HAL
open science

Étude hydroacoustique de la réponse d'une structure à une excitation de couche limite turbulente.

Adrien Clement

▶ **To cite this version:**

Adrien Clement. Étude hydroacoustique de la réponse d'une structure à une excitation de couche limite turbulente.. Autre [cond-mat.other]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2015. Français. NNT : 2015ENAM0033 . tel-02415416

HAL Id: tel-02415416

https://pastel.hal.science/tel-02415416

Submitted on 17 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

ARTS ET MÉTIERS ParisTech

2015-ENAM-0033

École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité doctorale "Mécanique - Matériaux"

présentée et soutenue publiquement par

Adrien CLEMENT

le 9 Décembre 2015

Etude hydroacoustique de la réponse d'une structure à une excitation de couche limite turbulente

Directeur de thèse : **Jacques-André ASTOLFI**
Co-directeur de thèse : **Christian AUDOLY**
Co-encadrant de thèse : **Jean-François SIGRIST**

Jury

M. Cédric MAURY, Professeur des universités, LMA, ECM Marseille	Rapporteur
M. Laurent MAXIT, Maître de conférence HdR, LVA, INSA Lyon	Rapporteur
M. Jean-Michel GENEVAUX, Professeur des universités, LAUM, Université du Maine	Examinateur/Président
M. Jean-François DEU, Professeur des universités, LMSSC, CNAM Paris	Examinateur
M. Jacques-André ASTOLFI, Maître de conférence HdR, IRENav, Ecole Navale	Directeur
M. Christian AUDOLY, Ingénieur/Docteur HdR, DCNS Research, Le Mourillon	Co-Directeur
M. Jean-François SIGRIST, Ingénieur/Docteur HdR, DCNS Research, Nantes-Indret	Invité
M. Samuel LE BROZEC, Ingénieur, DGA TH, Val de Reuil	Invité

T H È S E

Arts et Métiers ParisTech - Centre de Paris
Institut de recherche de l'Ecole Navale (IRENav)

Table des matières

Introduction **15**

1 Etat de l'art **17**

1.1 Motivation 17

1.2 Excitation générée par une couche limite turbulente 18

1.2.1 Les paramètres de la couche limite 18

1.2.2 Le champ de pression pariétale 20

1.2.2.1 Résolution directe des équations de Navier-Stokes (DNS) 21

1.2.2.2 Résolution (LES) de l'écoulement 22

1.2.2.3 Obtention de la pression par tirage de phase 23

1.2.2.4 Comparaison des méthodes d'obtention du champ de pression 23

1.2.3 Influence des paramètres de couche limite 24

1.2.3.1 Spectre de pression pariétale en un point 25

1.2.3.2 Notions d'échelles 25

1.2.3.3 Caractéristiques des spectres 26

1.2.3.4 Modèle de Efimtsov 30

1.2.3.5 Modèle de Rackl et Weston 31

1.2.3.6 Modèle de Chase et Chase-Howe 31

1.2.3.7 Modèle de Goody 32

1.2.3.8 Modèle de Tkachenko 32

1.2.3.9 Modèle de Smol'yakov 33

1.2.3.10 Modèle de Robert 33

1.2.3.11 Comparaison des différents modèles 34

1.2.4 Inter-spectres de pression pariétale 35

1.2.4.1 Résultats expérimentaux 35

1.2.4.2 Modèles normalisés de spectre en nombre d'onde-fréquence 36

1.2.4.3 Modèle de Corcos 37

1.2.4.4 Modèle elliptique de Mellen 38

1.2.4.5 Modèle de Chase 39
1.2.4.6 Modèle de Smol'yakov-Tkachenko 42
1.2.4.7 Comparaison des modèles 43
1.3 Modification des spectres de pression 45
1.3.1 Domaine des bas nombres d'onde 45
1.3.2 Modification du champ de pression en présence de défauts . . . 47
1.3.2.1 Apparition du décollement 48
1.3.2.2 Caractéristiques de la zone de recirculation 48
1.3.2.3 Caractéristiques de la pression pariétale avec zone de recirculation 49
1.3.2.4 Cas de la marche montante 51
1.3.2.5 Modélisation du spectre de pression en aval d'une marche 52
1.3.2.6 Limitations dans le cadre de notre étude 52
1.4 Réponse de la structure 54
1.4.1 Expression théorique de la réponse 54
1.4.1.1 Description du problème 54
1.4.1.2 Hypothèses 55
1.4.1.3 Mise en équation du problème 56
1.4.1.4 Description du déplacement de la plaque à l'aide d'une fonction de Green 58
1.4.1.5 Réponse à une excitation aléatoire 59
1.4.2 Réponse acoustique 61
1.4.2.1 Représentation de la pression acoustique à l'aide de fonctions de Green 61
1.4.2.2 Obtention de la pression à partir du déplacement de la structure 62
1.4.3 Réponse calculée avec l'inter-spectre de pression en espace-fréquence 62
1.4.4 Réponse calculée avec l'inter-spectre de pression en nombre d'onde-fréquence 64
1.4.4.1 Formulation du problème avec un fluide léger 64
1.4.4.2 Description de l'excitation en série d'ondes planes . . . 65

2 Réponse vibroacoustique 67
2.1 Projection sur une base modale 67
2.1.1 Modélisation éléments finis 67
2.1.1.1 Formulation du problème : 68
2.1.1.2 Formulation variationnelle et matricielle : 70

2.1.1.3 Introduction du potentiel de déplacement fluide : . . . 72
2.1.2 Analyse modale . . . 73
2.1.3 Réponse harmonique pour une unique onde plane . . . 79
2.1.4 Comparaison à un calcul complet . . . 81
2.2 Calcul de la réponse acoustique . . . 83
2.2.1 Méthode numérique . . . 83
2.2.2 Mise en œuvre pour une unique onde plane . . . 85
2.2.3 Comparaison à un calcul complet . . . 85
2.3 Réponse à un champ de pression . . . 86
2.3.1 Champ de pression généré par tirage de phase . . . 86
2.3.2 Réponse par la méthode des ondes planes . . . 89
2.3.2.1 Étude de convergence . . . 89
2.3.2.2 Obtention des coefficients modaux . . . 94
2.3.3 Comparaison des résultats obtenus par tirages de phase et par la méthode des ondes planes . . . 97
2.3.3.1 Spectre de déplacement de la structure . . . 97
2.3.3.2 Durée des calculs . . . 100
2.3.4 Réponse acoustique . . . 101
2.4 Conclusion . . . 102

3 Approche expérimentale 103
3.1 Motivation . . . 103
3.2 Description du dispositif expérimental . . . 103
3.2.1 Tunnel de hydrodynamique . . . 103
3.2.2 Dispositif expérimental . . . 104
3.2.2.1 Support rigide . . . 105
3.2.2.2 Structure vibrante . . . 106
3.2.2.3 Instrumentation du dispositif . . . 107
3.2.3 Protocole de mesure . . . 107
3.2.4 Couche limite turbulente . . . 109
3.2.5 Pression pariétale . . . 110
3.3 Comportement dynamique de la structure . . . 113
3.3.1 Vibrométrie laser à balayage . . . 113
3.3.2 Choix de la référence . . . 114
3.3.3 Principe de la mesure . . . 116
3.4 Structure seule . . . 117
3.4.1 Réponse de la structure en air . . . 117

3.4.2 Réponse de la structure en eau 120
3.4.3 Comparaison air/eau 122
3.4.4 Amortissement 123
3.5 Réponse sous écoulement 127
3.5.1 Influence de l'évolution spatiale du spectre 127
3.5.2 Comparaison numériques expérimentale sans écoulement 130
3.5.3 Comparaison aux résultats numériques sous écoulement 133
3.5.4 Phénomène de flapping 135
3.6 Influence des défauts 138
3.6.1 Description des défauts mis en œuvre 138
3.6.2 Résultats observés en présence de défauts 140

Conclusion **143**

Table des figures

1.1 Couche limite turbulente, simulation numérique directe (DNS) 18
1.2 Développement d'une couche limite 19
1.3 Différentes mises à l'échelle [Lee et al., 2005] 27
1.4 Caractéristiques du spectre de pression [Bonness et al., 2010] 29
1.5 Modèles de spectres de pression pariétale [Miller, 2011] 34
1.6 Caractéristiques des spectres en nombre d'onde-fréquence [Bonness et al., 2010] 36
1.7 Spectre de Corcos [Miller, 2011] 37
1.8 Spectre de Mellen [Miller, 2011] 38
1.9 Spectre de Chase [Miller, 2011] 40
1.10 Spectre de Smol'yakov [Miller, 2011] 42
1.11 Spectre en nombres d'onde [Miller, 2011] 44
1.12 Pression pariétale en fonction de la fréquence et du nombre d'onde . . . 46
1.13 Configuration marche descendante [Lee et al., 2005] 47
1.14 Évolution de la couche limite en fonction de la distance au point de recollement [Lee et al., 2005] 49
1.15 Évolution du spectre de pression en fonction de la distance au point de recollement [Gloerfelt, 2009] 50
1.16 Echange d'énergie entre le régions de la CL (I=interne, O=externe, M=intermédiaire), avant et après une marche [Lee et al., 2005] 51
1.17 Comparaison modèle (gras), résultats expérimentaux [Camussi and Di Felice, 2006] 53
1.18 Configuration du problème 54
1.19 Tracé de Φ_{pp} et γ_v respectivement en bleu et vert pour les différents cas en considérant une structure simple de type poutre libre-libre 62
1.20 Champ de pression généré par une unique onde plane de vecteur d'onde $\mathbf{k} = (k_r, k_s)$, sur une plaque plane $z = 0$ 65

2.1 Schématisation du problème vibro-acoustique 68

2.2 Déroulement du cas test 74
2.3 Schématisation du problème éléments finis 74
2.4 Matrices du problème éléments finis 75
2.5 Discrétisation du problème éléments finis 76
2.6 Convergence pour les cinq maillages 77
2.7 Évolution des fréquences propres en fonction de la discrétisation 78
2.8 Déplacement moyen de la structure, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab.2.4) 82
2.9 Déplacement moyen de la structure, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab.2.4) 83
2.10 Pression moyenne, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab.2.4) 84
2.11 Champ de pression dans le domaine fluide 86
2.12 Spectre de pression dans le domaine fluide 87
2.13 Spectre de pression moyen en fonction de la discrétisation spatiale pour différentes fréquences 88
2.14 Spectre de pression moyen en fonction du nombre de tirages 89
2.15 Fonction de transfert moyenne pour une fréquence de 200Hz et une discrétisation avec 28000 nombres d'onde $H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega)$ 90
2.16 Transformées de Fourier des déformées modales 91
2.17 Nombres d'onde de flexion en fonction de la fréquence pour les différentes déformées modales 91
2.18 Réponse moyenne de la structure en fonction de la fréquence pour différents domaines de définition de la somme d'ondes planes 92
2.19 Réponse moyenne de la structure en fonction de la fréquence pour différentes discrétisations 93
2.20 Produit entre le spectre de Corcos et la transformée de Fourier du mode d'ordre 35 de fréquence propre 3160 Hz 94
2.21 Spectre de déplacement moyen calculé avec les deux méthodes d'obtention des coefficients modaux 96
2.22 Écart relatif entre les deux méthodes d'obtention des coefficients modaux 97
2.23 Spectre de déplacement moyen de la structure en fonction de la fréquence obtenu avec un modèle de Corcos 98
2.24 Spectre de déplacement moyen 99
2.25 Spectre de déplacement moyen de la structure en fonction de la fréquence pour un chargement aléatoire défini par une loi uniforme continue . . . 100

3.1 Schéma du tunnel hydrodynamique 104

3.2 Dispositif expérimental installé au sein de la veine d'essai 105
3.3 Schéma du dispositif expérimental 106
3.4 Schéma du dispositif de mesure 108
3.5 Déroulement des mesures 108
3.6 Mesure de la pression pariétale 111
3.7 Spectres de pression pariétale pour différentes consignes de vitesse . . . 112
3.8 Pression pariétale pour une vitesse d'écoulement de 8m/s 112
3.9 Pression pariétale pour une vitesse d'écoulement de 10m/s 113
3.10 Principe de la mesure laser par effet Doppler 114
3.11 Spectre de pression mesuré par l'hydrophone pour différentes vitesses d'écoulement 115
3.12 Spectre de pression de l'hydrophone filtré numériquement 116
3.13 Structure vibrante étudiée et maillage considéré pour la mesure vibratoire 117
3.14 Module des déformées modales du système en air, pour les 18 premiers modes. La structure est encastrée en bas, les modes sont ordonnés de gauche à droite et de haut en bas 118
3.15 Auto spectre moyen de vitesse en air 119
3.16 Auto spectre moyen en vitesse et modélisation de l'amortissement modal 120
3.17 Déformées modales du système en eau, pour les 18 premiers modes. La structure est encastrée en haut, les modes sont ordonnées de gauche à droite et de haut en bas 121
3.18 Auto spectre moyen de vitesse en eau 122
3.19 Auto spectre moyen en vitesse et modélisation de l'amortissement modal en eau 123
3.20 Amortissement obtenu en air 124
3.21 Fréquence propres en fonction de l'ordre du mode en air et en eau . . . 124
3.22 Auto spectre en vitesse moyenné sur l'ensemble des point de mesure . . 125
3.23 Facteur d'amortissement global η_n, en eau, en fonction de la fréquence . 126
3.24 Amortissement de Rayleigh de la structure 127
3.25 Spectre de la réponse vibratoire obtenu pour 50 tirages pour une épaisseur de couche limite moyenne $\overline{\delta}$ obtenu pour un écoulement $U = 8$m/s. 128
3.26 Écart en dB observé entre un calcul pour $\overline{\delta}$ et des calculs réalisé avec d'autres valeurs de δ. 129
3.27 Écart en dB observé entre un calcul pour $\overline{\delta}$ et un calcul réalisé avec $\delta(\mathbf{x}_i)$ en différents points de la structure 130
3.28 comparaison des fréquences propres expérimentales et numériques . . . 131
3.29 mode expérimental à 745 Hz 132

3.30 Déformée modale numérique à 707 Hz en nm 132
3.31 Critère d'assurance modale pour les 20 premiers modes 133
3.32 Déformée modale de la structure obtenue expérimentalement et numériquement en considérant le modèle de spectre proposée par Smolyakov 134
3.33 Déformée modale de la structure pour la bande de fréquence $500-4000Hz$ 135
3.34 Pression acoustique dans la cavité 136
3.35 Mise en évidence de l'influence du phénomène de flapping sur la réponse moyenne de la structure 137
3.36 Configuration expérimentale 138
3.37 Marche descendante réalisée par ajout de polymère 139
3.38 Spectre de la réponse en déplacement moyen pour les différentes marches observées avec une vitesse d'écoulement de 10m/s 140
3.39 Écart moyen entre différente mesures en l'absence de marche et en présence d'une marche descendante $h = 0,3$mm 141
3.40 Écart moyen observé en l'absence de marche sur plusieurs essais 141

Liste des tableaux

1.1 Nombre de points nécessaires au calcul du champ de pression 24
1.2 Variables de mise à l'échelle standards 26
1.3 Épaisseur de couche limite se développant sur une plaque plane pour différentes vitesses et positions 53
1.4 Nombre de points nécessaire à la modélisation de l'interspectre en fonction de la fréquence 64

2.1 Nombres de degrés de liberté et d'éléments pour les différents cas de discrétisation 76
2.2 Durée du calcul modal et nombre de modes observés pour les différents cas de discrétisation 78
2.3 Durée du calcul modal et nombre de modes observés pour les différents cas de discrétisation 79
2.4 Nom des différents cas en fonction de la base choisie et du problème résolu 80
2.5 Durée des calculs pour 500 fréquences, 90000 vecteurs d'ondes et 100 tirages 100

3.1 Grandeurs de la couche limite ; x=220mm 110
3.2 Épaisseur de la couche limite δ(mm) obtenue par la solution théorique . 110
3.3 Fréquence propre et ordre des modes propres en air et en eau en fonction triés par ordre d'apparition 125
3.4 Hauteurs de marche retenues 139

Nomenclature

δ	épaisseur de couche limite
δ^*	épaisseur de déplacement
δ_θ	épaisseur de quantité de mouvement
ν	Viscosité cinématique
ω	Pulsation
$\phi_{pp}(k_x, k_y, \omega)$	Spectre de pression en nombre d'onde-fréquence
$\phi_{pp}(r_x, r_y, \omega)$	Spectre spatio-fréquentiel de pression pariétale
$\phi_p(\omega)$	Spectre fréquentiel de la pression pariétale en un point
ρ	masse volumique
τ_w	Cisaillement à la paroi
$\tilde{k}$	Nombre d'onde normalisé
$\widetilde{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega)$	Spectre de pression en nombre d'onde-fréquence normalisé
c	Célérité du son
k	Nombre d'onde
k_x, k_y	Nombre d'onde relatif à la direction suivant x, y
M	Nombre de Mach
q	Pression dynamique ($1/2\rho U_\infty^2$)
Re_x	Nombre de Reynolds relatif à la position
St	Nombre de Strouhal ($\omega\delta^*/U_\infty$)
U_∞	Vitesse de l'écoulement
u_τ	vitesse de cisaillement ($\sqrt{\tau_w/\rho}$)
U_c	Vitesse de convection

y	distance à la paroi
y^+	distance adimensionnelle (yu_τ/ν)

Remerciements

La partie expérimentale de ce travail a été réalisée au sein de l'institut de recherche de l'école Navale sous la direction de Monsieur Jacques-André Astolfi. Les compétences scientifiques de ce dernier concernant le comportement des couches limites turbulentes et les travaux expérimentaux menés sur ces dernières m'ont été d'une grande aide. Je tiens à lui signifier ici ma profonde gratitude pour toute l'aide apporté et pour son soutient tout au long de ma thèse. Je tiens également à remercier les autres chercheurs et les doctorants du laboratoire avec lesquels il m'a été donner d'échanger, pour leur soutient ainsi que leur sympathie, qui ont fait de ces années de thèse une aventure agréable.

Les campagnes expérimentales ayant été rendu possible par l'encadrement technique disponible, tant en ce qui concerne le moyens d'essais tels le tunnel hydrodynamique que les moyens numériques mis à disposition, je souhaite également remercier tout le personnel technique du laboratoire. Leur disponibilité et leur capacité à réagir rapidement face aux imprévus a été d'un grand soutient.

La partie numérique de la thèse a quant à elle été réalisée au sein du centre de recherche de DCNS, sous la direction de monsieur Christian Audoly et sous la supervision de monsieur Jean-François Sigrist, je remercie ces derniers pour le soutient apporté, concernant la résolution de problèmes numériques en interaction fluide structure et les problématiques de propagation acoustique. Je souhaite également remercier les différents collègues avec lesquels il m'a été donnée de travailler au sein de DCNS Research, pour les échanges fructueux que nous avons pu avoir et pour tout ce que ces échanges ont pu m'apporter, notamment monsieur Cédric Leblond dont les compétences en modélisation numériques m'ont été d'un grand secours.

J'exprime par ailleurs ma gratitude à monsieur le professeur Cédric Maury de l'école centrale de Marseille et à monsieur Laurent Maxit, maître de conférence à l'INSA Lyon pour avoir bien voulu être les rapporteurs des travaux présentés.

J'exprime également ma gratitude à messieurs les professeurs Jean-Michel Geneveaux de l'université du Maine et Jean-François Deu du conservatoire national des arts et métiers pour avoir bien voulu être les examinateurs de mes travaux.

Je souhaite finalement remercier monsieur Samuel Le Brozec, ingénieur à la direction générale de l'armement pour sa participation à mon jury de thèse et l'institution de la DGA pour le financement apporté à mes travaux.

Introduction

Contexte industriel. Récemment, l'évolution des moyens de détection sous-marine, les considérations environnementales ainsi que les considérations de confort des passagers de navires se déplaçant à grande vitesse, ont fait émerger des études concernant les problématiques hydroacoustiques, liées à la présence d'une couche limite turbulente [Ciappi and Magionesi, 2009, Ciappi et al., 2011]. Les problématiques d'interaction fluide-structure, en présence d'une couche limite turbulente ont aussi été étudiées dans le cadre d'écoulements au sein de canalisations, qu'il s'agisse de tubes d'échangeurs ou de canalisations de dimensions supérieures [Bonness et al., 2010, Esmailzadeh and Lakis, 2012, Esmailzadeh et al., 2009].

Les problématiques et la physique associée au comportement vibro-acoustiques de structure en présence d'un fluide sont des thématiques qui bénéficient d'un large intérêt industriel, cet intérêt pouvant venir tant du domaine de la construction navale militaire et civil, que du domaine automobile, ferroviaire et aéronautique, avec le bruit au sein et hors des habitacles où des domaines de production d'énergie, nucléaire, thermique, éolien, qu'il s'agisse de bruit généré ou de fatigue en fonctionnement des structures.

Beaucoup de travaux ont été réalisée concernant le comportement vibro-acoustique en présence de fluide léger, notamment,lié à l'intérêt que le domaine aéronautique a pu porter ces dernières années au problématiques de réduction des bruits pour les riverains des aéroports. Ainsi l'Europe a financé plusieurs étude scientifiques axées sur la réduction des bruit aéro-acoustiques générés sur les fuselages d'avions tels que les travaux de [Bertagnolio et al., 2014] ou ceux présentés dans [Balázs Nagy, 2011]. Récemment les considération environnementales liées au transport maritime et à l'impact du bruit généré par ce dernier sur la faune marine à amené l'Europe et différents pays européens à financer des projets de recherche portant sur l'étude du comportement hydroacoustiques des structure en présence de couche limites turbulentes.

Dans le domaine naval militaire, le comportement hydroacoustique des structures est principalement lié aux considération de discrétion acoustique, qu'il s'agisse de détecter ou de ne pas être détecté. Ainsi le bruit propre généré par un navire peut venir perturber les mesures SONAR que ce dernier est amené à effectuer afin de connaître

sont environnement tactique, le rendant sourd à cet environnement. Le bruit propre si il est trop élevé peut aussi présenter une menace pour la sécurité du navire, celui-ci devenant alors une cible plus facile à identifier et à suivre.

Objectif des travaux. Les travaux réalisés portent sur l'étude vibro-acoustique de structures soumise à une excitation de couche limite turbulente se développant sur un corps plan. Cette excitation est étendu à l'étude du comportement en présence de défauts de faible taille relativement à l'épaisseur de couche limite, pouvant se situer sur ce corps. Ces considérations amènent dans un premier temps à considérer les différents moyens disponibles dans la littérature, permettant de décrire le comportement d'une couche limite turbulent, qu'il s'agisse de modèles statistiques, stochastiques ou déterministes. Une étude de ces différents moyens et de leur intérêt quant à la description du problème qui nous intéresse permets de réduire le champ des méthodes qu'il est effectivement possible de mettre en œuvre dans un contexte industriel. Ce travail fait l'objet d'un premier chapitre, au sein duquel la littérature scientifique liée à la problématiques est étudiée au vu des caractéristiques spécifiques qui guident notre étude.

Une modélisation éléments finis est choisie afin de mettre en œuvre les méthodes retenues. Ce choix impose de réaliser une étude quant aux limites de la formulation éléments finis retenue pour modéliser le problème vibro-acoustique. Le second chapitre se présente sous la forme d'une analyse purement numérique, permettant réaliser certaines comparaisons quant aux modèles retenus, en termes de validité des résultats obtenus et de sensibilité de ces résultats aux différents paramètres des modélisations.

Finalement les travaux numériques sont appliqués à la résolution d'un problème concret, pour lequel un dispositif expérimental a été développé afin de caractériser les limites de ces travaux. Le dispositif expérimental permets de bénéficier de différents jeux de données, notamment quant à l'influence de défauts sur le comportement vibratoire.

Cadre institutionnel. Les travaux présentés ici ont été menés en partenariat entre l'Institut de Recherche de l'École Navale (IRENav), au sein du département de mécanique et le centre de recherche de DCNS (DCNS Research), au sein du département dynamique des structures. Les différents travaux expérimentaux ont été réalisés à l'aide des moyens disponibles au sein de l'Institut de recherche et la modélisation numérique à quant à elle été réalisée à l'aide des moyens humains et matériels mis à disposition au sein de DCNS Research. Ces travaux ont également été suivis par la Direction Générale de l'Armement (DGA), dans le cadre d'un dispositif Cifre Défense.

Chapitre 1

Etat de l'art

1.1 Motivation

La présence d'une couche limite turbulente au droit d'une structure crée sur cette dernière un chargement de pression pariétale. Comme ce champ de pression varie dans le temps et dans l'espace, la structure est excitée dynamiquement. Afin de caractériser le comportement vibratoire ainsi que le comportement acoustique du système étudié, il est nécessaire de décrire le champ de pression pariétale, en fonction des différentes grandeurs physiques caractéristiques de l'écoulement. La réponse de la structure est alors obtenue numériquement en considérant le champ excitateur calculé.

Dans le cadre d'une étude industrielle il est important de disposer d'un moyen permettant de modéliser la réponse d'une structure dans des délais réduits. Ceci permet en effet de réaliser des séries d'études paramétriques sur les caractéristiques de la structure, matériaux et géométrie, dans le but de procéder à une optimisation. En outre le modèle utilisé doit tant que faire ce peut présenter un champ d'application étendu et limiter les hypothèses émises quant aux caractéristiques de l'écoulement et de la structure. Les systèmes étudiés pouvant présenter des géométries complexes et des conditions aux limites de différent types, il est inenvisageable de disposer d'une solution analytique au problème vibroacoustique étudié, ce dernier doit donc être traité en faisant appel à une résolution numérique, par exemple via une discrétisation par éléments finis.

Deux approches peuvent être définies concernant la modélisation du comportement vibroacoustique en fluide lourd. La première approche consiste en un calcul du champ de pression spatio-temporel dans le fluide et à l'interface fluide-structure par des méthodes numériques. Ici une approche éléments finis permet la résolution des équations caractérisant l'écoulement, le champ de pression est alors issu de la résolution de ces équations. Un calcul vibroacoustique par éléments finis permet alors d'obtenir la ré-

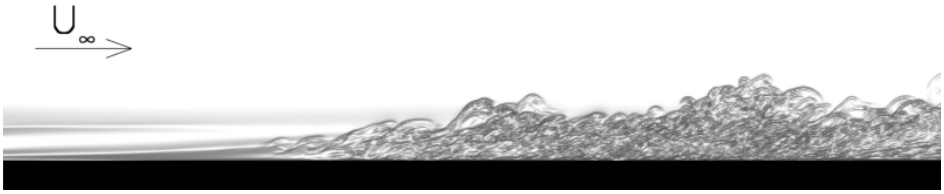


FIGURE 1.1 – Couche limite turbulente, simulation numérique directe (DNS)

ponse temporelle du système étudié soumis à l'excitation calculée numériquement. La seconde approche est basée sur la caractérisation des paramètres statistiques du champ de pression pariétale. L'écoulement n'est alors pas résolu, seul des grandeurs moyennes de ce dernier sont nécessaires à l'estimation de ces paramètres statistiques. Dans un second temps un calcul éléments finis permet l'obtention des paramètres statistiques de la réponse vibroacoustique à partir des informations concernant le champ excitateur.

Ce chapitre se présente comme un état de l'art de différents moyens d'accéder aux paramètres de la couche limite, au champ de pression pariétale et au comportement vibroacoustique du système étudié. Une première partie du chapitre traitera de l'obtention des champs de pression dans le domaine spatio-temporel ainsi que des différents modèles statistiques permettant d'estimer les caractéristiques des spectres de pression. Ces différents moyens sont comparés, leurs avantages et leurs défauts sont ainsi étudiés en fonction des critères de temps et de précision nécessaire à la mise en œuvre du calcul. Dans une seconde partie, l'extension des modèles concernant la prise en compte du comportement en bas nombres d'ondes de la couche limite ainsi que la présence de défauts dans l'écoulement est étudié. Finalement le comportement vibroacoustique de la structure est décrit théoriquement et les méthodes mise en œuvre pour calculer ce dernier sont présentées.

1.2 Excitation générée par une couche limite turbulente

1.2.1 Les paramètres de la couche limite

La couche limite se développant sur une structure 1.1 peut être représentée schématiquement par la figure 1.2. Les paramètres caractéristiques de cette couche limite sont la vitesse de l'écoulement U_∞, la position à laquelle la couche limite est observée x, l'épaisseur de cette couche limite $\delta(x)$ et les différentes grandeurs physiques caractéristiques du fluide étudié.

Les relations entres ces différents paramètres peuvent être estimées pour une couche

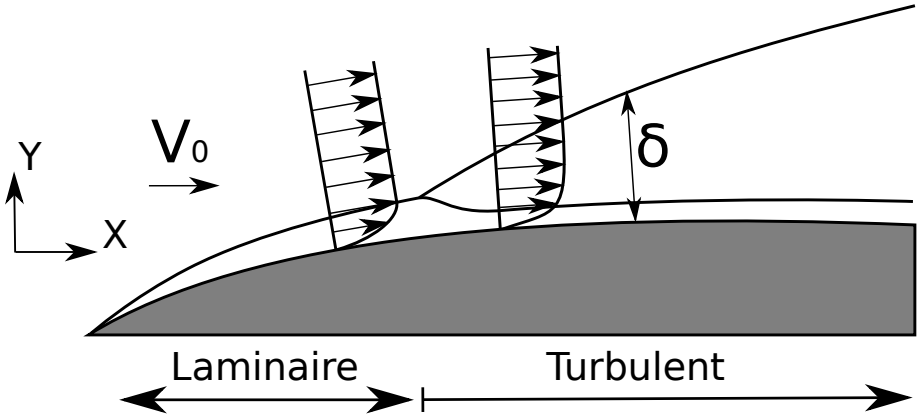


FIGURE 1.2 – Développement d'une couche limite

limite turbulente à partir de relations empiriques établies par différents auteurs. Ainsi la couche limite turbulente se développant sur une plaque plane en l'absence de gradient de pression, est décrite par [Chapman, 1979] avec les équations suivantes :

$$c_f = 0,045 Re_\delta^{-1/4} \tag{1.1}$$

$$\delta_\theta = \frac{7}{72}\delta \tag{1.2}$$

$$c_f = 2\frac{d\delta_\theta}{dx} \tag{1.3}$$

Avec c_f le coefficient de friction à la paroi et $Re_\delta = U_\infty \delta/\nu$ le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de couche limite et à la vitesse de l'écoulement. Le coefficient δ_θ quant à lui est l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite.

Pour des couche limites présentant une évolution spatiale, telles que celle décrite dans la figure 1.2, les équations précédentes, Eqs(1.1;1.2), peuvent être reformulées pour faire apparaître la dépendance spatiale :

$$\frac{\delta}{x} = 0,37 Re_x^{-1/5} \tag{1.4}$$

$$c_f = 0,0577 Re_x^{-1/5} \tag{1.5}$$

$$\frac{\delta_\theta}{x} = 0,036 Re_x^{-1/5} \tag{1.6}$$

Avec $Re_x = U_\infty x/\nu$ le nombre de Reynolds relatif à la distance au bord d'attaque de la plaque. Les équations proposées par Chapman tout comme celles proposées par Prandtl [Schlichting et al., 2000] présentent une évolution sous la forme $Re_x^{-1/5}$ en fonction de la distance au bord d'attaque de la plaque. L'intervalle de validité de cette formulation est induit par l'intervalle de validité de l'équation (Eq.1.5), et l'épaisseur de quantité de mouvement δ_θ obtenue dans l'équation (Eq.1.6) ne présente pas une

bonne corrélation avec les données expérimentales présentes dans la littérature [Choi and Moin, 2012]. La formulation de Chapman est valide pour des nombres de Reynolds moyens ($Re_x < 10^6$).

Une formulation plus récente des paramètres d'une couche limite turbulente peut être trouvée dans [Choi and Moin, 2012], défini pour des nombres de Reynolds plus grands ($10^6 < Re_x < 10^9$). Le coefficient de friction est alors défini :

$$c_f = 0,020 Re_\delta^{-1/6} \tag{1.7}$$

Cette nouvelle formulation (Eq.1.7) permet de décrire l'évolution spatiale des coefficients de couche limite :

$$\frac{\delta}{x} = 0,16 Re_x^{-1/7} \tag{1.8}$$

$$c_f = 0,027 Re_x^{-1/5} \tag{1.9}$$

$$\frac{\delta_\theta}{x} = 0,0156 Re_x^{-1/7} \tag{1.10}$$

Les équations (Eq.1.8;1.9;1.10) présentent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux pour la gamme de nombres de Reynolds ($10^6 < Re_x < 10^9$) [Choi and Moin, 2012], notamment vis à vis des résultats obtenus par [Nagib et al., 2007] et [Monkewitz et al., 2007].

Cette modélisation permet d'estimer rapidement les paramètres d'une couche limite turbulente, mais son domaine de validité est limité à l'étude de plaques planes en l'absence de gradient de pression. Pour des corps immergés de géométrie différente, ces formulations ne peuvent pas être utilisées, un calcul éléments finis peut alors être réalisé afin d'obtenir les grandeurs moyennes de l'écoulement. Ainsi un calcul RANS (Reynolds Average Navier-Stokes) qui permet de résoudre les équations de Navier-Stokes pour un fluide en utilisant la décomposition de Reynolds donne accès numériquement aux paramètres de la couche limite.

Dans le cadre de l'étude proposée ici le corps étudié étant une plaque plane, les paramètres de la couche limite sont estimés à l'aide des formulations (Eq.1.8;1.9;1.10). La gamme de nombres de Reynolds ($10^6 < Re_x < 10^9$) est en effet représentative des phénomènes observés dans le cadre des problèmes d'interaction fluide-structure étudiés.

1.2.2 Le champ de pression pariétale

Dans le cadre de la résolution d'un problème d'interaction fluide-structure en présence d'un écoulement de couche limite turbulente il est nécessaire d'estimer la pression pariétale induite par la couche limite turbulente.

En fonction du type de résultats recherchés, différentes stratégies peuvent être mises en œuvre quant à l'obtention des paramètres du champ de pression. Ces stratégies se décomposent en deux méthodes :

— un calcul direct du champ de pression spatio-temporel $p(x, y, t)$ se développant sur la structure à l'aide d'approches numériques, par exemple, par la méthode des éléments finis,

— un calcul des paramètres statistiques de la couche limite turbulente à l'aide de modèles semi-empiriques.

La première méthode permet une résolution complète du comportement du système vibroacoustique mais elle induit un coût de calcul important lors de l'estimation du champ de pression. La seconde méthode quant à elle offre une estimation rapide des paramètres statistiques du champ de pression, ceux-ci pouvant alors être utilisés pour calculer les paramètres statistiques de la réponse vibroacoustique du système où pour estimer le champ de pression par une stratégie de tirages aléatoires.

Ces différentes stratégies présentent certains avantages et inconvénients en fonction du type de problème étudié et nécessitent pour certaines la prise en compte d'hypothèses quant aux caractéristiques du champ de pression pariétale.

1.2.2.1 Résolution directe des équations de Navier-Stokes (DNS)

La simulation directe des équations de Navier-Stokes pour une couche limite turbulente permet de décrire le comportement de la couche limite turbulente sans induire d'hypothèses quant à la modélisation de cette dernière. Cette approche numérique permet d'obtenir le champ de pression spatio-temporel $p(x, y, t)$ se développant sous une couche limite turbulente sans limitation quant aux caractéristiques de l'écoulement. Ainsi il est possible de calculer un écoulement turbulent en présence d'obstacles dans la veine fluide, qu'il s'agisse de marches ou d'autre types de défauts.

Les équations résolues dans le cadre de la simulation directe sont les équations de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1.11}$$

$$\rho \frac{\partial u_j}{\partial t} + \rho u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \tag{1.12}$$

Avec ρ la masse volumique du fluide, u_i le vecteur vitesse suivant la direction i, p la pression dans le fluide et τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses.

La résolution de ce système d'équations pour un problème industriel est souvent inatteignable car la discrétisation en espace et en temps nécessaire ne permet pas

l'obtention de la solution avec les moyens de calcul disponibles. La taille du problème considéré peut être évaluée à partir des paramètres de l'écoulement modélisé. Ainsi le nombre de points nécessaires à la discrétisation de ces équations est de l'ordre de grandeur de $Re^{9/4}$ [Choi and Moin, 2012, Rogallo and Moin, 1984] et la dimension de du maillage doit également être suffisante pour permettre la résolution de l'échelle de dissipation de l'énergie cinétique (échelle de Kolmogorov) :

$$\eta \sim \frac{\mu}{\rho U_\infty} \tag{1.13}$$

Pour un écoulement de longueur L_x une estimation plus précise du nombre de points nécessaires à la discrétisation, prenant en compte l'échelle de Kolmogorov est formulé par [Choi and Moin, 2012].

Si le système a pour dimensions (L_x, δ, L_z) ; la taille de discrétisation totale :

$$N_{DNS} = 0,000153 \frac{L_z}{L_x} Re_{L_x}^{37/14} \Big[1 - \frac{Re_{x_0}}{Re_{L_x}}^{23/14}\Big] \sim Re_{L_x}^{37/14} \tag{1.14}$$

Avec Re_{x_0} le nombre de Reynolds à l'entrée du domaine d'étude.

1.2.2.2 Résolution (LES) de l'écoulement

Le champ de pression spatio-temporel $p(x, y, t)$ se développant sous une couche limite turbulente peut également être obtenu par l'intermédiaire d'une résolution LES de l'écoulement. Ici deux type de résolution LES peuvent être envisagées, une approche sans loi de paroi et une approche avec loi de paroi. Cependant, si une loi de paroi est utilisée pour la simulation numérique, le champ de pression pariétale est issu de cette dernière et seul des grandeurs moyennées de la pression pariétale sont calculées ce qui ne permet pas de réaliser un calcul vibratoire.

Comme pour une résolution DNS, le calcul LES nécessite une discrétisation importante de la veine fluide et cette dernière est rapidement inaccessible pour des problématiques industrielles. Une estimation de la discrétisation nécessaire à la réalisation d'un calcul LES est formulée par [Choi and Moin, 2012], avec et sans loi de paroi, pour une configuration similaire à la configuration présentée dans le cadre de la DNS, avec une veine fluide de dimension (L_x, δ, L_z).

En présence d'une loi de paroi le nombre de points nécessaire au calcul, pour une grille de pas $(\Delta x = \delta/n_x, \Delta y = \delta/n_y, \Delta z = \delta/n_z)$ est :

$$N_{wm} = 54,7 \frac{L_z}{L_x} n_x n_y n_z Re_{L_x}^{2/7} \Big[\frac{Re_{L_x}}{Re_{x_0}}^{5/7} - 1\Big] \sim Re_{L_x} \tag{1.15}$$

En l'absence de loi de paroi il est nécessaire de mailler plus finement à la paroi. Soit $(\Delta x^+, \Delta z^+)$ les pas de discrétisation de la paroi, la taille du problème est définie par :

$$N_{wr} = 0,021 \frac{n_y}{\Delta x^+ \Delta z^+} \frac{L_z}{L_x} Re_{L_x}^{13/7} \Big[1 - \frac{Re_{x_0}}{Re_{L_x}}^{6/7}\Big] \sim Re_{L_x}^{13/7} \tag{1.16}$$

1.2.2.3 Obtention de la pression par tirage de phase

L'obtention de la pression pariétale par tirage de phase est réalisée en considérant les modèles de spectres de pression spatio-fréquentiels $\phi_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega)$ obtenus semi-empiriquement. L'obtention de ces spectres de pression est décrite au paragraphe suivant (Sec.1.2.4), elle ne nécessite pas de calcul, les valeurs du spectre en tout point peuvent être évaluées à partir d'une expression analytique dépendant des paramètres de la couche limite.

Disposer d'un spectre de pression exprimé en espace et en fréquence ne permet pas un calcul direct de la réponse vibratoire d'une structure. En effet la composante de phase du champ de pression pariétale n'est pas disponible dans le spectre de pression, il est donc nécessaire de reconstruire la phase de la pression.

Une approche permettant la reconstruction de cette phase par tirage aléatoire est utilisée par [Ricot et al., 2012] à partir des travaux de [Wittig and Sinha, 1975]. C'est notamment la procédure de calcul développée dans le code de calcul élément finis ACTRAN.

En supposant que la densité de l'inter-spectre de puissance admette une décomposition de Cholesky :

$$G_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega) = H_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega) H^*_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega) \tag{1.17}$$

avec

$$G_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega) = \begin{cases} 2\phi_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega) & \text{si } \omega > 0 \\ \phi_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega) & \text{si } \omega = 0 \end{cases}$$

Le champ de pression peut alors être estimé par tirage de phase, chaque réalisation s'exprimant sous la forme :

$$p^{(n)}(\mathbf{x_i}, \omega) = \sum_{j=1}^{N} H_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega) \Gamma_j^{(n)} \quad \text{avec} \quad \Gamma_j^{(n)} = e^{i\phi_j} \tag{1.18}$$

dans cette expression ϕ_j est une phase aléatoire arbitraire comprise dans l'intervalle $[0, 2\pi]$, pour chaque point $j \in [1, N]$ du maillage sur lequel la pression est évaluée. Cette phase est obtenu par le tirage d'une loi uniforme continue sur intervalle choisi.

Le nombre de réalisations nécessaires à la convergence de cette méthode d'obtention du champ de pression augmente avec la fréquence étudiée. Ainsi, un comportement sensiblement convergé, est obtenu par [Ricot et al., 2012] à partir de 1000 réalisations indépendantes, pour des fréquences inférieures à 3000Hz.

1.2.2.4 Comparaison des méthodes d'obtention du champ de pression

Une estimation du nombre de points nécessaire à la discrétisation des problèmes physiques représentatif de l'écoulement d'un fluide lourd sur un corps immergé est

Méthode	DNS	LES sans loi de paroi	LES avec loi de paroi
Théorie	$Re_{L_x}^{37/14}$	$Re_{L_x}^{13/7}$	Re_{L_x}
Nombre de points	$10^{37/2}$	10^{13}	10^7

TABLE 1.1 – Nombre de points nécessaires au calcul du champ de pression

nécessaire à la qualification des méthodes numériques d'obtention du champ de pression pariétale. Ainsi, pour un problème décrit par une plaque plane de dimensions ($L_x = 1\text{m}, \delta = 0,5\text{m}, L_z = 1\text{m}$) dans de l'eau pour un écoulement de vitesse moyenne $U_\infty = 10\text{ms}^{-1}$, les équations (Eq.1.14;1.15,1.16) permettent d'estimer le nombre de points nécessaires à une bonne discrétisation du problème (Tab.1.1).

Il est inenvisageable de réaliser le calcul de la pression par les modélisations éléments finis de type DNS ou LES, le nombre d'éléments nécessaires à la résolution de ces problèmes est beaucoup trop important pour permettre une étude dans un temps raisonnable. Seul le calcul LES avec loi de paroi est réalisable numériquement bien que le nombre de points nécessaires à la résolution soit dans les limites des calculs réalisables industriellement. Le calcul LES avec loi de paroi n'est pourtant pas applicable pour la réalisation de calculs vibroacoustique car il ne permet pas d'obtenir le champ de pression à l'interface fluide-structure, celui-ci étant imposé par la loi de paroi et seuls des grandeurs moyennées sont calculées.

Seules les méthodes d'obtention du champ de pression par tirage aléatoire, à partir des paramètres statistiques de la couche limite sont accessibles par le calcul. Cependant ces méthodes font des hypothèses liées au choix du modèle de spectre de pression utilisé pour réaliser les tirages ainsi que liés au choix de la représentation gaussienne pour le tirage de la phase du champ de pression.

1.2.3 Influence des paramètres de couche limite

Etant donné qu'il est impossible d'accéder au champ de pression par un calcul numérique dans un temps raisonnable, seules les modélisations statistiques de ce champ sont envisageables pour traiter les problèmes fluide-structure étudiés.

La fluctuation de pression au sein d'une couche limite turbulente est souvent considérée comme un phénomène stochastique, c'est-à-dire statistiquement stationnaire et homogène en espace. Elle est alors représentée à l'aide d'une densité spectrale d'interaction. En effet si nous considérons deux signaux $\phi_x(t)$ et $\phi_{x'}(t)$, représentant la pression pariétale mesurée à deux positions différentes, **x** et **x'**, nous pouvons calculer la corrélation croisée entre ces deux signaux, ce qui nous donne une information sur la similarité entre ces deux signaux. La densité spectrale d'interaction est définie

comme la transformée de Fourier de la corrélation croisée, elle conserve l'information concernant la similarité entre des signaux séparés spatialement.

Connaître la densité spectrale d'interaction permet donc d'obtenir des informations quant à la répartition spatiale statistique du phénomène et l'interaction entre des signaux observés en différents points de l'espace, ce qui est nécessaire au calcul de la réponse statistique de la structure. Afin de disposer d'une formulation de la densité spectrale d'interaction, différents modèles de spectres ont été développés.

Ces différents modèles font souvent apparaître le produit entre un spectre de pression en un point et un inter-spectre de pression normalisé, dans le domaine spatio-fréquentiel ou dans le domaine des nombres d'onde et de la fréquence.

1.2.3.1 Spectre de pression pariétale en un point

Si nous ne considérons que l'excitation observée en un point de l'espace, nous pouvons nous limiter à l'étude de la densité spectrale de la pression pariétale. Les informations concernant la similarité entre des signaux séparés spatialement ne sont alors pas prises en compte.

Les différents modèles spectraux décrivant l'excitation pariétale en un point ont été développés, dès les années 1960, à partir de données expérimentales. Compte tenu des moyens d'essais et des données expérimentales disponibles, le domaine de validité de ces modèles se limite à des écoulements de couche limite turbulente, en l'absence de gradient de pression.

Parmi les différentes formulations développées, nous pouvons citer celles obtenues par [Chase, 1980, Corcos, 1963, Efimtsov, 1982, Smolyakov and Tkachenko, 1991]. Des études concernant les limites de validité des modèles, ainsi que des études comparatives entre ces derniers ont été menées, notamment dans les travaux de [Graham, 1997] [Hwang et al., 2009] et [Bonness et al., 2010].

Ces spectres peuvent être séparés en deux groupes : les modèles basés sur une séparation des variables [Corcos, 1963, Efimtsov, 1982], qui font l'hypothèse que les caractéristiques spatiales et temporelles de la pression pariétale peuvent être décomposées en deux contributions indépendantes, et les modèles considérant que les variables ne peuvent pas être séparées [Chase, 1980, Smolyakov and Tkachenko, 1991].

1.2.3.2 Notions d'échelles

L'étude des couches limites fait souvent appel à des notions d'échelle [Goody, 2004]. Ainsi si la couche limite peut être identifiée comme similaire pour différentes conditions expérimentales, nous pouvons adimensionnaliser les variables dépendant des conditions

Variables	Mise à l'échelle du spectre	Mise à l'échelle de la fréquence
Internes	$\Phi(\omega)u_\tau^2/\tau_w^2\nu$	$\omega\nu/u_\tau^2$
Mixtes	$\Phi(\omega)u_\tau/\tau_w^2\delta$	$\omega\delta/u_\tau$
Externes	$\Phi(\omega)U_\infty/q^2\delta^*$	$\omega\delta^*/U_\infty$

TABLE 1.2 – Variables de mise à l'échelle standards

expérimentales par des grandeurs dépendant des paramètres expérimentaux considérés en définissant des échelles de longueur, de vitesse et de pression.

Dans le cas d'une couche limite, les différentes échelles sont liées à des notions de structures cohérentes et de mouvements organisés [Blake, 1970]. Cependant, la complexité de la pression pariétale ne permet pas l'expression d'une unique loi d'échelle, universelle, pour la couche limite [Bull, 1996].

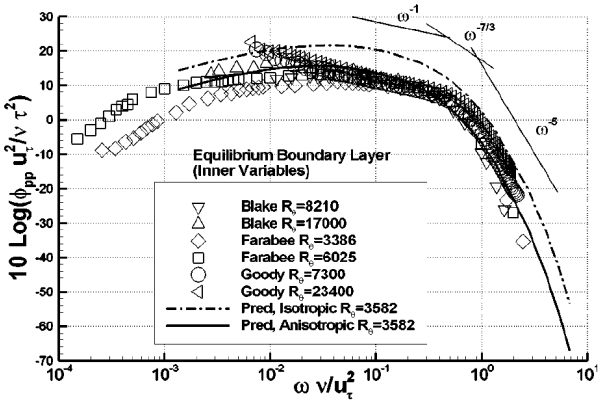
Dans une première approche la couche limite a donc été divisée en deux régions [Bull, 1967] :

- La région interne, définie comme incluant la sous couche visqueuse, la zone tampon et une partie de la région pleinement turbulente, définie par la loi log ($y^+ = 0; y^+ = 40$), avec $y^+ = yu_\tau/\nu$ une distance adimensionnelle caractérisant la couche limite. Parmi les grandeurs physiques influençant le comportement du fluide dans cette région, nous pouvons citer, la masse volumique ρ, la viscosité cinématique ν, la distance à la paroi y et le cisaillement à la paroi τ_w. Selon les différents travaux présents dans la littérature [Blake, 1970], la région interne a principalement une influence sur le comportement en haute fréquence du spectre de pression pariétale.
- La région externe est définie à partir de la zone pleinement turbulente et au-delà ($y^+ = 40; y/\delta = 1$), avec δ l'épaisseur de la couche limite. La viscosité n'a que peu d'influence sur le comportement du fluide, dans la région externe, car les principales structures turbulentes peuvent être considérées non visqueuses dans cette zone. Cette région a une influence sur les niveaux de pression en basse fréquence du spectre [Blake, 1970].

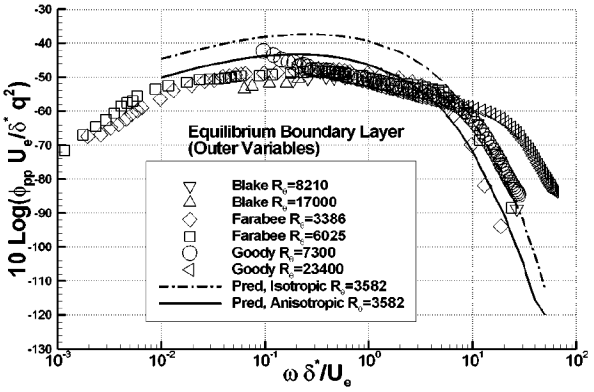
Cette représentation permet une mise à l'échelle de la couche limite en fonction de trois différents types de variables d'échelle (Tab.1.2) : Les variables internes (Fig.1.3a), les variables externes (Fig.1.3b) et les variables mixtes (Fig.1.3c). Ces variables sont les variables les plus souvent utilisées dans la littérature.

1.2.3.3 Caractéristiques des spectres

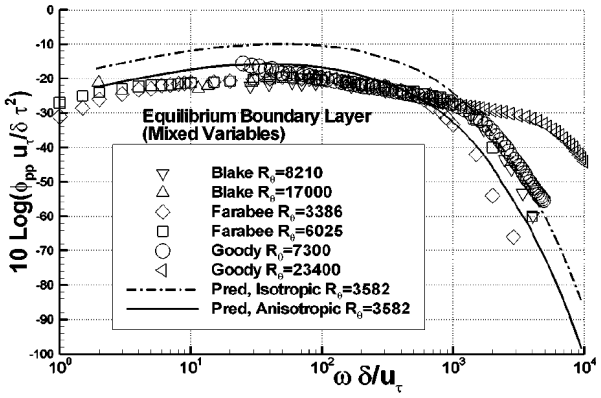
Les caractéristiques des spectres de pression pariétale en un point ont fréquemment été discutées dans la littérature, [Bull, 1996] [Keith et al., 1992] [Farabee and Casa-



(a) Variables internes



(b) Variables externes



(c) Variables mixtes

FIGURE 1.3 – Différentes mises à l'échelle [Lee et al., 2005]

rella, 1991] [Blake, 1986] [Cockburn and Robertson, 1974]. Il n'existe pas de mise à l'échelle qui permette de faire coïncider les données expérimentales, pour toutes les plages de fréquences. Ainsi les travaux des auteurs précédents ont amené à l'utilisation de différentes lois d'échelle, permettant de faire coïncider les données pour différentes régions. Ces lois font apparaître différentes grandeurs caractérisant une couche limite turbulentes, telles que la vitesse de l'écoulement U_∞, l'épaisseur de déplacement δ^*,

$$\delta^* = \int_0^\infty (1 - \frac{U}{U_\infty})dy$$

la pression dynamique $q = (1/2\rho U_\infty^2)$, la vitesse de cisaillement $u_\tau = (\sqrt{\tau_w/\rho})$ et l'épaisseur de quantité de mouvement δ_θ.

$$\delta_\theta = \int_0^\infty \frac{U}{U_\infty}(1 - \frac{U}{U_\infty})dy$$

Le spectre de pression pariétale est donc divisé en quatre grandes régions [Bull, 1996], (Fig.1.4) :

- La région des basses fréquences, $\omega\delta^*/U_\infty \leqslant 0,03$ (ou $\omega\delta/u_\tau \leqslant 5$). Ici le spectre varie en ω^2, l'échelle de pression est définie par q ou par τ_w et l'échelle temporelle est définie par δ^*/U_∞. Nous pouvons donc écrire la mise à l'échelle sous la forme $\phi_p(\omega)U_\infty/q^2\delta^* = f_1(\omega\delta^*/U_\infty) = c_1 * (\omega\delta^*/U_\infty)^2$. Avec c_1 une constante.
- La région des moyennes fréquences $5 \leqslant \omega\delta/u_\tau \leqslant 100$. Cette région comporte le pic spectral, qui apparaît vers $\omega\delta/u_\tau = 50$. L'échelle de pression est définie par τ_w et l'échelle temporelle est définie par δ/u_τ. Nous pouvons donc écrire $\phi_p(\omega)u_\tau/\tau_w^2\delta = f_2(\omega\delta/u_\tau)$.
- La région universelle (ou région de superposition), $100 \leqslant \omega\delta/u_\tau \leqslant 0,3(u_\tau\delta/\nu)$, qui existe pour des nombres de Reynolds $u_\tau\delta/\nu \geqslant 333$ (ce qui correspond, en posant δ_θ l'épaisseur de quantité de mouvement, à $Re_\theta = U_\infty\delta_\theta/\nu \leqslant 3500$, d'après [Smol'yakov, 2000]). Dans cette région nous pouvons utiliser aussi bien les grandeurs internes que les grandeurs externes à la couche limite pour réaliser la mise à l'échelle de données. Cela revient à dire que $\omega\phi_p(\omega)\tau_w^2 = f_3 = c_3$, avec c_3 une constante. Ceci implique que, dans cette région, le spectre varie théoriquement en ω^{-1}. Des résultats expérimentaux obtenus par [Goody, 2004] et par [Smol'yakov, 2000], tendent à montrer que la pente du spectre dans cette région n'est pas si constante et varie entre $\omega^{-0,7}$ et $\omega^{-1,11}$.
- La région des hautes fréquences, à partir de $0,3 \leqslant \omega\nu/{u_\tau}^2$, est caractérisée par l'influence de la viscosité. Dans cette région le spectre dépend donc des grandeurs internes à la couche limite, qui prennent en compte l'influence de la viscosité. L'échelle de pression généralement utilisée dans cette région est τ_w et l'échelle

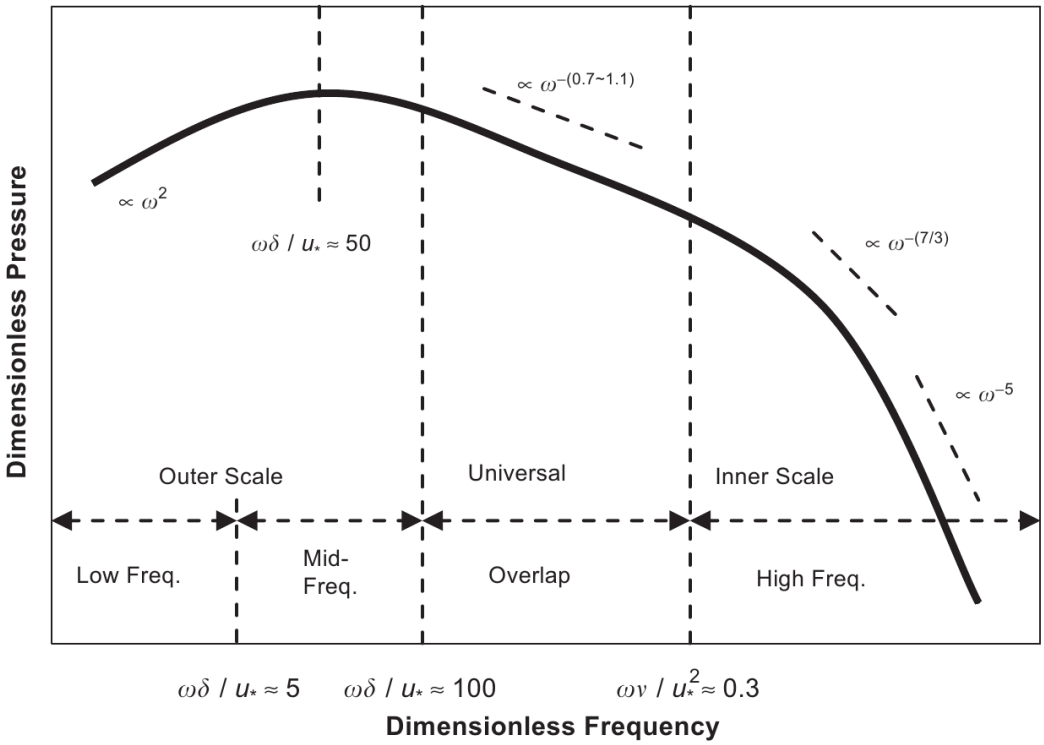


FIGURE 1.4 – Caractéristiques du spectre de pression [Bonness et al., 2010]

temporelle utilisée est $\nu/{u_\tau}^2$. Il vient donc que $\phi_p(\omega){u_\tau}^2/\nu\tau_w^2 = f_4(\omega\nu/{u_\tau}^2)$, le spectre dans cette région a donc une pente comprise entre ω^{-1} et ω^{-5}.

