



HAL
open science

Un nouveau dispositif pour étudier la relaxation d'un système quantique à N corps

Anaïs Molineri

► **To cite this version:**

Anaïs Molineri. Un nouveau dispositif pour étudier la relaxation d'un système quantique à N corps. Optique [physics.optics]. Université Paris Saclay (COMUE), 2019. Français. NNT : 2019SACLO013 . tel-02452462

HAL Id: tel-02452462

<https://pastel.hal.science/tel-02452462v1>

Submitted on 23 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une nouvelle expérience d'atomes froids de strontium pour l'étude de systèmes quantiques hors-équilibre à grand nombre de particules en interaction

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à l'Institut d'Optique Graduate School

École doctorale n°572 Ondes et Matière (EDOM)
Spécialité de doctorat : Physique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 06/11/2019, par

ANAÏS MOLINERI

Composition du Jury :

Laurence Pruvost Directrice de recherche, Laboratoire Aimé Cotton (CNRS)	Président
Remi Geiger Maître de conférence à Sorbone Université, Laboratoire SYRTE (CNRS)	Rapporteur
Anders Kastberg Professeur, Laboratoire INPHYNI de l'Université Nice Sophia Antipolis (CNRS)	Rapporteur
Martin Robert-de-Saint-Vincent Chargé de recherche, Laboratoire de Physique des Laser Paris 13 (CNRS)	Examineur
Christopher Westbrook Directeur de recherche, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique Graduate School (CNRS)	Directeur de thèse
Marc Cheneau Chargé de recherche, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique Graduate School (CNRS)	Co-directeur de thèse

Table des matières

Remerciements	1
Avant-propos	6
Introduction	8
0.1 Contexte scientifique	9
0.1.1 Au-delà du scénario quasiparticule	10
0.1.2 Étudier la portée des interactions	11
0.1.3 Cahier des charges	12
0.2 Le choix du strontium	12
0.3 Les solutions choisies pour réaliser les expériences	15
I Piéger et refroidir le strontium jusqu'au milliKelvin	19
1 Description du système laser	21
1.1 La source de référence	21
1.1.1 Obtention d'un gaz d'atomes neutres de strontium	21
1.1.2 Nature des interactions dans le gaz formé par la lampe	22
1.2 Comparaison de deux techniques spectroscopique de la raie large	25
1.2.1 Spectroscopie par absorption saturée	25
1.2.2 Spectroscopie par transfert de modulation	29
1.3 Amplification de la puissance laser	46
1.3.1 Injection laser maître/diodes esclaves grâce à une fibre optique	46
1.4 Réglages des désaccords et système complet	49
1.4.1 Désaccords des faisceaux de la mélasse transverse, du Zeeman et du piège magnéto-optique	50
1.4.2 Pivot entre l'isotope 88 et l'isotope 84	51
2 Obtenir le piège magnéto-optique sur la raie large	53
2.1 Description du four et caractérisation du jet d'atomes	54
2.1.1 Divergence estimée et divergence réelle du jet d'atomes	54
2.2 Réduire la divergence du faisceau : la Mélasse Transverse	58
2.2.1 Principe de fonctionnement de la mélasse transverse	58
2.2.2 Optimisation des paramètres expérimentaux : simulation	62
2.3 Ralentir le jet d'atomes : conception et réalisation du ralentisseur Zeeman	66

2.3.1	Principe de fonctionnement du ralentisseur Zeeman	67
2.3.2	Obtention du champ magnétique idéal	68
2.3.3	Distribution de vitesses finales	73
2.3.4	Conception des bobines du ralentisseur Zeeman	74
2.3.5	Bobinage du Zeeman et profil de champ magnétique mesuré	77
2.3.6	Une technique pour mesurer la vitesse des atomes à la sortie du ralentisseur Zeeman : perspectives	82
2.4	Description et caractérisation du piège magnéto-optique	84
2.4.1	Quelques rappels de principe	85
2.4.2	Système expérimental	87
2.4.3	Caractérisation du PMO bleu	90
II	Piéger et refroidir le Strontium en dessous du microKelvin.	102
3	Affinement spectral du laser maître à 689 nm	104
3.1	Contextualisation du problème	104
3.2	La cavité de haute finesse spectrale	104
3.2.1	Description de la cavité	105
3.2.2	Mesure de la finesse : temps de vie des photons dans la cavité	106
3.3	Signal Pound-Drever-Hall	109
3.3.1	Coefficient de réflexion complexe des miroirs.	109
3.4	Performance de l'asservissement	114
3.4.1	Description du système électronique	114
3.4.2	Choix de la fréquence de modulation	115
3.4.3	Analyse spectrale du signal de battement	116
3.5	Adapter le spectre d'émission du laser asservi	121
3.5.1	Déplacer la fréquence d'émission	121
3.6	Modifier la vitesse de capture du PMO rouge.	122
3.6.1	Méthode 1 : Élargissement du spectre grâce à un peigne de fréquence	123
3.6.2	Paramétrer le peigne de fréquence et adapter le désaccord laser ainsi que son intensité	126
3.6.3	Méthode 2 : Sawtooth-wave adiabatic passage (SWAP)	129
3.7	Schéma expérimental complet	132
4	Une spectroscopie originale pour la raie à 689 nm : la spectroscopie de shelving	135
4.1	Limites des techniques spectroscopiques usuelles pour les raies étroites	136
4.2	Présentation de la spectroscopie de shelving.	137
4.2.1	Cadre général	137
4.2.2	Expression du signal détecté pour $I_r \ll I_{sr}$ et origine du signal de shelving	138
4.3	Configuration réelle et signaux expérimentaux	146
4.3.1	Cadre expérimental	146
4.3.2	Les facteurs d'élargissement du signal de spectroscopie	147
4.3.3	Obtenir le signal dispersif	153
4.3.4	Montage expérimental	155
4.3.5	Améliorations possibles	159

III Simulations et reconstruction des images obtenues par microscopie atomique

161

5	Description du système physique étudié et reconstruction d'image	166
5.1	Description du système expérimental	167
5.1.1	Schéma expérimental	167
5.2	Garder les atomes piégés pendant la phase d'imagerie	169
5.2.1	L'avantage des raies étroites	169
5.2.2	Traitement semi-classique du refroidissement par bandes latérales	173
5.2.3	Une imagerie de la parité du nombre d'atomes par site	176
5.3	Nécessité d'un algorithme de reconstruction de la position des atomes	176
5.3.1	Modèles de reconstruction actuels	177
5.4	Simulation des configurations atomiques dans le plan objet	180
5.4.1	Hamiltonien de Bose-Hubbard : quelques rappels	180
5.4.2	Prise en compte du profil d'intensité des faisceaux du réseau optique : Hamiltonien final	181
5.4.3	Simuler la répartition des atomes dans le réseau optique : plan objet	182
5.5	Simulation dans le plan image	185
5.5.1	PSF idéale : la tâche d'Airy	185
5.5.2	PSF plus proche de la réalité : mesure directe	188
5.5.3	Prise en compte de deux sources de bruits	192
5.6	Algorithme de reconstruction d'images : première version	197
5.6.1	Discussions à propos de deux paramètres critiques	197
5.6.2	Principe de fonctionnement de l'algorithme et perspectives	198
	Conclusion	203
A	Piège magnétique et repompeur	209
A.0.1	La nécessité de repomper les atomes	209
A.1	Piège magnétique	210
A.2	Mesure du temps de vie des atomes dans le piège magnétique	211
B	Calibrations des dérives de la cavité haute finesse	214
C	Article soumis le 28 octobre 2019 sur l'étude de la spectroscopie de shelving sur un jet d'atomes de strontium et sur une cellule de spectroscopie	215
	Bibliographie	231

Remerciements

Il y a des évènements et des expériences qui marquent plus ou moins nos existences respectives. Certaines peuvent être plaisantes, d'autres douloureuses et d'autres encore résultent d'un subtil mélange des deux. Pour ma part, la thèse a fait clairement partie de ces expériences marquantes, vallonnées par des moments de purs bonheurs, de rires, mais aussi par des moments de doute et de tristesse. Grâce à la richesse de tous ces évènements, je pense pouvoir affirmer aujourd'hui que je me trouve profondément changée et que le seul sentiment qui demeure, est celui d'une grande félicité. Ce qui fait la richesse de ces trois dernières années ce n'est pas seulement le travail que j'ai accompli, mais surtout tous ces moments de partage avec des gens formidables que j'ai eu l'occasion de rencontrer. Si faire une thèse apporte une pierre à l'édifice scientifique, c'est avant toute chose à mes yeux, une brique solide apportée à notre construction personnelle. C'est pourquoi il m'a rarement été aussi difficile de trouver les mots justes pour exprimer ma gratitude envers mon entourage de ces dernières années. Malheureusement, je crois que quelque soit le temps que j'aurais pu passer devant ces pages, je n'en serais jamais pleinement satisfaite. J'espère toutefois arriver à vous en donner un aperçu...

Ces quatre dernières années, en incluant mon stage de fin d'études, m'ont littéralement transformées et aucun mot ne semble assez fort pour décrire à quel point cela a été important pour moi. Pour être plus complète et surtout plus sincère, il me semble que mes remerciements ne doivent pas se limiter aux années qui ont composés ma thèse, mais plutôt aux six dernières. En effet, étant dotée d'une estime personnelle naturellement fébrile, il est indéniable que sans la présence et la bienveillance d'un grand nombre d'amis et professeurs durant mes années de master, j'aurais probablement baissé les bras ou du moins, je n'aurais jamais osé prétendre être en mesure d'effectuer une thèse en physique. Je pense notamment à un certains nombre de personnes que j'ai rencontrées en première et deuxième année de master et qui, je l'espère, resteront à jamais des amis.

Pour commencer, un grand merci à Adrichou et Toinou qui en plus de m'avoir soutenue et supporté en amphi/TDs à Orsay, ont accepté de partager trois ans de vie commune à Massy. Je vous dois à tout les deux énormément, aussi bien pour votre patience, votre présence et votre jovialité au quotidien. Même si la journée au labo n'était pas toujours rose, vous retrouver à la collo était toujours un soulagement. Lorsqu'il arrivait parfois que l'ambiance soit un peu plus morose, il était toujours possible de discuter afin que la situation s'améliore rapidement et que l'ambiance conviviale revienne de plus belle ! Je dois avouer aujourd'hui éprouver une légère tristesse à l'idée que cette dernière touche à sa fin... Bien qu'on puisse très bien s'entendre avec un grand nombre de gens, je reste sincèrement persuadée qu'il n'est pas possible de vivre avec tout le monde. Vous étiez donc à mes yeux bien plus que de simples amis et je garderais un

souvenir indélébile de toutes nos soirées et de toutes ces longues discussions où nous tentions ensemble de dessiner un monde meilleur. Qui sait, peut-être qu'un jour il finira par y ressembler... Nous n'étions pas seulement trois dans cette joyeuse compagnie Massiquoise. En effet, à cette dernière s'est d'abord ajouté ma petite Morgane qui nous a fait le bonheur de sa compagnie pendant un an. J'aurais tellement à dire de toi... Quand je pense qu'après une brève *Rencontres entre deux infinis* de seulement dix jours nous avons soudé une relation si forte, j'en ai aujourd'hui encore les larmes au yeux. L'année que tu as passé avec nous a été merveilleuse et je suis ravie de te savoir heureuse avec ton cher et tendre caribou. Il y aurait tant à dire de cet animal aussi d'ailleurs ! Qui aurait pu se douter que ce fameux rendez-vous « *cappuccino* » vous emmènerait aussi loin... Je te dois beaucoup Tom, à toi aussi Benji car mon année à Supop n'aurait pas été la même sans vous, ni sans tous les incroyables *Faisands* que vous m'avez permis de rencontrer. J'espère que nous nous reverrons aussi souvent que possible et qu'on chantera encore ensemble à tue-tête « *Je ne sais pas où je vais...* » ou encore « *I am a Englishman in New York...* » sur le son de vos guitares, ukulélés, saxophones... et j'en passe ! Toujours concernant mes années master, je souhaiterais remercier aussi énormément ma petite Aly, Rachel, Nano, Ludo, Julie O., Marco, Marion et Steven R. Vous tous avez contribué, à votre manière, à mon bonheur que ce soit par votre écoute, vos conseils ou encore votre bienveillance. Je vous dois énormément et j'espère sincèrement que nos routes viendront encore souvent à se croiser.

On arrive alors au jour de cette fameuse visite du laboratoire Charles Fabry il y a quatre ans. J'avais déjà visité des manip d'atomes froids et aussi bien la complexité des expériences, les thématiques de recherche abordés et le fait de pouvoir ralentir des atomes me fascinait. Néanmoins, ces usines à gaz me semblaient bien trop complexes et je ne me sentais absolument pas à la hauteur de pouvoir en manipuler une : si la moindre chose se mettait à dysfonctionner, j'aurais été bien en peine de faire quoi que soit... Mais malgré cela, regarder Steven L. et Momo profondément plongés sur leurs tables optiques, me donna ce jour là une envie immense d'apprendre l'art d'arrêter les atomes. C'est ainsi que je pris connaissance du projet de Marc : construire une nouvelle expérience avec du strontium. C'était exactement ce qu'il me fallait ! À défaut de me sentir capable de maîtriser des expériences d'atomes froids déjà construites, je pourrais comprendre comment ces dernières fonctionnaient en construisant celle-ci optique après optique. Dès notre premier entretien, j'ai tout de suite senti que je pourrai lui faire entièrement confiance. En effet, ce qui semblait lui importer avant toute chose, ce n'était non pas la rapidité avec laquelle la construction s'opérerait, mais plutôt que j'ai pleinement conscience de ce qu'une telle thèse représentait : la complexité de monter une expérience strontium, la faiblesse du nombre de publications et la difficulté actuelle à trouver des postes en recherche... Bref à mes yeux, toutes les planètes semblaient s'aligner dans une direction plus que favorable : un projet qui me motivait et un encadrant consciencieux, disponible et bienveillant. Par ailleurs, je peux confirmer aujourd'hui qu'effectuer sa thèse dans l'équipe *Gaz Quantiques* du laboratoire *Charles Fabry* est une véritable chance. Je tiens donc à remercier l'intégralité des membres permanents du groupe : Chris, Denis, Isabelle, Thomas, Vincent, David et bien entendu, Marc. Je suis convaincue que votre présence, bienveillance, pédagogie et humanité sont de véritables richesses pour qu'un thésard puisse s'épanouir pleinement. Dans ce groupe, aucun étudiant n'est délaissé ou pris de haut, bien au contraire, toutes questions sont les bienvenues. Parfois je regrette de ne pas avoir osé en poser plus par peur de paraître idiot ou de vous faire perdre votre temps... Encore un point sur lequel la thèse m'a fait énormément relativiser et c'est en grande partie à vous que je le dois.

Ceci étant dit, je souhaiterais Marc te remercier un peu plus spécifiquement. J'y tiens tout particulièrement par ce que selon moi, tu n'as pas seulement rempli ta fonction d'encadrant de manière irréprochable, mais tu t'es aussi sincèrement inquiété pour moi à chaque fois que le moral n'était pas au rendez-vous. Je ne te remercierais jamais assez d'avoir toujours pris le temps nécessaire pour m'écouter et pour chercher des solutions qui m'aideraient à aller mieux. Je t'assure que ces discussions n'ont jamais été vaines, bien au contraire, à la fin de chacune d'elle je me sentais systématiquement mieux et grandie. C'est une qualité humaine chez toi qui m'a beaucoup touchée car je suis sûre que peu de gens ce serait autant donné de mal. Sur un plan plus concret, tu m'as littéralement tout appris au laboratoire. Depuis l'alignement des faisceaux jusqu'aux concepts de base de la dynamique hors-équilibre, en passant par le maniement de la scie sauteuse ou du fer à souder... Je ne pourrais énumérer la quantité de choses que j'ai apprises pendant ces quatre ans. Je tiens donc sincèrement à te remercier pour ta patience et ta pédagogie : tu étais toujours prêt à répéter autant de fois qu'il fallait un même concept et ce, de différentes manières, jusqu'à ce que cela finisse par rentrer (et c'était pas toujours facile...). Tu m'as plusieurs fois dit que tu aimerais m'entendre dire que j'étais fière de moi... Malheureusement, c'est quelque chose que je n'arrive toujours pas à faire, mais je peux tout de même dire avec certitude que je suis sincèrement heureuse du travail que j'ai pu réaliser dans notre équipe. Travail qui il me semble, a plutôt bien marché et qui continue encore de progresser aujourd'hui. Si toute cette aventure était à refaire, je la referais sans aucune hésitation ! Je suis d'ailleurs ravie d'avoir la chance de pouvoir continuer en post-doc dans l'équipe !

Toujours concernant le labo, je souhaiterais aussi te remercier Florence, j'ai dit que Marc m'avait tout appris mais ce n'est pas tout à fait vrai. Bien que je n'ai eu que peu de fois l'occasion de travailler avec toi, j'y ai toujours pris du plaisir et appris pleins de choses. Comme quelques bases de *SolidWorks*, des notions pratiques en optique ou encore des techniques de vide... Grâce à ton regard vigilant, tu nous a pointé à plusieurs reprises les limites de nos montages et je suis persuadée que tu as empêché à un grand nombre de bêtises de se produire... Sur un autre plan, c'est toujours agréable de t'entendre chantonner dans les couloirs du labo et bien que tu rougisses parfois de tes blagues, moi elles m'ont toujours faites rire ! J'espère avoir de nouveau l'occasion de travailler avec toi cette année.

Jusqu'à présent j'ai décrit principalement l'encadrement de ma thèse mais bien évidemment, si j'en suis arrivé là où j'en suis aujourd'hui c'est aussi grâce à la super ambiance que j'ai connue dans le groupe *Gaz Quantiques*. Je pense n'être jamais allée travailler le matin à reculons, même les fois où il arrivait que je sois pas très motivée. En effet, je savais qu'en allant au labo j'allais retrouver des gens souriants, pleins de vie, gentils et bienveillants eux aussi. Je tiens à remercier tout particulièrement les anciens thésards qui m'ont accueilli chaleureusement et qui m'ont permis de prendre énormément confiance en moi au début de ma thèse. Je pense évidemment à PiDuss, chasseur de Pokemon hors-pair, Maxou, l'éternel stagiaire, mais aussi Mukthar, Hugo, Aishling, Max, Momo et bien sûr... mon Vinzou <3 . Je ne peux m'empêcher une petite mention spéciale aux membres du *bureau stylé*, devenu ensuite *bureau du Swag* avec la génération de thésards suivante. Un très gros merci aussi aux thésards qui sont arrivés dans le groupe la même année que moi : Guillaume et Cécile. Cécile en particulier, j'ai été très contente de t'avoir à la coloc pendant deux ans ! Tu m'as fait découvrir l'univers des courses à pieds organisées, j'ai adoré partager avec toi ces quelques petits tours de vélo, le triathlon à l'X et cette balade à Fontainebleau. Sans toi, je ne pense pas que j'aurais forcément fait ces choses là, merci pour ça =). J'espère qu'on viendra encore à se recroiser pour partager des moments

similaires! En écrivant ce passage, je me rappelle encore de tous ces moments forts et drôles que ce soit au labo ou en dehors : les repas au Magnan, les parties d'ultimate, de slack-line, de Molki, le concert de Stupeflip (spéciale dédicace aux bisounours), toutes ces soirées rue Mouffetard, à l'Académie de la bière, à la coloc et surtout... la soirée mémorable de Berlin! Tous ces moments resteront gravés dans ma mémoire, je ne vous oublierai jamais et j'espère que nos routes se croiseront encore dans les années à venir. Je me suis souvent dit que vous étiez partis trop vite... mais c'est ainsi, et je vous souhaite à tous bon vent!

On arrive alors aux thésards qui sont arrivés un an après moi au labo : Clémence, Baptiste, Ziyad, Antoine T., Benjamin et Antoine G. . Bien que je n'ai pas eu l'occasion de vous connaître tous de la même manière, nous avons eu l'occasion de partager des tas moments agréables. Plus précisément, avec les membres du *bureau du Swag*, je me souviendrai toujours de ces drôles de moments à base de week-end à Strasbourg, de costume banane, de ballons de baudruche et de la multitude de peluches encore présente aujourd'hui... Même si quelques moments plus tendus ont pu subvenir, j'espère que comme moi, ceux seront plutôt ces drôles d'images là dont vous vous rappellerez. Merci à mes coach d'escalade, Baptiste et Ziyad, qui me donnaient souvent des coups de pouces et qui m'encourageaient même quand parfois il m'arrivait de devenir fébrile sur la paroi... s'ajoutait à cette team grimpe un grand nombre de gens : Aly, Momo, Guillaume, Céline, Lucas, Aishling, Emilie, Maxou, Stéphane... J'ai pu grimper de manière plus ou moins fréquente avec chacun d'entre vous et à chaque fois c'était du pur bonheur! Je regrette néanmoins quand même d'être trop froussarde pour pouvoir encore progresser!... J'espère pendant mon année de post-doc pouvoir encore grimper avec vous =). De nombreux stagiaires aussi sont restés pendant des périodes plus ou moins longue dans le groupe. Je pense notamment à Baptiste C., Mitradeep et Vasso, avec qui j'ai le plus sympathisé. Je disais tout à l'heure que les thésards ne restaient jamais assez longtemps, vous c'est encore pire! Mais je tiens tout de même à vous remercier de votre bonne humeur quotidienne et de ces quelques moments partagés ensemble. Pour qu'une thèse se passe bien à tous les niveaux chaque détail compte, et même si vous n'êtes pas restés parmi nous longtemps, votre présence, elle, n'a surement pas été qu'un détail.

Il y a une personne sur laquelle j'aimerais m'attarder un peu plus et évidemment, c'est toi ma petite Clémence. Je me souviens encore comme si c'était hier de ta visite du mois de Novembre 2016. Nous n'avions pas discuté très longtemps mais je t'ai appréciée tout de suite et j'espérais sincèrement que tu viennes nous rejoindre. Lorsque que tu es arrivée en stage quelques mois plus tard, cela faisait un an que je m'étais habituée à travailler seule au labo, sous l'œil bienveillant de Marc évidemment, mais néanmoins seule à aligner toutes ces optiques. Au début, j'ai eu peur de ne pas être à la hauteur pour tout t'expliquer car je n'avais jamais eu vraiment besoin de le faire. Mais très rapidement, mes inquiétudes s'estompèrent. Tu es tellement gentille, patiente et compréhensive que même lorsque clairement je peinai à répondre à tes multiples questions, tu ne semblais jamais agacée, tu écoutais très attentivement sans jugement aucun, et comme tu comprenais très vite, on finissait toujours par s'en sortir. Il m'arrivait même parfois de me dire que c'était moi qui en avait le plus appris finalement... C'est donc avec toi que j'ai pris goût au travail d'équipe au labo. C'est tellement plus agréable d'être deux pour réfléchir à une même problématique! J'avais essayé de parler l'année précédente aux diodes et aux laser mais ils étaient rarement très loquaces et au contraire, ils semblaient plus souvent vouloir me jouer des tours plutôt que d'essayer de m'aider... « *Du coup* », ton arrivée à changé beaucoup de chose et grâce à un langage étrange mais bien à nous (composé principalement de

choubidou et de *chrunkchrunk*), nous avons réussi à dompter tous ces appareils malicieux! Je me rappelle encore de ce fameux moment, après plusieurs jours (semaines ?) d'enquête intense, où tu avais les yeux rivés dans la chambre MOT dans l'attente d'un petit signe du nuage qui se faisait languir. Moi, j'étais perchée au niveau de l'alimentation des bobines pour échanger leur sens de branchement, à ce stade, c'était la seule chose qui pouvait encore clocher. C'est alors que ce moment tant attendu arriva. Je me rappelle de ta voix prudente, mais dans laquelle on pouvait discerner une certaine excitation : « *Anaïs... y a un truc, mais c'est super bizarre...* » , après un bref test tu t'es exclamé : « *C'est lui j'en suis sûre mais sa forme est super moche...* » . Je jette alors un coup d'œil et en effet, je crois qu'on avait le MOT le plus moche de l'histoire! Mais je crois que c'est un des jours où j'ai été le plus ému pendant ma thèse : c'était notre premier MOT bleu! Il était très très laid mais il était là et nous on l'aimait déjà. Il fut baptisé Harry en référence à sa forme d'éclair, relativement inhabituelle pour un MOT. Mais après quelques réglages supplémentaires, notre petit Harry devint rapidement un MOT tout à fait respectable, tout rond et tout mignon. Il y en a eu des moments forts avec toi ma Clem... par la suite, il y a eu les séquences *Flouf* qui nous ont pris beaucoup de temps. Seul Harry semblait ne jamais s'en lasser car à chacune d'elle, il brillait de mille feux. Puis, ce fut les diodes esclaves qui nous jouèrent des tours, un autre jour, c'était l'asservissement du laser bleu, encore un autre c'était je ne sais trop quoi... Mais malgré toutes ces galères quotidiennes, je crois que je n'ai jamais aimé autant aller au laboratoire. Je crois que j'aurais du mal à trouver autant de plaisir à travailler avec quelqu'un d'autre. Ta bonne humeur, ton calme, ta sincérité, ta patience et tes idées sont des perles rares... Je t'en suis d'autant plus reconnaissante que je n'ai pas toujours été tendre avec toi. Bien que cela n'ait jamais été volontaire, je m'en voudrais toujours un peu... Merci pour tout!

Pour finir, la dernière génération arrivée de thésards : Romaric, Gaëtan, Lucas, Quentin et Viviane. Romaric je suis super contente que tu sois le petit dernier de l'équipe, à l'image de Marc et de Clémence, tu es aussi quelqu'un de très sensible, consciencieux et très gentil. Bien que je n'ai pu travailler que peu de fois avec toi, à chaque fois qu'on en a eu l'occasion c'était très agréable et j'ai hâte de recommencer :). Bon... j'ai compris que mettre les gants en latex c'était pas ton truc mais je suis sûre que tu les vaincras! Concernant les autres, j'ai passé moins de temps avec vous pour le moment mais j'en suis convaincue, la relève est assurée! Aussi bien concernant les manips que l'ambiance générale au labo :). J'espère pouvoir passer d'avantage de temps avec vous cette année que pendant ma période de rédaction... Pour clôturer cette longue partie concernant l'ambiance au labo, il me faut tout de même remercier l'ensemble de l'équipe du jeudi des thésards : Léonnard, Thibault, Stéphane, Aly, Ludivine, Ziyad, Viviane, Gaëtan, Lucas, Vasiliki, les deux Benjamin(s)... Toutes ces parties de *Mafia*, *Hi Hilter!*, *Loup Garou*, *Code names*, *Exploding Kittens*... (j'en passe par ce que la liste serait vraiment longue), accompagnés du traditionnel apéro étaient vraiment des moments drôles et chaleureux! J'espère qu'on en fera encore un grand nombre, j'attends déjà la prochaine session avec impatience...

Je pourrais continuer ainsi encore longtemps mais je crois qu'il est temps de conclure. J'espère donc vous avoir fait entrevoir à quel point je suis heureuse d'avoir effectué ma thèse dans le groupe *Gaz Quantique*. Par chance, mon heure de le quitter n'est pas encore tout à fait arrivée. En écrivant ces remerciements, je prend conscience à quel point le départ définitif sera dur...

Avant de terminer définitivement ces remerciements, il me reste néanmoins à rendre hommage aux personnes sans qui, tout ce que je viens d'évoquer n'a pas le moindre sens. Bien qu'il

m'arrivait souvent de dire que la coloc était pour moi une petite famille, cela n'est rien comparé à celle qui m'a soutenue tout au long de ma vie et de mon parcours : celle qui m'a encouragée dans toutes mes périodes de doutes, lorsque mon moral était au plus bas ou encore, lorsque je perdais foi en mes capacités... Maman, Papa, Mamie, Papi, Pépé, Mémé et Nadine, si vous n'aviez pas été aussi présents, encourageants et persuadés que je pouvais y arriver, je n'aurais probablement pas été aussi loin. Si vous êtes fiers de moi, alors soyez tout autant fiers de vous ! En effet, les difficultés de la vie sont bien moindres lorsqu'on est entouré, lorsqu'on ne se sent pas jugé et lorsqu'on se sent soutenu, quelque soit la situation. J'ai conscience de la chance que j'ai eu de grandir dans notre famille, si aujourd'hui j'ai obtenu cette thèse, vous y êtes pour beaucoup. Je vous remercie et vous admire d'autant plus que le vie n'a pas été facile... Le malheur qui est tombé sur notre famille nous a rendu la vie bien compliquée.... Mais malgré cela, vous ne vous êtes jamais laissés abattre et nous avez toujours apporté à moi et à Baptiste, tout le bonheur et le soutien dont nous avons besoin.

A ce stade, j'aimerais aussi te remercier énormément Vincent. Entrer dans une famille sur laquelle une aussi lourde maladie pèse, ne doit pas être facile lorsqu'on n'y a jamais été confronté. Tu as toujours fait ce qu'il fallait pour moi, pour mon frère et pour ma famille. Je n'oublierai jamais cela et je ne saurais jamais comment te rendre la pareille. Bien que tu penses parfois le contraire, tu es quelqu'un de bien Vinzou et je t'aime de tout mon cœur. Je ne sais pas encore ce que la vie nous réserve, mais ce que j'espère sincèrement, c'est de pouvoir faire encore un bon bout de chemin avec toi.

En effet, la vie n'a pas toujours été tendre, en particulier pour toi Titou... Je n'ai jamais eu l'impression qu'on était vraiment loin l'un de l'autre, même quand les kilomètres commençaient à chiffrer. Aujourd'hui c'est différent... Merci de m'avoir offert toute cette force dont tu faisais preuve et d'avoir donné un sens à ma vie. Impossible pour moi de t'oublier, tu rythmeras mes pas comme depuis petite, je ne saurais vivre autrement.

Avant-propos

C'est à l'occasion d'une visite du laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, lors de ma deuxième année de master, que j'ai pris véritablement contact avec la communauté des atomes froids. En particulier, ce sont les thématiques de recherches proposées par l'équipe *Gaz quantiques* qui ont retenu mon attention : physique quantique appliquée à des systèmes contenant un grand nombre de particules en interaction, physique statistique, matière condensée... Tous les sujets étaient plus intéressants les uns que les autres. Mais ce qui m'a véritablement impressionné lors de cette visite, c'est de voir avec quel degré de contrôle on était capable de manipuler la matière expérimentalement. Être en mesure de ralentir des atomes jusqu'à des températures de l'ordre du nano-Kelvin, de les disposer à souhait dans des systèmes bien définis et tester des modèles de physique fondamentale bien précis me fascinait. Néanmoins, alors qu'on nous faisait visiter les différentes expériences, je ne pu m'empêcher de ressentir une légère inquiétude. En effet, toutes ces expériences me paraissaient extrêmement complexes : des lasers, de l'optique, de l'électronique, de l'informatique, du vide... C'était autant de défis techniques sur lesquels je ne me sentais pas à l'aise. J'avais le sentiment qu'au moindre dysfonctionnement de ces *usines à gaz*, je ne serais pas en mesure de trouver l'origine du problème et encore moins la solution pour le résoudre ! C'est alors qu'on nous a parlé d'un projet de construction d'expérience dans ce groupe, piloté par Marc Cheneau. Alors même que ce dernier n'était pas présent le jour de cette visite, l'idée m'a immédiatement plu et je me suis dit que c'était probablement un bon compromis. Certes, je me doutais que je n'aurais pas la chance de pouvoir profiter de cette expérience pour étudier la physique à laquelle elle se destinait, mais j'en apprendrais énormément sur son fonctionnement général, ce qui, à mon avis, me permettrait plus tard d'être plus efficace sur d'autres expériences d'atomes froids, si d'aventure je souhaitais continuer dans cette voie.

C'est donc au mois de mars 2016 que commença la construction de cette nouvelle expérience d'atomes froids de strontium, au début de mon stage de master. Comme le montre la photo de la figure 1, lors de mon arrivée au laboratoire, nous ne disposions seulement que de deux tables optiques et que d'un seul laser sur les 5 que nous possédons aujourd'hui. Pendant ma première année de thèse, j'étais la seule doctorante sur le montage de l'expérience, accompagnée et conseillée par Marc Cheneau. L'année suivante, en mars 2017, l'équipe s'est agrandie avec l'arrivée d'une deuxième doctorante Clémence Briosne-Frejaville, qui s'est jointe au montage de l'expérience. De plus, pour différents aspects du montage, nous avons eu la chance de compter sur la présence d'une ingénieure de recherche de laboratoire Charles Fabry, Florence Nogrette, qui nous a apporté une aide précieuse et de nombreux conseils avisés. C'est donc ensemble que nous avons monté quasiment l'intégralité du système laser et une bonne partie du système à vide. Nous avons obtenu notre premier piège magnéto-optique sur la transition

à 461 nm du strontium au mois de mars 2018, puis obtenu le deuxième piège magnéto-optique au mois d'avril 2019, à peu près en même temps que l'arrivée du dernier doctorant, Romaric Journet.

Mon manuscrit de thèse vise donc à rapporter de manière la plus détaillée possible l'ensemble des réalisations expérimentales effectuées pendant ces trois ans de thèse. On tâchera en particulier, de justifier au maximum les choix qui ont été effectués et de donner d'éventuelles perspectives d'améliorations, ou plus simplement, des tâches qu'il serait bon d'accomplir pour optimiser telle ou telle autre partie de l'expérience. À ce propos, il est important de signaler au lecteur que l'objectif que nous nous étions fixé n'était pas de caractériser chaque partie du montage de manière extrêmement poussée, mais plutôt de s'en tenir à une compréhension globale et d'avancer le plus loin possible pendant ces trois ans. L'idée étant, qu'une fois que telle ou telle autre partie du montage était fonctionnelle, l'optimisation pouvait toujours être perfectionnée plus tard. Cela explique pourquoi dans plusieurs parties du manuscrit, certaines mesures ou certains détails manqueront. Par exemple, concernant les pièges magnéto-optiques, nous n'avons à ce jour pas mesuré leur température. Nous avons pris le parti de remettre ce type de mesure à plus tard car cela ne limitait pas notre avancée sur la suite du montage. De plus, un certain nombre d'aspects expérimentaux ne seront volontairement pas présentés dans cette thèse, bien qu'ils soient d'ores et déjà fixés, car il s'agit souvent du travail plus spécifiquement réalisé par Clémence Briosne-Frejaville qui en rendra compte dans son propre manuscrit de thèse l'an prochain.

À ce jour, le montage n'est donc pas achevé, mais une bonne partie de l'expérience est déjà fonctionnelle. Pour bien comprendre les enjeux scientifiques de ce projet et en déduire le cahier des charges auquel l'expérience doit répondre, nous allons séparer l'introduction qui va suivre en deux parties : une première dans laquelle on présentera succinctement le contexte scientifique des premières expériences qui seront menées et une seconde qui présentera les solutions choisies pour répondre au cahier des charges fixé par ces expériences. Le plan général de cette thèse se déduira alors assez naturellement de ces solutions.



FIGURE 1 – Photo du laboratoire prise au mois de janvier 2016 lors de l'installation des tables optiques.

Introduction

0.1 Contexte scientifique

Bien qu'elle soit une théorie datant de la fin du XIX^{ième} siècle, la physique statistique est un pilier central de la physique moderne. Elle est indispensable à la compréhension de systèmes composés d'un grand nombre de degrés de libertés et est donc particulièrement adaptée à l'étude des systèmes quantiques contenant un grand nombre de particules. C'est la dynamique associée à ce type de système que va tenter d'étudier notre expérience. Plus précisément, c'est la dynamique de relaxation de systèmes fermés et contenant un grand nombre de particules en interaction que nous allons interroger. Sur ce sujet, de récentes avancées théoriques semblent s'accorder sur une image en apparence assez simple [52]-[15] : la dynamique de tels systèmes serait essentiellement locale. C'est à dire qu'après une perturbation à l'instant t_0 , il faudrait un temps fini aux corrélations entre deux points distincts de l'espace pour apparaître puis atteindre une situation d'équilibre. Cette forme de localité peut sembler assez surprenante car le formalisme mathématique de la mécanique quantique ne suggère a priori aucune vitesse limite à l'évolution de ces systèmes. Elle serait donc une propriété des phénomènes collectifs, au même sens qu'une brisure spontanée de symétrie pour des systèmes dont le hamiltonien est parfaitement symétrique. Néanmoins, encore peu d'expériences permettent de confirmer ce scénario et de nombreuses questions restent encore ouvertes.

L'expérience que nous sommes en train de construire va tenter d'apporter des réponses à deux axes de questionnements majeurs, soulevés par la dynamique de relaxation de ce type de systèmes :

1. Est-ce que ces derniers vont nécessairement évoluer vers un état d'équilibre? Si oui, qu'elle est la nature de cet équilibre et qu'elles sont les conditions requises pour une telle évolution? En d'autres termes, serions-nous en mesure de caractériser les propriétés d'ergodicité d'un système quantique?
2. Est-il possible d'identifier les mécanismes microscopiques qui sont à l'œuvre dans cette relaxation? Si oui, peut-on en déduire des propriétés universelles qui pilotent la dynamique?

La manière la plus naturelle de caractériser la dynamique de relaxation de systèmes quantiques pour un physicien de la matière condensées, est d'étudier comment les corrélations entre deux points spatialement séparés évoluent au cours du temps. L'objectif étant, d'une part, d'étudier comment se développent les corrélations entre ces deux régions de l'espace initia-

lement non corrélées et, d'autre part, de déterminer le rôle des conditions initiales dans les propriétés d'équilibres de ces corrélations. La figure 2 illustre un scénario actuellement vérifié par quelques expériences dans le cas de gaz de Bose 1D en régime de faible interactions [20]-[63]-[64] : la propagation des corrélations suivrait une dynamique similaire à un « cône de lumière », c'est-à-dire qu'il existerait une vitesse maximale (non universelle) de propagation des corrélations dans les systèmes quantiques.

Pour une grande variété de systèmes quantiques à N corps en interaction ou non, on peut faire le lien entre l'existence de cette vitesse maximale de propagation des corrélations et la vitesse de groupe des excitations collectives de type *quasi-particules*. Ce serait donc par l'intermédiaire de ces quasiparticules que les corrélations se propageraient dans le système. Le schéma à gauche de la figure 2 représente ce cône de lumière qui délimite la zone sur laquelle les corrélations ont eu le temps de s'établir après une perturbation à un instant t_0 . La forme de cette zone est caractéristique par une propagation balistique des quasiparticules. Le schéma de droite illustre la formation du cône de relaxation : après la perturbation à l'instant t_0 , les quasiparticules se propagent à une vitesse correspondant à leur vitesse de groupe. Les quasiparticules formées ne vont pas nécessairement toutes à la même vitesse. L'existence du cône serait due à la vitesse de groupe maximale de ces quasiparticules. Aux temps longs, toutes les quasiparticules, qu'elles soient rapides ou lentes, finissent par relier les deux points de l'espace. Leurs effets sont alors mélangés et moyennés ce qui donne lieu à un nouvel état d'équilibre.

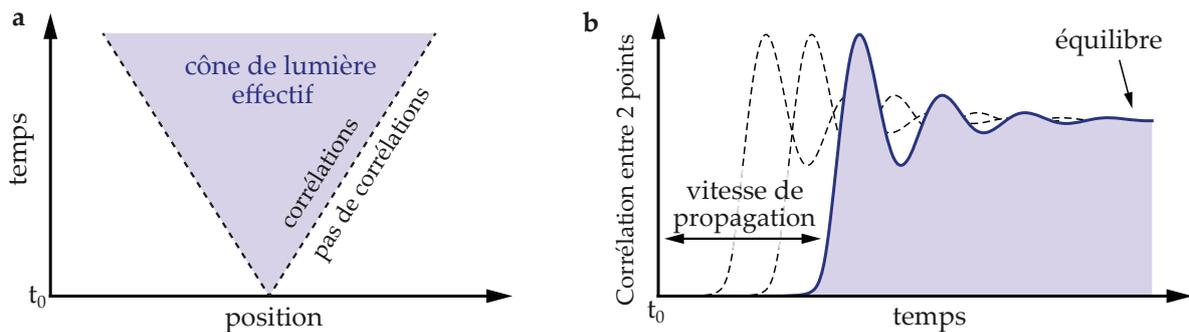


FIGURE 2 – **Modèle du « cône de lumière » de la dynamique de relaxation des systèmes quantiques.** La figure a représente la zone à l'intérieur de laquelle les corrélations ont eu le temps de s'établir après une perturbation à l'instant t_0 . La figure b illustre l'apparition de corrélations entre deux points situés dans deux régions distinctes du cône. Après une perturbation à l'instant t_0 , il faut un temps fini aux excitations pour se propager dans le système et donc un temps fini aux corrélations entre ces deux points pour atteindre un nouvel état d'équilibre.

0.1.1 Au-delà du scénario quasiparticule

Les quasiparticules sont un type d'excitations bien particulières, comme évoqué précédemment, elles sont particulièrement bien décrites dans des gaz de Bose 1D, dans la limite des faibles interactions. Encore très peu d'études jusqu'à présent se sont intéressées à des systèmes mettant en jeu d'autres types d'excitations et il serait donc intéressant de tester le scénario du cône de lumière dans ces autres régimes. Pour cela, les systèmes bidimensionnels permettent d'envisager de nombreuses expériences où les excitations collectives du système ne sont pas décrites nécessairement par des quasiparticules. On peut citer l'exemple des excitations de types rotons pour l'hélium-4 superfluide (ou liquide) proche du zéro absolu [32]-[72]. De plus, si une telle description reste toujours valide même pour d'autres familles d'excitations, ces systèmes bidimensionnels permettraient alors de déterminer les mécanismes micro-

scopiques mis en jeu dans cette dynamique et de déterminer s'il existe ou non des propriétés universelles entre différentes familles d'excitations.

Ces questions sont au centre du projet scientifique auquel se rapporte cette thèse. Un de ces premiers objectifs est d'étudier des excitations accessibles par des gaz quantiques, qui ne correspondent pas à des quasiparticules, grâce au modèle de Bose-Hubbard à 2D. Ce dernier permet de décrire le comportement d'un gaz quantique d'atomes piégés dans un réseau optique. Il possède deux paramètres expérimentaux principaux : le couplage tunnel entre deux sites voisins du réseau, J , et l'énergie d'interaction entre deux atomes au sein d'un même site, U . En jouant sur ces deux paramètres, ce modèle permet de décrire une transition de phase quantique entre deux états : un état dit *isolant de Mott* où les interactions entre particules sont dominantes et un état *superfluide* où cette fois-ci c'est le couplage tunnel qui domine. Comme le montre la figure 3, lorsqu'on s'approche du point critique QCP (*quantum critical point*) avec une température basse, mais non nulle, il existe une région appelée région quantique critique (*quantum critical region*) où les excitations présentes dans le système ne peuvent plus être décrites sous forme de quasiparticules. Pour placer le système étudié au niveau de la zone quantique critique, il faut effectuer un changement brusque de l'énergie d'interaction entre particules U et réaliser des mesures de corrélations de densité en fonction du temps. Si on prolongeait la courbe pour de températures plus élevées, cette région critique disparaîtrait à nouveau.

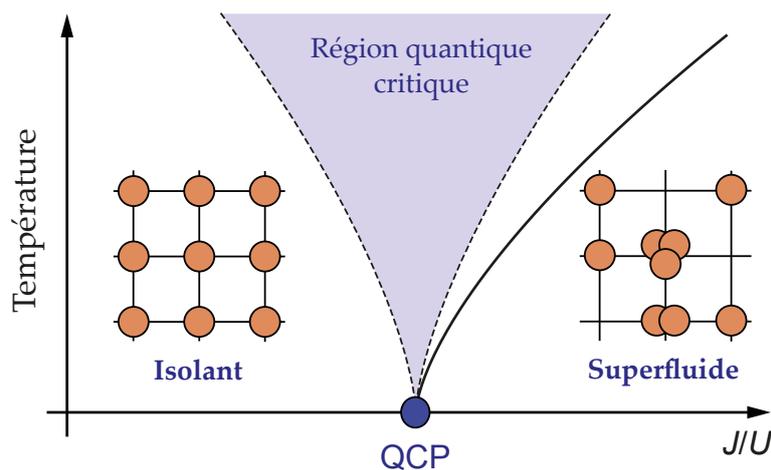


FIGURE 3 – Transition de phase isolant de Mott/ superfluide dans le cas du modèle de Bose-Hubbard 2D. On a représenté sur ce schéma la transition de phase entre un état où l'interaction entre particules piégées dans le réseau optique est dominante, l'isolant de Mott et un état où c'est le couplage tunnel entre sites du réseau qui domine, l'état superfluide. La transition de phase se fait au niveau du point critique noté QCP. On a représenté la région quantique critique au sein de laquelle les excitations du système ne peuvent plus être décrites comme des quasiparticules. Pour de basses températures, plus le système s'éloigne du zéro absolu, plus cette région est importante. C'est cette région qu'on proposera d'explorer avec cette future expérience. Figure extraite de l'article [92].

0.1.2 Étudier la portée des interactions

Un autre aspect auquel cette expérience s'intéressera dans un deuxième temps est celui du rôle joué par la portée des interactions. En effet, de récents travaux théoriques prédisent que la dynamique des systèmes de basse dimension perdrait sa localité pour certains régimes d'interactions [44]-[36]. Cela se manifesterait par l'apparition instantanée de corrélations entre deux points distants du système. En 2014, deux expériences sur des chaînes d'ions 1D ont montré

qu'en effet des interactions longues portées semblaient accélérer la dynamique de relaxations des corrélations dans le système [47]-[75]. Néanmoins, ils n'ont pas pu à ce jour confirmer la brisure complète de cette localité.

Dans un condensat de Bose-Einstein atomique, les interactions entre atomes sont généralement des interactions de type Van der Waals. Ces dernières sont malheureusement trop faibles pour provoquer cette brisure de localité. Une manière de procéder, qui sera mise en place dans le futur, est de coupler l'état électronique des atomes avec un état très excité appelé état de Rydberg. Il s'agit d'états dont la polarisabilité est supérieure à celle de l'état fondamental sur plusieurs ordres de grandeur. En effectuant un couplage non résonnant entre l'état électronique fondamental des atomes et un de ces état de Rydberg, on peut hybrider les fonctions d'ondes associées à ces deux états par un processus appelé *Rydberg dressing*, pour habillage Rydberg en anglais. En fonction de l'état de Rydberg choisi, de la fréquence du laser de couplage et du champ électrique appliqué, on sera en mesure sélectionner différents régime d'interactions sur une gamme très large de potentiels : aussi bien de courte ou de longue portée [54].

0.1.3 Cahier des charges

À présent que les motivations scientifiques ont été posées, nous allons préciser les axes expérimentaux majeurs afin de mettre en place le cahier des charges que devra remplir l'expérience. À partir des points évoqués précédemment, nous pouvons dégager 4 grands axes expérimentaux. En effet, l'expérience doit disposer :

- d'un dispositif permettant de confiner les atomes dans un plan d'une part, et de générer un réseau optique bidimensionnel dans ce plan d'autre part;
- d'un système de microscopie atomique permettant d'effectuer les mesures de corrélations de densité dans le réseau 2D;
- d'un dispositif permettant de régler les interactions entre atomes sur une large gamme de potentiels;
- d'une espèce atomique qui permettrait de réaliser ces expériences et de minimiser la durée des cycles expérimentaux;

Pour donner dans les grandes lignes les solutions choisies pour répondre à l'ensemble de ces points, nous allons procéder en deux étapes : une première qui justifie le choix du strontium pour réaliser les expériences et la seconde qui donne une description succincte du dispositif expérimental envisagé pour obtenir un condensat de Bose-Einstein et réaliser les expériences.

0.2 Le choix du strontium

Parmi l'ensemble des candidats susceptibles de satisfaire le cahier des charges imposé par le projet expérimental, le choix de l'atome s'est porté sur le strontium pour diverses raisons que nous allons résumer succinctement.

1) Des cycles expérimentaux courts

Le strontium fait parti de la famille des atomes alcalino-terreux et possède donc deux électrons de valence sur son cortège électronique. Par rapport aux atomes alcalins qui n'en possèdent qu'un, la structure électronique des alcalino-terreux confère au strontium des perspectives intéressantes vis à vis du refroidissement laser. En effet, comme le montre le schéma des niveaux du strontium de la figure 4, la présence de ce deuxième électron de valence permet d'envisager deux types de transitions à partir de l'état fondamental 1S_0 : des transitions conservant le spin électronique comme la transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ à 461 nm, et des transitions qui ne conservent pas le spin électronique comme la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ à 689 nm . Ces dernières n'étant en principe pas autorisées par couplage dipolaire électrique, leur largeur est fortement réduite par rapport aux premières. Dans le cas du strontium, la largeur de la transition entre le niveau fondamental et l'état 3P_1 vaut $\Gamma_r/2\pi = 7.4$ kHz tandis que celle allant vers l'état 1P_1 vaut $\Gamma_b/2\pi = 30$ MHz.

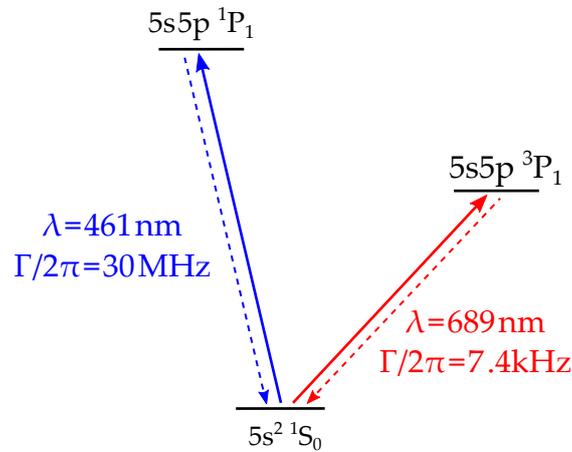


FIGURE 4 – **Les niveaux d'énergies utilisés pour refroidir le strontium par laser.** Une première phase du refroidissement laser consiste à former un piège magnéto-optique de strontium sur la raie à 461 nm jusqu'à des températures de l'ordre du milliKelvin, puis une deuxième phase de refroidissement jusqu'à l'obtention d'un second piège magnéto-optique sur la raie à 689 nm qui permet d'atteindre des températures inférieures au microKelvin.

Grâce à ces deux transitions, on est en mesure d'obtenir des nuages d'atomes bien plus froids qu'avec les atomes alcalins et uniquement par refroidissement Doppler. En effet, la température d'équilibre minimale d'un piège magnéto-optique est proportionnelle à la vitesse typique des atomes dans ce dernier. Or on peut montrer que la vitesse moyenne minimale des atomes est proportionnelle à la largeur de la transition considérée [25] :

$$\langle v^2 \rangle = \frac{\hbar\Gamma}{2m}, \quad (1)$$

où Γ est la largeur de la transition mise en jeu et m la masse du strontium.

Grâce à l'expression de cette vitesse, on peut en déduire la relation entre la température minimale du piège magnéto-optique et la largeur de la transition considérée :

$$T_{\min} = \frac{m\langle v^2 \rangle}{k_B} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (2)$$

On peut faire l'application numérique pour les deux transitions d'intérêt du strontium :

$$T_{\min}^{(b)} = 0.7 \text{ mK} \quad (3)$$

$$T_{\min}^{(r)} = 0.2 \text{ } \mu\text{K} , \quad (4)$$

où $T_{\min}^{(b)}$ et $T_{\min}^{(r)}$ sont respectivement les températures minimales associées à la transition *bleue* à 461 nm et la transition *rouge* à 689 nm.

Une fois que les atomes sont refroidis à des température de l'ordre de $T_{\min}^{(r)}$, il ne restera a priori plus qu'une courte étape de refroidissement évaporatif pour qu'ils atteignent le seuil de dégénérescence quantique. Pour les atomes alcalins en revanche, qui ne possèdent qu'un seul type de transitions de l'ordre de 10 MHz, les expériences sont contraintes d'employer soit des techniques de refroidissements alternative au refroidissement Doppler, soit effectuer des cycles de refroidissement évaporatif plus long, ce qui peut avoir pour effet de rallonger significativement les cycles expérimentaux.

2) Refroidissement laser aisé pour la microscopie

Pour effectuer des mesures de corrélations en densités, il faut un système d'imagerie *in-situ* des atomes. La solution que nous avons retenue pour l'expérience est celle du microscope à atomes, qu'on présentera plus en détails dans le dernier chapitre de cette thèse. Son rôle est de collecter le plus de signal possible provenant de la fluorescence des atomes piégés dans les sites du réseaux optique. Il faut donc que les atomes restent piégés au fond des sites suffisamment longtemps pour garantir un signal de fluorescence suffisant pour l'imagerie. Une technique utilisée et assez simple à mettre en œuvre dans le cas du strontium est le refroidissement par bandes latérales que nous décrirons dans le dernier chapitre de cette thèse. Pour que cette méthode de refroidissement fonctionne, il faut être en mesure de résoudre les états vibrationnel formés par le réseau optique. Grâce à la raie d'intercombinaison à 689 nm du strontium, on peut arriver à une telle résolution et donc envisager assez simplement de mettre en place cette technique et donc faire une imagerie par fluorescence aussi longue que nécessaire.

3) Une meilleure manipulation des états de Rydberg

Le strontium possède aussi des avantages du point de vue de ses états de Rydberg. En effet, l'hybridation du niveau fondamental sera faite par l'intermédiaire de transitions à deux photons. En utilisant la raie étroite à 689 nm comme premier échelon d'excitation, on peut réduire considérablement le taux d'émission spontanée comparée à une transition dipolaire [88].

De plus, il se trouve que le strontium est un atome très intéressant du point de vue des résonances de Förster entre différents états de Rydberg [62]. Ces dernières permettent d'envisager un contrôle de l'intensité et de la portée des interactions sur une large gamme de potentiels d'interactions.

4) Des perspectives d'expériences à long terme

Un dernier avantage que présente le strontium du point de vue expérimental est la diversité de ses isotopes. En effet, ce dernier possède 4 isotopes stables dont on a répertorié les caractéristiques principales dans le tableau suivant [84] :

Les premières expériences seront effectuées à partir du strontium 84 qui possède, comme les autres bosons, un spin nucléaire nul ($S=I=0$). Malgré son abondance faible (0.52%), nous

Isotope	Abondance (%)	Statistique	Spin nucléaire I
^{84}Sr	0.52	bosonique	0
^{86}Sr	9.86	bosonique	0
^{87}Sr	7.00	fermionique	9/2
^{88}Sr	82.58	bosonique	0

TABLE 1 – Tableau récapitulatif des isotopes stables du strontium.

sommes contraint d'utiliser cet isotope particulier car il est le seul qui possède une longueur de diffusion positive, suffisamment faible pour limiter les pertes à trois corps et suffisamment importante pour permettre la thermalisation du gaz d'atomes par l'intermédiaire de collisions binaires. Néanmoins, pour l'ensemble des premiers tests expérimentaux qui ont été effectués dans cette thèse, nous avons choisi d'utiliser le boson le plus abondant pour simplifier, à savoir le ^{88}Sr .

Néanmoins comme on peut le constater, le strontium possède aussi un isotope fermionique, le ^{87}Sr , qui possède un spin nucléaire $I=9/2$ ce qui lui confère une grande variété de niveaux hyperfins qui seront des *boutons* supplémentaires intéressants pour d'autres types d'expériences. Par exemple, cette structure hyperfine permet d'induire des champs de jauge artificiels grâce à des lasers placés très loin de résonance de ces dernières. De plus, comme les fermions possèdent des propriétés de statistiques quantiques différentes, leur comportements collectifs seront sensiblement différents de celui des bosons.

Le strontium semble donc être un candidat particulièrement intéressant pour les expériences que nous voudrions mettre en place. Sa structure électronique lui permet d'envisager des cycles expérimentaux courts grâce à deux étapes de piège magnéto-optique permettant l'obtention de nuages d'atomes à des températures inférieures au microKelvin. De plus, grâce à sa raie d'intercombinaison extrêmement fine, on peut envisager effectuer du refroidissement par bande latérale au sein du réseau optique et donc effectuer une imagerie par fluorescence tout en gardant les atomes piégés au fond des sites de ce réseau sur de grandes échelles de temps. Toujours grâce à cette raie, le strontium peut avoir des durées de vie dans des états de Rydberg plus importantes que des atomes alcalins. Pour finir, grâce à la diversité de ses isotopes, le strontium permet d'envisager la mise en place de nombreuses expériences différentes et donc de grandes perspectives à long terme. Pour refroidir le strontium jusqu'à des températures de l'ordre d'une fraction de microKelvin nous aurons besoin de sources laser à 461 nm, 689 nm et à 403 nm. La nécessité de cette dernière longueur d'onde est détaillée dans l'annexe A de ce manuscrit.

0.3 Les solutions choisies pour réaliser les expériences

1) Obtenir le gaz d'atomes dégénérés et les piéger dans un réseau optique

Pour obtenir le condensat de Bose-Einstein de strontium, nous aurons besoin a priori d'une courte phase de refroidissement évaporatif [84] pour passer le seuil de dégénérescence quantique. Une fois obtenu, les atomes seront piégés dans un réseau optique 2D généré par l'interférence entre deux faisceaux lasers faisant un angle de 45° entre eux et au sein duquel se dérouleront les expériences. Pour ces deux étapes, on utilisera deux lasers à fibre de 1064 nm qui possèdent des puissances de sortie de l'ordre de 50 W.

1) Mise au point du microscope à atome.

Mettre au point un système d'imagerie capable de résoudre l'atome unique est indispensable pour notre expérience. Parmi différentes techniques d'imagerie qui permettent cela, les plus courantes seront présentées dans le chapitre 5 de cette thèse. Sur notre expérience, nous avons choisi de mettre au point un microscope à atomes. Il s'agit d'une technique assez récente, jusqu'à présent mise en place sur des expériences qui utilisent des atomes de rubidium [7]-[81], potassium[43], lithium [49] et des atomes d'ytterbium [93].

Avant d'imager les atomes, ces derniers doivent au préalable avoir été condensés, confiné dans un un seul plan bidimensionnel, puis piégés par un réseau optique horizontal, formé par l'interférence de deux faisceaux lasers. Une fois piégés, les atomes fluorescent grâce à un faisceau laser proche de la résonance à 689 nm envoyé sur les atomes. Ensuite, pour collecter les photons diffusés, nous nous sommes grandement inspirés de l'expérience *Asphérix* du groupe Optique Quantique d'Antoine Browaeys au laboratoire Charles Fabry. En effet, le réseau bidimensionnel se trouvera au point focal de deux lentilles asphériques situées dans la chambre à vide, au plus proche des atomes (une dizaine de milli-mètres) pour maximiser l'ouverture numérique du système d'imagerie. L'une des deux lentilles permettra de collecter les photons issus de la fluorescence des atomes et la seconde permettra de minimiser d'éventuelles réflexions parasites qui pourraient détériorer la qualité du signal détecté. La figure 5 est un schéma *Solid-Works* qui illustre ce montage.

Par ailleurs, nous aurons besoin d'un algorithme de reconstruction pour traiter la grande quantité de données issues de ces images. Pour cela, nous avons mis en place une collaboration avec des collègues du laboratoire Charles Fabry : Matthieu Boffety et Caroline Kulscár, spécialistes dans le traitement d'images et en optique adaptative entre autres. Ce projet est en cours d'avancement et donnera peut être lieu à une publication si le modèle choisi pour la reconstruction est susceptible d'intéresser la communauté des microscopes à atomes.

3) Exciter les atomes dans des états de Rydberg

Le dernier point du cahier des charges est celui de l'excitation des atomes dans les états de Rydberg. Pour cela, nous nous sommes aussi inspirés de l'expérience *Asphérix* citée précédemment, en plaçant autour des deux lentilles asphériques de l'imagerie, une paire de quadruplet d'électrodes qui permettront de générer des champ électrostatiques et ainsi contrôler l'hybridation de l'état fondamental du strontium avec ces différents états de Rydberg. L'ensemble du dispositif est composé des lentilles pour l'imagerie et des électrodes pour générer les champ électriques nécessaires à l'excitation des états de Rydberg est représenté sur la figure 5.

Nous avons donné dans les grandes lignes les axes principaux de constructions du montage expérimental. Dans cette thèse nous en détaillerons principalement les aspects qui concernent le refroidissement du strontium depuis sa sortie du four jusqu'à l'obtention du piège magnéto-optique de la raie à 689 nm. Nous ferons aussi une petite digression sur la question de l'algorithme de reconstruction d'image en présentant le stade actuel de son avancement avant de donner une conclusion générale de l'avancement du montage expérimental.

Ce manuscrit sera composé au total de 5 chapitres répartis dans trois parties distinctes :

1. la première partie porte sur le refroidissement du strontium 88 depuis la sortie du four

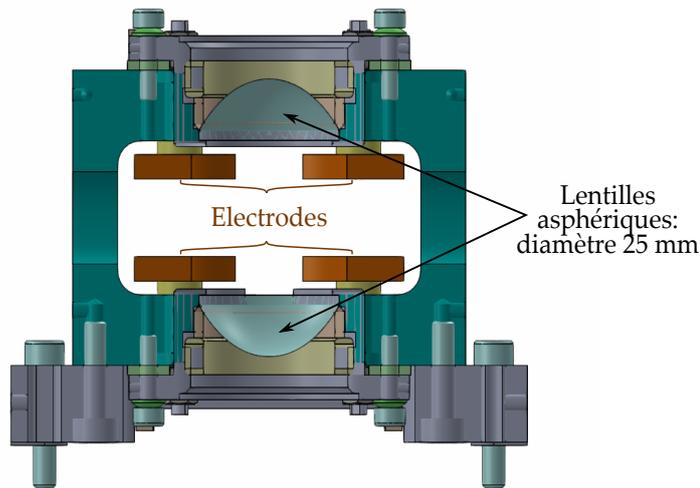


FIGURE 5 – Schéma du montage envisagé pour imager les atomes et les exciter dans des états de Rydberg. On peut voir sur ce schéma les deux lentilles asphériques entourées de deux paires de quadruplet d'électrodes. Les atomes se situeront au centre de ce bloc. Schéma réalisé par Florence Nogrette.

jusqu'à l'obtention du piège magnéto-optique sur la raie large à 461 nm. Nous y présenterons de manière détaillée les différentes étapes de ce refroidissement. Dans le chapitre 1, nous présenterons et justifierons le choix de la technique de spectroscopie employée pour stabiliser la fréquence du laser, puis la méthode choisie pour amplifier la puissance lumineuse de ce dernier. Dans le chapitre 2 nous caractériserons la divergence du jet d'atomes de strontium en sortie de four, estimerons un régime de travail idéal de la mélasse transverse qui permettra de réduire cette divergence, présenterons la manière dont nous avons conçu et réalisé notre ralentisseur Zeeman de sorte à réduire la vitesse de propagation du jet d'atomes et, pour finir, nous caractériserons un nuage d'atomes obtenus dans notre piège magnéto-optique *bleu* ;

- la deuxième partie se compose de deux chapitres supplémentaires qui rendent compte de manière détaillée les techniques mises en œuvre pour ralentir les atomes selon la raie d'intercombinaison à 689 nm. Le chapitre 3 présentera tout d'abord comment affiner la largeur spectrale de la source laser commerciale pour que le refroidissement laser soit possible et donnera une estimation de la finesse finale obtenue par ce procédé. Dans une deuxième partie, on justifiera la nécessité d'élargir initialement le spectre du laser à 689 nm pour amorcer le refroidissement avant de le réduire progressivement jusqu'à l'obtention du piège magnéto-optique *rouge*. On présentera entre autres la méthode suivie pour réaliser cette étape.

Le chapitre 4 présente une technique de spectroscopie originale, assez simple à implémenter et sur laquelle, un article a été soumis le 28 octobre 2019 (donné dans l'annexe C) en collaboration avec des collègues du laboratoire de Physique des Lasers à Villeneuve. Nous présenterons son principe de fonctionnement en insistant sur les processus physiques en œuvre et montrerons qu'elle nous permet de localiser la raie d'intercombinaison à une précision de l'ordre du kiloHertz.

- la dernière partie de cette thèse se compose d'un unique chapitre 5 dans lequel sera pré-

senté tout d'abord la méthode avec laquelle nous allons garder les atomes piégés dans les sites pendant la phase de fluorescence, puis nous présenterons l'algorithme qui nous a permis de simuler des images proches de celles attendues sur nos futures expériences. Pour finir, nous présenterons l'état actuel de l'avancement de l'algorithme de reconstruction et ce qui reste encore à réaliser sur ce point.

Nous concluons finalement ce manuscrit en synthétisant les tâches qui ont d'ores et déjà été réalisées et celles qui restent encore à effectuer avant de pouvoir commencer à obtenir les premiers résultats expérimentaux.

Première partie

**Piéger et refroidir le strontium jusqu'au
milliKelvin**

Comme stipulé en introduction, plusieurs étapes de refroidissement sont à considérer pour obtenir un condensat de Bose-Einstein de strontium. Dans la première partie de ce manuscrit, nous allons décrire les grands axes expérimentaux permettant de réaliser la première étape de ce refroidissement : un piège magnéto-optique sur la transition à 461 nm dans lequel les atomes de strontium sont à une température de l'ordre du milliKelvin.

Cette partie se découpe en deux chapitres : le premier porte principalement sur le système laser mis en place et le second présente les trois phases de refroidissement laser qui permettent d'obtenir le piège magnéto-optique sur la raie large : la mélasse transverse, le ralentisseur Zeeman et le piège magnéto-optique. En particulier, on y mettra en avant les paramètres expérimentaux choisis et montrerons comment nous avons réalisé notre propre ralentisseur Zeeman.

Commençons donc tout d'abord par présenter le système laser associé à la transition large du strontium $\Gamma_b = 30,5$ MHz, à la longueur d'onde 461 nm. Nous présenterons tout d'abord quelques caractéristiques de la source de référence utilisée pour effectuer la spectroscopie. On effectuera ensuite une comparaison entre deux techniques spectroscopiques couramment utilisées : *la spectroscopie par absorption saturée* [42] et *la spectroscopie par transfert de modulation* [16] [82], de sorte à mettre en avant les avantages de la seconde technique et ainsi justifier notre choix. Dans une deuxième partie, nous présenterons la méthode avec laquelle nous avons amplifié la puissance lumineuse de notre laser commercial pour permettre aux trois parties principales de saturer la transition caractérisée par l'intensité $I_{sb} = 40$ mW/cm² : la mélasse transverse, le ralentisseur Zeeman et le piège magnéto-optique.

Description du système laser

1.1 La source de référence

Généralement, pour stabiliser la fréquence d'émission des lasers, on utilise des cellules de spectroscopie chauffées¹ dans lesquelles se trouve l'espèce atomique étudiée. Deux autres alternatives qui ne nécessitent pas de chauffage sont possibles en fonction de l'espèce étudiée : les lampes à décharge [90] et les lampes à cathode creuse [13]. Dans notre montage expérimental, nous avons choisi la deuxième alternative en nous fournissant auprès de l'entreprise Hamamatsu. Les motivations principales qui justifient le choix de ce type de lampes sont sa compacité et sa simplicité de mise en fonctionnement². Afin de comprendre au mieux les signaux spectroscopiques issus de cette source de référence il est intéressant, au préalable, d'en décrire le fonctionnement dans les grandes lignes et de caractériser le comportement des atomes dans celle-ci.

1.1.1 Obtention d'un gaz d'atomes neutres de strontium

Initialement, les lampes à cathode creuses ont été développées en grande partie pour étudier le comportement des plasmas à basse pression, mais il s'avère qu'elles sont une solution tout à fait efficace en spectroscopie [55]. La figure 1.1 est tirée de la documentation technique de l'entreprise Hamamatsu et représente schématiquement le modèle de lampe à cathode creuse choisi pour notre expérience : elle se compose d'une cellule en verre en forme de T dans laquelle se trouve une anode en forme d'anneau et une cathode cylindrique composée d'atomes de strontium. Cette géométrie est particulièrement adaptée pour des applications utilisant des lasers, notamment pour effectuer des mesures d'absorption. On remarque d'ailleurs, que les parois d'entrée et de sortie de la lampe à cathode creuse ne sont pas parallèles. Cela permet de s'affranchir des effets d'interférences induits par la réflexion de faisceaux lasers sur les parois internes de la cellule.

Pour obtenir un gaz de strontium à partir des atomes situés à la surface de la cathode, on applique une différence de potentiel entre cette dernière et une anode, de sorte à ioniser un gaz tampon, composé principalement d'argon ou de néon. Contrairement aux lampes à décharge utilisées dans les expériences utilisant de l'hélium [90] par exemple, la tension à appliquer pour satisfaire la condition d'ionisation n'est pas de l'ordre du kilo-Volt mais plutôt de la centaine

1. Dans le cas du rubidium ce chauffage n'est pas nécessaire. La pression de vapeur saturante à température ambiante est tout à fait suffisante pour effectuer une spectroscopie.

2. En particulier, elle ne nécessite pas de système de chauffage, ce qui est favorable à une bonne stabilité expérimentale

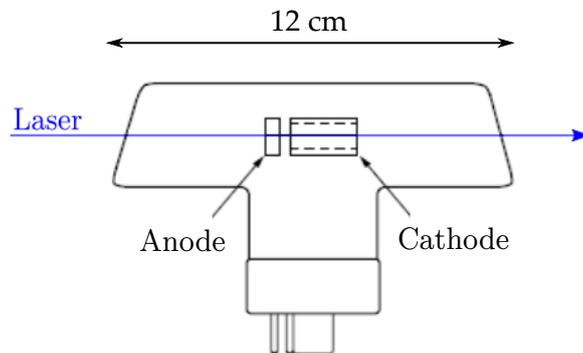


FIGURE 1.1 – Schéma descriptif d’une lampe à cathode creuse de l’entreprise Hamamatsu. Il s’agit d’une cellule en verre contenant une anode circulaire et une cathode cylindrique composée d’atomes de strontium. Pour obtenir le signal de spectroscopie on fait passer le faisceau du laser de référence au travers de ces deux composants de sorte à maximiser l’absorption. On aperçoit aussi les broches d’alimentation de la lampe nécessitant typiquement un courant d’environ 10 mA et d’une tension d’une centaine de volts. Les parois d’entrée et de sortie de la cellule forment un angle qui permet de s’affranchir des effets de cavité.

de volt (170 V dans notre cas) pour un courant d’environ 10 mA. Cette ionisation entraîne la formation d’un plasma à l’équilibre entre N ions du gaz tampon chargés positivement et N électrons. Les ions positifs sont accélérés vers la cathode jusqu’à atteindre une vitesse maximale proportionnelle à cette différence de potentiel appliquée entre l’anode et la cathode. Lorsqu’ils atteignent la surface cylindrique, les ions collisionnent avec le strontium présent à la surface et par transfert d’énergie cinétique, peuvent les en arracher. Le surplus d’énergie cinétique est transmis sous forme d’énergie interne, permettant aux atomes de strontium de se trouver soit dans l’état fondamental, soit dans un de leurs états excités. Déterminer l’ensemble des probabilités de trouver le strontium dans tel ou tel autre niveau énergétique n’est pas trivial et cela ne sera pas discuté dans cette thèse. Cependant, au vu des différentes références spécialisées du domaine [61], la maîtrise des propriétés de collisions de ces ions permet la mise au point de systèmes comme les lampes à cathode creuse, optimisés pour la spectroscopie d’un grand nombre d’espèces sur certaines transitions particulières. Par exemple, celle dont nous disposons est conçue pour maximiser le signal d’absorption de la raie à 461 nm de strontium uniquement. Les atomes de strontium une fois arrachés de la surface de la cathode par les ions, se trouvent donc en grande majorité dans leur état fondamental. Compte tenu de cela, on admettra que dans la cellule se trouve un plasma à l’équilibre composé d’un mélange d’ions chargés positivement et d’électrons, ainsi qu’un nuage d’atomes de strontium neutres dans leur état fondamental.

1.1.2 Nature des interactions dans le gaz formé par la lampe

Dans plusieurs références et cours dont celui de Ligodin *Spectroscopie atomique*, il est indiqué que les lampes à cathode creuse forment des plasmas de plusieurs milliers de Kelvin³. On peut alors légitimement s’interroger sur la nature des interactions entre les particules du plasma et le strontium. Si l’ensemble des particules sont à l’équilibre thermodynamique, cela signifie que le strontium est à la même température que le plasma ce qui causerait un élargissement des raies spectrales colossal. A priori, si ces lampes à cathode creuse sont conseillées pour une utilisation en spectroscopie, la température d’équilibre du strontium doit être bien inférieure à celle du plasma. Néanmoins la cathode étant continuellement bombardée par des ions du gaz

3. Pour l’anecdote, en physique des plasmas ce régime de température correspond à des plasmas *froids*. En effet, dans ce domaine les températures peuvent aller jusqu’à plusieurs millions de Kelvin.

tampon, on peut s'interroger sur le caractère des interactions au sein du nuage de strontium et qu'elle température d'équilibre il en résulte. Ainsi, pour caractériser ces interactions et donner la température d'équilibre du strontium dans la lampe à cathode creuse, nous avons effectué une expérience d'absorption.

a) Signal d'absorption

Considérons un gaz d'atomes de longueur L sur lequel on envoie un faisceau laser d'intensité I non saturant et résonant avec la transition étudiée. À la sortie de la cellule contenant le gaz, une photodiode permet de mesurer l'intensité du faisceau laser transmise et d'en déduire la quantité absorbée (voir figure 1.2). On notera dans la suite I_{sb} l'intensité de saturation de la transition *bleu* à 461 nm. Dans ce cas de figure, l'évolution de l'intensité du faisceau est décrite par la loi de Beer-Lambert et décroît exponentiellement sur toute la longueur L du nuage :

$$I(z) = I_0 e^{-\alpha z}, \quad (1.1)$$

où I_0 est l'intensité initiale du laser et α le coefficient d'absorption linéique du nuage d'atomes :

$$\alpha = n\sigma. \quad (1.2)$$

n est la densité d'atomes résonants avec le laser et σ la section efficace d'absorption d'un photon du laser. Cette section efficace d'absorption est proportionnelle au taux de diffusion de photons Γ , dont on rappelle l'expression dans l'approximation $I \ll I_{sat}$:

$$\sigma \propto \Gamma = \frac{\Gamma_{sb}}{2} s, \quad (1.3)$$

où s est le paramètre de saturation qui s'écrit dans ce cas :

$$s = \frac{I/I_{sb}}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2}, \quad (1.4)$$

avec $\Delta = (\omega_l - \omega_0)/2\pi$ le désaccord entre le faisceau laser et la résonance de la transition et Γ_b la largeur naturelle de la transition bleu. On constate alors que pour $I \ll I_{sb}$ la quantité absorbée du faisceau laser α , croît linéairement avec son intensité et avec la quantité d'atomes avec lequel il interagit. Comme la nature des interactions modifie la quantité d'atomes pouvant interagir ou non avec le laser, ce régime est idéal pour notre étude.

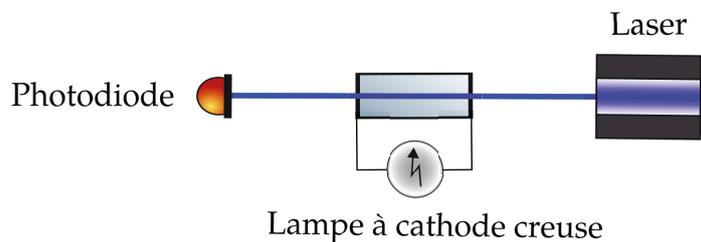


FIGURE 1.2 – **Schéma type d'une expérience d'absorption** : un faisceau laser résonnant avec la transition étudiée et non saturant est envoyé dans la lampe à cathode creuse où se trouve un nuage d'atomes de strontium à une température T . L'absorption de ce signal est mesuré grâce à une photodiode située en sortie de cette cellule.

On rappelle qu'à l'équilibre thermodynamique l'effet Doppler élargit la résonance selon la distribution de Maxwell-Boltzmann. L'ensemble des classes vitesses pouvant interagir avec l'onde incidente est donné par la dispersion des vitesses $\langle v_z^2 \rangle$ qui s'écrit :

$$\langle v_z^2 \rangle = \frac{k_b T}{m} .$$

À titre d'exemple, un nuage thermique de 700 K correspond à un élargissement Doppler des vitesses de $\sqrt{\langle v_z^2 \rangle} \sim 365 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Cet élargissement est associé à une largeur spectrale dont on rappelle l'expression :

$$\Delta\omega = \frac{2\sqrt{\ln 2}\omega_0}{c} \sqrt{\langle v_z^2 \rangle} . \quad (1.5)$$

Or, on rappelle l'expression de l'effet Doppler reliant la fréquence du laser ω dans le référentiel de centre de masse des atomes et leur vitesse longitudinale v_z :

$$\omega = \omega_0 \left(1 \pm \frac{v_z}{c} \right) , \quad (1.6)$$

où $\omega_0/2\pi$ est la fréquence de résonance dans le référentiel du laboratoire de la transition étudiée.

Dans cet exemple, c'est l'élargissement Doppler qui définit la forme de la résonance par l'intermédiaire de la fonction de Maxwell-Boltzmann. Ainsi, en effectuant une rampe en fréquence du laser à 461 nm sur le nuage de strontium nous obtiendrons la forme de la raie d'absorption et pourrons conclure sur le régime d'interaction du nuage de strontium dans la lampe à cathode creuse.

L'étude du profil d'absorption induit par notre lampe est représenté à la figure 1.3. Nous avons utilisé une fonction gaussienne pour ajuster la largeur de la structure observée et on constate que cette dernière est fidèle à la courbe mesurée. La largeur donnée par l'ajustement vaut $\Delta\omega/2\pi = 775 \text{ MHz}$ ce qui correspond à un facteur d'élargissement de la raie d'un facteur 25. Le très bon accord entre la fonction gaussienne et les données nous permet de dire que le nuage de strontium dans la lampe à cathode creuse est à l'équilibre thermodynamique. La présence du plasma formé par le gaz tampon de plusieurs milliers de Kelvin ne semble pas impacter cet équilibre. On peut donc à partir de la largeur ajustée $\Delta\omega/2\pi$ calculer la vitesse quadratique typique des atomes de strontium à partir de l'expression (1.5) :

$$\sqrt{\langle v_z^2 \rangle} = \frac{c\Delta\omega/2\pi}{2\sqrt{\ln 2}\omega_0} \sim 215 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} , \quad (1.7)$$

pour finalement en déduire une température du gaz à l'équilibre thermodynamique grâce à l'expression (1.1.2) :

$$T \sim \frac{m\langle v_z^2 \rangle}{k_B} \sim 485 \text{ K} . \quad (1.8)$$

Ainsi, le facteur d'élargissement principal de la raie à 461 nm dans la lampe à cathode creuse est l'élargissement Doppler. On peut donc considérer que les interactions entre atomes de strontium et les particules chargées qui composent le plasma sont négligeables et que le strontium est à l'équilibre thermodynamique. La mesure de la largeur du signal d'absorption détecté a été effectuée grâce à un ajustement gaussien et vaut : $\Delta\omega = 775 \text{ MHz}$. Cela équivaut à une vitesse quadratique typique de $215 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et donc une température du gaz de strontium d'environ 485 K ($\sim 212^\circ\text{C}$). Cette valeur est bien inférieure à la température du plasma typiquement formé dans ces lampes (plusieurs milliers de Kelvin), ce qui nous permet de conclure que les particules formant le plasma et le strontium ne sont pas en équilibre. Finalement, tout se passe comme si on utilisait une cellule de spectroscopie chauffée à une température légèrement supérieure à 200°C .

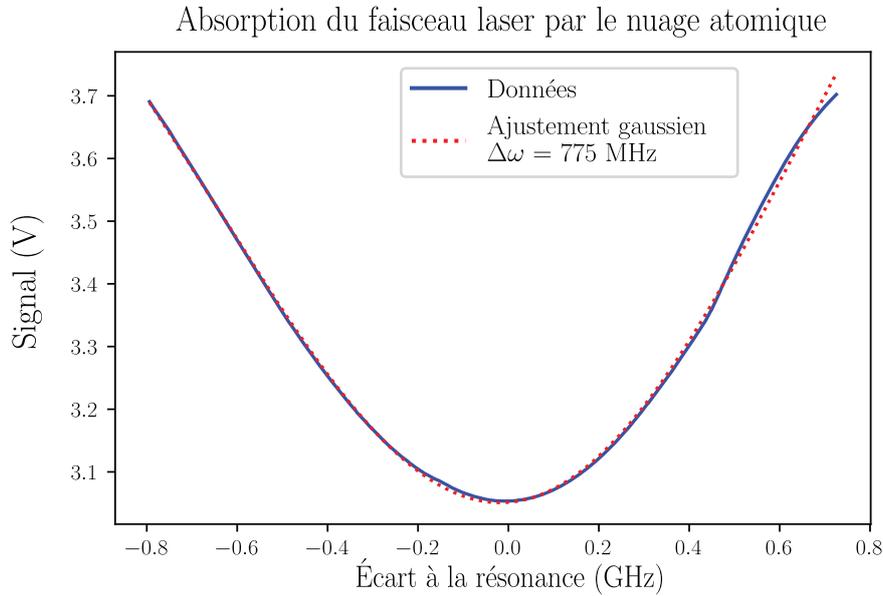


FIGURE 1.3 – **Profil d’absorption mesuré sur un nuage de strontium en balayant la fréquence du laser.** On a effectué un ajustement gaussien de cette courbe et on constate un très bon accord entre ce dernier et les mesure. La largeur ajustée vaut $\Delta\omega = 775$ MHz ce qui correspond à un élargissement de la résonance d’un facteur 25.

1.2 Comparaison de deux techniques spectroscopique de la raie large

Maintenant que nous avons caractérisé la source atomique de référence, nous allons comparer deux techniques couramment utilisées pour stabiliser des lasers en fréquence. La différence principale entre ces deux méthodes réside dans l’origine et les caractéristiques des signaux d’erreurs générés. Nous commencerons donc tout d’abord par présenter successivement ces deux techniques spectroscopiques et établirons les expressions des signaux d’erreurs tels qu’ils sont détectés. Cela nous permettra de discuter de leurs différences et de conclure sur la technique la plus robuste.

1.2.1 Spectroscopie par absorption saturée

Bien que la théorie de la spectroscopie par absorption saturée soit très bien décrite par de nombreux cours, ouvrages et articles comme par exemple les références [46]- [21], nous allons rappeler succinctement les bases du phénomène, avant d’établir l’expression du signal d’erreur associé. L’idée centrale de l’absorption saturée est d’envoyer sur les atomes contenus dans la cellule deux faisceaux contrapropageants : un faisceau pompe saturant la transition ($I_p \gg I_{sb}$) et un faisceau sonde ($I_s \ll I_{sb}$) qui au contraire, ne l’a sature pas. À la sortie de la cellule, le faisceau sonde est détecté par une photodiode. La situation est schématisée sur la figure 1.4.

1) Étude des signaux détectés

Dans le référentiel du centre de masse des atomes, on peut écrire les expressions du décalage Doppler (1.6) pour chacun des faisceaux pompe et sonde :

$$\omega_p = \omega_0 \left(1 - \frac{v_z}{c}\right) \quad (1.9)$$

$$\omega_s = \omega_0 \left(1 + \frac{v_z}{c}\right), \quad (1.10)$$

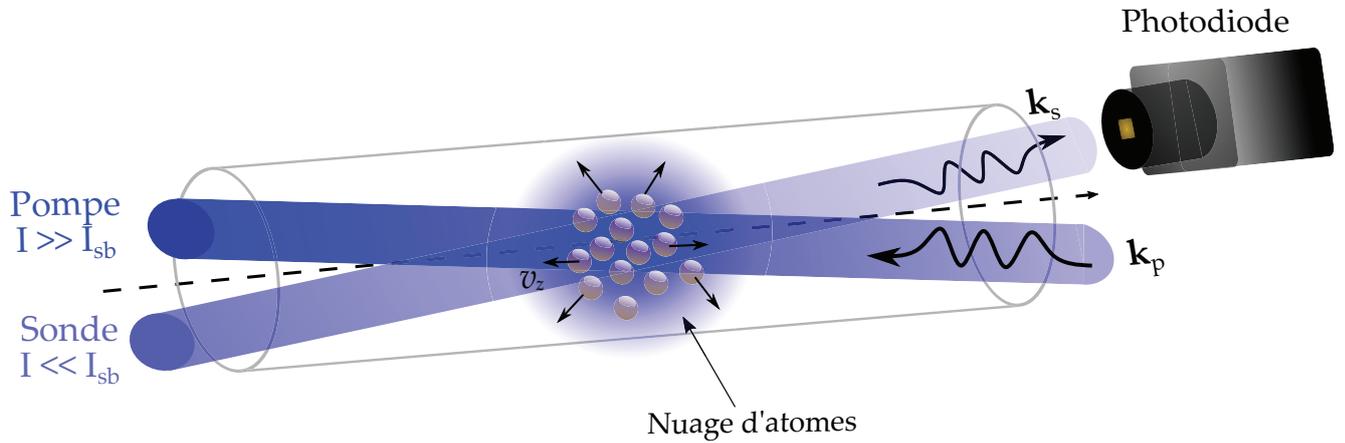


FIGURE 1.4 – Schématisation d’une spectroscopie par absorption saturée. On considère un nuage contenant N atomes dont on vient sonder les classes de vitesses selon l’axe optique z . Deux faisceaux lasers contrapropageants selon cet axe sont envoyés sur ce nuage : le faisceau pompe saturé la transition étudiée ($I_p \gg I_{sb}$) et le faisceau sonde au contraire, ne l’a saturé pas ($I_s \ll I_{sb}$).

Dans le référentiel du laboratoire, ces deux faisceaux proviennent de la même source laser et oscillent donc à la même fréquence caractérisée par $\omega/2\pi$. On va discuter à présent des deux régimes principaux : le cas où le laser est proche de résonance et le cas où le laser est loin de résonance. On notera $\Delta = \omega - \omega_0$ le désaccord du faisceau laser par rapport à la résonance ω_0 .

a) Cas non résonant : $|\Delta| \gg \Gamma$

D’après les équations (1.9) et (1.10), si $|\omega_0 - \omega| \gg \Gamma$, faisceaux pompe et sonde n’interagissent pas avec les mêmes atomes. Ainsi, comme le faisceau sonde vérifie l’approximation $I_s \ll I_{sat}$, on s’attend à visualiser sur la photodiode un profil d’absorption identique à celui de la figure 1.3.

b) Cas résonant : $|\Delta| \sim 0$

En se référant aux équations (1.9) et (1.10) on constate que les seuls atomes respectant cette condition sont ceux appartenant à la classe de vitesse nulle. Dans ce cas de figure, faisceau pompe et faisceau sonde interagissent avec les mêmes atomes. Comme le faisceau pompe saturé la transition, le nuage devient un milieu non linéaire où la moitié des atomes qui le composent se situent soit dans l’état excité, soit dans l’état fondamental avec une probabilité $1/2$. Dans ce régime, les atomes sont alors *transparents* au faisceau sonde qui n’est alors plus absorbé. On verra alors sur le profil d’absorption détecté par la photodiode un pic d’intensité au niveau de la résonance.

La figure 1.5a représente un signal d’absorption saturée détecté par notre photodiode. On revoit la large structure de 775 MHz correspondant à l’élargissement Doppler vu précédemment avec cette fois, un pic d’absorption saturée de 91 MHz de large au minimum d’absorption. La figure 1.6b a été tracée à partir des mêmes données que la figure 1.5a, il s’agit d’un zoom effectué sur la résonance afin d’effectuer un ajustement lorentzien plus précis de la largeur. En principe, on devrait s’attendre à ce que la largeur de ce pic d’absorption soit égale à la largeur naturelle de la résonance. Néanmoins, on constate qu’elle est élargie d’un facteur légèrement inférieur à 3. D’après les références [38] et [9], cela peut être dû à une très forte saturation de la pompe, induisant des effets non linéaires d’ordre supérieur à la simple saturation du nuage

de strontium. En effet, il a été montré dans ces références que si l'intensité de la pompe devient trop importante, la force de pression de radiation exercée sur les atomes peut déformer l'allure des résonances atomiques jusqu'à même les *effacer* dans des cas extrêmes [9]. Il est donc probable que lors de l'acquisition de ces données, la pompe saturait de manière trop importante la pompe, expliquant cet élargissement.

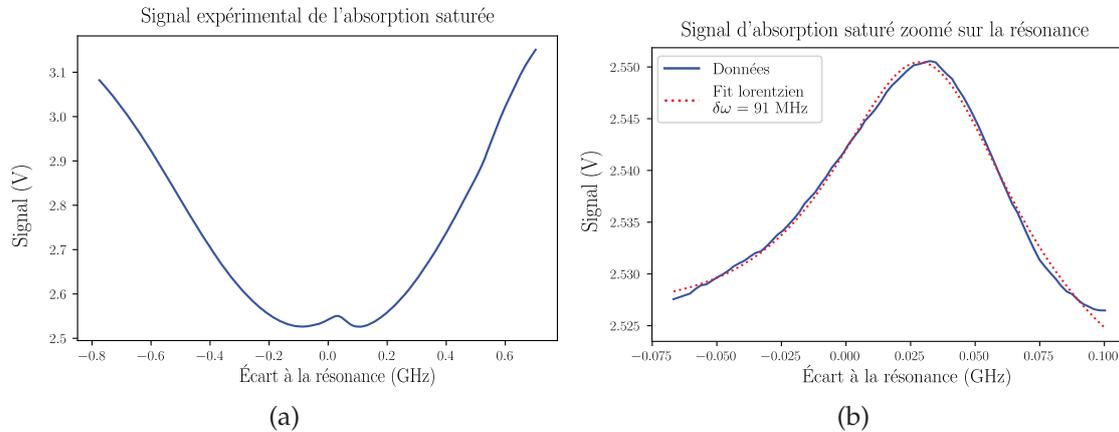


FIGURE 1.5 – **Spectres d'absorption saturée.** La figure 1.5a est le signal d'absorption saturée complet, détecté par la photodiode. Comme dans le cas de l'absorption, on peut voir l'élargissement Doppler lorsque le laser est loin de résonance. La largeur correspond à celle que nous avons mesuré précédemment pour l'absorption. La figure 1.6b correspond à un zoom de la figure de gauche de sorte à ne visualiser que le pic d'absorption saturée. Ce dernier a été ajusté avec un fonction de Lorentz dont le résultat vaut $\delta\omega = 91$ MHz ce qui correspond environ trois fois la largeur naturelle de la transition. L'ajustement obtenu de la résonance sub-Doppler est donné sur la figure . Il a été montré que nous n'étions pas dans un régime collisionnel, l'élargissement de la raie est donc probablement dû à une très forte saturation du faisceau pompe.

Par ailleurs, on peut voir que la position du pic d'absorption saturée est légèrement décalé par rapport à la résonance. Cet écart peut être expliqué par un défaut d'alignement qui briserait la colinéarité entre les faisceaux pompe et sonde. En effet, les expressions écrites en 1.9 et 1.10 suggèrent que les faisceaux n'interagissent qu'avec les vitesses parallèles à leur direction de propagation. Ainsi, plus l'angle entre les deux faisceaux est grand, plus la fraction d'atomes interagissant simultanément avec les deux faisceaux est faible. Néanmoins, dans la plupart des schémas spectroscopiques qu'on peut trouver dans la littérature, les faisceaux pompe et sonde se croisent dans la cellule avec un angle pris le plus petit possible (comme sur le schéma 1.4). Cette configuration permet de s'assurer qu'aucune réflexion parasite du faisceau pompe ne parvienne jusqu'à la photodiode et ne perturbe le signal de la sonde. En effet, on s'est aperçu qu'en superposant les deux faisceaux grâce à des cubes séparateurs de polarisation et des lames demi-onde, une fraction de la pompe pouvait par l'intermédiaire de réflexion parasite parvenir jusqu'à la photodiode, perturbant alors fortement la qualité du signal détecté. Nous avons donc pendant environ 3 ans mis un angle entre les faisceaux pompes et sonde pour s'affranchir de cela. Cependant, nous avons dernièrement modifié ce montage pour séparer les faisceaux pompe et sonde non pas avec un cube séparateur de polarisation mais un prisme de Wollaston qui introduit un petit angle entre les deux faisceaux. Grâce à ce dernier, nous avons donc pu superposer les deux faisceaux dans la lampe à cathode creuse sans que la pompe ne se retrouve sur la photodiode (voir le schéma du montage de la spectroscopie 1.15).

2) Expression du signal détecté

Nous avons expliqué jusque là en quoi l'absorption saturée nous permettait de résoudre avec précision aussi bien la position que la largeur de la raie à 461 nm. Toutefois, pour asservir la fréquence d'émission du laser il nous faut générer un signal d'erreur, typiquement de forme dispersive. Pour obtenir un tel signal, nous allons montrer qu'il faut effectuer une modulation de fréquence du faisceau laser générant les signaux de pompe et de sonde. Cela nous permettra de comparer l'expression de ce signal à la deuxième technique de spectroscopie étudiée et d'en comprendre les différences fondamentales.

On note $s(\Delta)$ le signal détecté par la photodiode sans modulation de fréquence du laser à 461 nm :

$$s(\Delta) \propto I_0 \sin(\Delta t), \quad (1.11)$$

où I_0 est l'intensité du faisceau sonde transmis par la lampe à cathode creuse et $\Delta = \omega_0 - \omega$ le désaccord de la pompe avec la résonance atomique. Sur cette expression, on voit que si la fréquence d'émission du laser est fixe alors le signal détecté par la photodiode est constant.

Si à présent on module le signal en fréquence en appliquant par exemple un signal sinusoïdal sur le courant du laser à la fréquence ω_m , alors le signal détecté par la photodiode $s(\Delta + \Omega(\omega_m))$ est de la forme :

$$s(\Delta + \Omega(A_m, \omega_m)) \propto I_0 \sin(\Delta t + \Omega(A_m, \omega_m)t), \quad (1.12)$$

où on a introduit la fréquence instantanée du signal de la sonde :

$$\Omega(A_m, \omega_m) = A_m \sin(\omega_m t + \phi). \quad (1.13)$$

ϕ est la phase associée au signal de modulation qu'on considèrera comme nulle dans la suite, et A_m l'amplitude de la modulation ou encore son excursion en fréquence (unité : rad.s^{-1}).

Dans le cas où le laser est proche de résonance ($\Delta \ll 1$) et où la modulation de fréquence est faible ($A_m \ll \Delta$), on peut effectuer un développement limité du signal $s(\Delta, \Omega(A_m, \omega_m))$ en négligeant les termes en $\Omega(A_m, \omega_m)^2$:

$$s(\Delta + \Omega(A_m, \omega_m)) = s(\Delta) + \Omega(A_m, \omega_m) \left(\frac{\partial s(\Delta, \Omega(A_m, \omega_m))}{\partial \Omega(A_m, \omega_m)} \right) + o(\Omega(A_m, \omega_m)^2), \quad (1.14)$$

où on voit apparaître la dérivée du signal de la pompe sans modulation.

On a effectué les dérivés numériques des signaux d'absorption (sans présence de pompe) et celui de l'absorption saturée sur les figures 1.3 et 1.6b. On constate que même sans présence de la pompe, la dérivée du signal détecté possède aussi une forme dispersive mais de largeur égale à l'élargissement Doppler (775 MHz). Lorsqu'on ajoute la pompe, un deuxième signal dispersif se forme autour de la résonance de 91 MHz de large et avec une pente bien plus importante dans la partie linéaire. La stabilité de l'asservissement étant proportionnel à la pente du signal, il sera donc de bien meilleure qualité en utilisant le signal d'erreur associé à la saturation de l'absorption.

À noter que dans l'expression 1.14 le signal dispersif recherché est modulé à la fréquence de modulation ω_m . Pour récupérer ce signal et le fournir à un module d'asservissement PID, il est

nécessaire d'effectuer une détection synchrone.

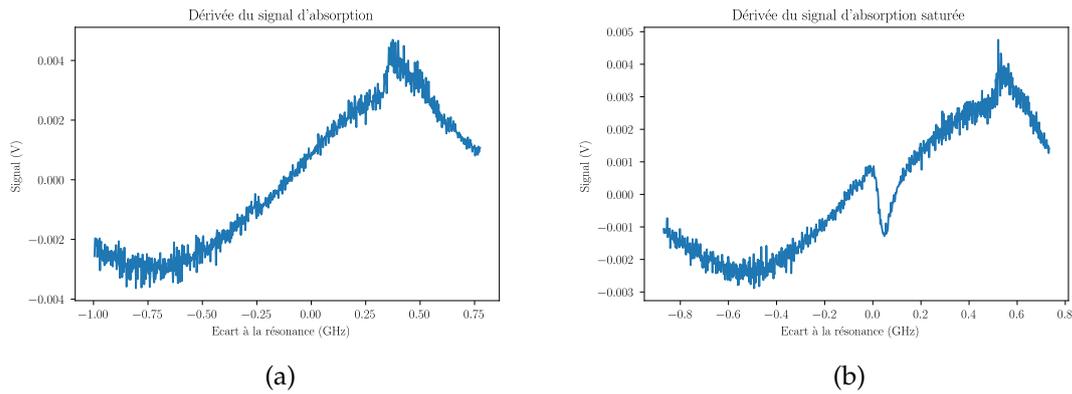


FIGURE 1.6 – Les figures 1.6a et 1.6b représentent respectivement les dérivées numériques du signal d'absorption et du signal d'absorption saturée. On constate que l'absorption seule permet déjà d'obtenir un signal dispersif mais dont la largeur équivaut à environ 775 MHz contre 91 MHz en faisant une absorption saturée. On voit ici très visuellement l'avantage de cette dernière technique : la position de la raie est clairement visible et elle nous permet d'obtenir un signal dispersif plus fin avec une pente plus raide garantissant un asservissement plus efficace. Les deux pics qu'on observe à droite des courbes sont probablement des artefacts dû à la dérivée numérique.

Ainsi, la forme dispersive du signal d'erreur issu d'une spectroscopie par absorption saturée est simplement la dérivée du signal d'absorption saturée. Au niveau de l'équation (1.14), le signal dispersif se trouve sur une composante spectrale égale à la fréquence de modulation ω_m . Pour récupérer ce signal sur une composante continue et obtenir les signaux tels qu'on a obtenu sur la figure 1.6a il faut donc effectuer une détection synchrone et rajouter des filtres passe-bas au besoin. Néanmoins, le désavantage apparent de cette méthode de spectroscopie est l'asymétrie du signal dispersif. En effet, comme ce dernier correspond à la dérivée du signal détecté par la photodiode, le signal d'absorption saturé se trouve sur une pente causée par la dérivée du signal d'absorption. Par ailleurs, on a vu que la position du pic d'absorption saturée pouvait fluctuer en cas de légers désalignements. Or cela se traduirait par un offset vertical sur la position du signal d'erreur ce qui peut poser des problèmes de stabilité de l'asservissement par la suite.

À présent nous allons décrire la seconde technique de spectroscopie testée et rendre compte de ses avantages comparés à la spectroscopie par absorption saturée. En particulier, nous comparerons les deux signaux d'erreur obtenus par ces deux techniques.

1.2.2 Spectroscopie par transfert de modulation

Dans cette partie nous allons présenter une technique plus récente, dont le schéma expérimental est similaire à celui de l'absorption saturée. Toutefois, deux différences fondamentales sont à noter : cette fois-ci uniquement le faisceau pompe est modulé, et la fréquence ω_m doit être de l'ordre de la largeur de la raie Γ_b . Sur notre montage, nous effectuons la modulation grâce à un modulateur électro-optique permettant de moduler la phase du faisceau pompe⁴. Nous allons commencer par présenter le phénomène physique qui permet le transfert de modulation

4. En pratique modulation de phase et fréquence sont équivalentes.

depuis le faisceau pompe modulé vers le faisceau sonde, puis nous donnerons l'expression du signal détecté par la photodiode de ce dernier. Nous commenterons alors le signal d'erreur obtenu par rapport celui de la méthode de spectroscopie par absorption saturée et mettrons en lumière les bénéfices qu'apporte cette deuxième technique du point de vue de la robustesse de l'asservissement.

A) Généralités et mélange à quatre ondes

La spectroscopie par transfert de modulation repose sur un effet non linéaire de *mélange à quatre ondes*. En effet, on a vu dans la section précédente que lorsqu'on envoie sur le nuage d'atomes un faisceau pompe d'une intensité grande devant I_{sb} , la probabilité qu'un atome soit dans son état excité ou dans son état fondamental vaut $1/2$. Dans ce régime, la réponse du nuage n'est plus linéaire, c'est à dire que la quantité d'atomes excités n'est plus proportionnelle à l'intensité du faisceau incident. En optique non-linéaire [46], on caractérise la réponse d'un milieu soumis à un champ électrique par un opérateur complexe et symétrique appelée la *susceptibilité*. Il s'agit d'un opérateur macroscopique dont la partie réelle peut être associée à l'absorption du milieu et sa partie imaginaire à son caractère dispersif. Il est généralement noté $\hat{\chi}^{(p)}(\omega)$ où p correspond à l'ordre des non linéarités présentes dans le milieu.

Par exemple, dans le cas d'un nuage d'atomes non saturé, la réponse du milieu est linéaire et peut être décrite grâce à l'opérateur susceptibilité d'ordre 1, $\hat{\chi}^{(1)}(\omega)$. En revanche, pour décrire le phénomène de doublage de fréquence qui est un phénomène non linéaire d'ordre 2, on utilisera l'opérateur $\hat{\chi}^{(2)}(\omega)$. Plus l'ordre des non-linéarités est grand, plus l'amplitude des phénomènes physiques y ayant lieu est faible. Dans notre cas de figure, on peut considérer que le nuage d'atomes saturés est isotrope, empêchant toute manifestation de phénomènes non linéaires d'ordre pair⁵. Ainsi, l'ordre le plus bas des non linéarités qui diffère de zéro est l'ordre 3 permettant au *mélange à quatre ondes* d'être le phénomène de physique non linéaire le plus efficace. Dans la suite, nous n'allons pas effectuer tous les calculs décrivant le transfert de modulation mais allons seulement en expliquer les grandes lignes. Pour une description plus complète du phénomène, se reporter aux références [16], [79], [82], [56] et [50].

Avant de décrire l'interaction entre le champ du faisceau pompe et le nuage d'atomes, revenons sur le commentaire qui a été fait précédemment concernant la fréquence de modulation ω_m . En effet pour que le phénomène de transfert de modulation ait lieu, il est indispensable que ω_m soit de l'ordre de Γ_b . Une image simplifiée qu'on peut donner pour expliquer cela est la suivante : du point de vue des atomes, la largeur spectrale du laser est limitée par la largeur naturelle de la raie Γ_b ⁶. Ainsi, lorsque la fréquence et l'amplitude de modulation sont très inférieures à Γ_b , les atomes ne peuvent pas résoudre les composantes spectrales du laser modulé. En revanche, nous allons voir que lorsque ω_m devient de l'ordre de Γ_b , ces derniers deviennent sensibles aux composantes spectrales issues de la modulation du faisceau pompe. En particulier, en restant dans un régime de faible modulation, on peut montrer que les atomes verront trois composantes spectrales : la fréquence du faisceau pompe qu'on appellera fréquence *porteuse*, ainsi que deux autres composantes appelées *bandes latérales* situées de part et d'autre de cette fréquence porteuse. Un schéma synthétique de la situation est donné sur la figure 1.7.

5. L'opérateur $\hat{\chi}$ respecte la propriété de symétrie : $\hat{\chi}(\omega) = -\hat{\chi}(\omega)$

6. Cela est vrai uniquement si la largeur spectrale du laser utilisé est inférieure à celle de la raie étudié. Les lasers commerciaux possèdent typiquement des largeurs de quelques centaines de kHz, cette condition est donc largement vérifiée pour la raie à 461 nm du strontium. En revanche, pour la transition à 689 nm cela n'est pas le cas et nous verrons que cela engendre des complexités expérimentales notables.

Pour montrer l'origine de ces bandes latérales sur la pompe, on doit repartir de l'expression du champ électrique $E_p(t)$ modulé en phase à la sortie du modulateur électro-optique représenté sur la figure 1.15 :

$$E_p(t) = E_0 e^{-i\omega_p t} e^{i\Phi(t)}, \quad (1.15)$$

où $\omega_p = \omega + k_b v_z$ est la fréquence d'émission de la pompe dans le référentiel des atomes et $\Phi(t)$ la phase instantanée du signal modulé.

On considèrera ici que la modulation est sinusoïdale :

$$\Phi(t) = \beta \sin(\omega_m t + \phi_m), \quad (1.16)$$

avec β la profondeur de modulation défini comme le rapport entre l'amplitude de la modulation A_m et la fréquence de modulation ω_m .

En introduisant l'expression de $\Phi(t)$ dans celle du champ électrique on peut écrire :

$$E_p(t) = E_0 e^{-i(\omega_p + \beta \sin(\omega_m t + \phi_m))t} \quad (1.17)$$

$$= E_0 e^{-i\omega_p t} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{-ni(\omega_m t + \phi_m)}, \quad (1.18)$$

où les coefficients $J_n(\beta)$ correspondent à l'ensemble des fonctions de Bessel du premier ordre. À condition que l'amplitude de modulation ne soit pas trop grande ($\beta \ll 1$), l'expression devient alors :

$$E_p(t) \sim E_0 e^{-i\omega_p t} \left(J_0(\beta) + J_1(\beta) e^{-i(\omega_m t + \phi_m)} + J_{-1}(\beta) e^{i(\omega_m t + \phi_m)} \right) \quad (1.19)$$

Toujours avec la condition $\beta \ll 1$ on peut poser : $J_0(\beta) \sim 1$, $J_1(\beta) = -J_{-1}(\beta) \sim \beta/2$. Ce qui nous emmène à l'expression finale :

$$E_p(t) \sim E_0 e^{-i\omega_p t} \left[1 + \frac{\beta}{2} \left(e^{-i(\omega_m t + \phi_m)} - e^{i(\omega_m t + \phi_m)} \right) \right] \quad (1.20)$$

On voit clairement apparaître les trois composantes spectrales décrites précédemment : la composante centrale à la fréquence d'émission du faisceau pompe ω_p et les deux termes correspondant aux bandes latérales générées par la modulation à $\omega_p \pm \omega_m$.

Le champ électrique du faisceau sonde lui n'est pas modulé et se propage dans le sens opposé. On notera le champ électrique qui lui est associé comme suit :

$$E_s(t) = \tilde{E}_0 e^{-i\omega_s t} e^{i\tilde{\phi}_0} \quad (1.21)$$

où $\omega_s = \omega - k_b v_z$ est la fréquence d'émission de la sonde dans le référentiel des atomes, et \tilde{E}_0 l'amplitude du champ initial de la sonde avec $\tilde{E}_0 \ll E_0$.

Pour simplifier les explications, nous considérerons que les phases associées à la sonde ainsi qu'à la pompe sont identiques, c'est à dire $\phi_0 = \tilde{\phi}_0$. En toute rigueur, le modulateur électro-optique et les différences de chemin entre faisceaux pompe et faisceaux sonde peuvent introduire une légère différence de phase entre eux. Toutefois, cette différence reste très souvent négligeable en pratique.

L'expression totale du champ électrique, tenant compte des quatre composantes s'écrit alors :

$$E(t) = A_p e^{-i\omega_p t} + A_b e^{-i(\omega_p + \omega_m)t} e^{-i\phi_m} - A_b e^{-i(\omega_p - \omega_m)t} e^{i\phi_m} + A_s e^{-i\omega_s t} \quad (1.22)$$

où on a effectué les changements de notations suivants :

$$\begin{cases} A_p = E_0 e^{i\phi_0} \\ A_s = \tilde{E}_0 e^{i\phi_0} \\ A_b = \frac{\beta}{2} E_0 e^{i\phi_0} , \end{cases}$$

avec respectivement A_p , A_s et A_b les amplitudes du champ associées à la composante non modulé de la pompe, de la sonde et de celles des bandes latérales.

