand elles sont actives. Cependant, on observe que l'optimiseur a continué à chercher une solution optimale malgré l'apparition d'une certaine stabilité. En effet, la condition de convergence est satisfaite quand la norme  $L_2$  de la différence entre la solution d'entrée d'un cycle et celle de la sortie est inférieur à  $10^{-6}$ . Par conséquent, à chaque fois qu'on change le paramètre actif, la solution varie très légèrement et le processus continue à chercher. Pour y remédier, on propose une troisième structure.

**c - Structure SO3 :** Pour la structure SO3, on va simplifier le fonctionnement de l'optimiseur. En effet, on s'inspire de la structure SO2 où on varie le paramètre actif entre chaque sous étapes. Ici, en une seule étape, les trois paramètres sont actifs. Donc toutes les variables d'optimisation varient afin de minimiser la fonction objectif d'une manière globale. Concernant les configurations étudiées, le choix adopté pour la structure SO2 est le même pour la structure SO3, à savoir 81 simulations où on effectue une corrélation entre tous les paramètres d'optimisation. La figure 2.24 montre l'évolution des variables d'optimisation identifiées par la structure SO3.

Dans La figure 2.24, l'évolution des variables d'optimisation et de la convergence de l'optimisation sont présentées. Le résultat est très intéressant. Tout d'abord, on obtient la même solution que celle obtenue avec la structure SO2, avec les mêmes valeurs finales de la fonction objectif 0.0618 et du coefficient de corrélation  $R^2 = 0.876$ . De plus, le temps d'optimisation est réduit : 6min pour la structure SO3 contre 90min pour la structure SO2.

Par conséquent, dans le reste de ce travail, la structure SO3 est adoptée pour le processus d'optimisation destiné à l'identification du modèle de prédiction. Cela permettrait de réduire le temps d'identification et donc de pouvoir tester plusieurs formulations mathématiques en moins de temps.

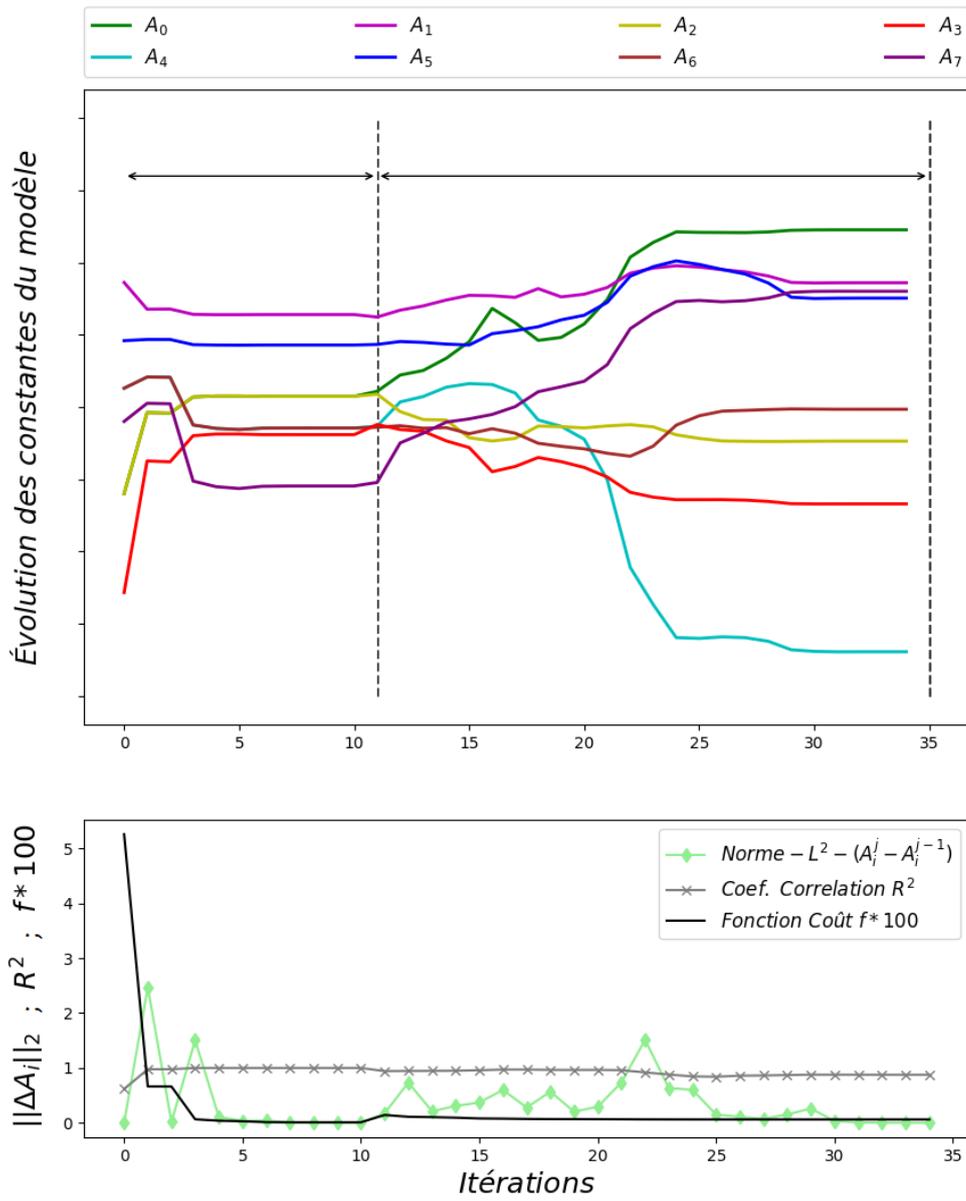


FIGURE 2.24 – Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la structure SO3.

### Influence du nombre de configurations utilisées

Le nombre de configurations employées pour identifier les paramètres du modèle de prédiction est un facteur très sensible. En effet, plus grand est le nombre de configurations, plus large est le vecteur du volume de la simulation sur VER. Cela signifie que l'optimiseur doit minimiser la fonction coût sur la base d'une référence plus large, parfois avec des évolutions du volume très différentes. Ceci mène à une précision dépendante du nombre de configurations utilisées. Cependant, plus grand est le nombre de configurations, plus riche est la base de l'optimisation. Par conséquent, cela permet d'avoir un modèle plus générique et plus précis par rapport à d'autres configurations, qui ne sont pas utilisées pendant le processus d'identification du modèle. Un exemple simple d'illustration : lors de l'optimisation pour une seule configuration, on a vu dans la figure 2.20 que la prédiction est quasi-parfaite et la fonction objectif est très faible (0.0078). Par contre, si on utilise les variables  $A_i$  obtenues par cette optimisation, mais pour une configuration complètement différente, le résultat pourrait aussi être très différent. Donc, l'objectif est de trouver un compromis entre la précision et le nombre adéquat de configurations à utiliser.

Nous allons évaluer la valeur finale de la fonction coût par rapport au nombre de configurations utilisées pour le processus d'optimisation. Pour rappel, nous allons utiliser la structure SO3 pour l'optimisation. Dans cette structure, nous activons tous les paramètres d'optimisation en une seule étape d'optimisation. La fonction coût est la norme  $L_2$  de l'écart entre l'évolution du volume obtenue par la simulation sur VER et le volume de la prédiction du modèle analytique.

**a - 15 configurations :** Nous allons commencer avec un nombre réduit de 15 configurations utilisées pour identifier les variables d'optimisation. Ces 15 configurations correspondent à une variation de chaque paramètre dans le domaine que nous avons défini auparavant. Trois valeurs sont considérées pour chaque paramètre. Lorsqu'on varie un paramètre, les autres paramètres sont constants et il n'y a pas de croisement entre ces paramètres :

—  $T_x$  :  $-0.33$ ;  $-0.66$ ;  $-1$  avec  $\mu = 1$ ,  $r_i = (2, 2, 1)mm$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$

—  $\mu$  :  $0$ ;  $0.5$ ;  $1$  avec  $T_x = -0.33$ ,  $r_i = (2, 2, 1)mm$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$

—  $r_i(mm)$  :  $(2, 2, 1)$ ;  $(2, 1.5, 1)$ ;  $(2, 1, 1)$  et  $\alpha$  :  $(0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ ;  $(0^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$ ;  $(0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$  avec  $T_x = -0.33$  et  $\mu = 1$

Le processus d'optimisation a nécessité 38 itérations seulement pour converger. La fonction coût, en vert dans l'image inférieure de la figure 2.25, a convergé vers la valeur 0.133. Cependant, la corrélation entre le volume de la simulation et le volume de la prédiction est assez élevé car le nombre de configurations utilisées est réduit,  $R^2 = 0.986$ . Nous allons augmenter le nombre de configurations pour voir quel effet cela aura sur l'optimisation.

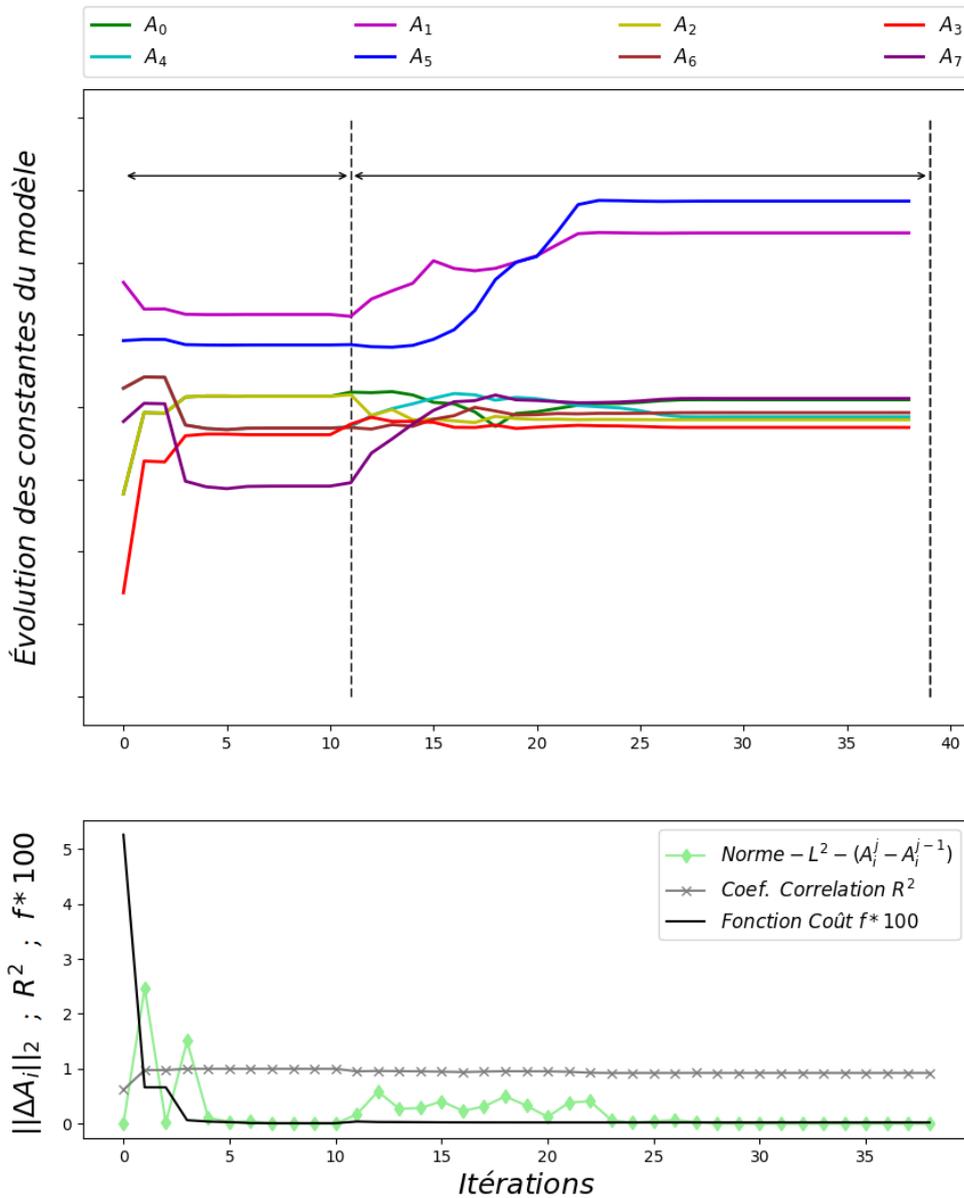


FIGURE 2.25 – Évolution des variables d’optimisation et de la fonction coût en utilisant 15 configurations pour le processus d’identification.

**b - 81 configurations :** Dans ce cas, nous allons augmenter le nombre de configurations et nous utilisons 81 simulations pour l’identification du modèle de prédiction. Ces configurations sont choisies de manière à représenter équitablement les paramètres étudiés. Chaque paramètre est représenté par trois valeurs dans son intervalle de définition. Puis, on effectue un croisement entre les valeurs des paramètres  $T_x$ ,  $\mu$ ,  $r_i$  et  $\alpha_i$  cités dans le paragraphe précédent.

Dans la figure 2.26, l’optimisation a convergé après 34 itérations. La solution obtenue est différente (de 17.53%) de la solution obtenue pour le cas précédant (15 configuration). L’équation 2.15 représente la norme  $L_2$  entre les deux solutions obtenues pour les cas d’optimisation de 15 et 81 configurations, respectivement.

$$\Delta A = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^8 (A_i^{15} - A_i^{81})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^8 (A_i^{81})^2}} * 100 = 17.53\% \quad (2.15)$$

On constate que la fonction objectif converge à 0.0618 qui est deux fois plus faible que la valeur finale obtenue pour le cas précédent. Par contre, la corrélation entre le volume de la simulation et celui de la prédiction est plus faible. Le coefficient  $R^2$  a convergé vers 0.87. Nous allons encore augmenter le nombre de simulations utilisées et cette fois-ci nous allons considérer toutes les simulations que nous avons dans la base de données.

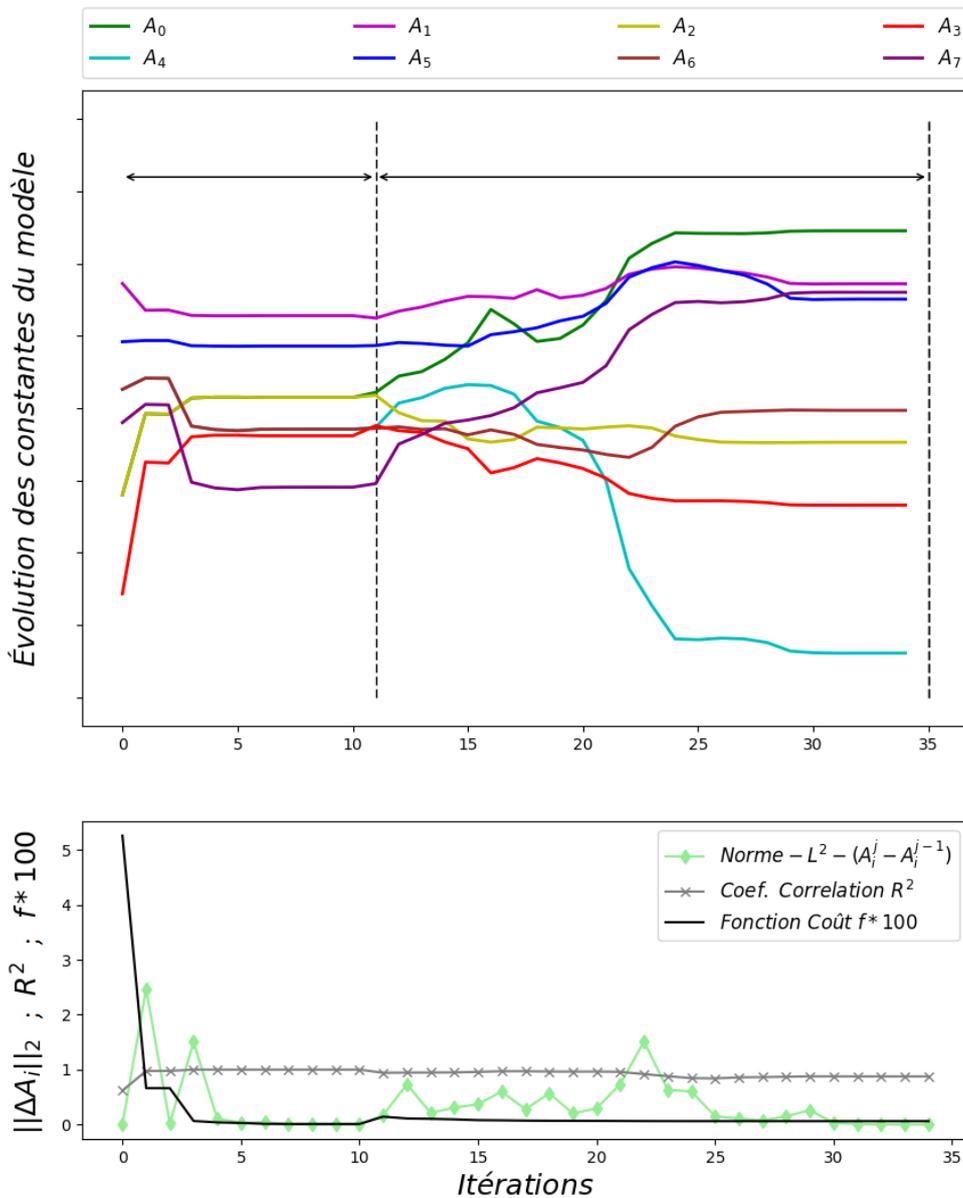


FIGURE 2.26 – Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant 81 configurations pour le processus d'identification.

**c - 800 configurations :** Dans ce cas, un enrichissement complet de la base de l'optimisation est effectué. Toutes les simulations contenues dans la base de données sont utilisées pour la phase d'identification. Grâce à un grand nombre de configurations, le modèle est plus générique. Ce qui signifie qu'il est aussi bien prédictif pour de nouvelles configurations qui ne sont pas utilisées au processus d'identification que pour celles qui y sont utilisées.

Pour ce cas, la solution finale a été obtenue après 53 itérations. Cette solution est différente par rapport aux solutions précédentes et elle s'écarte de -13.54% et de 10.69% par rapport à la solution des 15 et 81 configurations, respectivement, en utilisant la formule dans l'équation 2.15. La fonction coût a convergé à la valeur 0.023 qui est encore plus faible par rapport aux cas précédents. La corrélation est améliorée par rapport au cas précédent (81 configurations) avec  $R^2 = 0.924$ .

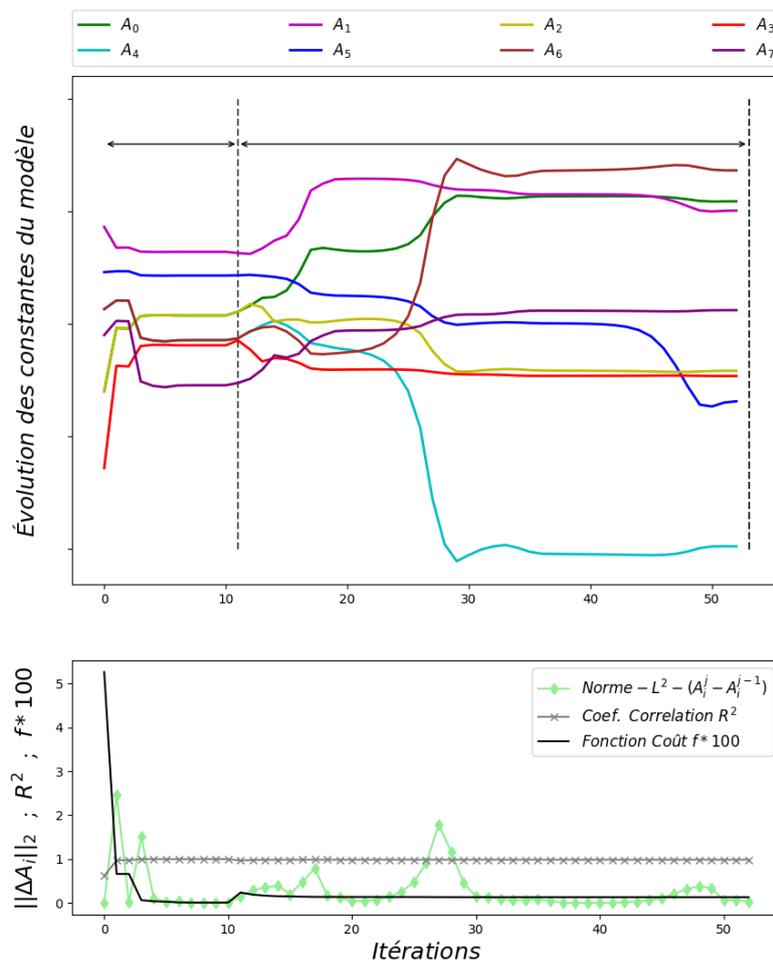


FIGURE 2.27 – Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant 800 configurations pour le processus d'identification.

Le tableau 2.4 regroupe les données numériques de la convergence du processus d'optimisation selon les trois cas étudiés :

En utilisant le deuxième cas (81 simulations) pour l'identification du modèle, on obtient un bon compromis entre la fonction coût, le coefficient de corrélation et le temps d'optimisation. Donc,

Nb. configurations	Fonction coût normalisée	Corrélation $R^2$
15	0.133	0.986
81	0.0618	0.876
800	0.023	0.924

TABLE 2.4 – Convergence de l'optimiseur en fonction du nombre de configurations utilisées.

nous avons adopté ce choix pour les optimisations que nous avons effectuées dans le reste de ce travail.

## 2.6 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons abordé trois points essentiels pour la modélisation des mécanismes de refermeture des porosités :

- **L'approche multiéchelles** : les calculs à l'échelle de la pièce sont très coûteux en termes de temps. Nous avons montré que des calculs à champ complet sur VER pourraient nous permettre de construire un modèle à champ moyen que nous pourrions utiliser à l'échelle macroscopique d'une pièce industrielle. Cela permet aussi d'utiliser les valeurs locales des chargements mécaniques observés à l'échelle macroscopique comme conditions aux limites pour les VER. Nous avons, par ailleurs, introduit la représentation par ellipsoïde équivalente qui permet de tenir compte de la morphologie et de l'orientation de la porosité. Nous avons aussi analysé les tailles du VER et du maillage qui permettent d'atteindre un temps de calcul raisonnable avec des résultats précis. Dans le reste de ce travail, la taille du VER utilisée est  $\eta = 4$  avec  $\eta$  le coefficient de proportionnalité entre la plus petite boîte englobante de la porosité et le VER. Aussi,  $h = 0.4mm$  serait la taille de maille considérée, dans le contexte de l'intervalle des dimensions de la porosité considéré.
- **L'analyse paramétrique** : cette analyse a comme objectif de quantifier l'influence de chaque paramètre étudié sur l'évolution du volume de la porosité lors de la refermeture. Nous avons montré que la triaxialité des contraintes  $T_x$  a une influence significative sur le volume de la porosité. Nous avons aussi testé le paramètre de Lode  $\mu$ , qui est utilisé, à la connaissance des auteurs, pour la première fois dans l'étude de la refermeture. Ce paramètre doit être pris en compte si on généralise le chargement pour ne pas se restreindre à un chargement axisymétrique comme cela est fait habituellement dans toutes les études de la littérature. On remarque que plus le paramètre de Lode est petit et plus la refermeture de la porosité est lente. Nous avons aussi montré qu'il existe une corrélation avec la triaxialité des contraintes. Concernant la géométrie de la porosité, nous avons testé la morphologie et l'orientation de la porosité à travers les rayons principaux  $r_i$  et les rotations  $\alpha_i$  par rapport au repère global. L'influence de ces deux paramètres est significative, et là aussi une corrélation entre ces deux paramètres est apparente par rapport à la refermeture des pores. Finalement, nous avons

testé l'influence du matériau considéré. Dans cette étude, on s'est limité aux gammes de métaux utilisés par les partenaires du projet. Cette étude a montré que le type de matériau utilisé impacte la refermeture de la porosité. Cependant, en comparant cet impact avec celui des autres paramètres étudiés, il a été montré qu'il était du deuxième ordre et que la dépendance au matériau pouvait donc être raisonnablement négligée dans cette étude. Donc pour l'identification du modèle, seuls  $T_x$ ,  $\mu$ ,  $r_i$  et  $\alpha_i$  sont considérés.

- **La plateforme d'identification du modèle mathématiques** : elle permet d'identifier un modèle analytique à partir des résultats existants de simulations à champ complet sur VER. Cette méthodologie se base sur un processus d'optimisation en utilisant une base de données de simulations à champ complet sur VER. Nous avons commencé par lancer une large campagne de simulations à champ complet sur VER en variant tous les paramètres considérés dans cette étude. Le résultat de ces simulations sont stockés dans une base de données. Cette base de données est reliée à un modèle d'optimisation, qui regroupe un ensemble d'algorithmes d'optimisation prédéfinis en langage *python* et qui permet à l'utilisateur d'effectuer l'identification des paramètres de son modèle de manière rapide, flexible et adaptable. Nous avons ensuite étudié des facteurs qui peuvent influencer les résultats de l'optimisation et nous avons défini les choix qui permettent un bon compromis pour la corrélation entre le volume de simulation sur VER et le volume obtenu par le modèle numérique.

## **Chapitre 3**

# **Modélisation non-axisymétrique de la refermeture des porosités**

### 3.1 Introduction

Comme présenté dans la section 1.3.1, l'une des hypothèses souvent considérées dans la littérature de la modélisation de la refermeture des porosités est l'axisymétrie du chargement. Cette hypothèse permet de simplifier la définition du chargement mécanique utilisé en un chargement axisymétrique par rapport à la direction d'écrasement, mais conduit à se restreindre sur la représentativité des chargements considérés. Afin de lever cette limitation, nous allons tâcher de définir l'état de contrainte d'une manière unique, et représenter ainsi tout type de chargement. En effet nous allons utiliser les trois invariants du tenseur de contraintes  $I_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$  afin de définir le chargement mécanique à prendre en considération lors des calculs à l'échelle du VER. Dans cet objectif, un nouveau paramètre, appelé *Angle de Lode*  $\theta$ , qui fait intervenir le troisième invariant  $J_3$ , est utilisé avec la contrainte équivalente  $\bar{\sigma}$  et la triaxialité des contraintes  $T_x$ .

Dans ce chapitre, la première section est dédiée à l'introduction de l'angle de Lode  $\theta$ . Dans la deuxième section, nous présentons les choix faits pour élaborer la plateforme d'optimisation afin de calibrer le modèle de prédiction du volume de refermeture des porosités. Dans la troisième section, les résultats de ce nouveau modèle sont présentés en comparaison avec des simulations explicites sur VER. Ce modèle, appelé *Cicaporo2S*, est aussi comparé avec les modèles de prédiction étudiés dans la section 1.3.4, à savoir STB, Zhang et Cicaporo1.

### 3.2 L'intérêt de l'utilisation de l'angle de Lode $\theta$

#### 3.2.1 Définitions

L'angle de Lode  $\theta$  a été introduit initialement par [Lode, 1926] pour étudier l'impact de l'état de contrainte sur le comportement de métaux tels que l'acier, le cuivre et le nickel. L'état de contraintes y est modélisé par les trois invariants du tenseur de contraintes  $I_1$ ,  $J_2$  et  $J_3$  définis par :

$$p = -\sigma_h = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = -\frac{I_1}{3}, \quad (3.1)$$

$$q = \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{3}\mathbf{S}:\mathbf{S}} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2)} = \sqrt{3J_2}, \quad (3.2)$$

$$r = \left(\frac{27}{2}\det(\mathbf{S})\right)^{1/3} = \left(\frac{27}{2}(\sigma_1 - \sigma_h)(\sigma_2 - \sigma_h)(\sigma_3 - \sigma_h)\right)^{1/3} = \left(\frac{27}{2}J_3\right)^{1/3}, \quad (3.3)$$

où  $\sigma_h$  est la contrainte hydrostatique,  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  sont les contraintes principales et  $\mathbf{S}$  est la partie déviatorique du tenseur des contraintes.

Ainsi, l'angle de Lode  $\theta$  est exprimé en fonction de  $r$  et  $q$  ou de  $J_2$  et  $J_3$  par :

$$\theta = \arccos\left(3\left(\frac{r}{q}\right)^3\right) = \arccos\left(\left(\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}}\right)^3\right). \quad (3.4)$$

La représentation géométrique de l'angle de Lode est décrite dans la figure 3.1 où  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ .

L'introduction de cette variable permet de décrire l'état de contrainte, en tout point, à l'aide des trois paramètres  $\bar{\sigma}$ ,  $T_x$  et  $\theta$ .

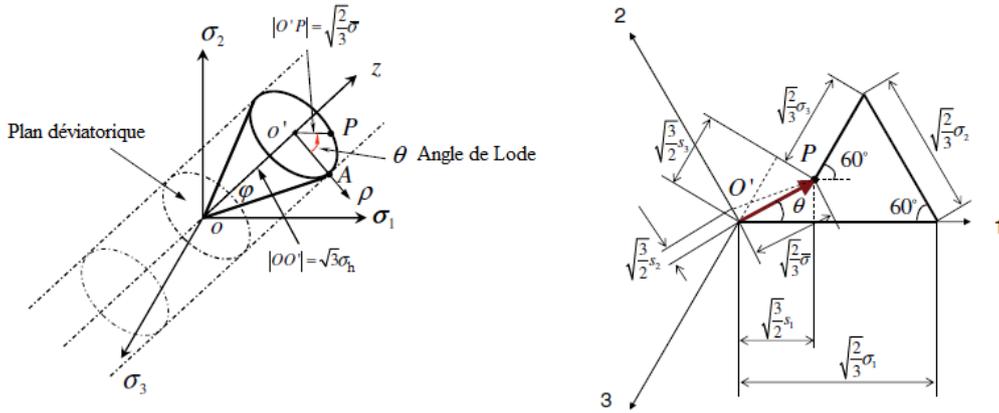


FIGURE 3.1 – Représentation géométrique de l’angle de Lode dans l’espace des contraintes principales (a) et dans le plan déviatorique (b). À partir de [Bai and Wierzbicki, 2008].

Différentes formes de l’angle de Lode  $\theta$  sont utilisées dans la littérature. La forme normalisée de l’angle de Lode  $\bar{\theta}$ , par exemple, est exprimée par :

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{6\theta}{\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} \left( \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right) \quad \text{avec} \quad -1 < \bar{\theta} < 1. \quad (3.5)$$

[Xue and Wierzbicki, 2009] ont privilégié la définition suivante de  $\theta_L$  :

$$\theta_L = \theta - \frac{\pi}{6}, \quad (3.6)$$

où  $-\frac{\pi}{6} < \theta_L < \frac{\pi}{6}$ .

Le paramètre de Lode  $\mu$  a été introduit par [Lode, 1926]. Il a aussi été utilisé par [Barsoum and Faleskog, 2007], et est défini par les équations 3.7 et 3.8 dans l’intervalle  $[-1, 1]$ .

$$\theta_L = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\mu\right) \quad (3.7)$$

$$\mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad \text{avec} \quad \sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 \quad (3.8)$$

Le paramètre de Lode  $\mu$  peut être représenté géométriquement dans le cercle de Mohr comme montré dans la figure 3.2.

Il faut noter que dans le cas de l’hypothèse de chargement axisymétrique, le paramètre de Lode  $\mu$  est égal à 1 (car  $\sigma_1 = \sigma_2$ ).

### 3.2.2 Contexte bibliographique

L’angle de Lode  $\theta$  est souvent considéré lors de l’étude de l’endommagement et de la rupture ductile. Il n’a, a priori, jamais été utilisé dans la modélisation des mécanismes de la refermeture de porosités. Ce paramètre est ici utilisé afin de définir l’état de contraintes d’une manière unique à partir des trois invariants du tenseur de contraintes  $I_1, J_2$  et  $J_3$ . Cela revenant à éliminer l’hypothèse d’axisymétrie de chargement dans nos modèles.

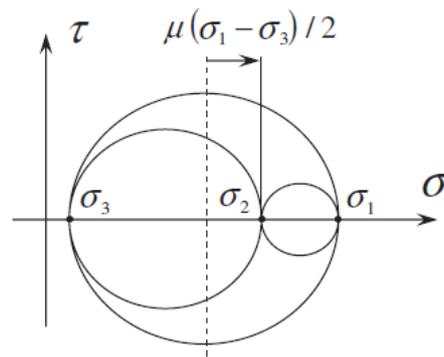


FIGURE 3.2 – Représentation du paramètre de Lode  $\mu$  dans le cercle de Mohr.

[Cao et al., 2014], dans la caractérisation de l'endommagement ductile pour des aciers à hautes performances en utilisant la microtomographie, ont confirmé que la prise en compte de l'angle de Lode était nécessaire dans les cas de triaxialité faible ou négative. [Danas and Castañeda, 2012], ont modélisé l'endommagement de matériaux élasto-plastiques poreux par deux approches. La première pour des triaxialités élevées, le modèle semblant alors indépendant de l'angle de Lode. Par contre, dans le cas de faibles triaxialités, le modèle est fortement dépendant de l'utilisation de l'angle de Lode. [Keshavarz et al., 2014] et [Mirone and Corallo, 2010] ont aussi justifié l'intérêt de l'angle de Lode dans le cas de triaxialités très faibles ou négatives.

La majorité des auteurs confirment ainsi que l'intérêt d'utiliser l'angle de Lode est importante lorsque les triaxialités sont faibles ( $\approx 0$ ) ou négatives. Dans le cas de refermeture de porosités, la triaxialité des contraintes est souvent négative, car le chargement nécessaire pour refermer est un chargement fortement compressif par nature. Pour cette raison, nous avons jugé utile et nécessaire d'ajouter ce paramètre à  $(T_x, \bar{\sigma})$  pour définir l'état de contrainte en écartant l'hypothèse d'axisymétrie. **Dans ce travail, le paramètre de Lode  $\mu$  avec la définition donnée par l'équation 3.8 est utilisé.** Les intervalles de chargements appliqués au niveau des simulations sur VER ont été définis en fonction des chargements mécaniques observés dans les procédés industriels des partenaires du projet (voir paragraphe 1.4.1).

### 3.2.3 Contexte industriel

Une pièce métallique peut subir tout type de chargement lors d'un procédé de mise forme. De plus, ce chargement est souvent variable, tel que nous l'avons montré dans le paragraphe 1.4.1 pour les deux procédés de forgeage et de laminage obtenus de la part des partenaires du projet. Aussi, [Bai and Wierzbicki, 2008] ont établi une cartographie de tests mécaniques conventionnels en fonction de la triaxialité  $T_x$ , ici notée par  $\eta$ , et de l'angle de Lode normalisé  $\bar{\theta}$  (voir figure 3.3). Nous constatons que l'angle de Lode normalisé prend différentes valeurs dans son espace de définition  $[-1, 1]$  pour les tests mécaniques présentés. Aussi, on remarque que différents tests peuvent être réalisés à la même triaxialité mais à différentes valeurs de  $\bar{\theta}$  comme déjà discuté.

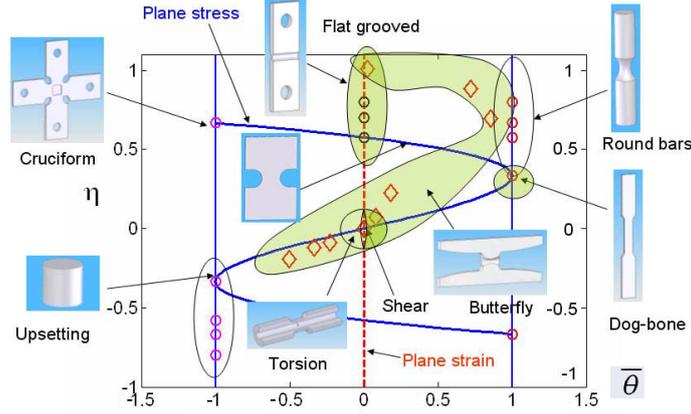


FIGURE 3.3 – Cartographie de tests mécaniques conventionnels en fonction de la triaxialité  $T_x$ , ici notée  $\eta$ , et de l'angle de Lode normalisé  $\bar{\theta}$  [Bai and Wierzbicki, 2008].

### 3.2.4 Conditions aux limites

Comme il a été présenté précédemment, le modèle de prédiction est calibré à partir d'une large campagne de simulations en champ complet réalisée à l'échelle du VER. Au niveau du VER, des conditions aux limites sont appliquées afin de produire des chargements mécaniques semblables à ceux observés localement dans les procédés industriels. Ces conditions aux limites sont appliquées dans les calculs EF de la même façon que ce que nous avons présenté dans le paragraphe 1.3.4 : deux contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  appliquées sur les surfaces latérales du VER, une vitesse de déformation dans la direction d'écrasement sur la surface supérieure et trois plans de symétrie sur les trois surfaces restantes. Ces conditions aux limites sont contrôlées par trois paramètres : la contrainte équivalente  $\bar{\sigma}$  (équation 1.1), la triaxialité des contraintes  $T_x$  (équation 2.7) et le paramètre de Lode  $\mu$  (équation 3.8). La vitesse de déformation équivalente  $\dot{\bar{\epsilon}}$  est définie par :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}(\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2)}, \quad (3.9)$$

où  $\dot{\epsilon}_{xx}$ ,  $\dot{\epsilon}_{yy}$  et  $\dot{\epsilon}_{zz}$  sont les vitesses de déformation dans les trois directions.

L'évolution des contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  en fonction du temps est obtenue en utilisant un script qui facilite le calcul, vu que le système d'équations est non-linéaire. L'utilisateur n'a qu'à fixer le chargement mécanique souhaité via le triplet  $(\dot{\bar{\epsilon}}, T_x, \mu)$ . À l'aide d'algorithmes d'optimisation prédéfinis sur *Python*, l'évolution des contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  est approchée de façon à vérifier le triplet voulu tout le long de la déformation.

De cette manière, la condition d'axisymétrie de chargement est éliminée. Tout type de chargement peut être modélisé.

### 3.3 Identification du modèle de prédiction

#### 3.3.1 Introduction

L'objectif de ce travail est de modéliser l'évolution de la refermeture des porosités pour différents cas de chargement. Comme nous l'avons présenté dans le Chapitre 2, nous allons utiliser la plateforme d'optimisation qui est connectée à une base de données de simulations à champ complet sur VER pour calibrer le modèle de prédiction. Dans cette section, nous allons présenter les paramètres mécaniques et géométriques pris en compte pour la modélisation du volume de porosités. Nous allons ensuite étudier plusieurs formes mathématiques adaptées au modèle de prédiction. La forme mathématique réalisant un bon compromis entre nombre de paramètres et coût numérique sera finalement adoptée.

#### 3.3.2 Les paramètres mécaniques et géométriques considérés

Nous avons montré dans le paragraphe 2.4 que les paramètres d'orientation et de dimension de la porosité, la triaxialité des contraintes et le paramètre de Lode sont des paramètres qui influencent la refermeture des porosités d'une manière significative. Puis, nous avons jugé que l'influence des paramètres matériaux est du second ordre par rapport aux paramètres mécaniques et géométriques. Cela a été vérifié seulement pour la gamme de matériaux et de conditions thermomécaniques utilisées par nos partenaires industriels du projet.

##### Chargement mécanique

Concernant les paramètres mécaniques, nous allons adopter les définitions exprimées par les équations 2.7 et 3.8 pour la triaxialité  $T_x$  et le paramètre de Lode  $\mu$ , respectivement :

— la triaxialité des contraintes :  $T_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\bar{\sigma}}$ .

— Le paramètre de Lode :  $\mu = 2 \cdot \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_3} + 1$ .

avec  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  les contraintes principales et  $\bar{\sigma}$  la contrainte équivalente ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ).

Les intervalles de définition de ces paramètres sont choisis de façon à correspondre aux chargements mécaniques observés au niveau des procédés industriels. Ainsi, ces intervalles sont :

— triaxialité des contraintes  $T_x$  :  $[-1; 0]$ .

— Paramètre de Lode  $\mu$  :  $[0; 1]$ .

— Vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = -1s^{-1}$  (le paramètre  $\dot{\epsilon}$  n'a pas une influence significative sur la refermeture des porosités voir la thèse de [Saby, 2013].)

##### Paramètres géométriques

La morphologie des porosités présente une influence significative sur leur refermeture. Plusieurs auteurs dans la littérature ont démontré cette influence, mais peu l'ont prise en considération dans leur modèle. On peut citer [Feng et al., 2016] pour la forme uniquement et [Saby, 2013] pour la

forme et l'orientation de la porosité. Dans ce travail nous allons considérer la forme et l'orientation de la porosité. Nous allons utiliser les définitions introduites par [Saby, 2013].

**Facteurs de forme  $\gamma_i$**  : les facteurs de formes  $\gamma_i$  sont utilisés afin de représenter l'aspect tridimensionnel de la géométrie de la porosité par rapport à ses trois directions principales. Ils sont définis par :

$$\gamma_i = \frac{\sqrt[3]{V_0}}{r_i}, \quad i = 1, \dots, 3 \quad (3.10)$$

où  $V_0$  est le volume initial de la porosité et  $r_i$  sont les dimensions initiales de la porosité

**Facteurs d'orientation  $p_i$**  : considérons la porosité représentée dans la figure 2.8. L'orientation de cette porosité peut être définie par trois directions principales  $(\vec{e}_1^3, \vec{e}_2^3, \vec{e}_3^3)$ , voir représentations géométriques dans la figure 2.7. Les directions principales de la déformation sont représentées par  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  et sont obtenues par la diagonalisation du tenseur de la déformation. Les facteurs d'orientation  $p_i$  sont définis par :

$$\begin{aligned} p_1 &= (u_1 \cdot \vec{e}_3)^2, \\ p_2 &= (u_2 \cdot \vec{e}_3)^2, \\ p_3 &= (u_3 \cdot \vec{e}_3)^2, \end{aligned} \quad (3.11)$$

où  $\vec{e}_3$  est la troisième direction principale du tenseur de déformation. Dans le cas d'un chargement de compression,  $\vec{e}_3$  représente la direction de déformation compressive dominante.

Il faut noter que les facteurs d'orientation  $p_i$  vérifient l'expression suivante :

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \quad (3.12)$$

### 3.3.3 Identification du modèle de prédiction

Dans le chapitre 2, nous avons présenté la plateforme d'optimisation dédiée à la construction de modèles de prédiction d'une manière fluide et rapide. Cela a comme objectif de simplifier l'identification des constantes de nos modèles en utilisant différents paramètres et différentes approches. Dans cette section nous allons discuter le choix de la forme mathématique qui va représenter le modèle de refermeture non-axisymétrique.

#### Choix de la formulation mathématique

Au cours de l'étude de sensibilité de l'évolution du volume en fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , nous avons remarqué que cette évolution est quasiment toujours quadratique. Cette observation est valable pour la majorité des configurations étudiées. Pour cela, une fonction polynomiale de  $\bar{\epsilon}$  du second ordre est proposée :

$$\frac{V}{V_0} = A + B\bar{\epsilon} + C\bar{\epsilon}^2, \quad (3.13)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des constantes. La condition initiale  $V(t=0)/V_0 = 1$  induit  $A = 1$ .

Les constantes  $B$  et  $C$  sont fonction des paramètres étudiés :  $T_x$ ,  $\mu$ ,  $\gamma_i$  et  $p_i$ .

À titre de rappel, ici, nous allons utiliser 81 configurations correspondantes à trois valeurs de chaque paramètre :

- triaxialité des contraintes  $T_x$  :  $\{-1, -0.66, -0.33\}$ ,
- paramètre de Lode  $\mu$  :  $\{0, 0.5, 1\}$ ,
- forme de la porosité  $r_i$  :  $\{(2, 2, 1); (2, 1.5, 1); (2, 1, 1)\}$ ,
- orientation de la porosité  $\alpha_i$  :  $\{(0, 0, 0); (0, 45, 0); (0, 90, 0)\}$ .

Rappelons également que les directions principales de la porosité sont définies à partir de son orientation initiale  $\alpha_i$ . Les facteurs d'orientation sont ensuite calculés par l'équation 3.11.

L'optimiseur que nous utilisons pour caractériser le modèle de prédiction du volume est sous forme de la structure  $SO3$  (voir paragraphe 2.5.62.5.6), ce qui signifie que l'identification des constantes est faite sur la base des 81 configurations. Concernant la fonction coût du processus d'optimisation, la Norme  $-L_2$  sur le volume est utilisée, et est exprimée par :

$$E_{L_2} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^M \left( \left( \frac{V}{V_0} \right)_{sim} - \left( \frac{V}{V_0} \right)_{mod} \right)^2}}{M} \quad (3.14)$$

où  $\left( \frac{V}{V_0} \right)_{sim}$  et  $\left( \frac{V}{V_0} \right)_{mod}$  représentent respectivement l'évolution du volume normalisé de la simulation à champ complet et l'évolution du volume normalisé de prédiction du modèle à champ moyen.  $M$  est le nombre total des incréments (de la simulation à champ complet) utilisés pour le processus d'identification.