Si nous cherchons à définir un modèle descriptif du spectre de pression pariétale, le plus universel possible, il se doit d'être fonction des différentes grandeurs de mise à l'échelle définies précédemment. Il est également nécessaire que les comportements asymptotiques des fonctions f_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ soient vérifiés. Partant de ces considérations, des modèles semi-empiriques ont été proposés par différents auteurs, les considérations théoriques à l'origine de leur développement étant recalibrées à l'aide de résultats expérimentaux. Ces recalibrages se font par l'introduction, dans les formules théoriques, de paramètres expérimentaux, devant être de nouveau estimés à chaque modification des conditions expérimentales.

Les premiers modèles développés ne prenaient en compte qu'une seule échelle, il s'agit des formulations de Maestrello [Maestrello, 1969], Cockburn et Robertson [Cockburn and Robertson, 1974] et Efimtsov [Efimtsov, 1982]. L'introduction de descriptions multi-échelles a été initiée par Efimstov [Efimtsov, 1984], avec l'ajout de la dépendance en Reynolds afin d'améliorer ses travaux précédents. D'autres approches multi-échelles ont été définies plus récemment, soit en considérant une définition par partie du spectre fonction de la région étudiée [Smol'yakov, 2000], soit en introduisant un facteur représentatif du rapport entre les différentes échelles [Goody, 2004].

Si nous considérons les représentations les plus utilisées dans la littérature nous pouvons nous limiter à l'étude des spectres proposés par les auteurs suivants :

— Efimtsov [Efimtsov, 1982] et [Efimtsov, 1984].

— Chase [Chase, 1980], [Chase, 1987] et Chase/Howe [Howe, 1998].

— Tkachenko [Smolyakov and Tkachenko, 1991].

— Smol'yakov [Smol'yakov, 2000].

— Goody [Goody, 2004].

— Robert [Robert, 1984]

1.2.3.4 Modèle de Efimtsov

Efimtsov propose en 1982 une approche permettant de représenter le spectre de pression pariétale, à partir d'une hypothèse de dépendance, en nombre de Mach (M), en nombre de Reynolds (Re) et en nombre de Strouhal (St) de ce dernier [Efimtsov, 1982]. L'étude menée par Efimtsov est basée sur des résultats expérimentaux obtenus dans le domaine aéronautique, pour des nombres de Mach compris entre $M = 0,41$ et $M = 2,1$ avec des valeur de Reynolds comprises entre $Re_x = 0,5 * 10^8$ et $4,85 * 10^8$.

Le spectre de pression pariétale obtenu est défini de la manière suivante :

$$\phi_p(\omega) = \frac{0,01\tau_w^2\delta}{u_\tau[1 + 0,02 * St^{2/3}]} \tag{1.19}$$

Une amélioration de la formulation précédente est proposée en 1995, suite à l'étude de données expérimentales issues d'expériences en tunnel aérodynamique et de vols sur un Tupolev TU-144LL [Rackl and Weston, 2005] [Efimtsov et al., 1999]. Cette nouvelle formulation permet une meilleure description des résultats expérimentaux, sous la forme :

$$\phi_p(\omega) = \frac{2\pi\alpha\beta\rho^2u_\tau^3\delta}{(1 + 8\alpha^3St^2)^{1/3} + \alpha\beta Re(St/Re)^{10/3}} \tag{1.20}$$

Avec, $\alpha = 0,01$, $Re = \delta u_\tau/\nu$, $\beta = [1 + (3000/Re)^3]^{1/3}$ et le nombre de Strouhal, $St = \omega\delta/u_\tau$.

Les études menées ultérieurement concernant le spectre de Efimtsov [Rackl and Weston, 2005], ont mis en lumière la présence de deux phénomènes que le modèle ne prédisait pas. :

— Les données expérimentales analysées par Efimtsov font apparaître un pic pour un nombre de Strouhal $St = \omega\delta^*/U_\infty$ d'environ 0,6.

— La pente obtenue pour les fréquences supérieurs à $1000Hz$ ne correspond pas aux données expérimentales.

1.2.3.5 Modèle de Rackl et Weston

Partant des observations réalisées précédemment, concernant les résultats obtenus par Efimtsov, Rackl et Weston proposent l'ajout de deux facteurs afin de corriger les écarts constatés [Rackl and Weston, 2005] :

$$\log_{10}(\phi_p(\omega)) = \log_{10}(\phi_p^{Efimtsov}(\omega) + F_1(\omega) + F_2(\omega)) \tag{1.21}$$

Ces deux grandeurs s'ajoutent au spectre exprimé en décibels et sont définies afin de rapprocher la formulation de Efimtsov des données obtenues par Rackl et Weston. Ainsi, le premier facteur permet la prise en compte d'un pic observé sur les données expérimentales.

$$F_1(\omega) = 2,5 \exp\left[-\left(\ln\left(\frac{2\pi f \delta^*}{U_\infty}\right) - \ln(0,6)\right)^2\right] \tag{1.22}$$

Le second facteur quant à lui, modifie la pente du spectre de Efimtsov pour des fréquences supérieures à 1000 Hz.

$$F_2(\omega) = \frac{1}{4}\left[\tanh\left(\log_{10}\left(\frac{f}{1000}\right)\right) + 1\right](M - 1,65)\log_{10}(f) \tag{1.23}$$

1.2.3.6 Modèle de Chase et Chase-Howe

L'approche semi-empirique développée par Chase consiste en l'intégration dans le plan des nombres d'onde d'un spectre en nombre d'onde-fréquence, qu'il définit à partir de l'équation de Poisson [Chase, 1980]. Une amélioration de ce développement est proposée par Chase [Chase, 1987], sous la forme suivante :

$$\phi_p(\omega) = \rho^2 u_\tau^4 \omega^{-1}[a_+ \gamma_M \alpha_M^{-3}(1 + \mu_M^2 \alpha_M^2) + 3\pi C_T \alpha_T^{-1}(1 + \alpha_T^{-2})] \tag{1.24}$$

avec, $\alpha_M^2 = \alpha_T^2 = 1 + (b\omega\delta/U_c)^{-2}$, $C_M = 0,1553$, $C_T = 0,00476$, $b = 0,75$, $\mu_M = 0,176$, $a_+ = 2\pi(C_M + C_T)$ et $\gamma_M = C_M/(C_M + C_T)$, les valeurs des paramètres empiriques conseillées par Chase. Ici C_M et C_T sont respectivement liés à la proportion relative de l'interaction turbulence/cisaillement moyen et de l'interaction turbulence/turbulence. Ces paramètres sont dépendants des conditions observées au sein de l'écoulement et doivent être ajustés par la mesure.

En se basant sur les travaux de Chase [Chase, 1987], Howe propose une représentation simplifiée [Howe, 1998]. Le résultat obtenu par Howe présente une pente en ω^2, pour les basses fréquences, alors que le modèle original, quant à lui, tend vers une constante. La dénomination Chase-Howe est la terminologie retenue dans la littérature [Goody, 2004], s'agissant du modèle proposé par Howe, formulé de la manière suivante :

$$\phi_p(\omega) = \rho^2 u_\tau^4 \omega^{-1}(\omega\delta^*/U_\infty)^3[\alpha_p^2 + (\omega\delta^*/U_\infty)^2]^{-3/2}, \quad \alpha_p = 0,12 \tag{1.25}$$

Ces deux modélisations ne sont applicables que pour des fréquences telles que $\omega\nu/u_\tau^2 \leqslant 0,3$. En effet, pour des fréquences plus élevées, les spectres de pression pariétale obtenus décroissent en ω^{-1}, ils ne présentent donc pas de décroissance en $\omega^{-7/3}$ et ω^{-5}, comme observé expérimentalement [Hwang et al., 2009].

1.2.3.7 Modèle de Goody

Considérant l'absence de prise en compte des différentes régions de la bande de fréquence dans l'expression proposée par Chase, Goody modifie le modèle pour intégrer une dépendance vis à vis des caractéristiques de ces différentes régions. L'amélioration proposée par Goody est donc basée sur une étude de dix-neuf spectres expérimentaux correspondants à une large gamme de nombres de Reynolds $1400 < Re_\theta < 23400$ [Goody et al., 2008] et l'introduction de paramètres expérimentaux représentatifs des régions de la bande de fréquence telles que définies dans [Hwang et al., 2009].

Goody choisit de baser son développement sur l'approche simplifiée proposée par Howe car cette dernière permet de décrire les caractéristiques essentielles du spectre de pression avec un minimum de variables. Le modèle de Chase-Howe est modifié pour décroître en ω^{-5} pour les hautes fréquences, le dénominateur est modifié pour améliorer la corrélation avec les données expérimentales dans les moyennes fréquences et une constante multiplicative est ajoutée pour augmenter le niveau du spectre afin d'obtenir une meilleure correspondance avec les données expérimentales. La formulation semi-empirique proposée par Goody est :

$$\frac{\phi_p(\omega)U_\infty}{\tau_w^2\delta} = \frac{C_2(\omega\delta/U_\infty)^2}{[(\omega\delta/U_\infty)^{0,75} + C_1]^{3,7} + [C_3 R_T^{-0,57}(\omega\delta/U_\infty)]^7} \tag{1.26}$$

Les constantes C_1, C_2 et C_3, sont obtenues empiriquement par Goody et sont fonction de la taille des différentes régions du spectre. $R_T = (\delta/U_\infty)/(\nu/u_\tau^2)$ est le rapport entre les échelles temporelles internes et externes de la couche limite.

Dans l'approche proposée, le ratio entre C_1 et $C_3 R_T^{-0,57}$ représente la largeur de la zone universelle du spectre de pression pariétale ($\propto \omega^{-(0,7\sim1,1)}$). Goody affirme que le modèle peut être extrapolé pour des valeurs du nombre de Reynolds supérieures à la limite des données expérimentales étudiées ($Re_\theta = 23400$), car la calibration de ce dernier repose sur la valeur de $R_T = (\delta/U_\infty)/(\nu/u_\tau^2)$, qui est un facteur dépendant du nombre de Reynolds. Les valeurs conseillées par Goody pour les grandeurs empiriques sont $C_1 = 0,5$; $C_2 = 3$; $C_3 = 1,1$.

1.2.3.8 Modèle de Tkachenko

L'analyse développée par Tkachenko et Smol'yakov [Smolyakov and Tkachenko, 1991] est une modélisation approchée, basée sur des travaux antérieurs [Tkachenko

and Marshov, 1989] :

$$\phi_p(\omega) = 5,1\frac{\tau_w^2\delta^*/U_\infty}{1+0,44(\omega\delta^*/U_\infty)^{7/3}} \tag{1.27}$$

Ce modèle possède une réponse constante pour les basses et moyennes fréquences et varie en $\omega^{-7/3}$ pour les hautes fréquences.

1.2.3.9 Modèle de Smol'yakov

Smol'yakov définit aussi un modèle différent de celui défini précédemment, en considérant différentes variables, en fonction de la bande de fréquence étudiée [Smol'yakov, 2000]. Cette représentation, issue du modèle théorique de spectre en nombre d'onde-fréquence défini par Smol'yakov possède trois régions, en fonction de la pulsation adimensionnelle $\overline{\omega} = \omega\nu/u_\tau^2$, pour $Re_\theta > 1000$:

$$\begin{aligned}
&\phi_p(\omega) = 1,49.10^{-5}R_\theta^{2,74}\omega^{-2}\frac{1-0,117R_\theta^{0,44}\omega^{-1/2}}{u_\tau^2/(\tau_w^2\nu)},\\
&\text{si : } \quad \overline{\omega} < \overline{\omega_0},\\
&\phi_p(\omega) = 2,75\overline{\omega}^{-1,11}\frac{1-0,82e^{-0,51(\overline{\omega}/\overline{\omega_0}-1)}}{u_\tau^2/(\tau_w^2\nu)},\\
&\text{si : } \quad \overline{\omega_0} < \overline{\omega} < 0,2,\\
&\phi_p(\omega) = \left(38,9e^{-8,35\overline{\omega}} + 18,6e^{-3,58\overline{\omega}} + 0,31e^{-2,14\overline{\omega}}\right)\frac{1-0,82e^{-0,51(\overline{\omega}/\overline{\omega_0}-1)}}{u_\tau^2/(\tau_w^2\nu)},\\
&\text{si : } \quad 0,2 < \overline{\omega},
\end{aligned} \tag{1.28}$$

Ce spectre varie en ω^2 pour les basses fréquences, en $\omega^{-1,11}$ pour les moyennes fréquences, en exponentielle pour les hautes fréquences.

1.2.3.10 Modèle de Robert

Le modèle proposé par Robert [Robert, 1984] est purement issu de considérations empiriques, concernant les pentes observées expérimentalement sur des spectres de pression pariétale en fonction de la fréquence :

$$\begin{aligned}
\phi_p(\omega) &= 2,14.10^{-5}(q_\infty^2\delta^*/U_\infty), && \text{si : } \quad \eta < 0,25\\
\phi_p(\omega) &= 7,56.10^{-6}\eta^{-0,75}(q_\infty^2\delta^*/U_\infty), && \text{si : } \quad 0,25 < \eta < 3,5,\\
\phi_p(\omega) &= 1,27.10^{-4}\eta^{-3}(q_\infty^2\delta^*/U_\infty), && \text{si : } \quad 3,5 < \eta,\\
\eta &= \frac{\omega\delta^*}{U_\infty}
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Ce spectre, défini par parties, est constant pour les basses fréquences, il varie en $\omega^{-0,75}$ pour les moyennes fréquences et en ω^{-3} pour les hautes fréquences.

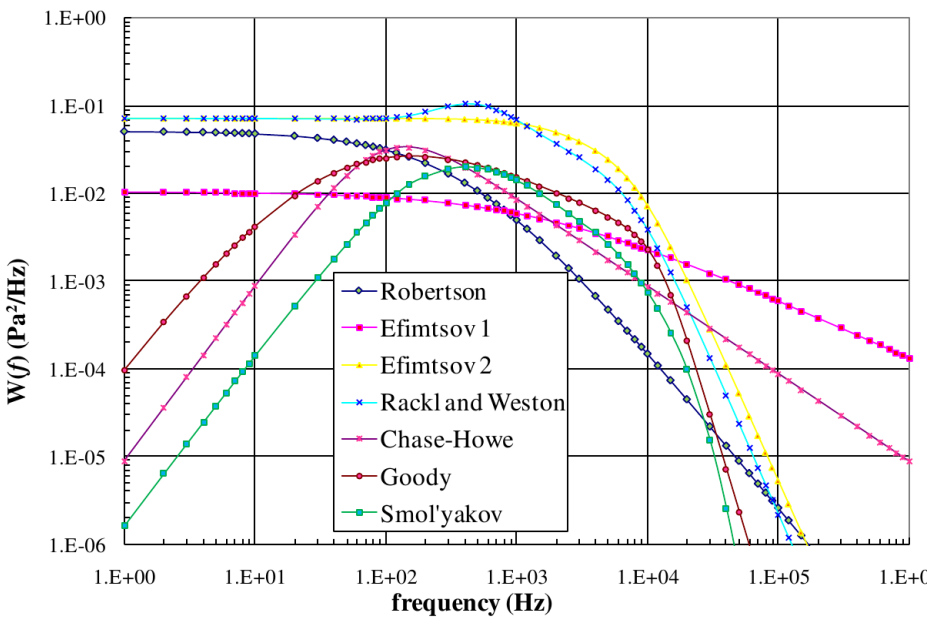


FIGURE 1.5 – Modèles de spectres de pression pariétale [Miller, 2011]

1.2.3.11 Comparaison des différents modèles

Une première évaluation des modèles peut être réalisée en comparant la moyenne des pressions quadratiques avec les valeurs obtenues par des modèles décrivant la pression quadratique moyenne, tels les modèles de Lueptow [Lueptow, 1995] et Farabee [Farabee and Casarella, 1991]. Ainsi il apparaît que les modèles de Robertson et de Chase-Howe sous-estiment la pression quadratique moyenne, tandis que les modèles de Efimtsov 1995 et Rackl sur-estiment cette pression [Miller, 2011]. Les modèles de Efimtsov 1982, Goody et Smol'yakov fournissent quant à eux des valeurs proches de la gamme obtenue par les approches de Lueptow et Farabee, concernant la pression quadratique moyenne.

Si les pentes observées expérimentalement (Fig.1.4) pour les différentes bandes de fréquences sont considérées, ces dernières sont de l'ordre de ω^2 en basse fréquence et ω^{-1} en moyenne fréquence. Pour des fréquences supérieures le spectre de pression présente une évolution avec une pente comprise entre $\omega^{-7/3}$ et ω^{-5}. Expérimentalement la position du point d'inflexion, pour les spectre de pression, se situe en $\phi_p(\omega)U_\infty/(\tau_w^2\delta^*) \sim 0,2$. Ainsi, le tracé des différents spectres en grandeurs adimensionnées (Fig.1.5) fait apparaître ces différentes caractéristiques et permets de comparer les pentes obtenues théoriquement ainsi que la position du point d'inflexion, avec les grandeurs expérimentales. Seuls les modèles proposés par Soml'yakov et par Goody respectent le comportement, du spectre de pression pariétale, observé expérimentalement.

1.2.4 Inter-spectres de pression pariétale

Si nous cherchons à calculer la réponse d'une structure à une excitation de couche limite turbulente, la connaissance du spectre de pression pariétale en un point ne suffit pas. En effet ce spectre ne contient aucune information sur la corrélation spatiale de la pression pariétale, liée au taux de décroissance longitudinal et transversal de la turbulence. Afin d'obtenir cette information, il est nécessaire de représenter la pression pariétale à l'aide d'un spectre en nombre d'onde fréquence ou à l'aide d'une densité spectrale d'interaction. Ce type de représentation est également nécessaire à l'utilisation de logiciels d'analyse acoustique, afin de définir la distribution en nombre d'onde de l'excitation.

1.2.4.1 Résultats expérimentaux

Si nous nous référons à [Tkachenko et al., 2008], différentes méthodes pour obtenir les spectres en nombre d'onde-fréquence ont été utilisées dans la littérature. Les premières approches consistaient à réaliser une transformée de Fourier en espace du spectre spatio-fréquentiel d'interaction. Cette approche a été abandonnée car elle ne donne des résultats exploitables que dans la partie convective du spectre en nombre d'onde-fréquence. Or la région des bas nombres d'ondes et la région sub-convective présentent un intérêt dans le cadre de l'interaction fluide/structure et l'hydroacoustique.

Les études expérimentales menées plus récemment, afin d'obtenir les spectres de pression en nombre d'onde-fréquence, font appel à la notion de filtrage en nombre d'onde, développée dans [Maidanik and Jorgensen, 1967] et [Smolyakov et al., 1983]. Les résultats expérimentaux obtenus, en appliquant cette méthode ont été décrits dans [Blake and Chase, 1971, Farabee and Casarella, 1991, Kudashev, 2007, 2008, Kudashev and Iablonik, 1977]. Des résultats ont également été obtenus en considérant des membranes en tant que capteurs [Martin and Leehey, 1977] ou des matrices de capteurs [Sherman et al., 1990] [Abraham and Keith, 1998].

Si nous considérons les travaux de Bull [Bull, 1967] et [Bull, 1996], nous pouvons identifier quatre grandes régions dans les caractéristiques des spectres de pression en nombre d'onde-fréquence (Fig.1.6) :

— la région acoustique (région supersonique en aeroacoustique), définie par un nombre d'onde $k < \omega/c$;

— la région sub-convective, définie par un nombre d'onde $\omega/c < k < \omega/U_c$;

— la région convective, pour $k \simeq \omega/U_c$;

— la région visqueuse, pour $k \gg \omega/U_c$;

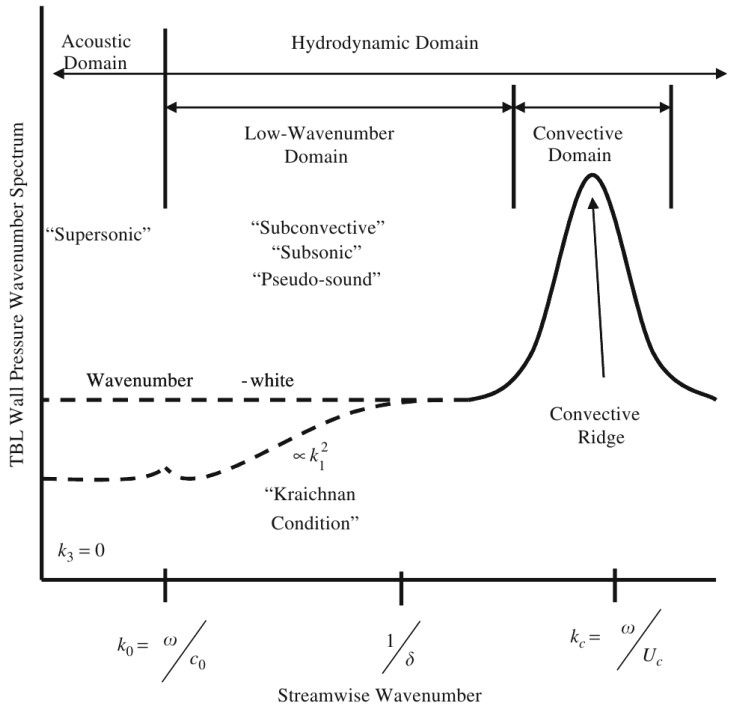


FIGURE 1.6 – Caractéristiques des spectres en nombre d'onde-fréquence [Bonness et al., 2010]

Dans le cadre d'études hydroacoustiques, l'ordre de grandeur des vitesses de convection et la valeur de la vitesse du son en eau impliquent que la zone sub-convective des spectres de pression en nombre d'onde fréquence joue un rôle important dans la réponse des structures.

1.2.4.2 Modèles normalisés de spectre en nombre d'onde-fréquence

Il n'existe pas de représentation analytique du spectre, en nombre d'onde-fréquence, caractérisant les fluctuations de pression pariétale se développant sous une couche limite turbulente [Smolyakov and Tkachenko, 1991]. Ainsi les modèles de spectres en nombre d'onde-fréquence disponibles dans la littérature ont tous été obtenus à partir de données expérimentales. Dans la majorité des applications d'hydroacoustique, le champ de pression peut être considéré comme statistiquement stationnaire et homogène. Il est donc possible de décrire ce dernier intégralement à partir des données de corrélations spatio-temporelles et des transformées de Fourier correspondantes. Ainsi, les modèles de convection ont généralement été obtenus empiriquement, à partir de mesures du taux de corrélation spatio-fréquentiel des fluctuations de pression pariétale [Mellen, 1990]. Le modèle de spectre en nombre d'onde fréquence étant alors obtenu à l'aide de transformées de Fourier des spectres spatio-fréquentiels.

Différentes analyses ont été réalisées concernant les modèles de spectres en nombre

d'onde-fréquence disponibles dans la littérature. Ainsi, Mellen a étudié les résultats obtenus à l'aide du modèle développé par Corcos [Corcos, 1963] et il a comparé ce dernier au modèle elliptique [Mellen, 1990]. Une étude des différents modèles semi-empiriques a aussi été réalisée par [Graham, 1997].

Dans la suite du document nous poserons la normalisation suivante pour le spectre de pression en nombre d'onde-fréquence :

$$\widetilde{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega) = \frac{(2\pi)^2\omega^2}{U_c^2\phi_p(\omega)}\phi_{pp}(k_x, k_y, \omega) \tag{1.30}$$

Il s'agit d'une normalisation du spectre en nombre d'onde fréquence réalisée pour permettre de comparer les résultats obtenus à l'aide des différentes approches qui seront étudiées. Nous choisissons ici le spectre de pression pariétale en un point défini par Goody afin de calculer $\phi_p(\omega)$.

Comme précisé par [Graham, 1997], les spectres normalisés de pression en nombre d'onde fréquence doivent satisfaire l'équation intégrale suivante :

$$\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega)\left(\frac{U_c}{\omega}\right)^2 dk_x dk_y = 1 \tag{1.31}$$

Les spectres ne vérifiant pas l'équation (1.31), ne sont donc pas indiqués dans le cadre d'études hydroacoustiques. Ainsi le spectre de Ffowcs Williams, modifié par Hwang et Geib [Hwang and Geib, 1984] ne peut pas être utilisé dans le cas présent. Il en est de même pour le second modèle de Chase [Graham, 1997]. Les modèles étudiés sont donc limités à ceux développés par Corcos [Corcos, 1963], Mellen [Mellen, 1990], Chase [Chase, 1980] et Smol'yakov et Tkachenko [Smolyakov and Tkachenko, 1991].

1.2.4.3 Modèle de Corcos

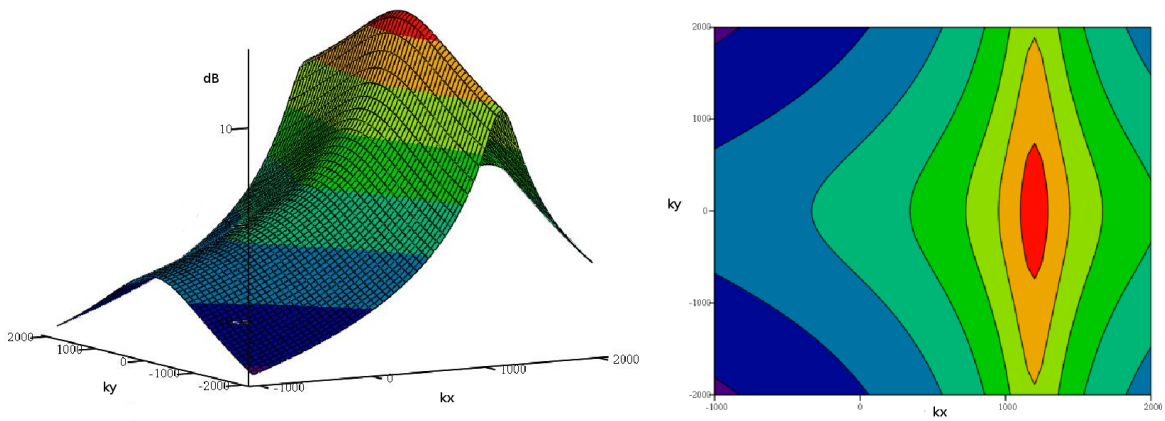


FIGURE 1.7 – Spectre de Corcos [Miller, 2011]

Le modèle de Corcos est un modèle purement empirique issu de l'analyse de résultats obtenus en tunnel aérodynamique, au cours de différentes campagnes expérimentales.

Si nous écrivons le modèle de corrélation de Corcos [Corcos, 1964], dans le domaine spatio-temporel, pour deux points de mesure séparés de (r_x, r_y) dans le plan (x, y) , pour un écoulement suivant $\overrightarrow{x}$, nous obtenons l'équation exponentielle suivante [Graham, 1997] :

$$\phi_{pp}(r_x, r_y, \omega) = \phi_p(\omega)\mathbf{e}^{-\alpha_x|\omega r_x|/U_c}\mathbf{e}^{-\alpha_y|\omega r_y|/U_c}\mathbf{e}^{i\omega r_x/U_c} \tag{1.32}$$

Ici, α_x et α_y sont des constantes liées au taux de décroissance longitudinal et transversal de la corrélation. Corcos définit des plages de valeurs pour ces constantes en fonction de considérations physiques, cependant la valeur exacte de ces constantes doit être recalculée pour être en accord avec les conditions expérimentales observées.

Si nous réalisons la transformée de Fourier de l'équation (1.32), en (r_x, r_y), et en posant $(\tilde{k} = U_c k/\omega)$ un nombre d'onde normalisé, nous obtenons le résultat [Blake, 1986] [Graham, 1996] :

$$\tilde{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega) = \frac{4\alpha_x\alpha_y}{[\alpha_x^2 + (1 - \tilde{k_x})^2][\alpha_y^2 + \tilde{k_y}^2]} \tag{1.33}$$

Différentes valeurs sont recommandées pour α_x et α_y en fonction des jeux de données expérimentales considérés. Ainsi, Blake recommande ($\alpha_y = 0,7$ et $\alpha_x = 0,32$) pour l'aéronautique [Blake, 1986]. Graham quant à lui considère que les données utilisées par Blake sont moins fiables que celles obtenues par Efimtsov [Efimtsov, 1982], il recommande donc ($\alpha_y = 0,77$ et $\alpha_x = 0,1$) en se basant sur ces données [Graham, 1997].

La (Fig.1.7) donne une représentation du spectre de Corcos.

1.2.4.4 Modèle elliptique de Mellen

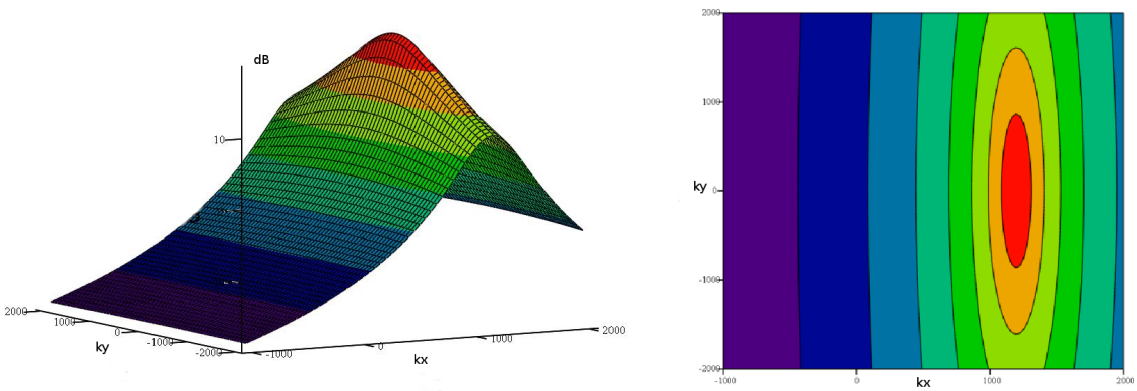


FIGURE 1.8 – Spectre de Mellen [Miller, 2011]

Mellen développe un modèle elliptique pour décrire le spectre de pression pariétale.

Celui-ci s'exprime, dans le domaine spatio-fréquentiel, pour un écoulement suivant $\overrightarrow{x}$, sous la forme :

$$\phi_{pp}(r_x, r_y, \omega) = \phi_p(\omega)\mathbf{e}^{ik_\omega r_x}\mathbf{e}^{-\sqrt{(\alpha_\omega r_x)^2+(\beta_\omega r_y)^2}} \tag{1.34}$$

Contrairement au modèle de Corcos, les variables du modèle de Mellen ne sont pas séparables. Il faut donc réaliser une transformation de Fourier en deux dimensions. Nous obtenons alors, après diverses opérations algébriques, le résultat [Miller, 2011] :

$$\phi_{pp}(k_x, k_y, \omega) = \phi_p(\omega)\frac{(\alpha_\omega\beta_\omega)^2}{[\beta_\omega^2(k_x - k_\omega)^2 + \alpha_\omega^2 k_y^2 + \alpha_\omega^2\beta_\omega^2]^{3/2}} \tag{1.35}$$

Si nous intégrons l'équation (1.35), dans le plan (x, y), nous obtenons :

$$\int_{\infty}\int_{\infty} \widehat{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega)dk_x dk_y = 2\pi \tag{1.36}$$

Afin de normaliser le spectre de pression pariétale nous devons donc diviser l'équation (1.35) par 2π. Nous obtenons alors le résultat exprimé dans [Mellen, 1990] :

$$\phi_{pp}(k_x, k_y, \omega) = \frac{\phi_p(\omega)}{2\pi}\frac{(\alpha_\omega\beta_\omega)^2}{[\beta_\omega^2(k_x - k_\omega)^2 + \alpha_\omega^2 k_y^2 + \alpha_\omega^2\beta_\omega^2]^{3/2}} \tag{1.37}$$

Nous réalisons alors la normalisation (1.30), afin de pouvoir comparer ce spectre aux autres spectres exprimés dans [Graham, 1997]. Cette normalisation nous permet d'obtenir l'équation définie dans [Miller and Moelle, 2009] :

$$\widetilde{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega) = \frac{2\pi(\alpha_x\alpha_y)^2 k_\omega^3}{[(\alpha_x\alpha_y k_\omega)^2 + (\alpha_x k_y)^2 + \alpha_y(k_x - k_\omega)]^{3/2}} \tag{1.38}$$

Ici, les coefficients α_x et α_y, sont ceux introduits par [Mellen, 1990], exprimés de la manière suivante :

$$\alpha_\omega = k_\omega\alpha_x \tag{1.39}$$

$$\beta_\omega = k_\omega\alpha_y \tag{1.40}$$

Il s'agit des mêmes coefficients que ceux définis par Corcos, correspondant aux taux de décroissance longitudinaux et transversaux de la corrélation. Les valeurs de ces coefficients suivent les mêmes considérations que celles que nous avons émises concernant le spectre de Corcos.

La (Fig.1.8) donne une représentation du spectre de Mellen.

1.2.4.5 Modèle de Chase

Le modèle de spectre de pression pariétale, en nombre d'onde-fréquence, défini par Chase est un modèle semi-empirique. En effet ce modèle est issu d'une étude de l'équation de Poisson, en ajoutant des constantes obtenues empiriquement. Contrairement

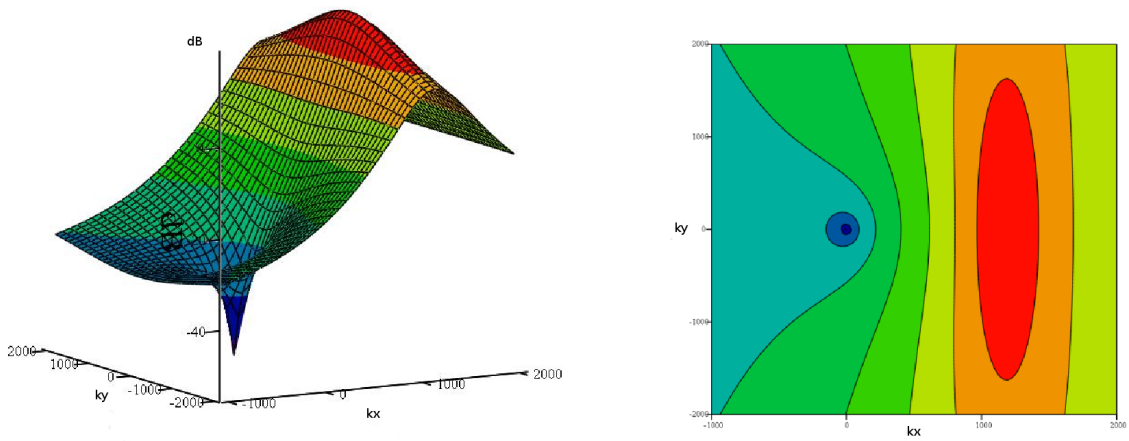


FIGURE 1.9 – Spectre de Chase [Miller, 2011]

au modèle de Corcos, le modèle de Chase donne directement l'expression du spectre de pression pariétale en nombre d'onde fréquence, il est donc inutile de disposer d'un modèle de spectre de pression pariétale $\phi_p(\omega)$, car la modélisation de $\phi_p(\omega)$ est inclue dans le modèle.

Le modèle proposé par Chase a été modifié par des travaux ultérieurs [Graham, 1997], mais ces modifications ne permettent pas de disposer d'une intégrande unité. Seul le premier modèle de Chase, tel que défini dans [Graham, 1997] est donc utilisé dans le cadre de l'étude réalisée.

Le modèle de Chase s'exprime dans le domaine spatio-fréquentiel de la manière suivante [Rosa et al., 2010] [Ciappi and Magionesi, 2009] [Finnveden et al., 2005] [Chase, 1980] :

$$\phi_{pp}(r_x, r_y, \omega) = \left(C_m F_m e^{-z_m} e^{i\frac{\omega r_x}{U_m}} + C_t F_t e^{-z_t} e^{i\frac{\omega r_y}{U_t}}\right) \tag{1.41}$$

Avec :

$$F_m = \frac{U_m}{\sqrt{U_c^2 + h_m^2 u_\tau^2}} \alpha_m^{-3}\Big(1 + z_m + \alpha_m^2 \mu_m^2 \Big(1 - \frac{z_{m1}^2}{z_m}\Big) + 2i\alpha_m \mu_m z_{m1}\Big)$$
$$F_t = \frac{U_t}{\sqrt{U_c^2 + h_t^2 u_\tau^2}} \alpha_t^{-3}\Big(1 + z_t + \alpha_t^2 \Big(1 + \mu_t^2 - \frac{z_{t3}^2 + z_{t1}^2 \mu_t^2}{z_t}\Big) + 2i\alpha_t \mu_t z_{t1}\Big)$$

$$z_{m1} = \alpha_m \mu_m \omega r_x / U_m \ ; z_{t1} = \alpha_t \mu_t \omega r_x / U_t$$
$$z_{m3} = \alpha_m \omega r_y / U_m \ ; z_{t3} = \alpha_t \omega r_y / U_t$$
$$z_m = \sqrt{z_{m1}^2 + z_{m3}^2} \ ; z_t = \sqrt{z_{t1}^2 + z_{t3}^2}$$

$$C_m = \frac{r_m}{r_t F_{t0} + r_m F_{m0}} \ ; C_t = \frac{r_t}{r_t F_{t0} + r_m F_{m0}} \ ; r_m = 1 - r_t$$

$$
\begin{aligned}
F_{m0} &= \frac{U_m}{\sqrt{U_c^2 + h_m^2 u_\tau^2}} \alpha_m^{-3}\Big(1 + \alpha_m^2 \mu_m^2\Big) \\
F_t &= \frac{U_t}{\sqrt{U_c^2 + h_t^2 u_\tau^2}} \alpha_t^{-3}\Big(1 + \alpha_t^2\Big(1 + \mu_t^2\Big)\Big) \\
h_i &= \frac{U_c \mu_i}{u_\tau \sqrt{1 - \mu_i^2}} \quad ; \; U_i = \frac{U_c}{1 - \mu_i^2} \quad ; \; \alpha_i^2 = \frac{1}{1 - \mu_i^2} + \Big(\frac{U_i}{b_m \delta \omega}\Big)^2 \\
i &= m, t
\end{aligned}
$$

Dans cette expression le spectre spatio-fréquentiel dépend de cinq paramètres expérimentaux qui doivent être obtenus par corrélation avec des données expérimentales. Les valeurs proposées par Chase pour les paramètres du modèle sont $b_m = 0,756$; $b_t = 0,378$, $\mu_m = \mu_t = 0,176$, $r_t = 0,389$. Les valeurs de ces paramètres ne sont pas universelles et il est nécessaire de les estimer pour chaque modification des paramètres du système étudié.

Il est également possible de formuler le modèle proposé par Chase dans le domaine des nombres d'onde fréquence [Chase, 1980] :

$$
\widetilde{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega) = \frac{(2\pi)^3 \rho^2 \omega^2 u_\tau^2}{U_c^2 \phi_p(\omega)} \left[\frac{C_M k_x^2}{[K_+^2 + (b_M \delta)^{-2}]^{5/2}} + \frac{C_T |\mathbf{k}|^2}{[K_+^2 + (b_T \delta)^{-2}]^{5/2}} \right] \tag{1.42}
$$

Avec :

$$
\begin{aligned}
K_+^2 &= \frac{(\omega - U_c k_x)^2}{h^2 u_\tau^2} + |\mathbf{k}|^2 \\
\phi_p(\omega) &= \frac{(2\pi)^2 h \rho^2 u_\tau^4}{3\omega(1 + \mu^2} (C_M F_M + C_T F_T) \\
F_M &= \frac{1 + \mu^2 \alpha_M^2 + \mu^4(\alpha_M^2 - 1)}{[\alpha_M^2 + \mu^2(\alpha_M^2 - 1)]^{3/2}} \\
F_T &= \frac{1 + \alpha_T^2 + \mu^2(3\alpha_T^2 - 1) + 2\mu^4(\alpha_T^2 - 1)}{[\alpha_T^2 + \mu^2(\alpha_T^2 - 1)]^{3/2}} \\
\alpha_M^2 &= 1 + \left(\frac{U_c}{b_M \omega \delta}\right)^2 \\
\alpha_T^2 &= 1 + \left(\frac{U_c}{b_T \omega \delta}\right)^2 \\
\mu &= \frac{h u_\tau}{U_c} \\
|\mathbf{k}| &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2}
\end{aligned}
$$

Les coefficients (C_M, b_M) et (C_T, b_T) représentent respectivement la proportion relative des fluctuations de pression pariétale, liées à l'interaction turbulence/cisaillement moyen et à l'interaction turbulence/turbulence. Ces différents coefficients, ainsi que h doivent être obtenus expérimentalement afin de correspondre aux conditions expérimentales. Chase définit cependant des bornes pour les valeurs possibles de ces coeffi-

cients, basées sur des considérations physiques. Les valeurs de ces coefficients, retenues par [Graham, 1997], pour le spectre de Chase sont les suivantes :

$$C_M = 0,00745; \quad b_M = 0,756; \quad C_T = 0,0475; \quad b_T = 0,378; \quad h = 0,3 \tag{1.43}$$

La (Fig.1.9) donne une représentation du spectre de Chase décrit par [Graham, 1997] ainsi que par [Miller, 2011].

1.2.4.6 Modèle de Smol'yakov-Tkachenko

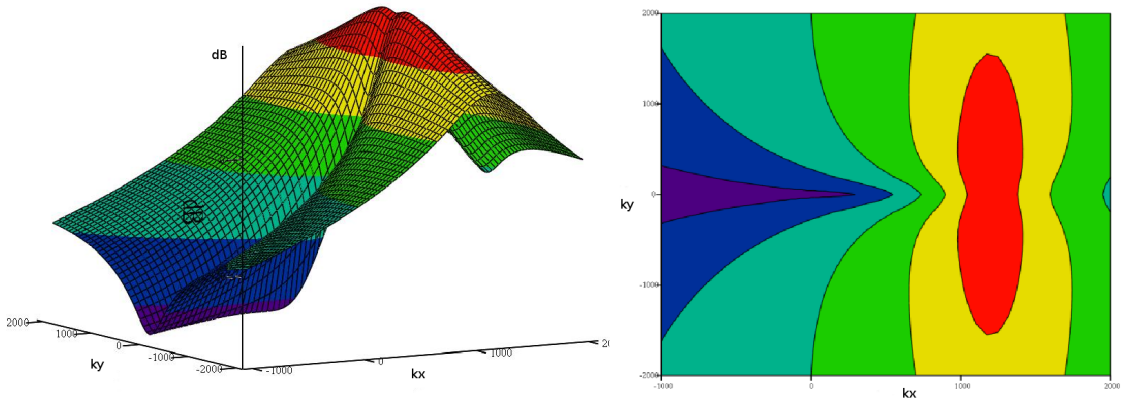


FIGURE 1.10 – Spectre de Smol'yakov [Miller, 2011]

Si nous nous référons à [Graham, 1997], le modèle développé par Smol'yakov est issu de considérations sur le taux de corrélation spatiale de la pression pariétale en fonction de la séparation spatiale et de l'épaisseur de la couche limite. Ces considérations ont ensuite été ajustées à l'aide de données expérimentales.

Contrairement au modèle de Corcos, le modèle de Smol'yakov est un modèle à variables non séparables. Il s'exprime dans le domaine spatio-fréquentiel sous la forme :

$$\phi_{pp}(r_x, r_y, \omega) = \phi_p(\omega)\mathbf{e}^{ik_\omega r_x}\mathbf{e}^{-\sqrt{(r_x^2/\Lambda_x^2)+(r_y^2/\Lambda_y^2)}} \tag{1.44}$$

Ce spectre spatio-fréquentiel fait apparaître un taux de corrélation à variables non séparables, sous la forme :

$$\begin{gathered}\exp[-(r_x^2/\Lambda_x^2 + r_y^2/\Lambda_y^2)^{1/2}] \\ \text{où } \Lambda_x \text{ représente la longueur de corrélation suivant l'axe x.}\end{gathered} \tag{1.45}$$

Si nous posons la longueur de corrélation telle que définie par Corcos et en considérant les coefficients de Mellen, équation (1.39), nous pouvons écrire la longueur de corrélation sous la forme :

$$\Lambda_x = 1/k_\omega \alpha_x \tag{1.46}$$

$$\alpha_\omega = k_\omega \alpha_x \tag{1.47}$$

$$\Lambda_x = 1/\alpha_\omega \tag{1.48}$$

Il est donc immédiat que la formulation exprimée par Smol'yakov est similaire a celle du modèle elliptique, évoquée équation (1.34) :

$$\exp[-((\alpha_\omega r_x)^2 + (\beta_\omega r_y)^2)^{1/2}] \tag{1.49}$$

Des transformations de Fourier réalisées à partir de cette expression du taux de corrélation permettent tout comme dans le cas du modèle elliptique, d'obtenir l'expression du modèle de Smol'yakov en nombre d'onde-fréquence. Une correction a été apportée au modèle concernant les niveaux obtenus en bas nombre d'onde afin de mieux représenter les données expérimentales. La correction modifie uniquement le comportement en bas nombre d'onde, le comportement du spectre dans la région du pic convectif reste inchangée [Miller, 2011].

Concernant le théorème de Kraichan-Phillips, il a volontairement été ignoré dans cette modélisation car il ne permettait pas d'obtenir une modélisation satisfaisante des résultats expérimentaux [Smolyakov and Tkachenko, 1991]. L'expression en nombre d'onde-fréquence s'exprime donc de la manière suivante [Graham, 1997] :

$$\widetilde{\phi}_{pp}(k_x, k_y, \omega) = 0,974 A(\omega) h(\omega)[F(\mathbf{k}, \omega) - \Delta F(\mathbf{k}, \omega)] \tag{1.50}$$

avec :

$$A(\omega) = 0,124 \left[1 - \frac{U_c}{4\omega\delta^*} + \left(\frac{U_c}{4\omega\delta^*}\right)^2\right]^{1/2} \tag{1.51}$$

$$h(\omega) = \left[1 - \frac{m_1 A}{6,515\sqrt{G}}\right]^{-1} \tag{1.52}$$

$$m_1 = \frac{1 + A^2}{1,025 + A^2} \tag{1.53}$$

$$G = 1 + A^2 - 1,005 m_1 \tag{1.54}$$

$$F(\mathbf{k}, \omega) = \left[A^2 + \left(1 - \frac{k_x U_c}{\omega}\right)^2 + \left(1 - \frac{k_y U_c}{6,45\omega}\right)^2\right]^{-3/2} \tag{1.55}$$

$$\Delta F(\mathbf{k}, \omega) = 0,995 \left[1 + A^2 + \frac{1,005}{m_1}\left\{\left(m_1 - \frac{k_x U_c}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{k_y U_c}{\omega}\right)^2 - m_1^2\right\}\right]^{-3/2} \tag{1.56}$$

La (Fig.1.8) donne une représentation du spectre de Smol'yakov.

1.2.4.7 Comparaison des modèles

Si nous considérons les différents modèles de spectres étudiés précédemment et que nous les traçons pour $k_y = 0$ (Fig.1.11), nous pouvons faire les observations suivantes. L'ensemble des modèles semblent représenter fidèlement le pic convectif, cependant le comportement en bas nombre d'onde des modèles diffère visiblement. Si nous nous référons aux études menées par [Graham, 1996], l'approche la plus intéressante en terme

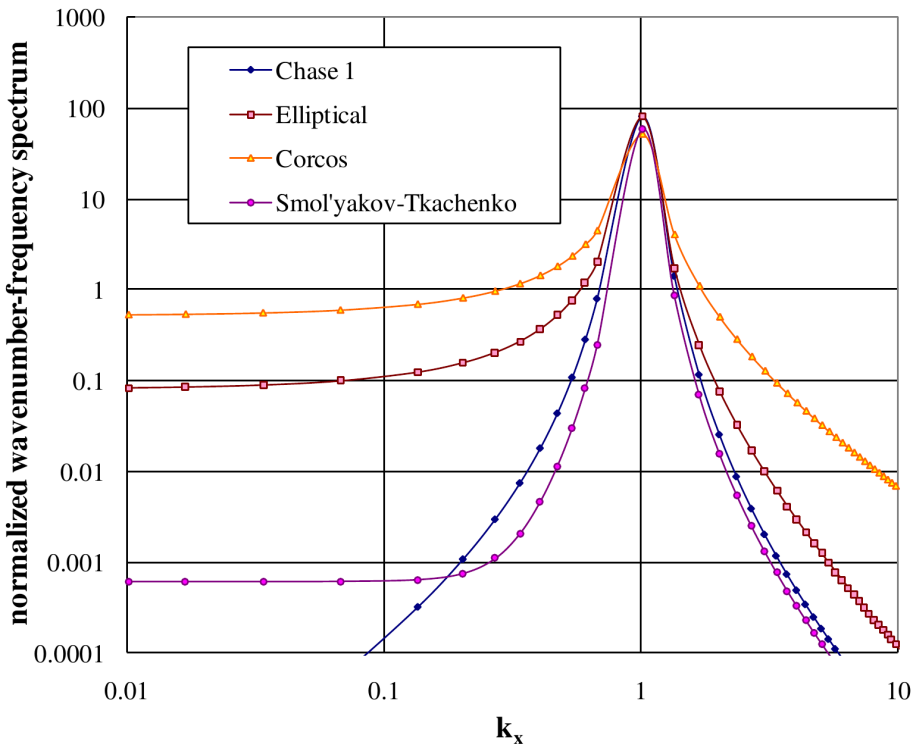


FIGURE 1.11 – Spectre en nombres d'onde [Miller, 2011]

de modélisation de la réponse d'une structure est celle développée par Smol'yakov [Smolyakov and Tkachenko, 1991]. Cependant Graham émet des réserves quant aux résultats obtenus par Smol'yakov : selon lui, l'écriture d'un nouveau modèle semble nécessaire si l'on souhaite pouvoir représenter le comportement de structures dans des cas où l'excitation n'est plus du domaine de la coïncidence hydrodynamique. Ces modifications nécessaires tiennent tout particulièrement à la prise en compte du comportement en bas nombre d'onde des spectres de pression pariétale.

Concernant le comportement en bas nombre d'onde des différents spectre nous pouvons également faire remarquer que le traitement du pic acoustique diffère grandement en fonction du modèle retenu. Cependant dans le cadre de l'étude menée dans la suite de ce document, le comportement modal de la structure fait apparaître des modes pour des nombres d'onde de flexion situés dans le domaine des bas nombres d'onde, entre le pic acoustique et le pic convectif et également proche du pic convectif. L'influence du pic convectif n'as donc pas fait partie des critères retenus quant au choix des modèles contrairement à leur comportement dans le domaine des bas nombres d'onde entre les pics acoustiques et convectifs.