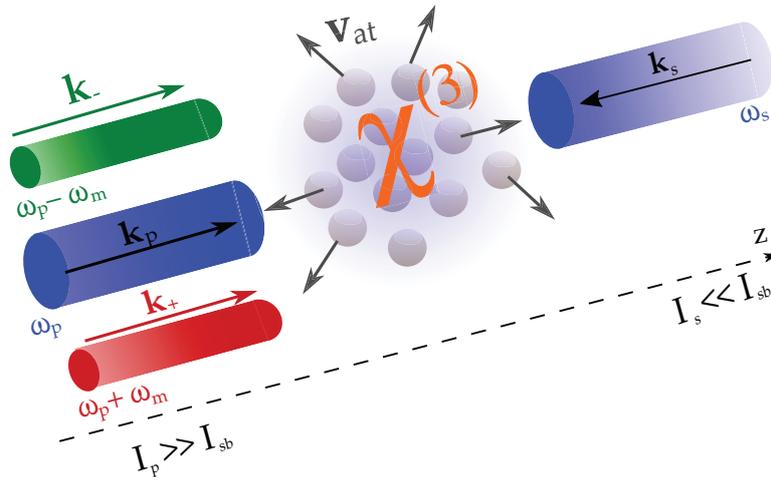


FIGURE 1.7 – **Illustration de la configuration expérimentale du transfert de modulation.** Schéma très similaire à celui de la spectroscopie pompe/sonde, mais ici seulement la pompe est modulée à la fréquence $\omega_m \sim \Gamma_b$. Le nuage d'atomes voit alors trois composantes spectrales : une fréquence porteuse à la fréquence d'émission du laser et deux bandes latérales situées respectivement à des fréquences espacées de $\pm\omega_m$ de la fréquence porteuse. On a noté sur ce schéma k_{\pm} les vecteurs d'onde associés aux bandes latérales oscillants à $\omega_p \pm \omega_m$

À présent que nous avons donné l'expression du champ électrique interagissant avec le nuage, nous pouvons caractériser l'interaction entre les faisceaux laser et les atomes qui composent le nuage. Pour cela nous proposons deux points de vue différents pour le décrire. Nous commencerons tout d'abord, par donner une vision schématique de ce transfert de modulation en s'appuyant sur la condition *d'accord de phase* très utilisée en optique non linéaire. Puis nous mettrons en évidence ce phénomène en utilisant le modèle semi-classique formulé par les équations de Bloch optiques [31]. Dans cette deuxième partie nous ne résoudrons pas les équations de manière complète mais tenterons de donner suffisamment d'éléments afin de comprendre le phénomène de transfert de modulation du faisceau pompe vers le faisceau sonde.

B) Point de vue optique non linéaire : accord de phase

Pour que le mélange à 4 ondes ait lieu, il faut que les 4 ondes mises en jeu respectent deux conditions fondamentales :

1. **la condition d'accord de phase**, qui correspond à la conservation de l'impulsion totale :

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_4 , \quad (1.23)$$

où les \mathbf{k}_i correspondent aux 4 vecteurs d'ondes mis en jeu.

2. la conservation de l'énergie :

$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 + \hbar\omega_3 = \hbar\omega_4 , \quad (1.24)$$

où les $\hbar\omega_i$ = correspondent aux énergies des ondes contribuant aux mélange.

Plusieurs configurations entre faisceau sonde, faisceau pompe et les deux bandes latérales peuvent satisfaire ces deux conditions. Ici, nous nous contenterons de donner celles qui correspondent à un transfert de modulation du faisceau pompe vers la sonde. Ces configurations sont schématisées d'une part sur la figure 1.8 pour la conservation de l'énergie, et sur la figure 1.9 pour la conservation de l'impulsion. Les deux configurations qui permettent de générer des ondes \mathbf{k}_\pm dans le même sens de propagation que le faisceau sonde répondent aux relations d'accord de phase suivantes :

$$\mathbf{k}_+ - 2\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_- \quad (1.25)$$

$$\mathbf{k}_- - 2\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_+ , \quad (1.26)$$

où les \mathbf{k}_\pm correspondent respectivement aux vecteurs d'onde des bandes latérales oscillants à $\omega_p \pm \omega_m$, \mathbf{k}_p correspond au vecteur d'onde de la pompe et \mathbf{k}_s à celui de la sonde. Un point crucial à remarquer est que pour satisfaire les deux conditions (1.25) et (1.26), il faut que $\omega_s = \omega_p$. Faisceaux pompe et sonde doivent donc interagir avec les mêmes atomes. Or on a vu, dans le cas de l'absorption saturée, que cela n'était vérifié que lorsque le laser était proche de résonance $\Delta < \Gamma_b$. Ainsi, le mélange à 4 ondes n'est pleinement efficace que pour des fréquences d'émission laser ω comprises entre $\omega_0 \pm \Gamma_b/2$. Ce phénomène n'est donc pas sensible à l'élargissement Doppler.

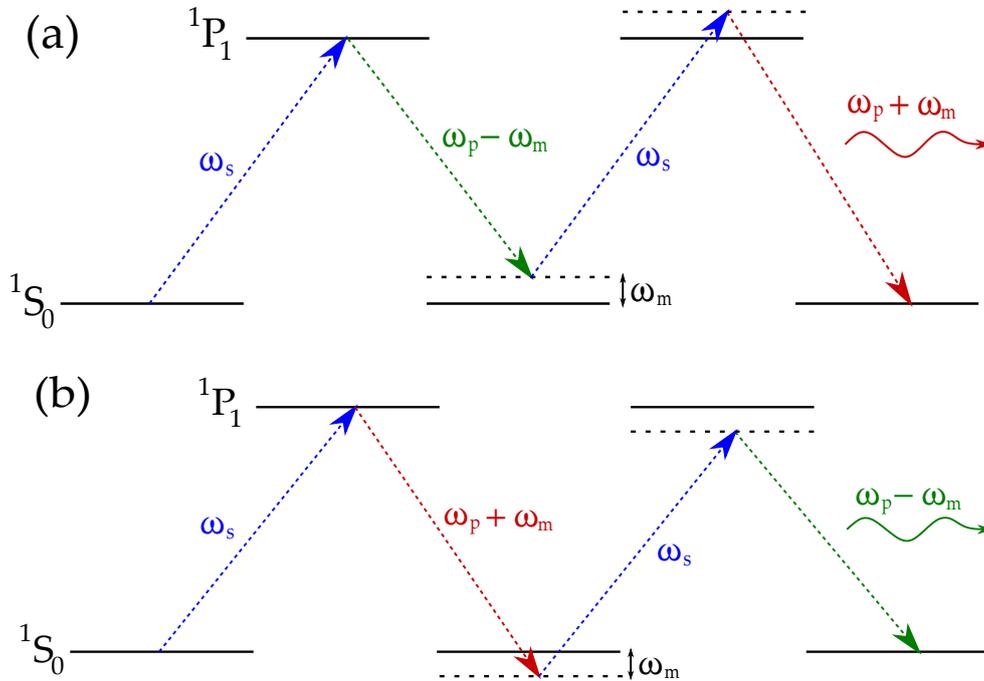


FIGURE 1.8 – Configurations permettant de générer des bandes latérales à la sonde et qui conservent l'énergie. Les configurations représentées sur ce schéma satisfont la condition écrite sur l'équation (1.26) qui permet la conservation de l'énergie. On retrouve sur ce schéma, les deux processus permettant de générer une onde aux fréquences $\omega_p + \omega_m$ (a) et $\omega_p - \omega_m$ (b) dans le même sens que la sonde.

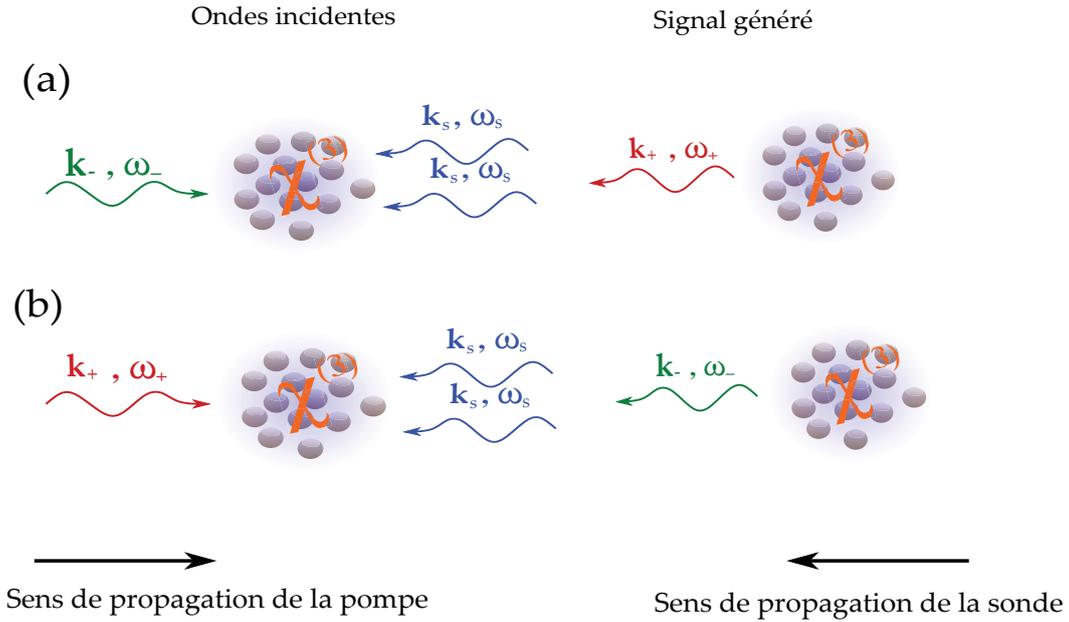


FIGURE 1.9 – Configurations permettant de générer des bandes latérales à la sonde et qui vérifie l'accord de phase. Ce schéma représente les mêmes configurations schématisées dans la figure 1.8 et montre qu'elles vérifient aussi l'accord de phase c'est à dire, qui conserve l'impulsion.

C) Point de vue semi-classique : équations de Bloch optiques

On se place dans le cadre où l'ensemble des atomes composant le gaz peuvent être assimilés à des atomes à deux niveaux associés respectivement aux état 1S_0 pour l'état fondamental $|g\rangle$ et 1P_1 pour l'état excité $|e\rangle$. En effet, bien que l'état 1P_1 possèdent des sous niveaux Zeeman, la valeur du champ magnétique terrestre en France ($B \sim 0,5$ G) est bien trop faible pour que le décalage Zeeman de ses sous-niveaux soit significatif : $\Gamma_b/2\pi = 30$ MHz $\gg \mu B$ ⁷.

Comme dans une spectroscopie par absorption saturée, on envoie sur les atomes deux faisceaux lasers contrapropageants, un faisceau pompe modulé à la fréquence ω_m , saturant la transition et un faisceau sonde non modulé et non saturant. Afin de distinguer la fréquence d'émission de ces deux faisceaux on va se placer dans le référentiel des atomes et noterons ω_p la fréquence d'émission de la pompe non modulée et ω_s celle de la sonde. Pour rappel :

$$\omega_p = \omega + k_b v_z \quad (1.27)$$

$$\omega_s = \omega - k_b v_z, \quad (1.28)$$

où ω est la fréquence d'émission du laser à 461 nm dans le référentiel du laboratoire et v_z la vitesse des atomes dans la direction \hat{z} caractérisé par la distribution de Maxwell-Boltzmann.

On a représenté sur la figure 1.10 un schéma de niveaux représentant l'ensemble des composantes spectrales mises en œuvre. On y a noté ω_0 la fréquence de résonance, Γ_b la largeur

7. Pour la transition à 461 nm $\mu \sim 1$ MHz/G

naturelle de la transition et Γ le taux de diffusion associé aux faisceaux laser dans le référentiel du laboratoire. La fréquence de modulation du faisceau pompe à l'origine des bandes latérales s'écrit $\omega_m/2\pi$. Les taux de diffusions associés aux différentes composantes du problème s'écrivent :

$$\Gamma = \frac{\Gamma_b}{2} \frac{s}{1+s} \quad (1.29)$$

où s correspond aux paramètres de saturation écrit sur l'équation (1.4). Par ailleurs, on exprime les désaccords associés aux différents faisceaux comme suit :

$$\begin{cases} \Delta = \omega_0 - \omega \\ \Delta_p = \omega_0 - \omega_p \\ \Delta_s = \omega_0 - \omega_s \end{cases}$$

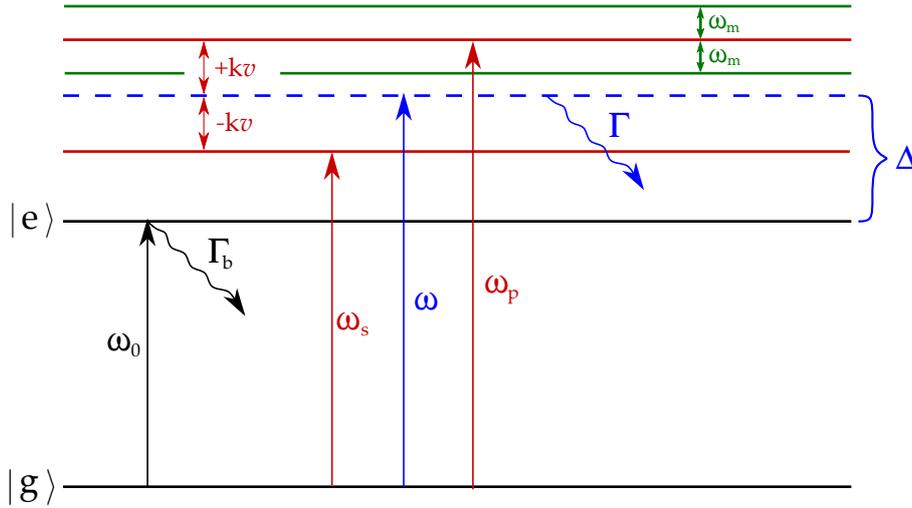


FIGURE 1.10 – Schéma de niveaux des atomes sur lesquels on envoie les faisceaux pompe et sonde. Le faisceau de pompe oscille à la fréquence $\omega_p/2\pi$ et est modulé à une fréquence $\omega_m/2\pi$. Le faisceau sonde oscille à la fréquence $\omega_s/2\pi$ et n'est pas modulé. On a noté respectivement $\omega_0/2\pi$ et $\omega/2\pi$ les fréquences de résonance de la transition allant de $|g\rangle$ vers $|e\rangle$ et la fréquence du laser à 461 nm. Les pulsations ω_s et ω_p correspondent aux fréquences d'émission des faisceaux pompe et sonde dans le référentiel des atomes.

Les atomes sont donc soumis à un champ électrique dont l'expression est indiquée sur l'équation (1.22). Nous prendrons en compte les effets de relaxation et considérerons que les interactions entre particules sont négligeables. L'équation régissant un tel système est de la forme [31] :

$$i\hbar \frac{d\hat{\rho}}{dt}(t) = [\hat{H}_0 + \hat{D}(t), \hat{\rho}(t)] + i\hbar \left. \frac{\partial \hat{\rho}(t)}{\partial t} \right|_{\text{relax}}, \quad (1.30)$$

où $\hat{\rho}(t)$ est la matrice densité qui caractérise les populations et les cohérences de notre système. \hat{H}_0 est le Hamiltonien de l'atome seul :

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \hbar\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

\hat{D} est l'opérateur dipolaire permettant le couplage entre l'atome et le champ électrique avec :

$$\hat{D}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \hbar\Omega_{eg}(t) \\ \hbar\Omega_{ge}(t) & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

où Ω_{eg} correspond à la pulsation de Rabi associée à la transition avec $\Omega_{eg} = \Omega_{ge}^*$. On l'a défini comme suit :

$$\Omega_{eg}(t) = \frac{d_{eg}E(t)}{\hbar}, \quad (1.33)$$

où d_{eg} est le moment dipolaire de la transition et $E(t)$ le champ électrique appliqué à l'atome dont l'expression a été donnée précédemment sur l'équation (1.22). On prendra aussi en compte aussi les termes associés à la relaxation du système $\left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \right|_{\text{relax}}$ qui son caractérisé par le taux de diffusion Γ , ainsi que la relaxation du dipôle issu du couplage atome/champ et caractérisé par le paramètre $\tilde{\Gamma}$. Plus précisément :

$$\left. \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} \right|_{\text{relax}} = \begin{pmatrix} -\Gamma\rho_{ee} & -\tilde{\Gamma}\rho_{eg} \\ -\tilde{\Gamma}\rho_{ge} & \Gamma\rho_{gg} \end{pmatrix}. \quad (1.34)$$

On a vu dans la section concernant la lampe à cathode creuse que le nuage n'était pas dans un régime collisionnel, on peut donc considérer que la densité d'atomes dans le nuage n'est pas trop élevée. Dans ce cas, le temps de vie du dipôle est de l'ordre de celui des atomes dans l'état excité, c'est à dire : $\tilde{\Gamma} = \Gamma/2$ [31]. Ainsi, en développant l'expression (1.30) on trouve l'expression :

$$\begin{cases} i\hbar\dot{\rho}_{ee} = \hbar\Omega_{eg}\rho_{ge} - \hbar\Omega_{ge}\rho_{eg} - \Gamma\rho_{ee} & (1.35) \\ i\hbar\dot{\rho}_{gg} = \hbar\Omega_{ge}\rho_{eg} - \hbar\Omega_{eg}\rho_{ge} + \Gamma\rho_{gg} & (1.36) \\ i\hbar\dot{\rho}_{eg} = \hbar\omega_0\rho_{eg} + \hbar\Omega_{eg}(\rho_{gg} - \rho_{ee}) - \Gamma/2\rho_{eg} & (1.37) \\ i\hbar\dot{\rho}_{ge} = \hbar\omega_0\rho_{ge} + \hbar\Omega_{ge}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) - \Gamma/2\rho_{ge}. & (1.38) \end{cases}$$

Pour simplifier quelques peu ces expressions, on se place dans le référentiel de l'onde tournante associé au faisceau pompe grâce au changement de variables suivant :

$$\rho_{i,j}(t) = h_{i,j}(t)e^{i c_{i,j} t}. \quad (1.39)$$

Comme le champ laser possède plusieurs composantes spectrales, on ne peut pas s'affranchir complètement de la dépendance temporelle dans le Hamiltonien. Néanmoins, sous cette forme on peut séparer d'une part la dynamique rapide du système associée aux cohérences (temps de vie du dipôle), caractérisée par la fréquence ω_p et d'autre part, la dynamique plus lente correspondant à l'évolution des populations. Nous allons montrer dans ce qui va suivre que la dynamique du système est principalement régie par les cohérences. En supposant cela on peut poser [95] :

$$\begin{cases} c_{ee} = c_{gg} = 0 & (1.40) \\ c_{eg} = -c_{ge} = \omega_p. & (1.41) \end{cases}$$

De plus, en exprimant la fréquence de Rabi (4.25) en fonction du champ électrique écrit en (1.22), on obtient le système d'équation différentielles suivant :

$$\begin{cases} i\hbar\dot{h}_{ee} = K(t)h_{ge} - K^*(t)h_{eg} - \Gamma h_{ee} & (1.42) \\ i\hbar\dot{h}_{gg} = K^*(t)h_{eg} - K(t)h_{ge} + \Gamma h_{gg} & (1.43) \\ i\hbar\dot{h}_{eg} = h_{eg}\Delta_p + (h_{gg} - h_{ee})K(t) - \Gamma/2h_{eg} & (1.44) \\ i\hbar\dot{h}_{ge} = -h_{ge}\Delta_p + (h_{ee} - h_{gg})K^*(t) - \Gamma/2h_{ge}, & (1.45) \end{cases}$$

où on a posé :

$$K(t) = d_{eg}E(t). \quad (1.46)$$

L'expression du champ $E(t)$ a été écrite sur l'équation (1.22). En revenant sur les expressions (1.27) et (1.28), on peut réécrire la différence entre les fréquences d'émissions des faisceaux pompe et sonde comme suit :

$$\omega_s - \omega_p = -2k_b v_z .$$

et réécrire le système d'équations de manière plus condensée, sous la même forme que celle de l'équation (1.30) :

$$i\hbar \frac{d\hat{h}(t)}{dt} = [\hat{H}'_0 + \hat{D}'(t), \hat{h}(t)] + i\hbar \left. \frac{\partial \hat{h}(t)}{\partial t} \right|_{\text{relax}} . \quad (1.47)$$

Détaillons les expressions des nouveaux opérateurs à commencer par le Hamiltonien indépendant du temps :

$$\hat{H}'_0 = \begin{pmatrix} \Delta_p & 0 \\ 0 & -\Delta_p \end{pmatrix} , \quad (1.48)$$

l'opérateur perturbatif dépendant du temps :

$$\hat{D}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & K(t) \\ K(t)^* & 0 \end{pmatrix} , \quad (1.49)$$

et pour finir le terme de relaxation qui reste identique à celui de l'expression (1.34) :

$$\left. \frac{\partial \hat{h}(t)}{\partial t} \right|_{\text{relax}} = \left. \frac{\partial \hat{\rho}(t)}{\partial t} \right|_{\text{relax}} . \quad (1.50)$$

On peut séparer explicitement les opérateurs \hat{H}'_0 indépendant du temps et $\hat{D}'(t)$ qui caractérise la perturbation induite par $K(t)$:

$$i\hbar \frac{d\hat{h}(t)}{dt} = [\hat{H}'_0, \hat{h}(t)] + [\hat{D}'(t), \hat{h}(t)] + i\hbar \left. \frac{\partial \hat{h}(t)}{\partial t} \right|_{\text{relax}} . \quad (1.51)$$

On rappelle entre autres, deux pré-requis pour que le transfert de modulation ait lieu :

1. il faut que la modulation de la pompe soit faible ($\beta \ll 1$), de sorte à ce que l'amplitude des bande latérales soient petites devant celle du faisceau pompe :

$$A_b \ll A_p \quad (1.52)$$

2. et l'intensité du faisceau sonde doit être bien inférieure à l'intensité de saturation de la transition et donc à celle de la pompe. On a donc aussi la condition suivante à respecter :

$$A_s \ll A_p . \quad (1.53)$$

Compte tenu de ces deux considérations, la perturbation $\hat{D}'(t)$ est faible et on peut donc effectuer un développement perturbatif de $\hat{h}(t)$. La méthode que nous allons suivre est celle décrite dans le cours d'Alain Aspect [2]. Pour cela, commençons par écrire l'opérateur \hat{h} sous la forme suivante :

$$\hat{h} = \hat{h}^{(0)} + \lambda \hat{h}^{(1)} + \lambda^2 \hat{h}^{(2)} + \dots + \lambda^n \hat{h}^{(n)} , \quad (1.54)$$

qui correspond à un développement perturbatif de degré n , où le scalaire λ caractérise l'amplitude de la perturbation. Dans ce cas de figure, elle dépend principalement de l'amplitude de la pompe A_p et des bandes latérales A_b . On va ré-écrire l'opérateur $\hat{D}'(t)$ de sorte à introduire ce

paramètre λ :

$$\hat{D}'(t) = \lambda \hat{D}''(t), \quad (1.55)$$

où λ sera supposé suffisamment petit pour que $\hat{D}''(t)$ soit de l'ordre de \hat{H}'_0 . L'expression (1.51) devient alors :

$$i\hbar \frac{d\hat{h}}{dt} = [\hat{H}'_0, \hat{h}] + \lambda [\hat{D}''(t), \hat{h}] + i\hbar \left. \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} \right|_{\text{relax}}. \quad (1.56)$$

En identifiant cette dernière équation avec celle écrite en (1.54), on peut étudier $\hat{h}(t)$ sur l'ensemble des ordres de perturbation. Pour montrer le transfert de modulation du faisceau pompe vers le faisceau sonde, on peut limiter ce développement à l'ordre 1. Commençons alors par décrire l'ordre zéro $\hat{h}^{(0)}$ correspondant au cas sans perturbations. Pour cela, on repart de l'équation (1.56) :

$$i\hbar \frac{d\hat{h}^{(0)}}{dt} = [\hat{H}'_0, \hat{h}^{(0)}] + i\hbar \left. \frac{\partial \hat{h}^{(0)}}{\partial t} \right|_{\text{relax}}. \quad (1.57)$$

Dans ce cas de figure, on aboutit au jeu d'équation différentiel suivant :

$$\begin{cases} d\hat{h}_{ee}^{(0)}/dt = -\Gamma \hat{h}_{ee}^{(0)} & (1.58) \\ d\hat{h}_{gg}^{(0)}/dt = \Gamma \hat{h}_{ee}^{(0)} & (1.59) \end{cases}$$

$$\begin{cases} d\hat{h}_{eg}^{(0)}/dt = -(i\Delta_p + \Gamma/2) \hat{h}_{eg}^{(0)} & (1.60) \\ d\hat{h}_{ge}^{(0)}/dt = (i\Delta_p - \Gamma/2) \hat{h}_{ge}^{(0)}. & (1.61) \end{cases}$$

On considèrera que la population totale d'atomes contribuant au problème est constante de sorte que $d\hat{h}_{ee}/dt + d\hat{h}_{gg}/dt = 0$ et $\hat{h}_{ee} + \hat{h}_{gg} = 1$. En résolvant ce système compte tenu de ces conditions, on aboutit aux solutions :

$$\begin{cases} \hat{h}_{ee}^{(0)} = \hat{h}_{ee}(t_0) e^{-\Gamma t} & (1.62) \\ \hat{h}_{gg}^{(0)} = 1 + e^{-\Gamma t} (\hat{h}_{gg}(t_0) - 1) & (1.63) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{h}_{eg}^{(0)} = \hat{h}_{eg}(t_0) e^{-i\Delta_p t} e^{-\Gamma/2 t} & (1.64) \\ \hat{h}_{ge}^{(0)} = \hat{h}_{ge}(t_0) e^{i\Delta_p t} e^{-\Gamma/2 t}. & (1.65) \end{cases}$$

Ces expressions nous permettent de retrouver deux résultats connus : si initialement des atomes peuplent l'état excité, on constate qu'ils vont se désexciter exponentiellement vers l'état fondamental. De même, si initialement les cohérences du système ne sont pas nulles, celles-ci vont tendre exponentiellement vers zéro. Comme notre nuage d'atome est à l'équilibre thermodynamique dans la lampe à cathode creuse, on peut considérer que les cohérences sont nulles à l'ordre 0 des perturbations. Rappelons toutefois que dans notre cas de figure le faisceau pompe sature la transition. Cela signifie que la moitié des atomes se situent dans l'état fondamental et l'autre moitié dans l'état excité. Ainsi à l'ordre zéro des perturbations, $\hat{h}^{(0)}$ est constant et vaut :

$$\hat{h}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad (1.66)$$

Passons à présent au premier ordre des perturbations :

$$i\hbar \frac{d\hat{h}^{(1)}}{dt}(t) = [\hat{H}'_0, \hat{h}^{(1)}(t)] + i\hbar \left. \frac{\partial \hat{h}^{(1)}(t)}{\partial t} \right|_{\text{relax}} + [\hat{D}''(t), \hat{h}^{(0)}(t)]. \quad (1.67)$$

Comme l'opérateur $\hat{D}''(t)$ possède uniquement des termes non diagonaux, la contribution du commutateur $[\hat{D}''(t), \hat{h}^{(0)}(t)]$ aux termes des populations de $\hat{h}^{(1)}$ est nulle. De plus, de manière similaire à l'ordre zéro, le commutateur $[\hat{H}'_0, \hat{h}^{(1)}(t)]$ ne contribue pas non plus aux populations de $\hat{h}^{(1)}$. Ainsi, concernant les populations de $\hat{h}^{(1)}$ il reste uniquement :

$$\left. \frac{d\hat{h}^{(1)}}{dt} - \frac{\partial \hat{h}^{(1)}}{\partial t} \right|_{\text{relax}} = 0, \quad (1.68)$$

et en régime permanent on a :

$$\left. \frac{\partial \hat{h}^{(1)}(t)}{\partial t} \right|_{\text{relax}} = 0.$$

On constate alors qu'au premier ordre des perturbations les populations ne sont pas affectées. Cela est vrai uniquement si la perturbation ne possède pas de terme diagonal. On peut donc écrire dans notre cas spécifique :

$$\begin{cases} \hat{h}_{ee}^{(1)} = \hat{h}_{ee}^{(0)} = 1/2 \\ \hat{h}_{gg}^{(1)} = \hat{h}_{gg}^{(0)} = 1/2. \end{cases} \quad (1.69)$$

$$(1.70)$$

Regardons à présent la dynamique associée aux cohérences du système perturbé au premier ordre. Toujours à partir du cours d'Alain Aspect et Philippe Grangier [2], on peut montrer qu'en repartant de l'expression (1.67) et en explicitant les termes on trouve :

$$\begin{cases} i\hbar \frac{d\hat{h}_{eg}^{(1)}}{dt} = (\hbar\Delta_p - i\hbar\Gamma/2) \hat{h}_{eg}^{(1)} + (\hat{h}_{gg}^{(0)} - \hat{h}_{ee}^{(0)}) \hat{D}''_{eg}(t) \\ i\hbar \frac{d\hat{h}_{ge}^{(1)}}{dt} = (\hbar\Delta_p - i\hbar\Gamma/2) \hat{h}_{ge}^{(1)} + (\hat{h}_{ee}^{(0)} - \hat{h}_{gg}^{(0)}) \hat{D}''_{ge}(t). \end{cases} \quad (1.71)$$

$$(1.72)$$

Il y est aussi expliqué que les solutions de telles équations sont de la forme :

$$\hat{h}_{eg}^{(1)} = \frac{(\hat{h}_{gg}^{(0)} - \hat{h}_{ee}^{(0)})}{i\hbar} \int_0^t e^{-(\Gamma/2 + i\Delta_p)(t-t')} \hat{D}''_{eg}(t') dt' \quad (1.73)$$

$$\hat{h}_{ge}^{(1)} = \frac{(\hat{h}_{ee}^{(0)} - \hat{h}_{gg}^{(0)})}{i\hbar} \int_0^t e^{-(\Gamma/2 - i\Delta_p)(t-t')} \hat{D}''_{ge}(t') dt'. \quad (1.74)$$

L'opérateur \hat{D}'' dépend de la variable $K(t)$ et comporte donc l'ensemble des composantes spectrales dans le référentiel du faisceau pompe : celle de la sonde et des bandes latérales. \hat{D}'' se comporte donc comme un opérateur dipolaire effectif associé au champ $K(t)/d_{eg}$. D'après l'article de Zhe *et al.* [95], on peut calculer le dipôle effectif d''_{eg} issu de l'interaction entre l'atome, la sonde et les bandes latérales dans le référentiel du faisceau pompe. À partir de ce dipôle effectif, on peut en déduire une expression du champ électrique E_{sig} rayonné par ce dernier dans le référentiel du laboratoire. On peut montrer que l'expression de ce champ électrique serait la suivante :

$$E_{\text{sig}} \sim (a_0 + ib_0)e^{i\omega_s t} + (a_1 + ib_1)e^{i(\omega_s + \omega_m)t} e^{i\phi_m} + (a_{-1} + ib_{-1})e^{i(\omega_s - \omega_m)t} e^{i\phi_m} + \text{cc}, \quad (1.75)$$

où les coefficients a_j et b_j sont des coefficients associés aux propriétés d'absorption et de dispersion du nuage d'atomes et sont présentés sur les expressions (1.79) et (1.80) dans la section

suivante. Les indices j permettent de repérer à quelles composantes spectrales les coefficients a_j ou b_j font référence : $j=0$ correspond à la composante de la sonde seule, $j=1$ à la composante oscillant à la fréquence $\omega_s + \omega_m$ et $j=-1$ à la composante oscillant à la fréquence $\omega_s - \omega_m$.

Remarque :

Employer les équations de *Bloch Optiques* pour expliquer le transfert de modulation permet de mettre en avant le rôle de médiateur des atomes dans le processus. On aurait pu néanmoins, obtenir l'équation (1.75) en effectuant un calcul purement classique d'électromagnétisme non linéaire à partir du tenseur polarisabilité et des équations d'ondes non-linéaires [1] :

$$\mathcal{P}^{(3)}(\omega_p, \omega_s, \omega_{\pm}) = \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\omega_p, \omega_s, \omega_{\pm}) E(\omega_p) E(\omega_{\pm}) 2E(\omega_s) \quad (1.76)$$

On a présenté les grandes étapes du raisonnement permettant d'expliquer le transfert de modulation du faisceau de pompe vers le faisceau de sonde. Plus de détails sur le calcul exact peuvent être trouvés dans les références cités tout au long de la partie concernant le transfert de modulation. Ce qu'on peut retenir c'est qu'il s'agit d'un phénomène qui ne modifie pas la population des niveaux de la transition : les atomes sont répartis équitablement dans ces derniers du fait de la saturation causée par le faisceau pompe. C'est par l'intermédiaire du couplage entre l'atome et les champs électriques de la pompe, la sonde et les bandes latérales que le faisceau sonde se voit attribuer des bandes latérales. Pour la réalisation pratique de cette spectroscopie, il faut absolument que les amplitudes des bandes latérales et du faisceau sonde soient faibles devant celle du faisceau pompe. Cela se gère expérimentalement en effectuant une petite modulation de fréquence du faisceau pompe ($\beta \ll 1$) et en réduisant l'intensité lumineuse de la sonde. On a vu en début de section que pour que le transfert de modulation ait lieu, il faut en plus que la fréquence ω_m soit de l'ordre de la largeur de la raie Γ_b .

D) Expression du signal détecté

Nous allons à présent exprimer le signal de battement mesuré grâce à une photodiode entre le champ électrique de la sonde E_s et celui du signal généré par le processus de mélange à quatre ondes E_{sig} .

$$I = |E_{sig} + E_s|^2 = |E_{sig}|^2 + |E_s|^2 + 2\Re(E_{sig}E_s) . \quad (1.77)$$

C'est dans le terme croisé que se trouve le signal dispersif que nous voulons récupérer. En effet, à partir des expressions des champs électriques on trouve :

$$\begin{aligned} \Re(E_{sig}E_s) &\sim E_0 \Re((a_0 + ib_0) + (a_1 e^{i(\omega_m t + \phi_m)} + a_{-1} e^{-i(\omega_m t + \phi_m)}) \\ &\quad + i(b_1 e^{i(\omega_m t + \phi_m)} + b_{-1} e^{-i(\omega_m t + \phi_m)})) \\ &\sim E_0 (a_0 + (a_1 + a_{-1}) \cos(\omega_m t + \phi_m) - (b_{-1} - b_1) \sin(\omega_m t + \phi_m)) . \end{aligned} \quad (1.78)$$

Le signal détecté contient donc deux termes en quadrature de phase :

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 + a_{-1} &= E_0 \sum_{n=0}^1 J_n(\beta) J_{n-1}(\beta) \left(\mathcal{L}_{\frac{(n+1)}{2}} + \mathcal{L}_{\frac{(n-2)}{2}} \right) \text{ et} \\ b_{-1} - b_1 &= E_0 \sum_{n=0}^1 J_n(\beta) J_{n-1}(\beta) (-1)^n \left((-1)^{n+1} \mathcal{D}_{\frac{(n+1)}{2}} + (-1)^n \mathcal{D}_{\frac{(n-2)}{2}} \right) . \end{aligned} \right. \quad (1.79)$$

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 + a_{-1} &= E_0 \sum_{n=0}^1 J_n(\beta) J_{n-1}(\beta) \left(\mathcal{L}_{\frac{(n+1)}{2}} + \mathcal{L}_{\frac{(n-2)}{2}} \right) \text{ et} \\ b_{-1} - b_1 &= E_0 \sum_{n=0}^1 J_n(\beta) J_{n-1}(\beta) (-1)^n \left((-1)^{n+1} \mathcal{D}_{\frac{(n+1)}{2}} + (-1)^n \mathcal{D}_{\frac{(n-2)}{2}} \right) . \end{aligned} \right. \quad (1.80)$$

où on a introduit les termes :

$$\mathcal{L}_n = \frac{(\Gamma_b/2)^2}{(\Gamma_b/2)^2 + (\Delta - n\omega_m)^2}, \quad (1.81)$$

et :

$$\mathcal{D}_n = \frac{(\Gamma_b/2)^2(\Delta - n\omega_m)}{(\Gamma_b/2)^2 + (\Delta - n\omega_m)^2}. \quad (1.82)$$

Le terme \mathcal{L}_n peut être associé au caractère absorbant du milieu et se caractérise par une distribution de Lorentz de largeur typique Γ . Le terme \mathcal{D}_n lui, décrit le comportement dispersif du milieu. La détection nous permet donc de remonter aux deux composantes caractérisant la susceptibilité $\chi^{(3)}$ du nuage d'atomes saturé par le faisceau pompe. Ainsi, en ne gardant que les composantes oscillants à ω_m du signal détecté on peut réécrire l'expression (1.77) sous la forme :

$$I = \frac{C}{\sqrt{\Gamma_b^2 + \omega_m^2}} \left[(\mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_{1/2} + \mathcal{L}_{-1/2} - \mathcal{L}_{-1}) \sin(\omega_m t + \phi_m) + (\mathcal{D}_{1/2} + \mathcal{D}_{-1/2} - \mathcal{D}_{-1} - \mathcal{D}_1) \cos(\omega_m t + \phi_m) \right], \quad (1.83)$$

où C est une constante positive contenant différents paramètres propres au gaz d'atomes [16]. On y trouve notamment la différence de population entre niveau excité et niveau fondamental, les intensités associées aux différentes composantes spectrales, la largeur Doppler associée aux vitesses des atomes, etc...

E) Paramètres optimaux obtenu de la modulation

À partir des expressions (1.81), (1.82) et (1.83), nous avons pu simuler les deux composantes en quadrature sur la figure 1.12 et voir qu'elles possèdent toutes deux une forme dispersive, idéale pour asservir notre laser. On note toutefois qu'au delà d'une fréquence de modulation $\omega_m > 0,5\Gamma_b$ pour le terme d'absorption (1.81) et de $\omega_m > \Gamma_b$ pour le terme de dispersion (1.82), le signal se déforme. Cela est symptomatique d'une perte d'efficacité du processus de mélange à quatre ondes. En effet, on peut distinguer trois régimes de modulation :

- $\omega_m \ll \Gamma_b$: Les signaux gardent une forme dispersive mais leur amplitude tend vers 0. Comme on l'évoquait déjà précédemment, cela signifie que l'efficacité du processus de mélange à quatre ondes est faible pour de petites fréquences de modulations. Tout se passe comme si les atomes ne distinguaient pas les bandes latérales générées par la modulation. Dans ce régime, le signal dispersif qu'on obtiendrait après démodulation est simplement la dérivée du signal d'absorption saturée comme dans la section précédente.
- $\omega_m \sim \Gamma_b$: C'est le régime dans lequel le mélange à quatre ondes est le plus efficace : les deux composantes en quadrature ont une allure dispersive.
- $\omega_m \gg \Gamma_b$: Dans ce dernier cas, les bandes latérales générées par la modulation interagissent avec des atomes appartenant à des classes de vitesses différentes. Le processus de mélange à quatre ondes est à nouveau inefficace et on peut distinguer deux pics en opposition de phase : l'un correspond à l'interaction entre une bande latérale et une classe de vitesse atomique v_z , et l'autre à l'interaction entre l'autre bande latérale et une classe de vitesse atomique $-v_z$.

Idéalement, on souhaite conserver la forme dispersive des signaux en maximisant leur am-

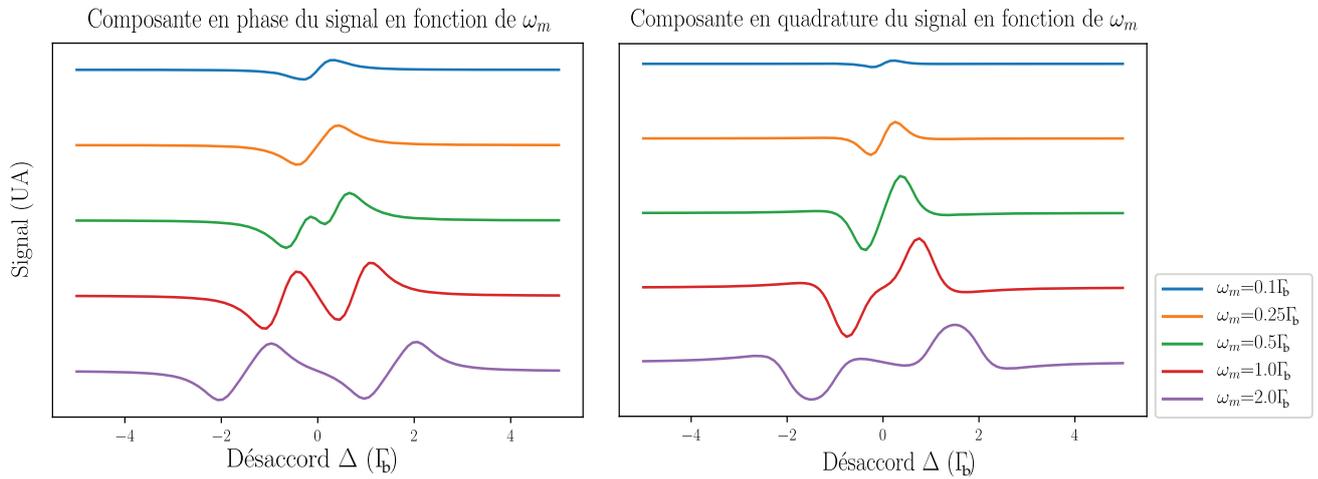


FIGURE 1.11 – **Composantes en phase et en quadrature du signal détecté en fonction de la fréquence de modulation.** On peut voir respectivement sur les graphes de gauche et de droite l’allure des composantes en phase et en quadrature du signal détecté dans différents régimes de modulation. On constate que les deux composantes ont toutes deux une forme dispersive qui se déforme pour des fréquences de modulations supérieures à $0,5 \Gamma_b$ pour la composante en phase et supérieures à Γ_b pour la composante en quadrature.

plitude mais plus particulièrement leur pente. Les simulations données sur les figures 1.12a et 1.12b représentent respectivement la dépendance des amplitudes pic à pic et des pentes des signaux en fonction de la fréquence de modulation ω_m . Ces résultats sont similaires à ceux donnés dans la référence [56] mais les valeurs optimales ne sont pas tout à fait identiques⁸. Au vu des deux graphes de la figure 1.12, chercher à maximiser l’amplitude pic à pic des deux quadrature n’est pas forcément judicieux. En effet, le critère pertinent est plutôt de maximiser la pente des signaux. Pour cela, nous avons calculé le coefficient de la droite en nous plaçant dans une petite région autour de la résonance.

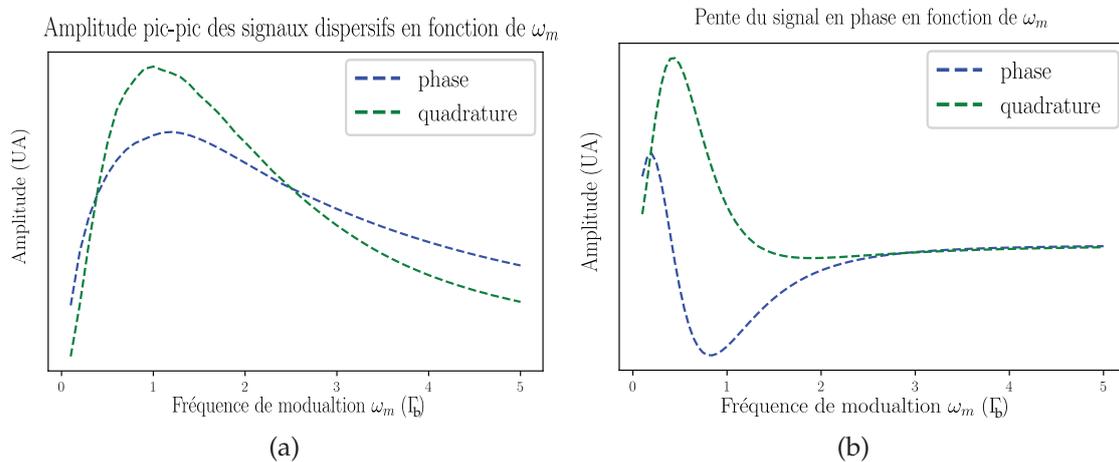


FIGURE 1.12 – **Influence de la fréquence de modulation sur l’amplitude et la pente des signaux en phase et en quadrature.** Concernant l’optimum des amplitude pic à pic des signaux 1.12a, On constate que les optimums en amplitude sont pour $\omega_m = 1,20\Gamma_b$ pour la composante en phase et $\omega_m = \Gamma_b$ pour la composante en quadrature. Concernant les pentes des signaux 1.12b, on a un optimum à $\omega_m = 0,2\Gamma_b$ pour la composante en phase et de $0,45 \omega_m = \Gamma_b$ pour la composante en quadrature.

8. À noter que dans cet article, le taux de pertes des cohérences a été choisi de sorte à ce $\tilde{\Gamma} = \Gamma_b$ et non pas $\Gamma_b/2$ comme dans notre cas de figure. Toutefois même en tenant compte de cette différence, on garde des optimum sensiblement différents. La raison de cet écart n’a pas encore été compris à ce jour.

Comme on peut le voir sur la courbe 1.12b, les pentes maximales des deux composantes ne correspondent pas à la même fréquence de modulation : $\sim 0,2 \Gamma_b$ pour la composante en phase et $\sim 0,45 \Gamma_b$ pour la quadrature.

De plus, rappelons que le signal total détecté ne dépend pas seulement de la fréquence de modulation mais aussi de la différence de phase entre les deux quadratures ϕ_m . Ainsi, le meilleur signal d'erreur n'est pas nécessairement associé uniquement à l'une ou à l'autre des composantes mais peut être un mélange des deux [45]. On a donc représenté sur la figure 1.13 les variations de raideur de la pente du signal dispersif en fonction de la fréquence de modulation et de la phase. On peut voir que la région optimale semble se situer à de fréquences comprises entre $0,3$ et $0,5 \Gamma_b$ et des différences de phase entre 45° et 90° .

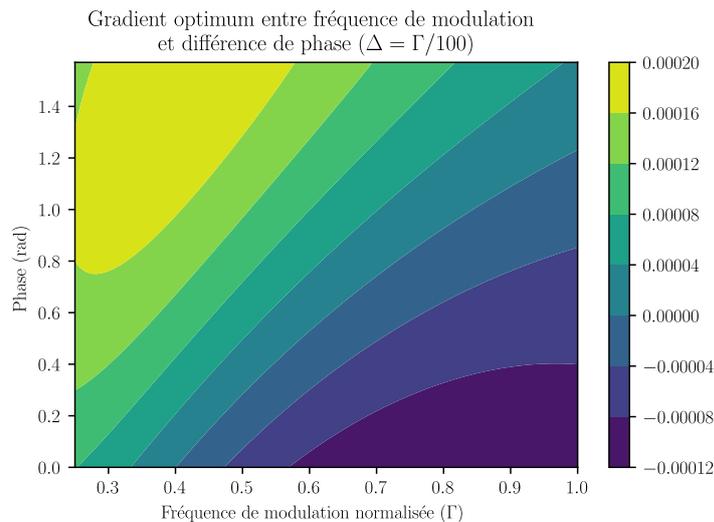


FIGURE 1.13 – **Cartographie des pentes du signal dispersif en fonction de la fréquence de modulation et de la différence de phase entre les deux quadratures.** Il semble que l'optimum se trouve dans une région de fréquences et de phases situés respectivement entre $0,3$ et $0,5 \Gamma$, et 45° et 90° .

F) Comparaison des signaux obtenus par les deux techniques de spectroscopie

Pour faciliter la comparaison des signaux obtenus après démodulation pour ces deux méthodes de spectroscopie, nous avons mis sur la figure 1.14 d'une part la courbe obtenue numériquement en dérivant le signal d'absorption saturée (figure 1.14a) et sur la seconde le signal dispersif obtenu expérimentalement par notre spectroscopie par transfert de modulation (figure 1.14b). La différence la plus notable porte sur l'asymétrie des deux signaux. En effet, comme le signal d'erreur associé à la figure 1.14a est issu de la dérivée du signal d'absorption saturée on a donc la somme de deux contributions : la dérivée du signal d'absorption d'une largeur typique de 775 MHz correspondant à l'élargissement Doppler, et la dérivée du signal sub-Doppler de largeur 91 MHz situé au niveau de la résonance. Le signal 1.14b lui est beaucoup plus symétrique car le mélange à quatre ondes n'est efficace que lorsque le laser est proche de résonance. Ce processus n'est donc pas sensible à l'élargissement Doppler induit par la température du gaz d'atomes.

On peut tout de même observer une légère asymétrie sur le signal 1.14a et un offset vertical comparable sur les deux courbes. L'offset est symptomatique d'une erreur sur la position

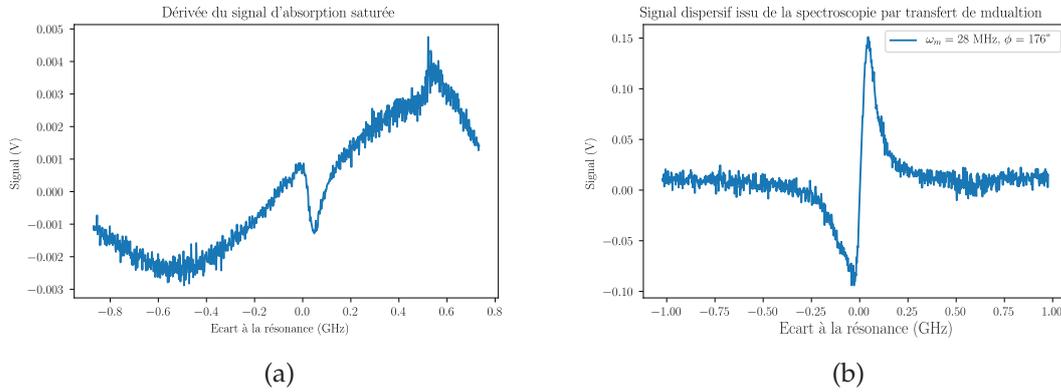


FIGURE 1.14 – **Comparaison des deux signaux après démodulation.** La figure 1.14a est la courbe présentée précédemment pour l’absorption saturée : il s’agit de la dérivée numérique du signal d’absorption saturée. La figure 1.14b est une mesure expérimentale de spectroscopie par transfert de modulation obtenue après démodulation. On constate que les deux structures ont une largeur d’environ 90 MHz, du fait de l’élargissement Doppler. On peut voir toutefois que le signal d’absorption saturé 1.14a est beaucoup plus asymétrique que le signal par transfert de modulation 1.14b. Les deux signaux possèdent aussi un offset vertical comparable, probablement par ce que les faisceaux pompes et sondes n’étaient pas parfaitement alignés. La mesure du signal de droite été effectuée en prenant une fréquence de modulation $\omega_m = 28$ MHz et une phase $\phi_m = 176^\circ$.

réelle de la résonance et la déformation du signal obtenu par transfert de modulation est probablement la conséquence d’une trop forte saturation du faisceau pompe. En effet, comme nous l’avons fait remarquer précédemment, la position de la résonance est très dépendante de l’alignement des faisceaux pompe. Or, plus la résonance s’éloigne de sa position réelle, plus cet offset est important. De plus, comme l’alignement et l’intensité des faisceaux peuvent varier dans le temps, la forme du signal démodulé et l’offset peuvent donc fluctuer au même titre.

De manière générale, il est peu recommandé d’utiliser des signaux asymétriques et contenant des offsets variables dans un système électronique d’asservissement. Bien souvent cela provoque des instabilités à plus ou moins long terme en fonction de la qualité des signaux. C’est donc pourquoi nous avons choisi de mettre en place une spectroscopie par transfert de modulation afin de minimiser l’asymétrie du signal d’erreur. Il faut toutefois rester vigilant à la quantité de puissance utilisée dans le faisceau pompe⁹ et bien prendre garde à l’alignement. À noter que le signal obtenu après démodulation 1.14b a été obtenu à partir d’un ancien montage de spectroscopie où faisceaux pompe et sonde se croisaient dans la lampe à cathode creuse. Nous allons voir un peu plus loin que grâce à l’utilisation du cube de Wollaston, on peut espérer un offset moins important sur le signal d’erreur.

Pour obtenir cette courbe, nous avons effectué une modulation à la fréquence $\omega_m = 28$ MHz et avec une phase $\phi_m = 176^\circ$. À ce jour, le modulateur électro-optique ne permet pas d’effectuer une modulation dans la configuration optimale discuté précédemment. Modifier sa fréquence de fonctionnement pourrait être une amélioration future du montage¹⁰.

9. L’intensité de saturation de la transition est de 40 mW/cm^2 .

10. Nous avons déjà modifié la fréquence du modulateur électro-optique (initialement il travaillait à une fréquence de 20 kHz) mais à l’époque on pensait que la fréquence optimal était plutôt de l’ordre de Γ et non pas de $\Gamma/2$. C’est pourquoi aujourd’hui il fonctionne à 28 MHz.

G) Montage expérimental

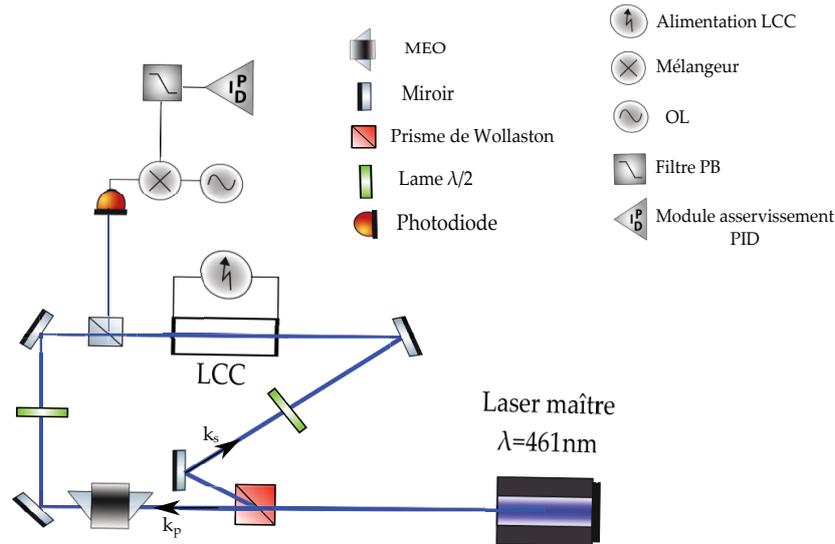


FIGURE 1.15 – Schéma du montage spectroscopique par transfert de modulation mis en place sur notre expérience. Le laser maître est séparé en phase selon deux composantes : un faisceau pompe et un faisceau sonde grâce à un prisme de Wollaston. Le faisceau pompe est envoyé vers un modulateur électro-optique oscillant à 28 MHz pour générer les bandes latérales. Les deux faisceaux sont superposés à nouveau grâce à un cube séparateur de polarisation de sorte à être colinéaires. On récupère ensuite le signal de la sonde sur une photodiode grâce à la réflexion d'un autre cube qui se situe en transmission de la lampe à cathode creuse. Le signal détecté est ensuite démodulé et envoyé vers un module d'asservissement PID.

Le montage expérimental actuellement mis en place sur l'expérience est représenté sur la figure 1.15. Le faisceau provenant de la source laser *Toptica* à 461 nm est séparée en deux par un prisme de Wollaston de sorte à éviter toute réflexion parasite du faisceau pompe sur la photodiode. Le faisceau pompe est modulé en phase par l'intermédiaire d'un modulateur électro-optique à la fréquence $\omega_m = 28$ MHz. Les deux faisceaux sont ensuite superposés à nouveau dans la lampe à cathode creuse pour que le transfert de modulation ait lieu. La lame demi-onde située sur le trajet du faisceau pompe permet de régler son niveau d'intensité. En transmission du nuage d'atomes, le faisceau sonde est récupéré en transmission grâce à un cube séparateur de polarisation et détecté par une photodiode qui transmet le signal à un dispositif de démodulation et d'asservissement PID pour *Proportionnel-Intégrateur-Dérivateur*. La rétro-action est effectuée grâce à un dispositif électronique inclus dans le contrôleur du laser commercial via une licence que nous avons achetée. Grâce à ce système, il nous suffit de fournir le signal détecté par la photodiode au contrôleur du laser qui réalise ensuite la démodulation, afin d'obtenir le signal d'erreur, et la rétro-action qu'on peut effectuer soit sur la cale piezo-électrique du laser, soit sur le courant de la diode. Les différents poids associés aux paramètres de l'asservissement PID sont réglables très facilement en fonction des besoins. Dans notre cas de figure, nous effectuons cette rétro-action directement sur le courant de la tête laser.

Nous avons donc présenté de deux manières différentes le phénomène non linéaire de transfert de modulation. Pour résumer, lorsque le laser maître passe sur la résonance, le faisceau pompe transfère ses bandes latérales à la sonde par un processus non linéaire d'ordre 3 : le mélange à 4 ondes. On mesure ensuite sur une photodiode le battement entre la fréquence porteuse de la sonde et ses bandes latérales. Le signal obtenu après démodulation correspond à la somme entre deux composantes en quadratures. Ce dernier est symétrique et centré autour de 0 à condition que les faisceaux pompe et sonde soient bien colinéaires. La largeur de ce signal d'erreur est de l'ordre de la largeur de la résonance comme dans la spectroscopie par absorption saturée. L'optimum a été déterminé de sorte à maximiser la pente du signal dispersif qui se trouve dans une région entre 0,3 et 0,5 Γ_b pour la fréquence de modulation et entre 45° et 90° pour la différence de phase entre les deux signaux.

1.3 Amplification de la puissance laser

Nous venons de décrire la spectroscopie mise en place sur le montage à 461 nm qui nous permet d'asservir la fréquence d'émission du laser. Ce laser va être scindé en trois parties de sorte à refroidir le strontium jusqu'à des températures de l'ordre du milliKelvin : la mélasse transverse, le ralentisseur Zeeman et le piège magnéto-optique. Une des difficultés principales est d'avoir suffisamment d'intensité lumineuse pour chacune de ces trois parties. En effet, on rappelle que l'intensité de saturation associée à la transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ vaut $I_{sb} = 42,5 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$. Or le laser maître dont nous disposons¹¹ ne peut fournir au maximum que 40 mW de puissance lumineuse. Pour ne pas être limité expérimentalement et refroidir les atomes le plus efficacement possible, il est indispensable d'amplifier cette puissance. Pour cela deux alternatives couramment utilisées sont possibles :

- l'utilisation de *Master Oscillator Power Amplifier* appelé plus couramment MOPA [77], qui permettent d'amplifier l'intensité de laser jusqu'à plusieurs Watt ;
- l'utilisation de diodes laser d'environ 100 mW, en procédant à une injection laser maître/diode esclave [68].

Comme il n'existe pas à ce jour de MOPA fonctionnel à la longueur d'onde $\lambda_b = 461 \text{ nm}$, nous avons opté pour la deuxième option. Les trois diodes laser que nous utilisons actuellement proviennent de l'entreprise Nichia, spécifiées pour émettre à une longueur d'onde proche de 461 nm. Dans un premier temps nous allons présenter le principe de l'injection du laser maître dans une diode esclave pour montrer en quoi cette méthode est tout à fait efficace et robuste pour amplifier notre source laser principale. Nous discuterons aussi brièvement des difficultés techniques rencontrées lors de l'implémentation expérimentale de cette technique et concluons en donnant le schéma du montage actuel complet du système laser à 461 nm.

1.3.1 Injection laser maître/diodes esclaves grâce à une fibre optique

L'objectif de cette technique est d'obtenir sur chaque diode esclave une copie exacte du spectre d'émission du laser maître. On profite ainsi à la fois des caractéristiques spectrales du laser maître (largeur spectrale, fréquence d'émission ...), et de la pleine puissance des diodes esclaves (typiquement 100 mW). Comme dit précédemment, les diodes esclaves qu'on utilise

11. Il s'agit d'une diode laser à cavité étendue de l'entreprise Toptica

sont des diodes laser de l'entreprise Nichia¹² dont la fréquence d'émission naturelle peut aller de 456 nm à 458 nm d'après les données constructeur. Il s'agit de diodes laser non traitées anti-reflets, et ne possédant aucun dispositif permettant d'affiner leur spectre d'émission (pas de montages en cavité étendue par exemple), leur largeur spectrale d'émission peut donc atteindre plusieurs dizaines à centaines de MHz de large. De plus, elles ont un comportement fortement multi-modal¹³ : plusieurs modes spectraux sont en compétition dans la détermination de sa fréquence d'émission. L'ensemble des modes pouvant contribuer au signal sont définis par la courbe de *gain* associée à la diode. Cette dernière dépend de la température et du courant appliquée à la diode et peut être déplacée en modifiant ces deux paramètres de sorte à favoriser un de ses modes d'oscillation plutôt qu'un autre. Ainsi, l'idée centrale de l'injection laser maître/diode esclave, est d'injecter le laser maître dans un des modes d'émission de la diode de sorte à *forcer* l'oscillation dans ce mode particulier. Une vision simplifiée de ce phénomène est de considérer la diode esclave comme un milieu à gain dans lequel le laser favoriserait l'émission stimulée associée à un mode particulier. Un schéma simplifié illustrant la compétition entre ces différents modes est donné sur la figure 1.16.

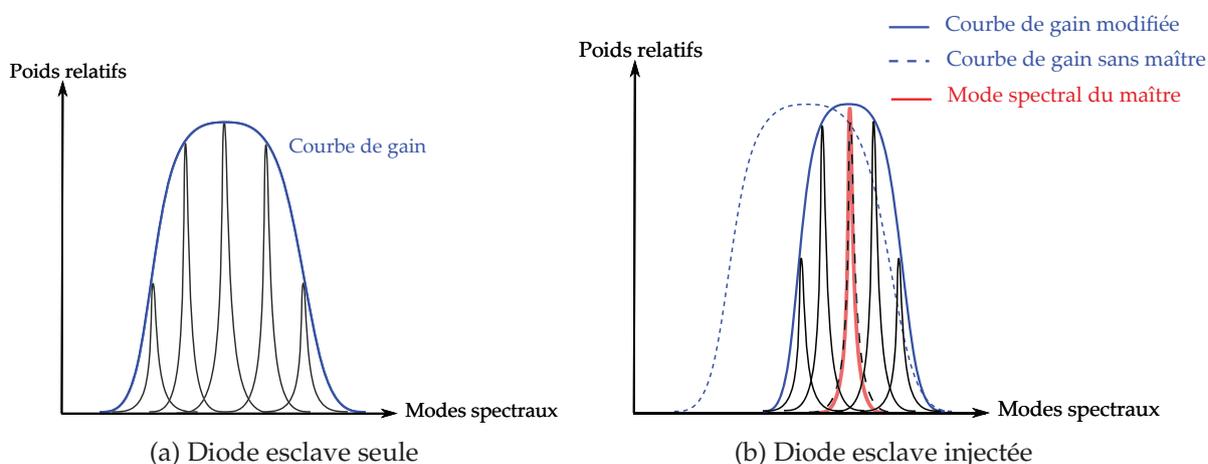


FIGURE 1.16 – **Illustration simplifiée du principe de l'injection laser maître/diode esclave** : la courbe de gain de la diode seule est modifiée par la présence du laser maître et peut être variée en modifiant le courant et la température qui lui sont appliqués. Grâce à ce principe, on peut forcer le spectre d'émission de la diode esclave à être une copie de celui du laser maître.

Trois points cruciaux sont à prendre en compte pour injecter correctement une diode esclave :

1. il doit y avoir correspondance entre la fréquence d'émission du laser maître et un des modes d'oscillations de la diode esclave ;
2. il doit y avoir un bon recouvrement entre leurs modes spatiaux ;
3. leurs polarisations doivent être identiques.

Pour satisfaire la condition 1 et qu'elle le reste à long terme, il est indispensable que les diodes esclaves soient branchées sur des montures contrôlées en courant et asservies en température. Cela permet d'assurer la stabilité de leurs modes spectraux et donc de l'injection du laser maître. Dans notre expérience, cela est réalisé par des montures provenant de l'entreprise Arroyo¹⁴ contrôlées par des alimentations de courant équipées d'un contrôleur PID en tempé-

12. Modèle : NDB4216E

13. Des diodes traitées anti-reflets pourraient réduire ce comportement multi-modal de l'émission.

14. Arroyo Instrument 234

rature de l'entreprise Stanford Research Systems¹⁵. Pour faciliter l'injection, il est important de commencer par ajuster ces deux paramètres de sorte à ce que la fréquence d'émission des diodes esclaves soient au plus proche de celle du laser maître. En effectuant cette opération, on s'assure que la courbe de gain favorise l'oscillation d'un mode relativement proche de la fréquence d'émission du laser maître.

Remarque :

Il n'est pas recommandé de travailler à des courants proches du courant maximal des diodes ni à de hautes températures (> 35°C) car cela entraîne un vieillissement prématuré de celles-ci.

La partie qui nous a posé le plus de problèmes en pratique, est celle qui consiste à superposer les modes spatiaux des deux faisceaux. En effet, avant de converger vers une configuration qui maximisait la qualité de l'injection sur de grandes échelles de temps, un grand nombre d'essais ont été effectués pendant cette thèse. Nous ne présenterons pas l'ensemble de ces essais, mais prendrons soin de détailler la configuration retenue. Cette dernière est schématisée sur la figure 1.17. C'est cette solution qui nous a permis d'obtenir des injections robustes sur plusieurs semaines sans nécessité de ré-alignements. Cette grande stabilité est principalement due à la présence d'une fibre optique placée sur le trajet du laser maître, en amont de l'isolateur optique. Pour comprendre l'intérêt de ce montage, nous allons résumer les grandes étapes qui nous permettent d'injecter nos diodes esclaves.

A) Injection de la diode esclave en pratique

Comme le montre le schéma de la figure 1.17, il est indispensable de placer un isolateur optique à la sortie de la diode esclave. En effet, ce dernier permet d'une part, d'éviter que des réflexions parasites causées par la suite du montage optique (non schématisé) ne rendent instables la position des modes spectraux de la diode esclave et d'autre part, c'est grâce au cube séparateur de polarisation situé à sa sortie qu'on peut superposer le faisceau maître sur l'esclave pour permettre l'injection. On a placé une lame demi-onde sur le trajet du faisceau maître, en amont de l'isolateur optique, de sorte à maximiser la puissance réfléchi par ce cube séparateur de polarisation en direction de la diode. On note aussi que, par construction, les faisceaux maître et esclave possèdent la même polarisation entre la diode et l'isolateur optique, la troisième conditions se vérifie donc assez simplement. De plus, on a aussi ajouté des télescope de lentilles cylindriques sur le trajet de la diode esclave en amont de l'isolateur optique de sorte à maximiser le recouvrement des modes spatiaux des faisceaux maîtres et esclaves.

B) Rôle de la fibre optique

Comme les performances des cubes séparateurs de polarisation ne sont pas parfaites (surtout en réflexion), une fraction du faisceau de la diode esclave d'environ 1% (~ 1 mW) est réfléchi par le cube situé en sortie de l'isolateur optique, en direction du laser maître. Superposer le laser maître sur cette fraction réfléchi permet d'assurer une très bonne superposition entre les faisceaux maître et esclave et de la quantifier. En effet, si les efficacités d'injections des deux faisceaux dans la fibre optique sont égales, alors leur recouvrement est maximal. Concrètement, pour que cette superposition soit la meilleure possible, nous avons injecté la fraction réfléchi de la diode esclave dans une des extrémités d'une fibre optique et injecté le laser maître dans

15. SR830

l'autre.

Jusque là, c'est la méthode la plus efficace que nous avons trouvée pour garantir un spectre le plus fidèle possible à celui du laser maître et le plus robuste sur le long terme. Actuellement, le recouvrement entre les deux faisceaux est estimé à environ 40% et cela nous a permis d'injecter les diodes esclaves avec une puissance du laser maître de l'ordre de $200 \mu\text{W}$ pendant plusieurs semaines, sans avoir à toucher au montage optique. En transmission des isolateurs optiques, on mesure des puissances des diodes injectées entre 85 et 90 mW typiquement, ce qui correspond à une amplification du laser maître d'un facteur environ égal à 450.

Nous avons donc présenté la solution retenue pour amplifier la puissance lumineuse de notre laser maître : l'injection d'une diode esclave. Cette solution permet d'obtenir une copie spectrale de ce dernier tout en profitant de la pleine puissance d'émission des diodes esclaves. Ainsi, avec environ $200 \mu\text{W}$ de puissance du maître on peut obtenir jusqu'à 90 mW de puissance lumineuse en sortie de l'isolateur optique. Cette solution permet donc d'amplifier la puissance du laser maître typiquement d'un facteur 450. On a donc répété le schéma de la figure 1.15 trois fois : pour la diode de la mélasse transverse, pour celle du ralentisseur Zeeman et pour celle des faisceaux du piège magnéto-optique. À ce jour, on arrive à avoir des puissances lumineuses au niveau des atomes de l'ordre de 20-25 mW, ce qui correspond donc à une perte totale d'environ 70% de puissance lumineuse provenant des diodes. Ces pertes sont associées aux optiques, modulateurs acousto-optiques et fibres optiques que chacun de ces faisceaux doivent traverser dans la suite du montage.

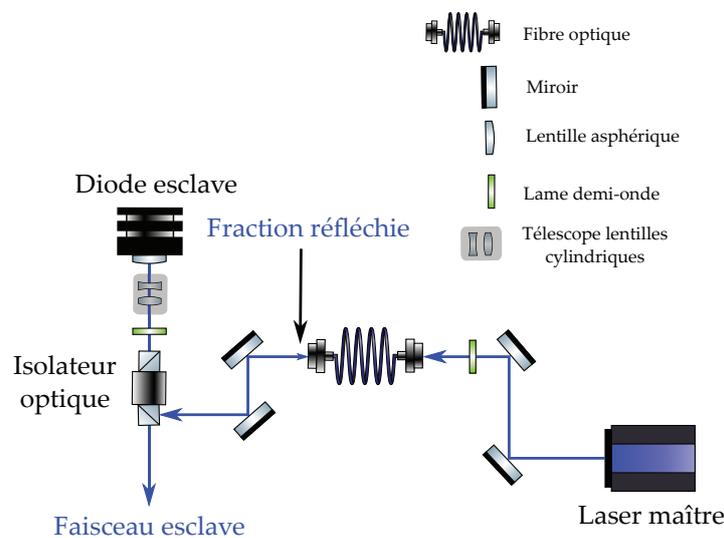


FIGURE 1.17 – Schéma type d'une de nos injections laser maître/diode esclave. Une fraction du faisceau de la diode est réfléchi par le cube de sortie de l'isolateur, ce qui nous permet de l'injecter dans une fibre optique. Ainsi, lorsqu'on injecte le faisceau maître dans cette même fibre et dans la direction opposée, on garantit la meilleure superposition possible entre les deux faisceaux. La lentille asphérique ainsi que le télescope de lentilles cylindriques permettent de mettre en forme le faisceau et de maximiser l'injection dans la fibre optique

1.4 Réglages des désaccords et système complet

À présent que nous avons montré comment amplifier le signal du laser maître à partir des trois diodes esclaves, nous allons décrire la suite du montage qui permet de régler les désac-

cords de ces trois faisceaux en fonction de leur rôle respectifs au niveau des atomes. Nous allons expliquer en pratique comment sont réglés les différents désaccords. Cela nous permettra de présenter l'ensemble du système laser à 461 nm.

1.4.1 Désaccords des faisceaux de la mélasse transverse, du Zeeman et du piège magnéto-optique

Une manière tout à fait usuelle de régler le désaccord des faisceaux laser est d'utiliser des modulateurs acousto-optiques en double passage et réglables en fréquence. Dans notre cas de figure, il s'agit de modulateurs acousto-optique de l'entreprise AA optoelectronics¹⁶ traités pour le visible et pouvant effectuer des excursions en fréquence jusqu'à 200 MHz en double passage. Afin d'éviter de perdre en puissance, nous avons placé ce montage en double passage des modulateurs acousto-optique sur le trajet du laser maître en amont de chaque diode esclave. Nous nous sommes assurés par ailleurs, que les diodes esclaves arrivaient à suivre les excursions en fréquence du laser maître sans ce désinjecter. Les trois modulateurs acousto-optique variables utilisés ont une fréquence de fonctionnement centrée autour de 200 MHz, ce qui nous permet d'obtenir en sortie de ces montages double passage (ordre de diffraction -1), un laser maître désaccordé jusqu'à -400 MHz ($\sim 2\Gamma_b$).

Les faisceaux des diodes esclaves passent eux aussi au travers d'un modulateur acousto-optique, à fréquence fixe cette fois, avant d'être injecté dans une fibre optique. Ces modulateurs acousto-optique permettent de garantir une vitesse d'extinction très supérieure à un obturateur mécanique (quelques nanosecondes contre quelques dizaines de microsecondes), ce qui peut s'avérer être indispensable dans certaine situations expérimentales. Ils proviennent du même fabricant que les modulateurs acousto-optique à fréquence variable. Deux d'entre eux sont identiques et concernent les faisceaux de la mélasse transverse et du piège magnéto-optique : leur fréquence de fonctionnement est de 200 MHz¹⁷, tandis que pour le faisceau Zeeman elle se situe à 250 MHz¹⁸. Concernant les faisceaux de la mélasse transverse et du piège magnéto-optique, ils sont injectés dans les ordres +1 de diffraction tandis que celui du faisceau Zeeman est injecté dans l'ordre -1. L'ensemble des désaccords possibles sur les différentes parties du montage laser sont récapitulés dans le tableau 1.18 suivant :

	Mélasse transverse	Zeeman	Piège magnéto-optique
Désaccord réglable (MHz)	[0, -200]	[-400, -650]	[0, -200]

FIGURE 1.18 – Tableau récapitulatif des désaccords lasers accessibles avec le dispositif actuel.

Malgré le fait que les deuxièmes acousto-optiques permettent des extinctions rapides des faisceaux, l'extinction peut être incomplète et une quantité infime de lumière peut tout de même être transmise vers la chambre à vide. Ainsi, pour assurer l'extinction complète des faisceaux, on placera prochainement des obturateurs mécaniques à l'entrée de chacune des fibres optiques¹⁹. Ces obturateurs mécaniques sont circulaires, mesurent environ 2,5 cm de diamètre et se ferme en une fraction de millisecondes.

16. Modèle des modulateurs acousto-optique à fréquence variable : MT250-B100A0,5-VIS, de leur contrôleurs : DRFA10Y-B4500-0-150.300-0dB et de leur amplificateur de puissance : AMPA-B-34-20.425

17. Référence fabricant : MT200-B100A0,5-VIS et le contrôleur (amplificateur refroidi intégré) : MODA200-B41k51k-344560-Hk-01

18. Référence fabricant : MT250-B100A0,5-VIS et le contrôleur (amplificateur refroidi intégré) : MODA200-B41k51k-344560-Hk-01

19. Provenant du fabricant Melles Griot, modèle : 04RDI231 (*rotary drive shutter*)

1.4.2 Pivot entre l'isotope 88 et l'isotope 84

Comme expliqué dans l'introduction du manuscrit, l'isotope le plus abondant du strontium est le Sr 88 à 82% contre seulement 0,5 % pour le Sr 84. Il est donc beaucoup plus simple dans un premier temps de chercher à obtenir un PMO de Sr 88 que se soit sur la raie à 461 nm que sur celle à 689 nm car le flux d'atomes est nettement plus important. C'est pourquoi nous avons décidé de mettre en place sur le montage un modulateur acousto-optique²⁰ à fréquence fixe, qui nous permet de passer d'un isotope à l'autre. De plus, l'écart entre les fréquences des transitions $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ des isotopes 88 et 84 du strontium est de 270 MHz. On a donc choisi la fréquence de travail de cet isolateur autour de 130 MHz²¹ de sorte à ce qu'en effectuant un montage en double passage, on puisse passer d'un isotope à l'autre sans avoir à modifier l'ensemble des désaccords de chaque diodes esclave. Ce modulateur acousto-optique est placé en amont des injections de chacune des diodes esclaves, comme représenté sur le schéma complet du système laser de la figure 1.19.

Dans ce chapitre nous avons donc présenté l'ensemble du système laser permettant d'obtenir le piège magnéto-optique de strontium à 461 nm. En particulier, nous avons comparé deux méthodes de spectroscopie couramment utilisées sur ce type de raie spectrale : la spectroscopie par absorption saturée et la spectroscopie par transfert de modulation. Cela nous a permis de justifier le choix de la deuxième technique en montrant son avantage du point de vue de la robustesse de l'asservissement en fréquence du laser maître. Nous avons ensuite expliqué comment nous amplifions la puissance lumineuse d'un facteur 450 du laser maître par injection de diodes esclaves et qu'elle technique expérimentale permettait d'en assurer la stabilité sur plusieurs semaines. Pour finir, nous avons décrit comment sont effectués les réglages des désaccords pour les différents faisceaux nécessaires afin d'obtenir le nuage d'atome à quelques milliKelvin : mélasse transverse, le ralentisseur Zeeman et le piège magnéto-optique.

20. Même fabricant que les autres, référence constructeur : MT130-B40A1-VIS et le contrôleur associé : DRFA10Y-B4500-0-90.210-0dB et amplificateur : AMPA-B-30

21. Cette fréquence de travail ne fait pas parti des standards proposés par l'entreprise AA optoelectronics, il s'agit d'un modulateur acousto-optique réalisé spécialement pour nos besoins.

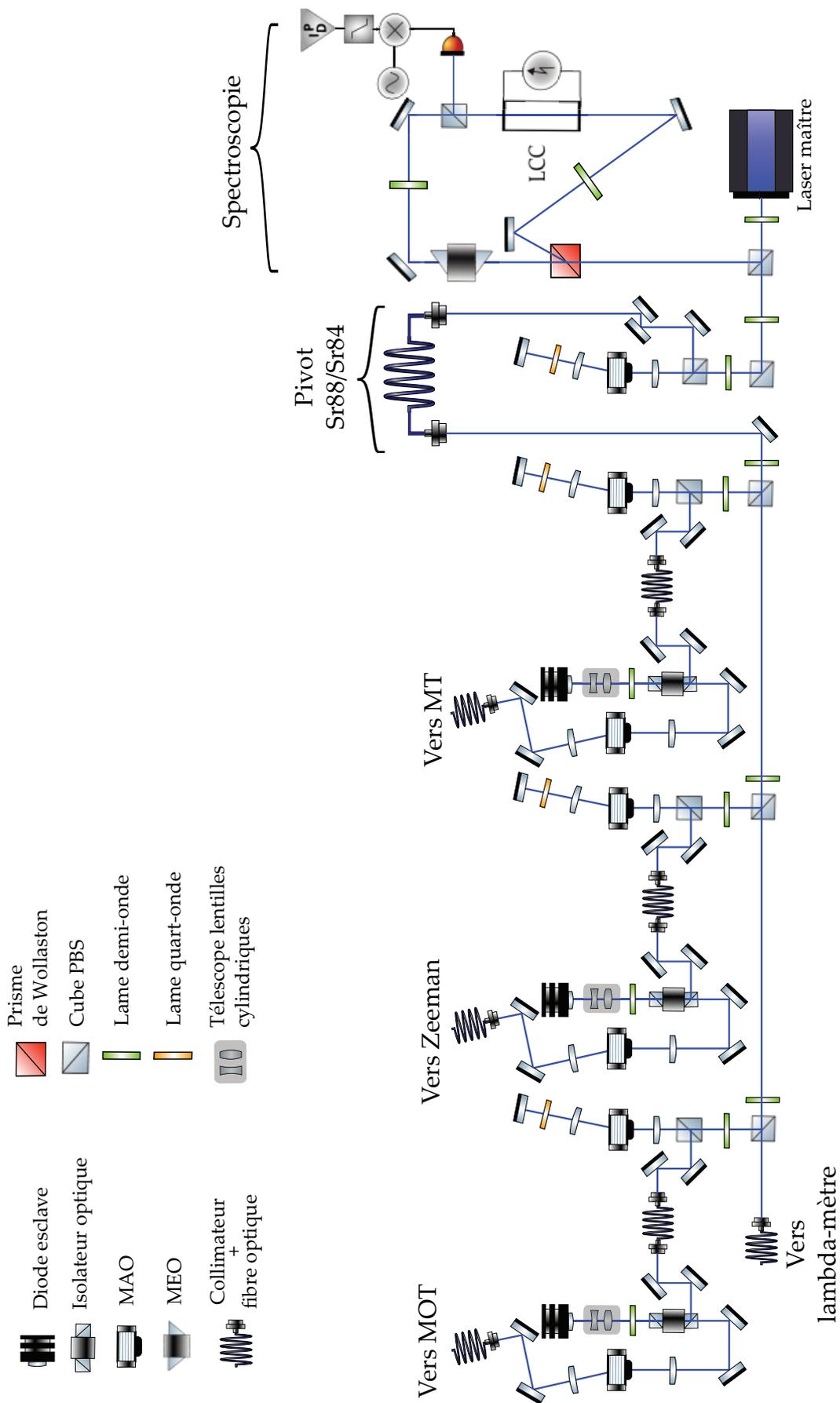


FIGURE 1.19 – Schéma complet du système laser à 461 nm.

Obtenir le piège magnéto-optique sur la raie large

Contents

2.1	Description du four et caractérisation du jet d'atomes	54
2.1.1	Divergence estimée et divergence réelle du jet d'atomes	54
2.2	Réduire la divergence du faisceau : la Mélasse Transverse	58
2.2.1	Principe de fonctionnement de la mélasse transverse	58
2.2.2	Optimisation des paramètres expérimentaux : simulation	62
2.3	Ralentir le jet d'atomes : conception et réalisation du ralentisseur Zeeman	66
2.3.1	Principe de fonctionnement du ralentisseur Zeeman	67
2.3.2	Obtention du champ magnétique idéal	68
2.3.3	Distribution de vitesses finales	73
2.3.4	Conception des bobines du ralentisseur Zeeman	74
2.3.5	Bobinage du Zeeman et profil de champ magnétique mesuré	77
2.3.6	Une technique pour mesurer la vitesse des atomes à la sortie du ralentisseur Zeeman : perspectives	82
2.4	Description et caractérisation du piège magnéto-optique	84
2.4.1	Quelques rappels de principe	85
2.4.2	Système expérimental	87
2.4.3	Caractérisation du PMO bleu	90

Dans le chapitre précédent nous avons présenté l'ensemble du système laser permettant de refroidir le strontium jusqu'à quelques milliKelvin. À présent, nous allons présenter les étapes principales du refroidissement laser ainsi que le système à vide actuellement mis en place sur l'expérience. La chronologie de ce chapitre suivra celle de ces différentes étapes de ralentissement du strontium depuis la source dont il est émis, jusqu'à la formation du piège magnéto-optique (PMO). Plus précisément nous présenterons : le four qui nous permet d'obtenir un jet d'atomes de strontium pour les expériences, la mélasse transverse pour réduire la divergence de ce jet, le ralentisseur Zeeman pour réduire leur vitesse de propagation et pour finir le piège magnéto-optique. Une grande partie du travail qui va être présenté ici a été réalisé avec l'aide de deux collègues du laboratoire Charles Fabry : Florence Nogrette, qui a été de très bon conseil vis à vis des techniques de vide et de l'optique et a notamment énormément contribué au montage du système à vide dans son ensemble, et Jean-René Rullier qui a entre autres conçu et fabriqué notre four à strontium.

2.1 Description du four et caractérisation du jet d'atomes

Pour commencer, nous allons présenter le four actuellement installé sur l'expérience. A priori, il s'agit d'un four temporaire car nous sommes supposés faire l'acquisition d'un des fours du SYRTE à Paris, actuellement en développement et spécialement conçu pour le strontium. En attendant nous avons opté pour un four « *fait maison* », fabriqué par Jean René Rullier à partir des plans fournis par des collègues du Laboratoire de Physique des Laser (LPL) de leur propre four. La figure 2.1 est un schéma de ce dernier, où l'on peut voir que sa forme générale est relativement simple : il s'agit d'un tube à vide de 16 cm de long, 15 mm de diamètre intérieur et composé de deux brides CF16 aux extrémités. Au centre du tube se trouve un berceau de 15 mm de long, creusé sur un diamètre de 5 mm et recueillant une quarantaine de micro-canaux mesurant respectivement 15 mm de long et 0,25 mm de diamètre.

Du strontium métallique sous forme de *paillettes* comme le montre la photo de la figure 2.1, est stocké à l'arrière du tube et contient environ 5 g de strontium (pureté 99.9%) provenant de l'entreprise *Sigma Aldrich*. L'ensemble des micro-canaux agissent comme un filtre spatial sur les vitesses transverses du jet atomique, ce qui permet d'en réduire la divergence dès la sortie du four. L'ensemble du dispositif est placé dans un bouclier thermique de sorte à faciliter le chauffage et isoler l'extérieur. On peut voir aussi un des câbles d'alimentation de l'élément chauffant dont nous disposons (non schématisé). Il s'agit de deux demi-cylindres indépendants en fibre céramique dans lesquels une grille résistive affleure la surface intérieure, ce qui permet de les chauffer. Actuellement, la température de ce dispositif est d'environ 450 °C pour un courant d'alimentation de 3,92 A. Cette température est suffisante pour travailler avec un flux satisfaisant de strontium 88.

2.1.1 Divergence estimée et divergence réelle du jet d'atomes

Comme nous l'avons dit précédemment, le rôle des micro-canaux dans le tube à vide CF16 est de réduire la divergence du jet d'atomes. En effet, le gaz de strontium va se déplacer sur une distance de l'ordre de 2 m au total. Si sa divergence est trop importante, une grande quantité d'atomes sera perdue pour l'expérience. Limiter la divergence du jet atomique permet donc d'économiser le strontium disponible et de rallonger la durée avant laquelle il faudra réapprovisionner le four. Dans cette partie, nous allons estimer la divergence du jet ainsi que la vitesse transverse typique des atomes à la sortie des micro-canaux. Commençons par don-

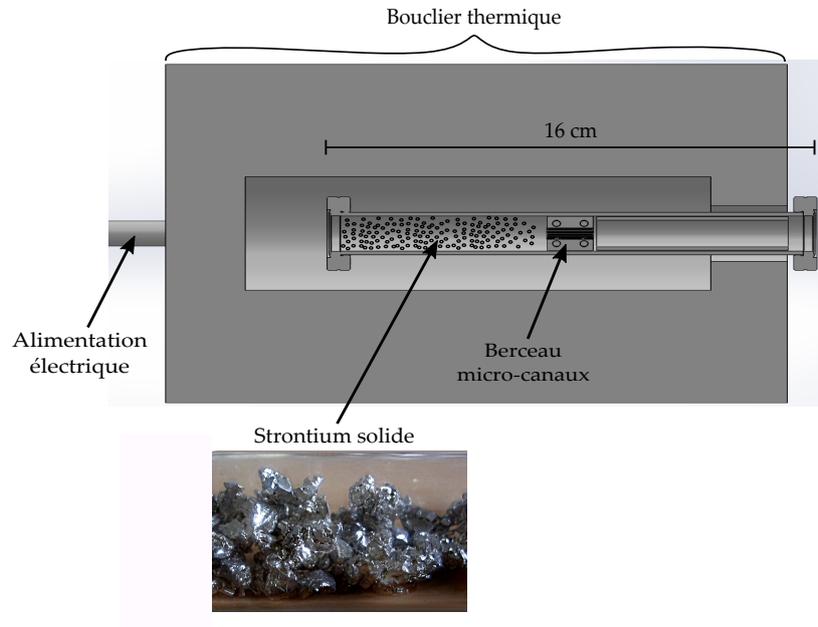


FIGURE 2.1 – Schéma SolidWorks réalisé par Florence Nogrette à partir des plans du four du LPL. Ce dernier est simplement un tube à vide CF16 de diamètre interne 15 mm et mesurant 16 cm. On peut voir en son centre un berceau contenant une quarantaine de micro-canaux de 0,25 mm de diamètre et 15 mm de long. Cet assemblage agit comme un filtre spatial afin de réduire la divergence du jet d’atomes en sortie de four. On peut voir autour de ce tube CF16 le bouclier thermique permettant d’aider le chauffage et d’éviter les radiations thermiques. On peut voir aussi un câble d’alimentation de l’élément permettant de chauffer le strontium (non représenté), situé à gauche du berceau de micro-canaux. À ce jour, nous travaillons sur le strontium 88 avec une température typique de 450 °C en imposant un courant de 3,92 A. La photo représente la forme sous laquelle se trouve le strontium dans le four.

ner une estimation naïve de cette divergence en considérant que les atomes se propagent de manière balistique à l’intérieur des micro-canaux. En effet, le rapport entre leur rayon r et leur longueur l étant très faible, on peut donner une expression simplifiée de la divergence totale θ attendue du jet :

$$\theta \sim \frac{2r}{l} = 8 \text{ mrad} . \quad (2.1)$$

Comparons cette estimation à une mesure réelle de la divergence du jet en sortie de four.

- Mesure de la divergence du jet

Pour mesurer la divergence du jet d’atomes, nous avons effectué une imagerie par fluorescence. Le principe de cette technique de mesure est schématisée sur la figure 2.2 : on envoie un faisceau laser dans la direction orthogonale à celle de la propagation du jet d’atomes de sorte à être sensible uniquement à la distribution transverse de leur vitesse. Le faisceau laser ne sature pas la transition à 461 nm et sa fréquence d’émission est balayée autour de la résonance. Lorsque le laser est résonant, les atomes diffusent des photons dont une fraction peut être détectée par une photodiode située à 10 cm des atomes dans la direction orthogonale au jet d’atomes et à celle du laser.

Une mesure de fluorescence est donnée sur la figure 2.3. L’axe des abscisses de la courbe 2.3 est exprimé en fonction de deux grandeurs différentes : en noir le désaccord laser et en rouge les vitesses transverses. On constate de prime abord que le profil d’absorption ne correspond pas à une fonction bien connue, il faudrait un modèle décrivant l’émissivité des micro-canaux

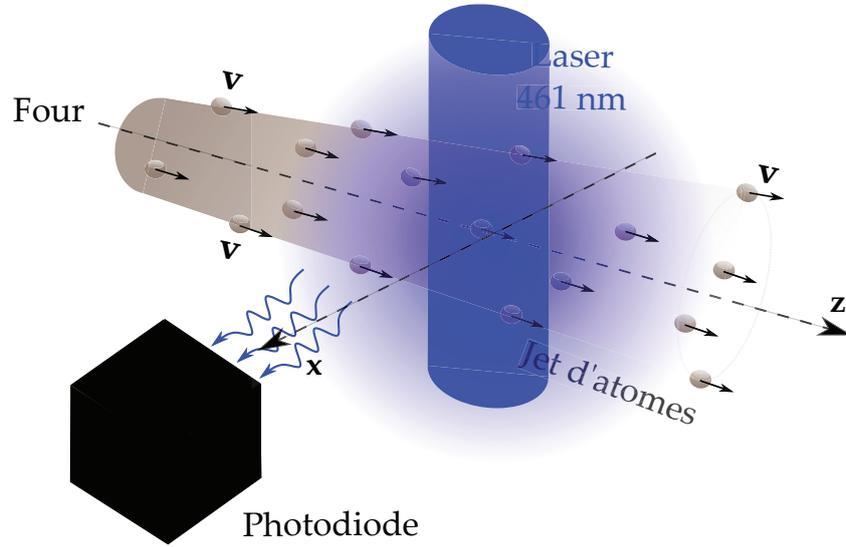


FIGURE 2.2 – Schéma de principe d'une mesure de la divergence du jet d'atomes : on effectue une imagerie par fluorescence en envoyant un faisceau laser dans la direction transverse du jet d'atomes en sortie de four. Le faisceau laser est non saturant pour ne pas modifier de manière significative leur vitesse et pour éviter d'élargir la transition et donc perdre en résolution, sa fréquence d'émission est balayée autour de la résonance à 461 nm. Une fraction des photons diffusée par les atomes est détectée par une photodiode située à environ 10 cm du jet. Cette dernière se situe dans la direction transverse à la fois du jet atomique et de la direction de propagation du laser. Grâce à ce dispositif, on peut déterminer la distribution des vitesses transverses des atomes en sortie de four ainsi que la divergence du jet.

pour ajuster le profil mesuré. Étienne Maréchal, un collègue du LPL, s'est intéressé à cette modélisation pour estimer la consommation du strontium dans le four et donc la durée au bout laquelle il serait nécessaire de le ré-approvisionner (on parlera de durée de vie du four). Le résultat de son étude donne une durée de vie du four de 2 ans pour un four à 450 °C ce qui est assez cohérent avec les durées réelles [84]. Néanmoins, au vu de son étude, modéliser les caractéristiques d'émissivité des micro-canaux est assez complexe et dans ce manuscrit, nous nous contenterons d'estimer aussi bien la divergence du jet que la vitesse transverse typique des atomes à partir de la largeur totale d'une mesure de cette divergence, dont le signal associé est représenté sur la figure 2.3.

À partir de ce signal, nous avons tout d'abord converti l'axe des abscisses en fréquence grâce à une calibration de notre laser à 461 nm¹. On en déduit que la largeur spectrale totale du jet d'atomes vaut environ 100 MHz (axe noir). En utilisant ensuite la formule de l'effet Doppler permettant de lier le désaccord du laser à la vitesse des atomes, nous avons pu en déduire cette même largeur dans l'espace des vitesses transverses :

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{v_{\perp}}{c} \right) \quad (2.3)$$

$$v_{\perp} = \Delta \times \lambda_0, \quad (2.4)$$

où v_{\perp} est la vitesse transverse atomique résonante avec le laser dont le désaccord est donnée par $\Delta = (\omega - \omega_0)/2\pi$ et $\lambda_0 = 461$ nm la longueur d'onde de la transition.

1. Calibration tension/fréquence effectuée grâce à un lambda-mètre pour une source de modulation externe :

$$\Delta V = 0,5 V_{pp} \rightarrow \Delta f = 600 \text{ MHz}, \quad (2.2)$$

où ΔV est l'amplitude de la rampe pic à pic en volt et Δf son équivalent en fréquence.

Profil d'absorption du faisceau laser en transmission du jet d'atomes

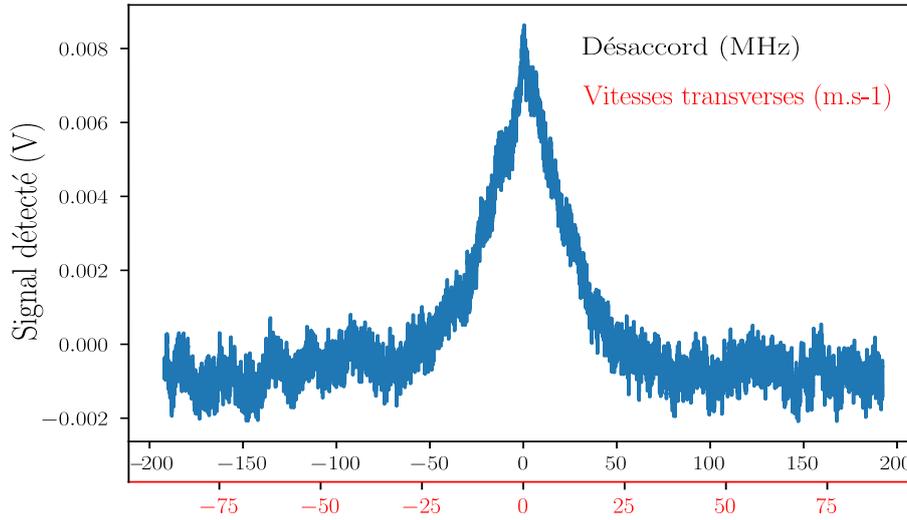


FIGURE 2.3 – **Signal de fluorescence détecté par la photodiode.** Pour effectuer cette mesure, on a utilisé un faisceau laser non saturant et balayé en fréquence autour de la résonance à 461 nm. L’amplitude de la rampe est de 480 MHz et d’une fréquence de 1 kHz. On a exprimé l’axe des abscisses selon deux grandeurs apportant différentes informations : **en noir** l’axe est exprimé en fréquence, ce qui permet d’obtenir la largeur spectrale du jet, estimée ici à 35 MHz et **en rouge**, l’axe correspond aux vitesses transverses des atomes, cela nous permet d’estimer la vitesse transverse maximale des atomes à environ 50 m s^{-1} et la divergence du jet associée à environ $\theta \sim 0,12 \text{ rad}$.

On peut alors donner une estimation de la vitesse transverse maximale des atomes en mesurant la largeur du signal au niveau de sa base, qui vaut environ 50 m s^{-1} (axe rouge). On peut alors en déduire une estimation de la divergence du jet atomique en choisissant comme vitesse longitudinale typique du jet atomique $v_{\parallel} \sim 420 \text{ m s}^{-1} \gg v_{\perp}$. Cette dernière correspond à la vitesse longitudinale des atomes la plus probable en sortie de four, décrite par la distribution de Maxwell-Boltzmann pour une température de 750 K. Ainsi la divergence du jet d’atomes peut s’écrire :

$$\theta = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \sim 0,12 \text{ rad} . \quad (2.5)$$

Ici la divergence correspond à l’angle formé par le *cône* complet du jet d’atomes. On constate que par rapport à l’application numérique naïve effectuée sur l’équation (2.1), la divergence réelle est plus élevée d’un facteur 15. Une raison qu’on peut donner à cela est la suivante : dans la vision *naïve*, les atomes se propagent dans les micro-canaux de manière balistique. En réalité, il est très probable que la propagation du strontium au sein des micro-tubes soit beaucoup plus complexe : il peut percuter soit les parois, soit d’autres atomes à plusieurs reprises pendant sa propagation. Ainsi, les atomes pourraient alors présenter une composante transverse de leur vitesse bien plus importante que celle attendue dans l’estimation précédente. Il est d’ailleurs probable que cette difficulté à prédire les trajectoires atomiques limite la précision des modèles actuels qui visent à décrire l’émissivité des micro-canaux.

Remarque :

Un point important à noter est qu’à cause de l’effet Doppler, nous ne sommes de toute façon pas en mesure de résoudre la divergence du jet à mieux que 30 MHz. Cela signifie que quand bien même la divergence du jet atomique serait extrêmement faible, nous ne pourrions pas

détecter un signal de largeur inférieure à 30 MHz. Or si on regarde la largeur à mi-hauteur du signal détecté, on voit qu'on se trouve justement proche de cette limite. Il est donc difficile de dire avec certitude si la valeur de divergence que nous avons calculée correspond bien à la divergence réelle du jet atomique.

La vitesse transverse maximales des atomes en sortie de four semble donc d'environ 50 m s^{-1} et la divergence associée $\theta \sim 0,12 \text{ rad}$. Cependant, comme nous l'évoquions dans la dernière remarque, il se peut qu'en réalité nos calculs soient limités par l'effet Doppler et donc la valeur de la divergence pessimiste. En admettant que le signal mesuré représente bien la situation réelle, si on considère un atome initialement situé sur l'axe de propagation du jet atomique en sortie du four ($x=0, z=0$) avec une vitesse transverse v_{\perp} de 50 m s^{-1} , il s'en retrouvera éloigné de 12 cm après une propagation d'un mètre ($x = 12 \text{ cm}, z = 1 \text{ m}$). En d'autre terme, une grande partie des atomes est susceptible d'être perdue pendant leur propagation en allant se coller aux parois de la chambre à vide. Pour éviter cela, il est possible de réduire d'avantage la divergence du jet grâce une étape dite de mélasse transverse dès la sortie du four.

2.2 Réduire la divergence du faisceau : la Mélasse Transverse

Bien qu'elle ne soit pas indispensable à l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein, la mélasse transverse est une étape importante dans le refroidissement car elle permet de limiter le nombre d'atomes perdus pendant leur propagation dans l'enceinte à vide. En réduisant la divergence du jet en sortie de four, on peut alors réduire sa température de fonctionnement tout en gardant un flux d'atomes constant. L'effet positif de cela est d'allonger la durée de vie du four et c'est pourquoi nous avons décidé de mettre en place une étape de mélasse transverse.

2.2.1 Principe de fonctionnement de la mélasse transverse

La figure 2.4 illustre le principe de la mélasse transverse. On envoi deux paires de faisceaux lasers rétro-réfléchis sur le jet d'atomes en sortie de four. Ils exercent sur ces derniers une force de pression de radiation plus ou moins importante en fonction de l'intensité de ces faisceaux et de leur désaccord. Pour simplifier les explications qui vont suivre, nous allons nous placer dans un cas unidimensionnel en ne considérant qu'une seule des deux paires de faisceaux². On considèrera aussi que l'intensité des deux faisceaux lasers est égale. On peut montrer que l'expression de la force de pression de radiation à une dimension s'écrit [25] :

$$F(\Delta, v_z) = \hbar k_b \frac{\Gamma_b}{2} \left(\frac{I/I_{sb}}{1 + I/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta - k_b v_z}{\Gamma_b} \right)^2} - \frac{I/I_{sb}}{1 + I/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta + k_b v_z}{\Gamma_b} \right)^2} \right), \quad (2.6)$$

où $I_{sb} = 40 \text{ mW.cm}^{-2}$ est l'intensité de saturation de la transition bleu, I est l'intensité du laser envoyé sur le jet d'atomes, $\Delta = (\omega_0 - \omega)/2\pi$ son désaccord, k_b son vecteur d'onde et Γ_b la largeur de la résonance.

On a tracé sur la figure 2.5 quatre courbes représentant l'allure de la force de pression de radiation totale (2.6) pour des différentes valeurs de désaccords laser Δ . On remarque d'une part que lorsque $|\Delta| \leq \Gamma_b/2$ celle-ci possède une forme dispersive dont la partie linéaire se trouve entre $k_b v_z \in [-\Delta/2, \Delta/2]$. Lorsqu'en revanche le désaccord devient plus important, le coefficient

2. Le raisonnement suivi à 1D est assez simplement généralisable à la deuxième paire de faisceaux lasers [25].

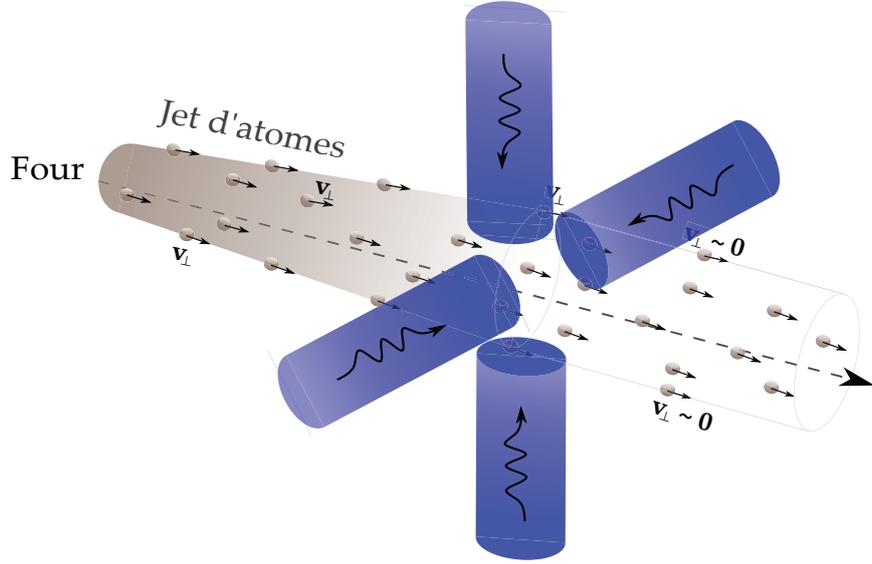


FIGURE 2.4 – **Schéma de principe de la mélasse transverse.** On envoie 4 faisceaux contrapropageants deux à deux sur le jet d'atomes en sortie de four. L'axe de propagation des faisceaux étant orthogonal à celui de la propagation du jet, la force de pression de radiation agit sur la composante transverse des vitesses atomiques v_{\perp} . L'objectif de cette étape du refroidissement laser est de réduire au maximum v_{\perp} sur une large gamme de classe de vitesses de sorte à collimater le jet.

de la partie linéaire tend vers zéro et on voit deux structures de signe opposé, symétriques et situées de part et d'autres de la vitesse $v_z = 0$. Plus le désaccord est grand, plus ces deux structures s'éloignent l'une de l'autre. Ces deux dernières correspondent aux résonances des atomes appartenant respectivement aux classes de vitesses positives ou négatives vérifiant $|k_b v_z| = \Delta$. On remarque aussi que pour des désaccords inférieurs à $\Gamma_b/2$, la forme dispersive est conservée mais l'amplitude de la force de pression de radiation diminue.

Nous allons voir que c'est lorsque la force de pression de radiation possède une forme dispersive qu'il est pertinent de travailler du point de vue du ralentissement laser. Pour cela, nous allons donner une forme simplifiée de l'expression (2.6) en considérant que les deux faisceaux qui saturent peu la résonance ($I \ll I_{sb}$), que l'effet Doppler est petit par rapport à la largeur de la résonance ($k_b v_z \ll \Gamma_b$) et le désaccord laser est de l'ordre de Γ_b . Sous ces conditions, on peut effectuer un développement limité au premier ordre de la force de pression de radiation en $k_b v_z$:

$$F(\Delta, v_z) \sim -\hbar k_b \frac{\Gamma_b I(z)}{2 I_{sb}} \left(\frac{1}{1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2} \left(1 - \left(\frac{k_b v_z}{\Delta}\right)^2\right)} - \frac{1}{1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2} \left(1 + \left(\frac{k_b v_z}{\Delta}\right)^2\right)} \right) \quad (2.7)$$

$$\sim -\hbar k_b \frac{\Gamma_b I(z)}{2 I_{sb}} \left(\frac{1}{1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2} \left(1 - \frac{2k_b v_z}{\Delta}\right)} - \frac{1}{1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2} \left(1 + \frac{2k_b v_z}{\Delta}\right)} \right) \quad (2.8)$$

$$\sim -\frac{\Gamma_b I(z)}{2 I_{sb}} \frac{\hbar k_b}{\left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2}\right)} \left[\left(1 - \frac{8k_b v_z \Delta}{\Gamma_b^2 \left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2}\right)}\right)^{-1} - \left(1 + \frac{8k_b v_z \Delta}{\Gamma_b^2 \left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2}\right)}\right)^{-1} \right] \quad (2.9)$$

$$\sim -\hbar k_b^2 \frac{I(z)}{I_{sb}} \frac{8\Delta v_z}{\Gamma_b \left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2}\right)^2}. \quad (2.10)$$

Allure de la force de pression de radiation pour plusieurs valeurs du désaccord

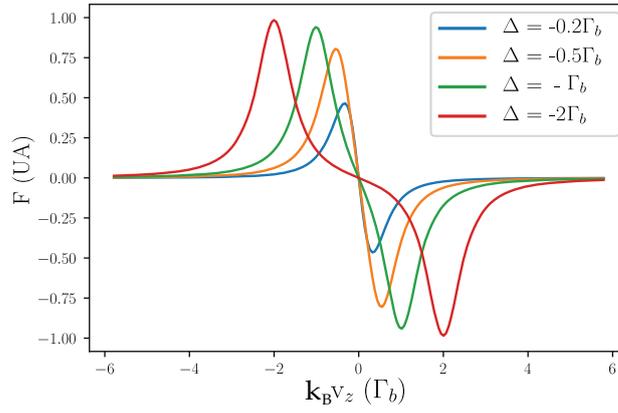


FIGURE 2.5 – **Allure de la force de pression de radiation totale ressentie par les atomes pour plusieurs désaccords.** On peut voir que pour un désaccord $\Delta \leq \Gamma_b/2$ la force de pression de radiation possède une forme dispersive de largeur 2Δ . Pour des désaccords inférieurs à $\Gamma_b/2$ on voit que l'amplitude de la force est plus faible. En revanche, pour des désaccords plus importants, on voit que l'allure de la force de pression de radiation totale perd sa forme dispersive. Plus précisément, on voit apparaître deux structures correspondant aux résonances des deux faisceaux avec les classes de vitesses positive et négative des atomes vérifiant $|v_z| = \Delta/k_b$.

qu'on peut réécrire sous une forme plus explicite :

$$F(\Delta, v_z) \sim -m\alpha(\Delta)v_z, \quad (2.11)$$

où l'on a posé :

$$\alpha(\Delta) = \frac{\hbar k_b^2 I(z)}{m I_{sb}} \frac{8\Delta}{\Gamma_b \left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2}\right)^2}, \quad (2.12)$$

On constate que dans ce régime particulier, la force de pression de radiation se comporte comme une force de friction fluide. C'est exactement ce comportement qui permet le ralentissement des atomes par laser. La valeur de ce coefficient de friction fluide est tracé en fonction de différents désaccords sur la figure 2.6. On peut voir que celui qui maximise la pente du signal dispersif dans ce régime est $\Delta = \Gamma_b/4$.