Comme mentionné précédemment, l'avantage de cette plateforme est de simplifier l'identification afin de tester le maximum possible de formes mathématiques. Avec des polynômes d'ordres élevés jusqu'à 3 ou 4, des formes linéaires ou bilinéaires, cette plateforme nous a permis de tester plusieurs équations mathématiques par rapport aux différents paramètres considérés. Cependant, enrichir la fonction mathématique du modèle sous-entend l'augmentation du nombre de ses constantes limitant ainsi sa flexibilité et mise en application.

Effectivement, nous avons testé différentes formes mathématiques de rang élevé ou bien avec un grand nombre de paramètres du modèle pour tenir compte de relations bilinéaires qui peuvent exister entre les différents paramètres géométriques et mécaniques. Dans la section suivante, nous allons seulement présenter les deux formes qui nous ont permis d'obtenir un bon compromis entre nombre de constantes du modèle et précision de la prédiction.

**Forme 1, F1 :** dans cette forme, nous considérons un polynôme du second ordre avec les neuf paramètres  $(T_x, \mu, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, p_1, p_2, p_3, \bar{\epsilon})$ . Les paramètres géométriques  $\gamma_i$  et  $p_i$  sont supposés liés. En effet, nous avons remarqué, dans les paragraphes 2.4.4 et 2.4.5, que l'influence de ces deux paramètres est relativement couplée. Le modèle proposé est exprimé par l'équation 3.15 où on remplace les constantes  $B$  et  $C$  de l'équation 3.13 par leur expression. Ainsi, nous avons 12 constantes du modèle.

$$F1 = \frac{V}{V_0} = 1 + (A_0 + A_1 T_x + A_2 \mu + A_3 p_1 \gamma_1 + A_4 p_2 \gamma_2 + A_5 p_3 \gamma_3) \bar{\epsilon} + (A_6 + A_7 T_x^2 + A_8 \mu^2 + A_9 (p_1 \gamma_1)^2 + A_{10} (p_2 \gamma_2)^2 + A_{11} (p_3 \gamma_3)^2) \bar{\epsilon}^2 \quad (3.15)$$

Dans la figure 3.4, l'évolution des douze constantes du modèle est décrite dans le graphe supérieur. L'évolution de la fonction coût et l'évolution de la norme  $-L_2$  entre deux solutions successives sont présentées respectivement par une ligne continue noire et une ligne continue à diamants verts dans le graphe inférieur.

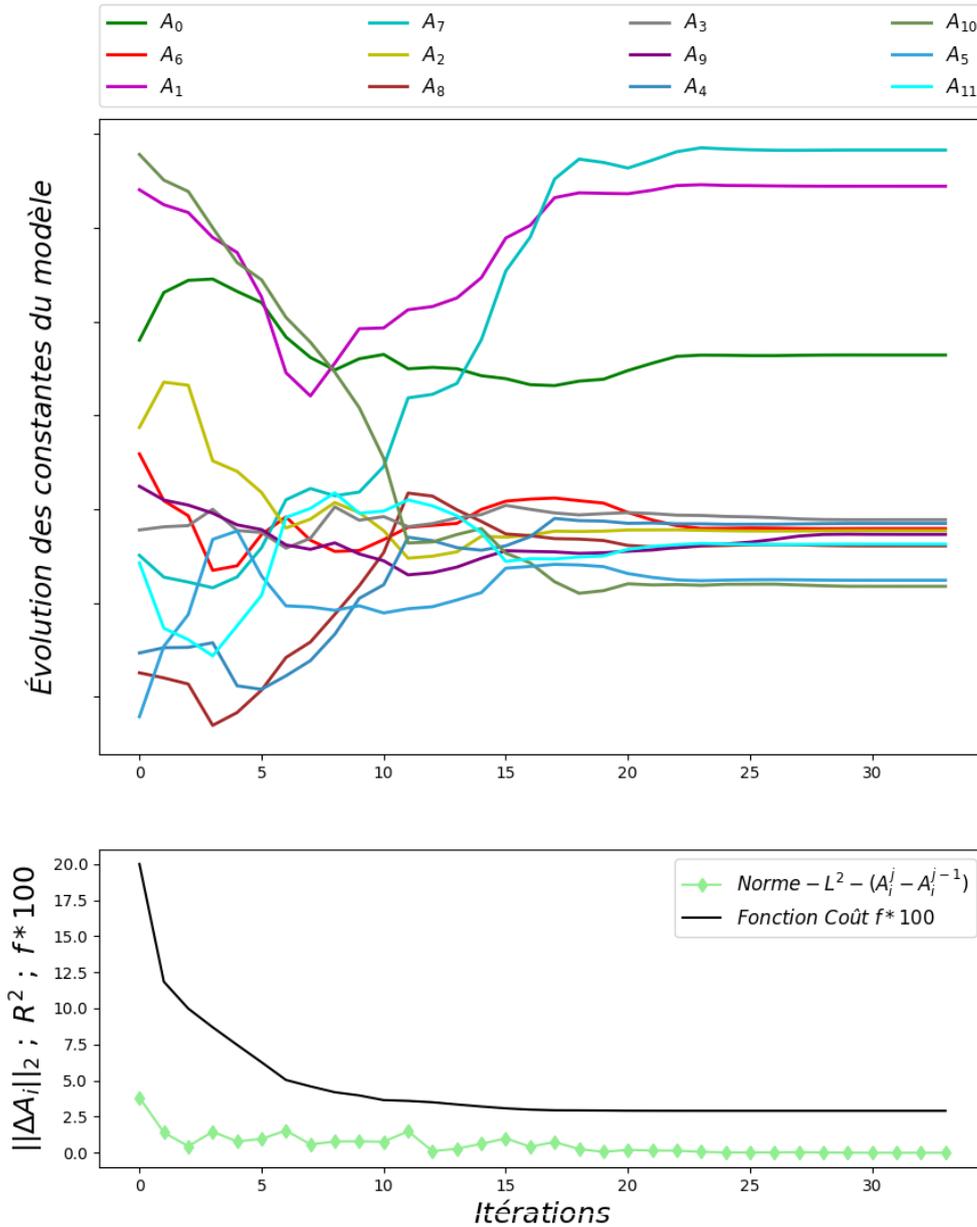


FIGURE 3.4 – Évolution des constantes du modèle, de la fonction coût et de la norme entre deux solutions successives pour le modèle F1.

La légende des variables d'optimisation n'est pas fournie à cause de clause de confidentialité

qui interdit la publication de ces données. Car ces variables d'optimisation vont représenter les constantes du modèle de prédiction. Ici, nous ne présentons pas l'étape d'initialisation, qui est effectuée sur une seule configuration, sur le graphe car cela n'a pas une grande influence sur le processus d'identification.

La fonction coût commence à une valeur très élevée (20.07) au début de la seconde étape d'optimisation. On voit que durant les dix premières itérations, il y a eu une grande variation au niveau des constantes d'optimisation. Ceci est dû au grand nombre de simulations à champ complet utilisées pour le processus d'identification. Nous avons vu dans la section 2.5 qu'avec un tel nombre de simulations, nous avons différentes cinétiques d'évolution du volume. Ensuite, la fonction s'est stabilisée à 2.929 et la courbe verte s'est arrêtée à 0, ce qui signifie que l'algorithme d'optimisation n'a pas réussi à trouver une meilleure solution que celle présentée. Il faut mentionner que la condition d'arrêt du processus d'optimisation (l'optimiseur) est :

$$\sqrt{\sum_i (A_i^j - A_i^{j-1})^2} < 10^{-6}, \quad (3.16)$$

avec  $A_i^j$  (resp.  $A_i^{j-1}$ ) la variable d'optimisation d'indice  $i$  de l'itération  $j$  (resp. de l'itération précédente  $j - 1$ .)

**Forme 2, F2 :** au niveau de la forme 2, nous allons réduire le nombre de constantes à 8. Pour cela, nous utilisons les paramètres  $S$  et  $S'$  qui relient l'influence des paramètres  $p_i$  et  $\gamma_i$  car nous avons vu dans les sections 2.4.4 et 2.4.5 que leur influence sur l'évolution du volume est couplée. Ils sont exprimés par :

$$\begin{aligned} S &= p_1 * \gamma_1 + p_2 * \gamma_2 + p_3 * \gamma_3, \\ S' &= (p_1 * \gamma_1)^2 + (p_2 * \gamma_2)^2 + (p_3 * \gamma_3)^2. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Cela signifie que nous avons seulement quatre paramètres ( $T_x, \mu, S, S'$ ) en plus de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ . Cela signifie également que nous considérons une forte hypothèse sur cette corrélation et que cela pourrait impacter la précision du modèle. Nous étudierons cet impact lors de la comparaison de ces deux formes par rapport à différentes configurations.

$$F2 = \frac{V}{V_0} = 1 + (A_0 + A_1 T_x + A_2 \mu + A_3 S) \bar{\epsilon} + (A_4 + A_5 T_x^2 + A_6 \mu^2 + A_7 S') \bar{\epsilon}^2. \quad (3.18)$$

Dans la figure 3.5, on présente l'évolution des huit constantes du modèle en différentes couleurs. L'évolution de la fonction coût et de l'évolution de la *norme* -  $L_2$  entre deux solutions successives sont présentées respectivement par une ligne continue noire et une ligne à diamants verte.

Comme pour la forme précédente, lors de l'étape d'initialisation, la fonction coût atteint une valeur presque nulle car l'optimisation est faite sur la base d'une seule configuration. Un pic est ensuite marqué à 3.367. On peut remarquer que, pour cette forme, 34 itérations sont suffisantes pour converger vers une solution stable. La solution finale représente les constantes du modèle de prédiction  $n^{\circ}2$ . Nous constatons que la forme F2, avec huit constantes, commence la deuxième

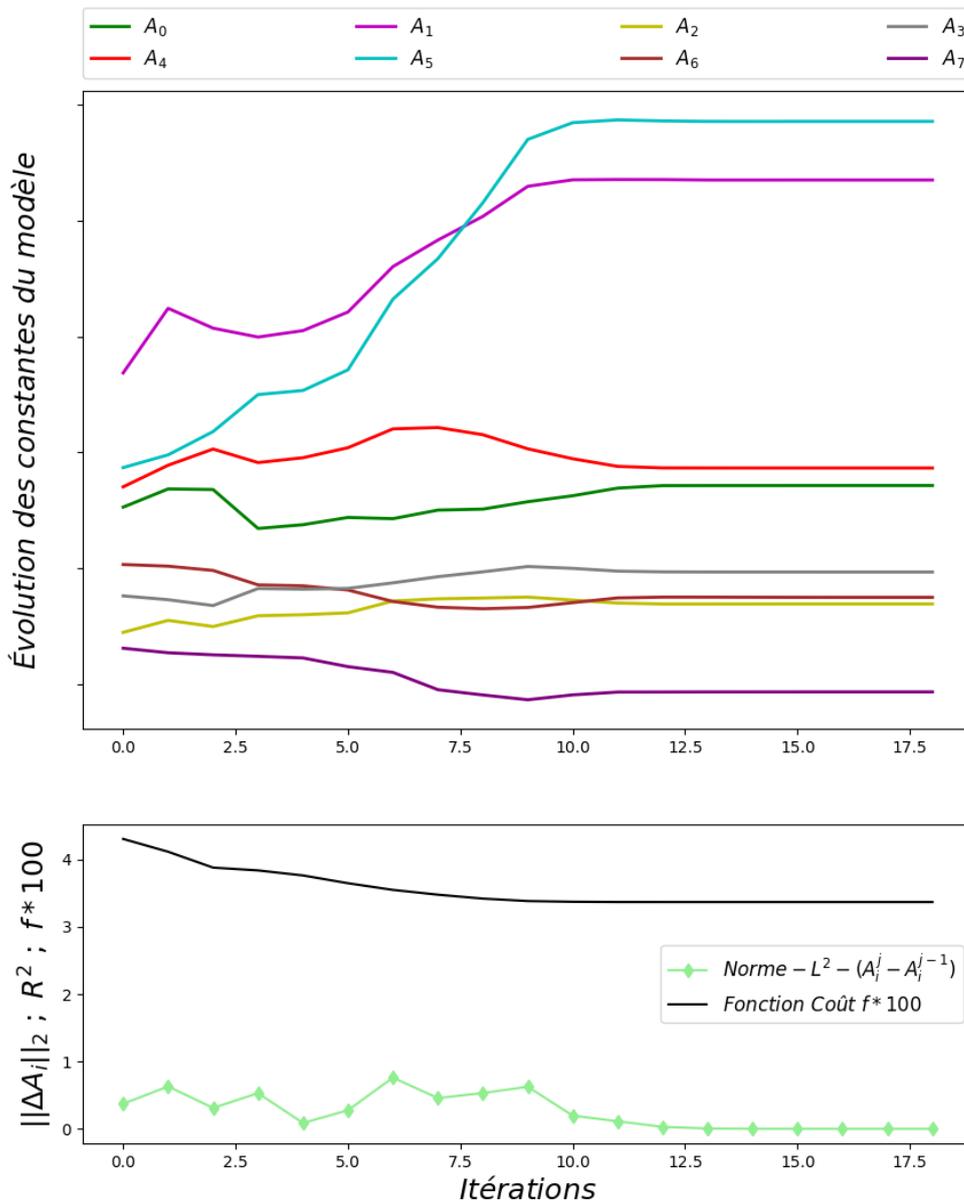


FIGURE 3.5 – Évolution des constantes du modèle, de la fonction coût et de la norme entre deux solutions successives pour la forme F2

phase d'optimisation par un pic beaucoup plus bas que celui de la forme F1, avec plus de constantes (12). En effet, nous avons remarqué sur les deux graphes des constantes correspondantes à chaque forme qu'après la phase initiale, les constantes de la forme F1 ont connu une grande variation avant de se stabiliser. Cependant, les constantes de la forme F2 ont gardé, à peu près, la même variation ce qui explique la légère variation de la fonction coût.

Au niveau du temps de convergence, les deux formes ont pris à peu près six minutes pour converger vers la solution finale. Cela montre l'utilité de cette plateforme d'optimisation qui permet de tester plusieurs formulations mathématiques, avec un coût de temps très raisonnable.

**Comparaison des formes mathématiques** Dans ce paragraphe, nous allons comparer les prédictions des deux formes citées ci-dessus. Pour cela nous allons utiliser l'ensemble des configurations stockées dans la base de données ( $\approx 800$ ), pour évaluer la précision de chaque forme par rapport à la simulation à champ complet sur VER. Nous utilisons l'erreur relative de la *norme* –  $L_2$  entre la simulation et la prédiction comme suit :

$$Pr_{\%} = \frac{\sqrt{\sum(V_s - V_p)^2}}{\sqrt{\sum(V_s)^2}} \cdot 100, \quad (3.19)$$

avec  $V_s$  et  $V_p$  le volume de la simulation à champ complet et le volume de la prédiction du modèle à champ moyen, respectivement.

Dans la figure 3.6, l'évolution de la prédiction pour les deux formes  $F1$  et  $F2$  sont tracées en comparaison avec l'évolution de la simulation à champ complet pour six configurations différentes n'appartenant pas à la base d'identification comme mentionné au bas à gauche de chaque sous-figure. Ces configurations sont résumées dans le tableau 3.1 :

Configuration	$T_x$	$\mu$	$r_i$	$\alpha_i$
(a)	-0.66	0	(2, 2, 1)	(180°, 135°, 0°)
(b)	-1	0.5	(2, 1, 1)	(0°, 45°, 135°)
(c)	-0.33	1	(2, 1.5, 1)	(0°, 60°, 60°)
(d)	-0.33	1	(3.2, 2.2, 1.4)	(75°, 0°, 0°)
(e)	-0.66	1	(2.36, 1.62, 1.35)	(45°, 45°, 0°)
(f)	-1	1	(2, 2, 1)	(0°, 45°, 180°)

TABLE 3.1 – Quelques configurations utilisées pour la comparaison des deux formes du modèle avec la base de simulations à champ complet.

À partir de la figure 3.6, plusieurs observations peuvent être faites :

- L'évolution du volume est très bien prédite pour ces configurations avec quelques faibles déviations aux derniers stades de la déformation.
- Les deux modèles sont capables de suivre l'évolution pour différentes valeur du paramètre de Lode  $\mu$  (0, 0.5, 1), de triaxialité  $T_x$  (-0.33, -0.66, -1) et différentes formes et orientations de porosités.
- Les prédictions des deux formes étudiées sont quasiment identiques.
- Les déviations maximales (*Norme* –  $L_2$ ) des formes  $F1$  et  $F2$  pour ces configurations sont 6.68% et 4.45%, respectivement.

En effet, la déviation observée aux derniers stades de la refermeture est due au changement de pente observé sur la simulation à champ complet, qui est impossible à capter par une forme polynomiale quadratique. Ce changement de pente a été observé aussi par [Saby et al., 2015] et

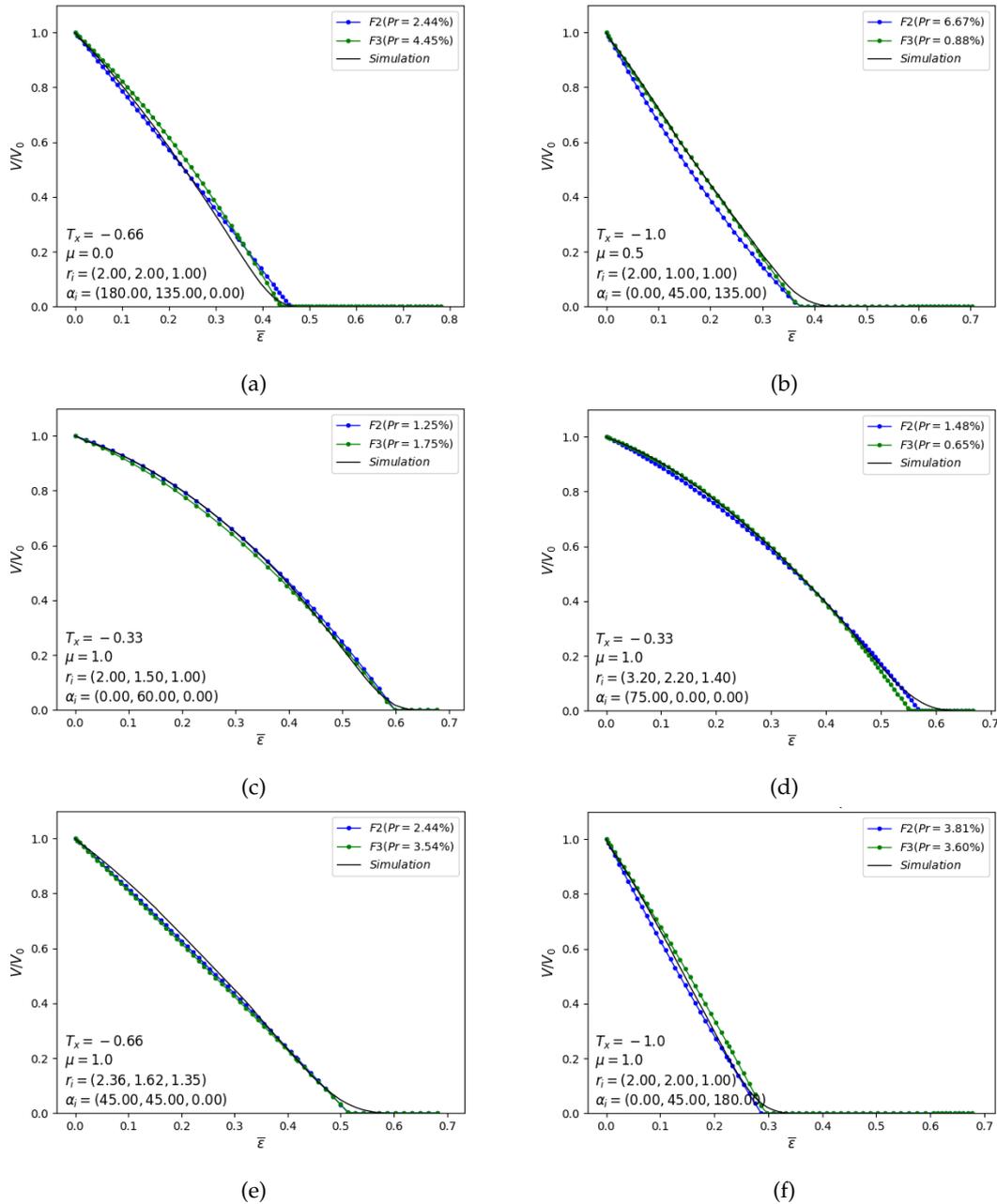


FIGURE 3.6 – Comparaison des prédictions fournies par F1 et F2 et la base de données de simulations à champ complet pour différentes configurations.

[Zhang et al., 2009]. En effet, à la fin de la refermeture, la surface interne de la porosité entre en auto-contact. Cela ralentit la cinétique de refermeture, ce qui engendre ce changement de pente.

Pour avoir un aperçu global sur la précision des prédictions des deux formes F1 et F2, nous traçons, dans la figure 3.7, la distribution de la déviation  $Pr\%$  (équation 3.19) de chaque forme. Près de 800 configurations ont été testées.

Dans la figure 3.7a, la déviation de prédiction de chaque simulation est tracée pour les deux formes F1 et F2. Il faut mentionner que deux points ayant le même abscisse ne signifie pas forcément

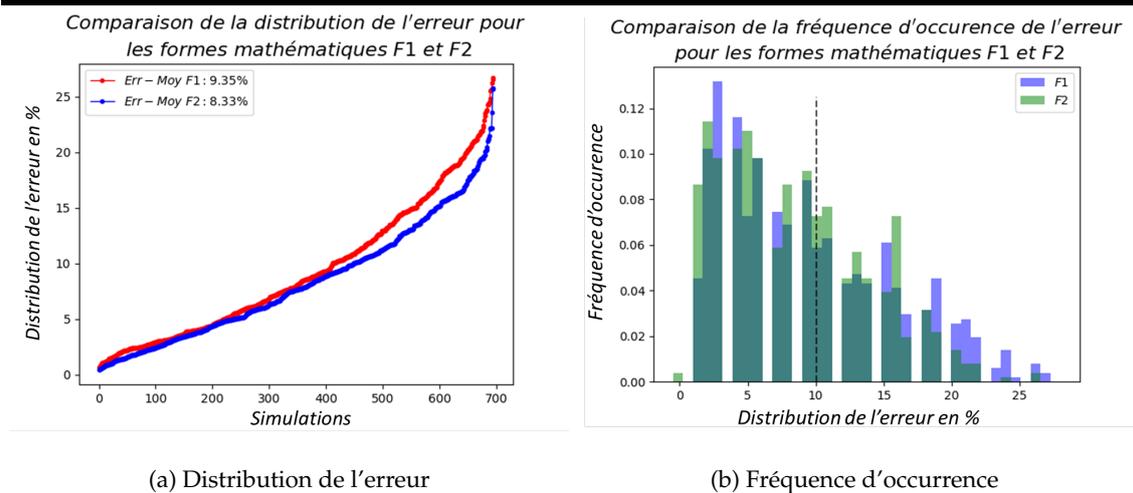


FIGURE 3.7 – Distribution de la déviation des prédictions des deux formes  $F1$  et  $F2$  par rapport à la simulation à champ complet pour près de 700 configurations.

qu'ils correspondent à la même simulation. On constate que, généralement, les deux formes produisent la même distribution d'erreur avec une légère baisse pour la forme  $F2$ . Les erreurs maximales, moyennes et minimales des deux formes sont regroupées dans le tableau 3.2. Cela nous montre que l'erreur moyenne de la forme  $F2$  est légèrement plus faible (de 1%) par rapport à celle de  $F1$ . À partir de la figure 3.7b, on visualise la fréquence d'occurrence de l'erreur par intervalle de 1%. Il faut mentionner que pour tracer cet histogramme, les erreurs de prédiction  $Pr\%$  sont arrondies en nombre entier. On constate que pour la forme  $F1$ , les configurations ayant une déviation inférieure à 10% représentent près de 60% de l'échantillon global, alors que c'est 65% pour la forme  $F2$ .

Erreur	Moyenne	Maximale	Minimale	< 10%
$F1$	9.35%	26.65%	0.63%	64.51%
$F2$	8.33%	25.78%	0.42%	59.19%

TABLE 3.2 – Erreurs moyennes, maximales et minimales ainsi que le pourcentage des configuration présentant moins de 10% d'erreurs pour les deux formes étudiées.

**Implémentation du modèle Cicaporo2S** après validation du modèle par comparaison à des simulations à champ complet, le modèle a été implémenté dans le logiciel commercial FORGE<sup>®</sup> NxT 1.0 sous la forme d'une routine utilisateur. L'implémentation du modèle est détaillée dans l'algorithme dans l'Annexe C.

Lors de la première intégration de la routine utilisateur et des tests de validation, un dysfonctionnement a été constaté, en considérant les deux configurations suivantes :

- Porosité :  $r_i = (2, 2, 2)$ ,  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ , direction d'écrasement :  $\vec{e}_3$ ,

— Porosité :  $r_i = (2, 2, 2)$ ,  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ , direction d'écrasement :  $\vec{e}_3$ ,

Physiquement, ces deux cas sont identiques vis-à-vis la refermeture, car la porosité sphérique est invariante par rapport à toute rotation. Pourtant, avec la formulation  $F2$ , on obtient des résultats différents. En effet, cela est dû à la considération des paramètres  $S$  et  $S'$  qui relient les paramètres  $\gamma_i$  et  $p_i$ . Par définition, les facteurs de forme  $p_i$  vérifient la relation mentionnée dans l'équation 3.12. Cependant, dans la formulation  $F2$ , nous utilisons le paramètre  $S'$  qui, lui, n'est pas invariant par la rotation, et donc il ne permet plus de vérifier cette définition dans l'équation 3.12.

Si on revient à l'exemple de la sphère, nous avons  $r_1 = r_2 = r_3$ , donc  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$ , alors on peut écrire :

$$\begin{aligned} S &= \gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2 + \gamma_3 p_3 = \gamma_1 (p_1 + p_2 + p_3) = \gamma_1 \\ S' &= (\gamma_1 p_1)^2 + (\gamma_2 p_2)^2 + (\gamma_3 p_3)^2 = \gamma_1^2 (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Donc quelle que soit la rotation appliquée, le paramètre  $S$  est le même pour une porosité sphérique, alors que  $S'$  dépendra de la rotation appliquée. Pour cela, nous allons remplacer  $S'$  par  $S$  dans la partie quadratique de la forme  $F2$  pour avoir la forme  $F3$ , exprimée par :

$$F3 = \frac{V}{V_0} = 1 + (A_0 + A_1 T_x + A_2 \mu + A_3 S) \bar{\epsilon} + (A_4 + A_5 T_x^2 + A_6 \mu^2 + A_7 S) \bar{\epsilon}^2, \quad (3.21)$$

Cela est valable aussi dans le cas d'une porosité ellipsoïdale avec deux dimensions égales. Prenons comme exemple une porosité de dimensions  $r_1 \neq r_2 = r_3$ . Cette porosité est invariante par rapport à toute rotation suivant la direction  $\vec{e}_1$ , donc  $p_1 = cte$ . Nous avons alors :

$$S = \gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2 + \gamma_3 p_3 = \gamma_1 p_1 + \gamma_2 (p_2 + p_3) = \gamma_1 p_1 + \gamma_2 (1 - p_1) = \gamma_2 + p_1 (\gamma_1 - \gamma_2) = cte, \quad (3.22)$$

Ce qui signifie que le terme  $S$  est invariant par rapport à la rotation suivant la direction  $\vec{e}_1$ . Donc, le modèle prendra en compte cet effet de l'invariance de la porosité par rapport à la rotation, quand la forme le permet.

En fait, ce problème est aussi observé au niveau du modèle exprimé par la forme  $F1$ . La partie qui représente la géométrie de la porosité est exprimée par  $A_3 \gamma_1 p_1 + A_4 \gamma_2 p_2 + A_5 \gamma_3 p_3$ . En revenant à l'exemple précédent de la sphère, dans le cas de  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ , cette quantité est égale à  $A_5 \gamma_3$  alors que dans le cas  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ , cette quantité est égale à  $A_3 \gamma_1$ .

La nouvelle forme  $F3$  est étudiée afin de visualiser l'effet de ce changement sur l'identification du modèle. La figure 3.8 montre l'évolution des variables d'optimisation, dont le nombre n'a pas changé (8), et de la fonction coût.

Nous constatons une augmentation de la valeur finale de la fonction coût : 3.971 au lieu de 3.367. La distribution de l'erreur de prédiction produite par la forme  $F3$  en comparaison avec celles des  $F1$  et  $F2$  pour les configurations stockées dans la base de données est décrite par la figure 3.10.

Dans la figure 3.9, nous présentons une panoplie de configurations où le chargement mécanique est non-axisymétrique ( $\mu \neq 1$ ). Malgré que nous avons vu que la distribution d'erreur du modèle  $F3$  est légèrement élevée, nous constatons que ce modèle pourrait prédire le volume de la porosité

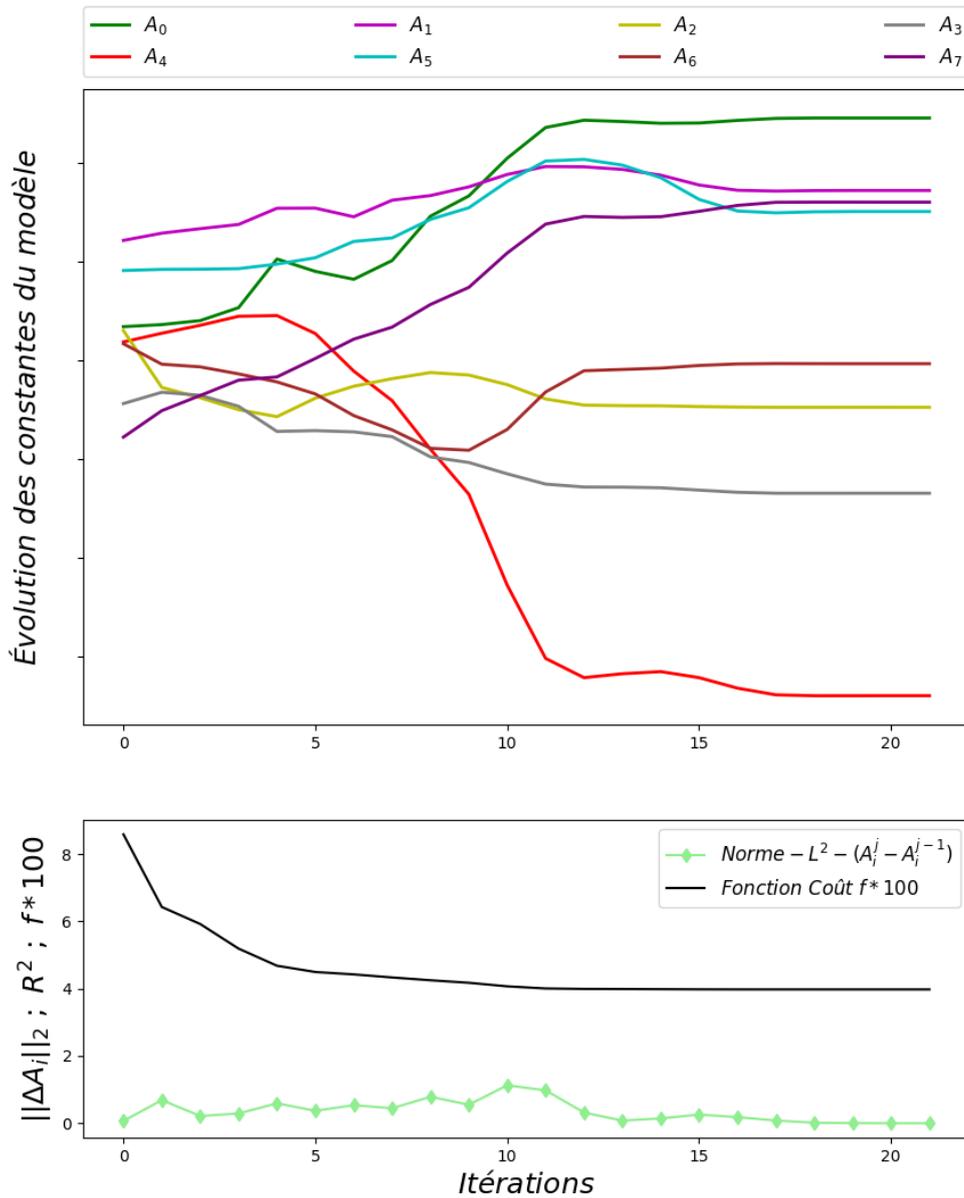


FIGURE 3.8 – Évolution des constantes du modèle, de la fonction coût et de la norme entre deux solutions successives pour la forme F3

mieux que les formes F1 et F2 pour certaines configurations. Dans la figure 3.9f, la prédiction du volume est quasi-parfaite jusqu'à  $V/V_0 \approx 0.2$ . Cependant, au delà, elle tend à se réouvrir. Pour cette configuration, cette tendance est plus accentuée mais nous l'avons aussi remarqué dans les cas où la courbe de refermeture de porosité est convexe.

À partir de ces résultats et observations, la forme F2 présente un intérêt important pour la modélisation souhaitée. En effet, avec cette forme, on a des déviations très faibles par rapport à la taille de l'échantillon étudié. Le modèle tient compte du paramètre de Lode  $\mu$  lors de la prédiction, ce qui permet d'éliminer la condition d'axisymétrie du chargement. De plus, seules 8 constantes sont utilisées ce qui représente un nombre de paramètres quasiment divisé par 2 par rapport au

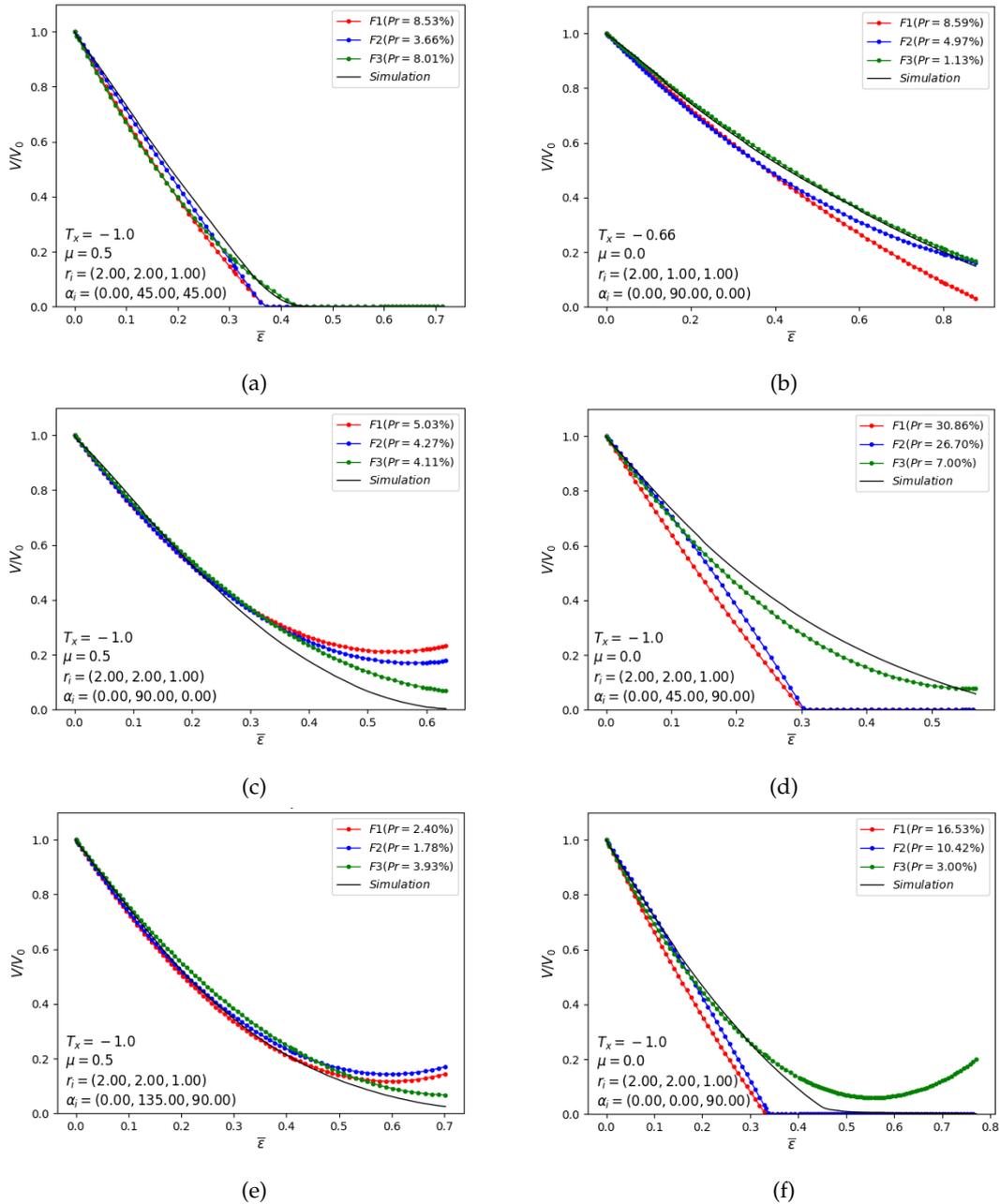


FIGURE 3.9 – Comparaison des prédictions fournies par  $F1$ ,  $F2$  et  $F3$  et la simulation à champ complet pour différentes configurations pour  $\mu \neq 1$ .

modèle Cicaporo1 qui utilise 15 constantes, et ce avec un paramètre mécanique de plus considéré ( $\mu$ ).

On constate que la forme  $F3$  produit une erreur de prédiction légèrement plus élevée, en moyenne, par rapport aux formes précédentes  $F1$  et  $F2$  : 10.65% contre 9.35% et 8.33%, respectivement. Cependant, la distribution globale de l'erreur a toujours le même aperçu que celui des formes  $F1$  et  $F2$ .

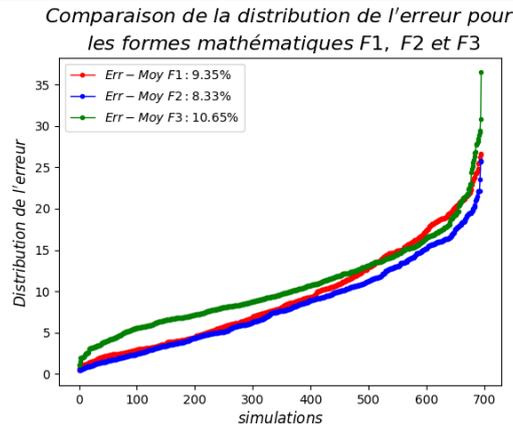


FIGURE 3.10 – Distribution de l'erreur de prédiction pour les formes F1, F2 et F3.

### 3.3.4 Conclusion

Malgré le fait que la forme F3 produit des prédictions globalement moins précises que les formes F1 (+1.3% en moyenne) et F2 (+2.32% en moyenne), elle reste avantageuse pour éviter des cas pathologiques. Nous avons montré que les formes F1 et F2 sont incompatibles avec l'invariance par rotation. De plus, par rapport à la forme F1, avoir un nombre de constantes réduit est un élément important dans notre étude. En effet, dans le chapitre suivant, nous chercherons à prédire les 6 composantes de la matrice d'inertie pour une modélisation tensorielle. Si le modèle scalaire contient 12 constantes, alors le modèle tensoriel en contiendrait 72! Ce qui serait inacceptable d'un point de vue numérique et industriel.

Pour ces raisons, nous gardons le choix de la forme F3 exprimée par l'équation 3.21. Nous avons aussi remarqué que cette forme permet d'améliorer la prédiction pour certaines configurations où l'évolution du volume est convexe. Dans la section suivante, nous allons comparer le nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les modèles de la littérature que nous avons étudié dans le chapitre 1 : *Cicaporo1*, STB et Zhang.

## 3.4 Comparaison du nouveau modèle *Cicaporo2S* aux modèles de la littérature

### 3.4.1 Introduction

Dans la section précédente, nous avons détaillé la procédure suivie pour l'identification du nouveau modèle, appelé *Cicaporo2S*. Nous avons vu que la forme F3 permet d'avoir une bonne prédiction pour l'évolution du volume par rapport aux simulations à champ complet à l'échelle du VER. Notamment, ce nouveau modèle tient compte du paramètre de Lode  $\mu$ . Ce paramètre a été utilisé pour définir l'état de contrainte de manière unique en éliminant l'hypothèse de chargement axisymétrique.

Dans cette section, le nouveau modèle *Cicaporo2S* est comparé à des modèles de la littérature :

STB ([Lasne, 2008]), Zhang ([Zhang et al., 2009] et Cicaporo1 ([Saby et al., 2015])). Cette comparaison est présentée en deux parties :

1. dans le cas de chargements axisymétriques,  $\mu = 1$ ,
2. dans le cas de chargements non-axisymétriques,  $\mu \neq 1$ .

Nous rappelons que le modèle STB (Stress Based Triaxiality) est basé uniquement sur la triaxialité des contraintes  $T_x$ . Il est défini par l'expression :

$$\frac{V}{V_0} = 1 + K_c T_x \bar{\epsilon} \quad \forall T_x < 0, \quad (3.23)$$

avec  $K_c$  une constante identifiée à partir de tests de compression sur un pièce contenant une porosité sphérique. Une valeur de  $K_c = 5$  est définie par défaut, et cette valeur vérifie le modèle de Kakimoto [Kakimoto et al., 2010] qui stipule que la refermeture est atteinte quand  $Q = \int_0^{\bar{\epsilon}} (-T_x) d\bar{\epsilon} \geq 0.21$ .

Le modèle de Zhang a été calibré en utilisant des simulations EF de VER contenant une porosité sphérique initialement. Le modèle se base sur la solution analytique proposée par [Duva and Hutchinson, 1984]. Cependant, des paramètres  $q_1, q_2, q_3$  et  $q_4$  sont considérés pour tenir compte de l'évolution de la forme de la porosité au cours de la refermeture (voir équation 1.26). Cependant, cette influence est supposé dépendre de la déformation cumulée seulement. Ce modèle tient compte aussi d'un paramètre matériau  $m$  qui est la sensibilité à la vitesse de déformation dans le cas de matériaux visco-plastiques sans écrouissage. Donc, une valeur de  $m = 0.2$  est utilisée ici pour les cas de comparaison présentés dans cette section. Cette valeur a été choisie car elle représente une valeur moyenne pour les matériaux étudiés dans le cadre de ce projet.

Le modèle Cicaporo1, qui reste l'un des meilleurs modèles existant dans la littérature du fait qu'il tient compte de la géométrie et de l'orientation de la porosité, a été calibré sur la base d'une large campagne de simulations à champ complet sur VER. Dans cette campagne de simulations, les différents paramètres influençant la refermeture de porosités ont été variés. La triaxialité des contraintes a été considérée dans l'intervalle  $[-1,0]$  qui représente le domaine de chargements observés dans le cas de la compression. Différentes formes de porosités ellipsoïdales ainsi que la rotation suivant les deux directions  $e_1$  et  $e_2$  ont été considérées.

Ces trois modèles n'ayant pas été calibrés pour des chargements non-axisymétriques, ils considèrent seulement le cas  $\mu = 1$ . Cependant, l'évolution du volume pourrait varier légèrement en variant le paramètre de Lode  $\mu$  car la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  utilisée pour prédire le volume est calculée à partir des conditions aux limites appliquées au VER. Ces conditions tiennent compte de la variation de  $\mu$ .

### 3.4.2 Chargement axisymétrique, $\mu = 1$

**Par rapport à la triaxialité  $T_x$  :**

Dans ce paragraphe nous allons étudier la sensibilité du nouveau modèle Cicaporo2S à la triaxialité des contraintes  $T_x$ . À titre de rappel, la triaxialité des contraintes  $T_x$  est le paramètre le plus utilisé dans la littérature de la refermeture des porosités pour modéliser le chargement

mécanique en plus de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ . Dans la figure 3.11, les prédictions des modèles Cicaporo2S, Cicaporo1, Zhang et STB sont tracées en lignes continues verte, bleue, violette et rouge, respectivement. Les résultats de la simulation à champ complet sont tracés par une ligne continue noire. Cette comparaison est effectuée pour une porosité sphérique de rayon  $r = 2mm$ . La triaxialité des contraintes  $T_x$  est représentée par 3 valeurs :  $\{-1, -0.66, -0.33\}$ .