1.3 Modification des spectres de pression

1.3.1 Domaine des bas nombres d'onde

Concernant les valeurs de pression obtenues pour de faibles nombres d'onde, [Chase, 1980] a proposé différents modèles, possédant une dépendance en puissance, entre les données de pression et les paramètres liés à la fréquence et à l'écoulement, sous la forme :

$$P(k_x, k_y, \omega) = C_0 \rho^2 u_\tau^6 \omega^{-3} \tag{1.57}$$

Cependant, cette formulation étant indépendante de l'échelle elle ne permet pas de modéliser les fluctuations de pression en bas nombre d'onde, pour des fréquences réduites élevées. Une autre formulation est proposée par [Bonness et al., 2010], pour palier à cette limitation et tracer les données en fonction de la fréquence réduite, sous la forme :

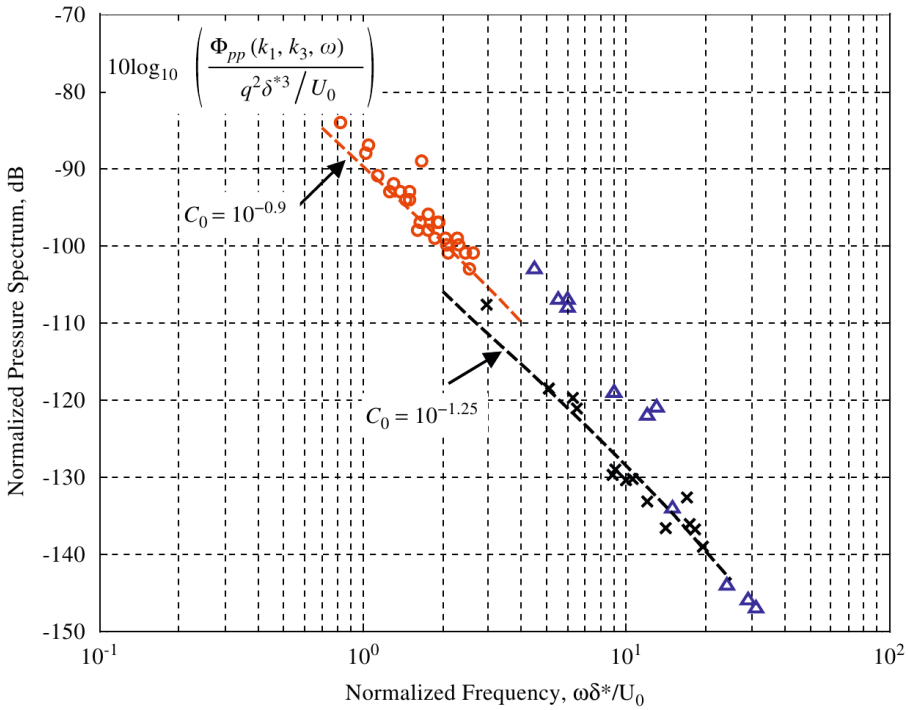
$$P(k_x, k_y, \omega) = C_0 \rho^2 u_\tau^6 \omega^{-3} e^{-2,2(\omega\nu/u_\tau)} \tag{1.58}$$

C'est cette formulation, qui est reprise dans [Bonness et al., 2010], pour tracer les données issues de ses propres essais et issues des essais de [Martin and Leehey, 1977] et [Farabee et al., 1976]. Le coefficient C_0 obtenu varie entre $C_0 = 10^{-0,9}$ et $C_0 = 10^{-1,25}$, la différence de niveau entre les deux courbes (Fig.1.12a) étant attribuée au fait que les essais réalisés par [Martin and Leehey, 1977] ont eu lieu en air et sont par conséquent plus proches du pic convectif, que ceux de l'étude de [Bonness et al., 2010] : le pic peut avoir eu pour effet de remonter le niveau. Si nous considérons l'équation (1.58), cette dernière peut être reformulée comme :

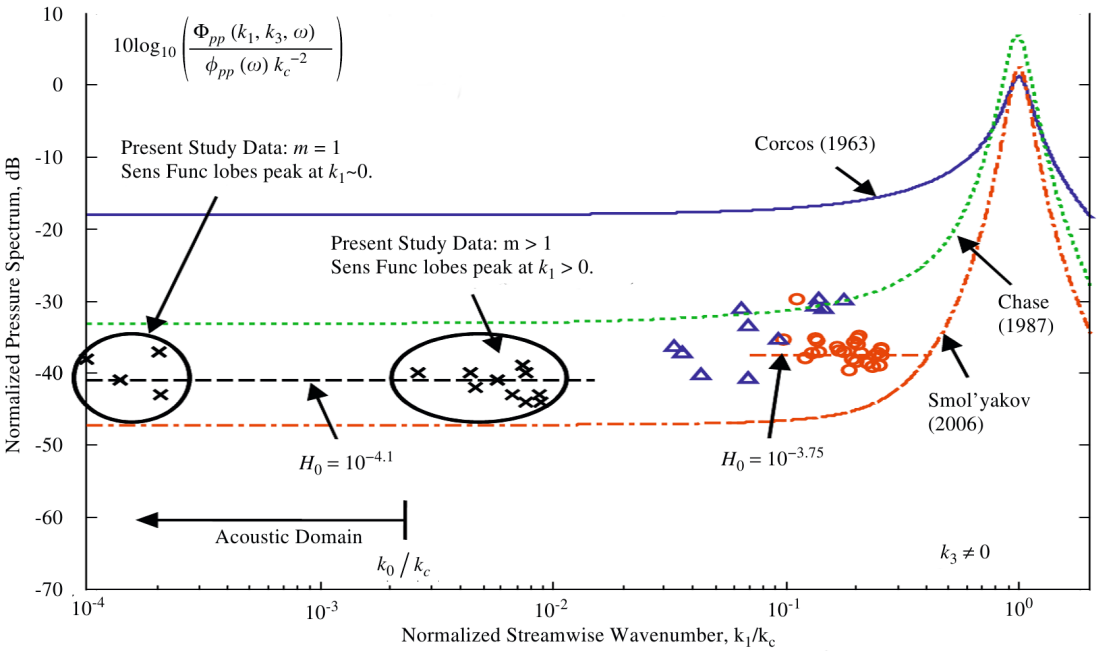
$$P(k_x, k_y, \omega) = H_0 \rho^2 u_\tau^4 U_c^2 \omega^{-3} e^{-2,2(\omega\nu/u_\tau)} \tag{1.59}$$

Cette formulation permet le tracé en fonction du nombre d'onde réduit avec $H_0 = 10^{-4,1}$ quand $C_0 = 10^{-1,25}$ et $H_0 = 10^{-3,75}$ quand $C_0 = 10^{-0,9}$. Les deux formulations (1.58) et (1.59) sont représentatives d'un comportement en bas nombre d'onde du spectre de pression pariétale, sous une forme constante, indépendante du nombre d'onde (Fig.1.12a et Fig.1.12b).

Les résultats issus des mesures réalisées en bas nombre d'onde semblent se situer entre les valeurs obtenues avec les modèles de Chase et de Smol'yakov, ce qui nous donne un spectre de pression normalisé possédant une valeur de $(-41dB)$; soit inférieur de $23dB$ au modèle de Corcos. Cette étude présente des résultats pour une surface lisse, mais il est important de noter que la qualité de l'état de surface a une influence sur



(a) Pression pariétale en fonction de la fréquence [Bonness et al., 2010]



(b) Pression pariétale en fonction du nombre d'onde [Bonness et al., 2010]

FIGURE 1.12 – Pression pariétale en fonction de la fréquence et du nombre d'onde

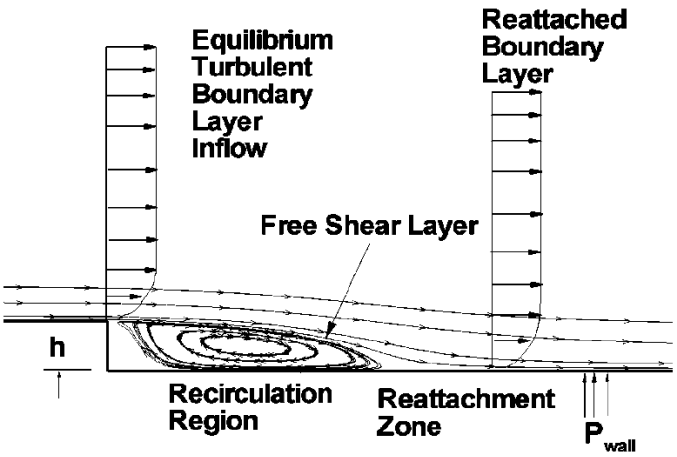


FIGURE 1.13 – Configuration marche descendante [Lee et al., 2005]

les niveaux de pressions générés par la couche limite turbulente [Blake, 1970] [Howe, 1991]. Des travaux expérimentaux menés par [Evans, 2011], sur une surface dont la dimension des rugosités est supérieure à la dimension de la sous couche visqueuse. En comparant les données obtenues avec une surface rugueuse, aux travaux menés par [Bonness et al., 2010], ainsi qu'aux résultats obtenus avec une surface lisse, une augmentation du spectre de l'ordre de 13 décibels est observée, dans le domaine des bas nombres d'onde.

1.3.2 Modification du champ de pression en présence de défauts

Si nous intéressons à des écoulements réels, dans les domaines aérodynamiques ou hydrodynamiques, les modélisations académiques, considérant des écoulements dans le cadre de plaques planes ne sont plus représentatifs de la réalité. En effet, les structures auxquelles nous nous intéressons, sont caractérisées par la présence de défauts qui rompent la continuité ; ces défauts peuvent être assimilés à des marches ou à des fentes.

Ce type de discontinuités peut être à l'origine de phénomènes de décollement de la couche limite turbulente, qui ont pour effet de complexifier la nature de l'écoulement. Afin d'analyser académiquement des problèmes présentant un décollement de la couche limite, l'étude de configurations avec marche descendante (Fig.1.13) a été réalisée par différents auteurs. Le choix de la configuration en marche descendante a été dicté par les considérations suivantes [Eaton and Johnston, 1981].

Il s'agit de la configuration la plus simple, s'agissant d'écoulements décollés. Le décollement a lieu sur le bord de la marche et non en plusieurs points, contrairement aux marches montantes. De plus, les lignes de courant au niveau du décollement sont horizontales, ce qui permet de retrouver les caractéristiques de l'écoulement amont, en

aval du point de recollement.

1.3.2.1 Apparition du décollement

Le décollement de la couche limite apparaît quand un gradient de pression adverse est présent au sein de l'écoulement. Ce gradient a pour effet de ralentir l'écoulement, il exerce en effet une action, dans le sens contraire de l'advection, qui a pour effet de s'opposer aux forces d'advection au sein du fluide. Si l'action conjuguée des forces de viscosité et des forces de pression équilibre les forces motrices d'inertie au sein du fluide, un point de décollement apparaît (Fig.1.13). En aval de ce point, la vitesse du fluide en proche paroi est opposée au sens de l'écoulement, il se crée une zone de recirculation, caractérisée par des tourbillons. Si les conditions le permettent, la couche limite finit par recoller à la paroi, la vitesse du fluide à proximité de la paroi redevient positive. Nous sommes alors en présence d'un bulbe de décollement, les lignes de courant dans ce bulbe étant des tourbillons, fermés sur eux-mêmes.

1.3.2.2 Caractéristiques de la zone de recirculation

Selon [Arguillat, 2006], différents auteurs se sont attachés à la description de la longueur de la zone de décollement, en présence d'un obstacle [Yeung and Parkinson, 2004] [Eaton and Johnston, 1981]. Cependant ces auteurs définissent de différentes manières le point de recollement. Ainsi, pour [Moss and Baker, 1980] et [Na and Moin, 1998], il s'agit du point où la ligne de courant moyenne atteint le sol, tandis que pour [Lee and Sung, 2001] il est situé au point moyen où la fraction d'écoulement qui se dirige vers l'aval est égale à la fraction de l'écoulement qui se dirige vers l'amont.

Dans tous les cas, la position du point de recollement semble être très sensible aux conditions de l'écoulement. Dans les configurations des études citées précédemment où la hauteur de la marche h est de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite δ, [Arguillat, 2006] note que la longueur de recollement est située entre $5h$ et $8h$ avec une variabilité de l'ordre de h.

Nous trouvons aussi des considérations sur la hauteur du bulbe de recollement dans [Arguillat, 2006], lequel serait d'une hauteur sensiblement similaire à la hauteur de la marche h [Moss and Baker, 1980]. Cependant il est aussi à noter que le rapport d'aspect est considéré comme ayant une influence probable sur les caractéristiques du bulbe de recollement [Brungart, 2002].

Concernant l'énergie apportée par la présence d'une zone de décollement, il semble que la relaxation de cette énergie au sein de l'écoulement se fasse relativement lentement, au vu des dimensions de la zone de décollement. Ainsi [Bradshaw and Wong, 1972] et [Brungart, 2002], notent que l'écoulement en amont de cette dernière n'est pas

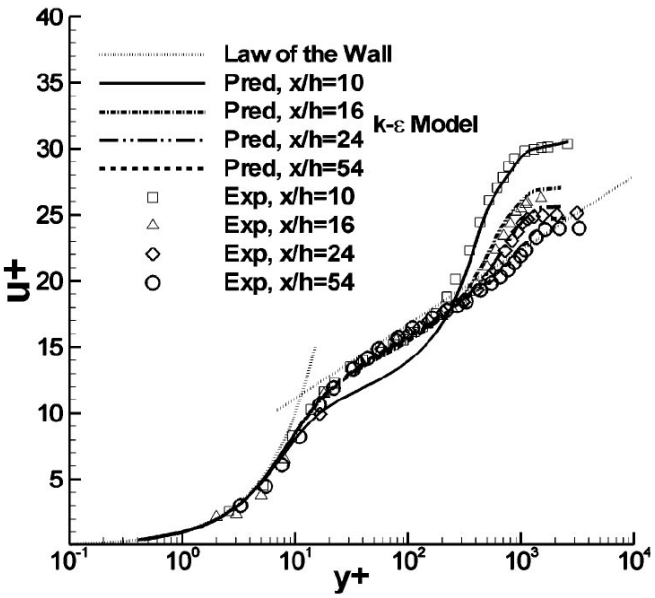


FIGURE 1.14 – Évolution de la couche limite en fonction de la distance au point de recollement [Lee et al., 2005]

celui caractéristique d'une couche limite et qu'il tend vers celui qui est observé dans la zone caractéristique de la loi logarithmique (Fig.1.14). Nous pouvons aussi noter que [Farabee and Casarella, 1986], observe que l'énergie dans la couche limite reste supérieure, même lorsque l'on est éloigné d'une distance de $72h$ du point de recollement, à ce qui est observé en l'absence d'obstacle.

1.3.2.3 Caractéristiques de la pression pariétale avec zone de recirculation

Dans ses travaux, [Arguillat, 2006] a résumé les observations faites précédemment sur l'évolution des spectres de pression pariétale, en présence d'une marche descendante.

Nous pouvons noter que les spectres de pression pariétale présentent des fluctuations importantes, juste en amont du point de recollement, comme observé par [Brungart, 2002], [Farabee and Casarella, 1986], [Moss and Baker, 1980] et [Lee and Sung, 2001]. Les travaux menés montrent une prédominance des basses fréquences dans les spectres de pression pariétale lors de l'apparition d'une zone de décollement, que ce soit au sein de la zone décollée ou en aval de cette dernière. Ce comportement basse fréquence s'estompe lorsque l'on s'éloigne du point de recollement, les spectres retrouvent alors une structure caractérisée par la présence de composants de petite taille et de forte énergie ayant pour effet de faire augmenter les niveaux en haute fréquence (Fig.1.15). L'augmentation concernant les niveaux observés en basse fréquence a lieu pour une gamme de fréquences adimensionnées, située entre $0,0025 < f\delta^*/U_\infty < 0,1$. Dans la région décollée le spectre est caractérisé par un comportement en $\omega^{-7/3}$, ce qui est selon [Lee and Sung, 2001] le signe d'une prédominance des interactions de type

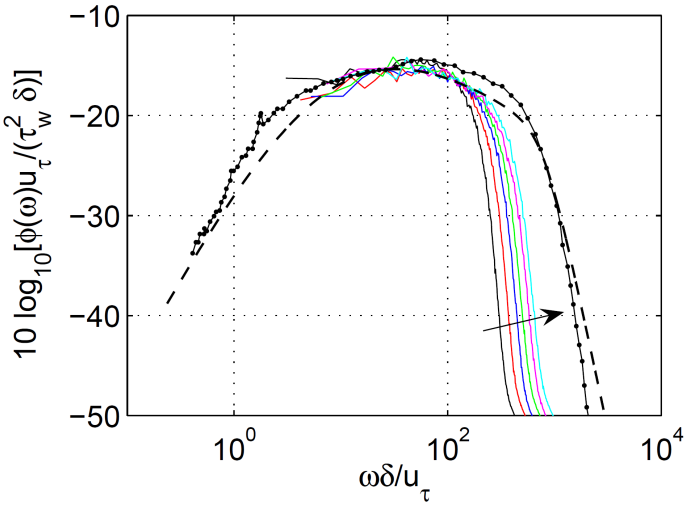


FIGURE 1.15 – Évolution du spectre de pression en fonction de la distance au point de recollement [Gloerfelt, 2009]

turbulent/turbulent devant les interactions de type turbulent/cisaillement.

Concernant la forme générale des spectres de pression pariétale, en présence d'une zone de décollement, [Arguillat, 2006] note que les différentes études font apparaître un maximum dans le spectre de pression pariétale pour une fréquence telle que $fh/U_\infty = 0,067$ [Eaton and Johnston, 1981], [Lee and Sung, 2001]. Cependant, la modélisation de ce maximum diffère en fonction des auteurs. Il est ainsi décrit comme apparaissant pour une fréquence telle que $fx_r/U_\infty \sim 0,6$ dans les travaux de [Driver et al., 1987] et [Mabey, 1972], avec x_r la longueur de la zone de décollement. Une autre modélisation est celle proposée par [Brungart, 2002], qui pose $fh/U_s = 0,08$, avec U_s une échelle de vitesse définie par la vitesse moyenne maximale au niveau du décollement. Cette fréquence caractéristique, est considérée comme étant celle des grands tourbillons situés dans la zone de cisaillement et correspond donc au bouclage entre les points de décollement et de recollement, elle apparaît sous le terme de *shedding frequency* dans la littérature [Chun et al., 2004] [Eaton and Johnston, 1981] [Lee and Sung, 2001]. Cette fréquence caractéristique est liée à des lâchers tourbillonnaires, la distance entre les structures caractéristiques de ces lâchers étant évaluée par [Lee and Sung, 2002] à quatre fois la hauteur de la marche.

Le bulbe de décollement n'étant pas un phénomène stable, il est lui même soumis à une fluctuation, qui correspond à un déplacement dans le temps de la position du point de recollement. Cette fluctuation induit l'apparition d'une fréquence, propre à la dynamique du bulbe de recollement, qui est référencée dans la littérature comme *flapping frequency*. La fréquence de ce battement est inférieure à la fréquence de détachement (*shedding frequency*) discutée précédemment. En fonction des modélisations

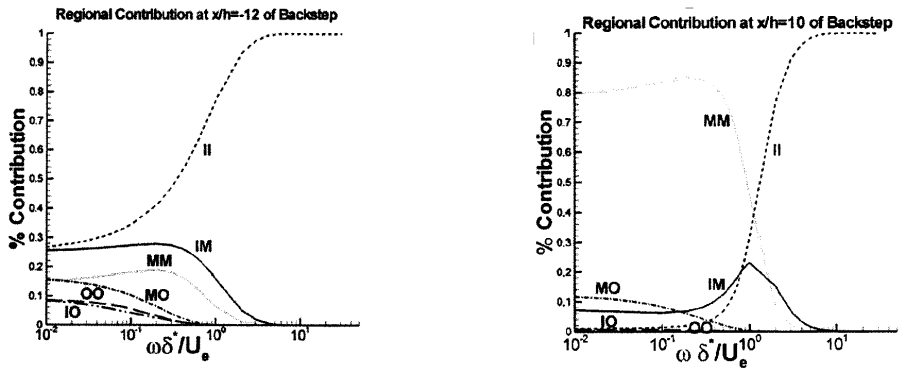


FIGURE 1.16 – Echange d'énergie entre le régions de la CL (I=interne, O=externe, M=intermédiaire), avant et après une marche [Lee et al., 2005]

choisies elle est considérée comme caractérisée par $fh/U_\infty = 0,025$ d'après [Chun et al., 2004], par $fx_r/U_\infty = 0,11$ selon [Eaton and Johnston, 1981] et [Lee and Sung, 2001] ou encore par $fx_r/U_\infty = 0,15$ selon [Mabey, 1972].

Les notions d'adimensionnalisation discutées précédemment permettent de faire ressortir des considérations générales sur le comportement des spectres de pression pariétale, en présence d'une zone de décollement. Ainsi, il semble que les fluctuations de pression soient principalement liées à l'instationnarité imposée par la couche de cisaillement [Brungart, 2002] [Yeung and Parkinson, 2004] et aucunement par le comportement en proche paroi de l'écoulement, que ce soit dans la zone décollée ou en zone recollée [Lee and Sung, 2001]. L'explication tient au fait que les structures situées en amont du point de décollement contournent la zone de décollement en passant au dessus de cette dernière sans y pénétrer [Na and Moin, 1998]. Il a ainsi été observé que le maximum d'énergie se situe à la frontière de la zone de recirculation [Scarano et al., 1999] et se caractérise par des tourbillons de Kelvin-Helmholtz, permettant le transfert de l'énergie du cisaillement moyen vers les petites structures de la turbulence (Fig.1.16).

1.3.2.4 Cas de la marche montante

Si nous considérons les études menées par [Moss and Baker, 1980], le cas de la marche montante présente de nombreuses similitudes avec la marche descendante. L'évolution de la pression pariétale avec la distance au point de décollement semble présenter le même comportement qu'en présence d'une marche descendante. Il semble aussi que l'intensité turbulente montre des similarités, comme observé par [Farabee and Casarella, 1986]. La position du point de recollement varie quand à elle et se situe plus proche du point de décollement, l'ordre de grandeur observé étant de l'ordre de $x_r = 3h$. Dans son étude [Arguillat, 2006], affirme que les résultats obtenus en marche

montante par [Ponte, 2003] peuvent être comparés favorablement aux résultats de [Scarano et al., 1999] et [Brungart, 2002]. Les deux types de marches semblent donc pouvoir être représentés par le même type de modélisation, en ce qui concerne l'évolution des spectres de pression pariétale.

1.3.2.5 Modélisation du spectre de pression en aval d'une marche

A la suite d'expériences réalisées dans une configuration marche descendante suivi d'une marche montante [Camussi and Di Felice, 2006], propose un modèle semi-analytique pour représenter le spectre de pression pariétale. Si nous faisons l'hypothèse de séparation des variables caractéristiques de l'écoulement, nous pouvons obtenir des mises à l'échelle satisfaisantes des spectres de pression pariétale. Le modèle est donc défini comme faisant apparaître une dépendance en puissance du spectre vis-à-vis des paramètres adimensionnels caractéristiques de l'écoulement. Ceci correspond à une dépendance linéaire si nous considérons la puissance sonore. Le spectre est normalisé en fonction de la puissance sonore, ce qui permet de l'exprimer sous une forme polynomiale dépendante du nombre de Strouhal, rapporté à la hauteur de marche :

$$\log_{10}[G^a_{pp}] = 0,214[\log_{10}(St_h)]^4 + 1,04[\log_{10}(St_h)]^3 + 0,773[\log_{10}(St_h)]^2 - 1,978[\log_{10}(St_h)] - 1,247 \quad (1.60)$$

Cette modélisation permet une bonne représentation des données obtenues expérimentalement par [Camussi and Di Felice, 2006], (Fig.1.17).

1.3.2.6 Limitations dans le cadre de notre étude

Les résultats présentés précédemment se basent sur des études réalisées avec une hauteur de marche h de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite δ. Cependant dans le cadre des problèmes auxquels nous devons faire face, pour notre étude, ce type de défauts semble par trop important. En effet si nous considérons la couche limite se développant sur un navire, nous obtenons des valeurs d'un ordre de grandeur compris entre dix centimètres et un mètre. Ainsi l'épaisseur de la couche limite se développant sur un navire se déplaçant à 12nd, obtenue en considérant les formulations proposés par [Choi and Moin, 2012], introduites au paragraphe 1.2.1 pour des positions situées entre 10m et 30m du bord d'attaque, sont comprises entre 10cm et 30cm (Tab.1.3). Rapportés à cette dimension, les défauts que nous sommes susceptibles d'observer, ne devraient pas en toute vraisemblance dépasser une hauteur h de l'ordre du centimètre. Il nous faut donc mettre en relation les travaux présentés précédemment avec des travaux considérant des facteurs de formes plus proches de ce que nous sommes susceptibles d'observer.

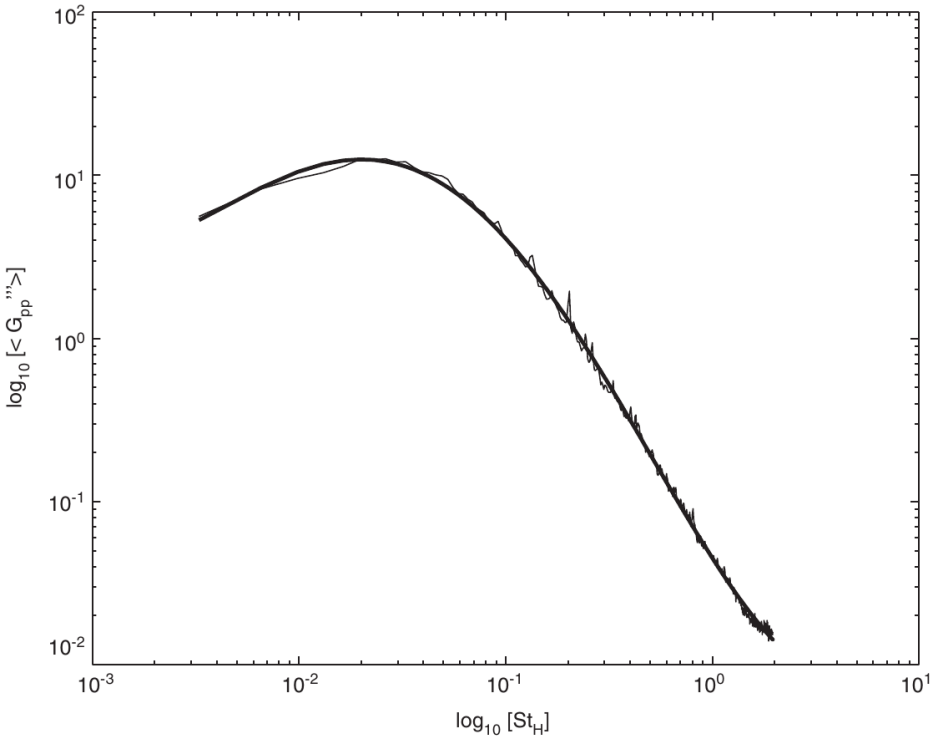


FIGURE 1.17 – Comparaison modèle (gras), résultats expérimentaux [Camussi and Di Felice, 2006]

Vitesse	$x = 10$m	$x = 20$m	$x = 30$m	$x = 100$m
25 nd	$\delta \sim 12$cm	$\delta \sim 20$cm	$\delta \sim 30$cm	$\delta \sim 80$cm
12 nd	$\delta \sim 13$cm	$\delta \sim 23$cm	$\delta \sim 32$cm	$\delta \sim 90$cm
5 nd	$\delta \sim 15$cm	$\delta \sim 26$cm	$\delta \sim 37$cm	$\delta \sim 1$m

TABLE 1.3 – Épaisseur de couche limite se développant sur une plaque plane pour différentes vitesses et positions

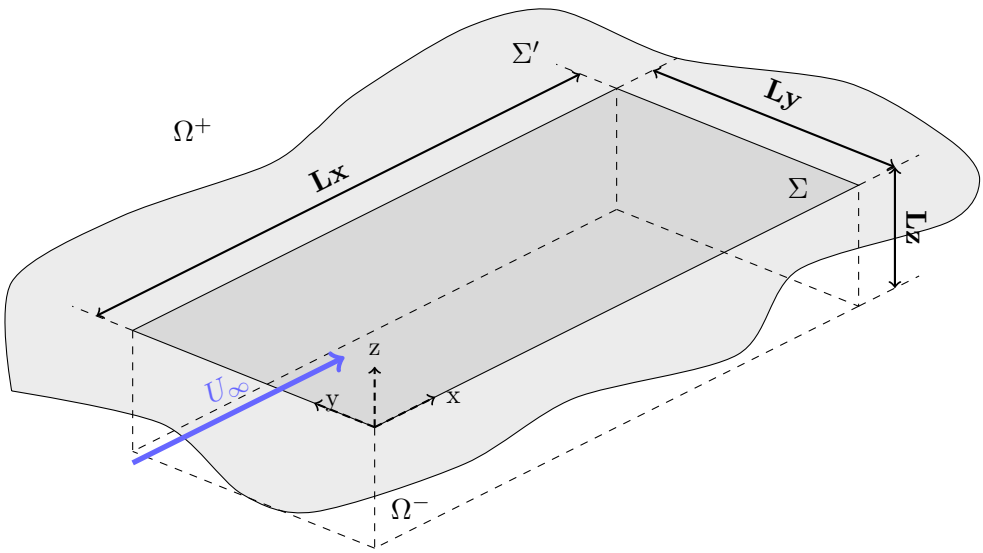


FIGURE 1.18 – Configuration du problème

1.4 Réponse de la structure

1.4.1 Expression théorique de la réponse

1.4.1.1 Description du problème

Dans l'espace tri-dimensionnel $\mathbb{R}^3$, nous définissons le repère cartésien $(0; x, y, z)$. Une plaque élastique mince, de longueur Lx, de largeur Ly et d'épaisseur constante h est située dans le plan :

$$\{X = (x, y, z) : \ 0 < x < Lx; \ 0 < y < Ly; \ -h/2 < z < h/2\}, \tag{1.61}$$

La plaque est composée d'un matériau homogène, isotrope et ses vibrations peuvent être modélisées par l'équation de Kirchhoff pour une plaque mince. Nous définirons donc, par la suite, les différentes grandeurs de la plaque au niveau du plan moyen $\{\Sigma = X|_{z=0}\}$. La plaque est située dans un baffle infini Σ', rigide, tel que $\{\Sigma \cup \Sigma' = \mathbb{R}^2_{xy}\}$ et $\{\Sigma \cap \Sigma' = \partial\Sigma\}$.

Nous posons $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ la raideur en flexion de la plaque, et $m = \rho_s h$ sa masse surfacique. E, ν et ρ_s représentent respectivement le module d'Young, le coefficient de poisson et la masse volumique de la plaque. L'amortissement mécanique de la structure est quant à lui lié aux caractéristiques d'amortissement du matériaux ainsi qu'au conditions aux limites et aux conditions d'interface de la structure. La plaque peut être soumise à des efforts de tensions latéraux et longitudinaux, que nous modélisons sous la forme de forces positives, N_x et N_y, agissant dans le plan médian Σ.

La géométrie complète du problème (Figure 1.18) nécessite la prise en compte des deux espace situés au dessus et en dessous de la plaque, respectivement $\Omega^+(z > 0)$ et

$\Omega^-(z > 0)$. Ces deux espaces contiennent des fluides supposés acoustiques, de masses volumiques respectives ρ^+ et ρ^-. Les célérités des ondes sonores correspondantes, dans ces deux milieux, sont notées c^+ et c^-. Nous considérons que l'espace supérieur, Ω^+, est un demi-espace infini, borné par le baffle plan Σ'. L'espace inférieur Ω^-, quant à lui, est une cavité de dimensions (Lx, Ly, Lz).

$$\{\Omega^- = (x, y, z) : \ 0 < x < Lx; \ 0 < y < Ly; \ -Lz < z < 0\}. \tag{1.62}$$

Nous considérons une excitation aléatoire de la plaque, sous la forme d'une variation de pression pariétale, se manifestant sous une couche limite turbulente complètement développée. Comme il s'agit d'un processus aléatoire, la vibration de la plaque, ainsi que les rayonnements acoustiques induits dans les deux espaces Ω^+ et Ω^-, peuvent également être considérés comme des grandeurs aléatoires. La couche limite turbulente en question est liée à un écoulement dans le demi-espace supérieur Ω^+, selon l'axe des x, avec une vitesse U_∞ constante au loin de la paroi ($z \to \infty$). Elle se développe donc à l'interface entre le fluide situé en Ω^+ et le plan $(\Sigma \cup \Sigma')$ contenant la plaque et le baffle rigide.

1.4.1.2 Hypothèses

Dans le problème étudié, nous considérons de faibles déplacements de la plaque, par rapport à l'épaisseur de cette dernière. Ceci nous permet de supposer que nous restons dans le domaine linéaire et que le déplacement de la plaque n'a aucun effet sur les efforts de tension au sein de cette dernière. Les pré-contraintes de tension N_x et N_y sont constantes en fonction du temps.

Nous considérons une couche limite turbulente totalement développée au droit de la plaque et nous supposons que la vibration de la plaque ne modifie pas les conditions de l'écoulement. La pression pariétale se développant sous la couche limite reste notamment inchangée, par la déformation de la plaque. Cette hypothèse est cohérente : tant que l'ordre de grandeur des déformations de la plaque $w(x, y)$ est bien inférieur aux caractéristiques de la couche limite, $\delta*$ et θ.

Etant donné que nous considérons une couche limite turbulente totalement développée, nous considérons un écoulement situé loin de la zone de transition laminaire-turbulent, de telle sorte que l'écoulement soit peu sensible aux petites perturbations induites par la vibration de la plaque.

Nous modélisons donc l'excitation, liée à la couche limite turbulente, par la variation de pression pariétale se développant sur un baffle rigide dans les mêmes configurations d'écoulement. Ceci nous permet d'obtenir l'excitation à partir des paramètres de la

couche limite, dans le cadre d'une modélisation, sans résoudre intégralement l'écoulement pour tout le domaine.

Finalement, nous considérons que les pressions rayonnées dans les deux espaces Ω^+ et Ω^- ne sont pas modifiées par la présence de l'écoulement en Ω^+. Elles peuvent donc être représentées en considérant la propagation d'une onde dans des fluides au repos en Ω^+ et Ω^-.

Le problème peut donc être intégralement modélisé, en considérant une plaque dans un fluide au repos excitée par un effort aléatoire dont nous ne possédons qu'une représentation statistique dans le domaine des nombres d'onde-fréquence.

1.4.1.3 Mise en équation du problème

Nous notons $w(\mathbf{x}, t)$ la déformation du plan moyen Σ de la plaque, au cours du temps, au point de coordonnées $\{\mathbf{x} = (x; y; 0)\}$ et à la date t. Posons $p^+(\mathbf{z}, t)$ et $p^-(\mathbf{z}, t)$ les pressions acoustiques rayonnées, respectivement, dans les deux espaces Ω^+ et Ω^-, aux points de coordonnées $\{\mathbf{z} = (x; y; z \geqslant 0)\}$ et $\{\mathbf{z} = (x; y; z \leqslant 0)\}$ et à la date t. Nous pouvons alors définir une différence de pression $p_s(\mathbf{x}, t)$ entre les deux faces de la plaque, sous la forme :

$$p_s(\mathbf{x}, t) = p_s(x, y, 0, t) = \lim_{z \to 0}[p^+(x, y, z, t) - p^-(x, y, -z, t)], z > 0; \tag{1.63}$$

Si nous notons $p_{b,\Sigma}(\mathbf{x}, t)$ la variation de pression pariétale induite par la présence de la couche limite turbulente, au droit de la plaque, nous pouvons écrire l'équation de Kirchhoff pour une plaque mince, l'équation de propagation des ondes, les conditions aux limites en temps et en espace, ainsi que les différentes équations régissant la dynamique du problème.

$$(\mathscr{L}_p + \theta \underset{t}{*} \frac{\partial \mathscr{L}'_p}{\partial t} + m\frac{\partial^2}{\partial t^2})w(\mathbf{x}, t) = -p_{b,\Sigma}(\mathbf{x}, t) - p_s(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \Sigma, \tag{1.64}$$

avec l'opérateur :

$$\mathscr{L}_p(w) = D(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^y})^2 - Nx\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - Ny\frac{\partial^2 w}{\partial y^2},$$

$$(\nabla^2 - \frac{1}{c_\pm^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})p^\pm(\mathbf{z}, t) = 0, \quad z \in \Omega^\pm, \tag{1.65}$$

$$\rho_\pm \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial p^\pm}{\partial z}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Sigma, \tag{1.66}$$

$$\frac{\partial p^+}{\partial z}(\mathbf{x}, t) = 0, \quad x \in \Sigma', \tag{1.67}$$

$$w(\mathbf{x}, 0) = \frac{\partial w}{\partial t}(\mathbf{x}, 0) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Sigma, \tag{1.68}$$

$$p^{\pm}(\mathbf{x},0) = \frac{\partial p^{\pm}}{\partial t}(\mathbf{x},0) = 0, \quad x \in \Omega^{\pm}, \tag{1.69}$$

Le problème est également décrit par le jeux de conditions aux limites suivant :

— Conditions aux limites pour w à la frontière $\partial\Sigma = \Sigma \cap \Sigma$

$$w(\mathbf{x}_c,t) = \partial_i w(\mathbf{x}_c,t) = 0; \quad \text{pour un encastrement en } x_c \in \partial\Sigma \tag{1.70}$$

Avec ∂_i, $i \in [1:3]$ les dérivées partielles dans les directions du repère.

— Conditions aux limites pour les ondes acoustiques $p^{\pm}$, dans les domaines $\Omega^{\pm}$. Dans le cadre de l'étude, le domaine Ω^{+} est considéré fini, de frontière $\partial\Omega^{+}$ et la condition de Sommerfeld est approximée par une impédance de paroi $Z^{\pm}$.

$$p^{\pm} = Z^{\pm}\mathbf{v}.\mathbf{n} \tag{1.71}$$

Avec $\mathbf{n}$ la normale à la paroi $\partial\Omega^{\pm}$ et $\mathbf{v}$ la vitesse des particules fluide

Nous avons donc l'équation de Kirchhoff pour une plaque mince, soumise à des efforts de tension et excitée par une pression totale constituée d'une variation de pression pariétale $p_{b,\Sigma}$ et d'une différence de pression acoustique entre les deux faces p_s (1.64). Ici $\{p_{b,\Sigma} = b_{\Sigma}(\mathbf{x})p_b(\mathbf{x},t)\}$ avec $b_{\Sigma}(\mathbf{x})$ une fonction spatiale limitant la description au domaine Σ.

Les conditions initiales ainsi que les conditions à la frontière de la plaque sont définies par les équations (1.68,1.70). Dans le cadre de cette étude différentes conditions aux limites pourront être considérées (encastrement, semi encastrement, ...), en fonction des résultats expérimentaux que nous chercherons à modéliser.

Les pressions acoustiques satisfont l'équation de d'Alembert (1.65), de propagation des ondes, dans les deux domaines Ω^{+} et Ω^{-}. Dans le domaine supérieur, la pression acoustique p^{+} satisfait aussi les conditions aux limites de Neumann (1.67), sur le baffle et une condition de conservation de l'énergie à l'infini (1.71). Dans le domaine inférieur, nous considérons que le problème est borné par des murs qui peuvent êtres soit rigides et parfaitement réfléchissants soit rigides et partiellement absorbants (1.71). Finalement la continuité sur l'interface Σ, pour un fluide parfait au repos, entre l'accélération normale de la surface et l'accélération d'une particule de fluide proche de la surface est exprimée par l'équation (1.66).

L'amortissement de la structure, dans l'équation (1.64) est liée à un produit de convolution par rapport au temps $*_t$ entre θ et une opération linéaire $\mathscr{L}'_p$ par rapport à la vitesse de la plaque.

1.4.1.4 Description du déplacement de la plaque à l'aide d'une fonction de Green

Afin de pouvoir représenter la réponse en nombre d'onde-fréquence du système, nous suivons ici l'approche développée par [Maury et al., 2002], afin de décrire le déplacement de la plaque. Cette approche est la transcription, dans le domaine des nombres d'onde, de la description du problème faite par [Habault and Filippi, 1998].

Si nous considérons $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t)$, la réponse du système à une excitation impulsionnelle, le principe de superposition appliqué à un système variant en espace et invariant en temps nous permet de représenter le déplacement du système en fonction de l'excitation aléatoire :

$$w(\mathbf{x}, t) = \left(\gamma \underset{(\mathbf{x}',t)}{*} p_{b,\Sigma}\right)(\mathbf{x}, t) = \int_0^t \iint_\Sigma \gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t-\tau) p_{b,\Sigma}(\mathbf{x}', \tau) d\tau d\mathbf{x}', \tag{1.72}$$

$$w(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \iint_\Sigma \gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) p_{b,\Sigma}(\mathbf{x}', \omega) d\mathbf{x}', \tag{1.73}$$

Nous définissons ici, par $*_{(\mathbf{x}',t)}$ un produit de convolution en temps et en espace. La fonction de Green du système, dans le domaine temporel, $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t)$ peut être définie comme la transformée de Fourier inverse de la fonction de Green, dans l'espace fréquentiel, $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$:

$$\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) = \frac{1}{2\pi} \int_\infty \gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) e^{j\omega t} d\omega, \tag{1.74}$$

$\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$ satisfait le système d'équations suivant, transcription pour la fonction de Green, du système (1.64 - 1.71) :

$$(\mathscr{L}_p + j\omega\theta(\omega)\mathscr{L}'_p + m\omega^2)\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = -\delta_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}) - p_s(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega), \quad (\mathbf{x}, \mathbf{x}') \in \Sigma, \tag{1.75}$$

$$(\Delta + k_\pm^2)p^\pm(\mathbf{z}, \mathbf{x}', \omega) = 0, \quad (\mathbf{z}, \mathbf{x}') \in \Omega^\pm \times \Sigma, \quad k_\pm = \omega/c_\pm, \tag{1.76}$$

$$\frac{\partial p^\pm}{\partial z}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \rho_\pm \omega^2 \gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega), \quad (\mathbf{x}, \mathbf{x}') \in \Sigma, \tag{1.77}$$

$$\frac{\partial p^+}{\partial z}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = 0, \quad (\mathbf{x}, \mathbf{x}') \in \Sigma', \tag{1.78}$$

Pour une réponse impulsionnelle, le problème est également décrit par le jeux de conditions aux limites suivant :

— Conditions aux limites pour $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$ à la frontière $\mathbf{x} \in \partial\Sigma$

— Conditions aux limites pour les ondes acoustiques $p^\pm$, dans les domaines $\Omega^\pm$, sur les frontières $\partial\Omega^\pm$ et Σ'

Nous introduisons ici, dans le domaine fréquentiel, $p^{\pm}(\mathbf{z}, \mathbf{x}', \omega)$, la pression acoustique au point $\mathbf{z}$ appartenant à $\Omega^{\pm}$ générée par l'impulsion harmonique $\delta_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x})e^{j\omega t}$ agissant au point $\mathbf{x}'$, suivant la normale à la surface de la plaque, avec $\delta_{\mathbf{x}'}(\mathbf{x}) = \delta_{x'}(x)\delta_{y'}(y)$ la fonction de Dirac au point de coordonnées $\{\mathbf{x}' = (x', y', 0)\}$. La différence de pression au point $\mathbf{x}$ appartenant à Σ est notée $p_s(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$ et nous notons ω la pulsation et $k_{\pm}$ le nombre d'onde de l'onde acoustique se propageant dans chacun des deux espaces $\Omega^{\pm}$. Ainsi $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$ correspond à la réponse du système, au point $\mathbf{x}$ de Σ, à une excitation impulsionnelle normale à la surface de la plaque agissant au point $\mathbf{x}'$ de Σ.

Si nous considérons un amortissement structurel hystérétique, nous pouvons exprimer θ sous la forme $\theta(\omega) = |\eta/\omega|$, avec η un facteur de pertes hystérétique et $\mathscr{L}'_p = \mathscr{L}_p$. Si nous considérons un amortissement purement visqueux, θ est constant et $\mathscr{L}'_p$ correspond à l'opérateur identité. Le type d'amortissement structurel considéré sera choisi en fonction des propriétés du matériau et de la structure que nous chercherons à modéliser.

1.4.1.5 Réponse à une excitation aléatoire

Si nous considérons une excitation aléatoire générée par une couche limite turbulente, nous pouvons représenter l'excitation comme un phénomène aléatoire, stationnaire et homogène à l'ordre 2. Ceci nous permet d'exprimer la fonction d'auto-corrélation de cette excitation, sous la forme :

$$R_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi}, \tau) = E[p_b(\mathbf{x}, t)p_b(\mathbf{x} + \mathbf{\Xi}, t + \tau)], \tag{1.79}$$

Avec $\mathbf{\Xi} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ un vecteur de séparation spatiale, τ une différence temporelle et $E(X)$ l'espérance mathématique de X.

Nous pouvons aussi définir le spectre en nombre d'onde-fréquence de l'excitation, $S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega)$, comme la transformée de Fourier en temps et en espace de la fonction d'auto-corrélation $R_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi}, \tau)$. Si nous posons $S_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi}, \omega)$ la transformée de Fourier en temps, il vient :

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi}, \omega) = \int_{\infty} R_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi}, t)e^{j\omega t}dt, \tag{1.80}$$

et :

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{k}, \omega) = \iint_{\Sigma} S_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi}, \omega)e^{j\mathbf{k}\mathbf{\Xi}}d\mathbf{\Xi}, \tag{1.81}$$

avec, respectivement, le nombre d'onde $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ et la pulsation ω, les variables dans l'espace dual de la transformée de Fourier, des variables $\mathbf{\Xi}$ et τ.

Le système étudié n'étant pas uniforme en espace, il y a non-homogénéité de la réponse, contrairement à l'excitation. Statistiquement, le déplacement de la plaque

peut être considéré comme un phénomène stationnaire non-homogène, ce qui implique que sa fonction d'auto-corrélation est de la forme :

$$R_{ww}(\mathbf{x},\mathbf{x}',\tau) = E[w(\mathbf{x}',t)w(\mathbf{x},t+\tau)], \tag{1.82}$$

Si nous exprimons l'équation (1.82) en fonction de l'équation (1.72), il vient une expression liant la fonction d'auto-corrélation $R_{p_b p_b}$ à la fonction d'auto-corrélation R_{ww} :

$$R_{ww}(\mathbf{x},\mathbf{x}',\tau) = \int_{\infty}\int_{\infty}\iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma} \gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}'',t-\tau) \\ R_{p_b p_b}(\mathbf{x}'''-\mathbf{x}'',\tau'-\tau)\gamma(\mathbf{x}',\mathbf{x}''',t-\tau')d\mathbf{x}'''d\mathbf{x}''d\tau'd\tau, \tag{1.83}$$

Si nous effectuons une transformée de Fourier en temps de l'équation (1.83) et que nous considérons les équations (1.74) et (1.80), nous pouvons exprimer le spectre de la réponse de la plaque, en espace et en fréquence, sous la forme :

$$S_{ww}(\mathbf{x},\mathbf{x}',\omega) = \iint_{\infty}\iint_{\infty} \gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}'',-\omega)S_{p_{b,\Sigma}p_{b,\Sigma}}(\mathbf{x}''',\mathbf{x}'',\omega)\gamma(\mathbf{x}',\mathbf{x}''',\omega)d\mathbf{x}''d\mathbf{x}''', \tag{1.84}$$

$$= \iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma} \gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}'',-\omega)S_{p_b p_b}(\mathbf{x}'''-\mathbf{x}'',\omega)\gamma(\mathbf{x}',\mathbf{x}''',\omega)d\mathbf{x}''d\mathbf{x}''', \tag{1.85}$$

Avec $S_{p_{b\Sigma}p_{b,\Sigma}}(\mathbf{\Xi},\omega)$ le spectre en espace et en fréquence de l'excitation, limité au domaine d'étude, Σ.

Comme nous pouvons facilement exprimer l'excitation dans le domaine des nombres d'onde-fréquence, nous devons développer l'équation (1.85), afin de faire apparaître le spectre en nombre d'onde-fréquence de l'excitation.

Ainsi, si nous considérons l'équation (1.81), le spectre en espace et en fréquence, $S_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi},\omega)$ peut s'exprimer en fonction du spectre en nombres d'onde-fréquence $S_{p_b p_b}(\mathbf{k},\omega)$, en posant :

$$S_{p_b p_b}(\mathbf{\Xi},\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2}\iint_{\infty} S_{p_b p_b}(\mathbf{k},\omega)e^{-j\mathbf{k}\mathbf{\Xi}}d\mathbf{k}, \tag{1.86}$$

Si nous combinons l'équation (1.86) avec les équations (1.84) et (1.85), nous pouvons faire apparaître la réponse en tant que fonction de deux nombres d'onde $\mathbf{\Gamma}_\omega(\mathbf{k},\mathbf{k}')$, ou en tant que fonction de l'espace et d'un nombre d'onde $\mathbf{\Gamma}_\omega(\mathbf{x},\mathbf{k}')$.

$$\mathbf{\Gamma}_\omega(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \iint_{\Sigma}\iint_{\Sigma} \gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}',\omega)e^{j(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}+\mathbf{k}'\cdot\mathbf{x}')}d\mathbf{x}d\mathbf{x}' \tag{1.87}$$

$$\mathbf{\Gamma}_\omega(\mathbf{x},\mathbf{k}') = \iint_{\Sigma} \gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}',\omega)e^{j\mathbf{k}'\cdot\mathbf{x}'}d\mathbf{x}' \tag{1.88}$$

avec $\mathbf{k}'$ et $\mathbf{k}'$ les variables dans l'espace dual de la transformée de Fourier qui correspondent aux variables spatiales $\mathbf{x}$ et $\mathbf{x}'$.

Nous pouvons donc réécrire l'équation (1.85) sous la forme :

$$S_{ww}(\mathbf{x},\mathbf{x}',\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{\infty} \mathbf{\Gamma}_{-\omega}(\mathbf{x},\mathbf{k}'')S_{p_b p_b}(\mathbf{k}'',\omega)\mathbf{\Gamma}_{\omega}(\mathbf{x}',-\mathbf{k}'')d\mathbf{k}'' \tag{1.89}$$

1.4.2 Réponse acoustique

1.4.2.1 Représentation de la pression acoustique à l'aide de fonctions de Green

Nous savons que la pression acoustique rayonnée est liée à l'accélération de la plaque. Nous pouvons donc écrire :

$$p(\mathbf{z},\omega) = \rho\omega^2 \iint_{\Sigma} w(\mathbf{x},\omega)\mathscr{G}_{\omega}(\mathbf{z},\mathbf{x})d\mathbf{x} \tag{1.90}$$

Avec $\mathscr{G}_{\omega}$ la fonction de Green solution de l'équation de propagation des ondes dans le milieu considéré, vérifiant les conditions aux limites du problème en espace et en temps. Les fonctions de Green $\mathscr{G}_{\omega}$ sont définis dans [Kuttruff, 2000] ; [Gunda et al., 1998] ou [Maury and Bravo, 2008], en fonction des différents problèmes et conditions aux limites considérées. Ainsi le cas de murs intégralement réfléchissant, ou partiellement absorbants peut être pris en compte dans l'écriture de la fonction de Green décrivant le problème dans l'espace Ω^-, [Kuttruff, 2000].

Si nous considérons la réponse de la plaque à une excitation impulsionnelle en $\mathbf{x}'$, nous pouvons écrire la relation suivante :

$$\mathscr{T}(\mathbf{z},\mathbf{x}',\omega) = \rho\omega^2 \iint_{\Sigma} \gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}',\omega)\mathscr{G}_{\omega}(\mathbf{z},\mathbf{x})d\mathbf{x} \tag{1.91}$$

En introduisant $\mathscr{T}(\mathbf{z},\mathbf{x}',\omega)$ la fonction de Green pour le problème couplé fluide-structure, vérifiant les données du problème.

Nous pouvons donc écrire une équation similaire à l'équation (1.72) sous la forme :

$$p(\mathbf{z},t) = \left(\mathscr{T} \underset{(\mathbf{x}',t)}{*} p_{b,\Sigma}\right)(\mathbf{z},t) = \int_0^t \iint_{\Sigma} \mathscr{T}(\mathbf{z},\mathbf{x}',t-\tau)p_{b,\Sigma}(\mathbf{x}',\tau)d\tau d\mathbf{x}', \tag{1.92}$$

Finalement, un raisonnement analogue à celui développé au paragraphe précédent nous permet de définir le spectre de pression rayonnée, en fonction de l'espace et de la fréquence, dans les deux espaces fluides Ω^+ et Ω^-, sous la forme :

$$S_{pp}^{\pm}(\mathbf{z},\mathbf{z}',\omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{\infty} \mathbf{T}_{-\omega}^{\pm}(\mathbf{z},\mathbf{k}'')S_{p_b p_b}(\mathbf{k}'',\omega)\mathbf{T}_{\omega}^{\pm *}(\mathbf{z}',-\mathbf{k}'')d\mathbf{k}'' \tag{1.93}$$

Avec $T_\omega^\pm(\mathbf{z},\mathbf{k}')$ la fonction de transfert pour la pression rayonnée, définie par la transformé de Fourier en espace de $\mathscr{T}(\mathbf{z},\mathbf{x}',\omega)$, fonction de Green du problème couplé :

$$T_\omega^\pm(\mathbf{z},\mathbf{k}') = \iint_\Sigma \mathscr{T}^\pm(\mathbf{z},\mathbf{x}',\omega)d\mathbf{x}' = \rho_\pm\omega^2 \iint_\Sigma \Gamma_\omega(\mathbf{x},\mathbf{k}')\mathscr{G}_\omega^\pm(\mathbf{z},\mathbf{x})d\mathbf{x} \tag{1.94}$$

1.4.2.2 Obtention de la pression à partir du déplacement de la structure

La pression acoustique rayonnée dans le fluide peut également être obtenue à partir des déplacements calculés de la structure. Il s'agit de réaliser un calcul de propagation acoustique dans un milieu fluide fini ou infini, en considérant la vitesse de vibration de la structure comme une des conditions aux limites du problème acoustique.

Le calcul est alors effectué en deux temps, un calcul de vibroacoustique permet d'obtenir la réponse de la structure couplée au fluide, puis le calcul purement acoustique permet l'obtention de la réponse acoustique.