Nous venons donc de rappeler qu'en régime linéaire, la force de pression de radiation agit comme une force de friction fluide et permet de ralentir les atomes. En agissant sur la composante transverse des vitesses atomiques, la mélasse transverse agit à la manière d'une lentille convergente pour des photons. Grâce à ce dispositif, on peut donc réduire la divergence de jet sortant du four. Rappelons néanmoins que ce ralentissement laser est possible jusqu'à une certaine limite fondamentale appelée limite Doppler. En effet, la vitesses minimale que peut atteindre à partir de la force de pression de radiation, décrite ci-dessus, est limitée par la largeur de la transition atomique. On appelle cette vitesse minimale la vitesse Doppler v_D qu'on définit comme suit :

$$v_D = \sqrt{\frac{\hbar\Gamma_b}{m}} \sim 40 \text{ cm s}^{-1}. \quad (2.13)$$

Ainsi, l'objectif de cette étape de refroidissement laser est de réduire la vitesse transverse des atomes v_D jusqu'à cette limite fondamentale, de sorte à collimater le jet d'atomes au maximum et optimiser le flux de particules.

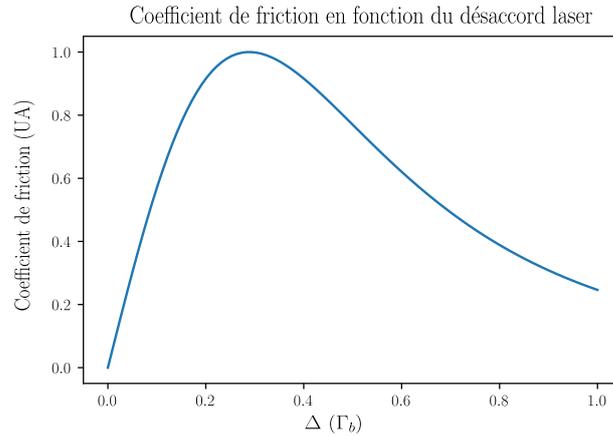


FIGURE 2.6 – **Variations du coefficient de friction fluide $\alpha(\Delta)$ en fonction du désaccord laser.** On voit que ce dernier croît linéairement pour de petit désaccords jusqu'à atteindre un maximum autour de $\Gamma_b/4$. Ensuite il décroît à nouveau pour des désaccords plus grands. Ainsi, le désaccord permettant de ralentir le plus d'atomes par laser (qui maximise l'intensité de la force de pression de radiation) est $\Delta = \Gamma_b/4$.

Au vu de l'expression de la force de pression de radiation complète (2.6), plusieurs facteurs sont à prendre en compte pour maximiser son effet :

1. **le désaccord Δ du faisceau laser.** En effet, nous avons dit précédemment que dans le régime où la force de pression de radiation agit comme une force de friction fluide, le désaccord optimal du laser est $\Delta = \Gamma_b/4$. Or les paramètres expérimentaux optimaux, c'est à dire ceux qui permettent de réduire au maximum le plus grand nombre de vitesses transverses possibles, ne correspondent pas nécessairement aux conditions du régime linéaire. C'est pourquoi par soucis de rigueur, nous allons déterminer à nouveau une valeur optimale du désaccord en gardant l'expression complète de la force de pression de radiation ;
2. **le diamètre des faisceaux dans la direction de propagation du jet,** noté l_z : plus l_z sera grand et plus la zone d'interaction entre les atomes et les faisceaux le sera aussi. A priori, maximiser ce temps d'interaction pourrait favoriser la réduction de la composante transverse des vitesses v_{\perp} ;
3. **la puissance lumineuse totale ressentie par les atomes,** notée P : pour un diamètre l_z fixé, plus cette puissance est élevée, plus l'intensité de la force de pression de radiation le sera aussi. Sachant que nos puissances lumineuses disponibles sont limitées, il est peut être intéressant d'optimiser ce paramètre de sorte à économiser le plus de puissance laser possible.

Ainsi, pour déterminer un jeu de paramètres expérimentaux qui permettent à la fois de sélectionner un grand nombre de classes de vitesses transverses et de les ralentir jusqu'à la limite Doppler, nous avons mis au point une simulation pour tester l'influence de ces trois paramètres sur l'efficacité de la mélasse transverse.

2.2.2 Optimisation des paramètres expérimentaux : simulation

Pour effectuer cette étude, nous avons mis au point une simulation qui permet de calculer la vitesse transverse finale v_f des atomes après la mélasse transverse, à partir de paramètres initiaux fixés. Pour cela, nous sommes partis de l'équation fondamentale de la dynamique appliquée à un atome situé sur l'axe de propagation z du jet. Ces derniers possèdent une vitesse transverse initiale $v_{\perp}(z=0) = v_i$ et sont soumis à deux faisceaux lasers contrapropageants et orthogonaux au jet d'atomes. Les échelles de distance que nous allons considérer sont tout au plus de l'ordre de 3 cm. Au vu des vitesses v_{\perp} mises en jeu (~ 20 m/s) et de cette échelle de distance, on peut considérer que l'influence de la gravité est négligeable. Ainsi, seule la force de pression de radiation joue un rôle dans ce problème et l'équation qui régit la dynamique du système s'écrit [25] :

$$\frac{dv_{\perp}(z)}{dt} = -\frac{\hbar k_b I(z)}{m I_{sb}} \left(\frac{1}{1 + I(z)/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta - k_b v_{\perp}(z)}{\Gamma_b} \right)^2} - \frac{1}{1 + I(z)/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta + k_b v_{\perp}(z)}{\Gamma_b} \right)^2} \right), \quad (2.14)$$

où $I(z)$ est l'intensité des faisceaux contrapropageants qu'on considèrera comme égales. On note que la position z dépend de la vitesse longitudinale typiques des atomes v_{\parallel} par la relation suivante :

$$z = v_{\parallel} \cdot t, \quad (2.15)$$

où t est l'intervalle de temps pendant lequel les atomes se sont propagés dans la mélasse transverse.

Pour tenir compte des variations spatiales de l'intensité des faisceaux selon l'axe \hat{z} , on fait appel au formalisme de l'optique Gaussienne. L'intensité dans la direction transverse \hat{x} en revanche, est considérée constante. Ainsi, l'expression de l'intensité d'un tel faisceau en un point z s'écrit :

$$I(z) = I_0 \exp(-2(z - z_0)^2/w_z^2), \quad (2.16)$$

où z_0 correspond à la position du centre des faisceaux selon l'axe \hat{z} et I_0 l'intensité lumineuse à cette même position. On l'a défini de la manière suivante :

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_x w_z}, \quad (2.17)$$

où P est la puissance totale ressentie par l'atome en Watt, $w_x = 2l_x$ est le waist des faisceaux dans la direction transverse au jet (\hat{x}) qu'on prendra toujours égal à 0,5 cm et $w_z = 2l_z$ celui selon la direction de propagation des atomes. C'est ce paramètre que nous allons modifier afin de voir l'effet de la dimension horizontale du faisceau sur l'efficacité de la mélasse transverse. Pour résumer, à chaque nouvelle position z de l'atome, la simulation calcule l'intensité $I(z)$ puis en déduit la force de pression de radiation F_{PR} soumise à l'atome en ce point.

Le code que nous avons mis au point résout l'équation (2.14) et donne la vitesses transverse finale v_f de l'atome après la mélasse transverse, à partir de sa position initiale $z_i=0$ et de sa vitesse transverse initiale v_i . On peut donc à présent étudier l'influence des paramètres énumérés précédemment sur l'efficacité de la mélasse transverse.

A) Agir sur des classes de vitesses susceptibles d'augmenter le flux d'atomes.

Avant de détailler les simulations réalisées pour cette étude, il est pertinent de définir les classes de vitesses transverses sur lesquelles la mélasse transverse aura un effet notable. En effet, comme illustré sur le schéma de la figure 2.7 environ 30 cm après la sortie du four se trouve un trou de 5 mm de diamètre permettant d'effectuer un étage de vide différentiel entre deux parties du système à vide. Ainsi, seule une portion assez faible des classes de vitesses transverses en sortie de four pourront passer ce trou indépendamment de l'action de la mélasse transverse. On peut alors estimer la classe de vitesse transverse maximale sur laquelle l'action de la mélasse transverse peut engendrer une augmentation du flux d'atomes à travers le trou de 5 mm de diamètre. En effet, on peut relier la vitesse transverse et les dimensions du problème grâce à la relation suivante :

$$\frac{\theta}{2} \sim \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = \frac{r}{D}, \quad (2.18)$$

où r est le rayon du trou (2.5 mm) et D la distance entre la sortie des micro-canaux du four et le trou (~ 30 cm). On en déduit alors que sans présence de mélasse transverse, les classes de vitesses transverses qui pourront passer le trou sont inférieures ou égale à une vitesse maximale d'environ :

$$v_{\perp} \sim v_{\parallel} \frac{r}{D} \sim 6 \text{ m s}^{-1}.$$

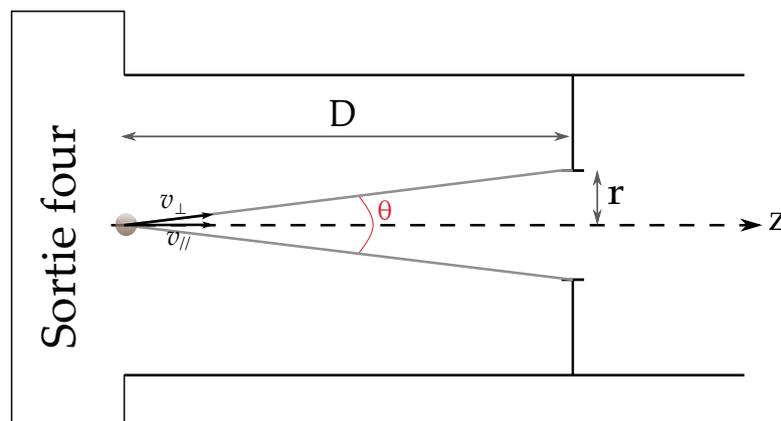


FIGURE 2.7 – Schéma illustrant la classe de vitesse transverse maximale susceptible de passer le trou du vide différentiel. Pour estimer cette vitesse transverse maximale on considère un atome à la sortie du four situé sur l'axe de propagation du jet atomique ayant une vitesse $v_{\parallel} \sim 380 \text{ m s}^{-1}$ et une vitesse transverse qu'on calcule connaissant le rayon du trou et sa distance au four. θ est l'angle formé par les composantes longitudinale et transverse de la vitesse de l'atome. On estime que la vitesse transverse maximale qui pourra passer le trou vaut environ 6 m s^{-1} .

Cette estimation va nous permettre de restreindre la suite de notre étude aux classes de vitesses inférieures à 6 m s^{-1} .

B) Influence du désaccord Δ :

Commençons par regarder l'influence du désaccord laser sur l'efficacité de la mélasse transverse. La figure 2.8 montre un ensemble de courbes simulées par l'algorithme décrit précédemment. Pour cette étude, la taille des faisceaux lasers est fixée, $l_x = 5 \text{ mm}$ et $l_z = 1 \text{ cm}$. On a aussi fixé la puissance lumineuse totale ressentie par les atomes, tenant compte des deux faisceaux : $P = 15 \text{ mW}$.

Ces courbes représentent les vitesses transverses finales v_f des atomes en fonction de leur vitesse initiale v_i pour 5 valeurs de désaccords. On constate que plus le laser est proche de résonance, moins la mélasse transverse est efficace. Cela peut s'expliquer de la manière suivante : lorsque les lasers sont proches de résonance ($\Delta \ll \Gamma_b$), ils s'adressent uniquement à des classes de vitesses proches de la limite Doppler v_D . La mélasse transverse ne peut donc pas avoir d'effets notables. À l'inverse sur la courbe de droite, on remarque que pour des désaccords plus importants ($|\Delta| > 0,5\Gamma_b$), la mélasse transverse devient à nouveau inefficace. Cela peut s'expliquer car dans ce cas, le laser est trop loin de résonance pour interagir avec les classes de vitesses transverses situées dans la fenêtre que nous étudions (comprises entre 0 et 6 m s⁻¹). En effet pour donnée un ordre de grandeur, lorsque le désaccord vaut $\Delta = -\Gamma_b$ le laser est résonant avec la classe de vitesse $v_z \sim 14$ m/s.

Au vu de nos résultats, il semble que le désaccord optimisant l'effet de la mélasse transverse se trouve autour de $\Delta = -0,5 \cdot \Gamma_b$. Nous garderons fixe ce désaccord pour tous les autres tests de cette partie.

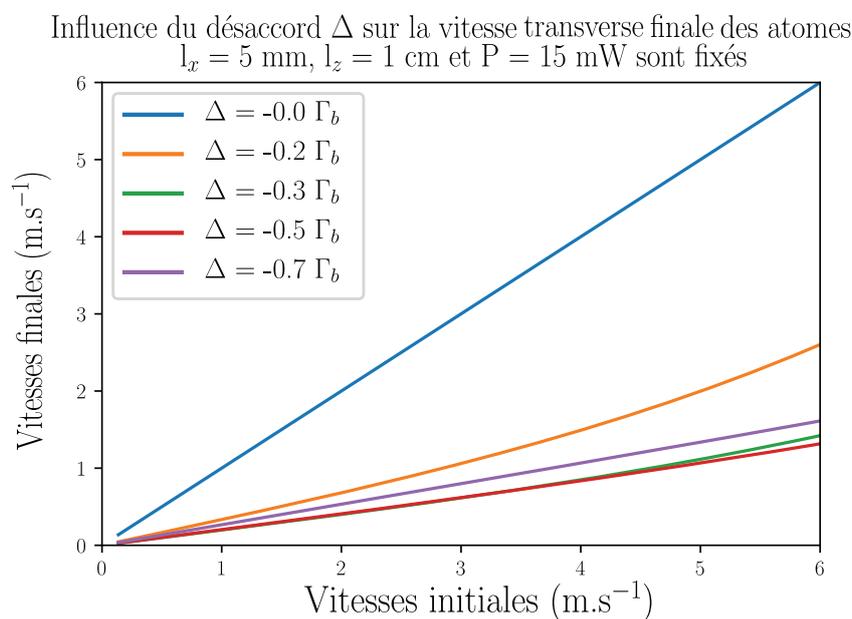


FIGURE 2.8 – Ensemble de courbes simulées permettant l'étude de l'influence du désaccord sur l'efficacité de la mélasse transverse. Sur cette série de simulations nous avons fixé les dimensions des faisceaux lasers $l_x = 5$ mm, $l_z = 1$ cm ainsi que la puissance totale ressentie par les atomes $P = 15$ mW. On constate que pour des désaccords supérieurs à $|\Delta| = 0,5 \Gamma_b$ la mélasse transverse est peu efficace car les faisceaux s'adressent à des vitesses transverses supérieures à 6 m s⁻¹. À l'inverse, lorsque les lasers sont proches de résonance, ils s'adressent à des atomes ayant des vitesses transverses à proximité de la limite Doppler : la mélasse transverse ne peut donc pas avoir d'effet significatif.

B) Influence du diamètre des faisceaux l_z :

Le deuxième paramètre que nous avons testé est la longueur d'interaction entre les atomes et les faisceaux l_z . L'ensemble des courbes obtenues par la simulation sont données sur la figure 2.9. Elles ont été obtenues en fixant la dimension transverse des faisceaux : $l_x = 5$ mm, le désaccord optimisé : $\Delta = -\Gamma_b/2$ et la puissance totale : $P = 15$ mW. Comme dans l'étude précédente, on peut lire les vitesses transverses finales obtenues pour une vitesse transverse initiale donnée. On constate que plus l_z est grand, plus la mélasse transverse est efficace. Cela peut paraître intuitif car plus l_z est grand, plus le temps d'interaction entre faisceaux lasers et atomes

l'est aussi. Cela laisse donc davantage de temps aux atomes pour diffuser des photons et donc de ralentir. Néanmoins, on pourrait objecter que pour des extensions spatiales l_z importantes, l'intensité lumineuse $I(z)$ devient faible, ce qui réduit significativement l'intensité de la force de pression de radiation. On pourrait alors s'attendre à ce que l'effet de la mélasse transverse décroisse avec cette longueur d'interaction l_z au bout d'un certain seuil. Toutefois, ce n'est pas ce qu'on observe sur les simulations, même en testant des longueurs l_z encore plus importantes que celles montrées sur la figure 2.9. Cela peut s'expliquer de la manière suivante : la quantité importante pour obtenir une mélasse transverse efficace est le nombre de photons échangé entre les atomes et les faisceaux lasers : plus le nombre de photons échangés est grand, plus son effet sera important. Or, sur l'ensemble des longueurs l_z testées, les intensités lumineuses totales sont bien inférieures à l'intensité de saturation. Ainsi, dans ce régime linéaire, nous avons tout intérêt à maximiser la longueur du faisceau de sorte à augmenter la zone d'interaction entre les atomes et les faisceaux lasers. Dans la dernière étude qui va suivre, nous prendrons comme valeur $l_z = 2$ cm qui semble être une valeur optimale.

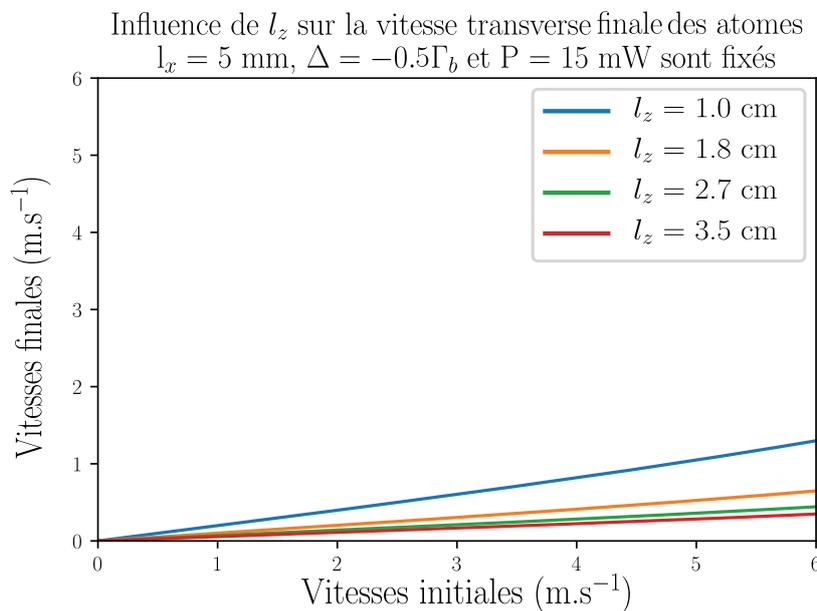


FIGURE 2.9 – Ensemble de courbes simulées permettant l'étude de l'influence du diamètre l_z des faisceaux sur l'efficacité de la mélasse transverse. Sur cette série de simulations nous avons fixé la dimension transverse des faisceaux lasers $l_x = 5$ mm, leur désaccord $\Delta = -\Gamma_b/2$ ainsi que la puissance totale ressentie par les atomes $P = 15$ mW. On constate que plus l_z est grand plus la mélasse transverse est efficace : pour une dimension $l_z = 2$ cm tous les atomes ayant des vitesses transverses jusqu'à 6 m s⁻¹ sont ralentis à des vitesses inférieures à 1 m/s.

C) Influence de la puissance lumineuse P :

Pour finir, on va s'interroger sur l'influence de la puissance des faisceaux et en particulier, sur l'existence d'un seuil de puissance au-delà duquel l'efficacité de la mélasse transverse ne change quasiment plus. Les courbes montrant le résultat des simulations sont données sur la figure 2.10. Pour cette dernière série de résultats nous avons fixé la dimension des faisceaux lasers, $l_x = 5$ mm et $l_z = 2$ cm, ainsi que leur désaccord, $\Delta = -\Gamma_b/2$. On constate sur ces courbes, qu'au delà d'une puissance lumineuse de 10 mW, correspondant à une intensité d'environ 3 mW cm⁻² ($\ll I_{sb}$), on a un effet de saturation de la mélasse transverse : toutes les vitesses initiales jusqu'à $v_i = 6$ m s⁻¹ sont ralenties jusqu'à des vitesses v_f inférieures à 1 m s⁻¹. Il semble donc que pour cette partie du montage expérimental, nous ne serons pas limités par la puis-

sance lumineuse car nous disposons environ de 20 mW provenant du système laser à 461 nm.

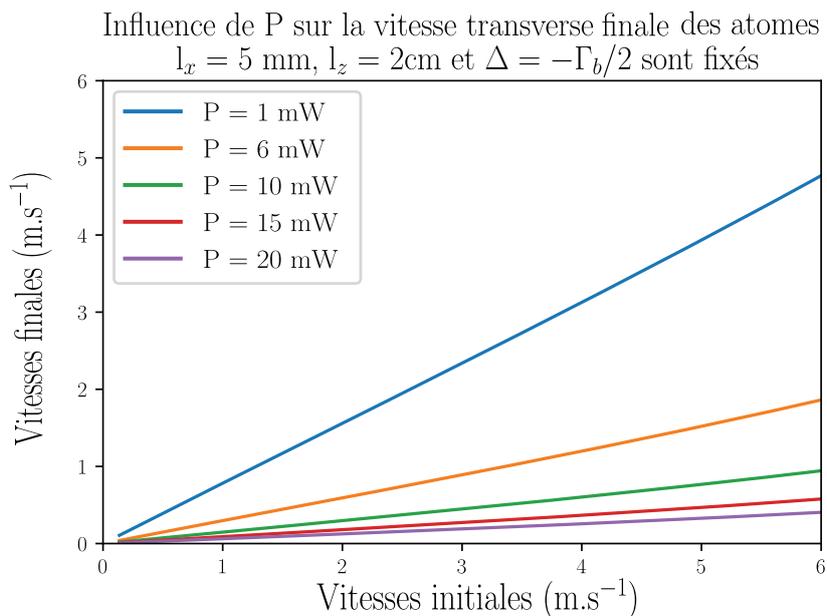


FIGURE 2.10 – Ensemble de courbes simulées permettant l'étude de l'influence de la puissance P des faisceaux sur l'efficacité de la mélasse transverse. Sur cette série de simulation nous avons fixé la dimension des faisceaux lasers $l_x = 1 \text{ cm}$ et $l_z = 3 \text{ cm}$, ainsi que leur désaccord $\Delta = -\Gamma_b$. On constate que dès lors que la puissance $P = 10 \text{ mW}$ ($I \sim 3 \text{ mW/cm}^2 \ll I_{sb}$), toutes les vitesses transverses initiales jusqu'à $v_i = 6 \text{ m s}^{-1}$ sont ralenties très efficacement. Il n'est donc pas nécessaire de saturer la transition sur cette partie du montage pour avoir un effet efficace.

Nous avons donc étudié dans cette section l'influence du désaccord des faisceaux lasers, de leur taille ainsi que de leur puissance sur l'efficacité de la mélasse transverse. On s'est aperçu qu'il n'était pas utile de saturer la transition pour que la mélasse transverse soit efficace. En effet, pour que la mélasse transverse soit efficace, il ne semble pas nécessaire d'avoir une grande force de pression de radiation car la quantité à maximiser serait plutôt le nombre de photons diffusés. Ainsi, il serait donc préférable de maximiser le temps d'interaction entre les atomes et les faisceaux lasers composants la mélasse transverse. À ce jour, la mélasse transverse que nous avons mise en place ne semble pas avoir d'effets notables. Actuellement, elle est composée de deux faisceaux circulaires de diamètre 1 cm. Une amélioration possible serait de les rendre elliptique de sorte à allonger leur dimension selon l'axe de propagation du jet.

Un jeu de paramètres optimaux pourraient être les suivants :

1. $\Delta = -\Gamma_b/2$;
2. $l_z = 2 \text{ cm}$ avec $l_x = 5 \text{ mm}$;
3. $P = 10 \text{ mW}$.

2.3 Ralentir le jet d'atomes : conception et réalisation du ralentisseur Zeeman

On a montré qu'on était en mesure de réduire la vitesse transverse des atomes grâce à une étape de mélasse transverse. Leurs vitesses longitudinales étant bien plus grandes à la sortie du four, une mélasse transverse n'est pas suffisante. Ainsi, pour ralentir leur propagation, il

faut adopter une approche différente. Nous allons commencer par donner deux méthodes permettant de réduire la vitesse des atomes et décrirons succinctement le dispositif associé à celle que nous avons choisi : le ralentisseur Zeeman. Nous expliquerons ensuite comment obtenir un profil de champ magnétique idéal, permettant de ralentir les atomes depuis des vitesses de 380 m/s jusqu'à des vitesses de l'ordre de 1 m/s. Grâce à ce profil, nous expliquerons comment a été conçu en pratique notre ralentisseur Zeeman. On détaillera entre autres la démarche suivie pour agencer et effectuer le bobinage afin de reproduire ce profil de champ magnétique idéal. Pour finir, nous présenterons un algorithme qui nous a permis de simuler la trajectoire des atomes dans le ralentisseur Zeeman et d'en déduire la distribution de leurs vitesses à sa sortie.

2.3.1 Principe de fonctionnement du ralentisseur Zeeman

Avant d'entrer dans le détail de la simulation qui nous a permis d'obtenir un profil de champ magnétique idéal, nous allons rappeler succinctement quelques points sur le principe de fonctionnement de cette étape de ralentissement. Pour ralentir les atomes jusqu'à des vitesses suffisantes et obtenir un piège magnéto-optique, deux méthodes standards peuvent être utilisées [70] :

- la technique du « *chirp cooling* » ou *refroidissement chirpé* en français, qui consiste à adapter le désaccord du laser au fur et à mesure de la décélération des atomes. C'est une technique qui a été suggérée en 1976 par Letokhov, Minogin et Pavlik [76] et mise en œuvre en 1983 par le groupe de John Prodan et Bill Philips ;
- La deuxième technique est celle du ralentisseur Zeeman, mise au point à peu près en même temps que la précédente, par Bill Phillips [69] et Harold Metcalf [57] entre autres. À l'inverse du chirp cooling, cette méthode fixe le désaccord du faisceau laser envoyé sur les atomes et c'est un champ magnétique qui permet de conserver la résonance en jouant sur l'effet Zeeman.

Aussi bien l'une ou l'autre de ces deux techniques aurait pu être mise en place sur notre expérience. Néanmoins, c'est la deuxième méthode que nous avons mise en place comme la quasi-totalité des autres expériences d'atomes froids. Une des raisons à cela est suivante : la méthode du ralentisseur Zeeman permet d'obtenir un flux d'atomes continu à sa sortie, tandis que le chirp cooling ne permet de ralentir qu'un seul paquet d'atomes par cycle. Le flux total d'atomes sera donc supérieur avec un ralentisseur Zeeman qu'avec une méthode de type chirp cooling.

Comme nous venons de l'évoquer, le ralentisseur Zeeman joue sur le champ magnétique pour conserver la résonance entre les atomes et le faisceau laser tout au long de leur propagation. Autrement dit, les atomes sont soumis à deux effets qui doivent être compensés pour conserver la résonance : l'effet Doppler décrit par le terme $k_b v_z$ et l'effet Zeeman décrit par le terme μB , où μ est le moment magnétique de la raie à 461 nm du strontium. Le moment magnétique d'une transition se calcule à partir du facteur de Landé g_J ³ et du magnéton de Bohr

3. On donne l'expression approchée du facteur de Landé :

$$g_J \sim 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}.$$

μ_B :

$$\mu = g_J \mu_B . \quad (2.19)$$

Pour cette transition particulière, la valeur du facteur de Landé est $g_J = 1$ et on donne la valeur du magnéton de Bohr : $\mu_B = 1,4 \text{ MHz/G}$.

Ainsi, après avoir passé les faisceaux de la mélasse transverse, les atomes se propagent sur un peu moins d'un mètre jusqu'à l'entrée du ralentisseur Zeeman. Il s'agit d'un tube de 8 mm de diamètre interne, 20 mm de diamètre externe et qui mesure 50 cm de long. On trouve à ses deux extrémités des brides CF40 pour pouvoir le raccorder au reste du système à vide. Pour bobiner ce ralentisseur Zeeman, nous avons utilisé du fil de cuivre pleins, à section rectangulaire et de dimensions 3.15 x 1 mm. L'agencement des bobines a été effectué sur la base d'un profil de champ magnétique simulé numériquement grâce aux équations fondamentales de la dynamique. En effet, dans le cadre du ralentissement Doppler, l'expression de la force de pression de radiation qui s'exerce sur l'atome s'écrit de la manière suivante [25] :

$$F(\Delta) = \hbar k_b \frac{\Gamma_b}{2} \left(\frac{I/I_{sb}}{1 + I/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta - k_b v_z - \mu B}{\Gamma_b} \right)^2} \right), \quad (2.20)$$

où on rappelle que $I_{sb} = 40 \text{ mW cm}^{-2}$ est l'intensité de saturation de la transition bleu, I est l'intensité du laser envoyé sur le jet d'atome, $\Delta = (\omega_0 - \omega)/2\pi$ son désaccord et B le champ magnétique issu des bobines du ralentisseur Zeeman. On voit sur cette expression clairement apparaître la condition de résonance entre les atomes, le laser et le champ magnétique du ralentisseur Zeeman :

$$\Delta = k_b v_z + \mu B . \quad (2.21)$$

C'est cette condition qui doit être vérifiée tout au long de la propagation des atomes dans le tube.

2.3.2 Obtention du champ magnétique idéal

Grâce à cette condition de résonance (2.21), on obtient une relation entre le champ magnétique $B(z)$ et la vitesse des atomes $v_z(z)$.

$$B(z) = \Delta - k_b v_z(z) . \quad (2.22)$$

Comme le montre l'expression (2.22), il nous faut déterminer l'expression de la vitesse des atomes en fonction de leur position dans le ralentisseur Zeeman $v_z(z(t))$. On propose pour cela de partir de l'expression de la différentielle de la vitesse :

$$dv_z(z(t)) = \frac{\partial v_z(z(t))}{\partial t} dt + \frac{\partial v_z(z(t))}{\partial z} dz , \quad (2.23)$$

qu'on exprimera de la manière suivante :

$$\frac{dv_z(z(t))}{dt} = \frac{\partial v_z(z(t))}{\partial t} + \frac{\partial v_z(z(t))}{\partial z} \frac{dz}{dt} . \quad (2.24)$$

Pour la transition vers 3P_1 par exemple on a : $J=L=1$ et $S=0$. Le facteur de Landé associé à cette transition est donc égal à 1.

Comme la vitesse ne dépend pas explicitement du temps, la première dérivée partielle du terme de droite est nulle. On peut alors réécrire l'expression précédente en effectuant les changements suivants : $dz/dt = v_z(z(t))$ et $dv_z(z(t))/dt = a(t)$:

$$a(t) = v_z(z(t)) \frac{\partial v_z(z(t))}{\partial z} \quad (2.25)$$

$$2a(t) = \frac{\partial v_z^2(z(t))}{\partial z} . \quad (2.26)$$

En intégrant cette dernière équation, on trouve une expression de la vitesse en fonction de la position $v(z(t))$:

$$\boxed{v_z(z(t)) = \sqrt{v_z^2(z(t_0)) - 2|a(t)|z(t)} .} \quad (2.27)$$

Ainsi, en injectant l'expression 2.27 dans l'expression 2.22 on obtient une expression analytique du champ magnétique à condition de connaître la décélération $a(t)$ que subissent les atomes dans le ralentisseur Zeeman. Pour simplifier, nous avons choisi de fixer une décélération constante ($a(t) = a$) pour tous les atomes vérifiant la condition de résonance (2.21).

Remarque :

Un point important à souligner à ce stade, est qu'en fixant initialement la décélération a , le désaccord laser Δ et le champ magnétique B_i , on va sélectionner des atomes possédant une vitesse particulière qu'on notera v_{\max} . Ces derniers vérifieront la condition de résonance (2.21) tout au long de leur propagation dans le ralentisseur. Concernant les atomes possédant initialement des vitesses v_i inférieures à cette vitesse v_{\max} , on s'attend à ce qu'ils soient tous ralentis. En effet, tant que la condition résonance (2.21) n'est pas satisfaite, ils progresseront sans que leur vitesse soit impactée mais une fois cette dernière vérifiée, leur vitesse diminuera progressivement jusqu'à la fin du ralentisseur Zeeman. En revanche, concernant les atomes qui possèdent des vitesses initiales v_i supérieures à v_{\max} , on s'attend à ce que ces derniers ne vérifient jamais la condition de résonance et à ce qu'ils se propagent dans le ralentisseur Zeeman sans que leur vitesse ne soit aucunement réduite. Nous verrons que simuler la trajectoire des atomes dans le ralentisseur Zeeman nous permettra de vérifier cela.

Pour obtenir un profil de champ magnétique adapté à notre situation expérimentale, nous allons fixer quelques paramètres initiaux et justifier ces choix. Les paramètres concernés sont les suivants :

1. la décélération a imposée aux atomes vérifiant la condition de résonance 2.21. Cela nous permettra de fixer l'intensité du faisceau du ralentisseur Zeeman I ;
2. le désaccord laser Δ , le champ magnétique initial B_i , la vitesse initiale maximale v_{\max} et la vitesse finale v_f des atomes.

1) Décélération du jet d'atomes

Comme nous l'avons justifié précédemment, il faut imposer aux atomes une décélération constante tout au long de leur propagation dans le ralentisseur Zeeman. Admettons qu'on souhaite que la taille de ce dernier soit la plus courte possible, il faut pour cela calculer la décélération maximale qu'on peut appliquer au strontium à partir de l'expression de la force de pression de radiation écrite en (5.14). Les conditions idéales qui mèneraient à une décélération

maximale a_{\max} des atomes sont les suivantes : la condition de résonance (2.21) doit être vérifiée et le faisceau Zeeman doit saturer la transition ($I \gg I_{\text{sb}}$). Dans ce régime, on trouve l'expression suivante :

$$a_{\max} \sim -\frac{\hbar k_b \Gamma_b}{m} \frac{1}{2} = 9,33 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-2}. \quad (2.28)$$

Néanmoins les conditions expérimentales ne correspondront pas nécessairement à ces conditions idéales, il est plus prudent de prendre une marge sur la décélération à imposer aux atomes [70]. En effet, si on simule un champ magnétique idéal en choisissant une décélération maximale, alors on s'expose au risque que les écarts entre ce profil et celui qui sera effectivement présent sur l'expérience réduisent dramatiquement l'efficacité du ralentisseur Zeeman. Cela peut s'expliquer de la manière suivante : si le gradient de champ magnétique réel est supérieur au gradient simulé dans ces conditions, alors les atomes ne parviendront pas suivre les variations de la résonance et une très grande majorité d'entre eux n'atteindront pas la vitesse finale v_f visée. Nous avons donc choisi de prendre une marge de 75% sur l'efficacité de la décélération, ce qui nous donne :

$$a = 0,25 \cdot a_{\max} = 2,33 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-2}. \quad (2.29)$$

Par ailleurs, chercher à minimiser la taille du ralentisseur n'est pas forcément souhaitable du point de vue de la réalisation concrète du bobinage. En effet, à partir de l'équation (2.27) on peut calculer la taille du ralentisseur Zeeman L_{\min} dans ce régime extrême :

$$L_{\min} \sim 10 \text{ cm}, \quad (2.30)$$

où une aussi petite taille rendrait sa construction difficile. En choisissant une décélération de $0,25 a_{\max}$ on trouve une taille de ralentisseur Zeeman L plus raisonnable :

$$L \sim 38 \text{ cm}. \quad (2.31)$$

Pour finir, on peut en déduire l'intensité lumineuse nécessaire pour réaliser cette décélération. En effet on a calculé a_{\max} en prenant une intensité égale à l'intensité de saturation, en choisissant une décélération $a = 0,25 \cdot a_{\max}$, on devra donc appliquer une intensité $I = 0,25 \cdot I_{\text{sb}} \sim 10 \text{ mW/cm}^2$.

2) Vitesses, champs magnétiques et désaccord initiaux et finaux

Bien que ce ne soit que partiellement vrai, on admettra que les micro-canaux situés dans le four ne modifient que la distribution transverse des vitesses atomiques⁴. Ainsi, lorsque les atomes arrivent au niveau de l'entrée du tube Zeeman, leur vitesse longitudinale suit une loi de Maxwell-Boltzmann, caractérisée par la température du four $T = 750 \text{ K}$. La vitesse longitudinale la plus probable des atomes est définie par la vitesse thermique associée à cette distribution de vitesses :

$$\langle v_z \rangle = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \sim 380 \text{ m s}^{-1}, \quad (2.32)$$

où k_B est la constante de Boltzmann et $m = 1,45 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ la masse du strontium.

Comme l'indique la remarque à la fin de la section précédente, fixer le désaccord laser et le champ magnétique détermine une vitesse initiale maximale v_{\max} au-delà de laquelle les atomes

4. En effet, les atomes qui possèdent de petites vitesses longitudinales ont une probabilité plus faible de sortir des micro-canaux que ceux qui en ont une élevée. Néanmoins, comme la vitesse typique des atomes en sortie de four est relativement grande ($\sim 420 \text{ m/s}$), choisir un distribution de Maxwell-Boltzmann n'est pas une mauvaise approximation.

ne sont pas ralentis. Autrement dit, ce choix détermine la quantité d'atomes qu'on peut envisager ralentir parmi ceux contenus dans le jet incident. Admettons qu'on décide de ralentir l'ensemble des atomes qui le composent, il faut donc choisir un v_{\max} dans la distribution de Maxwell-Boltzmann qu'on notera $f(v)$ de sorte à ce que :

$$\int_0^{v_i} f(v) \rightarrow 1 .$$

Pour une température de 750 K, cela correspond à des vitesses longitudinales d'environ 1000 m s^{-1} . Pour satisfaire la condition de résonance (2.21) on peut jouer sur le champ magnétique et sur le désaccord laser. Généralement, on essaye de limiter l'intensité des champs magnétiques mis en jeux car de générer de grands champs n'est pas aisé. Cela demande en effet de grands courants, une grande puissance électrique et beaucoup de chaleur à dissiper. Typiquement, on choisira des valeurs au maximum de quelques centaines de Gauss. En prenant par exemple initialement un champ magnétique de 300 G, il faudrait un désaccord laser Δ de 1,87 GHz pour satisfaire la condition de résonance. Cela demanderait d'utiliser au minimum deux modulateurs acousto-optiques en série et rendrait le système optique plus complexe et plus onéreux. Il y a donc un compromis à trouver entre une vitesse initiale maximale v_{\max} suffisamment importante pour ralentir un grand nombre d'atomes, et utiliser un couple désaccord laser et champ magnétique raisonnable. La vitesse $v_i = 420 \text{ m s}^{-1}$ semble être une valeur raisonnable : elle permet de ralentir environ 50% des atomes incidents et demande un champ magnétique initial B_i de 340 G pour un désaccord Δ de -435 MHz.

Concernant le choix de la vitesse finale des atomes en sortie de Zeeman v_f , il faut que celle-ci soit inférieure à la vitesse de capture v_{capt} des faisceaux qui composent le piège magnéto-optique, situé environ 10 cm après le tube Zeeman. Cette vitesse dépend de plusieurs paramètres comme la taille et le désaccord des faisceaux qui le composent par exemple [25]. En se basant uniquement sur le désaccord des faisceaux du piège magnéto-optique typiquement utilisé dans d'autres expériences de strontium [84]-[11], $\Delta = -\Gamma_b/2$, on peut donner une estimation de cette vitesse de capture grâce à la relation suivante :

$$v_{\text{capt}} \sim \frac{\Gamma_b}{2k_b} \sim 7 \text{ m s}^{-1} . \quad (2.33)$$

De plus, comme l'objectif final est d'arrêter les atomes, on pourrait se dire que l'idéal est de réduire leur vitesse jusqu'à la limite Doppler calculée précédemment : $v_D = 40 \text{ cm s}^{-1}$

Néanmoins, avant d'être piégés par les faisceaux du piège magnéto-optique, les atomes doivent se propager de la sortie de ralentisseur Zeeman jusqu'au centre de la chambre du PMO. Or, pour des vitesses de l'ordre de la vitesse Doppler, l'effet de la gravité devient non négligeable. Ainsi, pour garantir que les atomes sortant du ralentisseur Zeeman soient capturés par le piège magnéto-optique, il faut que leur vitesse vérifie la condition suivante :

$$v > D\sqrt{Rg} , \quad (2.34)$$

où D est la distance entre la sortie du ralentisseur Zeeman et la zone de piégeage du PMO et R le rayon des faisceaux qui le composent. Dans notre cas de figure, le centre de la chambre du PMO se situe à environ 30 cm de la sortie du ralentisseur Zeeman et chacun de ces faisceaux possède un rayon $R = 0,5 \text{ cm}$. En faisant l'application numérique, on trouve que la vitesse longitudinale minimale que doivent avoir les atomes pour que la gravité soit négligeable est

d'environ 130 cm s^{-1} . Pour la simulation, nous avons donc choisi une vitesse supérieure à cette limite : $v_f = 1,5 \text{ m s}^{-1}$. En pratique comme $v_f \ll v_i$, le choix précis de la valeur de v_f ne change pas grand chose aux paramètres finaux du ralentisseur Zeeman.

Après avoir fixé l'ensemble des paramètres précédents, on peut en déduire le champ magnétique à la sortie du tube en reprenant la condition de résonance (2.21) : $B_f = -308 \text{ G}$. On aura donc un zéros de champ magnétique à l'intérieur du tube Zeeman comme le montre la figure 2.11, ce qui lui confère un profil appelé *papillon* pour caractériser sa forme. La position de ce zéro de champ magnétique se situe autour de 30 cm.

Nous avons donc discuté et fixé dans cette partie les paramètres expérimentaux initiaux et finaux pour que la simulation nous fournisse un profil de champ magnétique réaliste et adapté pour ralentir les atomes depuis une vitesse longitudinale initiale v_i jusqu'à une vitesses finale v_f . Nous avons récapitulé l'ensemble de ces paramètres dans le tableau suivant :

	Entrée	Sortie
Décélération (m/s^2)	$0,25 a_{\text{max}}$	$0,25 a_{\text{max}}$
Intensité lumineuse (mW/cm^2)	10	10
Vitesse (m/s)	$v_i = 420$	$v_f = 1.5$
Champ magnétique (G)	$B_i = 340$	$B_f = -308$
Désaccord (MHz)	-435	-435

TABLE 2.1 – Récapitulatif des paramètres expérimentaux de la simulation.

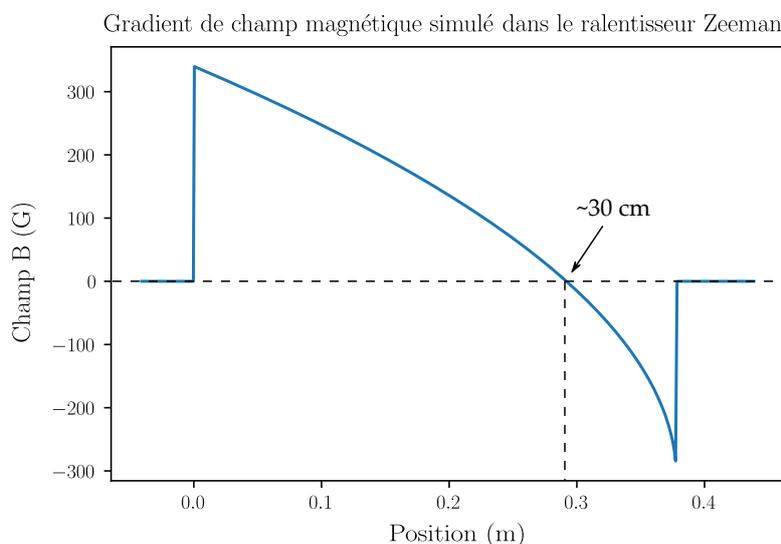


FIGURE 2.11 – **Simulation du profil du champ magnétique idéal.** On retrouve les conditions initiales et finales choisies précédemment : $B_i = 340 \text{ G}$ et $B_f = -308 \text{ G}$, avec un zéro de champ magnétique qui se situe environ 30 cm après l'entrée du ralentisseur Zeeman. La longueur calculée de ce dernier est cohérente avec le calcul effectué précédemment : $L \sim 38 \text{ cm}$.

Nous avons donc expliqué comment obtenir un profil de champ magnétique idéal. Avant de détailler la manière avec laquelle nous avons conçu les différentes bobines qui composent le ralentisseur Zeeman, nous allons effectuer une simulation afin de déterminer la distribution des vitesses des atomes en sortie de ralentisseur Zeeman, lorsque ces derniers sont soumis à un tel gradient de champ magnétique, représenté sur la figure 2.11.

2.3.3 Distribution de vitesses finales

A) Simuler la trajectoire des atomes

Le principe général de cette simulation est de calculer la trajectoire des atomes dans le ralentisseur Zeeman de sorte à satisfaire la condition de résonance (2.21) tout au long de leur propagation. La seule force qui agit significativement sur les atomes est la force de pression de radiation $F(\Delta, v_z(z), B(z))$ (2.20) et on rappelle qu'on a supposé que la décélération des atomes était constante. Dans ce cadre, l'équation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$a = -\frac{\hbar k_b \Gamma_b}{m} \frac{1}{2} \left(\frac{I/I_{sb}}{1 + I/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta - k_b v_z(z) - \mu B(z)}{\Gamma_b} \right)^2} \right), \quad (2.35)$$

où m la masse du strontium. Le système d'équations permettant d'obtenir la trajectoire des atomes s'écrit alors :

$$\begin{cases} \frac{d^2 z}{dt^2} = a & (2.36) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = at + v_i & (2.37) \end{cases}$$

$$\begin{cases} z(t) = a/2t^2 + v_i t, & (2.38) \end{cases}$$

où v_i est la vitesse longitudinale initiale des atomes en entrant dans le tube Zeeman. On a considéré que leur position initiale correspondait à la position $z = 0$ pour alléger les notations. Grâce aux équations établies précédemment (2.38), (2.27), (2.22) et en ayant fixé la décélération a , nous possédons tous les ingrédients nécessaires pour faire fonctionner la simulation. Il nous cependant fixer le pas de temps δt entre chaque étape de la propagation de l'atome.

C) Description de la simulation et distribution de vitesses finales

Afin de synthétiser l'ensemble de ce qui a été expliqué précédemment, nous avons résumé les grandes étapes de l'algorithme ci-dessous :

1. on considère initialement un atome allant à une vitesse $v_i = 420 \text{ m s}^{-1}$ partant de la position $z_0 = 0$ à l'entrée du ralentisseur Zeeman, puis on laisse évoluer sa position pendant un temps $\delta t = 0,5 \mu\text{s}$ grâce à l'équation (2.38). La nouvelle position de l'atome vaut donc :

$$z_1 = z(\delta t);$$

2. on peut alors en déduire la nouvelle vitesse de l'atome à la position z_1 grâce à l'équation (2.27) :

$$v_1(z_1) = \sqrt{v_0(z_0)^2 - 2|a|z_1(\delta t)};$$

3. pour finir, on modifie le champ magnétique pour conserver la condition de résonance grâce à l'équation 2.22 :

$$B_1(z_1) = \Delta - kv_1(z_1).$$

On réitère ensuite ces trois opérations jusqu'à ce que la particule sorte du tube Zeeman. À partir de l'ensemble des valeurs mesurées du champ magnétique pour chaque étape $z_i(t)$, on obtient finalement le profil de champ magnétique représenté sur la figure 2.11.

Comme nous l'avons évoqué dans une précédente remarque, on voit que le ralentisseur Zeeman n'a d'effets que sur les atomes ayant une vitesse inférieure ou égale à la valeur v_{\max}

fixée par le désaccord laser et le champ magnétique initial. En effet, tous les atomes ayant satisfait la condition $v_i < v_{\max}$ se retrouvent à la sortie du Zeeman avec la même vitesse finale v_f . Ceux qui au contraire possédaient une vitesse initiale $v_i > v_{\max}$ n'ont pas vu leur vitesse impactée lors de leur propagation. À gauche, on a représenté la distribution de Maxwell-Boltzmann initiale des atomes et à droite il s'agit du résultat d'une simulation où l'on a tiré aléatoirement 800 vitesses initiales provenant de la distribution de gauche. D'après le profil de la distribution finale des vitesses, on peut conclure que les atomes ne sont pas à l'équilibre thermodynamique à la sortie du ralentisseur Zeeman.

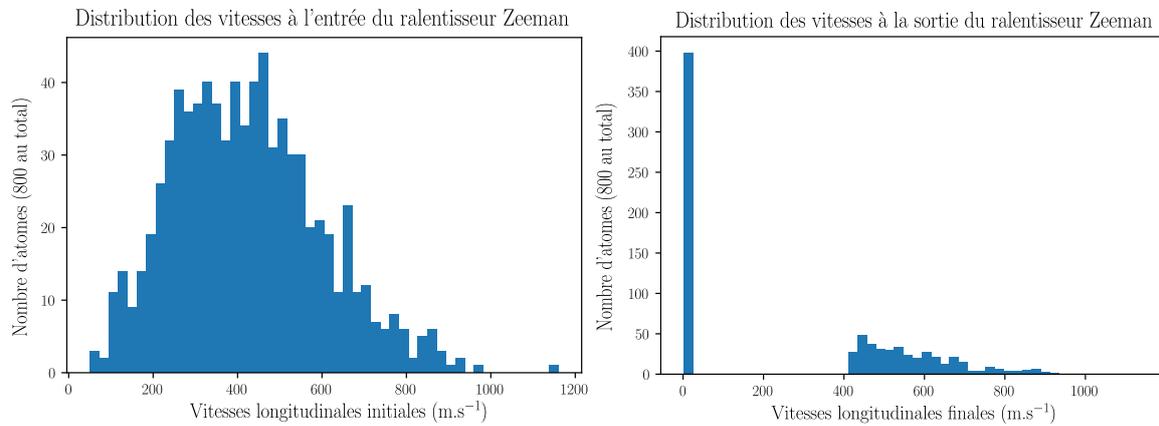


FIGURE 2.12 – **Comparaison des distributions initiales et finales des vitesses atomiques.** À gauche on a représenté la distribution de Maxwell-Boltzmann caractérisant la distribution initiale des vitesses. À droite, il s'agit de la distribution des vitesses finales des atomes à la sortie du ralentisseur Zeeman. On peut voir que tous les atomes ayant eu initialement des vitesses supérieures à v_{\max} n'ont pas été affectés par le ralentisseur Zeeman, tandis que tous les autres se retrouvent à la fin à la même vitesse. Ainsi, les atomes à la sortie du ralentisseur Zeeman ne sont pas à l'équilibre thermodynamique.

2.3.4 Conception des bobines du ralentisseur Zeeman

À présent que nous avons obtenu le profil de champ magnétique « idéal », il nous faut déterminer comment effectuer concrètement le bobinage du tube Zeeman de sorte à reproduire au mieux ce dernier. Pour cela, nous avons mis au point une seconde simulation qui tient compte du champ magnétique généré par chacune des spires de courant qui composeraient notre ralentisseur Zeeman. Pour être fidèle aux variations du champ magnétique souhaité tout en minimisant les difficultés de réalisation du bobinage, nous avons segmenté le ralentisseur Zeeman en trois parties alimentées indépendamment. Comme le montre le schéma de la figure 2.14, le premier segment va de l'entrée du tube jusqu'au point d'annulation du champ magnétique, le deuxième démarre environ 2 cm plus loin et s'arrête 1.5 cm avant la fin du tube, et le dernier complète l'espace restant.

Chacun de ces segments sont composés d'un certain nombre de bobines comprenant plusieurs couches de spires enroulées sur elles-mêmes. Afin d'obtenir une simulation au plus proche de la situation réelle, nous avons calculé pour chaque position z , la contribution de toutes les spires composant les trois segments du ralentisseur Zeeman. Pour cela, nous avons tenu compte entre-autres, de la dimension réelle du fil de cuivre et avons supposé que le recouvrement entre chaque spire était parfait. Bien que cette hypothèse soit un peu optimiste, la forme rectangulaire du fil de cuivre devrait permettre un bon recouvrement des surfaces des différentes couches.

Pour calculer le champ magnétique à chaque position z issue de l'ensemble des solénoïdes qui composent une des bobines du ralentisseur Zeeman, nous avons utilisé la relation de Biot et Savart appliquée à un des N_{sol} solénoïdes centré en z_0 et enroulé sur N_{tour} tours :

$$B_{\text{sol}}(z) = \frac{\mu_0 I N_{\text{tour}}}{l} \left(\frac{L + 2(z - z_0)}{2\sqrt{(L + 2(z - z_0))^2 + D^2}} + \frac{L - 2(z - z_0)}{2\sqrt{(L - 2(z - z_0))^2 + D^2}} \right). \quad (2.39)$$

On a noté $L = lN_{\text{tour}}$ l'extension spatiale du solénoïde considéré selon la direction z avec $l = 3,25$ mm la largeur du fil de cuivre. D est son diamètre, I le courant passant dans la spire et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-3}$ G m A⁻¹ la constante magnétique. La position z_0 ainsi que le courant I sont identiques pour l'ensemble des solénoïdes qui composent une même bobine. Un schéma regroupant l'ensemble des information précédentes est donné sur la figure 2.13.

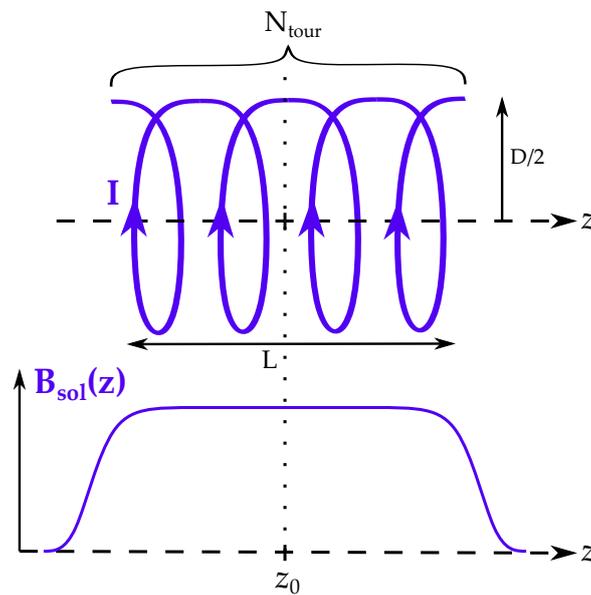


FIGURE 2.13 – **Champ magnétique généré par un des solénoïdes qui composent un bobine du ralentisseur Zeeman.** On note L sa longueur, D son diamètre et I le courant qui le traverse. On a représenté le profil de champ magnétique généré par un de ces solénoïdes centré en z_0 .

Le champ total d'une bobine est donc la somme de l'ensemble des champs magnétiques générés par les solénoïdes qui l'a composent :

$$B_{\text{bobine}}(z) = \sum_{i=1}^{N_{\text{sol}}} B_{\text{sol}}(z). \quad (2.40)$$

Le champ magnétique généré par chacun d'entre eux sera sensiblement différent du fait des variations du rayon à chaque tour. Pour finir, le champ total ressenti par un atome qui se trouve au point z est donc la somme des champs magnétiques provenant de toutes les bobines (N_{bobine}) composant les trois segments du tube. Le champ total en un point z du ralentisseur Zeeman s'écrit donc :

$$B_{\text{tot}}(z) = \sum_{i=1}^{N_{\text{bobine}}} B_{\text{bobine}}(z). \quad (2.41)$$

Nous avons essayé plusieurs configurations afin de déterminer le nombre de solénoïdes, le

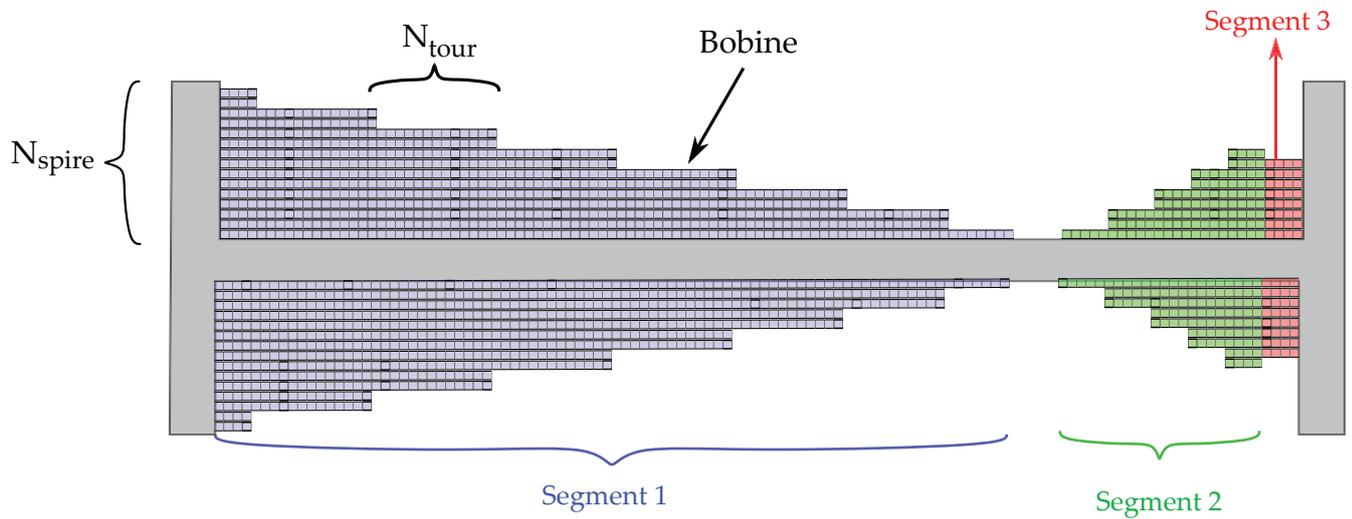


FIGURE 2.14 – Schéma de principe de la simulation qui nous a permis de choisir un agencement concret des spires de courant. On a représenté le tube sur lequel sont enroulées un ensemble de N_{spire} spires composant les N_{bobine} bobines qui forment les trois segments du ralentisseur Zeeman. L'exemple montré ici est celui que nous avons retenu pour effectuer notre propre bobinage.

	Segment 1	Segment 2	Segment 3
I (A)	11	-4	-18
N_{bob}	8	5	1

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif du nombre de bobines composant chaque spire et leur courant associé.

nombre de tours ainsi que le courant nécessaire dans chaque bobine pour qu'elles reproduisent au mieux le profil de champ magnétique idéal de la figure 2.11. Après plusieurs essais, nous avons finalement convergé vers la configuration générant le profil de champ magnétique représenté en bleu sur la figure 2.15. On peut constater de légères oscillations sur ce profil : il s'agit d'un effet de discrétisation du champ magnétique provenant du nombre de bobines choisi et de leurs dimensions. Si on avait choisi de segmenter le tube Zeeman en d'avantage de bobines de tailles plus petites, on aurait amoindri ces oscillations. Néanmoins, afin de faciliter au mieux le bobinage concret, nous avons choisi de garder cette configuration qui semble raisonnable.

	Segment 1							Segment 2					Segment 3	
N_{spire}	15	13	11	9	7	5	3	1	1	3	5	7	9	8
N_{tour}	7	11	12	13	13	13	13	13	4	4	4	4	5	4

TABLE 2.3 – Tableau récapitulatif de la configuration choisie pour le bobinage

Remarque :

Il est important que le courant dans la bobine finale soit assez important. En effet, rappelons qu'environ 10 cm après le ralentisseur Zeeman se trouve le piège magnéto-optique qui utilise lui aussi un champ magnétique pour fonctionner. Pour éviter toute interférence entre le champ magnétique généré par le ralentisseur Zeeman et celui du piège magnéto-optique, on doit veiller à ce que le champ du dernier segment du tube Zeeman s'amortisse rapidement. Pour cela, il faut que la bobine qui le compose possède des solénoïdes de diamètres plus petits. Comme le champ magnétique nécessaire pour cette dernière doit être de 308 G, on s'attend alors à devoir fournir d'avantage de courant sur ce dernier segment.

Simulation du profil de champ magnétique en fonction du bobinage

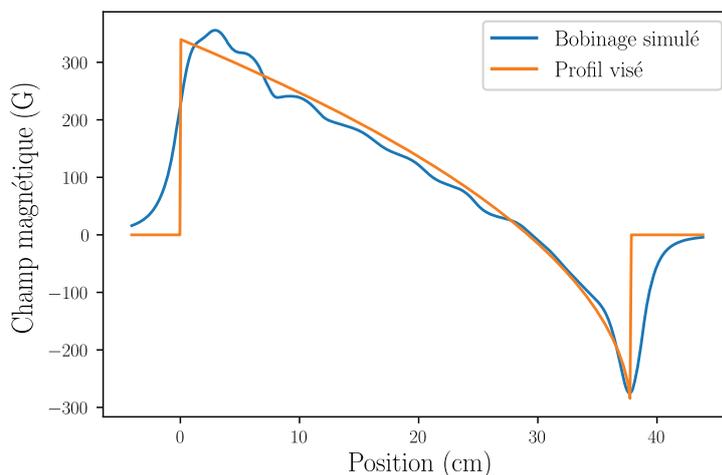


FIGURE 2.15 – Comparaison entre le profil de champ magnétique *idéal* et celui généré par l'ensemble des solénoïdes formant le ralentisseur Zeeman. On peut voir de légères variations sur la simulation *réelle* (bleu), cela provient de la discrétisation du ralentisseur Zeeman en plusieurs bobines composées d'un nombre variable de spires. Si on avait pris des bobines de longueurs plus petites ces oscillations auraient été moindres. Pour faciliter le bobinage on a décidé de garder un tel profil. On constate aussi que l'extinction du champ magnétique se fait suffisamment rapidement pour qu'on puisse dire qu'il ne perturbera pas le piège magnéto-optique situé environ 20 cm plus loin.

2.3.5 Bobinage du Zeeman et profil de champ magnétique mesuré

À partir de l'agencement des différentes bobines reporté dans le tableau 2.3, nous avons effectué nous-même le bobinage du ralentisseur Zeeman grâce à un tour dont nous disposons au laboratoire. Nous avons ajouté sur la figure 2.16 une photo prise au cours du bobinage, qui a été effectué avec l'aide de Florence Nogrette. La figure 2.17 montre le ralentisseur Zeeman une fois le processus achevé. On y a reporté les trois segments correspondant au schéma de la figure 2.14. On remarque d'ailleurs que contrairement à ce schéma simplifié, le bobinage n'est pas effectué sur toute la longueur du tube car il est plus grand que la longueur nécessaire (50 cm contre 38 cm). On peut voir sur la figure 2.16 que pour aider au maintien des différentes bobines, nous avons eu l'usage de serflex généralement utilisés plutôt en plomberie. Ces derniers ont été extrêmement utiles pendant le bobinage et avons choisi de les laisser de façon pérenne pour garantir une bonne stabilité de l'ensemble. Pour amorcer le bobinage, nous avons utilisé une cale cartonnée que nous avons collée aux premières bobines, elle aussi est maintenue avec un serflex. Le tour sur lequel était fixé le tube Zeeman était utilisé manuellement afin de garantir un meilleur contrôle. Grâce à ce dernier, nous avons pu effectuer un bobinage régulier sans difficultés particulières. La totalité du processus s'est déroulé sur 2 jours sans avoir à recommencer l'opération. Comme on peut le voir sur la photo de la figure 2.17, nous avons recouvert l'ensemble des bobines d'un scotch Kapton (légèrement orange) qui résiste jusqu'à des températures de 400 °C d'après les données constructeur et qui permet de protéger le vernis isolant du fil de cuivre lors du serrage des serflex. On peut voir aussi quelques fils de cuivre non enroulés autour du tube Zeeman : c'est grâce à ces derniers que nous allons pouvoir alimenter les trois bobines. L'intervalle situé entre le segment 1 et le segment 2 correspond à la zone sur laquelle le champ magnétique est nul et mesure 1,6 cm.

L'étape suivant le bobinage fut de caractériser le profil de champ magnétique du ralentisseur Zeeman. Pour cela, nous avons utilisé une sonde à effet Hall miniature provenant de

l'entreprise *Allegro*⁵ pouvant s'introduire dans le tube de diamètre intérieur 8 mm. Florence Nogrette a effectué les mesures des champs magnétiques issus des trois segments du ralentisseur Zeeman indépendamment. Pour le segment 1 et 2 les courants utilisés étaient de 7 A tandis que pour le segment 3 il était de 20 A. Les valeurs recueillies par la sonde à effet Hall étant données en volt, nous avons pris soin de les convertir en G/A. Pour cela chaque mesure fut divisées par le courant appliqué à la bobine, puis en utilisant une calibration $V \rightarrow G$ fournie par le constructeur⁶, nous avons obtenu finalement chaque valeur en G/A. Grâce à ces mesures et à cette calibration nous avons pu déterminer les courants à fournir aux différents segments du ralentisseur Zeeman de sorte à reproduire au mieux le profil de champ magnétique idéal. La figure 2.18 représente le meilleur ajustement obtenu avec le jeu d'intensités suivantes :

$$I_1 = 6,5 \text{ A}, I_2 = 4 \text{ A} \text{ et } I_3 = 18 \text{ A},$$

qui correspondent respectivement aux intensités des segments 1, 2 et 3. On peut remarquer que la valeur I_1 diffère quasiment d'un facteur 2 avec l'ajustement du courant effectué précédemment (voir ??) pour coller au profil idéal. Il se peut que cette section du ralentisseur Zeeman diffère du bobinage « *théorique* », représenté sur la figure 2.14. En effet, s'agissant de la section la plus longue du ralentisseur Zeeman, les défaut associés au bobinage réel peuvent être sensiblement plus importants et différents de la théorie.

On peut voir qu'à l'entrée du ralentisseur Zeeman, le champ magnétique réel augmente plus lentement que le champ magnétique idéal. Il est probable qu'en si nous avons effectué un plus grand nombre de couches de spires, le champ magnétique aurait augmenté de manière plus rapide. Néanmoins, on peut constater que la courbure du champ magnétique mesuré colle très bien au profil idéal. On peut donc considérer que ce jeu de paramètres permet de vérifier la condition de résonance entre atomes, laser et champ magnétique sur l'ensemble du tube. On peut voir aussi que l'extinction du champ magnétique à la fin du ralentisseur Zeeman se fait sur une longueur d'environ 5 cm, ce qui ne devrait pas perturber le piège magnéto-optique situé 20 cm plus loin.

5. Modèle : A1304ELHLX-T

6. Calibration constructeur : 1 Gauss \rightarrow 4 mV.

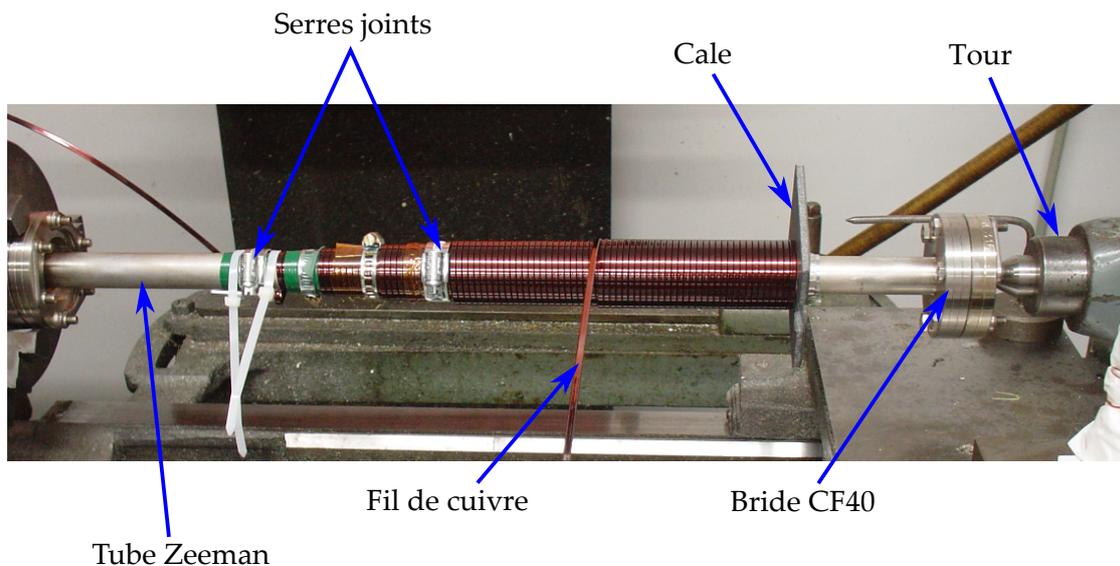


FIGURE 2.16 – Photo prise au cours du bobinage du premier segment du ralentisseur Zeeman. Celui-ci à été effectué grâce à un tour disponible au laboratoire. On peut voir le tube Zeeman de 50 cm avec les brides CF40 aux deux extrémités. Nous avons commencé la première bobine à une dizaine de centimètres d’une des brides grâce à une cale cartonnée, collée à la première bobine et maintenue avec un serflex. Pour effectuer un bobinage le plus régulier possible, nous gardions le fil de cuivre en tension et effectuions l’enroulement de ce dernier en tournant le tour manuellement.

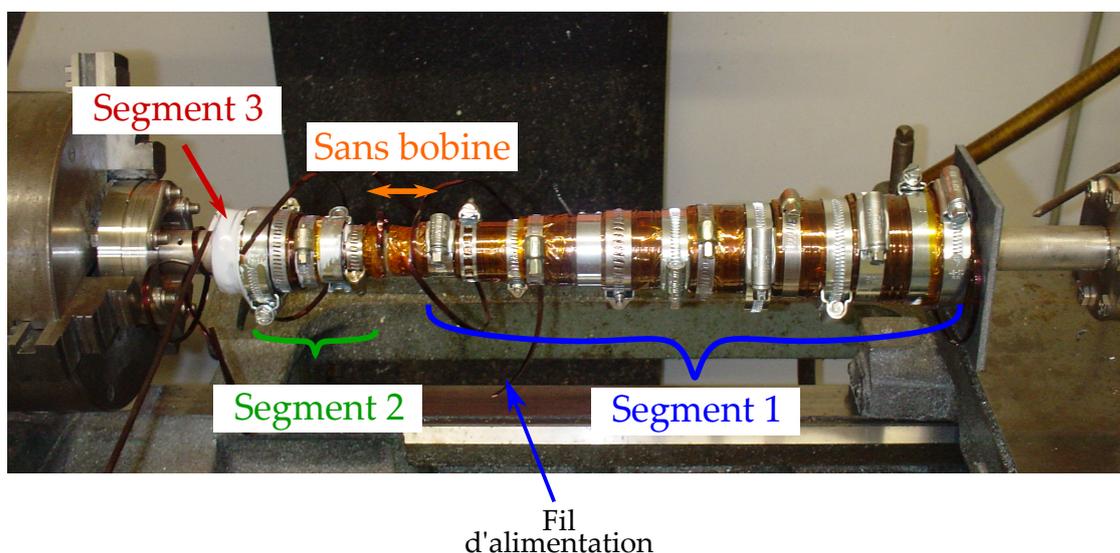


FIGURE 2.17 – Photo du ralentisseur Zeeman final. On a représenté les trois segments qui seront alimentés indépendamment avec des courants différents. Chaque bobine a été recouverte de scotch Kapton qui résiste à des températures assez élevées et qui permet de protéger le vernis isolant du fil de cuivre du serrage des serflex.

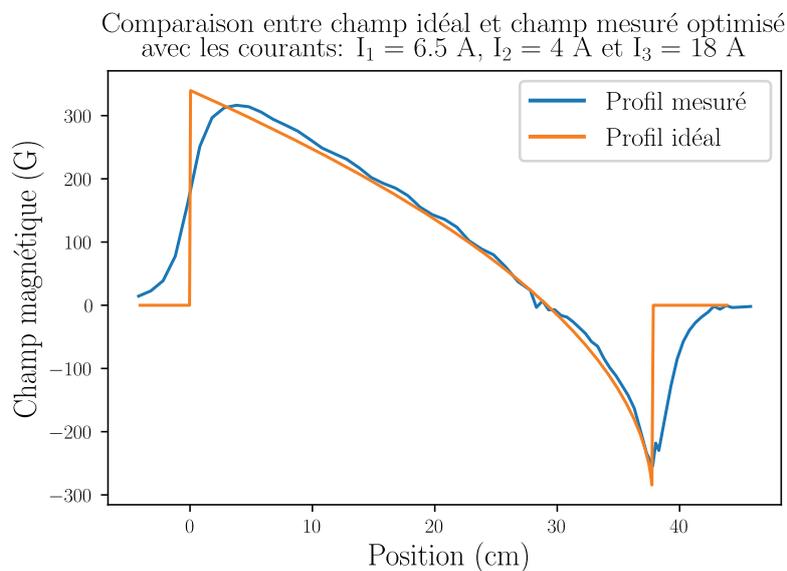


FIGURE 2.18 – **Ajustement entre le profil de champ magnétique idéal et celui mesuré après bobinage du ralentisseur Zeeman.** On constate que le champ magnétique mesuré augmente *mollement* à l’entrée du tube Zeeman, mais la courbure du champ magnétique est assez bien reproduite. Cela garanti un bon respect de la condition de résonance tout au long du tube. On voit aussi que l’atténuation du champ magnétique en sortie du ralentisseur se fait sur une distance d’environ 5 cm ce qui ne devrait donc pas impacter le champ magnétique du PMO

Polarisation du faisceau Zeeman

Jusqu'à présent nous n'avons pas évoqué le rôle de la polarisation des faisceaux dans le ralentissement laser, que ce soit pour la mélasse transverse ou pour le ralentisseur Zeeman. Dans le cas de la mélasse transverse la raison est assez simple : sans la présence de champ magnétique, il n'y a pas de levée de dégénérescence du niveau 1P_1 et donc pas d'ambiguïté quant aux transitions possibles. Dans le cas du ralentisseur Zeeman en revanche, la présence d'un fort champ magnétique, lève la dégénérescence entre les sous-niveaux Zeeman de l'état 1P_1 . On vient de voir que le champ magnétique initial vaut 340 G, ce qui engendre un écart entre les sous-niveaux de l'état 1P_1 de :

$$\mu \cdot B \sim 476 \text{ MHz} \gg \Gamma_b .$$

Comme les trois sous-niveaux Zeeman $^1P_1(m = 0, \pm 1)$ peuvent être adressés indépendamment par le faisceau laser incident ($\mu B \gg \Gamma_b$), il faut être vigilant quant à la polarisation des faisceaux qu'on utilise. En effet, en jouant sur ce degré de liberté on peut exciter les atomes depuis le niveau fondamental 1S_0 soit vers le niveau $^1P_1(m = +1)$ avec une polarisation σ_+ , soit vers le niveau $^1S_0 \rightarrow ^1P_1(m = -1)$ avec une polarisation σ_- ou encore vers le niveau $^1P_1(m = 0)$ avec une polarisation π . Or ce dernier sous-niveau Zeeman n'est pas sensible au champ magnétique, il n'est donc pas possible de ralentir les atomes tout au long du tube sur cette transition. Il faut donc prendre garde à ce que la polarisation du faisceau Zeeman soit bien circulaire par rapport à l'axe de quantification (σ_+ ou σ_-).

Pour choisir entre l'une ou l'autre, il faut regarder laquelle des deux transitions $^1S_0 \rightarrow ^1P_1(m = \pm 1)$ vérifie la condition de résonance (2.21) en sachant que : les atomes se propagent dans le sens des z positifs à une vitesse initiale $v_i = 420 \text{ m s}^{-1}$ ($k_b v_i > 0$), le désaccord laser vaut $\Delta = -435 \text{ MHz}$ et que le déplacement Zeeman des niveaux d'énergies est initialement de 476 MHz.

On trouve que la résonance est vérifiée pour la transition $^1S_0 \rightarrow ^1P_1(m = +1)$, le faisceau Zeeman doit donc être polarisé σ_+ ⁷. À noter que la pureté de cette polarisation est un paramètre assez important pour l'obtention d'un piège magnéto-optique.

Le schéma de la figure 2.19 résume l'ensemble des idées que nous venons d'énoncer. Dans notre exemple, on voit que pour qu'un atome qui se propage vers les $z > 0$, la condition de résonance est satisfaite pour une transition allant de l'état fondamental vers le sous-niveau Zeeman $m=-1$. Cette transition est donc réalisée lorsque l'atome absorbe un photon polarisé σ_- . Comme la vitesse finale de l'atome en sortie du ralentisseur Zeeman est très inférieure à sa vitesse initiale, on a à la position $z = L$:

$$\mu \cdot B(L) \sim \Delta .$$

7. Expérimentalement, il est difficile de savoir avec certitude le sens de rotation de la polarisation par rapport à l'axe de quantification du champ magnétique. En pratique, on place une lame quart d'onde sur le trajet du ralentisseur Zeeman et on l'ajuste de sorte à maximiser le niveau de signal dans le PMO.

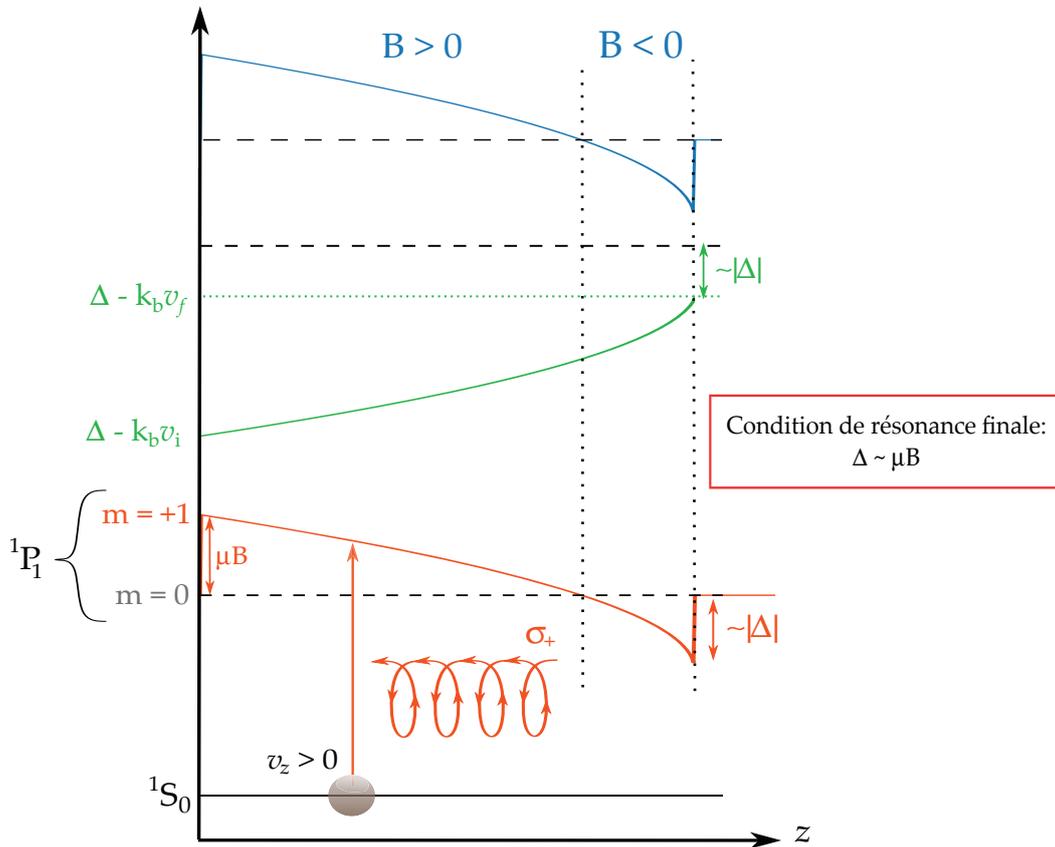


FIGURE 2.19 – Schéma illustrant l’effet du ralentisseur Zeeman du point de vue des niveaux atomiques. Lorsqu’on génère un champ magnétique (bleu) on lève la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman de l’état 3P_1 . Dans notre cas de figure, l’écart maximal entre sous-niveaux Zeeman vaut $476 \text{ MHz} \gg \Gamma_b$. Compte-tenu du champ magnétique initial et du désaccord laser, il faut veiller à ce que la polarisation du faisceau soit σ_+ pour les atomes qui vérifient $v_i = 420 \text{ m s}^{-1}$ soient excités vers le sous-niveau Zeeman 1P_1 ($m=+1$) et ralentis jusqu’à la vitesse finale visée v_f . Comme on peut le voir, les deux sous-niveaux Zeeman 1P_1 ($m = \pm 1$) suivent la courbure du champ magnétique, ce qui permet de conserver la résonance entre l’atome et le laser tout au long de leur décélération. Comme le produit $k_b v_f \ll \Delta$, la condition de résonance finale vaut environ $\Delta \sim \mu \cdot B$.

2.3.6 Une technique pour mesurer la vitesse des atomes à la sortie du ralentisseur Zeeman : perspectives

Il serait intéressant de mesurer la vitesse finale réelle des atomes à la sortie du ralentisseur Zeeman et de la comparer à celle fixée dans la simulation. À ce jour, nous n’avons pas effectué une telle mesure mais nous pouvons suggérer une technique qui a été déjà implémentée entre-autres, sur du rubidium 87 au laboratoire Kastler-Brossel de Paris en 2004 [41]. Cette méthode est schématisée sur la figure 2.20 : deux faisceaux \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 sont envoyés sur les atomes à la sortie du ralentisseur Zeeman. Le faisceau \mathbf{k}_1 se propage dans la direction orthogonale au jet atomique de sorte à sonder uniquement les vitesses transverses de ces derniers. Le faisceau \mathbf{k}_2 en revanche, est envoyé avec un angle de 45° par rapport à la direction du jet. Les faisceaux \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 proviennent du même laser caractérisé par le vecteur d’onde k_b . On a donc la relation suivante entre les deux vecteurs d’ondes :

$$|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2| = k_b . \quad (2.42)$$

On peut alors écrire l'effet Doppler induit par chacune des deux ondes en fonction des composantes longitudinale et transverse des vitesses v interrogées :

$$k_1 v = k_b v_{\perp} \quad (2.43)$$

$$k_2 v = \frac{k_b}{\sqrt{2}}(v_{\perp} + v_{\parallel}) . \quad (2.44)$$

Ainsi, en balayant la fréquence du laser, on s'attend à voir sur le signal de chaque photodiode une structure qui correspond pour k_1 à la distribution des vitesses transverses et pour k_2 une contribution égale des vitesses longitudinale et transverse. Comme les deux ondes \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 ne s'adressent pas aux mêmes atomes, on s'attend à ce que les deux courbes soient décalées l'une par rapport à l'autre, d'une fréquence égale à la différence des désaccords entre les deux faisceaux : $\Delta_1 - \Delta_2$. En mesurant l'écart entre ces deux pics ainsi que la vitesse transverse v_{\perp} typique du jet grâce au signal de la photodiode PD_1 , on peut en déduire la vitesse longitudinale. On donne l'expression des désaccords de \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 ainsi que l'expression de l'écart entre leurs deux résonances :

$$\Delta_1 = k_b v_{\perp} \quad (2.45)$$

$$\Delta_2 = \frac{k_b}{\sqrt{2}}(v_{\perp} + v_{\parallel}) \quad (2.46)$$

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \frac{k_b}{\sqrt{2}}(v_{\perp} - v_{\parallel}) . \quad (2.47)$$

Sur le schéma 2.20 on a noté Δv la différence $\Delta_1 - \Delta_2$. Il ne reste donc plus qu'à inverser cette dernière expression de sorte à obtenir la vitesse longitudinale du jet d'atomes en fonction des autres paramètres.

Remarques :

Avec seulement la présence du faisceau \mathbf{k}_1 on pourrait optimiser l'alignement ainsi que le désaccord de la mélasse transverse en minimisant la largeur du pic détecté.

Perspectives

Grâce à cette technique, on peut envisager d'une part l'optimisation de l'alignement et du désaccord des faisceaux de la mélasse transverse, mais aussi l'optimisation du courant des bobines, du désaccord laser du ralentisseur Zeeman et de son alignement. Le but de ces optimisations serait dans le cas de la mélasse transverse, de réduire la vitesse transverse d'un maximum d'atomes et pour le ralentisseur Zeeman, de faire en sorte que la vitesse longitudinale à la sortie du tube soit égale à la vitesse voulue v_f .

À ce jour, ces optimisations ont été effectuées directement sur le signal du piège magnéto-optique. Pour la mélasse transverse c'est un bon moyen d'optimisation car son efficacité est directement proportionnelle au niveau de signal du PMO (explication dans la partie suivante). En ce qui concerne l'optimisation des paramètres du ralentisseur Zeeman en revanche, nous allons voir qu'il est difficile de les découpler des paramètres du piège magnéto-optique en regardant uniquement le signal du PMO. Ainsi, la méthode que nous venons de présenter permettrait d'optimiser le ralentisseur Zeeman indépendamment des paramètres du piège magnéto-optique.

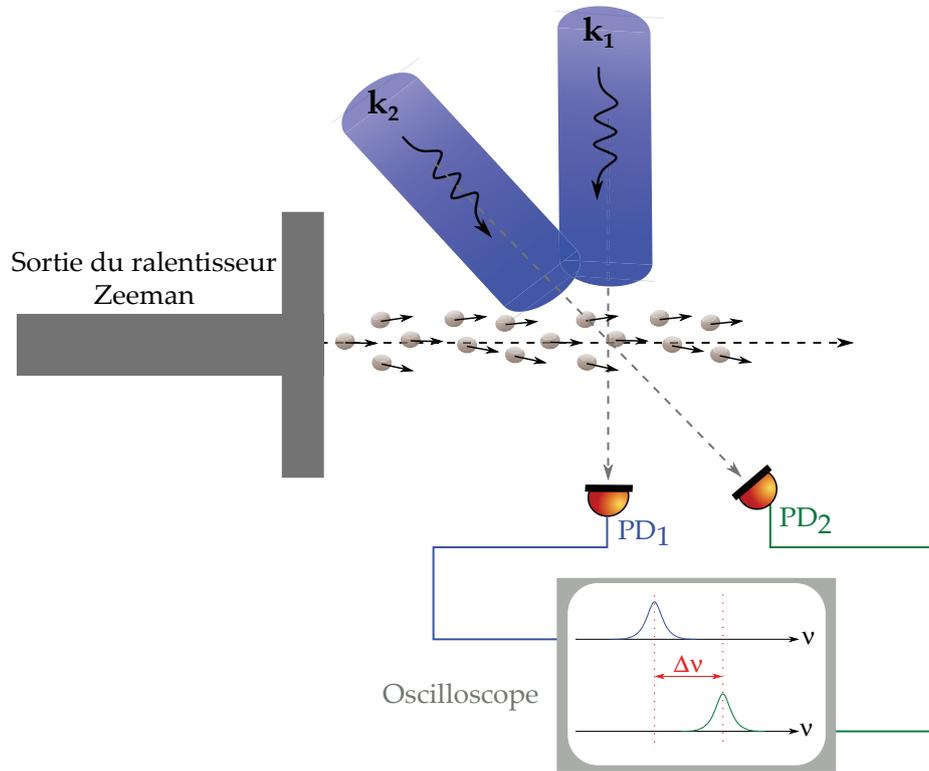


FIGURE 2.20 – Schéma de principe d’une mesure de vitesse longitudinale en sortie du ralentisseur Zeeman. On envoie deux faisceaux issus d’une même source k_1 et k_2 : k_1 se propage orthogonalement de sorte à sonder exclusivement les vitesses transverses du jet atomique et k_2 fait un angle de 45° avec la normale de sorte à sonder à poids égal les vitesses longitudinales et transverses des atomes. L’écart entre la position des deux résonances, $\Delta v = \Delta_1 - \Delta_2$, permet de calculer la vitesse longitudinale des atomes connaissant la vitesse transverse typique.

Nous avons présenté de manière détaillée la démarche suivie pour concevoir notre propre ralentisseur Zeeman. Tout d’abord, nous avons généré un profil de champ magnétique idéal à partir d’une simulation numérique basée sur le principe fondamental de la dynamique. Nous avons ensuite expliqué comment, grâce à une seconde simulation qui tenait compte du champ magnétique généré par un ensemble de bobines, nous avons convergé vers une configuration raisonnable, permettant de réaliser concrètement le ralentisseur Zeeman. Après avoir mesuré le champ magnétique réellement produit par ces bobines, nous avons finalement déterminé un jeu d’intensités permettant de maximiser le recouvrement entre le champ magnétique réel et le champ magnétique idéal. Nous avons finalement achevé cette partie sur l’importance de la polarisation du faisceau Zeeman pour que les atomes soient ralentis tout au long du tube. Nous avons pu observer à l’usage, sur notre expérience, que la qualité de cette polarisation est assez critique notamment sur l’obtention d’un PMO.

2.4 Description et caractérisation du piège magnéto-optique

Nous avons à présent un jet d’atomes dont la vitesse longitudinale vaut environ $1,5 \text{ m s}^{-1}$. Comme la vitesse de capture typique des faisceaux du piège magnéto-optique est de 7 m s^{-1} , on peut envisager piéger les atomes et les refroidir jusqu’à des températures de l’ordre du milliKelvin. Dans cette dernière partie, nous allons rappeler brièvement le principe de fonctionnement d’un piège magnéto-optique afin de mettre en évidence des paramètres expérimentaux critiques qui pourraient empêcher la formation d’un piège magnéto-optique. Nous présenterons ensuite un modèle simplifié de la dynamique du nombre d’atome dans le piège

magnéto-optique et le comparerons à des mesures effectuées expérimentalement.

2.4.1 Quelques rappels de principe

Pour voir dans le détail le fonctionnement et la théorie d'un piège magnéto-optique, il est recommandé de consulter le cours du collège de France de Jean Dalibard [25] ou le livre de Harold Meltcafé [57]. Ici nous rappellerons brièvement le principe de fonctionnement général afin d'insister sur quelques paramètres critiques comme la polarisation des faisceaux lasers qui le composent.

La figure 2.21 illustre le principe de fonctionnement d'un piège magnéto-optique. Comme on peut le voir, on envoie six faisceaux contrapropageants deux à deux selon les axes \hat{x} , \hat{y} et \hat{z} , de sorte à ce qu'ils se croisent au centre d'une chambre à vide représentée sur le schéma complet du système expérimental sur la figure 2.31). Nous allons voir que les polarisations des faisceaux lasers jouent un rôle crucial dans le fonctionnement du piège magnéto-optique : celles-ci doivent être toutes circulaires et de sens opposé pour chaque couple de faisceaux. On peut voir aussi sur ce schéma un autre point crucial pour obtenir ce piège magnéto-optique : il est indispensable de disposer un couple de bobines de champ magnétique en configuration anti-Helmoltz autour de la zone d'intersection des faisceaux lasers. Pour obtenir des lignes de champ magnétique en configuration anti-Helmoltz, il faut faire passer des courants de signes opposés dans les deux bobines. L'intérêt d'une telle configuration est qu'elle permet d'obtenir un zéro de champ magnétique entre les deux bobines, situé au niveau du croisement des faisceaux composants le piège magnéto-optique. Nous allons voir que grâce à ce dispositif, les atomes peuvent être à la fois confinés et ralentis.

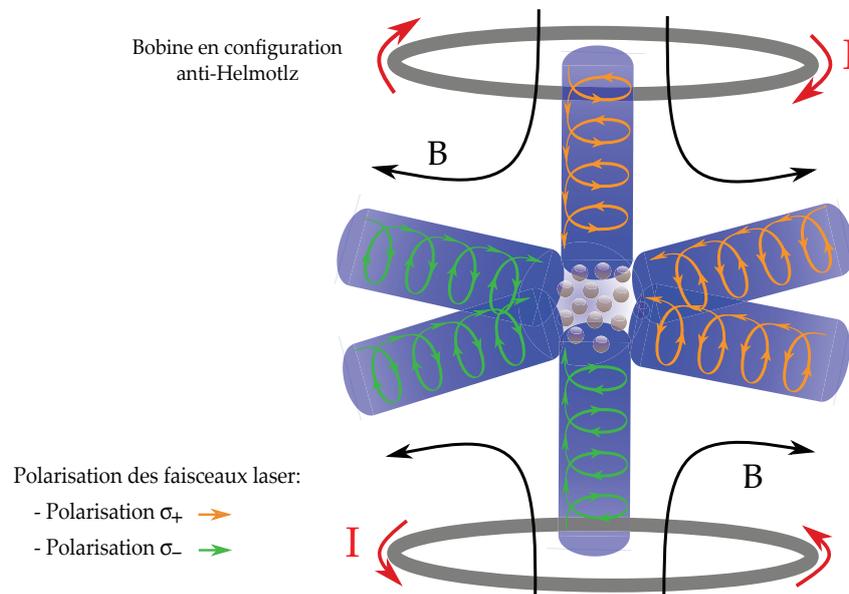


FIGURE 2.21 – **Schéma de principe du fonctionnement d'un piège magnéto-optique.** On y trouve les éléments essentiels à sa réalisation : six faisceaux contrapropageants deux à deux qui définissent une zone de capture idéale des atomes au niveau de leur point de croisement. Chacune de leur polarisation est circulaire et de sens opposé deux à deux. En orange est représentée la polarisation σ_+ et en vert la polarisation σ_- . On a représenté aussi deux bobines circulaires en configuration anti-Helmoltz situées au-dessus et en dessous de la zone de croisement des faisceaux. Pour que le profil des lignes de champs générées par les bobines soient dans cette configuration particulière, il faut que leur courant respectif circule dans des directions opposées. Cela permet d'obtenir un zéro de champ magnétique entre ces deux bobines, qu'on place idéalement au niveau de l'intersection des faisceaux du PMO.

a) Polarisation des faisceaux du PMO

Comme dans le cas du ralentisseur Zeeman, le champ magnétique lève la dégénérescence des sous-niveaux $^1P_1(m = 0, \pm 1)$ qu'on peut adresser indépendamment avec la polarisation des faisceaux lasers. Seuls les niveaux $^1P_1(m = \pm 1)$ sont sensibles au champ magnétique donc comme pour le ralentisseur Zeeman, il est indispensable que les faisceaux lasers soient polarisés circulairement par rapport à l'axe de quantification du champ magnétique. De plus, l'objectif du piège magnéto-optique étant de confiner les atomes dans la chambre, il faut que quelque soit la direction dans laquelle ils se dirigent ($z > 0$ ou $z < 0$), ils sentent une force attractive. Ainsi, comme l'illustre le schéma de la figure 2.22 dans le cas unidimensionnel, lorsque l'atome s'écarte du centre vers les $z > 0$ il faut qu'il absorbe un photon polarisé σ_+ pour être ramené vers le centre. Inversement, lorsque l'atome s'écarte vers les $z < 0$ il faut qu'il absorbe un photon polarisé σ_- de sorte à être ramener au centre. C'est la raison pour laquelle les faisceaux aller et retour doivent être nécessairement polarisés circulairement et selon des directions opposées.

b) Expression de la force de pression de radiation

Pour donner une interprétation simplifiée de cette force attractive du piège magnéto-optique, nous allons effectuer une étude similaire à celle de la mélasse transverse. Les outils mathématiques qui permettent de décrire son comportement ont déjà été en grande partie donnés lors de cette étude : il s'agit d'appliquer le principe fondamental de la dynamique dans le cadre d'un piège magnéto-optique. Pour cela, on va se placer dans la cas unidimensionnel où les atomes sont soumis à seulement deux faisceaux lasers contrapropageants, désaccordés vers le rouge d'un facteur $\Delta = \omega_0 - \omega < 0$ et dont les intensités I sont égales. Comme pour le ralentisseur Zeeman, il faut tenir compte de la présence du champ magnétique dans l'expression de la force de pression de radiation. Ainsi, la force totale ressentie par les atomes s'écrit dans ce cadre :

$$F(\Delta, z) = \hbar k_b \frac{\Gamma_b}{2} \left(\frac{I/I_{sb}}{1 + I/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta - k_b v_z - \mu b' z / \hbar}{\Gamma_b} \right)^2} - \frac{I/I_{sb}}{1 + I/I_{sb} + 4 \left(\frac{\Delta + k_b v_z + \mu b' z / \hbar}{\Gamma_b} \right)^2} \right), \quad (2.48)$$

où $b' = \partial B / \partial z$ est le gradient de champ magnétique ressenti par un atome à la position z . Afin de donner une interprétation simple de la force de pression de radiation dans ce problème, nous allons à nouveau nous placer dans des conditions simplifiées afin d'effectuer un développement limité à l'ordre 1 de l'expression (2.48). Comme dans le cas de la mélasse transverse, nous allons considérer que les faisceaux du piège magnéto-optiques ne saturent pas la transition atomique $I \ll I_{sb}$ et que les effets Zeeman et Doppler sont faibles devant la largeur de la transition :

$$\mu b' z / \hbar \ll \Gamma_b \text{ et } k_b v_z \ll \Gamma_b .$$

Comme le déroulement du calcul est très similaire à celui effectué pour la mélasse transverse aux expressions (2.10), nous allons simplement donner l'expression finale du développement à

l'ordre le plus bas :

$$F(\Delta, z) \sim -\hbar k_b \frac{I(z) \Gamma_b}{I_{sb}} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\Delta - k_b v_z - \mu b' z / \hbar}{\Gamma_b} \right)^2} - \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\Delta + k_b v_z + \mu b' z / \hbar}{\Gamma_b} \right)^2} \right) \quad (2.49)$$

$$\sim -\hbar k_b \frac{I(z)}{I_{sb}} \left(\frac{8\Delta}{\Gamma_b \left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2} \right)^2} \right) (k_b v_z + \mu b' z / \hbar), \quad (2.50)$$

qu'on peut écrire de manière plus parlante :

$$\boxed{F(\Delta, z) \sim -m\alpha(\Delta)v_z - K(\Delta)z,} \quad (2.51)$$

où $\alpha(\Delta)$ est le même coefficient de friction fluide dont l'expression est donnée sur l'expression (2.12). On voit cependant dans cette nouvelle expression (2.51) un terme supplémentaire par rapport au cas de la mélasse transverse :

$$\boxed{K(b', \Delta) = k_b \mu b' \frac{I(z)}{I_{sb}} \left(\frac{8\Delta}{\Gamma_b \left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_b^2} \right)^2} \right).} \quad (2.52)$$

Ce facteur est une constante de raideur $K(b', \Delta)$, analogue à celle d'un ressort. Ainsi, grâce au gradient de champ magnétique b' généré par les bobines représentées sur la figure 2.21 et pour un désaccord laser donné Δ , les atomes ressentent une force de rappel qui tend à les ramener en $z = 0$. Un piège magnéto-optique permet donc simultanément de ralentir les atomes grâce à une force de friction fluide exercée par les faisceaux lasers, et une force de rappel permettant de confiner les atomes au zéro de champ magnétique. Sans la présence de ce champ magnétique, les atomes seraient ralentis par les faisceaux laser mais finiraient par diffuser dans l'ensemble de la chambre à vide car aucune force ne les contraindrait à rester dans une région particulière de l'espace. Il est indispensable que le zéro de champ magnétique coïncide avec l'intersection des faisceaux PMO pour éviter que la force de friction fluide de certains faisceaux ne soit plus importante que d'autres. Il en résulterait des instabilités dans le nuage d'atomes piégés.

2.4.2 Système expérimental

Détaillons à présent concrètement le montage expérimental qui nous permet d'obtenir le piège magnéto-optique. Comme nous l'avons évoqué précédemment, le champ magnétique nécessaire au confinement des atomes provient de deux bobines de courant en configuration anti-Helmoltz. Sur notre montage, ces dernières sont situées au dessus et en dessous d'une chambre à vide provenant de l'entreprise *Kimball*⁸. Cette chambre est en acier inoxydable et très compacte : 88,34 mm de diamètre extérieur pour 52,83 mm d'épaisseur. Elle possède 8 hublots de 15,25 mm de diamètre orientés à 45° les uns par rapport aux autres. Aux erreurs de positionnement près de ces bobines, la configuration anti-Helmoltz induit que la position du zéro de champ magnétique se trouve au centre de la chambre à vide. On peut voir sur la figure 2.23 que grâce à la compacité de la chambre, il est assez simple de placer le croisement des faisceaux horizontaux en son centre. En effet, en prenant des faisceaux de diamètre 1 cm, comparable à celui des hublots, on limite les difficultés d'alignements. Dans le cas où le zéro de champ magnétique ne coïnciderait tout de même pas avec le point de croisement des faisceaux,

8. Modèle : Sphérical Octagon : MCF275 - SphOct-C2A8

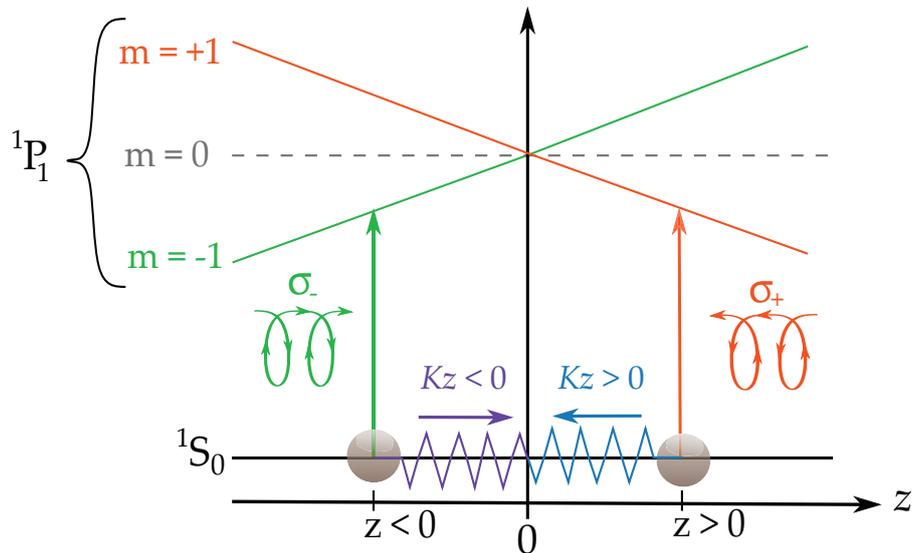


FIGURE 2.22 – Schéma illustrant le fonctionnement du piège magnéto-optique . On a représenté deux atomes de vitesse v_z se trouvant à des points espacés de $\pm z$ par rapport à la zone de piégeage. Dans les deux cas de figures, il faut que les atomes ressentent une force qui les ramène dans cette zone. Comme le gradient de champ magnétique b' change de signe de part et d'autre de $z = 0$, il faut qu'ils absorbent par exemple un photon σ_+ pour un décalage vers les $z > 0$ et à l'inverse, ils doivent absorber un photon σ_- pour un décalage vers les $z < 0$. Ainsi, le champ magnétique joue le rôle de *ressort* dont la raideur est proportionnel au coefficient $K(\Delta, b')$.

il est possible de rajouter des bobines de compensation supplémentaires pour ajuster finement la position de ce zéro de champ magnétique. Ces bobines sont actuellement en cours d'installation sur notre montage.

Par ailleurs, on peut voir sur la figure 2.23 que nous utilisons la rétro-réflexion de chacun des faisceaux incidents. Seuls les faisceaux du plan horizontal sont représentés mais il en va de même pour l'axe vertical. On pourrait penser que cette configuration n'est pas idéale car l'intensité de l'onde incidente sera nécessairement plus élevée que celle de l'onde rétro-réfléchie. On s'attendrait à ce que cette disproportion des intensités induise une force de pression de radiation supérieure pour un des deux faisceaux et entraîne des instabilités au niveau du nuage d'atomes formé. Pour éviter ce genre de phénomènes, il est recommandé de séparer les six faisceaux du piège magnéto-optique en amont et de les injecter indépendamment sur les six hublots en vis à vis de la chambre. Néanmoins, cette configuration est bien plus complexe à mettre en œuvre (notamment pour l'alignement) et demande bien plus d'optiques pour séparer le faisceau du piège magnéto-optique en six que dans une configuration en rétro-réflexion. Comme à ce jour, nous n'avons pas été réellement limités par ces phénomènes d'instabilités, nous avons décidé de garder l'option faisceaux rétro-réfléchis.

Pour cela, nous avons séparé le faisceau provenant de la table des lasers détaillée dans le chapitre précédent en trois grâce à un *séparateur* de faisceaux commercial, provenant de l'entreprise *Schäfter Khirchoff*. Ce dispositif permet de générer trois faisceaux à partir d'un faisceau d'entrée. Pour adapter et contrôler précisément les puissances dans chacun des bras, des lames demi-ondes et des photodiodes sont incluses.

Remarque :

On voit sur le schéma de la figure 2.23 que le faisceau du ralentisseur Zeeman traverse le nuage d'atomes piégés. Comme celui-ci est très fortement désaccordé ($\Delta = -435$ MHz), les atomes piégés ne sont a priori pas sensibles à ce dernier.

Une photographie de la chambre à vide ainsi que les bobines fabriquées par Florence Nogrette sont données sur les figures 2.24 et 2.24. Le fil de cuivre utilisé pour le bobinage est carré avec un côté de 5 mm. Sa section est creuse, de sorte à pouvoir refroidir l'ensemble grâce au circuit d'eau interne du laboratoire. Après avoir réalisé ces bobines, des mesures de calibration nous ont permis de connaître le gradient de champ magnétique qu'on pouvait atteindre sur l'axe passant au centre de ces dernières. En sommant la contribution des deux bobines on a trouvé que le gradient total était d'environ $b' = 80$ G/cm pour un courant de 80 A. Dans ces conditions expérimentales et en refroidissant les bobines avec le circuit d'eau, l'augmentation de la température des bobines est d'environ 3,5 °C en régime stationnaire.