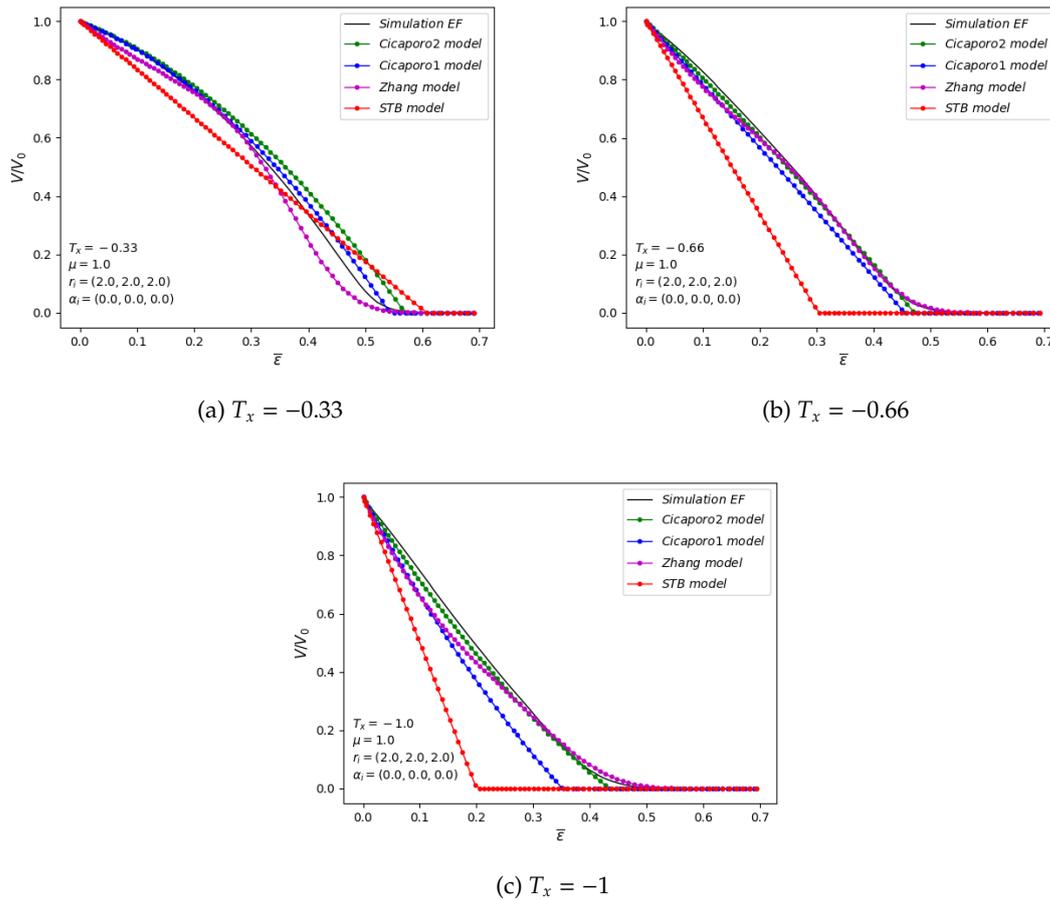


FIGURE 3.11 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions des modèles STB, Zhang et Cicaporo1 et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de  $T_x$  et une porosité sphérique.

Dans la figure 3.11a, la triaxialité étudiée est  $T_x = -0.33$ . Le modèle STB donne une prédiction acceptable pour l'évolution du volume. En effet, la fonction du modèle STB est linéaire par rapport à la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , donc il est incapable de suivre l'évolution quadratique de la simulation numérique. Le modèle de Zhang présente une bonne prédiction dans les premiers stades de refermeture. À partir de  $\bar{\epsilon} = 0.3$ , la cinétique du modèle s'accélère légèrement et s'éloigne de la simulation numérique. Les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S prédisent très bien le volume de la porosité. Le modèle Cicaporo1 est légèrement plus précis par rapport à Cicaporo2S.

Dans la figure 3.11b,  $T_x = -0.66$ , la courbe du volume devient quasiment linéaire, pourtant, le modèle STB sous-estime le volume de la porosité. La constante  $K_c = 5$  est peut-être à remettre en

question car elle accélère la cinétique de la refermeture. En effet, ce modèle est calibré sur la base de simulations pour des porosités sphériques et tient compte seulement de  $T_x$ , il devrait être plus précis pour ce cas. Des tests ont été faits avec la valeur  $K_c = 3$  et ils ont aboutit à une prédiction plus précise (erreur moins de 10%). Dans la suite de cette analyse nous allons quand même garder la valeur par défaut  $K_c = 5$ , car de toute façon, les comparaisons à venir concernent des paramètres qui n'ont pas été considérés lors de l'identification de ce modèle. Le modèle Cicaporo1 prédit très bien le volume et permet de produire une évolution linéaire pour suivre l'allure de la refermeture. La prédiction du modèle Cicaporo2S et du modèle de Zhang sont quasi parfaites.

Dans la figure 3.11c,  $T_x = -1$ , les mêmes remarques sont valables pour le modèle STB. Par contre, la prédiction du modèle Cicaporo1 est moins précise que les configurations précédentes mais cela reste dans l'intervalle d'erreur observé lors de l'identification ( $< 20\%$  à  $V/V_0 = 0.2$ ). Les modèles Zhang et Cicaporo2S sont toujours aussi précis. On constate que seul le modèle de Zhang est capable de suivre le ralentissement qui apparait aux derniers stades de la refermeture. Cela est dû au fait qu'il considère un ordre 4 de la déformation équivalente, alors que les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S considèrent seulement un ordre 2. On constate aussi que l'allure de la courbe du volume est passée de concave ( $T_x = -0.33$ ), à linéaire ( $T_x = -0.66$ ), à convexe ( $T_x = 1$ ). Ce changement de convexité est lié à la triaxialité  $T_x$ . En effet, plus faible est la triaxialité, plus compressif est le chargement et donc plus rapide est la refermeture.

**Par rapport à la morphologie de la porosité :**

Dans ce paragraphe, nous allons comparer le nouveau modèle Cicaporo2S à des simulations numériques en champ complet avec des modèles de prédiction de la littérature : Cicaporo1, Zhang et STB. Cette fois, nous allons visualiser l'effet de la forme de la porosité sur la prédiction des modèles à champ moyen. Pour cela nous allons utiliser 4 porosités de formes différentes : sphérique, ellipsoïdale prolata, ellipsoïdale oblate et ellipsoïdale aléatoire. Les dimensions de chaque porosité sont données dans le tableau 3.3 :

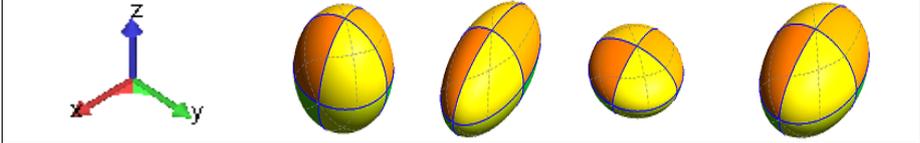
Porosité	A	B	C	D
Dimensions (mm) $r_i$	(2, 2, 2)	(2, 1, 1)	(2, 2, 1)	(2.36, 1.62, 1.35)
				

TABLE 3.3 – Dimensions et morphologie des porosités étudiées pour la comparaison.

Il faut rappeler qu'une forme prolata signifie  $r_1 > r_2 = r_3$ , une forme oblate signifie  $r_1 = r_2 > r_3$  et une forme aléatoire est représentée par  $r_1 > r_2 > r_3$ .

Dans la figure 3.12, les configurations étudiées correspondent à  $T_x = -1$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ . Dans la figure 3.12a, la forme utilisée est une porosité sphérique de rayon  $r = 2mm$ . Le chargement

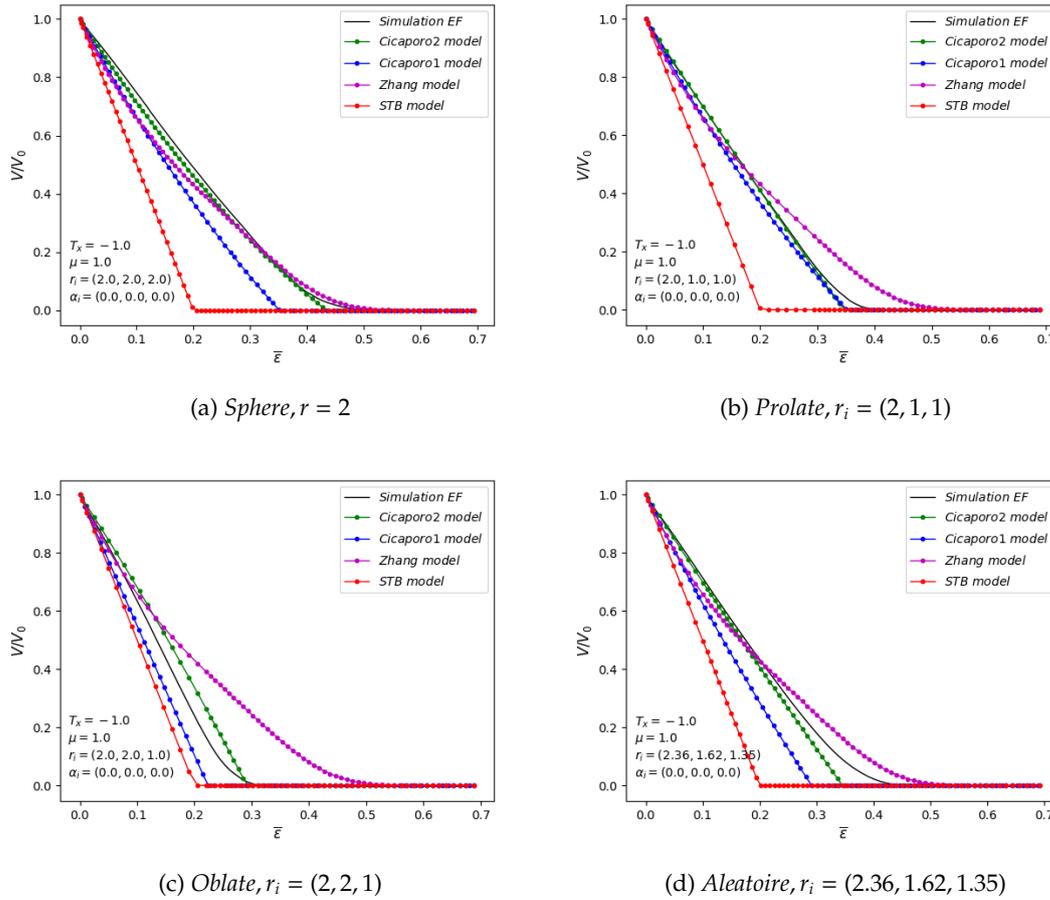


FIGURE 3.12 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions des modèles STB, Zhang et Cicaporo1 et des simulations à champ complet pour différentes formes de la porosité : (a) sphérique, (b,c,d) ellipsoïdales.

utilisé correspond à la configuration utilisée dans le paragraphe précédent (figure 3.11c) donc les mêmes observations sont valables pour ce cas concernant les prédictions des quatre modèles par rapport à la simulation à champ complet.

Dans la figure 3.12b, une porosité ellipsoïdale prolatae,  $r_i = (2, 2, 1)mm$ , est étudiée. On constate que les prédictions des modèles STB et Zhang n'ont pas changé. En effet, cela est dû au fait que dans ces modèles, aucune information tenant compte de la forme de la porosité n'est utilisée. Les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S prédisent très bien le volume pour cette configuration.

Dans la figure 3.12c,  $r_i = (2, 2, 1)mm$ , les modèles STB et Zhang sont toujours inchangés. Les prédictions fournies par les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S sont acceptables et les déviations sont plus importantes. Cependant, on constate que Cicaporo1 surestime la vitesse de fermeture alors que Cicaporo2S le sous-estime, avec une refermeture au même niveau de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  pour ce dernier modèle.

Dans la figure 3.12d, dans le cas de notre porosité aléatoire on constate que la précision du modèle Cicaporo1 a baissé. Cependant, le modèle Cicaporo2S prédit bien le volume jusqu'à 80%

de la refermeture où une pente plus accentuée apparaît. Le modèle de Zhang semble être ici acceptable.

Dans ce paragraphe, nous avons remarqué que le modèle Cicaporo2S est capable de s'adapter et de prendre en compte la variation de la forme de la porosité, via les paramètres  $\gamma_i$ . Le modèle Cicaporo1 est aussi capable de prendre en compte la forme de la porosité. Cependant, les modèles STB et Zhang sont insensibles à la forme de la porosité, car aucune information liée à la forme de la porosité n'est prise en compte.

**Par rapport à l'orientation de la porosité :**

Dans ce paragraphe, nous étudions l'influence de l'orientation sur les prédictions du modèle Cicaporo2S. Le modèle est comparé avec les mêmes modèles étudiés dans les paragraphes précédents (Cicaporo1, STB, Zhang) et avec les simulations à champ complet réalisées sous Forge NxT. Nous allons aborder ce point sur deux parties : (a) une rotation autour de la direction  $\vec{e}_1$  via l'angle  $\alpha_1$ , et (b) une rotation autour de la direction  $\vec{e}_2$  via l'angle  $\alpha_2$ . La rotation autour de la direction  $\vec{e}_3$  n'est pas étudiée. En effet, dans le cadre du chargement axisymétrique, une rotation de la porosité autour de la direction  $\vec{e}_3$  n'influence pas l'évolution de la porosité car  $\vec{e}_3$  est aussi la direction d'écrasement.

— Variation selon  $\alpha_1$

Ici, la porosité utilisée est de dimensions  $r_i = (3.2, 2.2, 1.4)$ ,  $T_x = -0.33$  et l'angle  $\alpha_1$  varie dans l'intervalle  $[0^\circ, 90^\circ]$  avec un pas de  $15^\circ$ .

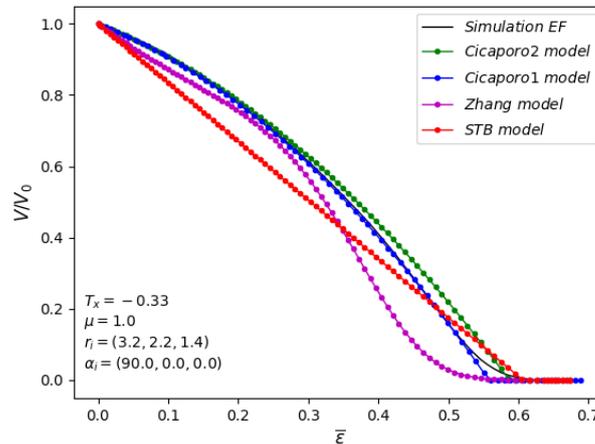


FIGURE 3.13 – Comparaison de la prédiction du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions des modèles STB, Zhang et Cicaporo1 et de la simulation champ complet pour différentes orientations. Présentée ici pour  $\alpha_i = (90^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ .

Dans la figure 3.13, les quatre modèles de prédiction sont tracés en comparaison avec la simulation champ complet pour le cas  $\alpha_i = (90^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ . Le modèle STB produit une évolution linéaire qui n'est pas adaptée à l'allure quadratique de la simulation mais la prédiction reste

acceptable. Le modèle de Zhang est aussi acceptable mais il présente une accélération à  $\bar{\epsilon} \approx 0.3$  qui le fait surestimer la vitesse de refermeture. Cela est dû au terme du 4<sup>me</sup> ordre considéré dans le modèle de Zhang (équation 1.26). Le modèle Cicaporo1 prédit parfaitement l'évolution pour cette configuration tandis que le modèle Cicaporo2S présente une légère sous-estimation de la vitesse de refermeture.

Dans la figure 3.14, la comparaison entre les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S avec les simulations à champ complet est présentée pour le reste de la variation de  $\alpha_1$ . Ici, les modèles STB et Zhang ne sont pas présentés car ils ne tiennent pas compte de l'orientation de la porosité, ce qui signifie qu'ils fourniront les mêmes prédictions que celles présentées dans dans la figure 3.13 malgré la variation de  $\alpha_1$ .

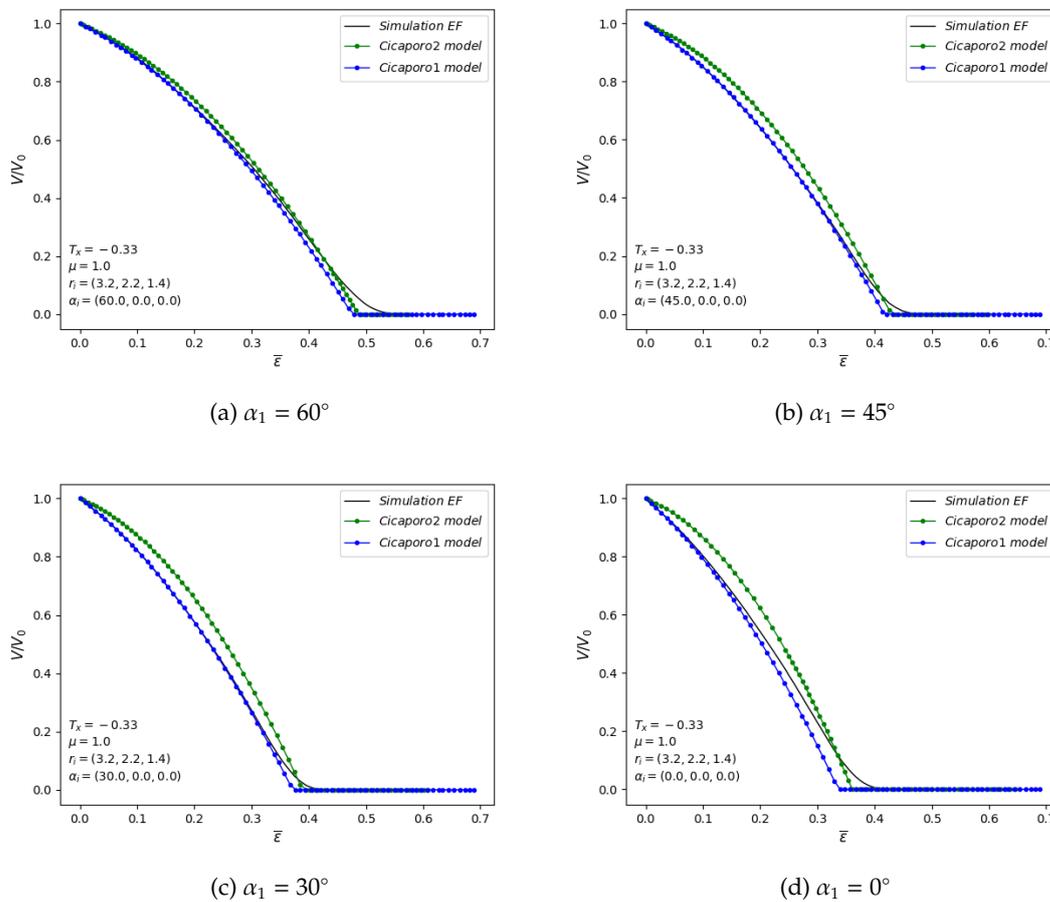


FIGURE 3.14 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions du modèle *Cicaporo1* et des simulations à champ complet pour différentes orientations de la porosité (variation de  $\alpha_1$ ).

On constate que les deux modèles suivent bien la variation du volume due à la variation de l'orientation. On constate que le modèle *Cicaporo1* prédit très bien l'évolution pour tous les cas utilisés sauf pour le cas  $\alpha_1 = 0^\circ$ . En effet, cette orientation représentait le maximum de déviation de l'erreur dans les travaux de [Saby et al., 2014a]. Le modèle *Cicaporo2S* prédit

aussi bien l'évolution du volume pour tous les cas présentés. Cette aptitude à suivre la variation de l'orientation est possible, pour les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S, grâce à l'utilisation des paramètres  $p_i$  qui définissent l'orientation de la porosité par rapport à la direction de l'écrasement.

— Variation  $\alpha_2$

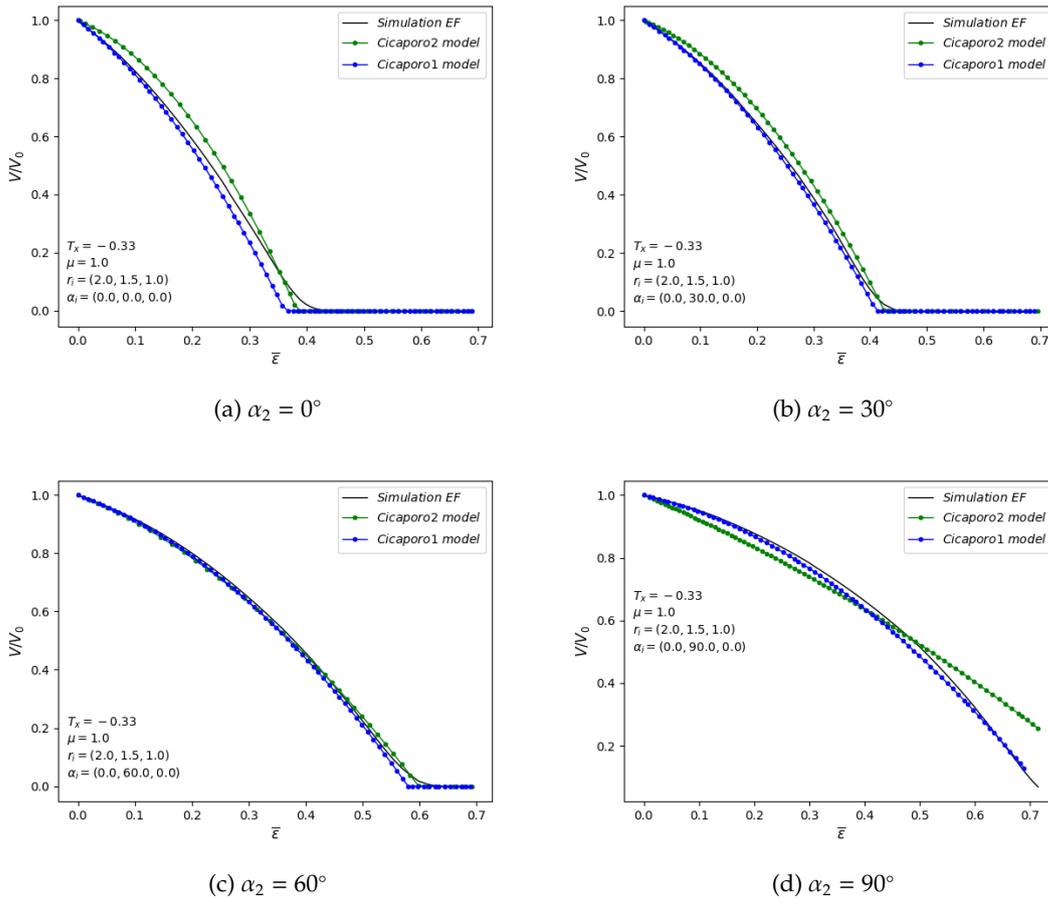


FIGURE 3.15 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions du modèle *Cicaporo1* et des simulations à champ complet pour différentes orientations de la porosité (variation de  $\alpha_2$ ).

Dans ce paragraphe, la variation de la rotation suivant la deuxième direction est abordée. Dans la figure 3.15, la porosité utilisée est de dimensions  $r_i = (2, 1.5, 1)$  avec  $T_x = -0.33$  et  $\alpha_2$  varie entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Les mêmes observations faites pour le paragraphe précédent sont valables ici aussi. Cela prouve que le modèle *Cicaporo2S* est capable de suivre la variation de l'orientation de la porosité. En comparant ces deux modèles, le modèle *Cicaporo1* est souvent légèrement plus précis que le modèle *Cicaporo2S*. En effet, le modèle *Cicaporo1* compte six constantes pour prendre en compte la géométrie de la porosité (voir l'équation 1.29) alors que le modèle *Cicaporo2S* n'en compte que deux associées au paramètre  $S$ . Ce choix est fait afin de réduire le nombre de constantes du modèle, tout en gardant une bonne

précision dans les prédictions.

### 3.4.3 Chargement non-axisymétrique, $\mu \neq 1$

L'intérêt du développement du nouveau modèle est de permettre l'élimination de l'hypothèse d'axisymétrie du chargement par la considération du paramètre de Lode  $\mu$ . En plus du paramètre de Lode  $\mu$ , la triaxialité des contraintes  $T_x$  et la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  sont considérées en tant que paramètres mécaniques et l'orientation et les dimensions de la porosité sont les paramètres géométriques pris en compte. Dans ce paragraphe nous allons comparer le nouveau modèle Cicaporo2S avec les autres modèles, utilisés dans le paragraphe précédent, et les résultats de la simulation à champ complet pour différentes configurations. Cela dans le but de montrer que le comportement du nouveau modèle envers des chargements mécaniques généraux non axisymétriques est bon. Ici, nous allons considérer l'intervalle  $[0,1]$  pour les paramètres de Lode  $\mu$  en utilisant trois valeurs (0,0.5,1).

Dans les quatre cas de comparaison qui vont suivre, la simulation numérique à champ complet est désignée par une ligne continue noire. Les modèles Cicaporo2S, Cicaporo1, Zhang et STB sont tracés par des lignes continues vertes, bleues, violette et rouge, respectivement. Pour l'analyse quantitative, nous allons utiliser la norme  $-L_2$  de l'écart de déformation entre chaque modèle et la simulation à champ complet à  $V/V_0 = 0.2$ . Cette valeur est choisie car au niveau du processus d'identification, l'optimisation a été effectuée sur l'intervalle  $[0.2, 1]$  de la refermeture seulement.

**Cas 1 :** Dans ce cas, nous allons considérer une sphère de rayon  $r = 2mm$  et une triaxialité  $T_x = -0.66$ .

Dans la figure 3.16a, où  $\mu = 1$ , on constate que seul le modèle STB est loin de l'évolution de la simulation à champ complet. Cela s'explique par le fait que ce modèle donne beaucoup de poids à la triaxialité toute seule en dépit des autres paramètres. Les modèles Cicaporo2S, Cicaporo1 et Zhang sont précis pour la prédiction du volume car ils sont calibrés pour ce type de configurations. Les erreurs enregistrées pour ce cas sont de 0.78% pour les modèles Cicaporo2S et Zhang, de 3.12% pour le modèle Cicaporo1 et finalement de 36.19% pour le modèle STB.

Dans la figure 3.16b, où  $\mu = 0.5$ , on sort du domaine de calibration des modèles STB, Zhang et Cicaporo1. Cependant, la prédiction des modèles Cicaporo1 et Zhang reste acceptable car l'impact du paramètre de Lode, ici, n'est pas très important avec des erreurs de prédiction de 7% et 4.8%, respectivement. Mais, l'avantage du modèle Cicaporo2S est l'adaptation de la prédiction suite au changement de la valeur du paramètre de Lode pour mieux suivre l'évolution du volume avec une erreur de 3.12%.

Dans la figure 3.16c, les mêmes remarques que pour la figure 3.16b sont valables. On observe que l'écart avec les trois modèles insensibles au paramètre de Lode devient plus important. L'erreur de prédiction est de 17.7%, 15.7% et 45.79% pour les modèles Cicaporo1, Zhang et STB, respectivement. Le modèle Cicaporo2S prédit beaucoup mieux le volume de la porosité (seulement 5.75% d'erreur). Aussi, on constate que dans ces configurations, le paramètre de Lode  $\mu$  n'a pas

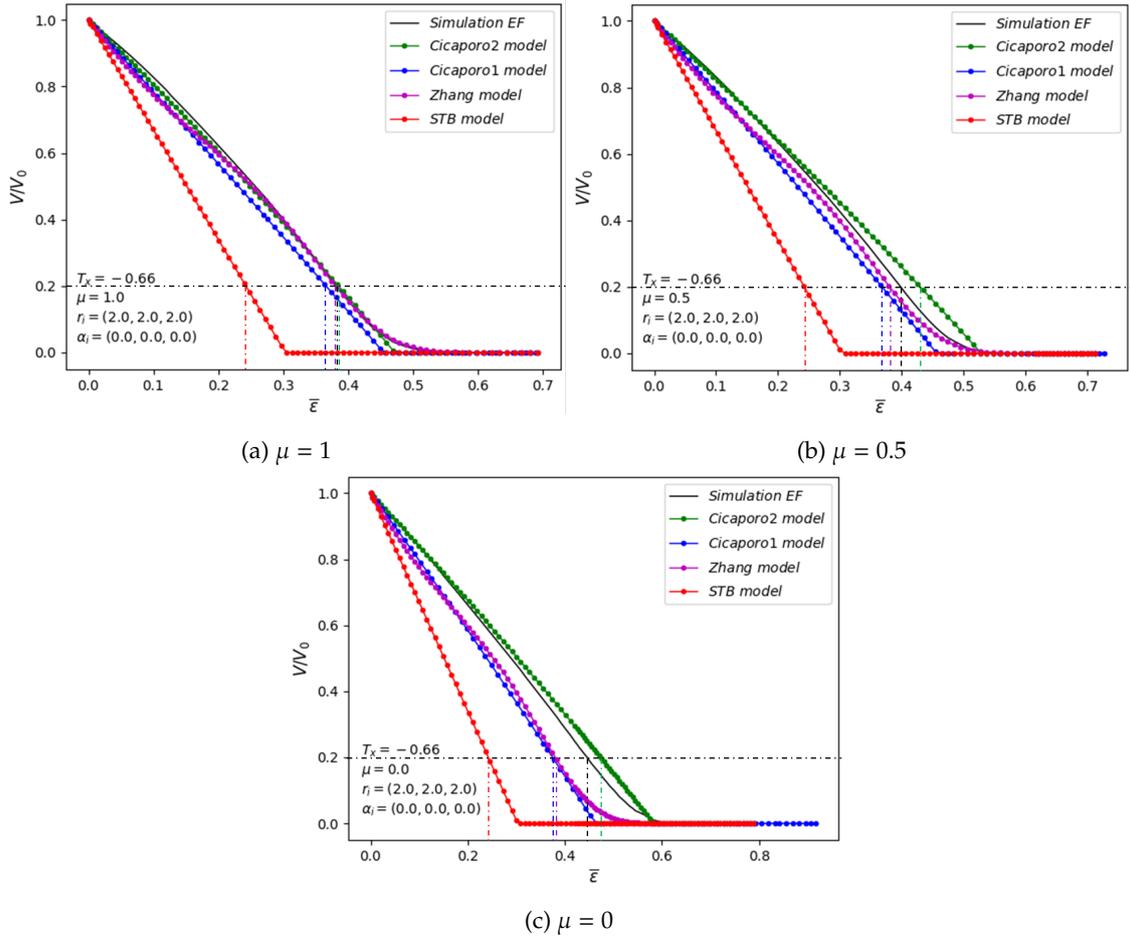


FIGURE 3.16 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions des modèles STB, Zhang et Cicaporo1 et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de  $\mu$ , avec  $T_x = -0.66$ ,  $r_i = (2, 2, 2)$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ .

une grande influence, et pourtant, la déviation des anciens modèles est importante dans le dernier cas ( $\mu = 0$ ).

Une analyse quantitative est présentée par la suite pour discuter la précision de chacun des quatre modèles de prédiction présentés.

**Cas 2 :** Dans ce cas, nous allons considérer une porosité ellipsoïdale (oblate) de rayons  $r_i = (2, 2, 1)mm$  orientée de  $\alpha_i = (0, 45, 45)$  par rapport au repère principal du VER. Le chargement mécanique est défini par une triaxialité de  $T_x = -1$  et les trois valeurs du paramètre de Lode  $(0, 0.5, 1)$ .

On constate dans la figure 3.17 que, globalement, le modèle de Zhang est celui qui approche le mieux l'évolution du volume pour ces configurations. Cependant, on voit que ce modèle fournit la même prédiction pour les trois cas du paramètre de Lode  $\mu$ , alors que le modèle à champ complet ralentit en passant à des valeurs plus faibles de  $\mu$ . Cela n'est pas crédible car pour d'autres configurations où l'influence de  $\mu$  est importante, une seule prédiction ne peut être bonne pour

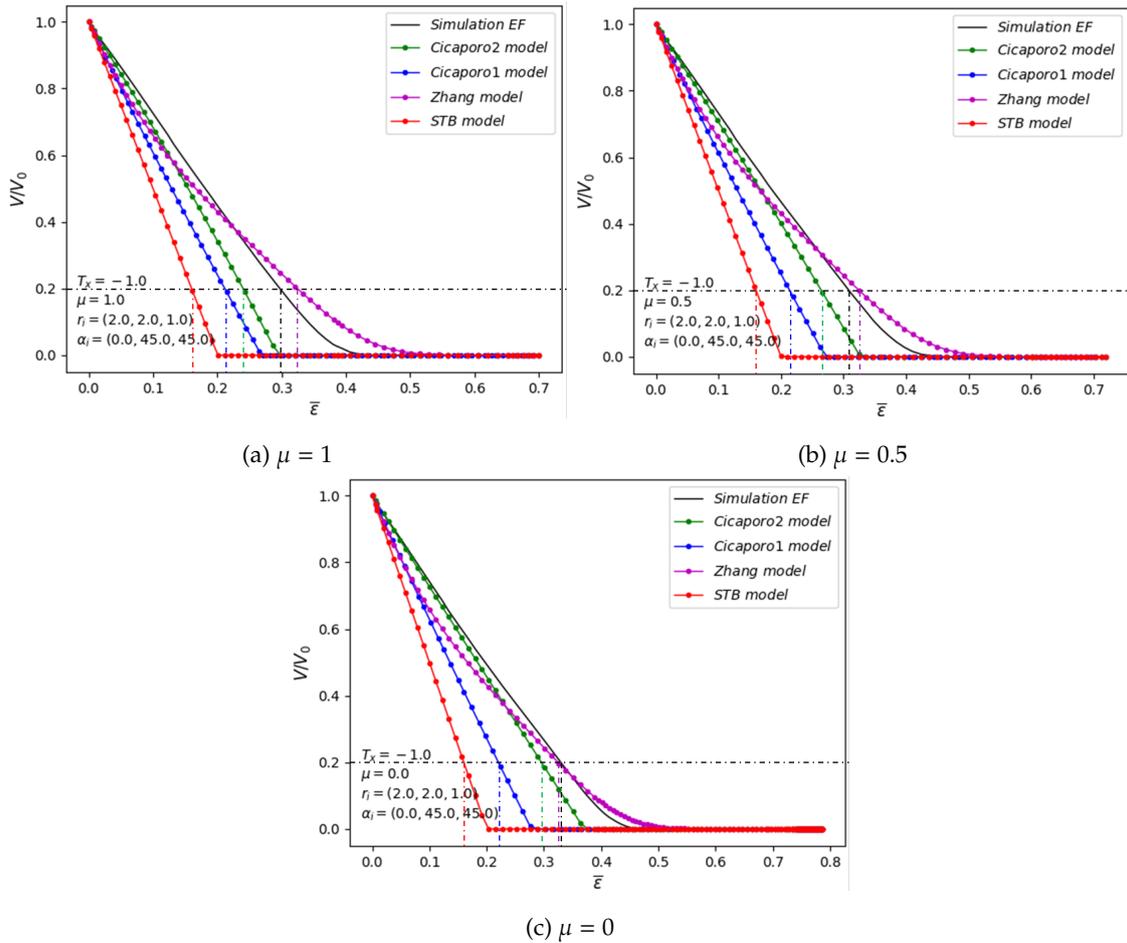


FIGURE 3.17 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions des modèles STB, Zhang et Cicaporo1 et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de  $\mu$ , avec  $T_x = -1$ ,  $r_i = (2, 2, 1)$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 45^\circ, 45^\circ)$ .

les trois cas, comme illustré dans le cas suivant. Le modèle STB est toujours très rapide à prédire la refermeture complète, car la constante  $K_c = 5$  est incapable de s'adapter à plusieurs chargements et plusieurs géométries. Concernant le modèle de Cicaporo1, il n'est pas bon pour le cas de  $\mu = 1$ , pour lequel il est pourtant calibré. Puis, plus le paramètre de Lode  $\mu$  est faible, moins la prédiction est précise. Le modèle Cicaporo2S est moins précis pour le cas  $\mu = 1$ , figure 3.17a. Cependant, grâce à la considération du paramètre de Lode  $\mu$ , la prédiction évolue par rapport à la variation de  $\mu$  et le modèle est plus précis en se rapprochant de  $\mu = 0$ .

**Cas 3 :** Dans ce cas, nous allons considérer une porosité ellipsoïdale (aléatoire) de rayons  $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)mm$  orientée de  $\alpha_i = (0, 90, 0)$  par rapport au repère principal du VER. Le chargement mécanique est défini par une triaxialité de  $T_x = -0.33$  et les trois valeurs du paramètre de Lode sont  $(0, 0.5, 1)$ .

On constate que la refermeture est plus difficile à obtenir. De grands niveaux de déformation sont nécessaires pour éliminer la porosité :  $\bar{\epsilon} = 0.76$  pour  $\mu = 1$ ,  $\bar{\epsilon} = 0.84$  pour  $\mu = 0.5$  et  $\bar{\epsilon} \approx 1.06$

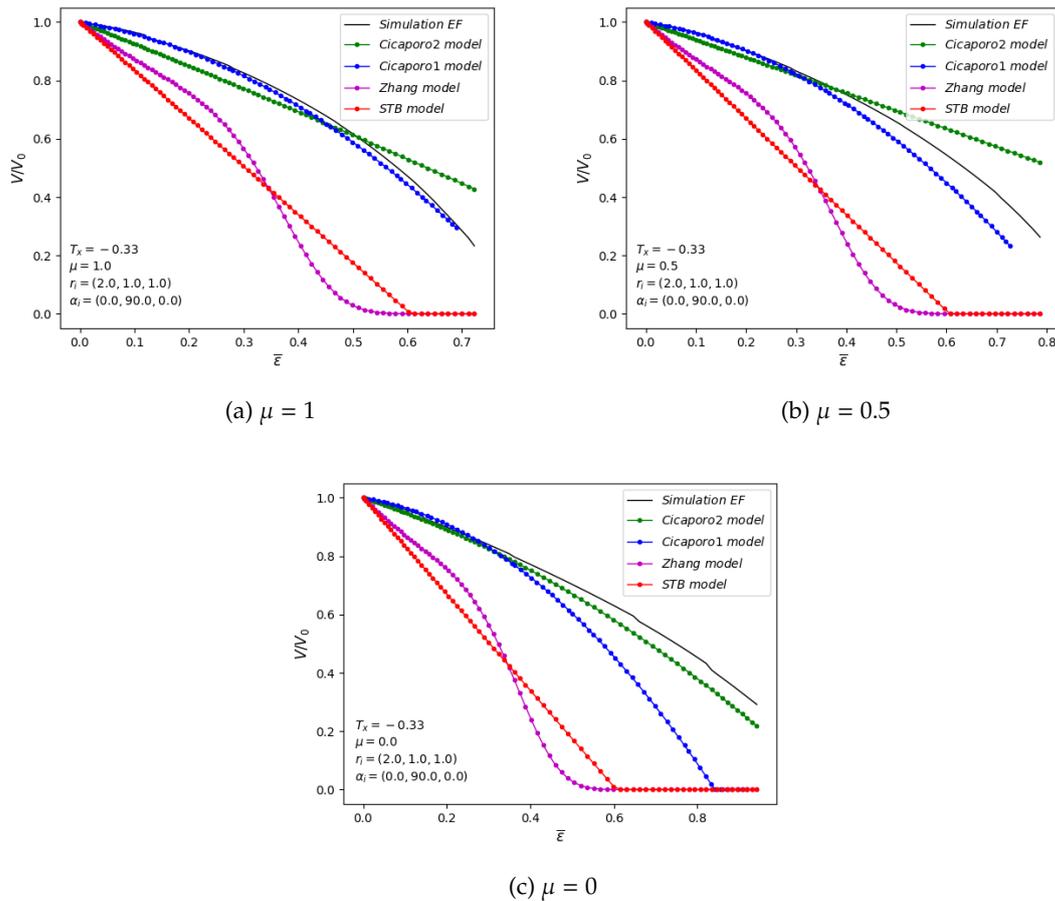


FIGURE 3.18 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions des modèles STB, Zhang et Cicaporo1 et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de  $\mu$ , avec  $T_x = -0.33$ ,  $r_i = (2.36, 1.62, 1.35)$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ .

pour  $\mu = 0$ .

On constate que les modèles STB et Zhang sont toujours moins précis car cette configuration est très éloignée d'un cas sphérique. Les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S sont nettement plus précis pour cette configuration. On voit que ces deux modèles suivent parfaitement l'allure de la refermeture, et que le modèle Cicaporo1 est légèrement plus précis que Cicaporo2S pour  $\mu = 1$ .

Au niveau de la deuxième figure 3.18b, on constate que le modèle Cicaporo2S est plus précis malgré une légère déviation aux derniers stades de la déformation. Dans le troisième chargement où  $\mu = 0$ , on voit que le modèle Cicaporo1 est très loin du modèle à champ complet. Par contre, le modèle Cicaporo2S, malgré la déviation au cours de la refermeture, suit bien l'évolution du volume et la prédiction est bien meilleure que pour les trois autres modèles étudiés.

**Cas 4 :** Dans ce cas, nous allons considérer une porosité ellipsoïdale (prolate) de rayons  $r_i = (2, 1, 1)mm$  orientée de  $\alpha_i = (0, 90, 0)$  par rapport au repère principal du VER. Le chargement mécanique est défini par une triaxialité de  $T_x = -0.33$  et les trois valeurs du paramètre de Lode

sont (0, 0.5, 1).

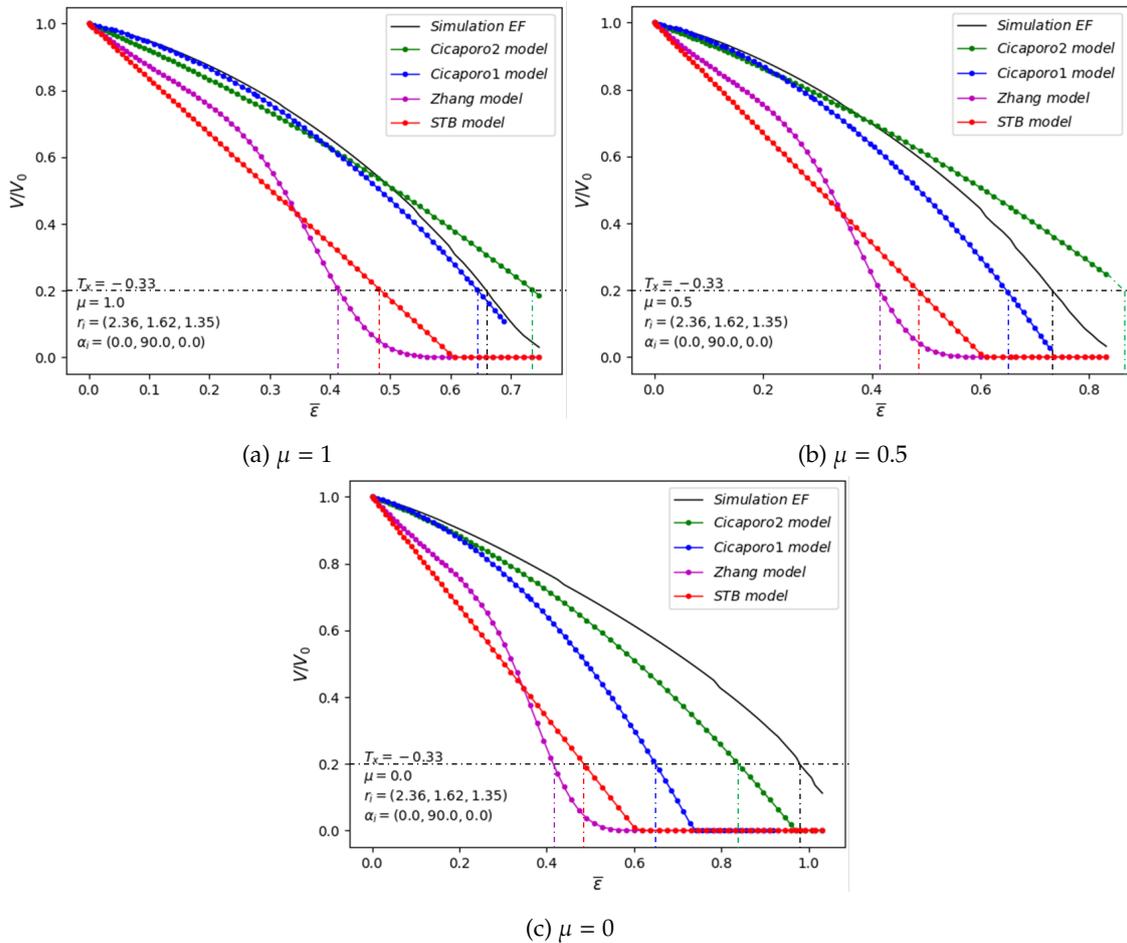


FIGURE 3.19 – Comparaison des prédictions du nouveau modèle *Cicaporo2S* avec les prédictions des modèles STB, Zhang et Cicaporo1 et des simulations à champ complet pour différentes valeurs de  $\mu$ , avec  $T_x = -0.33$ ,  $r_i = (2, 1, 1)$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ .

La première observation qu'on peut faire pour ce cas est le fait que la refermeture est très difficile. Cela est dû à la forme et à l'orientation de la porosité. Tout d'abord, la porosité est allongée suivant une seule direction car  $r_1 > r_2 = r_3$  et puis elle est orientée suivant la direction d'écrasement. Donc, on constate qu'au niveau de la simulation la porosité n'est pas fermée après  $\approx 100\%$  de déformation dans le cas de  $\mu = 0$ . Les modèles STB et Zhang sont très éloignés des résultats de la simulation champ complet. Par contre les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S prédisent très bien l'évolution du modèle à champ complet pour  $\mu = 1$ .