1.4.3 Réponse calculée avec l'inter-spectre de pression en espace-fréquence

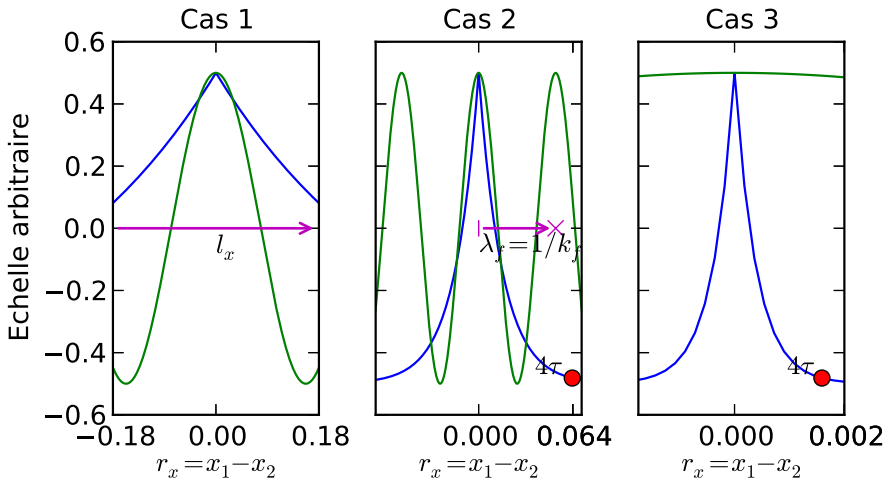


FIGURE 1.19 – Tracé de Φ_{pp} et γ_v respectivement en bleu et vert pour les différents cas en considérant une structure simple de type poutre libre-libre

La formulation (Eq.1.84) permet d'exprimer l'interspectre de déplacement de la structure en fonction de l'interspectre spatio-fréquentiel de pression pariétale. Concernant la réponse d'une structure, la grandeur spectrale d'intérêt est l'auto-spectre de déplacement, qui s'exprime à partir du résultat (Eq.1.84) sous la forme :

$$S_{ww}(\mathbf{x},\omega) = \iint_\infty \iint_\infty \gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}'',-\omega)S_{p_{b,\Sigma}p_{b,\Sigma}}(\mathbf{x}''',\mathbf{x}'',\omega)\gamma(\mathbf{x},\mathbf{x}''',\omega)d\mathbf{x}''d\mathbf{x}''' \tag{1.95}$$

Le calcul de cet auto-spectre dépends de la fonction de transfert $\gamma(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$, réponse en un point $\mathbf{x}$ de la structure à une excitation de Dirac en $\mathbf{x}'$ et de l'interspectre de pression pariétale.

Comme ces deux grandeurs évoluent différemment en fonction de la fréquence, le calcul de la double intégration spatiale peut être simplifié en tenant compte de l'évolution de ces deux grandeurs pour différents cas de fréquence.

Si nous considérons la formulation de Corcos de l'interspectre de pression pariétale (Eq.1.32), la corrélation longitudinale est exprimée par le terme $\mathbf{e}^{-\alpha_x|\omega r_x|/U_c}$, qui représente une décroissance exponentielle de l'interspectre en fonction de la distance de corrélation. Le paramètre caractéristique de cette décroissance est le terme $\tau = U_c/\omega = 1/k_c$, qui correspond à l'inverse du nombre d'onde convectif.

La longueur caractéristique de la structure quant à elle est caractérisée par le nombre d'onde de flexion k_f, pour la fréquence considérée. Ce dernier correspond au maximum de la transformée de Fourier spatiale du déplacement de la structure pour une fréquence donnée.

La structure pouvant être considérée comme un filtre passe-bas dont la coupure se situe en $k_f(\omega)$, trois cas peuvent être considérés pour une structure de dimension $l = (L_x, L_y)$ et de nombre d'onde de flexion $k_f(\omega)$ (Fig.1.19) :

— Si ω petit ; $\tau >> L_x$ on doit réaliser les deux intégrations sur $\mathbf{x_1}$ et $\mathbf{x_2}$; la convergence est liée à la discrétisation spatiale de la structure.

$$S_{ww}(\mathbf{Q}, \omega) = \int_{S_{\mathbf{x_1}}} \gamma_v(\mathbf{Q}, \mathbf{x_1}, \omega) \int_{S_{\mathbf{x_2}}} \Phi_{pp}(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \omega)\gamma_v^*(\mathbf{Q}, \mathbf{x_2}, \omega) d\mathbf{x_2} d\mathbf{x_1} \tag{1.96}$$

— Si ω grand ; $\tau << L_x$ et $\tau \sim 1/k_f(\omega)$ pour chaque point $\mathbf{x_1}$ on intègre sur une sous surface $S(\mathbf{x_1}) = [\mathbf{x_1} - (A*\tau, A*\tau), \mathbf{x_1} + (A*\tau, A*\tau)]$ avec A une constante $\mathbf{x_2} \in S_{\mathbf{x_1}}$. La convergence est liée au choix de A et à la discrétisation de la sous surface. Il peut être nécessaire d'interpoler $\gamma_v^*(\mathbf{Q}, \mathbf{x_2}, \omega)$ sur $S_{\mathbf{x_1}}$ pour augmenter le pas de la discrétisation.

$$S_{ww}(\mathbf{Q}, \omega) = \int_{S_{\mathbf{x_1}}} \gamma_v(\mathbf{Q}, \mathbf{x_1}, \omega) \int_{S_{\mathbf{x_2}}} \Phi_{pp}(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \omega)\gamma_v^*(\mathbf{Q}, \mathbf{x_2}, \omega) d\mathbf{x_2} d\mathbf{x_1} \tag{1.97}$$

— Si ω très grand ; $\tau << L_x$ et $\tau << 1/k_f(\omega)$ alors $\gamma_v^*(\mathbf{Q}, \mathbf{x_2}, \omega)$ peut être considéré constante sur $S_{\mathbf{x_1}}$. Pour tout point $\mathbf{x_1}$

$$S_{ww}(\mathbf{Q}, \omega) = \int_{S_{\mathbf{x_1}}} \gamma_v(\mathbf{Q}, \mathbf{x_1}, \omega)\gamma_v^*(\mathbf{Q}, \omega) \int_{S_{\mathbf{x_2}}} \Phi_{pp}(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \omega) d\mathbf{x_2} d\mathbf{x_1} \tag{1.98}$$

Le calcul de la réponse de la structure en considérant l'interspectre de pression spatio-temporel nécessite donc différentes discrétisations en fonction du cas dans lequel se situe le problème étudié. Dans le premier et dans le troisième cas une discrétisation,

Fréquence	100Hz	1000Hz	10000Hz
Nombre de points	$10^2 N_z$	$10^4 N_z$	$10^6 N_z$

TABLE 1.4 – Nombre de points nécessaire à la modélisation de l'interspectre en fonction de la fréquence

pour laquelle le calcul de la réponse modale du problème d'interaction fluide-structure est convergé, sur la bande de fréquence considérée, suffit à l'expression de l'interspectre de pression pariétale. Dans le second cas il est nécessaire d'avoir plus de points pour exprimer le champ de pression que le nombre nécessaire au calcul de la réponse modale du système fluide-structure. Pour une structure de dimensions (L_x, L_y) ce nombre de points peut être évalué en fonction du nombre d'onde convectif :

$$N = k_c^2 L_x L_y N_z \tag{1.99}$$

avec N_z le nombre de points nécessaire à la discrétisation de la veine fluide.

Si nous considérons une plaque de dimensions $L_x = L_y = 1$m, une vitesse d'écoulement de 10ms^{-1} et $N_z = 100$ points pour la discrétisation suivant z du fluide, le nombre de points nécessaire au calcul varie entre 10^4 et 10^8, pour la bande de fréquence $0.1 - 10$kHz (Tab.1.4).

Le nombre de points nécessaire au calcul de la réponse devient rapidement important et la double intégration sur l'ensemble de ces points implique des temps de calcul importants pour l'application de cette méthode.

1.4.4 Réponse calculée avec l'inter-spectre de pression en nombre d'onde-fréquence

1.4.4.1 Formulation du problème avec un fluide léger

Un première approche permettant de calculer la réponse d'une structure excitée par une couche limite turbulente est celle proposée dans le domaine aéroacoustique, qui consiste en un développement limité à l'ordre 1 permettant l'obtention de fonctions de transfert $\Gamma_\omega(\mathbf{x}, \mathbf{k})$.

La réponse de la structure est alors écrite sous la forme d'une série des déformées modales de la structure dans le vide.

Cette formulation décrite dans [Maury et al., 2002], possède un domaine de validité dépendant d'un paramètre $\epsilon = 2\rho/m$ qui représente le rapport entre la masse volumique du fluide et la masse volumique de la structure.

Cette formulation ne peut pas être utilisée pour un fluide lourd et il est nécessaire de définir différemment la réponse de la structure à l'excitation.

1.4.4.2 Description de l'excitation en série d'ondes planes

Afin de permettre le calcul de la réponse de la structure pour un système couplé fluide-structure en présence d'un fluide lourd, une approche consiste en une modélisation de l'excitation sous la forme d'une série d'ondes planes indépendantes entre elles [Aucejo, 2010] [Aucejo et al., 2012] [Bravo and Maury, 2007] [Bravo and Maury, 2011].

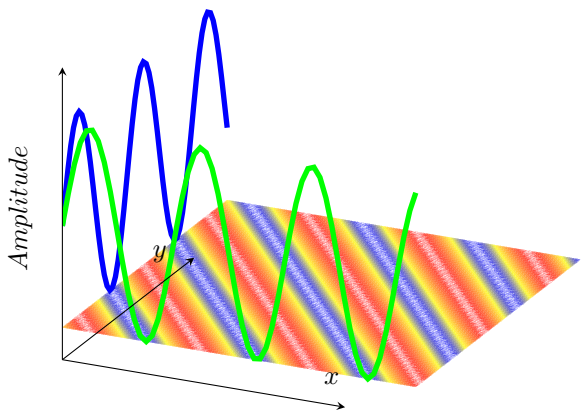


FIGURE 1.20 – Champ de pression généré par une unique onde plane de vecteur d'onde $\mathbf{k} = (k_r, k_s)$, sur une plaque plane $z = 0$

Soit une excitation de pression sous la forme d'une onde plane surfacique (Fig.1.20), d'amplitude $A_{r,s}(t)$ et de vecteur d'onde $\mathbf{k} = (k_r, k_s)$:

$$P_{rs}(x, y, t) = A_{rs}(t)e^{jk_r x}e^{jk_s y} \tag{1.100}$$

Le champ de pression pariétale est définie sous la forme d'une somme d'onde planes surfaciques indépendantes entre elles :

$$p(x, y, t) = \sum_{r,s} P_{rs}(x, y, t) \tag{1.101}$$

Ce champ de pression possède une densité inter-spectrale fonction de l'amplitude des différentes ondes planes et de la densité interspectrale de cette amplitude $S_{A_{rs}A_{rs}}(\omega)$:

$$S_{pp}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \sum_{r,s} S_{A_{rs}A_{rs}}(\omega)e^{jk_r\xi_x}e^{jk_s\xi_y} \tag{1.102}$$

La densité inter-spectrale des spectres d'excitation générés par une couche limite turbulente est donnée en fonction des inter-spectres de pression en nombre d'onde fréquence, sous la forme :

$$S_{pp}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma_{pp}(k_x, k_y, \omega)}{4\pi^2} e^{jk_x\xi_x}e^{jk_y\xi_y} dk_x dk_y \tag{1.103}$$

Comme la décomposition en série de l'excitation introduit une discrétisation de cette dernière, l'équation (Eq.1.103) est discrétisée dans le domaine des nombres d'ondes :

$$S_{pp}(\xi_x, \xi_y, \omega) = \sum_{r,s} \frac{\Gamma_{pp}(k_r, k_s, \omega)}{4\pi^2} e^{jk_r\xi_x} e^{jk_s\xi_y} \Delta k_r \Delta k_s \tag{1.104}$$

$$S_{A_{rs}A_{rs}}(\omega) = \frac{\Gamma_{pp}(k_r, k_s, \omega)}{4\pi^2} \Delta k_r \Delta k_s \tag{1.105}$$

Si la discrétisation (k_r, k_s) dans le domaine des nombres d'onde est bien choisie, le résultat des équations précédentes converge vers le résultat obtenu par la formulation intégrale

La réponse de la structure au point $\mathbf{Q}$ à une excitation de couche limite turbulente peut alors être exprimée sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma_{pp}(k_x, k_y, \omega)}{4\pi^2} |H_v(\mathbf{Q}, k_x, k_y, \omega)|^2 dk_x dk_y \tag{1.106}$$

Cette formulation est discrétisée sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_{r,s} S_{A_{rs}A_{rs}}(\omega) |H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega)|^2 \tag{1.107}$$

Chapitre 2

Réponse vibroacoustique

2.1 Projection sur une base modale

2.1.1 Modélisation éléments finis

La calcul de la réponse d'une structure pour un problème vibroacoustique soumise à un champ de pression modélisé par une somme d'onde planes nécessite le calcul de la réponse de cette structure pour chacun des cas de chargement en onde plane apparaissant dans la somme.

Etant donné le nombre important de termes présents dans la modélisation en ondes planes de la pression, il n'est pas envisageable d'obtenir l'ensemble des réponses par un calcul complet. Dans le cadre de l'approche choisie, le problème est donc projeté sur une base modale afin de réduire le temps nécessaire à la réalisation des calculs. La base modale considéré ici doit être en accord avec la problématique physique modélisée, ainsi il est judicieux de choisir une base modale pour la structure et le volume fluide fermé et non pour la structure seule.

Cette approche nécessite donc de réaliser un choix quant à la base modale utilisée afin de résoudre le problème d'interaction fluide-structure. Etant donné que le logiciel éléments finis utilisé est le code de calcul Code_Aster, une modélisation ($\mathbf{u}$,p,φ) du problème modal est choisie. Cette dernière est en effet une des modélisation disponibles pour le résolution d'un problème d'interaction fluide structure dans Code_Aster. Dans cette modélisation φ correspond à un potentiel de déplacement du fluide, tel que $\mathbf{u} = \overrightarrow{grad}(\varphi)$ au sein du fluide.

Le choix d'une base modale ($\mathbf{u}$,p,φ) permet en outre de symétriser le système matriciel du problème d'interaction fluide-structure, les solveurs utilisés pour la résolution sont ceux disponibles pour des systèmes symétriques. Ceci permet un gain en temps de calcul pour la solution par rapport à un système ($\mathbf{u}$,p) et un stockage creux des

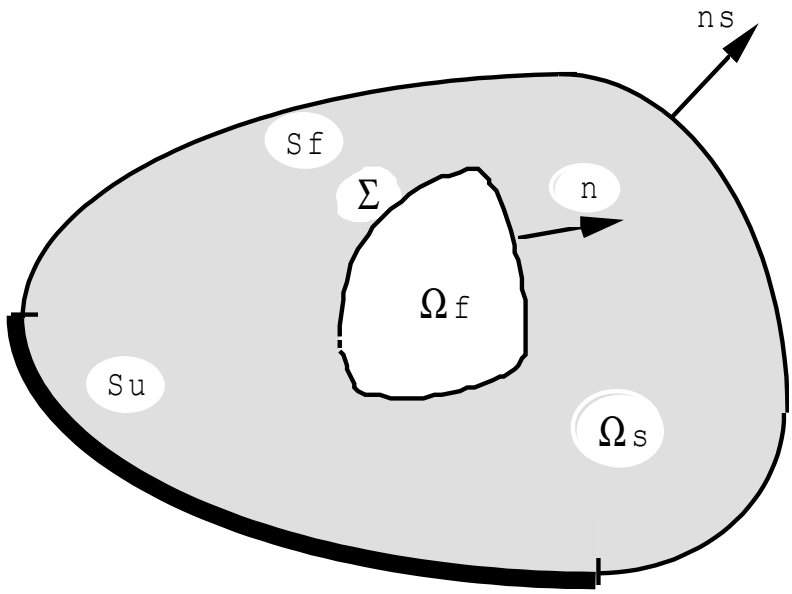


FIGURE 2.1 – Schématisation du problème vibro-acoustique

matrices éléments finis.

La modélisation choisie, est implémentée dans le code via l'utilisation d'éléments vibro-acoustiques [GREFFET, 2013]. Ces éléments permettent le calcul de la réponse modale, modes propres et fréquences propres, d'une structure couplée avec un fluide ainsi que le calcul de la réponse acoustique. La formulation du problème est celle proposée par [Morand and Ohayon, 1995] pour l'étude d'un système vibroacoustique couplé avec un domaine fluide borné.

2.1.1.1 Formulation du problème :

Soit une structure élastique Ω_s vibrant en présence d'un volume interne ou externe confiné, modélisé par un fluide parfait Ω_f, l'interface entre les deux domaines étant $\Sigma = \Sigma_s \cap \Sigma_f$ (Fig.2.1). la normale extérieure au domaine fluide ω_f est notée n. La résolution du problème d'interaction fluide-structure correspond à la résolution simultanée de deux problèmes différents, la résolution pour le fluide du champ de pression p en tout point, pour un chargement de déplacement $\mathbf{u}$ imposé à l'interface Σ et la résolution du champ de déplacement $\mathbf{u}$ dans la structure pour un chargement en pression p imposé à l'interface Σ

Dans le cadre de la résolution du problème d'interaction fluide-structure étudié dans ce document, la structure est considérée comme homogène et possédant un comportement élastique linéaire. Le problème peut alors être décrit pour la structure par :

— **L'équation de conservation de la quantité de mouvement :**

En l'absence de forces volumiques et de forces d'inertie, cette dernière s'écrit :

$$\sigma_{ij,j} - \rho_s \frac{d^2 u_i}{dt^2} = 0; \quad \text{dans } \Omega_s \tag{2.1}$$

avec ρ_s la masse volumique de la structure, $\mathbf{u}$ le vecteur des déplacements et σ_{ij} le tenseur des contraintes.

— **La relation de compatibilité :**

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}); \quad \text{dans } \Omega_s \tag{2.2}$$

avec ε_{kl} le tenseur des déformations.

— **La loi de comportement en élasticité linéaire isotrope :**

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}; \quad \text{dans } \Omega_s \tag{2.3}$$

avec C_{ijkl} le module d'élasticité.

Afin de résoudre le système fluide-structure étudié, il est également nécessaire de modéliser le fluide. Les éléments fluides utilisés pour décrire le problème sont par hypothèse régis par les lois de l'acoustique linéaire, de plus aucune source acoustique n'est considérée dans la description du problème étudié. Les équations décrivant le comportement du fluide sont donc formulées :

— **L'équation de conservation de la quantité de mouvement :**
En l'absence de sources acoustiques, cette équation s'écrit :

$$T_{ij,j} - \rho_f \frac{d^2 u_{fi}}{dt^2} = 0; \quad \text{dans } \Omega_f \tag{2.4}$$

avec :
T_{ij} le tenseur des contraintes dans le fluide
ρ_f la masse volumique du fluide
$\mathbf{u}_f$ le vecteur des déplacements dans le fluide

— **L'équation de conservation de la masse :**
exprimée au premier ordre, en l'absence de sources acoustiques, cette équation se formule :

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}); \quad \text{dans } \Omega_f \tag{2.5}$$

— **La loi de comportement :**

$$T_{ij} = -p\delta_{ij}; \quad \text{dans } \Omega_f \tag{2.6}$$

avec :
p la pression acoustique $p = \rho c_0^2$
c_0 célérité du son dans le fluide

— **L'équation de Helmholtz, de propagation des ondes acoustiques :**
Cette équation se déduit par combinaison des équation de conservation de la masse (Eq.2.5) et de conservation de la quantité de mouvement (Eq.2.4)

$$\Delta p + k^2 p = 0; \quad \text{dans } \Omega_f \tag{2.7}$$

avec :
k nombre d'onde acoustique $k = \omega/c$
c_0 célérité du son dans le fluide

Finalement le couplage entre les comportements fluide et structure doit être exprimé afin de décrire intégralement le système. Comme le fluide considéré ne présente pas de viscosité les deux équations de continuité des contraintes et des vitesses normales régissent le couplage, à l'interface fluide-structure :

— **Continuité des contraintes normales :**

$$\sigma_{ij} \cdot n_i = T_{ij} \cdot n_i = -p\delta_{ij} \cdot n_i; \quad \text{sur } \Sigma \tag{2.8}$$

avec :
$\mathbf{n}$ la normale à la surface d'interaction fluide-structure

— **Continuité des vitesses normales :**

$$\frac{du_i}{dt} \cdot n_i = \frac{du_{fi}}{dt} \cdot n_i; \quad \text{sur } \Sigma \tag{2.9}$$

Le problème couplé d'interaction fluide-structure peut donc être reformulé en termes de déplacements pour la structure et de pression acoustique pour le fluide en considérant le système d'équations harmoniques :

$$\begin{cases} C_{ijkl} \cdot u_{k,lj} + \omega^2 \rho_s u_i = 0 & \text{dans } \Omega_s \\ \Delta p + k^2 p = 0 & \text{dans } \Omega_f \\ C_{ijkl} \cdot u_{k,l} \cdot n_i = -p\delta_{ij} \cdot n_i & \text{sur } \Sigma \\ u_i \cdot n_i = \dfrac{1}{\rho_f \omega^2} \dfrac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} & \text{sur } \Sigma \end{cases} \tag{2.10}$$

2.1.1.2 Formulation variationnelle et matricielle :

Le code éléments finis utilisé propose une résolution du problème couplé à partir de la méthode des éléments finis, en utilisant la formulation faible du problème.

En considérant un déplacement δu cinématiquement admissible dans Ω_s, l'équation (Eq.2.10) peut s'écrire dans Ω_s de manière intégrale :

$$\int_{\Omega_s} (C_{ijkl} \cdot u_{k,li}\delta u_i + \omega^2 \rho_s u_i \delta u_i) dV = 0 \tag{2.11}$$

Une intégration par parties de l'équation (Eq.2.11) permet de faire apparaître la formulation faible :

$$\int_{\Omega_s} (C_{ijkl} \cdot u_{k,l}\delta u_{i,j} + \omega^2 \rho_s u_i \delta u_i) dV - \int_{\Sigma} C_{ijkl}\delta u_i \delta u_{k,l} \cdot n_i dS = 0 \tag{2.12}$$

En faisant apparaître la continuité des contraintes normales (Eq.2.8) la formulation couplée associée à la structure s'exprime sous forme variationnelle :

$$\int_{\Omega_s} (C_{ijkl} \cdot u_{k,l}\delta u_{i,j} + \omega^2 \rho_s u_i \delta u_i) dV - \int_{\Sigma} p\delta u_i \cdot n_i dS = 0 \tag{2.13}$$

Un développement similaire est considéré pour obtenir la formulation variationnelle associée à l'équation du fluide.

Un chargement en pression acoustique δp statiquement admissible dans Ω_f est considéré. L'équation de Helmholtz (Eq.2.7) peut donc être écrite en formulation intégrale :

$$\begin{aligned}
&\int_{\Omega_f} (\Delta p \delta p + k^2 p \delta p) dV = 0 \\
&\int_{\Omega_f} \mathrm{div}(\delta p \cdot \Delta p) dV - \int_{\Omega_f} \Delta p \cdot \Delta \delta p dV + k^2 \int_{\Omega_f} p \delta p dV = 0 \\
&\int_{\Sigma} \delta p \cdot \frac{\partial p}{\partial n} dS - \int_{\Omega_f} \Delta p \cdot \Delta \delta p dV + k^2 \int_{\Omega_f} p \delta p dV = 0
\end{aligned}$$

En faisant apparaître la continuité des vitesses normales (Eq.2.9) la formulation couplée associée au fluide s'exprime sous forme variationnelle :

$$\frac{1}{\rho_f \omega^2} \int_{\Omega_f} (\Delta p \cdot \Delta \delta p - k^2 p \cdot \delta p) dV - \int_{\Sigma} \delta p \cdot u_n dS = 0 \tag{2.14}$$

avec $(u_n = u_i \cdot n_i)$ le déplacement normal à la structure à l'interface fluide-structure Σ

La discrétisation par la méthode des éléments finis du problème décrit par les formulations variationnelles (Eq.2.13) et (Eq.2.14) permet d'introduire le système matriciel solution :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} & -\mathbf{C} \\ -\mathbf{C}^T & \dfrac{\mathbf{H}}{\rho_f \omega^2} - \dfrac{\mathbf{Q}}{\rho_f c_0^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \end{bmatrix} = 0 \tag{2.15}$$

$\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$ et $\mathbf{C}$ correspondent respectivement aux matrices de masse, de raideurs et de couplage obtenues par la modélisation éléments finis du système. Les matrices $\mathbf{H}$ et $\mathbf{Q}$ quant à elles, correspondent aux matrices fluides obtenues par la discrétisations des formes bilinéaires :

$$\int_{\Omega_f} \Delta p \cdot \Delta \delta p dV \text{ et } \int_{\Omega_f} p \cdot \delta p dV$$

2.1.1.3 Introduction du potentiel de déplacement fluide :

Dans le code éléments finis Code_Aster, le système matriciel à résoudre (Eq.2.15) est modifié afin de rendre ce dernier symétrique, ce qui permet l'utilisation d'algorithmes de résolution prenant en compte la symétrie. Cette modification du système matriciel est effectué en faisant apparaître un terme supplémentaire dans les équations associées, le potentiel de déplacement du fluide φ tel que $\mathbf{u}_f = \overrightarrow{grad}(\varphi)$ [Morand and Ohayon, 1995].

Le nouveau système d'équations s'exprime donc sous la forme :

$$C_{ijkl} \cdot u_{k,li} + \omega^2 \rho_s u_i = 0 \qquad \text{dans } \Omega_s \tag{2.16}$$

$$\rho_f \omega^2 \Delta\varphi + k^2 p = 0 \qquad \text{dans } \Omega_f \tag{2.17}$$

$$p = \rho\omega^2\varphi \qquad \text{dans } \Omega_f \tag{2.18}$$

$$C_{ijkl} \cdot u_{k,l} \cdot n_i = -\rho_f \omega^2 \varphi \delta_{ij} \cdot n_j \qquad \text{sur } \Sigma \tag{2.19}$$

$$u_i \cdot n_i = \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}} \qquad \text{sur } \Sigma \tag{2.20}$$

La formulation variationnelle associée au système d'équations est cherchée en appliquant la formulation de Green à l'équation (Eq.2.17), pour un chargement cinématiquement admissible Ψ :

$$\int_{\Omega_f} (\rho_f \omega^2 \Delta\varphi + k^2 p)\Psi) dV = 0 \tag{2.21}$$

En prenant en compte la conditions aux limites définies par l'équation (Eq.2.19) il vient :

$$\int_{\Omega_f} \frac{p\Psi}{\rho_f c_0^2} dV - \int_{\Omega_f} grad\ \varphi\ grad\ \Psi dV + \int_{\Sigma} \Psi u_n dS = 0 \tag{2.22}$$

De même, pour un chargement cinématiquement admissible q, la formulation variationnelle de l'équation (Eq.2.18) s'exprime sous la forme :

$$\int_{\Omega_f} (p - \rho_f \omega^2 \varphi) q dV = 0 \tag{2.23}$$

$$\int_{\Omega_f} \frac{pq}{\rho_f c_0^2} dV - \omega^2 \int_{\Omega_f} \frac{\varphi q}{c_0^2} dV = 0 \tag{2.24}$$

La formulation variationnelle du problème étudié est obtenue par sommation des deux formulations variationnelles, pour le fluide et pour la structure, (Eq.2.23) et (Eq.2.22) :

$$\int_{\Omega_f} \frac{pq}{\rho_f c_0^2} dV - \rho_f \omega^2 \Big(\int_{\Omega_f} \frac{\varphi q + p\Psi}{\rho_f c_0^2} dV - \int_{\Omega_f} \frac{grad\ \varphi\ grad\ \Psi}{\rho_f c_0^2} dV + \int_{\Sigma} \Psi u_n dS \Big) = 0 \tag{2.25}$$

Une discrétisation de la formulation variationnelle, permet de faire apparaître la formulation matricielle utilisée pour appliquer la méthode des éléments finis :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\mathbf{M}_f}{\rho_f c^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \\ \varphi \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 & \rho_f \mathbf{M}_\Sigma \\ 0 & 0 & \dfrac{\mathbf{M}_{fl}}{c^2} \\ \rho_f \mathbf{M}_\Sigma^T & \dfrac{\mathbf{M}_{fl}^T}{c^2} & \rho_f \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ p \\ \varphi \end{bmatrix} = 0 \tag{2.26}$$

Dans la formulation matricielle décrite par l'équation (Eq.2.26), la matrice $\mathbf{M}_\Sigma$ correspond au couplage fluide-structure obtenue à partir de la discrétisation de la forme bilinéaire :

$$\int_\Sigma \varphi u dS$$

Les matrices $\mathbf{M}_f$, $\mathbf{M}_{fl}$ et $\mathbf{H}$ quant à elles correspondent respectivement aux matrices fluides issues des discrétisations des formes bilinéaires :

$$\int_{\Omega_f} pq dV \ , \ \int_{\Omega_f} p\varphi dV \text{ et } \int_{\Omega_f} grad\varphi grad\Psi dV$$

La réponse modale du système couplé fluide-structure est obtenue par résolution du système matriciel décrivant le problème (Eq.2.26). Les modes fréquences propres et modes propres obtenus seront utilisés par la suite afin de permettre la projection des différents problèmes issus des différents cas de chargement en ondes planes sur la base modale $(\mathbf{U}, p, \varphi)$.

2.1.2 Analyse modale

Afin de valider la méthode numérique étudiée, un cas test est étudiée dans la suite de ce chapitre et une comparaison est réalisée entre les résultats obtenus par la mise en œuvre de ce cas test pour différentes modélisations numériques et différents cas d'excitation. Le déroulement de ce cas test est schématisé (Fig.2.2), il s'agit de comparer les résultats issus de la projection sur base modale du problème avec les résultats issus d'un calcul ($\mathbf{u}$,p,φ) complet, pour un unique cas de chargement onde plane surfacique, ceci afin de valider le choix de la projection du problème.

Le système considéré est une plaque plane homogène régie par les lois de l'élasticité linéaire. Cette plaque est encastrée sur une de ses largeurs et libre sur ses autres bords. Le domaine fluide est constitué d'une cavité située sous la plaque, avec des conditions de paroi aux limites et d'une demi-sphère au dessus de la plaque. Le fluide est modélisé par des éléments acoustiques possédant des degrés de libertés en pression et potentiel des déplacements (Fig.2.3).

Dans le cadre du logiciel Code_Aster, utilisé pour cette étude, il n'est pas possible de réaliser une analyse modale en présence d'une matrice d'impédance pour le problème

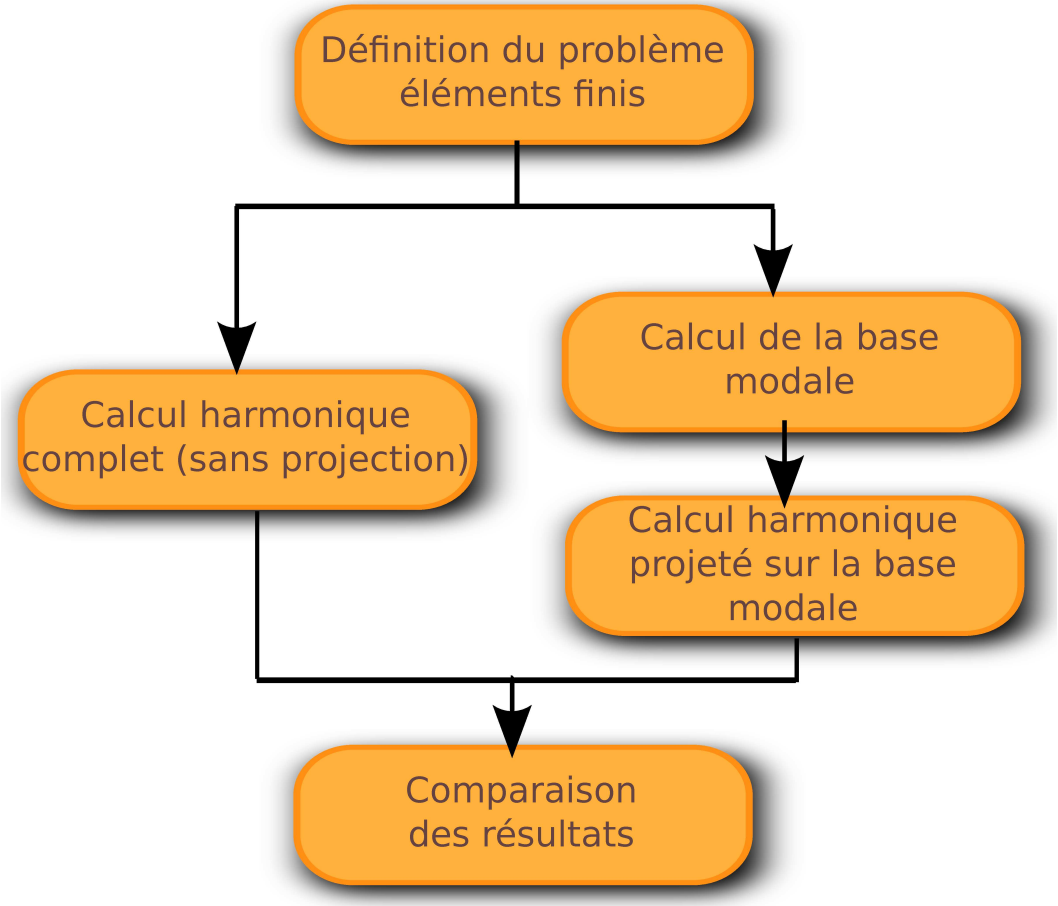


FIGURE 2.2 – Déroulement du cas test

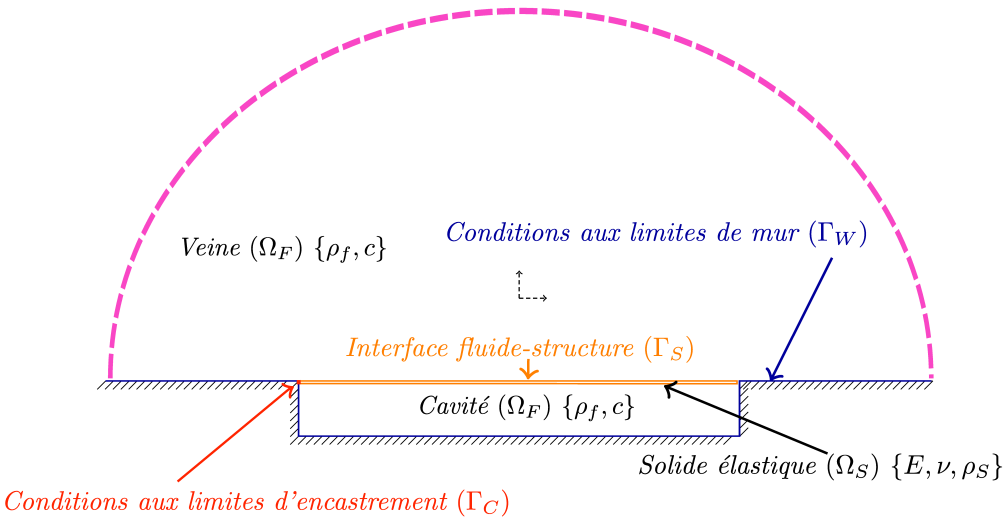
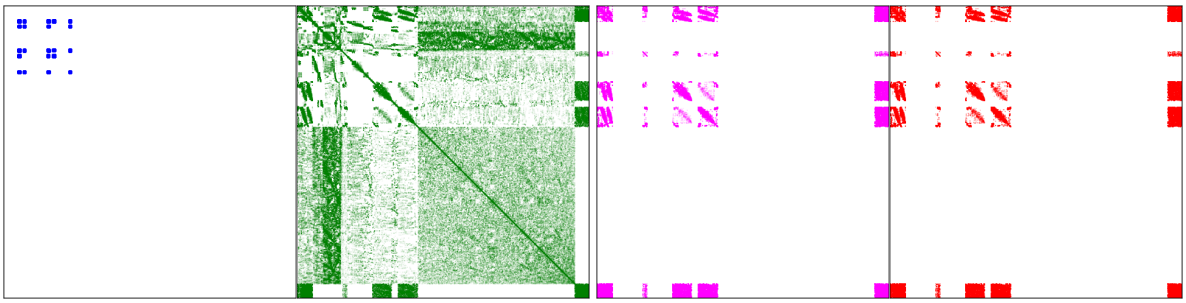


FIGURE 2.3 – Schématisation du problème éléments finis



(a) Matrice I (b) Matrice M (c) Matrice C (d) Matrice K

FIGURE 2.4 – Matrices du problème éléments finis

éléments finis. Les conditions aux limites acoustiques pour le domaine fluide supérieur sont donc des conditions de paroi, sur l'enveloppe de la demi-sphère. L'analyse modale ne permet donc pas de prendre en compte l'énergie dissipée dans le fluide par le rayonnement acoustique, le cas traité considère un fluide confiné pour lequel l'énergie acoustique est réfléchie aux frontières du domaine.

Bien que la base modale obtenue par le calcul éléments finis ne prennent pas en compte le rayonnement acoustique, sous réserve que l'on puisse émettre l'hypothèse que la réponse de la structure est faiblement influencée par l'énergie acoustique rayonnée, cette base permet de calculer la réponse de la structure pour des chargements harmoniques. Cette hypothèse sera validée en comparant les résultats obtenus par l'analyse modale et l'analyse harmonique projetée sur la base modale aux résultats issus d'une analyse complète pour les mêmes cas de chargement, prenant en compte la matrice d'impédance caractérisant le rayonnement acoustique sur la paroi de la demi-sphère.

Le système matriciel résolu par l'analyse éléments finis fait intervenir une matrice de masse M, une matrice de raideur K et une matrice d'amortissement C, ces matrices ayant les dimensions du nombre de degrés de libertés du système étudié.

$$\left(-\omega^2\Big[M\Big] + i\omega\Big[C\Big] + \Big[K\Big]\right)\Big\{H_v\Big\} = \Big\{0\Big\} \tag{2.27}$$

Pour réaliser l'analyse de convergence du système matriciel, le problème sans amortissement est considéré. Ainsi le système matriciel résolu pour l'analyse de la sensibilité au maillage ne fait pas apparaître de matrice d'amortissement, ceci réduit le temps nécessaire au calcul de la base modale, les modes propres solution du problème étant alors réels :

$$\left(-\omega^2\Big[M\Big] + \Big[K\Big]\right)\Big\{H_v\Big\} = \Big\{0\Big\} \tag{2.28}$$

Si l'amortissement est considéré, le problème matriciel (Eq.2.27) est résolu dans le plan complexe, les modes propres sont alors complexes ce qui augmente le temps nécessaire pour le calcul de ces modes propres.

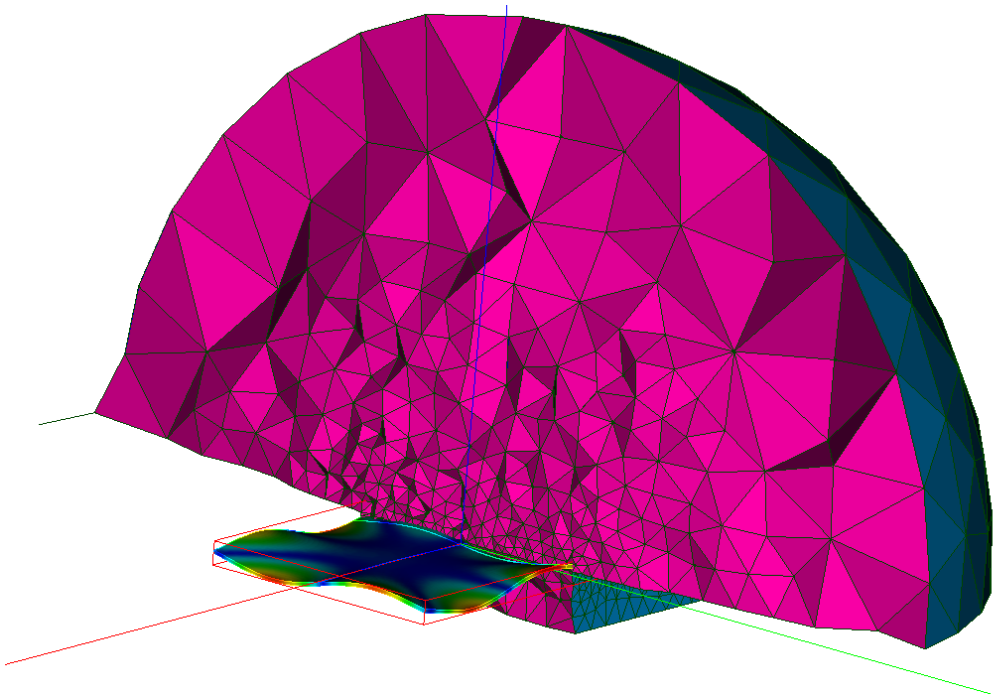


FIGURE 2.5 – Discrétisation du problème éléments finis

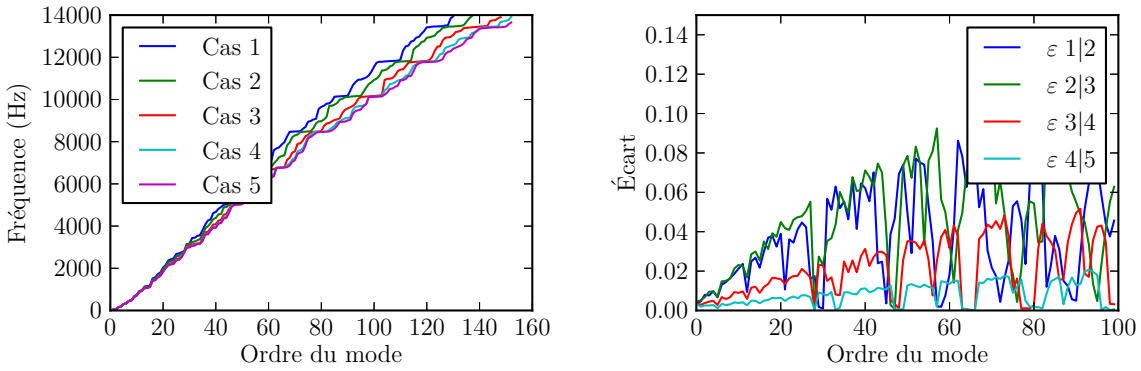
	Degrés de liberté (N_{ddl})	Éléments structure	Éléments fluide
1	92000	2000	26000
2	120000	3000	34000
3	160000	4700	44000
4	220000	8200	58000
5	440000	18000	110000

TABLE 2.1 – Nombres de degrés de liberté et d'éléments pour les différents cas de discrétisation

Comme décrit au paragraphe (2.1.1), les matrices du problème sont des matrices creuses non diagonales, les termes non diagonaux étant issus du couplage entre le fluide et la structure (Fig.2.4).

Dans un premier temps le système étudié est discrétisé (Fig.2.5) afin de réaliser l'analyse modale. Plusieurs cas de discrétisation sont investigués (Tab.2.1) et une étude de convergence est menée en fonction de la discrétisation structure et de la discrétisation fluide.

Les fréquences propres obtenues par l'analyse modale sont tracées en fonction de l'ordre du mode propre correspondant, pour les cinq cas étudiés (Fig.2.6a). Plus la discrétisation est fine et plus le nombre de modes présents dans la bande de fréquence $0 - 14kHz$ est importante, ce nombre de fréquences propres semble converger vers une nombre de l'ordre de 150 (Tab.2.2) pour les deux discrétisations les plus fines représentées par les cas 4 et 5. De la même manière les courbes représentatives de l'évolution des fréquences propres en fonction de l'ordre du mode semblent converger



(a) Fréquence en fonction de l'ordre

(b) Écart entre deux analyses successives

FIGURE 2.6 – Convergence pour les cinq maillages

pour les deux cas les plus finement discrétisés.

Les écarts sur les fréquences observés entre les cas test successif sont également tracés (Fig.2.6b). Les trois premiers cas, les plus grossiers, font apparaître des écarts sur les fréquences calculées pouvant atteindre 10% sur la bande de fréquence de l'étude. Ces écarts sont trop importants pour les modes d'ordre élevé pour que l'on puisse considérer que la convergence soit atteinte sur l'ensemble de la bande de fréquence. Pour les deux cas les plus finement discrétisés, quant à eux, l'écart observé sur les fréquences est inférieur à 2% sur l'ensemble de la bande de fréquence $0 - 14kHz$. Il y a une bonne convergence du problème modal pour ces deux discrétisations (cas 4 et 5).

Pour les différents cas test, l'évolution des fréquences calculées numériquement pour six différents modes propres, inclus dans la bande de fréquence étudiée, est tracée en fonction du nombre de mailles de chaque discrétisation (Fig.2.7). Les valeurs de fréquences observées sont normalisées par la valeur de fréquence obtenue avec le maillage le plus grossier, donné dans la légende. Les différentes fréquences observées semblent atteindre un plateau à partir du quatrième cas, ce qui confirme la convergence du maillage pour le problème considéré, avec les deux discrétisations les plus fines.

Dans la suite de l'étude, la discrétisation du cas N°4 sera utilisée pour réaliser les calculs complets nécessaires à la comparaison avec l'approche harmonique projetée sur base modale.

En ce qui concerne les différents calculs modaux réalisés dans le cadre de l'étude de la convergence en fonction du maillage, le temps nécessaire au calcul des résultats a également été observé (Tab.2.2). L'évolution de la durée des calculs modaux est sensiblement linéaire en fonction du nombre de mailles utilisées pour la discrétisation éléments finis. Pour le cas d'étude finalement retenu, la durée du calcul modal est d'environ 40 minutes et 153 modes sont obtenus numériquement dans la bande de

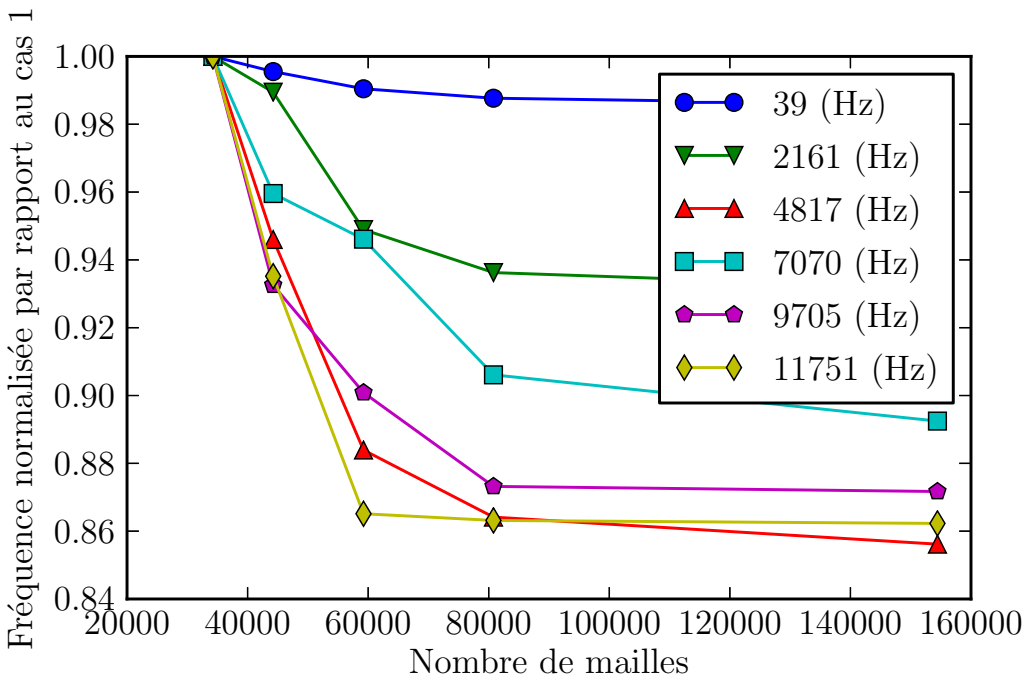


FIGURE 2.7 – Évolution des fréquences propres en fonction de la discrétisation

	Degrés de liberté (N_{ddl})	Durée du calcul	Nombre de modes
1	92000	11 min	131
2	120000	15 min	138
3	160000	25 min	149
4	220000	43 min	153
5	440000	1 h 42 min	153

TABLE 2.2 – Durée du calcul modal et nombre de modes observés pour les différents cas de discrétisation

fréquence $0 - 14kHz$.

Le cas numéro 4 ayant été retenu pour la suite de l'étude, un calcul modal avec amortissement au sein de la structure, solution de l'équation matricielle (Eq.2.27) est donc réalisé pour cette discrétisation, ainsi que pour la discrétisation la plus grossière (Tab.2.3). Ceci permet de comparer le temps nécessaire au calcul de la solution avec amortissement avec le temps nécessaire au calcul de la solution sans amortissement structurel. Dans la suite de l'étude les deux bases calculées avec et sans amortissement structurel seront utilisées pour calculer la réponse harmonique projetée, la base sans amortissement pouvant être suffisante au calcul de la réponse de la structure dans le cas étudié, ce qui permet de réduire le coût de calcul.

Il faut environ 8 fois plus de temps pour calculer la réponse modale du système si on considère un problème complexe prenant en compte une matrice d'amortissement

	Durée du calcul sans amortissement dans la structure	Durée du calcul avec amortissement dans la structure
1	11 min	1h 15min
4	43 min	5h 40min

TABLE 2.3 – Durée du calcul modal et nombre de modes observés pour les différents cas de discrétisation

structure.

2.1.3 Réponse harmonique pour une unique onde plane

Une fois le calcul modal réalisé, une étude est menée concernant la réponse de la structure à un cas de chargement en ondes planes. Ce cas de chargement est résolu par deux approches différentes, en considérant une projection du problème matriciel sur la base modale $(\mathbf{u}, p, \varphi)$ et par une résolution du problème matriciel complet. La comparaison des résultats issus de ces deux approches permet de valider le choix de la base de projection.

Le chargement retenu pour l'étude est une onde plane surfacique de vecteur d'onde $(k_x = 10, k_y = 1)$ et d'amplitude unité $A = 1$:

$$f(x, y, \omega) = A(\omega)e^{jk_x x}e^{jk_y y} \tag{2.29}$$

Le problème matriciel complet suivant est donc projeté sur la base modale :

$$\Big(-i\omega^3\Big[I\Big] - \omega^2\Big[M\Big] + \Big[K\Big]\Big)\Big\{H_v\Big\} = \Big\{f\Big\} \tag{2.30}$$

Afin de caractériser l'influence des différents paramètres du système et le choix de la base modale utilisée pour réaliser les calcul, différentes bases de projection ont été considérées, tel que précisé au paragraphe (2.1.2).

Dans un premier temps, les composantes d'amortissement et d'impédance sont négligées dans le comportement modal de la structure, le problème est alors projeté sur une base modale solution de :

$$\Big(-\omega^2\Big[M\Big] + \Big[K\Big]\Big)\Big\{\Phi_v\Big\} = \Big\{0\Big\} \tag{2.31}$$

Dans un second temps seule la matrice d'impédance est négligée dans l'analyse modale, le problème est projeté sur une base modale solution de :

$$\Big(-\omega^2\Big[M\Big] + i\omega\Big[C\Big] + \Big[K\Big]\Big)\Big\{\Phi_v\Big\} = \Big\{0\Big\} \tag{2.32}$$

Finalement, étant donné que les deux bases modales précédentes, solutions de (2.31 et 2.32) ne prennent pas en compte le rayonnement acoustique, il est nécessaire d'estimer l'influence du rayonnement acoustique sur la réponse de la structure. La solution

	Base modale		Calcul complet
	Sans amortissement dans la structure	Avec amortissement dans la structure	
Avec impédance	MK 1	MCK 1	Complet 1
Sans impédance	MK 2	MCK 2	Complet 2

TABLE 2.4 – Nom des différents cas en fonction de la base choisie et du problème résolu

du problème matriciel sans rayonnement acoustique est donc également calculée, par projection sur une base modale et par résolution du problème matriciel complet.

$$\left(-\omega^2\Big[M\Big] + \Big[K\Big]\right)\Big\{H_v\Big\} = \Big\{f\Big\} \tag{2.33}$$

Les calculs réalisés pour la mise en œuvre du cas test sont résumés dans le tableau (Tab.2.4).

Comme la base modale utilisée peut être complexe, il n'est pas possible de réaliser la projection dans le code éléments finis Code_Aster. Le calcul du système réduit est donc effectué hors du logiciel éléments finis à l'aide de différents programmes écrits en Python. Il s'agit pour une matrice A donnée et pour une base modale Φ_i, $i \in [1, n]$, de calculer la matrice projetée, A_{red} de dimension N et de termes a_{ij} définie par :

$$a_{ij} = \Phi_i^t[A]\Phi_j \;\; (i, j) \in [1, n]^2 \tag{2.34}$$

Dans un premier temps, le produit matriciel entre les différentes matrices du problème et les vecteurs de la base modale est réalisé au sein de Code_Aster à l'aide de l'opérateur "PROD_MATR_CHAM". Il s'agit de calculer les vecteurs $\alpha_j = [A]\Phi_j$ issus du produit de droite de l'équation (2.34).

Le produit scalaire entres les vecteurs Φ_i^t et les vecteurs α_j est ensuite calculé dans Python.

Pour ce qui est de la projection du chargement, comme un nombre important de cas de chargements peut être amené à être étudié dans la suite de l'étude, par la mise en œuvre de la méthode des ondes planes, la méthodologie suivante est choisie pour

calculer les chargements réduits (Algorithme : 1).

Algorithme 1 : Calcul du chargement projeté

Données : Maillage ; Matrices du problème

Résultat : chargement projeté

début

Définition d'un chargement unitaire sur la structure;

Calcul du vecteur chargement par le code éléments finis;

Extraction du vecteur chargement dans un objet python;

pour *chaque cas de chargement* **faire**

Produit entre le chargement voulu et le vecteur extrait;

Projection du produit sur la base modale

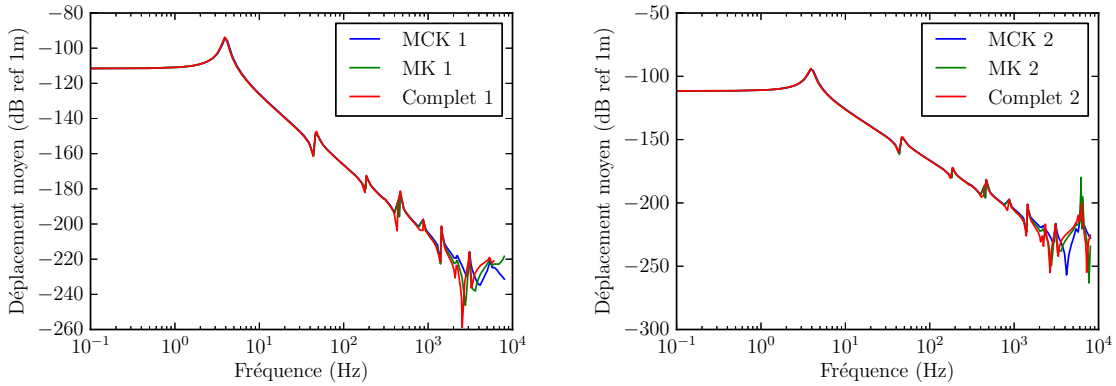
Un chargement de pression unitaire est appliqué à la structure au sein du code éléments finis. Le vecteur chargement calculé par le code éléments finis est extrait et la valeur de ce vecteur est utilisée pour permettre le calcul des différents cas de chargement. Le vecteur chargement est en effet représentatif des surfaces élémentaires et de la normale à ces surfaces, permettant de calculer les différents vecteurs de chargements. Cette approche permet de réaliser un calcul unique dans le code éléments finis des matrices réduites et du vecteur chargement unité, la suite des calculs étant réalisé hors de ce dernier.