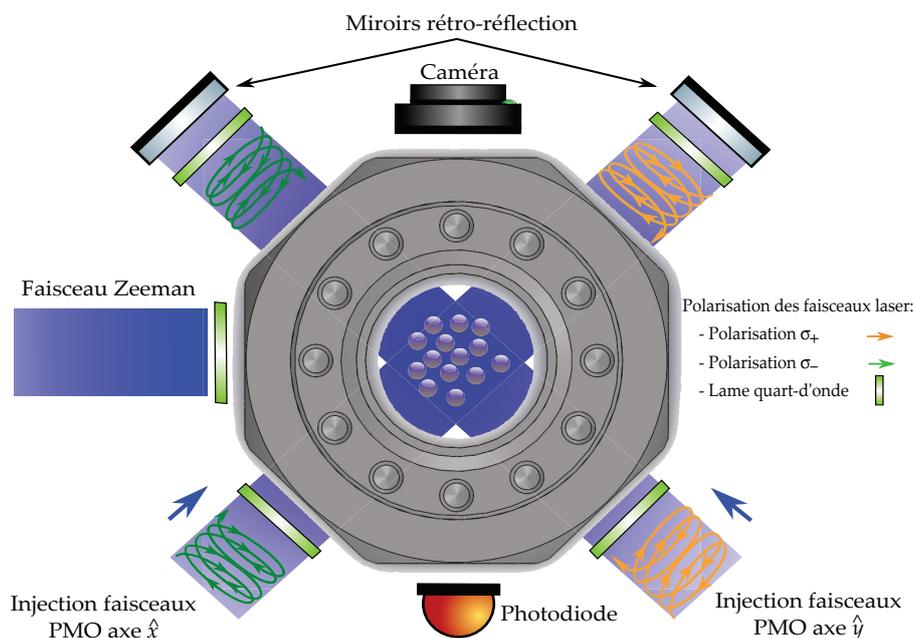


FIGURE 2.23 – Schéma de la chambre du PMO vue de dessus. On a représenté uniquement les faisceaux du PMO du plan horizontal $\hat{x}\hat{y}$. Grâce à la compacité de la chambre à vide, les faisceaux se croisent assez naturellement au centre de la chambre. En effet, en effectuant un PMO rétro-réfléchi avec des faisceaux de diamètres proches de ceux des hublots on limite les difficultés d'alignements. Les lames quart-d'ondes en entrée et en sortie de la chambre à vide permettent d'assurer une polarisation des faisceaux circulaire et dont le sens s'inverse entre l'aller et le retour. On a représenté aussi le faisceau Zeeman qui grâce à son désaccord élevé ($\Delta = -435$ MHz) peut traverser le nuage d'atomes piégés sans engendrer de perturbations notables. Une caméra et une photodiode sont placés en vis à vis dans le plan horizontal de la chambre pour effectuer différentes mesures du nuage piégé.

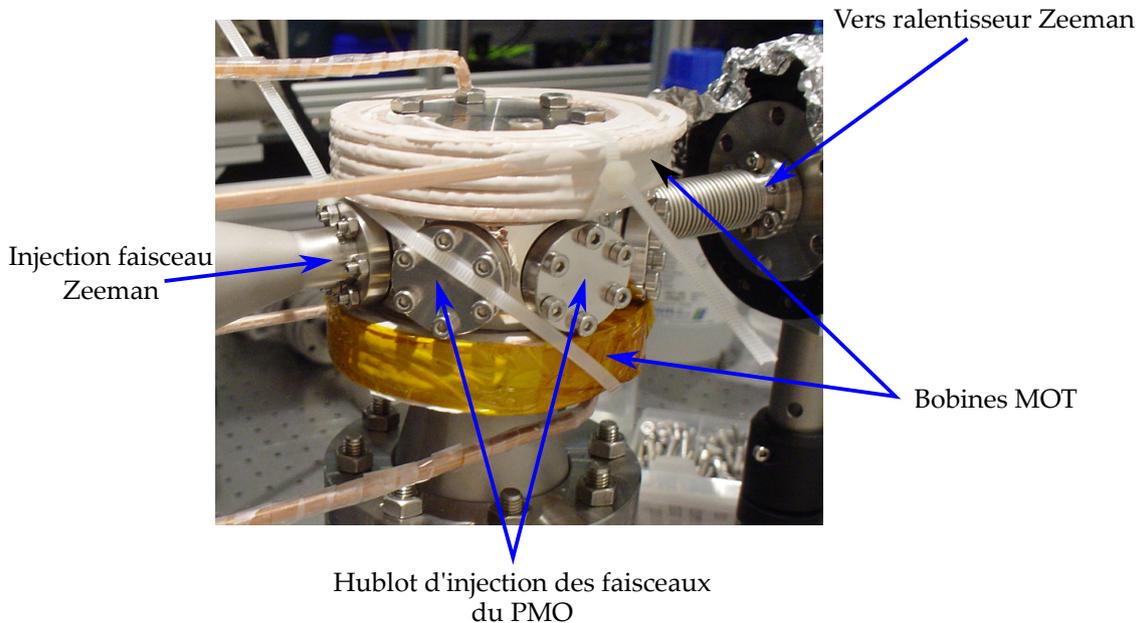


FIGURE 2.24 – Photographie de la chambre du PMO et des bobines. Ces dernières ont été réalisées avec du fil de cuivre à section carrée et creux de sorte à pouvoir être refroidi par de l’eau. Ici les hublots ont été remplacés dans un premier temps par des bouchons.

2.4.3 Caractérisation du PMO bleu

Dans cette dernière partie, nous allons finalement caractériser notre PMO bleu à partir des données actuellement disponibles. Nous avons obtenu notre premier PMO de strontium 88 sur la raie large au mois de mars 2018. La figure 2.25 est une photographie prise à partir d’un téléphone portable à travers un des hublots de la chambre du PMO. Au centre de la photographie on peut voir un point lumineux correspondant à la fluorescence du nuage d’atomes piégés. Sur cette image, faisceaux laser et champ magnétique sont en fonctionnement. On peut voir autour de ce nuage deux autres hublots qui composent la chambre ainsi que des réflexions parasites sur ses parois. Dans ce qui va suivre, nous allons donner les dimensions du nuage ainsi que le nombre d’atomes qui le composent.

a) Dimensions du nuage

Pour déterminer la dimension du nuage d’atomes, nous avons utilisé une image du PMO prise avec une caméra de l’entreprise *Basler*⁹ que nous avons placé dans le plan horizontal (voir figure 2.23). Afin de récupérer une coupe horizontale et une coupe verticale du nuage d’atome, nous avons utilisé le logiciel ImageJ en sélectionnant des axes passant par le centre du nuage. Ensuite, connaissant le nombre de pixels de la caméra (1440 x 1080 pixels) ainsi que leur dimension (3.45 μm x 3.45 μm), nous avons effectué une calibration entre la position en pixel provenant de l’image brute et la vraie position en mm. Les figures 2.26a et 2.26b représentent respectivement la coupe du nuage selon les axes horizontaux et verticaux, ajustés par une gaussienne. On a fait en sorte que la position 0 corresponde au maximum d’intensité (normalisée à 1) sur les deux courbes.

On peut voir que l’ajustement gaussien de l’axe vertical est très bon et donne une taille de nuage de $\sigma_z = 0,23$ mm tandis que l’ajustement de l’axe horizontal est légèrement moins bon. Il semblerait que le profil horizontal du nuage soit plus asymétrique que l’axe vertical. Cela

9. Modèle : acA1440-73gm

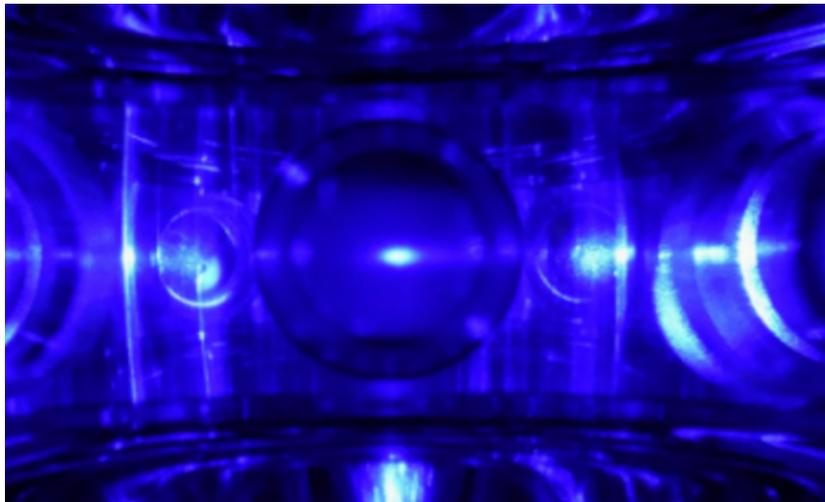


FIGURE 2.25 – **Photographie d'un PMO bleu prise en mars 2018** au travers d'un des hublots de la chambre à vide. Le nuage d'atomes piégés correspond au point lumineux situé au centre de la photographie. On peut y voir aussi deux autres hublots ainsi que des réflexions parasites sur les parois de la chambre à vide. Sur cette image le nuage mesure environ 0,4 mm de diamètre dans le plan horizontal pour 0,2 mm dans le plan vertical. Cette ellipticité est due au fait que le gradient de champ magnétique est deux fois plus important sur l'axe vertical que dans le plan horizontal.

pourrait provenir de la présence du faisceau Zeeman qui pousserait le nuage d'atomes dans un sens (malgré son désaccord important), ou à l'inverse le faisceau d'atomes incidents qui le pousserait dans l'autre sens. Le résultat de l'ajustement horizontal donne une dimension du nuage dans ce plan de $\sigma_{XY} = 0,38$ mm. Du fait des lignes de champ magnétique de la configuration anti-Helmoltz, le confinement des atomes est deux fois plus important selon l'axe vertical que selon l'axe horizontal. On devrait donc s'attendre à ce que le nuage soit deux fois plus petit dans l'axe vertical que dans l'autre, à condition que le taux de diffusions multiples¹⁰ dans le nuage soit faible. Dans le cas du strontium le nombre d'atomes dans le PMO bleu est faible du fait de la présence d'un canal de fuite assez important dont nous discuterons dans la partie suivante. Néanmoins, on constate cependant qu'il n'y a pas tout à fait un facteur 2 entre les dimensions des deux axes du nuage. Cela probablement par ce que la fonction d'ajustement décrit un peu moins bien la coupe horizontale que la coupe verticale ou encore, par ce que les faisceaux rétro-réfléchis présentent des intensité plus faibles que les faisceaux aller.

b) Calcul du nombre d'atomes

Une autre information que nous pouvons obtenir à partir de cette imagerie par fluorescence est une estimation du nombre d'atomes dans le PMO. Pour cela nous avons utilisé une photodiode à gain variable¹¹ située elle aussi dans le plan horizontal de la chambre du PMO. Pour détecter les photons issus du nuage, nous avons utilisé une lentille dont le point focal objet se situe sur le nuage et le point focal image sur la photodiode. Le grandissement dans ce cas de figure est donc égal à 1. On a vu précédemment que le diamètre horizontal du nuage est de l'ordre de 0,4 mm, comme le capteur de la photodiode mesure 4,5 mm de côté, l'intégralité des photons émis par le PMO doivent pouvoir être détectés.

10. La diffusion multiple est un phénomène selon lequel un photon émis spontanément par un atome peut être réabsorbé par un autre. Il en résulte une force répulsive qui tend à éloigner les atomes les uns des autres et donc à faire gonfler le nuage.

11. Entreprise *Thorlabs* et modèle utilisée PDA36A-EC

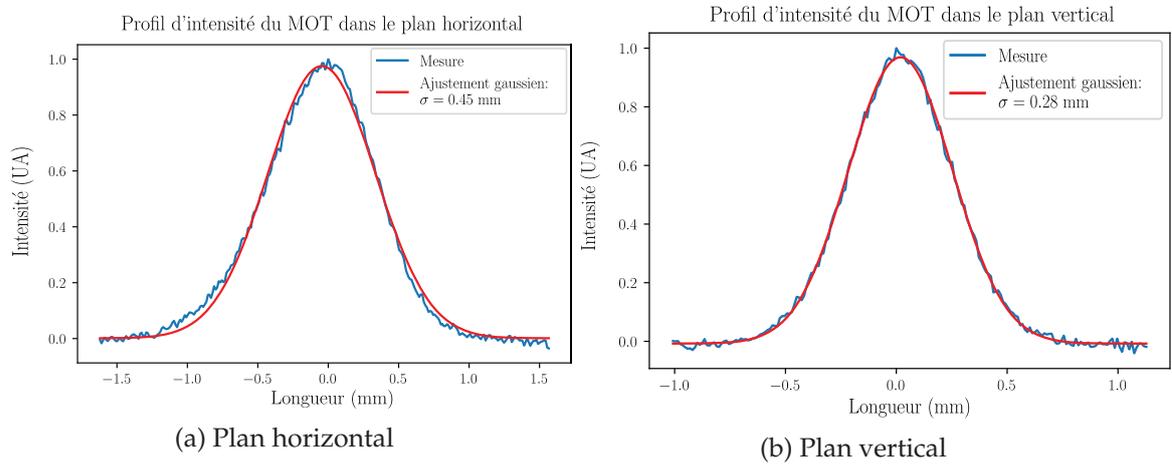


FIGURE 2.26 – **Coupes horizontales et verticales du PMO obtenues par fluorescence.** L'obtention des données en dimension réelle a été obtenue grâce au logiciel ImageJ en connaissant le nombre et la dimension de la matrice de pixels de la caméra d'imagerie utilisée. Les deux coupes ont été ajustées avec une gaussienne : la coupe verticale colle très bien à cet ajustement tandis qu'on note une légère asymétrie du signal sur la coupe horizontale (pas d'explication particulière à ce jour). Les largeurs des deux coupes obtenues par la fonction d'ajustement donnent respectivement $\sigma_{XY} = 0,38$ mm pour la coupe horizontale et $\sigma_Z = 0,23$ mm pour la coupe verticale. Le gradient de champ magnétique étant deux fois plus important selon l'axe vertical que selon l'axe horizontal, on s'attend à ce que la dimension du nuage soit deux fois plus petit suivant la direction verticale. On est à peu près dans ce cas de figure.

Il y a deux aspects à prendre en compte pour déterminer le nombre d'atomes dans le nuage à partir du signal détecté par la photodiode : la puissance réelle du signal émis par les atomes qui parvient jusqu'au capteur de la photodiode P_{at} , et les processus de conversions et d'amplifications du signal détecté. Commençons par estimer la puissance du signal réel émis par les atomes et détecté par le capteur.

b.1 Puissance réelle du signal détecté

On exprime la puissance détectée par la photodiode P_{at} en provenance des atomes du PMO de la manière suivante :

$$P_{at} = E_\gamma N_{det/s} , \quad (2.53)$$

où $E_\gamma = hc/\lambda_b$ est l'énergie des photons émis et $N_{det/s}$ est le nombre de photons détectés par seconde sur le capteur de la photodiode qui s'exprime ainsi :

$$N_{det/s} = \beta N_{at} \Gamma , \quad (2.54)$$

avec β le cône de collection du capteur de la photodiode, N_{at} le nombre d'atomes émetteurs et Γ le taux de diffusion de photons. On rappelle l'expression de ce taux de diffusions Γ :

$$\Gamma = \frac{\Gamma_b}{2} \left(\frac{I/I_{sb}}{1 + I/I_{sb} + 4\Delta^2/\Gamma_b^2} \right) . \quad (2.55)$$

Pour estimer la valeur du cône de collection β du capteur, nous avons utilisé l'expression suivante :

$$\beta = \frac{\Omega_{det}}{4\pi} , \quad (2.56)$$

où Ω_{det} est la section efficace de détection en stéradian. On peut exprimer ce dernier en fonction

des données expérimentales :

$$\Omega_{\text{det}} = \frac{\pi R^2}{L^2}, \quad (2.57)$$

où $R=2,5$ cm est le rayon de la lentille utilisée de focale 100 mm et $L = 10$ cm est la distance entre le nuage d'atomes et cette lentille. On a justifié précédemment que l'intégralité du nuage devait pouvoir être détecté par la photodiode. Ainsi, en effectuant l'application numérique on trouve :

$$\beta \sim 4 \text{ mrad}.$$

On a donc une expression de la puissance réelle incidente sur la photodiode en fonction du nombre d'atomes présents dans le PMO (2.53). En donnant l'expression du signal effectivement détecté de ce signal V_{det} en volt on pourra donc remonter à ce nombre d'atome N_{at} .

b.2 Conversion et amplification du signal détecté

À partir des spécificités de la photodiode utilisée et de la puissance incidente P_{at} exprimée précédemment, on peut déterminer la valeur en Volt du signal détecté V_{det} . En effet, la relation liant ces deux quantités est la suivante :

$$V_{\text{det}} = \eta GR(\lambda)P_{\text{at}}, \quad (2.58)$$

où $G = 4,75 \cdot 10^6$ V/A est le gain transimpédance de la photodiode lorsqu'elle est réglée sur le calibre 70 dB, $R(\lambda)$ est sa réponse en courant qui dépend de la longueur d'onde ($R = 0,2$ A/W dans notre cas de figure) et η est un facteur d'échelle qui permet de tenir compte de l'adaptation de l'impédance entre la résistance de sortie de la photodiode et celle de l'entrée de l'appareil qui va lire le signal. D'après la documentation, si l'impédance d'entrée de l'appareil de mesure est supérieur à 5 kΩh le signal est multiplié par 2. L'oscilloscope que nous avons utilisé possède une impédance d'entrée de 1 MΩh, on aura donc dans notre cas de figure $\eta \sim 2$. Ainsi, à partir des expressions (2.53) et (2.58) on peut aboutir à une expression du nombre d'atomes présents dans le piège magnéto-optique :

$$N_{\text{at}} = \frac{V_{\text{det}}}{2GR(\lambda_b)E_\gamma\beta\Gamma}. \quad (2.59)$$

Grâce à cette dernière expression, nous avons pu convertir l'ensemble des signaux détectés par la photodiode en un nombre d'atomes.

c) Modèle de la dynamique du PMO bleu

Afin de comprendre la dynamique qui régit notre piège magnéto-optique, nous allons présenter un modèle qui va nous permettre d'estimer le nombre d'atomes qui le compose à partir des mesures de son temps de chargement et de son temps de vie. On pourra ensuite comparer cette valeur estimée du nombre d'atomes avec celui obtenu par conversion du signal de la photodiode.

Pour décrire ce modèle, revenons au schéma des niveaux du strontium afin de donner les canaux de fuite qui dévient les atomes de la transition à 461 nm. Les transitions mises en jeux sont représentées sur la figure 2.27, on y trouve la transition du PMO bleu à 461 nm et sur laquelle les atomes diffusent des photons à un taux Γ qui dépend de l'intensité des faisceaux lasers et de leur désaccord. On peut voir qu'en moyenne au bout de $5 \cdot 10^4$ cycles, les atomes peuvent

sortir de cette transition et tomber dans le niveau 1D_2 . À partir de ce niveau, deux canaux de désexcitation sont possibles pour les atomes :

- soit ils tombent tout d’abord vers le niveau 3P_1 avant de retourner dans l’état fondamental 1S_0 au bout d’une durée de l’ordre de $1/\Gamma_r \sim 20 \mu s$. Dans ce cas de figure, les atomes contribuent à nouveau au signal de fluorescence du PMO bleu en réitérant des cycles d’absorption/émission sur la transition à 461 nm ;
- soit ils tombent dans l’état métastable 3P_2 dont la durée de vie est *infinie*¹². Dans ce cas de figure, les atomes sont définitivement perdus pour le signal du PMO.

Ces deux issues ont la même probabilité de se produire. Ainsi, à partir de la probabilité qu’un atome tombe dans l’état 3P_2 on peut en déduire un taux de perte d’atomes par seconde γ :

$$\gamma = \frac{\Gamma}{5 \cdot 10^4 \times 2}, \quad (2.60)$$

où Γ correspond au taux de diffusion écrit sur l’équation (2.55).

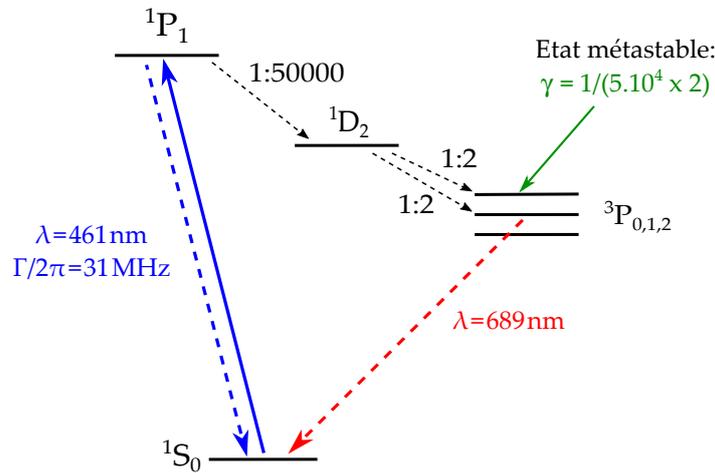


FIGURE 2.27 – Schéma de niveaux du strontium jouant un rôle dans la dynamique du nombre d’atomes du PMO bleu. Lorsque les faisceaux à 461 nm sont allumés, les atomes diffusent des photons avec un taux proportionnel à Γ_b . En moyenne tous les $5 \cdot 10^4$ cycles, un atome tombe dans le niveau 1D_2 puis possède une chance sur deux de se désexciter soit vers le niveau 3P_1 avant de retourner dans l’état fondamental, ou de tomber dans le niveau 3P_2 qui est un état métastable. Dans le premier cas de figure, les atomes peuvent contribuer à nouveau au nombre d’atomes présents dans le PMO tandis qu’a priori, si un atome se retrouve dans l’état métastable, il est perdu pour le PMO. On peut donc en déduire un taux de perte $\gamma = \Gamma_b/5 \cdot 10^3 \times 2$.

Par ailleurs, nous allons admettre que le taux de collision entre atomes dans le PMO est faible, cette hypothèse sera justifiée dans la suite. Ainsi, la seul canal de perte dans ce problème est celui défini par le taux γ . Dans ce cadre, la dynamique du nombre d’atomes $N(t)$ dans le PMO bleu peut s’écrire simplement :

$$\boxed{\frac{dN(t)}{dt} = \phi_{at} - \gamma N(t)}, \quad (2.61)$$

12. En pratique, à cause du niveau de vide fini dans la chambre, des collisions entre atomes de strontium et autres particules parasites limitent la durée de vie des atomes dans cet état métastable. Ceci étant dit, ce temps de vie reste bien plus grand que les autres constantes de temps mises en jeux.

où ϕ_{at} est le flux d'atomes provenant du four qu'on va considérer constant. Trois régimes peuvent être commentés :

1. le régime correspondant aux chargement du PMO jusqu'à ce qu'il atteigne un équilibre stationnaire :

$$N(t) = \frac{\phi_{\text{at}}}{\gamma} \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad (2.62)$$

où τ est le temps de vie des atomes dans le PMO. Cette expression est la solution exacte de l'équation écrite sur l'expression 2.61 ;

2. le régime stationnaire caractérisant l'équilibre entre la quantité d'atomes capturés par le PMO et la quantité qui en sort :

$$\phi_{\text{at}} = \gamma N_{\text{at}}, \quad (2.63)$$

où N_{at} est le nombre d'atomes à l'équilibre stationnaire ;

3. pour finir, le régime correspondant aux instants suivant l'extinction du faisceaux Zeeman. Dans ce cas de figure, les atomes incidents sont trop rapides pour être piégés par les faisceaux du piège magnéto-optique et donc $\phi_{\text{at}} = 0$:

$$N(t) = N_{\text{at}} e^{-t/\tau}, \quad (2.64)$$

D'après les hypothèses précédentes les seules fuites possibles sont celles menant les atomes vers l'état métastable 3P_2 : $\tau = 1/\gamma$.

On s'attend donc à visualiser sur la photodiode un signal possédant une forme caractéristique donnée sur la figure 2.28. Comparons ce modèle à un signal réellement détecté par la photodiode.

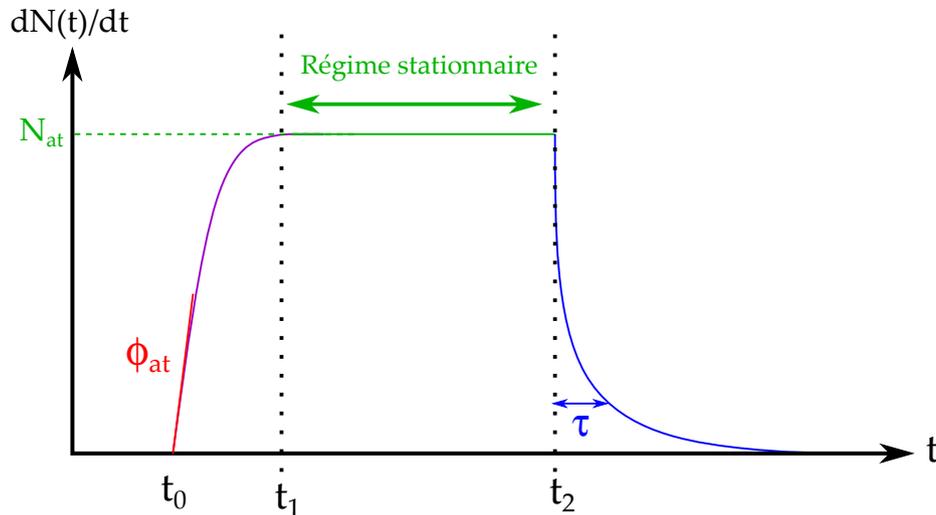


FIGURE 2.28 – Signal attendu à partir du modèle de la dynamique du nombre d'atomes dans le PMO. On y trouve les trois régimes principaux : le régime initial correspondant aux premiers instants après allumage des faisceaux du PMO où on peut lire le flux d'atomes par seconde provenant du four ϕ_{at} ; le régime stationnaire qui correspond au cas où le flux entrant d'atomes équivaut aux pertes par le canal de désexcitation décrit précédemment ; et pour finir la décroissance exponentielle attendue par le modèle lorsqu'on éteint le faisceau Zeeman.

c.1 Temps de chargement et temps de vie mesurés du PMO bleu

Nous allons à présent appliquer ce modèle aux données acquises par la photodiode. La figure 2.29 représente un cycle complet de chargement et d’extinction du PMO bleu. Celui comprend : l’allumage des faisceaux du PMO, l’atteinte du régime permanent et l’extinction du faisceau Zeeman. On remarque une forme similaire à celle attendue par le modèle. Le nombre d’atomes atteint à l’équilibre stationnaire vaut environ $N_{\text{at}} = 0,45 \cdot 10^5$ d’après la formule de conversion du signal de la photodiode écrite sur l’expression (2.59). Ensuite, pendant environ 100 ms le nombre d’atomes dans le PMO reste constant jusqu’à extinction des faisceaux du PMO qui se produit autour de 120 ms. On voit alors une nette décroissance du nombre d’atomes jusqu’à atteindre une valeur nulle 25 ms plus tard environ.

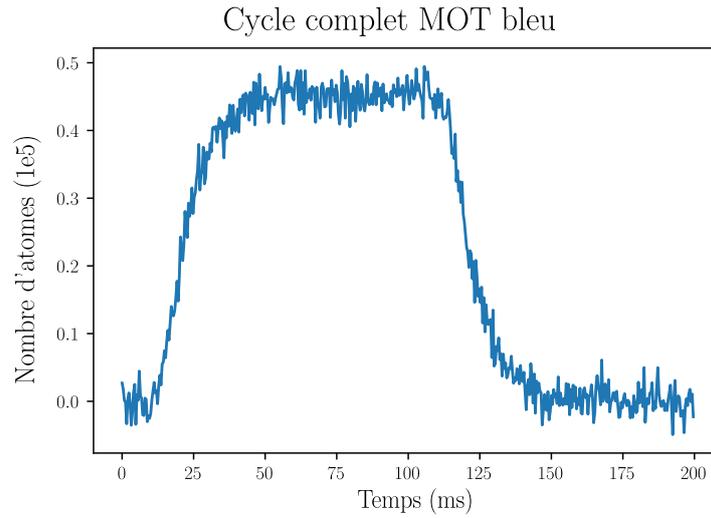


FIGURE 2.29 – **Signal détecté par la photodiode lors d’un cycle complet de remplissage et de vidange du PMO bleu.** On remarque que le chargement du PMO suit un comportement décrit par notre modèle : on voit une croissance linéaire du nombre d’atomes sur environ 10 ms, un redressement de cette pente sur environ 15 ms correspondant au régime transitoire avant que les gains et les pertes d’atomes se compensent. On se trouve dans le régime permanent autour de 50 ms où le nombre d’atomes vaut environ $N_{\text{at}} = 0,45 \cdot 10^5$ après conversion. Les faisceaux restent allumés un peu moins de 100 ms avant d’être éteints subitement. On constate une décroissance très rapide du nombre d’atomes jusqu’à une extinction complète du signal autour de 150 ms.

Nous avons ensuite zoomé sur les parties initiales et finales afin de mesurer plus précisément les temps de chargement et d’extinction du PMO bleu. La courbe de gauche sur la figure 2.30 montre la partie concernant le chargement du PMO. La fenêtre temporelle pendant laquelle nous traitons ce signal s’étale sur environ 50 ms. Au vue de l’allure de la courbe, on estimera que le temps de chargement du PMO vaut environ 40 ms.

Pour déterminer le flux d’atomes incidents ϕ_{at} et le taux de fuites γ , on a effectué un ajustement suivant l’équation (2.62) entre les instants 15 et 70 ms. D’après les résultats de ce dernier, on trouve que $\phi_{\text{at}} = 2 \cdot 10^6$ atomes/s et $\gamma = 85,72 \text{ s}^{-1}$. Cela nous permet d’en déduire un valeur du nombre d’atomes à l’équilibre stationnaire :

$$N_{\text{at}} = \frac{\phi_{\text{at}}}{\gamma} \sim 0,23 \cdot 10^5 \text{ atomes .}$$

On peut déduire de ces valeurs un temps de chargement du PMO τ_{load} :

$$\tau_{\text{load}} = \frac{N_{\text{at}}}{\phi_{\text{at}}} \sim 12 \text{ ms} . \quad (2.65)$$

Par rapport à d'autres expériences utilisant le strontium, notre flux incident est faible. En effet, dans la thèse de Stellmer [84], le flux incident mesuré est plutôt de l'ordre de 10^8 atomes/s. Cela laisse sous entendre que nous pouvons encore gagner en optimisant d'avantage nos paramètres expérimentaux : alignement et désaccord de la mélasse transverse, courant dans les bobines du ralentisseur Zeeman, etc. Cela pourra être une amélioration de l'expérience. Par ailleurs, il est important de noter qu'ici nous n'effectuons pas de re-pompage optique.

La courbe à droite de la figure 2.30 est un zoom sur la fin du cycle complet 2.29, dont la fenêtre temporelle est de 40 ms. On a pris comme origine des temps l'instant correspondant à l'extinction des faisceaux du PMO et on a réalisé un ajustement exponentiel au signal détecté en fixant le nombre d'atomes à l'équilibre, N_{at} , à partir de la valeur estimée précédemment. Le taux de fuites donné par cet ajustement vaut $\gamma = 107 \text{ s}^{-1}$ qui est légèrement supérieur à la valeur ajustée lors de l'étude du temps de chargement. Cela peut s'expliquer du fait que dans l'estimation précédente le faisceau Zeeman est allumé. Or, les paramètres expérimentaux du ralentisseur Zeeman peuvent influencer directement sur le comportement du chargement du PMO (flux d'atomes incident par exemple). Or comme ce dispositif n'est pas parfaitement optimisé, nous ferons d'avantage confiance au taux de fuite donné par cette seconde étude car le faisceau Zeeman y est éteint. On peut donc en déduire le temps de vie des atomes dans le PMO τ :

$$\tau = 1/\gamma \sim 9 \text{ ms} .$$

On peut comparer ces valeurs au taux de pertes Γ_{mod} attendu par notre modèle lorsqu'on considère des faisceaux du PMO désaccordés de $\Delta = \Gamma_{\text{b}}/2$ et qui saturent la transition $I = I_{\text{sb}}$. Dans ce cas de figure, on a $\Gamma_{\text{mod}}/2\pi = 8,7 \text{ MHz}$ et on en déduit le taux de fuite associé à ce modèle : $\gamma_{\text{mod}} = \Gamma_{\text{mod}} \cdot 10^{-5} = 546 \text{ s}^{-1}$.

On constate que cette valeur est bien supérieure à celle des taux de pertes déterminés par nos ajustements. Cet écart peut provenir d'une différence entre le désaccord choisi pour calculer γ_{mod} et celui que nous avons réellement sur l'expérience. Connaissant le paramètre de saturation s_{mod} dans le cas où $\Delta = \Gamma_{\text{b}}/2$ et le taux de pertes γ déduit des ajustements précédents, on peut estimer le paramètre de saturation s réel de nos faisceaux du PMO. On introduit ce paramètre à partir de l'équation (2.55) :

$$\Gamma = \frac{\Gamma_{\text{b}}}{2} \frac{s}{1+s} , \quad (2.66)$$

où $s = \frac{I/I_{\text{sb}}}{1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma_{\text{b}}^2}}$. Dans les conditions choisies précédemment pour calculer γ_{mod} on a $s_{\text{mod}} = 1/2$.

Pour déterminer le paramètre de saturation de nos faisceaux du PMO nous allons nous servir de la valeur du taux de pertes estimé lors de l'ajustement du temps de vie du PMO ($\gamma = 107 \text{ s}^{-1}$). En faisant le rapport entre le taux de diffusion Γ mesuré sur l'expérience et celui du modèle Γ_{mod} , nous allons pouvoir en déduire le paramètre de saturation réel des faisceaux du PMO s :

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_{\text{mod}}} = \frac{\gamma}{\gamma_{\text{mod}}} = \left(\frac{s}{1+s} \right) \left(\frac{1+s_{\text{mod}}}{s_{\text{mod}}} \right) , \quad (2.67)$$

où s et s_{mod} correspondent respectivement au paramètre de saturation expérimental et à celui déduit du modèle. À partir des valeurs numériques énoncés ci-dessus, on aboutit à la valeur du paramètre de saturation réel suivant :

$$s = 0,12. \quad (2.68)$$

Il semblerait donc que l'intensité de nos faisceaux du PMO soient inférieurs à la valeur de la saturation ou plus loin de résonance ($\Delta > \Gamma_b/2$). Dans tous les cas, cela va dans le sens que notre dispositif expérimental pour le PMO pourrait être amélioré.

On peut conclure d'une part que la modélisation des pertes est relativement fidèle à la réalité, et d'autre part que le taux de collision entre atomes dans le PMO est faible. En effet, si les atomes étaient dans un régime collisionnel, on devrait avoir des pertes causées par des collisions assistées par la lumière, caractérisées par une décroissance plus rapide qu'une exponentielle.

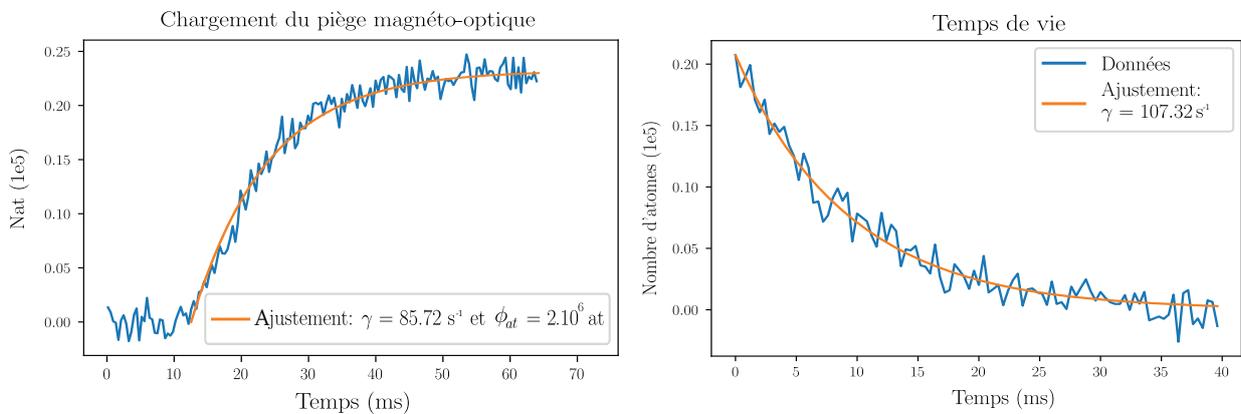


FIGURE 2.30 – **Temps de chargement et temps de vie mesurés du PMO.** À gauche, il s'agit d'un zoom de la figure 2.29 sur les 70 premières millisecondes après allumage des faisceaux du PMO. Entre les temps 15 et 65 ms environ, on a effectué un ajustement qui nous a permis d'obtenir une valeur typique du flux d'atomes incidents de $\phi_{\text{at}} = 2 \cdot 10^6$ at/s et du taux de fuite $\gamma_{\text{real}} \sim 85 \text{ s}^{-1}$. Grâce à ces deux valeurs on peut calculer le nombre d'atomes dans l'état stationnaire $N_{\text{at}} = 0,23 \cdot 10^5$ et en déduire une estimation du temps de chargement : $\tau_{\text{load}} \sim 12$ ms. À droite, on observe une décroissance exponentielle sur une fenêtre temporelle d'environ 40 ms. L'ajustement exponentiel colle bien aux données mesurées et on peut en extraire un temps de vie du PMO $\tau = 1/\gamma \sim 9$ ms. Les taux de pertes ajustés entre les courbes de droite et de gauche diffèrent légèrement. Le taux de pertes équivalent $\gamma_{\text{mes}} \sim 107 \text{ Hz}$. Cette valeur est du même ordre de grandeur que celle attendue par le modèle ($\gamma \sim 300 \text{ Hz}$). Comme le temps de chargement dépend des paramètres du faisceaux Zeeman, il se peut que ces derniers modifient significativement le comportement du chargement.

d) Estimation de la température et perspectives

Pour déterminer la température d'un piège magnéto-optique, on effectue généralement un temps de vol : une fois le PMO dans son régime permanent, on coupe subitement le champ magnétique et les faisceaux laser de sorte à ce que les atomes tombent sous l'effet de la gravité et s'écartent les uns des autres en fonction de leur vitesse. Après avoir laissé le nuage tomber une fraction de secondes, on allume à nouveau les faisceaux du PMO (ou un faisceaux résonant annexe) de sorte à faire fluorescer les atomes et à reprendre une image. On s'attend alors à ce

que la nouvelle taille du nuage L soit égale à :

$$L(t) = \sqrt{L_0^2 + \langle v^2 \rangle t^2} . \quad (2.69)$$

où L_0 est la taille initiale du nuage et Δv la largeur de la distribution de vitesse des atomes.

Ainsi, en mesurant la nouvelle taille du nuage et en ajustant l'image obtenue par temps de vol avec la formule 2.69, on peut en déduire la dispersion des vitesses Δv et en déduire une estimation de la température du nuage d'atomes grâce à la relation :

$$T = \frac{m \langle v^2 \rangle}{k_B} . \quad (2.70)$$

Pour l'instant nous n'avons pas effectué de mesure de temps de vol de notre nuage d'atomes. On peut donner toutefois la température minimale accessible à ce stade du refroidissement laser en considérant le cas idéal où nous serions limité par la vitesse Doppler :

$$T_{\min} = \frac{\hbar \Gamma_b}{2k_B} \sim 0,7 \text{ mK} . \quad (2.71)$$

Le système à vide complet depuis le four jusqu'à la chambre du PMO, actuellement installé sur l'expérience est schématisé sur la figure 2.31. Ce schéma a été réalisé par Florence Nogrette sur *SolidWorks*. À ce jour, les niveaux de vides dans les différentes parties sont les suivantes :

- **au niveau de la croix en sortie de four** : la jauge indique une pression de $2 \cdot 10^{-9}$ mBar ;
- **à l'entrée du ralentisseur Zeeman** : la pompe ionique est aussi équipée d'une jauge qui indique actuellement $1,8 \cdot 10^{-10}$ mBar ;
- **dans la chambre du PMO** : la jauge situé sous la chambre du PMO nous indique que la pression est inférieure à sa limite de résolution ce qui signifie que la pression est inférieure à 10^{-11} mBar.

Remarques :

Dans le four, il faut faire attention à ne pas utiliser de joint cuivre pour les brides le reliant au reste de l'enceinte à vide. En effet, à haute température ($\sim 500^\circ\text{C}$), le strontium réagit avec le cuivre ce qui peut donc, à terme, provoquer des fuites au niveau de ces brides et donc une dégradation de la pression significative.

Dans cette dernière partie nous avons présenté succinctement le principe de fonctionnement du piège magnéto-optique, le dispositif expérimental que nous avons mis en place pour obtenir un PMO et caractériser sa taille ($\sim 0,45$ mm x $0,28$ mm), son temps de chargement (~ 12 ms), son temps de vie (~ 10 ms), le flux d'atomes incidents ($\phi_{\text{at}} \sim 2 \cdot 10^6$ at/s) et leur nombre dans le PMO ($N_{\text{at}} \sim 0,23 \cdot 10^5$). Actuellement le flux incident que nous possédons est bien inférieur à celui observé dans d'autres expériences sur le strontium comme celui reporté dans la thèse de Simon Stellmer [84]. Nous avons donc quelques étapes d'optimisations à revoir pour augmenter ce flux incident (sur la mélasse transverse et le ralentisseur Zeeman par exemple). Il nous reste encore à mettre en place une mesure en temps de vol du PMO de sorte à déterminer sa température et optimiser le gradient du champ magnétique ainsi que le désaccord des faisceaux du piège magnéto-optique pour obtenir le plus grand nombre d'atomes possible.

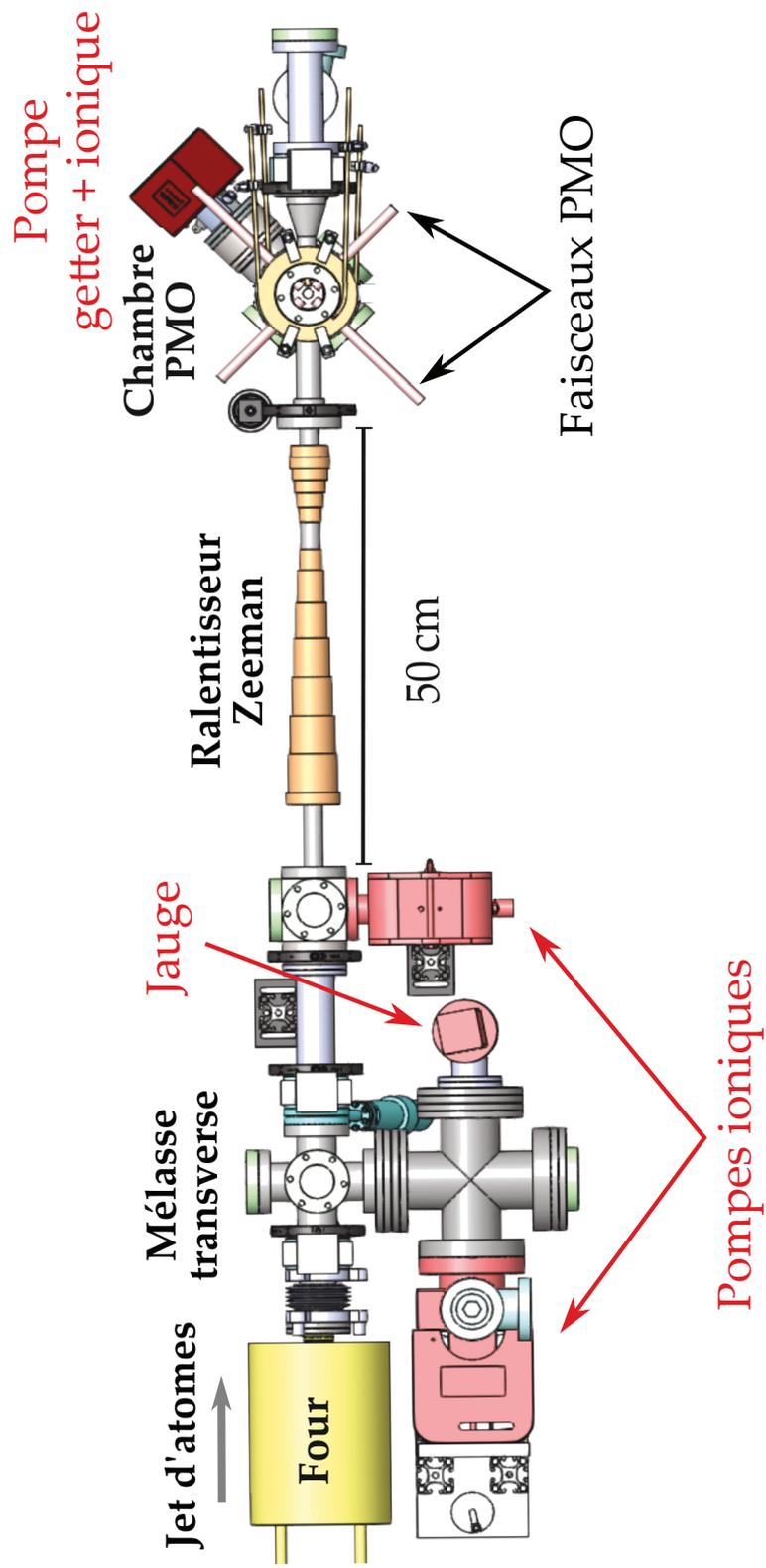


FIGURE 2.31 – Schéma complet du système à vide actuellement installé.

Deuxième partie

Piéger et refroidir le Strontium en dessous du microKelvin.

Dans la partie précédente, nous avons présenté l'ensemble du système laser à 461 nm et du système à vide permettant de réaliser un piège magnéto-optique d'atomes de strontium sur sa raie large. Dans cette deuxième partie, nous allons présenter la deuxième grande étape de refroidissement : obtenir un piège magnéto-optique sur la raie d'intercombinaison à 689 nm pour parvenir à des températures inférieures au microKelvin. Comme expliqué en introduction du manuscrit, la complexité majeure du refroidissement laser sur cette raie est liée à sa finesse $\Gamma_r/2\pi = 7,4$ kHz qui est environ 4000 fois plus petite que la transition à 461 nm. Les deux chapitres qui composent cette partie rendent compte des difficultés aussi bien fondamentales que techniques à réaliser le piège magnéto-optique sur cette raie.

Dans le chapitre 3 nous justifierons la nécessité d'affiner spectralement le laser à 689 nm et présenterons la technique couramment utilisée pour y parvenir : l'asservissement *Pound-Drever-Hall*. Nous présenterons le dispositif nécessaire à la réalisation de cet asservissement en insistant particulièrement sur l'importance du rôle de la cavité Fabry Perot haute finesse. Dans un deuxième temps, nous verrons comment déplacer la fréquence d'émission du laser tout en étant asservi et justifierons la nécessité de générer un peigne de fréquence sur le spectre du laser affiné. Pour conclure, nous présenterons le schéma du montage optique complet, tel qu'il est mis en place actuellement.

Le chapitre 4 présente une technique de spectroscopie originale qui permet de localiser la résonance de la transition à 689 nm, avec une précision supérieure au kiloHertz : la spectroscopie de *shelving*. On décrira notamment aux travers de simulations numériques les conditions d'obtention de ce signal et donnerons les principaux facteurs qui limitent actuellement la résolution de cette raie d'intercombinaison. Un article a été soumis le 28 octobre 2019 détaillant l'ensemble des études menées sur cette technique selon deux géométries distinctes : sur un jet atomique et sur une cellule de spectroscopie. Cet article se trouve dans l'annexe C de ce manuscrit. Nous concluons ce chapitre en détaillant le montage expérimental associé à cette spectroscopie et discuteront d'éventuelles pistes d'améliorations.

Affinement spectral du laser maître à 689 nm

3.1 Contextualisation du problème

Comme évoqué dans l'introduction de cette deuxième partie, la raie à 689 nm est extrêmement étroite, bien plus que les largeurs spectrales typiques des lasers commerciaux actuels. Typiquement, les lasers Toptica que nous utilisons possèdent des largeurs spectrales $\delta\nu$ de l'ordre de la centaine de kHz. Or, une condition fondamentale pour que le refroidissement laser puisse avoir lieu est que cette largeur spectrale soit inférieure à celle de la résonance $\delta\nu \ll \Gamma_r$. En effet si tel n'est pas le cas, il est impossible d'effectuer du refroidissement laser sur cette transition. Des techniques comme celle proposée et mise en oeuvre par Pound, Drever et Hall [29] en 1983 permettent de remédier à ce problème. En particulier, la technique Pound-Drever-Hall consiste à réduire les fluctuations de phase du laser en effectuant une rétroaction rapide sur le courant de ce dernier. Nous verrons dans la suite qu'on peut arriver à réduire considérablement ces fluctuations, de sorte à ce que la finesse spectrale du laser soit de l'ordre du kHz.

3.2 La cavité de haute finesse spectrale

Nous allons voir dans cette partie que grâce à l'utilisation d'une cavité de très haute finesse on peut obtenir des signaux dispersifs dont la partie linéaire est extrêmement raide. Or, pour un ensemble de paramètres donnés de la boucle de rétroaction, plus la pente du signal d'erreur est importante, plus la bande passante qui lui est associée est grande, ce qui favorise la réduction de fluctuations de phase jusqu'à des fréquences élevées. De manière simplifiée, on peut comparer la réponse du système d'asservissement à celle d'un ressort caractérisé par une constante de raideur qui, dans notre exemple, serait l'analogie de la pente du signal d'erreur : plus cette constante de raideur est grande, plus l'asservissement sera réactif aux hautes fréquences. Bien que la bande passante de ce dernier est défini par le gain total de la boucle de rétroaction, nous avons tout intérêt à maximiser la pente du signal d'erreur pour obtenir des bandes passantes élevées. Avec la technique de Pound-Drever-Hall, il est possible d'obtenir des bandes passantes d'asservissement de l'ordre du MHz et donc de réduire les fluctuations de phase du laser jusqu'à de telles fréquences.

3.2.1 Description de la cavité

En admettant tout d'abord qu'asservir le laser sur un mode d'une cavité haute finesse permet d'obtenir des asservissements de grande bande passante, il faut toutefois veiller à sa stabilité sur le long terme. Pour cela, il est important que la position de ses modes spectraux soit la plus stable possible. Nous allons donc dans un premier temps, présenter l'ensemble du dispositif expérimental qui permet de stabiliser les dérives des modes de la cavité haute finesse.

On a représenté sur la figure 3.1 la photographie d'une cavité similaire à celle dont nous disposons. Il s'agit d'une cavité Fabry Perot cylindrique, non dégénérée¹ et fabriquée par l'entreprise *Stable Laser Systems* dans un matériau spécial appelé ULE pour *Ultra Low Expansion*. Il s'agit d'un matériau qui, à une température donnée appelée température de *zéro crossing*, possède un coefficient de dilatation thermique nul. Comme la position et l'écart entre chacune des résonances de la cavité dépendent de sa longueur, l'utilisation d'un tel matériau permet d'envisager une grande réduction de ces dérives. Dans notre cas de figure, le constructeur donne une température de zéro crossing de 53°C. Il nous a donc été fourni avec cette cavité, un système d'asservissement PID pour maintenir la température à cette valeur. Ainsi, en plus de nous permettre de réduire la largeur spectrale du laser à 689 nm, cette cavité peut être utilisée comme une référence en fréquence dont la dérive de ses modes spectraux peut être calibrée. La dérive des modes spectraux de notre cavité a été calibrée et la courbe associée se trouve dans l'annexe B. Ces dérives ont été évalués à environ 0,5 kHz/h.



FIGURE 3.1 – Photographie de la cavité Fabry Perot haute finesse. Cette dernière provient du site internet du constructeur *Stable Laser Systems*. Il s'agit d'une cavité de 10 cm de long et de 5 cm de diamètre externe. On y peut voir aussi l'un des deux miroirs qui mesurent 2.5 cm de diamètre. L'ensemble de la cavité est fabriqué en matériau ULE maintenue à 53 °C de sorte à minimiser sa dilatation.

Cette cavité mesure 10 cm de long et possède un diamètre externe de 5 cm. Connaissant la longueur de cette cavité, on peut d'ores et déjà en déduire l'intervalle spectral libre (ISL) entre deux de ses modes spectraux :

$$ISL = \frac{c}{2L} = 1,5 \text{ GHz}, \quad (3.1)$$

où L est la longueur de la cavité.

1. Il s'agit d'une cavité où l'écart entre chacun de ses modes transverses est différent

Les miroirs d'entrée et de sortie mesurent tous deux 2,5 cm : l'un des deux est plan tandis que l'autre est un miroir plan-concave de rayon de courbure de 50 cm. La valeur de ce rayon de courbure nous a permis de déterminer quelle lentille choisir pour injecter le faisceau dans le mode fondamental (TEM_{00}) de cette cavité. Cette dernière possède une focale de 400 mm et nous a permis d'injecter le faisceau incident avec une efficacité d'environ 40% dans le mode TEM_{00} .

Remarque :

On s'est aperçu en pratique, que la position de la lentille d'injection ainsi que sa focale n'étaient pas véritablement des paramètres critiques pour injecter le TEM_{00} . En effet, en essayant plusieurs focales de lentilles entre 450 et 300 mm et en les déplaçant autour de leur position d'injection idéale, on arrivait à visualiser le TEM_{00} . Cependant, l'efficacité de l'injection n'est pas la même en fonction des différents cas et nous avons gardé l'option qui maximisait l'injection dans ce mode, à savoir la focale $f = 400$ mm, positionnée à environ 40 cm du miroir d'entrée de la cavité Fabry Perot. On notera toutefois que cette efficacité est assez faible, il se peut qu'une subtilité nous échappe pour atteindre des efficacités plus élevées.

Grâce à ce type de matériau ULE, on minimise les dérives temporelles associées à la taille de la cavité. Toutefois, d'autres instabilités comme les vibrations mécaniques et acoustiques peuvent aussi modifier la position des modes spectraux. Pour limiter ces vibrations, nous avons placé la cavité et l'ensemble du système optique nécessaire sur une planche indépendante, au-dessus de la table optique. Cette planche est positionnée sur des morceaux de sorbothane² eux même tenus par des pieds de 5 cm de diamètre et d'une quinzaine de centimètre de haut. Autour de cette table sur-élevée, nous avons placé un système de profilés et de planches recouvertes de mousses à isolation acoustique sur la surface intérieure. Cette *boîte* recouvre complètement l'ensemble de cette table optique de sorte à minimiser au maximum la propagation d'ondes acoustiques jusque dans la cavité Fabry Perot.

3.2.2 Mesure de la finesse : temps de vie des photons dans la cavité

Dans cette section, nous allons mesurer la finesse spectrale de notre cavité et en déduire la largeur de ses modes spectraux. D'après les données constructeur, la finesse spectrale de notre cavité est garantie au minimum à 15000. Afin d'obtenir une valeur plus précise, nous avons mesuré le temps de vie des photons dans cette cavité. Avant de donner plus de détails sur le principe de la mesure, rappelons les relations entre la finesse spectrale \mathcal{F} de la cavité, le temps de vie des photons τ dans celle-ci et le temps moyen Δt mis par photon pour effectuer un aller-retour :

$$\mathcal{F} = 2\pi \frac{\tau}{\Delta t}, \tag{3.2}$$

où on rappelle que $\Delta t = 2L/c$ avec L la longueur de la cavité.

A) Principe de la mesure

Le principe de la mesure est assez simple et schématisé sur la figure 3.3. Lorsque la fréquence du laser est résonante avec le TEM_{00} , les photons incidents entrent dans la cavité et vont

2. Matériaux souple permettant d'absorber d'éventuelles vibrations mécaniques.

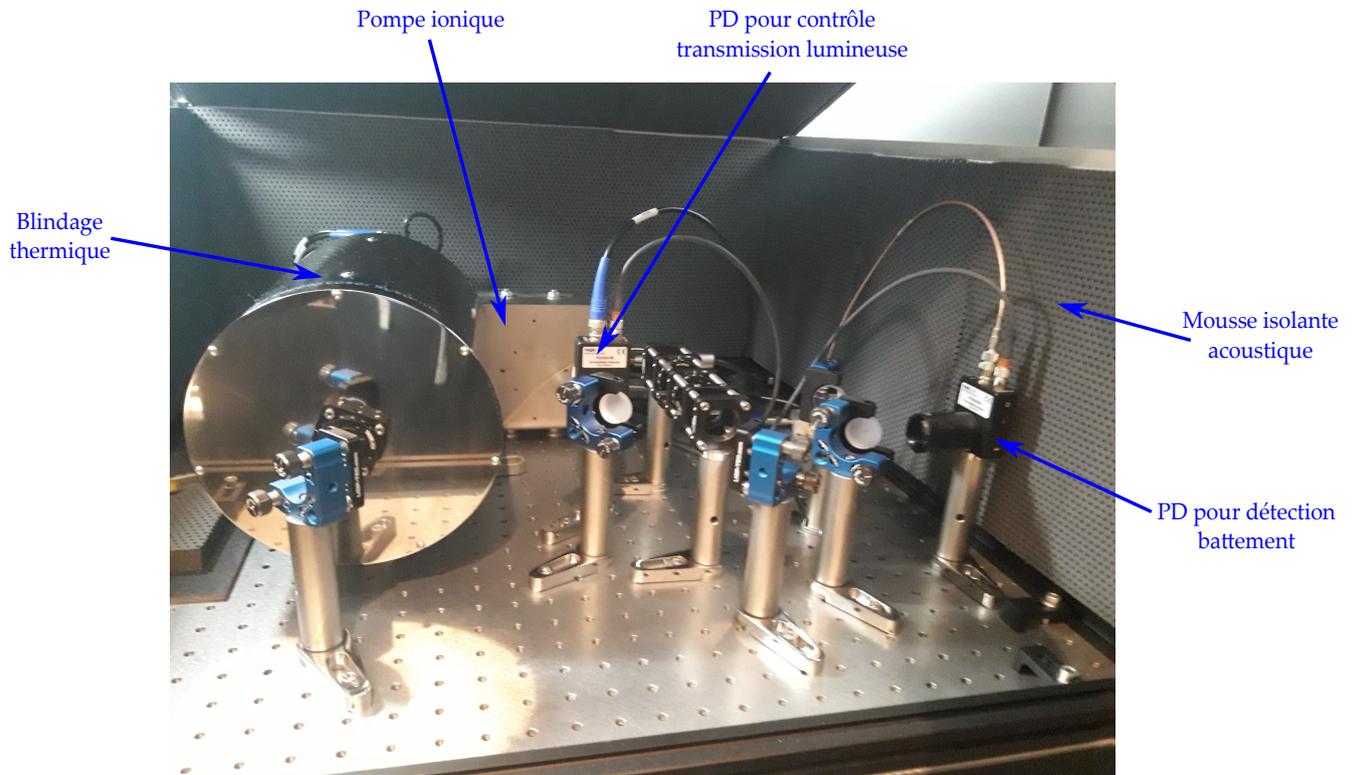


FIGURE 3.2 – Photographie du système optique autour de la cavité haute finesse. On y trouve deux photodiodes : une qui détecte le battement entre les composantes spectrales réfléchies par le miroir d’entrée de la cavité, et une permettant de contrôler la stabilité de la puissance lumineuse incidente. On peut voir au fond de l’image une pompe ionique de l’entreprise *Gamma Vacuum*, qui maintient une pression autour de quelques 10^{-5} mbar dans la chambre à vide entourant la cavité. Sur cette photo, seul le blindage thermique qui entoure la cavité haute finesse est visible.

effectuer un certain nombre d’aller-retour avant d’en sortir. Le nombre de ces aller-retours est directement défini par les coefficients de réflexion des miroirs de la cavité Fabry Perot : plus ils seront proches de 1, plus le temps de vie des photons dans cette dernière sera grand. Ainsi, si l’extinction du laser est plus rapide que le temps de vie des photons dans la cavité τ , on s’attend à ce que l’intensité détectée par une photodiode située en transmission de la cavité décroisse exponentiellement jusqu’à ce que le dernier photon quitte la cavité. Ainsi, l’expression de l’intensité détectée en transmission de la cavité s’écrit :

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau}, \quad (3.3)$$

où I_0 correspond à l’intensité détectée par la photodiode au moment de l’extinction du faisceau et τ le temps de vie des photons dans la cavité.

Pour effectuer une extinction suffisamment rapide, on utilise un modulateur acousto-optique dont la vitesse d’extinction est de 160 ns mm^{-1} ce qui correspond, pour notre faisceau d’environ 1 mm de diamètre, à une extinction de 160 ns environ. Cette durée est très inférieure au temps de vie des photons dans la cavité estimé par les constructeurs. En effet, en utilisant la finesse minimale garantie de 15000 et de l’expression 3.2 qui serait de l’ordre de $1.6 \mu\text{s}$.

La figure 3.4 donne à voir le signal mesuré expérimentalement sur un oscilloscope avec un moyennage d’une dizaine de traces. Le temps de vie est estimé grâce à une fonction d’ajustement exponentielle est de $1,94 \pm 0,01 \mu\text{s}$. Sachant qu’il faut une durée $\Delta t = 2L/c$ aux photons

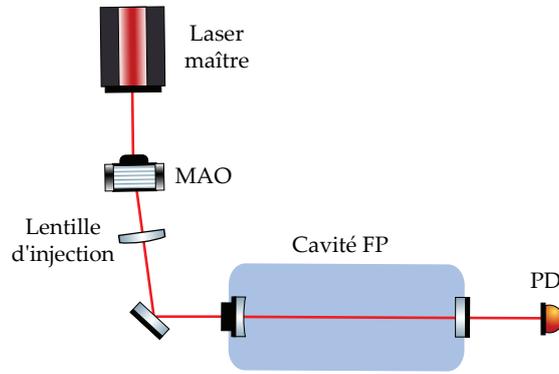


FIGURE 3.3 – Schéma expérimental pour une mesure du temps de vie des photons dans la cavité Fabry Perot. On injecte le laser stabilisé en fréquence dans le TEM₀₀ de la cavité et on mesure l'intensité lumineuse transmise par la cavité grâce à une photodiode située en transmission de cette dernière.

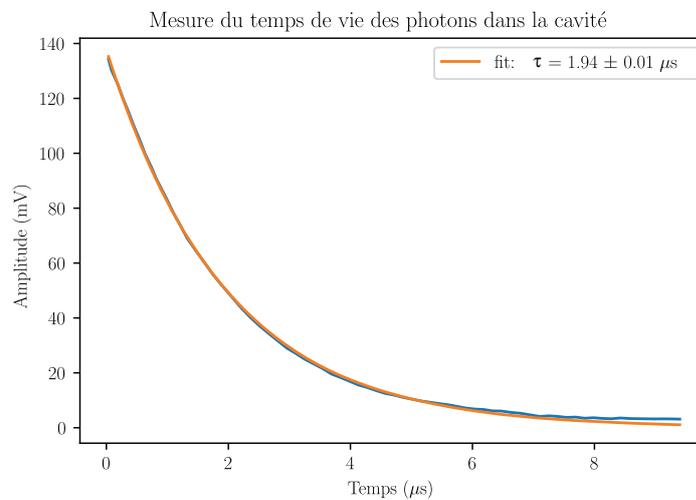


FIGURE 3.4 – Signal obtenu avec un moyennage d'une dizaine de cycles éclairage/extinction du laser. Chaque cycle dure 2s avec 20ms de temps d'exposition pour remplir la cavité de photons. Grâce à un ajustement exponentiel on a pu en déduire une estimation du temps de vie dans la cavité $\tau = 1,94 \pm 0,01 \mu s$. L'erreur indiquée est issu de l'ajustement.

pour faire un aller-retour dans la cavité, on peut en déduire combien ces derniers en auront effectués de tours pendant cette durée τ :

$$N = \frac{\tau}{\Delta t} \sim 3000 . \quad (3.4)$$

Cela nous permet aussi de calculer la finesse de la cavité en injectant l'expression 3.4 dans l'équation 3.2 :

$$\mathcal{F} = 2\pi N \sim 19 \cdot 10^3 . \quad (3.5)$$

B) Largeur des modes spectraux et coefficient de réflexion

On constate que la finesse mesurée est bien vérifiée par les spécificités constructeur. Connaissant la valeur précise de la finesse, on peut en déduire la largeur d'un mode spectral de la cavité ainsi que le coefficient de réflexion des miroirs. En effet, on rappelle la relation entre la finesse

d'une cavité et la largeur de ses modes spectraux :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\omega}{\delta\omega}, \quad (3.6)$$

où $\delta\omega$ est la largeur d'un mode spectral et $\Delta\omega$ l'intervalle spectral libre (ISL) de la cavité. On en déduit que la largeur des modes spectraux de cette cavité sont de l'ordre de $\delta\omega = 80\text{kHz}$. On rappelle aussi la relation entre la finesse spectrale et le coefficient de réflexion en intensité³ R des miroirs :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}, \quad (3.7)$$

ce qui nous permet d'établir un polynôme d'ordre deux pour R :

$$\left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 (1-R)^2 = R \quad (3.8)$$

$$R^2 \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 - R \left(2\left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 + 1\right) + \left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 = 0 \quad (3.9)$$

On en déduit deux solutions pour R : une vallant 0,9998 et l'autre très légèrement supérieure à 1. Comme le coefficient de réflexion ne peut être supérieure à 1, on gardera donc la valeur réaliste $R = 0,9998$. On a pu comparer cette donnée à celle du constructeur qui estimait que le coefficient de réflexion des miroirs à 689 nm était d'environ $1 - 0,02\%$ ce qui est cohérent avec notre mesure. À présent que nous avons déterminé les caractéristiques spectrales de notre cavité, nous allons caractériser le signal d'erreur obtenu par la méthode de Pound-Drever-Hall.

3.3 Signal Pound-Drever-Hall

Pour que l'asservissement Pound-Drever-Hall soit efficace, il faut un système le plus sensible possible aux fluctuations de phase du laser. Nous allons montrer en quoi la finesse spectrale de la cavité permet d'obtenir des signaux dispersifs dont la partie linéaire est très raide. Pour commencer, nous allons établir l'expression du signal détecté pour faire ressortir l'importance de la finesse de la cavité [12].

3.3.1 Coefficient de réflexion complexe des miroirs.

Le début du calcul est très similaire à celui effectué au chapitre 1 pour la spectroscopie de transfert de modulation (1.20). On rappelle tout de même l'expression du champ électrique modulé en phase par un signal sinusoïdal à la fréquence ω_m :

$$E(\omega_m, t) = E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\beta \sin(\omega_m t)}, \quad (3.10)$$

où ω est la pulsation du laser, E_0 l'amplitude du champ considérée constante, et β la profondeur de modulation. Ici on considèrera que les phases du champ électrique et de la modulation sont nulles toutes les deux.

Ainsi, pour des fréquences de modulation comprises entre la largeur d'un mode spectral $\delta\omega$ et l'ISL ($\delta\omega \ll \omega_m \ll ISL$), et pour de faibles modulations ($\beta \ll 1$), on peut développer l'expression du champ électrique au premier ordre des fonctions de Bessel de sorte à ne considérer

3. Pour rappel : $R = |r|^2$. R est le coefficient de réflexion en intensité de la cavité et r le coefficient en amplitude.

que les première bandes latérales. Cela nous donne :

$$E(\omega_m, t) = E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\beta \sin(\omega_m t)} \quad (3.11)$$

$$\sim E_0 e^{-i\omega t} \sum_{n=-1}^{n=1} J_n(\beta) e^{-in\omega_m t} . \quad (3.12)$$

On rappelle que pour $\beta \ll 1$ on a $J_{\pm 1} \sim \pm \frac{\beta}{2}$, ce qui nous donne :

$$E(\omega_m, t) = E_0 \left(e^{-i\omega t} + \frac{\beta}{2} e^{-i(\omega+\omega_m)t} - \frac{\beta}{2} e^{-i(\omega-\omega_m)t} \right) , \quad (3.13)$$

où on voit explicitement apparaître les trois composantes spectrales : la fréquence porteuse oscillant à ω et les deux bandes latérales se trouvant de part et d'autre de celle-ci et oscillant à $\omega \pm \omega_m$.

Pour le moment considérons une version simplifiée du montage présentée sur la figure 3.8. Nous verrons dans la section suivante qu'en réalité il est nécessaire de la complexifier. On considèrera donc pour le moment que la modulation est effectuée par l'intermédiaire d'un modulateur électro-optique à la fréquence $f_m = \omega_m/2\pi$, puis que le faisceau est envoyé sur le miroir d'entrée de la cavité Fabry Perot. L'expression du coefficient de réflexion complexe de la cavité $\mathcal{R}(\omega)$ dépend de la fréquence d'émission du laser $\omega/2\pi$. On rappelle son expression [12] :

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{r(e^{i\phi} - 1)}{1 - r^2 e^{i\phi}} , \quad (3.14)$$

où r est le coefficient de réflexion en amplitude du miroir et ϕ la phase acquise par l'onde lumineuse après chaque aller retour dans la cavité :

$$\phi = \frac{\omega}{ISL} = \frac{2\pi(\omega_c - \omega)}{ISL} , \quad (3.15)$$

où $f_c = \omega_c/2\pi$ est une fréquence de résonance de la cavité.

On a tracé sur la figure 3.5 les parties réelle et imaginaire de ce coefficient de réflexion en fonction de la fréquence d'émission de l'onde incidente. On constate que la partie réelle est une lorentzienne, caractéristique d'une résonance, tandis que la partie imaginaire a une forme dispersive. Les courbes ont été tracées numériquement à partir des valeurs de la finesse et du coefficient de réflexion en intensité calculées précédemment. En utilisant un ajustement lorentzien pour la partie réelle on trouve que la largeur de la résonance est de 50kHz. Comme la partie imaginaire ne correspond pas à la dérivée d'une lorentzienne, on a estimé sa largeur en mesurant l'écart entre les deux maxima de la courbe.

La largeur de ces signaux est directement liée à la valeur du coefficient de réflexion en intensité $R=|r|^2$ de la cavité : plus celle-ci est importante, plus la largeur des parties réelles et imaginaires est étroite. Or pour une même amplitude, plus un signal est fin spectralement, plus la pente de la zone linéaire est grande. Comme la rigidité d'un asservissement est directement liée à cette pente, on a tout intérêt à avoir un coefficient de réflexion très proche de 1 et donc à fortiori d'après l'équation (3.7), à avoir la finesse la plus grande possible pour que l'asservissement Pound-Drever-Hall soit efficace.

On va montrer qu'en effectuant une modulation de phase sur le laser, on peut avoir accès à la partie dispersive du coefficient de réflexion. L'expression du champ électrique réfléchi par la

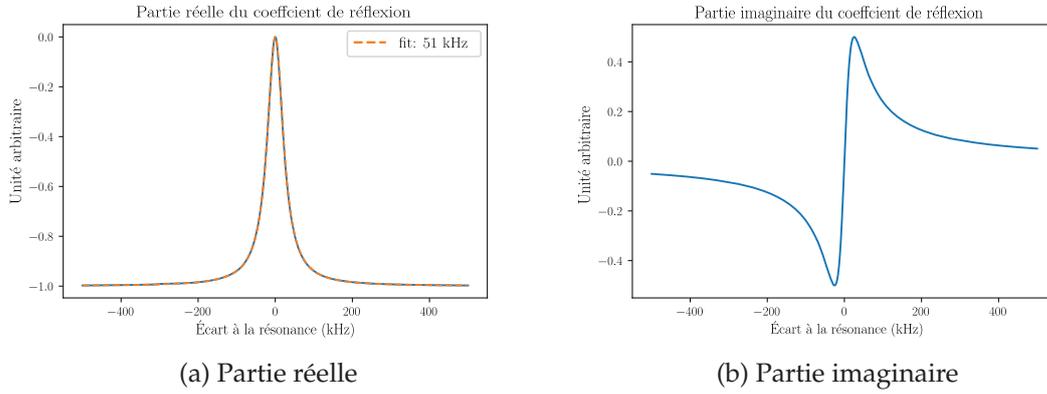


FIGURE 3.5 – **Signaux numériques des parties réelles et imaginaire du coefficient de réflexion complexe $\mathcal{R}(\omega)$ de la cavité.** La partie réelle (fig 3.5a) a pu être ajustée par une fonction lorentzienne définissant une largeur de 51 kHz. La largeur de la partie imaginaire (fig 3.5b) a été estimée en regardant l'écart entre les deux maxima de la courbe et vaut aussi environ 50 kHz.

cavité s'écrit :

$$E_r(\omega, \omega_m, t) = E_0 \left(\mathcal{R}(\omega) e^{-i\omega t} + \mathcal{R}(\omega_+) \frac{\beta}{2} e^{-i\omega_+ t} - \mathcal{R}(\omega_-) \frac{\beta}{2} e^{-i\omega_- t} \right), \quad (3.16)$$

où $\mathcal{R}(\omega)$ et $\mathcal{R}(\omega_{\pm})$ correspondent respectivement aux coefficients de réflexion (3.14) associés à la fréquence porteuse et aux bandes latérale ($\omega_{\pm} = \omega \pm \omega_m$). L'expression du signal détecté en réflexion de la cavité, correspond au module carré de l'expression (3.16) identique à celle de la référence [12] :

$$\mathcal{S}(\omega) = |E_r E_r^*| = I_0 \left[|\mathcal{R}(\omega)|^2 + \frac{\beta^2}{4} (|\mathcal{R}(\omega_+)|^2 + |\mathcal{R}(\omega_-)|^2) + \mathcal{R}(\omega) \frac{\beta}{2} (\mathcal{R}^*(\omega_+) e^{i\omega_m t} - \mathcal{R}^*(\omega_-) e^{-i\omega_m t}) + \mathcal{R}^*(\omega) \frac{\beta}{2} (\mathcal{R}(\omega_+) e^{-i\omega_m t} - \mathcal{R}(\omega_-) e^{i\omega_m t}) \right], \quad (3.17)$$

où on a noté I_0 l'intensité du faisceau incident. Les termes oscillant à $2\omega_m$ ont été négligés sur cette expression. La somme des deux premiers termes est une constante qu'on notera \mathcal{K} . On obtient donc finalement : un terme constant et deux termes en quadrature de phase, oscillants à la fréquence ω_m :

$$\mathcal{S}(\omega) = I_0 \left[\mathcal{K} + \frac{\beta}{2} \cos(\omega_m t) \Re\{\mathcal{R}(\omega) \mathcal{R}^*(\omega_+) - \mathcal{R}^*(\omega) \mathcal{R}(\omega_-)\} + \frac{\beta}{2} \sin(\omega_m t) \Im\{\mathcal{R}(\omega) \mathcal{R}^*(\omega_+) - \mathcal{R}^*(\omega) \mathcal{R}(\omega_-)\} \right]. \quad (3.18)$$

L'équation (3.18) montre donc que le signal d'erreur est issu du battement entre les fractions réfléchies des bandes latérales et de la fréquence centrale. Commentons les cas où le laser est résonant avec le mode TEM_{00} et le cas où il est légèrement hors résonance ($\omega - \omega_r \ll \delta\omega$) :

- Lorsque le laser est résonant avec le TEM_{00} de la cavité, la fréquence porteuse est complètement transmise par le miroir d'entrée. Comme la largeur spectrale du mode est très inférieure à la fréquence de modulation $\delta\omega \ll \omega_m$, les bandes latérales sont toutes deux réfléchies. Or, comme le montre la courbe numérique représentée sur la figure ??, elles

sont en opposition de phase. Cela signifie que l'intensité résultante de leur battement est nulle : il s'agit du zéro du signal d'erreur. À noter que ce terme de battement n'apparaît pas dans l'équation (3.18) car il se trouverait à la fréquence $2\omega_m$ que nous avons négligée.

- Si par contre le laser est légèrement hors résonance ($\omega - \omega_r \ll \delta\omega$), une fraction de la fréquence porteuse est elle aussi réfléchi. Dans ce cas, l'intensité mesuré par la photodiode correspond à la somme des battements entre la fréquence porteuse et l'une ou l'autre des bandes latérale. C'est la relation de phase entre les deux bandes latérales qui donne la forme dispersive du signal.

Par ailleurs, on montre sur cette même équation (3.18) que les composantes en quadrature de phase dépendent exclusivement du coefficient de réflexion des miroirs. On constate donc à nouveau l'importance du rôle joué par la cavité haute finesse dans la performance de l'asservissement Pound-Drever-Hall.

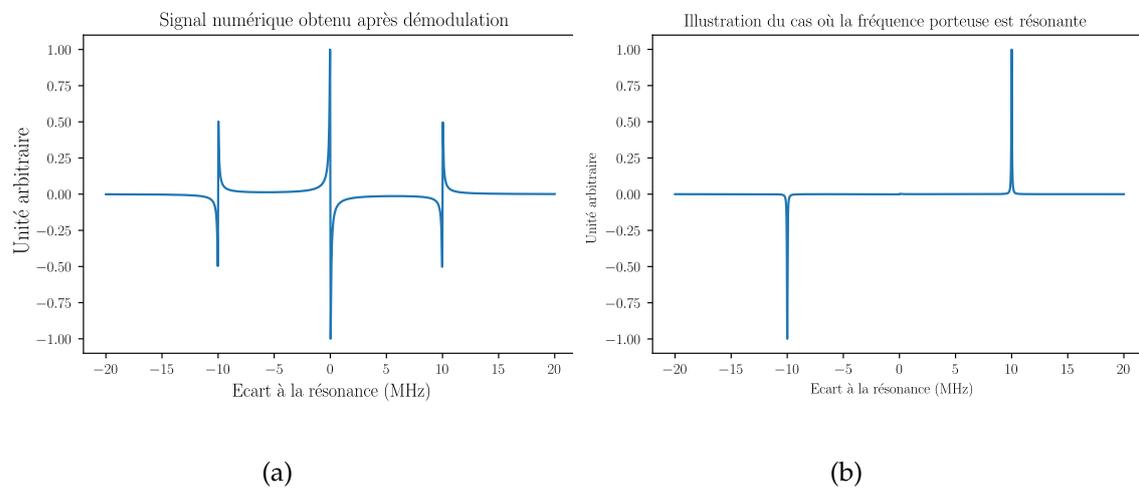


FIGURE 3.6 – **Courbes numériques illustrant deux signaux attendus.** La figure (a) représente le signal numérique détecté par la photodiode pour une fréquence de modulation de 10 MHz et une excursion en fréquence de 20 MHz. On voit clairement le cas où c'est la fréquence porteuse qui est centrée autour de la résonance et ceux où ce sont les bandes latérales. La figure (b) correspond à l'amplitude des composantes spectrales réfléchi par le miroir d'entrée de la cavité Fabry Perot lorsque le laser est résonant avec son mode TEM_{00} . Dans ce cas de figure, la fréquence porteuse est entièrement transmise et donc l'amplitude réfléchi qui lui est associée est nulle. Les bandes latérales, elles, sont complètement réfléchies et on voit notamment qu'elles sont en opposition de phase.

En envoyant ce signal dans une détection synchrone, on peut extraire l'une ou l'autre des quadratures et visualiser un signal similaire à la courbe (a) de la figure 3.6 sur un oscilloscope. En choisissant une fréquence de modulation de 10 MHz et en effectuant une rampe en fréquence sur le laser maître de 20 MHz, on a superposé cette courbe numérique avec le signal expérimental représenté sur la figure 3.7. Comme on peut le voir, les largeurs des deux courbes sont très similaires, ce qui confirme que la mesure du temps de vie des photons dans la cavité nous a permis correctement d'estimer la finesse de la cavité ainsi que le coefficient de réflexion des miroirs.

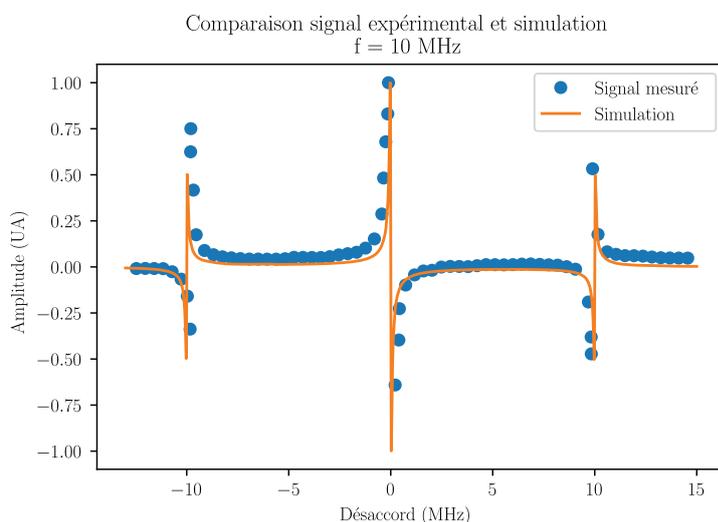


FIGURE 3.7 – Comparaison d’un signal mesuré et d’une courbe numérique obtenue à partir de la mesure du temps de vie des photons dans la cavité. Les signaux expérimentaux ont été acquis en effectuant une rampe sur la cale piezo-électrique du laser à une vitesse de 5 GHz/s. La fréquence de modulation du modulateur électro-optique était de 10 MHz pour cette mesure. On constate que les largeurs des signaux des deux courbes sont tout à fait similaires, preuve que la mesure du temps de vie des photons dans la cavité est une mesure précise pour définir la finesse de la cavité ainsi que les coefficients de réflexion de ses miroirs.

Jusqu’ici nous avons justifié l’importance de la finesse de la cavité Fabry Perot pour espérer une rétroaction rapide : c’est elle qui détermine la pente du signal d’erreur qu’on peut obtenir grâce à la technique Pound-Drever-Hall. Plus la finesse est importante, plus la pente l’est aussi. Pour déterminer la largeur précise des modes spectraux de notre cavité, nous avons effectué une mesure expérimentale du temps de vie des photons dans cette dernière : $\tau = 1,94 \mu\text{s}$. Cela nous a permis de calculer sa finesse exacte : $\mathcal{F} = 19 \cdot 10^3$, d’en déduire la largeur de ses modes spectraux : $\delta\omega = 80 \text{ kHz}$ et pour finir, le coefficient de réflexion des miroirs : $R = 0,9998$.

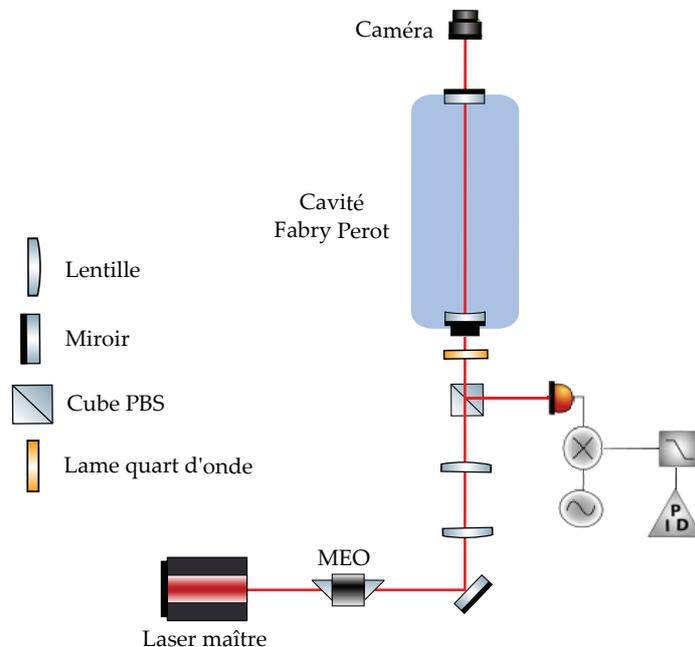


FIGURE 3.8 – Schéma simplifié du montage permettant d’obtenir le signal d’erreur en réflexion de la cavité. On module la fréquence d’émission du laser rouge grâce à un modulateur électro-optique (MEO) et on envoie le faisceau à 689 nm dans le mode fondamental de la cavité Fabry Perot de haute finesse. Une caméra est positionnée en transmission de la cavité de manière à visualiser le mode dans lequel le faisceau est injecté. Le signal d’erreur détecté par une photodiode en réflexion est envoyé vers un système électronique (*Sisyph*) permettant d’effectuer une rétroaction sur le courant du laser avec une bande passante d’environ 1 MHz.

3.4 Performance de l’asservissement

3.4.1 Description du système électronique

Jusqu’à présent nous avons particulièrement insisté sur l’influence de la pente du signal d’erreur vis à vis de la bande passante de l’asservissement. Néanmoins, il est important de rappeler que la raideur de cette pente ne contribue qu’à une partie du gain total de la boucle de rétroaction. C’est l’ensemble du circuit électronique combiné au signal d’erreur qui définissent la *rigidité* de l’asservissement. Avant d’entrer dans le détail des performances de notre système de rétroaction, nous allons commencer par décrire le système électronique que nous nous sommes procuré auprès de l’entreprise *Sisyph*⁴. Ce dernier est constitué de quatre modules principaux :

- un oscillateur à quartz qui garanti une modulation stable sur de grandes échelles de temps ;
- un mélangeur pour effectuer la démodulation du signal détecté par la photodiode ;
- un premier module PID pour effectuer la rétroaction rapide sur le courant de la tête laser. En particulier, ce module possède trois intégrateurs dont deux peuvent être activés ou désactivés par l’utilisateur et dont leur fréquence de coupure est ajustable en modifiant la valeur de résistances du circuit électronique interne. En théorie, ces intégrateurs permettent d’élargir le gain de la rétroaction vers des fréquences plus élevées. On verra néanmoins qu’il n’est pas forcément souhaitable d’utiliser l’ensemble de ces

4. Signal & Systems for Physics.

intégrateurs ;

- un deuxième module PID pour effectuer la rétroaction sur de plus longues échelles de temps. Pour ce module, le signal de rétroaction est envoyé sur la cale piézo-électrique du laser.
- un module d'enclenchement automatique de l'asservissement qui permet d'asservir le laser lorsque l'intensité transmise par la cavité haute fréquence dépasse une certaine valeur seuil paramétrée dans le système électronique. Lorsque ce module est activé, il effectue une rampe en fréquence sur la cale piézo-électrique du laser afin de chercher un maximum de transmission correspondant en principe au mode TEM₀₀ de la cavité Fabry Perot. Une fois le seuil d'intensité franchi, le module enclenche automatiquement l'asservissement et réitère cette opération à chaque fois que celui-ci est perdu.

3.4.2 Choix de la fréquence de modulation

On peut s'interroger sur la fréquence choisie pour moduler la phase du laser maître. Dans le cas de la spectroscopie par transfert de modulation traitée au chapitre 1, le choix de la fréquence ω_m est intimement lié au phénomène physique mis en jeu, en l'occurrence, au processus du mélange à quatre ondes. Dans le cas de l'asservissement Pound-Drever-Hall, le choix de ω_m est purement électronique : pour réduire suffisamment les fluctuations de phases du laser maître, il faut un asservissement dont la bande passante soit typiquement de l'ordre du MHz. Ainsi, la fréquence de coupure Ω du filtre passe-bas choisie en sortie de détection synchrone doit être grande devant 1 MHz, sinon elle limiterait la bande passante de l'asservissement. Néanmoins, pour que le filtre passe-bas soit efficace, il faut que cette fréquence de coupure Ω soit petite devant la fréquence de modulation ω_m sinon on risque un mauvais filtrage de cette fréquence, ce qui rendrait l'ensemble de la boucle de rétroaction instable. Ainsi la fréquence de coupure du filtre passe-bas en sortie du mélangeur doit vérifier la condition suivante :

$$1 \text{ MHz} \ll \Omega/2\pi \ll \omega_m/2\pi . \quad (3.19)$$

Dans cette perspective, il semble que l'idéal est de travailler avec une fréquence de modulation ω_m la plus grande possible. Néanmoins, rappelons que la cavité possède un grand nombre de mode transverses espacés de ... MHz. Pour éviter que les bandes latérales ne se retrouvent au niveau de ces modes et d'engendrer des instabilités sur la boucle de rétro-action, il est préférable d'effectuer une modulation inférieure à l'écart en le mode TEM₀₀ et les modes TEM₀₁ ou TEM₁₀.

Initialement, le système électronique avait été conçu pour effectuer une modulation à 10 MHz, fréquence qui selon la référence [94] devait être suffisante pour obtenir une bande passante de rétroaction de 1 MHz. Nous avons toutefois constaté à l'usage, que l'asservissement n'était pas très stable. En effet, le seuil d'oscillation de l'asservissement se trouvait justement autour de 1 MHz. Par ailleurs, nous nous sommes aperçus qu'une composante à 10 MHz persistait sur le signal de rétroaction, symptomatique d'un filtrage imparfait de cette fréquence. Pour remédier à cela, nous avons tout d'abord essayé de rajouter un filtre électronique passe-bas, puis un filtre coupe-bande à 10 MHz au niveau de l'entrée de modulation de courant de la tête laser. Il s'avère toutefois que dans les deux cas, cela a rendu l'asservissement encore moins stable que sans présence de filtres. Nous avons conclu que la fréquence de 10 MHz était trop

proche de la bande passante de l'asservissement et qu'il fallait effectuer la modulation à une fréquence plus élevée. C'est pourquoi nous avons testé la stabilité de l'asservissement avec des fréquences de modulation de 30 MHz et de 50 MHz, de sorte à augmenter l'écart entre bande passante souhaitée et fréquence de modulation. Nous avons effectué cette série de tests avec un générateur externe et avons conclu que 30 MHz était une fréquence de modulation tout à fait raisonnable pour obtenir une bande passante de l'ordre de 1 MHz.

Ce changement a eu un double bénéfice : d'une part on a constaté que la composante à 30 MHz sur la boucle de rétroaction était bien moins importante qu'à 10 MHz (meilleur filtrage de cette fréquence par le module électronique) et d'autre part, un filtre coupe-bande à 30 MHz ne semble pas altérer de manière notable la rétroaction, contrairement à ce qui avait été observé pour une modulation de 10 MHz. Nous avons donc décidé de garder cette configuration pour la suite du montage de l'expérience. Il pourrait être intéressant de mener une étude de l'asservissement avec une fréquence de modulation de 50 MHz afin de voir si on ne gagnerai pas d'avantage en stabilité. Rappelons toutefois qu'effectuer une modulation à une fréquence trop importante peut aussi engendrer des instabilités électroniques sur le système.

3.4.3 Analyse spectrale du signal de battement

Afin de tester la performance de l'asservissement Pound-Drever-Hall, nous avons effectué plusieurs analyses spectrales du signal détecté par la photodiode pendant que le laser était asservi sur le mode TEM_{00} de la cavité Fabry Perot. Les courbes que nous allons présenter dans cette section, représentent les densité spectrales de puissance du signal de battement pendant que le laser est asservi sur le mode TEM_{00} de la cavité Fabry Perot. Elles renseignent sur le niveau de bruit et les instabilités des différentes composantes spectrales sur lesquelles agit l'asservissement. Plus celles-ci sont importantes, plus l'asservissement est instable. À partir de ces courbes, nous allons décrire les différents régimes de fonctionnement de l'asservissement et en déduire une borne maximale de la largeur spectrale du laser maître. L'ensemble de ces mesures ont été effectuées grâce à un analyseur de spectre *Rohde&Schwarz*⁵ et ont été obtenues après un moyennage allant de 100 à 1000 traces, en fonction de la bande spectrale observée. Ces courbes donnent le niveau de bruit des différentes composantes spectrales sur lesquelles agit notre asservissement.

La figure 3.9 représente les signaux observés à l'analyseur de spectre dans les cas où le PID ne possède qu'un seul étage d'intégration (à droite) et trois étages d'intégration (à gauche). La fenêtre spectrale de ces deux figures est centrée autour de la fréquence de battement entre porteuse et les deux bandes latérales, et s'étend sur 10 MHz. La bande passante de l'analyseur de spectre utilisé pour résoudre le signal est de 10 kHz. On peut voir sur ces deux figures un pic très étroit au niveau de la fréquence 30 MHz. Or, précédemment nous avons vu que cette position correspond à la situation où le laser passe sur la résonance de la cavité. On s'attendrait donc à ce que l'intensité du battement entre les deux bandes latérales soit nulle à cette fréquence. La présence de ce pic est très probablement dû à une modulation d'intensité résiduelle induite par le modulateur électro-optique utilisé pour faire la modulation. Grâce à cet "artefact", on peut voir au niveau de la fréquence de modulation ω_m la somme de deux facteurs principaux : la largeur spectrale du laser asservi et la largeur de la fréquence de modulation générée par le générateur radio-fréquence. Lorsqu'on s'éloigne de la fréquence 30 MHz, on

5. **Modèle** : FSV40 Signal and Spectrum Analyzer. Il s'agit d'un analyseur pouvant fonctionner entre des fréquences allant de 10 Hz à 40 GHz en couplage DC et dont le bruit de phase varie de -84 dB pour 100 Hz

observe une région où le signal augmente progressivement sur environ 1 MHz jusqu'à arriver au sommet d'une *bosse* qui correspond à la bande passante de l'asservissement, estimée ici à environ 1 MHz. Comme évoqué précédemment, la bande passante dépend de deux facteurs principaux : la pente ainsi que l'amplitude du signal d'erreur et l'électronique d'asservissement. Il est donc difficile de déterminer avec certitude si la bande passante est limitée par l'un ou l'autre des deux facteurs. On peut voir aussi que lorsqu'on ajoute les deux étages d'intégrations supplémentaires sur le PID, le niveau de bruit au niveau du pic central diminue d'un peu moins de 10 dB. Il semble donc qu'on réduise le bruit basse fréquence avec ces deux étages d'intégrations additionnels.

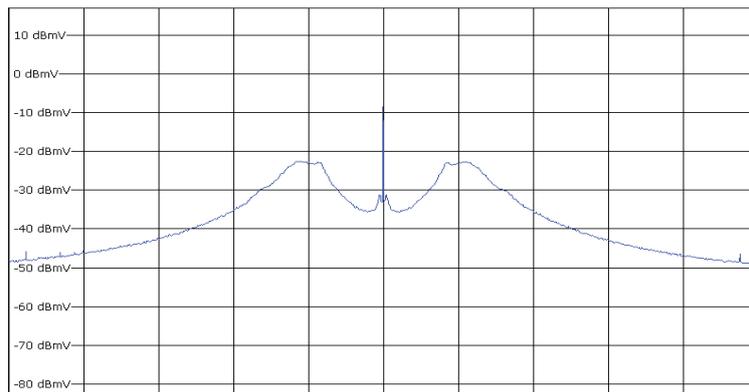
Sur les courbes représentées sur la 3.10 on est venu cette fois-ci zoomer autour du pic central, de sorte à observer le comportement de l'asservissement à plus basse fréquence, dans sa zone de stabilité. Ici la fenêtre spectrale est de 100 kHz autour du battement à 30 MHz. La bande passante de l'analyseur de spectre utilisé pour résoudre le signal est de 100 Hz. On peut voir que le niveau de bruit de l'asservissement se réduit d'un facteur 10 dB lorsqu'on passe d'une situation avec un seul intégrateur vers une situation on a rajouté deux intégrateurs supplémentaires. On remarque aussi de part et d'autre du pic central, des pics supérieurs au niveau de bruit minimal de quelques dB, situés autour de 150 kHz, et dont l'origine n'a pas été réellement comprises à ce jour⁶. Lorsqu'on active les deux étages d'intégration, ces pics deviennent très fins et le niveau de bruit autour du pic diminue jusqu'à -75 dBm contre seulement -70 dBm dans le cas avec un seul intégrateur. À ce stade, les deux étages d'intégrations semblent pouvoir réduire les instabilités de l'asservissement aux basses fréquences.

Sur ces deux dernières courbes représentées sur la figures 3.11, on est venu zoomer d'avantage autour du pic central de sorte à avoir une fenêtre spectrale de seulement 2 kHz. La bande passante de l'analyseur de spectre utilisé pour résoudre le signal est de 5 Hz. On peut voir que le niveau de bruit de l'asservissement dans cette région est réduit de 20 dB entre la situation où seul un étage d'intégration est activé et celle où on active les trois intégrateurs. On remarque toutefois que les deux intégrateurs ne réduise pas l'ensemble du bruit basse fréquence, on peut voir notamment deux composantes spectrales ne sont pas affectée par la présence des intégrateurs. Ils s'agit des composantes situées vers 0,5 et 0,7 kHz. Ces dernières sont symptomatiques d'instabilités de l'asservissement à basse fréquence et leur origine n'est à ce jour pas encore réellement comprise (instabilité de l'asservissement, bruit électronique, etc...). Nous avons admis dans notre étude, que le pic très étroit correspondait à la finesse spectrale du laser et que le *piédestal* sur lequel il se situait correspondait à une résonance, présente dans la boucle de rétro-action. Ainsi, on peut estimer une borne maximale de la largeur spectrale de notre laser à environ 1 kHz.

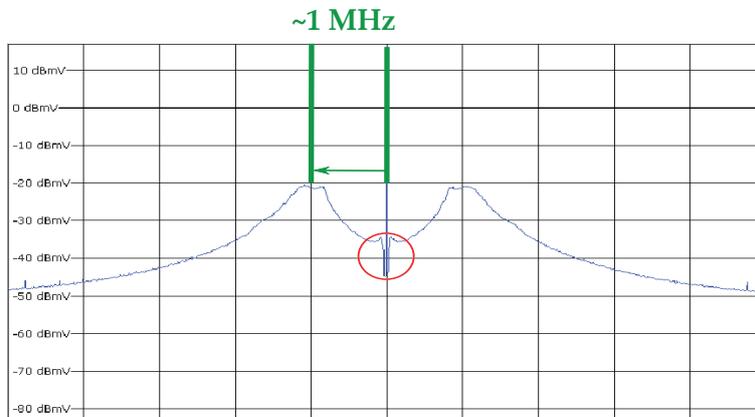
6. Pourrait provenir d'un bruit électronique causée par une alimentation à découpage, d'un parasite circulant dans la masse du circuit, etc ...

Pour résumer cette section, nous avons caractérisé l'asservissement Pound-Drever-Hall tel qu'il est actuellement mis en place sur l'expérience. Nous avons constaté en pratique qu'utiliser une fréquence de modulation de 10 MHz rendait l'asservissement instable. Cela est probablement dû au faible écart entre fréquence de modulation et bande passante de l'asservissement. Nous avons pu réduire cette instabilité en passant à une fréquence de modulation de 30 MHz. Avec cette fréquence de modulation, la bande passante a été estimée à 1 MHz et la largeur spectrale maximale du laser est estimée à une centaine de Hz grâce à l'analyse spectrale du signal détecté par la photodiode en réflexion de la cavité Fabry Perot. Cela est donc a priori amplement suffisant pour notre application car notre exigence était fixée à : $\delta\omega \ll \Gamma_r$

Fenêtre spectrale: 10 MHz



Un seul intégrateur



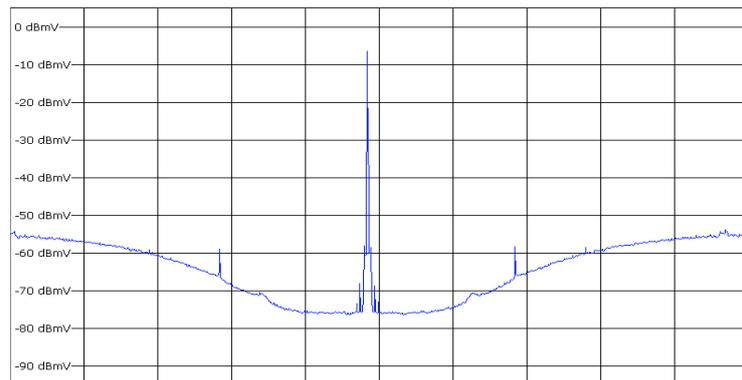
Trois intégrateurs

FIGURE 3.9 – **Densité spectrale de puissance mesurée par la photodiode autour de la fréquence de battement.** La bande passante de l'analyseur de spectre utilisé pour résoudre le signal est de 10 kHz. Le laser est asservi sur le mode TEM_{00} de la cavité. Les figures de droite et de gauche représentent respectivement les spectres associés aux cas où le PID ne possède qu'un seul et trois intégrateurs. La bande spectrale observée est centrée autour de 30 MHz et mesure 10 MHz. On peut lire sur ces signaux la bande passante de l'asservissement au niveau des *bosses*, situées de part et d'autre du pic central. Ici, la bande passante mesure environ 1 MHz. L'effet des intégrateurs supplémentaires est de diminuer le niveau de bruit du signal aux fréquences plus basses, en dessous de la centaine de kHz.

Fenêtre spectrale: 100 kHz



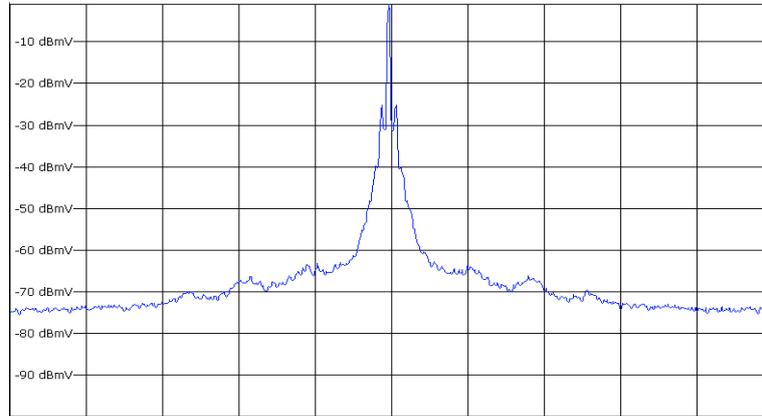
Un seul intégrateur



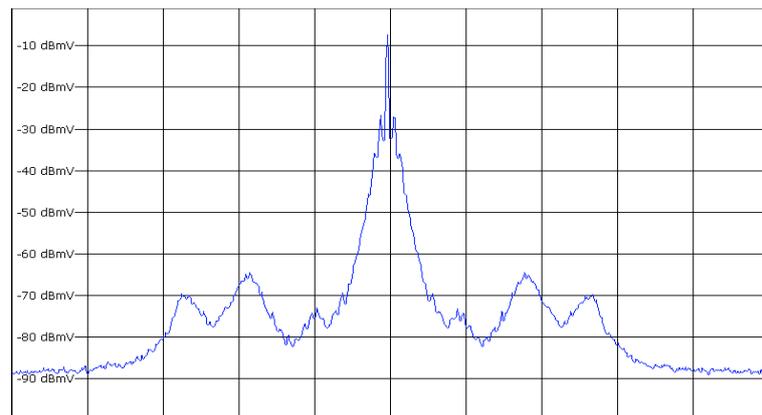
Trois intégrateurs

FIGURE 3.10 – **Densité spectrale de puissance mesurée par la photodiode autour de la fréquence de battement.** La bande passante de l'analyseur de spectre utilisé pour résoudre le signal est de 100 Hz. Le laser est asservi sur le mode TEM₀₀ de la cavité. Les figures de droite et de gauche correspondent respectivement aux spectres associés aux cas où le PID ne possède qu'un seul et trois intégrateurs. La bande spectrale observée est centrée autour de 30 MHz et mesure 100 kHz. On peut voir sur ce signal la présence de deux pics de part et d'autres du pic central dont l'origine n'est pas exactement comprise à ce jour. Les intégrateurs supplémentaires permettent d'obtenir un bruit basse fréquence inférieur au cas où le PID ne possède qu'un étage d'intégration (-75 dBm contre -70 dBm pour un seul intégrateur). Néanmoins, l'ajout des intégrateurs induit une hausse des fluctuations de l'asservissement à des fréquences plus grandes (-55 dBm contre -65 dBm avec un seul intégrateur).

Fenêtre spectrale: 2 kHz



Un seul intégrateur



Trois intégrateurs

FIGURE 3.11 – **Densité spectrale de puissance mesurée par la photodiode autour de la fréquence de battement.** La bande passante de l'analyseur de spectre utilisé pour résoudre le signal est de 5 Hz. Le laser est asservi sur le mode TEM₀₀ de la cavité. Les figures de droite et de gauche représentent respectivement les spectres associés aux cas où le PID ne possède qu'un seul et trois intégrateurs. La bande spectrale observée est centrée autour de 30 MHz et mesure 2 kHz. On peut voir sur ce signal que la présence des deux étages d'intégration supplémentaires qui permette de faire ressortir du bruit deux composantes spectrales situées de part et d'autres du pic central, à environ 0,5 kHz et 0,7 kHz. Cela nous permet alors d'estimer la largeur spectrale du laser lorsque celui-ci est asservi. Ici on estimera que cette largeur vaut typiquement une centaine de Hz.

3.5 Adapter le spectre d'émission du laser asservi

3.5.1 Déplacer la fréquence d'émission

Nous avons montré jusqu'à présent comment affiner spectralement le laser de sorte à être en mesure de ralentir les atomes sur la raie étroite. Toutefois, rappelons que pour cela la fréquence du laser maître doit être asservie sur un des modes fondamentaux de la cavité haute finesse. Il nous faut donc un moyen de déplacer la fréquence d'émission du laser sur la raie d'intercombinaison, tout en le gardant asservi sur la cavité. Plusieurs moyens sont envisageables, comme par exemple, placer un modulateur acousto-optique à fréquence variable sur le trajet du faisceau entre le laser maître et les atomes [19]. Sur notre montage, nous avons décidé de mettre en place une *double modulation*, en ajoutant un deuxième modulateur électro-optique à fréquence variable entre 0 et 1 GHz. Nous avons choisi cette option pour avoir une large gamme de fréquence sur laquelle on peut envisager accorder le laser sur la transition rouge. En effet, la bande passante des modulateurs acousto-optiques sont plutôt de l'ordre de la centaine de MHz voire moins. L'appareil que nous utilisons est un modulateur électro-optique fibré⁷ provenant de l'entreprise *Jenoptiks* qu'on a représenté et noté modulateur MEO₂ sur la figure 3.12.

Contrairement au modulateur électro-optique MEO₁, la fréquence de modulation du modulateur électro-optique MEO₂ n'est pas induite par un cristal mais par un ensemble de semi-conducteurs dont la transmission lumineuse dépend de la polarisation de l'onde incidente. Un autre point à noter est que la perte d'intensité lumineuse induite par ce modulateur électro-optique s'élève à 7 dB, pour notre longueur d'onde. Malgré cela, nous n'avons pas encore été limité par l'amplitude des signaux détectés par la photodiode à ce jour.

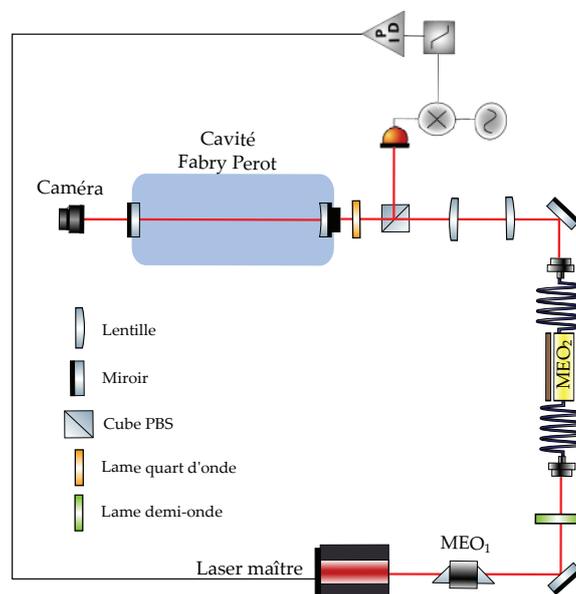


FIGURE 3.12 – Schéma simplifié du montage optique qui nous permet d'effectuer la double modulation de phase. Le MEO₁ permet une modulation à la fréquence fixe $\omega_1/2\pi = 30$ MHz et le MEO₂ permet d'effectuer une modulation de fréquence ω_2 comprise entre 0 et 1.5 GHz. L'intensité lumineuse transmise par ce modulateur électro-optique dépend de la polarisation de la lumière incidente ce qui n'est pas le cas de MEO₁.