Dans le cas de  $\mu = 0.5$ , les modèles Cicaporo1 et Cicaporo2S restent proche de la simulation à champ complet avec une approximation légèrement meilleure pour le deuxième. Dans le troisième cas, illustré dans la figure 3.19c ( $\mu = 0$ ), on voit que le modèle Cicaporo1 surestime dangereusement la fermeture. Dans le cas où le modèle à champ complet est à  $\approx 55\%$  de refermeture, le modèle Cicaporo1 prédit la fermeture complète à  $\bar{\epsilon} = 0.86$ . Au contraire, le modèle Cicaporo2S suit globalement le modèle à champ complet et tient compte de cette difficulté de la refermeture due

à la configuration de la porosité d'une part et d'un faible paramètre de Lode  $\mu = 0$ , d'autre part. Ici, nous avons combiné l'effet du paramètre de Lode avec une géométrie difficile à fermer afin de visualiser l'intérêt de l'utilisation du nouveau modèle qui prend en compte en même temps des paramètres géométriques et mécaniques.

**Analyse quantitative** Dans le tableau 3.4, nous présentons les erreurs de prédictions pour les quatre cas de comparaison présentés dans la section 3.4.3. Dans cette section nous avons comparé le nouveau modèle Cicaporo2S avec les modèles Cicaporo1, Zhang et STB par rapport à la simulation à champ complet. Nous avons varié le paramètre de Lode entre 0 et 1 en utilisant les trois valeurs 1, 0.5 et 0, et cela pour 4 configurations différentes. Nous rappelons que l'erreur de prédiction présentée ici correspond à la *norme*  $-L_2$  de la distance entre chaque modèle avec la simulation à champ complet à  $V/V_0 = 0.2$ . Cette valeur est choisie car, lors des derniers stades de la refermeture, la porosité subit des difficultés pour se refermer à cause du contact entre ses surfaces interne. Cela explique la double pente observée dans la majorité des cas étudiés dans ce travail. Cette valeur a été utilisé comme seuil de comparaison par [Saby et al., 2015] et [Zhang et al., 2009].

$\mu$	Cicaporo2S			Cicaporo1			Zhang			STB		
	1	0.5	0	1	0.5	0	1	0.5	0	1	0.5	0
Cas 1	0.78	6.99	5.75	3.12	6.99	17.7	0.78	4.75	15.7	36.19	38.75	45.79
Cas 2	19.23	14.23	10.6	27.11	30.42	34.84	10.16	5.17	1.15	42.37	44.98	48.48
Cas 3	11.36	17.2	14.27	2.27	17.62	34.25	37.27	43.9	57.79	26.36	34.14	50.54
Cas 4	15.84	23.8	7.157	1.44	11.11	28.21	44.8	49.2	59.78	44.8	54.12	55.15

TABLE 3.4 – Les erreurs (*Norme*  $-L_2$ ) enregistrées en % pour chaque modèle par rapport à la simulation à champ complet à  $V/V_0 = 0.2$ .

Nous constatons que le modèle STB est loin d'être un modèle réaliste pour la prédiction de la refermeture des porosités. En effet, cela est dû à la prise en compte de la triaxilité seulement, alors que d'autres paramètres influencent la refermeture des porosités. Les erreurs de ce modèle, pour les cas présentés ici, varient entre 26% et 55%.

Le modèle de Zhang est plus précis surtout pour le cas de la sphère avec un chargement axisymétrique où il présente une erreur de seulement 0.78%. On voit que généralement plus le paramètre de Lode est faible, plus l'erreur est grande. En effet, cela s'explique par le fait que ce modèle donne la même prédiction quelle que soit la valeur de  $\mu$  alors que dans les faits, une diminution de  $\mu$  conduit à un ralentissement de la refermeture. Ce modèle a atteint une erreur très proche à 60% dans le cas le plus défavorable, ce qui est considérable.

Le modèle Cicaporo1 présente généralement une très bonne précision pour les cas de chargements axisymétriques sauf pour le cas 2 où cette forme de porosité a été citée dans le travail de [Saby, 2013] comme étant l'une des configurations qui représente de grandes erreurs car l'orientation rend la refermeture difficile. Sinon, on peut remarquer la même tendance de l'erreur qui

augmente lorsque  $\mu$  diminue. L'erreur maximale du modèle Cicaporo1 est à peu près de 35%.

Nous avons déjà montré que l'apport principal du modèle Cicaporo2S à l'adaptation de la prédiction pour suivre l'effet du paramètre de Lode  $\mu$  que les autres modèles ne prennent pas en compte. Donc, au contraire des autres modèles, la précision du modèle Cicaporo2S n'a pas tendance à diminuer lorsque  $\mu$  décroît. Cela se voit dans l'erreur de prédiction qui ne dépasse pas 20% sauf pour le cas 4 à  $\mu = 0.5$ . Pour le cas 2, on voit que le modèle de Zhang est plus précis pour les trois cas, ce qui serait plutôt un hasard dans ce cas particulier. Aussi, cela coïncide avec une configuration où l'influence du paramètre de Lode n'est pas très accentuée ce qui n'est pas en faveur du modèle Cicaporo2S, qui lui, tient compte de ce paramètre explicitement.

### 3.4.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté une comparaison du nouveau modèle de prédiction Cicaporo2S. Cette comparaison a été faite avec les modèles à champ moyen STB, Zhang et Cicaporo1. Elle a été décomposée en deux catégories de chargement : (a) les chargements axisymétriques ( $\mu = 1$ ) pour lesquels ces derniers modèles ont été calibrés, (b) les chargements non-axisymétriques ( $\mu \neq 1$ ) pour lesquels seul le modèle Cicaporo2S a été calibré.

Pour la première catégorie, la comparaison a concerné différentes valeurs de triaxialité, différentes formes de porosités et différentes orientations suivant les directions  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$ . Le modèle *Cicaporo2S* fournit de très bons résultats en terme de précision par rapport aux modèles STB et Zhang. Par rapport au modèle Cicaporo1, les prédictions sont souvent proches car les deux modèles considèrent les mêmes paramètres mécaniques et géométriques pour ce type de chargement. Pour la deuxième catégorie, la comparaison a concerné différentes valeurs du paramètre de Lode pour plusieurs cas. Dans chaque cas, une nouvelle configuration est utilisée, combinée avec les trois valeurs du paramètre de Lode considérées. Le modèle *Cicaporo2S* a présenté une avancée significative par rapport aux autres modèles quand  $\mu \neq 1$ . Cette amélioration apparaît clairement lorsque les exemples coïncident avec des cas où la refermeture est difficile à atteindre comme les cas présentés dans les figures 3.18 et 3.19. Ces résultats illustrent l'intérêt de ce nouveau modèle pour des chargements quelconques, non-axisymétriques notamment.

### 3.5 Conclusions

Un des objectifs principaux des travaux de cette thèse est l'élimination de l'hypothèse d'axisymétrie du chargement considérée dans le modèle Cicaporo1 et plus généralement dans l'état de l'art traitant la refermeture de porosités. En effet, tous les modèles de prédiction qui existent dans la littérature, à la connaissance des auteurs, considèrent des chargements axisymétriques, ce qui limite leur utilisation pour des chargements généraux.

Dans ce chapitre, nous avons étudié un nouveau paramètre, appelé l'angle de Lode  $\theta$ , afin de lever cette hypothèse d'axisymétrie de chargement. Ce paramètre est souvent utilisé dans l'étude d'endommagement et rupture ductile. Ce paramètre introduit le troisième invariant du tenseur des contraintes, ce qui fait qu'avec la triaxialité et la contrainte équivalente, l'état de contrainte est défini d'une manière unique. Ce paramètre est présenté sous différentes formes dans la littérature. Dans ce travail, nous avons utilisé une forme simplifiée, le paramètre de Lode  $\mu$ , exprimée en fonction des trois contraintes principales.

Le nouveau modèle de prédiction, appelé *Cicaporo2S*, a été calibré en utilisant la plateforme d'identification présentée dans le chapitre 2. Différentes formes mathématiques ont été testées grâce à la rapidité et la simplicité de la méthode d'identification utilisée. Deux formes mathématiques, présentant un bon compromis entre nombre de constantes et précision de la prédiction, ont été présentées. Ces deux formes ont été comparées avec un modèle à champ complet sur VER. Le modèle adopté est une forme quadratique en fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ . Les paramètres considérés sont la triaxialité des contraintes  $T_x$ , le paramètre de Lode  $\mu$ , les dimensions de la porosité  $r_i$  sous forme des facteurs de forme  $\gamma_i$  et l'orientation de la porosité  $\alpha_i$  sous forme des facteurs d'orientation  $p_i$ .

Le nouveau modèle de prédiction, appelé *Cicaporo2S*, a été ensuite comparé à des modèles de la littérature. Le modèle STB ([Lasne, 2008]), le modèle de Zhang ([Zhang et al., 2009]) et le modèle Cicaporo1 ([Saby et al., 2015]) sont utilisés pour cette validation. Le modèle STB réside sur une formule linéaire fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  et la triaxialité des contraintes  $T_x$ . Il est souvent non adapté pour la prédiction d'une évolution quadratique qui dépend d'autres paramètres que ceux considérés. Le modèle de Zhang présente un avantage principal du fait qu'il considère un polynôme d'ordre 4 par rapport à la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ . Cela lui permet de suivre la double pente souvent observée à la fin de la déformation due au ralentissement de la refermeture. Cependant, la considération de la triaxialité des contraintes  $T_x$  et du paramètre matériaux  $n$  (coefficient d'écroutissage du matériau) uniquement, n'est pas suffisante en général. Le modèle Cicaporo1, étant le plus performant dans la littérature, permet de suivre l'évolution du volume pour différentes configurations grâce à l'utilisation des paramètres  $\gamma_i$  et  $p_i$ . Cependant, il n'est pas capable de s'adapter à des chargements non-axisymétriques où  $\mu \neq 1$ . Le nouveau modèle *Cicaporo2S* s'adapte mieux à des chargements plus généraux pour un paramètre de Lode variant dans l'intervalle  $[0, 1]$  et une triaxialité  $T_x$  dans l'intervalle  $[-1, -0.33]$ . Il permet aussi de tenir compte de l'évolution du volume pour différentes formes et orientations de la porosité.

Le nouveau modèle *Cicaporo2S* représente ainsi une avancée significative par rapport aux

précédents modèles étudiés, car un nouveau paramètre mécanique est considéré et le nombre de constantes a été réduit. Cependant, le modèle Cicaporo1 reste légèrement meilleur en terme de représentation de la géométrie de la porosité. En effet, cet aspect est représenté par trois paramètres  $(\gamma_1 p_1, \gamma_2 p_2, \gamma_3 p_3)$  alors que seulement un paramètre est utilisé pour le modèle Cicaporo2S  $S = \sum_i^3 \gamma_i p_i$ . Aussi, le modèle présenté dans ce chapitre est un modèle scalaire qui permet de prédire seulement le volume de la porosité. Or, comme nous l'avons présenté dans la section 1.4.1, la géométrie de la porosité est une information très importante pour pouvoir prédire proprement l'évolution de la porosité dans un procédé multi-passes. Le chapitre suivant traite de cette problématique.

## **Chapitre 4**

# **Modélisation tensorielle de la refermeture des porosités**

## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons abordé la nouveauté de ce travail concernant la modélisation non-axisymétrique des mécanismes de refermeture de porosités. Nous avons montré qu'avec l'ajout du paramètre de Lode  $\mu$ , le nouveau modèle est adapté à différents chargements mécaniques en dehors de l'hypothèse d'axisymétrie du chargement. Cependant, cette modélisation ne résout pas la question des procédés multipasses. En effet, nous avons montré dans la section 1.4.1 du chapitre 1 que, dans les procédés industriels, un changement de direction est souvent effectué entre deux passes. Cela influence significativement la prédiction du volume en utilisant un modèle scalaire, car ce dernier calcule seulement le volume de la porosité et se base sur la géométrie initiale de la porosité. Or, après changement de direction de refermeture, la géométrie de la porosité change aussi, et si cela n'est pas pris en compte, la prédiction sera erronée. Dans la figure 4.1, on constate que la rotation de  $90^\circ$  appliquée à la porosité suivant la direction  $\vec{e}_2$ , influence beaucoup l'évolution du volume. Pour la première position ( $\alpha_2 = 0^\circ$ ), la refermeture est atteinte pour  $\bar{\epsilon} = 0.4$ , alors que pour la deuxième position ( $\alpha_2 = 90^\circ$ ), la refermeture complète nécessite une déformation proche de  $\bar{\epsilon} = 0.75$ . Cela représente une variation de 87.5% au niveau de l'évolution du volume, ce qui est évidemment considérable si on ne le prend pas en considération.

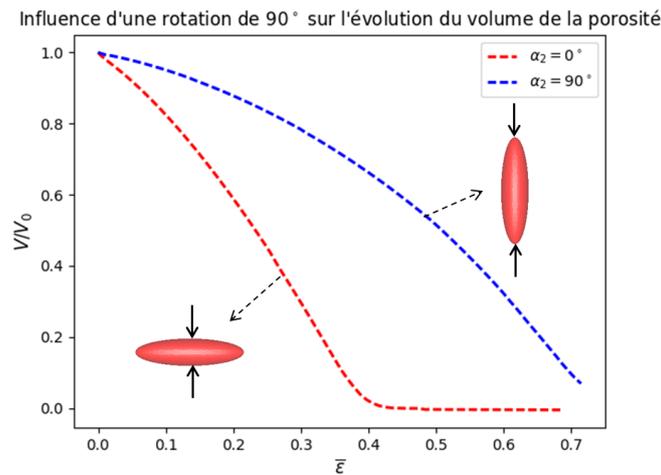


FIGURE 4.1 – Influence d'une rotation de  $90^\circ$  sur l'évolution du volume de la porosité.

Afin de remédier à cela, nous allons utiliser la matrice d'inertie de la porosité pour définir la géométrie de la porosité au cours de la déformation. Dans cette approche, ce sont les composantes de la matrice d'inertie qui seront prédites. Ensuite, les dimensions et l'orientation de la porosité sont calculées à partir des valeurs et directions propres du tenseur d'inertie, et par déduction, le volume sera aussi calculé à partir des dimensions de la porosité ou directement à partir des inerties principales de la porosité. Dans ce travail, nous supposons que la porosité garde une forme ellipsoïdale tout au long de la déformation. Par conséquent, toutes les équations utilisées dans ce chapitre pour le calcul du volume et des dimensions de la porosité ne sont valables que pour la forme ellipsoïdale. Nous verrons qu'il s'agit là d'une hypothèse forte dont il faudra discuter à

l'avenir.

Cette nouvelle approche augmente la difficulté de la construction du modèle car le nombre de paramètres augmente par rapport au modèle scalaire présenté dans le chapitre précédent. Ayant les six termes de la matrice d'inertie à prédire (matrice symétrique), nous aurons au moins 64 constantes à identifier si on considère la même formulation analytique utilisée pour le modèle Cicaporo2S. De plus, le calcul des inerties de la porosité dépend de son volume et vice versa (voir les équations 4.1 et 4.7). Cette dépendance augmente aussi la difficulté de la construction de ce modèle, car des erreurs sur la matrice d'inertie se traduisent sur la prédiction du volume et vice versa. Pour cela, nous avons employé dans ce travail deux techniques différentes d'analyse inverse pour la caractérisation du modèle afin de tenir compte de l'aspect multipasses des procédés industriels :

- optimisation : la même plateforme d'identification utilisée pour la prédiction du volume est aussi exploitée pour chaque composante de la matrice d'inertie,
- réseaux de neurones artificiels : une technique qui repose sur une large base de données afin de prédire des composantes de la matrice d'inertie, mais aussi le volume.

Dans ce chapitre, nous commençons par présenter le principe avec lequel nous allons modéliser un procédé multipasses. Ensuite, nous allons présenter les résultats obtenus par la méthode d'optimisation utilisée pour la prédiction des composantes de la matrice d'inertie. Dans la troisième section, nous allons présenter le principe de l'utilisation des réseaux de neurones pour prédire la géométrie de la porosité et le volume à partir de la matrice d'inertie. Nous présenterons, dans la dernière section, les résultats de prédiction avec cette approche en comparaison avec un modèle à champ complet.

## 4.2 Modélisation des procédés de refermeture multipasses

### 4.2.1 Rappel et définitions

Dans la littérature, la majorité des modèles de prédiction sont caractérisés par l'aspect scalaire qui permet de prédire uniquement le volume de la porosité ([Budiansky et al., 1982], [Harris et al., 2017], [Lasne, 2008], [Lee and Mear, 1992], [Saby et al., 2015], [Zhang et al., 2009]). Cependant, dans les procédés industriels, les porosités sont refermées en utilisant plusieurs passes, et entre chaque passe, un retournement de la pièce est souvent effectué. Cela modifie la position de la porosité (orientation et ordre des dimensions par rapport au repère global) par rapport à son état initial. En utilisant des modèles scalaires, seule la géométrie initiale est considérée, ce qui ne permet pas de suivre les modifications effectuées sur la géométrie de la porosité au cours de l'opération de refermeture. Pour y remédier, nous allons exploiter le tenseur d'inertie de la porosité pour suivre l'évolution de sa géométrie. Dans le paragraphe suivant, l'approche utilisée est expliquée.

Comme présenté dans le chapitre 2, la porosité est représentée par une ellipsoïde. Dans le cas général où la porosité ellipsoïdale est orientée aléatoirement par rapport au repère global, sa matrice d'inertie  $MI$  est exprimée par :

$$MI = \begin{pmatrix} MI_1 & MI_4 & MI_5 \\ MI_4 & MI_2 & MI_6 \\ MI_5 & MI_6 & MI_3 \end{pmatrix}$$

Cette matrice réelle, étant symétrique définie positive, elle est diagonalisable dans une base orthonormée de vecteurs propres et ses valeurs propres ( $I_I, I_{II}, I_{III}$ ) sont réelles strictement positives. Ces valeurs propres permettront, en effet, de calculer les dimensions de la porosité par les expressions de l'équation 4.1. Ces équations et remarques sont valables uniquement en supposant que la porosité garde une forme ellipsoïdale tout au long de la déformation. L'orientation de la porosité est déterminée par les vecteurs propres de la matrice d'inertie.

Dans le cas où la porosité initiale est directement orientée suivant les directions principales du repère global, la matrice d'inertie de la porosité devient donc diagonale et  $MI_4 = MI_5 = MI_6 = 0$ . Les dimensions de la porosité peuvent être calculées à partir des inerties principales  $I_I, I_{II}, I_{III}$  par les formules de l'équation 4.1.

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{\frac{5}{2V}(I_{II} + I_{III} - I_I)} \\ r_2 &= \sqrt{\frac{5}{2V}(I_{III} + I_I - I_{II})} \\ r_3 &= \sqrt{\frac{5}{2V}(I_I + I_{II} - I_{III})} \end{aligned} \quad (4.1)$$

À partir de ces définitions, il suffit d'identifier la matrice d'inertie de la porosité au cours de l'opération de refermeture pour suivre l'évolution de la géométrie et de l'orientation de la porosité. Nous allons procéder à une identification similaire à celle utilisée pour le volume de la porosité, dans le chapitre précédent.

#### 4.2.2 Approche de la modélisation multipasses

Dans ce paragraphe, l'approche d'identification adaptée aux procédés de refermeture multipasses est présentée. En effet, l'objectif principal de la modélisation tensorielle est de suivre l'évolution de la géométrie de la porosité au cours de la refermeture pour pouvoir l'actualiser après chaque retournement de la pièce. Il faut mentionner qu'il existe des procédés industriels où il n'y a pas de retournement entre passes. Nous ne nous intéresserons pas à ce type de procédés dans ce chapitre (le modèle Cicaporo2S étant alors suffisant). L'approche que nous proposons, ici, peut être expliquée par la figure 4.2.

Avec cette approche, nous pouvons tester plusieurs formes mathématiques facilement. En l'occurrence, nous utilisons la formulation analytique (forme F3) employée pour la prédiction du volume dans le chapitre 3 pour chacun des termes  $MI_i$  (équation 4.2). Dans le paragraphe suivant, nous discuterons ce choix du polynôme de second degré comme fonction analytique.

$$H_i = \frac{MI_i}{MI_{i0}} = 1 + (A_{0i} + A_{1i}T_x + A_{2i}\mu + A_{3i}S)\bar{\epsilon} + (A_{4i} + A_{5i}T_x^2 + A_{6i}\mu^2 + A_{7i}S)\bar{\epsilon}^2 \quad (4.2)$$

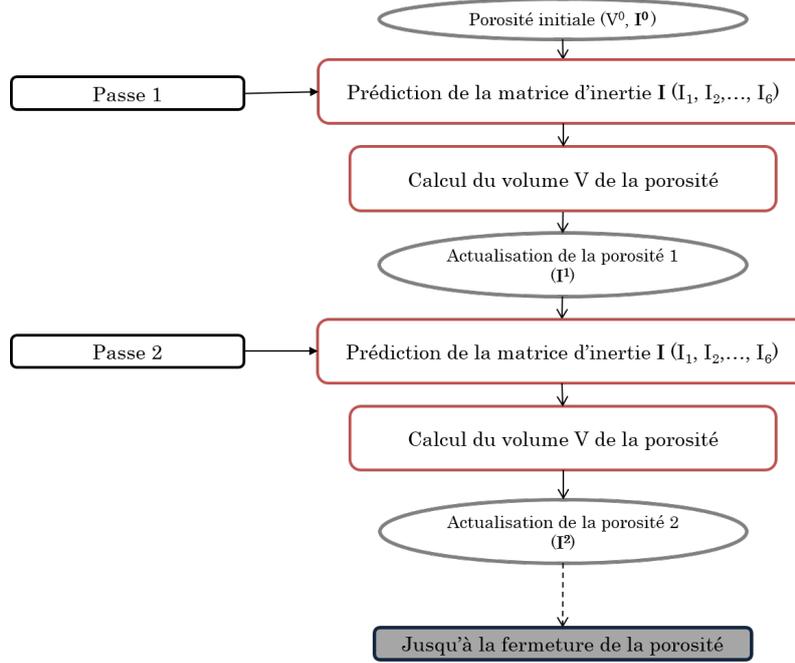


FIGURE 4.2 – Méthodologie d’identification adaptée à la modélisation tensorielle des procédés multipasses.

Au départ, nous considérons une porosité ayant un volume initial  $V^0$  et une matrice initiale  $MI_{ini}^0$ . Nous utilisons les équations  $H_i$  pour la prédiction des composantes de la matrice d’inertie où  $MI_{ini}^0$  est la seule information initiale. À la fin de la passe 1, la nouvelle matrice d’inertie de la porosité  $MI_f^0$  est définie. Ensuite, afin de tenir compte d’un éventuel retournement, la matrice d’inertie de la porosité  $MI_{ini}^1$  est définie en fonction de la matrice d’inertie de la porosité à la fin de la passe 1 ( $MI_f^0$ ) et de la matrice de rotation ( $P$ ) (équation 4.3).

$$MI_{ini}^1 = P^{-1} \cdot MI_f^0 \cdot P \quad (4.3)$$

où  $P$  est définie par la rotation appliquée à la porosité  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$  :

$$P = \begin{pmatrix} \cos\beta_3 * \cos\beta_2 & -\sin\beta_3 * \cos\beta_1 + \cos\beta_3 * \sin\beta_2 * \sin\beta_1 & \sin\beta_3 * \sin\beta_1 + \cos\beta_3 * \sin\beta_2 * \cos\beta_1 \\ \sin\beta_3 * \cos\beta_2 & \cos\beta_3 * \cos\beta_1 + \sin\beta_3 * \sin\beta_2 * \sin\beta_1 & -\cos\beta_3 * \sin\beta_1 + \sin\beta_3 * \sin\beta_2 * \cos\beta_1 \\ -\sin\beta_2 & \cos\beta_2 * \sin\beta_1 & \cos\beta_2 * \cos\beta_1 \end{pmatrix}$$

$P$  pouvant aussi être l’identité si aucune rotation n’est effectuée entre les deux passes successives. Les dimensions de la porosité sont actualisées en utilisant ses inerties principales à travers l’équation 4.1.

Plus généralement, nous adoptons la formule suivante :

$$MI_{j,ini}^{h+1} = P_{h,h+1}^{-1} \cdot MI_{j,f}^h \cdot P_{h,h+1} \quad (4.4)$$

avec  $h$  l’indice de la passe de refermeture courante et  $j$  l’indice de la composante de la matrice d’inertie étudiée.  $P_{h,h+1}$  la matrice de rotation effectuée entre la passe  $h$  et la passe  $h + 1$ . Cette

matrice est fonction des  $\beta_i^h$ .

À la fin de la passe  $h$ , nous utilisons l'équation 4.4 pour calculer la matrice initiale de la passe suivante  $h + 1$ . Les angles de rotation  $\beta_i^h$  varient d'une passe à l'autre selon le déroulement du procédé industriel. Le volume de la porosité est en effet calculé en utilisant les valeurs principales de la matrice d'inertie au cours de la refermeture. Le volume de la porosité ellipsoïdale est défini par :

$$V^h = \frac{4}{3}\pi r_1^h r_2^h r_3^h \quad (4.5)$$

À partir des équations 4.1 et 4.5, on peut déduire le volume entre chaque passe à partir des inerties principales, par l'expression suivante :

$$V^h = \frac{4}{3}\pi \sqrt{\frac{5}{2V}(I_{II}^h + I_{III}^h - I_I^h)} \sqrt{\frac{5}{2V}(I_{III}^h + I_I^h - I_{II}^h)} \sqrt{\frac{5}{2V}(I_I^h + I_{II}^h - I_{III}^h)}. \quad (4.6)$$

Ce qui revient à :

$$V^h = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{2/5} \left(\frac{125}{8}(I_{II}^h + I_{III}^h - I_I^h)(I_{III}^h + I_I^h - I_{II}^h)(I_I^h + I_{II}^h - I_{III}^h)\right)^{1/5}. \quad (4.7)$$

On constate que le volume de la porosité est calculé directement à partir des inerties principales. Cela signifie que toute erreur au niveau des inerties sera systématiquement transmise au calcul du volume. Aussi, on constate que pour calculer les nouvelles dimensions de la porosité (équation 4.1), on a besoin du volume. Cette corrélation entre les inerties, le volume et les dimensions de la porosité peuvent altérer la bonne précision du modèle tensoriel construit.

### Formes mathématiques

Comme présenté dans le paragraphe précédent, un polynôme de second ordre est choisi pour la phase d'identification. Dans la figure 4.3, l'évolution des composantes d'inertie  $MI_i$  en fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  pour différentes valeurs de la triaxialité dans l'intervalle  $[-1, 0]$  est présentée. L'évolution des composantes de la matrice d'inertie présentée dans la figure 4.3 correspond la porosité définie par  $r_i = (2.5, 1.8, 1.1)$  et  $\alpha_i = (45^\circ, 60^\circ, 75^\circ)$ .

On constate que toutes les composantes peuvent être approchées par un polynôme quadratique en fonction de la déformation équivalente. Un polynôme de second ordre est alors considéré pour prédire l'évolution des termes de la matrice d'inertie. Par conséquent, nous allons exploiter l'expression mathématique utilisée pour prédire le volume, pour les composantes de la matrice d'inertie  $H_i$  (équation 4.2).

Dans la section suivante, nous présentons les résultats obtenus avec cette méthode en comparaison avec des cas de refermeture par simulation à champ complet sur VER.

### 4.2.3 Calibration du modèle tensoriel

La calibration du modèle tensoriel est effectué d'une manière similaire à la calibration du modèle scalaire pour chaque composante de la matrice d'inertie  $MI_i$  avec  $i \in \{1, 6\}$ . La base de

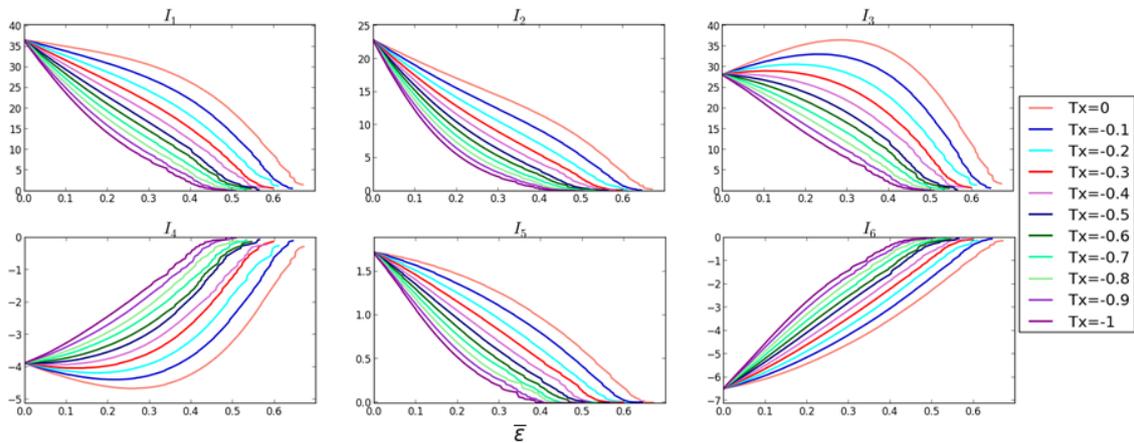


FIGURE 4.3 – Évolution des composantes de la matrice d’inertie en fonction de  $\bar{\epsilon}$  pour différentes valeurs de triaxialité et pour  $\mu = 1$ ,  $r_i = (2.5, 1.8, 1.1)$  et  $\alpha_i = (45^\circ, 60^\circ, 75^\circ)$ .

donnée construite et détaillée dans la section 2.5.4 est utilisée pour la construction du modèle tensoriel. Pour chaque composante de la matrice d’inertie, un modèle générique est calibré sous la forme analytique F3 (voir équation 4.2). La calibration est effectuée en utilisant 81 simulations. La convergence est définie par la Norme  $-L_2$  entre le volume de la simulation à champ complet et le volume du modèle de la prédiction.

Il faut mentionner que les modèles de toutes les composantes de la matrice d’inertie sont calibrés sur la même base des 81 configurations. Cependant, chacune des composantes peut avoir une convergence différente, car pour une configuration donnée, les inerties n’ont pas la même évolution en fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ .

#### 4.2.4 Remise à zéro de la déformation équivalente (Hypothèse)

Dans ce travail, au début de chaque passe, nous mettons à zéro la déformation équivalente ( $\bar{\epsilon} = 0$ ), ce qui signifie que nous ne prenons pas en compte la déformation subie à la passe précédente. Cette hypothèse permet d’alléger le nombre de paramètres à considérer au moment de la prédiction, sinon il faudrait tenir compte de la déformation initiale en tant que paramètre physique supplémentaire à la prédiction. Ainsi, il faudrait aussi ré-identifier tous les paramètres pour différentes valeurs initiales de  $\bar{\epsilon}$ . Ce qui conduirait à relancer des simulations à champ complet pour différentes valeurs de  $\bar{\epsilon}_0$ .

Dans les figures 4.4 et 4.5, nous montrons la comparaison de l’évolution du volume de la porosité, à champ complet, au niveau de la passe 2 de la refermeture avec et sans considération de la pré-déformation à  $\bar{\epsilon} = 0.285$  et  $\bar{\epsilon} = 0.415$ , respectivement. Ces simulations à champ complet sur VER sont effectuées pour différentes configurations de porosités (mentionnée en bas de chaque sous-figure) pour un chargement axisymétrique défini par  $T_x = -0.33$  et  $\mu = 1$ .

Nous constatons que la considération de la pré-déformation au niveau du lancement de la passe 2 influence la cinétique de la refermeture. Dans tous les cas présentés dans cette analyse, la non considération de la pré-déformation initiale conduit à un ralentissement de la refermeture. Ce

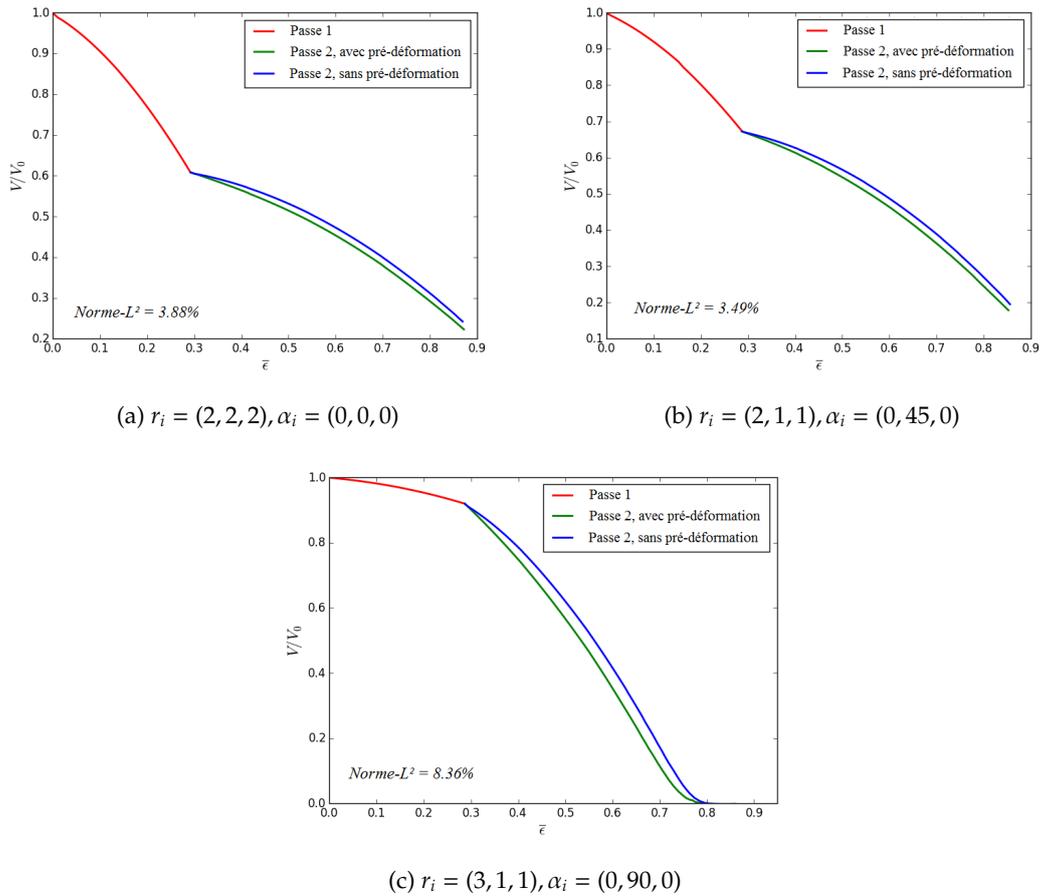


FIGURE 4.4 – Comparaison de l'évolution du volume au niveau de la passe 2 avec et sans pré-déformation à  $\bar{\epsilon} = 0.285$ .

ralentissement varie d'une configuration à une autre et dépend de la pré-déformation accumulée au moment de la rotation pour passer à la passe 2. En calculant l'erreur relative (*norme - L<sub>2</sub>*) entre l'évolution du volume avec (courbe verte) et sans (courbe bleue) considération de la pré-déformation initiale, on trouve des différences qui varient entre 1% et 9%, les valeurs précises étant inscrites sur chaque figure. Nous constatons aussi que cette erreur est réduite en appliquant la rotation à un stade plus avancé de la refermeture.

L'influence de la pré-déformation sur la refermeture des porosités n'est donc pas négligeable (*Norme - L<sub>2</sub>* < 10%), mais reste du second ordre par rapport aux autres paramètres étudiés dans ce travail. Surtout le coût numérique engendré par la considération de ce paramètre serait très élevé. Par conséquent, nous avons négligé la pré-déformation accumulée pour la prédiction tensorielle du volume de la porosité. Par la suite, il faudra vérifier que le modèle construit présente aussi une sous-estimation de la vitesse de refermeture au niveau des prédictions.

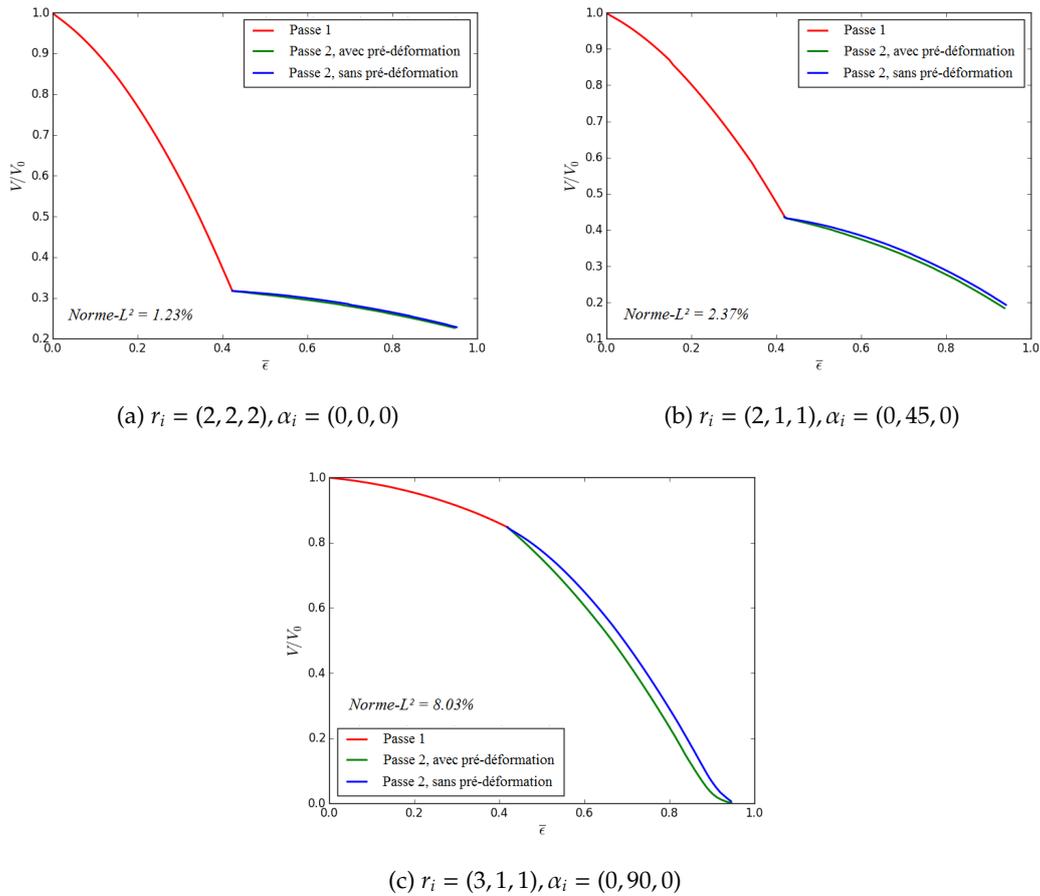


FIGURE 4.5 – Comparaison de l'évolution du volume au niveau de la passe 2 avec et sans pré-déformation à  $\bar{\epsilon} = 0.415$ .

### 4.3 Cas de comparaison pour l'approche de modélisation tensorielle par optimisation

Après avoir présenté l'approche de la modélisation tensorielle adaptée aux procédés multipasses, dans cette section nous allons présenter un cas de comparaison entre le modèle tensoriel établi et le modèle à champ complet sur VER. Cette comparaison va servir comme outil de validation pour cette approche. Il faut mentionner que dans la littérature, à la connaissance des auteurs, aucun travail similaire en condition multipasses n'existe.

#### 4.3.1 Étude de cas : porosité sphérique

Dans ce paragraphe, nous allons étudier le cas d'une porosité sphérique. La refermeture est composée de trois passes avec un retournement de  $90^\circ$  suivant la direction  $\vec{e}_2^z$  entre chaque passe.

Comme mentionné auparavant, l'approche adoptée dans ce travail consiste à prédire l'évolution des composantes de la matrice d'inertie de la porosité. Cela va être effectué passe par passe avec une actualisation de la géométrie de la porosité entre chaque passe. Dans ce cas, le charge-

ment mécanique appliqué est axisymétrique par rapport à la direction d'écrasement ( $T_x = -0.33$  et  $\mu = 1$ ).

**Passe 1 :**

Au début de la première passe, la géométrie de la porosité est définie par sa matrice initiale  $MI^0$ . Nous avons une porosité sphérique avec un rayon  $r = 2mm$ . La forme sphérique est invariante par rapport à toute rotation, ce qui signifie que quelle que soit son orientation, son repère coïncide avec le repère principal du VER. Par conséquent, les composantes non diagonales de la matrice d'inertie sont nulles ( $MI_4 = MI_5 = MI_6 = 0$ ). De plus, la porosité étant sphérique, les trois valeurs principales sont identiques  $I_p$ . La matrice d'inertie initiale peut donc être calculée à partir de  $r$  à travers l'expression suivante :

$$MI = \frac{2V}{5} r^2 \cdot I_d = \frac{8}{15} \pi r^5 I_d. \quad (4.8)$$

où  $I_d$  est la matrice identité d'ordre 3.

La figure 4.6 montre l'état initial et l'état final du VER et de la porosité lors de la passe 1.

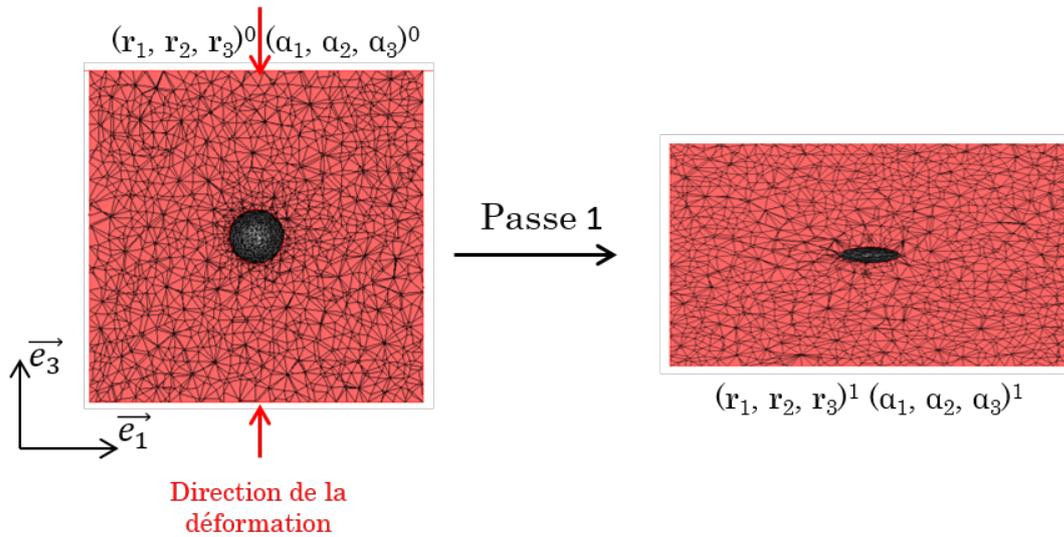


FIGURE 4.6 – Évolution de la porosité et du VER lors de la passe 1.

La porosité était initialement sphérique avec un rayon de  $r = 2mm$ . Après un écrasement de 25% par rapport à la hauteur initiale, la porosité devient ellipsoïdale. Cependant, on voit que l'on s'éloigne légèrement d'une forme ellipsoïdale. Donc, l'hypothèse effectuée pour le calcul du volume basé sur la forme ellipsoïdale de la porosité n'est pas toujours exacte.

Ce changement ne peut être pris en considération qu'en calculant la nouvelle géométrie de la porosité. Pour cela, nous utilisons les modèles de prédiction exprimés dans l'équation 4.2. Dans la figure 4.7, nous présentons la comparaison de l'évolution des composantes de la matrice d'inertie durant la passe 1 entre la simulation à champ complet ( $MI_i^{sim}$ ) et le modèle de prédiction ( $MI_i^{pre}$ ). Il faut mentionner que seules les composantes diagonales sont tracées, car nous avons montré auparavant que les composantes non diagonales sont nulles pour cette configuration.

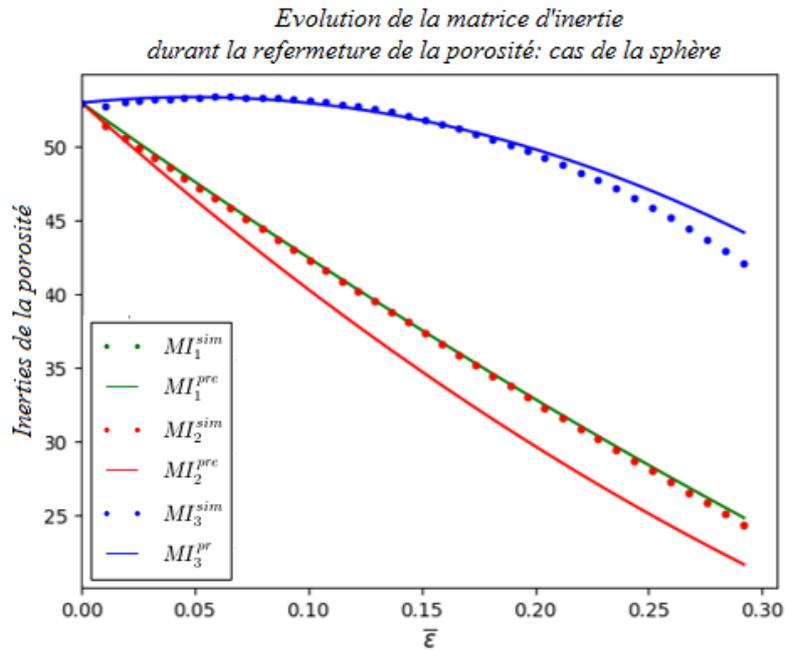


FIGURE 4.7 – Comparaison de l'évolution des composantes diagonales de la matrice d'inertie de la porosité entre la simulation à champ complet et le modèle de prédiction durant la passe 1.