2.1.4 Comparaison à un calcul complet

Les différents cas de calcul de la réponse de la structure à une excitation de type onde plane, définies au paragraphe (2.1.3) sont calculés pour la bande de fréquence $0 - 8kHz$. La valeur moyenne des déplacements de la structure, pour les différentes méthodes de calcul présentées dans le tableau (Tab.2.4) sont obtenues par la méthode des éléments finis. Les bases modales utilisées pour réaliser la projection sont calculées sur la bande de fréquence $0 - 14kHz$, pour éviter les problèmes de troncature modale liés à la projection.

Dans un premier temps, l'influence de la matrice d'amortissement sur la projection modale est étudiée. Les résultats issus de la résolution des problèmes complets avec et sans matrice d'impédance, respectivement décrits par les équations (Eq.2.30) et (Eq.2.30) sont comparés aux résultats obtenus par projection sur une base modale calculée avec et sans matrice d'amortissement de ces mêmes problèmes.

Jusqu'à une fréquence d'environ $3000Hz$, les résultats obtenus par projection sur la base modale et par un calcul complet sont quasiment identiques. Les écarts observés entre les résultats obtenus par projection sur une base modale calculée sans amortisse-



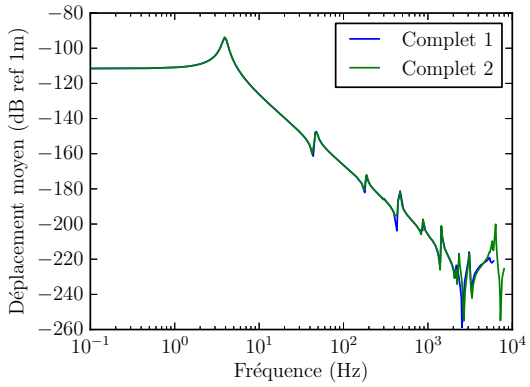
(a) Problème avec matrice d'impédance (b) Problème sans matrice d'impédance

FIGURE 2.8 – Déplacement moyen de la structure, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab.2.4)

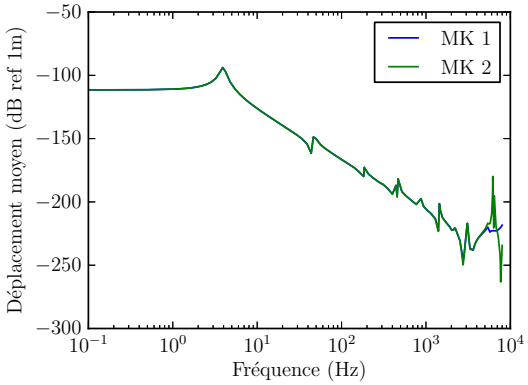
ment et une base modale calculée avec amortissement sont du même ordre de grandeur que les écarts observés entre ces résultats et les résultats issus d'un calcul complet. Il semble que dans le cadre du problème étudié, la base modale obtenue par la résolution du système matriciel sans amortissement est proche de la base obtenue en prenant en compte un amortissement structurel. Dans le cadre de la résolution du comportement vibratoire de la structure par la méthode des ondes planes, avec projection sur une base modale, le temps de calcul de la base modale est grandement supérieur au temps nécessaires au calcul des différentes réponse harmoniques. Etant donné les faibles écarts observés entre les résultats issus d'un calcul modal avec et sans amortissement, il peut être judicieux d'utiliser une base modale obtenue sans matrice d'amortissement afin de réduire le temps nécessaire au calcul de la réponse.

Dans un second temps, l'influence de la présence d'une matrice d'impédance, due aux impédances positionnées sur la paroi de la demi sphère supérieure, dans le système matriciel résolu est étudiée. Les résultats obtenus avec et sans matrice d'impédance sont comparés pour les différents cas de calcul.

Le comportement de la structure en présence de rayonnement acoustique et sans rayonnement acoustique est similaire sur la bande de fréquence $0-6kHz$. Ceci confirme l'hypothèse selon laquelle le rayonnement acoustique a une influence négligeable sur la réponse vibratoire de la plaque, pour le cas d'étude considéré. Il est donc possible d'utiliser les bases modales issues du calcul élément finis, obtenues pour un fluide confiné afin de calculer la réponse de la structure en l'absence de confinement. La réponse acoustique pourra alors être calculée par un calcul acoustique direct en considérant le déplacement de la structure comme chargement acoustique.



(a) Calcul complet



(b) Projection sur un base modale avec amortissement

FIGURE 2.9 – Déplacement moyen de la structure, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab.2.4)

2.2 Calcul de la réponse acoustique

2.2.1 Méthode numérique

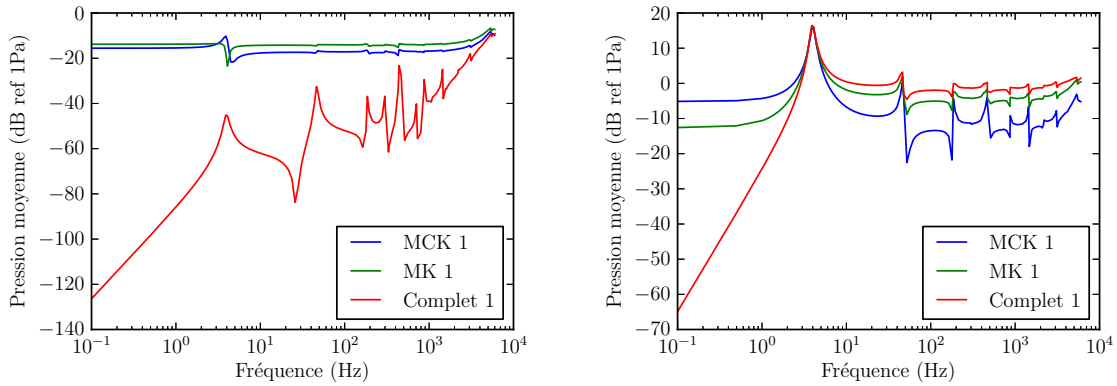
Une des grandeurs d'intérêt dans le cadre de l'étude vibroacoustique d'un système industriel est la pression acoustique rayonnée par le dispositif. Accéder à cette grandeur permet de faire des choix de dimensionnement pour permettre de réduire le bruit émis par la structure.

Si le cas test traité au paragraphe précédent est considéré, les grandeurs calculées par la résolution du problème éléments finis $(\mathbf{u}, p, \varphi)$ sont les déplacements de la structure, la pression dans le fluide et le potentiel des déplacements.

Cependant la résolution effectuée précédemment a été réalisée en faisant l'hypothèse que la pression rayonnée n'avait que peu d'influence sur le comportement de la structure. Bien que cette hypothèse soit vérifiée au vu des résultats de déplacements issus d'un calcul complet prenant en compte le rayonnement acoustique, cette hypothèse ne peut pas forcément être étendue à la réponse acoustique.

Si la pression acoustique moyenne dans la demi-sphère supérieure est considérée, les mêmes comparaisons peuvent être réalisées entre les différentes méthodes de calcul que celle réalisée pour la réponse moyenne de la structure, au paragraphe (2.1.4).

La valeur de la pression (Fig.2.10a) et (Fig.2.10b) au sein de la demi-sphère supérieure et de la cavité située sous la plaque vibrante sont différentes dans le cas des analyse harmonique projetée sur les base modales étudiées et dans le cas d'un calcul complet prenant en compte le rayonnement acoustique sous la forme d'une matrice



(a) Pression dans la demi-sphère supérieure (b) Pression dans la cavité inférieure

FIGURE 2.10 – Pression moyenne, les intitulés des courbes sont définis dans le tableau (Tab.2.4)

d'impédance. La différence est plus significative dans la demi-sphère supérieure, ce qui est cohérent avec la disposition des conditions aux limites d'impédance, qui sont situées sur la paroi de la demi-sphère, les parois de la cavité étant modélisées par des murs. Les différences observées s'expliquent par l'absence de prise en compte de la composante de rayonnement acoustique dans le calcul de la base modale, le code éléments finis utilisé permettant uniquement le calcul d'une base modale pour un fluide confiné. Cette limitation intrinsèque au choix réalisé quant au logiciel éléments finis peut être levée en utilisant des conditions aux limites de type Couche absorbante parfaitement adaptée ou des éléments infinis. Cependant ces modélisations n'étant pas présentes dans les outils disponibles, il a été décidé de se limiter à une base modale obtenue avec un fluide confiné et de calculer la réponse acoustique par un chaînage.

Comme le déplacement de la structure est faiblement influencé, par l'absence de matrice d'impédance dans le calcul de la base modale, une autre approche est utilisée pour permettre d'accéder à la valeur de la pression rayonnée par la structure dans le fluide. Cette approche consiste en un calcul direct du champ acoustique à partir des grandeurs de déplacement de la structure, obtenues par le calcul éléments finis. Un calcul purement acoustique est donc réalisé, en ne considérant que le domaine fluide. Pour réaliser ce calcul, les mêmes conditions aux limites sont imposées au domaine fluide que pour le calcul vibroacoustique, cependant la structure est supprimée et un chargement en vitesse imposée est ajouté au niveau de l'interface fluide-structure, chargement calculé à partir des données du calcul vibroacoustique.

Afin de valider ce choix de modélisation pour le calcul de la pression acoustique, les résultats obtenus seront comparés aux résultats issus des calculs vibroacoustiques réalisés pour le système complet, avec une matrice d'impédance.

2.2.2 Mise en œuvre pour une unique onde plane

Pour réaliser le calcul de la pression acoustique rayonnée il est nécessaire dans un premier temps de définir le chargement acoustique pour chaque fréquence étudiée. Ici le chargement acoustique est un chargement en vitesse, normal à la surface sur laquelle est appliqué ce chargement, le calcul acoustique se déroule donc suivant le cheminement algorithmique :

Algorithme 2 : Calcul de la pression acoustique

Données : Maillage ; Résultats du calcul vibroacoustique $\mathbf{u}(\omega)$

Résultat : pression dans le fluide $p(\omega)$

début

- Définition du problème acoustique;
- Calcul des matrices éléments finis;
- **pour** *chaque valeur de* ω **faire**
  - Calcul du chargement $V(\omega)$;
  - Résolution du problème matriciel

Le chargement acoustique pour chaque valeur de fréquence est quant à lui est obtenu par :

Algorithme 3 : Calcul du chargement pour ω

Données : Résultats du calcul vibroacoustique $\mathbf{u}(\omega)$

Résultat : chargement $V(\omega)$

début

- calcul d'un chargement unitaire ;
- calcul des normales aux éléments ;
- projection de $(j\omega\ \mathbf{u}(\omega))$ sur la normale ;
- produit entre le vecteur unitaire et le vecteur projeté ;

Comme pour le calcul des chargements, dans le cadre de l'étude vibroacoustique, le calcul d'un vecteur chargement unitaire permet de prendre en compte les surfaces élémentaires des éléments finis auxquels nous appliquons le chargement de vitesse.

2.2.3 Comparaison à un calcul complet

Comme pour les calculs de la réponse vibratoire de la structure et de la réponse acoustique présentés aux paragraphes (2.1.4) et (2.2.2), la réponse acoustique obtenue par le calcul acoustique pur est comparée aux résultats issus d'un calcul complet. Ainsi on trace le champ de pression dans le domaine fluide obtenu pour une fréquence donnée par un calcul complet, par un calcul projeté sur base modale et par le calcul acoustique décrit au paragraphe précédent (Fig.2.11).

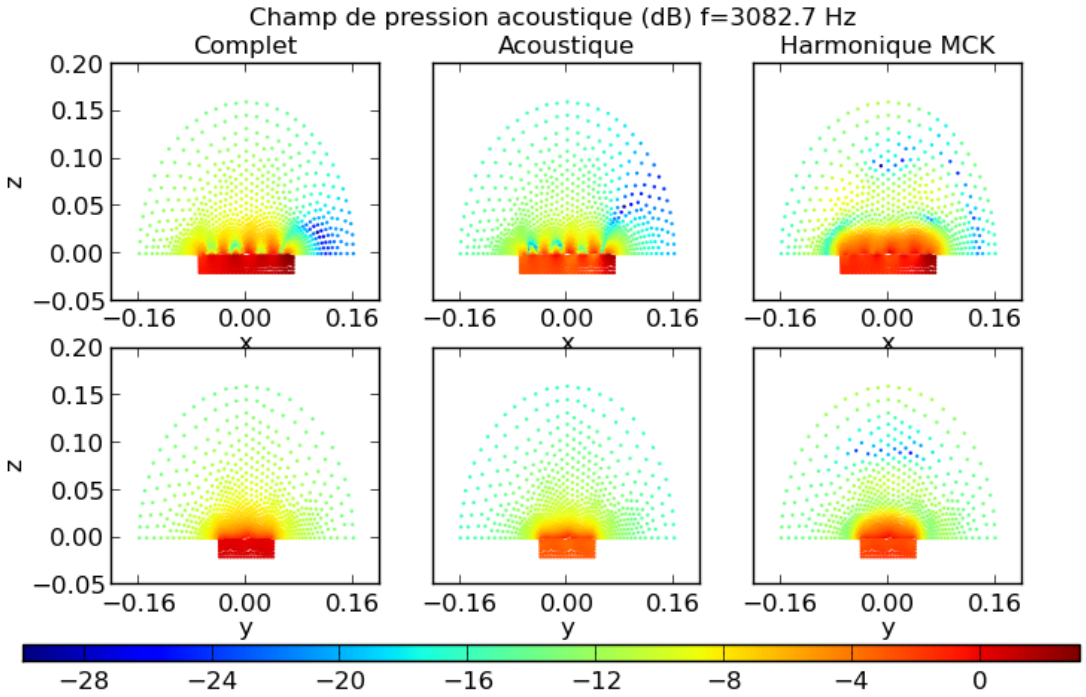


FIGURE 2.11 – Champ de pression dans le domaine fluide

Le résultat obtenu par le calcul acoustique est sensiblement similaire au résultat obtenu par le calcul complet, ceci valide bien l'hypothèse selon laquelle le rayonnement acoustique a une influence négligeable sur le comportement de la structure. Il est donc possible de calculer la pression acoustique rayonnée à partir du déplacement de la structure.

Si l'on considère le spectre de pression moyen dans la demi-sphère supérieure obtenu par le calcul complet et par le calcul acoustique (Fig.2.12), on observe un comportement similaire au comportement observé pour la réponse vibratoire de la structure au paragraphe (2.1.4). Les résultats obtenus par les deux méthodes sont sensiblement similaires jusqu'à une fréquence d'environ $6000Hz$, puis ils affichent un comportement différent. Il est cohérent que les différences observées dans le comportement vibratoire se reflètent sur la réponse acoustique calculée à partir de ces derniers.

2.3 Réponse à un champ de pression

2.3.1 Champ de pression généré par tirage de phase

Afin de comparer les résultats numériques issus de la méthode de calcul par somme d'ondes planes présentées au paragraphe suivant, la réponse du système a également été modélisée en utilisant la méthode des tirages de phases. Cette méthode consiste en l'obtention du champ de pression pariétale en considérant une phase Gaussienne

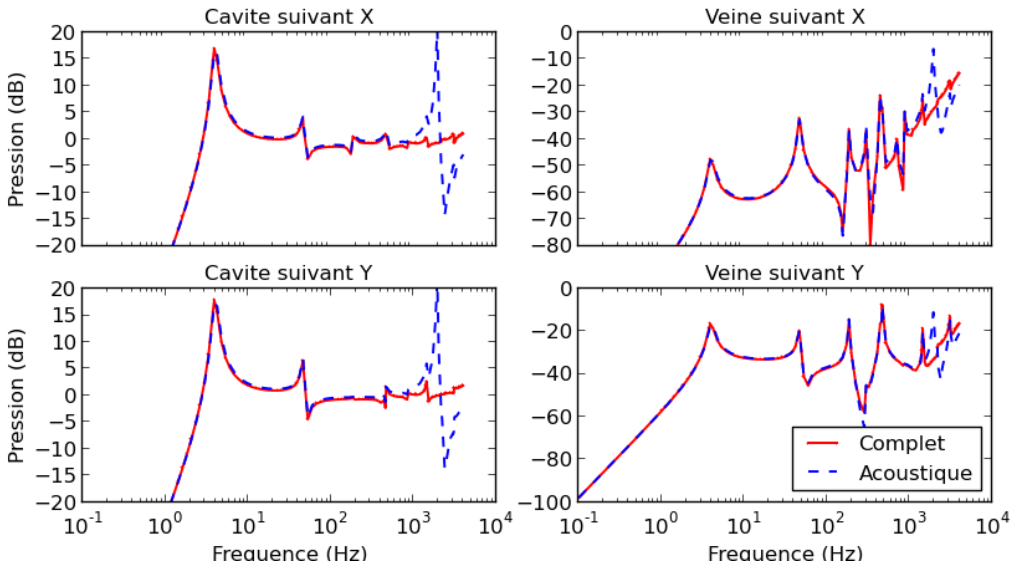


FIGURE 2.12 – Spectre de pression dans le domaine fluide

aléatoire, la réponse du système est obtenue en moyennant les réponses pour un nombre important de tirages. La formulation de cette méthode, présentée au paragraphe 1.2.2.3 est décrite par l'équation (Eq.1.18) formulée par [Ricot et al., 2012].

Cette équation est rappelée ici :

$$p^{(n)}(\mathbf{x_i}, \omega) = \sum_{j=1}^{N} H_{pp}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}, \omega)\Gamma_j^{(n)} \quad \text{avec} \quad \Gamma_j^{(n)} = e^{i\phi_j} \tag{2.35}$$

La réponse de la structure est liée à une bonne estimation du champ de pression pariétale, pour chaque tirage. Cette dernière est principalement influencée par la convergence de l'intégration du spectre de pression pariétale défini dans le domaine spatio-temporel. Ainsi trois cas distincts peuvent être considérés :

— Si la longueur de corrélation Uc/ω est grande devant les dimensions de la structure, alors la discrétisation éléments finis utilisée pour modéliser le système est suffisante ;

— Si la longueur de corrélation est de l'ordre des dimensions des mailles éléments finis, il est nécessaire de définir une discrétisation plus fine afin de calculer le champ de pression ;

— Si la longueur de corrélation est très petite devant les dimensions des mailles éléments finis, la somme peut être approchée par la valeur obtenue quand $j = i$.

Pour le maillage éléments finis étudié et pour les paramètres d'écoulement considérés, la convergence de la méthode des tirages de phase est observée en fonction de la discrétisation du maillage et du nombre de tirages réalisé.

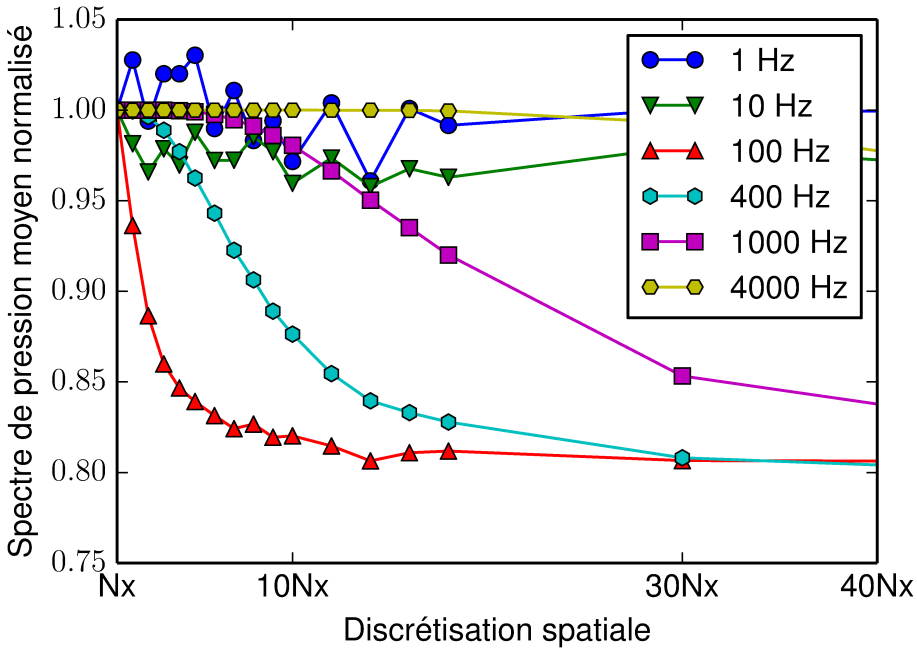


FIGURE 2.13 – Spectre de pression moyen en fonction de la discrétisation spatiale pour différentes fréquences

Dans un premier temps, 50 tirages sont réalisés pour différentes fréquences et différentes discrétisations de la structure (Fig.2.13). Le spectre de pression moyen de la structure est tracé, ce spectre étant normalisé par le résultat obtenu pour une discrétisation spatiale Nx correspondant à la discrétisation spatiale longitudinale utilisée pour l'analyse modale. Si les trois cas de discrétisation, fonction de la longueur de corrélation, sont considérés, les observations suivantes peuvent être formulées. Pour une fréquence inférieure à $10Hz$, la discrétisation éléments finis Nx est suffisante pour l'obtention du spectre de pression pariétale, la longueur de corrélation est supérieure à la dimension des éléments finis. Pour des fréquences comprises entre $10Hz$ et $4000Hz$ il faut un grand nombre de points pour réaliser une discrétisation spatiale permettant d'obtenir un résultat convergé pour le spectre de pression. Pour des fréquences supérieure à $4000Hz$, la distance de corrélation devient très petite et il est alors possible de ne considérer la somme que pour $i = j$, une bonne convergence peut donc être obtenue avec le maillage utilisé pour l'analyse modale.

L'étude de sensibilité au maillage du champ de pression calculé par la méthode des tirages de phase a été réalisé en considérant la discrétisation longitudinale de la structure, mais cette étude peut également être réalisée en considérant la discrétisation transversale, les résultats obtenus étant similaires. Si la discrétisation utilisée pour réaliser le calcul des champs de pression est la même que celle utilisée afin de réaliser

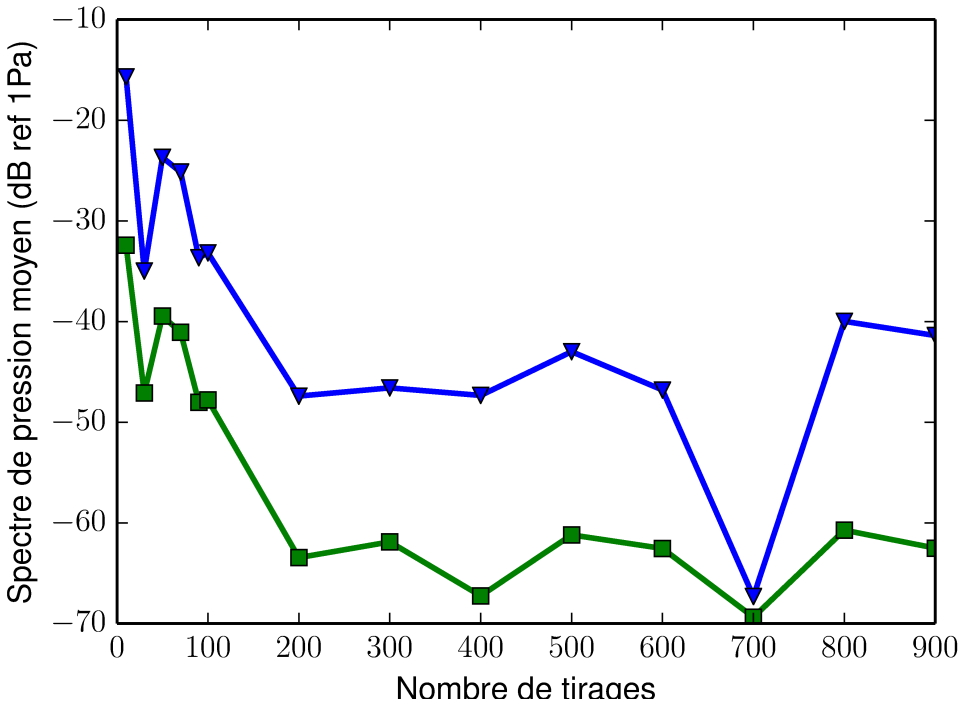


FIGURE 2.14 – Spectre de pression moyen en fonction du nombre de tirages

les calcul modaux, le champ de pression sera surestimé pour les fréquences comprises entre $10Hz$ et $4000Hz$.

Concernant la sensibilité du résultat au nombre de tirages de phases, les spectres de pression moyens en fonction du nombre de tirages réalisés sont observés, figure (Fig.2.35) pour différentes fréquences. Le nombre de tirages nécessaire à la convergence du spectre de pression semble être de l'ordre de 100 à 200 pour le système considéré. Dans la suite de l'étude, le nombre de tirages réalisés pour calculer la réponse vibratoire de la structure sera fixé à 100.

2.3.2 Réponse par la méthode des ondes planes

2.3.2.1 Étude de convergence

Afin de mettre en œuvre la modélisation par la méthode des ondes planes telle que définie par l'équation (Eq.1.107) qui est formulée de manière discrète sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q},\omega) = \sum_{r,s} \frac{\Gamma_{pp}(k_r,k_s,\omega)}{4\pi^2} \Delta k_r \Delta k_s |H_v(\mathbf{Q},k_r,k_s,\omega)|^2 \tag{2.36}$$

Il est nécessaire de définir une discrétisation du domaine des nombres d'ondes permettant d'obtenir la convergence de la somme vers la solution intégrale. Pour obtenir cette discrétisation, nous nous intéressons donc au fonctions de transfert (Fig.2.15) et au modèle de spectre en nombre d'onde fréquence. En effet, il n'est pas souhaitable de

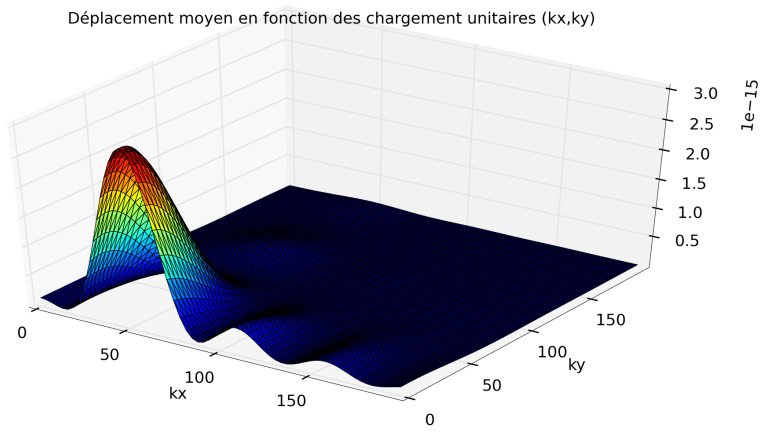


FIGURE 2.15 – Fonction de transfert moyenne pour une fréquence de 200Hz et une discrétisation avec 28000 nombres d'onde $H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega)$

réaliser un grand nombre de calculs de la solution à l'équation (Eq.2.36) pour différents cas afin d'étudier la convergence de cette dernière en fonction du domaine choisi et du nombre d'ondes planes nécessaires à la convergence de la somme dans ce domaine. Les caractéristiques de l'équation (Eq.2.36) sont donc étudiées afin de déterminer des paramètres permettant de choisir au mieux le domaine des nombres d'ondes et le nombre d'onde planes, permettant la convergence de la somme.

Etant donné que les résultats sont calculés par projection sur base modale, les fonctions de transfert $H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega)$ peuvent être considérées comme combinaison linéaire des transformées de Fourier spatiale des déformées modales Ψ_i, pour les $i \in N$ modes propres considérés :

$$H_v(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega) = \sum_i a_i \Psi_i(\mathbf{Q}, k_r, k_s, \omega) \tag{2.37}$$

Avec a_i les coefficient modaux obtenus par la résolution du problème harmonique.

Pour une fréquence donnée, la somme définie par l'équation (Eq.2.36) est donc convergente si la discrétisation en nombre d'onde nous permet d'interpoler correctement l'ensemble des transformées de Fourier spatiales des déformées modales (Fig.2.16) ainsi que le spectre de pression défini dans le domaine des nombres d'onde fréquence.

Dans un premier temps il est nécessaire de définir le domaine d'intégration dans l'espace des nombres d'ondes. Ainsi, si les transformées de Fourier des déformées modales sont considérées, la position du maximum de ces transformées de Fourier correspond à la valeur des nombres d'onde de flexion longitudinaux et transversaux du système pour le mode considéré. Il s'agit de la valeur maximale de la fonction filtre réalisée par la structure pour le mode considéré. Ainsi, pour la base modale considérée, si la

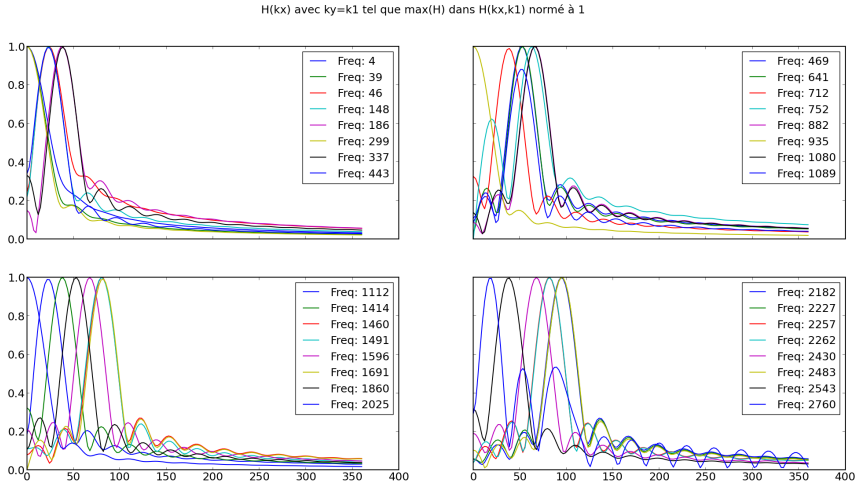
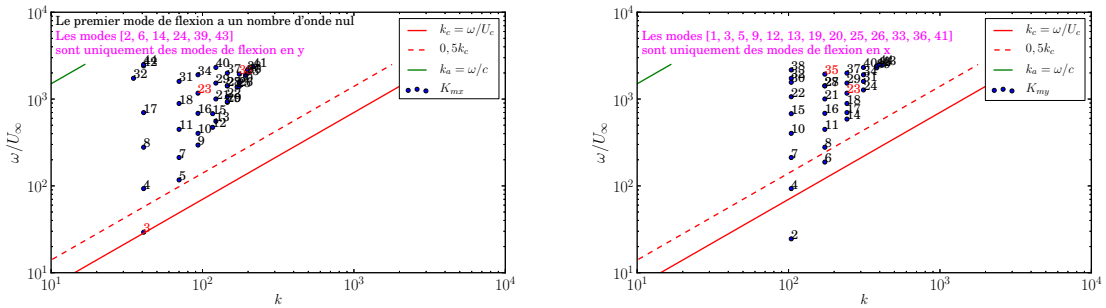


FIGURE 2.16 – Transformées de Fourier des déformées modales



(a) Nombres d'onde de flexion longitudinale (b) Nombres d'onde de flexion transversale

FIGURE 2.17 – Nombres d'onde de flexion en fonction de la fréquence pour les différentes déformées modales

position de ces maxima est tracé, en fonction de la fréquence, pour les nombres d'ondes longitudinaux (Fig.2.17a) et transversaux (Fig.2.17a), il est possible de définir un domaine d'intégration. En effet, les ondes planes dont de vecteurs d'ondes (kx, ky) très supérieures aux valeurs des nombres d'ondes de flexions longitudinaux et transversaux verrons leur contribution fortement filtrée par la structure.

La position du pic convectif en fonction de la fréquence ω/Uc est également tracée (Fig.2.17a) et (Fig.2.17b). Les ondes planes de vecteurs d'ondes (kx, ky) de l'ordre du double de la valeur du pic convectif verrons également leur contribution fortement filtrée par le spectre de pression pariétale.

Etant donnée la position des maxima des transformées de Fourier des déformées modales, le domaine d'étude est décomposé en plusieurs sous-domaine et la convergence en fonction du nombre d'ondes planes est étudiée pour chaque sous domaine. Un premier domaine est défini pour des nombres d'onde situés entre 0 et 10, ce domaine

correspond aux modes propres ne comportant qu'une seule composante de flexion, suivant kx ou suivant ky. Un second domaine est défini pour des nombres d'onde situés entre 10 et 10^3, ce domaine correspondant à la position de la majorité de nombres d'onde de flexion pour la base modale considère, qui comprend les 40 premiers modes de la structure, dans la bande de fréquence $0 - 4000Hz$. Un troisième domaine, pour des nombres d'onde compris entre 10^3 et 10^6 correspond au pic convectif sur la bande de fréquence considérée. Finalement la réponse de la structure à des ondes planes de vecteurs d'onde situés dans des domaines de nombre d'onde supérieure à 10^6 permet de considérer la contribution de ces ondes planes à la réponse globale, les contributions observées pour ces vecteurs d'ondes sont sensées être fortement filtrées par le spectre de pression et par le spectre de réponse de la structure.

Sur les différents domaines considérés, une discrétisation de l'ordre de 50 points permet une bonne intégration des transformées de Fourier des déformées modales et du spectre de pression pariétale calculé avec le modèle de Corcos. Afin de vérifier que cette discrétisation permet bien d'obtenir un résultat convergé pour l'équation (Eq.2.36), la réponse de la structure à une excitation sous la forme d'une somme d'ondes planes est tracée (Fig.2.18). Cette somme est définie par 100 valeurs de ky réparties logarithmiquement dans l'intervalle $[0, 10^3]$ et 100 valeurs de kx réparties logarithmiquement dans les différents intervalles étudiés.

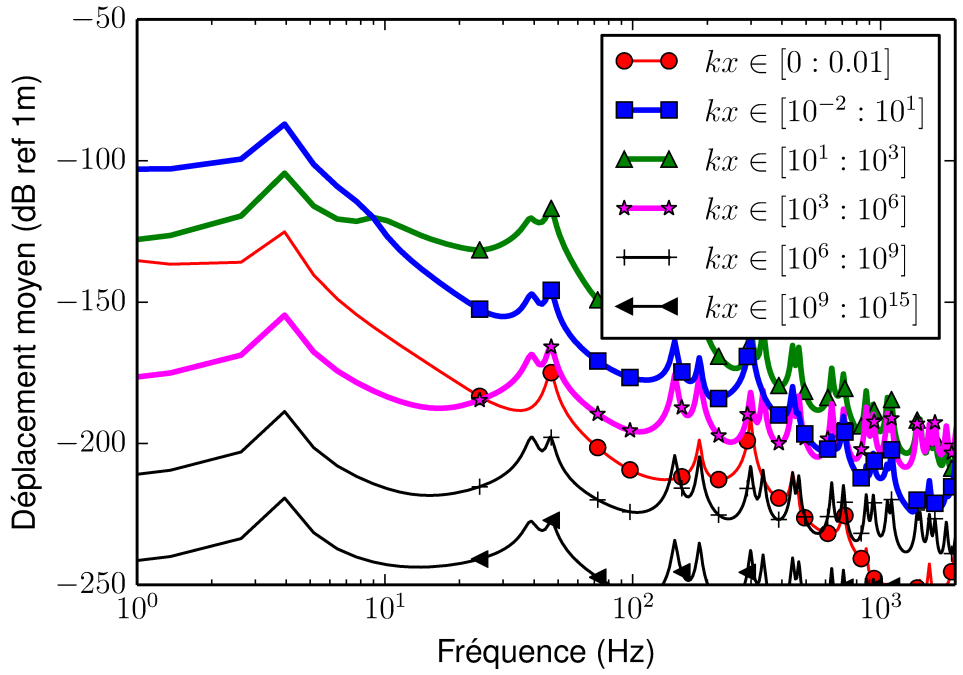


FIGURE 2.18 – Réponse moyenne de la structure en fonction de la fréquence pour différents domaines de définition de la somme d'ondes planes

Pour les domaines $kx \in [10^6 : 10^9]$ et $kx \in [10^9 : 10^{13}]$ les résultats obtenus sont inférieurs d'un ordre de grandeur de $50dB$ aux résultats obtenus pour des nombres d'ondes inférieures. Il y a bien un filtrage des contributions des ondes planes calculées pour des nombres d'onde très supérieurs aux nombres d'onde de flexion et au nombre d'onde convectif. Dans la suite de l'étude le domaine d'intégration sera limité aux nombres d'onde inférieurs à $k = 10^6$ La même considération peut être réalisée pour le domaine $kx \in [0 : 0.01]$, pour la suite de l'étude le domaine situé entre 0 et 10 sera donc discrétisé en considérant le domaine $kx \in [10^{-2} : 10^1]$ auquel sera ajouté le nombre d'onde nul $k = 0$.

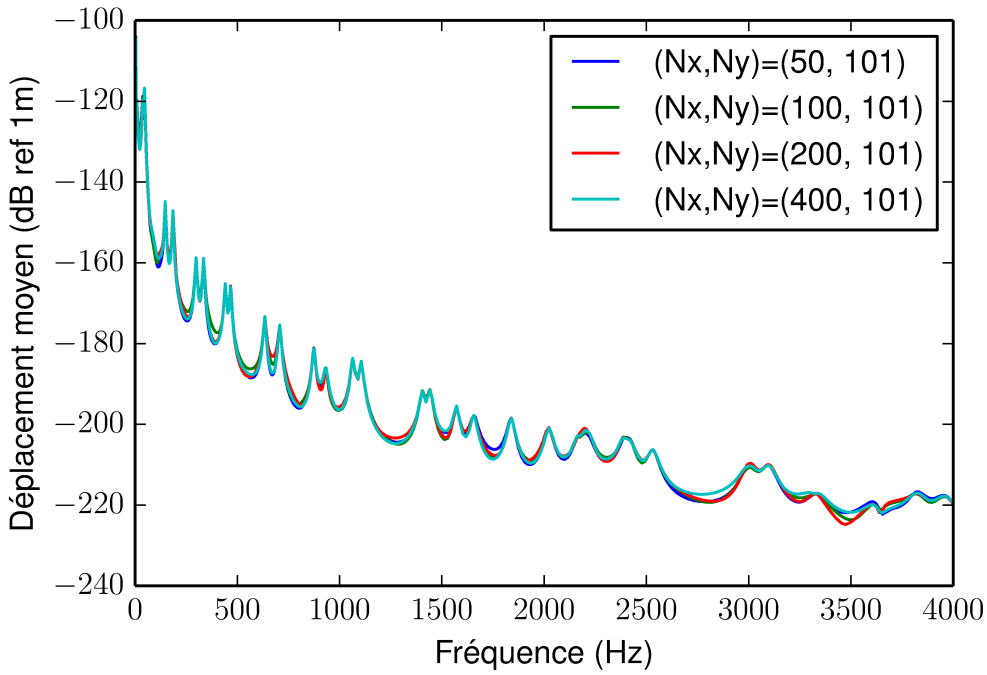


FIGURE 2.19 – Réponse moyenne de la structure en fonction de la fréquence pour différentes discrétisations

Pour les trois domaines d'intégration, $[0 : 10]$; $[10 : 10^3]$ et $[10^3 : 10^6]$, une étude de convergence est réalisée en fonction du nombre d'ondes planes utilisées pour décrire le champ de pression dans chacun de ces domaines. Ainsi pour le domaine $[10 : 10^3]$, (Fig.2.19), il apparaît que la réponse est sensiblement bien convergée à partir de 50 points pour la discrétisation en nombre d'onde dans la direction longitudinale.

Les mêmes observations ayant été réalisées quant à la discrétisation et aux domaines, dans le cadre de la discrétisation du domaine des nombres d'onde transverse ky, les mêmes discrétisations seront utilisées pour kx et pour ky. La discrétisation retenue est donc constituée de 300 points dans les directions longitudinales et transversales, chaque domaine étant discrétisé par 100 valeurs de nombre d'onde. Le nombre d'ondes

planes défini par cette discrétisation est donc de l'ordre de 90000.

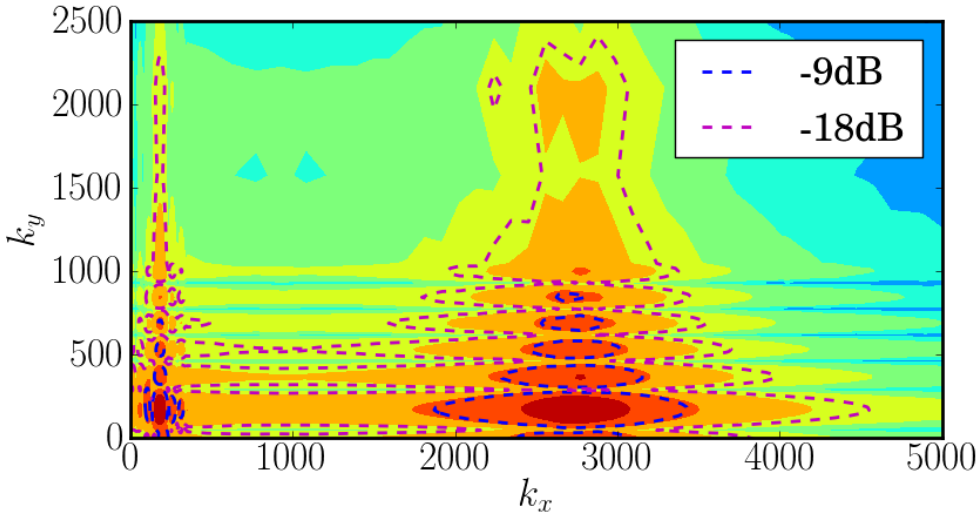


FIGURE 2.20 – Produit entre le spectre de Corcos et la transformée de Fourier du mode d'ordre 35 de fréquence propre 3160 Hz

En ce qui concerne la répartition des points dans les différents domaines, l'étude des produits entre les transformées de Fourier des déformées modales et le modèle de spectre de Corcos, (Fig.2.20), pour les différents modes propres de la base modale est réalisée. Cette étude fait apparaître un pic de faible largeur pour les bas nombres d'onde, induit par la transformée de Fourier de la déformée modale et un pic plus large correspondant au pic convectif du spectre d'excitation, pour des nombres d'onde plus élevés. La discrétisation est choisie avec un pas logarithmique, dans les différents domaines, afin de disposer de plus de valeurs de nombres d'onde pour représenter le pic lié à la fonction de transfert de la structure, situé dans les bas nombres d'onde et ainsi mieux intégrer ce dernier.

2.3.2.2 Obtention des coefficients modaux

Une fois les chargements réduits calculés pour les différentes ondes planes, les fonctions de transfert $H_v(\mathbf{Q}, k_x, k_y, \omega)$ sont obtenues par résolution du système matriciel éléments finis, projeté sur la base modale, pour chaque fréquence et chaque cas de chargement :

$$H_v(\mathbf{Q}, k_x, k_y, \omega) = \sum_i a_i(k_x, k_y, \omega)\phi_i(\mathbf{Q}) \tag{2.38}$$

Avec $i \in N$ le numéro d'ordre du mode $(\mathbf{u}, p, \varphi)$: ϕ_i et a_i les coefficients modaux calculés par la méthode des éléments finis.

La connaissance de ces fonctions de transfert permet alors de résoudre l'équation (2.36) afin de calculer la réponse de la structure à une excitation de couche limite turbulente. Comme les résultats des calculs harmoniques projetés donnent accès aux coefficients modaux des fonctions de transfert, l'équation (2.36) est transformée afin de faire apparaître la formulation modale (Eq.2.38). Ainsi, dans le cadre d'une projection des fonctions $H_v(\mathbf{Q}, k_x, k_y, \omega)$ sur une base modale, cette équation se reformule de manière discrète :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_{m=0}^{N_k} \frac{\Phi_{pp}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)}{4\pi^2} \sum_i a_i(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)\phi_i(\mathbf{Q}) \sum_j a_j^*(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)\phi_j^*(\mathbf{Q})\Delta k_x \Delta k_y \tag{2.39}$$

De la même manière, il est possible d'exprimer l'auto-spectre de déplacement de la structure projeté sur la base modale $(\mathbf{u}, p, \varphi)$:

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = f(\mathbf{Q}, \omega) f^*(\mathbf{Q}, \omega) \tag{2.40}$$

$$= \sum_i \alpha_i(\omega)\phi_i(\mathbf{Q}) \sum_j \alpha_j^*(\omega)\phi_j^*(\mathbf{Q}) \tag{2.41}$$

Si on considère les coefficients $b_{ij} = a_i a_j^*$ et $\beta_{ij} = \alpha_i \alpha_j^*$, il vient :

$$\sum_{ij} \beta_{ij}(\omega) = \sum_{m=0}^{N_k} \frac{\Phi_{pp}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)}{4\pi^2} \sum_{ij} b_{ij}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)\Delta k_x \Delta k_y \tag{2.42}$$

Calculer la réponse de la structure revient à calculer les coefficients β_{ji} tels que :

$$\beta_{ij}(\omega) = \sum_{m=0}^{N_k} \frac{\Phi_{pp}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)}{4\pi^2} b_{ij}(k_{x_m}, k_{y_m}, \omega)\Delta k_x \Delta k_y \tag{2.43}$$

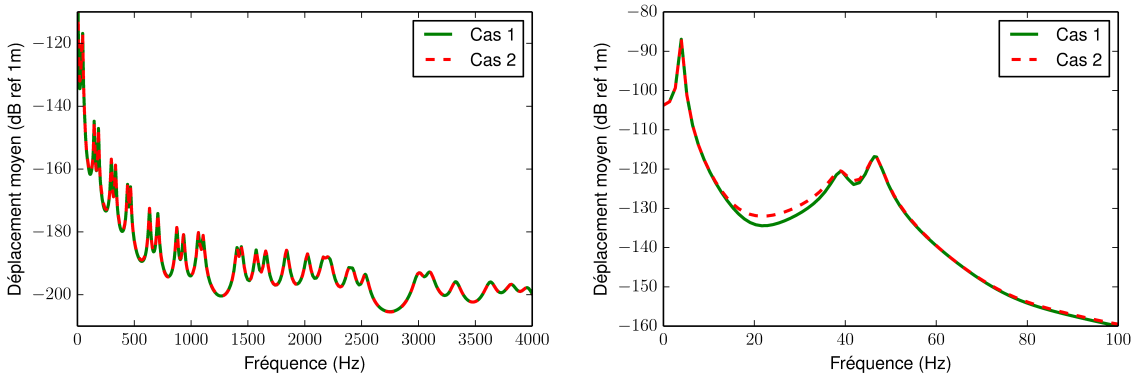
Deux approches sont utilisées afin d'obtenir ces coefficients :

— La première approche consiste en l'évaluation exacte des N^2 équations (2.43) ; $\forall i, j \in [1..N]^2$. Il s'agit donc de réaliser N^2 intégrations sur un domaine de taille N_k

— La seconde approche consiste à simplifier la solution en faisant l'hypothèse que les auto-spectres $\phi_i(\mathbf{Q})\phi_i^*(\mathbf{Q})$ des modes $(\mathbf{u}, p, \varphi)$ forment une base pour l'auto-spectre de la réponse. Cette hypothèse se formule sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_i c_i \phi_i(\mathbf{Q})\phi_i^*(\mathbf{Q}) \tag{2.44}$$

Dans le cadre de cette hypothèse, l'équation (2.39) est évaluée pour M points $\mathbf{x_n}$ avec $(N < M << N^2)$. Il s'agit donc d'évaluer M intégrations sur un domaine de taille N_k. Cette résolution permet d'accéder à l'auto-spectre de déplacement de la structure en ces M points.



(a) (b)

FIGURE 2.21 – Spectre de déplacement moyen calculé avec les deux méthodes d'obtention des coefficients modaux

Les coefficients c_i de l'équation (2.44) sont alors obtenus par la résolution du système linéaire sur-défini de taille $M \times N$:

$$\begin{Bmatrix} S_{vv}(\mathbf{x_1}, \omega) \\ \dots \\ S_{vv}(\mathbf{x_M}, \omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_1^N c_i \phi_i(\mathbf{x_1}) \phi_i^*(\mathbf{x_1}) \\ \dots \\ \sum_1^N c_i \phi_i(\mathbf{x_M}) \phi_i^*(\mathbf{x_M}) \end{Bmatrix} \tag{2.45}$$

Pour les deux méthodes présentées ici, un calcul a été effectué en considérant une structure excitée par une couche limite turbulente modélisée par le spectre de Corcos, dans la bande de fréquence $0 - 4000Hz$. Comme la base modale considérée est constituée des 40 premiers modes de la structure, la première méthode d'obtention des coefficients modaux nécessite le calcul de 1600 intégrales, la seconde méthode ayant pour sa part été évaluée sur 48 points de la structure. Les résultats obtenus (Fig.2.21) sont similaires, indépendamment du choix effectué quant au moyen d'obtention des coefficients modaux.

La seconde méthode, qui suppose une hypothèse quant à l'auto-spectre de déplacement de la structure présentent bien les mêmes niveaux pour les fréquences propres que ceux observés avec la méthode complète. Les niveaux observés entre deux fréquences propres quant à eux sont légèrement sur-estimés si on considère la seconde méthode. Ainsi l'écart relatif entre les deux moyens d'obtention des coefficients modaux (Fig.2.22), est quasi nul à proximité des fréquences propres et augmente quand on s'éloigne de ces dernières, les pics sont donc sensiblement bien représentés. En moyenne l'écart est relativement faible sur la bande de fréquence considérée.

Pour le problème étudié, les résultats obtenus par la seconde méthode sont satisfaisants, ce sont en effet les niveaux élevés du spectre qui sont d'intérêt dans le cadre de l'étude vibratoire de la structure. Cette approche à l'avantage de grandement réduire les temps de calculs de la réponse vibratoire. Ainsi pour les calculs effectués ici,

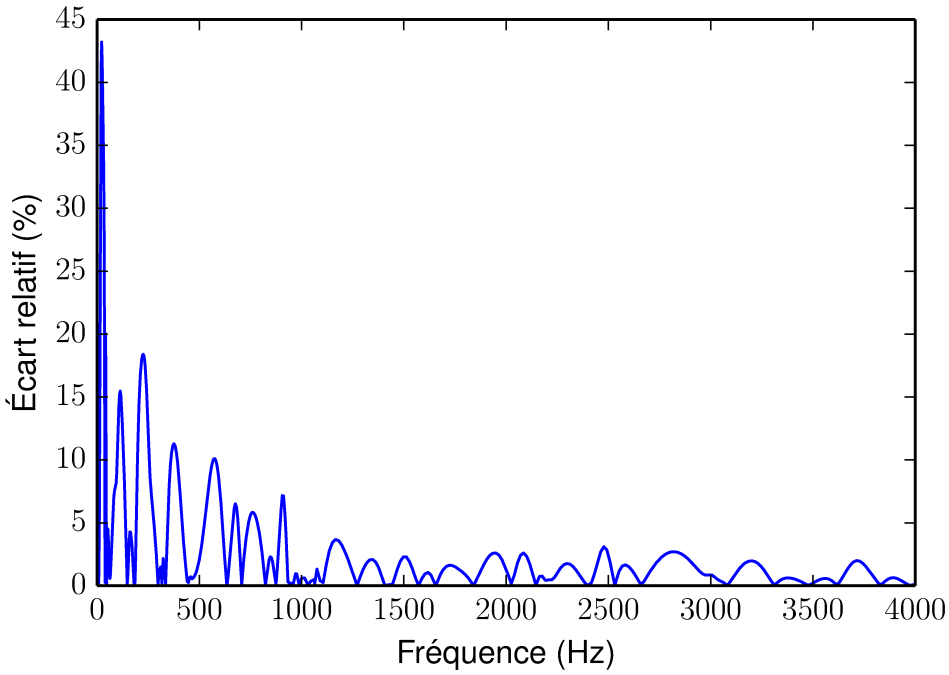


FIGURE 2.22 – Écart relatif entre les deux méthodes d'obtention des coefficients modaux

avec une base modale comportant 40 modes, un facteur de l'ordre de 30 est observé concernant le temps nécessaire à l'obtention du spectre vibratoire de la structure par les deux méthodes.

2.3.3 Comparaison des résultats obtenus par tirages de phase et par la méthode des ondes planes

2.3.3.1 Spectre de déplacement de la structure

Afin de valider le calcul numérique de la réponse vibratoire de la structure les calculs effectués avec la méthode des ondes planes sont comparés aux calculs réalisés avec la méthode des tirages de phase. Les calculs sont réalisés en considérant le modèle de Corcos pour décrire le comportement de la couche limite turbulente.

Etant donné que les expressions permettant le calcul de la réponse vibratoire sont obtenues en considérant l'expression normalisée du spectre en nombre d'onde fréquence ainsi que l'expression normalisée du spectre en espace fréquence, il est nécessaire de choisir un modèle d'auto-spectre de pression en fréquence afin d'obtenir des grandeurs physiques pour le comportement vibratoire.