Pour comprendre en quoi cette *double modulation* permet de déplacer la fréquence du laser asservi sur le mode fondamental de la cavité, reprenons l'expression (3.13) en y ajoutant la

7. Modèle : PM660

contribution du deuxième modulateur électro-optique MEO₂ :

$$E(\omega_2, t) = E_0 \left[e^{-i(\omega + \beta_2 \sin(\omega_2 t))} + \frac{\beta_1}{2} e^{-i(\omega + \omega_1 + \beta_2 \sin(\omega_2 t))t} - \frac{\beta_1}{2} e^{-i(\omega - \omega_1 + \beta_2 \sin(\omega_2 t))t} \right], \quad (3.20)$$

où β_1 , ω_1 et β_2 , ω_2 sont respectivement les profondeurs de modulation et les fréquences de modulation des modulateurs électro-optiques MEO₁ et MEO₂. En prenant les mêmes hypothèses que celles de la modulation effectuée pour MEO₁ : $\delta\omega \ll \omega_2 \ll ISL$ et $\beta_2 \ll 1$ on peut effectuer à nouveau un développement limité sur chacune des exponentielles de l'expression (3.20) :

$$E(\omega_1, \omega_2, t) \sim E_0 \left[e^{-i\omega t} + \frac{\beta_2}{2} \left(e^{-i(\omega + \omega_2)t} - e^{-i(\omega - \omega_2)t} \right) \right. \\ \left. \frac{\beta_1}{2} \left[e^{-i(\omega + \omega_1)t} + \frac{\beta_2}{2} \left(e^{-i(\omega + \omega_1 + \omega_2)t} - e^{-i(\omega + \omega_1 - \omega_2)t} \right) \right. \right. \\ \left. \left. e^{-i(\omega - \omega_1)t} + \frac{\beta_2}{2} \left(e^{-i(\omega - \omega_1 + \omega_2)t} - e^{-i(\omega - \omega_1 - \omega_2)t} \right) \right] \right].$$

La figure 3.13 donne une représentation schématique des différentes composantes spectrales à la sortie du MEO₂ dans le cas où $\omega_2 > \omega_1$ et $\beta_1 > \beta_2$. On peut voir trois blocs espacés de la fréquence ω_2 , composés de trois composantes spectrales espacées de la fréquence ω_1 . Le bloc central, représenté en bleu, correspond au spectre du laser à la sortie du modulateur électro-optique MEO₁ et permet l'obtention des bandes latérales situées à $\pm\omega_1$ de la fréquence porteuse. Lorsque que ce premier bloc passe dans le modulateur électro-optique MEO₂, chacune des trois composantes spectrales se voit attribuée des bandes latérales situées à $\omega_i \pm \omega_2$ avec ω_i une des composantes issue de la première modulation. Ainsi, si on asservi l'un des deux blocs rouge sur la cavité Fabry Perot, on peut déplacer la fréquence d'émission ω en modifiant la fréquence ω_2 . Toutefois, pour que l'asservissement tienne, il est indispensable que cette variation de ω_2 soit lente devant la bande passante de l'asservissement.

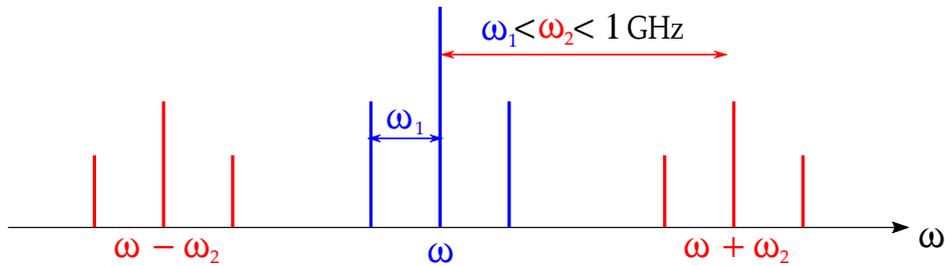


FIGURE 3.13 – **Représentation schématique de l'expression de $E(\omega_1, \omega_2, t)$.** On trouve en bleu les trois composantes spectrales issues de la modulation du modulateur électro-optique MEO₁ fixe (30 MHz sur l'expérience) et deux autres blocs situés de part et d'autre et dont la fréquence ω_2 varie entre ω_1 et 1 GHz. Il faut que $\omega_2 > \omega_1$ pour éviter qu'il y ait recouvrement entre les bandes latérales. Dans cet exemple on a $\beta_1 > \beta_2$.

Remarque : Pour ne pas perturber l'asservissement, il est nécessaire que les trois blocs spectraux soient suffisamment espacés les uns des autres. En effet si on choisit $\omega_2 \sim \omega_1$ on risque une confusion au niveau de l'électronique et que le point d'asservissement passe de l'un à l'autre. C'est pourquoi on a plutôt choisi de prendre $\omega_2 > \omega_1$.

3.6 Modifier la vitesse de capture du PMO rouge.

Nous avons montré que nous étions en mesure d'affiner le spectre du laser maître tout en ajustant sa fréquence d'émission sur la résonance à 689 nm. Nous présenterons, dans le chapitre

4 de ce manuscrit, la technique spectroscopique utilisée pour trouver la raie d'intercombinaison. Cependant, il reste encore une dernière difficulté dont nous n'avons pas encore discuté : la vitesse des atomes dans le PMO bleu. En effet, nous avons estimé dans le chapitre 2 que la température de notre PMO bleu valait une fraction de milliKelvin, ce qui correspond à une vitesse quadratique moyenne des atomes d'environ 40 cm s^{-1} . Or, la vitesse de capture v_{capt} associée au PMO rouge est :

$$v_{\text{capt}} \sim \Gamma_r/k_r = 5 \text{ mm s}^{-1}, \quad (3.21)$$

où $\Gamma_r/2\pi = 7,4 \text{ kHz}$ et $k_r = 2\pi/\lambda_r$ avec λ_r la longueur d'onde associée à la transition 689 nm .

Ainsi, on constate qu'à l'équilibre thermodynamique, les atomes dans le PMO bleu sont encore trop rapides et on ne serait en mesure de refroidir sur la raie rouge, qu'une faible quantité d'entre eux. Deux méthodes peuvent être envisagées pour pallier à ce problème :

1. la technique de *Broadband modulated laser spectrum* [84], [19] pour élargissement spectral d'un laser par modulation en anglais. Cette technique repose sur l'élargissement spectral du laser maître, de sorte à élever la vitesse de capture du PMO rouge puisse atteindre des vitesses telle que celles obtenues dans le PMO bleu. On notera dans la suite cette *nouvelle* vitesse de capture \tilde{v}_{capt} et qui doit donc valoir, dans notre cas de figure, environ 30 cm s^{-1} pour ralentir une grande partie des atomes par effet Doppler ;
2. la technique *sawtooth wave adiabatic passage* (SWAP) [66], [83], pour transition adiabatique par modulation de fréquence en dents de scie. Cette technique permet un ralentissement des atomes par une successions de transitions adiabatiques, non radiatives, entre état fondamental et état excité.

Nous allons donc présenter ces deux approches en s'attardant plus précisément sur la première, afin de les comparer en d'en déduire leur impact sur l'état final du PMO rouge.

3.6.1 Méthode 1 : Élargissement du spectre grâce à un peigne de fréquence

La technique de refroidissement laser par élargissement spectral est la technique actuellement implémentée sur notre expérience. Elle consiste à *élargir* le spectre d'émission du laser maître en générant un peigne de fréquences dans le domaine spectral. Pour générer un tel signal, nous avons modulé sa fréquence par l'intermédiaire d'un modulateur acousto-optique en montage double passage. La figure 3.14 présente le montage expérimental permettant de réaliser ce peigne de fréquence et de le mesurer. Pour commencer, nous allons présenter le principe de cette méthode et en donner une représentation simplifiée.

Cette technique repose sur une modulation de fréquence du laser maître. Généralement, la fonction utilisée pour la modulation de fréquence est une fonction triangle [84][19] ; nous commenterons à la fin de ce chapitre la raison de ce choix. Pour le moment, nous allons montrer en quoi une telle modulation permet de générer un peigne en fréquence et en particulier, nous donnerons les paramètres expérimentaux qui définissent sa largeur totale et le nombre de pics spectraux qui le compose. Pour cela, on notera ω_{MAO} la fréquence de fonctionnement du modulateur acousto-optique (centrée autour de 110 MHz dans notre expérience), ω_m la fréquence de modulation utilisée pour le signal triangle et $\Delta\omega$ l'amplitude associée à cette fonction. On

Montage PDH

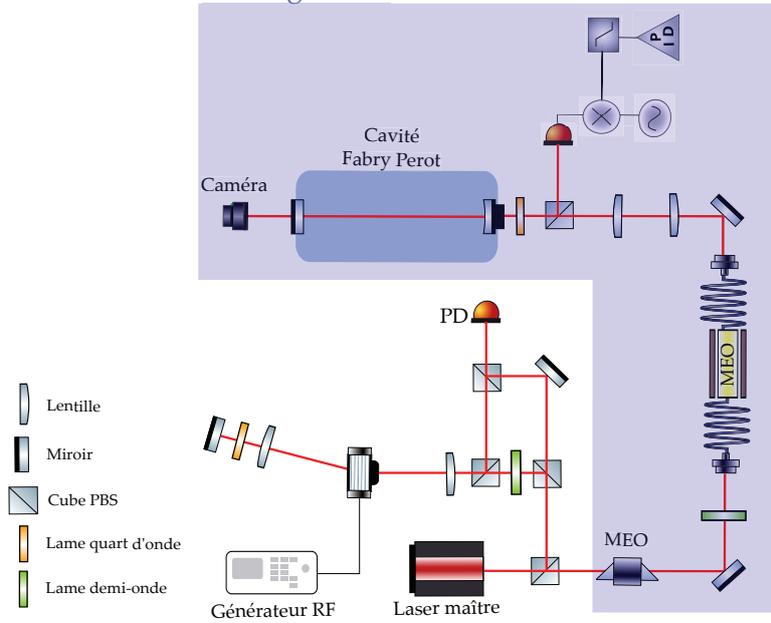


FIGURE 3.14 – Schéma du montage permettant de visualiser l'élargissement spectral du laser maître tout en étant asservi sur la cavité Fabry Perot. On génère le peigne de fréquence en effectuant une modulation de fréquence triangle à la fréquence ω_{MAO} grâce à un générateur radio-fréquence. Pour visualiser le spectre généré on effectue un battement entre une fraction du faisceau laser envoyé dans un montage modulateur acousto-optique en double passage et une autre fraction non modulée.

donne l'expression du champ électrique à la sortie de ce modulateur acousto-optique :

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega + \omega_{MAO} + \Omega(t))t}, \quad (3.22)$$

où $\Omega(t)$ est la fréquence instantanée du signal modulé. Dans notre cas de figure, la modulation effectuée est une fonction triangle d'amplitude $\Delta\omega$ et de fréquence ω_m qu'on peut décomposer comme une série de Fourier :

$$\Omega(t) = \Delta\omega \sum_{k=0}^{\infty} c_k \sin\{(2k+1)\omega_m t\}, \quad (3.23)$$

avec a_k l'ensemble des coefficients associés au k -ième terme de la série de Fourier :

$$c_k = \frac{8}{\pi^2} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2}. \quad (3.24)$$

Pour prendre en compte l'effet de la modulation de fréquence sur l'expression du champ électrique, nous allons calculer la phase instantanée à partir de l'expression (3.23) :

$$\Phi(t) = \int dt \Omega(t) \quad (3.25)$$

$$= -\frac{\Delta\omega}{\omega_m} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{2k+1} \cos\{(2k+1)\omega_m t\}, \quad (3.26)$$

où on notera dans la suite $\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}$. On peut alors écrire l'expression du champ électrique modulé

3.22 de la manière suivante :

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega + \omega_{\text{MAO}})t} \exp \left(-i\beta \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{2k+1} \cos\{(2k+1)\omega_m t\} \right), \quad (3.27)$$

qu'on peut réécrire comme un produit de fonctions exponentielle :

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega + \omega_{\text{MAO}})t} \prod_{k=0}^{\infty} \exp \left(-i\beta \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{2k+1} \cos\{(2k+1)\omega_m t\} \right). \quad (3.28)$$

Une fois de plus, on peut décomposer cette expression grâce aux fonctions de Bessel $J_n(c_k\beta)$:

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega + \omega_{\text{MAO}})t} \prod_{k=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(c_k\beta) e^{i(2k+1)\omega_m t}. \quad (3.29)$$

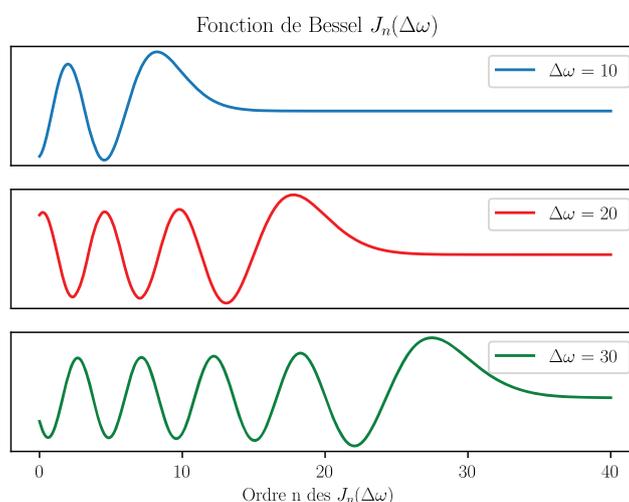
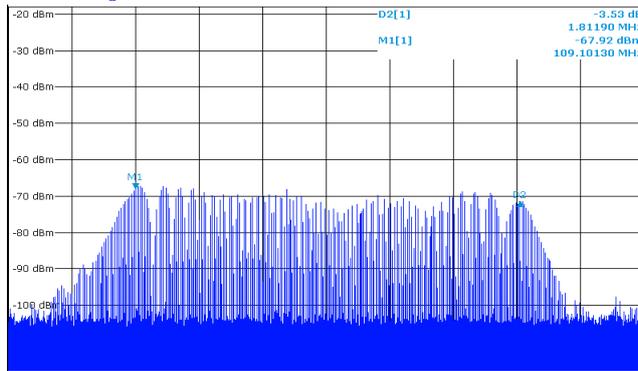


FIGURE 3.15 – Fonctions de Bessel dont les paramètres $\Delta\omega$ valent respectivement 10, 20 et 30. On a regardé à partir de quel rang n l'amplitude des ses dernières tendent vers 0. On constate que c'est le paramètre β qui fixe la valeur du rang n à partir de laquelle la fonction de Bessel devient nulle.

D'après l'expression (3.24), les coefficients c_k tendent très rapidement vers 0. Or comme on peut le voir sur la figure 3.15, plus l'argument $\Delta\omega$ des fonctions de Bessel est grand, plus l'ordre à partir duquel elles tendent vers 0 est repoussé vers des grands n . Plus précisément, c'est $\Delta\omega$ qui détermine le nombre de composantes spectrales qui constitueront $E(t)$. On va donc pouvoir *élargir* le spectre du laser expérimentalement en augmentant le nombre de composantes spectrales qui vont contribuer significativement au signal.

Pour résumer, l'expression 3.29 montre que dans le domaine spectral la modulation génère un peigne de fréquences espacées de ω_m et de largeur déterminée par l'amplitude de la modulation $\Delta\omega$. Pour vérifier cela, nous avons effectué un battement entre une fraction du laser maître non modulé et une autre transmise par le modulateur acousto-optique modulé en fréquence avec $\omega_m/2\pi = 20$ kHz et $\Delta\omega/2\pi = 1,8$ MHz. Le signal représenté sur la figure 3.16 a été obtenu grâce à un analyseur de spectre. On constate que la largeur totale du peigne est en fait égale à deux fois l'amplitude de la modulation du fait du montage en double passage du modulateur acousto-optique.

Fenêtre spectrale: 3 MHz



Fenêtre spectrale: 100 kHz

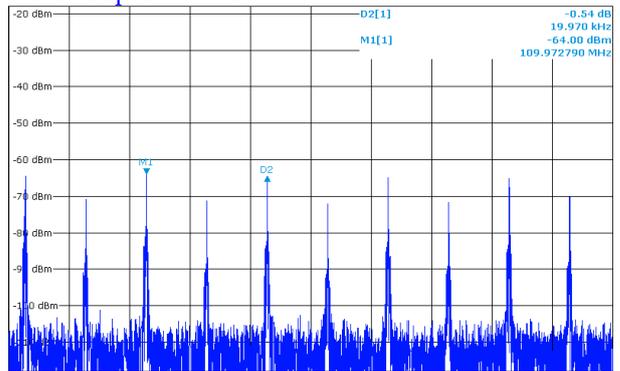


FIGURE 3.16 – Analyse spectrale du signal de battement entre une fraction du laser asservi sur la cavité haute finesse et modulé à 20 kHz et une fraction non modulée. L’amplitude $\Delta\omega/2\pi$ choisie est de 540 kHz, ce qui correspond à une largeur du peigne de fréquences de 1,8 MHz pour un montage modulateur acousto-optique en double passage. La fenêtre spectrale est de 3 MHz centré autour de 110 MHz pour l’image de gauche et de 100 kHz pour l’image de droite.

Une représentation qu’on peut donner de cette méthode de *broadband modulated laser spectrum* est la suivante : en modulant la fréquence du laser maître on peut créer N composantes spectrales indépendantes dont la largeur est égale à celle du laser affiné. Cela permet d’élargir considérablement sa largeur spectrale. En jouant sur la fréquence et l’amplitude de cette modulation, on peut effectuer du refroidissement Doppler sur des atomes ayant des vitesses bien supérieures à la vitesses de capture qui se trouvent dans le PMO bleu.

3.6.2 Paramétrer le peigne de fréquence et adapter le désaccord laser ainsi que son intensité

Comme on vient de le résumer précédemment, l’idée centrale de cette technique est d’élargir le spectre du laser de sorte à ce qu’il puisse interagir avec des atomes ayant une vitesse $\tilde{v}_{\text{capt}} = 30 \text{ cm s}^{-1}$. Idéalement, on voudrait que les atomes ralentissent continument jusqu’au pic central correspondant à la fréquence porteuse du laser maître. Pour cela plusieurs aspects sont à considérer :

1. Il faut choisir l’amplitude initiale ainsi que la fréquence de la modulation de sorte à pouvoir ralentir continument des atomes ayant des vitesses jusqu’à 30 cm s^{-1} jusqu’à être piégés dans le piège magnéto-optique rouge. Il faut aussi veiller à ce que la vitesse de réduction de l’amplitude de modulation $\Delta\omega$ ne soit pas trop grande de sorte à ce que les atomes aient le temps de diffuser suffisamment de photons avec chacun des pics spectraux pour ralentir appréciablement.
2. Le deuxième point porte sur le désaccord global du laser rouge. En effet, tous les pics spectraux générés par la modulation de fréquence doivent être désaccordés vers le rouge. Pour que la dernière composante spectrale se trouve à un désaccord de l’ordre de $\Gamma_r/2$, il est nécessaire d’adapter le désaccord du laser rouge envoyé sur les atomes au fur et à mesure qu’ils sont ralentis.
3. Un dernier aspect à prendre en compte est celui de l’intensité du faisceau laser. On souhaite initialement que l’ensemble des pics spectraux saturent la transition rouge. Ainsi,

afin que l'intensité dans chacune des composantes reste constante tout au long de la réduction de l'amplitude de modulation $\Delta\omega$, il est nécessaire d'adapter l'intensité totale du faisceau laser en conséquence.

1. Paramètres initiaux de la modulation de fréquence et vitesse de réduction du nombre de pics spectraux

Pour interagir avec des atomes de vitesse $\tilde{v}_{\text{capt}} = 30 \text{ cm}^{-1}$, l'amplitude de la modulation doit être choisie de sorte à ce que :

$$\Delta\omega/2 \sim k\tilde{v}_{\text{capt}} = 435 \text{ kHz} . \quad (3.30)$$

Le facteur 2 dans l'expression permet de tenir compte de la configuration double passage de l'acousto-optique mis en place sur notre expérience.

Comme la fréquence de modulation $\omega_m/2\pi$ détermine l'écart entre chacun des pics, il faut que l'écart entre ces derniers soit de l'ordre de Γ pour assurer la continuité du ralentissement des atomes. Dans la thèse de Simon Stellmer [84], il a été montré que jusqu'à $\omega_m/2\pi = 20 \text{ kHz}$ la vitesse de chargement du PMO rouge n'était pas significativement affectée. Cette souplesse au niveau du choix de la fréquence de modulation est probablement dû à une légère saturation de la transition ($I_{\text{sr}} = 3 \mu\text{W}/\text{cm}^2$). Nous avons choisi de garder cette même fréquence sur notre expérience :

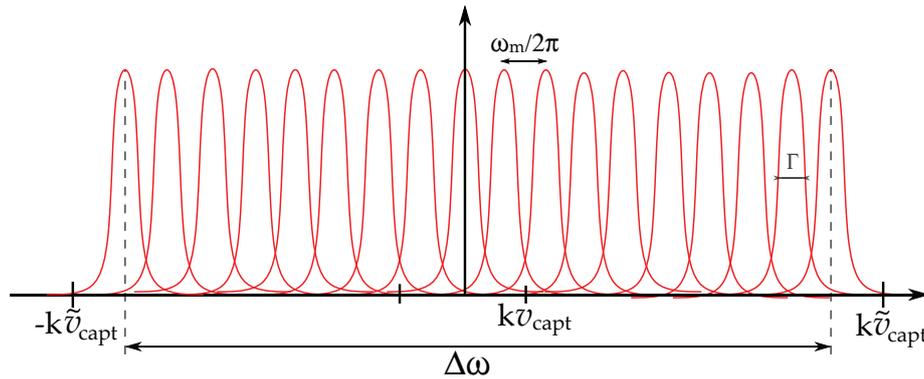


FIGURE 3.17 – Illustration du spectre d'absorption du faisceau laser spectralement élargi par les atomes présents dans le piège magnéto-optique bleu. En choisissant correctement les paramètres de la modulation, on peut arriver à ralentir continuellement des atomes ayant des vitesses initiales \tilde{v}_{capt} de 30 cm s^{-1} jusqu'à des vitesses inférieures à la vitesse de capture d'une seule composante spectrale v_{capt} . Pour cela, au fur et à mesure de leur ralentissement, on réduit l'amplitude de cette rampe jusqu'à ce que les atomes ne voient qu'une seule composante spectrale de largeur Γ .

Ainsi au fur et à mesure que les atomes ralentissent, nous allons réduire l'amplitude de la modulation jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un seul pic centré autour de la fréquence ω_{MAO} de largeur Γ du point de vue des atomes. Il nous faut cependant veiller à ce que la vitesse de rétrécissement du peigne soit suffisamment lente pour qu'à chaque instant les atomes aient le temps de diffuser un grand nombre de photons et atteindre le régime stationnaire. Si cette réduction est trop rapide, on risque de perdre des atomes pendant le cycle est donc d'avoir des PMO rouge petits. Prenons un exemple pour donner un ordre de grandeur : soit un faisceau laser résonant avec la transition et saturant cette dernière, le taux de diffusion de photons s'écrit :

$$\Gamma \sim \frac{\Gamma_r}{2} , \quad (3.31)$$

où Γ_r correspond à la largeur naturelle de la transition rouge. Si on souhaite que les atomes aient le temps de diffuser 10^4 photons en moyenne, il faut environ 450 ms de temps d'interaction entre le faisceau et les atomes. On peut alors en déduire la vitesse maximale de balayage de la rampe qui vaudrait environ 15,6 kHz/s.

2. Adapter le désaccord laser rouge

Un autre aspect à prendre en compte est celui du désaccord du peigne de fréquence. En effet, comme représenté sur la figure 3.18, pour que l'ensemble des composantes spectrales du peigne initial soient désaccordées vers le rouge, il faut nécessairement que la fréquence porteuse le soit de manière conséquente. En effet, comme calculé dans le point précédent, la demi-largeur du peigne de fréquence vaut 435 kHz. Le désaccord initial doit donc être typiquement de 457 kHz pour que la composante la plus proche de résonance soit désaccordée d'environ $-\Gamma_r/2$. Au fur et à mesure que le peigne se resserre, on adaptera le désaccord de la fréquence porteuse pour qu'elle soit environ égal à $-\Gamma_r/2$ à la fin du cycle.

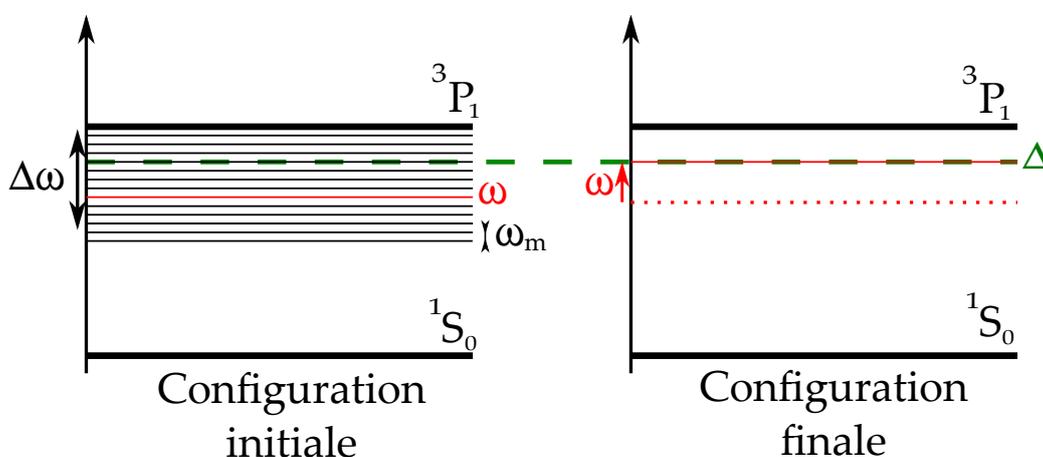


FIGURE 3.18 – Réduction de l'amplitude de modulation et adaptation du désaccord laser du point de vue des niveaux atomiques. Initialement, le peigne est composé de N composantes spectrales qu'on peut assimiler à un continuum. Le désaccord optimal est schématisé par la ligne en tirets vert et vaut typiquement $-\Gamma_r/2$. Au début du cycle, la fréquence porteuse ω est bien plus éloignée de cet optimum afin que l'ensemble du continuum soit désaccordé vers le rouge. À la fin du cycle, lorsqu'elle ne reste plus que la composante spectrale du laser maître, il faut qu'on ait adapté sa fréquence de sorte à ce qu'elle se trouve au niveau du désaccord voulu.

3. Adapter l'intensité du faisceau rouge

Comme nous venons de le voir, au début de la phase de refroidissement Doppler, le spectre du laser se compose de N pics permettant d'interagir avec des atomes de vitesses bien plus élevées que la vitesse de capture. Ainsi, l'intensité lumineuse du faisceau est répartie sur l'ensemble de ces N pics. Or, au fur et à mesure du refroidissement, nous allons réduire la largeur de ce peigne et donc nécessairement le nombre de pics qui le compose aussi. Si l'intensité du laser reste constante sur l'ensemble du cycle, toute la puissance lumineuse se retrouvera concentrée sur une seule composante spectrale, ce qui aura pour effet de saturer très fortement la transition et donc entraîner des phénomènes de chauffages, de déformations de la résonance, etc... Pour qu'initialement l'ensemble des $\Delta\omega/\omega_m \sim 40$ composantes spectrales qui composent le peigne de fréquence sature la transition, l'intensité initiale du faisceau rouge doit valoir ty-

piquement :

$$I(t = 0) = NI_{sr} \sim 120 \mu\text{W cm}^{-2}, \quad (3.32)$$

où l'intensité de saturation de faisceau rouge vaut $I_{sr} = 3 \mu\text{W cm}^{-2}$. Afin d'obtenir un piège magnéto-optique rouge froid à la fin du cycle, il est indispensable que l'intensité lumineuse décroisse de la même manière que l'amplitude de la modulation de fréquence générée par le modulateur acousto-optique.

Il va donc nous falloir au total trois signaux pour mener à bien la technique de refroidissement laser par élargissement spectral : une fonction triangle pour la modulation de fréquence, et trois rampes de pente similaires pour réduire l'amplitude de modulation $\Delta\omega$, adapter le désaccord laser et son intensité lumineuse.

Remarque :

Dans toute cette section, nous avons considéré une fonction triangle pour effectuer la modulation de fréquence. Notons qu'a priori, toute fonction périodique permet de générer un peigne similaire. La différence principale entre différentes fonctions réside dans la densité spectrale de puissance du peigne. Or à partir de ce que nous venons de dire ici, il semble préférable que l'ensemble des pics spectraux soient d'amplitude égale de sorte à ce que les atomes voient toujours la même intensité lumineuse. Nous avons essayé d'effectuer la modulation de fréquence avec des fonctions sinus et carrée mais c'est la fonction triangle qui semble réaliser au mieux cette condition.

Nous avons donc présenté la méthode de *Broadband-modulated laser cooling* qui consiste à élargir le spectre du laser maître en modulant sa fréquence avec une fonction triangle. Dans le domaine spectral, cet élargissement prend la forme d'un peigne de fréquences espacées de la fréquence de modulation est dont l'extension totale est donnée par l'amplitude de la modulation. Grâce à ce procédé, le laser rouge peut interagir avec des atomes ayant des vitesses bien supérieures à la vitesse de capture sans élargissement spectral. Ensuite par refroidissement Doppler, les atomes ralentissent et interagissent successivement avec les différents pics du peigne jusqu'à atteindre le pic central correspondant à la composante du laser maître non modulé. Au fur et à mesure de ce ralentissement, nous réduisons l'amplitude totale du peigne de fréquence tout en adaptant simultanément le désaccord de la fréquence porteuse et l'intensité du faisceau laser pour rester à un niveau de saturation raisonnable de la transition rouge.

Comme nous l'avons dit précédemment, cette technique repose sur le refroidissement Doppler. Grâce à la finesse de la raie d'intercombinaison, la limite du refroidissement Doppler est dans ce cas du même ordre de grandeur que la vitesse de recul des atomes⁸. La deuxième technique de refroidissement que nous allons présenter propose une toute autre approche est vision de ce refroidissement qui selon l'article de Snigirev [83] devrait permettre d'obtenir des PMO rouge plus robustes et plus rapidement.

3.6.3 Méthode 2 : Sawtooth-wave adiabatic passage (SWAP)

Cette méthode adopte un point de vue tout à fait différent pour refroidir les atomes sur la raie d'intercombinaison. En effet, plutôt que d'élargir le spectre du laser et effectuer du refroidissement Doppler pour ralentir les atomes, cette technique propose d'effectuer des transitions

8. Pour rappel : $v_{\text{rec}} = \frac{\hbar k}{m}$.

adiabatiques entre le niveau fondamental et le niveau excité. En principe, cette méthode permet de dépasser la limite Doppler et de ralentir d'avantage les atomes jusqu'à, optimalement, la limite fondamentale imposée par l'émission spontanée. Dans le cas de la raie d'intercombinaison du strontium, il se trouve que ces deux grandeurs sont du même ordre, il n'est donc a priori pas nécessaire d'utiliser des techniques de refroidissement sub-Doppler pour atteindre des températures plus basses, jusqu'à la limite fondamentale associée à la vitesse de recul des atomes.

Néanmoins, une étude récente a montré que cette technique permettait d'obtenir plus rapidement un PMO rouge et plus robuste [83] que la technique détaillée précédemment. Toutefois, leur cycle expérimental est assez complexe et nous n'allons pas le détailler dans ce manuscrit. Nous allons tout de même expliquer le principe de base de cette technique, qui pourrait être implémentée dans le futur si nécessaire. Une présentation très pédagogique du refroidissement SWAP est donnée dans un article de Bartolotta [10]. Nous allons en résumer les éléments essentiels afin de comprendre les bases de son fonctionnement.

Principe du refroidissement et conditions d'implémentation

On va considérer le cas unidirectionnel d'un atome qui se propage dans la direction des z positifs. On balaye la fréquence d'émission des faisceaux lasers comme représenté sur la figure 3.19. Le point central pour qu'un refroidissement de type SWAP fonctionne repose sur la manière dont on fait la rampe. En effet, il faut que cette dernière soit suffisamment lente pour que le transfert de l'atome du niveau fondamental vers le niveau excité se fasse de manière adiabatique, et suffisamment rapide pour qu'un atome dans l'état excité ne puisse pas désexciter par émission spontanée.

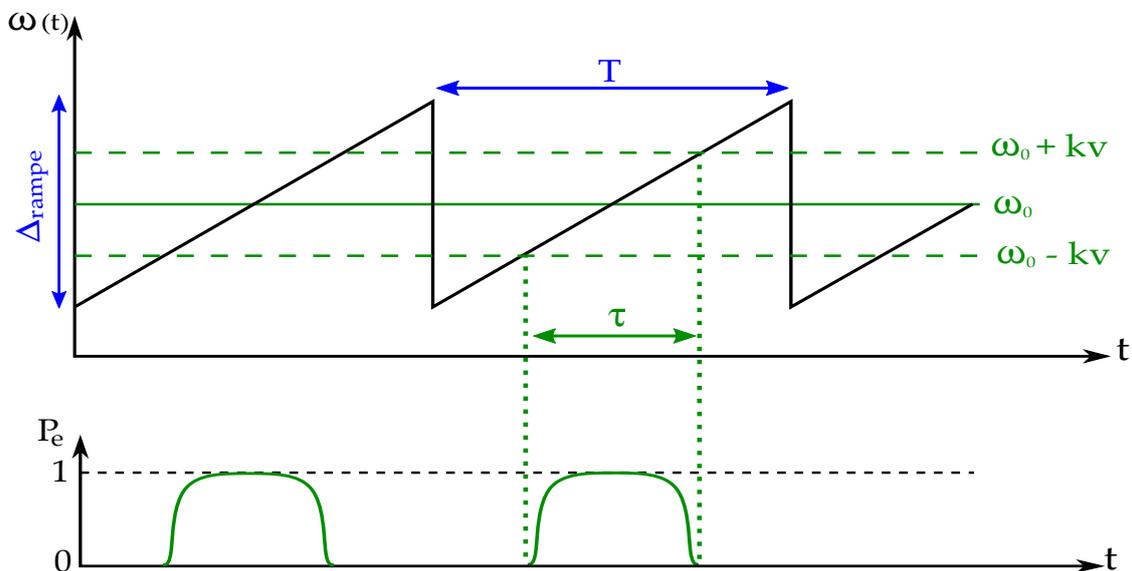


FIGURE 3.19 – **Rampe en fréquence effectuée sur les faisceau se propageant vers l'atome.** On note respectivement Δ_{rampe} et $\omega_{\text{ramp}} = 2\pi/T$ l'amplitude du signal de la rampe et sa fréquence. La durée pendant laquelle le laser est résonant avec la transition rouge.

Le schéma de niveau représentée sur la figure 3.20 est tracé dans la base des états habillés de l'atome lorsque la condition adiabatique est vérifiée [10]. Dans cet exemple, on ne considère qu'une transition allant de l'état $|g, p\rangle$ vers l'état $|g, p - \hbar k\rangle$. Ce type de transitions est caractérisées par un degré n correspondant au nombre de fois que l'atome passe une résonance de ce

type. Par exemple, si l'atome absorbe $n+1$ fois le faisceau contrapropageant et se désexcite de manière stimulée n fois grâce au faisceau allant dans le même sens que lui, alors l'atome aura franchi $2n + 1$ fois la résonance et sera passé de l'état $|g, p\rangle$ vers l'état $|g, p - (2n + 1)\hbar k\rangle$. Grâce à ce processus, on peut arriver, a priori, à réduire la dispersion dans l'espace des phases autant qu'on le souhaite. Cela permet d'envisager l'obtention de PMO rouge à des températures nettement plus basses que par le refroidissement Doppler classique.

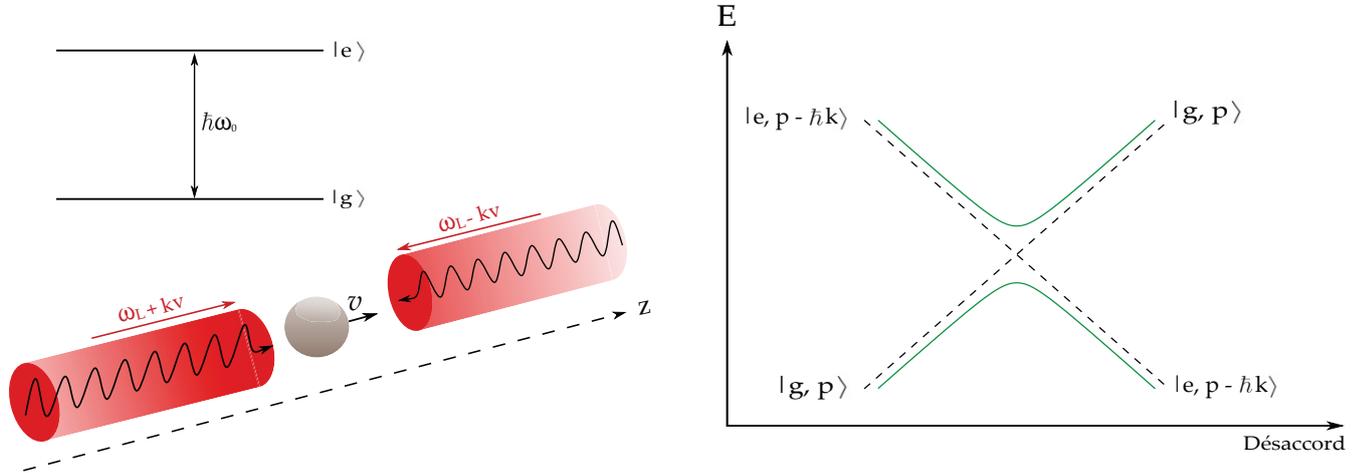


FIGURE 3.20 – **Illustration de la situation étudiée** : un atome se déplaçant à la vitesse v selon l'axe \hat{z} est soumis à deux faisceaux laser contrapropageant et oscillant à des fréquences respectives $\omega(t) \pm kv$, dans son référentiel. En fonction du désaccord du faisceau laser, l'atome peut absorber $n + 1$ photons et en émettre n de manière stimulée dans le faisceau opposé. Sur le schéma de niveau on a représenté la situation en se plaçant dans la base des états habillés de l'atome. Ici on a représenté l'exemple d'une transition permettant d'exciter l'atome de son niveau fondamental $|g, p\rangle$ où son impulsion initiale est p , vers un niveau excité $|e, p - \hbar k\rangle$ après absorption d'un photon.

Sans entrer dans plus de détails concernant ce phénomène, nous allons donner les trois conditions principales à satisfaire pour que cette méthode fonctionne efficacement.

- Pour à la fois ralentir les atomes ayant une vitesse élevée et éviter qu'ils puissent se désexciter de manière spontanée, il y a un compromis à faire sur le choix de l'amplitude de la rampe Δ_{ramp} . Typiquement une possibilité donnée par l'article de Bartolotta [10] et Snigirev [83] est :

$$\Delta_{\text{ramp}} \leq 4|kv|. \quad (3.33)$$

- De même, pour éviter les processus d'émission spontanée, il faut que le temps pendant lequel le faisceau traverse la résonance vérifie :

$$\tau_e \ll 1/\Gamma. \quad (3.34)$$

- Pour que la condition adiabatique soit valable, l'équilibre stationnaire doit être vérifié à chaque instant entre l'atome et les faisceaux lasers. Pour cela, il faut qu'à chaque modification de la fréquence du laser, l'atome ait le temps d'effectuer un grand nombre

d'oscillations de Rabi. Cette condition se vérifie lorsque [10] :

$$\boxed{\Omega^2 \gg \gamma}, \quad (3.35)$$

où Ω est la pulsation de Rabi des faisceaux et γ la pente de la rampe en fréquence qui leur est appliquée.

Une fois ces conditions vérifiées, la probabilité P_e qu'un atome soit excité de manière adiabatique, lors d'un passage du laser sur la résonance atomique, est donné par la relation [10] :

$$P_e = 1 - e^{-\frac{\pi}{2} \frac{\Omega^2}{\gamma}}, \quad (3.36)$$

où on constate que plus $\Omega^2 \gg \gamma$, plus la probabilité d'exciter un atome tend vers 1.

Cette méthode existe depuis plusieurs années [66], mais récemment elle a été appliquée au cas du strontium par l'équipe de Snigirev [83]. Cet article compare plusieurs manières d'implémenter cette technique et conclut qu'il est possible d'obtenir une densité dans l'espace des phases 5 fois supérieure à la méthode de broadband cooling. Les auteurs sont parvenus à des températures de PMO d'environ $2 \mu\text{K}$ dans le cas du Strontium 88 et de $1,4 \mu\text{K}$ dans le cas du Strontium 87.

Nous avons présenté rapidement la technique de refroidissement laser SWAP. Celle-ci permet d'effectuer des transitions non radiatives entre le niveau fondamental et excité grâce à un transfert adiabatique. D'après la littérature, il semblerait qu'il y ait un intérêt à changer notre manière actuelle d'effectuer le refroidissement des atomes pour obtenir le PMO rouge. En effet, comme la méthode de broadband cooling repose sur du refroidissement Doppler, notre refroidissement sera limité par la vitesse de recul induite par l'émission spontanée. Implémenter une méthode comme la méthode SWAP nous permettrait d'obtenir un PMO rouge plus froid et une densité dans l'espace des phases plus élevées. Ce dernier point en particulier se révélera crucial pour la condensation de Bose-Einstein du gaz atomique.

3.7 Schéma expérimental complet

Pour conclure ce chapitre, récapitulons l'ensemble des étapes nécessaires pour obtenir le PMO rouge en décrivant le montage complet représenté ci-dessous. Le faisceau du laser maître est tout d'abord mis en forme par un système de bi-prisme anamorphoseur permettant de réduire son axe horizontal d'un facteur $2,5^9$. On prélève ensuite quelques pour cents de la puissance du laser grâce à un lame partiellement réfléchissante pour aller vers le lambda-mètre. Le reste de la puissance lumineuse est ensuite divisée en deux grâce à un cube 50/50¹⁰ :

- La moitié transmise va vers le système optique et électronique pour effectuer l'asservissement Pound-Drever-Hall et réduire la largeur spectrale du laser.
- L'autre moitié va vers un montage double passage avec le modulateur acousto-optique (MAO₁) qui permet de générer le peigne de fréquence sur le spectre du laser affiné. Les

9. Bi-prisme provenant de l'entreprise Thorlabs, modèle : PS871-B.

10. Modèle : BS01 (Thorlabs).

deux lentilles utilisées pour maximiser l'injection de l'ordre -1 de diffraction du modulateur acousto-optique sont deux lentilles de focales 175 mm ¹¹. Après ce double passage, le laser maître est injecté dans une diode esclave de la même manière que décrit dans le chapitre 1 ¹². Cela permet d'avoir suffisamment de puissance pour les trois parties du montage qui nécessitent cette longueur d'onde : le piège magnéto-optique rouge, la spectroscopie qu'on présentera dans le chapitre suivant et le système d'imagerie de microscopie qu'on décrira dans la dernière partie du manuscrit. Le deuxième modulateur acousto-optique (MAO₂) permet une extinction très rapide du faisceau en cas de nécessité.

Par ailleurs, nous nous sommes assurés que la diode esclave restait correctement injectée même en présence du peigne de fréquence en effectuant un battement entre le faisceau de la diode esclave injectée par un faisceau maître possédant un tel peigne en fréquence et une fraction du faisceau maître non modulé. Nous avons aussi vérifié que cette dernière arrivait à suivre les modifications d'amplitude et de fréquence du peigne.

11. Modèle : LA1229-A (Thorlabs).

12. Modèle : HL6750MG (Thorlabs).

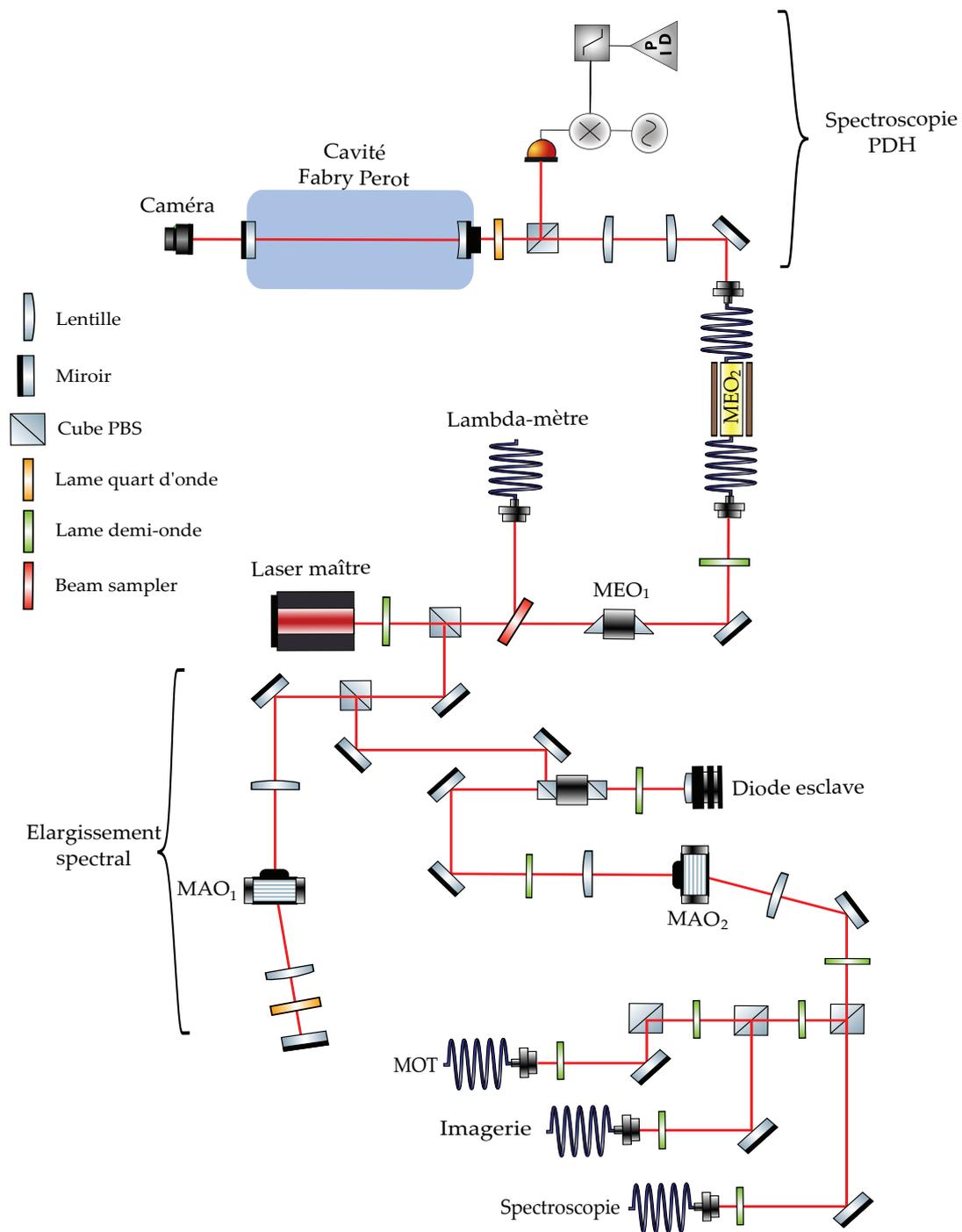


FIGURE 3.21 – Schéma complet du système laser à 689 nm sans la spectroscopie

Une spectroscopie originale pour la raie à 689 nm : la spectroscopie de shelving

Contents

4.1	Limites des techniques spectroscopiques usuelles pour les raies étroites . . .	136
4.2	Présentation de la spectroscopie de shelving.	137
4.2.1	Cadre général	137
4.2.2	Expression du signal détecté pour $I_r \ll I_{sr}$ et origine du signal de shelving	138
4.3	Configuration réelle et signaux expérimentaux	146
4.3.1	Cadre expérimental	146
4.3.2	Les facteurs d'élargissement du signal de spectroscopie	147
4.3.3	Obtenir le signal dispersif	153
4.3.4	Montage expérimental	155
4.3.5	Améliorations possibles	159

Dans le chapitre précédent nous avons montré comment obtenir une source laser suffisamment résolue spectralement pour que le refroidissement Doppler sur la raie étroite soit envisageable. Néanmoins, il nous reste encore placer sa fréquence d'émission sur la résonance. Nous commencerons donc par justifier l'emploi d'une technique spectroscopique sensiblement différente de celles présentées au chapitre 1 : la spectroscopie de *shelving*, technique couramment utilisée pour des études métrologique [53] et [48]. Dans ce chapitre, nous présenterons le principe de cette spectroscopie, montrerons comment elle permet de résoudre la raie d'intercombinaison et décrirons les facteurs limitant.

L'objectif de la spectroscopie de la raie à 689 nm est bien différent de celui pour la raie à 461 nm. En effet, grâce à la cavité haute finesse présentée dans le chapitre précédent, on s'attend à ce que les dérives du laser rouge soient très faibles une fois ce dernier asservi sur le mode fondamental. Dans plusieurs expériences travaillant avec des cavités haute finesse, comme par exemple l'expérience située à Innsbruck [85], la spectroscopie sur la raie étroite permet de calibrer les dérives de la cavité haute finesse. En effet, malgré les précautions expérimentales détaillées du chapitre 3, les pics spectraux de ces cavités présentent tout de même une dérive résiduelle dû à de légères variations de leur dimension. Ce type de spectroscopie permet donc, en autres, de calibrer ces dérives à long terme et ainsi, de corriger la fréquence d'émission du laser pour rester résonant avec le mode TEM₀₀. La calibration de ces dérives, dans notre cas de figure, se trouvent dans l'annexe B. Par ailleurs, contrairement au chapitre 1, il ne sera pas question ici d'effectuer une rétro-action permanente sur la fréquence d'émission du laser rouge.

4.1 Limites des techniques spectroscopiques usuelles pour les raies étroites

Un des problèmes principaux que pose la spectroscopie des raies étroites est celui du rapport signal sur bruit des signaux qu'on souhaite détecter. En effet, deux arguments nous permettent de le justifier :

1. le nombre d'atomes appartenant aux classes de vitesses v résonnantes avec le laser est proportionnel à la largeur étudiée Γ ;
2. le taux de diffusion de photons des atomes éclairés est aussi proportionnel à la largeur naturelle Γ .

Ainsi, on peut estimer la baisse du signal spectroscopique en comparant le nombre de photons émis par les atomes entre la raie large $\Gamma_b/2\pi = 30$ MHz noté N_{461} , et la raie étroite $\Gamma_r/2\pi = 7$ kHz noté N_{689} :

$$\frac{N_{689}}{N_{461}} \lesssim \frac{\Gamma_{689}^2}{\Gamma_{461}^2} = 5 \cdot 10^{-8} \quad (4.1)$$

On s'attend alors à ce que les signaux de spectroscopie du type absorption saturée, ou transfert de modulation (voir chapitre 1) soient considérablement moins intenses pour la raie à 689 nm que pour la raie à 461 nm. Effectuer une spectroscopie de la raie à 689 nm selon ces deux méthodes reste néanmoins possible grâce à des dispositifs complexes et onéreux, utilisant des systèmes de détection bas bruit, combinés à plusieurs étages d'amplifications et de filtrage de signaux [33] [23]. Une méthode alternative a été mise au point au *Laboratoire de Physique des Laser* (LPL) à Villeurbanne sur un jet d'atomes. Elle permet de repérer la raie d'intercombinaison avec des signaux d'amplitudes raisonnables et avec une précision inférieure au kilohertz

sans avoir recours à un système de détection bas bruit. À noter toutefois, qu’il est indispensable d’avoir une détection synchrone pour obtenir des amplitude de signaux suffisantes.

Pendant cette thèse, nous avons eu l’opportunité de collaborer avec l’équipe *Gaz Quantiques Magnétiques* de ce laboratoire pour appliquer cette technique, non pas sur un jet d’atomes, mais en cellule. L’idée était de comparer les signaux obtenus pour ces deux géométries et de conclure si cette méthode pouvait être utilisée en cellule. Cette configuration aurait pour avantage de permettre aux expériences possédant déjà une cellule de spectroscopie, d’implémenter assez simplement cette technique. Pour en présenter le principe, nous considérerons tout d’abord le cas du jet atomique, testé par le LPL, puis nous ferons le lien avec notre géométrie et discuterons tout particulièrement des facteurs limitant la résolution de la résonance. L’étude comparative des performances de cette spectroscopie pour ces deux géométries a donné lieu à la soumission d’un article, soumis le 28 octobre 2019. Ce dernier est donnée dans l’annexe C du manuscrit.

4.2 Présentation de la spectroscopie de shelving.

Dans les études métrologiques, les exigences en terme de stabilité et précision des systèmes lasers peuvent être extrêmement élevées (\lesssim Hz) et constituent un enjeu central pour ces expériences. Une technique usuellement utilisée dans ce domaine est la spectroscopie Ramsey [48] car elle permet d’atteindre des précisions très élevées. Pour nos applications les exigences sont bien inférieures, une précision de l’ordre de la largeur de raie Γ_r serait satisfaisante. La technique que nous proposons d’implémenter ici est une version simplifiée de la spectroscopie de Ramsey : elle tire profit de sa précision et du rapport signal à bruit, tout en s’affranchissant d’un certains nombre de contraintes expérimentales.

4.2.1 Cadre général

La situation expérimentale qu’on se propose d’étudier est schématisée sur la figure 4.1b. Considérons un jet composé de N atomes à une température $T=700$ K, se propageant selon l’axe z positif à une vitesse v_{\parallel} parallèle à la direction de propagation des faisceaux et distribuée selon la loi de Maxwell-Boltzmann. On a reporté sur la figure 4.1a les deux transitions utiles pour effectuer cette spectroscopie, à savoir la transition *bleue* à 461 nm et la transition *rouge* à 689 nm. Les atomes interagissent successivement avec deux lasers émettant respectivement à ces deux longueurs d’ondes au travers de deux zones représentées schématiquement sur la figure 4.1 :

- une première zone définie par un faisceau à 689 nm de waist w_r , rétro-réfléchi et saturant la transition : $I_r \gg I_{sr}$, où I_r est l’intensité lumineuse des faisceaux aller et retour et $I_{sr} = 3 \mu\text{W cm}^{-2}$ est l’intensité de saturation de la transition. Par simplicité nous admettrons que les faisceaux ont la même intensité lumineuse, bien que ce ne soit pas véritablement le cas en pratique ;
- une deuxième zone définie par un faisceau à 461 nm de waist w_b , en simple passage et non saturant : $I_b \ll I_{sb}$, où I_b est l’intensité lumineuse du faisceau bleu et $I_{sb} = 40 \text{ mW cm}^{-2}$. Dans ce régime l’intensité du faisceau bleu transmit par le nuage d’atomes varie proportionnellement au nombre d’atomes excités vers le niveau 1P_1 .

Dans la suite, nous admettrons que la distance L entre les deux faisceaux satisfait pour l'ensemble des atomes la condition $L \ll v_{\parallel}/\Gamma_r$. Dans ce régime, tout atome excité pendant la traversée du faisceau rouge le reste lors de la traversée du bleu. Nous allons voir que c'est la saturation du faisceau rouge qui est le phénomène non-linéaire à l'origine du signal sub-Doppler. Pour s'en rendre compte, nous allons établir une expression du signal obtenu sur la photodiode en y intégrant les termes principaux.

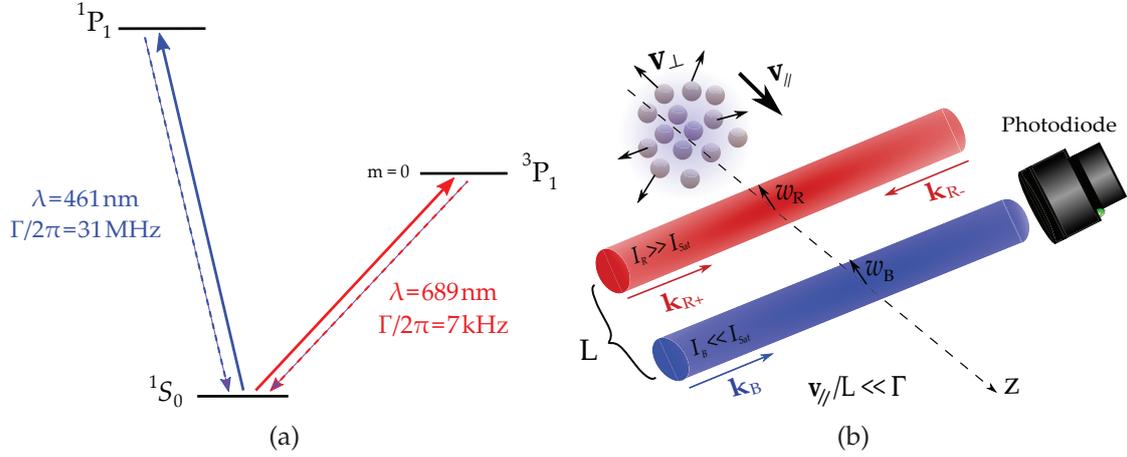


FIGURE 4.1 – **Illustration du principe général de la spectroscopie de Shelving.** La figure 4.1a rappelle les deux transitions utilisées pour effectuer la spectroscopie type *shelving* : la transition rouge est la raie qu'on souhaite mesurer et joue le rôle de pompe en excitant dans le niveau 3P_1 une fraction des N atomes se trouvant dans l'état fondamental 1S_0 . La transition bleu nous permet ensuite de lire le nombre d'atomes ayant été excités par le faisceau rouge. Les atomes doivent donc traverser successivement deux zones représentées dans le schéma 4.1b : tout d'abord une zone éclairée par le faisceau rouge, rétro-réfléchi, saturant la transition, de waist noté w_r , puis dans une seconde zone, éclairée par le faisceau bleu, en simple passage, non saturant et dont le waist est noté w_b .

4.2.2 Expression du signal détecté pour $I_r \ll I_{sr}$ et origine du signal de shelving

Dans cette partie, nous allons donner une expression approchée du signal détecté par la photodiode et discuter du point crucial permettant de visualiser la résonance à 689 nm. Avant d'entrer dans le détail, spécifions quelque peu le cadre général de notre étude et les principaux facteurs pouvant modifier le signal détecté.

Avant d'interagir avec le faisceau bleu, les atomes traversent le faisceau rouge pendant un temps T qu'on appellera temps de transit, défini par :

$$T = \frac{w_r}{v_{\parallel}} \quad (4.2)$$

Dans un premier temps, on se placera sous les conditions $I \gg 1/\Omega$ et $T \gg 1/\Gamma_r$ de sorte à se trouver en régime stationnaire. Sous cette condition, nous pouvons simplifier les équations de *Bloch Optique* [25] et en tirer trois expressions centrales pour notre étude :

1) la première relie l'intensité du faisceau laser rouge et la pulsation de Rabi :

$$\frac{I_r}{I_{sr}} = \frac{2|\Omega|^2}{\Gamma_r^2}; \quad (4.3)$$

2) une deuxième reliant la largeur effective de la raie avec la pulsation de Rabi et à l'intensité du laser

$$\Gamma \propto \Gamma_r \sqrt{1 + \frac{2|\Omega|^2}{\Gamma_r^2}} = \Gamma_r \sqrt{1 + \frac{I_r}{I_{sr}}} ; \quad (4.4)$$

3) et la troisième donnant la probabilité d'exciter un atome sur la raie à 689 nm :

$$P_e = \frac{1}{2} \frac{s_r}{1 + s_r} , \quad (4.5)$$

où s_r est le paramètre de saturation d'un faisceau laser rouge. On rappelle l'expression générale de ce paramètre pour un faisceau quelconque :

$$s = \frac{I/I_s}{1 + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} , \quad (4.6)$$

où I et I_s sont respectivement l'intensité du faisceau laser et l'intensité de saturation de la transition en question, $\Delta = \delta - kv_{\perp}$ est le désaccord du faisceau dans le référentiel des atomes et Γ est la largeur de la transition telle qu'on l'a défini sur l'équation (4.4).

Pour commencer, nous allons donner une expression du signal détecté par la photodiode lorsque $I_r \ll I_{sr}$. Cela nous permettra de montrer qu'il est impossible de résoudre précisément la raie étroite dans ce régime.

A) Expression générale du signal pour $I_r \ll I_{sr}$

Pour exprimer le signal détecté, on propose de séparer les cas avec et sans la présence du laser rouge. Dans les deux situations, on considèrera que le laser bleu vérifie $I_b \ll I_{sb}$ de sorte à être en régime linéaire.

- Sans faisceau rouge :

Pour déterminer l'allure du signal de spectroscopie, on propose de donner une expression du coefficient d'absorption du faisceau bleu α_b . Ce dernier est proportionnel à la probabilité d'exciter un atome et peut s'exprimer en fonction de la densité d'atomes dans l'espace des phases $\mathcal{N}_0(v_{\parallel}, v_{\perp})$, décrite par Maxwell-Boltzmann, et du paramètre de saturation du faisceau bleu $s_b(v_{\perp})$:

$$\alpha_b \propto \frac{1}{\mathcal{V}} \int dv_{\parallel} dv_{\perp} \mathcal{N}_0(v_{\parallel}, v_{\perp}) \frac{s_b(v_{\perp})}{1 + s_b(v_{\perp})} , \quad (4.7)$$

où on a effectué l'intégrale sur le volume \mathcal{V} défini par la section du faisceau πw_b^2 et la longueur L du gaz. Comme expliqué en début de section, le laser bleu est asservi sur la résonance à 461 nm grâce à la lampe à cathode creuse et doit satisfaire la condition $I_b \ll I_{sb}$. Ainsi on peut approximer le terme :

$$\frac{s_b}{1 + s_b} \sim s_b . \quad (4.8)$$

Par ailleurs, dans cette configuration ce sont les vitesses parallèles à l'axe optique v_{\parallel} qui définissent le temps d'interaction entre les atomes et les faisceaux laser. Ainsi, l'intégrale sur les vitesses longitudinales de l'expression (4.7) donnera une constante inversement proportionnelle à ce temps d'interaction $T = v_{\parallel}/L$. Dans un premier temps, nous considèrerons que T est grand devant toutes les autres échelles de temps du système (régime stationnaire). On peut

ainsi simplifier l'expression (4.7) :

$$\alpha_b = \int dv_{\perp} e^{-\frac{mv_{\perp}^2}{2k_B T}} \left(\frac{I_b/I_{sb}}{1 + \left(\frac{2\Delta_b}{\Gamma_b}\right)^2} \right), \quad (4.9)$$

où on a introduit l'expression du désaccord dans le référentiel des atomes $\Delta_b = \delta_b - k_b v_{\perp}$, avec δ_b le désaccord dans le référentiel du laboratoire. À priori lorsque le laser est asservi, on s'attend à ce que le désaccord $\delta_b = 0$ et donc qu'il interagisse le plus probablement avec les atomes ayant une vitesse $v_{\perp} = 0$.

Remarque : le désaccord δ_b est défini par la valeur de consigne fournie à l'électronique d'asservissement du à 461 nm. Le moindre écart de cette valeur de consigne avec le zéro du signal d'erreur peut engendrer des écarts significatifs de la fréquence d'émission du laser à la résonance bleue. Or, on a observé expérimentalement que la forme du signal dispersif pouvait varier dans le temps modifiant alors la position du zéro du signal d'erreur. Ainsi, pour une même valeur de consigne, on peut se retrouver dans une situation où le laser bleu n'est plus résonant avec la classe de vitesse nulle des atomes :

$$v_{\perp}^{\text{res}} = \delta_b/k_b. \quad (4.10)$$

Revenons à présent à l'équation du signal détecté. On considèrera dans toute la suite que le nuage d'atomes n'est pas optiquement dense. Tant que le régime d'interaction entre les particules du gaz est dominé par les effets thermiques, cette hypothèse est plutôt bien vérifiée. Cela nous permet alors d'effectuer un développement limité à l'ordre 1 de l'expression (??) :

$$\mathcal{S} \sim I_0 (1 - \alpha_b(v_{\parallel}, v_{\perp})L) \quad (4.11)$$

$$\sim I_0 - \mathcal{K} \int dv_{\perp} e^{-\frac{mv_{\perp}^2}{2k_B T}} \left(\frac{I_b/I_{sb}}{1 + \left(\frac{2\Delta_b}{\Gamma_b}\right)^2} \right) = \text{cste}, \quad (4.12)$$

où \mathcal{K} est une constante englobant tous les termes en facteur de l'intégrale.

Ainsi sans présence du laser rouge, le signal détecté par la photodiode est constant et proportionnel à la différence entre l'intensité initiale I_0 et la fraction absorbée par le nuage d'atomes de longueur L .

Rajoutons à présent la contribution du laser rouge d'intensité I_r dont on fait varier le désaccord $\delta_r = \omega_0 - \omega_r$ autour de résonance à 689 nm.

- Avec le faisceau rouge rétro-réfléchi :

Ajouter un faisceau rouge rétro-réfléchi en amont du laser bleu 4.1b va modifier les propriétés d'absorption de ce dernier. En effet, en fonction de l'écart à la résonance δ_r du faisceau rouge, une partie des atomes seront excités vers le niveau 3P_1 et deviendront alors transparents aux photons bleu¹. Comme on est toujours dans un cas où le faisceau laser bleu n'est pas saturant,

1. L'expression spectroscopie de *shelving* vient de ce phénomène : les atomes excités par le faisceau rouge sont comme « placés sur une étagère » et ne voient plus le faisceau bleu.

on peut écrire l'expression du signal détecté en présence du rouge de la même manière que précédemment :

$$\mathcal{S}(\delta_r) = I_0 e^{-\alpha(\delta_r)L}, \quad (4.13)$$

où on note cette fois que le coefficient d'absorption du faisceau bleu $\alpha(\delta_r)$ dépend explicitement du désaccord δ_r . Cette expression du coefficient d'absorption doit donc tenir compte de la probabilité P_e qu'un atome passe du niveau fondamental vers le niveau 3P_1 . Plus précisément :

$$\alpha(\delta_r) = \tilde{n}_0 \sigma_b \quad (4.14)$$

$$\propto n_0(1 - P_e) \sigma_b, \quad (4.15)$$

où $P_e = \frac{s_r}{1+s_r}$ est la probabilité qu'un atome soit excité par le laser rouge.

En suivant la même démarche que dans le cas sans faisceaux rouge, on peut exprimer ce nouveau coefficient d'absorption sous forme d'intégrale selon les vitesses transverses en introduisant la distribution de Maxwell-Boltzmann et la probabilité qu'un atome absorbe un photon bleu. En se référant à l'équation (4.7) et en l'appliquant dans ce cas précis on obtient :

$$\alpha(\delta_r) \propto \int dv_{\perp} e^{-\frac{mv_{\perp}^2}{2k_B T}} \left(\frac{I_b/I_{sb}}{1 + \left(\frac{2\Delta_b}{\Gamma_b}\right)^2} \right) \left(1 - \frac{I_r/I_{sr}}{1 + I_r/I_{sr} + \left(\frac{2\Delta_r}{\Gamma_r}\right)^2} \right) \quad (4.16)$$

Rappelons toutefois que le faisceau rouge est rétro-réfléchi, il nous faut donc distinguer les cas où les atomes ont des vitesses $v_{\perp} > 0$ ou $v_{\perp} < 0$. On notera alors :

$$\mathcal{A}^+(\delta_r) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} e^{-\frac{mv_{\perp}^2}{2k_B T}} \left(\frac{I_b/I_{sb}}{1 + \left(\frac{2\Delta_b}{\Gamma_b}\right)^2} \right) \left(1 - \frac{I_r^+/I_{sr}}{1 + I_r^+/I_{sr} + \left(\frac{2\Delta_r^+}{\Gamma_r}\right)^2} \right) \quad (4.17)$$

$$\mathcal{A}^-(\delta_r) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_{\perp} e^{-\frac{mv_{\perp}^2}{2k_B T}} \left(\frac{I_b/I_{sb}}{1 + \left(\frac{2\Delta_b}{\Gamma_b}\right)^2} \right) \left(1 - \frac{I_r^-/I_{sr}}{1 + I_r^-/I_{sr} + \left(\frac{2\Delta_r^-}{\Gamma_r}\right)^2} \right), \quad (4.18)$$

les termes associés respectivement à l'absorption du faisceau bleu par des atomes de vitesses $v_{\perp} > 0$ et $v_{\perp} < 0$. On fait l'intégration sur l'ensemble des vitesses possible dans les deux cas afin de tenir compte du signe du désaccord rouge δ_r . L'expression des désaccords Δ_r^{\pm} des faisceaux aller et retour s'écrivent respectivement :

$$\Delta_r^+ = \delta_r - k_r \quad (4.19)$$

$$\Delta_r^- = \delta_r + k_r, \quad (4.20)$$

dans le référentiel des atomes. Revenons à l'expression du signal total détecté par la photodiode (4.13). En considérant une fois encore que la densité optique du nuage d'atomes est faible, on peut à nouveau effectuer un développement limité à l'ordre 1 et on trouve :

$$\boxed{\mathcal{S}(\delta_r) \propto 1 - \mathcal{K}(\mathcal{A}^- + \mathcal{A}^+)} \quad (4.21)$$

où \mathcal{K} est une constante comportant l'ensemble des paramètres en facteurs de l'intégrale sur les vitesses transverses.

En résumé, plus le laser rouge est proche de résonance, plus le nombre d'atomes se trouvant dans l'état fondamental seront excités vers le niveau 3P_1 et ne contribueront plus à l'absorption du bleu. Néanmoins, nous allons voir que pour obtenir un signal insensible à l'effet Doppler, il est nécessaire de saturer la transition à 689 nm. Pour cela, nous avons effectué une simulation à partir de l'équation (4.21) dans le régime $I_r \ll I_{sr}$ lorsque le faisceau bleu est asservi légèrement hors résonance et dans le cas où il est résonant.

- Cas où $I_r \ll I_{sr}$ et où le laser bleu hors résonance : $\delta_b \neq 0$

Au vu de l'expression δ_r établie, la position de la résonance se situe au niveau du désaccord :

$$\delta_r = \pm \frac{k_b}{k_r} \delta_b, \quad (4.22)$$

en fonction de la direction des atomes. Ainsi, si $\delta_b \neq 0$, deux classes de vitesses sont résonantes avec le rouge et on observe deux pics distincts sur le signal simulé 4.2. On constate que chacun de ces pics ont une largeur de 20 MHz équivalent à la largeur de la raie à 461 nm réduite d'un facteur correspondant au ratio entre les deux vecteurs d'ondes mis en jeu :

$$\Gamma = \Gamma_b \frac{k_r}{k_b} \quad (4.23)$$

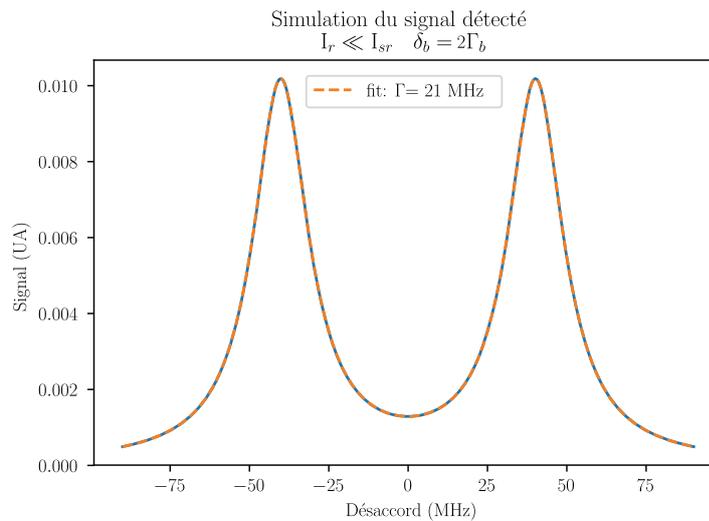


FIGURE 4.2 – **Simulation numérique du signal détecté par la photodiode** dans le cas où le laser bleu est très loin de résonance $\Delta_b = 2\Gamma_b$ et où la fréquence du laser rouge était variée entre : $\delta_r \in [-3\Gamma_b; 3\Gamma_b]$. Afin de caractériser la résonance, nous avons effectué un ajustement lorentzien donnant comme largeur caractéristique $\Gamma_{\text{eff}} \sim 20$ MHz pour chacune des raies visibles.

- Cas où $I_r \ll I_{sr}$ et laser bleu résonant : $\delta_b = 0$

Nous avons tracé sur la figure 4.3a la simulation numérique du signal $\mathcal{S}(\delta_r)$ (4.21) dans ce régime, et l'avons comparé aux données expérimentales de la figure 4.3b récupérées sur l'oscilloscope. Ici, le laser bleu est asservi sur la résonance à 461 nm donc les 3 faisceaux interagissent avec les mêmes atomes. On observe donc cette fois qu'un seul pic de même largeur que du cas précédent, centré autour de la résonance. On constate que cette largeur est inférieure aux données expérimentales qui, ajustées par une fonction de Voigt, donne plutôt

une largeur de 38 MHz. On a pu s’apercevoir, grâce aux simulations, que cette différence était probablement dû à une trop forte intensité dans le faisceau bleu. En effet, avec une intensité bleu de $2I_{sb}$ on obtient une largeur de 35 MHz, plus proche de la valeur mesurée.

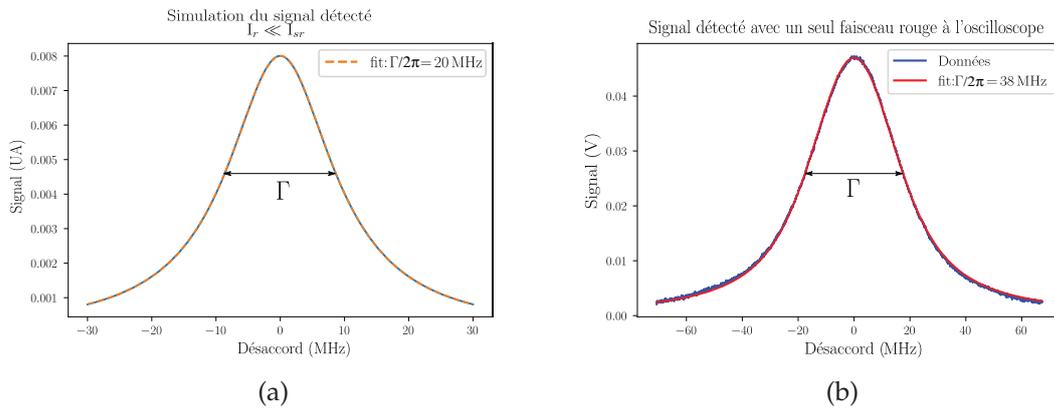


FIGURE 4.3 – **Comparaison entre signaux numérique et expérimentaux.** La figure 4.3a représente une simulation numérique du signal détecté par la photodiode dans le cas où le laser bleu est résonant avec la transition à 461 nm ($\Delta_b = 0$). On a fait varier la fréquence d’émission du laser rouge autour de la résonance à 689 nm entre $\delta_r \in [-5\Gamma, 5\Gamma]$. Comme sur la figure 4.2, nous retrouvons une largeur de 20 MHz. La figure 4.3b est une mesure expérimentale collectée sur l’oscilloscope et ajustée avec une fonction de Voigt. La largeur associée vaut environ 38 MHz ce qui correspondrait au vu des simulations, à une intensité du laser bleu légèrement supérieur à la saturation : $I_b = 2I_{sb}$.

Ainsi, dans les cas $I_r \ll I_{sr}$ et lorsque le laser bleu n’est pas asservi sur la classe de vitesse nulle, on observe sur l’oscilloscope deux pics de forme lorentzienne correspondant aux atomes ayant interagit respectivement avec les faisceaux rouges aller et retour. On peut vérifier aisément cela expérimentalement en coupant par exemple, le faisceau retour du rouge. Lorsque le laser bleu est asservi sur la résonance ($\delta_b = 0$), on observe plus qu’une seule lorentzienne car les faisceaux rouge interagissent avec les mêmes atomes. Dans les deux la résonance rouge est élargit par effet Doppler : la largeur des lorentziennes mesurées représentent l’ensemble des classes de vitesses qui interagissent avec le faisceau bleu. Étudions à présent le cas où le laser rouge sature la transition.

B) Expression générale du signal pour $I_r \gg I_{sr}$

On rappelle que lorsque le laser rouge est résonant avec la transition, les faisceaux aller et retour interagissent avec des atomes appartenant à la même classe de vitesse atomique : $v_{\perp} = 0$. Le laser bleu doit donc être résonant avec cette même classe de vitesse pour être sensible à la résonance rouge et donc cela implique $\delta_b = 0$. Comme il a été dit dans le chapitre 1, lorsqu’on sature la transition la probabilité d’exciter un atome est bornée à 1/2. Ainsi, si N atomes se trouvent dans l’état fondamental, au maximum $N/2$ atomes seront transparents à la longueur d’onde bleu. Tandis que lorsque le laser rouge est hors résonance, chacun des deux faisceaux s’adressent à des atomes différents et peuvent donc exciter jusqu’à $N/2$ atomes chacun, ce qui fait un total de N atomes dans le niveau 3P_1 . On a donc une augmentation de l’absorption du bleu lorsque le rouge passe sur la résonance $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$. On s’attend alors à ce que le nombre d’atomes contribuant au signal soit réduit d’un facteur 2. D’autre part, comme ce sont les mêmes atomes qui interagissent avec les deux faisceaux contra-propageant, on s’attend à ce que la largeur de la résonance soit élargie d’un facteur $\sqrt{I_r/I_{sr}} = 2$. C’est donc grâce à

ce phénomène non-linéaire de saturation qu'on peut repérer la position de la résonance avec une précision de l'ordre de la largeur de la transition élargie Γ . La figure 4.4a représente le signal du laser bleu asservi en scannant la fréquence d'émission du laser rouge autour de la résonance. L'intensité du faisceau bleu était de $I_b = 1 \text{ mW cm}^{-2} \ll I_{sb}$ et celle du faisceau rouge de $I_r = 5 \text{ mW cm}^{-2} \gg I_{sr}$. On observe bien une diminution du signal au niveau de la résonance mais moins importante de celle attendue d'après ce qui vient d'être évoqué. En effet, on s'attendait à une réduction du signal d'un facteur $2/\sqrt{2}$ et de largeur 1 MHz.

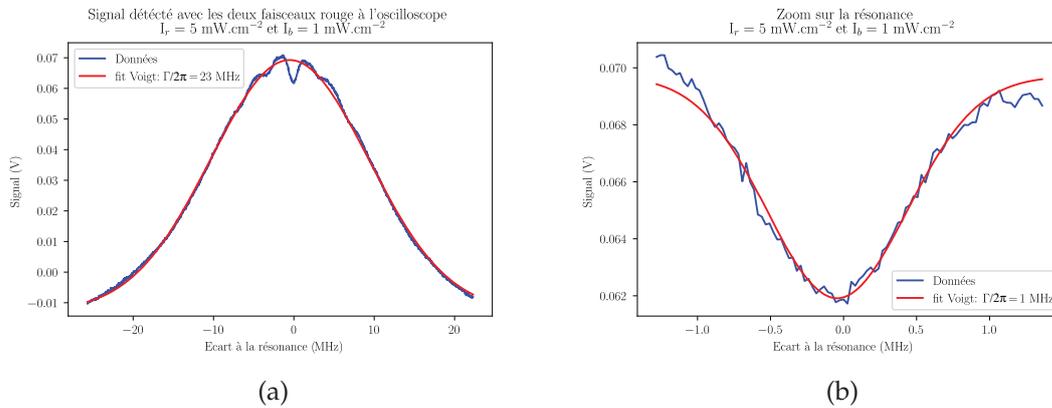


FIGURE 4.4 – **Signal expérimental visualisé sur l'oscilloscope du laser bleu asservi sur la lampe à cathode creuse avec $I_b = 1 \text{ mW cm}^{-2} \ll I_{sb}$.** Pour obtenir ce signal nous avons effectué une rampe en fréquence du laser rouge autour de la résonance à 689 nm de 120 MHz avec $I_r = 5 \text{ mW cm}^{-2} \gg I_{sr}$. On retrouve la structure large d'environ 20 MHz (4.4a) lorsque le laser rouge est hors résonance et une structure plus fine d'environ 1 MHz correspondant à la résonance élargie à cause de la saturation (4.4b).

Le modèle que nous avons écrit précédemment ne permet pas de décrire cette baisse de signal ni sa largeur. Pour cela, il faudrait tenir compte de l'interaction simultanée et plus ou moins importante entre un atome et les faisceaux rouge aller et retour. Une approche complète serait de résoudre les équations de Bloch optique en rajoutant la contribution du deuxième faisceaux contra-propageant. Cependant, même en se plaçant dans le référentiel de l'onde tournante il demeure toujours des composantes oscillantes au sein des équations différentielles régissant le système. Bien que les solutions puissent être déterminés aux travers de développement perturbatifs [58] et de simulations, nous avons choisi de ne pas pousser le raisonnement jusqu'au bout car cela n'est pas nécessaire pour déterminer les facteurs limitant ni la précision avec laquelle on peut déterminer la position de la résonance.

Une alternative aux équations de *Bloch Optique* tenant compte des deux faisceaux rouge est discutée dans l'article [58]. Cette étude se base sur les franges d'interférence formées par les deux faisceaux contrapropageants : à condition que l'équilibre stationnaire soit atteint à chaque position des atomes, autrement dit, si les atomes ne sont pas sensibles aux fluctuations d'intensité lumineuse, on peut montrer qu'il est possible de s'affranchir de la résolution complète des équations de *Bloch Optique*. Malheureusement cette hypothèse n'est pas vérifiée dans le cas du strontium.

Nous avons donc présenté le principe général de la spectroscopie de shelving en établissant notamment l'expression du signal détecté par la photodiode dans le cas où $I_s \ll I_{sr}$. Ce qui nous a permis de constater que pour obtenir le signal de shelving il était nécessaire de vérifier la condition $I_r \gg I_{sr}$. Toutefois une trop forte saturation est néfaste sur la résolution de la raie, car elle aurait pour effet de l'élargir. Il y a donc un compromis à trouver entre saturer la transition pour que le phénomène non linéaire, à l'origine du signal de shelving, soit suffisant et éviter un élargissement trop important de la résonance.

À présent que nous avons présenté le principe général de cette spectroscopie, nous allons décrire de manière détaillée la configuration réelle de notre montage et discuterons des limites de résolution que nous pouvons atteindre avec celui-ci.

4.3 Configuration réelle et signaux expérimentaux

Dans la section précédente, nous avons présenté le principe de la spectroscopie de shelving en prenant une situation expérimentale similaire à un jet d'atomes. Dans notre expérience nous avons effectué cette spectroscopie dans une cellule de longueur 60 cm et de diamètre 8 mm, schématisée sur la figure 4.5. Les atomes sont chauffés à 700 K au centre de la cellule par l'intermédiaire d'un câble Thermocoax. On détaillera plus précisément le dispositif expérimental à la fin du chapitre, section 4.3.4.

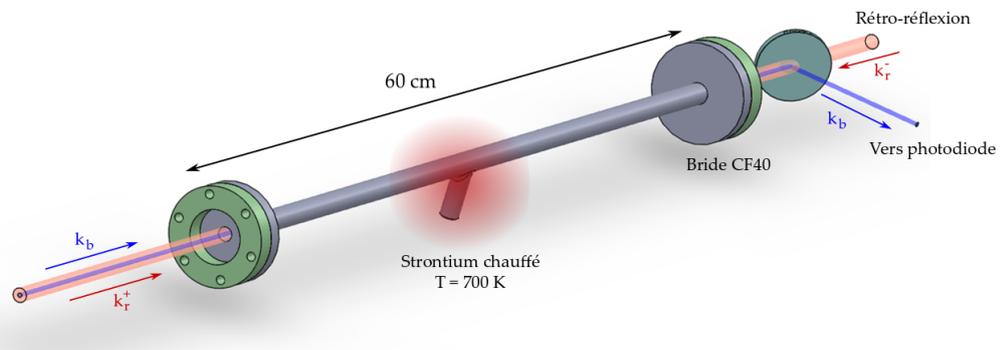


FIGURE 4.5 – Vue en perspective de la cellule utilisée pour la spectroscopie de shelving. Le strontium est contenu dans le petit cylindre au centre de la cellule et chauffé par l'intermédiaire de câbles chauffants à 700 K. Cette cellule mesure 60 cm et possède deux hublots CF40 aux deux extrémités. Ici les brides CF16 permettant de mesurer la pression dans la cellule et la reliant au système de pompage ne sont pas représentées. On a fait apparaître aussi les faisceaux bleu et rouge tel qu'on les envoie sur les atomes. En sortie de cellule, une lame dichroïque permet de séparer les deux longueurs d'onde. Le faisceau bleu va vers la photodiode et le faisceau rouge vers le cube rétro-rélecteur. Cette image a été réalisée par Clémence Briosne-Frejaille sur *SolidWorks*

4.3.1 Cadre expérimental

Dans notre montage, nous avons superposé les faisceaux bleu et rouge en amont de la cellule grâce à une lame dichroïque. Comme dans la situation précédente, le faisceau bleu est non saturant et ne passe qu'une seule fois dans la cellule, tandis que le faisceau rouge est saturant et rétro-réfléchi grâce à un prisme rétro-rélecteur. Un tel dispositif est absolument nécessaire pour cette spectroscopie, on en discutera dans la section 4.3.4. La situation expérimentale ainsi qu'une coupe des faisceaux sont schématisés sur la figure 4.6. Les waists utilisés typiquement sur ce montage sont $w_b = 0,4$ mm pour le faisceau bleu et $w_r = 4$ mm pour le faisceau rouge. Comme le nombre d'atomes susceptibles d'être absorbés par le faisceau rouge et le faisceau bleu dépend de leur pulsation de Rabi respective, on a tracé sur la figure 4.6 les variations des pulsations de Rabi des faisceaux rouges et bleu pour différentes radiales. En effet, en considérant les faisceaux comme gaussiens, on rappelle l'expression de l'intensité ressentie par un atome un atome se trouvant à une distance radiale r de la position du waist ($z=0$) :

$$I(r) = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}}, \quad (4.24)$$

où I_0 est l'intensité mesurée à la position du waist ($r = z = 0$). Ainsi, grâce à la relation reliant pulsation de Rabi Ω_i du faisceau i (bleu ou rouge) et intensité lumineuse :

$$\Omega_i = \Gamma_i \sqrt{\frac{I_i(r)}{2I_{si}}}, \quad (4.25)$$

avec Γ_i , $I_i(r)$ et I_{si} la largeur de la transition, l'intensité radiale et l'intensité de saturation du faisceau i . Grâce à cette expression, on peut estimer des waists effectifs tenant compte de la variation radiale de Ω . On définira ces derniers comme la distance à partir de laquelle la pulsation de Rabi Ω ne vaut plus que 0,5% de sa valeur maximale, normalisée à 1 sur la courbe 4.6. On y mesure les waists effectifs suivants : $\tilde{w}_b \sim 0,96$ mm pour le faisceau bleu et $\tilde{w}_r \sim 9,21$ mm pour les faisceaux rouges. On a représenté aussi sur cette courbe les parois de la cellule de spectroscopie. Comme le diamètre d du tube par lequel on envoie les faisceaux laser mesure $d = 8$ mm, on constate que ce dernier coupe le faisceau rouge, limitant la zone d'interaction entre lui et les atomes. Compte tenu de cela, le temps de transit T dans cette nouvelle configuration est donné par l'équation :

$$T = \frac{d/2 - \tilde{w}_b}{v_{\perp}}, \quad (4.26)$$

qui est assez différentes de celle établie pour la configuration du jet atomique (??). Ici c'est la différence entre le rayon du tube de la cellule et le waist effectif du faisceaux bleu qui définit la zone d'interaction entre les atomes et le faisceau rouge. On note aussi que par rapport à la configuration précédente, ici ce sont les vitesses transverses à l'axe optique v_{\perp} qui fixent le temps de transit et non pas les vitesses longitudinales v_{\parallel} .

4.3.2 Les facteurs d'élargissement du signal de spectroscopie

À présent que le nouveau cadre expérimental a été posé, nous allons discuter plus précisément des facteurs jouant un rôle crucial dans la résolution de la raie d'intercombinaison. On a vu qu'en effectuant une rampe sur le laser à 689 nm autour de la résonance et en ayant le laser bleu asservi, on observe deux structures : une structure large d'environ 50 MHz, correspondant à la résonance rouge élargie par le faisceau de lecture (signal de shelving) et au sommet un creux plus fin, le signal de spectroscopie, insensible à l'effet Doppler. Sur la figure 4.4a ce creux correspond à une largeur de 4 MHz ce qui reste considérable par rapport à la largeur naturelle $\Gamma_r/2\pi = 7,4$ kHz. Sur cette figure la puissance des faisceaux rétro-réfléchi sature très largement la transition $I_r/I_{sr} > 1000$ ce qui peut en partie justifier une telle largeur. Toutefois nous avons vu dans la section précédente, qu'il est indispensable de saturer la transition atomique rouge pour pouvoir localiser la position de la raie. Il nous sera impossible de résoudre la raie parfaitement, mais avec une puissance lumineuse de l'ordre de quelques I_{sr} on pourrait envisager de mesurer des largeurs de l'ordre de quelques dizaines de kilo-hertz, précision amplement suffisante pour nos applications. Néanmoins, en plus de l'élargissement par la puissance, les chercheurs du LPL ont mis en évidence un autre facteur pouvant limiter l'affinement de la raie : le temps d'interaction entre les atomes et les faisceaux rouge attribue une borne minimale à la largeur de la résonance. Plus précisément, ils ont établi un modèle où le temps de transit intervient dans l'élargissement de la raie :

$$\Gamma = \Gamma_r \sqrt{aP + (1/T)^2}, \quad (4.27)$$

Plus de détails sont donnés dans l'annexe C mais cela peut se comprendre assez simplement grâce un argument basée sur la transformée de Fourier. En effet, on peut voir cette durée T

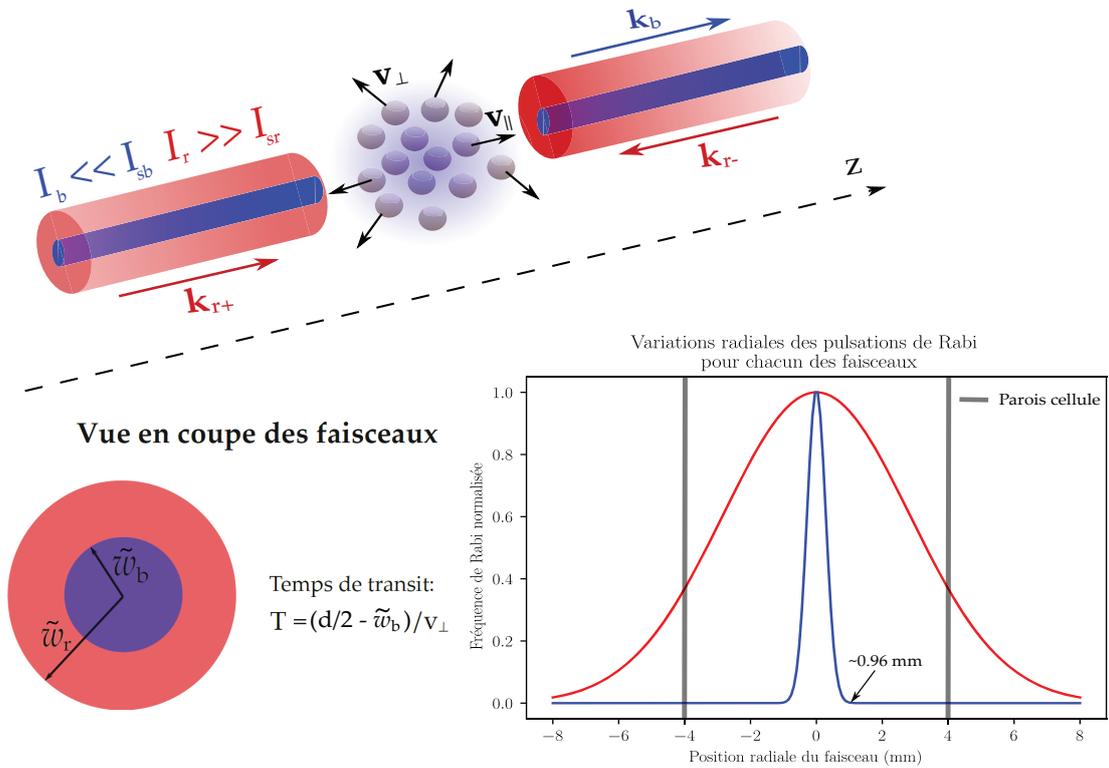


FIGURE 4.6 – Schéma de principe de la configuration en cellule : les faisceaux bleu et rouge sont superposés l’un sur l’autre et caractérisés par des waists de $w_b = 0,4$ mm pour le faisceau bleu et $w_r = 4$ mm pour le faisceau rouge. On note w_b et w_r les waists effectifs des faisceaux bleu et rouges tenant compte des variations de la pulsation de Rabi aux différentes positions radiales. On détermine la valeur de ces waists effectifs grâce à la courbe représentant les variations de la pulsation de Rabi des faisceaux bleu (courbe bleue) et rouges (courbe rouge) en fonction de la position d’un atome au centre des faisceaux. On y a représenté notamment les parois de la cellule de spectroscopie formant un tube de 8mm de diamètre. Grâce à cette courbe on mesure pour les faisceaux rouges et bleu respectivement : $\tilde{w}_b \sim 0,96$ mm et $\tilde{w}_r \sim 9,21$ mm. Comme le diamètre de la cellule d est plus petit que le waist effectif du faisceau rouge, le temps de transit des atomes dépend de la différence entre le rayon du tube et du waist associé au faisceau bleu divisé par la vitesse transverse des atomes v_{\perp} .

comme un fenêtrage de l’interaction entre les atomes et le laser. Ainsi, lors de leur traversée du faisceau, si l’équilibre stationnaire n’est pas atteint alors on peut s’attendre à ce que la résonance ne soit pas une belle lorentzienne : on peut voir apparaître notamment des oscillations similaires à un celle d’un sinus cardinal et un élargissement inversement proportionnel au temps de transit T . Pour vérifier cette supposition, nous avons mis en place un algorithme permettant de modifier à la fois le temps d’interaction entre atomes et faisceaux laser et l’intensité lumineuse de ces derniers.

Simulations pour un atome seul

Comme il a été dit dans la section précédente, pour décrire proprement la forme de la résonance il faudrait résoudre les équations de Bloch optique tenant compte des deux faisceaux contra-propageant. Ici nous souhaitons uniquement modéliser les facteurs d’élargissement de la résonance, pour cela nous nous contenterons de résoudre les équations de Bloch optique dans le cas d’un seul faisceau résonant, interagissant avec les atomes ayant une vitesse $v_{\parallel} = 0$. Pour modéliser la présence du deuxième faisceau laser, nous multiplierons par un facteur 2 l’intensité totale appliquée sur les atomes. Nous verrons que les largeurs déterminées par ces

simulations semblent cohérentes avec celles mesurées expérimentalement.

Le système étudié est donc modélisé simplement par une assemblée de N atomes à deux niveaux notés \mathbf{g} pour l'état fondamental et \mathbf{e} pour l'état excité. On considère un unique faisceau laser décrit par le champ électrique suivant :

$$E(t) = E_0 e^{-i\Delta_r t}$$

où E_0 est l'amplitude du champ considérée comme constante et $\Delta_r = \omega_0 - \omega_b$ le désaccord de laser rouge où on a considéré uniquement la contribution des atomes ayant une vitesse longitudinale $v_{\parallel} = 0$.

Nous ne redériverons pas les différentes étapes de calculs permettant d'arriver au système d'équations couplées et indépendantes du temps qui régissent ce système. Le raisonnement est tout à fait similaire à celui effectué dans le chapitre 1 sauf qu'ici le champ électrique ne possède qu'une seule composante spectrale. Ci-besoin, on trouvera notamment une démonstration bien détaillée des différentes étapes et hypothèses de calculs dans les cours [25] et [46] par exemple. Ainsi le système à résoudre dans le référentiel de l'onde tournante, est modélisé par les équations suivantes :

$$\begin{pmatrix} \dot{\rho}_{ee} \\ \dot{\rho}_{gg} \\ \dot{\rho}_{eg} \\ \dot{\rho}_{ge} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Gamma_r & 0 & -i\frac{\Omega}{2} & i\frac{\Omega}{2} \\ \Gamma_r & 0 & i\frac{\Omega}{2} & -i\frac{\Omega}{2} \\ -i\frac{\Omega}{2} & i\frac{\Omega}{2} & -\Gamma_r & 0 \\ i\frac{\Omega}{2} & -i\frac{\Omega}{2} & 0 & -\Gamma_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \rho_{ee} \\ \rho_{gg} \\ \rho_{eg} \\ \rho_{ge} \end{pmatrix}$$

où Ω correspond à la pulsation de Rabi du système (voir équation (4.25)) et les ρ_{ij} représentent les différentes composantes de la matrice densité. On rappelle aussi que ρ_{ee} et ρ_{gg} représentent respectivement les populations du niveau excité et du niveau fondamental, tandis que ρ_{eg} et ρ_{ge} correspondent au cohérences entre les deux niveaux étudiés.

Dans ce qui va suivre, nous allons uniquement nous intéresser à la dynamique de l'état excité et effectuerons un ajustement lorentzien pour déterminer les largeurs obtenues. Dans un premier temps, nous allons appliquer ces simulations dans le cas d'un atome seul ayant un temps d'interaction T avec les lasers. Nous regarderons l'influence de l'intensité lumineuse et celle du temps d'interaction T indépendamment. Cela nous permettra de discuter des différents régimes possibles en comparant T aux deux autres échelles de temps du système : la pulsation de Rabi Ω et le taux d'absorption $\Gamma_r/2$ (temps associée $2/\Gamma_r \sim 45\mu\text{s}$). Ensuite nous prendrons en compte le fait que les faisceaux laser interrogent des atomes ayant un large panel de vitesses longitudinales suivant la distribution de Maxwell-Boltzmann. En effet, dans la section précédente, nous avons considéré que cette intégrale donnait une constante sans influence sur la résonance. Nous allons voir que cette hypothèse est vraie uniquement si l'équilibre stationnaire est atteint, c'est à dire si la condition $2/\Gamma_r \ll 1/\Omega \ll T$. Dès lors que $T \sim 1/\Omega$, l'effet du temps d'interaction n'est plus négligeable.

- Variation de la largeur en fonction de T à Ω fixé

Dans les exemples ci-dessous on a fixé l'intensité des faisceaux aller et retour du laser rouge à $I_r = 10 I_{sr}$ ce qui donne une pulsation de Rabi $\Omega = 16 \text{ kHz}$ équivalent à $1/\Omega \sim 30 \mu\text{s}$. Cela nous permet de satisfaire une partie de la condition d'équilibre entre atomes et laser ($\Omega \gg \Gamma_r/2$) et donc d'être sensible à l'effet du temps d'interaction. Pour chaque simulation, nous avons fait

varier le temps d'interaction entre les atomes et le laser. Pour les figures 4.7a et 4.7b, on a choisi des temps de transit T grands devant $1/\Omega$ et devant le temps de vie des atomes dans l'état excité, nous sommes donc dans un régime proche de l'équilibre stationnaire. On a effectué un ajustement lorentzien pour déterminer la largeur de la résonance des deux figures et valent 23 kHz dans les deux cas, ce qui équivaut environ à un facteur d'élargissement de la raie de 3. On constate toutefois pour la figure 4.7b que des oscillations apparaissent sur le signal, à cause d'un temps de transit plus court ($T \gtrsim 2/\Gamma$) on est à la limite du régime stationnaire.

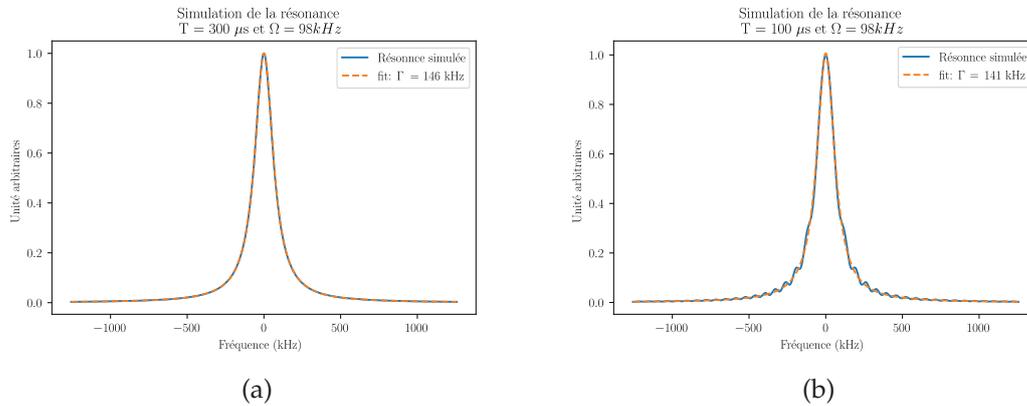


FIGURE 4.7 – **Simulation de la résonance à pulsation de Rabi fixée à $\Omega \sim 16$ kHz** et pour différents temps d'interactions entre laser et atomes : 300 μ s pour la figure 4.7a et 100 μ s pour 4.7b. Dans les deux cas, les courbes ont été normalisées de sorte à ce qu'à résonance, la probabilité d'exciter un atome vaut 1. Dans le cas de la figure 4.7a on a $T \gg 1/\Omega$ et donc la résolution de la raie est limitée par l'intensité lumineuse I_r . Pour le graphe 4.7b la largeur est toujours limitée par l'intensité lumineuse mais on voit apparaître des oscillations dues au temps de transit plus faible.

Si à présent on regarde des cas où le temps de transit est encore plus faibles comme les figures 4.8a et 4.8b où les valeurs sont respectivement $T=30 \mu$ s et 10μ s, le régime stationnaire n'est plus vérifié et on constate que les oscillations sont encore plus importantes et que la résonance s'élargit. Plus précisément, c'est la forme générale de la résonance qui se modifie : la lorentzienne n'est plus une bonne fonction de ajustement pour déterminer la largeur de la résonance. Ainsi pour estimer la largeur de ces deux résonances, on a mesuré la largeur à mi-hauteur en regardant l'amplitude maximale des simulations et la position des premiers minimums.

Remarque : On a essayé d'effectuer un ajustement grâce à une fonction sinus cardinal et une fonction de Bessel, mais cela n'a pas particulièrement mieux collé aux données. Tout ce qu'on peut dire à ce stade, c'est que pour des raies étroites la condition $1/\Omega \ll T$ n'est pas forcément vérifiée et que dans l'idéal on voudrait se trouver dans un régime où $T \gg 1/\Omega, 2/\Gamma_r$.

- Variation de la largeur en fonction de Ω à T fixé

Dans cette nouvelle série de simulations nous avons cette fois fixé le temps de transit $T = 200 \mu$ s de sorte à assurer la condition $T \gg 2/\Gamma_r$ et avons regardé comment se comporte la forme et la largeur de la résonance en faisant varier Ω (I_r). La figure 4.9 représente un ensemble de courbe simulées de la résonance et ajustées par une fonction lorentzienne. On retrouve le résultat bien connu selon lequel plus l'intensité lumineuse I_r est grande, plus la raie est élargie.

Remarque : L'ensemble des courbes simulées ont été normalisées de sorte à ce qu'à résonance

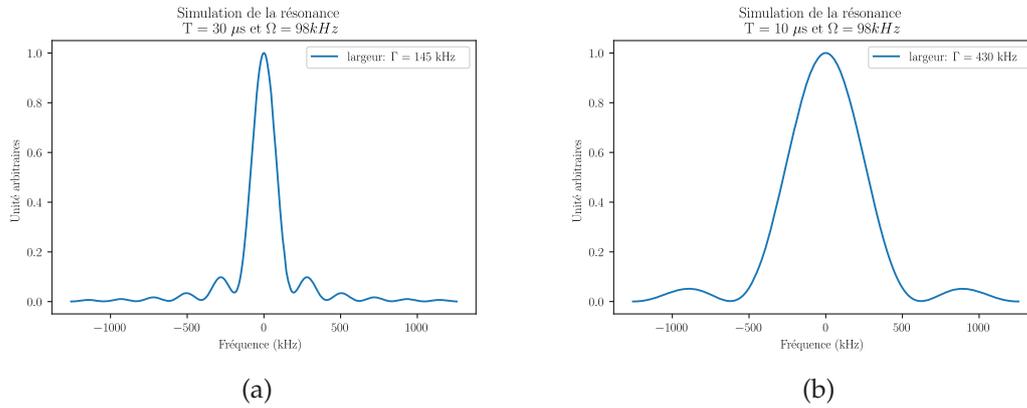


FIGURE 4.8 – **Simulation de la résonance à pulsation de Rabi fixée à $\Omega \sim 98\text{kHz}$ et pour différents temps d’interactions entre laser et atomes : $30\ \mu\text{s}$ pour la figure 4.8a et $10\ \mu\text{s}$ pour 4.8b.** Dans les deux cas, les courbes ont été normalisées de sorte à ce qu’à résonance, la probabilité d’exciter un atome soit 1. Dans ces deux cas, on est plutôt dans un régime où les atomes ne font que quelques oscillations de Rabi pendant leur traversée du faisceau rouge ($T \sim 1/\Omega$). On peut voir nettement cette fois l’effet du temps de transit sur la forme de la résonance. Plus le temps de transit est faible, plus la forme de la résonance s’éloigne d’une lorentzienne et s’élargit.

la probabilité d’exciter un atome soit égale à 1. Or pour des intensité faibles, la pulsation de Rabi diminue aussi ($\Omega \propto \sqrt{I_r/I_{sr}}$) donc si on arrive dans un régime où $\Omega \ll \Gamma_r/2$ alors la probabilité qu’un atome soit excité va tendre vers 0 et on aura très peu de signal de spectroscopie.

Au vu de ces derniers résultats, un régime confortable serait de limiter l’intensité du laser rouge à quelques I_{sr} de sorte à élargir la résonance le moins possible, et d’amplifier le signal détecté.

Pour résumer, les conditions idéales pour résoudre précisément la résonance sont d’une part d’avoir des temps d’interactions entre les atomes et le laser rouge les plus grands possibles de sorte à vérifier $T \gg 1/\Omega \gg 2/\Gamma_r$ (équilibre stationnaire) et des intensités lumineuses I_r les plus faibles possibles de sorte à ce qu’on puisse obtenir le signal de shelving sans élargir la raie de manière trop importante.

Estimer précisément le temps de transit moyen des atomes dans notre configuration n’est pas évident car leur vitesse peut être arbitrairement orientées dans toutes les directions et avec des modules différents (suivant une distribution de Maxwell-Boltzmann). Toutefois, on peut calculer un temps de transit minimal pour un atome ayant une vitesse purement radiale. En choisissant la vitesse transverse v_\perp la plus probable (distribution de Maxwell-Boltzmann) pour une température de 700 K ($v_\perp \sim 260\ \text{m s}^{-1}$) et en connaissant la taille de nos waists ($w_b = 1\ \text{mm}$ et $w_r = 5\ \text{mm}$), on peut estimer avec la relation (??) qu’un tel atome mettra environ $T \sim 15\ \mu\text{s}$ à traverser le faisceau rouge avant d’arriver dans le bleu. Au vu de nos observations précédentes on peut d’ores et déjà dire que certains atomes auront une contribution néfaste sur la forme de la résonance car ils n’atteignent pas le régime stationnaire ($T \ll 2/\Gamma_r$) pendant leur transit dans le faisceau rouge.