Dans cette figure, les inerties de la simulation à champ complet et du modèle de prédiction sont tracées par des pointillés et des lignes continues, respectivement. Ensuite, les inerties diagonales  $MI_1$ ,  $MI_2$  et  $MI_3$  sont tracées respectivement en vert, en rouge et en bleu. On constate que les inerties  $MI_1$  et  $MI_2$  de la simulation explicite sont parfaitement superposées (seuls les pointillés rouges sont apparents) et décroissent rapidement par rapport à la troisième inertie  $MI_3$ . En effet, la porosité étant sphérique et le chargement mécanique étant axisymétrique, la dimension qui coïncide avec la direction d'écrasement diminue tandis que les deux autres dimensions augmentent d'une manière similaire. Concernant les inerties du modèle de prédiction, on constate que l'inertie  $MI_1^{pre}$  est en très bon accord avec la simulation explicite. La troisième composante  $MI_3$  est aussi bien prédite avec une légère déviation au dernier stade de la refermeture (à partir de  $\bar{\varepsilon} = 0.25$ ). Cependant, la deuxième composante de la matrice d'inertie  $MI_2$  dévie par rapport à la simulation explicite. En effet, les deux inerties  $MI_1$  et  $MI_2$  coïncident au niveau de la simulation, ce qui n'est pas le cas au niveau de la prédiction. Cela est dû au fait que les deux modèles de prédiction ne sont pas calibrés sur la même base. Ayant utilisé différentes configurations avec différentes dimensions et orientations pour la calibration, le fait d'avoir deux inerties égales est un cas particulier lorsque les deux dimensions correspondantes sont égales initialement et le chargement mécanique est axisymétrique. Par conséquent, la convergence du processus de calibration n'est pas la même pour les différentes composantes. Automatiquement, la précision de prédiction n'est pas tout à fait la même pour les différentes composantes de la matrice d'inertie.

À la fin de la passe 1, nous appliquons une rotation de  $90^\circ$  autour de la direction  $e_2^z$  afin de représenter l'aspect multipasses des procédés industriels. Pour définir la géométrie de la porosité

au début de la passe 2, nous utilisons les valeurs finales de la passe 1 prédites  $MI_1^{1f}$   $MI_2^{1f}$   $MI_3^{1f}$ . À partir de ces composantes, nous construisons la matrice d'inertie de la nouvelle porosité. Ensuite, nous utilisons la matrice de rotation pour tenir compte du retournement appliqué (voir équation 4.3). Finalement, la nouvelle porosité peut être définie par trois rayons et trois angles. Cette porosité est utilisée comme information initiale pour la passe 2.

**Passe 2 :**

À partir de la porosité calculée dans l'étape précédente, nous relançons la même procédure pour la passe 2. Il faut signaler qu'un seul modèle par composante est utilisé pour toutes les passes (même expression et mêmes constantes du modèle). Nous appliquons une déformation de 25% suivant la direction  $\vec{e}_3$ , qui était  $\vec{e}_1$  avant le retournement du VER. On constate donc que la plus grande dimension de la porosité est orientée suivant cette direction. Cela signifie que la refermeture de la porosité sera plus difficile à atteindre. Dans la figure 4.8, l'état du VER et de la porosité au début et à la fin de la passe 2 sont présentés. La réduction de la dimension orientée vers la direction d'écrasement est faible, car la porosité est bien allongée après la déformation de la passe 1. Ceci va être traduit aussi par une faible réduction du volume durant cette passe.

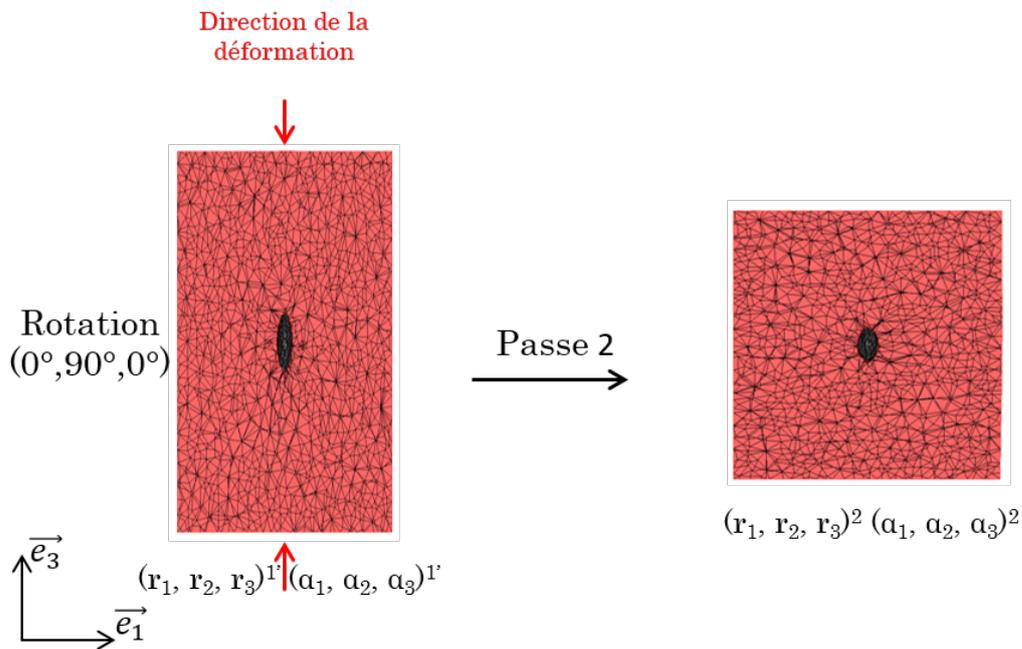


FIGURE 4.8 – Évolution de la porosité et du VER lors de la passe 2.

Concernant la prédiction de la matrice d'inertie de la porosité, la figure 4.9 montre la comparaison entre les inerties de la simulation champ complet et du modèle de prédiction.

La première remarque que l'on peut formuler à partir de cette figure est l'évolution discontinue des inerties  $MI_1$  et  $MI_3$ . Cette permutation entre  $MI_1$  et  $MI_3$  est due à la rotation appliquée entre les deux passes, tandis que  $MI_2$  évolue d'une manière continue car cette inertie correspond à l'axe de rotation  $\vec{e}_2$ . Les points verts sont confondus avec les points rouges sur la passe 1. Deuxièmement,

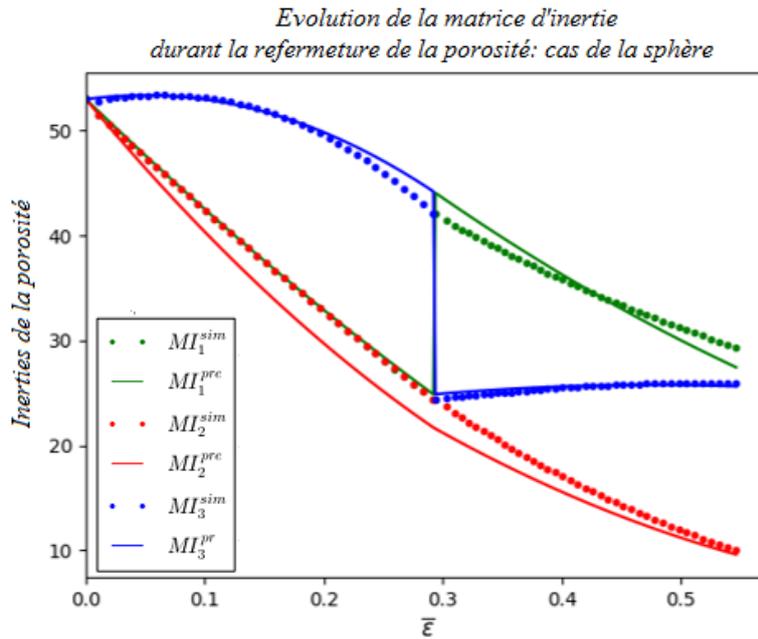


FIGURE 4.9 – Comparaison de l'évolution des composantes diagonales de la matrice d'inertie de la porosité entre la simulation explicite et le modèle de prédiction durant les passes 1 et 2.

on constate que l'inertie  $MI_3$  est quasi-constante avec une légère croissance au cours de la passe 2. En effet, l'inertie  $MI_3$  est exprimée en fonction de  $r_1$  et  $r_2$ . Vu la position de la porosité au début de la deuxième passe,  $r_2$  et  $r_3$  sont identiques et sont supérieurs à  $r_1$ . Au cours de la déformation, le rayon  $r_3$  diminue et  $r_1$  et  $r_2$  augmentent, ce qui signifie la quasi-constance de  $MI_3$  qui est définie par la somme d'une variable décroissante et d'une autre croissante. La légère croissance observée au niveau de  $MI_3$  montre que l'évolution de  $r_1$  et  $r_2$  est plus importante que celle de  $r_3$ . Concernant le modèle tensoriel, nous constatons que la prédiction de  $MI_2$  se redresse pour donner un très bon résultat à la fin de cette passe. La prédiction de  $MI_1$  est bonne avec une légère déviation à la fin de cette passe. Pour la composante  $MI_3$ , nous constatons que la prédiction est quasi-parfaite. Il faut mentionner qu'il est très important d'avoir une bonne prédiction au cours de toute la passe de refermeture, car on ne peut pas maîtriser à quel moment la passe sera finie. Mais, bien évidemment, par l'approche utilisée ici, il est primordial d'avoir une bonne prédiction à la fin de la passe, car c'est cela qui nous permettra de commencer la nouvelle passe dans la bonne configuration.

Pareillement, après la fin de la passe 2, nous appliquons encore une fois une rotation de  $90^\circ$  autour de la direction  $\vec{e}_2$ . Cette fois, dans la passe 3, nous appliquons une déformation jusqu'à obtention d'une fermeture complète de la porosité.

### Passe 3 :

Nous utilisons la même procédure pour calculer la nouvelle porosité que nous allons adopter comme porosité initiale pour la passe 3. Avec cette nouvelle porosité, nous réinitialisons les modèles de prédiction pour calculer la matrice d'inertie de la porosité au cours de la déformation.

Dans cette passe, nous appliquons un écrasement de 50% de la hauteur initiale du VER afin d'obtenir une refermeture complète de la porosité.

Dans la figure 4.10, nous présentons la comparaison des composantes diagonales de la matrice d'inertie entre le modèle de prédiction et la simulation à champ complet durant les trois passes, compte tenu des rotations appliquées entre chaque passe.

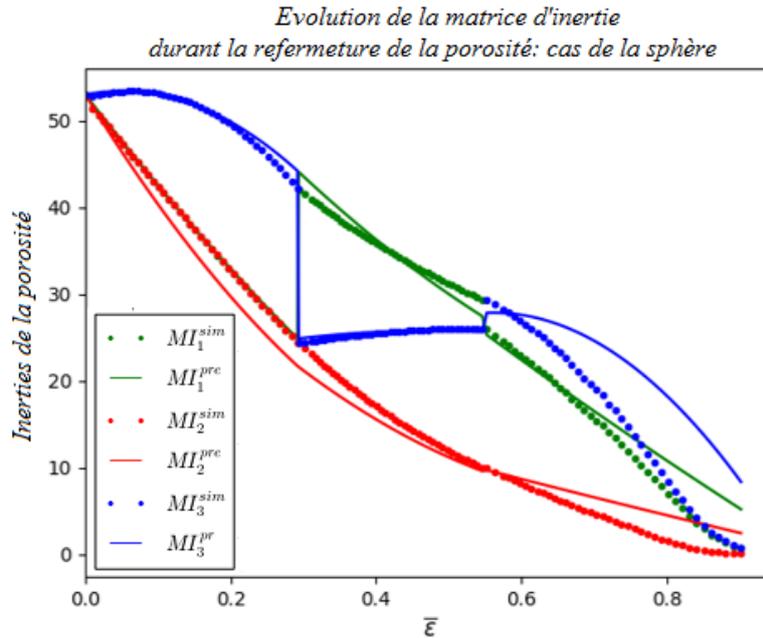


FIGURE 4.10 – Comparaison de l'évolution des composantes diagonales de la matrice d'inertie de la porosité entre la simulation à champ complet et le modèle de prédiction durant les passe 1, 2 et 3.

Encore une fois, nous constatons une permutation entre les inerties  $MI_1$  et  $MI_3$  due à la rotation appliquée autour de la direction  $\vec{e}_2$ . Concernant la prédiction de la matrice d'inertie de la porosité, nous constatons que, pour les inerties  $MI_1$  et  $MI_2$ , nous commençons avec une bonne précision par rapport à la simulation à champ complet. Pour l'inertie  $MI_3$ , nous commençons avec une légère déviation par rapport à la simulation à champ complet. Au niveau de l'évolution au cours de la passe 3, on constate que les trois modèles ( $MI_1^{pre}$ ,  $MI_2^{pre}$  et  $MI_3^{pre}$ ) présentent une sur-estimation des trois inerties obtenues par rapport aux simulations à champ complet.

**Discussion de la précision de la prédiction** Comme nous avons montré dans le section 4.2.2, la matrice d'inertie de la porosité est prédite à travers les six modèles  $H_i$  (équation 4.2) dont la forme mathématique est identique tandis que les constantes des modèles  $A_{ij}$  sont différentes d'une composante à l'autre. Aussi, pour chaque composante de la matrice d'inertie nous utilisons le même modèle pour les trois passes. Plusieurs points peuvent être discutés concernant l'état de la déviation de la prédiction :

- elle diffère d'une composante à l'autre. En fait, il s'agit de la même base de données, mais

- les évolutions des  $MI$  sont différentes car ce ne sont pas des cas symétriques ,
- elle diffère d’une passe à l’autre. Cela est dû au fait qu’au début de chaque passe, nous commençons par une nouvelle géométrie de la porosité, ce qui change bien évidemment la prédiction de la composante en question. Ensuite, si au niveau de la passe précédente, la géométrie de la porosité est mal prédite, cela signifie que l’on commence déjà avec une imprécision au début de la passe suivante, ce qui peut augmenter le niveau de la déviation au cours des passes ultérieures,
  - dans la cas où les composantes non diagonales de la matrice d’inerties ne sont pas nulles, il y a de fortes chances que leurs déviations de prédiction influencent davantage le calcul de la porosité à la fin de la passe.
  - au niveau des derniers stades de la refermeture, la déviation devient assez importante. On constate en effet que les courbes de la simulation à champ complet présentent une double pente que notre modèle n’est pas capable de prédire. Cela a été remarqué aussi pour le modèle scalaire et a été mentionné aussi dans la littérature par [Saby et al., 2015] ainsi que [Zhang et al., 2009].

Après avoir montré l’évolution des composantes de la matrice d’inertie de la porosité, nous allons évoquer l’évolution du volume de la porosité, qui, comme nous l’avons mentionné, est calculée à partir des inerties principale de la porosité sous l’hypothèse d’une porosité ellipsoïdale.

### **Volume de la porosité**

Le principe de l’approche adopté dans ce travail est le calcul du volume à partir de la matrice d’inertie grâce aux trois inerties principales en utilisant l’équation 4.7. Dans la figure 4.11, nous traçons la comparaison entre le volume obtenu par la simulation à champ complet (*Vol-sim*) et le volume obtenu par prédiction. Ici, nous présentons le volume prédit à partir des inerties principales via l’équation 4.7 (*Vol-pré*) et le volume scalaire, présenté dans le chapitre 3, qui est prédit en utilisant la porosité sphérique initiale seulement (*Vol-scal*).

**Volume de la simulation à champ complet *Vol-sim* :** On constate que le volume de la simulation à champ complet évolue de trois façons différentes, correspondantes aux trois passes. Durant la première passe, l’évolution est quadratique. Un écrasement de 25% de la hauteur initiale du VER a produit une fermeture de  $\approx 40\%$  de la porosité. Au niveau de la passe 2, on constate que la refermeture est très lente. Cela était prévu car après la passe 1, la porosité devient aplatie dans le sens de la direction d’écrasement. Après la rotation entre les passes 1 et 2, la grande section de la porosité est parallèle à la direction d’écrasement. Le taux de refermeture est très faible par rapport au taux d’écrasement. Cependant, cette passe a permis de donner à la porosité une forme plus favorable à la refermeture. On constate cela dans la troisième passe où l’évolution du volume est similaire à l’évolution de la passe 1 car la porosité a repris une forme quasi-sphérique.

**Volume prédit scalaire *Vol-scal* :** Ce volume est prédit suivant le modèle scalaire Cicaporo2S présenté dans le chapitre précédent. En partant d’une porosité sphérique, nous utilisons un modèle

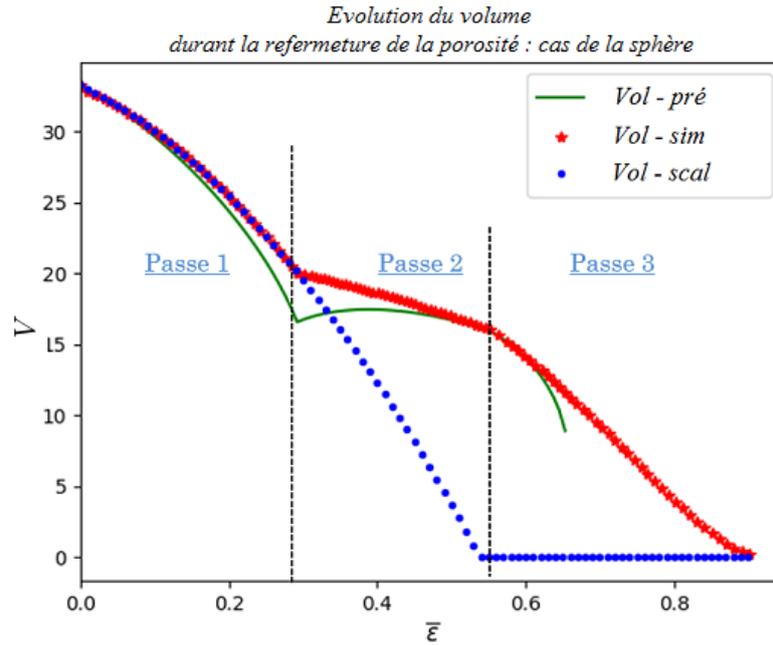


FIGURE 4.11 – Comparaison de l'évolution du volume de la simulation à champ complet (calcul exact), de prédiction tensorielle et de prédiction scalaire durant les passes 1, 2 et 3.

de prédiction basé sur le chargement mécanique ( $T_x$  et  $\mu$ ) et sur la géométrie de la porosité ( $r_i$  et  $\alpha_i$ ). Ce modèle ne tient pas compte de l'aspect multipasses du procédé où l'on applique une rotation entre chaque passe. Au niveau de la passe 1, la prédiction est très précise. Au niveau de la deuxième passe, la prédiction continue sur la même allure sans aucun changement, et cela est tout à fait normal car l'information du changement de la géométrie de la porosité n'est pas prise en considération. La déviation par rapport à la simulation à champ complet au niveau de la fermeture complète est très importante,  $\bar{\epsilon}_{scal} = 0.54$  contre  $\bar{\epsilon}_{sim} = 0.91$ , soit une sur-estimation de la vitesse de refermeture de plus de 40%.

**Volume prédit tensoriel *Vol-pré* :** Le volume tensoriel est calculé à partir des inerties principales ( $I_I$ ,  $I_{II}$  et  $I_{III}$ ) à travers l'équation 4.7. On constate qu'au niveau de la passe 1, ce volume s'éloigne du volume de la simulation à champ complet progressivement jusqu'à atteindre, à la fin de la passe, une déviation de  $\approx 12.5\%$ . Cela s'explique directement par le cumul des déviations observées au niveau des inerties de la porosité, et particulièrement  $MI_2$ . Mais aussi car l'hypothèse d'une porosité ellipsoïdale pour calculer le volume n'est plus tout à fait exacte. Durant la passe 2, nous avons remarqué que la prédiction de  $MI_3$  est quasi-parfaite, celle de  $MI_1$  est acceptable tandis que la prédiction de  $MI_2$  se redresse pour donner un bon résultat à la fin de la passe 2. On constate que le volume aussi se redresse pour rejoindre la simulation à champ complet à la fin de la passe 2. Encore une fois, la précision des inerties impacte directement la précision du volume. Par contre, on constate que le volume tensoriel suit l'évolution du volume de la simulation à champ complet en tenant compte des changements de la porosité au contraire du volume scalaire. Au niveau de la passe 3, nous constatons que le volume tensoriel commence avec une valeur similaire au volume

de la simulation à champ complet. Ensuite, la précision se dégrade rapidement pour s'arrêter au niveau de  $\bar{\epsilon} = 0.65$ . Le volume ne peut plus être calculé à cause de la mauvaise précision sur la matrice d'inertie et de la formule du calcul du volume. En effet, le volume calculé via l'équation 4.7 est exprimé en fonction du produit de trois grandeurs variables,  $(I_{II} + I_{III} - I_I)$ ,  $(I_{III} + I_I - I_{II})$  et  $(I_I + I_{II} - I_{III})$ , levées à la puissance  $1/5$ . Cela signifie que lorsque la précision est mauvaise au point d'avoir une, ou trois, de ces grandeurs négatives, on ne peut plus calculer le volume car le produit est négatif. Ceci rend cette approche très risquée pour une utilisation plus complexe. Cela se confirme avec d'autres cas où le calcul du volume a dégénéré à partir de la deuxième passe ou bien carrément dès la première passe dans le cas de porosités orientées aléatoirement par rapport au repère global. En effet, dans ce cas, nous devons prédire six composantes. Cela signifie que nous aurons un cumul de six erreurs observées au niveau de la prédiction des inerties et traduite directement sur le calcul du volume.

**Conclusions** Pour cette première section du quatrième chapitre, nous avons étudié le cas d'une sphère, logée au centre d'un VER cubique, qui a été refermée à travers 3 passes, avec une rotation de  $90^\circ$  suivant la direction  $\vec{e}_2$ . Différents niveaux d'erreurs ont été remarqués sur les différentes passes de la refermeture. Cependant, la prise en compte de la rotation entre les passes a permis de bien suivre le chemin de la refermeture. Aussi, et plus dangereusement, nous avons constaté que la formule utilisée pour calculer le volume à partir des inerties ne permet pas de calculer ce dernier lorsque les déviations au niveau des inerties sont plus importantes. Cela peut aussi être dû au changement de la forme de la porosité au cours de la refermeture alors que nous la considérons ellipsoïdale. Pour remédier à ces deux observations, il faut donc traiter deux facteurs essentiels afin d'améliorer la modélisation de la refermeture pour les procédés multipasses :

- La précision de la prédiction : il faudrait utiliser une autre méthodologie que l'optimisation utilisée pour l'approche scalaire afin de tenter d'améliorer la prédiction des termes de la matrice d'inertie. Ici, nous proposons une alternative qui est basée sur les Réseaux de Neurones Artificiels.
- La méthode de calcul du volume : avec cette méthode, les déviations enregistrées au niveau des inerties se traduisent directement sur le volume. La difficulté de quantifier la déviation obtenue au niveau des termes de la matrice d'inertie rend la quantification de l'erreur sur le volume très difficile aussi. La prédiction du volume indépendamment de la matrice d'inertie pourrait être bénéfique. Cela permettrait de ne plus s'appuyer sur l'hypothèse que la porosité reste ellipsoïdale dans le calcul du volume.

Malgré tout, cette approche nous permet de calculer l'orientation de la porosité, qui est, nous l'avons montré, un paramètre ayant une grande influence sur l'évolution du volume de la porosité pour les configurations multipasses.

Dans la section suivante, nous allons présenter les modifications effectuées à la présente approche afin d'obtenir une meilleure modélisation des mécanismes de refermeture des porosités.

## 4.4 Approche de prédiction par réseaux de neurones

### 4.4.1 Introduction

Dans la section précédente, nous avons montré que l'approche basée sur l'optimisation telle qu'elle a été utilisée pour le modèle scalaire ne permet pas d'avoir une bonne précision pour la prédiction de la matrice d'inertie. De plus, les déviations observées se répercutent directement sur la précision de la géométrie de la porosité. Ainsi, le calcul du volume peut être perturbé dans le cas de déviations importantes, comme nous avons pu le montrer.

Dans cette section, nous allons essayer de traiter ces deux points par deux modifications majeures :

- L'utilisation des Réseaux de Neurones Artificiels (RNA), au lieu de l'optimisation, pour la prédiction de la matrice d'inertie afin d'améliorer sa précision.
- La prédiction du volume en plus de la matrice d'inertie afin de surmonter les perturbations sur le volume dues aux déviations observées sur la prédiction de la matrice d'inertie.

Pour cela, nous commençons d'abord par une présentation du principe de l'utilisation des réseaux de neurones dans notre contexte de travail. Nous présentons ensuite la nouvelle approche que nous allons utiliser pour la prédiction du volume et de la matrice d'inertie. Finalement, nous proposons une étude de cas où nous comparons des résultats de simulations à champ complet avec le modèle de prédiction des réseaux de neurones.

### 4.4.2 Introduction aux réseaux de neurones

La méthode des réseaux de neurones est inspirée du fonctionnement du cerveau humain. En effet, le cerveau humain se compose de près de  $10^{12}$  neurones [Herculano-Houzel, 2009], qui sont les cellules de base du système nerveux central. Chaque neurone reçoit des influx nerveux à travers ses dendrites (récepteurs), les intègre pour en former un nouvel influx nerveux qu'il transmet à un neurone voisin par le biais de son axone (émetteur) [Martaj and Mokhtari, 2010]. À partir de ce concept biologique, le principe des réseaux de neurones artificiels peut être présenté par la figure 4.12 :

Cette figure illustre un réseau de neurones simplifié composé d'une couche d'entrée définie par trois entrées ( $a_1, a_2$  et  $a_3$ ) et une couche de sortie définie par un seul nœud (neurone). En général, la puissance des réseaux de neurones réside dans l'utilisation de plusieurs couches et de plusieurs nœuds par couche afin d'augmenter la flexibilité pour trouver une solution correcte. Comme il est présenté dans la figure 4.12, le neurone X possède trois entrées ( $a_1, a_2$  et  $a_3$ ) et une sortie  $f(x)$ . Pour obtenir la sortie  $f(x)$ , une fonction d'activation  $f$  et des poids pour chaque connexion  $w_i$  doivent être définis. Ainsi, l'entrée du neurone est exprimée par l'équation 4.9 et la sortie  $f(x)$  de ce neurone est calculée à partir de cette entrée, d'un biais ( $b$ ) et de la fonction d'activation associée. Ce biais est souvent utilisé afin d'améliorer les résultats du réseau de neurones. Ces poids sont définis à partir de méthodes d'apprentissage. Ces méthodes d'apprentissage utilisent des algorithmes qui construisent une image du comportement global (observation initiale) de la ou

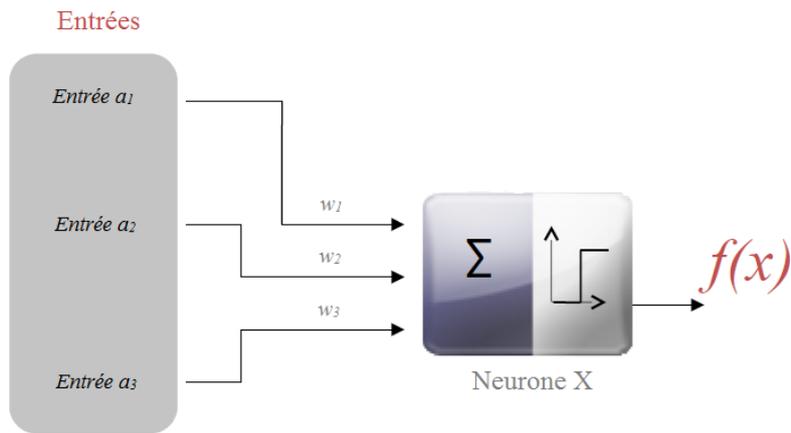


FIGURE 4.12 – Description du principe des réseaux de neurones artificiels.

des variables étudiées afin de proposer une solution prédictive pour un scénario non observé initialement. De ce fait, plus la méthode d'apprentissage se construit sur une base large, plus la prédiction est proche de la réalité.

$$input = x = a_1 * w_1 + a_2 * w_2 + a_3 * w_3 + b. \quad (4.9)$$

Dans la figure 4.13a, un réseau de neurones à plusieurs couches de neurones est présenté. Dans ce réseau, nous avons une couche d'entrée composée de cinq entrées, de deux couches cachées, chacune avec cinq neurones, et une couche de sortie ayant un seul neurone. Ici, tous les neurones ont une connexion entre eux, on l'appelle ici connexions généralisées. Vingt cinq connexions entre chaque deux couches est un nombre élevé de connexions, chose qui permet au réseau de neurones de trouver la relation entre la sortie et les entrées plus précisément. Cependant, tous les neurones ne sont pas obligatoirement connectés entre eux. Cela dépend de la vision du constructeur du réseau de neurones et des relations qu'il a pu déduire à partir d'observations ou d'expérimentations. Un exemple est montré dans la figure 4.13b. On voit que les connexions entre la couche d'entrée et la première couche cachée sont réduites.

### Fonctions d'activation

Les fonctions d'activation sont les fonctions liées aux neurones afin de traiter l'information reçue et donner l'information de sortie. Comme mentionné précédemment, la sortie du neurone dépend de son entrée et de sa fonction d'activation. Ces fonctions d'activation sont choisies par l'utilisateur lors de la construction du réseau de neurones. La fonction de seuillage est une fonction d'activation simple souvent utilisée qui permet d'avoir 1 si un seuil est atteint, et 0 sinon. D'autres fonctions plus riches sont aussi utilisées afin de traiter des liaisons plus complexes entre les neurones. Quelques unes de ces fonctions d'activation sont montrées dans la figure 4.14. La fonction *Sigmoid* est l'une des fonctions les plus utilisées comme fonction d'activation. Cela est dû à deux raisons principales : 1- elle permet de donner un résultat très proche à la fonction échelon, 2- elle différentiable partout.

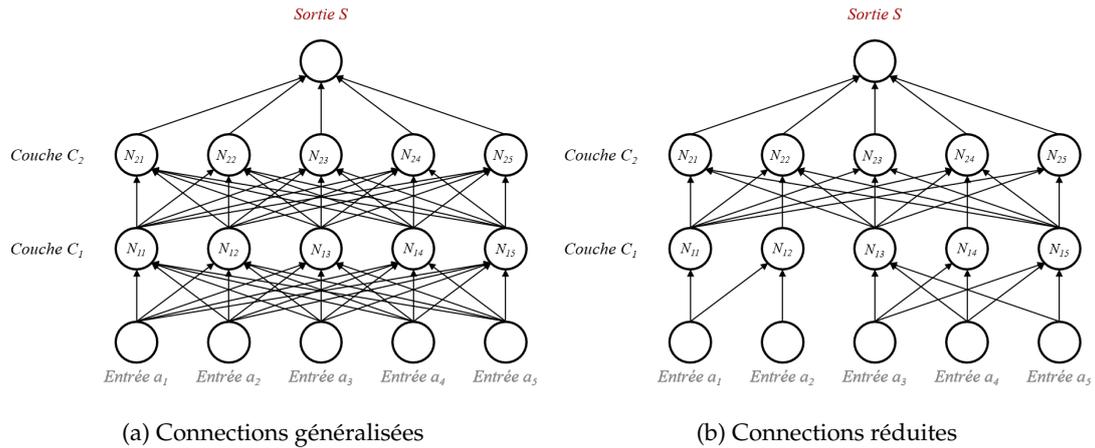


FIGURE 4.13 – Exemples de réseaux de neurones artificiels à plusieurs couches de neurones

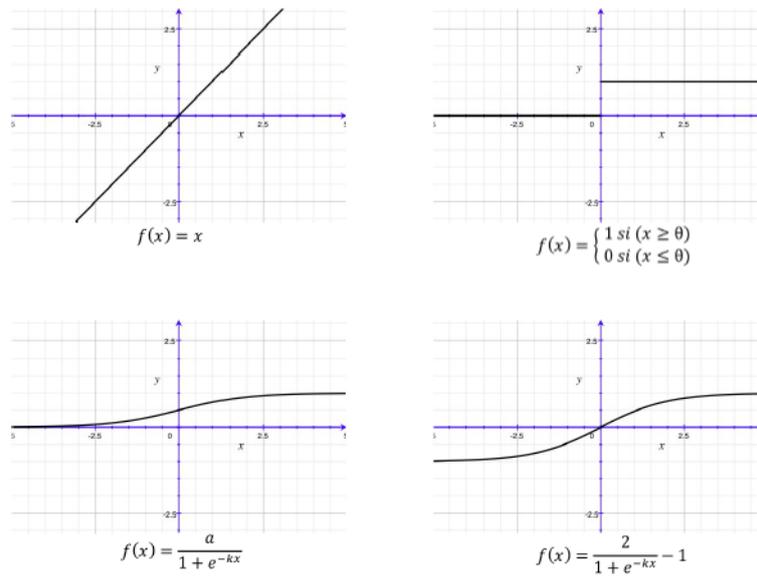


FIGURE 4.14 – Quelques fonctions d'activation usuelles.

### L'apprentissage

L'apprentissage est un excellent trait d'intelligence. Cela représente un des atouts majeurs des modèles basés sur la réseaux de neurones [Jain et al., 1996]. L'apprentissage est le processus de modification des poids et du biais des connexions entre les différentes cellules (neurones) du réseau afin de retrouver la bonne solution pour le cas étudié. Ce processus de mise à jour des poids des connexions est répété plusieurs fois pour améliorer le résultat final en comparant avec la solution objectif. [Jain et al., 1996] ont catégorisé le processus d'apprentissage en trois types : supervisé, non-supervisé et hybride.

Le premier type qui est aussi appelé "apprentissage avec maître" consiste à avoir pour chaque entrée une sortie correcte qui lui correspond. Ensuite, le processus essaie de trouver les poids des connexions qui permettent d'avoir le résultat le plus proche à sortie correcte donnée au départ.

Le deuxième type, qui est aussi appelé "apprentissage sans maître", n'a pas besoin d'avoir une sortie correcte pour chaque entrée de la base de données. Par contre, le processus étudie la structure de l'échantillon et le classe en différentes catégories à partir de corrélations établies entre les entrées de l'échantillon.

Concernant le troisième type, l'apprentissage est réalisé en combinant les deux types précédents.

Ce qui nous intéresse dans ce travail est le premier type car nous avons besoin que le modèle comprenne la relation entre les entrées et les sorties (correctes) que nous allons lui fournir afin qu'il puisse déduire une sortie correcte pour chaque nouvelle situation (entrée) que nous souhaiterons étudier. Au cours du processus d'apprentissage, le flux d'information commence de la couche d'entrée vers la couche de sortie. Si il continue toujours dans le même sens, c'est une propagation directe. S'il y a des retours en arrière, on appelle le processus "propagation inverse".

**Propagation inverse** Dans cette approche, l'information peut être propagée dans le sens inverse, de la sortie vers l'entrée. Ceci est employé afin de calculer la contribution de chaque neurone à l'erreur finale du modèle, en calculant l'erreur partielle de chaque neurone. De cette façon, on peut revenir en arrière pour adapter le poids de la connexion correspondante dans le but de réduire l'erreur finale. Ce type de propagation est souvent adopté dans le cas où on utilise plusieurs couches cachées. Cependant, cette approche fonctionne seulement dans le cas où chaque entrée possède une sortie correcte associée, c'est-à-dire l'apprentissage supervisé [Nielsen, 2015]. Une description de ce processus est présentée dans l'Annexe D.

### Avantages des RNAs

Premièrement, du point de vue de l'utilisation, le développeur n'a pas besoin de maîtriser les processus statistiques utilisés pour l'entraînement des réseaux de neurones. Les données peuvent être utilisées d'une manière continue, mais il est préférable de travailler avec des données normalisées. Aussi, différents algorithmes peuvent être utilisés pour développer les réseaux de neurones artificiels [Tu, 1996]. Les réseaux de neurones artificiels sont très puissants pour construire la relation entre les entrées et les sorties de systèmes compliqués grâce aux multiples couches de neurones utilisées [Srivastava et al., 2014]. Le nombre de couches et le nombre de neurones étant illimité, l'équation menant à la sortie souhaitée est très riche en fonction des entrées et des opérations appliquées sur ces entrées à travers les couches du réseau et les fonctions d'activation choisies. Les réseaux de neurones artificiels constituent un outil très performant pour l'apprentissage et la généralisation [Chen et al., 2011] et [M. Ham and Kostanic, 2001].

### Limites des RNAs

Les réseaux de neurones artificiels constituent une boîte noire pour l'utilisateur. Comparée à la prédiction par optimisation, utilisée dans la section précédente, la prédiction par RNAs ne fournit pas une équation avec des constantes bien définies, mais un système d'équations très complexe et un grand nombre de paramètres (que nous avons appelé poids auparavant). Cela

rend l'identification des causes de déviation de la prédiction très délicate [Tu, 1996]. Du point de vue de l'utilisateur, la mise en place d'un modèle basé sur les RNAs est plus compliqué. Prenons comme exemple l'implémentation du modèle de prédiction dans le logiciel commercial Forge. En utilisant la prédiction par optimisation, le modèle est simple. Il est constitué des paramètres mécaniques et géométriques et des constantes prédéfinies. Cependant, pour utiliser un modèle basé sur les RNAs, il faut d'abord étudier la compatibilité du logiciel de calcul EF avec la solution du RNAs. Aussi, avec les réseaux de neurones artificiels, on ne sait jamais quelle est la bonne taille d'échantillon à construire afin de réussir une généralisation plus précise. Mais, cela est un problème qui reste valable pour toutes les méthodes qui fonctionnent par déduction.

Il existe aussi un phénomène qu'on appelle "*Overfitting*" qui est souvent rencontré lors de l'utilisation des réseaux de neurones. Ce phénomène se manifeste dans le choix du bon compromis entre la complexité de la structure RNA (nombre de couches et de neurones) et la taille de la base de données utilisée pour l'entraînement du RNA. En effet, plus la structure du RNA est complexe, plus la généralisation peut être efficace. Cependant, si la taille de la base de données n'est pas adéquate (moins large), la généralisation ne pas être effectuée correctement, donc on parle du problème d'*overfitting*. Pour remédier à ce problème, des techniques telles que la *régularisation* ou le *Drop-out* sont souvent utilisées. La première consiste à ajouter un paramètre de régularisation à la fonction objectif (l'erreur de prédiction) afin de pénaliser ce problème d'*overfitting*. La deuxième technique consiste à activer quelques neurones seulement avec quelques conditions. Ainsi, leurs impacts sur la complexité de la structure est réduits (voir figure 4.13b). Pour une meilleure compréhension de ces techniques, le lecteur peut se référer aux références suivantes [Hinton et al., 2012], [Srivastava et al., 2014] and [Wan et al., 2013].

### 4.4.3 Application des RNAs pour la prédiction de la refermeture des porosités

Comme il a été mentionné auparavant, l'objectif de ce travail est la prédiction de la matrice d'inertie de la porosité afin d'identifier sa géométrie ainsi que son volume durant la refermeture. Donc, ici, nous allons utiliser un réseau de neurones par composante de la matrice d'inertie. De plus, nous avons observé que la méthode avec laquelle nous calculions le volume, à partir des inerties et l'hypothèse d'une forme restant ellipsoïdale, est très risquée. Donc, nous avons proposé de prédire le volume en tant que variable indépendante alors que la matrice d'inertie est utilisée seulement pour définir la nouvelle géométrie de la porosité lors du retournement du VER entre les passes de refermeture. Le graphe suivant (figure 4.15) montre la méthodologie suivie pour l'utilisation des RNAs et la prédiction du volume et de la matrice d'inertie de la porosité.

#### Construction de la base de données

La première étape de cette approche consiste à construire une base de données de calculs à champs complets sur VER. Cette base de données servira pour le processus d'apprentissage pour les réseaux de neurones. Ici nous utilisons la même base de données que nous avons établie pour les modèles précédents (voir la section 2.5.4).

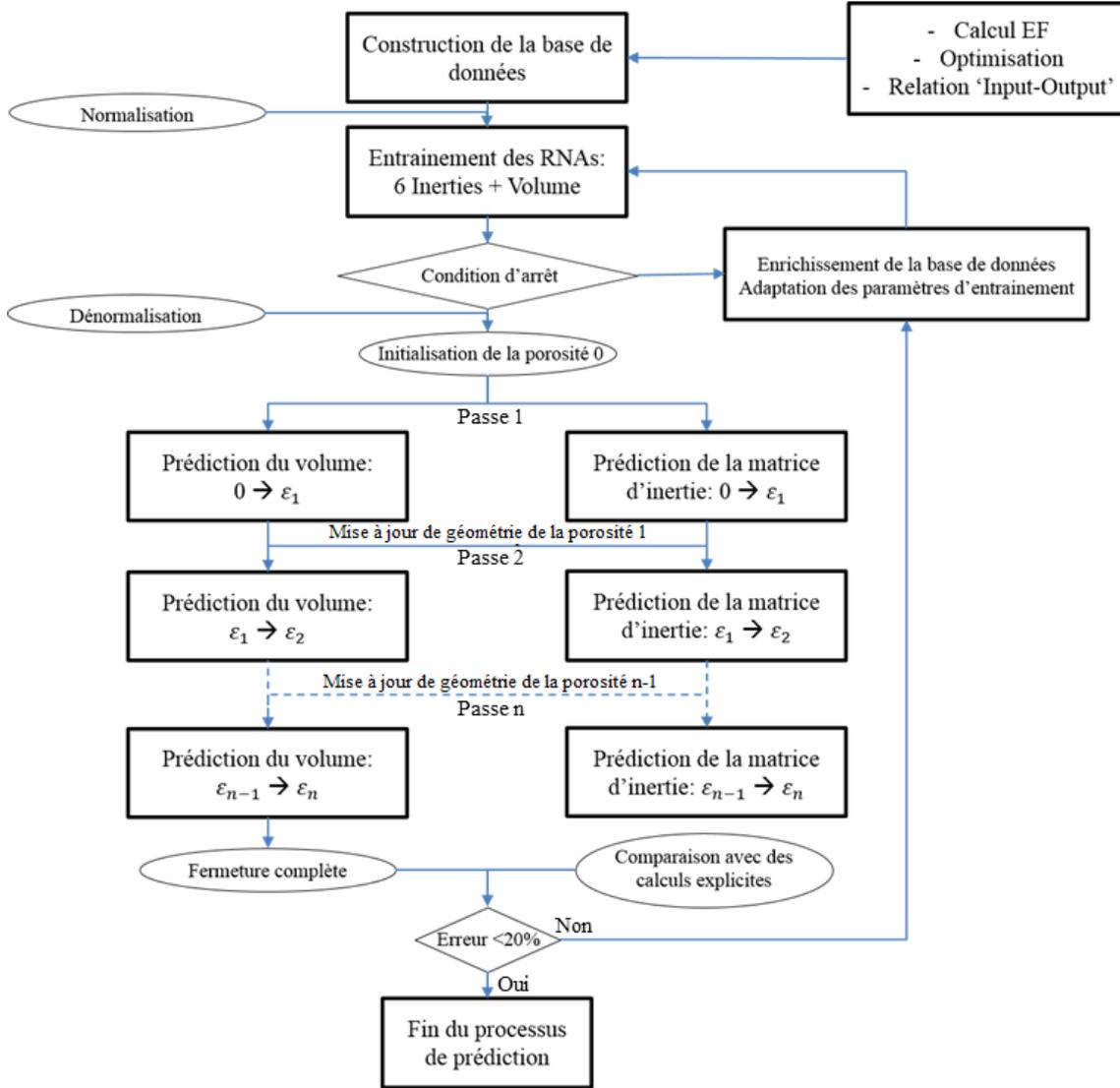


FIGURE 4.15 – Algorithme d'application des RNAs pour la prédiction de la refermeture des porosités dans une configuration multipasses.