L'auto-spectre $\Phi(\omega)$ de fréquence choisi pour comparer les résultats est le modèle formulé par Goody. Le résultat de l'équation (2.36), obtenue sous forme normalisée,

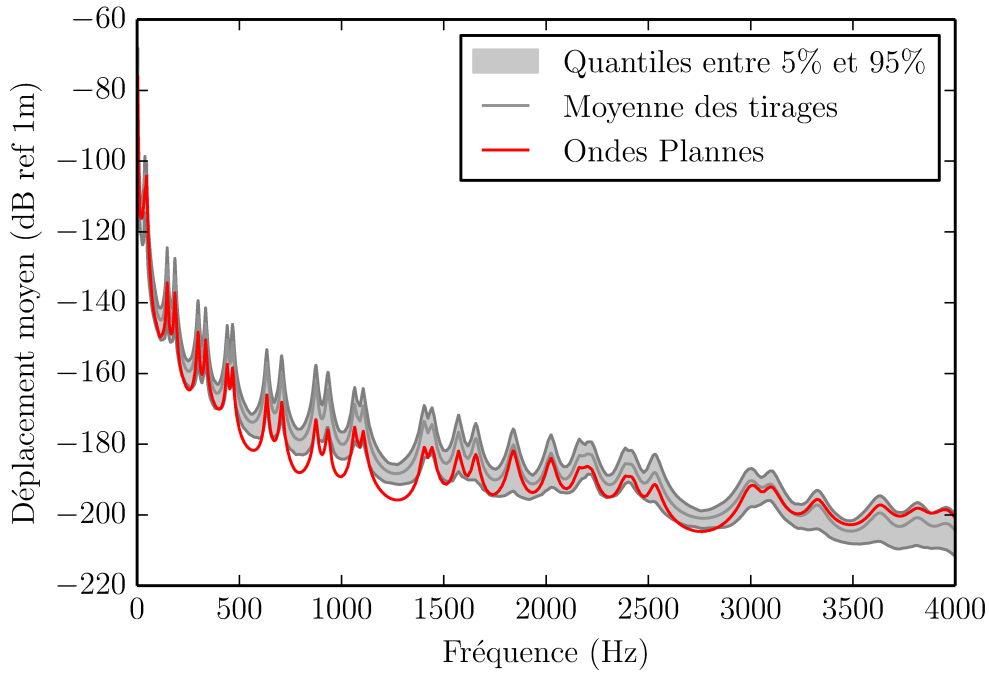


FIGURE 2.23 – Spectre de déplacement moyen de la structure en fonction de la fréquence obtenu avec un modèle de Corcos

$\widetilde{S}_{vv}(\mathbf{Q},\omega)$, doit donc être factorisée avec la formulation :

$$S_{vv}(\mathbf{Q},\omega) = \frac{U_c^2\Phi(\omega)}{2\pi\omega^2}\widetilde{S}_{vv}(\mathbf{Q},\omega) \tag{2.46}$$

De la même manière le résultat du calcul du champ de déplacement obtenu en considérant la réponse harmonique sur base modale de la structure à un champ de pression réalisé par tirage de phase, $\widetilde{H}(x,y,\omega)$ doit être factorisé par :

$$H(x,y,\omega) = \Phi(\omega)\widetilde{H}(x,y,\omega) \tag{2.47}$$

Le spectre de déplacement obtenu par la méthode des ondes planes $S_{vv}(\mathbf{Q},\omega)$ peut alors être comparé au spectre de déplacement obtenu pour chaque tirage $|H^{(n)}(x,y,\omega)|^2$, ainsi qu'à la moyenne de ce spectre sur l'ensemble des tirages $\overline{|H^{(n)}(x,y,\omega)|^2}$ (Fig.2.23) et (Fig.2.24).

Ainsi il apparaît sur la figure (Fig.2.23), que les résultats obtenus par la méthode des tirages de phase sont surestimés sur la bande de fréquence $50Hz-2kHz$ par rapport aux résultats obtenus en considérant la méthode des ondes planes. Comme le calcul des tirages de phases a été réalisée en considérant une discrétisation spatiale pour la structure, égale à la discrétisation éléments finis utilisée pour réaliser le calcul modal, ces résultats sont cohérents avec les observations faites au paragraphe (2.3.1) quant à la

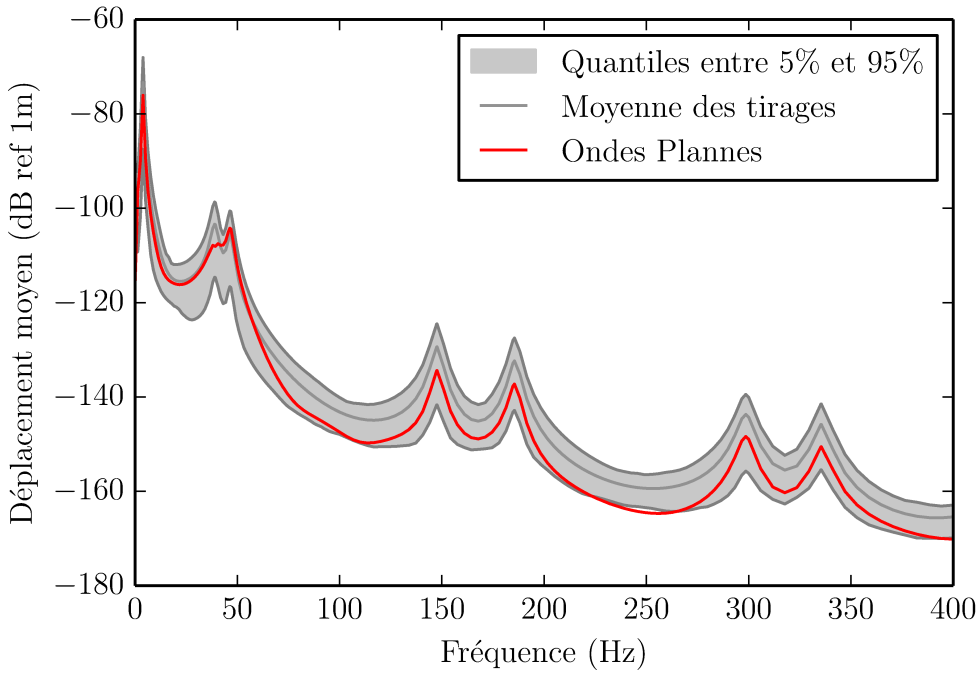


FIGURE 2.24 – Spectre de déplacement moyen

convergence de la méthode des tirages de phases. Le champ de pression est surestimés par cette méthode si la discrétisation spatiale est insuffisante.

La réponse de la structure à un ensemble de chargements aléatoires, décrits par une loi uniforme continue, obtenus par la fonction random de la bibliothèque Python NumPy a également été calculée. Cette réponse est comparée à la réponse calculée en considérant des tirages de phases aléatoires ainsi que le spectre d'auto-corrélation de ce type de signal (Fig.2.25).

Pour le chargement aléatoire considéré, les résultats obtenus par tirages de phases tendent à surestimer la réponse moyenne de la structure sur la bande de fréquence $50Hz - 2kHz$, ce qui est cohérent avec les observations faites au paragraphe (2.3.1) ainsi que dans le cas d'une excitation de couche limite turbulente modélisée par un spectre de Corcos.

Réaliser le calcul de la réponse d'une structure à une couche limite turbulente en considérant le tirage d'une phase aléatoire ne permet pas d'obtenir des résultats satisfaisant pour le modèle étudié avec la discrétisation spatiale choisie. Augmenter la discrétisation spatiale permettrait d'améliorer les résultats mais aux prix d'un coût de calcul important.

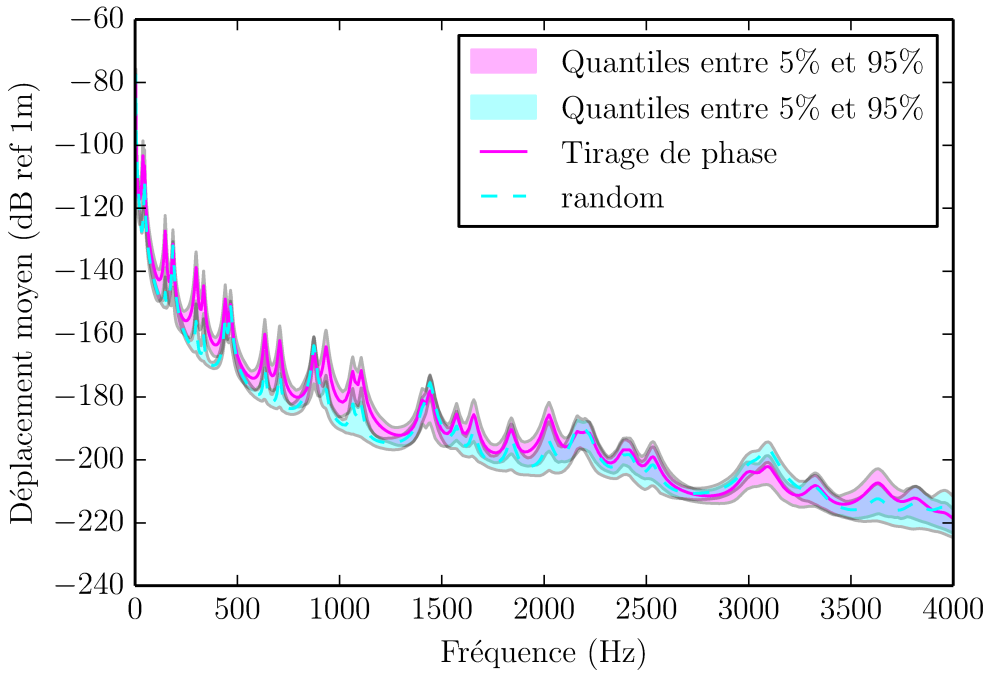


FIGURE 2.25 – Spectre de déplacement moyen de la structure en fonction de la fréquence pour un chargement aléatoire défini par une loi uniforme continue

2.3.3.2 Durée des calculs

Tant pour le calcul de la réponse de la structure à une excitation de couche limite turbulente en considérant une modélisation par somme d'onde planes que pour le calcul par la méthode des tirages de phases, le choix a été fait de résoudre les systèmes matriciels en projetant ces derniers sur une base modale. Il est donc nécessaire de calculer la réponse modale du système dans les deux cas, les temps de la réponse modale sont donc rappelés ici avec l'ensemble du temps nécessaire au calcul de la réponse en déplacement (2.5).

	Ondes planes	Tirages de phase
Analyse modale	$5h40min$	$5h40min$
Calcul des chargements réduits	$\sim 2min$	$\sim 3h$
Calcul de N coefficients (Cas 1)	$\sim 3min$	$\sim 1min$
Calcul de N^2 coefficients (Cas 2)	$\sim 12min$	$\sim 1min$
Projection dans la base physique	$\sim 1min$	$\sim 1min$

TABLE 2.5 – Durée des calculs pour 500 fréquences, 90000 vecteurs d'ondes et 100 tirages

Si les tirages de phases sont considérés, la majorité du temps de calcul est liée à l'obtention des différents champs de pression, pour chaque tirage et pour chaque fréquence, ainsi qu'à la projection de ces champs. L'opération la plus consommatrice

en temps consiste en l'obtention de la décomposition de Cholesky de la matrice du spectre de pression, afin de résoudre l'équation (2.35). Concernant la modélisation en somme d'onde planes, l'opération numérique la plus lourde consiste en l'intégration sur l'espace des nombres d'onde afin d'obtenir les coefficients modaux.

Dans les deux cas le temps nécessaire à l'obtention de la réponse par résolution des systèmes réduits, pour chaque cas de chargement, qu'il s'agisse des chargements ondes planes ou des chargements obtenus par tirage de phase, sont négligeables devant les temps nécessaires aux autres calculs.

Pour la discrétisation en vecteur d'onde considérée, le calcul est convergé pour la somme d'ondes planes et ce dernier est plus rapide que le calcul réalisé par tirage de phase, bien que ce dernier ne soit pas convergé pour la discrétisation spatiale considérée. Le choix d'une résolution par somme d'ondes planes est donc judicieux dans le cadre de la structure étudiée.

2.3.4 Réponse acoustique

Dans le cadre de l'étude de la réponse d'une structure à un spectre d'excitation de couche limite turbulente, seul l'auto-spectre de déplacement de la structure est obtenu par la méthode des ondes planes. Il est ainsi possible d'écrire la réponse en déplacement $f(\mathbf{Q}, \omega)$ sous la forme :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = f(\mathbf{Q}, \omega) f^*(\mathbf{Q}, \omega) \tag{2.48}$$

La formulation définie par l'équation (Eq.2.48) est obtenue par projection sur la base modale des différents problèmes harmoniques issus de la discrétisation ondes planes. Le résultat obtenus par la méthode est donc également un résultat faisant apparaître la base modale :

$$S_{vv}(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_i \alpha_i(\omega)\phi_i(\mathbf{Q}) \sum_j \alpha_j^*(\omega)\phi_j^*(\mathbf{Q}) \tag{2.49}$$

Ici ϕ_i et α_i correspondent respectivement au mode propre d'ordre i et au coefficient modal associé à ce mode.

Si la formulation de l'équation (2.44) est considéré, les coefficients c_i sont réels et il est possible de formuler la réponse en déplacement de la structure sous la forme :

$$f(\mathbf{Q}, \omega) = \sum_i \alpha_i(\omega)\phi_i(\mathbf{Q}) \quad \text{Avec} \quad \alpha_i = \sqrt{c_i} \tag{2.50}$$

Si la formulation de l'équation (2.43), alors N^2 coefficients β_{ij} sont connus pour chaque fréquence. Les coefficients α_i solutions de la réponse en déplacements de la structure sont donc obtenus en résolvant le système $\beta_{ij} = \alpha_i \alpha_j^*$.

La réponse de la structure $f(\mathbf{Q}, \omega)$ est alors utilisée afin de définir le chargement en vitesse $[i\omega f(\mathbf{Q}, \omega)]$ permettant le calcul de la pression acoustique rayonnée dans la demi-sphère supérieure.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre différentes méthodes on été étudiées quant à la réponse vibroacoustique d'une structure soumise à une écoulement de type couche limite turbulente. Les différentes méthodes présentées offrent des résultats similaires concernant le spectre de la réponse vibratoire. Cependant, le modèle par somme d'ondes planes semblent présenter certains avantages par rapport au modèle par tirages de phase. Ce modèle permets en effet un calcul plus rapides des résultats dans le cadre de l'étude réalisée ici. Il est également intéressant de noter que la modélisation en somme d'ondes planes fait apparaître les modèles de spectres de pression pariétales plus tard dans la résolution que le modèle par tirage de phases, une partie des calculs peut donc être réalisée indépendamment du choix de spectre de pression pariétale réalisé aux étapes ultérieurs. La modélisation en somme d'ondes planes permets aussi l'utilisation d'un plus grands nombres de spectre de pression pariétaux, car cette dernière nécessite moins d'hypothèses sur ces différents spectres.

Chapitre 3

Approche expérimentale

3.1 Motivation

Afin de permettre la validation du modèle numérique proposé, des essais ont été réalisés en tunnel hydrodynamique, concernant la réponse d'une structure à une excitation de couche limite turbulente. Dans ce chapitre, le dispositif expérimental est présenté, ainsi que des considérations sur la couche limite turbulente se développant au sein de ce dispositif. Les moyens mis en œuvre pour obtenir expérimentalement certains paramètres du dispositif sont également présentés.

Etant donné que les structures industrielles ne se limitent pas à des plaques planes, une étude est en outre réalisée quant à l'influence de certains types de défauts sur la réponse du dispositif expérimental.

3.2 Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est décrit dans ce paragraphe afin de définir le modèle numérique de ce dernier, dans le cadre de la réalisation d'une analyse modale par la méthode des éléments finis.

3.2.1 Tunnel de hydrodynamique

Le tunnel hydrodynamique utilisé dans le cadre de l'étude expérimentale (Fig.3.1), est une boucle de recirculation destinée à alimenter une veine de section carrée située dans la partie supérieure de l'installation. Cette boucle est elle même constituée de la pompe (1) du résorbeur (2) du conduit vertical (3) de la section amont (4) du convergent (5) de la veine (6) du pré-divergent (7) du divergent (8) enfin de la cuve aval (9) .

La veine d'essais du dispositif a une section carrée de 192 mm de coté et une longueur de 1 m. Le dispositif testé dans le cadre de cette étude est installé au centre de cette veine d'essai (Fig.3.2).

Afin de réguler l'écoulement au sein du tunnel hydrodynamique, trois modes de régulation sont disponibles : Pression-vitesse, Pression-sigma, Vitesse-sigma. Dans le cadre de l'étude réalisée, le choix d'une régulation en pression et en vitesse a été effectué, en effet les caractéristiques de la couche limite turbulente se développant sur le dispositif expérimental sont liées à la vitesse de l'écoulement autour de ce dernier. La pression au sein de l'écoulement a quant à elle été fixée à la pression atmosphérique, ($\sim 1013hPa$) pour les différents cas de vitesse étudiés, les phénomènes de cavitation ne faisant pas partie du spectre de l'étude.

La plage de vitesse disponible au sein du dispositif est comprise entre 3 et $15m/s$ avec une précision d'environ 1%. Trois différentes vitesses d'écoulement ont été réalisées au sein de cette plage, dans le cadre de différentes campagnes expérimentales, 5, 8 et $10m/s$.

3.2.2 Dispositif expérimental

La configuration expérimentale considérée afin d'étudier le comportement d'une structure excitée par une couche limite turbulente est constituée d'une plaque encastrée en amont et laissée libre sur ses trois autres côtés, fermant une cavité remplie de fluide. En effet, des mesure antérieures réalisées avec une configuration encastrée sur les deux largeurs de la structure, on montré une réponse de faible amplitude. Le choix de libérer le côté aval a été réalisé afin d'augmenter l'amplitude de la réponse vibratoire, dans le but de quantifier plus facilement des petites variations de la pression pariétale,

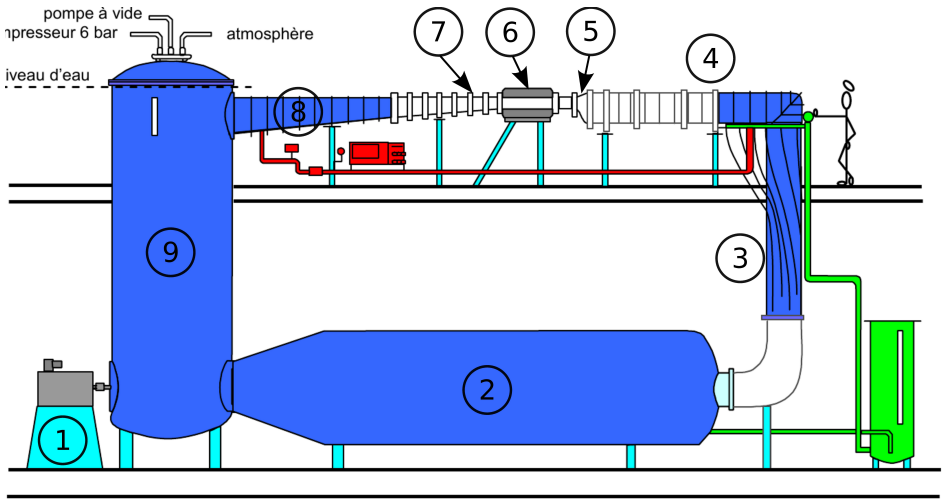


FIGURE 3.1 – Schéma du tunnel hydrodynamique

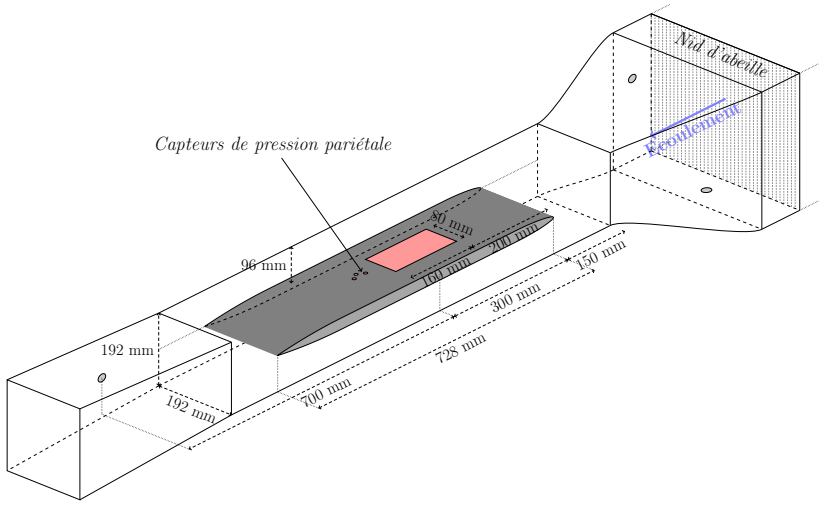


FIGURE 3.2 – Dispositif expérimental installé au sein de la veine d'essai

notamment en ce qui concerne la présence de défauts en amont de la structure.

Cette configuration expérimentale est réalisée à l'aide du dispositif (Fig.3.3), installé dans le tunnel de cavitation de l'IREnav. Une descriptions de la conception de ce dispositif est donnée dans [Gobert, 2009]

3.2.2.1 Support rigide

Le module comportant la cavité a pour dimensions 728x190x30mm, il s'agit d'un élément massif profilé permettant le développement de la couche limite turbulente. Le support a été dimensionné afin de garantir une bonne rigidité de ce dernier, pour ne pas perturber les mesures vibratoires réalisés sur la structure vibrantes. La largeur du support est proche de la largeur de la veine d'essai, afin de réduire les effets de bords liés à l'entrefer entre ce dernier et la paroi latérale du tunnel hydrodynamique.

La présence du support au sein de la veine d'essai induit une modification de la section fluide de cette dernière. La vitesse de l'écoulement, observée au droit de la structure vibrante est donc différente de la vitesse de consigne du tunnel hydrodynamique. En effet la mesure de vitesse utilisée afin de réaliser la consigne est mesurée à l'aide de capteurs de pression situés en amont et en aval de la veine d'essai. La vitesse de consigne ne prend donc pas en compte la réduction de section due à la présence du montage expérimental.

Des mesures LDV ayant été réalisées pour les différentes vitesses étudiées [Gobert, 2009], il est possible de calculer la vitesse réelle de l'écoulement au droit du dispositif

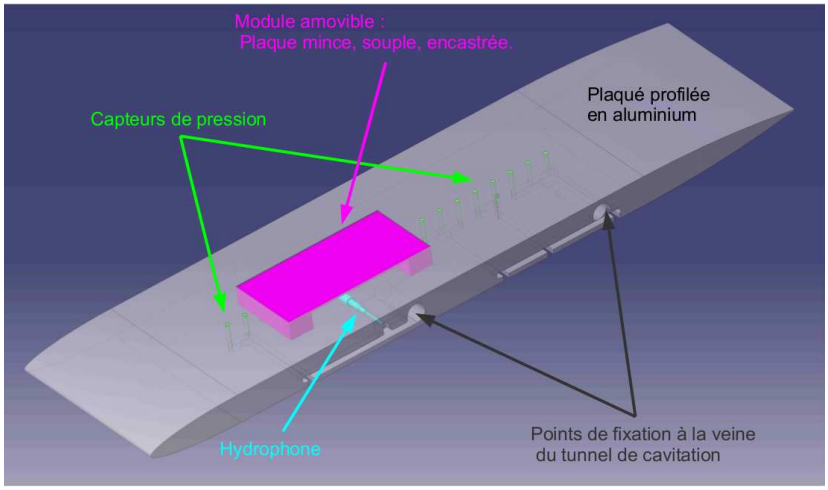


FIGURE 3.3 – Schéma du dispositif expérimental

support en fonction de la vitesse de consigne du tunnel hydrodynamique.

3.2.2.2 Structure vibrante

Une cavité de dimensions 160x80x20mm, est creusée dans le support massif, le début de la cavité se situant à 200mm du bord d'attaque de la structure support.

Cette cavité est fermée par une plaque encastrée libre de dimensions 160x80x1mm, réalisée en aluminium. L'encastrement considéré est réalisé sur le côté situé en amont de la plaque vibrante, les autres côtés sont quant à eux laissés libres. L'encastrement de la plaque est réalisé par collage de cette dernière sur un sabot de dimensions 20x80x$(19 \pm \varepsilon)$mm, lui même fixé au fond de la cavité par vissage. La hauteur ε du sabot est réglable, afin de permettre la réalisation d'une marche montante ou descendante, entre le massif support et le bord amont de la structure vibrante.

La réalisation de la structure vibrante a été étudiée afin de faciliter la modélisation numérique du comportement vibratoire de cette dernière. Ainsi il a été choisi de réaliser l'encastrement de la structure vibrante par collage sur un sabot support, afin de ne pas introduire de contraintes résiduelles qui auraient pour effet de modifier le comportement modal de la structure.

Des campagnes expérimentales préliminaires ont également permis de mettre en lumière un phénomène d'amortissement liée à la présence d'une lame de fluide entre les bords latéraux de la structure vibrante et les bords de la cavité. Cet amortissement a été modélisé, en utilisant le modèle proposé par [Bacabac et al., 2005], en fonction de l'épaisseur de la plaque et de l'entrefer entre cette dernière et les parois de la cavité. Il a été choisi de réduire la dimension transverse de la plaque afin d'augmenter l'entrefer et de supprimer ainsi l'amortissement local induit par la lame fluide.

La présence d'un amortissement fluide en aval de la plaque, lié à un entrefer a

également été étudié. L'écart entre le mur de la cavité et la plaque vibrante a été choisi suffisant pour éviter de faire apparaître un tel phénomène. Ceci a été confirmé par la comparaison des résultats numériques et expérimentaux. La quantité de fluide pouvant s'échapper par les différents entrefer est très faible et la vitesse de ce dernier et très petite, compte tenu de l'amplitude des déplacements de la structure, de l'ordre du micromètre. L'influence de ces écoulement est donc négligée en ce qui concerne la modélisation de la réponse de la structure.

La structure vibrante retenue a donc pour dimensions 160x78x1mm, la partie vibrante de cette structure à quant à elle une dimension de 140x78mm et se trouve située entre les abscisses $x = 0,22$m et $x = 0,34$m du dispositif support.

3.2.2.3 Instrumentation du dispositif

Dans le cadre de l'étude de la couche limite se développant sur la structure support et de la réponse vibratoire de la plaque vibrante, différents moyens de mesure sont mis en œuvre pour mesurer les paramètres de la couche limite, de champ de pression pariétale ainsi que le champ de déplacement de la structure vibrante et le champ acoustique généré par cette vibration au sein de la cavité inférieure.

— La cavité fermée par la structure vibrante est équipée d'un hydrophone de taille réduite, omnidirectionnel, Brüel & Kjaer 8103, de longueur 50mm et de diamètre $9,5$mm.

— Le dispositif support est équipé de capteurs de pression pariétaux situés en aval de la structure vibrante. Il s'agit de capteurs piezorésistifs miniatures Keller (série 2Mi).

Afin de réduire le filtrage spatial du champ de pression pariétale, lié à la dimension des capteurs de pression, ces derniers sont montés au sein de la structure support et un perçage de dimension réduite permets la mesure du champ de pression pariétale.

3.2.3 Protocole de mesure

Le schéma complet du dispositif expérimental monté dans la veine d'essai est décrit (Fig.3.4).

L'intégralité du dispositif de mesure est constitué de :

— Trois capteurs de pression

— Un hydrophone

— Un vibromètre laser à balayage

— Un vibromètre laser ponctuel

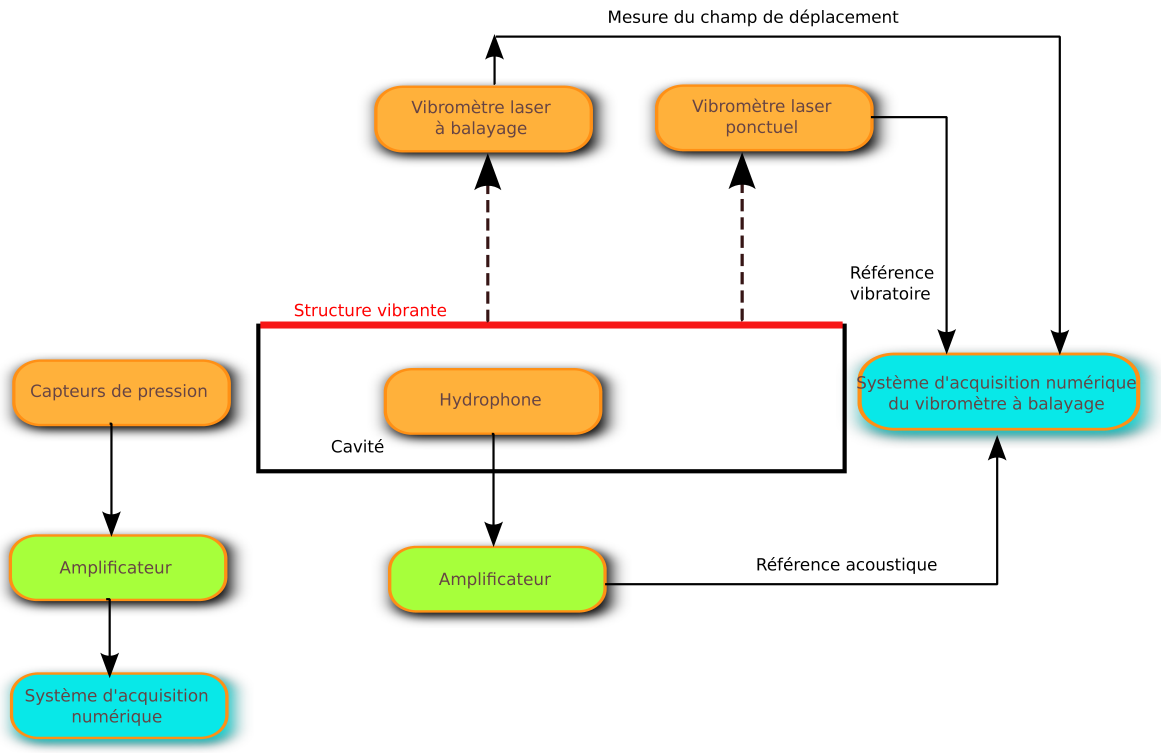


FIGURE 3.4 – Schéma du dispositif de mesure

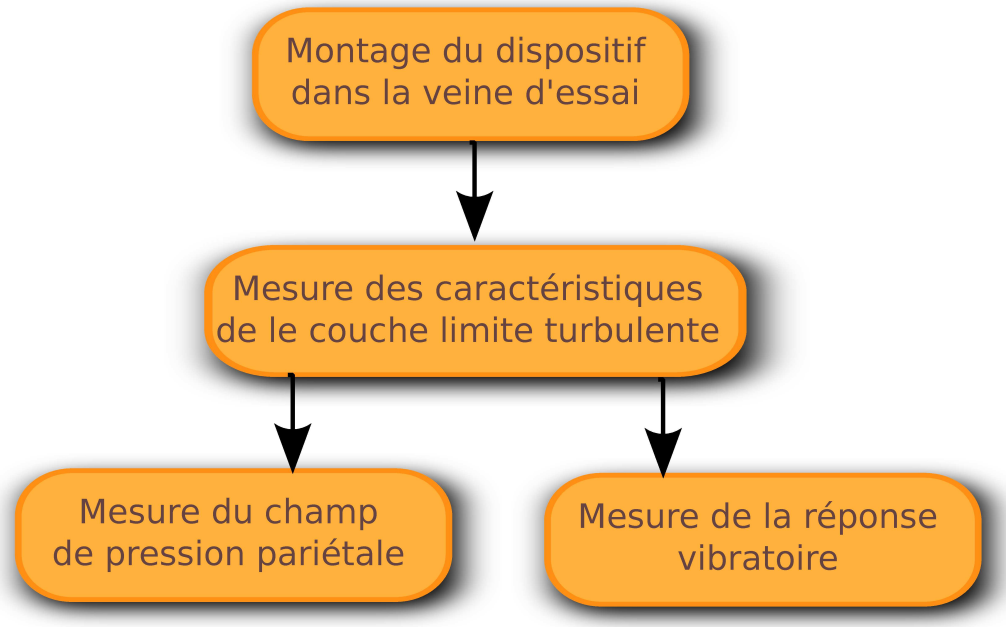


FIGURE 3.5 – Déroulement des mesures

Le protocole décrivant le déroulement des mesures est décrit (Fig.3.5). Il se décompose en trois mesures différentes :

— Une mesure des caractéristiques de la couche limite

— Une mesure de la pression pariétale

— Une mesure du champ vibratoire de la structure

3.2.4 Couche limite turbulente

Afin de comparer les résultats expérimentaux aux résultats numériques il est nécessaire de définir intégralement les différents paramètres de l'écoulement et de la couche limite turbulente se développant au droit de la plaque vibrante.

Pour les différentes vitesses d'écoulement considérées, 5, 8 et 10 m/s, au sein du tunnel hydrodynamique, les vitesses réellement observées au sein de la veine d'essais sont légèrement différentes. Cette différence est liée à la modification de section fluide de la veine réalisée par la présence du dispositif expérimental, elle est donc obtenue en considérant le rapport des sections fluides en l'absence et en présence du dispositif monté dans la veine. Les vitesses d'écoulement considérées numériquement sont donc légèrement supérieures aux vitesses choisies pour la régulation du tunnel hydrodynamique.

Concernant les paramètres de la couche limite turbulente, différentes lois ont été présentées au chapitre (1), concernant l'obtention de ces paramètres en fonction de la position du point de mesure et des caractéristiques de l'écoulement.

Pour le système étudié, le bord d'attaque de la plaque vibrante est situé à 220mm du bord d'attaque du profil support (Fig.3.2), cette distance correspond au début de la partie non encastrée de la structure.

Etant donné que des essais LDV ont été réalisés dans des travaux antérieurs [Gobert, 2009],différentes informations sont disponibles, concernant les épaisseurs de couches limites mesurées expérimentalement au droit du dispositif expérimental, à une distance de 220mm du bord d'attaque du profil support. Ces essais permettent de disposer d'un jeu de valeurs pour des vitesses d'écoulement différentes, de 5m/s, 8m/s et 10m/s (Tab.3.1)

Les écarts observés entre les résultats théoriques, de l'épaisseur de déplacement (δ^*) et de l'épaisseur de quantité de mouvement (θ), obtenus par le modèle proposé par [Choi and Moin, 2012], pour un écoulement turbulent (Eq.1.8;1.9;1.10) et les résultats expérimentaux, permettent de conclure à une bonne modélisation des paramètres de la couche limite par ce modèle.

Afin de modéliser le comportement vibratoire de la structure il est nécessaire de faire

U		Expérimental (mm)	Théorique (mm)	Rapport
5m/s	θ	0,478	0,485	0,985
	δ^*	0,666	0,620	1,073
8m/s	θ	0,430	0,442	0,972
	δ^*	0,577	0,564	1,023
10m/s	θ	0,413	0,422	0,977
	δ^*	0,565	0,540	1,046

TABLE 3.1 – Grandeurs de la couche limite ; x=220mm

Vitesse	Bord d'attaque (x=220mm)	Centre de la plaque (x=290mm)	Bord de fuite (x=360mm)
10m/s	5,1	6,3	7,5
8m/s	4,6	5,8	6,7
5m/s	4,4	5,5	6,5

TABLE 3.2 – Épaisseur de la couche limite δ(mm) obtenue par la solution théorique

un choix quant aux points de mesure des paramètres de la couche limite turbulente. Et comme la résolution numérique est réalisée en considérant des modèles de spectre en nombre d'onde fréquence, les caractéristiques spatiales du champ de pression pariétale sont absentes de la modélisation.

Ainsi, si les formulations théoriques de [Choi and Moin, 2012] sont considérées, l'épaisseur de la couche limite turbulente, observée au droit de la plaque, varie entre $4,4$mm et $7,5$mm (Tab.3.2).

L'évolution de l'épaisseur de couche limite pour les différentes vitesses d'écoulement étudiées, présente donc des valeurs situées à $\pm 10\%$ de la valeur observée au centre de la structure. Dans le cadre de l'étude réalisée ici les valeurs des caractéristiques de la couche limite obtenues au centre de la structure seront considérées afin de modéliser les spectres de pression pariétale.

3.2.5 Pression pariétale

Des capteurs de pression sont installés sur le dispositif expérimental. La pression pariétale est mesurée en aval de la plaque vibrante. La mesure de ce cette pression permet de comparer cette dernière aux modèles décrivant l'évolution de la pression pariétale sous une couche limite turbulente afin de vérifier le comportement de l'écoulement au droit de la plaque vibrante.

La mesure de la pression pariétale générée par la couche limite turbulente est réalisée en suivant le protocole (Fig.3.6).

Dans un premier temps les capteurs de pression sont étalonnés. Cet étalonnage est réalisé en faisant varier la pression au sein de la veine en l'absence d'écoulement, ceci

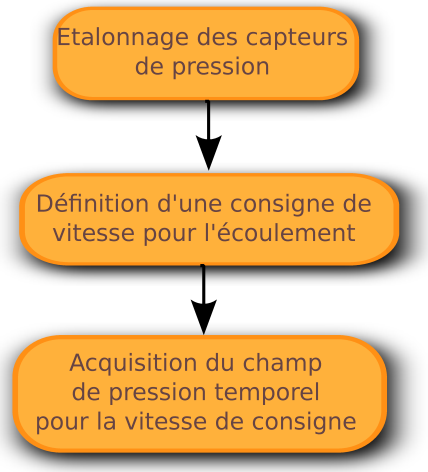


FIGURE 3.6 – Mesure de la pression pariétale

permet d'obtenir la sensibilité des différents capteurs en fonction de l'évolution de la pression.

Une fois les capteurs étalonnés, le tunnel hydrodynamique est mis en écoulement et la réponse temporelle des différents capteurs de pression est mesurée pour chaque consigne de vitesse. Une transformation de Fourier de ces données temporelles permet alors l'obtention des spectres de pression pariétale pour les différentes consignes de vitesse (Fig.3.7).

Etant donné que les paramètres de la couche limite ont été mesurés par LDV, il est possible de tracer les spectres ce pression pariétales en adimensionnalisant ces derniers grâce aux variables externes de la couche limites [Lee et al., 2005].

Ainsi pour des vitesses d'écoulement de 8m/s (Fig.3.8) et 10m/s (Fig.3.9), la pression mesurée par les capteurs est comparée à la pression calculée pour les mêmes conditions d'écoulement et la même distance au bord d'attaque de la structure support. Les modèles de spectres de pression utilisés sont différents modèles disponibles dans la littérature et présentés dans le chapitre (1).

Le comportement du spectre de pression pariétale au point de mesure est bien similaire au comportement décrit par les différents modèles. En basse fréquence, les descriptions faites par les modèles de Tkachenko et Goody présentent un comportement proche du comportement observé expérimentalement, tandis que pour des fréquences plus élevées, c'est la modélisation proposée par Chase qui présente une évolution proche de la couche limite turbulente observée expérimentale.

Comme les modèles de spectres de pression en un point peuvent être utilisés afin de réaliser la normalisation des spectres de pression pariétale définis dans le domaine des nombres d'onde fréquence, les deux modèles, proposés par Chase et par Goody

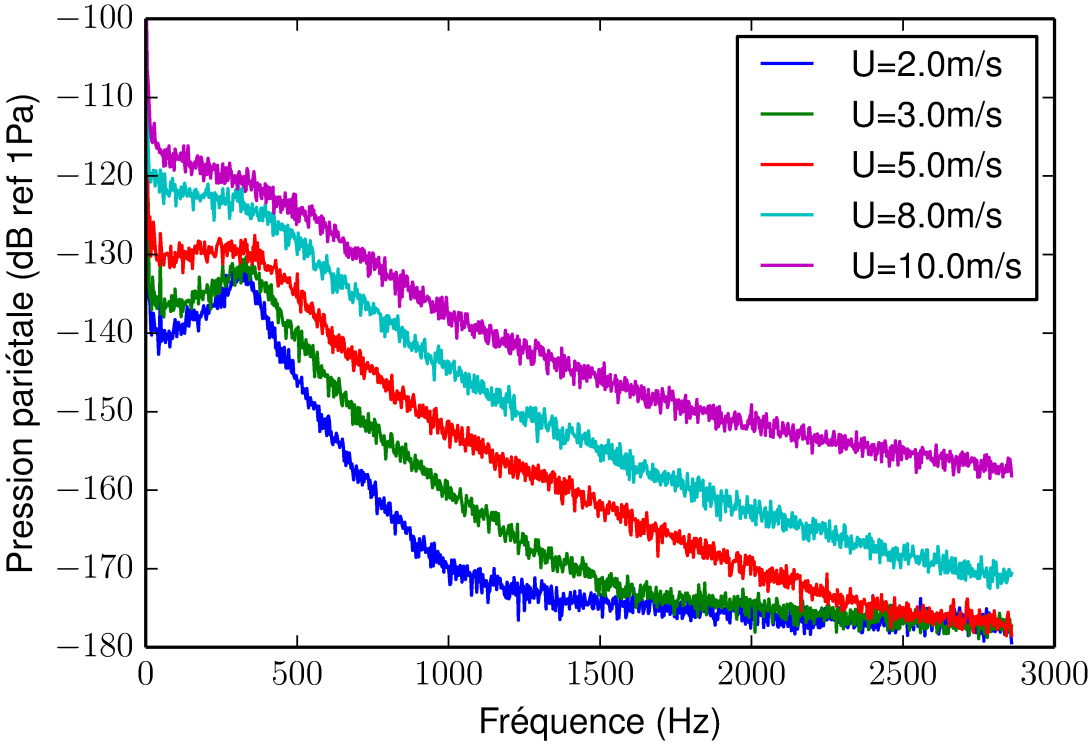


FIGURE 3.7 – Spectres de pression pariétale pour différentes consignes de vitesse

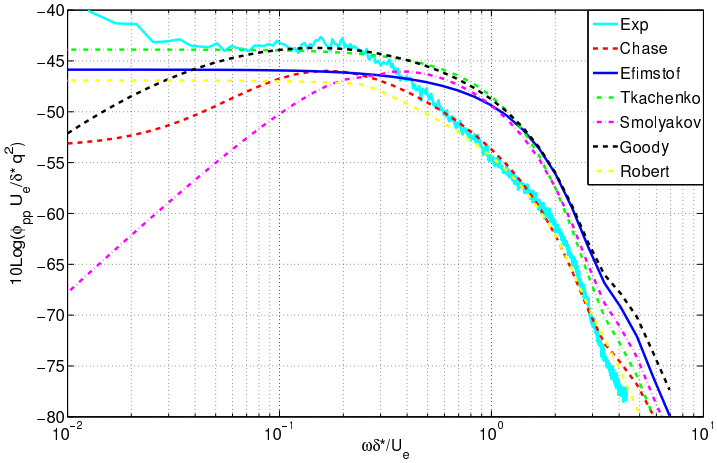


FIGURE 3.8 – Pression pariétale pour une vitesse d'écoulement de 8m/s

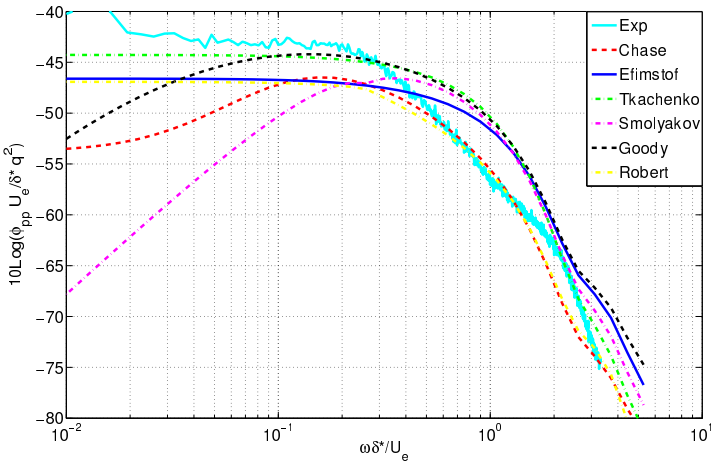


FIGURE 3.9 – Pression pariétale pour une vitesse d'écoulement de 10m/s

seront utilisés quant à cette normalisation afin de comparer l'influence de ces choix sur les comportements en basses et en hautes fréquences de la réponse vibratoire de la structure.

3.3 Comportement dynamique de la structure

3.3.1 Vibrométrie laser à balayage

L'utilisation de vibromètres laser à effet Doppler est une technique éprouvée tant pour de mesures académiques que pour des mesures industrielles. Cette approche à été mise en œuvre pour la première fois par [Yeh and Cummins, 1964] il y a plus de quarante ans afin de mesurer la vitesse d'écoulement d'un fluide avec des précision de l'ordre de 70nm/sec [Salman, 2012]

Ce procédé est basé sur l'effet Doppler et il peut à ce titre être utilisé dans tout type de milieu tant que ce dernier permet la propagation des ondes électromagnétiques. Le déplacement relatif entre la source laser et l'objet mesuré induit une variation de la fréquence des ondes réfléchies liée à la vitesse de déplacement de la cible. La vitesse peut donc être facilement obtenu en mesurant cette modification de fréquence. Le principe de cette mesure est schématisé (Fig.3.10), la fréquence mesurée par effet Doppler pouvant alors s'exprimer sous la forme [Martarelli, 2001] :

$$\Delta f = \frac{2v\cos(\nu)}{\lambda} \tag{3.1}$$

Pour un système se déplaçant à la vitesse v avec un angle ν par rapport à la tête laser, de longueur d'onde λ.

L'utilisation d'un ensemble de mesures ponctuelles afin de reconstruire le champ

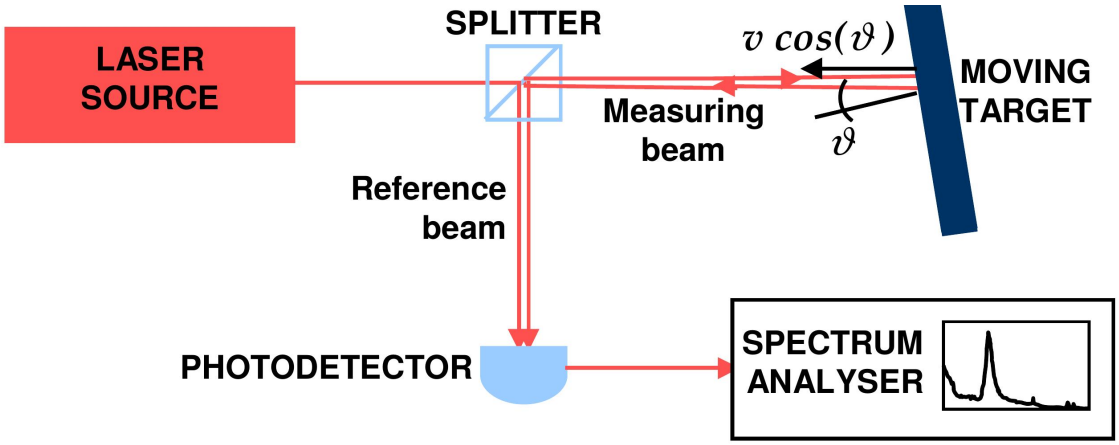


FIGURE 3.10 – Principe de la mesure laser par effet Doppler

vibratoire d'une structure a été mise en œuvre par [Ruzzene, 2007] dans le cadre de la détection de défauts dans une structure en aluminium. Dans le cas d'un balayage d'une structure à l'aide d'un vibromètre laser, un ensemble de points de mesure est défini sur la surface de l'échantillon et la vitesse de vibration est mesurée en chacun de ces points. Chaque mesure étant réalisée indépendamment, il est nécessaire de disposer d'une référence afin de pouvoir reconstituer la phase relative entre les différents points de mesure.

Pour une structure vibrant à une pulsation $\omega = 2\pi f$, la vitesse de la référence et la vitesse v_i d'un point de mesure peuvent s'exprimer sous la forme :

$$v_i(t) = A_i \sin(\omega t + \phi_i) \tag{3.2}$$

Pour chaque point, la phase ϕ_i est mesurée relativement à la phase ϕ_0 de la référence ce qui permet la reconstruction du champ de vibration de la structure

Cette approche nécessite de faire l'hypothèse d'un comportement stationnaire de la structure et de l'excitation tout au long de la mesure. Dans le cadre d'une structure excitée par un couche limite turbulente, cette hypothèse est vérifiée tant que les paramètres de l'écoulement sont stables sur la durée de l'essai.

3.3.2 Choix de la référence

Dans le cadre de la mesure du comportement vibratoire de la structure, deux solutions différentes on été envisagée pour servir de référence au dispositif de mesure par Vibrométrie Doppler. Ces deux solutions étaient l'utilisation de l'hydrophone situé dans la cavité ou l'utilisation d'un second vibromètre laser pour une mesure ponctuelle.

Pour les différentes vitesses d'écoulement, la réponse de l'hydrophone est tracé (Fig.3.11). Le spectre de l'hydrophone fait apparaître une fréquence à $50Hz$ et un bon

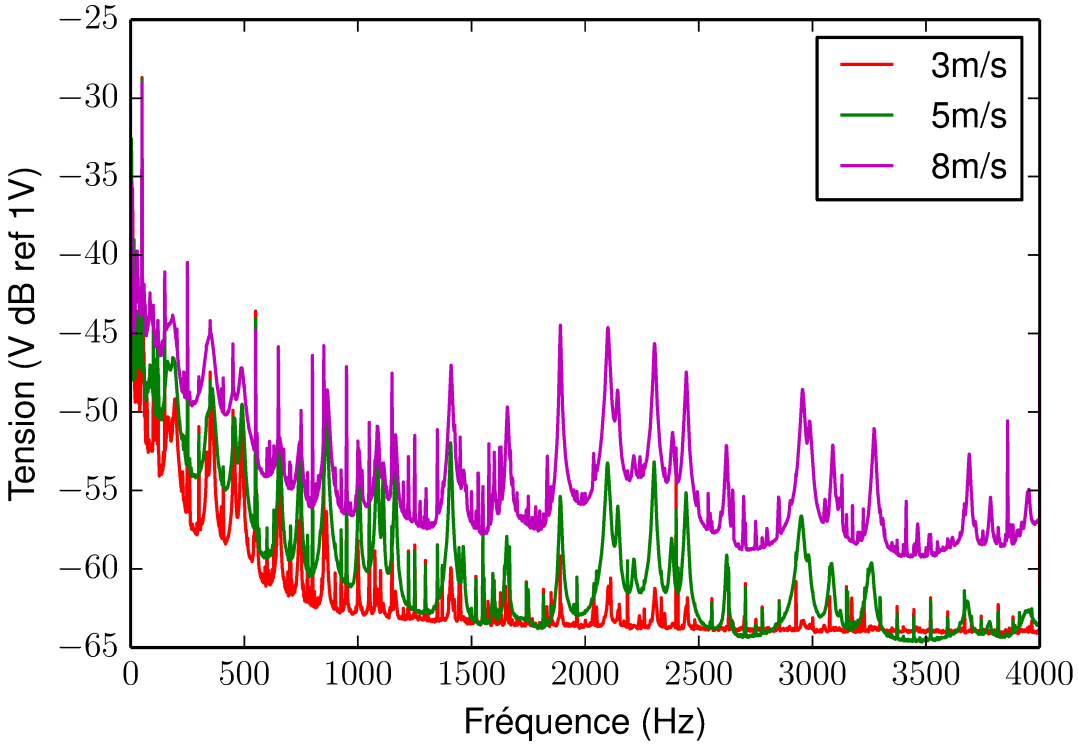


FIGURE 3.11 – Spectre de pression mesuré par l'hydrophone pour différentes vitesses d'écoulement

nombre des harmoniques de ce bruit. Cependant la présence de ces raies de fréquence n'impacte pas le calcul du déphasage à l'aide de l'hydrophone.

Une fois le signal de l'hydrophone filtré pour le débarrasser des fréquences parasites, (Fig.3.12), la réponse de ce dernier sur la bande de fréquence considérée fait apparaître l'ensemble des fréquences propres de la structure étudiée.

L'utilisation du second vibromètre laser à notre disposition afin de réaliser la référence de phase n'a pas été retenu pour les mesures au sein du tunnel de cavitation. En effet le vibromètre laser considéré ne possède pas une sensibilité suffisante pour des fréquences élevées et il ne permet donc pas, de mesurer la réponse de la structure sur l'ensemble de la bande de fréquence considérée.

Le second vibromètre nous a cependant servi lors de la réalisation d'essais en air. Pour ces essais, la sensibilité de l'hydrophone étant assez faible, l'utilisation d'une mesure directe de la vibration en un point de la structure s'est avérée une meilleure référence.

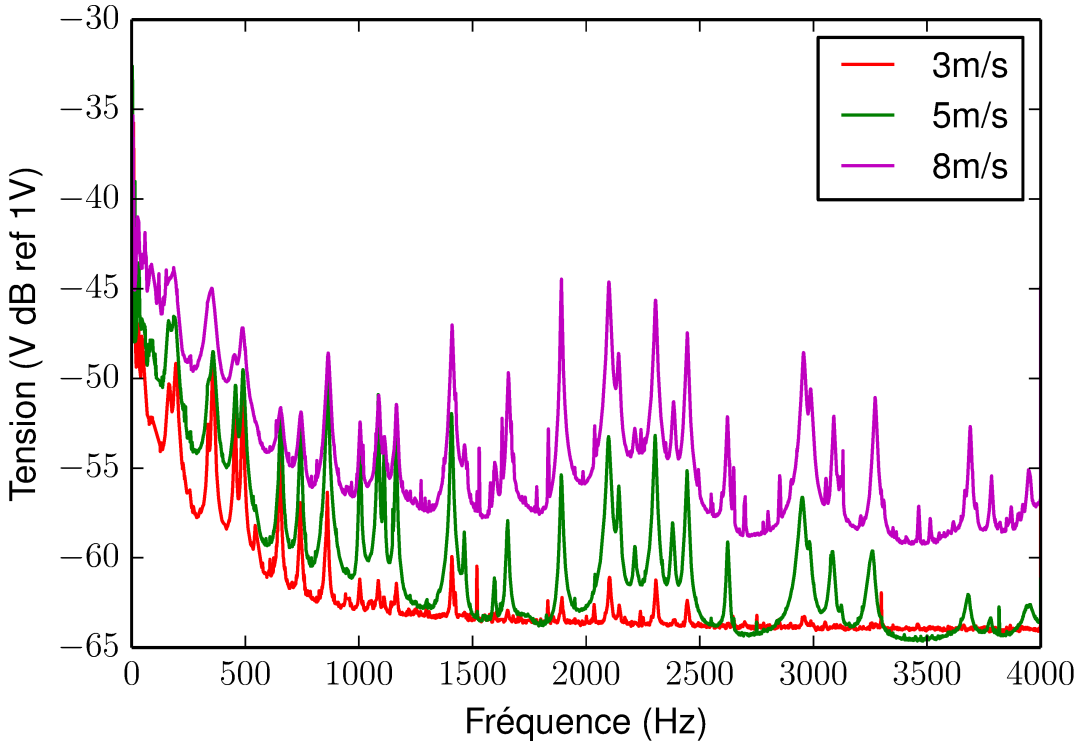


FIGURE 3.12 – Spectre de pression de l'hydrophone filtré numériquement

3.3.3 Principe de la mesure

Afin de mesurer le champ de vibration de la structure, la partie de celle-ci sensible au chargement de la couche limite est discrétisée en un maillage constitué d'environ 300 à 700 points, distribués de manière homogène sur la surface (Fig.3.13).

Pour chaque point de la structure la réponse vibratoire est mesurée et la transformée de Fourier de cette réponse est calculée. Afin de stabiliser les résultats et de diminuer les écart liés aux fluctuations des conditions expérimentales, plusieurs spectres de réponse sont calculés pour chaque point de mesure et le spectre moyen en chaque point est obtenu à partir de l'ensemble de ces mesures. Une analyse de la sensibilité de la réponse spectrale au nombre de moyennes réalisées a amené à considérer une réponse moyenne constituée de 64 mesures de spectre, pour chaque point.