Simulations pour une assemblée d’atomes

Jusque là nous avons considéré un seul atome dans nos simulations. Cela nous a permis de discuter des différents régimes possibles en fonction du temps de transit, de la pulsation de

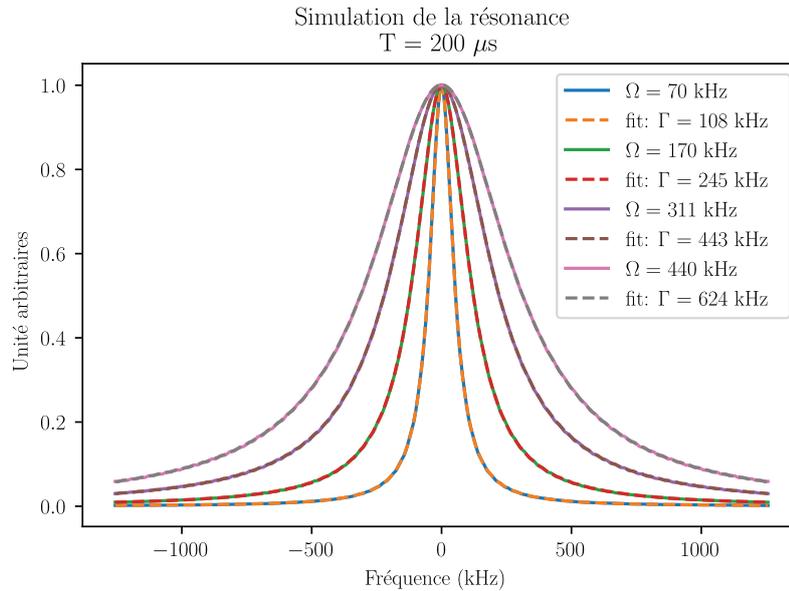


FIGURE 4.9 – **Simulation de la résonance pour différentes intensité lumineuse du faisceau rouge et pour un temps d'interaction $T = 200 \mu s$.** Chaque courbe est accompagné d'un ajustement lorentzien pour déterminer la largeur de la résonance. On constate que plus l'intensité lumineuse est grande, plus on élargit la résonance. Ici chaque courbe a été normalisée de sorte à ce qu'à résonance la probabilité d'exciter un atome soit 1. Or en réalité plus la pulsation de Rabi est faible, plus cette probabilité tend vers 0. Nous avons tout de même effectué ce choix de normalisation car nous souhaitions discuter des largeurs de raie.

Rabi et du taux d'absorption. Or, l'ensemble des atomes composant le nuage possèdent tous des vitesses arbitrairement différentes et donc des temps d'interactions différents avec le laser rouge. Pour tenir compte de l'ensemble de ces temps de transit, nous avons tiré aléatoirement 4000 vitesses transverses aléatoires (en considérant toujours $v_{\parallel} = 0$) dans une distribution de Maxwell-Boltzmann à $T = 700$ K et connaissant la taille de nos faisceaux, nous pouvons en déduire pour chaque atome le temps de transit qui lui est associé. Ensuite, nous avons sommé leur contribution à la résonance totale et normalisée la courbe finale de sorte à ce que la probabilité d'exciter un atome à résonance soit égale à 1. En choisissant une intensité $I_r = 60 \mu W \text{ cm}^{-2}$ typiquement utilisée sur notre expérience, nous avons obtenu les résultats simulés sur la figure 4.10. La figure de gauche représente la résonance formée par les 1000 atomes qui, comparée aux simulations pour un atome seul, on constate que le simple fait de considérer un grand nombre d'atomes élargit la résonance. La courbe située à droite de la figure 4.10 est la dérivée numérique de la courbe de gauche, ajustée avec une la dérivée d'une lorentzienne. Ce signal dispersif correspond au signal d'erreur qu'on s'attend à voir en sortie de démodulation. Normalement, on s'attendrait à ce que les largeurs mesurées sur les deux courbes soient identiques, or on constate un léger écart entre elles. Cela est probablement dû au fait que la forme de la résonance obtenue n'est pas une vraie lorentzienne, et donc que les deux fonctions ne convergent pas vers le même optimum. Toutefois, les deux largeurs mesurées sont assez proches et on les estimera environ à $\Gamma_{\text{eff}} \sim 125$ kHz.

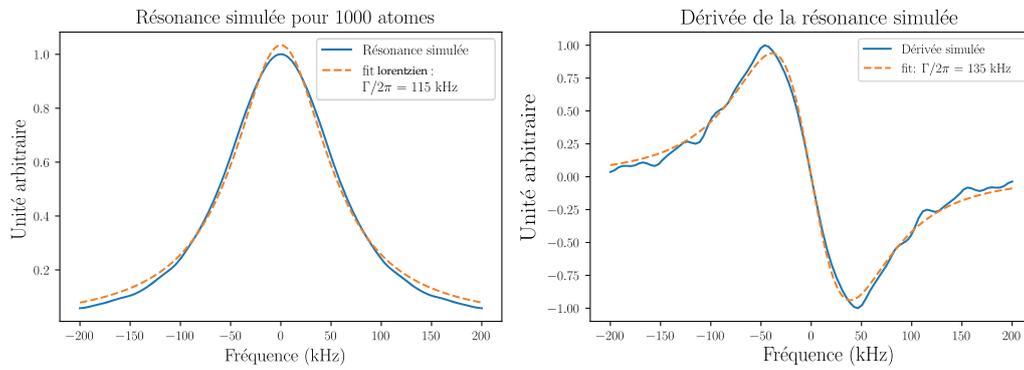


FIGURE 4.10 – **Résultat d’une simulation de 1000 atomes ayant des temps de transit différents, calculés à partir de leur vitesse transverse, toutes piochées aléatoirement dans une distribution de Maxwell-Boltzmann.** La prise en compte de l’ensemble de ces atomes élargit considérablement la raie par rapport au cas d’un atome unique. On retrouve les oscillations observées précédemment, signe que certains atomes ont des temps de transit faibles devant l’inverse du taux d’absorption. La courbe de droite est la dérivée numérique de la courbe de gauche et sont toutes deux ajustées respectivement par une lorentzienne (à gauche) et sa dérivée (à droite). Les deux algorithmes d’ajustement ne convergent pas vers la même valeur de largeur, 115 kHz pour la courbe de gauche et 135 kHz sur la courbe de droite, cela est probablement dû au fait que la résonance n’est pas une vraie fonction lorentzienne. Dans cette simulation, on a choisi une intensité du laser rouge de $30 \mu\text{W cm}^{-2}$ et une longueur d’interaction au sein du faisceau rouge de 2 mm.

Pour conclure, on a vu que pour les raies étroites où les temps typiques d’absorption sont longs, le temps d’interaction entre les atomes et le laser rouge est un facteur limitant la résolution de la raie. La puissance du laser joue aussi un rôle important et il nous faut trouver un compromis entre saturer la transition afin d’obtenir le signal de shelving, et utiliser le moins de puissance possible pour ne pas élargir la raie de manière trop importante. Nous nous sommes aussi rendu compte que tenir compte de l’ensemble des temps de transit possibles contribuait aussi à élargir la résonance.

Nous allons à présent comparer cette simulation à une mesure expérimentale type. Nous commencerons par expliquer comment nous obtenons ce type de courbe en pratique et ce qui nous permettra d’introduire deux paramètres jouant un rôle important dans la qualité du signal obtenu.

4.3.3 Obtenir le signal dispersif

Comme dit à plusieurs reprises, bien qu’on doive avoir recours à des intensités lumineuses grandes devant $I_{\text{sr}} = 3 \mu\text{W cm}^{-2}$, il faut toutefois veiller à ne pas élargir de manière trop importante la raie. Il nous faudra donc travailler avec des intensités lumineuses très faibles, et donc des signaux de shelving impossibles à visualiser directement sur un oscilloscope. C’est pourquoi il est indispensable d’envoyer le signal bleu détecté vers une détection synchrone². Une fois correctement paramétré, cet appareil permet d’amplifier et de filtrer de signal de la photodiode de sorte à obtenir le meilleur rapport signal à bruit en sortie. Ainsi, en modulant la fréquence du laser à 689 nm grâce au modulateur acousto-optique MAO₁ schématisé dans le chapitre précédent (figure 3.21), on peut obtenir la dérivée du signal de shelving en sortie de la détection synchrone. Dans la suite, nous partirons du principe que la détection synchrone

2. Il s’agit du Lockin Amplifier SR530 de l’entreprise Stanford

est correctement réglée aussi bien concernant les temps d'intégrations que les degrés d'amplification, ici nous allons discuter de l'importance du réglage de la modulation de fréquence et de son impact sur la largeur du signal démodulé. Cela nous permettra de nous placer dans un régime où la modulation ne limite pas la résolution de la raie et donc de comparer nos courbes expérimentales avec les simulations faites précédemment.

A) Fréquence et amplitude de modulation

On rappelle l'expression du champ électrique du laser rouge lorsqu'on lui applique une modulation à la fréquence ω_m et une amplitude $\Delta\omega$.

$$E(t) = E_0 e^{-i(\omega + \Delta\omega \sin(\omega_m t + \phi))t} \quad (4.28)$$

où E_0 est l'amplitude du champ électrique et ϕ la phase du signal de modulation. Idéalement, on souhaite que les atomes ne soient pas sensibles à la modulation du champ électrique, de sorte à ce qu'elle n'altère pas le signal de la résonance. Pour cela, il faut que la fréquence du laser n'ait quasiment pas bougé lorsque les atomes traversent le faisceau. Dit autrement, la vitesse de la modulation de fréquence doit être petite devant le temps nécessaire au système pour atteindre l'équilibre ($T > 1/\Omega$). Ainsi, pour que la modulation de fréquence ne modifie pas l'interaction entre le laser et les atomes pendant leur transit il faut vérifier l'inégalité suivante :

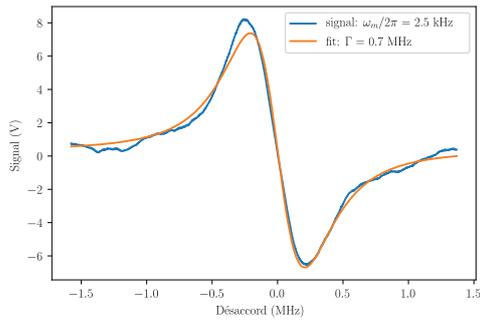
$$\frac{\Delta\omega}{T_m/2} \ll \frac{\Omega}{T}, \quad (4.29)$$

où T_m est la période de modulation ($T_m = 2\pi/\omega_m$). La vitesse de modulation correspond au terme de gauche qui dépend du ratio entre amplitude et fréquence de modulation .

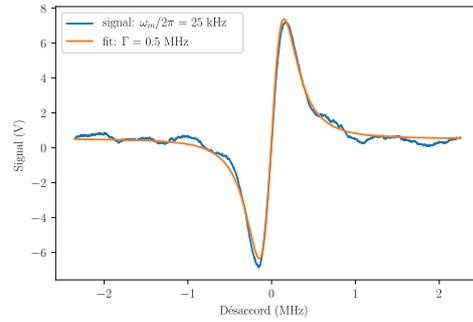
Néanmoins, comme l'amplitude du signal démodulé est directement proportionnel à l'amplitude de la modulation, il n'est pas souhaitable de prendre l'amplitude de modulation la plus petite possible. Si on considère par exemple, des intensités lumineuses typiques de $I_r \sim 50 \mu\text{W cm}^{-2}$ on a $\Omega/2\pi \sim 20 \text{ kHz}$. Il nous faut donc veiller à ce que le ratio $\frac{\Delta\omega}{T_m/2}$ reste petit devant $\frac{\Omega/2\pi}{T} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ Hz}^2$. Une situation possible serait de choisir $\omega_m/2\pi = 2,5 \text{ kHz}$ et $\Delta\omega/2\pi = 25 \text{ kHz}$. Pour voir l'effet des paramètres de modulation sur le signal, une étude a été menée en fixant la puissance des faisceaux rouge et bleu respectivement à $I_r = 1,5 \text{ mW cm}^{-2} \gg I_{sr}$ et $I_b = 0,2 \text{ mW cm}^{-2} \ll I_{sb}$, et en fixant l'amplitude de modulation $\Delta\omega/2\pi = 400 \text{ kHz}$. Cela nous donne $\frac{\Omega}{T} \sim 7,4 \cdot 10^9 \text{ Hz}^2$ caractérisant la vitesse des oscillations de Rabi. Nous avons testés différentes valeurs de fréquence de modulation : 2,5 kHz, 25 kHz et 100 kHz ce qui donne des vitesses de modulation $\frac{\Delta\omega}{2T_m}$ de $5,10^8$, $5,10^9$ et $2,10^{10} \text{ Hz s}^{-1}$. Ces trois données sont représentées sur la figure 4.11. On constate que plus la fréquence de modulation est élevée, plus le rapport signal à bruit est faible. À chaque changement de paramètre (fréquence et amplitude de modulation, intensité des faisceaux...), il nous a fallu systématiquement retoucher aux paramètres de la détection synchrone pour obtenir un signal traitable. Pour des fréquences supérieures à 100 kHz avec le jeu de paramètres cité plus haut, il n'était quasiment plus possible d'obtenir des signaux convenables.

B) Données expérimentales et comparaison avec les simulations

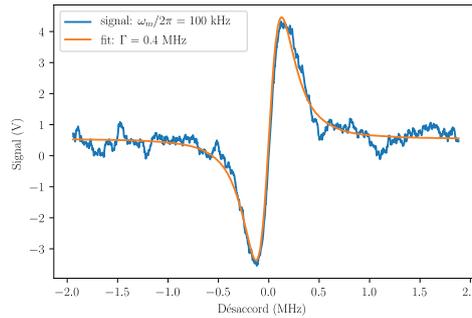
On donne sur la figure 4.12 une courbe expérimentale obtenue avec une intensité lumineuse du faisceau rouge incident d'environ $30 \mu\text{W cm}^{-2}$. Pour obtenir concrètement ce signal, nous avons effectué la modulation avec une fréquence de 2,5 kHz et une amplitude de modulation



(a) Fréquence de modulation : 2.5 kHz



(b) Fréquence de modulation : 25 kHz



(c) Fréquence de modulation : 100 kHz

FIGURE 4.11 – **Signaux détectés après démodulation pour des intensités lumineuses** : $I_r = 1,5 \text{ mW cm}^{-2} \gg I_{sr}$ et $I_b = 0,2 \text{ mW cm}^{-2} \ll I_{sb}$ et une amplitude de modulation $\Delta\omega/2\pi = 400$ kHz fixes. On a fait varier sur chacune de ces figures la fréquence de modulation et donc à fortiori, la vitesse de modulation. Chacune de ces courbes ont été ajustées par la dérivée d'une lorentzienne dont les largeurs sont similaires et valent environ 0,5 MHz. Pour chaque courbe, les réglages de la détection ont été optimisées de sorte à obtenir le signal le plus résolu possible. Plus, la vitesse de modulation était importante, plus il était difficile d'opérer ces réglages.

$\Delta\omega = 35$ kHz . Pour obtenir des signaux traitables, il nous a fallu moyenner les signaux envoyés vers la détection synchrone sur plusieurs secondes. Ces mesures ont donc été obtenues *point à point* en relevant et moyennant les tensions mesurées par un voltmètre en sortie de la détection synchrone, en faisant varier successivement la fréquence du laser rouge et en moyennant sur une dizaine de valeurs mesurées.

En comparant les valeurs d'ajustement des données avec celui de la simulation 4.10, on trouve que l'écart entre les résultats est plutôt faible compte tenu de l'erreur associé au modèle utilisé : expérimentalement on trouve une largeur de $163 \text{ kHz} \pm 4 \text{ kHz}$, d'après les résultats de l'ajustement, contre 135 kHz dans la simulation. On constate aussi de faibles oscillations dans la queue du signal expérimental mais sur ce point, la ressemblance avec les simulations est moins frappante. Il est probable que le modèle actuel demanderait à être perfectionné pour mieux reproduire les données comme par exemple, tenir compte du profil réel d'intensité des faisceaux laser. Pour conclure ce chapitre, nous allons à présent présenter le montage complet de notre spectroscopie de shelving et discuter d'éventuelles améliorations possibles pour l'avenir.

4.3.4 Montage expérimental

Le schéma du montage est représenté sur la figure 4.14 : le strontium est chauffé à 700 K dans un petit réceptacle cylindrique situé au centre d'une cellule de longueur 60 cm et de dia-

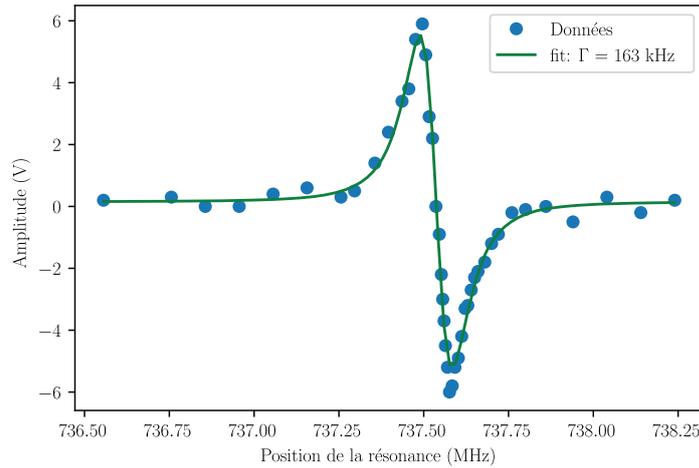


FIGURE 4.12 – **Données expérimentales mesurées en faisant varier la fréquence d’émission du laser rouge.** L’intensité dans le laser rouge à l’aller vaut 30 mW cm^{-2} , sachant qu’on perd de la puissance au travers des hublots et que les atomes absorbent une partie de la lumière incidente, on s’attend à ce que la puissance au retour soit moindre. Pour chacune de ces fréquences on a relevé la valeur de la tension en sortie de la détection synchrone et moyenné sur une dizaine de valeurs. L’échelle des abscisses ici est arbitraire, ce qui nous intéresse c’est la largeur du signal mesuré qui dans ce cas vaut $163 \text{ kHz} \pm 4 \text{ kHz}$ (incertitude de l’ajustement).

mètre 8 mm représentée sur la figure 4.5. Dans cette partie, nous allons discuter de quelques subtilités techniques et conclure sur les possibles améliorations du système actuel.

A) Chauffage et champ magnétique

Le chauffage des atomes est effectué grâce à un câble chauffant Thermocoax, enroulé autour du cylindre contenant les atomes avec un courant d’environ 3 A et une tension d’environ 2 V. L’ensemble est isolé thermiquement grâce à plusieurs couches de mousse isolante (type laine de verre), garantissant en plus de la sécurité, un chauffage le plus homogène possible. Avec ces paramètres, la température mesurée grâce à un fil thermocouple vaut environ 390°C . À cette température, nous avons une absorption du faisceau bleu de l’ordre de 60 % ce qui, comme expliqué dans l’annexe C, est un régime idéal pour effectuer cette spectroscopie. Or, dans la thèse de Stellmer par exemple, la température de leur cellule est plutôt de l’ordre de 600°C ce qui par conséquent, engendre une consommation de strontium dans le four environ 100 fois plus importante. En effet, dans l’article [80] on trouve que la pression de vapeur saturante de strontium augmente exponentiellement avec la température. Dans sa thèse, Stellmer stipule qu’au bout de trois ans il leur a été nécessaire de ré-approvisionner leur four. Ainsi, grâce à cette configuration notre consommation de strontium sera bien inférieure à celle de son expérience et on peut donc espérer ne quasiment jamais avoir à recharger la cellule en strontium.

Par ailleurs, grâce à cette technique de chauffage, le champ magnétique nécessaire pour discriminer les sous-niveaux Zeeman $^3P_1(m_J = 0, \pm 1)$ est naturellement produit par les câbles chauffants. En effet, on peut estimer le champ magnétique généré au centre de N spires grâce au théorème de Biot et Savart. Pour rappel :

$$B_0 = \frac{\mu_0 N I}{\sqrt{L^2 + D^2}} \quad (4.30)$$

où N est le nombre de tours effectués avec le câble chauffant, I le courant qu'on lui applique, L la longueur sur laquelle s'étendent les spires et D leur diamètre. En prenant comme valeur $L \sim 10$ cm, $D \sim 4$ cm, $N \sim 10$ et $I = 2$ A on trouve comme ordre de grandeur : $B_0 \sim 2,3$ G.

À noter qu'avec cette géométrie, on génère un champ magnétique dirigé perpendiculairement à l'axe de propagation des faisceaux lasers. Ainsi, en variant la polarisation des faisceaux rouges, on peut accéder à tous les sous niveaux de la transition 3P_1 : les transitions σ_{\pm} allant respectivement de 1S_0 vers $^3P_1(m = \pm 1)$, la transition π allant de 1S_0 vers $^3P_1(m = 0)$ et les raies de cross-over induites par des transitions entre sous-niveaux $^3P_1(m = \pm 1)$ ou entre les sous-niveaux $m = 0$ et $m = \pm 1$. À part la raie de cross-over des sous-niveaux $m = \pm 1$ et la transition π , la position des autres transitions sont sensibles au champ magnétique, nous avons donc plutôt utilisé les signaux issus des transitions π et cross-over comme référence. Cela nous permettra de prévenir d'éventuelles instabilités en cas de fluctuations du champ magnétique ou de la polarisation des faisceaux bleu. L'amplitude totale du signal sera donc la somme de ces deux contributions et la position absolue de la raie devrait être plus robuste aux fluctuations des polarisations des faisceaux.

Revenons sur l'estimation faite précédemment sur l'amplitude du champ magnétique généré par le câble chauffant. Si celle-ci est correcte, on doit être en mesure de localiser les raies associées aux différentes transitions Zeeman qu'on vient de citer. On rappelle que le facteur de Landé associé à la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ vaut $\mu = 2,1$ MHz/G. Ainsi, pour le champ B_0 estimé ci-dessus, l'écart entre chaque transition doit valoir environ $\mu B_0 \sim 5$ MHz. Cette valeur étant bien plus grande que Γ , ce champ magnétique B_0 serait suffisant pour effectuer correctement la spectroscopie. Pour vérifier cette estimation, nous avons visualisé à l'oscilloscope l'ensemble des raies après démodulation, associées aux différents sous-niveaux Zeeman. Nous avons effectué une rampe en fréquence de 18 MHz sur le laser rouge avec d'importantes intensités lumineuses, aussi bien sur le faisceau bleu que les faisceaux rouge. On trouve un graphe expérimental sur la figure 4.13 sur lequel on retrouve l'ensemble des raies attendues, toutes espacées d'environ 5 MHz. La raie centrale est bien plus intense, probablement en partie par ce qu'elle correspond à la somme entre la raie associée à la transition π et la raie de cross-over entre les sous-niveaux $m = \pm 1$.

B) Concernant la cellule et le gaz tampon

D'autres précisions concernant la cellule sont importantes à noter. Comme on peut le voir sur la figure 4.5, on trouve à ses deux extrémités des hublots CF40 non traités et dont les faces sont parallèles entre elles. On trouve aussi trois autres brides CF16 (non schématisées) placées perpendiculairement à l'axe de la cellule : l'une d'entre elles, située environ à 10 cm d'une des brides CF40, permet de placer une jauge afin de contrôler la pression dans la cellule qui, dans notre cas, est de l'ordre de 10^{-4} mBar. Les deux autres brides CF16 se trouvent face à face, à environ 10 cm de la deuxième bride CF40. Une d'entre elles est simplement bouchée tandis que l'autre est raccordée à un système comprenant une pompe primaire/turbo de l'entreprise *Pfeiffer* et une bouteille d'Argon. En effet, dans la thèse de Simon Stellmer [85], il est conseillé de maintenir une pression dans la cellule de l'ordre de 10^{-3} mBar de sorte à réduire le libre parcours moyen du strontium. Cela dans le but d'éviter qu'il ne se colle aux hublots CF40 et les rende opaques avec le temps. Ne sachant pas initialement quel niveau de vide nous pourrions atteindre, nous avons donc mis en place un dispositif qui nous permettrait de rajouter du gaz tampon dans la cellule pour y augmenter la pression. Dans cette même thèse il est conseillé

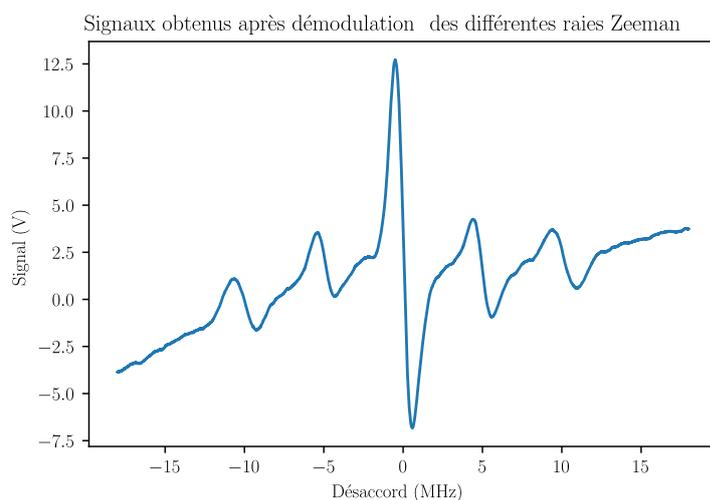


FIGURE 4.13 – **Signal récupéré sur l’oscilloscope en sortie de détection synchrone.** L’amplitude de la rampe effectuée sur la fréquence d’émission du laser est de 18 MHz, la fréquence de modulation utilisée pour la détection synchrone était de 4 kHz et l’amplitude de 200 kHz. L’offset du signal a été réglé « à la main » à partir de la détection synchrone de sorte à ce que le signal soit centré autour de 0 V. Les intensités lumineuses des faisceaux étaient de $I_b = 55 \mu\text{W cm}^{-2}$ pour le bleu est de $I_r = 1 \text{ mW cm}^{-2}$ pour le rouge.

d’utiliser de l’argon plutôt que de l’azote car des réactions chimiques peuvent se produire avec le strontium. Même si notre niveau de vide était déjà très proche des 10^{-3} mBar suggéré, nous avons quand même essayer de rajouter de l’argon dans la cellule, mais nous nous sommes aperçus qu’augmenter la pression détériorait énormément la qualité des signaux mesurés jusqu’à même les faire complètement disparaître. Des détails sont donnés dans l’annexe C en complément de l’étude comparative entre nos résultats et ceux du LPL.

Par ailleurs, la température au centre de la cellule décroît très rapidement le long du tube et il est tout à fait possible de la toucher à 10-15 cm du centre. Or, comme les hublots se trouvent environ deux fois plus loin, on peut estimer qu’en moyenne les atomes ce seront collés aux parois de la cellule avant de parvenir jusqu’aux hublots. Ainsi, le risque d’opacification des hublot est naturellement minime. En tout cas, depuis la mise en place du système expérimental aux environ de septembre 2018, aucune trace d’éventuel dépôt n’est visible ni ne semble amoindrir l’intensité des faisceaux transmis.

C) Système de rétro-réflexion et de détection

Il est important de bien séparer à la sortie de la cellule les faisceaux rouge et bleu. En effet, si une fraction du faisceau rouge modulé arrive sur la photodiode elle pourrait parasiter le signal de spectroscopie. Pour séparer les deux faisceaux à la sortie de la cellule on utilise une lame dichroïque identique à celle utilisée pour les superposer. Néanmoins on a noté qu’une quantité non négligeable de faisceau rouge était aussi réfléchi en sortie de cellule. Pour pallier à ce problème, on a rajouté un filtre optique devant le capteur de la photodiode de sorte à laisser passer uniquement la lumière bleu. On s’est aperçu que cela augmentait significativement le rapport signal à bruit des signaux qu’on obtenait.

Concernant la fraction rouge du faisceau transmise par le miroir dichroïque, celui-ci sera réfléchi par un prisme rétro-rélecteurs. Il aurait été tout à fait possible de placer un simple

miroir pour effectuer cette réflexion. Toutefois, nous avons expliqué dans le chapitre 1 qu'un mauvais alignement entre les faisceaux pompe et sonde de la spectroscopie par transfert de modulation entraînait une distorsion de la résonance. On détaille plus précisément dans la partie VII de l'annexe C, l'élargissement et le décalage attendu de cette dernière en fonction d'un mauvais parallélisme entre les faisceaux rouges aller et retour. On montre que pour un mauvais alignement de 1 mrad, la résonance serait 310 kHz plus large et décalée de 190 kHz. Pour la raie à 461 nm cela n'est pas extrêmement critique car la résonance est large, mais ici on doit absolument s'affranchir de tout décalage spectral. Pour minimiser les erreurs d'alignement entre les faisceaux aller et retour du faisceau rouge nous avons donc choisi d'utiliser un prisme rétro-réflécteur garantissant des écart angulaires entre faisceau incident et réfléchi jusqu'à 10^{-4} mrad, plutôt qu'un miroir en sortie de la cellule.

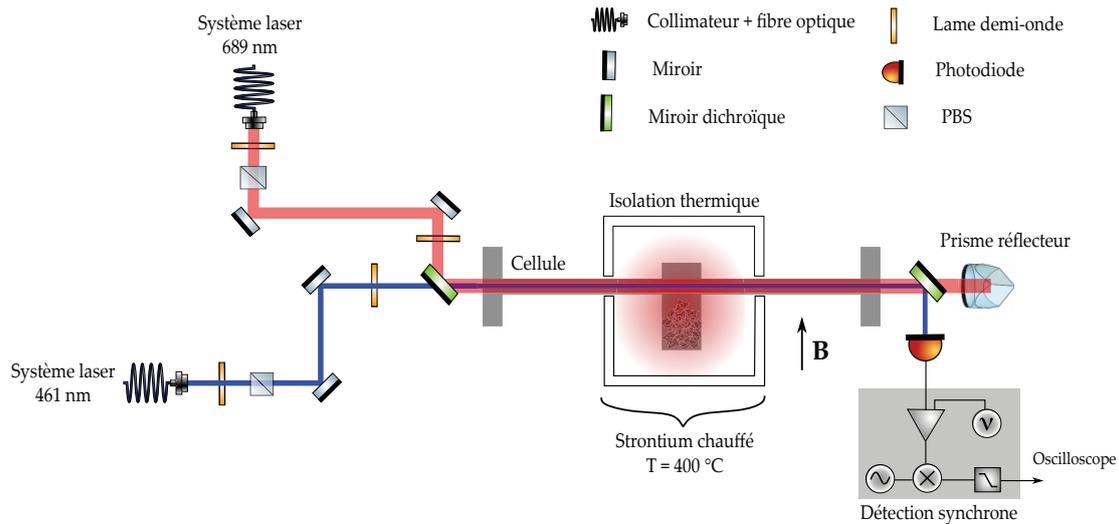


FIGURE 4.14 – Schéma du montage spectroscopique actuellement mis en place sur l'expérience. Deux faisceaux à 461 nm et 689 nm sont superposés grâce à une lame dichroïque en entrée de la cellule contenant le strontium chauffé à 400 °C. Le waist et la puissance des faisceaux sont respectivement de $w_b = 0,4$ mm et $P_b = 30 \mu W$ pour le faisceau bleu, et de $w_r = 4$ mm avec P_r qu'on fait varier pour le faisceau rouge. Le laser bleu est asservi sur la lampe à cathode creuse décrite au chapitre 1 tandis que le laser rouge est scanné autour de la résonance par l'intermédiaire d'un modulateur acousto-optique (voir schéma du système laser rouge sur la figure 3.21). À la sortie de la cellule, les deux faisceaux sont à nouveau séparés grâce à une lame dichroïque : le faisceau rouge est réfléchi par un prisme rétro-réflécteur et le faisceau bleu est détecté par une photodiode sur laquelle on regarde le signal.

4.3.5 Améliorations possibles

Dans cette dernière section, nous allons discuter de pistes envisagées pour améliorer le montage actuel. Ces idées se basent principalement sur les difficultés qu'on a pu rencontrer expérimentalement, en particulier sur le remplissage de la cellule.

1) La cellule de spectroscopie

Comme discuté un peu plus haut, la température décroît très rapidement (~ 10 cm) entre le centre de la cellule et les extrémités. Il n'est probablement pas nécessaire d'avoir une cellule aussi longue (40 cm devrait suffire), on gagnerait ainsi en compacité. D'autre part, du fait que la cellule soit monobloc, l'a remplir de strontium est une opération assez compliqué. Avoir un réservoir indépendant, relié au reste de la cellule par une bride par exemple, serait beaucoup

plus confortable pour effectuer le remplissage.

Un autre point important concernant la cellule est celui des hublots CF40. En effet, ces deux hublots sont parallèles l'un par rapport à l'autre, ce qui provoque très probablement des effets de cavité au sein de la cellule, d'autant plus que nos hublots ne sont pas traités. Une première possibilité serait donc de remplacer nos hublots actuels par des hublot traités anti-reflets aux deux longueurs d'onde utilisées. Il serait bien aussi dans la perspective d'une nouvelle cellule, de mettre un angle arbitraire entre ces deux hublots de sorte à supprimer les effets d'interférence au sein de la cellule. Cela garantirait notamment une meilleure stabilité expérimentale.

Nous avons vu dans cette partie qu'en ce qui concerne la spectroscopie des raies étroites, plusieurs facteurs sont à prendre en compte pour éviter l'élargissement de la résonance : l'intensité lumineuse I_r ne doit pas être trop importante et le temps d'interaction entre les atomes et le laser doit être grand devant la pulsation de Rabi ainsi que le taux d'absorption. Un autre aspect à prendre en compte pour maximiser la qualité du signal détecté est le réglage de la détection synchrone : la vitesse de la modulation de fréquence doit être petite devant celle des oscillations de Rabi. Aujourd'hui malheureusement, du fait de la géométrie de notre cellule on ne peut pas avoir des temps de transits aussi long qu'on le souhaite, ce qui limite la résolution de la raie. Toutefois, les courbes expérimentales actuelles nous permettent de résoudre la position de la raie à l'ordre du kilohertz, ce qui est amplement suffisant pour nos applications : la calibration des dérives de la cavité haute finesse présentée dans l'annexe B, ou encore pour positionner la fréquence du laser rouge proche de la résonance et obtenir le PMO rouge.

Troisième partie

Simulations et reconstruction des images obtenues par microscopie atomique

Une dernière partie qui a occupé une part non négligeable de ce travail de thèse, porte sur l'élaboration d'un algorithme de reconstruction qui permettra de traiter les images acquises par le microscope à atomes. Ce dernier fait partie d'une famille de systèmes d'imagerie plus large, ayant un pouvoir de résolution à l'échelle atomique. Les microscopes à atomes en particulier sont des solutions d'imageries récentes, de plus en plus utilisés depuis une dizaine d'années. Avant d'entrer dans une description plus détaillée de cette technique, nous allons effectuer l'état de l'art actuel des différentes méthodes d'imagerie à l'échelle de l'atome unique. On soulignera notamment les perspectives de recherches qu'elles permettent d'envisager et en particulier celle qui concernera les premières années de cette expérience.

Techniques d'imagerie à résolution atomique : état de l'art

Une très grande majorité des idées développées dans cette partie ainsi que les références qui y sont citées, proviennent d'un article de revue édité en 2016 par Herwig Ott sur la détection d'atomes uniques dans des gaz quantiques ultra-froids [67]. Ici nous proposons d'en résumer les idées principales, de sorte à situer notre expérience au sein du contexte scientifique. Nous expliquerons au passage la nécessité de mettre en place un microscope à atomes sur notre montage.

Depuis la mise au point de techniques expérimentales permettant de manipuler les atomes indépendamment, un grand nombre d'études ont pu être entreprises. En particulier, les premiers systèmes de pièges et de réseaux optiques [39]-[51] ont permis de manipuler les atomes individuellement et d'accéder non plus seulement à la dynamique macroscopique des systèmes quantiques, mais aussi à leur propriétés microscopiques. En effet, à la différence des MOT où les atomes diffusent continuellement des photons, pièges et réseaux optiques permettent de réduire fortement l'émission spontanée. Cela a donc pour effet de préserver la cohérence des systèmes quantiques et donc d'accéder à un grand nombre de variables microscopiques. À titre d'exemple, on peut citer trois champs expérimentaux très actifs actuellement, qui nécessitent à la fois un grand degré de contrôle des systèmes étudiés et une imagerie atomique *in-situ* : l'étude des phénomènes de transport dans des systèmes modèles de physique des solides [14]; l'évolution de systèmes quantiques ouvert, à N corps et dont la dynamique est principalement gouvernée par le couplage entre le système étudié et un réservoir extérieur [26]; et l'étude de la dynamique hors-équilibre de systèmes fermés, à N corps et où l'interaction entre particules est contrôlée expérimentalement [73]-[20].

Cette liste n'est pas exhaustive, et c'est plus précisément le domaine de la physique hors équilibre qui sera étudié par notre expérience dans ses premières années d'activité. Dans cette perspective, une imagerie capable de résoudre les atomes individuellement permet d'étudier les propriétés microscopiques locales d'un système hors équilibre, mais aussi ses propriétés globales. En particulier, il a été montré dans l'équipe de Munich en 2012 [20] que les corrélations entre particules dans un gaz unidimensionnel en interaction, présentaient une vitesse de propagation finie [52] (prédiction de Lieb-Robinson 1972), leur conférant conséquemment un profil de dispersion similaire à un cône de lumière.

Imager les atomes à l'échelle individuelle est donc un enjeu majeur pour étudier le comportement microscopique de la matière. À ce jour, trois techniques principales permettent de détecter les atomes individuellement :

1. Détection directe des particules grâce à une galette de micro-canaux.

Cette technique est intéressante principalement pour des atomes nobles comme l'hélium [89]. En effet, ces derniers possèdent un état métastable d'une énergie suffisante pour arracher des électrons d'une surface métallique. L'idée de cette technique est de laisser tomber les atomes depuis leur piège ou réseau optique sur une galette composée d'un grand nombre de micro-canaux (*multi-channels plate* en anglais). Grâce à l'importante énergie de leur état métastable, ces atomes peuvent arracher des électrons de la surface des canaux au moment du choc. Ces derniers sont ensuite amplifiés électroniquement et permettent de reconstruire la position du choc avec une grande précision. En connaissant la durée de la chute des atomes, on peut compléter la position donnée par la galette de micro-canaux et reconstruire la distribution en vitesse des atomes à trois dimensions [17]. Bien que ce type de méthode permette de résoudre très précisément la vitesse des atomes initialement piégés, l'efficacité de détection est assez faible (25 % typiquement [67]) et ne se limite qu'à des atomes dont les niveaux d'énergies leurs permettent d'emmagasiner une énergie interne élevée.

2. Détection par ionisation

Plusieurs techniques reposant sur l'ionisation des atomes permettent d'obtenir des images extrêmement résolues. Par exemple, il a été montré dans l'équipe de Ott du laboratoire de Mainz, qu'en envoyant un faisceau d'électrons directement sur la cible d'atomes piégés [35]-[78], on pouvait adresser chaque atome individuellement et les guider jusqu'à un channeltron³ grâce à un champ électrique. La zone sur laquelle les atomes sont ionisés est définie par le diamètre du faisceau d'électrons utilisé. En balayant l'ensemble du nuage d'atomes étudiés avec ce faisceau, on peut reconstruire très précisément sa distribution spatiale. Néanmoins pour les atomes neutres, le processus d'ionisation est moins efficace que celui de la fluorescence et donne donc lieu à des temps d'imagerie plus importants. D'autres techniques comme la photo-ionisation [4] ou encore l'ionisation par l'intermédiaire d'un champ électrique [40] permettent la détection d'atomes uniques. Cependant, ces techniques sont assez complexes à mettre en place expérimentalement.

3. Détection par fluorescence

De la même manière qu'on peut voir la fluorescence d'un nuage piégé dans un MOT, on peut effectuer une imagerie à l'atome unique en collectant les photons diffusés par chacun d'entre eux. Pour cela, il est nécessaire d'avoir un dispositif optique possédant une grande ouverture numérique de sorte à collecter un maximum de photons. Pour augmenter le rapport signal à bruit de l'image, il suffit d'allonger le temps d'interaction entre le faisceau d'imagerie et les atomes. Néanmoins, nous verrons qu'une des difficultés de ce type de solutions, est de maintenir les atomes confinés dans leur piège pendant l'ensemble de la durée de la fluorescence. Un autre point à prendre en compte est celui de la profondeur de champ du système optique. En effet, utiliser une lentille pour collecter les photons émis limite l'étude de système à maximum deux dimensions (pas d'imagerie 3D possible). De plus, les atomes qui composent le réseau optique sont généralement séparés de quelques centaines de nano-mètres, correspondant à peu près à la distance inter-site du réseau optique. Ainsi, pour être en mesure de discerner au mieux un atome de son voisin, il faut un système optique capable de travailler au plus proche

3. Appareil reposant sur le même principe de fonctionnement qu'un photo-multiplicateur mais pour des électrons. D'ailleurs, une galette de micro-canaux n'est ni plus ni moins qu'une matrice de petits channeltrons.

de la limite de diffraction. Aussi bien du fait de ce recouvrement inter-site que pour automatiser le traitement des images obtenues, il est indispensable de disposer d'un algorithme de reconstruction capable de déterminer la présence ou non d'un atome dans chaque site du réseau optique.

La première démonstration d'un tel système d'imagerie fut expérimentée sur un gaz d'atomes bidimensionnel par l'équipe de Greiner à Cambridge en 2009 [8]-[7]. Cette méthode d'imagerie s'est très largement répandue aujourd'hui [81]-[93]-[59] car son champ d'application est extrêmement large, et particulièrement adapté à l'ensemble des domaines de recherche cités précédemment.

Comme le strontium est un atome neutre, qui ne dispose pas d'un état métastable suffisamment énergétique pour la première méthode présentée, c'est la microscopie par fluorescence qui sera mise en place sur l'expérience, dont un schéma de principe est donné sur la figure 4.15. Sur ce schéma on a représenté le plan d'atomes bidimensionnel en train de fluorescer grâce à un faisceau non représenté. Une fraction de ces photons seront collimatés par une lentille asphérique située à une fraction de milli-mètres des atomes et que nous avons d'ores et déjà achetée. Il s'agit d'une lentille traitée anti-reflet provenant de l'entreprise *Edmund Optics* de diamètre 25 mm, d'une ouverture numérique de 0.6 et de focale 18.75 mm. Une fois collimatés, le faisceau passe au travers un hublot de la chambre de science avant d'arriver à un système optique qui sera composé principalement composé d'un télescope visant à faire focaliser l'ensemble des photons collectés sur le capteur d'une caméra CMOS⁴ composée de 2560x2160 pixels mesurant 6.5 μm et dont nous disposons déjà. Ce système optique reste encore à définir, ce qui nous permettra de connaître le grandissement total de ce dernier⁵. Pour effectuer les premières études de l'algorithme de reconstruction, nous avons choisie des valeurs qui nous paraissait raisonnables de l'ordre de 3 ou 5 pixels pour résoudre un site du réseau optique. La taille des pixels de cette caméra mesurent

4. Modèle Zyla de l'entreprise Andor.

5. À partir de simulation sous *Zemax* réalisée par Florence Nogrette et de mesures expérimentales détaillées dans les sections suivantes, nous avons pu estimer le que le grandissement du système optique complet devrait être d'environ 60.

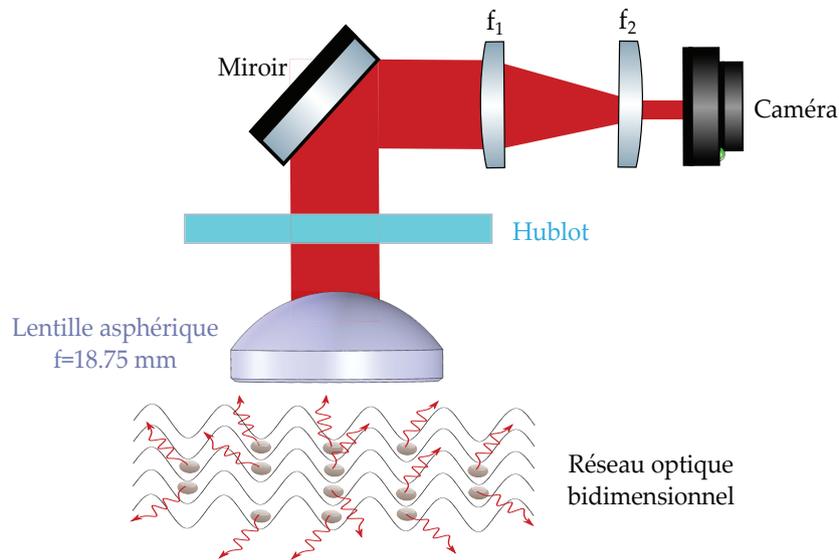


FIGURE 4.15 – **Schéma de principe du montage optique de l'imagerie par fluorescence.** On collecte une fraction des photons émis par les tomes piégés dans le réseau optique grâce à une lentille asphérique de focale 18.75 mm. Une fois collimatés, le faisceau lumineux passe par un hublot de la chambre à vide pour arriver vers un système optique encore à déterminer mais qui aura pour objectif de faire focaliser l'ensemble des photons collectés sur le capteur d'une caméra CMOS.

Dans cette dernière partie nous commencerons donc par présenter le système expérimental tel qu'il est envisagé aujourd'hui. Nous présenterons ensuite la technique qui nous permettra de garder les atomes piégés au fond des sites pendant la phase d'imagerie : le refroidissement par bandes latérales. Nous présenterons ensuite la simulation qui nous a permis de reproduire des images types des futures expériences. Ces simulations joueront un rôle clef dans l'élaboration de l'algorithme de reconstruction car elle permettront de tester ses performances. Nous finirons par présenter les prémices de cet algorithme en décrivant notamment des études de préliminaires qui nous ont permis d'estimer un régime dans lequel on s'attend à un fonctionnement correct de ce dernier.

Description du système physique étudié et reconstruction d'image

Contents

5.1	Description du système expérimental	167
5.1.1	Schéma expérimental	167
5.2	Garder les atomes piégés pendant la phase d'imagerie	169
5.2.1	L'avantage des raies étroites	169
5.2.2	Traitement semi-classique du refroidissement par bandes latérales	173
5.2.3	Une imagerie de la parité du nombre d'atomes par site	176
5.3	Nécessité d'un algorithme de reconstruction de la position des atomes	176
5.3.1	Modèles de reconstruction actuels	177
5.4	Simulation des configurations atomiques dans le plan objet	180
5.4.1	Hamiltonien de Bose-Hubbard : quelques rappels	180
5.4.2	Prise en compte du profil d'intensité des faisceaux du réseau optique : Hamiltonien final	181
5.4.3	Simuler la répartition des atomes dans le réseau optique : plan objet	182
5.5	Simulation dans le plan image	185
5.5.1	PSF idéale : la tâche d'Airy	185
5.5.2	PSF plus proche de la réalité : mesure directe	188
5.5.3	Prise en compte de deux sources de bruits	192
5.6	Algorithme de reconstruction d'images : première version	197
5.6.1	Discussions à propos de deux paramètres critiques	197
5.6.2	Principe de fonctionnement de l'algorithme et perspectives	198

5.1 Description du système expérimental

Dans cette première section nous allons présenter succinctement comment sera préparé expérimentalement le système physique qui nous permettra d'effectuer les expériences de dynamique hors-équilibre. En particulier, nous décrirons la chambre de science qui sera prochainement ajoutée au système à vide actuel. D'avantage de détails sur le système optique entourant cette chambre seront donnés dans la thèse de Clémence Briosne-Frejaville l'an prochain.

5.1.1 Schéma expérimental

Jusqu'à présent, nous avons présenté le système expérimental qui permet de générer les MOT bleu et rouge, étapes indispensables à l'obtention d'un gaz dégénéré de strontium. Les expériences quant à elles seront effectuées dans une chambre indépendante, bien plus grande, qui n'est pas encore montée sur le système à vide à ce jour. La figure 5.1 représente le système à vide complet, tel qu'il est envisagé actuellement. On retrouve notamment sur cette image quelques parties du montage présentées précédemment comme le ralentisseur Zeeman et la chambre des MOT. Mais on y trouve aussi une chambre supplémentaire, la chambre de science, où se dérouleront les expériences. Cette chambre provient de l'entreprise *Kimball*¹, mesure environ 30 cm de diamètre extérieur et possède 8 hublots de dimensions CF40 (environ 7 cm de diamètre utile).

On peut s'interroger sur la nécessité d'une chambre indépendante car à priori, effectuer un transport d'atomes à quelques micro-Kelvin de la chambre MOT vers une chambre de science située 30 cm plus loin semble être plutôt un inconvénient.

Une des raisons principales pour laquelle nous avons choisi d'effectuer un tel déplacement est l'accès optique. En effet, parmi les différents sujets d'études que traitera cette expérience, un certain nombre nécessitera que les atomes se trouvent dans un état de Rydberg. Cela implique de mettre en place des électrodes idéalement au plus proche des atomes pour limiter l'intensité des champs électriques mis en jeu. De même pour le microscope à atomes, il est préférable de placer la lentille asphérique qui collectera les photons au plus proche des atomes afin de maximiser l'ouverture numérique du système optique. On a donc deux contraintes expérimentales assez encombrantes comme le montre les schémas *SolidWorks* de la chambre de science réalisés par Florence Nogrette et représentés sur les figures 5.2a et 5.2b. On peut voir qu'avec la présence des électrodes ainsi que des lentilles asphériques il reste peu de place pour faire passer des faisceaux laser. Il aurait été impossible, ou en tout cas très complexe, de réaliser dans cette même chambre à la fois les deux étapes de MOT ainsi que les réseaux optiques à 1064 nm nécessaires pour faire les expériences. Tout cela sans compter l'espace autour de la chambre à vide qui serait complètement saturé en optiques, compliquant aussi bien le montage que l'alignement. Sur les schémas 5.1 et 5.2, nous avons repéré par des flèches le rôle des différents faisceaux qui seront installés autour de la chambre de science :

- en vert le faisceau de transport à 1064 nm qui va permettre de déplacer le nuage d'atomes depuis le piège magnéto-optique rouge de la chambre MOT vers la chambre de science ;
- en rouge clair les faisceaux à 1064 nm permettant de créer une *galette* d'atomes dans le pan horizontal grâce à un confinement important sur l'axe vertical ;

1. Référence : MCF 800-SphOct-G2C8.

- en bleu les faisceaux à 1064 nm qui permettront de générer le réseau optique horizontal et où se dérouleront les expériences.
- en orange le faisceau de l'imagerie par fluorescence à 689 nm (uniquement visible sur la figure 5.2b), envoyé avec un angle de 45°C par rapport à l'axe optique sur les atomes.

On se rend donc bien compte qu'un tel montage est déjà extrêmement complexe sans inclure les systèmes optiques associés aux MOT bleu et rouge. C'est pourquoi nous avons décrété qu'il serait plus simple et surtout plus stable sur le long terme de séparer les étapes de refroidissement laser et celles de l'obtention du condensat de Bose-Einstein et des expériences.

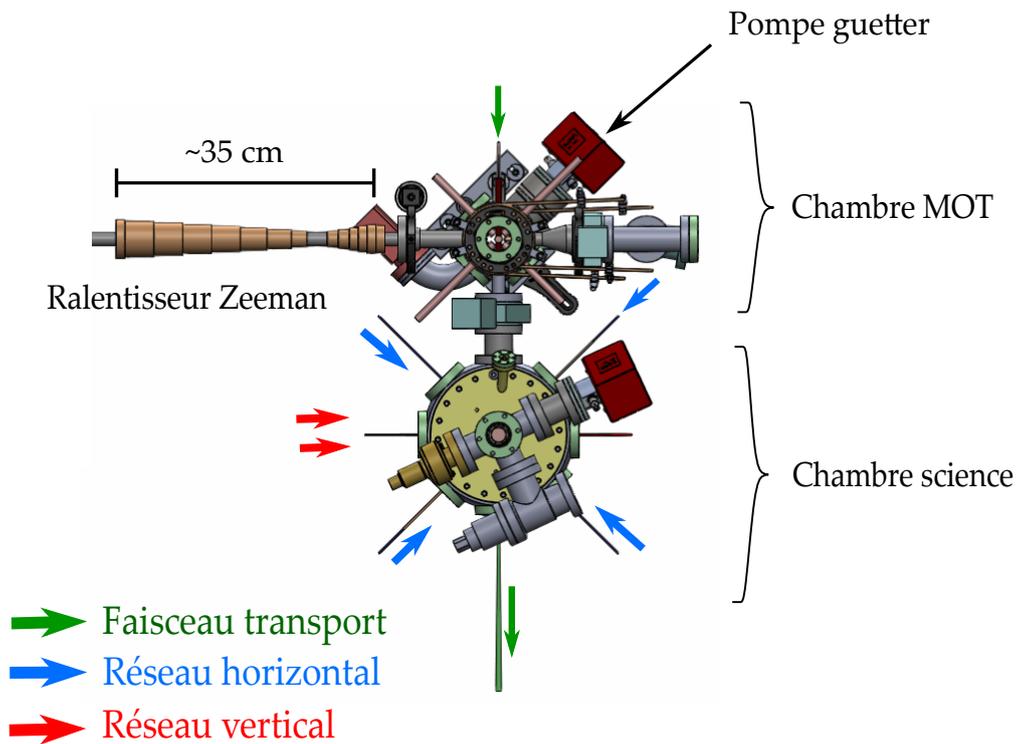


FIGURE 5.1 – Schéma *SolidWorks* représentant le système à vide du ralentisseur Zeeman jusqu'à la chambre de science non encore installée. On a représenté à tire informatif le faisceau qui transportera les atomes de la chambre des MOT vers la chambre de science ainsi que les deux paires de faisceaux qui permettront de former le plan d'atomes (réseau vertical) et ceux qui permettront de former le réseau optique à 2D (réseau horizontal).

Remarques :

1. L'angle de 45° entre le faisceau de l'imagerie et le plan d'atomes permet de coupler le faisceau au mouvement de l'atome de manière à peu près équivalente dans les trois axes du réseau de confinement. C'est à dire que l'impulsion des photons posséderait une projection non nulle sur chacun des trois axes.
2. Comme on peut le voir sur la figure 5.2a, dans la pratique on ne placera pas qu'une seule lentille asphérique sous vide mais deux. Une permet de collecter une fraction des photons émis par les atomes avant d'être envoyés vers le système de détection. La deuxième lentille permet d'aligner ou de manipuler les atomes pour des expériences futures. Une autre fonction que permet de remplir cette deuxième lentille, est la collimation d'une fraction de photons émis dans la direction opposée à la première lentille. Cela dans le but de limiter les réflexions parasites sur les parois de la chambre à vide.

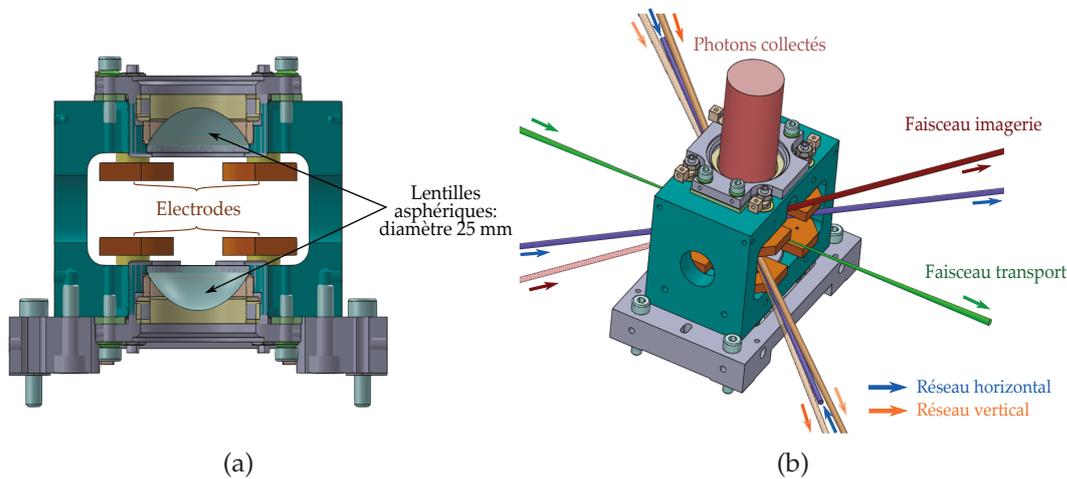


FIGURE 5.2 – Schéma SolidWorks du support permettant de tenir deux lentilles sous vide et deux quadruplets d'électrodes. Ce système se trouvera au centre de la chambre de sciences. Ici nous n'avons pas représenté les câbles électriques qui devront être présents aussi sous vide. On peut voir sur la figure de droite les différents faisceaux nécessaires : le faisceau transport, le faisceau pour l'imagerie et les faisceaux permettant de générer les réseaux verticaux et horizontaux.

Une fois les photons collectés et collimatés par une des deux lentilles asphériques, ils seront envoyés vers un système optique qui devrait avoir un grandissement G total de l'ordre de 50. Il s'agit de l'ordre de grandeur typique utilisé sur d'actuelles expériences qui possèdent un microscope à atomes.

Le système optique qui permettra cette détection est en cours de conception.

5.2 Garder les atomes piégés pendant la phase d'imagerie

5.2.1 L'avantage des raies étroites

Comme nous venons de le présenter, les atomes seront disposés dans un réseau optique bidimensionnel préparés grâce à deux paires de faisceaux à 1064 nm. Parmi les contraintes expérimentales discutées précédemment, nous avons évoqué la nécessité de piéger les atomes tout au long de leur exposition avec le faisceau d'imagerie. En effet, en fonction de la manière avec laquelle on fait fluorescer les atomes, ces derniers peuvent sortir du réseau optique par chauffage. Une manière de procéder est de refroidir les atomes tout au long de leur phase de fluorescence. Deux techniques couramment utilisées et assez similaires permettent cela : le refroidissement par bandes latérales [93] et le refroidissement *Raman* par bandes latérales [91]. Elles reposent toute deux sur des transitions entre niveaux vibrationnels formés par un piège ou un réseau optique. La première de ces techniques est celle qui sera implémentée sur notre expérience. Elle tire profit de la finesse spectrale de la raie d'intercombinaison pour permettre de résoudre les niveaux vibrationnels des états électroniques. Lorsque l'atome utilisé ne possède pas de raie suffisamment étroite, comme la plupart des atomes alcalins par exemple, c'est plutôt la deuxième méthode qui est implémentée. Nous allons donc présenter dans les grandes lignes la technique de refroidissement par bandes latérales. Il n'est pas question de redéfinir l'ensemble de la théorie associée à cette technique, on propose pour cela le cours de Caroline Champenois [18] et l'article de Eschner de 2003 [30] qui traitent de manière détaillée le problème appliqué aux ions piégés. Ici nous nous contenterons de détailler uniquement les étapes

principales permettant de bien comprendre le phénomène.

Le réseau optique bidimensionnel dans lequel seront produites les expériences est formé grâce aux interférences de deux paires de faisceaux laser à 1064 nm. Chaque maximum d'intensité représente un site du réseau optique. Pour simplifier les explications, nous allons rester dans le cas unidimensionnel et ne décrire le phénomène physique selon l'axe des \hat{x} . Dans ce cadre, ces interférences correspondent à un potentiel périodique du point de vue des atomes qu'on définit comme suit :

$$V(x) = V_0 \sin^2(kx), \quad (5.1)$$

où V_0 est l'amplitude des puits de potentiels du réseau optique, réglable par l'intermédiaire de l'intensité des faisceaux lasers.

Un des processus dont il faut s'affranchir pendant la phase de fluorescence est le déplacement des atomes par effet tunnel d'un site à l'autre. Pour réduire fortement la probabilité d'un tel évènement, on se place généralement dans un régime où la profondeur des puits de potentiel est grande devant l'énergie de recul d'un atome : $V_0 \gg E_r$.

Cette limite est appelée limite des liaisons fortes. Sous cette condition, les atomes sont localisés au fond des puits ($kx \ll 1$) et on peut effectuer un développement limité de l'expression 5.1 :

$$V(x) \sim V_0 k^2 x^2, \quad (5.2)$$

ce qui permet de considérer chaque site du réseau optique comme un potentiel harmonique, dont on donne l'expression des niveaux d'énergies E_v :

$$E_v = \hbar\Omega \left(v + \frac{1}{2} \right), \quad (5.3)$$

où Ω est la fréquence de confinement de chaque potentiel harmonique dont on rappelle l'expression :

$$\hbar\Omega = 2\sqrt{V_0 E_r}. \quad (5.4)$$

Un deuxième phénomène à éviter lors de la phase d'imagerie, qui est intrinsèquement lié au premier, est l'excitation d'atomes vers des niveaux vibrationnels E_v élevés de l'oscillateur harmonique. Pour cela, il faut que la profondeur des puits vérifie aussi $V_0 \gg \hbar\Omega$. Compte tenu de ces deux conditions, il vient naturellement une hiérarchie des énergies mises en jeux :

$$E_r \ll \hbar\Omega \ll V_0. \quad (5.5)$$

Cette situation correspond au régime de *Lamb-Dicke*. Il est commode d'introduire le paramètre η pour définir la condition que doit vérifier le système pour se trouver dans ce régime :

$$\eta = \frac{E_r}{\hbar\Omega}, \quad (5.6)$$

où $E_r = \hbar k/m$ est l'énergie de recul de l'atome.

Une autre façon d'exprimer cette condition est de dire que l'extension spatiale des puits de potentiel doit être bien plus petite que l'écart entre site du réseau optique. Pour cela, on donne la relation entre la fréquence de confinement Ω et la taille de l'oscillateur harmonique x_{oh} qui

caractérise l'extension spatiale des puits du réseau optique :

$$x_{\text{oh}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}}. \quad (5.7)$$

Ainsi, le régime de Lamb-Dicke est vérifié lorsque $\eta = kx_{\text{oh}} \ll 1$.

Pour que les refroidissements par bandes-latérales et Raman fonctionnent, il est impératif de se trouver dans ce régime. En pratique, cette condition est facilement vérifiée dans un réseau optique. En effet, rappelons l'expression du potentiel dipolaire en fonction de l'intensité des faisceaux du réseau optique [39] :

$$V_0 = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma_b}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma_b}{\omega_0 + \omega} \right) I, \quad (5.8)$$

où Γ_b est la largeur de la transition à 461 nm, $\omega_0/2\pi$ la fréquence de résonance associée, et I l'intensité totale ressentie par un atome provenant des faisceaux formant le réseau optique.

Rigoureusement, pour obtenir l'expression du potentiel dipolaire, on devrait tenir compte de l'ensemble des transitions possibles pour un atome de strontium depuis son état fondamental. Néanmoins, comme c'est la raie à 461 nm qui est la plus large ($\Gamma_b/2\pi = 30.5$ MHz), on peut considérer que c'est cette dernière qui domine dans la valeur de V_0 .

Donnons quelques chiffres pour le cas du strontium :

$$E_r \sim 10 \text{ kHz}. \quad (5.9)$$

La puissance typique des lasers qui forment les réseaux optiques est de l'ordre de 50 W. En considérant un waist de 300 μm pour le faisceau, cela nous donne les valeurs numériques suivantes :

$$V_0 \sim 20 E_r, \quad (5.10)$$

et donc finalement : $\eta \sim 0.12$

Le régime de Lamb-Dicke est donc bien accessible expérimentalement dans le cas du strontium.

On vient donc de voir qu'avec une profondeur de potentiel $V_0 \sim 20 E_r$, l'écart entre niveaux vibrationnels vaut $\Omega \sim 80$ kHz. Comme on peut le voir sur la figure 5.3, pour être en mesure d'effectuer des transitions entre niveaux vibrationnels $v \leftrightarrow v'$, il faut que la largeur de la transition Γ soit bien inférieure à l'écart entre deux de ces niveaux Ω . En effet, sont représentés sur ce schéma les deux niveaux mis en jeu dans le cas du strontium et dans l'approximation harmonique : le niveau fondamental 1S_0 et le niveau excité 3P_1 . On note respectivement v_i et v'_i les i èmes niveaux vibrationnels des niveaux fondamentaux et excités. La largeur associée à cette transition $\Gamma_r/2\pi = 7.4$ kHz est bien inférieure à l'écart entre deux niveaux vibrationnels Ω pour un potentiel $V_0 \sim 20 E_r$.

On peut donc grâce à cette transition étroite, réaliser des transitions entre le niveau fondamental et les niveaux excités, dans des états vibrationnels particuliers. Sur la figure 5.3 par exemple, on voit qu'on peut réduire le quanta de vibration d'un atome de strontium d'une unité lors d'une excitation de l'état 1S_0 vers 3P_1 . Nous allons montrer dans la suite que lors de sa désexcitation, le quantum de vibration est en moyenne conservé. Ce qui implique donc une réduction globale d'un quantum de vibration entre l'état initial et final de l'atome après un cycle d'absorption émission. Le désavantage de cette transition étroite est qu'elle implique un taux

de diffusion de photons relativement faible. Pour obtenir un rapport signal à bruit suffisant pour rendre la reconstruction d'image possible, il est probable qu'on soit contraint d'imposer un temps d'exposition du faisceau assez important (plusieurs secondes) et donc d'allonger la durée des cycles expérimentaux.

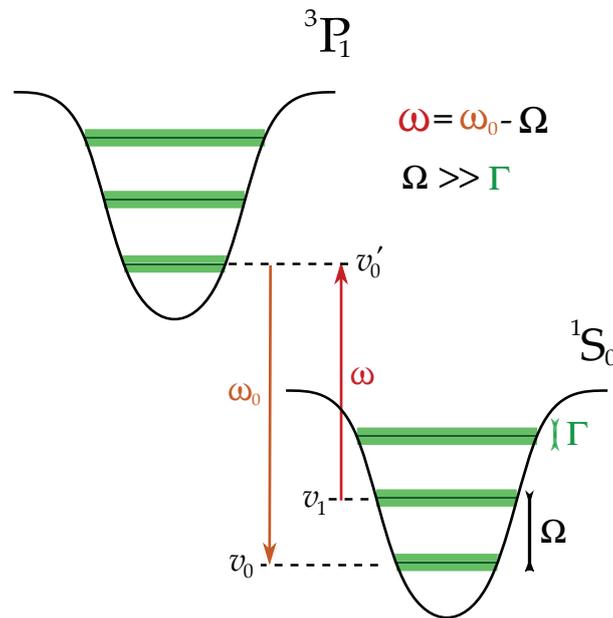


FIGURE 5.3 – Schéma de principe du refroidissement par bandes latérales appliqué à la raie d'intercombinaison du strontium. Ici les conditions $\eta \ll 1$ et $\Gamma \gg \Omega$ sont vérifiées de sorte à se trouver dans le régime de Lamb-Dicke. Un atome de strontium se trouve initialement dans l'état vibrationnel v_1 du niveau 1S_0 peut être excité dans le niveau v'_0 de l'état 3P_1 . Pour cela, un faisceau laser à 689 nm doit émettre à une fréquence $\omega = \omega_0 - \Omega$. Une fois excité, l'atome peut ensuite émettre un photon et retomber à nouveau vers l'état fondamental sans changement de son quantum de vibration : $\Delta v = v_0 - v'_0 = 0$.

Pour pallier à ce problème de temps de diffusion, on pourrait imaginer utiliser plutôt la transition large du strontium ($\Gamma_b/2\pi = 30$ MHz) et effectuer une imagerie à 461 nm. Néanmoins du fait de largeur de cette transition, l'ensemble des niveaux vibrationnels se recouvriraient et formeraient un continuum d'énergies dans chacun des deux potentiels harmoniques ($\Gamma_b/2\pi \gg \Omega$). C'est donc par ce qu'elles permettent de résoudre les niveaux vibrationnels que les transitions étroites confèrent un avantage technique non négligeable à l'imagerie par fluorescence. Quelques atomes possèdent des résonances étroites accessibles expérimentalement comme le strontium dans notre cas de figure, ou encore l'ytterbium par exemple [59]-[93]. À l'origine, cette méthode fut expérimentée sur des ions [30] facilement manipulables grâce à des champs électrostatiques générés par des électrodes [67]. Pour confiner des atomes neutres, il est nécessaire d'employer des lasers de grandes puissances (plusieurs dizaines de watts typiquement), de sorte à se trouver dans le régime de Lamb-Dicke. Pour former l'ensemble des réseaux et pièges optiques dont nous allons avoir besoin, nous avons fait l'acquisition de deux lasers provenant de l'entreprise ALS : il s'agit de lasers fibrés oscillants autour de 1064 nm et dont la puissance de sortie est d'environ 50 W.

5.2.2 Traitement semi-classique du refroidissement par bandes latérales

À présent que nous avons justifié en quoi la raie étroite du strontium permet d'effectuer des transitions entre niveaux vibrationnels, nous allons détailler le processus qui permet de garder les atomes localisés au fond des puits de potentiels pendant la phase d'imagerie.

On admettra tout au long de cette partie qu'on se trouve dans le régime de Lamb Dicke : les atomes de strontium sont donc piégés au fond des puits de potentiels créés par l'interférences des faisceaux lasers du réseau optique. D'après ce qu'on vient de voir, les différents états énergétiques des atomes peuvent être assimilés à des potentiels harmoniques composés de niveaux vibrationnels. Le Hamiltonien de l'atome piégé s'écrit donc [25][18][30] :

$$\hat{H}_{\text{oh}} = \hbar\Omega \left(\hat{\mathcal{V}} + \frac{1}{2} \right), \quad (5.11)$$

où Ω correspond à l'écart entre deux niveaux vibrationnels ν et $\hat{\mathcal{V}}$ à l'opérateur nombre de ce même quantum vibrationnel :

$$\hat{\mathcal{V}} = \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (5.12)$$

où \hat{a}^\dagger et \hat{a} sont respectivement les opérateurs création et annihilation de quanta vibrationnels. Pour rappel, ces deux opérateurs agissent sur les états vibrationnels des atomes de la manière suivante [18] :

$$\hat{a}^\dagger |v\rangle = \sqrt{v+1} |v+1\rangle \quad (5.13)$$

$$\hat{a} |v\rangle = \sqrt{v} |v-1\rangle \quad (5.14)$$

Pour faire fluorescer les atomes piégés, on leur envoie un faisceau laser autour de la résonance $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$. Ici on traitera le champ électrique de manière classique de sorte à ce que le couplage entre les atomes et le rayonnement soit décrit par l'opérateur dipolaire électrique \hat{D} décrit dans de nombreux cours et articles [25][18][31][46]. Ici on se placera dans le cas à une dimension :

$$\hat{H}_{\text{Dip}} = \hat{D} \cdot E(x) = \frac{\hbar\Omega}{2} \left(e^{ik\hat{x}} |e\rangle\langle g| + e^{-ik\hat{x}} |g\rangle\langle e| \right), \quad (5.15)$$

où \hat{x} est l'opérateur position de l'atome et $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ sont les états propres de l'opérateur dipolaire \hat{D} correspondant respectivement à l'état excité et à l'état fondamental. Le Hamiltonien total du système s'écrit alors :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{oh}} + \hat{H}_{\text{Dip}}, \quad (5.16)$$

où \hat{H}_0 est le hamiltonien de l'atome seul :

$$\hat{H}_0 = -\hbar\omega_0 |e\rangle\langle e|. \quad (5.17)$$

Pour décrire l'état d'énergie et de vibration d'un atome, on définit une base commode qui couple ces différents états : $\{|g, \nu\rangle, |e, \nu'\rangle\}$ ². Afin de mettre en évidence les probabilités de transition par unité de temps d'un atome initialement excité dans un niveau $|e, \nu'\rangle$ vers un des états fondamentaux $|g, \nu\rangle$, on va utiliser la règle d'or de Fermi [25][6][22] :

$$\mathcal{P}_\nu = \frac{2\pi}{\hbar} |W_{\nu, \nu'}|^2 \delta(E_\nu - E_{\nu'}), \quad (5.18)$$

2. Il s'agit simplement du produit tensoriel entre les niveaux d'énergies $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ et les niveaux vibrationnels $\{|\nu\rangle, |\nu'\rangle\}$: $|g, \nu\rangle = |g\rangle \otimes |\nu\rangle$ et $|e, \nu'\rangle = |e\rangle \otimes |\nu'\rangle$.

où $W_{v,v'}$ est le terme de couplage entre un atome piégé dans le potentiel harmonique et le laser. Ici on décrit uniquement les transitions cohérentes, il n'est question ni d'émission spontanée ni d'émission stimulée. Ainsi, le terme de couplage correspond donc au potentiel dipolaire :

$$W_{v,v'} = \sum_{v=0}^{\infty} \langle v | \hat{H}_{\text{Dip}} | v' \rangle . \quad (5.19)$$

On est donc en mesure de calculer les probabilités associées à l'ensemble des transitions possibles. Ici, nous allons nous en tenir à dériver les probabilités associées aux transitions prépondérantes uniquement. Pour cela nous allons calculer la valeur moyenne du Hamiltonien \hat{H} pour un atome se trouvant initialement dans un état vibrationnel v'_0 de l'état 3P_1 en sommant sur l'ensemble des niveaux vibrationnels v du niveau fondamental 1S_0 :

$$\sum_v \langle g, v | \hat{H} | e, v' \rangle = \langle g | \otimes \left(\sum_{v=0}^{\infty} \langle v | \hat{H}_{OH} | v' \rangle \right) \otimes | e \rangle + \sum_{v=0}^{\infty} \langle v | \otimes (\langle g | \hat{H}_{\text{Dip}} | e \rangle) \otimes | v' \rangle \quad (5.20)$$

$$= \hbar\Omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \delta_{v,v'} + \frac{\hbar\Omega}{2} \sum_{v=0}^{\infty} \langle v | e^{-ik\hat{x}} | v' \rangle . \quad (5.21)$$

Le premier terme de cette équation ne joue un rôle que sur des transitions qui conservent le quantum vibrationnel de l'atome. Seulement le dernier terme couple les niveaux vibrationnels entre eux. On appelle les différents termes de la somme $\sum_{v=0}^{\infty} \langle v | e^{-ik\hat{x}} | v' \rangle$ les facteurs de Franck Condon.

Ils correspondent au recouvrement des fonctions d'ondes entre deux niveaux vibrationnels, modulé par un facteur $e^{-ik\hat{x}}$: plus ce recouvrement est important, plus la probabilité que l'atome se désexcite dans ce niveau particulier l'est aussi. On peut alors expliciter le terme de couplage de l'équation (5.19) :

$$W_{v,v'} = \sum_{v=0}^{\infty} \langle v | \hat{D} | v' \rangle = \frac{\hbar\Omega}{2} \sum_{v=0}^{\infty} \langle v | e^{-ik\hat{x}} | v' \rangle . \quad (5.22)$$

Rappelons qu'on se trouve dans le régime de Lamb-Dicke, c'est à dire $\eta \ll 1$. On rappelle qu'on peut exprimer le paramètre η en fonction de l'extension spatiale de l'oscillateur harmonique x_{oh} d'après l'équation (5.7) :

$$\eta \equiv kx_{oh} \ll 1 , \quad (5.23)$$

Or comme on se trouve dans le régime de Lamb-Dicke, on peut effectuer un développement limité de l'exponentielle au premier ordre de l'exponentielle se trouvant dans l'équation 5.22. Cela nous donne :

$$W_{v,v'} = \frac{\hbar\Omega}{2} \sum_{v=0}^{\infty} \langle v | (1 + ik\hat{x}) | v' \rangle , \quad (5.24)$$

qu'on peut réécrire en fonction du coefficient η en exprimant l'opérateur position \hat{x} explicitement sous sa forme quantifiée³ :

$$W_{v,v'} = \frac{\hbar\Omega}{2} \sum_{v=0}^{\infty} \langle v | (1 + i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})) | v' \rangle . \quad (5.25)$$

3. Pour rappel, l'expression de l'opérateur position dans la base des états \hat{a} et \hat{a}^\dagger s'écrit : $\hat{x} = x_{oh}(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$.

On peut alors appliquer les opérations de créations et d'annihilations de quanta de vibrations ν , il ne reste dans ce cas plus que trois termes de couplage : $\nu = \nu'$ et $\nu = \nu' \pm 1$:

$$W_{\nu,\nu'} = \frac{\hbar\Omega}{2} \sum_{\nu=\nu'-1}^{\nu'+1} \left[\delta_{\nu,\nu'} + i\eta \left(\delta_{\nu+1,\nu'} \sqrt{\nu+1} + \delta_{\nu,\nu'-1} \sqrt{\nu'} \right) \right]. \quad (5.26)$$

On retrouve dans cette expression les trois transitions prépondérantes dans l'approximation de Lamb-Dicke : une transition qui conserve le nombre quantique vibrationnel de l'atome, et deux autres qui ajoutent et enlèvent un quantum de vibration ν respectivement. On peut en déduire les probabilités par unité de temps associées à ces différentes transitions. Pour cela, on prend le module au carré du terme de couplage $W_{\nu,\nu'}$ pour appliquer la règle d'or de Fermi (5.18) :

1. **Cas où $\nu = \nu'$:**

$$\mathcal{P}(\nu = \nu') \sim \Omega^2 \quad (5.27)$$

2. **Cas où $\nu = \nu' + 1$:**

$$\mathcal{P}(\nu = \nu' + 1) \sim \Omega^2 \eta^2 (\nu' + 1) \quad (5.28)$$

3. **Cas où $\nu = \nu' - 1$:**

$$\mathcal{P}(\nu = \nu' - 1) \sim \Omega^2 \eta^2 \nu', \quad (5.29)$$

On constate sur ce jeu d'équations que la probabilité prépondérante est celle correspondant à une transition sans changement du quantum vibrationnel ($\Delta\nu = 0$). Ainsi, en accordant le faisceau de l'imagerie de sorte à reproduire le schéma de la figure 5.3, on peut ramener tous les atomes se trouvant initialement dans le niveau vibrationnel $\nu = 1$ de l'état fondamental 1S_0 vers le niveau vibrationnel $\nu = 0$ et ainsi conserver leur confinement tout au long de l'imagerie.

La répartition initiale des atomes dans le réseau optique étant très dépendante de la température des atomes et de la profondeur des sites du réseaux optique notamment. Le désaccord du faisceau d'imagerie sera donc adapté de sorte à maximiser la durée pendant laquelle les atomes fluorescent sans sortir de piège.

Par ailleurs, on constate sur les probabilités écrites précédemment que la transition faisant gagner un quantum de vibration est prépondérante devant celle qui en fait perdre un. Ce phénomène est clairement visible expérimentalement dans l'article de Yamamoto de 2016 [93]. On a extrait de leur article la figure 5.4 qui est une mesure de spectroscopie des niveaux vibrationnels de l'ytterbium. Sur ce graphe, on peut voir les taux de fluorescence associés aux trois transitions citées précédemment. Le pic central correspond aux atomes qui se sont désexcités sans changer leur quantum de vibration, le pic de droite noté S_B correspond à la transition qui rajoute un quantum de vibration à l'atome et le pic de gauche noté S_R correspond à la transition menant à une diminution d'un quantum de vibration.

Au vu de l'asymétrie des deux pics latéraux et des probabilités écrites précédemment, on peut prédire que les niveaux vibrationnels mis en jeu sont assez faibles. En effet, si ν' était grand, on s'attendrait à ce que l'asymétrie entre les pics S_R et S_B soit peu marquée. En utilisant le ratio $S_R/S_B = 0.32$ donnée dans l'article, on peut en déduire le niveau vibrationnel ν' vers lequel l'atome est excité est environ égal à 2.

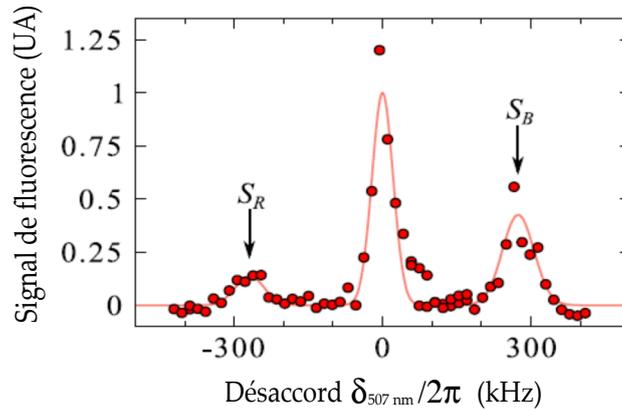


FIGURE 5.4 – Figure extraite de l’article de Yamamoto en 2016 provenant d’une équipe Japonaise travaillant sur l’ytterbium [93]. La figure présente le résultat d’une mesure de spectroscopie dans laquelle on peut voir le taux de fluorescence associé aux atomes selon des transitions soit qui conservent le niveau vibrationnel (pic central), soit qui rajoutent un quantum de vibration (S_B) ou qui en ôte un (S_R). En utilisant le résultat de l’article : $S_R/S_B = 0.32$ on peut déterminer le niveau vibrationnel v' vers lequel a été excité l’atome et on trouve $v' \sim 2$.

Nous avons donc montré qu’on était en mesure de garder les atomes confinés au fond des sites du réseau optique pendant leur phase de fluorescence. En effet, grâce à l’étroitesse de la raie du strontium à 689 nm, on peut arriver à exciter un atome en réduisant son quantum de vibration. Puis, lors de la désexcitation de l’atome, on a vu que ce quantum de vibration restait en moyenne inchangé.

5.2.3 Une imagerie de la parité du nombre d’atomes par site

A priori, rien ne contre-indique la présence de plusieurs atomes dans un même site du réseau optique. Or, à cause du phénomène très efficace de collisions inélastiques assistées par la lumière⁴, le nombre d’atomes final dans chaque site vaudra soit 0 soit 1 [74]-[27]. Ce processus met en jeu deux atomes dont l’un se trouve dans un niveau électronique excité et qui, au moment de leur collision, peuvent former une liaison moléculaire par l’intermédiaire d’un photon. L’énergie cinétique résultante de cette réaction est très élevée ce qui induit nécessairement l’expulsion de la molécule diatomique formée hors du réseau optique. Ainsi, tous les sites qui contiennent un nombre pairs d’atomes se retrouveront vides après un laps de temps extrêmement court devant celui des temps typiques d’imagerie (plusieurs secondes). De même, les sites qui en contiennent un nombre impair se retrouveront peuplés de seulement un atome au bout d’une fraction de micro-secondes. L’imagerie par fluorescence est donc une imagerie de la parité du nombre d’atomes par site et non pas de leur nombre exact.

5.3 Nécessité d’un algorithme de reconstruction de la position des atomes

Rappelons que l’un des premiers objectifs de notre expérience est de mesurer des fonctions de corrélations spatiales dans un réseau bidimensionnel. Pour obtenir de telles mesures, il

4. Ce processus est une forme de photoassociation sauf qu’ici on ne vise pas un état moléculaire volontairement. En effet, la liaison moléculaire issue de l’interaction entre les deux atomes et le photon est fortuite. Ce processus est une limitation de l’imagerie par fluorescence car on est fondamentalement dans l’incapacité de déterminer le nombre exact d’atomes par site.

est indispensable de reconstruire la répartition des atomes dans le piège le plus fidèlement possible à la réalité. Dans un premier temps, nous allons présenter le type d'algorithmes actuellement fonctionnels sur d'autres expériences et donnerons le cahier des charges que le notre doit remplir.

5.3.1 Modèles de reconstruction actuels

Comme expliqué plus haut, pour effectuer l'imagerie in-situ on collecte les photons émis ou diffusés de chaque atome composant le piège grâce à une lentille de collection et un système optique pour les focaliser sur une camera. À titre d'exemple, on peut voir sur la figure 5.5 une image type obtenue sur l'expérience rubidium 87 de Greiner au MIT [8]-[7]. La distance entre chaque site du réseau optique est de 640 nm, la longueur d'onde d'émission des atomes de 780 nm (l'image est colorisée) et l'ouverture numérique du système optique peut être variée de 0.55 à 0.8. Chaque tâche visible représente l'image d'un atome par le système optique de cette expérience. En général, on modélise ces dernières par une fonction appelée fonction d'étalement du point (PSF pour *Point Spread Function* en anglais) de sorte à reproduire au mieux chacune des tâches détectées.

La forme de l'image détectée dépend principalement de deux aspects : les propriétés d'émission des atomes et les caractéristiques du système optique utilisé. Les atomes seront considérés comme des point sources émettant des ondes planes et la forme de l'image issue de l'un d'entre eux, diffractée par le système optique, dépend de la longueur d'onde d'émission, de l'ouverture numérique et des aberrations associées à ce système optique. En particulier, à cause des inhomogénéités des aberrations et du réseau d'atomes, l'image associée à l'émission de l'un d'entre eux peut être sensiblement différente de celle d'un autre atome situé ailleurs sur le réseau optique. Ainsi, la PSF de chaque atome peut être différente a priori. Il est néanmoins assez courant dans les algorithmes actuels de n'avoir recours qu'à une seule PSF pour reconstruire l'ensemble des positions atomiques dans le réseau optique.

On peut voir sur la figure 5.5 que dans les zones peu denses où les atomes sont très espacés les uns des autres, il est assez facile de déterminer la présence ou non d'un atome car leurs images associées le sont aussi. Toutefois, on peut constater que la largeur de chaque tâche détectée est de l'ordre de l'écart entre deux sites du réseau optique. Il est donc plus difficile de distinguer et repérer la position précise des atomes lorsque qu'ils se situent côte à côte. C'est pourquoi il est indispensable de mettre au point un algorithme capable de déterminer la présence ou non d'un atome dans un site donné afin de reconstruire la répartition des atomes dans le réseau optique avec le moins d'erreurs possibles.

Quasiment tous les systèmes d'imagerie par fluorescence travaillent en limite de diffraction. Néanmoins, du fait de la proximité des longueurs d'ondes du réseau optique et des faisceaux d'imagerie, elles sont toutes confrontées à cette problématique de recouvrement entre les images de deux atomes voisins.

Une solution assez courante aujourd'hui est d'utiliser des algorithmes basés sur des produits de convolution entre une fonction modélisant l'image des atomes et une matrice contenant leurs positions dans le réseau optique. L'idée de cette méthode de reconstruction est de minimiser l'écart entre la position des atomes sur cette matrice et l'image réelle. D'après la littérature à ce sujet [81]-[3], la PSF choisie pour reproduire l'émission des atomes est déterminée en moyennant une centaine d'images d'un atome seul avec un important temps d'exposition. En effet, plus le nombre de photons émis est important, plus la PSF pourra reproduire fidèle-

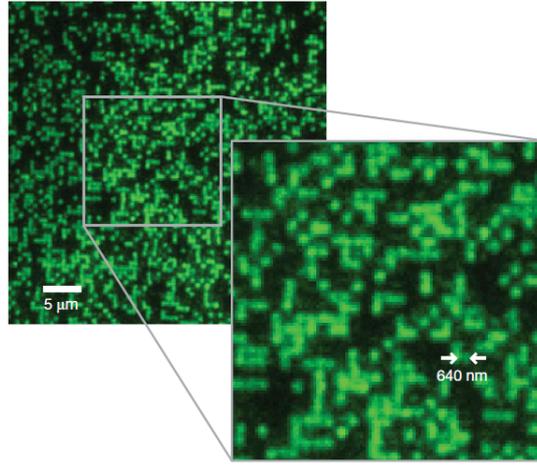


FIGURE 5.5 – Image d’un plan d’atomes après fluorescence extraite de l’article de Bakr et al. de 2009 [8]. Chaque tâche correspond à l’image d’un atome après le système optique utilisé. On peut voir dans les zones de faible densité qu’il est assez facile de déterminer la présence ou non d’un atome dans un site du réseau. Cependant, comme l’écart entre deux sites est du même ordre de grandeur que la largeur des tâches de chaque atome, il est plus difficile de déterminer si les photons d’une région donnée proviennent de tel site ou tel autre site voisin.

ment l’image d’un atome après le système optique utilisé. En général, plus l’ajustement entre cette PSF et l’image détectée des atomes est fidèle, plus la reconstruction de l’image réalisée par l’algorithme est juste. Les modèles actuels de PSF sont des fonctions composées de la somme de deux gaussiennes, d’amplitude et de largeur différentes. Dans l’article de Sherson et al de 2010[81], il est donné une expression du signal détecté S pour atome seul :

$$S = C \times PSF \quad (5.30)$$

$$S = C \left[(1 - a)e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_1^2}} + ae^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_2^2}} \right], \quad (5.31)$$

où C est proportionnel au nombre de photons émis par l’atome, σ_1 et σ_2 sont respectivement les largeurs des gaussiennes 1 et 2 et a l’amplitude relative des deux gaussiennes. La figure 5.6 provient aussi de l’article de Sherson et représente une coupe expérimentale de l’image d’un atome obtenu en effectuant une moyenne de 68 images différentes. La ligne rouge représente l’ajustement obtenu à partir de la PSF exprimée en (5.31). Pour cette image les variables d’ajustement obtenues sont égales à : $\sigma_1 = 9.6$ pixels, $\sigma_2 = 2.06$ pixels, $a = 0.075$ et $C = 1050$ coups.

Dans l’article de Sherson [81], l’atome étudié est le rubidium 87 et la transition utilisée pour l’imagerie correspond à la longueur d’onde 780 nm et possède une largeur $\Gamma_{780}/2\pi = 6$ MHz. Les paramètres de l’imagerie associés aux résultats présentés sont de 900 ms pour le temps d’exposition, $\Delta = -7\Gamma_{780} \sim 45$ MHz pour le désaccord du faisceau d’imagerie, $I=4I_{\text{sat}}$ pour son intensité et 60 kHz pour le taux de diffusion de photons. Cela équivaut typiquement à une émission totale de 5.10^4 photons par atome sur l’ensemble de la phase d’imagerie. Parmi ces photons, environ 5.10^3 photons sont émis (efficacité de détection 10%) et dans ces conditions, leur algorithme de reconstruction leur permet de déterminer la présence des atomes par site avec un taux d’erreur très faible, autour 0.5%.

Dans le cas du strontium en revanche, la transition utilisée pour l’imagerie à 689 nm possède une largeur environ mille fois inférieure à celle du rubidium $\Gamma_r/2\pi = 7$ kHz. Bien que notre processus de refroidissement atomique pendant la phase d’imagerie est différent du leur, on

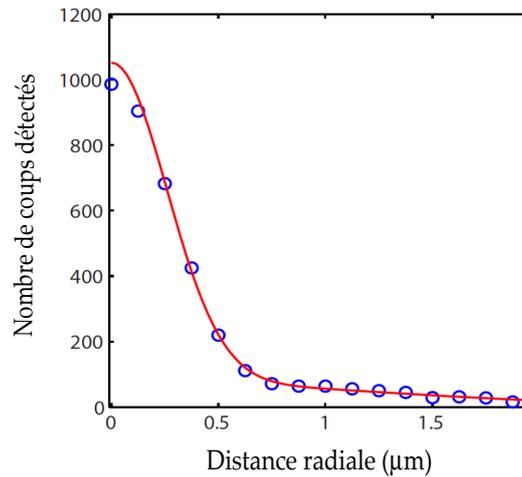


FIGURE 5.6 – **Coupe expérimentale de l’image d’un atome ajustée par une PSF.** Cette courbe est issue de l’article de Sherson et al. de 2010 [81]. En pointillés il s’agit des points expérimentaux obtenus après un moyennage sur 68 images d’un atome seul. La ligne rouge est l’ajustement obtenu grâce à un modèle de PSF décrit dans le texte.

s’attend tout de même à avoir un taux de diffusion bien inférieur au leur. Ainsi, en considérant que notre taux de diffusion sera environ 1000 fois plus faible, il nous faudrait un temps d’exposition de l’ordre de 10 secondes pour obtenir des performances similaires avec leur modèle de reconstruction d’image.

Afin de ne pas rallonger la durée des cycles expérimentaux de manière trop importante, il peut être intéressant de mettre au point un autre algorithme qui permettrait de reconstruire aussi précisément la répartition des atomes dans le réseau optique mais avec un rapport signal à bruit plus faible.

C’est pourquoi nous avons mis en place une collaboration avec deux chercheurs du laboratoire Charles Fabry : Mathieu Boffety et Caroline Kulcsár, spécialisés dans la reconstruction d’images et dans l’optique adaptative. Grâce à leur savoir faire sur le sujet, nous essayons de mettre au point un algorithme permettant de reconstruire la position initiale des atomes dans le réseau optique avec une justesse équivalentes à celles des expériences actuellement fonctionnelles.

Dans cette section nous avons vu que les expériences utilisant des méthodes d’imagerie par fluorescence travaillent généralement en limite de diffraction : la largeur des PSF est comparable à l’écart entre deux sites du réseau optique. C’est pourquoi l’utilisation d’algorithmes de reconstruction est indispensable pour déterminer précisément la répartition spatiale des atomes dans le réseau optique. On a aussi justifié l’intérêt de travailler sur l’élaboration d’un nouveau type d’algorithme pour réduire la durée des cycles expérimentaux. Pour présenter le stade actuel de notre avancement sur ce sujet, la suite de ce chapitre s’articule autour de deux sections principales : dans la première nous présenterons le modèle physique utilisé et la méthode numérique mise au point pour générer des images semblables à celles attendues dans nos expériences. Ces dernières sont importantes car elles nous permettront d’élaborer et de tester l’algorithme de reconstruction d’images à venir. La deuxième partie présente les briques de base sur lesquelles l’algorithme est construit.

5.4 Simulation des configurations atomiques dans le plan objet

À présent que le contexte expérimental et que le cahier des charges sont posés, nous allons détailler le modèle physique qui nous a permis de simuler des images proches de celles attendues dans les futures expériences. Pour cela, nous allons rappeler succinctement le Hamiltonien de Bose-Hubbard⁵ en insistant sur la signification physique des termes qui le composent et des différents régimes possibles. En soulignant différentes hypothèses vérifiées par notre système, nous dériverons une expression simplifiée de ce Hamiltonien, et donnerons la démarche suivie pour simuler les images attendues par notre système optique.

5.4.1 Hamiltonien de Bose-Hubbard : quelques rappels

Selon le modèle de Bose-Hubbard, la dynamique des atomes piégés dans un réseau optique est dictée par deux phénomènes physiques centraux : l'effet tunnel permettant aux atomes de se déplacer d'un site à l'autre avec une amplitude caractérisée par un paramètre noté J . Et l'énergie interaction entre atomes dans un même site définie par un paramètre noté U . Le paramètre J est facilement manipulable expérimentalement : en augmentant l'intensité des faisceaux lasers formant le réseau optique, on augmente aussi la profondeur des sites, ce qui permet de geler la dynamique des atomes d'un site vers l'autre. Dans le cours sur les réseaux optique présenté par Jean Dalibard au Collège de France en 2013 [24], il est montré que le paramètre J décroît exponentiellement avec la profondeur des sites du réseau, tandis que l'énergie d'interaction U elle croît modérément avec cette profondeur. En effet, on peut montrer que dans le cas 1D, cette énergie d'interaction U varie de manière inversement proportionnelle à l'extension spatiale de l'oscillateur harmonique x_{oh} :

$$U = \frac{g}{\sqrt{2\pi x_{\text{oh}}}}, \quad (5.32)$$

avec $x_{\text{oh}} \propto 1/\Omega \propto \sqrt{V_0}$ où on rappelle que V_0 correspond à l'amplitude des puits de potentiels générés par les faisceaux du réseau optique. Le paramètre g caractérise la force des interactions entre particules dans le cas unidimensionnel⁶. Le Hamiltonien de Bose-Hubbard et s'écrit de la manière suivante :

$$\hat{H} = -J \sum_{i,j} \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_i + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i (\hat{n}_i - 1) - \mu \sum_i \hat{n}_i, \quad (5.33)$$

où le premier terme représente la somme des couplages entre sites du réseau, associées au passage par effet tunnel d'un atome situé sur un site i vers l'ensemble de ses plus proches voisins j . On a noté \hat{b}_j l'opérateur annihilation d'une particule située sur un site i dans la base de fonctions de Wannier [24]. Le deuxième terme représente l'énergie d'interaction entre particules sur un site i . On a introduit l'opérateur *nombre de particules* sur le site i : $\hat{n}_i = \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i$. Le dernier terme, caractérisé par le potentiel chimique μ représente le nombre d'atomes que peut contenir chaque site i en moyenne. Ainsi, d'après les définitions précédentes, en contrôlant la profondeur des puits V_0 , on est capable de modifier le rapport U/J entre particules et mettre en évidence la transition de phase d'un état superfluide vers un état isolant de Mott [7] par exemple.

Comme expliqué précédemment, lorsque nous allons effectuer l'imagerie par fluorescence des atomes, ces derniers seront confinés au fond des puits de potentiels formés par le réseau

5. On rappelle que l'isotope du Strontium qui sera utilisé dans les premières expériences est le strontium 84 qui est bosonique.

6. Ce terme est proportionnel à la longueur de diffusion en onde s caractérisant les collisions élastiques entre atomes.

optique. Or comme l'amplitude J associée à l'effet tunnel décroît exponentiellement avec la profondeur du réseau optique, l'effet tunnel est négligeable lors de la phase de fluorescence. Bien que cela ne soit pas le cas pendant la phase qui précède l'imagerie, nous allons tout de même négliger ce terme car il n'est pas indispensable à la génération d'images proches de la réalité. En effet, l'idée de cette simulation d'images n'est pas de reproduire exactement la physique mise en jeu mais uniquement des images similaires aux situations réelles. Or quelle que soit la profondeur de puits du réseau optique, le nuage ressemblera toujours à un paquet d'atomes piégés au centre du piège. On ne tiendra donc pas compte du premier terme de l'équation 5.33 dans notre modèle de génération d'images.

5.4.2 Prise en compte du profil d'intensité des faisceaux du réseau optique : Hamiltonien final

Comme le modèle de Bose-Hubbard est un modèle de physique du solide, il ne tient pas compte des variations d'intensités propres aux faisceaux optiques qui permettent de générer le réseau optique. Or nous avons dit plus haut que la profondeur des puits de potentiels du réseau optique sont directement liés à la puissance des faisceaux laser. En optique gaussienne, l'intensité d'un faisceau décroît plus rapidement qu'une exponentielle selon son axe radial [34]. Afin de tenir compte de ces variations d'intensités, nous avons considéré que le profil d'intensité des faisceaux formant le réseau optique décrivait une parabole pilotée par un paramètre R_{\max} comme le montre le schéma de la figure 5.7. Ce paramètre R_{\max} correspond à une limite au-delà de laquelle il est plus économe énergétiquement pour les atomes de peupler un site profond où se trouve déjà un atome, plutôt qu'un site vide, plus éloigné du maximum d'intensité des faisceaux. Ainsi, on décrira le potentiel V_{RO} ressenti par un atome situé sur un site distant de r du centre du réseau optique comme suit :

$$V_{RO} = -V_0 + \frac{Ur^2}{R_{\max}^2}, \quad (5.34)$$

où V_0 correspond donc à l'amplitude du potentiel le plus profond situé au centre du réseau d'interférences. On a défini le rayon R_{\max} comme la distance à partir de laquelle l'énergie nécessaire pour placer un atome dans un site vide est égale à l'énergie d'interaction U .

Dans ce qui va suivre, nous exprimerons les différentes énergies qui régissent le système en unité de U . Ainsi, compte tenu des considérations évoquées précédemment, le Hamiltonien simplifié du modèle de Bose-Hubbard à deux dimensions que nous allons considérer s'écrit :

$$\hat{H}/U = \sum_{i,j} \hat{n}_{i,j} \frac{(i^2 + j^2)}{2R_{\max}^2} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \hat{n}_{i,j} (\hat{n}_{i,j} - 1) - \frac{\mu}{U} \sum_{i,j} \hat{n}_{i,j} = \sum_{i,j} \hat{E}_{i,j}, \quad (5.35)$$

où on retrouve les trois termes qui régissent la répartition des atomes dans le réseau optique : la variation de l'intensité du faisceau entre le centre et le bord (premier terme), l'interaction entre atomes dans chaque site i, j (deuxième terme) et le nombre d'atomes total contenu dans l'ensemble du réseau optique (troisième terme). On a noté $\hat{E}_{i,j}$ la composante (i, j) associée de l'opérateur énergie totale du système et $\hat{n}_{i,j}$ la composante (i, j) de l'opérateur associé au nombre d'atomes par site.

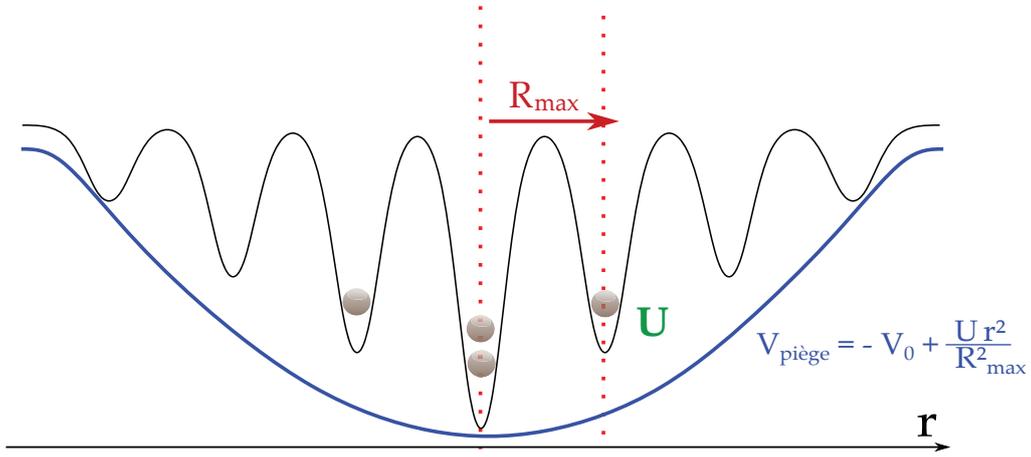


FIGURE 5.7 – Effet des variations d’intensité des faisceaux formant le réseau optique. Plus un site est éloigné du centre, moins sa profondeur est importante. On a modélisé ces variations d’intensité comme une parabole centrée sur la position du waist du faisceau, là où l’intensité est la plus grande. Ainsi, les puits de potentiels sont plus profonds au milieu du faisceau que sur les bords. R_{\max} correspond à l’extension spatiale au-delà de laquelle un atome préférera peupler un site déjà occupé plutôt que d’en peuplé un vide mais plus éloigné du centre.

5.4.3 Simuler la répartition des atomes dans le réseau optique : plan objet

Les atomes contenus dans le réseau optique proviennent du condensat de Bose-Einstein qui sera formé à la fin du cycle de refroidissement atomique. Le remplissage du réseau optique se fait par couplage avec le réservoir d’atomes formés par le condensat. Ainsi, l’ensemble statistique régissant notre système est l’ensemble grand-canonique. Dans ce cadre et compte tenu du Hamiltonien écrit sur l’équation (5.35), la probabilité de trouver $n_{i,j}$ s’écrit [28]-[87] :

$$P_{i,j} = \frac{\exp(-\beta(E_{i,j} - \mu n_{i,j}))}{\mathcal{Z}}, \quad (5.36)$$

où \mathcal{Z} est la fonction de partition de l’ensemble grand-canonique, qui somme l’ensemble des configurations possibles : présence de 1, 2, 3, ..., N_{∞} atomes sur un site (i, j) donné. L’expression de la fonction de partition est la suivante [28]-[87] :

$$\mathcal{Z} = \sum_{n_{i,j}=0}^{N_{\infty}} \exp(-\beta E_{i,j}); \quad (5.37)$$

Nous allons admettre que ni la température $k_B T = 1/\beta$, ni le potentiel chimique μ n’excéderont l’énergie d’interaction U sur l’expérience. Ainsi, le régime limite auquel on peut être confronté est caractérisé par les paramètres suivants :

$$k_B T \sim U \quad (5.38)$$

$$\mu \sim U \quad (5.39)$$

Dans le cas extrême où les équations (5.38) et (5.39) sont vérifiées simultanément, on a déterminé une borne maximale du nombre d’atomes par site noté N_{∞} , de sorte à fixer une borne maximale de la somme exprimée en (5.37). Cela nous permettra de limiter le temps de calcul de la simulation, sans omettre des configurations envisageables. Pour déterminer ce nombre d’atome maximal N_{∞} , on a tracé l’allure des variations de \mathcal{Z} en fonction de différents N_{∞} en appliquant l’équation (5.37) au site situé au centre du réseau optique ($i=j=0$) et en réécrivant l’énergie totale du système 5.35 lorsque les conditions (5.38) et (5.39) sont vérifiées simultanément.

ment :

$$\mathcal{Z} = \sum_{n=0}^{N_\infty} \exp \left[- \left(\frac{n}{2}(n-1) - 2n \right) \right] \quad (5.40)$$

$$= \sum_{n=0}^{N_\infty} \exp \left[- \left(\frac{n}{2}(n-5) \right) \right]. \quad (5.41)$$

La figure 5.8 représente l'allure de la fonction de partition lorsqu'on varie la borne supérieure de la somme N_∞ . On voit que cette dernière tend asymptotiquement vers une constante qu'on a normalisée à 1 dans ce cas de figure. On considèrera qu'à partir de $N_\infty = 6$, les configurations mettant en jeu plus d'atomes par site ont une probabilité négligeable. Cela nous permettra d'optimiser le temps de calcul tout en restant fidèle au cas complet.

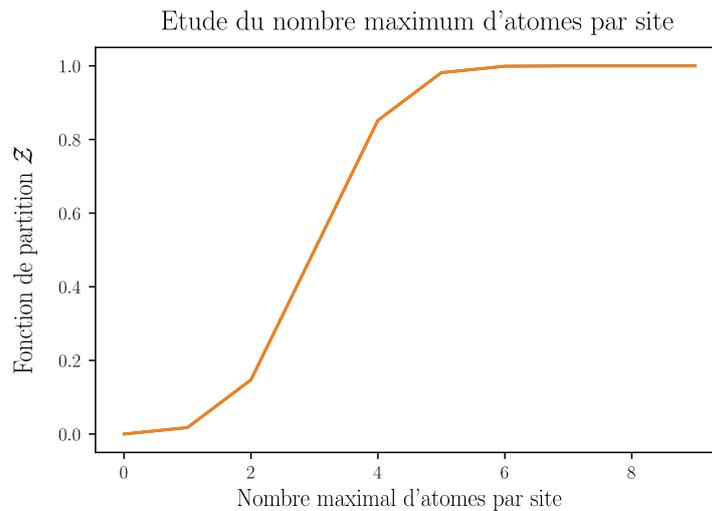


FIGURE 5.8 – Variation de \mathcal{Z} en fonction de N_∞ pour le site situé au centre du réseau optique et dans le régime où $k_B T = \mu = U$. Cette courbe permet d'estimer un nombre maximal d'atomes N_∞ permettant de décrire correctement les probabilités de remplissage des sites. Pour cela on a tracé pour chaque valeur N_∞ la valeur de la fonction de partition. On a ensuite normalisé la courbe de manière à ce que le maximum soit égal à 1.

Rappelons que l'imagerie par fluorescence est une imagerie de la parité du nombre d'atomes. On a montré qu'on était en mesure de calculer pour chaque site ij la probabilité d'y trouver un certain nombre d'atomes entre 0 et 6. Ainsi, pour se retrouver dans une situation similaire à celle dans laquelle se trouveront les atomes dans le plan objet, nous avons remplacé chaque site contenant un nombre pair d'atomes par 0 et chaque site qui en possède un nombre impair par 1. Nous pouvons alors à présent discuter de plusieurs configurations possibles en variant les paramètres T et μ .

- Configuration type « *superfluide* »

Dans ce premier cas de figure, nous avons conservé les mêmes paramètres que dans l'étude précédent, à savoir : $k_B T = \mu = U$.

Dans ce régime, l'énergie thermique des atomes ainsi que le potentiel chimique du système sont de l'ordre de l'énergie d'interaction par site. La figure 5.9 représente une répartition possible des atomes dans un réseau optique de 30×30 sites avec un profil d'intensité de faisceaux $R_{\max} = 5$. On constate que les atomes sont répartis de manière à peu près aléatoire dans une zone du réseau optique légèrement supérieure à R_{\max} . On est dans un cas de figure où la répar-

tition des atomes semble dominée par les effets thermiques : l'interaction répulsive ($U > 0$ dans note cas de figure) entre particules n'est pas suffisante pour empêcher des atomes de peupler un même site, situé plutôt au centre du réseau optique. Ce régime nous permet donc de simuler des situations expérimentales qui ressemble à un régime *superfluide*⁷.

- Configuration isolant de Mott

Dans cette configuration on a réduit la température de sorte à avoir $1/\beta = k_B T = 40 U$ et on a fait varier le potentiel chimique du système μ . On rappelle que dans note cas de figure, ce paramètre permet de faire varier le nombre d'atomes que contient le réseau optique. Dans l'ensemble de ces figures le paramètre associé au profil d'intensité des faisceaux a été fixé à un rayon $R_{\max} = 5$.

On remarque que dans le régime où le potentiel chimique est faible, dont les situations sont représentées sur les figure 5.10a ($\mu = 0.1U$) et 5.10b ($\mu = 0.4U$), lorsqu'on augmente μ le nombre de site peuplé par un atome forme un cercle dont le rayon augmente jusqu'à une limite légèrement au-delà de R_{\max} .

Lorsqu'on augmente d'avantage le potentiel chimique, on voit apparaître un trou au centre du piège comme sur la figure 5.10c. Cela correspond au cas où l'énergie des nouveaux sites à peupler est devenue supérieure à l'énergie d'interaction U entre deux atomes dans un même site. Ainsi, dans le cas représenté sur la figure 5.10c, les atomes ont préférentiellement peuplé les sites au centre du piège bien qu'il s'y trouvait déjà un atome. Comme le système d'imagerie est sensible à la parité du nombre de particule, on se retrouve après la phase d'imagerie avec aucun atome au centre du réseau optique.

Si on augmente encore d'avantage le potentiel chimique, on peut obtenir des situations comme celle de la figure 5.10d où $\mu = 1.1U$. Ici encore afin de minimiser leur énergie, il était préférable pour les atomes de peupler le centre du réseau optique où se trouvaient cette fois exactement deux atomes par site. On voit donc à nouveau apparaître après l'étape de fluorescence un atome au centre du réseau, puis un anneau sombre cette fois-ci, correspondant aux sites qui étaient peuplés par exactement 2 atomes.

Nous avons donc montré qu'on était en mesure grâce à notre simulation de reproduire un *isolant de Mott* et en particulier qu'on était capable de choisir exactement combien d'atomes on souhaite avoir par site. On appelle ce type d'image des *gâteaux de mariage* ou *wedding cake* en anglais.

Dans cette partie, nous avons rappelé brièvement la signification physique des différents termes qui composent le Hamiltonien de Hubbard. Nous l'avons ensuite adapté à notre situation expérimentale de sorte à être en mesure de simuler les deux configurations principales de nos expériences : la configuration *superfluide* et le configuration *isolant de MOTT*. À partir de ces différentes répartitions atomiques dans le plan objet, nous allons simuler les images qu'on s'attend à obtenir avec notre futur système optique.

7. En principe on ne peut pas avoir de superfluide si $J=0$. En effet, ce régime correspond à des cas où la température est très inférieure au paramètre J , lui même très supérieur à l'énergie d'interaction U . Néanmoins, comme la situation $T \sim U \sim \mu$ est un régime où la distribution d'atomes est plutôt aléatoire, on peut obtenir des images qui « ressemble » à une phase superfluide.

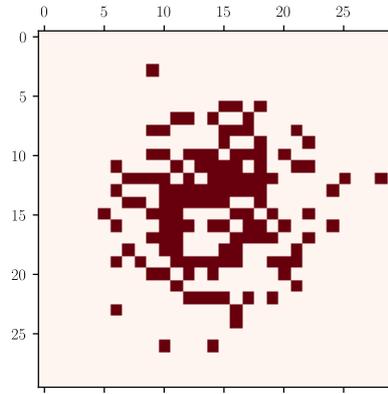


FIGURE 5.9 – **Configuration isolant de Mott.** On peut voir en rouge la répartition des atomes dans un réseau optique de 30x30 sites avec les conditions suivantes : $k_B T = \mu = U$ et $R_{\max} = 5$.

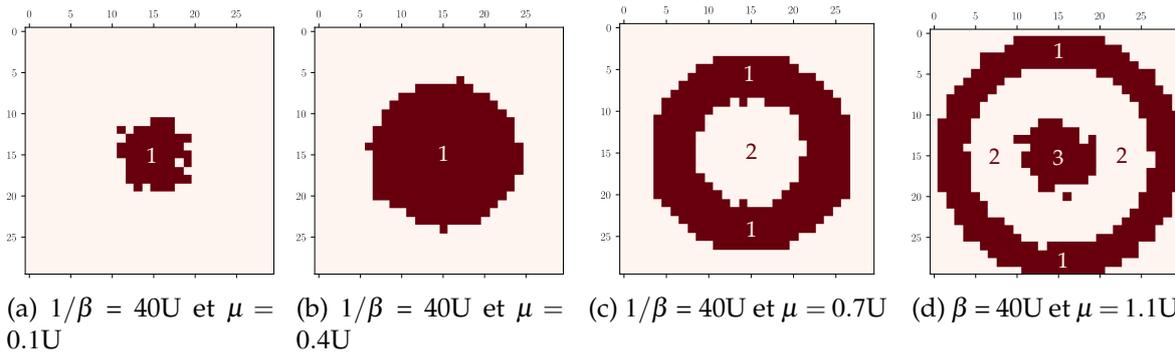


FIGURE 5.10 – **Plusieurs configurations isolant de Mott.** Sur ces 4 images on a fait varier le potentiel chimique pour une température donnée $1/\beta = k_B T = 40 U$ et un rayon $R_{\max} = 5$. On remarque que dans la limite des potentiels chimiques faibles représentée sur les simulations 5.10a et 5.10b, si on augmente μ , le nombre de sites peuplés par un atome seul croît légèrement au delà du rayon R_{\max} . À partir d'un certain seuil, l'énergie d'interaction entre deux atomes devient de l'ordre de la profondeur des sites seuls et ils auront tendance à peupler préférentiellement les sites au centre du réseau bien qu'ils contiennent déjà un atome (5.10c). Si on augmente d'avantage μ on remplit l'ensemble des sites de deux atomes jusqu'à ce qu'à nouveau il soit plus économique d'ajouter un troisième atome dans les site au centre (5.10d)

5.5 Simulation dans le plan image

Dans cette partie, nous commencerons par présenter les deux modèles de PSF que nous avons utilisé pour générer les images. Un modèle de PSF *idéale* définie par une fonction d'Airy et un modèle basé sur une mesure expérimentale qui nous permettra de générer des images plus proches de la réalité. Les images générées par ces deux modèles de PSF nous permettront d'effectuer plusieurs tests de l'algorithme en cours d'élaboration. Commençons par présenter la méthode numérique suivie pour générer des images à partir d'une fonction d'Airy.

5.5.1 PSF idéale : la tâche d'Airy

La tâche d'Airy représente la meilleure image possible qu'on peut obtenir d'un point source à travers un système optique. Il s'agit d'un modèle idéalisé car il ne tient pas compte des imperfections associées au système optique réel. En effet, toutes les optiques utilisées présentent des aberrations dues à leurs défauts de fabrication. En particulier, les aberrations de lentilles asphériques sont réputés pour être importante du fait de leur courbure particulière. De plus, le moindre défaut d'alignement peut aussi engendrer des déformations ou des brouillages des

images. Néanmoins, ce modèle idéal nous permet d'effectuer des tests préliminaires de l'algorithme de reconstruction, avant de les complexifier.

Commençons par rappeler la définition de l'intensité radiale associée à une tâche d'Airy normalisée :

$$I(r) = \mathcal{K} \left(\frac{2J_1(\pi r/R_{\text{obj}})}{\pi r/R_{\text{obj}}} \right)^2, \quad (5.42)$$

où \mathcal{K} est le facteur de normalisation défini comme suit :

$$\mathcal{K} = 1 / \int_0^\infty 2\pi r \left(\frac{2J_1(\pi r/R_{\text{obj}})}{\pi r/R_{\text{obj}}} \right) dr, \quad (5.43)$$

$J_1(r)$ correspond aux fonctions de Bessel du premier ordre et R_{obj} est défini comme le rayon de la tâche d'Airy dans le plan objet (plan du réseau optique). On rappelle l'expression du rayon d'une tâche d'Airy :

$$R_{\text{obj}} = \frac{\lambda_r}{2\text{NA}}, \quad (5.44)$$

avec $\lambda_r = 689$ nm dans notre cas de figure, et NA l'ouverture numérique du système optique que Florence Nogrette a estimé à ce jour autour de 0.55 à partir d'une simulation Zeemax d'une première version système optique complet. Ainsi, le rayon de la tâche d'Airy mesure dans le plan objet : $R_{\text{obj}} = 0.63 \mu\text{m}$.

La figure 5.11 représente la probabilité pour un atome de tomber entre deux rayons distants de r et $r + dr$ dans une distribution d'Airy radiale. On définit cette probabilité $P(r, r + dr)$ à partir de l'expression de la tâche d'Airy écrite sur l'équation(5.42) :

$$P(r, r + dr) = 2\pi r I(r) dr. \quad (5.45)$$

On remarque que la première extinction se trouve à une distance $r_0 = 1.22 R_{\text{obj}} = 0.76 \mu\text{m}$. Ainsi même dans le cas idéal, les images associées à deux atomes voisins se recouvreraient car r_0 est supérieur au pas du réseau noté $a = 532$ nm.

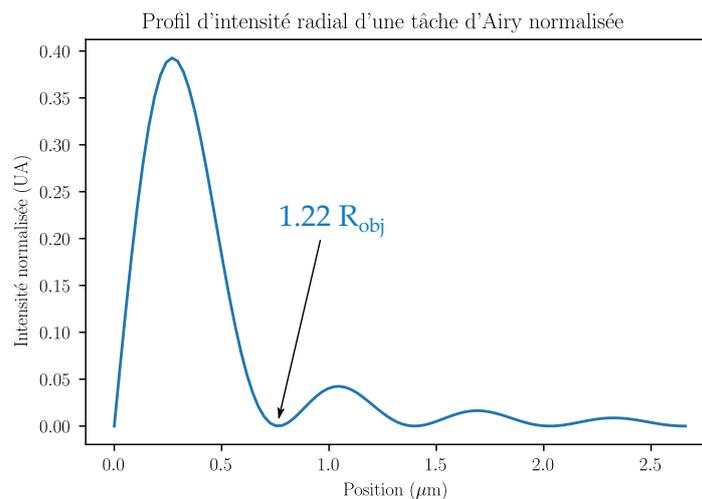


FIGURE 5.11 – **Probabilité de trouver un atome dans un intervalle r et $r + dr$ dans une distribution d'Airy radiale en micro-mètre.** Le premier point d'extinction se situe à la position $r_0 = 1.22 R_{\text{obj}} = 0.76 \mu\text{m}$.

Pour ensuite obtenir l'image des atomes en tenant compte du système optique, il suffit de multiplier chacune des PSF associées aux atomes par son grandissement G . Aujourd'hui sa

valeur n'est pas exactement fixée, nous l'avons donc laissé comme paramètre libre dans l'algorithme actuel. Cela nous a permis notamment d'effectuer des tests basiques que nous détaillons dans la section suivante.

Considérons qu'il y ait N_{px} pixels caméra de taille l_{px} entre chaque site du réseau optique, on peut calculer le rayon de la tâche d'Airy dans le plan image grâce au grandissement du système optique défini comme suit :

$$Ga = N_{\text{px}} l_{\text{px}} . \quad (5.46)$$

Dans le code de génération d'image, il était plus commode de parler des différentes échelles de longueurs du problème en unité de pixels par site (px/site). Le grandissement G sera donc exprimé dans toute la suite dans ce système d'unités. Ainsi, si on prend un grandissement de $G = 3$ px/site par exemple, le rayon de la tâche d'Airy dans le plan de la caméra vaut :

$$R_{\text{im}} = GR_{\text{obj}} \frac{l_{\text{px}}}{a} \sim 28 \text{ } \mu\text{m} , \quad (5.47)$$

en unité de longueur *réelle* et :

$$R_{\text{im}} = GR_{\text{obj}}/a \sim 4.3 \text{ px} , \quad (5.48)$$

qui sera l'unité qu'on conservera dans la suite.

Pour générer l'image représentée sur la figure 5.11 nous avons construit la distribution de probabilité associée aux variables aléatoires en position de l'atome. Pour cela, il faut tout d'abord construire la fonction de distribution cumulative de la fonction d'Airy. Plus précisément, pour un échantillon de variables aléatoires $\{R_i\}$, la fonction de distribution cumulative $f(N)$ s'écrit :

$$f(N) = \sum_{i=0}^N P(R_i) , \quad (5.49)$$

où $P(R_i)$ est la probabilité qu'un photon tombe dans un pixel situé à une distance R_i de l'atome qui l'a émis, N un seuil à déterminer de sorte à ce que $\sum_{i=0}^N P(R_i) = 1$. Limiter la borne supérieure de la somme permet de réduire le temps de calcul de la simulation d'image.

La courbe 5.12 montre cette distribution de probabilités cumulatives pour la fonction d'Airy, appliquée à un échantillon de variables aléatoires allant de 0 à $N = 15$ pixels. On constate que cette fonction tend vers 1, ce qui prouve que 15 pixels est une limite suffisante pour reconstruire la fonction d'Airy (5.42) de manière complète.

On peut à présent échantillonner selon la densité de probabilités associées à la fonction d'Airy radiale écrite sur l'expression (5.45). Pour tirer au hasard la position de chaque photon émis par les atomes, il faut ajouter à cela un angle aléatoire θ_i compris en 0 et 2π . En effet, en tirant aléatoirement une position R_i et un angle θ_i on obtient la position du photon sur la grille de pixels grâce aux relations suivantes :

$$X_i = R_i \cos(\theta_i) \quad (5.50)$$

$$Y_i = R_i \sin(\theta_i) . \quad (5.51)$$

À partir de là, on peut simuler pour chaque atome la position de l'ensemble des photons qu'il

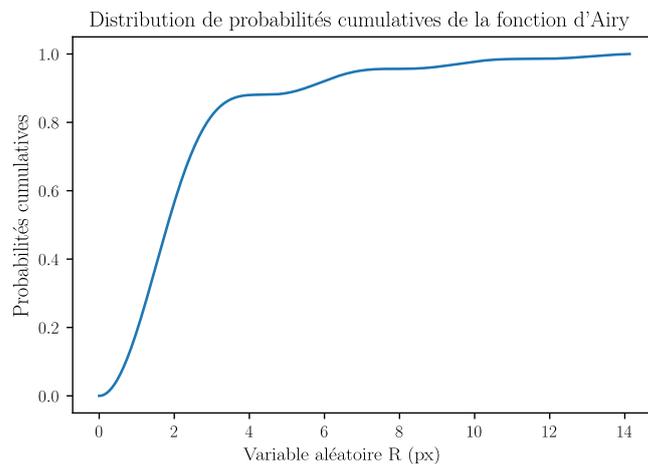


FIGURE 5.12 – **Fonction de distribution cumulative associée à la fonction d’Airy.** Cette distribution permet de déterminer une limite suffisante à partir de laquelle l’échantillonnage des variables aléatoires permet de reconstruire la distribution d’Airy radiale. On remarque que la courbe croît de manière continue jusqu’à 1 en suivant les variations de la fonction d’Airy, cela signifie qu’une limite 15 pixels est suffisante pour reproduire la distribution de probabilités.

aura émis. On montre sur la figure 5.13 l’histogramme associé à 10^4 tirages de photons. Avec 30 bins, on retrouve la probabilité qu’un atome tombe entre r et $r + dr$, qui correspond à la distribution donnée par la tâche d’Airy en coordonnées radiales assez distinctement.

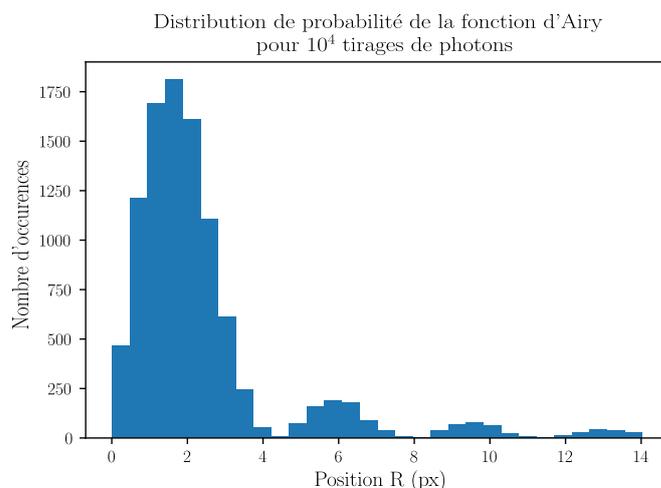


FIGURE 5.13 – **Reconstruction de la densité de probabilités radiale de la fonction d’Airy dans un intervalle dr .** Pour obtenir cet histogramme, nous avons effectué un tirage aléatoire de 10^4 positions de photons émis par un atome et 30 bins de 0.5 pixel. On retrouve distinctement la forme générale de la tâche d’Airy radiale avec les trois premiers rebonds.

5.5.2 PSF plus proche de la réalité : mesure directe

A) Montage expérimental

Afin de vérifier les spécificités des lentilles asphériques *Edumnd Optics* destinée à être sous vide et de s’assurer que leurs aberrations respectives ne soient pas trop importantes, Florence Nogrette a mis au point un montage de test représenté sur la figure 5.14. Ce dernier utilise un mire composée de trous sub-micrométriques permettant d’imiter l’émission des atomes piégés dans le réseau optique en diffractant la lumière qui les traverse. Comme on peut le voir sur

ce schéma, on envoie sur la mire de test environ 10 mW de puissance laser à 689 par l'intermédiaire d'un objectif de microscope de grandissement $\times 20$. La lumière diffractée par la mire est ensuite collimatée par la lentille asphérique qu'on souhaite tester avant d'être envoyée sur un système de deux lentilles faisant focaliser l'image sur le capteur d'une caméra CCD provenant de l'entreprise *Basler*⁸. Le télescope en question est composée d'une lentille 2", plan convexe de focale $f_1 = 300$ mm et d'une lentille 1", plan concave de focale $f_2 = -75$ mm. Pour tenir compte de la présence du hublot entre la lentille asphérique dans la chambre de science et le télescope, on a placé une lame de 3 mm d'épaisseur sur le trajet du faisceau collecté par la lentille asphérique.

Bien qu'on s'attende à ce que les images réelles des atomes obtenues à partir du système optique final soient sensiblement différentes que celles obtenues grâce à ce montage de test, ce dernier à l'avantage de nous fournir des images plus proches de la réalité que celles modélisées par une fonction d'Airy. Cela va nous permettre de tester l'algorithme en tenant compte de certaines difficultés expérimentales comme les aberrations ou encore les défauts liés à l'alignement du système optique. Plusieurs images ont été effectuées par Florence Nogrette et Clémence Briosne-Frejaille et nous avons décidé de retenir celle qui s'approchaient le plus d'une tâche d'Airy, c'est à dire celle qui semblait présenter le moins de défauts.

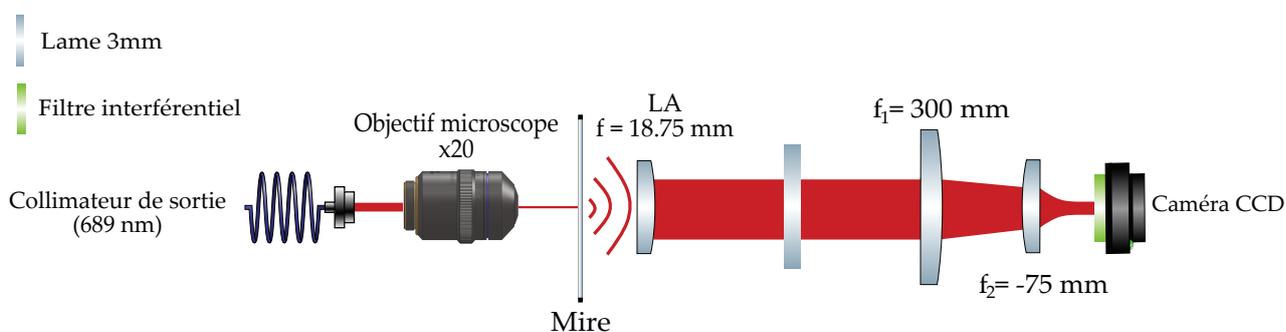


FIGURE 5.14 – Schéma du montage optique de test effectué pour visualiser l'image d'un trou de la mire sur la caméra CCD. Un faisceau de 10 mW à 689 nm sort d'un collimateur Schäfter Kirchoff puis est focalisé sur la mire à l'aide d'un objectif de microscope de grandissement $\times 20$. La lumière est diffractée par un des trous composant la mire vers la lentille asphérique de collection (LA) de focale $f = 18.75$ mm. Pour tenir compte de la présence du hublot de la chambre de science, on a placé une lame de verre de 3 mm d'épaisseur entre la lentille asphérique et une lentille plan concave de diamètre 2" et de focale 300 mm (notée f_1). Pour finir, un télescope formée de cette lentille f_1 et une lentille convergente notée f_2 , de focale -75 mm permet de faire l'image de la source sur le capteur de la caméra *Basler*. Le grandissement du système optique a été estimé à environ 60.

Afin de comparer la forme de cette image avec celle d'une tâche d'Airy préalablement étudiée, nous avons tracé sur la figure 5.15 deux coupes correspondant à la tâche d'Airy en orange et à l'image mesurée en bleu dans le plan objet. Les aires sous les deux courbes ont été normalisées à 1. Une première remarque qu'on peut évoquer est celle de la différence importante d'amplitude entre les deux pics centraux. En effet, on constate que l'amplitude du lobe central de la fonction d'Airy est environ 2.7 fois plus importante que celui de l'image mesurée. On note aussi que par conséquent, les pics secondaires de l'image mesurée sont plus grands que ceux de la tâche d'Airy. Cela nous permet de souligner deux complications potentielles auxquelles sera confronté l'algorithme de reconstruction :

- d'une part le nombre de photon dans le pic central sera plus faible que le cas idéal alors

8. Modèle : acA1920-40gm composée de 1936X1216 pixels de taille $5.86\mu\text{m}$.

que c'est exactement à cet emplacement qu'on souhaiterait avoir le maximum de signal possible ;

- d'autre part, avoir un nombre de photons plus élevé dans les anneaux secondaires risque de rendre d'autant plus difficile la distinction entre la présence ou non d'un atome dans un site donné.

On peut s'apercevoir tout de même que l'extinction de la tâche centrale se fait à peu près au même endroit aussi bien pour la tâche d'Airy que pour l'image mesurée (environ $0.5 \mu\text{m}$ dans le plan objet).

Néanmoins, au vu de cette courbe comparative, on s'attend alors à ce que les performances de l'algorithme de reconstruction soient moindres dans le cas où les atomes sont modélisés par la PSF mesurée.

Remarque :

Il a fallu convertir les unités de longueur de l'image enregistrée par la caméra *Basler* initialement en pixels (px), en unité de longueur réelle pour pouvoir comparer les deux courbes. Pour cela, nous avons utilisé la taille l_{px} des pixels caméra : $l_{\text{px}} = 5.86 \mu\text{m}$. Connaissant aussi le grandissement total du système d'imagerie, évalué par Florence Nogrette à $G = 60$, nous avons pu d'une part convertir l'axe des abscisses de l'image enregistrée en μm dans le plan image (plan de la caméra), puis en divisant par le grandissement $G = 60$ estimé, on a pu en déduire la taille de l'image dans le plan objet (plan de la mire).

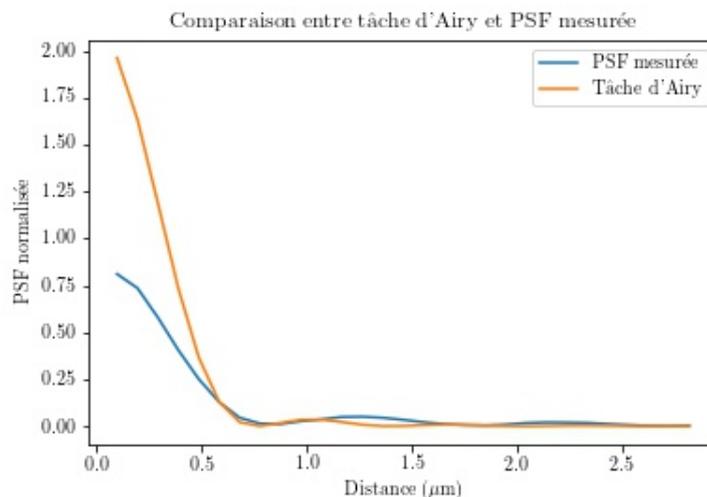


FIGURE 5.15 – **Comparaison du profil d'intensité de la PSF mesurée dans le plan objet et de la tâche d'Airy.** On a converti les données fournies par la caméra en μm connaissant la taille d'un pixel. Pour se placer dans le plan objet on a utilisé la valeur du grandissement $G=60$ établie par Florence Nogrette lors du montage du système optique utilisé pour faire la mesure. On constate que les deux figures diffèrent mais par exemple on peut noter que la première extinction se produit à peu près au même endroit pour les deux courbes.

B) Reconstruire la distribution de probabilité

Pour construire la distribution de probabilité associée à cette mesure, nous avons suivi une démarche très similaire à celle expliquée dans le cas de la fonction d'Airy. Toutefois, la manière

dont nous avons construit les variables aléatoires en position sont sensiblement différentes. En effet, les données mesurées par la caméra sont fournies sous forme d'une matrice dont la dimension est égale au nombre de pixels dans les deux directions. Ainsi, le système de coordonnées qui semble naturel pour traiter la distribution d'intensité de cette PSF est le système cartésien.

Dans le cas précédent, nous avons construit indépendamment un jeu de variables aléatoires de positions radiales R_i et d'angles d'émission θ_i . Ici les variables aléatoires selon l'axe des abscisses X_i et des ordonnées Y_j sont couplées, c'est à dire que la distribution de probabilité de l'une dépend de la réalisation de l'autre. En effet, pour déterminer la probabilité qu'un photon tombe dans un pixel situé à la position (x_i, y_j) , il faut tout d'abord commencer par évaluer la probabilité qu'il tombe à la position x_i en sommant sur l'ensemble des y_j possibles, puis déterminer la probabilité qu'il se situe à la position y_j en fixant la position x_i . Ainsi, pour reconstruire la densité de probabilité de trouver un photon dans un pixel donné il faut avoir recourt aux probabilités conditionnelles. Pour ce faire, nous avons tout d'abord généré la fonction de distribution cumulative associée aux variables aléatoires X_i exactement de la même manière que pour les variables aléatoires R_i dans le cas de la tâche d'Airy. Une fois ce premier jeu de variables aléatoires fixé, on en a construit un second en sommant sur l'ensemble des coordonnées Y_j possibles pour chaque variable aléatoire X_i . Plus précisément, on somme l'ensemble des fonctions cumulatives associées aux variables aléatoires Y_j pour chaque X_i et on vérifie aussi que la somme de ces fonctions converge vers 1.

Une fois ces deux fonctions cumulatives établies on peut alors échantillonner la distribution de probabilité des positions selon les directions \hat{x} et \hat{y} comme le montre les figure 5.16a et 5.16b. Chacune de ces courbes correspondent à un histogramme contenant 1000 tirages de positions X_i et Y_j . En comparant ces histogrammes avec celui de la figure 5.13 pour la distribution des positions radiales de la fonction d'Airy, on constate que l'extinction entre les différents anneaux est moins marqué. On s'attend donc à ce que le rapport signal à bruit des images simulées avec ce modèle de PSF soit moins bon que celui utilisant le modèle de la tâche d'Airy.

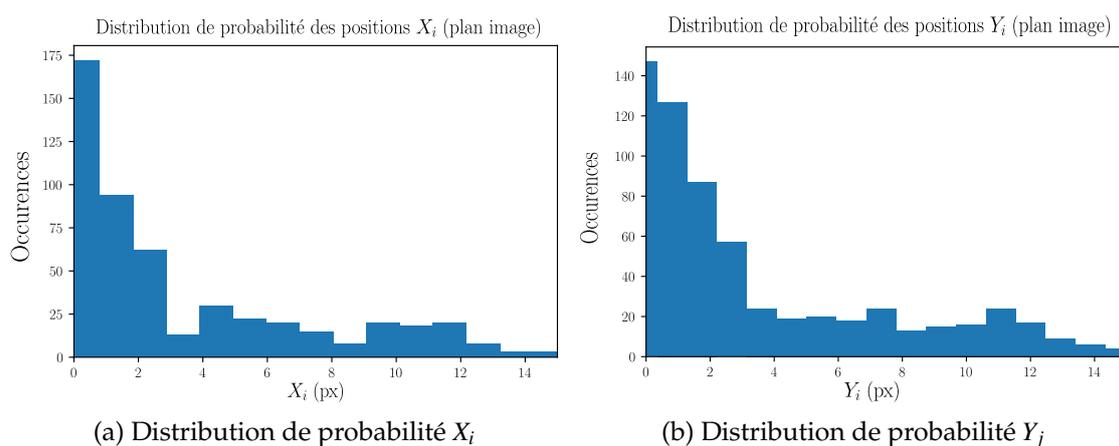


FIGURE 5.16 – **Reconstruction des densité de probabilités associés aux variables aléatoires X_i et Y_j .** Il s'agit de deux histogramme obtenus à partir de 1000 tirages aléatoires de positions X_i et Y_j avec 30 bins de taille 0.5 pixel.

5.5.3 Prise en compte de deux sources de bruits

Afin d'être encore plus proche de la réalité, nous avons rajouté un degré de complexité supplémentaire à nos images de sorte qu'elles tiennent compte des propriétés d'émission des atomes et du bruit de détection de la caméra qu'on utilisera. Il existe un grand nombre de sources à l'origine des bruits de détections optiques [37], nous avons choisi de ne considérer que ces deux dernières en admettant qu'il s'agit des plus importantes.

1) Fluctuation poissonnienne du nombre de photons émis

Même si on admettait qu'il était possible d'avoir un système de détection parfait qui n'introduirait aucun bruit, le signal obtenu serait tout de même bruité. Il s'agit d'une limite fondamentale associée à la propriété statistique de l'émission de photons et qu'on appelle communément bruit de grenaille ou shot noise en anglais. Plus précisément, cette propriété statistique engendre une dispersion du nombre de photons émis par une collection d'atomes pendant un temps d'exposition donné avec une faisceau laser proche de résonance. Cette incertitude associée à ce nombre de photons émis est décrit par une loi de Poisson :

$$\mathcal{P}(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}, \quad (5.52)$$

où $\langle n \rangle$ est le nombre moyen de photons émis pendant un temps d'exposition donné.

Ainsi, pour tenir compte de cette dispersion du nombre de photons émis dans la simulation, on tire pour chaque atome piégé un nombre de photons aléatoire dans une distribution de Poisson autour d'une valeur moyenne de N_{ph} photons. Comme nous ne collecterons qu'une petite fraction des photons émis avec la lentille asphérique et qu'on aura probablement une perte de signal après les passages successifs au travers des optiques composant le système de détection, il sera préférable de prendre une marge significative sur le nombre de photons N_{ph} détectés lorsqu'on testera l'algorithme. On a représenté sur la figure 5.17 deux images simulées obtenues en tenant compte du bruit de grenaille, c'est à dire en fixant le nombre total de photons émis par l'atome à partir d'une loi de Poisson de valeur moyenne $N_{\text{ph}} = 100$ pour l'image 5.17a et 1000 pour l'image 5.17b.

On remarque assez nettement en comparant les deux images que plus le nombre de photon émis est important, plus il est facile de déterminer l'allure de l'image générée par un atome.

2) Bruit de détection de la caméra

Parmi les différentes technologies de caméras existantes, deux grandes familles de capteurs sont très couramment utilisés pour effectuer de l'imagerie à faible signal : les capteurs CCD pour *Charge-Coupled Device* et les capteurs CMOS pour *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*. Dans l'article de Moomaw de 2007 [60], les deux technologies sont très bien présentées ainsi que dans la plupart des documentations techniques associées aux caméras fonctionnant avec ce type de capteurs (Hamamatsu, Andor, etc...).

Jusque très récemment, les expériences cherchant à détecter de faibles signaux s'orientaient plutôt vers des technologies CCD car l'erreur de lecture des capteurs CMOS était plus importante. Néanmoins, les technologies CMOS ont progressé ces dernières années et possèdent aujourd'hui des performances comparables à leurs concurrentes [71]. En particulier dans le régime qui nous concerne, c'est à dire le régime où chaque pixel recevra un nombre de photon de l'ordre de 100, les caméras CMOS et les caméras appelées EMCCD, possèdent des perfor-

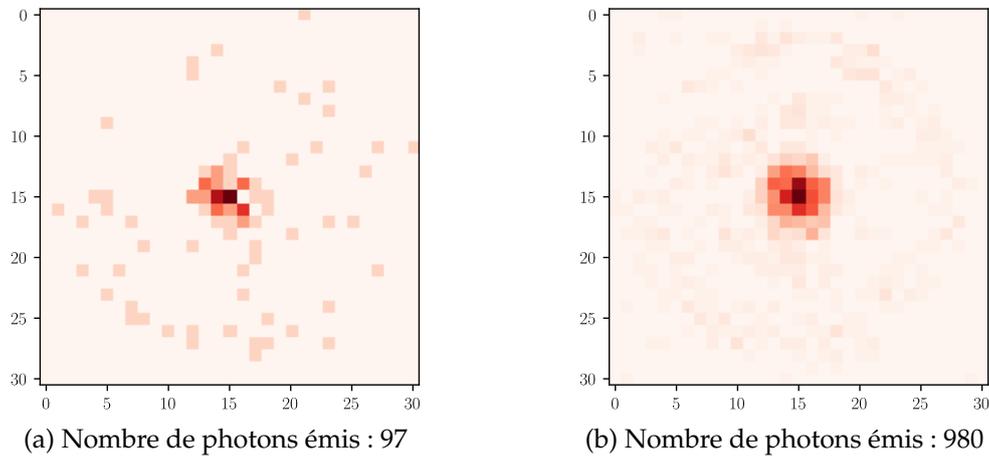


FIGURE 5.17 – **Images simulées d’un atome à partir d’un modèle de PSF basé sur la mesure expérimentale.** Sur la figure 5.17a l’atome émet 97 photons et sur la figure 5.17b l’atome émet 980 photons. Dans les deux cas de figure, le nombre de photons émis par atome a été déterminé par une loi de Poisson dont la valeur moyenne était respectivement de 100 et 1000 photons. Les deux axes de ces figures correspondent aux pixels de la caméra dont la dimension totale est de 30x30 dans cet exemple.

mances très similaires comme cela est montré sur la figure 5.18. Cette courbe provient de la documentation technique de l’entreprise Andor et compare les performances d’une caméra EMCCD (reposant sur un technologie de capteurs CCD) et deux de ses modèles de caméras CMOS. Comme on peut le voir, il n’y a pas une nette différence du rapport signal sur bruit entre le modèle de caméra CMOS Zyla 5.5 et la caméra EMCCD pour des régimes allant de 20 à 100 photons par pixel. Néanmoins, il semble tout de même qu’il y ait un avantage à prendre le modèle Zyla 4.2 dans un régime où les pixels détecteraient plus de 20 photons, d’autant plus que les caméra CMOS sont moins onéreuses que les EMCCD. Nous avons donc finalement choisi de nous munir de ce modèle.

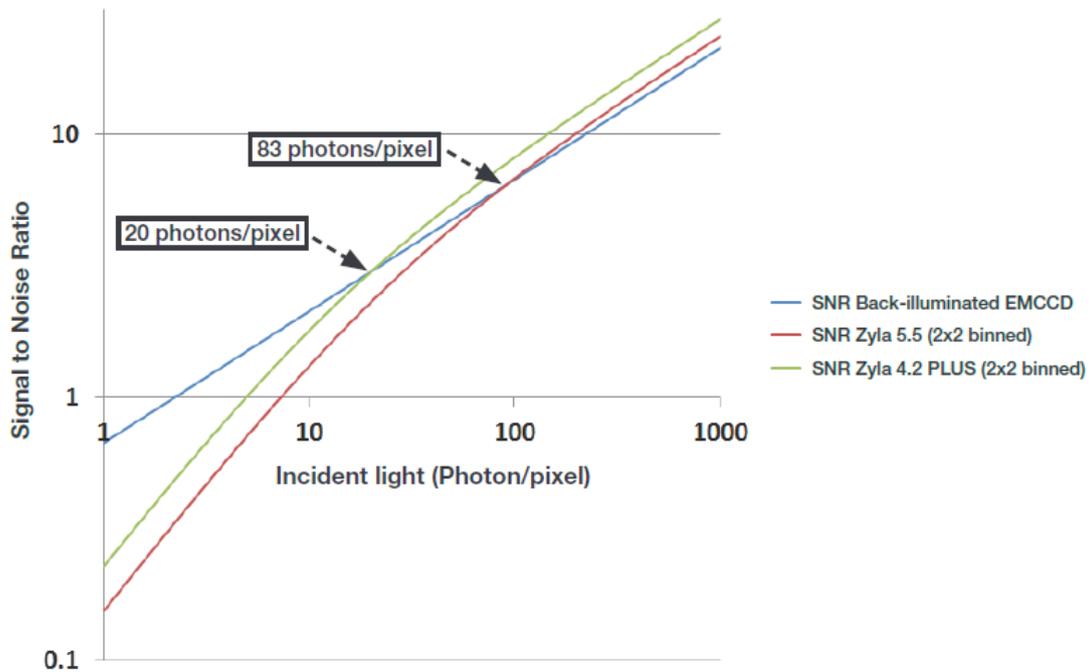


FIGURE 5.18 – **Comparaison entre deux caméras CMOS et une caméra EMCCD.** Ces courbes ont été prises dans la documentation technique de la caméra Zyla 4.2 dont nous disposons. Elles comparent les performances de deux caméras CMOS de l'entreprise Andor avec une caméra type EMCCD. On peut voir que dans le régime dans lequel nous devrions nous trouver, la caméra Zyla 4.2 semble permettre d'obtenir le rapport signal à bruit le plus élevé.

Dans la documentation, on peut aussi trouver une courbe représentée sur la figure 5.19 permettant de déterminer le bruit de lecture typique de chaque pixel composant ces caméras. Cette courbe représente la distribution de probabilité associée au bruit de lecture rms d'un pixel. Plus précisément, le nombre de fausses détections pour chaque pixel est caractérisé par une gaussienne dont la variance est elle-même une variable aléatoire décrite par la distribution de probabilité représentée sur la figure 5.19. Des détails sur l'interprétation de cette courbe sont donnés dans la documentation Andor [5]. On y trouve notamment un commentaire sur la médiane et une comparaison avec les caméras CCD. La médiane correspond au bruit de lecture en électrons rms de 50 % des pixels. Sur des modèles de caméra Zyla par exemple, cette médiane vaut typiquement 0.9 ou 1 électron rms. Nous ferons prochainement note propre mesure de bruit de lecture. Pour l'instant nous nous sommes servis de celle fournie par l'entreprise Andor.

Comme stipulé précédemment, le bruit de lecture est différent pour tous les pixels qui composent les caméras CMOS, nous avons donc pour chaque pixel ajouté un offset différent sur le nombre de photons total détecté. La détermination de ce bruit de lecture se fait en deux étapes :

1. Tout d'abord, après avoir généré la densité de probabilité associée à la courbe 5.19 selon la même méthode expliquée pour simuler les deux PSF, on tire aléatoirement une valeur N_e correspondant à l'écart type en rms du nombre d'électrons détectés.
2. Ensuite on tire aléatoirement un nombre de *fausses détections* n_{err} dans une loi gaussienne de largeur égale à la valeur N_e piochée précédemment. Comme N_e peut être arbitrairement grand (>3), on fixe un biais arbitraire mais connu sur le nombre moyen de fausses détections $n_0 = 5$ de sorte à ne pas tirer de valeur n_{err} négatives.

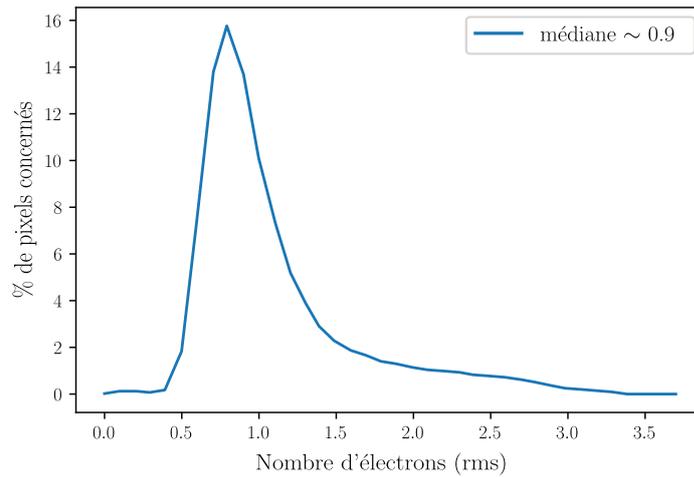


FIGURE 5.19 – Courbe extraite de la documentation technique de l'entreprise Andor. Il s'agit d'une distribution typique de l'erreur de détection rms par pixel. On constate qu'à partir de trois électrons rms, l'erreur de lecture est négligeable.

On a représenté sur la figure 5.21 un exemple d'image simulée avec la configuration spatiale des atomes dans le plan objet (5.21c) et les images correspondantes dans le plan de la caméra : l'image 5.21b est obtenue sans ajout du bruit associé à la fluctuation du nombre de photons émis, et l'image ?? tient compte à la fois du bruit de grenaille, des fluctuations du nombre de photons émis et du bruit de lecture. Les simulations ont été effectuées à partir de la tâche d'Airy et avec les paramètres suivants :

- Paramètres physiques : $1/\beta = 40U$; $\mu/U = 1.1$; $R_{\max} = 10$ sites ; Nombre de site = 30×30
- Paramètres associés à l'imagerie : Nombre de photons émis/atome = 200, $NA = 0.55$, efficacité quantique de détection 0.82 et avec un grandissement de 3 pixels par site.

On peut voir que le contraste du signal se dégrade lorsqu'on rajoute les deux sources de bruit, ce qui va nécessairement rendre la tâche plus difficile à l'algorithme de reconstruction pour remonter à la répartition initiale des atomes dans le réseau optique.

Prise en compte du bruit de lecture pour chaque pixel.

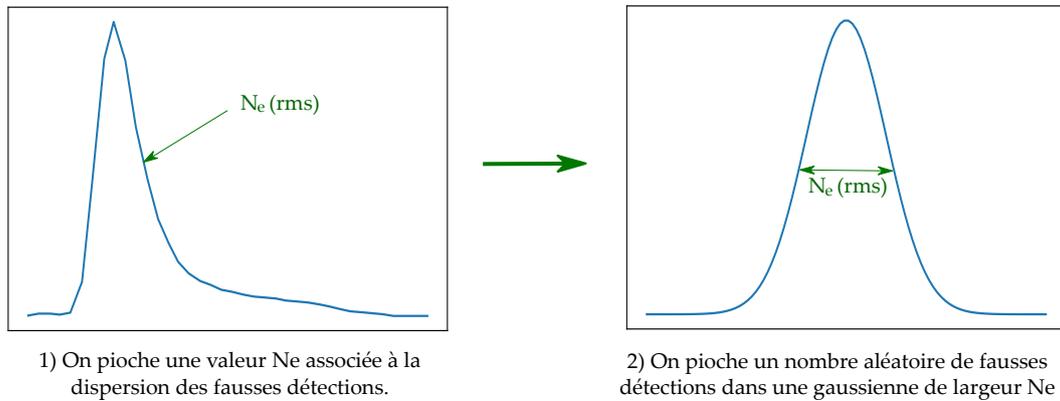


FIGURE 5.20 – Schéma de principe de la prise en compte du bruit de lecture pour chaque pixel de la caméra CMOS. On commence tout d’abord par tirer aléatoirement une erreurs rms N_e du nombre de photons détectés, puis on tire un nombre de *fausses détections* n_{err} dans une loi gaussienne de largeur N_e . Ce nombre est ensuite ajouté comme un offset sur le nombre de *vrais photons* détectés.

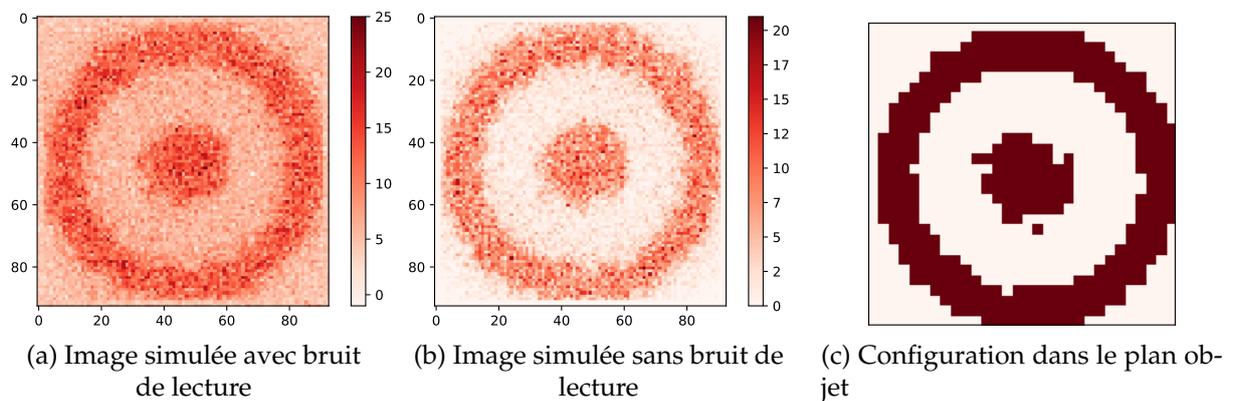


FIGURE 5.21 – Images simulées avec et sans bruits, à partir d’une fonction d’Airy. L’image 5.21c correspond à la répartition spatiale des atomes dans le plan objet déjà présentée précédemment. Les images 5.21b et ?? correspondent respectivement à la simulation qui ne tient compte que du bruit de grenaille et à celle qui tient compte de la fluctuation du nombre de photons émis par atomes et du bruit de lecture de la caméra. La colorisation renseigne le nombre de photons par site. On peut voir que le contraste du signal se dégrade lorsqu’on rajoute les deux sources de bruits. Sur les trois images la numérotation des axes correspondent aux pixels de la caméra.

5.6 Algorithme de reconstruction d'images : première version

Nous avons présenté dans la section précédente, comment générer des images au plus proche des expériences. Cette dernière partie porte sur un travail récemment aboutit, c'est pourquoi nous ne présenterons que quelques résultats préliminaires de ce dernier mais qui permettront tout de même de déterminer un régime de fonctionnement satisfaisant de l'algorithme. On étudiera en particulier l'influence éventuelle de deux paramètres sur les erreurs commises par le modèle en cours de développement : le nombre de photons N_{ph} et le grandissement G .

5.6.1 Discussions à propos de deux paramètres critiques

Avant toute chose, rappelons le cahier des charges que doit réaliser notre algorithme de reconstruction : il doit être capable de déterminer avec précision la présence ou non d'un atome dans chaque site du réseau optique avec, dans la mesure du possible, un signal de fluorescence faible, de sorte à limiter la durée de cycle expérimentaux.

Nous avons isolé deux paramètres critiques principaux, susceptibles de jouer un rôle important dans le fonctionnement de l'algorithme de reconstruction : le grandissement du système optique G et le nombre de photons émis par les atomes N_{ph} .

- Pour commencer, rappelons la définition du grandissement G dans le cadre de ce chapitre : il s'agit du nombre de pixels caméra utilisés pour résoudre un site du réseau optique.

Précédemment, nous avons vu que la largeur des images de chaque atome est plus grande que l'écart entre deux sites du réseau. Ainsi, même si un site du réseau optique est vide, il n'est pas impossible que les pixels qui le composent détectent des photons. Ce phénomène est illustrée sur la figure 5.22 qui représente une répartition possible de 4 atomes dont l'émission est symbolisée par un halo rouge, dans un réseau optique formé de 3×3 sites. Au vu de ce schéma, on se rend compte qu'il n'est pas envisageable d'effectuer une reconstruction d'image en n'utilisant qu'un seul pixel par site du réseau optique : la différence de signal entre un site vide et un site rempli serait difficile à estimer. À l'inverse, si on prend un très grand nombre de pixels pour résoudre un site, le signal s'en retrouverait dilué et il serait très difficile de distinguer des photons provenant d'un atome ou ceux provenant du bruit de détection.

- Concernant le nombre de photons émis par atome, on peut revenir sur les deux images comparatives de la figure 5.17 qui montrent qu'avec un faible nombre de photons il devient difficile de déterminer la forme de l'image. Plus le nombre de photons détecté est important, plus il sera facile pour l'algorithme de reconnaître la forme de l'image d'un atome et fera donc sensiblement moins d'erreurs.

Il semble donc a priori, que le régime le plus favorable à la minimisation d'erreurs de reconstruction est celui comprenant un nombre infini de photons émis par atome et une infinité de pixels par site. Or justement, nous avons déjà dit précédemment qu'idéalement on souhaiterait travailler dans des régimes de faibles signaux de sorte à minimiser les temps de cycles expérimentaux. Comme pour un faible nombre de photons il n'est pas pertinent de prendre un très grand nombre de pixels par site du réseau, nous allons donc chercher des couples de

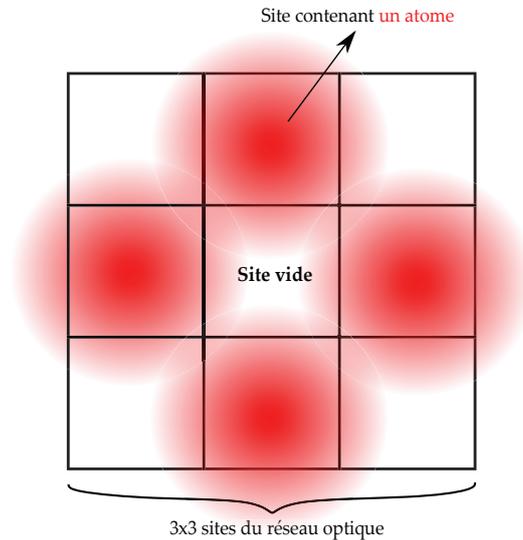


FIGURE 5.22 – **Illustration d’une situation où un site vide peut présenter un niveau de signal non nul sur la caméra.** Il s’agit d’une des difficultés que devra affronter l’algorithme de reconstruction : il devra être en mesure d’estimer si le signal détecté sur un site du réseau provient d’un atome qui s’y trouve, ou d’un autre atome situé sur un site voisin.

grandissement et de nombre de photons émis qui permettent d’envisager un régime de fonctionnement correct de l’algorithme de reconstruction.

5.6.2 Principe de fonctionnement de l’algorithme et perspectives

Commençons par présenter le fonctionnement de la version actuelle de notre algorithme de reconstruction. Comme nous allons le voir, il s’agit d’un algorithme d’ajustement qui va déterminer la répartition des atomes dans le réseau optique pendant la phase d’imagerie. L’idée générale de ce dernier, est de minimiser l’écart entre l’image obtenue par la caméra CMOS et une image créée par l’algorithme à partir des positions des atomes reconstruites et d’un modèle de PSF qui permet de générer une image reconstruite.

a) Découpage du réseau optique en groupes indépendants

Comme évoqué plus tôt, chaque site du réseau optique va être composé d’un certain nombre de pixels et l’écart entre deux de ses sites est plus petit que l’extension spatiale typique d’émission d’un atome à 689 nm. Ainsi, pour déterminer la présence ou non d’une particule dans un site particulier, il semble pertinent que l’algorithme tienne compte de l’influence potentielle d’un certain nombre de sites voisins sur le signal obtenu dans un pixel particulier. On pourrait tenir compte de tous les sites qui composent le réseau optique, néanmoins, on s’attend à un nombre total de sites autour de 10^4 , ce qui donnerait lieu à des ajustements à 10^4 paramètres causant alors probablement un temps de calcul assez long à l’algorithme. Pour éviter ce problème de temps de calcul, nous avons décidé de segmenter le réseau optique en plusieurs groupes indépendants sur lesquels l’algorithme déterminera la présence ou non d’atomes dans les sites qui le composent. L’opération sera ensuite réitérée pour chacun des groupes de sites. Comme les photons émis par un atome particulier ne semblent impacter, en moyenne, que les sites dans son environnement proche, cette méthode peut s’avérer pertinente. Toutefois, cette dernière implique que l’influence des atomes qui se trouveraient à la frontière des groupes voisins ne serait pas prise en compte par l’algorithme qui serait donc susceptible de faire davantage d’erreurs sur les sites situés en bordure de ces groupes indépendants.

La taille de ces groupes est encore à fixer à ce jour et fait partie des paramètres que nous pouvons optimiser pour minimiser le taux d'erreurs de l'algorithme. À noter qu'on peut envisager, au niveau numérique, de paralléliser les reconstructions de chacun des groupes de sites en utilisant les différents cœurs qui compose l'ordinateur qui traitera l'imagerie atomique. La figure 5.23 illustre un exemple de découpage possible : les sites indicés par les coordonnées (x, y) sont composés de 3×3 pixels caractérisés par les indices (i, j) et sont segmentés en groupes de 3×3 , dont leur coordonnées sont notées (X, Y) .

b) Modélisation du signal

Pour comprendre comment fonctionne l'algorithme en pratique, nous allons présenter le modèle qui régit actuellement l'algorithme de reconstruction. Ce dernier a été mis au point par Marc Cheneau, grâce à l'aide et aux conseils de nos collaborateurs Matthieu Boffety et Caroline Kulsár, chercheur au laboratoire Charles Fabry et spécialistes du traitement d'images.

Comme on vient de l'expliquer, l'algorithme doit tenir compte d'un certain nombre de sites voisins N du réseau optique, pour estimer si un site (x, y) contient un atome ou non. Il devra ensuite réitérer l'opération pour chacun des groupes composés de $N \times N$ sites de réseau optique. Les paramètres libres qui permettent à l'algorithme de minimiser l'écart entre l'image réelle et l'image issue de sa reconstruction sont les suivants :

- **La présence ou non d'un atome.** Ce paramètre est modélisé par un vecteur noté $\rho(x, y)$ composé soit de zéros, lorsque les sites (x, y) ont été estimés vides, soit de 1, lorsqu'ils ont été estimés occupés par un atome. Ainsi, ce vecteur contient l'ensemble des positions reconstruites de l'algorithme ;
- **Le nombre de photons détectés $N_{\text{ph}}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$** par le pixel étudié ;

Ainsi, la modélisation du signal d'un pixel $S_{i,j}$ actuelle est de la forme :

$$S_{i,j} = \sum_{x,y}^{N,N} \rho(x,y) N_{\text{ph}}(x,y) \mathcal{P}\mathcal{S}\mathcal{F}(x-i, y-j) , \quad (5.53)$$

où on effectue une somme sur les $N \times N$ sites du réseau pour tenir compte de l'influence des photons émis par d'éventuels atomes voisins au site (i, j) . $N_{\text{ph}}(x, y)$ correspond donc au nombre de photons émis par un atome qui serait situé sur un site (x, y) et $\mathcal{P}\mathcal{S}\mathcal{F}(x-i, y-j)$ la fonction modélisant l'émission des atomes évaluée à une distance $(x-i, y-j)$ de ce site. Ainsi, l'algorithme possède N paramètres ajustables pour déterminer la présence ou non d'un atome sur un site (x, y) .

c) Algorithme en fonctionnement : définition du taux d'erreur et exemples concrets

À présent que nous avons présenté l'idée générale du fonctionnement de l'algorithme de reconstruction, nous allons donner quelques exemples concrets. La figure 5.24a représente une image expérimentale simulée par l'algorithme détaillé dans la section précédente. On peut voir sur la figure 5.24b la position réelle des atomes dans le réseau optique que l'algorithme doit tenter de retrouver. L'image reconstruite de l'algorithme, après quelques secondes, est donnée sur la figure 5.25a et la position des atomes associée à cette image se trouve sur la figure 5.25b.

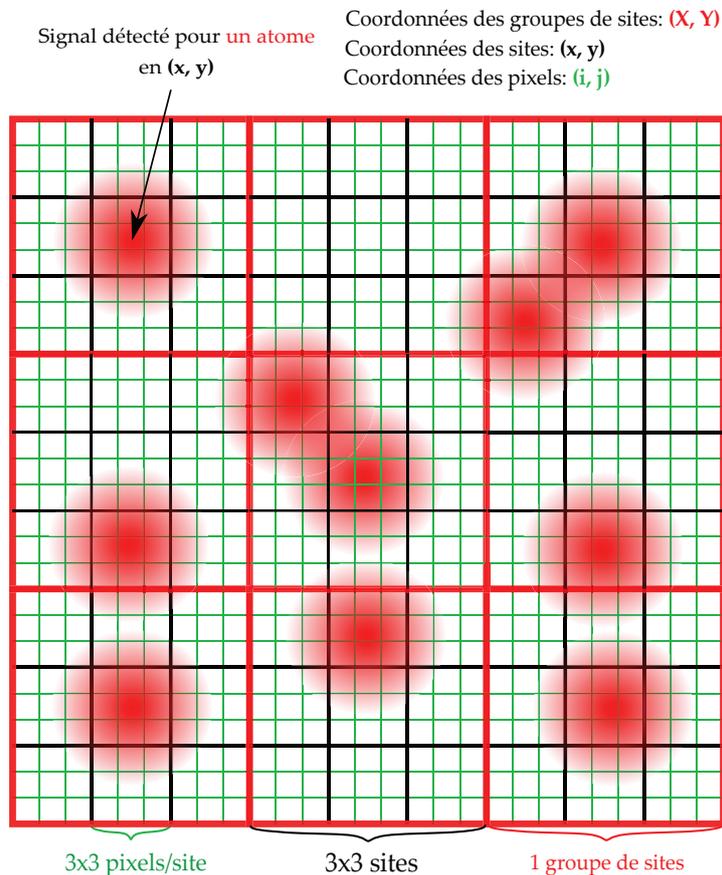
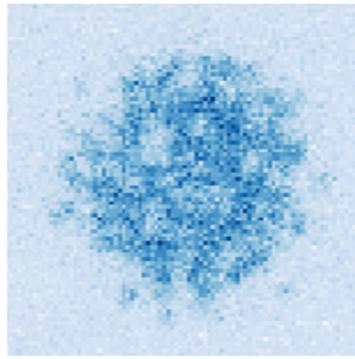


FIGURE 5.23 – Schéma illustrant l'idée générale de l'implémentation de l'algorithme de reconstruction. La grille rouge correspond aux positions des groupes de sites du réseau optique dont les coordonnées sont notées (X, Y) , la grille noire quant à elle correspond aux positions des sites du réseau optique notées (x, y) et la grille verte représente la position des pixels indiqués (i, j) . Dans cet exemple, chaque groupe est composé de 3×3 sites eux même pavés de 3×3 pixels. On a représenté à titre illustratif l'émission de plusieurs atomes en rouge, répartis dans un certain nombre de sites du réseau optique.

En faisant la différence entre les figures 5.24b et 5.25b, on en déduit le nombre d'erreurs faites par l'algorithme, représentées sur la figure 5.26. Dans cet exemple, ce dernier a fait au total 25 erreurs sur les 262 atomes ce qui équivaut environ à 10 % d'erreurs. Cette quantité est importante mais nous allons voir qu'elle est fortement dépendante de la configuration expérimentale étudiée.

En effet, prenons une autre configuration, représentée sur la figure 5.27a, où les atomes sont bien plus rangés que dans l'exemple précédent. On constate dans ce cas que le nombre d'erreurs représenté sur la figure 5.27b est significativement plus faible. On voit donc qu'en fonction de la situation expérimentale étudiée (isolant de Mott ou superfluide par exemple), l'algorithme sera plus ou moins performant. De plus, on peut voir au travers de ces deux exemples, que les erreurs de reconstruction de l'algorithme semblent plutôt localisées au niveau du bord du nuage délimité par les atomes, zone sur laquelle leur densité devient plus faible. Comme la reconstruction semble difficile à la périphérie du nuage, nous avons choisi de faire fonctionner l'algorithme uniquement dans une région à l'intérieur de ce dernier. À titre illustratif sur les figures 5.28 et 5.29, nous avons choisi de ne garder seulement qu'un carré 10×10 sites centré sur le nuage. Sur la figure 5.28 il s'agit d'un cas où la température du nuage d'atomes est relativement élevée de sorte à ce que la proportion *sites pleins* et *sites vides* soit à peu près équivalente. On constate qu'en ne considérant que le centre du nuage, le nombre

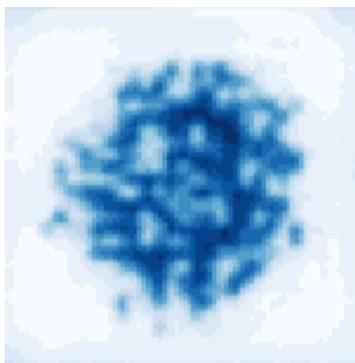


(a) Plan image

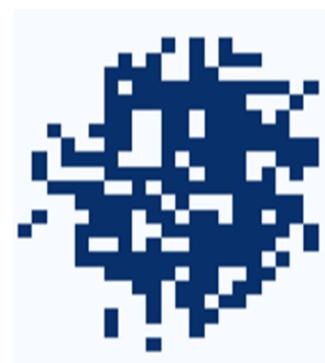


(b) Plan objet

FIGURE 5.24 – **Simulation d’une configuration dans le plan objet dans le plan image.** La figure 5.24a représente l’image simulée d’une configuration expérimentale donnée à partir de la PSF mesurée expérimentalement pour 262 atomes au total et 200 photons émis en moyenne par atome. La répartition dans le réseau optique associée se trouve sur la figure de droite 5.24b.



(a) Plan image



(b) Plan objet

FIGURE 5.25 – **Reconstruction de l’image simulée.** La figure 5.25a représente l’image reconstruite de la figure 5.24a et 5.25b représente la répartition reconstruite des atomes dans le réseau optique.



FIGURE 5.26 – **Erreurs de la reconstruction.** En faisant la différence entre les positions réelle (figure 5.24b) et les positions reconstruites par l’algorithme (figure 5.25b), on peut en déduire les endroits où l’algorithme s’est trompé. Sur cet exemple, il a effectué 25 erreurs sur les 262 atomes.

d’erreur n’est plus que de 2 atomes sur 69 ce qui correspond à un taux d’erreur de 3% environ. Dans le cas où la température est 4 fois plus faible, représenté sur la figure 5.29, les atomes sont bien mieux organisés dans le réseau (quasiment aucun site vide) et l’efficacité de l’algorithme est de 100%. On peut comprendre un tel comportement en rappelant que la taille de la tâche de diffraction d’un atome est plus grande que l’écart entre deux sites. Ainsi, plus le nombre de sites vides au voisinage d’un atome est important, plus il sera difficile pour l’algorithme

d'évaluer si le signal détecté provient bel et bien d'un atome contenu dans ce site, ou bien de l'influence d'un atome contenu dans un site voisin. Comme à la périphérie du nuage atomique le nombre de site devient significativement plus important, il semble donc qu'on ait donc tout intérêt à exclure les atomes situés en bordure du nuage lors des futurs traitements de données.

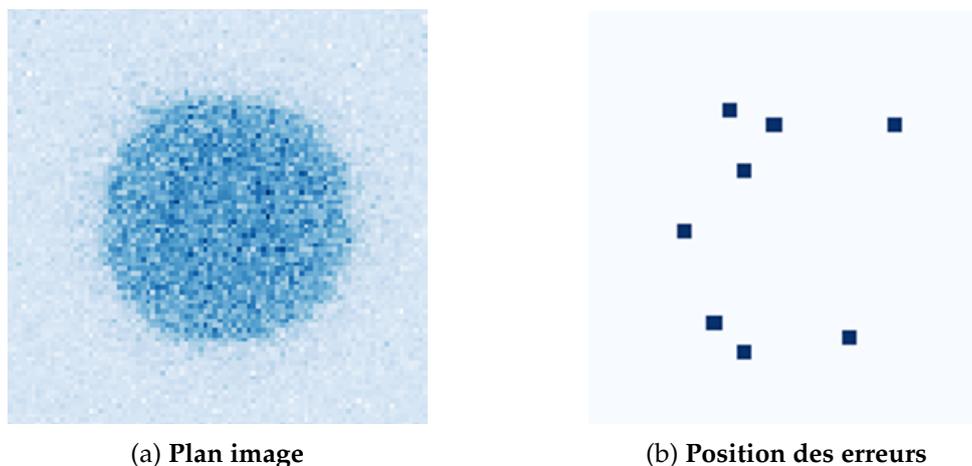


FIGURE 5.27 – **Test de l'algorithme dans une configuration ordonnée des atomes.** La figure 5.27a représente l'image simulée d'une configuration expérimentale donnée à partir de la PSF mesurée expérimentalement pour 245 atomes au total et 200 photons émis en moyenne par atome. La position des erreurs faites par l'algorithme se trouve sur la figure de droite 5.27b.

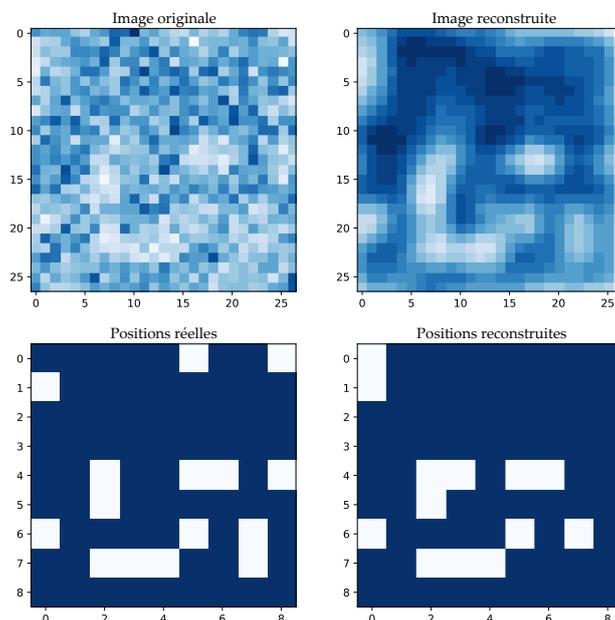


FIGURE 5.28 – **Test de l'algorithme en ne considérant que le centre du nuage atomique.** On a représenté sur ces images les images et positions réelle des atomes ainsi que l'image et les positions reconstruites par l'algorithme. Cette situation correspond à un cas où les atomes sont désorganisés. On peut voir que le taux d'erreur est bien plus faible que dans le cas où l'on tenait compte de l'intégralité du nuage : $\sim 3\%$ (2 erreurs sur 69 atomes) contre 10% précédemment.

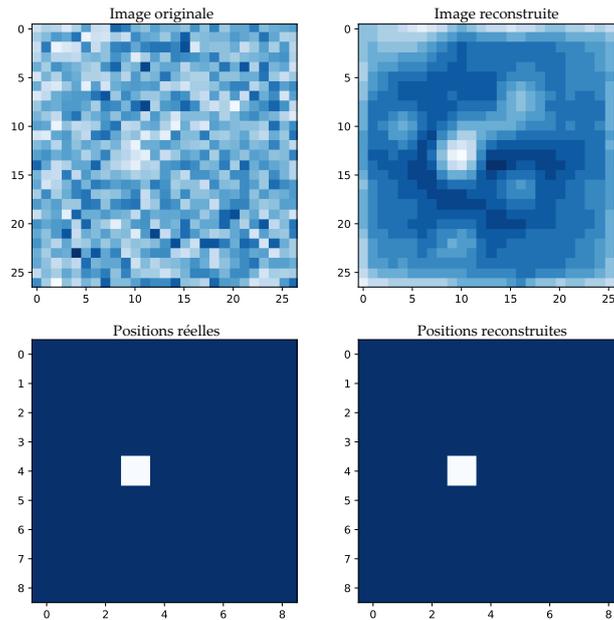


FIGURE 5.29 – **Test de l’algorithme en ne considérant que le centre du nuage atomique.** On a représenté sur ces images les images et positions réelle des atomes ainsi que l’image et les positions reconstruites par l’algorithme. Cette situation correspond à un cas où les atomes sont plus organisés. On peut voir que dans ce cas de figure, l’algorithme n’a pas fait d’erreur.

À ce jour, nous n’avons pas de résultats plus quantitatifs pour caractériser cette version de l’algorithme de reconstruction, mais c’est un travail actuellement en cours. Comme on peut le voir sur ces premiers tests, les résultats semblent toutefois encourageants. En faisant des études systématiques pour caractériser le rôle des différents paramètres du problème, nous serons en mesure de fixer des paramètres expérimentaux et numériques qui minimiseraient la quantité d’erreur de la reconstruction. Comme par exemple le grandissement du système d’imagerie, le temps d’exposition du faisceau à 689 nm ou encore le nombre de sites voisins de chaque bloc à prendre en compte. Au vu des résultats actuels, on peut dire qu’a priori le modèle utilisé pour la reconstruction nous permettra d’analyser correctement les données de notre expérience.

Conclusion et perspectives

Bien que le montage de l'expérience soit encore loin d'être achevé et que les solutions implémentées à ce jour ne soient probablement pas les plus optimales, elles nous ont permis néanmoins d'obtenir les deux piège-magnéto optiques de strontium, étapes essentielles pour obtenir un condensat de Bose Einstein. Ce manuscrit avait donc pour objectif de rendre compte de l'ensemble des travaux et des choix qui ont été effectués jusqu'à ce jour. En guise de conclusion, nous allons tout d'abord récapituler l'ensemble des thèmes qui ont été abordés dans cette thèse, puis nous discuterons des prochaines étapes du montage expérimental et estimerons une durée qu'on peut raisonnablement espérer avant d'obtenir la première image d'atomes à travers le microscope.

Synthèse

Le contenu de cette thèse s'organisait en trois parties principales :

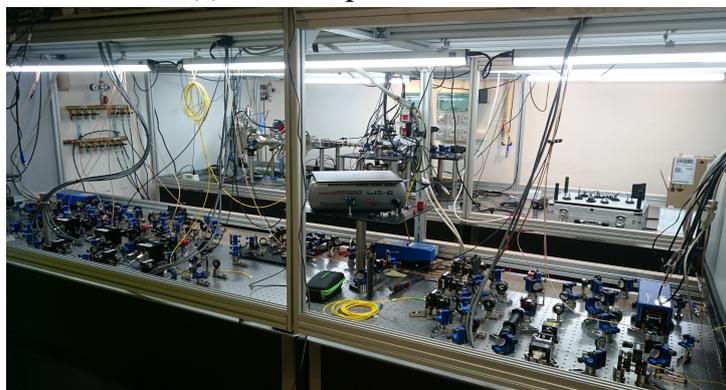
1. la première rendait compte des techniques et stratégies choisies pour obtenir un piège magnéto-optique de strontium à des températures de l'ordre du milli-Kelvin. Cette partie se décomposait en deux chapitre :
 - (a) dans le premier chapitre, nous avons tout d'abord comparé deux méthodes de spectroscopie couramment utilisées et avons justifié l'intérêt de la spectroscopie par transfert de modulation vis à vis de la robustesse de l'asservissement en fréquence du laser à 461 nm. Nous avons ensuite expliqué le principe de l'injection de diodes esclaves par le laser maître pour obtenir suffisamment de puissance lumineuse pour l'ensemble du système laser bleu. Nous avons conclu le premier chapitre en donnant le schéma du montage laser complet et en recensant l'ensemble des désaccords actuels associés aux faisceaux de la mélasse transverse, du ralentisseur Zeeman et du piège magnéto-optique ;
 - (b) dans le second chapitre, nous avons décrit le fonctionnement et le rôle des différents éléments qui ont conduits à l'obtention du piège magnéto-optique bleu : le four chauffé à 480°C par lequel est émis le jet d'atomes de strontium, la mélasse transverse visant à réduire la divergence du jet à la sortie du four (évalué à 0.1 rad), le ralentisseur Zeeman pour ralentir la vitesse de propagation des atomes et finalement le piège magnéto-optique qui nous a permis d'obtenir notre premier nuage d'atomes refroidis autour de quelques milli-Kelvin en mars 2018. Nous avons notamment dans ce chapitre détaillé précisément comment nous avons construit notre propre ralentisseur Zeeman.

2. la seconde partie rendait compte des subtilités associées à la raie d'intercombinaison du strontium et, en particulier, celles qui concernent le refroidissement laser. Mais malgré sa complexité, les méthodes expérimentales que nous avons mis en place nous ont permis d'obtenir notre premier piège magnéto-optique au mois d'avril 2019 sur cette raie. Cette partie fut aussi divisée en deux chapitres supplémentaires :
 - (a) le troisième chapitre portait sur l'affinement spectral de la source laser commerciale afin de rendre possible le refroidissement Doppler sur la raie à 689 nm. Nous y avons présenté notamment l'importance de la cavité haute finesse pour obtenir une rétroaction efficace sur les fluctuations de phase du laser. Finalement, nous avons montré que grâce à notre dispositif électronique actuel on était capable d'effectuer une rétroaction de bande passante 1 MHz et d'affiner le spectre du laser en dessous du kilohertz. Nous avons aussi expliqué la nécessité de mettre en place un dispositif qui doit initialement élargir le spectre d'émission du laser pour amorcer le ralentissement des atomes dont la vitesse au niveau du MOT bleu est encore trop élevée.
 - (b) le quatrième chapitre présentait une méthode de spectroscopie originale mise au point grâce à une collaboration avec des collègues du LPL, inspirée de techniques actuellement utilisées dans les expériences d'horloges atomiques à calcium. On a montré qu'avec un montage assez simple, qui nécessite principalement une cellule de spectroscopie et d'une détection synchrone, que l'on était en mesure de localiser la raie d'intercombinaison avec une précision meilleure que le kilo-Hertz. En plus de localiser la raie à 689 nm, cette spectroscopie nous a permis de calibrer les dérives de la cavité haute finesse qui s'élèvent à environ 0.5 kHz/heure.
3. la troisième et dernière partie de ce manuscrit portait sur l'algorithme de reconstruction dont nous aurons besoin pour analyser les images de notre microscope à atomes pour les futures expériences. Cette partie ne se composait que d'un unique chapitre dans lequel on présentait tout d'abord la manière avec laquelle les atomes sont refroidis au fond des sites du réseau optique pendant leur phase de fluorescence. Dans un deuxième temps, on a présenté un modèle qui nous a permis de simuler des images similaires à celles attendues sur l'expérience. Ces simulations sont indispensables pour tester la pertinence et les performances du futur algorithme de reconstruction d'images. Pour finir, nous avons décrit succinctement les idées générales sur lesquelles le modèle d'algorithme actuellement en développement est construit et avons conclu qu'à ce jour les résultats semblaient plutôt encourageants.

De manière plus informelle, pour montrer les réalisations concrètes qui ont été effectuées ces trois dernières années nous avons mis deux photos sur la figure 5.30 montrant la salle d'expérience au mois de mars 2016 (en haut) et une photo de cette même salle prise plus récemment (en bas). La figure 5.6.2 montre les images des pièges magnéto-optiques : à gauche il s'agit d'une photo d'un nuage d'atomes refroidis sur la raie à 461 nm et à droite de l'image des atomes de strontium refroidis sur la raie à 689 nm et qui forment une coquille au fond du piège-magnéto-optique du fait de la gravité. Nous avons choisi de ne pas commenter le piège magnéto-optique rouge dans le corps du manuscrit car à ce jour, aucune autre forme de caractérisation n'a été effectuée pour le moment.



(a) Salle d'expérience en 2016.



(b) Salle d'expérience en 2018.

FIGURE 5.30 – Photos prises de la salle d'expérience à deux ans d'intervalle. La photo du dessus fut prise au moment de l'installation des tables optiques en janvier 2016 et la photo du dessous a été prise pendant l'année 2018. Sur cette dernière photo n'apparait pas le montage spectroscopique pour la raie rouge qui a été monté pendant l'été de cette année là.

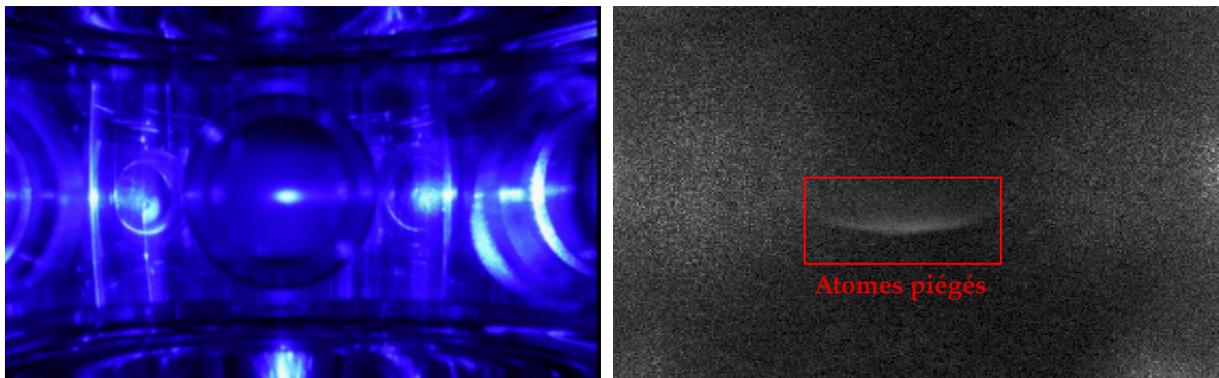


FIGURE 5.31 – Photo des pièges magnéto-optique bleu et rouge. À gauche ils 'agit du MOT bleu obtenu pour la première fois au mois de mars 2018 et l'image de droite représente les atomes tombés au fond du piège magnéto-optique rouge sous le poids de la gravité, obtenu en avril 2019.

Les prochaines étapes du montage

Pour finir, nous allons donner dans les grandes lignes les perspectives futures du montage de l'expérience et les potentielles améliorations qu'on pourrait apporter au montage actuel.

1) Optimisation des MOT bleu et rouge

Comme cela a été suggéré dans le corps du manuscrit, bien que le montage actuel semble nous permettre d'obtenir des atomes refroidis à quelques micro-Kelvin, plusieurs points manquent à la caractérisation des deux MOT et certains aspects expérimentaux pourraient d'ores et déjà être améliorés. En effet, à ce jour nous n'avons pas effectué de mesure en temps de vol pour mesurer les températures réelles des MOT bleu et rouge. De plus, il nous reste encore de nombreux paramètres à optimiser :

- le désaccord et la taille des faisceaux de la mélasse transverse car jusqu'à présent nous n'avons pas tenté de quantifier véritablement son effet sur nos MOT ;
- l'ajustement des courants des bobines Zeeman ainsi le désaccord du laser associé. Il faudra songer aussi à mettre au point un système permettant une mesure de la distribution des vitesses atomiques à sa sortie ;
- une fois les deux étapes précédentes réalisées, il faudra aussi optimiser le désaccord des faisceaux MOT ainsi que le gradient de champ magnétique de ses bobines pour optimiser soit la température finale du MOT bleu, soit le nombre d'atomes qu'il contient par exemple ;
- de même pour le MOT rouge. Jusqu'à présent nous ne l'avons obtenu qu'une seule fois et à partir de paramètres trouvés sur d'autres thèses. Nous n'avons pas encore à ce jour effectué aucune optimisation. Plusieurs paramètres pourraient être testés : le désaccord du laser à 689 nm, l'amplitude du peigne de fréquence, l'écart entre ces derniers, la vitesses avec laquelle on réduit l'amplitude etc...

2) Étuvage et montage de la chambre de science

Comme nous l'avons évoqué dans le dernier chapitre de cette thèse, la chambre dans laquelle se dérouleront les expériences n'est pas encore montée à ce jour. Nous disposons toutefois de la quasi-totalité des pièces nécessaires et envisageons très prochainement d'entamer leur étuvage avant de les ajouter au système à vide actuel.

Nous devons pour cela démonter une grande partie du montage de cette chambre. Toutefois, nous disposons de plusieurs vannes qui permettront a priori d'isoler le four et le ralentisseur Zeeman de la partie qui sera remise à l'air. Néanmoins la chambre MOT sera nécessairement réouverte pour faire ce changement et le système optique associé démonté.

Cette partie nous occupera probablement beaucoup de temps car comme on a pu le voir la chambre de science est bien plus encombrante que la chambre MOT et le système mécanique conçu par Florence Nogrette pour la tenir est bien plus complexe. De même, on rappelle que dans cette chambre se trouveront les lentilles asphériques ainsi que les électrodes qui devront être alimentées en tension. Cela rendra le montage de la chambre de science d'autant plus complexe.

Si le niveau de vide atteint est suffisant dès notre premier essai, on peut espérer qu'elle soit mise en place d'ici la fin de l'année 2019 ou au début de l'année 2020.

3) Montage du système optique autour de la chambre de science et obtention des images d'atomes

Une fois que la chambre de science sera montée, il nous faudra placer à nouveau les optiques autour de la chambre MOT, mettre en place le dispositif nécessaire pour le transport d'atomes entre cette chambre et la chambre de science et pour finir, mettre en place l'ensemble du montage optique conçu par Clémence Briosne-Frejaville autour de cette dernière. Cette partie nous occupera aussi un certain temps car nous allons devoir mettre en place une platine de translation pour effectuer le transport d'atomes (dont nous disposons déjà) et calibrer son excursion de manière précise. Il nous faudra ensuite mettre en place les deux lasers à 1064 nm et effectuer les différents alignements pour le transport et pour générer les réseaux optiques verticaux et horizontaux.

Une fois que les optiques et les lasers seront disposés et alignés, il va nous falloir obtenir à nouveau un MOT bleu puis un MOT rouge, transporter ensuite des atomes refroidis jusqu'à la chambre de science avant de réaliser l'étape de refroidissement évaporatif pour finalement obtenir le condensat de Bose-Einstein.

Lorsqu'on aura obtenu le gaz dégénéré de strontium, il nous faudra visualiser le réseau optique issu des interférences entre les faisceaux prévus à cet effet et concevoir un système de rétro-action pour maintenir ces franges immobiles grâce à un miroir placé sur une cale piezo-électrique. Cette étape est indispensable pour garantir la cohérence des données dans les expériences futures.

Pour finir, il nous faudra arriver à observer une première image de fluorescence grâce au microscope à atomes dont le système optique complet aura été finalisé par Florence Nogrette. Une fois la première image obtenue, il nous faudra ensuite optimiser l'ensemble du système optique formant le réseaux optiques pour améliorer au maximum la qualité de ces images.

Si toutes ces étapes se passent sans problèmes majeurs, on peut espérer obtenir cette première image non optimisée vers la fin de l'été 2020.

4) Finalisation de l'algorithme de reconstruction d'image

En parallèle des autres tâches à réaliser énoncées précédemment, il nous faudra aboutir à une première version de l'algorithme de reconstruction afin de pouvoir analyser les images qui seront obtenues sur l'expérience. Celui-ci pourra être amélioré lorsque nous disposerons de données expérimentales réelles.

Il reste donc encore de nombreuses étapes à réaliser avant l'obtention des premières images d'atomes. Néanmoins, quasiment tous les aspects expérimentaux ont déjà été abordés et nous disposons de la quasi-totalité du matériel pour aller jusqu'au bout. Si tout se passe sans véritables problèmes, on peut espérer raisonnablement obtenir les premiers signaux de fluorescences d'ici un an. J'ai d'ailleurs le privilège de pouvoir rester une année supplémentaire au sein de l'équipe et espérer voir la fin du montage de cette expérience.

Piège magnétique et repompeur

Dans ce manuscrit nous avons présenté principalement les techniques et les méthodes utilisées pour obtenir les MOT selon la raie à 461 nm et celle à 689 nm. Néanmoins, nous avons passé sous silence l'étape de *repompage* des atomes depuis l'état métastable 3P_2 jusqu'au niveau fondamental 1S_0 . Cette étape est indispensable pour obtenir dans un temps raisonnable un nombre suffisant d'atomes dans le MOT rouge pour passer le seuil de dégénérescence quantique¹. On a représenté le schéma des niveaux du strontium sur la figure A.1 avec l'ensemble des transitions lasers mises en jeu : la transition large sur laquelle on réalise le piège magnéto-optique bleu, la transition étroite sur laquelle on effectue le magnéto-optique rouge et la transition de repompage choisie à 403 nm.

A.0.1 La nécessité de repomper les atomes

Lorsqu'on met en fonctionnement le piège magnéto-optique bleu, voici la succession des événements qui peuvent arriver à un atome : en moyenne, après $5 \cdot 10^4$ cycles d'absorption/émission, il transite depuis l'état 1P_1 jusqu'à l'état 1D_2 grâce à un canal de fuite. Une fois sur cet état il a une chance sur deux de tomber soit dans l'état 3P_1 , soit de tomber dans l'état métastable 3P_2 . Dans le premier cas de figure, l'atome fini par retomber dans l'état fondamental et peut alors contribuer à nouveau au MOT bleu. En revanche, dans le second cas, il est a priori perdu pour l'expérience car la durée de vie de l'état 3P_2 est uniquement limitée par la qualité du vide de la chambre MOT. Or pour obtenir un condensat de Bose-Einstein de strontium dans des délais raisonnables, il est nécessaire que la densité atomique dans le MOT rouge soit importante. C'est pourquoi récupérer les atomes stockés dans cet état métastable est indispensable. Cette étape est appelée le repompage optique. Plusieurs transitions de repompage existent pour le strontium mais nous ne les détaillerons pas ici, les références suivantes en présentent quelques une à l'exception de celle que nous avons choisie à savoir, la transition à la longueur d'onde $\lambda_p = 403 \text{ nm}$: [65]-[84]-[11].

L'avantage de cette solution de repompage est qu'elle ne met en jeu qu'une seule transition tandis que les méthodes les plus courantes en demandent deux. En réalité, c'est grâce à de récents développements des technologies lasers que nous avons pu envisager utiliser cette transition de repompage à 403 nm car la commercialisation de laser à diode en cavité étendue à cette

1. Il faut que la densité d'atomes soit telle que leur fonction d'onde spectrale se recouvre. Cela se traduit par la condition suivante :

$$\lambda_{dB} \geq n^{-3}, \quad (\text{A.1})$$

où λ_{dB} est la longueur d'onde de de Broglie et n la densité d'atome.

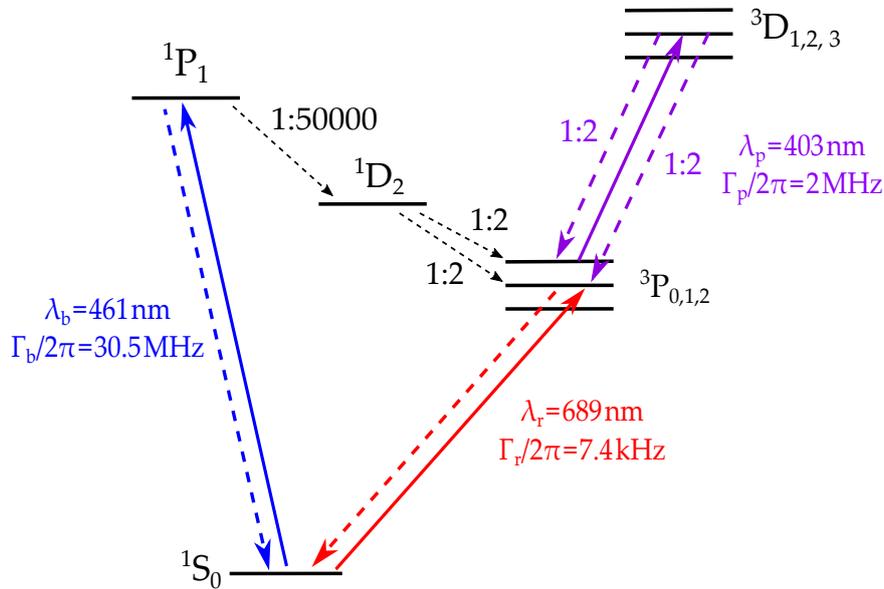


FIGURE A.1 – Ensemble des niveaux atomiques nécessaires pour obtenir un condensat de Bose-Einstein de strontium. On retrouve sur ce schéma les deux transitions permettant d’obtenir les MOT bleu (461 nm) et rouge (689 nm). On a représenté aussi le canal de fuite entraînant les atomes depuis le niveau $1P_1$ soit jusqu’à l’état métastable $3P_2$, soit vers le niveau excité de la transition du MOT rouge $3P_1$. Sans la présence du repompeur à la longueur d’onde $\lambda_p = 403 \text{ nm}$, la moitié des atomes susceptibles de contribuer au signal du MOT rouge seront perdus. Grâce au repompeur, on peut récupérer les atomes bloqué sur le niveau $3P_2$ en les excitant vers le niveau $3D_2$ d’où ils peuvent retomber soit à nouveau vers l’état métastable soit vers le niveau $3P_1$.

longueur d’onde est assez récente. Dans notre cas de figure il s’agit d’un laser provenant de l’entreprise *Toptica*.

A.1 Piège magnétique

Nous avons donc justifié la nécessité d’utiliser un laser de repompage pour récupérer les atomes se trouvant bloqués dans le niveau $3P_2$. Néanmoins, pour stocker un grand nombre, il faut un gradient de champ magnétique suffisamment fort pour les contenir. Pour cela, nous nous sommes servi des bobines du MOT bleu pour charger un piège magnétique. C’est d’ailleurs pour cette raison que nous avons besoin de gradient aussi important que ceux présentés dans le chapitre 2. En effet, si on ne souhaitait pas former un piège magnétique, il n’aurait pas été nécessaire d’utiliser un gradient de 80 G/cm pour obtenir un MOT bleu.

Ainsi, pour charger des atomes de strontium dans ce piège magnétique, il suffit simplement de laisser les faisceaux du MOT bleu ainsi que les bobines anti-Helmoltz allumés autant de temps que nécessaire pour y accumuler suffisamment d’atomes. Dans l’article de Stellmer de 2009 [86], ils obtiennent la condensation du strontium 84 après un temps de chargement de 10 secondes, cela leur a permis d’obtenir 10^8 atomes dans le piège magnétique. Dans leur expérience, le gradient de champ magnétique appliqué était de 60 G/cm.

Néanmoins, pour parvenir à stocker suffisamment d’atomes dans ce piège magnétique, il faut que les atomes y restent bloqués jusqu’à ce qu’on allume le laser repompeur. En effet, comme nous l’avons évoqué dans le chapitre 2, le temps de vie des atomes dans l’état métastable devrait a priori être infini car aucune des transitions sont interdites depuis cet état. Néanmoins, comme le niveau de vide dans la chambre MOT n’est pas parfait, des collisions

peuvent avoir lieu entre les atomes du gaz résiduel et le strontium piégé. En admettant que les collisions à deux corps sont négligeables à ce stade, c'est l'unique processus qui limiterait la durée de vie des atomes dans le piège magnétique. Il est donc nécessaire de s'assurer que le niveau de vide dans la chambre est suffisant pour qu'on puisse y stocker un nombre suffisant d'atomes avant le repompage optique. Pour cela, nous avons effectué une mesure de ce temps de vie des atomes que nous allons à présenter.

A.2 Mesure du temps de vie des atomes dans le piège magnétique

La séquence expérimentale qui nous a permis de faire cette mesure est schématisée sur la figure A.3. Tout au long de cette dernière, les faisceaux du ralentisseur Zeeman, de la mélasse transverse ainsi que les bobines MOT et du ralentisseur Zeeman sont allumés.

1. Pour commencer, on allume les faisceaux lasers du MOT bleu et on ouvre l'obturateur mécanique au niveau de la sortie du four simultanément. On laisse pendant une durée T le MOT bleu fluorescer et on détecte le signal émit grâce à une photodiode. Tout au long de cette durée T , des atomes vont venir peupler l'état 3P_2 et remplir le piège magnétique dont on rappelle la valeur du gradient : 80 G/cm.
2. Au bout de cette durée T , on ferme l'obturateur et on éteint les faisceaux MOT. On ne détecte plus de signal du la photodiode au bout de 10 ms, correspondant au temps de vie des atomes dans le MOT bleu. On laisse un certain délai Δt pendant lequel les atomes piégés dans le piège magnétique peuvent collisionner avec des atomes du gaz résiduel.
3. Tout en gardant l'obturateur mécanique fermé pour empêcher l'arrivée de nouveaux atomes, on allume simultanément le faisceau du repompeur à 403 nm selon l'axe vertical et les faisceaux MOT. Le repompeur va donc permettre de récupérer les atomes tombés dans l'état métastable en les ramenant dans l'état fondamental. Grâce aux faisceaux MOT on pourra observer le signal de fluorescence de ces derniers. Typiquement dans les thèse travaillant sur le strontium [84]-[11]-[19], le nombre d'atomes dans le piège magnétique est de l'ordre de 10^8 ou 10^9 pour le strontium 84. Pour obtenir cette quantité d'atomes, les temps de chargement nécessaire typiques sont de l'ordre de 10 secondes. Comme nous travaillons actuellement avec le strontium 88 qui est bien plus abondant que le strontium 84 (82% contre seulement 0.52%), on s'attend à obtenir cette même quantité d'atome en seulement une fraction de secondes et donc obtenir assez simplement une quantité de signal suffisante pour effectuer des mesures.
4. On réitère ensuite ce cycle pour plusieurs laps de temps Δt et on note l'amplitude du signal du pic issu de la fluorescence des atomes repompés. Comme le montre le schéma de la figure A.3, on a constaté que la quantité de signal est bien plus importante pour les atomes repompés que celle provenant du MOT. Cela montre bien qu'on peut accumuler un nombre bien plus grand d'atomes dans le piège magnétique que dans le piège magnéto-optique.

En admettant que les seules pertes possibles sont des pertes à un corps causé par des collisions entre le strontium du piège magnétique et des atomes du gaz résiduel, on s'attend à ce que la décroissance du nombre d'atomes dans l'état 3P_2 soit exponentielle est caractérisée

par la durée de vie des atomes dans cet état métastable. On s'attend donc à ce qu'en fonction du délais Δt , la quantité de signal dans le pic de fluorescence du repompage $I(\Delta t)$ varie de la manière suivante :

$$I(\Delta t) = I_0 e^{-\Delta t/\tau} \quad (\text{A.2})$$

où τ est la durée de vie des atomes dans le piège magnétique et I_0 l'intensité correspondant à la quantité d'atomes repompés aux premiers instants après la coupure des faisceaux MOT ($\Delta t \rightarrow 0$).

Le plus important pour que ces mesures soient exploitables, est de bien veiller à ce que le nombre d'atomes contribuant au signal I_0 soit le même pour chacun des cycles. Pour cela, il faut que la durée T pendant laquelle on charge le piège magnétique et celle pendant laquelle on laisse allumé le laser à 403 nm δt soit les mêmes pour l'ensemble des mesures.

On a tracé l'ensemble des amplitudes maximales du pic de fluorescence associé au repompage optique en fonction des différents délais Δt . Le graphe représenté sur la figure ... représente des données prises pour un temps de chargement du piège magnétique de 5 secondes et pour un temps d'exposition du repompeur $\delta t = 0.5$ s. On ajustant la courbe expérimentale avec une exponentielle décroissante, on trouve que le temps de vie des atomes dans l'état métastable est de l'ordre de $\tau = 16$ secondes. Ce temps est supérieur aux 10 secondes nécessaires pour obtenir les 10^8 atomes de strontium 84 indiqué dans la thèse de Stellmer [84]. Notre niveau de vide semble donc à ce jour suffisant pour pouvoir envisager former un condensat de Bose Einstein.

Lorsque nous rajouterons la chambre de science prochainement, nous aurons besoin de remettre à l'air la chambre MOT. Il nous faudra refaire cette mesure de temps de vie des atomes dans l'état métastable afin de s'assurer que les nouvelles conditions de vide sont toujours propices à l'obtention d'un condensat de strontium 84.

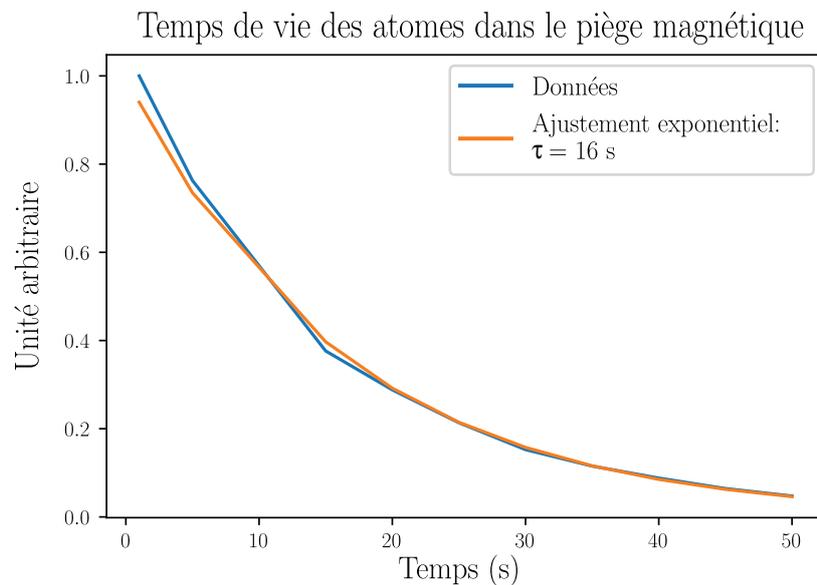


FIGURE A.2 – **Mesure du temps de vie des atome dans le piège magnétique.** Pour obtenir cette courbe on a effectué 10 cycles de repompage optique en modifiant le laps de temps Δt de 5 secondes et en mesurant l'amplitude du pic associé à la fluorescence des atomes repompés. Sur ce graphe on a normalisé la courbe de sorte que l'amplitude maximale correspondant à $\Delta t = 1$ s soit égale à 1. L'ajustement exponentiel colle bien aux mesures et on trouve que le temps de vie des atomes dans ce piège magnétique vaut 16 secondes.

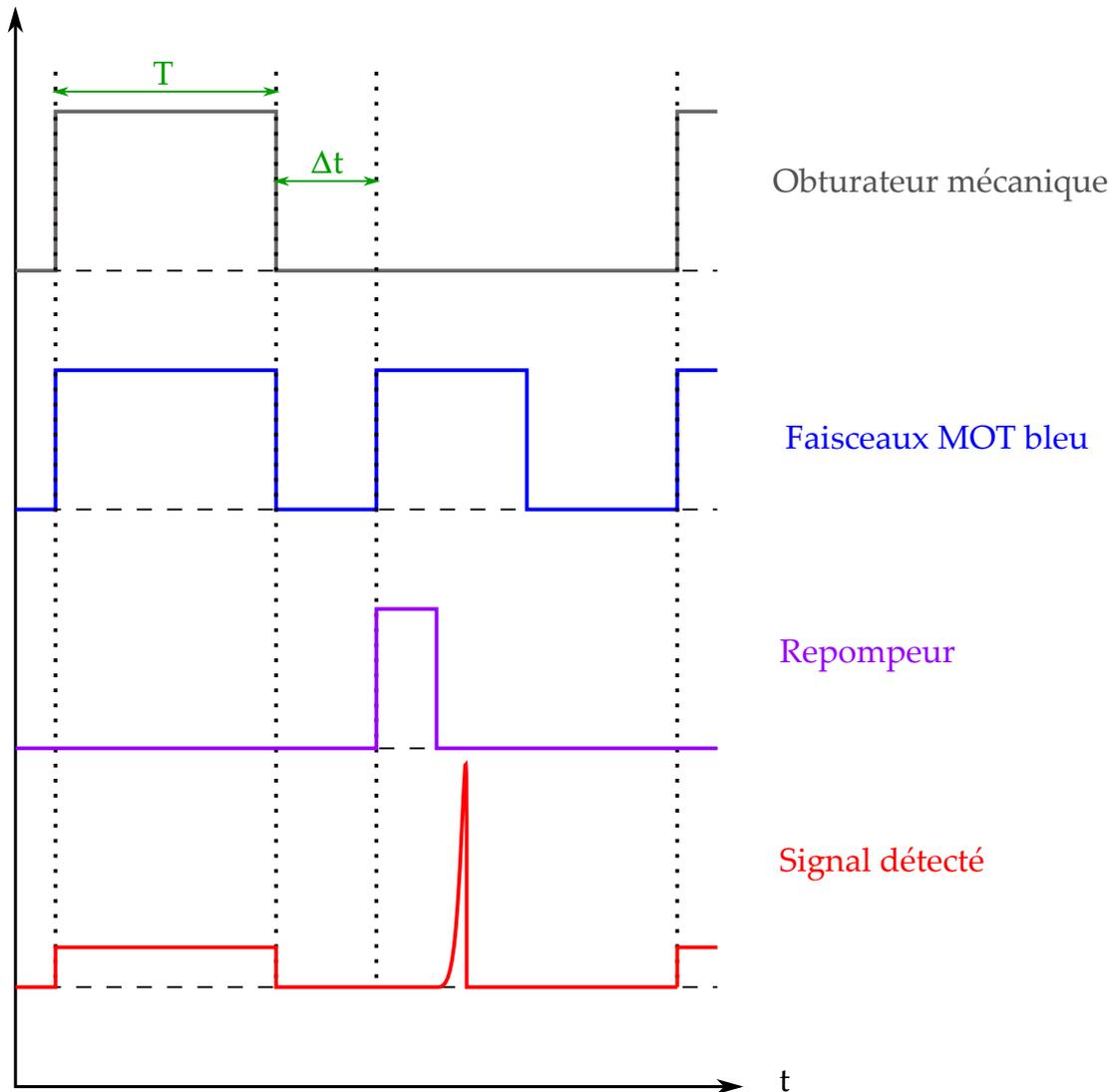


FIGURE A.3 – Schématisation de la séquence expérimentale permettant de mesurer le temps de vie des atomes dans l'état métastable. On y a représenté les acteurs principaux : l'obturateur mécanique situé à la sortie du four, les faisceaux MOT bleu et le repompeur. On a schématisé aussi le signal obtenu par fluorescence des atomes lorsqu'ils se trouvent dans les MOT bleu (pendant la durée T) et lorsqu'ils sont repompés par le laser à 403 nm. On peut voir que le signal associé à la fluorescence des atomes repompés est bien plus important que celui des atomes se trouvant dans la MOT. Cela montre bien qu'on peut accumuler un grand nombre d'atomes dans le piège magnétique.

Calibrations des dérives de la cavité haute finesse

La courbe de la figure B.1 représente la dérive des modes spectraux de notre cavité haute finesse. Pour obtenir cette dernière, nous avons ajusté plusieurs signaux dispersif en sortie de la détection synchrone (voir chapitre 4 pour plus de détails) de sorte à déterminer la position de la résonance. La fonction d'ajustement utilisée est la dérivée d'une Lorentzienne qui nous permet de déterminer la largeur de la résonance et sa position. La courbe B.1 contient donc l'ensemble des positions mesurées de la résonance sur environ deux mois. En ajustant ces mesures avec une droite on peut en déduire la dérive de ces modes : 0.54 kHz/heure, ainsi qu'un offset de 738.11 MHz correspondant à la fréquence de fonctionnement du modulateur électro-optique fibré lors de la première mesure.

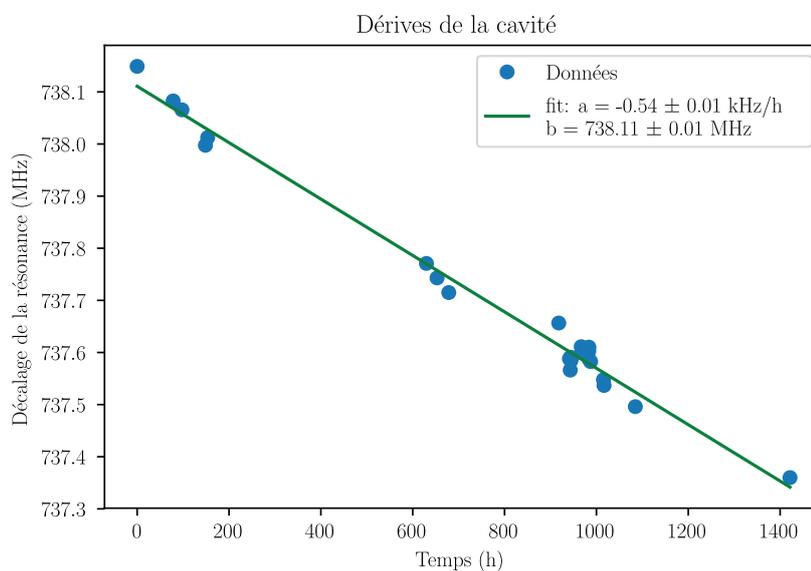


FIGURE B.1 – Mesure de la dérive des modes spectraux de la cavité Fabry-Perot haute finesse sur environ 2 mois.

Annexe **C**

Article soumis le 28 octobre 2019 sur
l'étude de la spectroscopie de shelving
sur un jet d'atomes de strontium et sur
une cellule de spectroscopie

Shelving spectroscopy of the strontium intercombination line

I. Manai^{1,*}, A. Molineri^{2,*}, C. Frjaville², C. Duval¹, P. Bataille¹, R. Journet², F. Wiotte¹,
B. Laburthe-Tolra¹, E. Maréchal¹, M. Cheneau², and M. Robert-de-Saint-Vincent^{1†}

¹ *Laboratoire de Physique des Lasers, CNRS, Université Paris 13,
Sorbonne Paris Cit, F-93430 Villetaneuse, France*

² *Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique Graduate School,
CNRS, Université ParisSaclay, F-91120 Palaiseau, France*

(Dated: October 28, 2019)

We present a spectroscopy scheme for the 7-kHz-wide 689-nm intercombination line of strontium. We rely on shelving detection, where electrons are first excited to a metastable state by the spectroscopy laser before their state is probed using the broad transition at 461 nm. As in the similar setting of calcium beam clocks, this enhances dramatically the signal strength as compared to direct saturated fluorescence or absorption spectroscopy of the narrow line. We implement shelving spectroscopy both in directed atomic beams and hot vapor cells with isotropic atomic velocities. We measure a fractional frequency instability $\sim 2 \times 10^{-12}$ at 1 s limited by technical noise - about one order of magnitude above shot noise limitations for our experimental parameters. Our work illustrates the robustness and flexibility of a scheme that can be very easily implemented in the reference cells or ovens of most existing strontium experiments, and may find applications for low-complexity clocks.

I. INTRODUCTION

Narrow optical lines of atoms or molecules have found many applications ranging across laser cooling below micro-Kelvin temperatures [1–4], velocity-selective probing of ultracold gases [5], molecular photo-association spectroscopy [6, 7], and of course as frequency references (atomic optical clocks) [8–11]. Exploiting the benefits of narrow resonances however imposes challenging requirements on the stability of the laser frequency. While well-established techniques exist to lock the laser frequency on an artificial reference such as an optical cavity, thereby providing short-term stability, absolute referencing with respect to the atomic or molecular line remains necessary to achieve a long-term stability.

The linewidths of the intercombination lines of alkaline-earth or alkaline-earth-like species range from tens of Hertz for magnesium [12], to hundreds of kilo-Hertz for ytterbium. For such low values, absolute frequency referencing, a cornerstone of atomic physics experiments, becomes a technical challenge (see e.g. [13] for strontium). Indeed, on the one side, the requirement for precision is increased in comparison to the routinely used dipolar allowed transitions. On the other side, the standard referencing techniques, such as saturated fluorescence or absorption spectroscopy, suffer from a drastic reduction of their signal strength.

In this paper, we demonstrate a simple spectroscopy scheme for the 7-kHz-wide intercombination line of ^{88}Sr . It consists in first exciting the intercombination line $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_1$ using a 689 nm spectroscopy laser, and then probing the electronic state populations with a laser resonant with the broad transition $^1\text{S}_0 \rightarrow ^1\text{P}_1$ at 461 nm.

The spectroscopy thus inherits both the frequency resolution associated with the narrow transition, and the large signal associated with light scattering on a broad line. Such optical “shelving” detection is reminiscent of the approach now commonly used in ion (or atom) clocks [9, 14] and molecular spectroscopy [15]. Our system bears strong similarities to thermal calcium beam clocks [16–20]. Unlike these, however, we do not implement Ramsey interferometry, which reduces the complexity of the setup. By implementing the spectroscopy on two fully independent setups, with different atomic sources and beam geometries, we show that the scheme does not even need a directed atomic beam, unlike Ramsey schemes, so that it can be readily implemented on the atomic reference cells of most existing experiments. Based on our observations, we suggest a simple and compact design for a spectroscopy cell. We measure a frequency instability of 2×10^{-12} at 1s, limited by technical noise. The expected fundamental limitations in our geometry are $\sim 3 \times 10^{-14}$, which shows that shelving spectroscopy of the Sr intercombination line has potential application for a low complexity clock.

II. PHYSICAL PRINCIPLE

Non-linear Doppler-free fluorescence or absorption spectroscopy is much more demanding with narrow lines than broad lines, because of a much weaker signal. Indeed, the number of scattered or absorbed photons contributing to the signal depends on:

- i) the number of atoms in a velocity class resonant with the laser, which, due to the Doppler effect, is proportional to the transition linewidth γ in the limit of negligible power broadening;
- ii) the scattering rate of each of these atoms, bounded from above by half the linewidth, $\gamma/2$.

* These authors contributed equally to this work.

† Corresponding author: martin.rdsv@univ-paris13.fr

Thus, the signal strength can scale with the linewidth as fast as γ^2 . In the case of strontium, for instance, the linewidth of the $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ transition at 689 nm is $\gamma/2\pi = 7.4$ kHz, about 4000 times smaller than the linewidth of the $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ transition at 461 nm, $\Gamma/2\pi = 31$ MHz. The spectroscopy signal may then be reduced by a factor up to $(\Gamma/\gamma)^2 \simeq 10^7$ as compared to a spectroscopy of the broad line. Even under typical conditions of strong power broadening, the signal strength is still reduced by a factor larger than Γ/γ . Such a weak signal has been used already for accurate spectroscopy of the strontium intercombination line [21–23], but one must then take special care of the detection noise. Other approaches with an optical cavity around the sample are being explored [24].

The general idea of a shelving detection scheme is to increase the signal by separating the generation of the sub-Doppler feature from the detection of the electronic state populations. To this end, we separate the atomic dynamics in two consecutive stages, which is possible thanks to the long radiative lifetime of the 3P_1 state (see Fig. 1):

- i) the interaction with a “spectroscopy” laser driving the narrow transition, retro-reflected and saturating. When tuning the spectroscopy laser frequency, the number of atoms in the excited state exhibits a sub-Doppler feature, related to the resonance of a single velocity class with both counter-propagating beams;
- ii) the interaction afterwards with a non-saturating “readout” laser resonant with the broad transition, to measure the atomic ground-state population with high signal-to-noise ratio. The promotion of atoms to the 3P_1 state by the spectroscopy laser is then detected as an increase of the readout laser transmission.

In doing so, we recover a factor Γ/γ in the signal strength. It then becomes easy to create an absolute frequency referencing with the accuracy needed for applications such as laser cooling on a narrow line. For long-term laser frequency stabilization, the enhanced signal permits the use of standard detection electronics and photodiode, as well as the use of low-flux, long-lifetime atomic sources. For the more demanding applications of frequency metrology, the relative photon shot-noise is significantly reduced, and actually typically becomes lower than atomic shot-noise, that becomes the fundamental limit to precision [20, 25] (see Appendix A). The atomic shot noise itself can be significantly smaller than in optical lattice clocks, since thermal beam setups enable detection with a large atomic density [26].

Interestingly, in a regime where the interaction time with the spectroscopy laser is similar to the lifetime of the upper state of the narrow transition, coherences can play a significant role in the spectral features. Thermal calcium beam clocks, for example, optimize for this in implementing Ramsey interferometers. Fringe shapes and contrast then depend sensitively on the beam power and interaction time. In [19], the authors maximized the fringe contrast by selecting a longitudinal velocity in the thermal beam. In the present work, on the contrary

we take advantage of the full thermal velocity distribution to wash out the interference fringes, which ensures a strong robustness of the lineshapes against variations of the spectroscopy beam power.

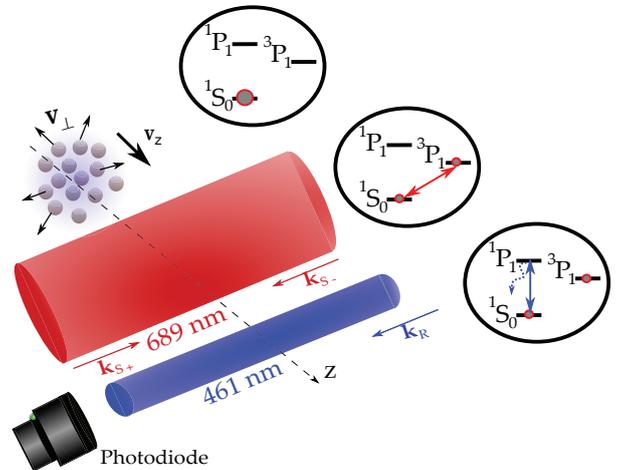


Figure 1. Shelving detection for the spectroscopy of the strontium intercombination line. Atoms first interact with the retro-reflected “spectroscopy” laser, that probes the intercombination line. A fraction of the population is promoted to the long-lived state 3P_1 . In a second stage, a “readout” laser measures, by absorption, the fraction of atoms that remained in the ground state 1S_0 .

III. EXPERIMENTAL SETUPS

In this section, we describe the implementation of our shelving spectroscopy in two different settings, that illustrate its robustness and applicability in most existing experiments.

In the first setting, a directed thermal beam of atoms crosses consecutively the spectroscopy and the readout beams, which both propagate perpendicularly to the atomic beam and do not overlap with each other. Most of the data presented here was obtained using this first setup.

In the second setting, a gas with nearly isotropic velocity distribution fills a hot vapor cell. The cell is traversed by the spectroscopy and readout beams, which are overlapped on the same propagation axis. To ensure that atoms interact first with the spectroscopy beam, its diameter is chosen larger than that of the readout beam.

A. Atomic beam

In our first setup, depicted on Fig. 2, a thermal beam of ^{88}Sr atoms is produced by an oven heated to typically 480 °C. The vacuum is maintained by a 20-L/s ion pump. The oven aperture (4-mm diameter) is filled with 44 stainless steel micro-tubes (190-

μm inner radius, 15-mm length) that produce an effusive directional beam [27]. The spectroscopy and readout laser beams intersect the atomic beam perpendicularly, about 15 cm after the oven aperture. The (longitudinal) distribution of velocities along the atomic beam axis is $n_1(v) \propto v^2 \exp(-v^2/2mk_B T)$, with mean velocity $\bar{v}_1 = 410 \text{ m/s}$. However, due to narrow Doppler selection by the spectroscopy laser along its axis, the atoms sensitive to it have a modified longitudinal velocity distribution: $n_2(v) \propto v \exp(-v^2/2mk_B T)$, with mean velocity $\bar{v}_2 = 330 \text{ m/s}$.

The atomic beam consecutively passes through two areas. The first is dedicated to locking the readout laser on the broad line $^1\text{S}_0 \rightarrow ^1\text{P}_1$ by modulation transfer spectroscopy [28]. After sufficient time for complete de-excitation, the atoms enter the second area, dedicated to the shelving spectroscopy, where they cross in close succession the spectroscopy and the readout beams. Both of these laser beams are precisely parallel to each other, and roughly perpendicular to the atomic beam. Only the spectroscopy beam is modulated in frequency in this area. Note that one could easily increase the number of atoms interrogated in the laser beams' volumes, and hence the signal strength, by interchanging the readout beam locking area and the shelving spectroscopy area.

Both lasers are generated by extended cavity laser diodes. The spectroscopy laser is frequency-stabilized to a linewidth of about 1 kHz by the Pound–Drever–Hall technique (PDH) [29] on the TEM₀₀ mode of an ultra-stable Fabry–Prot cavity (Stable Laser Systems) with 60 kHz linewidth. The frequency difference between the cavity mode and the atomic resonance is controlled by two acousto-optic modulators (AOM) in double-pass configuration. One of these modulators, shown in Fig. 2, is also used to modulate the spectroscopy light frequency [30].

In the shelving spectroscopy area, the spectroscopy beam has a 5.4-mm waist, and it is truncated to a diameter $D = 10 \text{ mm}$. The corresponding characteristic interaction time with the atoms, or transit time, is $D/\bar{v}_2 = 30 \mu\text{s}$. The beam is retro-reflected by a trihedral prism to ensure minimal deviation from parallelism, in the $10 \mu\text{rad}$ range, a critical point to avoid biases and broadening from first-order Doppler effect – see Section VII. The retro-reflected beam has a small lateral displacement, $\lesssim 1 \text{ mm}$, along the atomic flux. The power of the incident spectroscopy beam is varied from 26 to $470 \mu\text{W}$. This corresponds to a saturation parameter I/I_{sat} between 23 and 400, or Rabi frequencies $\Omega/2\pi$ between 26 and 110 kHz. Here, I is the peak intensity of the incident beam on its axis inside the vacuum chamber, and $I_{\text{sat}} \approx 3 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ is the saturation intensity of the $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_1$ transition. The retro-reflected beam is weaker by a factor 0.85 due to the uncoated viewports.

The propagation axis of the readout beam is set 2 mm after the truncated edge of the spectroscopy beam. The mean travel time between the spectroscopy and readout beams is $\approx 6 \mu\text{s}$, smaller than the 21- μs lifetime of the

$^3\text{P}_1$ state. The readout beam is elliptical with waists 440 μm and 900 μm , respectively along the atomic beam and orthogonal to it. Its power is set to $66 \mu\text{W}$, which corresponds to a saturation parameter of about 0.25. The absorption by the atomic beam is measured by an amplified photodiode and is typically 7%. Another photodiode monitors the readout beam power upstream of the atomic beam; the two photodiode signals are subtracted to cancel the effects of intensity fluctuations in the readout beam. The resulting signal is amplified and demodulated by a lock-in amplifier synchronized with the modulation of the spectroscopy AOM frequency.

In the shelving spectroscopy area, a uniform magnetic field of 3.4 G is generated by a pair of coils along the light propagation axis to separate the Zeeman levels of the $^3\text{P}_1$ state (with Land factor 2.1 MHz/G). The polarization of the spectroscopy light is linear and perpendicular to the magnetic field, such that the π transition $^1\text{S}_0(m_j = 0) \rightarrow ^3\text{P}_1(m_j = 0)$ is forbidden. A cross-over line between the σ^+ and σ^- transitions nevertheless provides a signal effectively insensitive to magnetic fields in the Gauss range.

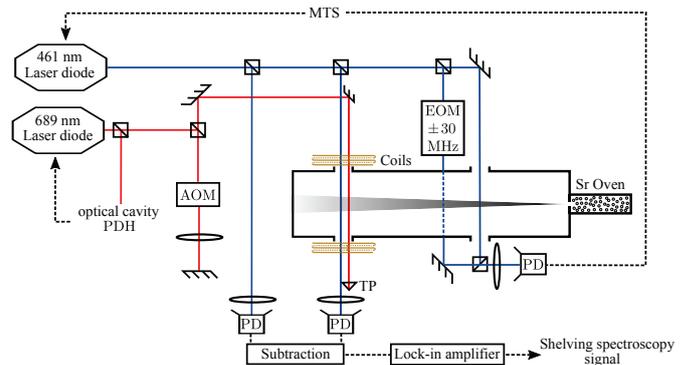


Figure 2. Overview of the atomic beam experimental setup. The effusive atomic beam interacts with lasers in two areas. In the first one (right), the readout laser (blue) is referenced on the broad 461-nm transition by modulation-transfer spectroscopy (MTS) for locking. The second area (left) is dedicated to the shelving spectroscopy and involves both the readout laser (blue) and the spectroscopy laser (red). The spectroscopy laser is frequency-modulated by means of an acousto-optic modulator (AOM) driven with sidebands. The laser carrier frequency is locked on an ultra-stable optical cavity (not shown) using the Pound–Drever–Hall (PDH) technique. A homogeneous magnetic field, generated by a pair of identical coils, splits the Zeeman levels. TP, trihedral prism; PD, photodiode.

B. Hot vapor cell

Our second setup is a hot vapor cell, in which we demonstrate the shelving spectroscopy despite the absence of a well directed atomic flux. The expected advantage of the cell geometry is to probe a much denser

ensemble of atoms, and thus to obtain a large signal strength even for modest gas temperatures.

The cell consists of a 60-cm long, stainless steel tube connecting two uncoated BK7 viewports. A crucible welded in the middle serves as a strontium reservoir. The tube's internal and external diameters are 8 and 14 mm, respectively. A welded nipple located close to one of the viewports provides a connection to the exterior through an angle valve. The vacuum pressure inside the cell is brought below 10^{-4} mbar using a turbomolecular pumping station. Once under vacuum, the cell can be isolated by closing the valve and the pumping station can be removed, as there is no need for continuous pumping at this level of pressure. We verified that such moderate vacuum pressure is sufficient to avoid the collisional broadening of the narrow intercombination line (see Section VIB).

The crucible is a hollow cylinder whose inner volume has a diameter of 16 mm and a height of 50 mm. It is filled with several grams of strontium. A coaxial heating cable is wound around the crucible, and raises the temperature to about 390 °C, where the strontium vapor pressure is around 10^{-4} mbar [31]. Thermal insulation is ensured by wrapping the heated region in ceramic wool and aluminum foil. In practice, the temperature of the steel tube away from the heated region quickly drops, and there is no need for active cooling of the cell's ends. The length of the cell tube prevents strontium deposition on the ambient-temperature viewports.

The spectroscopy and readout beams are generated by extended-cavity diode lasers, locked on fixed frequency references in a very similar way as described for the first setup. The most notable differences are:

- i) a hollow cathode lamp serving as a reference to stabilize the readout laser frequency on the $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ transition;
- ii) the larger linewidth of the Fabry–Prot cavity (200 kHz), used to stabilize the frequency of the spectroscopy laser to better than 1 kHz with the PDH technique;
- iii) the power amplification of the spectroscopy laser with a master-slave system. The master laser is locked on the optical cavity, and the frequency modulation for the spectroscopy is applied by a double-pass AOM on the master, before injection of the slave laser.

The spectroscopy and readout beams are superimposed on the center axis of the vapor cell using a low-pass dichroic mirror. The spectroscopy beam initially has a Gaussian profile with a waist of 4 mm and is clipped by the 8-mm diameter tube. It is retro-reflected by a trihedral prism. The light intensities used here are in the same range as in our first setup. The readout beam has a Gaussian profile of waist 400 μm and its power is set to 30 μW , corresponding to $I/I_{\text{sat}}^{\text{R}} \simeq 0.15$ ($I_{\text{sat}}^{\text{R}} = 42 \text{ mW/cm}^2$ for the readout transition). The absorption of this beam by the atomic vapor cell is typically between 50 and 80%, depending on the exact temperature of the crucible. This absorption rate is 10 times higher than in

the first setup, providing in principle a gain in the spectroscopy signal amplitude of order 5 (see Appendix A) while using a lower temperature. The spectroscopy and readout beams are separated by a dichroic mirror after passing through the cell. The spectroscopy beam continues towards the retro-reflector, while the readout beam is directed towards a non-amplified photodiode to measure the absorption signal. A laser-line band-pass filter (center at 460 nm, 10-nm bandwidth) is placed in front of the detector to block residual light from the spectroscopy beam with an optical density of 6. The absorption signal is amplified and demodulated by a lock-in amplifier. In contrast to the first setup, we do not subtract a measure of the incident readout power from this signal.

The typical transit time of the atoms contributing to the spectroscopy is shorter in this setup. First, by Doppler selection, all the atoms that contribute to the sub-Doppler signal travel orthogonally to the beams. Due to the colinear propagation of the spectroscopy and readout beams, the distance over which the atoms interact with the spectroscopy beam is limited by its radius, 4 mm, instead of its diameter. Second, the atoms stop interacting with the spectroscopy beams as soon as the scattering of photons from the readout beam dominates their internal dynamics. We estimate that this occurs 1.6 mm away from the beam axis, where the scattering rate from the readout laser equals the Rabi coupling frequency from the spectroscopy laser. This leads to a typical travel distance in the spectroscopy beam $D \approx 2.4$ mm, compared to 1 cm in the atomic beam setup. From any point on the cell walls, the velocity distribution of atoms intersecting the readout beam with vanishing Doppler shift is $n_2(v)$ (see III A), with mean velocity $\bar{v}_2 = 310$ m/s. From this we deduce a typical transit time $\sim 8 \mu\text{s}$, smaller than the 3P_1 state lifetime. Coherences on the intercombination transition are thus well preserved during the interrogation. However, simple numerical simulations based on the optical Bloch equations show that averaging over the velocity distribution washes out the spectral signatures of coherence, which ensures robust spectral shapes - as supported by our observations.

The current circulating in the heating cable produces a magnetic field of about 2.3 G, oriented perpendicular to the beam propagation axis. The polarization of this beam being mixed in the experiment, we are able to see the three transitions associated with the Zeeman sub-levels of the 3P_1 state, plus two cross-over lines. The cross-over line between the two σ lines is superimposed on the π line. In the following we consider only this central spectral line, which is insensitive to the magnetic field.

IV. TYPICAL SPECTRA

We now present typical spectra obtained with both our setups. Fig. 4 first shows a broad view of the spectroscopic signal using the atomic beam setup. In order

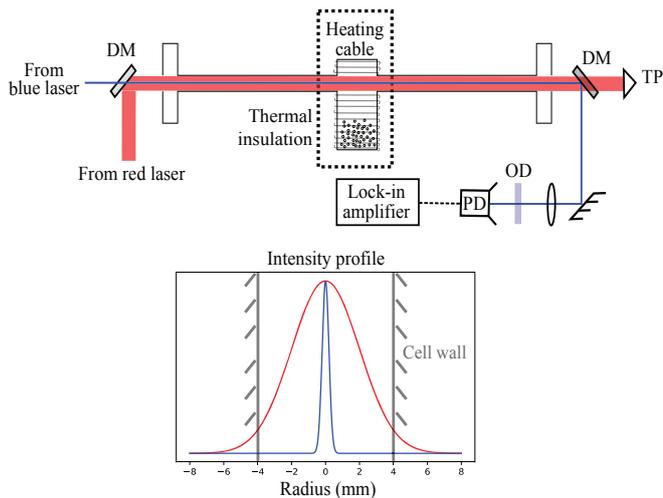


Figure 3. Overview of the hot vapor cell experimental setup. The heating cable wound around the strontium reservoir generates a magnetic field oriented perpendicularly to the laser beam propagation axis. The spectroscopy laser is locked on a Fabry-Prot cavity (not shown), the readout laser on a hollow cathod lamp (not shown). The spectroscopy laser is frequency-modulated using an AOM. Bottom panel: intensity profiles of the spectroscopy beam (red line) and readout beam (blue line), normalized to one at the center, along a diameter of the cell tube. DM, Dichroic Mirror; TP, Trihedral retro-reflection Prism; PD, photodiode; OD, laser-line filter (optical density of 6 at 689 nm).

to reveal the broadest spectral features, the modulation amplitude of the spectroscopy beam frequency is chosen very large (2 MHz peak-to-peak) and dominates over all other broadening mechanisms. The modulation frequency is set to 10 kHz. This spectrum is acquired in ascending frequency order, with 100 ms lock-in amplifier integration time and 500 ms delay between consecutive measurement points.

The wide dispersive feature spanning the whole frequency range originates from the interaction of the spectroscopy laser with all atoms that can absorb light from the readout beam. These atoms have velocities such that $\vec{k}_R \cdot \vec{v} \leq \Gamma$, where \vec{k}_R is the wavevector of the readout beam. This corresponds to Doppler shifts for the spectroscopy laser of up to $\Gamma \cdot k_S/k_R \simeq 2\pi \times 21$ MHz (k_R and k_S are the norms of the readout and spectroscopy beam wavevectors, respectively). On top of this background, three Doppler-free resonances emerge, due to the interaction of the spectroscopy beam and its retro-reflection with atoms belonging to the same velocity class. The outer lines correspond to the σ -transitions, and the central line is the cross-over between the two, which is insensitive to the magnetic field to first order.

We now zoom in on the central Doppler-free resonance, for both setups. In Fig. 5, we show spectra obtained with the experimental parameters which, on the atomic beam setup, optimize the uncertainty of the measurement of the line center position (see Section V). In both setups,

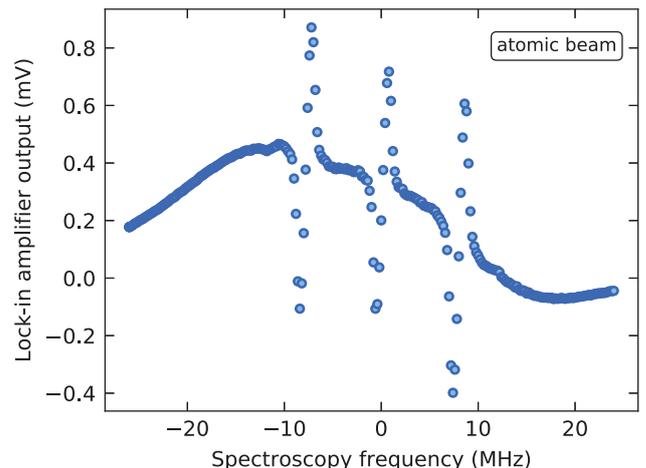


Figure 4. Broad view of the spectrum, with a strong modulation of the spectroscopy beam frequency (2 MHz peak-to-peak) to inflate the wide Doppler feature. The latter originates from the interaction of the spectroscopy beam with all atoms with velocities such that $\vec{k}_R \cdot \vec{v} < \Gamma$, that are probed by the readout beam. The three sub-Doppler resonances correspond to the σ^\pm transitions and their cross-over line. They are split by 7.1 MHz thanks to a 3.4-G magnetic field. The origin of the frequency axis is arbitrarily set to the center of the cross-over line.

the peak intensity of the incident spectroscopy beam is $I \simeq 83I_{\text{sat}}$ and its frequency is modulated at 2.5 kHz, slow enough to ensure that the atomic response is quasi-static, with no dephasing [32]. The modulation amplitude is 66 kHz peak-to-peak in the atomic beam setup and 22 kHz in the hot vapor cell. The lock-in amplifier integration time is 1 s (resp. 3 s), and, in order to prevent spectrum distortion, a new point is acquired every 5 s (resp. 10 s) in order of ascending frequency. The absorption on the readout beam is around 7 % (resp. 80 %) when the spectroscopy beam is off-resonant.

The solid lines in Fig. 5 show the best fits to our data using the derivative of a Lorentzian profile, plus an offset. We find a full width at half maximum (FWHM) of 114 kHz (resp. 133 kHz), resulting from the addition of several broadening mechanisms with similar contributions: the finite transit times, the spectroscopy beam intensity, and the finite modulation amplitude; see Section V. The fit uncertainty on the line center is close to 500 Hz in both setups.

V. FREQUENCY MEASUREMENT PERFORMANCES

We estimate the short-term (1 s) frequency instability from the ratio between the noise of the signal and the slope in the linear part. Below, we will discuss these two aspects consecutively, based on data from the atomic

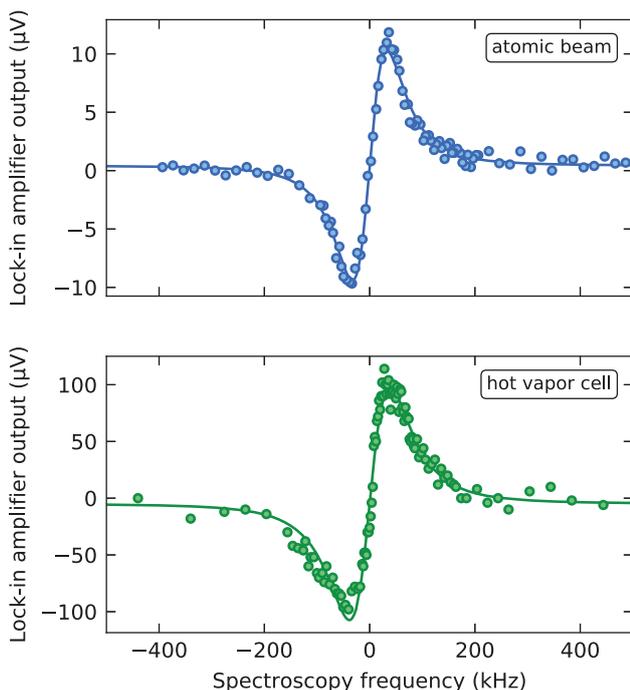


Figure 5. Dispersion profile from the σ^\pm cross-over line and π line, in the conditions of section IV. **Top panel:** measurement performed on the atomic beam. **Bottom panel:** measurement performed on the hot vapor cell. In both panels the circles represent the measured data and the solid lines represent the best fits with the derivative of a Lorentzian profile, plus a constant offset baseline. The origin of the frequency axis is arbitrarily set to the center of the line. The key parameter in this line profile is the spectroscopy beam intensity. It is set to $I \simeq 83I_{\text{sat}}$ for both measurements. The full widths at half maximum derived from the fits are 114 kHz (atomic beam) and 133 kHz (hot vapor cell).

beam setup. We will then compare this frequency instability at 1 s to the fit uncertainty on line centers from entire spectral datasets. The fit uncertainties are sensitive to the line shapes, and to baseline drifts appearing in some parameter ranges.

A. Signal slope optimization

Although the spectroscopy signal broadens with both the intensity of the spectroscopy beam and the amplitude of the frequency modulation for the lock-in amplifier, the slope of the signal best characterizes the figure of merit of the spectroscopy. Here we show how both parameters above optimize the slope. The modulation frequency remains $f_{\text{mod}} = 2.5$ kHz.

First, we begin by investigating the dependency of the spectral width on the incident spectroscopy beam intensity, see Fig. 6, top panel. The blue circles represent the fitted Lorentzian FWHM measured using a weak

modulation amplitude of 25 kHz peak-to-peak. The blue solid line shows the best fit with the empirical function $\gamma(I)/2\pi = \sqrt{a^2I + b^2}$. We find $a = 6.8(3)$ kHz/ $\sqrt{I_{\text{sat}}}$ and $b = 50(8)$ kHz. The value $\gamma(0)/2\pi = b$ should be dominated by the transit time broadening [33]. We estimate that the amplitude of the frequency modulation also contributes to about 10 kHz to the spectral width. The blue circles in the bottom panel of Fig. 6 show the resulting slope in the linear part of the spectroscopy signal as a function of the spectroscopy intensity. The slope first improves with spectroscopy intensity, as the dispersive signal strength increases until power broadening overcomes transit time broadening. At higher intensities, we would expect the increasing and dominant power broadening to ultimately deteriorate the dispersive signal slope (see Appendix A) – although this trend is not clearly visible in our data.

Second, we discuss the optimal frequency modulation amplitude. At the spectroscopy intensity $I = 46 I_{\text{sat}}$, we maximized the signal slope as a function of modulation amplitude, and found an optimum, corresponding to 0.8 times the spectral FWHM measured at low modulation. We argue, as detailed in Appendix A, that as pump power is varied, the modulation amplitude that maximizes the slope scales with the power-broadened width. Thus, in a second set of experiments, we repeated our measurements with a modulation amplitude scaled to always match a value equal to 0.8 times the linewidth $\gamma(I)/2\pi$ measured previously at low modulation amplitude. The resulting widths and slopes are shown in the two panels of Fig. 6 as green squares. One sees that, although the line is broadened by about 30 %, the slope can be increased by up to a factor 2 as compared to the previous data, and its dependency with spectroscopy power flattens at high powers, as expected (Appendix A).

B. Instability and frequency measurement uncertainty

In this section, we characterize our spectroscopy signal in terms of frequency instability, and find a 2×10^{-12} fractional instability in 1 s. This provides an extremely good frequency reference for most cold atom experiments. However, we also point out long-term drifts of the output of the lock-in amplifier, which would impact long term measurements. These seem related to stray spectroscopy light on the readout photodiode, that could be eliminated for clock applications.

We estimate the noise on the signal by repeated measurements with all parameters constant. The spectroscopy frequency is set away from the sub-Doppler line. For low spectroscopy intensity, up to $\leq 100 I_{\text{sat}}$, the noise appears uncorrelated, random from shot to shot. Its root-mean-square (r.m.s.) value is proportional to the readout beam power (as the sub-Doppler signal strength), and is reduced by subtracting a reference to the photodiode signal (see Fig. 2). For the selected readout beam

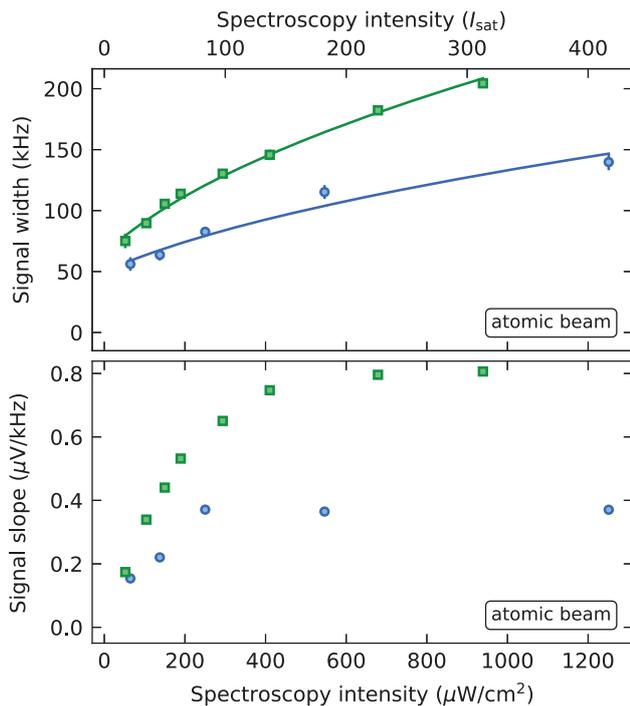


Figure 6. **Top panel:** fitted Lorentzian FWHM as a function of the incident spectroscopy beam intensity. The data marked with blue circles was recorded with a fixed modulation amplitude of 25 kHz peak-to-peak. The blue solid line shows the best fit using the empirical function $\gamma(I)/2\pi = \sqrt{a^2 I + b^2}$. The data marked with green squares was recorded with a peak-to-peak frequency-modulation amplitude scaled to $0.8 \times (\gamma(I)/2\pi)$, to maximize the signal slope (see text). As a guide to the eye, the latter data is fitted with the same model function, shown as green line. The error bars on the data denote the spectrum fit uncertainties. **Bottom panel:** slope of the signal as a function of the spectroscopy beam intensity. The blue circles and green squares are derived from the same measurements as in the top panel.

power (66 μW), we find an r.m.s. noise value of 0.5 μV , independent of the spectroscopy intensity. Under those conditions, the signal-to-noise ratio is ~ 20 . This value is about 10 times lower than the limit expected from fundamental shot noises, in which atomic shot noise dominates over photonic shot noise (see Appendix A).

Offset drifts, relevant at the minute timescale, appear at large spectroscopy intensities above $100 I_{\text{sat}}$. The strongest observed drifts are $\sim 0.01 \mu\text{V/s}$. We suspect stray spectroscopy light reaching the detector to be responsible for them. Residual amplitude modulation applied to the spectroscopy beam by the AOM may then be detected by the lock-in amplifier. A demodulation at thrice the modulation frequency [34] could suppress this effect.

We now summarize in Fig. 7 the performances of our spectroscopy as a function of the spectroscopy beam power, combining the effects of short-term noise (instabil-

ity), long-term noise (drifts), and lineshape. This figure relies on the same spectra as in Fig. 6 (data with scaled modulation amplitude).

First, we estimate the short-term (1 s) frequency instability of the measurement, realized with a 1 s lock-in amplifier integration time, from the ratio of the uncorrelated noise to the dispersive signal slope. It is shown in Figure 7 (full squares) as a function of the spectroscopy beam intensity. As the uncorrelated noise is independent of the spectroscopy intensity, the frequency instability at 1 s is simply proportional to the inverse of the slope shown in Fig. 6b (green squares). We observe that it improves quickly as the intensity is increased, and then levels off to about 630 Hz above $200 I_{\text{sat}}$, when the power broadening starts to dominate over the transit time broadening (see Appendix A for a simple model).

Second, we investigate the uncertainty of long term measurements by fitting entire spectra, made of 90 shots acquired point-by-point over 450 s. Since the spectroscopy laser is referenced to an optical cavity, we are then measuring the center of the line relative to that cavity (see Appendix B). We assume Lorentzian derivative lineshapes, and include baseline drifts in the fit model function with a linear dependence on acquisition time. The uncertainty is affected by short and long-term noise, and also by deviations of the actual lineshape from the fit model function. The fit uncertainties on the line centers are shown as empty squares in Fig. 7. They are optimal for a spectroscopy beam intensity around $100 I_{\text{sat}}$, reaching about 450 Hz. The minimal uncertainty in this intensity range results from a trade-off between several effects: a high intensity is favorable to increase the slope (see Fig. 6), but a low intensity causes smaller offset drifts and less deviations from the assumed Lorentzian lineshape. On our setup, thus, the regime $I \simeq 100 I_{\text{sat}}$ is well suited for long-term (450 s) measurements, in particular as it reduces the drifts to values such that fitting with or without them provide the same line center measurement. In this intensity range, the instability at 1 s is below 1 kHz, i.e. a relative instability $\sim 2.10^{-12}$. Up to $100 I_{\text{sat}}$, the fact that the fit uncertainty is only about half the instability at 1 s is statistically explained by the relatively sparse sampling of the central slope in the spectra, with only up to 10 points [35].

To conclude this section, we measure a relative instability at 1 s of 2.10^{-12} . The signal-to-noise ratio (SNR) is of order 20 and is limited by technical noise. Ultimately, if the noise level were set by the fundamental shot-noise limit (combining atomic and photonic shot noise), we expect that the SNR could reach 220 in the same conditions. An additional improvement, by a factor of order 5 in signal, could be achieved simply by increasing the readout beam absorption, which is only 7% for these data (see Appendix A).

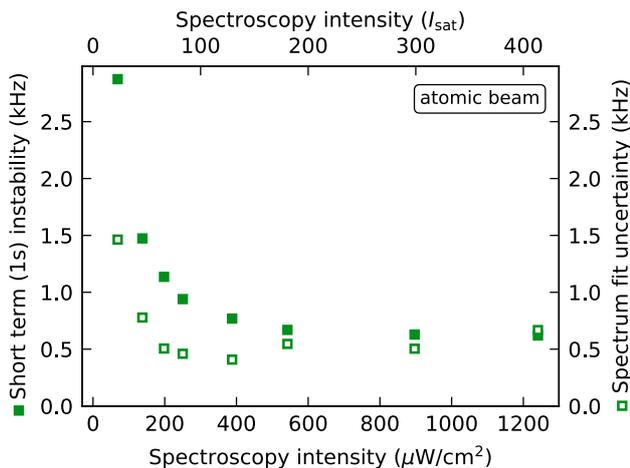


Figure 7. Frequency instability at 1 s (filled squares), and spectrum fit uncertainty on the line center (empty squares), as a function of spectroscopy beam intensity. Both quantities are extracted from the same data sets, 90-shot spectra, 450 s total acquisition time, one of which is presented in Fig. 5a. The spectra are fitted with a Lorentzian derivative, plus a baseline modeled by an offset drifting linearly with measurement time. Above $400 \mu\text{W}/\text{cm}^2$, the fit uncertainty deteriorates, as baseline drifts and deviations from the assumed lineshape become significant (see text).

VI. SHELVING DETECTION IN THE HOT VAPOR CELL

We now present the application of shelving detection to the hot vapor cell. We will discuss the observed performances and highlight three specific advantages of such a configuration: compactness, low complexity, and long lifetime operation. The key specificity of the hot vapor cell is that atoms are probed where the density is the highest, which enables low-temperature operation with high signal.

A. Performance overview

In Fig. 5, we have compared spectra obtained with the atomic beam and the hot vapor cell for the same spectroscopy beam intensity of $83 I_{\text{sat}}$. A slightly larger linewidth (133 kHz compared to 114 kHz) is observed in the hot vapor cell, which may be attributed to a larger transit broadening given the shorter interaction length in this geometry (see section III B). The spectrum baseline is distorted for intensities larger than $100 I_{\text{sat}}$. In contrast to the atomic beam setup, however, the distortions are reproducible and frequency-dependent. We attribute these effects to reflections of the spectroscopy beams off the uncoated viewports, which give rise to ghost signals superimposed on the main spectroscopy signal. The reflections are probably also responsible for deviations from

the Lorentzian lineshape, such as the shoulder on the left flank on the spectrum shown in the bottom panel of Fig. 5). These parasitic signals are currently a significant limitation for the long-term fit uncertainty in the hot vapor cell. They could be suppressed by using a cell with tilted viewports, or a refined lineshape model.

The SNR depends directly on the atomic density, which sets the strength of the absorption signal and also of atomic shot noise (see Appendix A for the fundamental limitations). The hot vapor cell geometry is attractive in this regard, since the laser beams probe the region of the vacuum chamber with the highest atomic density, unlike in the atomic beam setup. We typically achieve ten times stronger absorption coefficients, with a temperatures of 390°C instead of 480°C in the atomic beam setup. This is a great advantage both for increasing the SNR and for the lifetime of the strontium source.

Despite the higher absorption, the SNR in the spectra acquired with our hot vapor cell remain similar to that of the atomic beam spectra. We find a frequency instability of 2.0 kHz for a 3-s integration time using the slope of the dispersive profile and the r.m.s. fit residuals as a noise estimate. This scales to a relative instability of 8×10^{-12} at 1 s (4.6×10^{-12} at 3 s). This comparatively low performance is due in part to the lineshape distortion, which artificially increase the r.m.s. fit residuals, and hence the noise estimate. Other sources also contribute to degrade the performance of our measurement, such as the small modulation amplitude (see the discussion in Section V A), the electronic detection noise, the stronger transit time broadening and the smaller readout beam waist.

B. Effects of pressure

The pressure in the hot vapor cell can affect the line center position, its width and its amplitude [13, 21, 36]. By adding a controlled amount of argon buffer gas, we were able to verify that these effects are negligible as long as the *total* pressure remains below 10^{-3} mbar, measured close to one of the viewports. Above this value, we observed a quick reduction of the signal amplitude. We did not observe a noticeable change of the position or the width of the signal before it completely disappeared. This remains consistent with [36], from which one would expect a collision broadening of 30 kHz at 10^{-3} mbar of argon, small compared to our measured width. This tolerance of the spectroscopy to large pressures is a significant advantage, as it allows the spectroscopy cell to be operated without pump within large timespans, thus simplifying the setup.

C. Design outlooks

In future designs, increasing the tube diameter would improve over two limitations. i) It would enable the use

of a larger spectroscopy beam, to reduce transit broadening well below power broadening in the intensity range from 50 to $100 I_{\text{sat}}$, where baseline drifts are no limitation. ii) The readout beam could also be larger to probe more atoms. This would increase the signal at fixed readout intensity, and simultaneously reduce the fundamental limitations to frequency instability associated with atomic shot noise (see Appendix A).

However, a diameter larger by a factor of two would also increase the deposition rate on the viewports by a factor of ~ 4 , in the ballistic regime. For our cell length, we estimate that within a few months (full-time operation) a micrometer-thick deposit may then opacify the viewports [27]. The problem could be circumvented by a buffer gas, e.g. a few 10^{-4} mbar of argon, bringing the mean free path of strontium below the cell length. Given the observed sharp temperature decrease away from the heated region, the walls quickly act as absorbers and strontium deposition would be hindered. An alternative would be the use of a design similar to [13] to circumvent the problem, enabling arbitrary cell diameter and shorter length.

VII. MEASUREMENT ACCURACY

In this section, we review the main causes for line shifts and distortion that may alter the accuracy of measurements in both settings. First-order Doppler shifts [16] may easily become the dominant effect. We will show that they affect differently the atomic beam and hot vapor configurations, and conclude the section by a brief overview of the weaker effects.

First-order Doppler shifts can arise as a consequence of a deviation from parallelism between the incoming and retro-reflected spectroscopy beams [37]. The atoms that contribute to the sub-Doppler spectral feature propagate along the wavevector difference of the two spectroscopy beams (orthogonally to the spectroscopy beams if the latter are perfectly parallel). We denote α the angle between the two beams. For a small angular deviation from perfect retro-reflection, $(\alpha - \pi) \ll 1$, the center of the line for atoms belonging to a single velocity class will be shifted by $\delta \approx (\alpha - \pi) v k_S / 2$, where v is the velocity along the wavevector difference. Each velocity class is affected by a different Doppler shift δ , which results in a distortion of the spectrum.

The consequences then differ for the atomic beam and hot vapor cell geometries, because the velocity distributions are not identical. In the atomic beam setup, the atoms affected by the spectroscopy light are distributed according to $n_2(v)$ defined in section III A. Thus, at a temperature $T = 480^\circ\text{C}$, a mis-parallelism of $\alpha = 1$ mrad would distort the line asymmetrically, increasing the FWHM by 310 kHz and shifting its maximum by 190 kHz. By retro-reflecting the spectroscopy beam with a triangular prism with a maximum beam deviation of $3''$ ($5 \cdot 10^{-2}$ mrad), we limit the bias below 10 kHz and the

broadening below 15 kHz, both of the order of the natural linewidth of the intercombination line.

Interestingly, if the velocity distribution is isotropic in the interaction region – as we expect in the hot vapor cell – no shift of the line center occurs. The velocity distribution is separable: $n(v) \propto \exp(-mv^2/2k_B T)$ along any axis. As compared to the directed atomic beam, at the same temperature $T = 480^\circ\text{C}$, the broadening is increased (22 kHz FWHM for $5 \cdot 10^{-2}$ mrad), but the line-shape remains symmetric and no shift of the maximum occurs.

A deviation from parallelism between the readout and spectroscopy beams has a smaller impact. Mostly, as the readout beam interrogates a different set of velocity classes, the sub-Doppler feature shelves a lower number of atoms which results in a lower signal. Additionally, the Doppler-broadened pedestal on which the sub-Doppler resonance sits can also be shifted for a large misalignment. Given the large ratio between the widths of the sub-Doppler (~ 100 kHz) and Doppler (~ 20 MHz) features, this should have a small effect (< 100 Hz) as soon as the mis-parallelism is less than 1 mrad.

We finally give a brief overview of the other weaker contributions to the line shift and distortion, which are common to both setups. The recoil doublet splitting [38] is ± 4.8 kHz. The second-order Doppler shift $-f_0 v^2 / 2c^2$ [39], with f_0 the transition frequency and c the speed of light, is of order 260 Hz at the characteristic velocity $v = \bar{v}_2$, i.e. a $\sim 6 \times 10^{-13}$ relative shift. For our magnetic fields below 4 G, the quadratic Zeeman shift is below 10 Hz. The differential AC-stark shift of the intercombination transition from the spectroscopy light is negligible, of order 0.2 Hz for $I \sim 100 I_{\text{sat}}$. Finally, in the hot vapor cell geometry, the overlap of the readout and spectroscopy beams may cause an additional distortion by AC-stark shift at 461 nm. We did not observe this, probably as the dynamics on the intercombination transition freezes under the influence of readout beam scattering very far from the beam axis. Nevertheless, for an application with high accuracy requirements, a hollow spectroscopy beam [40, 41] could be advised to prevent the overlap.

VIII. CONCLUSION AND PERSPECTIVES

In this paper, we have demonstrated the applicability of shelving detection to the spectroscopy of the strontium intercombination line. The method dramatically enhances the signal as compared to direct saturation spectroscopy on the narrow line, which is the present standard on strontium experiments [13]. Strong signal and low measurement instabilities are then obtained with minimal work on the detection and at low atomic densities, which guarantees a long atomic source lifetime and low power consumption. Most notably, we have demonstrated the shelving spectroscopy of strontium both in a directed atomic beam and in a hot vapor cell. It could

thus be easily and directly implemented in most existing strontium experiments.

On our atomic beam, we evaluated a measurement instability of 2×10^{-12} at 1 s despite working at a low density. This instability is a factor of ten above our estimate of the limit imposed by fundamental shot noises for the experimental parameters. Furthermore, we expect that a second order of magnitude could also be gained from increasing the atomic density, such that the relative instability may be brought down to 3×10^{-14} without any change in geometry. Beyond optimizing the dimensions of the spectroscopy and readout beams, more sophisticated improvements have been developed elsewhere that could be applied in the beam geometry, e.g. interrogating with the readout beam only atoms with low Doppler shift on the spectroscopy beam [19], or implementing a Ramsey interferometry scheme with a selected longitudinal velocity class [18].

Our results naturally highlight the possible application of shelving spectroscopy of the strontium intercombination line to time and frequency metrology. This is emphasized by the strong similarities in frequency- and time-scales with thermal calcium beam clocks [19, 20]. Here as well, shelving detection should bring photon shot noise behind atomic shot noise [18], which itself is very small due to the large accessible density and continuous operation [26]. The high mass of strontium and moderate temperature requirement mean that a large interrogation time, i.e. a small transit broadening, can be achieved with a small interrogation distance, and possibly without Ramsey techniques. Overall, an applica-

tion as transportable, low-complexity atomic clocks could thus be foreseen. In this work, we optimized more the atomic beam setup; the alternative hot vapor cell approach could be advantageous with regards to compactness, technical simplicity, and source lifetime, as it needs only be heated to less than 400 °C to maximize the signal or signal-to-noise ratio. It should furthermore offer vanishing first-order Doppler bias thanks to the isotropic atomic velocity distribution.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge experimental contributions to this project from Florence Nogrette and Olivier Lopez, and critical reading of the manuscript by Anne Amy-Klein, Benoit Darqui, and Olivier Gorceix. The research performed at LPL was funded by the Agence Nationale de la Recherche (project ANR-16-TERC-0015-01), the Conseil Régional Île-de-France, Institut Francilien des Atomes Froids, DIM Nano’K (projects METROSPIN and ACOST), DIM Sirteq (project SureSpin), and Labex FIRST-TF (project CUSAS). The research performed at LCF was funded by the European Research Council under the EU H2020 research and innovation programme (Grant agreement No. 679408–DYNAMIQS). Marc Cheneau acknowledges additional funding from the EU H2020 Fet Proactive Grant No. 640378 (RYSQ) and from the International Balzan Prize foundation through the 2013 prize awarded to Alain Aspect.

-
- [1] H. Katori, T. Ido, Y. Isoya, and M. Kuwata-Gonokami, Magneto-optical trapping and cooling of strontium atoms down to the photon recoil temperature, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1116 (1999).
 - [2] E. A. Curtis, C. W. Oates, and L. Hollberg, Quenched narrow-line laser cooling of ^{40}Ca to near the photon recoil limit, *Phys. Rev. A* **64**, 031403 (2001).
 - [3] P. M. Duarte, R. A. Hart, J. M. Hitchcock, T. A. Corcovilos, T.-L. Yang, A. Reed, and R. G. Hulet, All-optical production of a lithium quantum gas using narrow-line laser cooling, *Phys. Rev. A* **84**, 061406 (2011).
 - [4] S. Stellmer, B. Pasquiou, R. Grimm, and F. Schreck, Laser cooling to quantum degeneracy, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 263003 (2013).
 - [5] A. Dureau, M. Scholl, Q. Beaufils, D. Döring, J. Beugnon, and F. Gerbier, Doppler spectroscopy of an ytterbium bose-einstein condensate on the clock transition, *Phys. Rev. A* **91**, 023626 (2015).
 - [6] W. C. Stwalley and H. Wang, Photoassociation of ultracold atoms: a new spectroscopic technique, *J. Mol. Spectrosc.* **195**, 194 (1999).
 - [7] K. M. Jones, E. Tiesinga, P. D. Lett, and P. S. Julienne, Ultracold photoassociation spectroscopy: Long-range molecules and atomic scattering, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 483 (2006).
 - [8] B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, and J. Ye, An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level, *Nature* **506**, 71 (2014).
 - [9] A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, and P. O. Schmidt, Optical atomic clocks, *Rev. Mod. Phys.* **87**, 637 (2015).
 - [10] L. Hollberg, C. W. Oates, G. Wilpers, C. W. Hoyt, Z. W. Barber, S. A. Diddams, W. H. Oskay, and J. C. Bergquist, Optical frequency/wavelength references, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **38**, S469 (2005).
 - [11] S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall, H. Marion, I. Maksimovic, L. Cacciapuoti, J. Grünert, C. Vian, F. P. Dos Santos, P. Rosenbusch, *et al.*, Cold atom clocks and applications, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **38**, S449 (2005).
 - [12] J. Friebe, A. Pape, M. Riedmann, K. Moldenhauer, T. Mehlstäubler, N. Rehbein, C. Lisdat, E. M. Rasel, W. Ertmer, H. Schnatz, B. Lipphardt, and G. Grosche, Absolute frequency measurement of the magnesium intercombination transition $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_1$, *Phys. Rev. A* **78**, 033830 (2008).
 - [13] Y. Li, T. Ido, T. Eichler, and H. Katori, Narrow-line diode laser system for laser cooling of strontium atoms on the intercombination transition, *Appl. Phys. B* **78**, 315 (2004).
 - [14] H. G. Dehmelt, Monoion oscillator as potential ultimate

- laser frequency standard, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **IM-31**, 83 (1982).
- [15] J. Wrachtrup, C. Von Borczyskowski, J. Bernard, M. Orrit, and R. Brown, Optical detection of magnetic resonance in a single molecule, *Nature* **363**, 244 (1993).
- [16] P. Kersten, F. Mensing, U. Sterr, and F. Riehle, A transportable optical calcium frequency standard, *Appl. Phys. B* **68**, 27 (1999).
- [17] C. W. Oates, F. Bondu, R. W. Fox, and L. Hollberg, A diode-laser optical frequency standard based on laser-cooled ca atoms: Sub-kilohertz spectroscopy by optical shelving detection, *Eur. Phys. J. D* **7**, 449 (1999).
- [18] H. Kai-Kai, Z. Jian-Wei, Y. De-Shui, C. Zhen-Hui, Z. Wei, and C. Jing-Biao, Application of electron-shelving detection via 423 nm transition in calcium-beam optical frequency standard, *Chinese Phys. Lett.* **23**, 3198 (2006).
- [19] J. J. McFerran, J. G. Hartnett, and A. N. Luiten, An optical beam frequency reference with 10^{-14} range frequency instability, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 031103 (2009).
- [20] H. Shang, X. Zhang, S. Zhang, D. Pan, H. Chen, and J. Chen, Miniaturized calcium beam optical frequency standard using fully-sealed vacuum tube with 10^{-15} instability, *Optics Express* **25**, 30459 (2017).
- [21] G. Ferrari, P. Cancio, R. Drullinger, G. Giusfredi, N. Poli, M. Prevedelli, C. Toninelli, and G. M. Tino, Precision frequency measurement of visible intercombination lines of strontium, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 243002 (2003).
- [22] I. Courtillot, A. Quessada-Vial, A. Bruschi, D. Kolker, G. D. Rovera, and P. Lemonde, Accurate spectroscopy of sr atoms, *Eur. Phys. J. D* **33**, 161 (2005).
- [23] L. Hui, G. Feng, Y.-B. Wang, X. Tian, J. Ren, B.-Q. Lu, Q.-F. Xu, Y.-L. Xie, and H. Chang, Precision frequency measurement of 1S_0 - 3P_1 intercombination lines of sr isotopes, *Chinese Phys. B* **24**, 013201 (2015).
- [24] B. T. R. Christensen, M. R. Henriksen, S. A. Schäffer, P. G. Westergaard, D. Tieri, J. Ye, M. J. Holland, and J. W. Thomsen, Nonlinear spectroscopy of sr atoms in an optical cavity for laser stabilization, *Phys. Rev. A* **92**, 053820 (2015).
- [25] J. J. McFerran and A. N. Luiten, Fractional frequency instability in the 10^{-14} range with a thermal beam optical frequency reference, *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 277 (2010).
- [26] J. Olson, R. W. Fox, T. M. Fortier, T. F. Sheerin, R. C. Brown, H. Leopardi, R. E. Stoner, C. W. Oates, and A. D. Ludlow, Ramsey-bordé matter-wave interferometry for laser frequency stabilization at 10^{-16} frequency instability and below, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 073202 (2019).
- [27] J. Huckans, W. Dubosclard, E. Maréchal, O. Gorceix, B. Laburthe-Tolra, and M. Robert-de-Saint-Vincent, Note on the reflectance of mirrors exposed to a strontium beam, arXiv:1802.08499 (2018).
- [28] G. Camy, C. J. Bordé, and M. Ducloy, Heterodyne saturation spectroscopy through frequency modulation of the saturating beam, *Optics Communications* **41**, 325 (1982).
- [29] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator, *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983).
- [30] The radio-frequency driver for this AOM is an AD9852 digital synthesizer. We use the FSK function and define the frequency modulation as follows: a quarter of the period is a linear chirp increasing the frequency, a quarter period at constant frequency, a quarter period linear chirp to low frequency, a quarter period at constant frequency. The discretization in instantaneous frequency of the RF synthesis is kept below 0.6 kHz, much lower than the modulation amplitude and than γ .
- [31] J. Rumble, R., *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 99th ed. (CRC Press, 2018).
- [32] We also tried to modulate at larger frequencies, as shown on Fig. 4. At 10 kHz, one quadrature displays a dispersive-like signal, suited for the spectroscopy, while the other quadrature has a Lorentzian shape that resembles a time-averaged, low-noise shelved population measurement. However, these signals are extremely sensitive to the demodulation phase, which can cause drifting offsets and asymmetric line shapes. This sensitivity worsens as the the modulation frequency is increased.
- [33] C. J. Bordé, J. L. Hall, C. V. Kunasz, and D. G. Hummer, Saturated absorption line shape: Calculation of the transit-time broadening by a perturbation approach, *Phys. Rev. A* **14**, 236 (1976).
- [34] A. Wallard, Frequency stabilization of the helium-neon laser by saturated absorption in iodine vapour, *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **5**, 926 (1972).
- [35] For the data with $I \leq 100I_{\text{sat}}$, the fit uncertainties are only 15% larger than what would result from true Lorentzian signals with same widths, amplitudes, and noise standard deviation, given our sampling of the spectroscopy frequencies.
- [36] J. K. Crane, M. J. Shaw, and R. W. Presta, Measurement of the cross sections for collisional broadening of the intercombination transitions in calcium and strontium, *Phys. Rev. A* **49**, 1666 (1994).
- [37] It should be noted that the finite transit time broadening, induced by the finite waist of the spectroscopy beams, can also be interpreted in terms of Doppler shifts from the various plane wave components of the Gaussian spectroscopy beams [33].
- [38] C. J. Bordé, G. Camy, and B. Decomps, Measurement of the recoil shift of saturation resonances of $^{127}\text{I}_2$ at 5145 Å: A test of accuracy for high-resolution saturation spectroscopy, *Phys. Rev. A* **20**, 254 (1979).
- [39] A. Mungall, The second order doppler shift in cesium beam atomic frequency standards, *Metrologia* **7**, 49 (1971).
- [40] I. Manek, Y. Ovchinnikov, and R. Grimm, Generation of a hollow laser beam for atom trapping using an axicon, *Optics Communications* **147**, 67 (1998).
- [41] Z. Liu, H. Zhao, J. Liu, J. Lin, M. A. Ahmad, and S. Liu, Generation of hollow gaussian beams by spatial filtering, *Opt. Lett.* **32**, 2076 (2007).
- [42] P. Dubé, A. A. Madej, J. E. Bernard, L. Marmet, and A. D. Shiner, A narrow linewidth and frequency-stable probe laser source for the $^{88}\text{Sr}^+$ single ion optical frequency standard, *Appl. Phys. B* **95**, 43 (2009).
- [43] C. Hagemann, C. Grebing, C. Lisdat, S. Falke, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin, and J. Ye, Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below $5 \cdot 10^{-19}\text{s}^{-1}$, *Optics Letters* **39**, 5102 (2014).

Appendix A: Model of the signal-to-noise ratio and frequency instability

In this appendix we relate the lock-in amplifier signal to physical quantities, to give a qualitative understanding of optimal parameter ranges and fundamental noise limits. We will illustrate how a shelved readout enhances the photonic signal to a point where in principle atomic shot noise draws the limit [20], unlike direct saturated spectroscopy of the narrow line where photonic shot noise instead should be the ultimate limiting factor [21–23].

This discussion will rely on the assumption that the broad distribution of longitudinal velocities and thus of interaction times smears away the effect of atomic coherences in our spectra; thus, the $^3\text{P}_1$ populations of the atoms passing through the spectroscopy laser reach a stationary state, down to 0 far from resonance and up to 1/2 at resonance.

We first illustrate general scalings on the frequency instability of the measurement in the limit of low readout beam absorption. Then, we present numerical expectations beyond this assumption.

1. Approximate scalings

We trace the signal source back to the readout light intensity transmitted through the atoms, impinging on the photodiode. **In the limit of small absorption**, as e.g. on the atomic beam data presented here, the number of absorbed photons is roughly proportional to the number $N^{(0)}$ of atoms with transverse velocity $\lesssim \Gamma/k_R$ in the readout beam at a given time. Here, $k_R = 2\pi/\lambda_R$ is the wavevector of light resonant with the readout transition, while k_S is the wavevector of light resonant with the spectroscopy transition. When the saturating spectroscopy light approaches resonance, two transverse velocity classes interact with it and the excited state population of these classes is of order 1/2. **We assume that the width δv of these velocity classes is limited by power broadening on the spectroscopy transition:** $\delta v \simeq \sqrt{2}\Omega/k_S$. Then, the number of atoms shelved in $^3\text{P}_1$ from the readout light is $N_{\text{shelved}}^{(1)} \propto N^{(0)}\sqrt{2}\Omega/k_S$. On the sub-Doppler feature, only a single velocity class is shelved, but with a Rabi frequency stronger by a factor $\sqrt{2}$. There, the number of shelved atoms is $N_{\text{shelved}}^{(2)} \propto N^{(0)}\Omega/k_S$. In the limit of small absorption, the sub-Doppler signal for the spectroscopy transition, S , is proportional to the difference between these shelved atom numbers. At resonance we thus have:

$$S \propto N_{\text{shelved}}^{(1)} - N_{\text{shelved}}^{(2)} \propto \Omega. \quad (\text{A1})$$

Assuming that the modulation amplitude $2\pi\Delta f$ is smaller than the power-broadened linewidth $\gamma(I) \simeq \sqrt{2}\Omega$, the dispersive feature S' produced by the lock-in amplifier is proportional to the derivative of S with respect to the spectroscopy laser frequency, multiplied by

Δf . As both the peak value of S and the spectrum width are proportional to Ω , the extrema of the derivative S' do not depend on Ω , but only on Δf :

$$\max(S') \propto \Delta f. \quad (\text{A2})$$

The slope of S' at resonance then is

$$S'' \propto \Delta f/\Omega. \quad (\text{A3})$$

Finally, the single shot frequency measurement instability δf is evaluated from the ratio of the noise on S' , labeled $\delta S'$, to the slope S'' . Under our assumptions, we then have:

$$\delta f = \frac{\delta S'}{S''} \propto \Omega \frac{\delta S'}{\Delta f}. \quad (\text{A4})$$

The noise $\delta S'$ can be dominated by technical sources or have a fundamental origin. **If the noise $\delta S'$ is technical**, additive and independent of Ω and Δf , then the short term instability can be kept optimal and independent of the spectroscopy power if one scales the modulation amplitude Δf linearly with the power broadening Ω (keeping $2\pi\Delta f < \gamma(I) \simeq \sqrt{2}\Omega$, the prior assumption). This corresponds to the discussion of the frequency instabilities in Section V, Fig. 6 and Fig. 7.

2. Numerical model

We now develop a numerical model of the signal strength and of the maximum signal-to-noise ratio allowed by fundamental shot noises, that can then be directly related to a minimum frequency instability. We will consider two fundamental sources of noise: atomic shot noise and photonic shot noise on the detected readout light. The model does not assume a low absorption, but **remains under the assumption of power-dominated broadening**. Its results, under the experimental conditions of our atomic beam experiment, are shown in Fig. 8.

We characterize the readout beam absorption by three values: i) its asymptotic value when the spectroscopy beams are off-resonant, $A^{(0)}$; ii) its value when the spectroscopy beams are close from resonance, but not yet on the sub-Doppler feature, $A^{(1)}$; iii) its value on the sub-Doppler peak, $A^{(2)}$. Connecting absorption and optical density, i.e. $A^{(i)} = 1 - \exp(-OD^{(i)})$, $i \in \{0, 1, 2\}$, we now describe the shelving effect. The ensemble of $N^{(0)}$ atoms responsible for the absorption of the readout beam has a Doppler-limited velocity spread along the readout beam axis: $\vec{k}_R \cdot \vec{\delta v} \simeq \Gamma$. The atomic ensemble shelved by a single spectroscopy beam is restrained in velocity spread to $\vec{k}_S \cdot \vec{\delta v}_S \simeq \sqrt{2}\Omega$. With two beams, there are either two such classes shelved (when the spectroscopy light is off-resonance), or one class only (when on resonance) but with effective Rabi frequency stronger by a factor $\sqrt{2}$. We approximate the population in the shelved state $^3\text{P}_1$

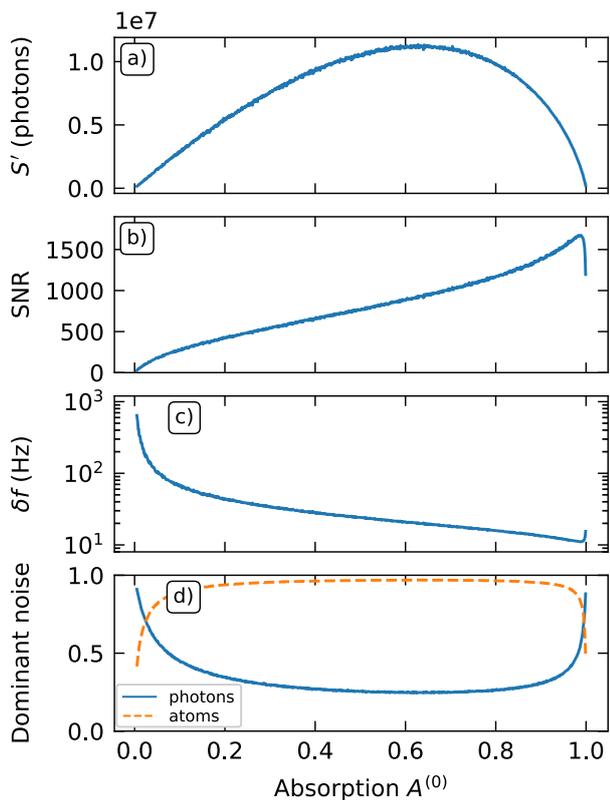


Figure 8. Model of the shot noise limits to the signal-to-noise ratio as a function of the absorption of the readout beam, when the spectroscopy beam is off. The technical parameters (geometry, beam intensities...) correspond to those of the atomic beam spectrum presented in Fig. 5, at $83 I_{\text{sat}}$. a) Signal S' , in photon number difference per modulation time. This is proportional to the SNR in case of dominant additive *technical* noise. b) SNR in case of dominant *fundamental* atomic and photonic shot noise. c) Corresponding fundamental limit to the frequency instability at 1 s (log-lin scale). d) Relative role of the two shot noises, normalized together quadratically to unity.

to be of order 1/2 for atoms resonant with at least one spectroscopy beam. Then, accounting for the shelved atoms, the readout optical density away from and on the sub-Doppler line are respectively:

$$OD^{(1)} = OD^{(0)} \left(1 - \frac{\sqrt{2}\Omega \lambda_S}{\Gamma \lambda_R} \right) \quad (\text{A5})$$

$$OD^{(2)} = OD^{(0)} \left(1 - \frac{\Omega \lambda_S}{\Gamma \lambda_R} \right) \quad (\text{A6})$$

We now construct the lock-in amplifier peak signal $\max(S')$, that we will write for simplicity S' . We assume a low frequency modulation ($2500 \text{ Hz} < \gamma/2\pi$). For an optimal amplitude of the frequency modulation, comparable to the linewidth, we approximate S' by a measurement of the difference in transmitted readout beam

intensities when the spectroscopy beams are on- and off-resonance with the sub-Doppler feature:

$$\begin{aligned} S' &= G \left(P\tau \frac{\lambda_R}{hc} (1 - A^{(2)}) \right) - G \left(P\tau \frac{\lambda_R}{hc} (1 - A^{(1)}) \right) \\ &= G \left(N_{ph}^{t,(2)} - N_{ph}^{t,(1)} \right). \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

Here, the terms in parenthesis are photon numbers, transmitted to the photodiode. P is the readout beam power and τ a characteristic collection time. G includes detection gain parameters from the photodiode to the lock-in amplifier output, that we assume noiseless.

We treat the measurements of $N_{ph}^{t,(2)}$ and $N_{ph}^{t,(1)}$ as independent. The shortest timescale is the mean transit time of the atoms in the readout beam, $\tau = t_{\text{sample}}$, after which the atomic sample is renewed. We approximate the Gaussian beam with waist w along the atomic beam direction by a uniform beam with radius $w/\sqrt{2}$. Then, $t_{\text{sample}} \simeq (\sqrt{\pi/2} \cdot w)/\bar{v}_2 \simeq 1.7 \mu\text{s}$ on the atomic beam setup. To estimate the effects of atomic and photonic noise on the dispersive lock-in amplifier signal S' , we reason as follows.

i) For each of the measurements of $N_{ph}^{t,(2)}$ and $N_{ph}^{t,(1)}$, we make the following estimates:

- before absorption by the sample, the incident photon number is $\langle N_{ph}^i \rangle = \frac{P\tau \lambda_R}{hc}$. It is a Poissonian process. The transmission of these photons is a random process for each photon, with probability $T = (1 - A)$.
- As the atomic sample is renewed every t_{sample} , the number of atoms in the readout beam fluctuates, and the transmission probability T for each incident photon also fluctuates: $\langle T^2 \rangle \neq \langle T \rangle^2$, where averages run over the successive realizations of the atomic sample.

We estimate the average number of atoms interrogated at a given time from the optical densities and beam waists (w along the atomic beam, w_{\perp} transverse to it):

$$\langle N^{(0)} \rangle \simeq \frac{\pi w w_{\perp}}{2} \cdot \text{OD} \cdot \frac{2\pi}{3\lambda_R^2}, \quad (\text{A8})$$

$$\langle N^{(1)} \rangle = \langle N^{(0)} \rangle \left(1 - \frac{\sqrt{2}\Omega \lambda_S}{\Gamma \lambda_R} \right), \quad (\text{A9})$$

$$\langle N^{(2)} \rangle = \langle N^{(0)} \rangle \left(1 - \frac{\Omega \lambda_S}{\Gamma \lambda_R} \right). \quad (\text{A10})$$

Assuming Poissonian fluctuations around these mean atom numbers, we estimate the variance of the transmission coefficient $\text{Var}(T) = \langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2$ by sampling the Beer-Lambert absorption law.

- We now compute the statistics of the photon number transmitted to the photodiode during t_{sample} . Combining the Poissonian statistics of the incident photon number N_{ph}^i and the fluctuating transmission coefficient T , we can demonstrate that the transmitted photon number has

the statistics:

$$\langle N_{ph}^t \rangle = \langle T \rangle \langle N_{ph}^i \rangle \quad (\text{A11})$$

$$\text{Var}(N_{ph}^t) = \langle T \rangle \langle N_{ph}^i \rangle + \text{Var}(T) \langle N_{ph}^i \rangle^2 \quad (\text{A12})$$

In Eq. A12, the term $\langle T \rangle \langle N_{ph}^i \rangle$ is Poissonian photon shot noise in the transmitted light, and the term $\text{Var}(T) \langle N_{ph}^i \rangle^2$ encompasses the effects of the fluctuating transmission coefficient, due to atomic shot noise. This formula could easily be extended to include technical fluctuations of the readout laser intensity.

- ii) We now combine the effect of the differential measurement on resonance and away from resonance, $S' = G(N_{ph}^{t,(2)} - N_{ph}^{t,(1)})$ treated as two independent measurements, and the effect of time integration from the timescale t_{sample} up to the lock-in amplifier integration time t_{integr} . We account for the fact that the total measurement time is divided between the terms (1) and (2). Then, the signal-to-noise ratio, limited by shot noises, is:

$$\text{SNR} = \sqrt{\frac{t_{\text{integr}}}{2 t_{\text{sample}}}} \cdot \sqrt{\frac{(\langle N_{ph}^{t,(1)} \rangle - \langle N_{ph}^{t,(2)} \rangle)^2}{\text{Var}(N_{ph}^{t,(1)}) + \text{Var}(N_{ph}^{t,(2)})}} \quad (\text{A13})$$

For a Lorentzian line, the frequency measurement instability δf at the timescale t_{integr} is related to the SNR by

$$\delta f = \frac{\gamma(I)}{2\pi} \frac{3\sqrt{3}}{32} \frac{1}{\text{SNR}} \quad (\text{A14})$$

where $\frac{\gamma(I)}{2\pi}$ is the line FWHM including all broadening mechanisms: $\frac{\gamma(I)}{2\pi} \simeq 114 \text{ Hz}$ in the conditions of Fig. 5.

The result is shown in Fig. 8, varying the absorption but otherwise in the geometry and conditions of the atomic beam spectrum of Fig. 5. Thanks to the shelving detection on a broad line, the effect of photonic shot noise is below the effect of atomic shot noise for absorptions from 0.06 to 0.98. We observe that the maximal signal would be obtained for an absorption of order 0.6. The fundamental limit to the SNR is obtained for even higher absorption. In the regime of our experiments on the atomic beam (7% absorption), the fundamental limit to the SNR is 220, about a factor of 10 higher than ours. By going to a very strongly absorbing medium, the fundamental limit to SNR could reach 1500, corresponding to a frequency instability at 1s down to 12 Hz, i.e. a relative frequency instability of 3×10^{-14} .

Appendix B: Robustness against a secondary reference

A complete characterization of a frequency reference involves a comparison to a secondary reference. In the absence of an external absolute reference, we measure the

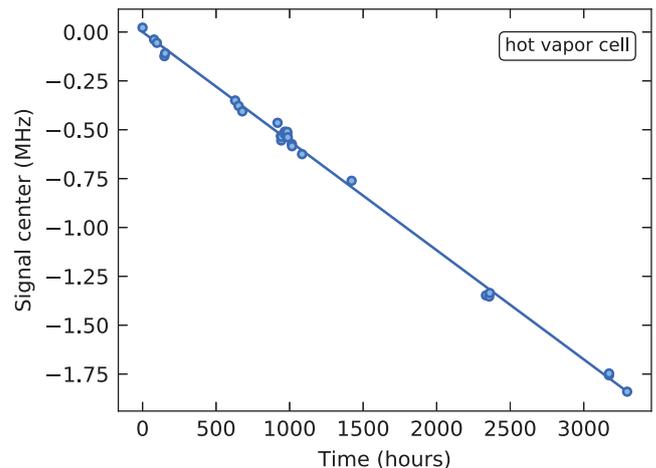


Figure 9. Line center position relative to the reference optical cavity as a function of the time at which the measurement was performed. 29 measurements performed with the hot vapor cell are gathered in this plot, corresponding to a wide variety of experimental settings: spectroscopy beam power, modulation amplitude, etc. The measured data (circles) closely follows a linear regression (solid line) with a slope of $-155.11(50) \text{ mHz/s}$.

frequency difference between the shelving spectroscopy line and the resonance frequency of the ultra-stable optical cavities used to stabilize our spectroscopy lasers. This measurement, at short and long term, provide very preliminary insight in the robustness of the shelving spectroscopy and in the long-term behavior of the ultrastable cavities. Both setups rely on commercial ULE optical cavities, temperature stabilized, under vacuum (Stable Laser Systems).

On the atomic beam setup, on a short timescale of one day, we characterized the measurement robustness from data (including those of Figs. 5 - 7) acquired with a wide range of spectroscopy beam intensity (20 to $400 I_{\text{sat}}$) and modulation amplitude (12.5 to 115 kHz). A linear drift with time of the line centers is measured; the standard deviation of the measurements around this drift was of 1.6 kHz, providing an upper bound for the general robustness of the measurement. The strongest deviations, of order 10 kHz, all arose from measurements with large spectroscopy power $\geq 180 I_{\text{sat}}$.

With the hot vapor cell setup, we have performed measurements over a longer time span of 6 months. The result is summarized in Figure 9. These data were recorded using a similarly broad range of experimental parameters (spectroscopy beam power, modulation amplitude, etc.). The cavity remained at constant temperature over the entire time span. The main feature is a linear frequency drift between the two references, with a fitted slope of $-155.11(50) \text{ mHz/s}$. Such a drift is expected when using an optical cavity as frequency reference, and may be attributed to the aging of the cavity spacer material

[42, 43]. The r.m.s. value of the fit residuals is 24 kHz over 6 months; we cannot discriminate between the ro-

bustness of the shelving spectroscopy measurement and fluctuations of the cavity resonance that would deviate from the linear drift.

Bibliographie

- [1] Nicolas Dubreuil et AL. *Non-linear electromagnetism : lectures from M2 LOM*. 2017. URL : <http://paristech.institutoptique.fr/site.php?id=976>.
- [2] Gilbert Grynberg ALAIN ASPECT Claude Fabre. *Optique Quantique 2 : Photons*. Optique quantique (2). École Polytechnique, 2003. ISBN : 978-2-7302-1013-3. URL : www.mapageweb.umontreal.ca/leonelli/PHY3320/Document2_T1.pdf.
- [3] Andrea ALBERTI et al. « Super-resolution microscopy of single atoms in optical lattices ». en. In : *New Journal of Physics* 18.5 (mai 2016), p. 053010. ISSN : 1367-2630. DOI : [10.1088/1367-2630/18/5/053010](https://doi.org/10.1088/1367-2630/18/5/053010). URL : <http://stacks.iop.org/1367-2630/18/i=5/a=053010?key=crossref.3a60c7e568f30d77193405fe97c4f0b4> (visité le 06/08/2019).
- [4] Marco ANDERLINI et al. « Two-photon ionization of cold rubidium atoms ». en. In : *Journal of the Optical Society of America B* 21.3 (mar. 2004), p. 480. ISSN : 0740-3224, 1520-8540. DOI : [10.1364/JOSAB.21.000480](https://doi.org/10.1364/JOSAB.21.000480). URL : <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josab-21-3-480> (visité le 05/06/2019).
- [5] ANDOR. *Understanding Read Noise in sCMOS Cameras*.
- [6] Alain ASPECT. *Évolution des système quantiques*. URL : [Disponiblesurlesite:https://www.lcf.institutoptique.fr/Groupes-de-recherche/Gaz-quantiques/Membres/Permanents/Alain-Aspect](https://www.lcf.institutoptique.fr/Groupes-de-recherche/Gaz-quantiques/Membres/Permanents/Alain-Aspect).
- [7] W. S. BAKR et al. « Probing the Superfluid-to-Mott Insulator Transition at the Single-Atom Level ». en. In : *Science* 329.5991 (juil. 2010), p. 547-550. ISSN : 0036-8075, 1095-9203. DOI : [10.1126/science.1192368](https://doi.org/10.1126/science.1192368). URL : <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.1192368> (visité le 06/06/2019).
- [8] Waseem S. BAKR et al. « A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice ». en. In : *Nature* 462.7269 (nov. 2009), p. 74-77. ISSN : 0028-0836, 1476-4687. DOI : [10.1038/nature08482](https://doi.org/10.1038/nature08482). URL : <http://www.nature.com/articles/nature08482> (visité le 03/06/2019).
- [9] Ayan BANERJEE et Vasant NATARAJAN. « Saturated-absorption spectroscopy : Eliminating crossover resonances using co-propagating beams ». en. In : *Optics Letters* 28.20 (oct. 2003). arXiv : physics/0307095, p. 1912. ISSN : 0146-9592, 1539-4794. DOI : [10.1364/OL.28.001912](https://doi.org/10.1364/OL.28.001912). URL : <http://arxiv.org/abs/physics/0307095> (visité le 15/03/2019).

- [10] John P. BARTOLOTTA et al. « Laser Cooling by Sawtooth Wave Adiabatic Passage ». en. In : *Physical Review A* 98.2 (août 2018). arXiv : 1806.02931, p. 023404. ISSN : 2469-9926, 2469-9934. DOI : [10.1103/PhysRevA.98.023404](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.98.023404). URL : <http://arxiv.org/abs/1806.02931> (visité le 28/05/2019).
- [11] Yannick BIDEL. « Piégeage et refroidissement laser du strontium, Etude de l'effet des interférences en diffusion multiple ». Thèse de doct. Université de Nice Sophia Antipolis, Département de Physique, 2002.
- [12] Eric BLACK. « Notes on the Pound-Drever-Hall technique ». en. In : (2014), p. 15. URL : jila1.nickersonm.com/papers/NotesonthePound-Drever-Halltechnique.pdf.
- [13] M. BOBER et al. « Strontium optical lattice clocks for practical realization of the metre and secondary representation of the second ». en. In : *Measurement Science and Technology* 26.7 (juil. 2015). arXiv : 1506.04680, p. 075201. ISSN : 0957-0233, 1361-6501. DOI : [10.1088/0957-0233/26/7/075201](https://doi.org/10.1088/0957-0233/26/7/075201). URL : <http://arxiv.org/abs/1506.04680> (visité le 20/03/2019).
- [14] J.-P. BRANTUT et al. « Conduction of Ultracold Fermions Through a Mesoscopic Channel ». en. In : *Science* 337.6098 (août 2012), p. 1069-1071. ISSN : 0036-8075, 1095-9203. DOI : [10.1126/science.1223175](https://doi.org/10.1126/science.1223175). URL : <http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.1223175> (visité le 05/06/2019).
- [15] S. BRAVYI, M. B. HASTINGS et F. VERSTRAETE. « Lieb-Robinson Bounds and the Generation of Correlations and Topological Quantum Order ». en. In : *Physical Review Letters* 97.5 (juil. 2006). ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : [10.1103/PhysRevLett.97.050401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.050401). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.050401> (visité le 10/08/2019).
- [16] G. CAMY, Ch.J. BORDÉ et M. DUCLOY. « Heterodyne saturation spectroscopy through frequency modulation of the saturating beam ». en. In : *Optics Communications* 41.5 (mai 1982), p. 325-330. ISSN : 00304018. DOI : [10.1016/0030-4018\(82\)90406-0](https://doi.org/10.1016/0030-4018(82)90406-0). URL : <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0030401882904060> (visité le 04/03/2019).
- [17] Hugo CAYLA. « Measuring the momentum distribution of a lattice gas at the single-atom level ». Thèse de doct. Institut d'Optique Graduate School, 2018.
- [18] Caroline CHAMPENOIS. « Trapping and cooling of ions ». en. In : (2008), p. 29.
- [19] Thierry CHANELIÈRE. « Diffusion multiple cohérente avec atomes froids de strontium : Effet de la saturation sur la rétrodiffusion cohérente - Piège magnéto-optique sur raie étroite ». Thèse de doct. Université de Nice Sophia Antipolis, Département de Physique, 2004.
- [20] Marc CHENEAU et al. « Light-cone-like spreading of correlations in a quantum many-body system ». en. In : *Nature* 481.7382 (jan. 2012), p. 484-487. ISSN : 0028-0836, 1476-4687. DOI : [10.1038/nature10748](https://doi.org/10.1038/nature10748). URL : <http://www.nature.com/articles/nature10748> (visité le 05/06/2019).
- [21] Claude COHEN-TANNOUDJI, Bernard DIU et Franck LALOË. *Mécanique Quantique- : Nouvelle édition*. T. 2. EDP sciences, 2018.
- [22] F. Laloë COHEN-TANNOUDJI B. Diu. *Mécanique quantique*. EDP-Sciences, 2017-2018. ISBN : 978-2-7598-2287-4, 978-2-7598-2286-7, 978-2-7598-2107-5.

- [23] I. COURTILOT et al. « Accurate spectroscopy of Sr atoms ». en. In : *The European Physical Journal D* 33.2 (mai 2005), p. 161-171. ISSN : 1434-6060, 1434-6079. DOI : [10.1140/epjd/e2005-00058-0](https://doi.org/10.1140/epjd/e2005-00058-0). URL : <http://www.springerlink.com/index/10.1140/epjd/e2005-00058-0> (visité le 03/05/2019).
- [24] Jean DALIBARD. *Des cages de lumière pour les atomes : la physique des pièges et des réseaux optiques*. 2013. URL : <https://www.college-de-france.fr/site/jean-dalibard/course-2012-2013.htm>.
- [25] Jean DALIBARD. « Une brève histoire des atomes froids ». fr. In : (2015). URL : <https://www.college-de-france.fr/site/jean-dalibard/course-2014-2015.htm>.
- [26] Sebastian DIEHL et al. « Topology by dissipation in atomic quantum wires ». en. In : *Nature Physics* 7.12 (déc. 2011), p. 971-977. ISSN : 1745-2473, 1745-2481. DOI : [10.1038/nphys2106](https://doi.org/10.1038/nphys2106). URL : <http://www.nature.com/articles/nphys2106> (visité le 05/06/2019).
- [27] Timothy P. DINNEEN et al. « Cold collisions of Sr * - Sr in a magneto-optical trap ». In : *Physical Review A* 59.2 (1^{er} fév. 1999), p. 1216-1222. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : [10.1103/PhysRevA.59.1216](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.59.1216). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.59.1216> (visité le 26/08/2019).
- [28] B. DIU. *Éléments de physique statistique*. Collection Enseignement des sciences. Hermann, 1989. ISBN : 978-2-7056-6065-9. URL : <https://books.google.fr/books?id=I67gAAAAMAAJ>.
- [29] R. W. P. DREVER et al. « Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator ». en. In : *Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry* 31.2 (juin 1983), p. 97-105. ISSN : 0721-7269, 1432-0649. DOI : [10.1007/BF00702605](https://doi.org/10.1007/BF00702605). URL : <http://link.springer.com/10.1007/BF00702605> (visité le 14/05/2019).
- [30] Jürgen ESCHNER et al. « Laser cooling of trapped ions ». In : *J. Opt. Soc. Am. B* 20.5 (2003), p. 1003-1015. DOI : [10.1364/JOSAB.20.001003](https://doi.org/10.1364/JOSAB.20.001003). URL : <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-20-5-1003>.
- [31] Claude FABRE. « Atomes et lumière : interaction matière rayonnement ». fr. In : (2011). URL : <https://cel.archives-ouvertes.fr/sfo-00355926>.
- [32] B FAK et J BOSSY. « Temperature Dependence of S(Q, E) in Liquid 4He Beyond the Roton ». en. In : *Journal of Low Temperature Physics* 112 (1998), p. 20.
- [33] G. FERRARI et al. « Precision Frequency Measurement of Visible Intercombination Lines of Strontium ». en. In : *Physical Review Letters* 91.24 (déc. 2003). ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : [10.1103/PhysRevLett.91.243002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.243002). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.243002> (visité le 22/03/2019).
- [34] Sébastien FORGET. « Optique des lasers et faisceaux gaussiens ». fr. In : (), p. 48.
- [35] Tatjana GERICKE et al. « High-resolution scanning electron microscopy of an ultracold quantum gas ». en. In : *Nature Physics* 4.12 (déc. 2008), p. 949-953. ISSN : 1745-2473, 1745-2481. DOI : [10.1038/nphys1102](https://doi.org/10.1038/nphys1102). URL : <http://www.nature.com/articles/nphys1102> (visité le 05/06/2019).
- [36] Zhe-Xuan GONG et al. « Persistence of Locality in Systems with Power-Law Interactions ». en. In : *Physical Review Letters* 113.3 (juil. 2014). ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : [10.1103/PhysRevLett.113.030602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.030602). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.113.030602> (visité le 12/08/2019).

- [37] Jean-Pierre GOURE et Gérald BRUN. « Bruit dans les mesures optiques ». In : *Techniques de l'ingénieur Techniques de mesure analogiques et numériques* base documentaire : TIB416DUO.ref. article : r358 (1997). fr. eprint : basedocumentaire : TIB416DUO.. URL : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/mesures-analyses-th1/techniques-de-mesure-analogiques-et-numeriques-42416210/bruit-dans-les-mesures-optiques-r358/>.
- [38] R. GRIMM et J. MLYNEK. « The effect of resonant light pressure in saturation spectroscopy ». en. In : *Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry* 49.3 (sept. 1989), p. 179-189. ISSN : 0721-7269, 1432-0649. DOI : [10.1007/BF00714634](https://doi.org/10.1007/BF00714634). URL : <http://link.springer.com/10.1007/BF00714634> (visité le 15/03/2019).
- [39] Rudolf GRIMM, Matthias WEIDEMÜLLER et Yurii B. OVCHINNIKOV. « Optical dipole traps for neutral atoms ». In : *arXiv :physics/9902072* (fév. 1999). arXiv : physics/9902072. URL : <http://arxiv.org/abs/physics/9902072> (visité le 14/11/2017).
- [40] B. GRÜNER et al. « Integrated atom detector based on field ionization near carbon nanotubes ». en. In : *Physical Review A* 80.6 (déc. 2009). ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : [10.1103/PhysRevA.80.063422](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.063422). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.80.063422> (visité le 05/06/2019).
- [41] Kenneth J. GÜNTER. « Design and implementation of a Zeeman slower for 87Rb ». In : (2004).
- [42] J. L. HALL, C. J. BORDÉ et K. UEHARA. « Direct Optical Resolution of the Recoil Effect Using Saturated Absorption Spectroscopy ». en. In : *Physical Review Letters* 37.20 (nov. 1976), p. 1339-1342. ISSN : 0031-9007. DOI : [10.1103/PhysRevLett.37.1339](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.37.1339). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.37.1339> (visité le 04/03/2019).
- [43] Elmar HALLER et al. « Single-atom imaging of fermions in a quantum-gas microscope ». In : *Nature Physics* 11.9 (sept. 2015), p. 738-742. ISSN : 1745-2473, 1745-2481. DOI : [10.1038/nphys3403](https://doi.org/10.1038/nphys3403). arXiv : [1503.02005](https://arxiv.org/abs/1503.02005). URL : <http://arxiv.org/abs/1503.02005> (visité le 29/08/2019).
- [44] P. HAUKE et L. TAGLIACOZZO. « Spread of Correlations in Long-Range Interacting Quantum Systems ». en. In : *Physical Review Letters* 111.20 (nov. 2013). ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : [10.1103/PhysRevLett.111.207202](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.207202). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.207202> (visité le 12/08/2019).
- [45] Esa JAATINEN. « Theoretical determination of maximum signal levels obtainable with modulation transfer spectroscopy ». en. In : (), p. 7.
- [46] Manuel JOFFRE. « Optique non-linéaire ». fr. In : (). URL : [Joffre-Optiquenon-lin%27aire.pdf:files/162/Joffre-Optiquenon-lin%27aire.pdf:application/pdf](https://files.162/Joffre-Optiquenon-lin%27aire.pdf:application/pdf).
- [47] P. JURCEVIC et al. « Quasiparticle engineering and entanglement propagation in a quantum many-body system ». In : *Nature* 511 (juil. 2014), p. 202. URL : <https://doi.org/10.1038/nature13461>.
- [48] P. KERSTEN et al. « A transportable optical calcium frequency standard ». en. In : *Applied Physics B : Lasers and Optics* 68.1 (jan. 1999), p. 27-38. ISSN : 0946-2171, 1432-0649. DOI : [10.1007/s003400050582](https://doi.org/10.1007/s003400050582). URL : <http://link.springer.com/10.1007/s003400050582> (visité le 25/03/2019).

- [49] Joannis KOEPEL et al. « Imaging magnetic polarons in the doped Fermi-Hubbard model ». In : *arXiv :1811.06907 [cond-mat, physics :quant-ph]* (16 nov. 2018). arXiv : 1811 . 06907. URL : <http://arxiv.org/abs/1811.06907> (visité le 29/08/2019).
- [50] E KTSTER et al. « Resonant Raman Enhancement in Heterodyne Saturation Spectroscopy ». en. In : (), p. 2.
- [51] Stefan KUHR et al. « Deterministic Delivery of a Single Atom ». en. In : 293 (2001), p. 3.
- [52] Elliott H LIEB. « The finite group velocity of quantum spin systems ». In : (1972), p. 7.
- [53] Yi-Ge LIN et al. « First Evaluation and Frequency Measurement of the Strontium Optical Lattice Clock at NIM ». en. In : *Chinese Physics Letters* 32.9 (sept. 2015), p. 090601. ISSN : 0256-307X, 1741-3540. DOI : 10 . 1088 / 0256 - 307X / 32 / 9 / 090601. URL : <http://stacks.iop.org/0256-307X/32/i=9/a=090601?key=crossref.556e33f6af435c2090cf4c430e57c561> (visité le 22/03/2019).
- [54] Robert LÖW et al. « An experimental and theoretical guide to strongly interacting Rydberg gases ». In : *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* 45.11 (2012), p. 113001. DOI : 10 . 1088 / 0953 - 4075 / 45 / 11 / 113001. URL : <https://doi.org/10.1088%2F0953-4075%2F45%2F11%2F113001>.
- [55] R. MAVRODINEANU. « Hollow Cathode Discharges - Analytical Applications ». en. In : *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 89.2 (mar. 1984), p. 143. ISSN : 0160-1741. DOI : 10 . 6028 / jres . 089 . 009. URL : https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/089/jresv89n2p143_A1b.pdf (visité le 04/03/2019).
- [56] D. J. MCCARRON, S. A. KING et S. L. CORNISH. « Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium ». en. In : *Measurement Science and Technology* 19.10 (oct. 2008). arXiv : 0805.2708, p. 105601. ISSN : 0957-0233, 1361-6501. DOI : 10 . 1088 / 0957 - 0233 / 19 / 10 / 105601. URL : <http://arxiv.org/abs/0805.2708> (visité le 04/03/2019).
- [57] Harold J. METCALF et Peter van der STRATEN. *Laser cooling and trapping*. en. corr., 2nd printing. Graduate texts in contemporary physics. OCLC : 254060117. New York : Springer, 2002. ISBN : 978-0-387-98728-6 978-0-387-98747-7.
- [58] V.G. MINOGIN et O.T. SERIMAA. « Resonant light pressure forces in a strong standing laser wave ». en. In : *Optics Communications* 30.3 (sept. 1979), p. 373-379. DOI : 10 . 1016 / 0030 - 4018 (79) 90374 - 2. URL : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0030401879903742> (visité le 02/04/2019).
- [59] Martin MIRANDA et al. « Site-resolved imaging of ytterbium atoms in a two-dimensional optical lattice ». In : *Physical Review A* 91.6 (juin 2015). arXiv : 1410.5189. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : 10 . 1103 / PhysRevA . 91 . 063414. URL : <http://arxiv.org/abs/1410.5189> (visité le 14/11/2017).
- [60] Butch MOOMAW. « Camera Technologies for Low Light Imaging : Overview and Relative Advantages ». en. In : *Methods in Cell Biology*. T. 81. Elsevier, 2007, p. 251-283. ISBN : 978-0-12-374025-0. DOI : 10 . 1016 / S0091 - 679X (06) 81013 - 7. URL : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0091679X06810137> (visité le 18/06/2019).
- [61] Dennis W MUELLER. « Collision Cross Section ». en. In : *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* (1989), p. 5.

- [62] R MUKHERJEE et al. « Many-body physics with alkaline-earth Rydberg lattices ». en. In : *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* 44.18 (sept. 2011), p. 184010. ISSN : 0953-4075, 1361-6455. DOI : [10.1088/0953-4075/44/18/184010](https://doi.org/10.1088/0953-4075/44/18/184010). URL : <http://stacks.iop.org/0953-4075/44/i=18/a=184010?key=crossref.48c64b3448df32d721e72d6d551bc6ab> (visité le 12/08/2019).
- [63] Stefan S. NATU, L. CAMPANELLO et S. DAS SARMA. « Dynamics of correlations in a quasi-two-dimensional dipolar Bose gas following a quantum quench ». en. In : *Physical Review A* 90.4 (oct. 2014). ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : [10.1103/PhysRevA.90.043617](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.043617). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.90.043617> (visité le 11/08/2019).
- [64] Stefan S. NATU et Erich J. MUELLER. « Dynamics of correlations in shallow optical lattices ». en. In : *Physical Review A* 87.6 (juin 2013). arXiv : 1201.6674, p. 063616. ISSN : 1050-2947, 1094-1622. DOI : [10.1103/PhysRevA.87.063616](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.87.063616). URL : <http://arxiv.org/abs/1201.6674> (visité le 11/08/2019).
- [65] M. NORCIA et al. « Simple Laser Stabilization to the Strontium 88Sr Transition at 707 nm ». In : *Review of Scientific Instruments* 87 (2016), p. 023110. DOI : [10.1063/1.4942434](https://doi.org/10.1063/1.4942434).
- [66] Matthew A NORCIA et al. « Narrow-line laser cooling by adiabatic transfer ». en. In : *New Journal of Physics* 20.2 (fév. 2018), p. 023021. ISSN : 1367-2630. DOI : [10.1088/1367-2630/20/i=2/a=023021?key=crossref.537844d6c0c86807bdba58d4ca7625e4](https://doi.org/10.1088/1367-2630/20/i=2/a=023021?key=crossref.537844d6c0c86807bdba58d4ca7625e4) (visité le 20/05/2019).
- [67] Herwig OTT. « Single atom detection in ultracold quantum gases : a review of current progress ». en. In : *Reports on Progress in Physics* 79.5 (mai 2016), p. 054401. ISSN : 0034-4885, 1361-6633. DOI : [10.1088/0034-4885/79/5/054401](https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/5/054401). URL : <http://stacks.iop.org/0034-4885/79/i=5/a=054401?key=crossref.383e7f68bb753e249a5fd8cdb3dba> (visité le 05/06/2019).
- [68] C. J. H. PAGETT et al. « Injection locking of a low cost high power laser diode at 461 nm ». en. In : *Review of Scientific Instruments* 87.5 (mai 2016), p. 053105. ISSN : 0034-6748, 1089-7623. DOI : [10.1063/1.4947462](https://doi.org/10.1063/1.4947462). URL : <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4947462> (visité le 04/03/2019).
- [69] Metcalf H PHILLIPS Prodan J. « Laser cooling of free neutral atoms in an atomic beam ». en. In : *Laser Spectroscopy VI* 70 (1983), p. 162.
- [70] William D PHILLIPS. « Laser cooling and trapping of neutral atoms ». en. In : *Rev. Mod. Phys.* 70.3 (1998), p. 21.
- [71] C. J. PICKEN, R. LEGAIE et J. D. PRITCHARD. « Single atom imaging with an sCMOS camera ». en. In : *Applied Physics Letters* 111.16 (oct. 2017), p. 164102. ISSN : 0003-6951, 1077-3118. DOI : [10.1063/1.5003304](https://doi.org/10.1063/1.5003304). URL : <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.5003304> (visité le 05/06/2019).
- [72] L.P. PITAEVSKII. « Properties of the spectrum of elementary excitations near the disintegration threshold of the excitations ». en. In : *Soviet Physics JETP* 36 (1958), p. 8.
- [73] Anatoli POLKOVNIKOV et al. « Colloquium : Nonequilibrium dynamics of closed interacting quantum systems ». en. In : *Reviews of Modern Physics* 83.3 (août 2011), p. 863-883. ISSN : 0034-6861, 1539-0756. DOI : [10.1103/RevModPhys.83.863](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.863). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.863> (visité le 05/06/2019).

- [74] R M POTVLIÈGE et C S ADAMS. « Photo-ionization in far-off-resonance optical lattices ». en. In : *New Journal of Physics* 8.8 (août 2006), p. 163-163. ISSN : 1367-2630. DOI : [10.1088/1367-2630/8/8/163](https://doi.org/10.1088/1367-2630/8/8/163). URL : <http://stacks.iop.org/1367-2630/8/i=8/a=163?key=crossref.ba966e0837be10d83e161a6c0a21f432> (visité le 17/07/2019).
- [75] Philip RICHERME et al. « Non-local propagation of correlations in quantum systems with long-range interactions ». In : *Nature* 511 (juil. 2014), p. 198. URL : <https://doi.org/10.1038/nature13450>.
- [76] V S. LETOKHOV, V MINOGIN et B D. PAVLIK. « Cooling and capture of atoms and molecules by a resonant light field ». In : *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 45 (mar. 1977), p. 698.
- [77] Kiyohide SAKAI et al. « Master-oscillator power-amplifier scheme for efficient green-light generation in a planar MgO :PPLN waveguide ». en. In : *Optics Letters* 33.5 (mar. 2008), p. 431. ISSN : 0146-9592, 1539-4794. DOI : [10.1364/OL.33.000431](https://doi.org/10.1364/OL.33.000431). URL : <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-33-5-431> (visité le 06/05/2019).
- [78] Bodhaditya SANTRA et Herwig OTT. « Scanning electron microscopy of cold gases ». en. In : *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* 48.12 (juin 2015), p. 122001. ISSN : 0953-4075, 1361-6455. DOI : [10.1088/0953-4075/48/12/122001](https://doi.org/10.1088/0953-4075/48/12/122001). URL : <http://stacks.iop.org/0953-4075/48/i=12/a=122001?key=crossref.a1d3b80d82d103acd763970bcf76e09c> (visité le 05/06/2019).
- [79] Axel SCHENZLE, Ralph G. DEVOE et Richard G. BREWER. « Phase-modulation laser spectroscopy ». en. In : *Physical Review A* 25.5 (mai 1982), p. 2606-2621. ISSN : 0556-2791. DOI : [10.1103/PhysRevA.25.2606](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.25.2606). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.25.2606> (visité le 04/03/2019).
- [80] Marco SCHIOPPO et al. « A compact and efficient strontium oven for laser-cooling experiments ». en. In : *Review of Scientific Instruments* 83.10 (oct. 2012). arXiv : 1209.5639, p. 103101. ISSN : 0034-6748, 1089-7623. DOI : [10.1063/1.4756936](https://doi.org/10.1063/1.4756936). URL : <http://arxiv.org/abs/1209.5639> (visité le 10/07/2019).
- [81] Jacob F. SHERSON et al. « Single-Atom Resolved Fluorescence Imaging of an Atomic Mott Insulator ». In : *Nature* 467.7311 (sept. 2010). arXiv : 1006.3799, p. 68-72. ISSN : 0028-0836, 1476-4687. DOI : [10.1038/nature09378](https://doi.org/10.1038/nature09378). URL : <http://arxiv.org/abs/1006.3799> (visité le 27/11/2017).
- [82] Jon H. SHIRLEY. « Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy ». en. In : *Optics Letters* 7.11 (nov. 1982), p. 537. ISSN : 0146-9592, 1539-4794. DOI : [10.1364/OL.7.000537](https://doi.org/10.1364/OL.7.000537). URL : <https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=ol-7-11-537> (visité le 04/03/2019).
- [83] S. SNIGIREV et al. « Fast and dense magneto-optical traps for Strontium ». en. In : *arXiv :1903.06435 [physics]* (mar. 2019). arXiv : 1903.06435. URL : <http://arxiv.org/abs/1903.06435> (visité le 20/05/2019).
- [84] Simon STELLMER. « Degenerate quantum gases of strontium ». Thèse de doct. Faculty of Mathematics, Computer Science et Physics of the Innsbruck University, 2013.

- [85] Simon STELLMER, Florian SCHRECK et Thomas C. KILLIAN. « DEGENERATE QUANTUM GASES OF STRONTIUM ». en. In : *Annual Review of Cold Atoms and Molecules*. T. 2. WORLD SCIENTIFIC, mai 2014, p. 1-80. ISBN : 978-981-4590-16-7 978-981-4590-17-4. DOI : [10.1142/9789814590174_0001](https://doi.org/10.1142/9789814590174_0001). URL : http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9789814590174_0001 (visité le 04/03/2019).
- [86] Simon STELLMER et al. « Bose-Einstein Condensation of Strontium ». en. In : *Physical Review Letters* 103.20 (nov. 2009). ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : [10.1103/PhysRevLett.103.200401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.200401). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.200401> (visité le 16/08/2019).
- [87] Christophe TEXIER et Guillaume ROUX. *Physique statistique : Des processus élémentaires aux phénomènes collectifs*. fr. Google-Books-ID : hAPnAQAACAAJ. Dunod, mai 2017. ISBN : 978-2-10-074223-3.
- [88] C L VAILLANT, M P A JONES et R M POTVLIEGE. « Long-range Rydberg–Rydberg interactions in calcium, strontium and ytterbium ». en. In : *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* 45.13 (juil. 2012), p. 135004. ISSN : 0953-4075, 1361-6455. DOI : [10.1088/0953-4075/45/13/135004](https://doi.org/10.1088/0953-4075/45/13/135004). URL : <http://stacks.iop.org/0953-4075/45/i=13/a=135004?key=crossref.313be1041e0e03b93c6c39a65a2b6274> (visité le 12/08/2019).
- [89] Wim VASSEN et al. « Cold and trapped metastable noble gases ». en. In : *Reviews of Modern Physics* 84.1 (fév. 2012), p. 175-210. ISSN : 0034-6861, 1539-0756. DOI : [10.1103/RevModPhys.84.175](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.84.175). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.84.175> (visité le 05/06/2019).
- [90] M J VERHEIJEN et al. « A discharge excited supersonic source of metastable rare gas atoms ». en. In : *Journal of Physics E : Scientific Instruments* 17.10 (oct. 1984), p. 904-910. ISSN : 0022-3735. DOI : [10.1088/0022-3735/17/10/024](https://doi.org/10.1088/0022-3735/17/10/024). URL : <http://stacks.iop.org/0022-3735/17/i=10/a=024?key=crossref.b0736073d32aa2eda61a469421bd237> (visité le 20/03/2019).
- [91] Vladan VULETIĆ et al. « Degenerate Raman Sideband Cooling of Trapped Cesium Atoms at Very High Atomic Densities ». en. In : *Physical Review Letters* 81.26 (déc. 1998), p. 5768-5771. ISSN : 0031-9007, 1079-7114. DOI : [10.1103/PhysRevLett.81.5768](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.5768). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.81.5768> (visité le 05/06/2019).
- [92] William WITCZAK-KREMPA, Erik S. SØRENSEN et Subir SACHDEV. « The dynamics of quantum criticality revealed by quantum Monte Carlo and holography ». In : *Nature Physics* 10.5 (mai 2014), p. 361-366. ISSN : 1745-2473, 1745-2481. DOI : [10.1038/nphys2913](https://doi.org/10.1038/nphys2913). URL : <http://www.nature.com/articles/nphys2913> (visité le 30/08/2019).
- [93] Ryuta YAMAMOTO et al. « An ytterbium quantum gas microscope with narrow-line laser cooling ». In : *New Journal of Physics* 18.2 (fév. 2016). arXiv : 1509.03233, p. 023016. ISSN : 1367-2630. DOI : [10.1088/1367-2630/18/2/023016](https://doi.org/10.1088/1367-2630/18/2/023016). URL : <http://arxiv.org/abs/1509.03233> (visité le 14/11/2017).
- [94] Roger D. van ZEE, éd. *Cavity-enhanced spectroscopies*. en. Experimental methods in the physical sciences 40. OCLC : 249392020. Amsterdam : Acad. Press, 2002. ISBN : 978-0-12-475987-9.

- [95] Long ZHE LI et al. « Modulation Transfer Spectroscopy for a Two-Level Atomic System with a Non-Cycling Transition ». en. In : *Journal of the Physical Society of Japan* 80.7 (juil. 2011), p. 074301. ISSN : 0031-9015, 1347-4073. DOI : [10.1143/JPSJ.80.074301](https://doi.org/10.1143/JPSJ.80.074301). URL : <http://journals.jps.jp/doi/10.1143/JPSJ.80.074301> (visité le 08/03/2019).

Titre : Construction d'une nouvelle expérience de strontium ultrafroids pour l'étude de systèmes quantiques hors-équilibre, composés d'un grand nombre de particules en interaction.

Mots clés : Strontium ultrafroids, construction d'une nouvelle expérience, physique hors-équilibre

Résumé : Les travaux présentés dans ce manuscrit de thèse portent sur la construction d'une nouvelle expérience d'atomes froids de strontium 84, depuis ses balbutiements jusqu'à l'obtention des pièges magnéto-optiques sur la raie large à 461 nm, puis sur la raie étroite à 689 nm. Les études menées avec cette expérience porteront sur la dynamique de relaxation de gaz quantiques placés initialement en situation hors-équilibre. Pour réaliser de telles expériences, un microscope à atomes sera mis en place prochainement et permettra de mesurer des fonctions de corrélations spatiales à partir de la répartition des atomes dans le piège optique bidimensionnel. C'est pourquoi, en parallèle du montage, des travaux ont été réalisés pour mettre au point un algo-

rithme de reconstruction, indispensable au traitement des futures images obtenues par ce microscope. Ce manuscrit de thèse a pour objectif de détailler et justifier aussi précisément que possible les choix expérimentaux qui ont été effectués et de présenter le stade actuel d'avancement de l'algorithme de reconstruction d'images. Il reste encore quelques étapes de construction avant que le dispositif expérimental soit achevé : ajouter une chambre dans laquelle les mesures auront lieu, mettre en place le système d'imagerie et monter le système optique qui permettra de transporter les atomes entre les chambres à vide, les confiner dans un plan, d'effectuer la transition vers un condensat de Bose-Einstein et enfin les soumettre à un réseau optique bidimensionnel.

Title : Construction of new ultracold strontium experiment to investigate relaxation dynamics of interacting many-body quantum systems.

Keywords : Ultracold strontium, construction of a new experiment, out-of-equilibrium dynamics

Abstract : This manuscript presents the first steps of a new ultracold atoms experiment using strontium 84. The aim of this experiment is to study the relaxation dynamics of quantum gases initially prepared in an out-of-equilibrium state. This experiment will include a quantum gas microscope, allowing us to measure spatial correlation functions in two-dimensional systems. The current state of the construction allows us to generate both magneto-optical trap of strontium : along its wide transition at 461 nm and its narrow transition at 689 nm. Concurrently with the experimental setup, we carried out works on a reconstruction

algorithm required for the future data processing of the microscope images. This manuscript details experimental aspects, justifying their choices, and presents the current state of work on the reconstruction algorithm. There are still steps to complete the experimental setup : add a chamber where we will make the measurements to the vacuum system, set up the quantum gas microscope and all the required optics to transport the atomic clouds between two vacuum chambers, to reach Bose-Einstein condensation and to confine the atoms in two-dimensional optical traps.