Ensuite, nous prenons chaque simulation à part et nous réalisons une modélisation du volume et de la matrice d'inertie sur la base d'une optimisation linéaire en fonction de la déformation équivalente. Par exemple, le volume  $V/V_0$  et l'inertie  $I_1/I_1^0$  sont modélisés par les équations suivantes pour le  $n^{eme}$  cas rencontré dans la base de données :

$$[V/V_0]^n = 1 + A_{07}^n \bar{\epsilon} + A_{17}^n \bar{\epsilon}^2, \quad (4.10)$$

$$[I_1/I_1^0]^n = 1 + A_{01}^n \bar{\epsilon} + A_{11}^n \bar{\epsilon}^2, \quad (4.11)$$

où  $A_{ij}^n$  la  $i^{eme}$  constante de la  $j^{eme}$  composante de la matrice d'inertie du  $n^{eme}$  configuration existante dans la base de données, avec  $j = 7$  correspond au volume de la porosité.

Dans ces équations, nous avons considéré l'ordre 2 pour le polynôme, mais généralement,

l'utilisateur pourrait choisir un ordre plus élevé ou le contraire. Après cette opération nous construisons la base d'entraînement qui est définie par la relation entre les entrées et les sorties correspondantes. Les entrées sont les paramètres qui définissent un scénario possible, à savoir la triaxialité des contraintes  $T_x$ , le paramètre de Lode  $\mu$ , les rayons et les orientations de la porosité initiale  $r_i$  et  $\alpha_i$ , respectivement. Les sorties correspondantes sont les constantes obtenues par l'optimisation linéaire  $A_{ij}$ , avec  $i \in \{0, 1\}$  et  $j \in \{1, 7\}$  où  $j = 7$  représente le cas du volume. Le tableau 4.1 présente un exemple d'une ligne de la liste 'Input - Output' qui sert pour l'apprentissage des RNAs.

Cas	Input								Output	
	$T_x$	$\mu$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$A_{0j}$	$A_{1j}$
$n - 1$				...						..
$n$	-0.33	0	2mm	2mm	1mm	0°	45°	0°	0.3265	-1.268
$n + 1$				...						..

TABLE 4.1 – Une ligne de la liste *Input - Output* qui sert de base pour l'entraînement des RNAs.

Dès que cette liste est établie, le processus d'apprentissage des RNAs peut être lancé. Il faut mentionner que la base de données est construite sur la base de 800 configurations. Cependant, pour cette même base de données, le processus d'apprentissage est différent pour deux composantes de la matrice d'inertie différentes, car pour la même configuration ces deux inerties sont différentes selon la géométrie initiale de la porosité et le chargement mécanique.

### Modification des paramètres

Nous avons appliqué deux modifications sur les paramètres géométriques. D'abord, au niveau de l'orientation de la porosité, on peut avoir différentes combinaisons de  $\theta$ ,  $\psi$  et  $\phi$  qui donnent la même orientation. Cela peut créer des ambiguïtés au niveau de l'apprentissage. Donc, au niveau de l'apprentissage, nous utilisons le couple vecteur/angle de rotation au lieu des angles d'Euler donnés par l'utilisateur. Ce paramètre définit l'orientation de la porosité d'une manière unique à travers un vecteur  $\vec{v}(v_1, v_2, v_3)$  et un angle  $\tilde{\theta}$ , restreint à  $]0, \pi[$ . Il existe deux points de singularité,  $\tilde{\theta} = 0$  et  $\tilde{\theta} = \pi$ . Dans le cas  $\tilde{\theta} = 0$ , tout vecteur donne le même résultat. Dans le cas  $\tilde{\theta} = \pi$ , il faut calculer le vecteur séparément de la formule proposée. Le vecteur de rotation est défini à partir des angles  $(\theta, \psi, \phi)$  à travers la matrice de rotation par :

$$\tilde{\theta} = \arccos\left(\frac{P_{11} + P_{22} + P_{33} - 1}{2}\right) \quad (4.12)$$

$$v_1 = \frac{P_{32} - P_{23}}{2\sin\tilde{\theta}}, \quad v_2 = \frac{P_{13} - P_{31}}{2\sin\tilde{\theta}}, \quad v_3 = \frac{P_{21} - P_{12}}{2\sin\tilde{\theta}} \quad (4.13)$$

où  $P_{ij}$  sont les composantes de la matrice de rotation  $\mathbf{P}$  définie par :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix}$$

La deuxième modification concerne les dimensions de la porosité. Nous avons montré que ces dimensions peuvent être exprimées en fonction des inerties principales dans le cas d'une ellipsoïde à travers les équations 4.1. Donc au lieu d'utiliser les dimensions sous la forme de rayons  $r_i$ , nous allons utiliser directement les inerties principales  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$ . Cependant, cela fait intervenir le volume pour le calcul des inerties et vice versa, ce qui ne garantit pas une indépendance totale, et cela représente une difficulté pour la construction de ce modèle tensoriel.

De cette façon, les paramètres d'entrée du processus d'apprentissage sont devenus :

$$T_x, \mu, I_1, I_2, I_3, \tilde{\theta}, v_1, v_2, v_3$$

Avant de lancer l'apprentissage, nous effectuons une normalisation des paramètres d'entrée. Cela est fait pour homogénéiser les intervalles de variations des différents paramètres d'entrée utilisés. Comme exemple,  $I_1$  varie de 0 à 53 pour une porosité sphérique de rayon  $r = 2$ . Cependant, la variation du paramètre de Lode  $\mu$  est très minime, ou bien constante. Si on n'applique pas cette normalisation, plus de poids sera donné à l'entrée qui a un grand intervalle de variation. La dénormalisation sera appliquée après l'apprentissage pour revenir à l'état initial de nos entrées. La normalisation est appliquée pour d'autres raisons telles que réussir un apprentissage rapide ou bien éviter le blocage au niveau des optimums locaux [Dawson and Wilby, 1998].

### L'apprentissage des RNAs

Dans ce travail, les réseaux de neurones sont programmés en utilisant la librairie FANN (Fast Artificial Neural Network) qui est une librairie en *Open Source* et qui est programmée en C. Chaque réseau de neurones est composé de deux couches. Nous avons neuf paramètres d'entrée comme explicité auparavant. Les deux couches cachées contiennent vingt neurones chacune. Nous avons testé plusieurs configurations pour le nombre de couches et le nombre de neurones et celle-là a donné les meilleurs résultats en terme de convergence. Finalement, la quatrième couche représente le résultat souhaité : le volume ou l'une des composantes de la matrice d'inertie.

Au niveau de la paramétrisation du modèle basé sur les réseaux de neurones, l'utilisateur peut choisir les différents éléments qui impactent le résultat final : nombre de couches cachées, nombre de neurones par couche, tolérances de convergence de l'entraînement ainsi que fonctions d'activation liées à chaque neurone.

Il faut mentionner que dès qu'on satisfait la condition d'arrêt, l'étape d'apprentissage est effectuée une seule fois. Ensuite, on passe à la prédiction du volume et de la matrice d'inertie.

### Prédiction des variables $V$ et $MI_i$

D'abord nous commençons par l'initialisation de la porosité que nous allons refermer. Ensuite nous procédons à la normalisation des dimensions (entrées). La prédiction est réalisée de la

manière suivante et ceci pour chaque passe :

- on fixe l'intervalle de déformation de chaque passe  $[\bar{\epsilon}_i, \bar{\epsilon}_f]$ ,
- on fixe la configuration qu'on souhaite tester (mécaniques et géométriques),
- on obtient les poids  $w_{ij}$  correspondant à chaque variable ( $V$  ou  $MI_i$ ) + biais,
- on calcule l'évolution de chaque variable jusqu'à  $\bar{\epsilon}_f$ ,
- à partir de la matrice d'inertie finale obtenue à  $\bar{\epsilon}_f$  ( $MI_f$ ), on calcule la nouvelle géométrie de la porosité en utilisant la matrice de rotation pour tenir compte de la rotation appliquée entre les deux passes,
- on réitère cette procédure en utilisant la nouvelle géométrie jusqu'à la refermeture complète de la porosité.

**Hypothèse** Comme nous avons précisé dans le paragraphe 4.2.4, une hypothèse est considérée au niveau de l'annulation de la pré-déformation au niveau du passage entre les passes. Au début de chaque passe, nous mettons à zéro la déformation équivalente ( $\bar{\epsilon} = 0$ ), ce qui signifie que nous ne tenons pas compte de la pré-déformation accumulée aux passes précédentes. Ceci est considéré afin d'alléger le nombre de paramètres à considérer au moment de la prédiction, sinon il faudrait tenir compte de cette pré-déformation initiale en tant que paramètre physique supplémentaire à la prédiction. Aussi, il faudrait ré-entraîner les RNAs pour différentes valeurs initiales de  $\bar{\epsilon}$ . Ce qui conduirait à relancer toutes les simulations à champ complet existantes dans la base de données pour différentes valeurs de  $\bar{\epsilon}_0$ .

Nous allons présenter dans la section suivante des cas de comparaison pour valider cette approche. Ces cas de comparaison traitent différents types de porosités afin de pouvoir évaluer la pertinence du nouveau modèle basé sur les réseaux de neurones artificiels.

## 4.5 Analyse du modèle tensoriel par RNA

### Introduction

Dans cette section, nous allons présenter des cas de comparaison entre le modèle des réseaux de neurones et le modèle EF où la porosité est définie explicitement dans le VER. Nous allons, aussi, comparer le modèle RNA avec le modèle scalaire présenté dans le chapitre 3. Il faut mentionner que RNA a été entraîné sur toute la base de données qui contient des simulations à champ complet sur VER pour  $\approx 800$  configurations différentes.

Nous allons présenter trois cas de comparaison :

1. Sphère :  $r = 2mm$ .
2. Ellipsoïde 1 :  $r_i = (2, 1, 1)mm$  et  $\alpha_i = (0, 0, 0)^\circ$ .
3. Ellipsoïde 2 :  $r_i = (3, 1, 1)mm$  et  $\alpha_i = (0, 45, 0)^\circ$ .

Pour chaque cas, la refermeture est réalisée sur trois passes avec un retournement de  $90^\circ$  autour de la direction  $\vec{e}_2$  entre chaque passe. Dans cette analyse, nous allons utiliser seulement

des chargements axysymétriques ( $\mu = 1$ ). Cette simplification est faite dans le but de valider l'approche sur des chargements axisymétriques, car nous avons vu dans le chapitre 3 que les déviations de prédiction sont plus importantes quand  $\mu \neq 1$ .

#### 4.5.1 Configuration 1 : Porosité sphérique

Dans ce cas, la porosité est représentée par une sphère de rayon  $r = 2mm$ . La forme sphérique étant invariable par rapport à toute rotation, l'orientation initiale est définie par  $\alpha = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ . Ainsi les valeurs initiales introduites au réseau de neurones sont données en fonction des inerties principales de la porosité :

$$I_I = I_{II} = I_{III} = 53.616mm^2,$$

du vecteur de rotation :

$$\tilde{\theta} = 0^\circ \quad \text{et} \quad \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) = (1, 0, 0),$$

et du chargement mécanique :

$$T_x = -0.33 \quad \mu = 1.$$

##### Passe 1

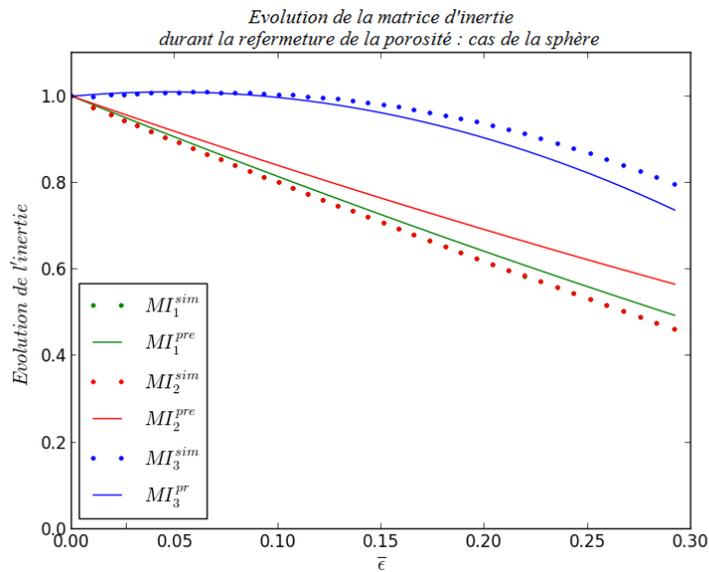
Au niveau de la passe 1, un écrasement du VER de 25% est réalisé suivant la direction  $\vec{e}_3$ . La porosité devient ellipsoïdale et très aplatie perpendiculairement à la direction d'écrasement. En utilisant un modèle tensoriel, le changement de la porosité peut être prédit afin de fournir une information plus proche de la réalité pour la passe suivante et pour la suite de la refermeture.

Dans la figure 4.16 l'évolution des inerties et du volume de la porosité sont tracés.

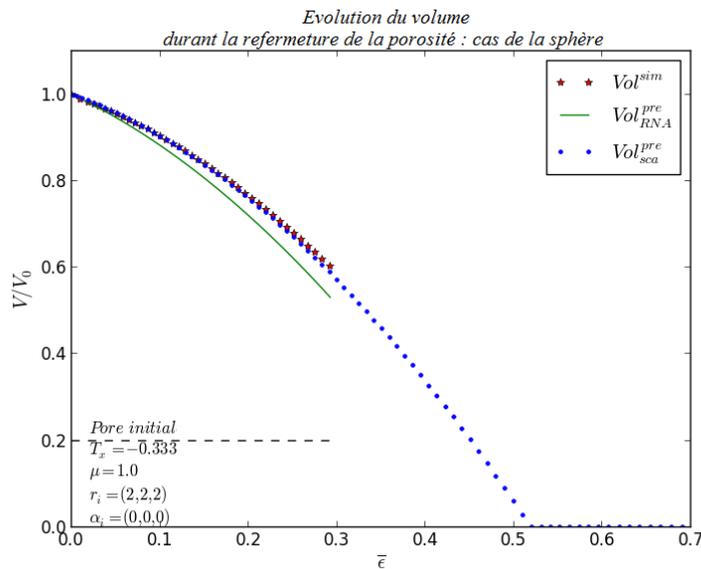
##### a La matrice d'inertie de la porosité

Dans la figure 4.16a, les inerties  $MI_1$ ,  $MI_2$  et  $MI_3$  sont tracées en vert, rouge et bleu, respectivement. Les inerties du modèle RNA sont tracées en traits continus alors que les inerties de la simulation à champ complet sont tracées en pointillé. Toutes les inerties sont normalisées par leurs valeurs initiales qui sont identiques dans le cas d'une porosité sphérique.

On constate que les deux inerties  $MI_1$  et  $MI_2$  ont la même évolution au niveau de la simulation à champ complet car l'écrasement s'effectue suivant la troisième direction  $\vec{e}_3$  avec un chargement axi-symétrique. La troisième inertie  $MI_3$  évolue d'une manière lente et décroissante (quasi-constante jusqu'à  $\bar{\epsilon} \approx 0.12$ ). En effet, due à l'écrasement suivant la direction  $\vec{e}_3$ , la porosité s'allonge dans les deux directions  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$ . Cela signifie que les deux dimensions  $r_1$  et  $r_2$  augmentent, mais avec la diminution du volume, l'inertie  $MI_3 = V/5(r_1^2 + r_2^2)$  est quasiment constante jusqu'au moment où la décroissance du volume devient plus importante que la croissance de la somme des rayons au carré de la porosité.



(a) La matrice d'inertie de la porosité



(b) Le volume de la porosité

FIGURE 4.16 – Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la passe 1

La prédiction des composantes de la matrice d'inertie est globalement bonne. On constate que la prédiction de la composante  $MI_1$  est meilleure que celle de la composante  $MI_2$  malgré que toutes les deux ont la même évolution au niveau de la simulation. En effet, cela est dû au fait que les deux réseaux de neurones correspondants sont entraînés avec la même base de données, par contre les valeurs de  $MI_1$  et  $MI_2$  diffèrent par la variabilité des configurations géométriques des porosités présentes dans cette base de données.

#### b Le volume de la porosité

Dans la figure 4.16b, l'évolution du volume de la porosité est présentée. Le volume de la

simulation à champ complet est tracé en étoiles rouges, le volume du modèle de prédiction RNA est tracé en trait continu vert et finalement le modèle scalaire est tracé en pointillés bleus.

On constate que le volume de la simulation à champ complet et le volume du modèle scalaire sont en parfait accord jusqu'à la fin de la passe 1. Ce dernier garde la même allure d'évolution, au-delà de la passe 1, vu que la refermeture a été réalisée sur une seule passe. Le volume prédit par le modèle RNA, qui est prédit indépendamment de la matrice d'inertie représente une déviation qui devient plus importante au fur et à mesure que la déformation augmente, tout en restant contenu.

On passe maintenant à la deuxième passe pour voir comment le retournement du VER va influencer l'évolution des inerties et du volume de la porosité ainsi que la prédiction du modèle RNA.

## Passe 2

Après la fin de la passe 1, une rotation de  $90^\circ$  est appliquée au VER autour de la direction  $\vec{e}_2$ . La géométrie initiale de cette passe est obtenue à partir de matrice d'inertie en fin de la passe 1. La rotation est prise en considération en utilisant la matrice de rotation (voir équation 4.3). Au niveau de la porosité, nous constatons que la refermeture n'a pas beaucoup avancé car l'orientation de la porosité au début de cette passe rend la refermeture difficile. En effet, après la passe 1, la porosité est allongée perpendiculairement à la direction d'écrasement. Mais après le retournement, la porosité est allongée suivant la direction de l'écrasement, ce qui explique la difficulté pour la refermer. La nouvelle porosité que nous allons utiliser initialement dans la passe 2 est définie par  $r_i = (2.296, 2.296, 0.912)$  et  $\alpha_i = (0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$ .

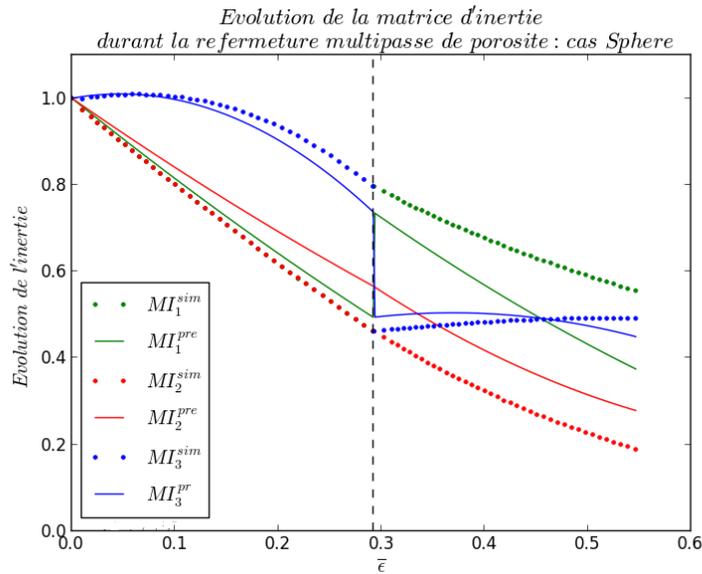
Dans la figure 4.17, l'évolution des inerties et du volume est tracée. Nous allons commencer par la matrice d'inertie pour visualiser l'impact de la rotation et de la déviation marquée à la fin de la passe 1 sur la prédiction au niveau de la passe 2.

### a La matrice d'inertie de la porosité

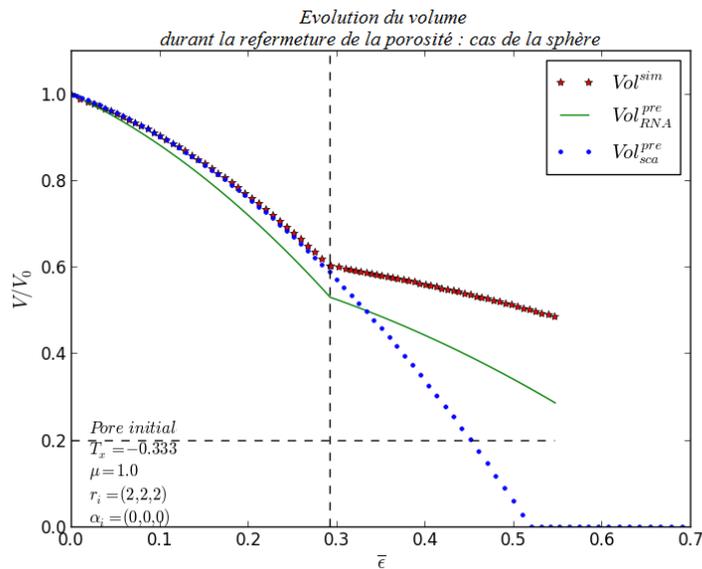
Au niveau de la figure 4.17a, l'évolution des inerties est tracée en comparaison entre la simulation à champ complet et le modèle de prédiction. Tout d'abord, nous constatons que la rotation est bien prise en considération car les inerties  $MI_1$  et  $MI_3$  sont permutées. Ensuite, au niveau de la prédiction, on constate que la prédiction du modèle RNA est perfectible surtout pour les inerties  $MI_1$  et  $MI_2$ . En effet, les deux inerties en question ont commencé avec une déviation initiale significative. Cette déviation est due d'abord à la déviation de départ marquée à la fin de la passe 1, puis, à la précision de prédiction du modèle RNA.

### b Le volume de la porosité

Au niveau du volume tracé dans la figure 4.17b, on voit que l'évolution du volume de la simulation (en étoiles rouges) ralentit d'une manière remarquable. Ceci est dû à l'orientation de la porosité dont la plus grande dimension est orientée dans la direction d'écrasement, et qui, comme nous l'avons mentionné, rend la refermeture plus difficile. Concernant le



(a) La matrice d'inertie de la porosité



(b) Le volume de la porosité

FIGURE 4.17 – Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la passe 2

volume scalaire, nous avons déjà mentionné qu'il ne change pas d'allure de refermeture car il ne tient pas compte de la rotation appliquée entre les deux passes. Finalement, la prédiction du volume par le modèle RNA représente une déviation significative par rapport à la simulation à champ complet. Cependant, la prise en considération de la rotation a permis de réduire l'erreur obtenue par le modèle scalaire. En effet, le modèle RNA propose lui aussi un ralentissement de la vitesse de refermeture.

**Passe 3**

La porosité obtenue à la fin de la passe 2 est définie par  $r_i = (1.009, 1.445, 2.646)$  et  $\alpha_i = (0^\circ; 90^\circ; 0^\circ)$ . En appliquant la rotation de  $90^\circ$  autour de la direction  $e_2^z$ , la configuration de la porosité change et on trouve que le plus petit rayon est orienté dans la direction de l'écrasement. Ceci devrait faciliter la refermeture. Dans cette passe nous allons écraser le VER jusqu'à refermeture complète de la porosité.

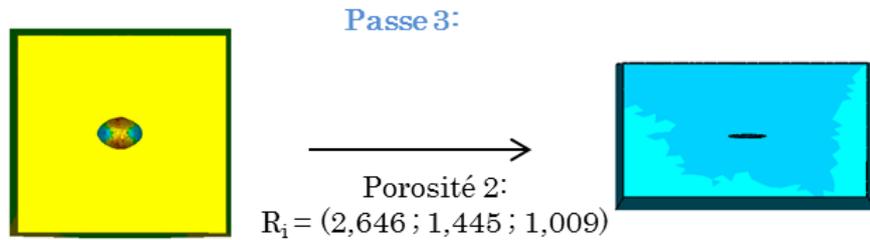


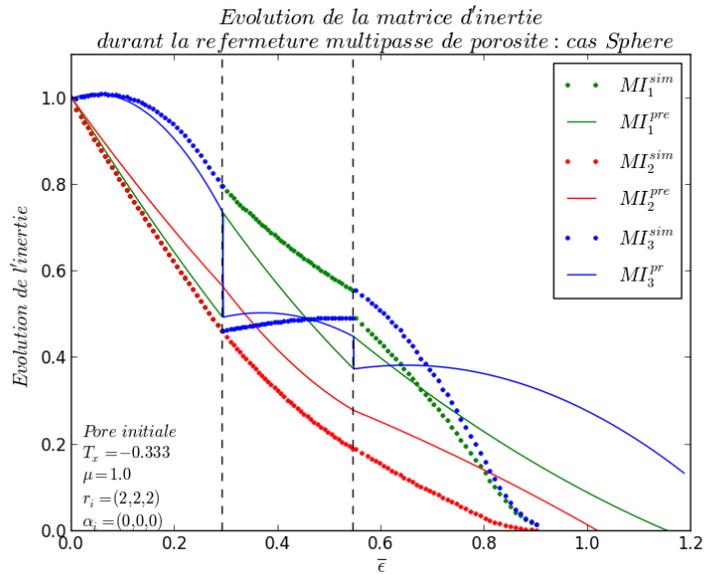
FIGURE 4.18 – Évolution de l'état de contrainte au début et à la fin de la passe 3.

Dans la figure 4.19, nous traçons l'évolution des inerties de la porosité ainsi que son volume en comparant les différents modèles.

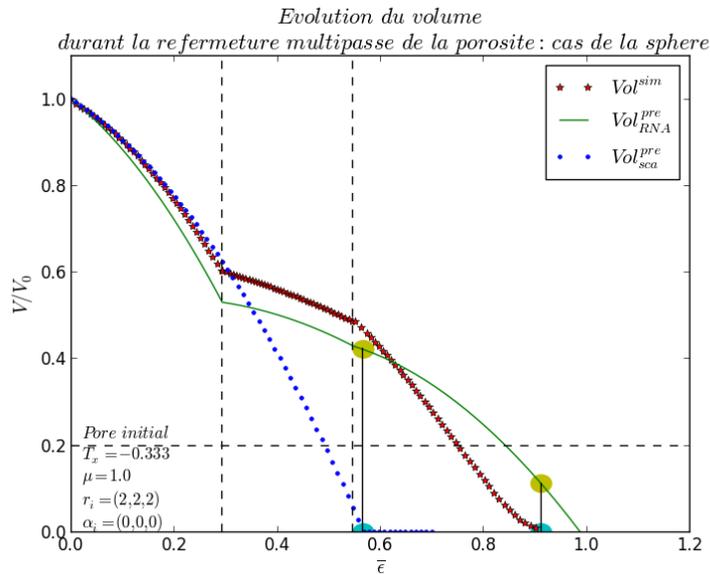
a **La matrice d'inertie de la porosité** Dans la figure 4.19a, l'évolution des inerties de la porosité est tracée. Après la déviation obtenue à la fin de la passe 2, on voit que la prédiction au niveau des inerties continue de s'écarter de la solution explicite avec des écarts importants. On voit que l'inertie  $MI_1$  de la simulation a complètement changé de mode d'évolution. Au niveau de la passe 2, l'inertie  $MI_3$  était croissante. Lorsque nous avons appliqué la rotation, l'inertie  $MI_1$  a pris la place de  $MI_3$  dans la passe 3 et est devenue décroissante d'une manière rapide. Cependant, le modèle de prédiction RNA n'a pas capté ce changement brutal au niveau de la tendance d'évolution. Cela doit nous mener à réfléchir sur l'aptitude de cette approche à fonctionner pour un nombre plus grand de passes de refermeture.

b **Le volume de la porosité**

Concernant l'évolution du volume tracée dans la figure 4.19b, on constate que le volume de la simulation a changé de pente car l'orientation de la porosité dans cette passe facilite la refermeture, chose que nous avons indiqué dans le paragraphe précédent. Pour le volume obtenu par le modèle RNA, il tient compte effectivement de la rotation et du changement de l'orientation de la porosité, mais l'erreur de calcul de l'orientation de la porosité à la fin de la passe 2 peut être la cause principale de la déviation de la prédiction observée. En effet, au lieu de marquer une pente plus forte que celle de la passe 2, l'évolution du volume a décéléré. Ce retard peut être dû en fait à l'hypothèse de remise à zéro de la déformation plastique au début de chaque passe.



(a) La matrice d'inertie de la porosité



(b) Le volume de la porosité

FIGURE 4.19 – Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la passe 3.

### Comparaison des trois volumes

Si on compare le volume de la simulation à champ complet avec le volume du modèle scalaire, on constate directement que la comparaison n'est pas bonne car le modèle scalaire ne tient pas compte de la rotation entre chaque passe. Ceci se confirme aussi lorsqu'on remarque que le volume scalaire a atteint 0 à  $\bar{\epsilon} = 0.519$  (point bleu à gauche de la figure 4.19b), alors qu'à ce niveau de déformation la porosité est fermée à  $\approx 50.1\%$  seulement (point vert à gauche de la figure 4.19b). Au niveau du modèle RNA, on voit qu'il est plus crédible que le modèle scalaire malgré les déviations (au moins pour ce cas). Si on compare au niveau de la refermeture effective de la porosité (point

bleu à droite de la figure 4.19b), le modèle RNA a prédit que la porosité est refermée à 16% (point vert à droite de la figure 4.19b), ce qui est beaucoup mieux par rapport à la prédiction du modèle scalaire. Si on compare au niveau de  $V/V_0 = 0.2$ , l'écart de déformation entre la simulation à champ complet et le modèle RNA est de 0.06. Cela ne représente que 8% d'erreur (*norme -  $L_2$* ) de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  requise pour atteindre ce niveau de refermeture.

→ Le modèle RNA prédit beaucoup mieux le volume de la porosité par rapport à un modèle scalaire. Cette approche a permis de réduire l'erreur au niveau de la refermeture complète de 50% (modèle scalaire) à seulement 16% (modèle RNA). Aussi, au niveau de  $V/V_0 = 0.2$ , l'erreur est beaucoup plus faible. Ceci provient de la prise en considération de la rotation appliquée entre chaque passe. Nous pouvons souligner également le caractère conservatif du modèle tensoriel par rapport au modèle scalaire, ce qui est une caractéristique importante d'un point de vue industriel. Cependant, la prédiction de ce modèle tensoriel reste encore trop éloignée de la simulation à champ complet et des études complémentaires devront être menées pour améliorer ces prédictions.

### 4.5.2 Configuration 2 : Ellipsoïde 1

Dans cette partie, nous allons présenter le cas d'une ellipsoïde qui représente une configuration un peu plus complexe. Nous considérons une ellipsoïde de rayons  $r_i = (2, 1, 1)mm$  et d'orientation  $\alpha_i = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ . Dans ce cas, nous considérons que les directions principales de la porosité coïncident initialement avec le repère global du VER. Ainsi, les valeurs initiales introduites au réseau de neurones pour l'étape de l'apprentissage sont :

— Inerties principales :

$$I_I = I_{II} = 8.377mm^2, \quad I_{III} = 3.355mm^2.$$

— Vecteur de rotation :

$$\tilde{\theta} = 0^\circ \quad \text{et} \quad \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) = (1, 0, 0).$$

— Chargement mécanique :

$$T_x = -0.33, \quad \mu = 1.$$

Dans la figure 4.20, l'évolution de la porosité du début à la fin de la refermeture est présentée. Comme le cas précédent, trois passes sont exécutées avec un écrasement de 25% par rapport à la hauteur du VER à chaque passe, sauf pour la dernière où on écrase jusqu'à la refermeture. Là aussi, nous avons appliqué une rotation de  $90^\circ$  autour de la direction  $\vec{e}_2$  entre chaque passe.

Nous constatons que durant toute la refermeture, la porosité n'a pas impacté l'état de contrainte du VER sauf localement et près du bord sur la figure 4.20c. Cela est en accord avec les hypothèses considérées pour l'utilisation de l'approche multiéchelles. Au niveau de la refermeture, la porosité initiale (figure 4.20a) étant ellipsoïdale avec la plus petite dimension orientée suivant la direction d'écrasement, la refermeture est rapide. On voit que la porosité finale de la passe 1 est bien aplatie avant la rotation. Après la rotation (figure 4.20b), la porosité se trouve allongée suivant la

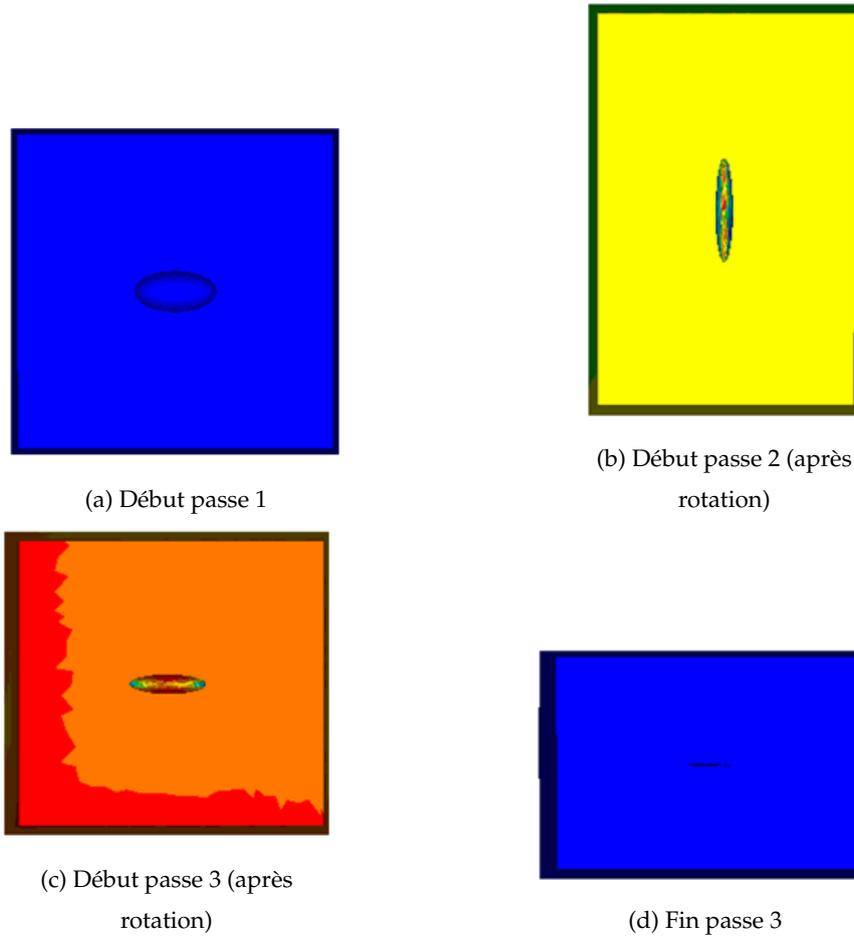


FIGURE 4.20 – Évolution de la refermeture de la porosité au cours des trois passes.

direction de l'écrasement, chose qui va rendre la refermeture plus difficile. Durant la deuxième passe, on voit que la troisième dimension a diminué mais la première a augmenté. Ceci pourrait bien mener à une réouverture de la porosité. C'est ce que l'on va voir sur la courbe d'évolution du volume. Ensuite, la deuxième rotation transforme la porosité en une position plus favorable à une refermeture rapide, car la plus petite dimension est de nouveau orientée suivant la direction d'écrasement. À la fin de la passe 3, la porosité est quasiment refermée.

Dans la figure suivante (figure 4.21), nous présentons l'évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité au cours de la refermeture sur les trois passes.

**La matrice d'inertie de la porosité** Dans la figure 4.21a, les inerties diagonales  $MI_1$ ,  $MI_2$  et  $MI_3$  sont tracées. Les inerties non-diagonales ne sont pas tracées car elles sont nulles. Au niveau de la première passe, les inerties  $MI_1$  et  $MI_3$  sont très bien prédites. Par contre, on remarque une déviation significative au niveau de la prédiction de l'inertie  $MI_2$ . Après la deuxième rotation, nous avons deux constats. Les inerties  $MI_1$  et  $MI_3$ , qui étaient très bien prédites au cours de la passe précédente, présentent une déviation plus marquée. Cependant, la prédiction de la deuxième inertie  $MI_2$ , qui présentait une déviation à la passe précédente, a la même allure que celle de la

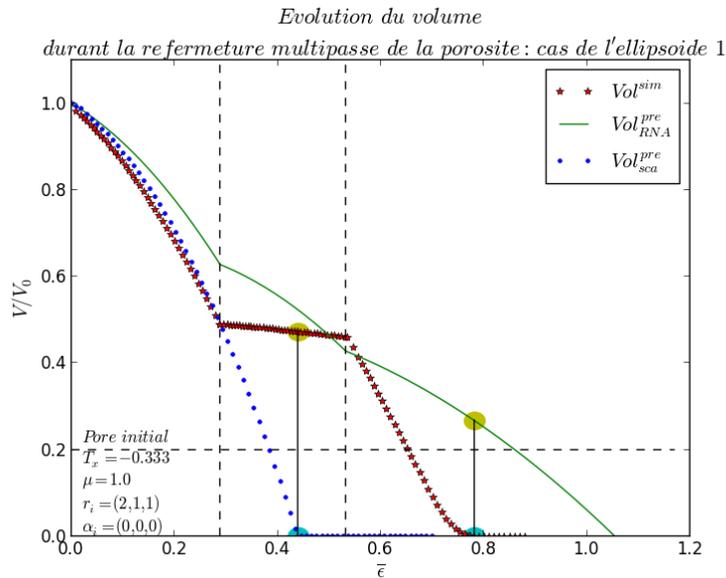
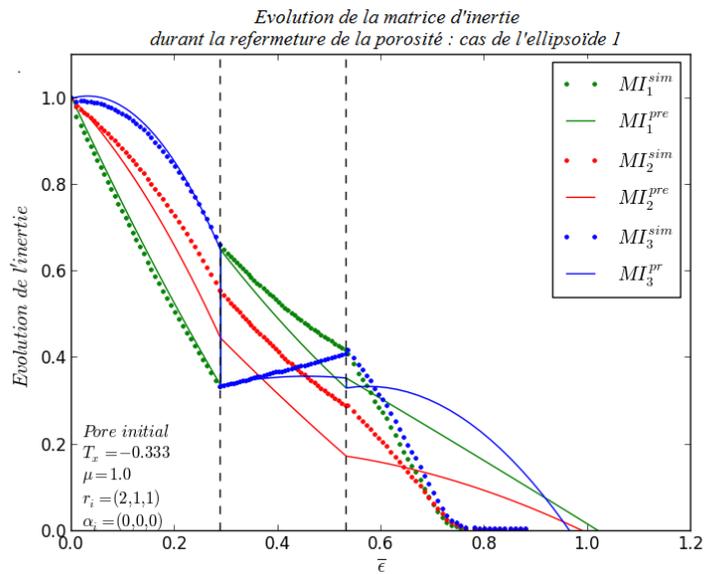


FIGURE 4.21 – Évolution de la matrice d'inertie et du volume de la porosité lors de la refermeture d'une porosité ellipsoïdale sur trois passes.

simulation à champ complet. Ceci, bien évidemment, représente la limitation de cette approche qui ne permet pas de savoir la source de la bonne ou de la mauvaise prédiction car le processus des réseaux de neurones reste une boîte noire pour l'utilisateur. À la troisième et dernière passe, nous constatons que la prédiction se détériore. On constate que le retard au niveau de la prédiction est très important par rapport à la simulation à champ complet. La problématique de ce retard est, peut être, due à l'hypothèse de remise à zéro de la déformation équivalente au passage d'une passe à la suivante.

### Le volume de la porosité

Dans la figure 4.21b, les trois modèles sont tracés. Le volume scalaire prédit parfaitement le volume de la simulation jusqu'à la fin de la passe 1. Comme nous l'avons remarqué dans le cas précédent, le volume scalaire garde la même allure d'évolution car il ne tient pas compte de la rotation appliquée. Le volume du modèle RNA présente un écart de refermeture de 14% par rapport à la refermeture effective de la porosité (simulation à champ complet). Après la première rotation, nous avons vu que la porosité devient aplatie et est orientée suivant la direction de l'écrasement. Cela rend la refermeture très difficile et se traduit directement sur l'évolution du volume avec une allure quasi-constante. Le modèle scalaire continue sur le même chemin pour refermer la porosité complètement à  $\bar{\epsilon} = 0.452$  alors que le volume réel de la porosité est refermé à seulement 52.5% à ce niveau de déformation équivalente. Au niveau du volume du modèle RNA, avec la considération de la rotation, la prédiction a décéléré et s'est rapprochée du volume de la simulation à champ complet, l'écart a été réduit à 6.6%. À la troisième passe, le volume de la simulation explicite reprend une évolution décroissante, rapide et quasi-linéaire grâce à la nouvelle orientation de la porosité, qui favorise la refermeture. Cependant, l'évolution du volume du modèle RNA est toujours quadratique, ce qui fait qu'elle ne permet pas de représenter correctement la vitesse de refermeture observée sur la simulation explicite. L'écart est assez marqué et atteint 32% au moment de la refermeture complète de la porosité réelle.

### Comparaison des trois volumes

En comparant l'erreur (*Norme - L<sub>2</sub>*) obtenue avec les deux modèles de prédiction, on trouve que pour ce cas, le modèle RNA est légèrement plus précis que le modèle scalaire.

Le tableau 4.2 présente l'état de déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  requis pour atteindre les niveaux de refermeture  $V/V_0 = 0,2$  et  $V/V_0 = 0$ .

$V/V_0$	Simulation	Mod. Scalaire		Mod. RNA	
		$\bar{\epsilon}$	<i>Norme - L<sub>2</sub></i>	$\bar{\epsilon}$	<i>Norme - L<sub>2</sub></i>
0.2	0.651	0.389	40.2%	0.88	35%
0	0.783	0.452	42.2%	1.015	29.6%

TABLE 4.2 – La déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  à  $V/V_0 = 0,2$  et  $V/V_0 = 0$  pour les trois modèles comparés dans cette étude ainsi que l'erreur (*norme - L<sub>2</sub>*) de chaque modèle par rapport à la simulation, cas de l'ellipsoïde 1.

Le modèle RNA a permis de gagner 5% d'erreur à  $V/V_0 = 0.2$  et 15% à  $V/V_0 = 0$  par rapport au modèle scalaire. Cela reste avantageux grâce à la prise en compte du changement de la géométrie de la porosité au passage entre les différentes passes. Cependant, des erreurs de ce niveau (30% à 35%) peuvent s'avérer dangereuse d'un point de vue industriel. De plus, nous n'avons aucun moyen d'affirmer qu'il s'agit là de la pire des configurations. Donc, cela mène à l'obligation de

travailler plus avant sur la précision du modèle. Malgré tout, le modèle RNA est un modèle conservateur au contraire du modèle scalaire. Le modèle scalaire qui sur-estime la refermeture est bien plus dangereux industriellement que le modèle RNAs qui la sous-estime.

Nous présentons dans la partie suivante une configuration où la matrice d'inertie de la porosité initiale n'est pas diagonale. Dans ce cas les inerties non-diagonales sont aussi prédites en utilisant le modèle RNA.

### 4.5.3 Configuration 3 : Ellipsoïde 2

Dans le présent cas, nous présentons l'étude la refermeture d'une porosité ellipsoïdale dont les directions principales ne coïncident pas avec le repère global du VER. Avec cette configuration, la matrice d'inertie de la porosité n'est pas diagonale, ce qui implique que la prédiction doit être effectuée sur ses six composantes. Comme les autres cas précédents, la refermeture est effectuée sur trois passes avec un retournement de 90° autour de la direction  $\vec{e}_2$ . La matrice d'inertie de la porosité est exprimée par :

$$MI = \begin{pmatrix} 19.5842 & 0. & -8.9874 \\ 0. & 25.1327 & 0. \\ -8.9874 & 0. & 10.5751 \end{pmatrix}$$

Les données initiales du modèle RNA sont donc :

— Inerties principales :

$$I_I = I_{II} = 25.132mm^2, \quad I_{III} = 5.026mm^2.$$

— Vecteur de rotation :

$$\tilde{\theta} = \frac{\pi}{4} \quad \text{et} \quad \vec{v} = (v_1, v_2, v_3) = (0, 1, 0).$$

— Chargement mécanique :

$$T_x = -0.33, \quad \mu = 1.$$

Dans la figure 4.22, l'état de la porosité à chaque passe est présenté. On constate que nous avons une homogénéité globale de l'état de contrainte au niveau du VER malgré la présence de la porosité. Nous avons montré dans le chapitre 1 que l'orientation de la porosité a un grand impact sur sa refermeture. Ici, en passant de la passe 1 à la passe 2, la porosité n'a pas été trop refermée. Après les rotations appliquées, la porosité est toujours inclinée par rapport au repère global du VER. Ceci signifie qu'on va garder à peu près la même tendance d'évolution sur les trois passes, au contraire des cas précédents où le passage entre les passes de refermeture se font brutalement.

Dans la figure 4.23, nous présentons l'évolution de la matrice d'inertie de la porosité ainsi que son volume au cours des trois passes jusqu'à la refermeture complète de la porosité.

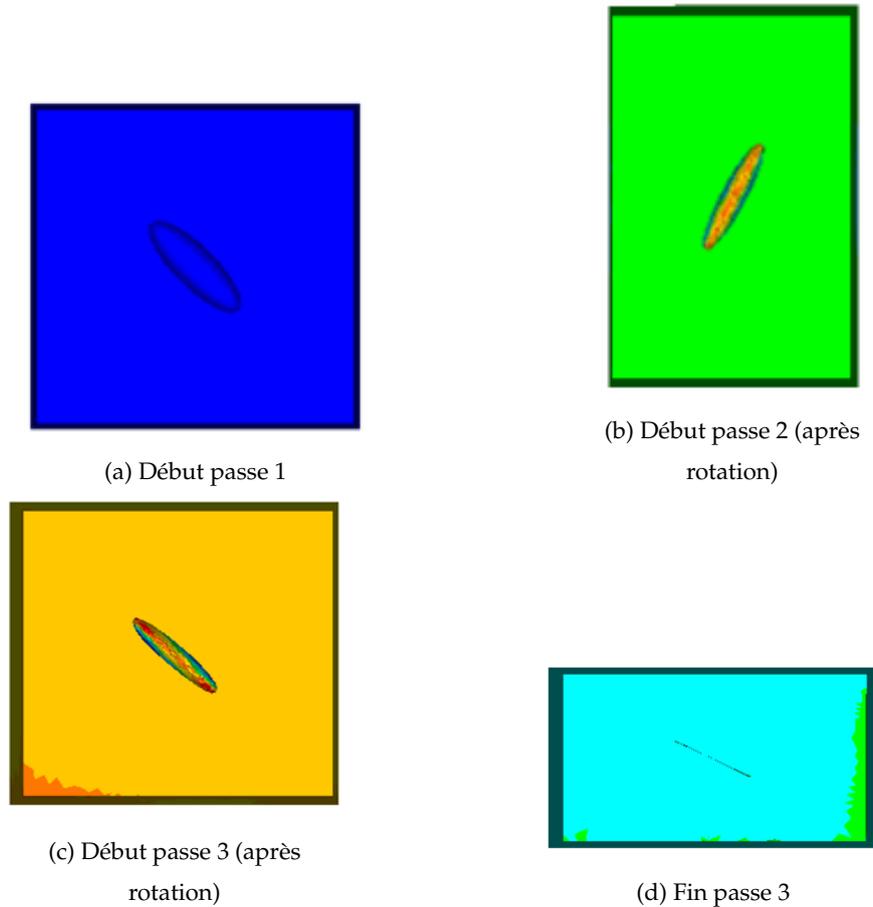


FIGURE 4.22 – Évolution de la refermeture de la porosité au cours des trois passes.

**La matrice d’inertie de la porosité** Dans la figure 4.23a, les inerties diagonales  $MI_1$ ,  $MI_2$  et  $MI_3$  sont tracées, et dans la figure 4.23b, l’inertie  $MI_5$  est tracée en violet. Les deux inerties non-diagonales  $MI_4$  et  $MI_6$  ne sont pas tracées car elles sont nulles par définition, dans cette configuration. Au niveau de la première passe, la prédiction des inerties  $MI_1$  et  $MI_2$  est plutôt acceptable. On constate que l’écart de l’inertie  $MI_1$  par rapport à la simulation est positif tandis que celui de l’inertie  $MI_2$  est négatif. Concernant l’inertie  $MI_3$ , on voit que la prédiction s’écarte de la simulation pour retrouver la bonne valeur à la fin de la passe 1. Pour l’inertie  $MI_5$ , on voit que la prédiction n’est pas très bonne et tend à sous estimer la décroissance de la courbe. Cela peut être expliqué par le fait que la base de données des inerties non-diagonales n’est pas très riche nécessiterait d’être enrichie pour améliorer ces prédictions. Donc, la base d’apprentissage est restreinte. Au niveau de la passe 2, la prédiction s’améliore au niveau de l’inertie  $MI_2$ . Concernant l’inertie  $MI_3$ , si on ne tient pas compte de la déviation observée à la fin de la passe 1, la prédiction est bonne. Les autres inerties  $MI_1$  et  $MI_5$  conservent un certain écart par rapport à la simulation explicite. Au niveau de la dernière passe, en général, la prédiction n’est pas assez précise. Ceci est une limitation que nous avons observée sur les trois cas présentés. Au début de la passe 3, il y a une erreur importante qui s’est accumulée sur les deux précédentes passes ainsi qu’à partir des quatre inerties qui servent pour calculer la nouvelle géométrie de la porosité.

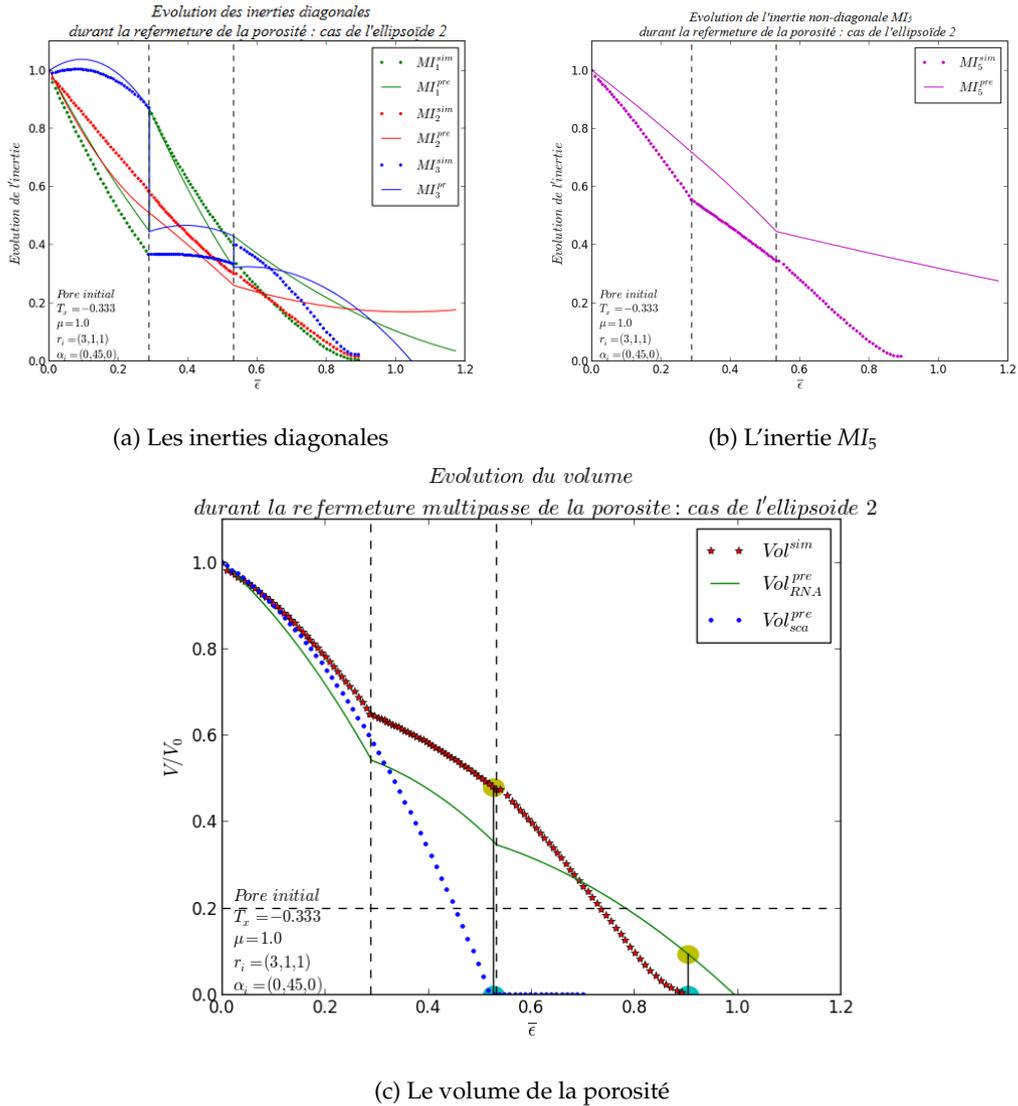


FIGURE 4.23 – Évolution de la matrice d’inertie et du volume de la porosité lors de refermeture sur les trois passes.

### Le volume de la porosité

Dans la figure 4.23c, la simulation à champ complet, le modèle scalaire et le modèle RNA sont tracés. Comme les cas précédents, le volume scalaire prédit bien le volume de la simulation jusqu’à la fin de la passe 1 avec une légère déviation. Nous avons remarqué dans le chapitre 3, que le modèle scalaire n’est pas parfait et il présente des déviations pour certaines configurations. Le volume du modèle RNA présente un écart de refermeture qui va jusqu’à 10% à la fin de la passe 1. Au niveau de la passe 2, nous constatons que le changement de la pente du volume de la simulation explicite n’est pas brutal comme les cas précédents. Ceci est dû au fait que la porosité étant inclinée initialement de  $45^\circ$  suivant la direction  $\vec{e}_2$ , une rotation de  $90^\circ$  autour de la même direction ne change pas la configuration de la porosité par rapport à la direction de l’écrasement dans le cas d’un chargement axisymétrique. Le modèle scalaire garde le même profil

d'évolution, ce qui est tout à fait normal. Pour le modèle RNA, nous avons pu prédire la même pente que celle produite par la simulation explicite, c'est-à-dire que s'il n'y avait pas d'erreur à la fin de la passe 1, on aurait une prédiction parfaite. Au niveau de la passe 3, il y a une légère accélération de la refermeture par rapport à la passe 2. La porosité est refermée complètement à  $\bar{\epsilon} = 0.903$ . Cependant, le modèle scalaire, en continuant sur la même allure depuis le lancement de la refermeture, a atteint la refermeture complète à  $\bar{\epsilon} = 0.613$ . Ce qui fait un écart de 31.9% par rapport à la simulation à champ complet. Par contre, au moment de la refermeture effective de la porosité, le modèle RNA atteint  $\bar{\epsilon} = 0.998$  ce qui fait une erreur de 9.8% seulement.

### Comparaison des trois volumes

En comparant l'erreur (*Norme - L<sub>2</sub>*) produite par les deux modèles de prédiction, on trouve que pour ce cas aussi, le modèle RNA est nettement plus précis que le modèle scalaire. Le tableau 4.3 présente l'état de déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  requis pour atteindre les niveaux de refermeture  $V/V_0 = 0,2$  et  $V/V_0 = 0$ . Ce tableau présente aussi l'erreur de chaque modèle par rapport à la simulation à champ complet.

$V/V_0$	Simulation	Mod. Scalaire		Mod. RNA	
		$\bar{\epsilon}$	<i>Norme - L<sub>2</sub></i>	$\bar{\epsilon}$	<i>Norme - L<sub>2</sub></i>
0.2	0.73	0.52	28%	0.78	6.8%
0	0.903	0.613	31.9%	0.992	9.8%

TABLE 4.3 – La déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$  à  $V/V_0 = 0,2$  et  $V/V_0 = 0$  pour les trois modèles comparés dans cette étude ainsi que l'erreur (*norme - L<sub>2</sub>*) de chaque modèle par rapport à la simulation, cas de l'ellipsoïde 2.

Au niveau de la déformation requise pour la refermeture de la porosité, le modèle RNA est plus précis pour ce cas aussi. Le modèle scalaire donne une déviation (*norme - L<sub>2</sub>*) de 28% contre seulement 6.8% à  $V/V_0 = 0.2$  et une déviation de 32% contre seulement 9.8% à  $V/V_0 = 0$ . Ce sont des résultats très encourageants pour adopter cette approche pour la modélisation des mécanismes de refermeture multipasses des porosités. Aussi, comme nous l'avons indiqué pour les cas précédents, le modèle RNA tend à sous-estimer la vitesse de refermeture (prédiction conservative) au contraire du modèle scalaire qui surestime cette vitesse de refermeture. Et cela est très important car il est plus dangereux industriellement de sur-estimer que de sous-estimer la vitesse de refermeture. Mais il ne faut pas oublier que pour certains cas, la précision est encore décevante, il y a donc encore du travail à réaliser pour améliorer la précision de la prédiction.

### 4.5.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté des cas d'application à l'échelle du VER du modèle tensoriel en utilisant l'approche des réseaux de neurones artificiels. Trois configurations de porosités

ont été testées : une sphère, une ellipsoïde avec une orientation  $\alpha_i = (0, 0, 0)$  et une ellipsoïde avec une orientation  $\alpha_i = (0, 45, 0)$ . Généralement, nous avons constaté une amélioration significative par rapport à l'approche avec l'optimisation. De plus, la prédiction du volume de la porosité en plus de la matrice d'inertie nous a permis d'éviter les problèmes liés à l'estimation du volume que nous avons montrés dans la section 4.3, et qui étaient liés à l'hypothèse que la porosité restait ellipsoïdale au cours de la déformation.

En plus de la prise en compte de la rotation entre les différentes passes de la refermeture, qui est sans doute une solution essentielle pour ces mécanismes de refermeture, cette approche a montré un gain important en terme de déviation par rapport au modèle à champ complet et en comparaison avec un modèle scalaire. Le modèle RNA a permis d'obtenir 16% et 10% pour les cas 1 et 3, respectivement, contre 50% et 32% pour le modèle scalaire. Cependant, pour le cas 2, le modèle n'était pas très performant car il a donné une déviation de 35% contre 42% pour le modèle scalaire. Ceci démontre la nécessité d'enrichir la base de données et l'entraînement du RNA d'une part et de prendre en compte la pré-déformation comme donnée d'entrée d'autre part.

## 4.6 Difficulté de prédiction dans un cas d'application industrielle

Cette approche a certainement amélioré les résultats de notre modèle, car nous avons une meilleure précision par rapport au modèle scalaire (voir section 4.5). Cependant, le modèle est toujours perfectible et cela pour différentes raisons.

### 4.6.1 Hétérogénéité des chemins de refermeture

Dans les cas de refermeture à l'échelle du VER, nous avons généralement remarqué que les chemins de refermeture sont concaves et rarement convexes ou linéaire. Ces deux derniers cas sont rencontrés lorsque la refermeture est très favorable du fait de la morphologie de la porosité, de son orientation et du chargement subi par la pièce. Nous avons effectué un cas macroscopique, représentatif d'un procédé de forgeage fourni par notre partenaire *Aubert&Ducal*, sur six passes contenant 8 configurations de porosités différentes. Comme les cas précédents, une rotation de 90% est appliquée entre chaque deux passes. La figure 4.24 montre la localisation de chaque porosité ainsi que son orientation par rapport à la pièce ainsi que les outils de déformation.

Les géométries et les emplacements des porosités sont définis dans le tableau 4.4.

L'évolution du volume des 8 porosités au cours de la refermeture est présentée dans la figure 4.25. Les différentes couleurs de lignes continues représentent l'évolution de chaque porosité. Chaque deux lignes discontinues verticales représentent le temps de calage entre les passes. Les rotations sont appliquées à la fin de chaque passe. Dans cette partie, nous n'allons pas analyser l'évolution de chaque porosité, mais plutôt nous focaliser sur les chemins de refermeture atypiques.

Au niveau de la passe 1, on voit que, pour toutes les porosités, l'évolution de la refermeture est linéaire. Cependant, la vitesse de refermeture diffère d'une porosité à une autre selon la position, les dimensions et l'orientation. À partir de la deuxième passe, on trouve que les chemins de

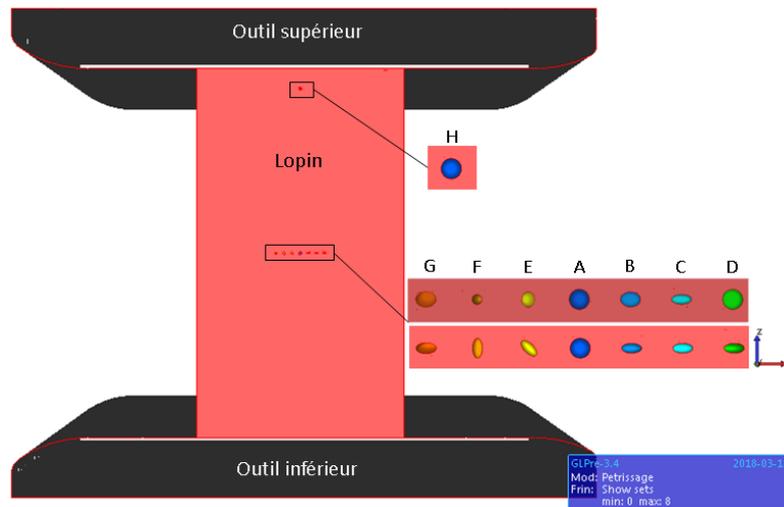


FIGURE 4.24 – Modèle macroscopique du procédé de forgeage fourni par *Aubert&Duval*.

Porosité	Dimensions	Orientation	Position
A	(4,4,4)	(0,0,0)	(256.5,115,460)
B	(4,4,2)	(0,0,0)	(276.5,115,460)
C	(4,3,2)	(0,0,0)	(296.5,115,460)
D	(4,2,2)	(0,0,0)	(316.5,115,460)
E	(4,4,2)	(0,45,0)	(236.5,115,460)
F	(4,3,2)	(0,90,0)	(216.5,115,460)
G	(4,2,2)	(30,30,0)	(196.5,115,460)
H	(4,4,4)	(0,0,0)	(256.5,115,810)

TABLE 4.4 – Définition des porosités initiales étudiées dans ce cas d’application.

refermeture commencent à présenter des hétérogénéités. On trouve des refermetures très rapides ou très lentes. À partir de la passe 3, certaines refermetures n’évoluent quasiment plus. On trouve aussi des évolutions linéaires ou quadratiques, convexes ou concaves. Cette hétérogénéité rend la représentativité de notre modèle à champ moyen très difficile car un seul jeu de paramètres associé à la forme quadratique de la fonction mathématique de refermeture ne permettrait pas de prédire tous ces types d’évolutions correctement. Il serait sans doute nécessaire de proposer une fonction mathématique beaucoup plus riche vis-à-vis des paramètres d’entrée géométriques ou mécaniques. Dans ce cas, c’est la phase d’optimisation avec un très grand nombre de paramètres qui pourrait être compliqué. C’est pour cette raison que le modèle calibré par optimisation a échoué à produire de bonne prédiction, comme ce que nous avons vu dans la section 4.3.1. Compte tenu de la complexité du problème, une approche par RNA semble plus pertinente. Nous avons ainsi pu voir les améliorations apportées par cette approche RNA dans la section 4.5. Les résultats restent malgré tout perfectibles pour trouver la bonne taille d’échantillonnage qui permettrait

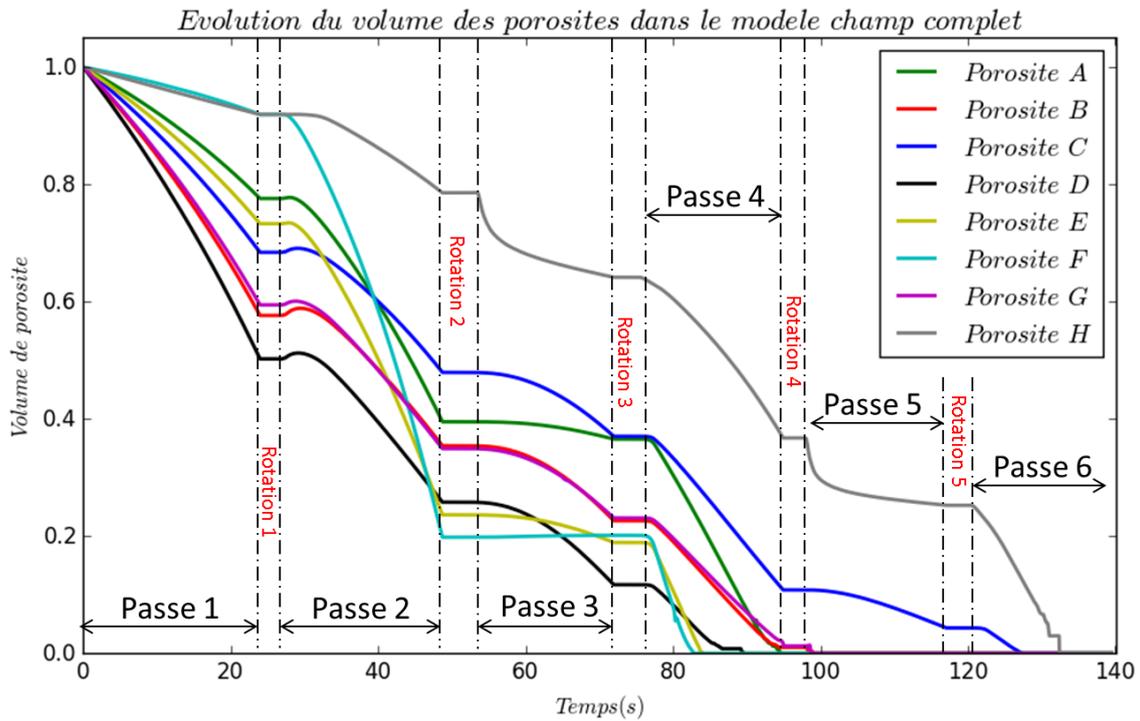


FIGURE 4.25 – Évolution des huit porosités définies dans le modèle à champ complet pour le cas de forgeage .

d'être représentatif de toute cette hétérogénéité. C'est ce que nous allons voir dans la suite.

#### 4.6.2 Taille d'échantillonnage

Comme nous l'avons mentionné, les réseaux de neurones sont beaucoup plus efficaces que la calibration par optimisation. En effet, au lieu de prédire une évolution du volume ou d'une inertie donnée, en se basant sur un jeu de paramètres unique identifié antérieurement, nous allons produire un jeu de paramètres pour chaque évolution de volume ou d'inertie. Cela signifie que pour chaque configuration (géométrie + chargement mécanique), nous aurons un jeu de paramètres différent, afin de s'approcher au mieux de l'évolution du volume ou des termes d'inertie. Cependant, pour comprendre ce comportement général, nous devons exploiter une base de données représentative et large, et il n'y a aucune référence pour connaître la bonne taille de cette base de données, surtout quand il s'agit de plusieurs paramètres à considérer et probablement inter-connectés entre eux, ce qui est le cas pour notre problématique (volume, matrice d'inertie, chargement mécanique). Il serait donc plus pertinent d'entraîner le RNA avec un échantillonnage plus riche en termes de géométries et d'orientations des porosités ou de trajets de chargement mécanique.

### 4.6.3 Opacité des réseaux de neurones

La réseaux de neurones se composent d'un nombre donné, déterminé par l'utilisateur, de neurones reliés entre eux. La sortie du réseau de neurone est une fonction très complexe, fonction des paramètres d'entrée et de fonctions usuelles qui permettent la flexibilité de la prédiction. Cependant, l'opacité de cette technique reste un des facteurs qui freine leur utilisation. Avec cette approche de réseaux de neurones, nous n'avons aucune garantie pour savoir, par exemple, pourquoi le modèle a fourni une déviation de 10% pour le cas 3 alors qu'il donne 35% pour le cas 2. De plus, d'un point de vue préliminaire, on pourrait dire que le cas 2 est plus simple pour la prédiction que le cas 3, vu qu'il n'y a pas d'orientation différente par rapport au repère principal du VER.

Ces trois facteurs sont essentiels pour améliorer les résultats de cette approche. De plus, d'autres facteurs, qui n'ont pas forcément de liens avec l'approche des réseaux de neurones, peuvent contribuer à cette amélioration. Nous allons détailler ces facteurs dans la section des perspectives.

## 4.7 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons abordé la problématique de la modélisation tensorielle des mécanismes de refermeture multipasses de porosité. L'objectif est d'exploiter la matrice d'inertie de la porosité (géométrie et orientation) afin de pouvoir suivre non seulement l'évolution du volume mais également l'évolution de la forme et de l'orientation de la porosité à la fin de chaque passe. Ainsi, au changement de direction d'écrasement, on procède à l'actualisation de la géométrie de la porosité. Cela nous permet de bien suivre le chemin d'évolution de la refermeture de la porosité. Pour ce faire, nous avons employé deux approches : l'identification par optimisation et la caractérisation par réseaux de neurones artificiels.

- **Identification par optimisation** : la géométrie et son orientation sont définis pour la matrice d'inertie dont les composantes sont analysées au cours de la refermeture pour identifier les paramètres d'une fonction de refermeture. Pour le cas d'une porosité ellipsoïdale, les dimensions de la porosité sont calculées à partir des inerties principales et l'orientation est calculée à partir des directions principales. Ensuite, le volume peut être calculé directement à partir de ses inerties principales sous l'hypothèse que les porosités restent de forme ellipsoïdale. Ainsi, nous avons six variables à prédire (fonctions de refermeture), alors qu'avec un modèle tel que celui utilisé pour le modèle scalaire nous aurions 48 paramètres à identifier. Nous avons utilisé la plateforme d'identification, présentée dans le chapitre 2. Nous avons ensuite comparé le modèle de prédiction obtenu avec une simulation à champ complet de la refermeture d'une porosité sphérique sur trois passes.

Au niveau de la matrice d'inertie, nous avons remarqué des déviations par rapport à la simulation à champ complet. Ces déviations deviennent de plus en plus importantes en se rapprochant de la refermeture complète. Ces déviations se traduisent directement sur le calcul du volume, qui lui n'est pas identifié mais calculé directement à partir des inerties principales. Dans ce cas de comparaison, le calcul du volume s'est arrêté à la passe 3. En effet, la formule utilisée pour calculer le volume ne supporte pas la présence de grande déviation, sinon, elle peut devenir indéfinie. Pour cette raison, nous avons jugé cette approche très risquée.

Nous avons donc proposé une autre méthode de caractérisation couplée à une prédiction du volume également plutôt qu'un calcul basé seulement sur les termes de la matrice d'inertie.

- **Réseaux de Neurones Artificiels RNA** : nous avons d'abord commencé par une introduction des Réseaux de Neurones Artificiels en décrivant les étapes essentielles de la caractérisation ainsi que la façon avec laquelle nous les appliquons dans le cadre de ce travail. Ensuite, et afin d'éviter le problème rencontré au niveau du calcul du volume, nous avons caractérisé le volume indépendamment de la matrice d'inertie. Cette dernière, alors, sert seulement pour le calcul de la nouvelle porosité (géométrie et orientation) à utiliser au début de chaque passe. Mais, nous avons vu que malgré cela, le calcul de géométrie de la porosité à la nouvelle passe dépend du volume aussi (par définition pour une porosité  $r_1 = \sqrt{\frac{5}{2V}(I_{II} + I_{III} - I_I)}$ ), élément qui représente une difficulté pour la construction du modèle tensoriel.

Le modèle obtenu par RNA a été comparé avec un modèle de prédiction scalaire (défini au chapitre 3) et la simulation à champ complet pour trois cas de refermeture de porosité de différentes configurations : une sphère, une ellipsoïde dont les directions principales coïncident avec le repère global et une ellipsoïde qui est initialement inclinée par rapport au repère global. Le modèle RNA a permis de bien prendre en compte le changement de l'orientation de la porosité entre chaque passe. Le modèle RNA a permis d'améliorer l'erreur de la prédiction du volume par rapport au modèle scalaire et sous-estime la vitesse de refermeture plutôt que le modèle scalaire qui a tendance à la sur-estimer, ce qui est, comme indiqué, moins risqué dans un contexte industriel.

Cependant, plus d'efforts doivent être apportés afin de rendre cette approche encore plus précise. Nous avons vu que le choix de la taille adéquate de l'échantillonnage, qui sert de base d'apprentissage des réseaux de neurones, fait partie des limitations de cette technique. Donc, l'élargissement de notre base de données pourrait améliorer la précision de la prédiction. Aussi, construire le modèle d'une manière multi-objectifs pourrait améliorer sa précision. De cette façon, les inerties et le volume seraient dans le même réseau et cette dépendance de calcul mentionnée auparavant pourrait être prise en compte.

Il serait aussi judicieux d'enlever l'hypothèse de remise à zéro de la déformation équivalente au début de chaque passe. Nous avons vu qu'un ralentissement est toujours marqué au début de la prédiction alors que ce n'est pas le cas au niveau de la simulation à champ complet. Cela nécessiterait cependant d'augmenter considérablement la base de données de simulations à champ complet en relançant toutes les configurations actuelles mais avec plusieurs valeurs de déformation initiale non nulles.

L'enrichissement de la base de données (déformations initiales non nulles et plus grand nombre de configurations) serait tout à fait bénéfique pour la phase d'apprentissage des RNAs et constituerait ainsi une amélioration significative à l'approche initiée dans ce travail de thèse.

# Conclusions générales et perspectives

L'objectif majeur de ce travail de thèse est de développer des modèles de prédiction de la refermeture des porosités qui combinent précision et respect de contraintes industrielles des procédés de refermeture réels.

Dans la littérature, différents auteurs ont traité cette problématique. Différentes approches ont été utilisées, mais trois restrictions majeures peuvent être signalées :

- Considération d'un chargement axisymétrique : les modèles de la littérature font l'hypothèse d'un chargement axisymétrique, ce qui ne correspond pas aux chargements constatés dans les procédés industriels.
- Considération de porosité sphérique : une majorité des modèles existants dans la littérature simplifient la modélisation de la porosité réelle (une tortuosité élevée) par une forme sphérique. Une forme ellipsoïdale est plus représentative, comme considérée dans [Saby et al., 2015], car elle permet de tenir compte de la morphologie et de l'orientation de la porosité.
- Aspect multipasses de la refermeture : la refermeture est souvent effectuée au travers de différentes passes avec des retournements inter-passes. Dans la littérature, il n'y a quasiment aucune étude qui tient compte de cet aspect dans un but de prédiction.

Dans ce travail, une approche multiéchelles a été adoptée. D'abord, nous nous sommes basés sur les analyses effectuées par [Saby et al., 2015] pour confirmer l'accord entre les calculs à l'échelle du VER et l'échelle macroscopique des procédés industriels réels. Nous avons lancé une large campagne de simulations sur VER en variant tous les paramètres influençant la refermeture des porosités pour constituer une base de données. Pour calibrer nos modèles de prédiction, nous avons utilisé cette base de données de simulations sur VER, reliée à une méthodologie d'optimisation développée en utilisant des algorithmes prédéfinis sur Python. Cette méthodologie nous a permis de simplifier l'identification des constantes du modèle malgré le nombre élevé des paramètres influençant la refermeture des porosités.

Le premier modèle proposé dans ce travail a consisté à enlever l'hypothèse du chargement axisymétrique, qui est souvent considérée dans la littérature. Pour ce faire, nous avons utilisé le paramètre de Lode  $\mu$ , qui est souvent utilisé dans l'étude de l'endommagement et de la rupture ductile. Ce paramètre permet d'intégrer le troisième invariant du tenseur de contraintes. De cette manière, l'état de contrainte est défini d'une manière unique en utilisant  $(\bar{\sigma}, T_x, \mu)$ . Ce modèle a

été calibré en utilisant la méthodologie d'optimisation développée, et en considérant la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}$ , la triaxialité des contraintes  $T_x$ , le paramètre de Lode  $\mu$ , les dimensions  $r_i$  et l'orientation  $\alpha_i$  de la porosité avec 8 constantes. Le modèle a été comparé à trois modèles de la littérature : STB, Zhang et Cicaporo1. Le modèle développé a procuré de meilleurs résultats pour différentes configurations de chargement mécanique et de géométrie de la porosité : plus de 80% des configurations testées ( 800) ont une erreur inférieure à 10%.

Ensuite, nous avons adopté la méthodologie d'optimisation pour prédire toute la matrice d'inertie de la porosité dans l'objectif d'adapter notre modèle à l'aspect multipasses des procédés industriels de la refermeture. Cette matrice d'inertie nous a permis de calculer le volume de la porosité tout le long de la refermeture, ainsi que de recalculer ses dimensions et son orientation au moment de la rotation de la pièce entre les passes. Malheureusement, le modèle est très sensible aux déviations obtenues au niveau de la prédiction des inerties, vu que le volume est calculé directement à partir de ses inerties et sous l'hypothèse que la porosité reste de forme ellipsoïdale. Pour surmonter ce problème, nous avons prédit, en plus de la matrice d'inertie, le volume de la porosité. Aussi, nous avons testé l'approche des réseaux de neurones qui est connue pour sa robustesse et sa flexibilité. Nous avons ainsi pu résoudre les problèmes rencontrés avec l'approche d'optimisation, notamment en prédisant directement le volume et en se servant des prédictions des termes de la matrice d'inertie pour gérer la forme et l'orientation des porosités entre chaque passe. Le modèle tensoriel a été comparé à un modèle à champ complet et le modèle scalaire développé dans le chapitre 3. Le modèle tensoriel a permis l'amélioration de la précision de la prédiction par rapport au modèle scalaire, qui, lui, ne tient pas compte de la rotation appliquée entre les passes. La précision s'est améliorée, l'erreur est passée, dans certains cas, de 35% pour le modèle scalaire à 10% pour le modèle tensoriel.

Le modèle tensoriel RNA a démontré une sous-estimation de la vitesse de refermeture des porosités conférant à ce modèle un caractère conservatif très intéressant d'un point de vue industriel. En comparaison avec le modèle scalaire, ce critère est beaucoup plus intéressant d'un point de vue industriel où il est très dangereux de prédire que la porosité a été refermée alors qu'elle ne l'est pas.

Les résultats du modèle tensoriel, basé sur l'approche des réseaux de neurones, se sont avérés prometteurs. Cependant, nous n'avons pas pu l'appliquer sur un cas industriel macroscopique pour différentes raisons, ce qui rend le modèle encore perfectible. Nous allons discuter, dans ce qui suit des perspectives, de quelques difficultés rencontrées généralement dans ce travail, et de potentielles approches qui permettraient d'améliorer les résultats.

- Nous avons vu que l'approche des réseaux de neurones est beaucoup plus flexible et elle est adéquate pour des sujets caractérisés par un nombre élevé de paramètres, ce qui est le cas dans notre travail. Cependant, nous n'avons toujours pas d'idée sur la taille d'échantillonnage adéquate pour atteindre un niveau de précision plus élevé. Une meilleure compréhension des mécanismes de cette technique de réseaux de neurones serait très utile pour améliorer la précision de la prédiction.
- À partir de l'approche que nous avons proposé, nous avons besoin de prédire plusieurs

- variables interconnectées. Il serait plus judicieux de tester une prédiction multi-objectifs. En fait, nous avons vu que le calcul du volume peut se calculer à partir des inerties de la porosité, et les inerties de la porosité se calculent à travers le volume et les rayons de la porosité. Pour ce faire, dans ce travail, pour chaque passe, nous avons fixé le volume pour prédire l'inertie et vice versa, il s'agit d'une approximation. En effet, cette simplification pourrait être parmi les facteurs qui participe à l'imprécision remarquée du modèle.
- En dehors de la précision de la prédiction, la remise à zéro de la déformation entre les différents passes est une autre hypothèse forte qu'il faudrait éliminer. Nous avons montré que l'impact de cette hypothèse pourrait atteindre jusqu'à 8.5% d'erreur et cela s'accroît davantage quand la rotation est appliquée à des niveaux de refermeture avancés. Il serait intéressant de tenir compte de ce paramètre malgré le coût numérique qu'il pourrait engendrer car il faudrait enrichir la base de données pour différents niveaux de la refermeture afin de prendre en compte de l'impact de cette pré-déformation sur la refermeture.
  - Nous avons jugé que l'influence des paramètres matériaux est de second ordre par rapport aux autres paramètres géométriques ou mécaniques. Nous avons cependant remarqué une différence significative entre les matériaux de type acier et le matériau aluminium étudié. Cependant, la loi de comportement des matériaux contient plusieurs paramètres, et il serait donc délicat de tous les prendre en considération, en plus du grand nombre de paramètres déjà considérés. Par contre, l'approche des réseaux de neurones pourrait être très intéressante dans ce sens vu que le nombre de paramètres augmentera davantage.
  - Le choix de la forme ellipsoïdale pour représenter la porosité réelle a démontré l'avantage de tenir compte des dimensions et de l'orientation des porosités. Cependant, cela reste toujours simplificateur pour une porosité réelle où sa tortuosité peut changer dramatiquement la cinétique de la refermeture. Il serait intéressant de considérer l'aspect de la tortuosité de la porosité et donc de surmonter les difficultés qui l'accompagnent :
    - Quelles dimensions et quelle orientation faut-il considérer dans un modèle à champ moyen, vu que réellement, ces deux paramètres sont complètement aléatoires ?
    - Le coût de la reconstruction de centaines de porosités réelles est-il acceptable ? sachant que ces techniques sont très onéreuses.
    - Nous avons considéré que le VER est défini proportionnellement aux dimensions de la porosité. Nous avons aussi considéré que deux porosités ne peuvent pas entrer en collision. Cependant, due à la tortuosité élevée, deux parties de la porosité peuvent facilement se ré-ouvrir lors de la déformation et composer une porosité encore plus grande.
  - Concernant la modélisation de la porosité, une piste qui pourrait être prometteuse est la considération d'une agrégation de petites ellipsoïdes [Agouti, 2012] donnant une forme globale similaire aux porosités réelles. Cela permettra de tenir compte bien-sûr des dimensions et de l'orientation de la porosité. Aussi, la collision de ces petites ellipsoïdes pourrait être étudiée afin de se rapprocher au maximum de la réalité.
-

- Des travaux dans la littérature ont mentionné qu'il était possible de détecter des gaz à l'intérieur des porosités ([Ståhlberg et al., 1980] et [Toda et al., 2009]). La présence de gaz dans la porosité va certainement augmenter la pression quand la porosité tend à se refermer. Cela pourrait évidemment impacter la cinétique de la refermeture de la porosité mais il faudrait tenir compte par ailleurs de la possibilité de la diffusion de ces gaz à haute température.
- Finalement, l'étude de la cicatrisation des porosités pourrait être d'un grand intérêt pour l'élimination complète des porosités. Nous avons mentionné dans l'introduction que plusieurs auteurs se sont intéressés à cet aspect ([Park and Yang, 1996], [Park and Yang, 1997a], [Park and Yang, 1997b]). Pour cela, ils ont proposé d'analyser le température de mise en forme mais aussi le type de refroidissement.

# Appendices



# Annexe A : Calcul explicite de la matrice d'inertie

Les dimensions de la porosité sont calculées à partir de sa matrice d'inertie en supposant une densité homogène et unitaire. La matrice d'inertie est alors exprimée par :

$$MI = \begin{pmatrix} MI_1 & MI_4 & MI_5 \\ MI_4 & MI_2 & MI_6 \\ MI_5 & MI_6 & MI_3 \end{pmatrix}$$

avec

$$\begin{aligned} MI_1 &= \iiint_P (x_2^2 + x_3^2) dV & MI_4 &= - \iiint_P x_1 x_2 dV \\ MI_2 &= \iiint_P (x_3^2 + x_1^2) dV & MI_5 &= - \iiint_P x_3 x_1 dV. \\ MI_3 &= \iiint_P (x_1^2 + x_2^2) dV & MI_6 &= - \iiint_P x_2 x_3 dV \end{aligned} \quad (14)$$

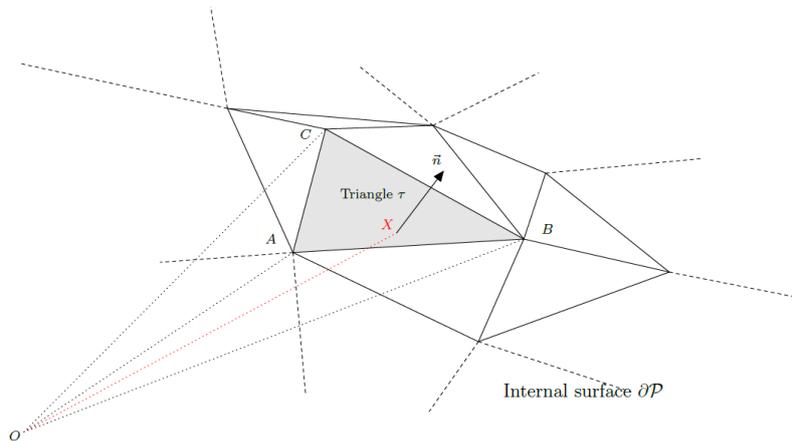


FIGURE 26 – Triangles du maillage de la surface interne  $\partial P$  de la porosité  $P$ .

Considérons  $K_{ij} = \iiint_P (x_i x_j) dV$  tels que :

$$\begin{aligned} MI_1 &= K_{22} + K_{33} & MI_4 &= -K_{12} \\ MI_2 &= K_{33} + K_{11} & MI_5 &= -K_{13} \\ MI_3 &= K_{11} + K_{22} & MI_6 &= -K_{23} \end{aligned} \quad (15)$$

avec  $(i, j) \in \{1, 2, 3\}$ . Considérons  $\vec{OX}$  les coordonnées d'un point du triangle  $\tau$ , et considérons  $\vec{V}_{ij} = \frac{1}{5}x_i x_j \vec{OX}$  telle que  $div(\vec{V}_{ij}) = x_i x_j$ . Le théorème de la divergence conduit à :

$$K_{ij} = \iiint_P x_i x_j dV = \iiint_P div(\vec{V}_{ij}) dV = \iint_{\partial P} \vec{V}_{ij} \cdot \vec{n} dS. \quad (16)$$

Ce qui peut être exprimé par :

$$K_{ij} = \frac{1}{5} \iint_{\partial P} x_i x_j (\vec{OX} \cdot \vec{n}) dS. \quad (17)$$

Par définition,  $\tau$  étant un triangle, il appartient à un plan et  $\forall X \in \tau, \vec{OX} \cdot \vec{n} = \text{constante}$ . Cela conduit à :

$$K_{ij} = \frac{1}{5} \sum_{\tau \in T_r} (\vec{OX}_\tau \cdot \vec{n}_\tau \iint_\tau x_i x_j dS) = \frac{3}{5} \sum_{\tau \in T_r} \left( \frac{vol(T_\tau)}{surf(\tau)} \iint_\tau x_i x_j dS \right). \quad (18)$$

Pour calculer l'intégrale surfacique  $\iint_\tau x_i x_j dS$ , nous définissons  $A, B$  et  $C$  les trois sommets du triangle  $\tau$  (voir figure 26). Les coordonnées du point  $X$  peuvent être exprimés par :

$$\vec{OX} = \vec{OA} + \beta_1 \vec{AB} + \beta_2 \vec{AC}, \quad (19)$$

où  $(\beta_1, \beta_2) \in [0, 1]$  les coordonnées de la nouvelle base d'intégration  $(\vec{AB}, \vec{AC})$ . Cela devient :

$$dS = \|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\| d\beta_1 d\beta_2 = 2surf(\tau) d\beta_1 d\beta_2, \quad (20)$$

L'équation 18 devient :

$$K_{ij} = \frac{6}{5} \sum_{\tau \in T_r} vol(T_\tau) \int_0^1 \int_0^{1-\beta_1} (OA_i + \beta_1 AB_i + \beta_2 AC_i)(OA_j + \beta_1 AB_j + \beta_2 AC_j) d\beta_2 d\beta_1 \quad (21)$$

Cela peut être développé pour définir la valeur de  $K_{ij}$  par :

$$K_{ij} = \frac{1}{20} \sum_{\tau \in T_r} vol(T_\tau) [12OA_i OA_j + 2(AB_i AB_j + AC_i AC_j) + 4(OA_i AB_i + OA_j AB_i + OA_i AC_j + OA_j AC_i) + AB_i AC_j + AB_j AC_i] \quad (22)$$

De cette façon, en utilisant les équations 15 et 22, la matrice d'inertie de toute porosité maillée surfaciquement peut être calculée en utilisant les coordonnées des triangles du maillage de la surface de cette porosité.

# Annexe B : Influence du type de la fonction coût

La fonction coût est un facteur essentiel de la précision et de l'efficacité de l'algorithme d'optimisation. Il a déjà été expliqué que la fonction coût pour le problème étudié est l'écart entre le volume obtenu à partir de la simulation sur VER et le volume obtenu par le modèle analytique. Cependant, cet écart peut être défini de plusieurs façons. Par la suite, nous allons visualiser la différence que l'on peut obtenir en utilisant la norme  $L_1$ , la norme  $L_2$  ou la norme  $L_\infty$ .

Dans ces tests, nous allons utiliser l'optimiseur sous la forme de la structure SO3 avec 81 configurations (voir paragraphe 2.5.6).

## (a) La norme $L_1$ :

La norme  $L_1$  est donnée par la somme des écarts entre les composantes du vecteur du volume de simulation sur VER et le vecteur du volume de prédiction du modèle :

$$\|V\|_1 = \frac{\sum_i^n \sum_j^{m_i} |V_{mod}^i[j] - V_{sim}^i[j]|}{M} \quad (23)$$

où  $n$  est le nombre de simulations utilisées pour l'optimisation,  $m_i$  est le nombre d'incrémentes de chaque simulation.  $V_{mod}^i[j]$  et  $V_{sim}^i[j]$  sont les volumes prédits par le modèle et la simulation, respectivement, correspondant à la simulation d'indice  $i$  et pour l'incrément  $j$ .  $M$  est le nombre global d'incrémentes utilisés pour l'optimisation  $M = \sum_i^n m_i$ .

En utilisant toujours la structure SO3, présentée dans le paragraphe précédent, l'algorithme converge rapidement vers une solution au bout de 78 itérations. La fonction objectif a convergé vers la valeur 2.619. Il faut rappeler que la fonction objectif est définie par la norme  $L_1$  normalisée par le nombre d'incrémentes utilisés pour l'optimisation. Le coefficient de corrélation entre le volume simulé et prédit est stabilisé à  $R^2 = 0.92$ .

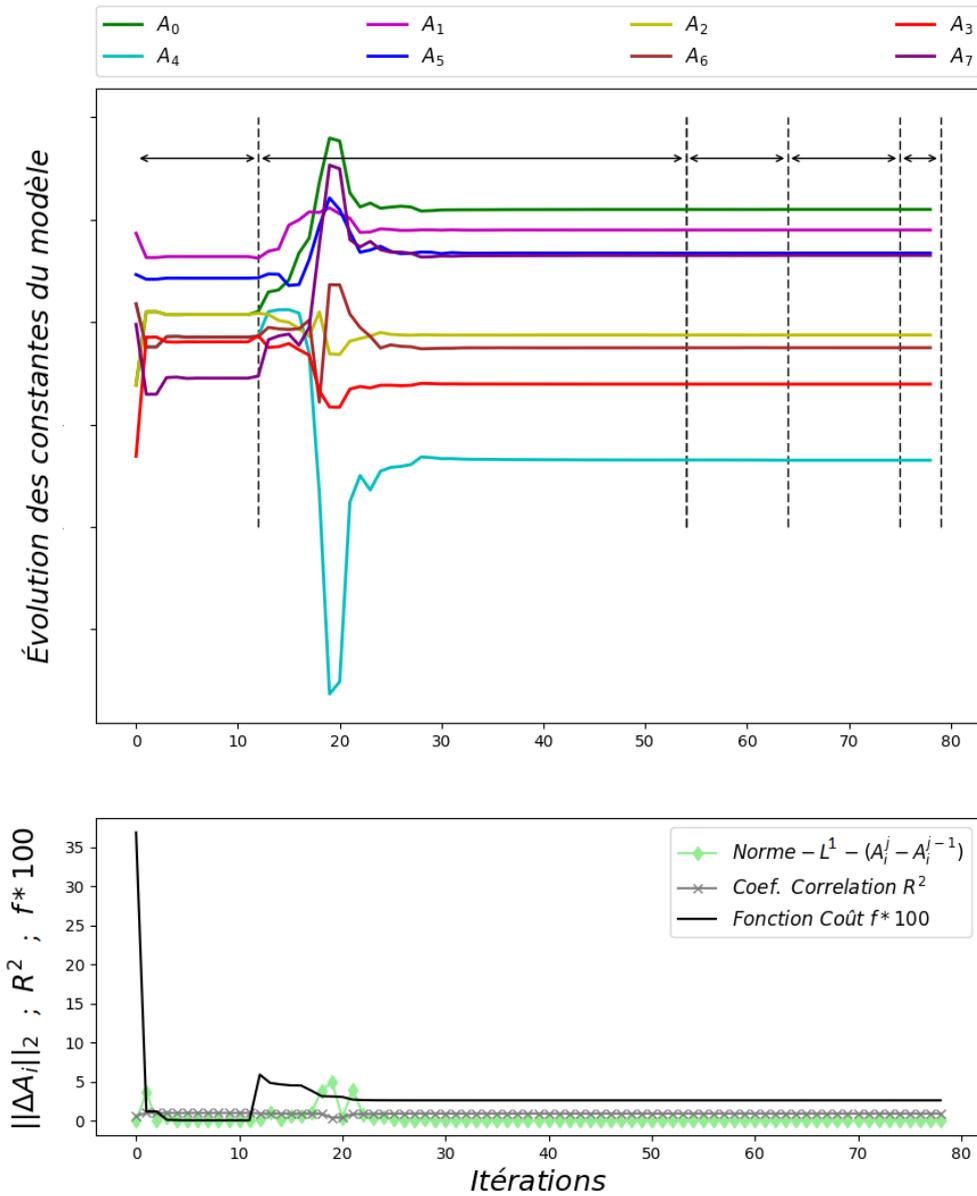


FIGURE 27 – Évolution des variables d’optimisation et de la fonction coût en utilisant la norme  $L_1$ .

(b) **La norme  $L_2$  :**

La norme  $L_2$ , ou la distance Euclidienne, est donnée par la racine carrée de la somme des écarts au carré entre les composantes du vecteur des volumes simulés et le vecteur des volumes prédits, normalisée par le nombre total des incréments utilisés pour l’optimisation :

$$\|V\|_2 = \frac{(\sum_i^n \sum_j^{m_i} (V_{mod}^i[j]^2 - V_{sim}^i[j])^2)^{1/2}}{M} \quad (24)$$

On constate que la solution se stabilise plus rapidement par rapport à la solution obtenue

en utilisant la norme  $L_1$ . De plus, la valeur finale est plus faible (0.061) que celle de la norme  $L_1$ . Cependant, la corrélation entre les deux vecteurs du volume, simulé et prédit, est plus faible. Le coefficient de corrélation a convergé vers  $R^2 = 0.87$ .

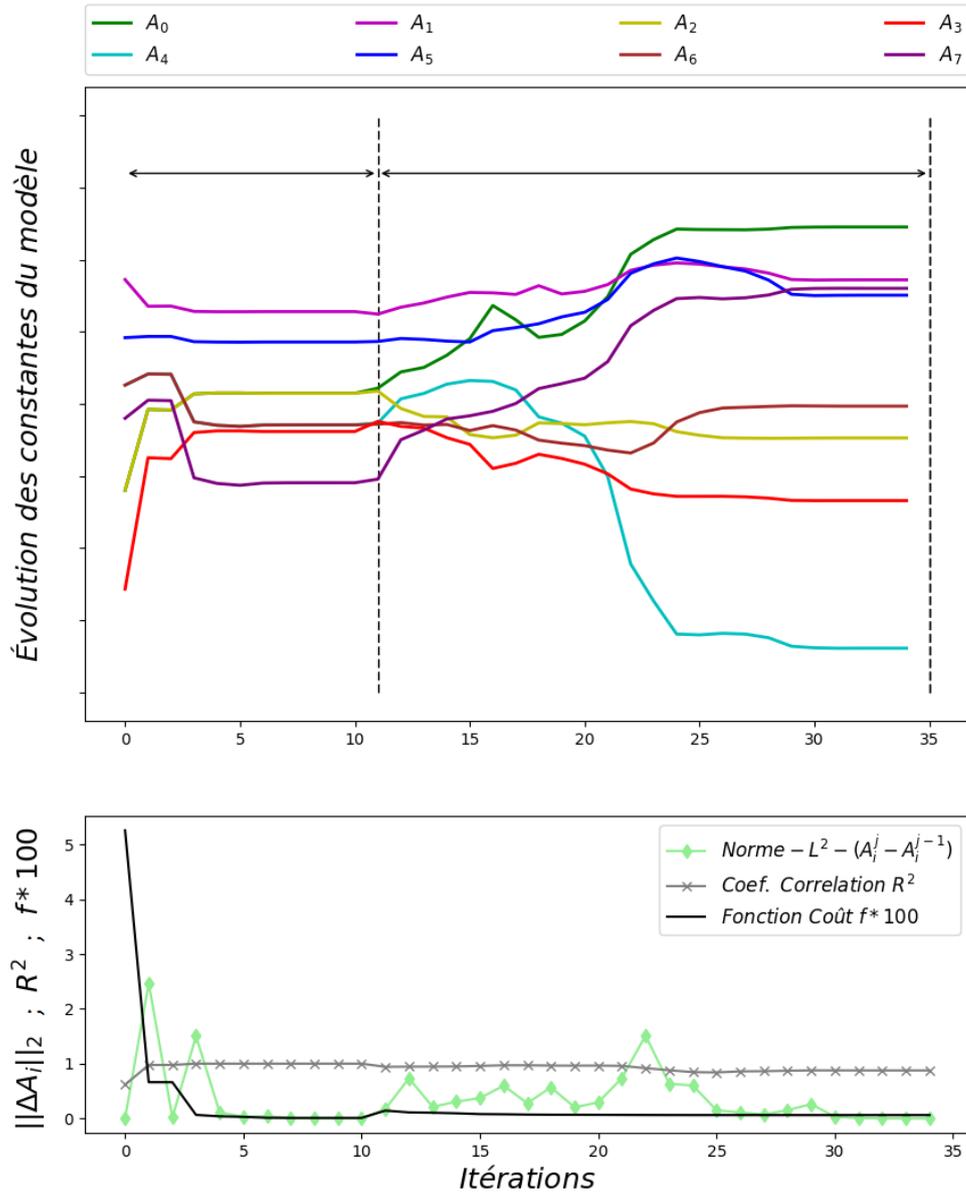


FIGURE 28 – Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la norme  $L_2$ .

(c) **La norme infinie  $L_\infty$**

La norme  $L_\infty$  est donnée par le maximum des écarts entre les composantes du vecteur des volumes simulés et le vecteur des volumes prédits, normalisée par le nombre total des

incréments utilisés pour l'optimisation :

$$\|V\|_{\infty} = \frac{\max(|V_{mod}[0] - V_{sim}[0]|, |V_{mod}[1] - V_{sim}[1]| + \dots + |V_{mod}[N] - V_{sim}[N]|)}{M}. \quad (25)$$

On constate que la solution se stabilise plus lentement par rapport aux solutions obtenues en utilisant les normes  $L_1$  et  $L_2$ . De plus, la valeur finale est beaucoup plus faible (0.0031). Par contre, la corrélation est encore plus faible entre la simulation et la prédiction ( $R^2 = 0.755$ ).

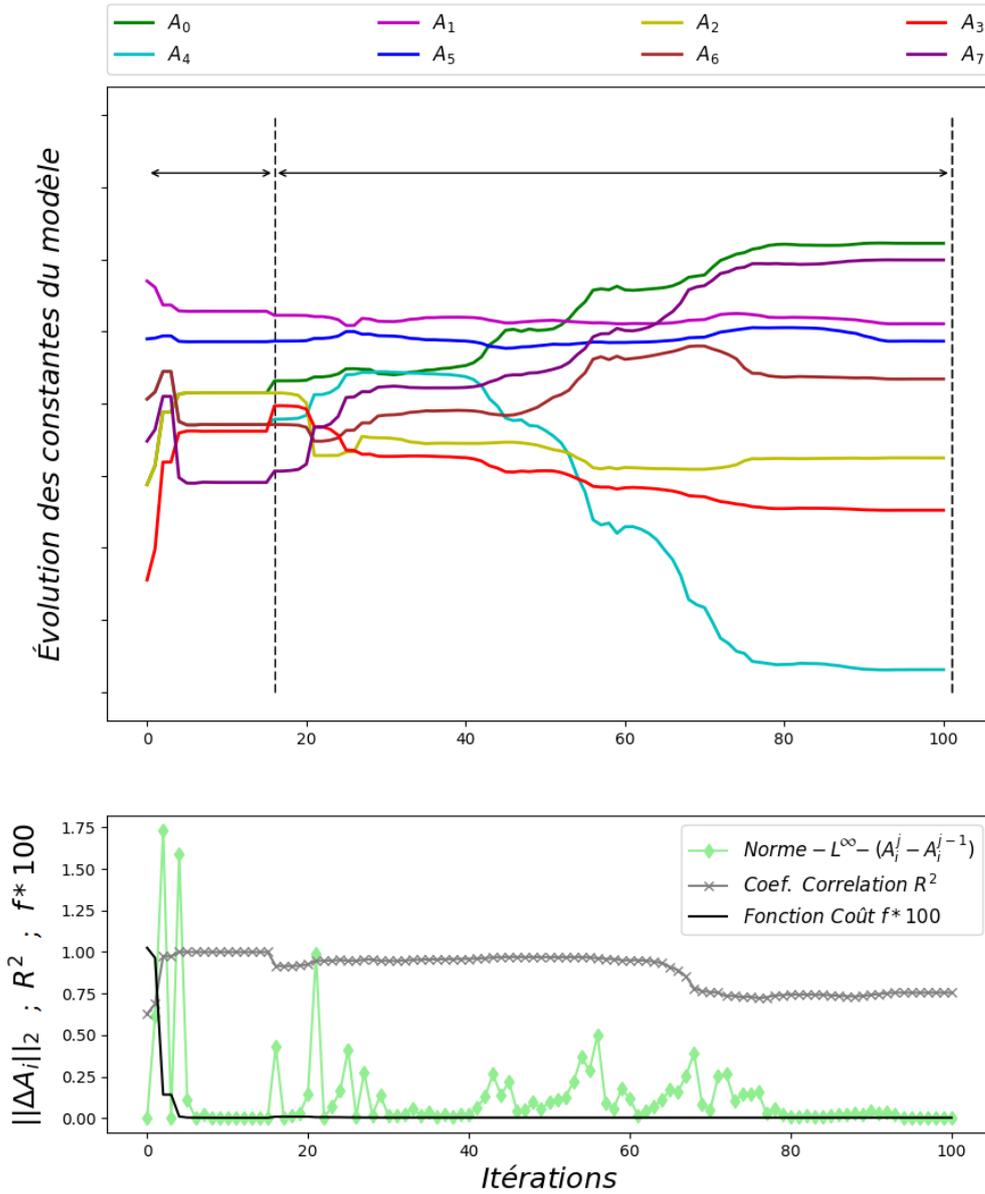


FIGURE 29 – Évolution des variables d'optimisation et de la fonction coût en utilisant la norme  $L_{\infty}$ .

En considérant la définition générale de la norme  $L_p$ , équation 26, plus  $p$  est grand, plus

---

faible est la corrélation entre  $V_{sim}$  et  $V_{mod}$ , et aussi plus petite est la valeur de convergence de la fonction coût. Afin d'obtenir un compromis entre la corrélation et la convergence, nous avons choisi d'utiliser la norme  $L_2$  pour les développements présentés dans ce travail.

$$\|V\|_p = \left( \sum_i^n \sum_j^{m_i} (V_{mod}^i[j] - V_{sim}^i[j])^p \right)^{1/p} \quad (26)$$

---

---

# **Annexe C : Implémentation du modèle scalaire pour les chargements non-axisymétriques**

---

**Initial parameters : Tporo(3,3)**

$r_1, r_2, r_3$  : from eigenvalues of Tporo

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  : from eigenvectors of Tporo ( $vec_1, vec_2, vec_3$ )

**Initialization :**

$$V_0 = \frac{4}{3}r_1r_2r_3$$

$$\gamma_1 = \frac{\sqrt[3]{V_0}}{r_1}; \gamma_2 = \frac{\sqrt[3]{V_0}}{r_2}; \gamma_3 = \frac{\sqrt[3]{V_0}}{r_3}$$

$(\vec{u}_1\vec{u}_2\vec{u}_3) = R_3R_2R_1$  (void's orthonormal basis)

$$T_x^{t-1} = 0$$

$$\mu^{t-1} = 0$$

**while**  $t < T_f$  : **do**

**Data:**  $\Delta t^t$  (increment time step)

$p^t$  (isostatic pressure)

$\bar{\sigma}^t$  (von Mises equivalent stress)

$\dot{\bar{\sigma}}^t$  (equivalent strain-rate)

$\bar{\epsilon}^{t-1}$  (equivalent strain from increment t-1)

$\dot{\epsilon}^t$  (strain rate tensor)

$\sigma^t$  (stress tensor)

$V^{t-1}$  (void volume from increment t-1)

**for each integration point do**

$(\sigma_1^t \sigma_2^t \sigma_3^t)$  by diagonalizing  $\dot{\epsilon}^t$  such that  $\sigma_1^t > \sigma_2^t > \sigma_3^t$

$(e_1^t e_2^t e_3^t)$  by diagonalizing  $\dot{\epsilon}^t$  such that  $\dot{\epsilon}_1 \geq \dot{\epsilon}_2 \geq \dot{\epsilon}_3$

$$p_1^t = (\vec{u}_1 \cdot \vec{e}_3^t)^2; p_2^t = (\vec{u}_2 \cdot \vec{e}_3^t)^2; p_3^t = (\vec{u}_3 \cdot \vec{e}_3^t)^2$$

$$S = p_1^t \cdot \gamma_1 + p_2^t \cdot \gamma_2 + p_3^t \cdot \gamma_3 \text{ if } \bar{\sigma}^t > 0 \text{ then}$$

$$| T_x^t = \frac{-p^t}{\bar{\sigma}^t}$$

$$| \Delta T_x = T_x^t - T_x^{t-1}$$

**end**

**if**  $\sigma_1^t > \sigma_2^t > \sigma_3^t$  **then**

$$| \mu^t = \frac{2\sigma_2^t - \sigma_1^t - \sigma_3^t}{\sigma_1^t - \sigma_3^t}$$

$$| \Delta \mu = \mu^t - \mu^{t-1}$$

**end**

**if**  $\bar{\sigma}^t > 0$  **and**  $\dot{\bar{\epsilon}}^t > 0$  **then**

$$| B^t = A_0 + A_1 T_x^t + A_2 \mu^t + A_3 S$$

$$| C^t = A_4 + A_5 T_x^{t2} + A_6 \mu^2 + A_7 S$$

**end**

$$\Delta V^t = (B^t + 2C^t \bar{\epsilon}^t) \dot{\bar{\epsilon}}^t \Delta t^t + (A_1 + 2A_5 T_x^t \bar{\epsilon}^t) \dot{\bar{\epsilon}}^t \Delta T_x + (A_2 + 2A_6 \mu^t \bar{\epsilon}^t) \dot{\bar{\epsilon}}^t \Delta \mu$$

$$\Delta V^t = \min(0, \Delta V^t)$$

$$V^t = V^{t-1} + \Delta V^t$$

$$V^t = \max(0, V^t)$$

        Actualize  $T_x, \mu$

**end**

**end**

**Result:**  $V^t$

**Algorithm 1:** Computational of the Cicaporo2S prediction model

# Annexe D :Processus d'apprentissage par la propagation inverse

Pour mieux comprendre l'approche de la propagation inverse, nous utilisons un réseau simplifié avec trois couches : une couche d'entrées (2 entrées), une couche cachée (2 neurones) et une couche de sortie (une sortie), voir la figure 30.

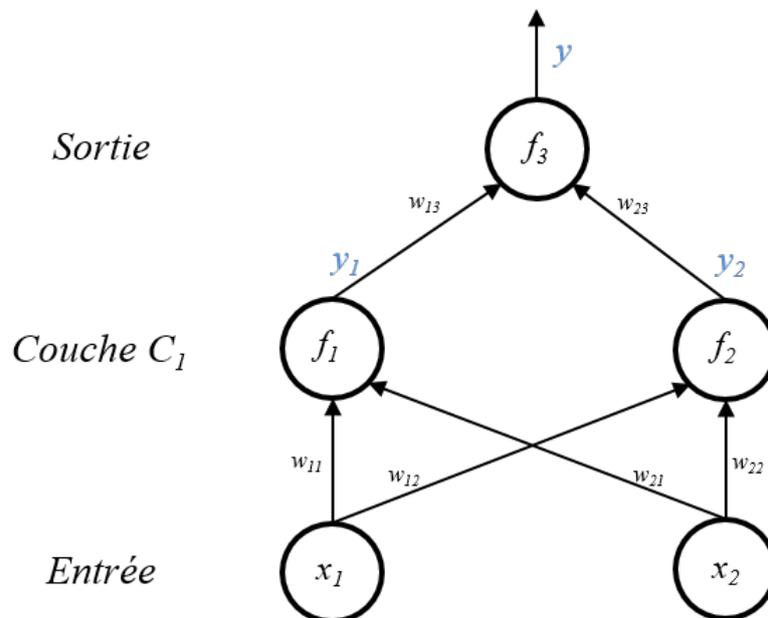


FIGURE 30 – Réseau de neurones simplifié et calcul de la sortie  $y$  en fonction des entrées  $x_i$  et des poids  $w_{ij}$ .

Les neurones de la couche cachée et de la couche de sortie sont définis par les fonctions d'activation  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ . Ainsi, les sorties  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y$  peuvent être calculées à travers les équations suivantes :

$$y_1 = f_1(w_{11} * x_1 + w_{21} * x_2), \quad (27)$$

$$y_2 = f_2(w_{12} * x_1 + w_{22} * x_2), \quad (28)$$

$$y = f_3(w_{13} * y_1 + w_{23} * y_2). \quad (29)$$

Cependant, le modèle ne donne pas forcément la réponse correcte fournie dans la base de données  $t$  ( $t$  pour target). Une erreur est donc produite au niveau de la prédiction, que nous

appelons ici  $\delta$ . Considérons ici que nous adoptons l'erreur au sens des moindres carrés (équation (30)).

$$\delta = (t - y)^2. \quad (30)$$

L'objectif de la propagation inverse est de pouvoir revenir en arrière pour retrouver la part de chaque neurone dans l'erreur finale afin de la réduire au niveau de la sortie. L'erreur partielle peut être déduite à partir de l'erreur totale  $\delta$ . On peut, donc, exprimer l'erreur partielle au niveau des deux neurones de la couche cachée par :

$$\delta_1 = \delta * w_{13}, \quad (31)$$

$$\delta_2 = \delta * w_{23}. \quad (32)$$

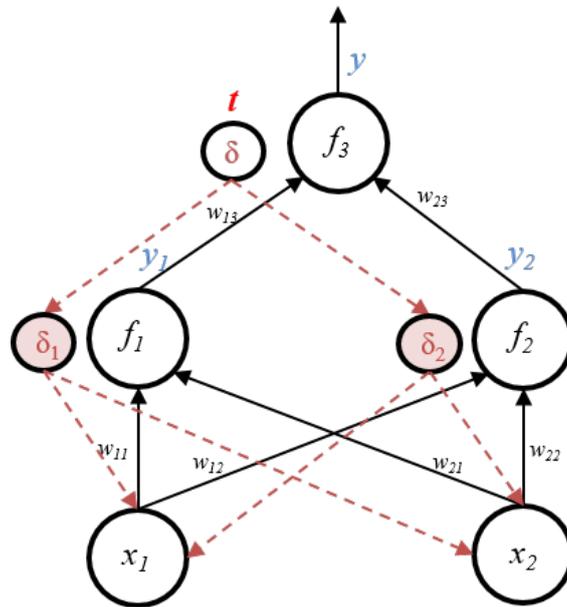


FIGURE 31 – Calcul de l'erreur entre la fonction objectif et le résultat du RNA.

Ensuite, il faut recalculer les poids entre les différentes connexions afin de réduire l'erreur finale  $\delta$ . Pour cela, il suffit de calculer la contribution de chaque poids sur l'erreur finale. En d'autres termes, on doit calculer la dérivée partielle de l'erreur finale par rapport à chaque poids. Nous allons présenter ici l'exemple du poids  $w_{13}$ . Afin de simplifier le calcul, nous considérons que les fonctions d'activation  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  sont des fonctions identité  $f(x) = x$ . Si on remplace l'expression de la sortie  $y$  (équation 29) dans l'expression de l'erreur finale  $\delta$  (équation 30), on obtient :

$$\delta = \frac{1}{2}(t - (w_{13} * y_1 + w_{23} * y_2))^2, \quad (33)$$

$$\delta = \frac{1}{2}(t^2 - 2 * t * (w_{13} * y_1 + w_{23} * y_2) + (w_{13} * y_1 + w_{23} * y_2)^2), \quad (34)$$

$$\delta = \frac{1}{2}(y_1^2 w_{13}^2 + 2w_{13}(w_{23} y_1 y_2 - t y_1)) + t^2 - 2w_{23} t y_2 + w_{23}^2 y_2^2, \quad (35)$$

$$\delta = \frac{1}{2}(A w_{13}^2 + 2w_{13} B + C). \quad (36)$$

où

$$A = y_1^2 \quad B = w_{23}y_1y_2 - ty_1 \quad C = t^2 - 2w_{23}ty_2 + w_{23}^2y_2^2.$$

Donc, la dérivée de l'erreur  $\delta$  peut être exprimée par :

$$\frac{\partial \delta}{\partial w_{13}} = Aw_{13} + \frac{B}{2}. \quad (37)$$

Ou bien plus explicitement en utilisant les poids  $w_{ij}$  et les entrées  $x_1$  et  $x_2$  :

$$\frac{\partial \delta}{\partial w_{13}} = (w_{11} * x_1 + w_{21} * x_2)^2 w_{13} + (w_{11} * x_1 + w_{11} * x_2)(w_{12} * x_1 + w_{22} * x_2)w_{23} - 2t(w_{11} * x_1 + w_{21} * x_2). \quad (38)$$

Dès que nous avons calculé la dérivée de l'erreur par rapport à ce poids, le nouveau poids correspondant à la même connexion peut être calculé en utilisant l'équation 39 :

$$w'_{13} = w_{13} + \eta * \frac{\partial \delta}{\partial w_{13}}, \quad (39)$$

avec  $\eta$  un paramètre optionnel qui représente la vitesse de l'apprentissage. C'est la vitesse avec laquelle on arrive à appréhender la similarité entre deux éléments ayant quelques caractéristiques qui les séparent.

Ainsi, on calcule tous les nouveaux poids et on les ré-applique au lieu des premiers poids définis. Cette procédure est réitérée plusieurs fois jusqu'à obtention d'une erreur admissible par l'utilisateur.

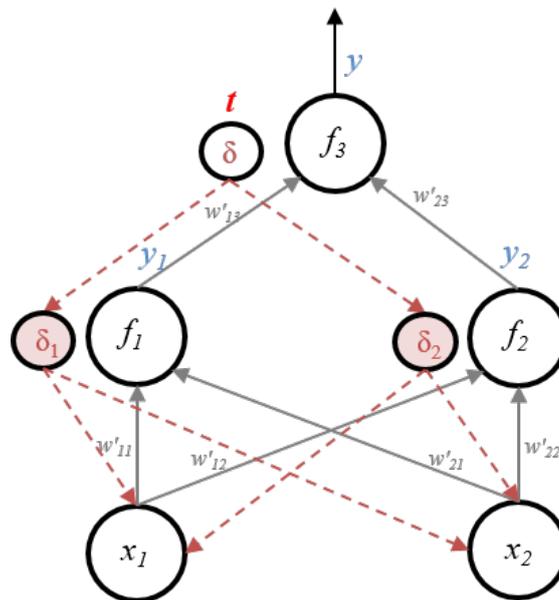


FIGURE 32 – Calcul des nouveaux poids  $w_{ij}$  pour la réduction de l'erreur.

---

---

# Bibliographie

- [Agouti, 2012] Agouti, S. (2012). Study of the origin of defects detected in 7xxx aluminum alloy components for aeronautical applications. *PhD, MINES ParisTech*.
- [Bai and Wierzbicki, 2008] Bai, Y. and Wierzbicki, T. (2008). A new model of metal plasticity and fracture with pressure and lode dependence. *International journal of plasticity*, 24(6) :1071–1096.
- [Banaszek and Stefanik, 2006] Banaszek, G. and Stefanik, A. (2006). Theoretical and laboratory modelling of the closure of metallurgical defects during forming of a forging. *Journal of Materials Processing Technology*, 177(1) :238–242.
- [Barsoum and Faleskog, 2007] Barsoum, I. and Faleskog, J. (2007). Rupture mechanisms in combined tension and shear—experiments. *International Journal of Solids and Structures*, 44(6) :1768–1786.
- [Brayton et al., 1981] Brayton, R., Hachtel, G., and Sangiovanni-Vincentelli, A. (1981). A survey of optimization techniques for integrated-circuit design. *Proceedings of the IEEE*, 69 :1334 – 1362.
- [Budiansky et al., 1982] Budiansky, B., Hutchinson, J.-W., and Slutsky, S. (1982). Void growth and collapse in viscous solids. *Mechanics of Solids*, pages 13–45.
- [Cao et al., 2014] Cao, T.-S., Maire, E., Verdu, C., Bobadilla, C., Lasne, P., Montmitonnet, P., and Bouchard, P.-O. (2014). Characterization of ductile damage for a high carbon steel using 3d x-ray micro-tomography and mechanical tests—application to the identification of a shear modified g.t.n. model. *Computational Materials Science*, 84 :175–187.
- [Chbihi et al., 2017] Chbihi, A., Bouchard, P.-O., Bernacki, M., and Muñoz, D. P. (2017). Influence of lode angle on modelling of void closure in hot metal forming processes. *Finite Elements in Analysis and Design*, 126 :13 – 25.
- [Chen et al., 2011] Chen, J., Chandrashekhara, K., Mahimkar, C., Lekakh, S. N., and Richards, V. (2011). Void closure prediction in cold rolling using finite element analysis and neural network. *Journal of Materials Processing Technology*, 211(2) :245–255.
- [Chen et al., 2012] Chen, K., Yang, Y., Shao, G., and Liu, K. (2012). Strain function analysis method for void closure in the forging process of the large-sized steel ingot. *Computational Materials Science*, 51(1) :72–77.
- [Chen and Lin, 2013] Chen, M.-S. and Lin, Y. (2013). Numerical simulation and experimental verification of void evolution inside large forgings during hot working. *International Journal of Plasticity*, 49 :53–70.

- [Chun et al., 2006] Chun, M. S., Van Tyne, C. J., and Moon, Y. H. (2006). Fem analysis of void closure behaviour during open die forging of rectangular billets. *Steel Research International*, 77(2) :116–121.
- [Danas and Castañeda, 2012] Danas, K. and Castañeda, P.-P. (2012). Influence of the lode parameter and the stress triaxiality on the failure of elasto-plastic porous materials. *International Journal of Solids and Structures*, 49(11) :1325–1342.
- [Dawson and Wilby, 1998] Dawson, C.-W. and Wilby, R. (1998). An artificial neural network approach to rainfall-runoff modelling. *Hydrological Sciences Journal*, pages 47–66.
- [Dudra and Im, 1990] Dudra, S. P. and Im, Y.-T. (1990). Analysis of void closure in open-die forging. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 30(1) :65–75.
- [Duva and Hutchinson, 1984] Duva, J. and Hutchinson, J. (1984). Constitutive potentials for dilutely voided nonlinear materials. *Mechanics of materials*, 3(1) :41–54.
- [Feng and Cui, 2015] Feng, C. and Cui, Z. (2015). A 3-d model for void evolution in viscous materials under large compressive deformation. *International Journal of Plasticity*, 74 :192–212.
- [Feng et al., 2016] Feng, C., Cui, Z., Liu, M., Shang, X., Sui, D., and Liu, J. (2016). Investigation on the void closure efficiency in cogging processes of the large ingot by using a 3-d void evolution model. *Journal of Materials Processing Technology*, 237 :371–385.
- [Filippov and Klimenko, 1971] Filippov, E. and Klimenko, V. (1971). Approximate formulae for determining axial stresses during the rolling of thick, flat bars—ingots—. *Steel in the USSR*, 1(6) :461–463.
- [Gurson et al., 1977] Gurson, A. L. et al. (1977). Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part i—yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 99(1) :2–15.
- [Hamzah and Ståhlberg, 2001] Hamzah, S. and Ståhlberg, U. (2001). A new pore closure concept for the manufacturing of heavy rings. *Journal of Materials Processing Technology*, 110(3) :324–333.
- [Harris et al., 2017] Harris, N., Shahriari, D., and Jahazi, M. (2017). Development of a fast converging material specific void closure model during ingot forging. *Journal of Manufacturing Processes*, 26 :131–141.
- [He et al., 1981] He, M., Hutchinson, J., et al. (1981). The penny-shaped crack and the plane strain crack in an infinite body of power-law material. *ASME, Transactions, Journal of Applied Mechanics*, 48 :830–840.
- [Herculano-Houzel, 2009] Herculano-Houzel, S. (2009). The human brain in numbers : A linearly scaled-up primate brain. *Frontiers in Human Neuroscience* 3, page online.
- [Hinton et al., 2012] Hinton, G. E., Srivastava, N., Krizhevsky, A., Sutskever, I., and Salakhutdinov, R. R. (2012). Improving neural networks by preventing co-adaptation of feature detectors. *Cornell University Library*, page Online.

- [Huang et al., 2014] Huang, H.-G., Yong, L., Du, F.-S., and Lei, C. (2014). Void closure behavior in large diameter steel rod during hv rolling process. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 21(3) :287–294.
- [Huang and Wang, 2006] Huang, Z. and Wang, J. (2006). Nonlinear mechanics of solids containing isolated voids. *Applied Mechanics Reviews*, 59(4) :210–229.
- [Jain et al., 1996] Jain, A. K., Mao, J., and Mohiuddin, K. M. (1996). Artificial neural networks : a tutorial. *Computer*, 29(3) :31–44.
- [Jones, 2001] Jones, D. R. (2001). A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. *Journal of Global Optimization*, 21(4) :345–383.
- [Kakimoto et al., 2010] Kakimoto, H., Arikawa, T., Takahashi, Y., Tanaka, T., and Imaida, Y. (2010). Development of forging process design to close internal voids. *Journal of Materials Processing Technology*, 210(3) :415–422.
- [Keshavarz et al., 2014] Keshavarz, A., Ghajar, R., and Mirone, G. (2014). A new experimental failure model based on triaxiality factor and lode angle for x-100 pipeline steel. *International Journal of Mechanical Sciences*, 80 :175–182.
- [Kim et al., 2002] Kim, P., Chun, M., Yi, J., and Moon, Y. (2002). Pass schedule algorithms for hot open die forging. *Journal of Materials Processing Technology*, 130 :516–523.
- [Kim et al., 2011] Kim, Y., Cho, J., and Bae, W. (2011). Efficient forging process to improve the closing effect of the inner void on an ultra-large ingot. *Journal of Materials Processing Technology*, 211(6) :1005–1013.
- [Lasne, 2008] Lasne, P. (2008). Calculs supplémentaires : Présence de porosité. internal document. *FORGE - Transvalor*.
- [Lee and Mear, 1992] Lee, B. and Mear, M. (1992). Axisymmetric deformation of power-law solids containing a dilute concentration of aligned spheroidal voids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40(8) :1805–1836.
- [Lee and Mear, 1994] Lee, B.-J. and Mear, M.-E. (1994). Studies of the growth and collapse of voids in viscous solids. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 116(3) :348–358.
- [Lee et al., 2011] Lee, Y., Lee, S., Van Tyne, C., Joo, B., and Moon, Y. (2011). Internal void closure during the forging of large cast ingots using a simulation approach. *Journal of Materials Processing Technology*, 211(6) :1136–1145.
- [Llanos et al., 2008] Llanos, J., Santisteban, V., Demurger, J., Kieber, B., Forrestier, R., Rogberg, B., et al. (2008). Improvement of central soundness in long products from a through process control of solidification and reheating and rolling parameters. *European Commission technical steel research*.
- [Lode, 1926] Lode, W. (1926). Versuche über den einfluß der mittleren hauptspannung auf das fließen der metalle eisen, kupfer und nickel. *Zeitschrift für Physik*, 36(11-12) :913–939.

- 
- [Lorensen and Cline, 1987] Lorensen, W. E. and Cline, H. E. (1987). Marching cubes : A high resolution 3d surface construction algorithm. In *ACM Siggraph Computer Graphics*, volume 21, pages 163–169. ACM.
- [M. Ham and Kostanic, 2001] M. Ham, F. and Kostanic, I. (2001). Principles of neurocomputing for science and engineering. *McGraw-Hill Companies, Inc., New York*, pages 3—21.
- [Martaj and Mokhtari, 2010] Martaj, D. N. and Mokhtari, D. M. (2010). *Réseaux de neurones*, pages 807–878. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- [Mirone and Corallo, 2010] Mirone, G. and Corallo, D. (2010). A local viewpoint for evaluating the influence of stress triaxiality and lode angle on ductile failure and hardening. *International Journal of Plasticity*, 26(3) :348–371.
- [Nakao et al., 1976] Nakao, H., Yamaba, R., Aoki, I., Kawai, T., and Mabuchi, H. (1976). Rolling and heat treatments of heavy section low alloy steel plates. *Tetsu To Hagane*, 62(13) :1708–1719.
- [Nakasaki et al., 2006] Nakasaki, M., Takasu, I., and Utsunomiya, H. (2006). Application of hydrostatic integration parameter for free-forging and rolling. *Journal of Materials Processing Technology*, 177(1) :521–524.
- [Nielsen, 2015] Nielsen, M. A. (2015). Neural networks and deep learning. *Determination Press*.
- [Park and Yang, 1996] Park, C. and Yang, D. (1996). A study of void crushing in large forgings i : Bonding mechanism and estimation model for bonding efficiency. *Journal of Materials Processing Technology*, 57(1-2) :129–140.
- [Park and Yang, 1997a] Park, C. and Yang, D. (1997a). Modelling of void crushing for large-ingot hot forging. *Journal of Materials Processing Technology*, 67(1-3) :195–200.
- [Park and Yang, 1997b] Park, C. and Yang, D. (1997b). A study of void crushing in large forgings : Ii. estimation of bonding efficiency by finite-element analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, 72(1) :32–41.
- [Pietrzyk et al., 1995] Pietrzyk, M., Kawalla, R., and Pircher, H. (1995). Simulation of the behaviour of voids in steel plates during hot rolling. *Steel Research International*, 66(12) :526–529.
- [Ragab, 2004] Ragab, A. (2004). Application of an extended void growth model with strain hardening and void shape evolution to ductile fracture under axisymmetric tension. *Engineering Fracture Mechanics*, 71(11) :1515–1534.
- [Roux, 2011] Roux, E. (2011). Assemblage mécanique : stratégies d’optimisation des procédés et d’identification des comportements mécaniques des matériaux. *PhD, MINES ParisTech*.
- [Roux and Bouchard, 2011] Roux, E. and Bouchard, P.-O. (2011). Numerical investigation of ductile damage parameters identification : benefit of local measurements. In *The 7th International Conference on Inverse Problems in Engineering (ICIPE)*, pages pages–221. Centecorp Publishing.
- [Saby, 2013] Saby, M. (2013). Understanding and modeling of void closure mechanisms in hot metal forming processes. *PhD, MINES ParisTech*.
-

- [Saby et al., 2014a] Saby, M., Bernacki, M., and Bouchard, P.-O. (2014a). Understanding and modeling of void closure mechanisms in hot metal forming processes : a multiscale approach. *Procedia Engineering*, 81 :137–142.
- [Saby et al., 2013] Saby, M., Bernacki, M., Roux, E., and Bouchard, P.-O. (2013). Three-dimensional analysis of real void closure at the meso-scale during hot metal forming processes. *Computational Materials Science*, 77 :194–201.
- [Saby et al., 2014b] Saby, M., Bouchard, P.-O., and Bernacki, M. (2014b). Void closure criteria for hot metal forming : a review. *Journal of Manufacturing Processes*, pages 239–250.
- [Saby et al., 2015] Saby, M., Bouchard, P.-O., and Bernacki, M. (2015). A geometry-dependent model for void closure in hot metal forming processes. *Finite Elements in Analysis and Design*, pages 63–75.
- [Srivastava et al., 2014] Srivastava, N., Hinton, G. E., Krizhevsky, A., Sutskever, I., and Salakhutdinov, R. R. (2014). Dropout : A simple way to prevent neural networks from overfitting. *Journal of Machine Learning Research* 15, pages 1929–1958.
- [Ståhlberg and Keife, 1992] Ståhlberg, U. and Keife, H. (1992). A study of hole closure in hot rolling as influenced by forced cooling. *Journal of Materials Processing Technology*, 30(1) :131–135.
- [Ståhlberg et al., 1980] Ståhlberg, U., Keife, H., Lundberg, M., and Melander, A. (1980). A study of void closure during plastic deformation. *Journal of Mechanical Working Technology*, 4(1) :51–63.
- [Tanaka et al., 1986] Tanaka, M., Ono, S., and Tsuneno, M. (1986). Factors contributing to crushing of voids during forging. *J. Jpn. Soci. Technol. Plast*, 27(306) :927–934.
- [Toda et al., 2009] Toda, H., Minami, K., Koyama, K., Ichitani, K., Kobayashi, M., Uesugi, K., and Suzuki, Y. (2009). Healing behavior of preexisting hydrogen micropores in aluminum alloys during plastic deformation. *Acta Materialia*, 57(15) :4391–4403.
- [Tu, 1996] Tu, J. V. (1996). Advantages and disadvantages of using artificial neural networks versus logistic regression for predicting medical outcomes. *Journal of Clinical Epidemiology*, 49(11) :1225 – 1231.
- [Tvergaard, 1982] Tvergaard, V. (1982). On localization in ductile materials containing spherical voids. *International Journal of Fracture*, 18(4) :237–252.
- [Tvergaard, 1984] Tvergaard, V. (1984). On the creep constrained diffusive cavitation of grain boundary facets. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 32(5) :373–393.
- [Wallerö, 1985] Wallerö, A. (1985). Closing of a central longitudinal pore in hot rolling. *Journal of Mechanical Working Technology*, 12(2) :233–242.
- [Wan et al., 2013] Wan, L., Zeiler, M., Zhang, S., Cun, Y.-L., and Fergus, R. (2013). Regularization of neural networks using dropconnect. *Proceedings of the 30th International Conference on Machine Learning*, pages 1058–1066.
- [Wang et al., 1996] Wang, A., Thomson, P., and Hodgson, P. (1996). A study of pore closure and welding in hot rolling process. *Journal of Materials Processing Technology*, 60(1-4) :95–102.

- [Xue and Wierzbicki, 2009] Xue, L. and Wierzbicki, T. (2009). Numerical simulation of fracture mode transition in ductile plates. *International Journal of Solids and Structures*, 46(6) :1423–1435.
- [Yin et al., 2008] Yin, X., Chen, W., To, A., McVeigh, C., and Liu, W. K. (2008). Statistical volume element method for predicting microstructure–constitutive property relations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(43) :3516–3529.
- [Zhang and Cui, 2009] Zhang, X.-X. and Cui, Z.-S. (2009). Theoretical study of void closure in nonlinear plastic materials. *Applied Mathematics and Mechanics*, 30(5) :631.
- [Zhang et al., 2009] Zhang, X.-X., Cui, Z.-S., Chen, W., and Li, Y. (2009). A criterion for void closure in large ingots during hot forging. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(4) :1950–1959.

## Résumé

La présence de porosités dans les lingots métalliques représente un problème majeur dans l'industrie des matériaux. En effet, ces porosités altèrent significativement les caractéristiques mécaniques du matériau (ductilité notamment), et sont des sources d'apparition de défauts en mise en forme ou en tenue en service. Pour éliminer ces porosités, les industriels utilisent souvent des procédés de mise en forme à chaud tels que le forgeage ou le laminage, mais il est souvent difficile de définir le taux de déformation à appliquer pour refermer entièrement ces porosités. La modélisation numérique s'avère donc être un outil particulièrement intéressant afin d'étudier l'impact des paramètres procédé sur le taux de refermeture de porosités. Dans ce travail, nous avons développé une méthodologie de calibration basée sur des algorithmes d'optimisation et une base de données de 800 simulations à champ complet sur VER, où les paramètres influents sur la refermeture des porosités sont variés (mécaniques et géométriques).

Le premier modèle proposé est un modèle scalaire qui s'affranchit de l'hypothèse de chargement axisymétrique, largement utilisée dans la littérature. Le paramètre de Lode a permis avec l'utilisation de la triaxialité des contraintes de définir l'état de contraintes d'une manière unique. Les comparaisons de ce nouveau modèle à trois autres modèles de refermeture de la littérature montrent le gain de précision de ce nouveau modèle scalaire de refermeture.

Le deuxième modèle est un modèle tensoriel adapté aux procédés multipasses grâce à l'analyse de la matrice d'inertie de la porosité. Cette matrice sert pour calculer le volume, la forme et l'orientation de la porosité. Ce modèle a été calibré en utilisant une approche basée sur les réseaux de neurones artificiels. La comparaison avec le modèle scalaire et la modélisation en champ complet a montré un gain en précision jusqu'à 35%. Il s'agit là par ailleurs du premier modèle tensoriel proposé dans la littérature.

## Mots Clés

Refermeture de porosités, modélisation tensorielle, approche multiéchelles, réseaux de neurones

## Abstract

The presence of voids in ingots is a major issue in the casting industry. These voids decrease materials properties (in particular ductility) and may induce premature failure during metal forming or service life. Hot metal forming processes are therefore used to close these voids and obtain a sound product. However, the amount of deformation required to close these voids is difficult to estimate. Numerical modeling is an interesting tool to study the influence of process parameters on void closure rate.

In this work, an optimization-based strategy has been developed to identify the parameters of a mean-field model based on a database of 800 full-field REV simulations with various loading conditions and voids geometry and orientations.

The first void closure model is a scalar model that gets rid of the axisymmetric loading hypothesis considered in most models in the literature. The Lode angle, coupled with the stress triaxiality ratio enables to identify the stress state in a unique way. Comparisons of this new model with three other models from the literature show the accuracy increase for general loading conditions.

In order to address multistages processes, a second model is defined in a tensor version. The ellipsoid void inertia matrix is used to define void's morphology, orientation and volume. The tensor model predicts the evolution of the inertia terms and its calibration is based on the full-field REV database and on a new Artificial Neural Networks approach.

Comparisons were carried out between this tensor model, the scalar model and full-field simulations for multi-stages configurations. These comparisons showed up to 35% accuracy improvement with the tensor model. It is worth mentioning that this is the first attempt to define a void closure tensor model in the literature.

## Keywords

Void closure, tensorial modelling, Neural networks, multiscale