Comme une résolution de l'ordre du Hertz est souhaitée, chaque acquisition temporelle a une durée de l'ordre de la seconde. Le nombre important de moyennes réalisées et le nombre important de points de mesure considérés induit des durées de l'ordre de la demi-journée, pour une structure discrétisée par 300 points de mesure à la journée pour 700 points de mesure.

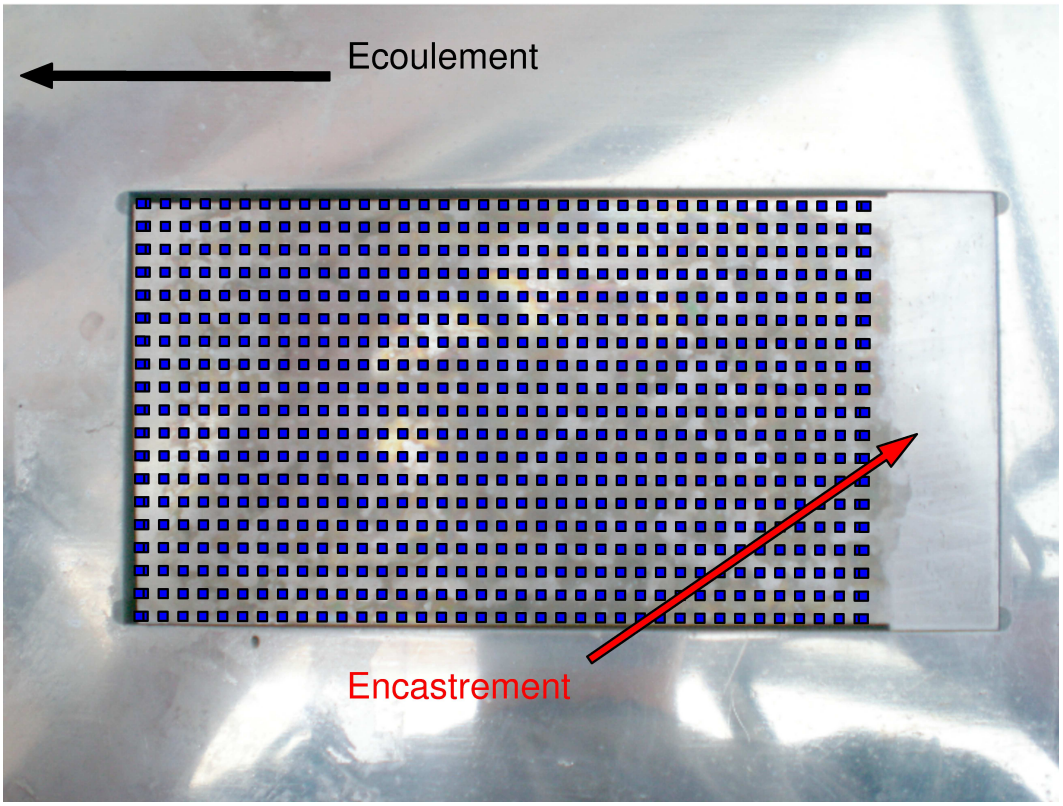


FIGURE 3.13 – Structure vibrante étudiée et maillage considéré pour la mesure vibratoire

3.4 Structure seule

Une étude de la structure seule, sans écoulement est réalisée en air et en eau. Cette étude est également réalisée numériquement. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux permettent d'accéder à certaines grandeurs du problème physique, tels que la modélisation de l'amortissement de la structure. Cette étude permet également de valider le modèle dans le cadre d'une excitation simple représentée par un chargement ponctuel (impact).

3.4.1 Réponse de la structure en air

La structure complète constituée de la plaque vibrante et du support profilé de cette dernière (Fig.3.3) est étudiée hors de la veine d'essai. Le profil support est maintenu encastré à un dispositif rigide et la plaque vibrante est excitée ponctuellement par l'intermédiaire d'un pot vibrant.

Les différents modes de flexions de la structure en air (Fig.3.14) sont observés afin de permettre de comparer la base modale obtenue expérimentalement avec les calculs numériques réalisés en l'absence de couplage fluide structure ainsi qu'avec les modes propres obtenus expérimentalement en eau, afin de caractériser l'influence du couplage

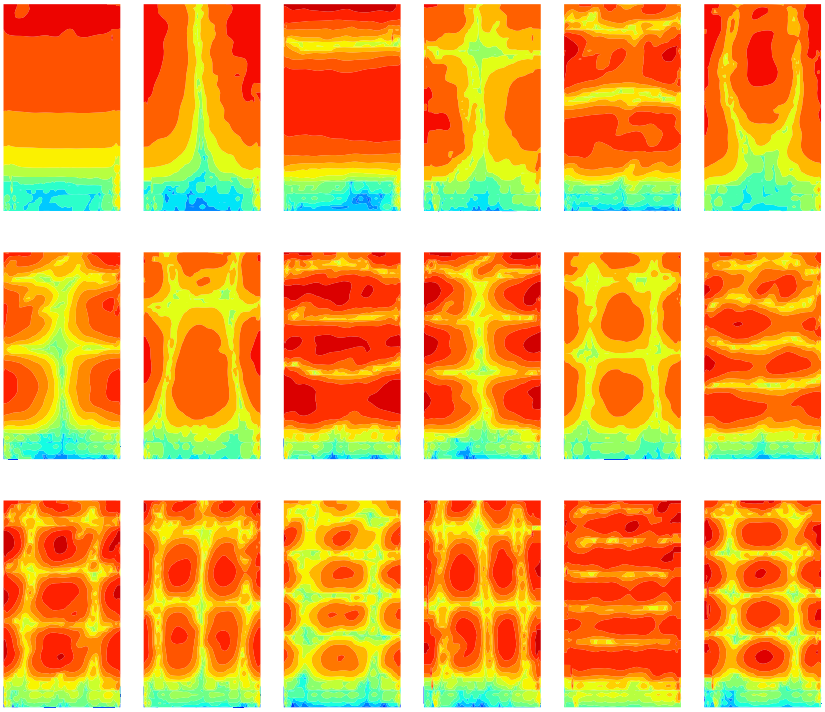


FIGURE 3.14 – Module des déformées modales du système en air, pour les 18 premiers modes. La structure est encastrée en bas, les modes sont ordonnés de gauche à droite et de haut en bas

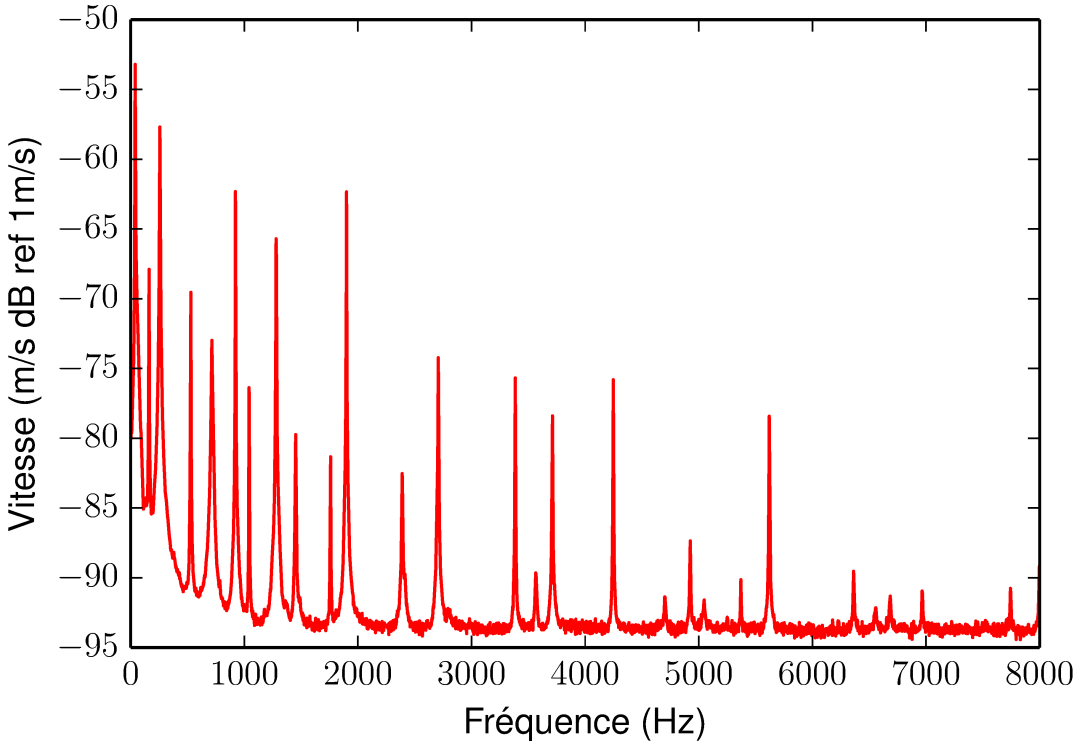


FIGURE 3.15 – Auto spectre moyen de vitesse en air

fluide-structure sur le comportement vibratoire.

Le spectre moyen de la réponse en air (Fig.3.15) est également étudié, afin d'obtenir les paramètres modaux permettant de décrire l'amortissement de la structure. Sur la bande de fréquence $0 - 4000Hz$, les modes propres de la structure sont fortement séparés, il y a donc peu de couplage entre les différents modes. Il est donc possible de réaliser une modélisation du comportement modal du système, en considérant un ensemble d'oscillateurs harmoniques avec amortissement visqueux, ne possédant qu'un seul degré de liberté.

Cette modélisation se formule sous la forme :

$$X(\omega) = \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2dr)^2}} \tag{3.3}$$

Avec $r = \omega/\omega_n$ et d le coefficient d'amortissement du système. Ce coefficient peut également être estimé en considérant la bande passant à $-3dB$ du spectre de la réponse, pour les différents modes propres.

Ainsi si nous voulons exprimer le comportement modal en vitesse de la plaque, l'expression décrivant le déplacement (Eq.3.3) est reformulée sous la forme :

$$V(\omega) = \frac{1}{k^2} \frac{1}{(1-r^2)^2 + (2dr)^2} \tag{3.4}$$

Pour chaque fréquence propre, une minimisation de l'erreur par la méthode des moindres carrés est réalisée afin d'estimer le coefficient de raideur modal k et le coefficient d'amortissement modal d du système. Il est ainsi possible de tracer la réponse de chacun des oscillateurs harmoniques considérés ainsi que la réponse de la somme de ces oscillateurs (Fig.3.16) et de comparer ces réponses à la réponse expérimentale. Nous pouvons observer que le modélisation par un ensemble d'oscillateurs harmonique permets une bonne représentation du comportement dynamique de la structure à proximité des fréquences propres, les spectres théoriques et expérimentaux étant quasiment confondus. Entre deux fréquences propres, l'apport des différents modes à la réponse globales est sous estimée, par rapport aux résultats expérimentaux.

Cependant, dans le cadre de l'étude réalisée, seul une estimation du coefficient d'amortissement modal de la structure est nécessaire à la mise en place du calcul numérique. Compte tenu de la forte séparation des modes propres, il ne semble donc pas nécessaire de mettre en œuvre de techniques plus compliquées de modélisation de structures possédant plusieurs degrés de liberté afin de mieux caractériser le coefficient d'amortissement modal.

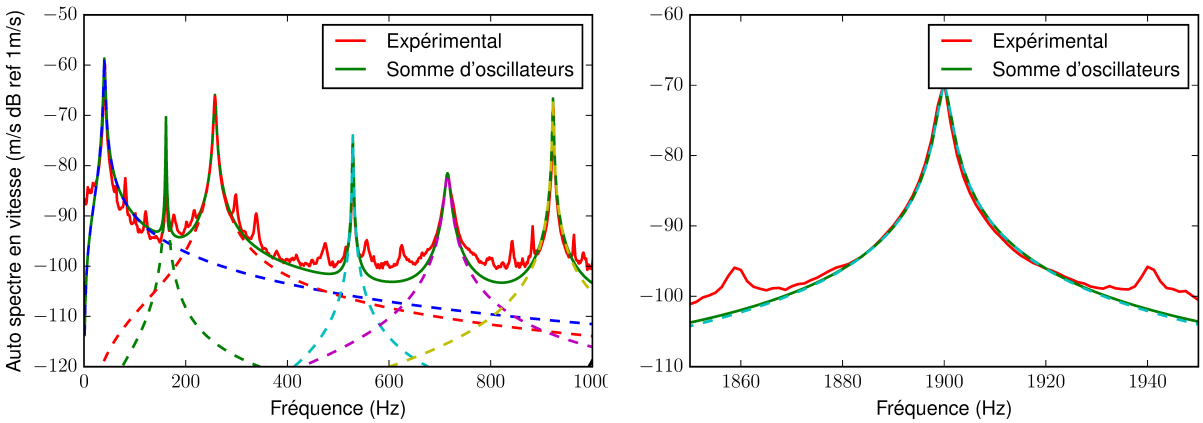


FIGURE 3.16 – Auto spectre moyen en vitesse et modélisation de l'amortissement modal

3.4.2 Réponse de la structure en eau

La réponse de la structure est également étudiée en considérant une excitation ponctuelle réalisée par un pot vibrant, dans le cadre d'une structure immergée. Cette étude est réalisée en plongeant l'ensemble du dispositif expérimental, plaque support et plaque vibrante dans un aquarium rempli d'eau.

Comme dans le cas de l'analyse du comportement vibratoire de la structure en air (Fig.3.14), les modes propres du systèmes couplé fluide-structure (Fig.3.17) sont obtenus expérimentalement. L'influence du couplage fluide-structure sur la réponse

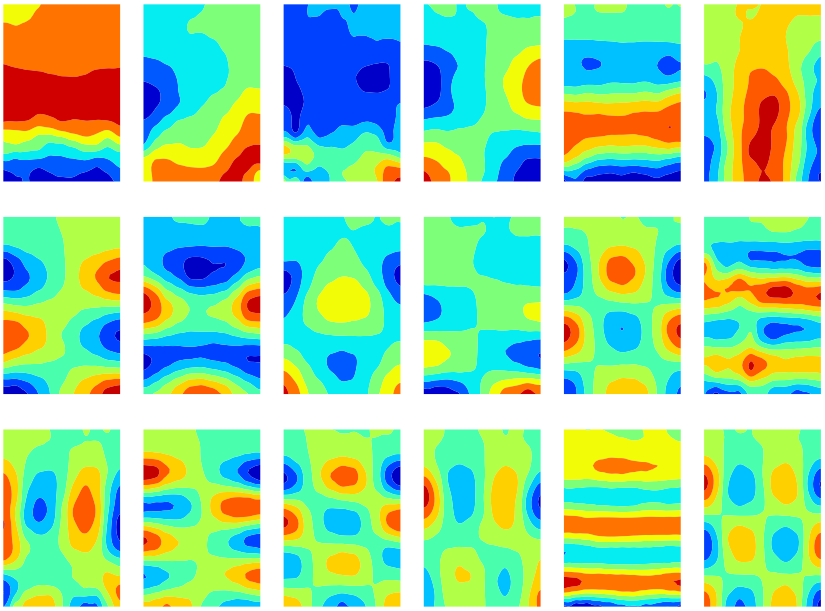


FIGURE 3.17 – Déformées modales du système en eau, pour les 18 premiers modes. La structure est encastrée en haut, les modes sont ordonnées de gauche à droite et de haut en bas

vibratoire induit une modification de la base modale du système, certains modes propres observés en eau apparaissent dans un ordre différents de celui observé en l'absence de fluide. La présence d'eau a aussi une influence sur les fréquences propres (Fig.3.18) du système couplé.

Comme pour l'analyse réalisée en air, le modes propres du système en eau semblent relativement bien séparés, il semble donc possible de réaliser une modélisation en considérant l'hypothèse formulée précédemment, d'une somme d'oscillateurs harmoniques avec amortissement visqueux. Si la réponse d'un tel système est tracé (Fig.3.19), nous pouvons observer que cette modélisation ne permet pas une bonne représentation du comportement dynamique du système couplé. La réponse modale est surestimée

En effet, dans le coefficient d'amortissement de l'équation (Eq.3.4), expérimentalement les termes liées au couplage fluide structure sont présents. Or ces termes ont pour effet de coupler les modes propres entre eux, la structure ne peut pas être modélisée par une somme de systèmes ne possédant qu'un seul degré de liberté.

Une modélisation plus fine d'un système à plusieurs degrés de libertés est nécessaire si l'on souhaite obtenir les paramètres modaux du système couplé de manière plus précise. Ces paramètres modaux n'étant pas nécessaires au calcul de la réponse vibratoire, ces deniers n'ont donc pas été calculé de manière plus précise.

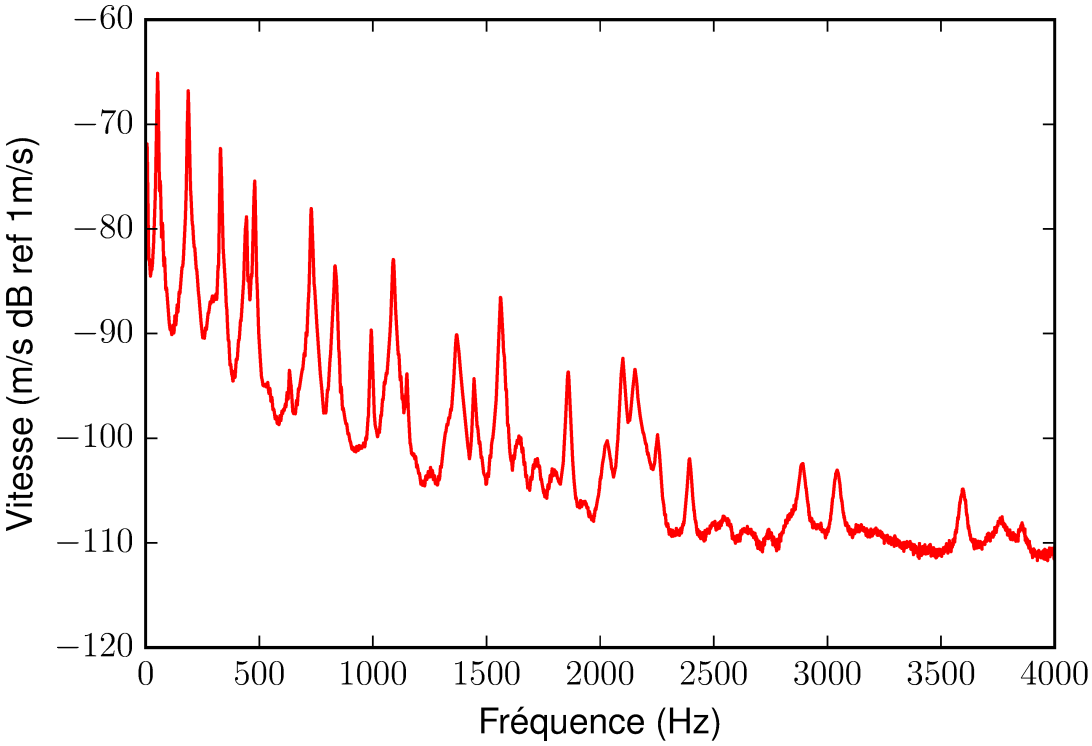


FIGURE 3.18 – Auto spectre moyen de vitesse en eau

En effet cette approche théorique fait apparaître un coefficient d'amortissement représentatif du système couplé fluide structure dans lequel les effets inertiels liés à la présence du fluide sont pris en compte. Il n'est donc pas envisageable d'utiliser l'amortissement obtenu par cette méthode pour le calcul numérique, étant donné que l'on souhaite réaliser un calcul numérique couplé-fluide structure pour lequel les effets inertiels liés au fluide sont obtenus numériquement.

3.4.3 Comparaison air/eau

Les essais réalisées en air peuvent être comparés aux essais réalisées en eau en l'absence d'écoulement. L'évolution des fréquences propres de la structures pour ces deux configurations est donnée dans le tableau (Tab.3.3) et elle est également tracée (Fig.3.21). L'influence de l'eau sur la réponse de la structure est liée aux effet inertiels et aux effets de masse ajoutée induit par la présence d'un fluide lourd. Ainsi les fréquences propres obtenus en eau sont plus faibles que les fréquence propres obtenues en air. Un réarrangement de l'ordre d'apparition des modes propres résulte aussi de la présence du fluide lourd, ce réarrangement est visible si les formes modales obtenues en air (Fig.3.14) sont comparées aux formes modales obtenues en eau (Fig.3.17). Le mode transversal $(0, 2)$ apparaît en sixième position pour une réponse vibratoire en air alors

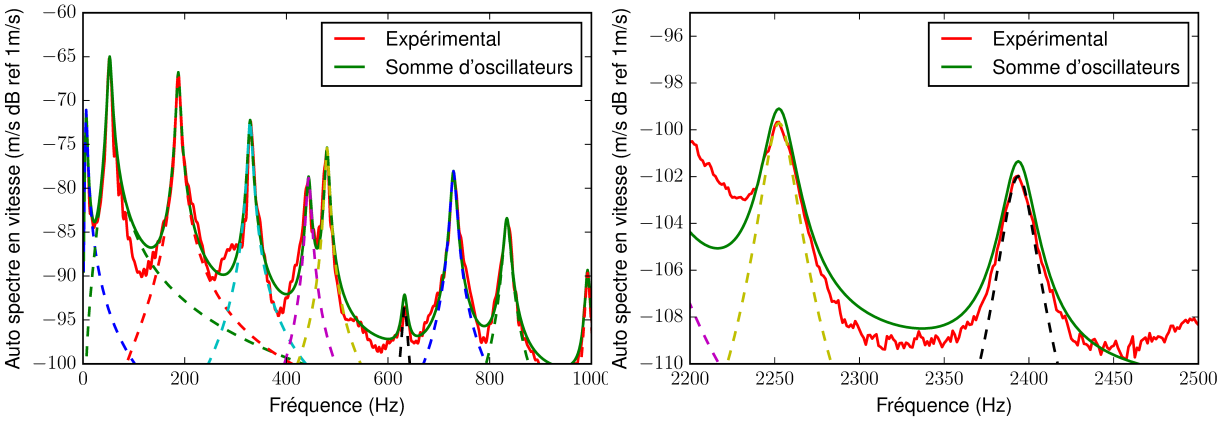


FIGURE 3.19 – Auto spectre moyen en vitesse et modélisation de l'amortissement modal en eau

que ce même mode apparaît en quatrième position en air. La présence du fluide semble globalement favoriser l'apparition de modes de flexion longitudinaux de la structure, ces derniers étant présents plus tôt, que pour les essais en air.

3.4.4 Amortissement

Si nous réalisons une moyenne de la réponse spectrale obtenue pour chaque point de mesure, nous pouvons tracer le spectre de réponse moyen de le structure, pour les différentes vitesses d'écoulement (Fig.3.22). Ces spectres font apparaître le même contenu fréquentiel que ceux obtenus à l'aide de l'hydrophone. Ceci nous permet donc de valider le choix de l'hydrophone en tant que référence pour la reconstruction du champ vibratoire. La sensibilité du vibromètre laser est suffisante sur la bande de mesure considérée pour permettre l'étude de la structure, même pour une vitesse d'écoulement relativement faible, de 3m/s, l'ensemble de 35 fréquences propres situées dans la bande $0 - 4000Hz$ peuvent être identifiées.

Il est également possible de tracer le facteur d'amortissement global, aussi appelé facteur de perte, η_n du système couplé fluide structure (Fig.3.23), en considérant les bandes passante à $-3dB$ des fréquences modales f_n :

$$\eta_n = \frac{\Delta f_n}{f_n} \tag{3.5}$$

L'étude de l'évolution de l'amortissement du système en fonction de la fréquence permet ainsi de définir le modèle d'amortissement décrivant le mieux le couplage fluide-structure. Si un amortissement de Rayleigh est considéré, sous la forme :

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{K} + \beta\mathbf{M} \tag{3.6}$$

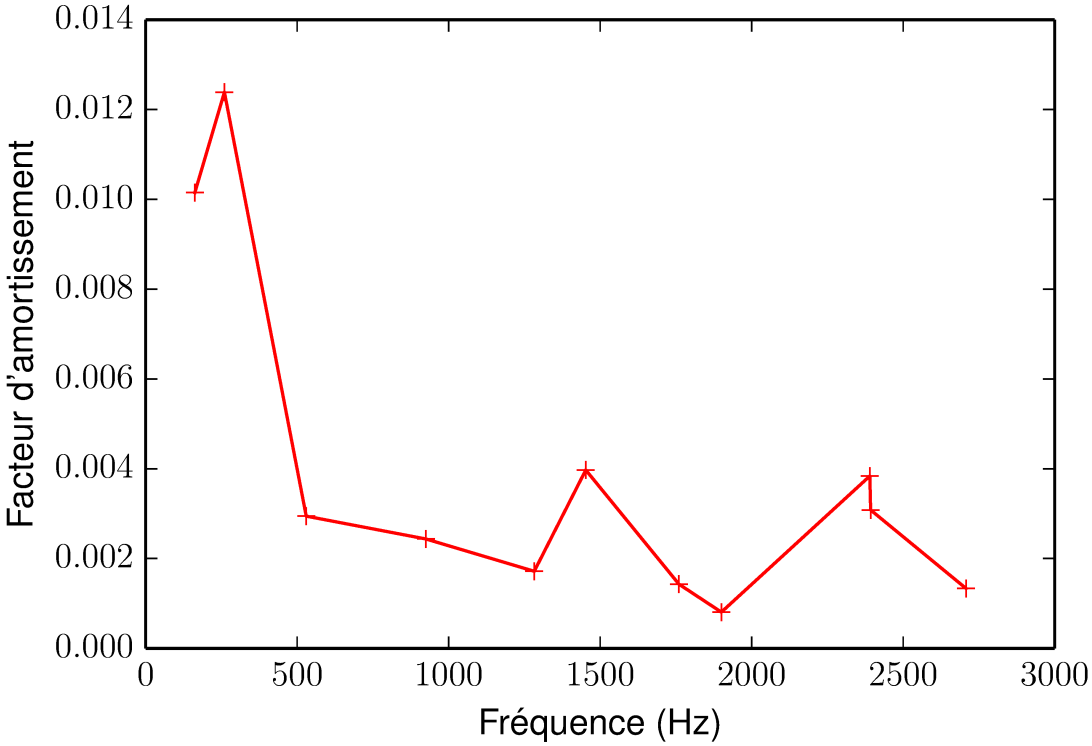


FIGURE 3.20 – Amortissement obtenu en air

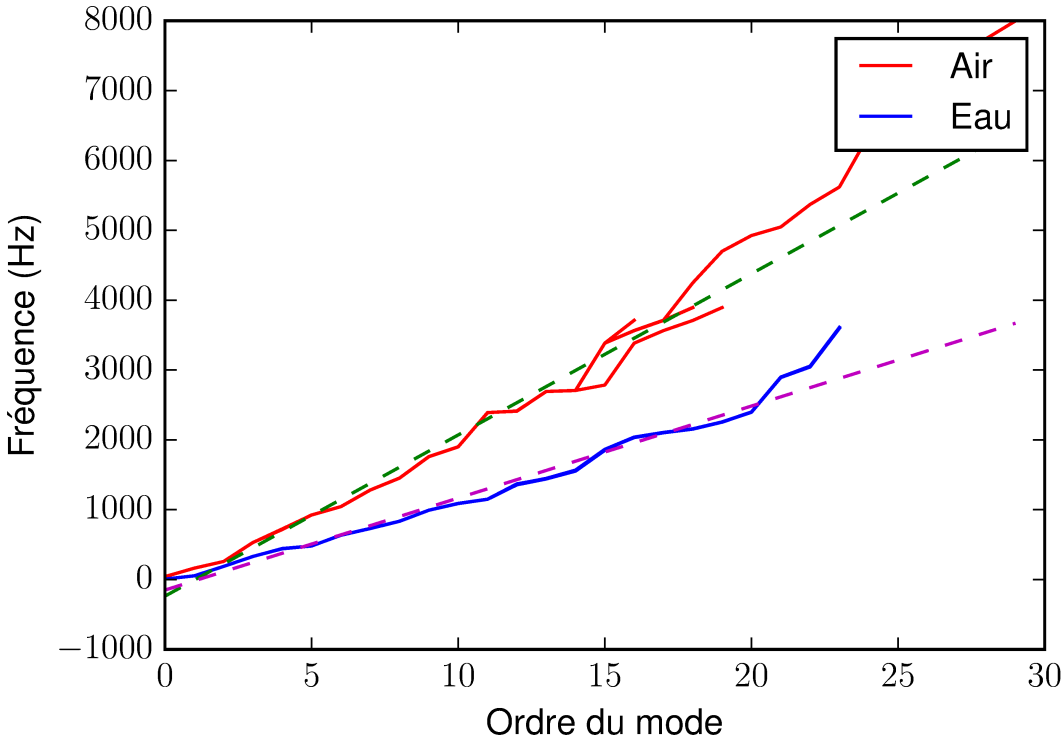


FIGURE 3.21 – Fréquence propres en fonction de l'ordre du mode en air et en eau

Ordre d'apparition du mode	Ordre en air	Ordre en eau	Fréquence en air (Hz)	Fréquence en eau (Hz)
1	(1,0)	(1,0)	32	8
2	(0,1) torsion	(0,1) torsion	128	45
3	(2,0)	(2,1)	205	163
4	(2,1)	(3,0)	422	188
5	(3,0)	(0,2)	571	336
6	(0,2)	(3,1)	738	357
7	(3,1)	(4,0)	834	458
8	(2,2) torsion	(2,2) torsion	1024	490
9	(4,0)	(4,1)	1161	656
10	(4,1)	(3,2)	1406	742
11	(3,2)	(5,0)	1519	861
12	(5,0)	(0,3)	1911	1003
13	(4,2)	(5,1)	1929	1085
14	(3,3) torsion	(4,2)	2153	1111
15	(5,2) torsion	(5,2)	2165	1163
16	(3,3) flexion	(2,2) flexion	2707	1400
17	(6,0)	(6,0)	2851	1463
18	(5,2) flexion	(3,3) flexion	2968	1595

TABLE 3.3 – Fréquence propre et ordre des modes propres en air et en eau en fonction triés par ordre d'apparition

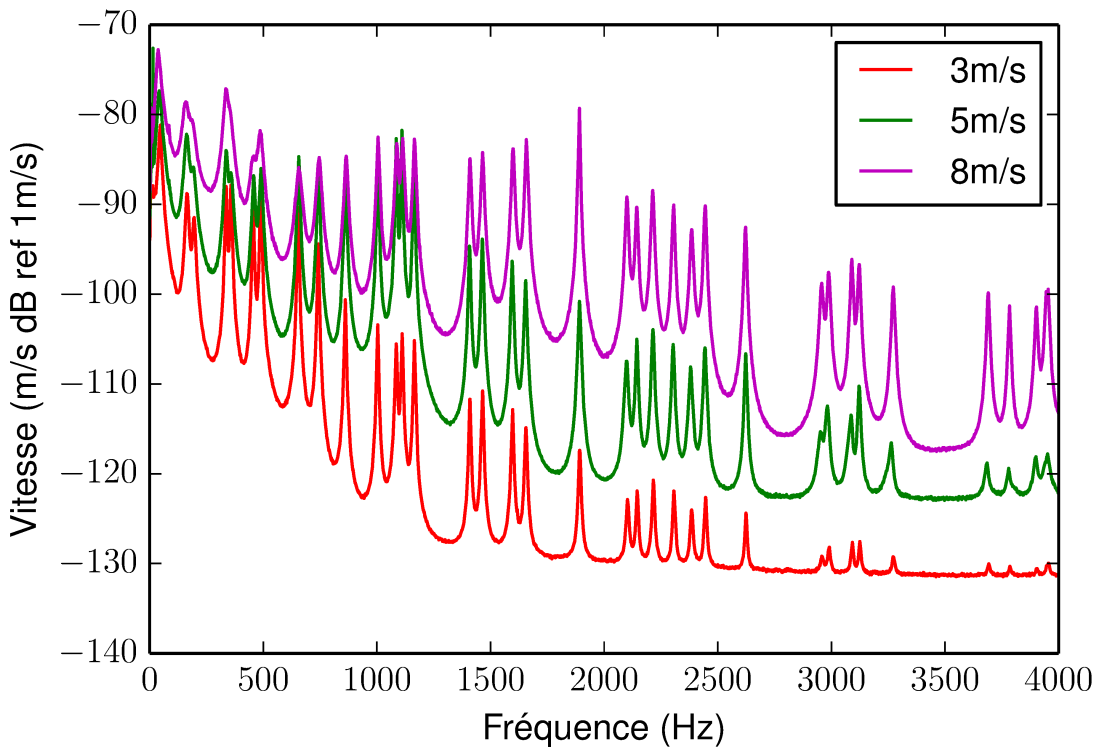


FIGURE 3.22 – Auto spectre en vitesse moyenné sur l'ensemble des point de mesure

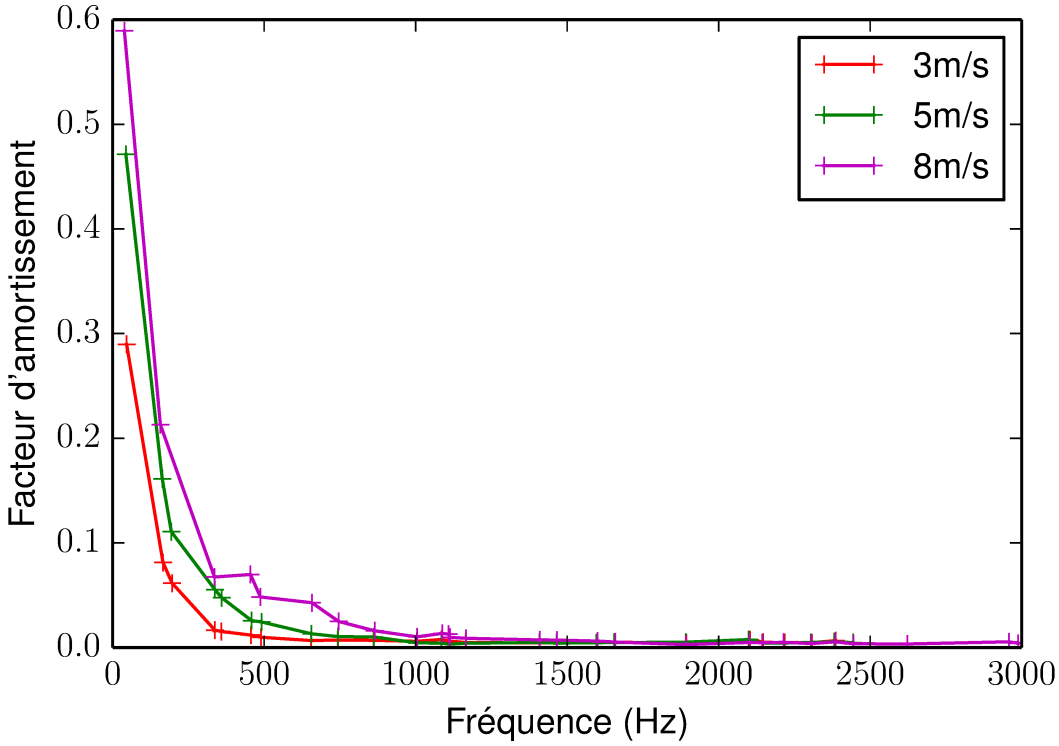


FIGURE 3.23 – Facteur d'amortissement global η_n, en eau, en fonction de la fréquence

Il est alors possible de définir un amortissement principalement influencé par les composantes inertielles, en posant $\alpha = 0$. Le coefficient d'amortissement β peut alors être exprimé sous la forme :

$$\beta_n = 2\eta_n\omega_n \tag{3.7}$$

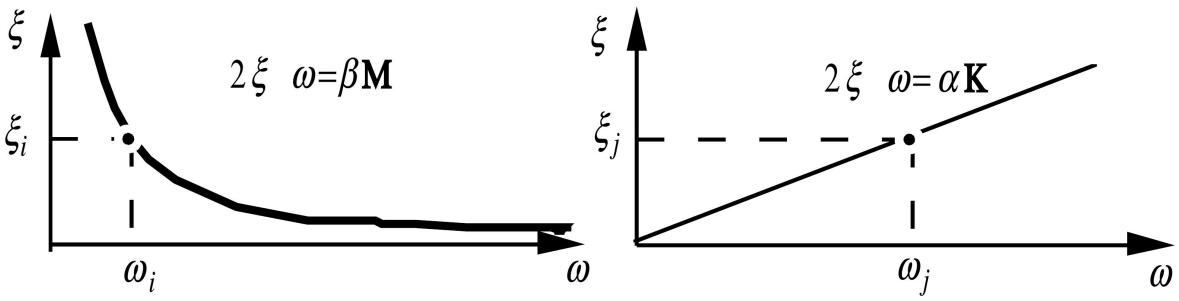
Si l'amortissement du premier mode est considéré, ce mode étant celui qui participe le plus à la réponse du système, il est alors possible d'écrire $\beta = 2\eta_1\omega_1$, l'amortissement modal réduit devient donc $\eta(\omega) = \beta\frac{\omega_1}{\omega}$. Ce type de comportement est caractérisé par un fort amortissement de basses fréquences et un faible amortissement des modes d'ordre plus élevé.

De la même manière un amortissement principalement lié aux paramètres de rigidité de la structure peut être défini, en posant $\beta = 0$. Si le second mode de la structure est considéré, le coefficient α peut alors être identifié :

$$\alpha_n = 2\eta_2\omega_2 \tag{3.8}$$

L'amortissement global réduit s'exprime donc sous la forme $\eta(\omega) = \alpha\frac{\omega}{\omega_2}$, ce qui implique un fort amortissement de modes d'ordre élevé et un faible amortissement pour le premier mode.

L'allure du facteur de perte observé expérimentalement, semble donc mettre en



(a) Comportement inertiel (b) Comportement rigide

FIGURE 3.24 – Amortissement de Rayleigh de la structure

évidence la participation des effets inertiels à l'amortissement du système couplé fluide-structure. Ceci est cohérent avec la formulation d'un système vibroacoustique couplé avec un fluide, où le terme de masse ajoutée ajoute un effet d'amortissement inertiel important au système. En effet le terme de masse ajouté est principalement un terme inertiel et ce terme peut être modélisé par le chargement inertiel obtenu en considérant une résolution du comportement vibratoire d'une structure immergée dans un fluide potentiel [Skop et al., 1976].

3.5 Réponse sous écoulement

3.5.1 Influence de l'évolution spatiale du spectre

Comme décrit au paragraphe (3.2.4), les paramètres de la couche limite turbulente évoluent en fonction de la position observée sur la structure vibrante (Tab.3.2). Il est intéressant de caractériser l'influence de cette évolution sur la réponse de la structure, afin de corriger les résultat obtenus en considérant les spectres de pression en nombre d'onde-fréquence, ces derniers ne prenant pas en compte l'évolution spatiale de la pression pariétale.

Pour réaliser cette étude il est nécessaire de choisir un spectre de pression défini en espace et en fréquence dont l'expression tient compte de l'évolution des paramètres de la couche limite. Parmi les différents modèles de spectre définis au chapitre (1), deux formulations sont exprimées en espace, le spectre de Corcos et le spectre de Chase. Cependant le modèle proposé par Corcos ne prend pas en compte de manière explicite l'évolution spatiale de la couche limite turbulente, seul le modèle défini par Chase permet donc de mener cette étude.

La réponse de la structure au spectre de pression pariétale $\Phi(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \omega)$ doit donc être calculée, avec $\mathbf{x_1} = (x, y)$ et $\mathbf{x_2} = (x', y')$ deux points appartenant à la structure. Afin de réaliser ce calcul, la méthode des tirages de phases, décrite au chapitre (2)

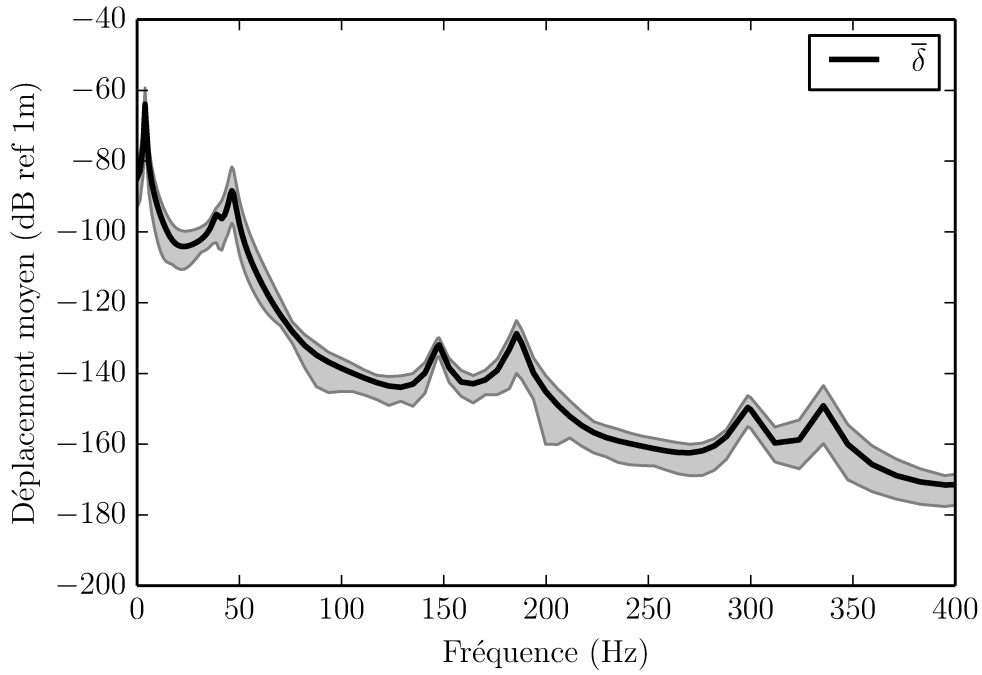


FIGURE 3.25 – Spectre de la réponse vibratoire obtenu pour 50 tirages pour une épaisseur de couche limite moyenne $\overline{\delta}$ obtenu pour un écoulement $U = 8$m/s.

est appliquée pour deux cas de chargement différents. Un premier cas considérant une couche limite turbulente évoluant en fonction du point $\mathbf{x_1}$ et un second cas pour lequel les paramètres de la couche limite sont calculés uniquement au point $\mathbf{x}$ situé soit au centre de la plaque vibrante, soit aux extrémités. Il est ainsi possible de considérer respectivement la réponse de la structure pour un chargement variant spatialement, moyen, maximal et minimal. Les champs de pressions résolus sont formulés, dans le cas variant spatialement :

$$p^{(n)}(\mathbf{x}_i, \omega) = \sum_{j=1}^{N} H_{pp}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \delta(\mathbf{x}_i), u_\tau(\mathbf{x}_i), \omega)\Gamma_j^{(n)} \tag{3.9}$$

Bien que pour la discrétisation spatiale considérée, les tirages de phases ne permettent pas d'accéder à une formulation convergée et tendent à surestimer les spectres de la réponse pour les fréquences situées entre 10 et $2000Hz$, il est tout de même envisageable de considérer cette approche. En effet l'erreur commise sur le spectre en déplacement de la structure est similaire, que l'on considère une couche limite turbulente dépendant de l'espace ou la valeur que cette dernière prend au centre de la structure. Ici il est possible de se limiter à un seul tirage du champ de phase $\Gamma_j^{(n)}$, cet dernier étant en effet utilisé aussi bien pour le calcul considérant une variation spatiale de la couche limite que pour les calculs considérant les valeurs moyennes et extrêmes. En effet les écarts observés entre ces calculs permettent de définir l'erreur commise

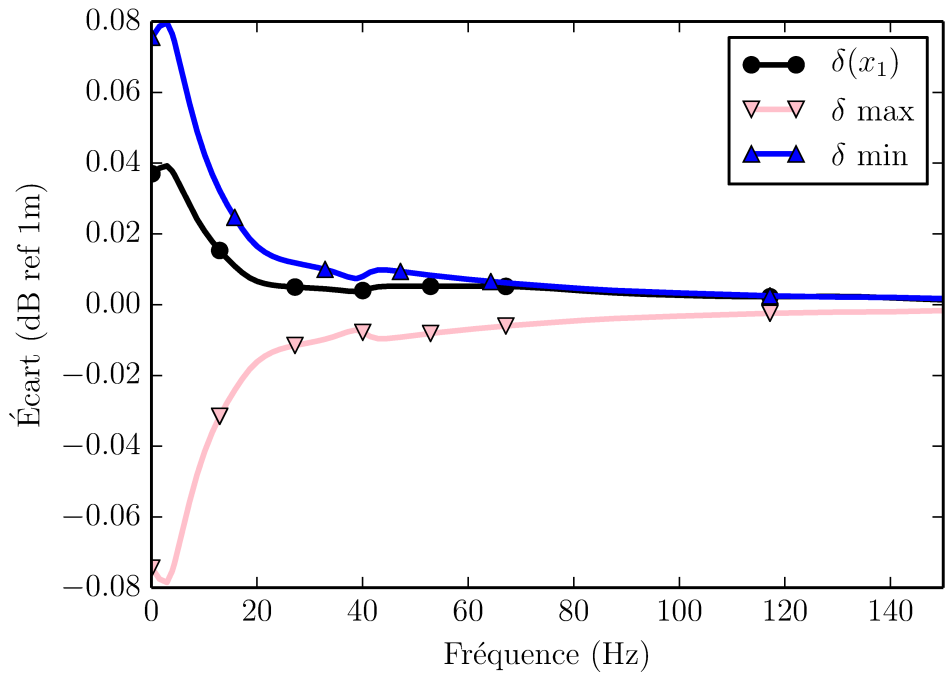


FIGURE 3.26 – Écart en dB observé entre un calcul pour $\overline{\delta}$ et des calculs réalisé avec d'autres valeurs de δ.

et il n'est pas nécessaire de calculer la valeur moyenne pour un nombre important de tirages.

Si la réponse de la structure pour une excitation calculée avec les paramètres moyens de la couche limite est considérée (Fig.3.25) l'influence de l'évolution spatiale de la couche limite turbulente peut être estimée en considérant l'écart en décibels entre ce calcul et les calculs réalisés pour d'autres valeurs de ces paramètres (Fig.3.26). Dans le cas d'un calcul réalisé en considérant $\delta(\mathbf{x}_i)$, l'écart observé peut être utilisé afin de corriger la réponse spectrale obtenue par la méthode des ondes planes.

Pour le système étudié ici, un faible écart est observé sur la réponse moyenne de la structure, entre le calcul pour $\overline{\delta}$ et les calculs réalisés pour les valeurs maximales et minimales. Le maximum de l'écart est situé au niveau de la première fréquence propre de la structure et cet écart est totalement négligeable pour les fréquence propres d'ordre plus élevé. Considérer les valeurs moyennes des paramètres de la couche limite suffit donc à obtenir le comportement de la structure.

Pour des structures présentant une forte dépendance à la localisation de l'excitation, cet écart peut localement devenir important, il est donc important d'étudier spatialement la réponse de la structure aux différents cas de chargement. Comme les réponses précédentes ont été calculées pour chaque point de la structure, il est possible de définir un critère local permettant de corriger la réponse vibratoire en fonction de

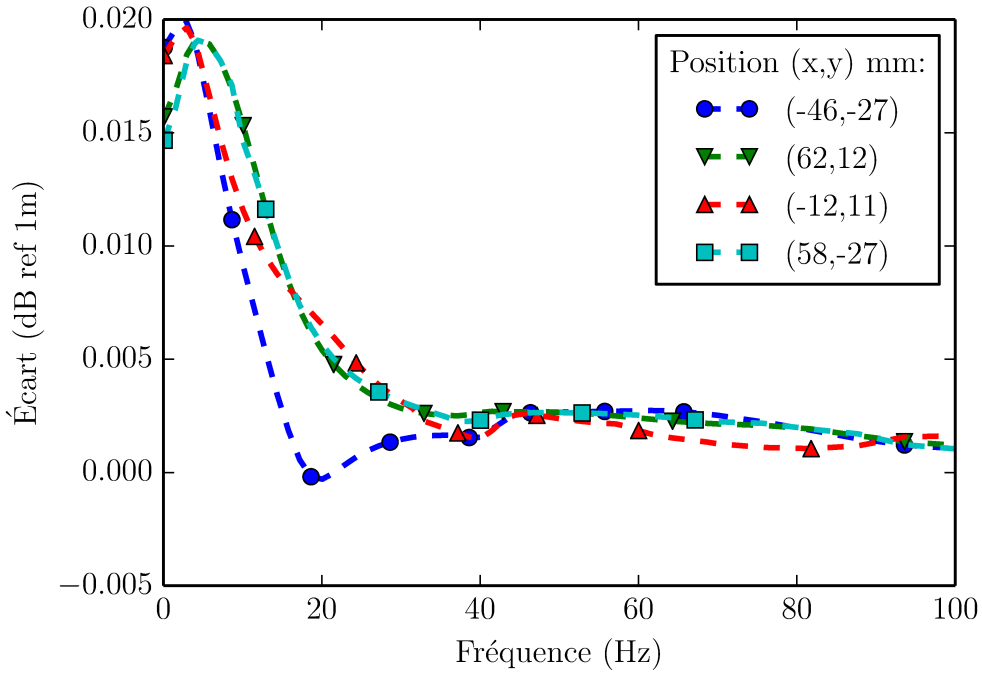


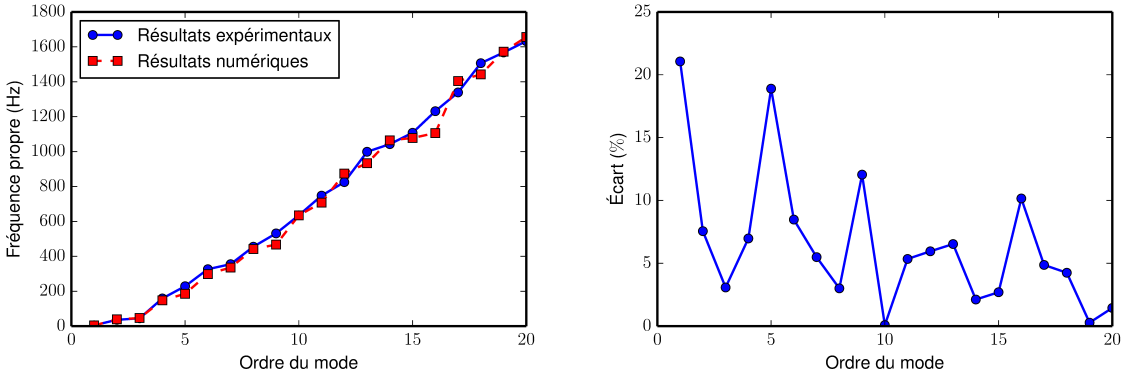
FIGURE 3.27 – Écart en dB observé entre un calcul pour $\overline{\delta}$ et un calcul réalisé avec $\delta(\mathbf{x}_i)$ en différents points de la structure

l'évolution local de la couche limite. Pour le système étudié, la réponse de la structure est faiblement influencée par l'évolution spatiale du champ de pression pariétale, comme le montre l'écart observé en différents points de la structure, entre les résultats effectués avec un chargement moyen et ceux réalisés en considérant $\delta(\mathbf{x}_i)$ (Fig.3.27).

3.5.2 Comparaison numériques expérimentale sans écoulement

La réponse de la structure ayant été étudiée en considérant une excitation ponctuelle réalisée par un pot vibrant, dans le cadre d'une structure immergée, en plongeant l'ensemble du dispositif expérimental, plaque support et plaque vibrante dans un aquarium rempli d'eau. Différentes configurations ont été réalisées pour différentes position de l'excitation ponctuelle, afin d'éviter de positionner l'excitation en un nœud ou une ligne nodale des modes des la structure dans la bande de fréquence étudiée. Pour les configurations faisant apparaître l'intégralité des modes recherché, les résultats ont été comparés aux résultats numériques.

Cette approche implique une modification du dispositif expérimental, le modèle numérique est donc modifié en conséquence afin de faire apparaître une condition de surface libre, concernant les conditions acoustiques aux limites du domaine fluide. Les modes propres obtenus par l'analyse modale numérique sont comparés aux modes



(a) Fréquences propres

(b) Écart entre les fréquences

FIGURE 3.28 – comparaison des fréquences propres expérimentales et numériques

propres obtenus expérimentalement (Fig.3.28a). L'écart entre les fréquences propres (Fig.3.28b) est relativement faible sur la bande de fréquences considérées. Cet écart est sensiblement plus grand pour les premiers modes propres de la structure, situés dans les basses fréquences. Ce comportement peut être attribué à la différence de discrétisation de la bande de fréquence entre les résultats numériques et expérimentaux. En effet afin d'obtenir le spectre de la réponse pour des fréquences élevées, le pas de discrétisation expérimental est supérieur au pas de discrétisation numérique, les fréquences propres ne sont donc pas bien estimées par l'analyse modale expérimentale pour les basses fréquences.

Etant donnée que les fréquences propres de la structure sont relativement bien séparées, les déformées opérationnelles observées expérimentalement pour chaque fréquence propre ont été considérées comme suffisamment proches des déformées modales. Ce sont donc les déplacements de la structure, obtenus aux fréquences propres, qui sont utilisés afin d'estimer les modes propres de la structure. Ce choix a été effectué en l'absence de logiciel disponible afin de réaliser une analyse modale expérimentale sur les résultats obtenus numériquement. Cette hypothèse induit des écarts quant à la comparaison des modes propres expérimentaux et numériques.

Pour les différentes fréquences modales obtenues expérimentalement, le déplacement de la structure (Fig.3.29) peut être comparé aux modes propres numériques (Fig.3.30). Dans la bande de fréquences considérée, ces derniers présentent un comportement similaire.

Afin de caractériser l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux, le critère d'assurance modale est tracé pour les 20 premier modes de la structure (Fig.3.31).

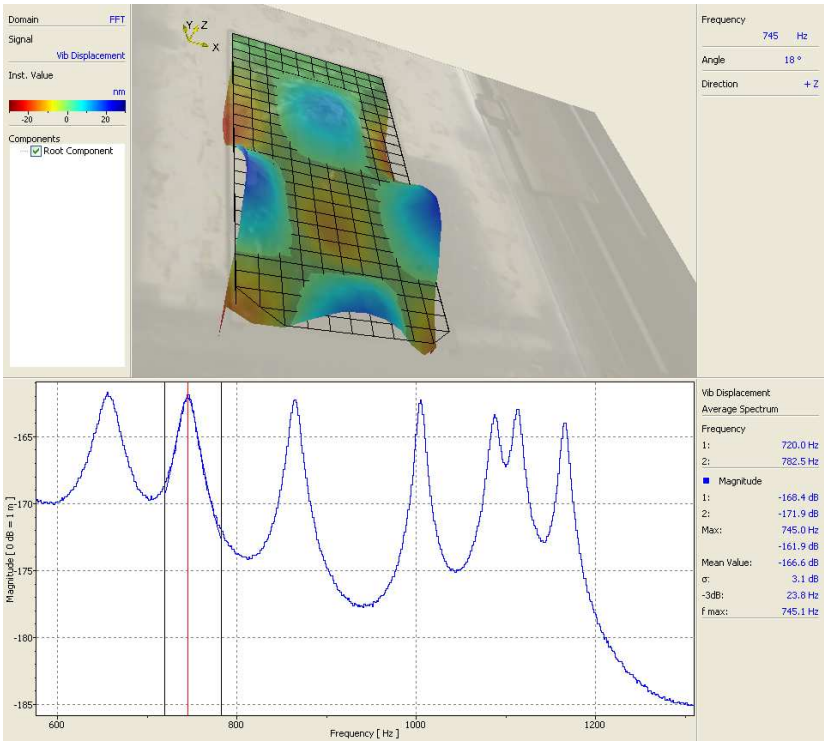


FIGURE 3.29 – mode expérimental à 745 Hz

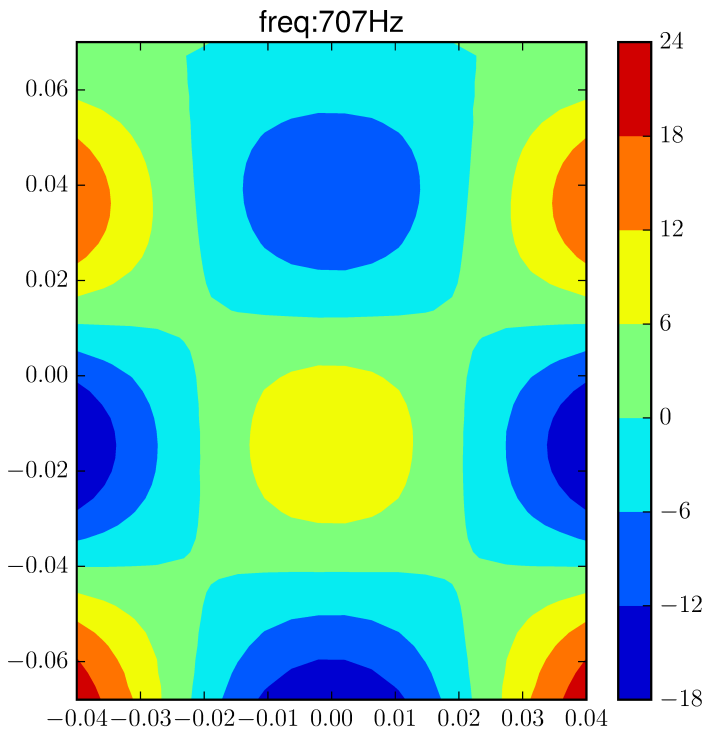


FIGURE 3.30 – Déformée modale numérique à 707 Hz en nm

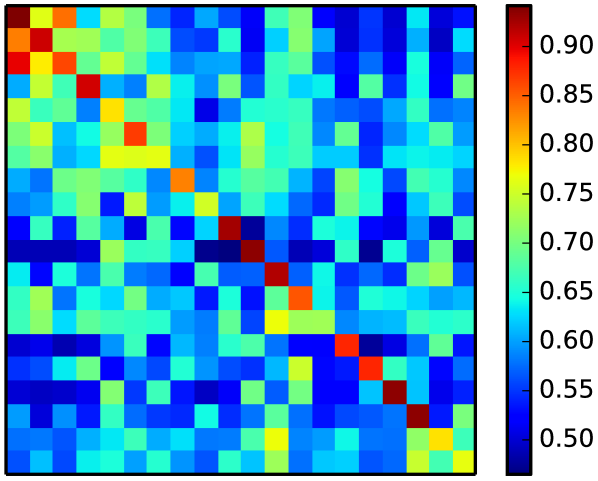


FIGURE 3.31 – Critère d'assurance modale pour les 20 premiers modes

Ce critère est calculé en considérant la formulation proposée par [Allemang, 2003] :

$$MAC_{cdr} = \frac{\left|\sum_{q=1}^{N} \Psi_{cqr}\Psi^*_{dqr}\right|^2}{\sum_{q=1}^{N} \Psi_{cqr}\Psi^*_{cqr} \sum_{q=1}^{N} \Psi_{dqr}\Psi^*_{dqr}} \tag{3.10}$$

Avec Ψ_{cqr} et Ψ_{dqr} les coefficients modaux pour le mode d'ordre r et le degré de liberté d'ordre q, respectivement pour la base modale numérique et la base modale expérimentale.

Le critère d'assurance modale présente une forme diagonale, les modes propres des deux bases modales présentent donc le même comportement. La valeur des termes non-diagonaux est de l'ordre de 0,5 pour les modes propres considérés. Le fait d'avoir utilisé une base expérimentale composée des déformées obtenues aux fréquences propres peut expliquer la valeur importante du critère d'assurance modale pour les termes non-diagonaux.

3.5.3 Comparaison aux résultats numériques sous écoulement

Pour les différentes vitesses d'écoulement étudiées la réponse de la structure est mesurée expérimentalement. Le spectre moyen de la réponse en déplacement est comparé à celui obtenu en considérant le modèle numérique définissant l'excitation comme une somme d'ondes planes (Fig.3.32).

Les disparités présentes entres les fréquences propres numériques et expérimentales ne permettent pas une comparaison aisée de niveaux pour les deux spectres de déplacement. Cette différence peut être levée en modifiant les paramètres du modèle numérique

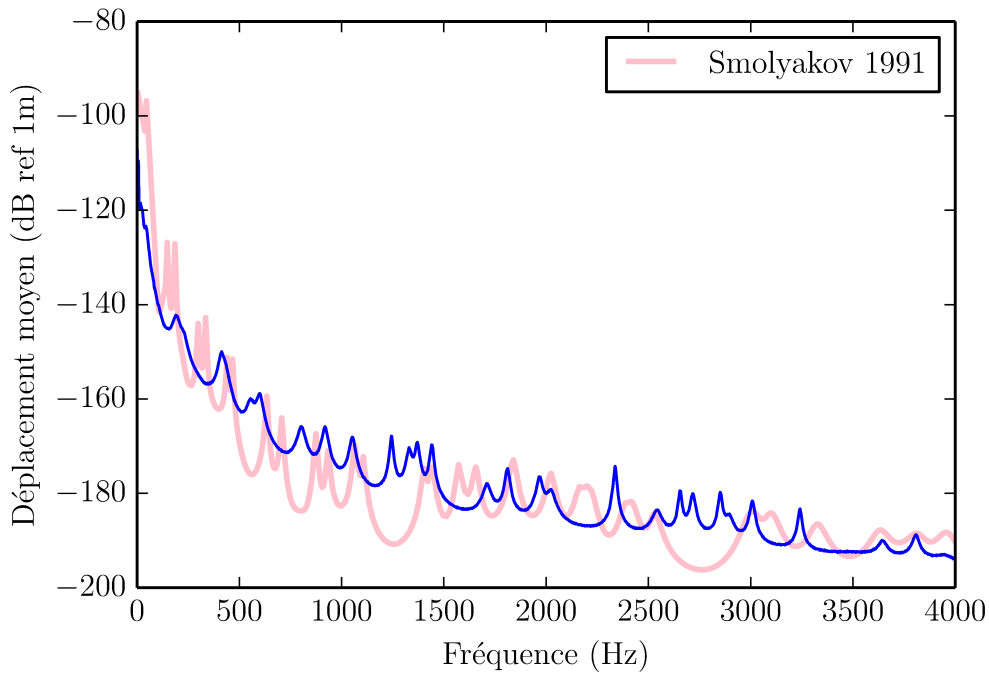


FIGURE 3.32 – Déformée modale de la structure obtenue expérimentalement et numériquement en considérant le modèle de spectre proposée par Smolyakov

afin de réaliser un recalage en fréquence du modèle à partir des résultats obtenus sans écoulement. Cependant, dans un cadre industriel, il n'est pas toujours possible de disposer de résultats numériques en l'absence d'écoulement, il a donc été choisi de ne pas réaliser de recalage du modèle pour la comparaison des résultats numériques et expérimentaux. Ceci est notamment les cas pour des études de dimensionnement, pour lesquelles aucun système physique n'est préexistant à l'étude.

Les niveaux atteints par la réponse pour les fréquences propres numériques et expérimentales ont un comportement proche dans la bande de fréquence $500 - 4000Hz$, avec des écarts inférieurs à 5dB (Fig.3.33).

Cependant pour les basses fréquences la réponse de la structure est fortement surévaluée par le modèle numérique. Les modes observés expérimentalement sont plus fortement amortis que les modes calculés, ceci pouvant être lié au choix de l'amortissement structurel réalisé pour modéliser la structure.

Etant donné que le résultat numérique est obtenu en considérant un système fermé pour l'acoustique, il est possible de comparer directement les résultats issus de l'hydrophone de référence avec les pressions calculées pour des points du maillage situés à proximité de ce capteur. Pour prendre en compte la taille du capteur, le spectre de pression est calculé pour plusieurs points et le spectre moyen sur l'ensemble de ces points est tracé (Fig.3.34).

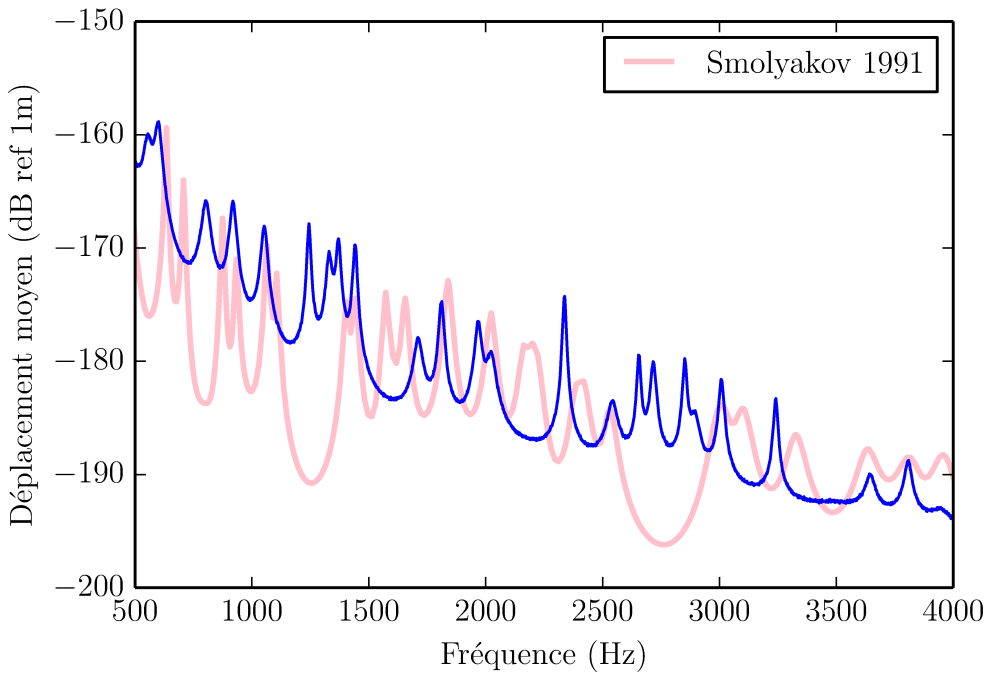


FIGURE 3.33 – Déformée modale de la structure pour la bande de fréquence 500 – $4000Hz$

Comme pour la réponse en déplacement, les niveaux observés pour la réponse acoustique dans la cavité sont sur-estimés dans les basses fréquences. Pour des fréquences situées entre $100Hz$ et $2500Hz$, les résultats numériques et expérimentaux présentent des écarts de l'ordre de 3 à 5 dB. Pour des fréquences plus élevées, la pression mesurée est fortement atténuée, contrairement aux résultats numériques. Les écarts observés peuvent venir du choix des points de mesure numériques, de la sensibilité du capteur ainsi que des choix effectués quant à la modélisation de l'amortissement de la structure.

3.5.4 Phénomène de flapping

Pour certaines configurations expérimentales, un phénomène de flapping a été observé à l'extrémité libre de la structure vibrante. Bien que n'entrant pas dans l'étude de la réponse à un chargement de couche limite turbulente, ce phénomène met en exergue les couplages forts qui peuvent exister entre le comportement de la structure et l'écoulement environnant.

En présence du flapping, la réponse moyenne de la structure garde un comportement caractéristique d'une structure excitée par une couche limite turbulente, le spectre de la réponse en déplacement présente les mêmes pentes et les mêmes fréquence de coupure (Fig.3.35). Cependant un apport d'énergie est observé dans le spectre pour une plage

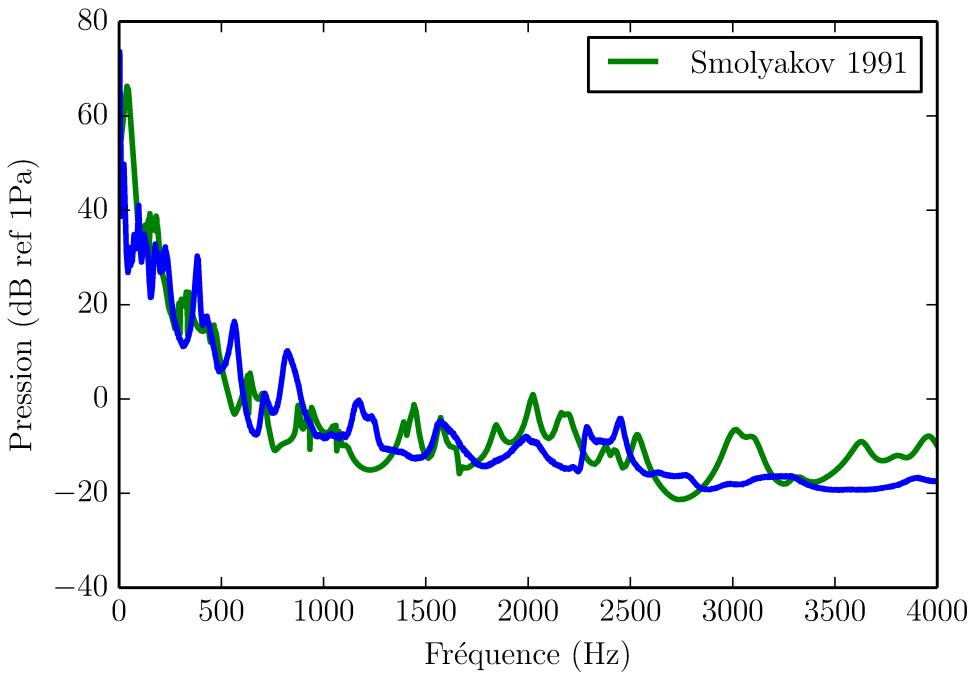


FIGURE 3.34 – Pression acoustique dans la cavité

de fréquence située entre $900Hz$ et $1200Hz$

Pour des écoulement présentant un comportement hydrodynamique oscillant, le nombre de Strouhal peut être utilisé pour caractériser la dynamique de lâchers tourbillonnaires de l'écoulement. Un nombre de Strouhal situé dans une certaine plage de valeurs permet de caractériser la présence de tourbillons de Von Karman générés par la structure. Le nombre de Strouhal est un paramètre sans dimensions souvent défini sous la forme :

$$S_t = \frac{f l_{ref}}{U_{ref}} \tag{3.11}$$

Avec f, la fréquence du phénomène oscillant apparaissant au sein de l'écoulement, L_{ref} une longueur caractéristique de la structure étudiée et U_{ref} la vitesse de l'écoulement autour de la structure. Pour le phénomène de flapping observé, la longueur caractéristique utilisée est l'épaisseur de la plaque vibrante $L_{ref} = 1$mm et la vitesse de référence choisie est la vitesse de l'écoulement en amont de la structure. Il est ainsi possible de calculer la valeur du nombre de Strouhal pour les différents vitesse d'écoulement et les différentes fréquences d'apparition du phénomène oscillatoire.

Les valeur observées peuvent être comparées au fréquences des allées de Von Karman ainsi qu'au nombre de Strouhal observées pour un cylindre de diamètre égal à la longueur caractéristique choisie, dans les mêmes conditions d'écoulement, en considé-

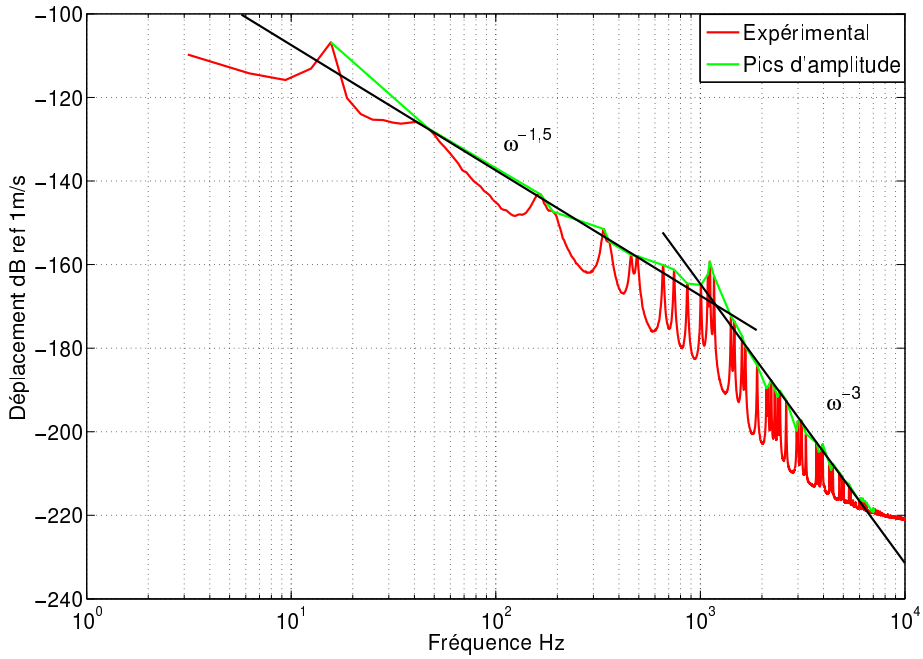


FIGURE 3.35 – Mise en évidence de l'influence du phénomène de flapping sur la réponse moyenne de la structure

Vitesse de l'écoulement	Fréquence de l'oscillation	Nombre de Reynolds	Nombre de Strouhal
3 (m/s)	580 Hz	3000	0,2
5 (m/s)	1112 Hz	5000	0,22
8 (m/s)	1900 Hz	8000	0,24

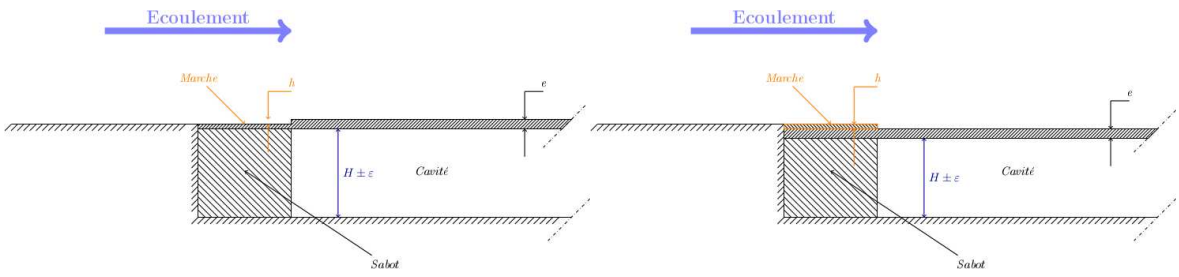
rant la formulation empirique :

$$S_t = 0,198(1 - \frac{19,7}{Re}) \tag{3.12}$$

La plage de validité de cette formulation empirique pour un cylindre étant située dans la gamme de nombre de Reynolds $250 < Re < 2e^5$. Les fréquences du phénomène oscillant observées semblent donc bien liées à la présence d'allées de Von Karman an aval de la plaque vibrante.

Ce type de phénomène ne pouvant pas être modélisé par l'approche considérant un spectre de pression défini comme une somme d'onde planes et des spectre définis dans le domaine des nombres d'onde, il n'est pas possible d'obtenir un résultat numérique. Les conditions d'écoulement ont donc été choisies afin de ne pas faire apparaître de

Vitesse de l'écoulement	Fréquence de l'oscillation	Nombre de Reynolds	Nombre de Strouhal
3 (m/s)	590 Hz	3000	0,2
5 (m/s)	986 Hz	5000	0,2
8 (m/s)	1580 Hz	8000	0,2



(a) marche montante (b) marche descendante

FIGURE 3.36 – Configuration expérimentale

flapping de la structure lors de essais ultérieurs.

3.6 Influence des défauts

3.6.1 Description des défauts mis en œuvre

Dans les problématiques industrielles rencontrées, les surfaces étudiées ne peuvent pas toujours être représentées par de plaques planes. Si une coque de navire est considérée, pour un grand rayon de courbure, cette structure peut être considérée comme une plaque plane. Cependant différents éléments peuvent amener à briser cette configuration, qu'il s'agisse de défauts liés au service du bâtiment, ou à sa construction. Si un navire est considéré, l'épaisseur des défauts est relativement faible, comparativement à l'épaisseur de la couche limite se développant sur la coque de ce dernier, il est donc intéressant d'étudier des défauts d'épaisseur inférieure à l'épaisseur de la couche limite.

Afin de réaliser cette étude deux configurations ont été retenues, sous la forme de marches montantes (Fig.3.36a) et de marches descendantes (Fig.3.36b), situées en amont de la structure vibrante expérimentale.

Etant donné que les travaux réalisés par Ji and Wang [2012], permettent de disposer de données numériques LES, pour des facteurs de forme $h/\delta = \{0,13;\ 0,033;\ 0,0083\}$, qui correspondent à des défauts d'épaisseur inférieure à l'épaisseur de couche limite, ces facteurs de formes ont été choisis pour réaliser l'étude expérimentale.

Pour les différentes vitesses d'écoulement les hauteurs de marche peuvent donc être calculées en considérant l'expression théorique des paramètres de couche limite et les facteurs de forme retenus (Tab.3.4).

Pour améliorer la représentativité des essais il est judicieux d'ajouter une marche de hauteur $h = 0,3$mm, afin d'éviter une trop grand disparité entre les marches étudiées. Les hauteurs de marches retenues sont donc $h \sim \{0,6\text{mm};\ 0,3\text{mm};\ 0,15\text{mm};\ 0,04\text{mm}\}$, pour des facteurs de forme $h/\delta = \{0,13;\ 0,06;\ 0,033;\ 0,0083\}$.

Ces différentes configurations on été réalisées par ajout de polymère au niveau de

l'encastrement (Fig.3.37) ainsi que par collage d'un clinquant, sous la forme d'un ruban adhésif en aluminium pour les marches descendantes. Le haut de la marche étant ajusté avec le haut de la cavité par un réglage de la position du sabot sur lequel est réalisé l'encastrement. Les marches montantes quant à elles ont été réalisées par enlèvement de matière au niveau de l'encastrement.

FIGURE 3.37 – Marche descendante réalisée par ajout de polymère

$h/\delta = 0,13$				
Vitesse	δ	δ^*	h	X/H
5m/s	$4,4$	$0,63$	$0,57$	245
8m/s	$4,6$	$0,57$	$0,6$	233
10m/s	$5,1$	$0,552$	$0,66$	212
$h/\delta = 0,033$				
5m/s			$0,145$	965
8m/s			$0,152$	921
10m/s			$0,168$	833
$h/\delta = 0,0083$				
5m/s			$0,036$	3800
8m/s			$0,038$	3600
10m/s			$0,042$	3300

TABLE 3.4 – Hauteurs de marche retenues

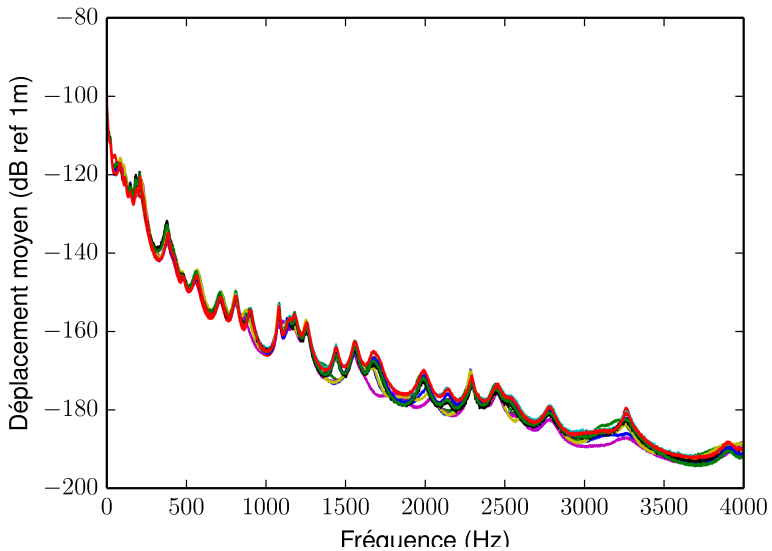


FIGURE 3.38 – Spectre de la réponse en déplacement moyen pour les différentes marches observées avec une vitesse d'écoulement de 10m/s

3.6.2 Résultats observés en présence de défauts

Pour les différentes configurations étudiées, le spectre moyen de la réponse de la structure est tracé (Fig.3.38).

Les différents spectres présentent le même comportement, concernant la réponse à une couche limite turbulente. La présence des différentes marches ne modifie pas significativement le contenu fréquentiel du spectre de déplacement, comme cela apparaît concernant les auto-spectres de pression calculés en LES par Ji and Wang [2012]. Les écarts observés entre les différents essais sont tracés (Fig.3.39) afin de caractériser l'influence des défauts sur le contenu fréquentiel de la réponse.

Cependant les écarts observés en présence de défauts d'état de surface, sont de l'ordre de grandeurs des écarts observés pour la configuration plaque plane, dans le cadre de mesures faites pour plusieurs montages et démontages du dispositif expérimental (Fig.3.40).

Les mêmes observations ayant été réalisées pour toutes les vitesse d'écoulement testés, le montage expérimental ne permet pas de conclure quant à l'influence des défauts étudiés sur la réponse de la structure.

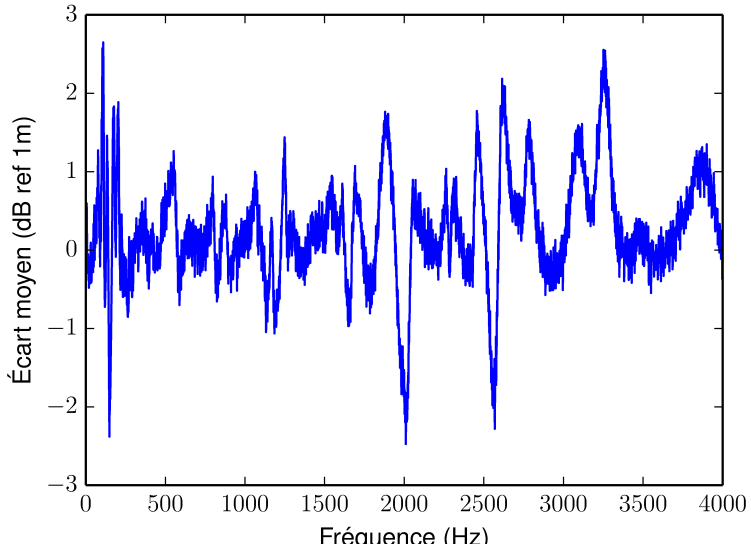


FIGURE 3.39 – Écart moyen entre différente mesures en l'absence de marche et en présence d'une marche descendante $h = 0,3$mm

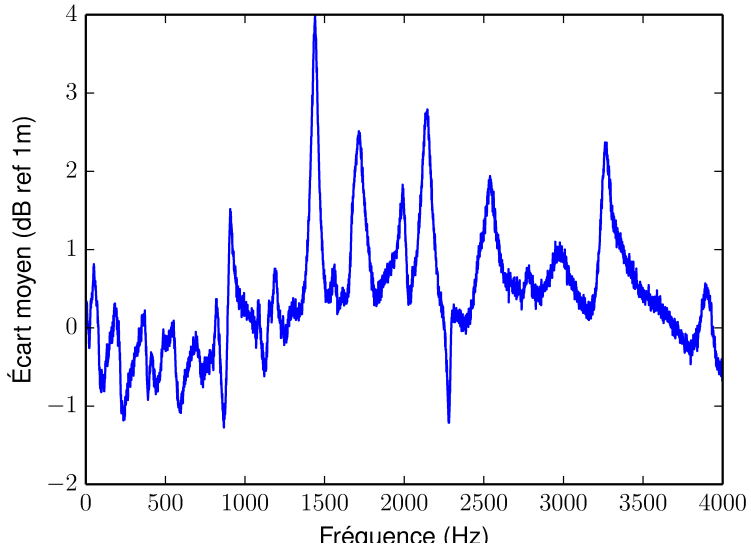


FIGURE 3.40 – Écart moyen observé en l'absence de marche sur plusieurs essais

Conclusion

Les travaux réalisés sont le fruit d'une collaboration entre l'Institut de Recherche de l'École Navale (IRENav) et le centre de recherche de DCNS (DCNS Research) dans le cadre d'une convention Cifre/DGA. Ces travaux ont pour but le développement d'une méthode numérique permettant de modéliser le comportement vibroacoustique d'une structure soumise à un écoulement de couche limite turbulente, dans le cadre du dimensionnement de structures dans le domaine naval.

Un état de l'art des modélisations relatives à la représentation du champ de pression pariétale généré par une couche limite turbulente ainsi que des méthodes permettant le calcul de la réponse vibratoire d'une structure soumise à de tels champs de pression a été constitué.

L'absence de méthodes numériques facilement accessibles, permettant de calculer la réponse vibroacoustique d'une structure excitée par une couche limite turbulente a mené à la mise en place d'une telle méthode, afin de pouvoir traiter des problématiques industrielles. Ces développement numériques ont été réalisés au sein du département dynamique des fluides de DCNS Research et la validation des résultats numériques étant obtenue en comparant à différents jeux de données expérimentales mesurées au cours de campagnes d'essais dans le tunnel hydrodynamique de l'IRENav. Les campagnes d'essais ont été menées en mesurant la réponse vibratoire d'une structure souple constituée d'une plaque plane soumise à des champs de pressions pariétale, pour différentes vitesse d''écoulement et mesurée à l'aide d'un vibromètre laser à effet Doppler et à balayage de phase, s'appuyant sur un dispositif initialement développé lors de travaux antérieurs.

La méthode numérique présentée, fait intervenir une discrétisation par éléments finis ainsi que des calcul modaux réduit permet de traiter des problématiques, ne se limitant pas à des géométries simples et à des matériaux isotropes. Bien que les bases de projection considérées n'aient pas permis la prise en compte du rayonnement acoustique, pour un fluide non confiné, ce dernier a été estimé par des calculs purement acoustiques avec une précision satisfaisante. Afin de mettre en place cette modélisation numérique un code de calcul a été développé pour permettre la projection sur une

base réduite du problème vibroacoustique considéré. La base réduite est obtenue en considérant une analyse modale réalisée à l'aide du code éléments finis Code_Aster ce dernier disposant d'une modélisation (U,p,ϕ) d'un problème couplé fluide structure. Le chargement en pression est décomposé en une somme d'ondes planes et la réponse de la structure à cette somme est obtenue dans l'espace modal (U,p,ϕ). Les travaux présentés ici ont ainsi permis la mise en place d'une méthode de calcul numérique relative à la réponse vibratoire d'une structure excitée par un écoulement turbulent. Cette méthode a été voulue suffisamment générale pour permettre une modification de cette dernière quand au choix des modèles de spectres de pression utilisés pour permettre la description du chargement ou au choix de la base de projection décrivant le système couplé.

Les résultats numériques obtenus présentent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux, tant en termes de fréquence et d'ordre d'apparition des déformées modales de la structure étudiée, qu'en terme de niveau des déplacements observés. L'estimation de la réponse acoustique à partir des données numériques de vibration de la structure est également concordante avec les mesures réalisées expérimentalement.

La limitation liée aux base de projection choisies est issue du choix réalisé quant à l'utilisation du code éléments finis Code_Aster, celui-ci ne possédant pas de bases de projections adaptées à notre problème, autre que celle issue d'une modélisation (U,p,ϕ). D'autres bases de projections peuvent être considérées, permettant une meilleure prise en compte de l'intégralité de la physique du problème considéré, qu'il s'agisse des conditions aux limites pour l'acoustique ou des caractéristiques du matériaux. Il est envisageable de calculer une base de projection admissible de manière itérative telle que celles proposées par [Rouleau, 2013]. Le choix d'une telle base de projection permettrait de lever la limitation du problème à un espace confiné, cependant le coût en temps de calcul nécessaire serait augmenté.

Un second objectif des travaux ayant trait à l'étude de l'influence de défaut d'état de surface de faible épaisseur relativement à l'épaisseur de la couche limite, différentes configurations ont également été étudiées expérimentalement. Ces configurations ont été réalisées en modifiant le dispositif expérimental disponible au sein de l'institut de recherche et développé pour les travaux de [Gobert, 2009]. Les configurations expérimentales étudiées ont été choisies afin de conserver un ratio épaisseur de couche limite/hauteur des défaut cohérents avec les ratios pouvant être observés au réel. Les résultats expérimentaux ne permettent cependant pas de conclure quant à l'influence de ce type de défaut sur le champ de pression pariétale, cette dernière étant inexistante ou masquée par les différentes fluctuations liées aux paramètres expérimentaux.

En terme de perspectives, la méthode présenté reste dépendante des spectres

du champ de pression pariétale, exprimés dans le domaine des nombres d'ondes, ces derniers étant assez restrictifs quant à leur limites d'utilisation. Ceci est d'autant plus vrai qu'aucun modèle ne permet à ce jour de représenter correctement le comportement en bas nombres d'ondes de la couche limite turbulente. Il serait intéressant de considérer d'autres moyens d'obtention des champs de pression pariétaux ainsi que les spectres de pression associés, afin de s'affranchir des limites inhérentes aux représentations actuelles. La méthode proposée reste utilisable, quelque soit le moyen choisi pour obtenir le spectre de pression.

Une étude des bases de projections permettant de calculer la réponse à un problème vibroacoustique permettrait de choisir au mieux ces bases en fonction des caractéristiques du problème traité.

Finalement, si l'on considère le problème industriel concret, les caractéristiques des matériaux autant que les paramètres de l'écoulement ne sont pas connus de manière déterministe. Ainsi développer des méthodes stochastiques de résolution, prenant en compte les différentes incertitudes quant à l'état initial, permettrait de définir un espace de solution pour le problème vibroacoustique, plus représentatif de la réalité que la solution déterministe. De telles approches peuvent par exemple être liées à l'expansion sur une base de polynômes du chaos.

Bibliographie

Abraham, B. M. and Keith, W. L. (1998). Direct measurements of turbulent boundary layer wall pressure wavenumber-frequency spectra. *Journal of Fluids Engineering*, 120(1) :29–39.

Allemang, R. J. (2003). The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse. *Sound and Vibration*, pages 14–21.

Arguillat, B. (2006). *Etude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde, avec application aux vitrages automobiles.* Phd, Ecole Centrale Lyon.

Aucejo, M. (2010). *Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent : ibro-acoustics of immersed structures subjected to turbulent flow.* PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA).

Aucejo, M., Maxit, L., and Guyader, J. L. (2012). Experimental simulation of turbulent boundary layer induced vibrations by using a synthetic array. *Journal of Sound and Vibration*, 331(16) :3824–3843.

Bacabac, R. G., Smit, T. H., Cowin, S. C., Loon, J. J. V., Nieuwstadt, F. T., Heethaar, R., and Klein-Nulend, J. (2005). Dynamic shear stress in parallel-plate flow chambers. *Journal of Biomechanics*, 38(1) :159 – 167.

Balázs Nagy, A. (2011). Aeroacoustics research in Europe : The ceas-asc report on 2010 highlights. *Journal of Sound and Vibration*, 330(21) :4955–4980.

Bertagnolio, F., Fischer, A., and Jun Zhu, W. (2014). Tuning of turbulent boundary layer anisotropy for improved surface pressure and trailing-edge noise modeling. *Journal of Sound and Vibration*, 333(3) :991–1010.

Blake, W. (1970). Turbulent boundary-layer wall-pressure fluctuations on smooth and rough walls. *Journal of Fluid Mechanics*, 44 :637–660.

Blake, W. (1986). *Mechanics of Flow-induced Sound and Vibration, Vols.1 and 2*. Applied Mathematics and Mechanics. Academic Press.

Blake, W. K. and Chase, D. M. (1971). Wavenumber-frequency spectra of turbulent-boundary-layer pressure measured by microphone arrays. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 49(3B) :862–877.

Bonness, W. K., Capone, D. E., and Hambric, S. A. (2010). Low-wavenumber turbulent boundary layer wall-pressure measurements from vibration data on a cylinder in pipe flow. *Journal of Sound and Vibration*, 329(20) :4166–4180.

Bradshaw, P. and Wong, F. Y. F. (1972). The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 52(113-135).

Bravo, T. and Maury, C. (2007). Enhancing low frequency sound transmission measurements using a synthesis method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122(2) :869–880.

Bravo, T. and Maury, C. (2011). A synthesis approach for reproducing the response of aircraft panels to a turbulent boundary layer excitation. *Journal of the Acoustical Society of America*, 129(1) :143–153.

Brungart, T. (2002). Wall Pressure Fluctuations Induced by Separated/reattached Channel Flow. *Journal of Sound Vibration*, 251 :558–577.

Bull, M. (1967). Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 28 :719–754.

Bull, M. (1996). Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers : Some reflections on forty years of research. *Journal of Sound and Vibration*, 190(3) :299–315.

Camussi, R. and Di Felice, F. (2006). Statistical properties of vortical structures with spanwise vorticity in zero pressure gradient turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 18(3).

Chapman, D. K. (1979). Computational aerodynamics development and outlook. *AIAA Journal*, 17(12) :1293–1313.

Chase, D. (1980). Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure. *Journal of Sound and Vibration*, 70(1) :29 – 67.

Chase, D. M. (1987). The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model. *Journal of Sound and Vibration*, 112(1) :125–147.

Choi, H. and Moin, P. (2012). Grid-point requirements for large eddy simulation : Chapman's estimates revisited. *Physics of Fluids (1994-present)*, 24(1) :–.

Chun, S., Liu, Y., and Sung, H. (2004). Wall pressure fluctuations of a turbulent separated and reattaching flow affected by an unsteady wake. *Experiments in Fluids*, 37 :531–546.

Ciappi, E. and Magionesi, F. (2009). Full scale analysis of the response of an elastic ship panel excited by turbulent boundary layers. *Noise Control Engineering Journal*, 57(3) :179–192.

Ciappi, E., Magionesi, F., Rosa, S. D., and Franco, F. (2011). Analysis of the scaling laws for the turbulence driven panel responses. *Journal of Fluids and Structures*, 32(0) :90–103.

Cockburn, J. and Robertson, J. (1974). Vibration response of spacecraft shrouds toinflight fluctuating pressures. *Journal of Sound and Vibration*, 33(4) :399 – 425.

Corcos, G. M. (1963). Resolution of pressure in turbulence. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35(2) :192–199.

Corcos, G. M. (1964). The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 18 :353–378.

Driver, D., Seegmiller, H., and Marvin, J. (1987). Time-dependant behavior of a reattaching shear layer. *AIAA Journal*, 25 :914–919.

Eaton, J. K. and Johnston, J. P. (1981). A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. *AIAA Journal*.

Efimtsov, B., Kozlov, N., Kravchenko, S., and Andersson, A. (1999). Wall pressure-fluctuation spectra at small forward-facing steps. *AIAA-99-1964*.

Efimtsov, B. M. (1982). Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large reynolds numbers. *Soviet Physics Acoustics*, 28(4) :289–292.

Efimtsov, B. M. (1984). Similarity criteria for the spectra of wall pressure fluctuations in a turbulent boundary layer. *Akusticheskii Zhurnal*, 30 :58–61.

Esmailzadeh, M. and Lakis, A. A. (2012). Response of an open curved thin shell to a random pressure field arising from a turbulent boundary layer. *Journal of Sound and Vibration*, 331(2) :345–364.

Esmailzadeh, M., Lakis, A. A., Thomas, M., and Marcouiller, L. (2009). Prediction of the response of a thin structure subjected to a turbulent boundary-layer-induced random pressure field. *Journal of Sound and Vibration*, 328(1-2) :109–128.

Evans, N. D. (2011). *Low-wavenumber turbulent boundary layer wall-pressure measurements from vibration data over smooth and rough surfaces in pipe flow.* Master of science, The pennsylvania State University.

Farabee, T., Geib, F., Research, D. W. T. N. S., and Center, D. (1976). *Measurement of Boundary Layer Pressure Fields with an Array of Pressure Transducers in a Subsonic Flow.* Research and development report. David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center.

Farabee, T. M. and Casarella, M. J. (1986). Measurements of fluctuating wall pressure for separated/reattached boundary layer flows. *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design*, 108(3) :301–307.

Farabee, T. M. and Casarella, M. J. (1991). Spectral features of wall pressure-fluctuations beneath turbulent boundary-layers. *Physics of Fluids a-Fluid Dynamics*, 3(10).

Finnveden, S., Birgersson, F., Ross, U., and Kremer, T. (2005). A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures*, 20(8) :1127–1143.

Gloerfelt, X. (2009). Direct computation of turbulent boundary layer noise. *AIAA/CEAS aeroacoustic conference.*

Gobert, M.-L. (2009). *Study of the interaction between an unstable boundary layer flow and a flexible surface. Application to the prediction of the hydrodynamic noise on a Sonar antenna.* Theses, Ecole Centrale de Nantes (ECN) (ECN) (ECN) (ECN).

Goody, M. (2004). Empirical spectral model of surface pressure fluctuations. *AIAA Journal*, 42(9) :1788–1794.

Goody, M., Farabee, T., Lee, Y.-T., and Asme (2008). *Unsteady pressures on the surface of a ship hull.* Proceedings of the Asme International Mechanical Engineering Congress and Exposition 2007, Vol 1 : Advances in Aerospace Technology.

Graham, W. (1996). Boundary layer induced noise in aircraft, part i : The flat plate model. *Journal of Sound and Vibration*, 192(1) :101 – 120.

Graham, W. (1997). A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures. *Journal of Sound and Vibration*, 206(4) :541–565.

GREFFET, N. (2013). *Code_Aster Éléments vibro-acoustiques R4.02.02.*

Gunda, R., Vijayakar, S. M., Singh, R., and Farstad, J. E. (1998). Harmonic green's functions of a semi-infinite plate with clamped or free edges. *Journal of the Acoustical Society of America*, 103(2) :888–899.

Habault, D. and Filippi, P. J. T. (1998). Light fluid approximation for sound radiation and diffraction by thin elastic plates. *Journal of Sound and Vibration*, 213(2) :333–374.

Howe, M. S. (1991). Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(2) :1041–1047.

Howe, M. S. (1998). On the contribution from skin steps to boundary-layer generated interior noise. *Journal of Sound and Vibration*, 209(3).

Hwang, Y. F., Bonness, W. K., and Hambric, S. A. (2009). Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra. *Journal of Sound and Vibration*, 319(1-2) :199–217.

Hwang, Y. F. and Geib, F. E. (1984). Estimation of the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure by multiple linear regression. *ASME Transactions Journal of Vibration Acoustics*, 106 :334–342.

Ji, M. and Wang, M. (2012). Surface pressure fluctuations on steps immersed in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 712 :471–504.

Keith, W. L., Hurdis, D. A., and Abraham, B. M. (1992). A comparison of turbulent boundary-layer wall-pressure spectra. *Journal of Fluids Engineering-Transactions of the Asme*, 114(3).

Kudashev, E. (2007). Spatial filtering of wall pressure fluctuations beneath a turbulent boundary layer. *Acoustical Physics*, 53(5) :629–637.

Kudashev, E. (2008). Spatial filtering of wall pressure fluctuations. methods of direct measurements of wave number-frequency spectra. *Acoustical Physics*, 54(1) :101–108.

Kudashev, E. B. and Iablonik, L. R. (1977). Determination of the frequency-wave-vector spectrum of turbulent pressure fluctuations. *Akusticheskii Zhurnal*, 23 :615–620.

Kuttruff, H. (2000). *Room Acoustics*. E-Libro. Spon Press.

Lee, I. and Sung, H. J. (2001). Characteristics of wall pressure fluctuations in separated and reattaching flows over a backward-facing step : Part i. time-mean statistics and cross-spectral analyses. *Experiments in Fluids*, 30(3).

Lee, I. and Sung, H. J. (2002). Multiple-arrayed pressure measurement for investigation of the unsteady flow structure of a reattaching shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 463.

Lee, Y.-T., Blake, W. K., and Farabee, T. M. (2005). Modeling of wall pressure fluctuations based on time mean flow field. *Journal of Fluids Engineering*, 127(2) :233–240.

Lueptow, R. M. (1995). Transducer resolution and the turbulent wall pressure spectrum. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(1) :370–378.

Mabey, D. (1972). Analysis and correlation of data on pressure fluctuations in separated flow. *J. Aircraft*, 9 :642–645.

Maestrello, L. (1969). Radiation from and panel response to a supersonic turbulent boundary layer. *Journal of Sound and Vibration*, 10(2) :261 – 295.

Maidanik, G. and Jorgensen, D. W. (1967). Boundary wave-vector filters for the study of the pressure field in a turbulent boundary layer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 42(2) :494–501.

Martarelli, M. (2001). *Exploiting the laser scanning facility for vibration measurements*. PhD thesis, University of London.

Martin, N. and Leehey, P. (1977). Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter. *Journal of Sound and Vibration*, 52(1) :95 – 120.

Maury, C. and Bravo, T. (2008). Analytic solutions to the acoustic source reconstruction problem. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 464(2095) :1697–1718.

Maury, C., Gardonio, P., and Elliott, S. J. (2002). A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part i : General theory. *Journal of Sound and Vibration*, 252(1) :83–113.

Mellen, R. H. (1990). On modeling convective turbulence. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(6) :2891–2893.

Miller, T. S. (2011). *Turbulent boundary layer models for acoustic analysis*. PhD thesis.

Miller, T. S. and Moelle, M. (2009). A note on equilibrium turbulent boundary layer wall pressure models. *SAE International Journal of passenger cars - Mechanical Systems*, 2(1) :1538–1549.

Monkewitz, P. A., Chauhan, K. A., and Nagib, H. M. (2007). Self-consistent high-reynolds-number asymptotics for zero-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Physics of Fluids (1994-present)*, 19(11) :–.

Morand, H. and Ohayon, R. (1995). *Fluid-Structure Interaction : Applied Numerical Methods*. Wiley-Masson Series Research in Applied Mathematics. Wiley.

Moss, W. and Baker, S. (1980). Recirculating flows associated with two-dimensional steps. *Aeron. Quart*, 31 :151–172.

Na, Y. and Moin, P. (1998). The structure of wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 377.

Nagib, H. M., Chauhan, K. A., and Monkewitz, P. A. (2007). Approach to an asymptotic state for zero pressure gradient turbulent boundary layers. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1852) :755–770.

Ponte, M. (2003). Etude des fluctuations de pression pariétale autour d'une rampe à 30 degrés.

Rackl, R. and Weston, A. (2005). Modeling of turbulent boundary layer surface pressure fluctuation auto and cross spectra : Verification and adjustments based on tu-144ll data. *NASA CR-2005-21398*.

Ricot, D., Hekmati, A., and Druault, P. (2012). Analysis of the vibracoustic behavior of a plate excited by synthetized aeroacoustic pressure fields. In d'Acoustique, S. F., editor, *Acoustics 2012 Nantes*, Nantes, France. AH-S01 : Wall pressure fluctuations AH-S01 : Wall pressure fluctuations.

Robert, G. (1984). *Modélisation et simulation du champ excitateur induit sur une structure par une couche limite turbulence*. PhD thesis, ÉCOLE CENTRALE DE LYON.

Rogallo, R. S. and Moin, P. (1984). Numerical simulation of turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 16(1) :99–137.

Rosa, S. D., Franco, F., and Gaudino, D. (2010). Low frequency range response of a plate to different turbulent boundary layer excitation models. ælab, Vibrations and acoustics laboratory, Department of Aerospace Engineering. e-mail : sergio.derosa@unina.it.

Rouleau, L. (2013). *Modélisation vibro-acoustique de structures sandwich munies de matériaux visco-élastiques.* PhD thesis. Thèse de doctorat dirigée par Deü, Jean-François et Legay, Antoine Mécanique Paris, CNAM 2013.

Ruzzene, M. (2007). Frequency-wavenumber domain filtering for improved damage visualization. *Smart Materials and Structures*, 16(6) :2116.

Salman, M. (2012). *Continuous scanning laser doppler vibrometry for synchronized array measurements : applications to non-contact sensing of human body vibrations.* PhD thesis, Georgia Institute of Technology.

Scarano, F., Benocci, C., and Riethmuller, M. L. (1999). Pattern recognition analysis of the turbulent flow past a backward facing step. *Physics of Fluids*, 11(12) :3808–3818.

Schlichting, H., Gersten, K., and Gersten, K. (2000). *Boundary-Layer Theory.* Physic and astronomy. MacGraw-Hill.

Sherman, C. H., Ko, S. H., and Buehler, B. G. (1990). Measurement of the turbulent boundary layer wave-vector spectrum. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(1) :386–390.

Skop, R. A., Ramberg, S. E., and Ferber, K. M. (1976). Added mass and damping forces on circular cylinders. Technical report.

Smol'yakov, A. V. (2000). Calculation of the spectra of pseudosound wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers. *Acoustical Physics*, 46(3).

Smolyakov, A. V. and Tkachenko, V. M. (1991). Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental-data. *Soviet Physics Acoustics-Ussr*, 37(6).

Smolyakov, A. V., Tkachenko, V. M., and Bradshaw, P. (1983). *The measurement of turbulent fluctuations : an introduction of hot-wire anemometry and related transducers.* Springer-Verlag.

Tkachenko, V. and Marshov, V. (1989). Normalization of the spectra of turbulent pressures by the outer and inner scales of a boundary layer. In *Abstract of the Ninth Scientific-Technical Conference on Aircraft Acoustics*, Moscow. Russian Acoustical Society.

Tkachenko, V. M., Smol'yakov, A. V., Kolyshnitsyn, V. A., and Marshov, V. P. (2008). Wave number-frequency spectrum of turbulent pressure fluctuations : Methods of measurement and results. *Acoustical Physics*, 54(1).

Wittig, L. E. and Sinha, A. K. (1975). Simulation of multicorrelated random processes using the fft algorithm. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 58(3) :630–634.

Yeh, Y. and Cummins, H. Z. (1964). Localized fluid flow measurements with an he–ne laser spectrometer. *Applied Physics Letters*, 4(10) :176–178.

Yeung, W. W. H. and Parkinson, G. V. (2004). Analysis and modeling of pressure recovery for separated reattaching flows. *J Fluids Eng*, 126(3) :355–361.

Étude hydroacoustique de la réponse d'une structure à une excitation de couche limite turbulente

RÉSUMÉ: Les travaux présentés s'intéressent à la réponse vibratoire et au champ acoustique émis par une structure immergée et excitée par une couche limite turbulente, dans le domaine des bas nombres d'ondes et pour un nombre de Mach faible. Ce travail s'inscrit dans la problématique d'amélioration de la prédiction du bruit rayonné dans ce type de configurations, et peut trouver son application à la discrétion acoustique des navires, ou à la caractérisation du bruit rayonné par des structures externes excitées par un écoulement.
Numériquement, une analyse modale de la réponse de la structure en formulation ($\mathbf{u}$,p,φ) est réalisée à l'aide du code élément finis Code_Aster. L'excitation est modélisée par une somme d'ondes planes de pression dont la densité spectrale est obtenue à partir des modèles d'excitation pariétale disponibles dans la littérature. Une analyse harmonique sur base modale est réalisée pour chaque cas de chargement.
Cette approche permet la prise en compte du couplage fluide-structure dans le cas d'un fluide lourd et présente l'avantage de s'affranchir des hypothèses généralement faites, de fluide léger et d'orthogonalité des déformées modales.
Les résultats issus de la modélisation numérique sont comparés à des données expérimentales, concernant le comportement vibratoire d'un dispositif constitué d'une plaque plane excitée par un écoulement généré en tunnel hydrodynamique. Les résultats numériques et expérimentaux observés sont proches, qu'il s'agisse du comportement global, du niveau spectral moyen en déplacement ou du niveau de pression acoustique mesuré. En complément, l'influence de défauts, constitués de marche montantes et descendantes de hauteur inférieure à l'épaisseur de la couche limite, sur l'excitation et la réponse de la structure est explorée expérimentalement.

Mots-clés: stochastique, fluide lourd, méthode des éléments finis, couche limite turbulente, spectre en nombre d'onde fréquence, interaction fluide-structure, vibro-acoustique

Hydroacoustic study of the response of a structure to a turbulent boundary layer induced pressure loading

ABSTRACT: The following work consist in the study of the vibroacoustic response of a structure submerged in fluid, under a turbulent boundary layer flow, the response of the structure is driven by the low wavenumber behaviour, for a small Mach number. This work aims at providing better means of predicting the noise radiated in such setups, mainly regarding stealthiness of ships and submarines and noise radiated by outer structures.
A numerical modal analysis based on the ($\mathbf{u}$,p,φ) formulation available in the finite element software Code_Aster is performed. The pressure induced by the boudary layer is then described as a sum of plane waves and several harmonical analysis are performed on the reduced problem, projected on the ($\mathbf{u}$,p,φ) modal basis, one for each term of the sum.
This allows us to account for the fluid-structure interaction (inertial and acoustic) in confined and infinite fluid domains. Most numerical models found in scientific papers are making the assumption of a light fluid, or a fluid loaded plate, thus not taking clearly into account the fluid-strucure interaction or only the inertial part. Here the interaction due to the acoustic field radiated by the plate is fully accounted for.
The validity of the proposed numerical method is assesed and numerical results are compared to data obtained from an experimental setup used within a hydrodynamic tunnel. Numerically, a good reproduction of the behaviour of the plate is obtained, both in terms of displacement and spectral levels. The acoustic levels are also compared to their numerical counterparts at the position of the transducer. Moreover, an experimantal analysis is performed, for backward and forward steps of height smaller than the thickness of the boundary layer, in order to investigate the influence of such configurations on the boundary layer excitation and on the vibroacoustic response.

Keywords: stochastic, heavy fluid, finite elements, turbulent boundary layer, flow, fluid structure interaction, vibroacoustic, wavenumber-frequency spectrum

ARTS ET MÉTIERS ParisTech

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY