



HAL
open science

Étude numérique de la nocivité des défauts dans les soudures

Laurent Lacourt

► **To cite this version:**

Laurent Lacourt. Étude numérique de la nocivité des défauts dans les soudures. Matériaux. Université Paris sciences et lettres, 2019. Français. NNT : 2019PSLEM050 . tel-02512870

HAL Id: tel-02512870

<https://pastel.hal.science/tel-02512870>

Submitted on 20 Mar 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PSL

Préparée à MINES ParisTech

**Étude numérique de la nocivité des défauts dans les
soudures**

Soutenue par

Laurent LACOURT

Le 14 octobre 2019

École doctorale n°621

**Ingénierie des Systèmes,
Matériaux, Mécanique,
Énergétique**

Spécialité

Mécanique

Composition du jury :

Dominique POQUILLON Professeur, ENSIACET	<i>Présidente</i>
Felix FRITZEN Docteur-Ingénieur, Université de Stuttgart Franck MOREL Professeur, Arts et Métiers ParisTech	<i>Rapporteur</i> <i>Rapporteur</i>
Habibou MAITOURNAM Professeur, ENSTA Paris	<i>Examineur</i>
François WILLOT Chargé de recherche, MINES ParisTech	<i>Examineur</i>
Sylvain FLOURIOT Ingénieur de recherche, CEA Valduc	<i>Examineur</i>
David RYCKELYNCK Professeur, MINES ParisTech	<i>Directeur de thèse</i>
Samuel FOREST Professeur, MINES ParisTech	<i>Directeur de thèse</i>
Victor de RANCOURT Ingénieur de recherche, CEA Valduc	<i>Invité</i>

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au CEA dans le Département de Recherche et de Fabrication Nucléaires de centre d'études de Valduc. Je remercie Éric Suzon, Patrick Lointier et Christophe Thiébaud de m'avoir accueilli dans leurs unités et m'avoir fait confiance il y a trois ans pour mener cette étude.

Je tiens ensuite à remercier très vivement les membres du jury de m'avoir fait l'honneur d'examiner mon travail de thèse. Merci au Professeur Poquillon d'avoir présidé mon jury. Merci aux Professeurs Felix Fritzen et Franck Morel d'avoir rapporté ce mémoire de thèse. Vos remarques et questions m'ont permis de prendre du recul sur ce travail et d'entrevoir de nouvelles perspectives. Merci enfin au Professeur Maitournam d'avoir examiné ce travail après avoir (sans le savoir) guidé mes premiers pas dans le monde fascinant de la plasticité cyclique.

J'ai eu la chance de travailler durant ces trois années dans une équipe de chercheurs hors du commun. Samuel, merci pour les heures de discussions au Centre des Matériaux, à l'École des Mines ou au jardin du Luxembourg. Ton enthousiasme à toute épreuve, ta pédagogie et ta culture impressionnante m'ont profondément marqués. Merci David pour ce voyage extraordinaire dans le monde de la réduction de modèles. J'ai énormément appris à tes côtés au cours de ces trois ans. Merci enfin à toi François, mécanicien exilé au pays des morphologues de m'avoir donné quelques rudiments en morphologie mathématique. Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mes deux encadrants du CEA, Sylvain et Victor, pour m'avoir consacré beaucoup de temps malgré leurs grandes charges de travail. J'ai énormément appris à vos côtés lors de mes venues à Valduc. Elles n'ont cependant pas été assez nombreuses pour que vous arriviez à me faire préférer les vins de Bourgogne à ceux de Bordeaux.

Je voudrais maintenant remercier mes collègues du CEA Valduc en commençant par le duo de choc du bâtiment 057 : Gilles et Alex. Je leur dois la grande majorité des résultats expérimentaux présentés dans ce mémoire sans lesquels aucune validation n'aurait été possible. Je salue au passage les autres membres du laboratoire avec qui j'ai eu la chance de travailler en stage ou en thèse : Sylvain R., Vincent, Julia, Phiphi, Bastien, François, Yvan, Anthony, Céline et Christophe. Merci également à mes interlocuteurs du bureau d'études, Gilles, Alexandre, Pierre et Aurélien pour leur investissement durant ces trois ans. J'espère que les outils développés trouveront leur place dans leurs routines de travail. Merci également à Rémy Besnard d'avoir pris le temps de s'intéresser à ce projet de thèse.

J'ai passé la plupart de mon temps au Centre des Matériaux de l'École des Mines situé à Évry. J'y ai eu le plaisir d'interagir avec beaucoup de chercheurs et doctorants que je tiens à remercier maintenant. Merci à Yazid Madi de m'avoir amené sur synchrotron un mois seulement après le début de ma thèse. Cela m'a permis de démarrer très rapidement mes travaux sur des données de qualité. Merci à Henry Proudhon pour le temps qu'il a consacré à des expérimentations du CEA Valduc au synchrotron. Merci à Vincent Maurel d'avoir pris le temps de s'intéresser à mes travaux et de leur découvrir de nouvelles applications. Merci à Franck N'Guyen pour son aide en analyse d'images et génération de maillages. Un immense merci également à Basile qui m'a ouvert l'univers magnifique de ZéBuLon. Disons donc que bon nos déjeuners debout à la cafet me manquent déjà même si j'ai encore la chance de te voir pour les cours d'info. Merci à Moubine pour sa bonne humeur communicative, toujours prêt à raconter l'apparition d'instabilités sur un Carambar malmené par son propriétaire. Merci à William, élagueur fou, pour le temps passé ensemble pour comprendre la H2ROM. Merci aux jeunes et futurs docteurs du CdM : Adrien, Nicolas, Alexiane, Laurane, Eeva, Luc, Hugo L, Alex, Seb, Liliana, Jean-Michel, Frank, Aaron et ceux que j'oublie inévitablement... Merci enfin aux occupants successifs du C119 pour l'atmosphère de travail au top : Daniel, Kévin, LaKrim, Mathilde, David, Cléa, Hugo D et Bastien. Un merci tout particulier à Bastien pour m'avoir fait découvrir le sketch le plus drôle du monde et ses 6 minutes 37 secondes qui ont rythmé mes deux dernières années de thèse.

Je tiens finalement à remercier mes proches. Merci aux anciens du BDE : Batou, Charlou, Lison, Emma, Quentin, Maxou, Nils, Marco, Chipten, Coco, DuKe, Julien, Eliot, Bastien, Clara, Val, Marc et Sandrine pour tous ces bons moments passés ensemble pendant ces 6 années aux Mines et ceux à venir. Merci aux petits bobos du XIIIème : Gaël, Raphaël, Marc et Sandrine (encore) pour tous les dîners et apéros durant ces trois ans. Merci à Papy, Mamie, Luc, JM, Kiki et Frédo d'être venus me soutenir le Jour J. Je remercie

mes parents pour leur soutien, leur confiance et les kilos de victuailles ramenés du Sud-Ouest pour mon pot. Merci à Lise d'avoir séché des cours de mécanique pour venir à ma soutenance. Enfin, je remercie de tout cœur Léa qui m'a accompagné au quotidien pendant ces trois ans. J'ai beaucoup de chance que malgré le temps que je leur ai consacré, ni ZéBuLon, ni la réduction de modèles, ni `hexa_refinement` n'ont eu raison de notre relation. Merci pour ton soutien extraordinaire. J'espère pouvoir t'apporter pour la fin de ta thèse le calme et la sérénité que tu m'as apportés.

Table des matières

Remerciements	iii
Nomenclature	ix
Introduction	1
1 Durée de vie des structures	7
1.1 Introduction	7
1.2 Réponse asymptotique d'une structure	7
1.3 Détermination de l'état stabilisé à l'aide du logiciel Z-Set	8
1.3.1 Algorithme de détermination de l'état stabilisé	9
1.3.2 Implémentation dans Z-Set	10
1.3.3 Prévision du domaine d'adaptation d'une structure	10
1.3.4 Prévision du phénomène de rochet	14
1.4 Modèle d'estimation de la durée de vie	16
1.4.1 Modèles formulés en déformation	16
1.4.2 Effet de la contrainte	17
1.4.3 Effet du rochet	18
1.5 Prise en compte des concentrations de contrainte	19
1.5.1 Facteur de concentration de contrainte élastique et de fatigue	20
1.5.2 Approches non locales	21
1.6 Conclusions	22
2 Caractérisation mécanique du joint soudé	23
2.1 Introduction	23
2.2 Caractérisation métallurgique du joint soudé	23
2.2.1 Phases en présence	23
2.2.2 Caractérisation de la zone fondue	24
2.2.3 Obtention de la microstructure	24
2.3 Identification du comportement mécanique de la zone fondue	27
2.3.1 Phénomènes mécaniques observés au cours des essais	27
2.3.2 Présentation du modèle élasto-plastique utilisé	29
2.3.3 Démarche d'identification du modèle A	31
2.3.4 Démarche d'identification du modèle B	33
2.4 Identification d'un modèle d'estimation de la durée de vie	36
2.4.1 Résultats expérimentaux et identification des paramètres	36
2.4.2 Résultats de durée de vie avec les différentes lois de comportement	37
2.5 Identification d'une longueur caractéristique	39
2.5.1 Dépouillement des essais sur éprouvettes avec défauts calibrés	39
2.5.2 Simulation de l'essai pour la calibration de la longueur caractéristique R_c	40
2.5.3 Calcul numérique d'un diagramme de Kitagawa	42
2.6 Conclusions et perspectives	43

3	Étude et modélisation de la population de défauts	45
3.1	Mécanismes de formation des défauts	45
3.1.1	Formation de défauts par effondrement du capillaire	45
3.1.2	Formation de défauts par instabilités de surface	46
3.1.3	Influence de l’embrèvement	47
3.1.4	Recouvrement des impulsions et effacement de défauts	47
3.2	Observation et caractérisation des défauts	47
3.2.1	Acquisition et traitement d’images	47
3.2.2	Indicateurs morphologiques	48
3.2.3	Indicateurs mécaniques	53
3.3	Étude statistique de la population de défauts	54
3.3.1	Quelques exemples de défauts	54
3.3.2	Distribution des indicateurs morphologiques et mécaniques	55
3.3.3	Notion de proximité entre défauts	58
3.4	Étude de la répartition spatiale des défauts	59
3.4.1	Repère global et repères locaux	59
3.4.2	Identification de la forme de la soudure	59
3.4.3	Séparation des impulsions	61
3.5	Modèle de génération de populations de défauts	63
3.5.1	Hypothèses	63
3.5.2	Identification des lois de probabilités	64
3.5.3	Modèle aléatoire non stationnaire	66
3.5.4	Comparaison des populations générées avec les données	67
3.6	Conclusions du chapitre	68
4	Réduction de modèles non paramétriques	71
4.1	Méthodes de réduction de modèles dans un cadre paramétrique	71
4.1.1	Idées fondatrices de la réduction de modèle	72
4.1.2	Mise en oeuvre de la méthode d’hyper-réduction de modèles dans le logiciel Z-Set	73
4.2	Présentation de la méthodologie	78
4.2.1	Tentative d’approche paramétrique	78
4.2.2	Problème cible	78
4.2.3	Construction d’une base d’ordre réduit à deux échelles	79
4.2.4	Estimation d’erreur	82
4.3	Exemples dans un cadre paramétrique	83
4.3.1	Position du problème	83
4.3.2	Simulations hyper-réduites avec un défaut de taille variable	84
4.3.3	Simulations hyper-réduites avec un défaut de position variable	88
4.4	Exemple dans un cadre non paramétrique	89
4.4.1	Position du problème	89
4.4.2	Résultats	90
4.5	Conclusions et perspectives	91
5	Application à une structure soudée	95
5.1	Le module <code>zDefects</code>	95
5.1.1	Présentation du module	95
5.1.2	La famille des objets de type <code>WeldedStructure</code>	95
5.2	Position du problème	96
5.2.1	Géométrie considérée	96
5.2.2	Génération de la structure	96
5.2.3	Chargement appliqué et calcul de l’éprouvette sans défaut	97
5.3	Résultats de la campagne expérimentale sur éprouvettes plates	98
5.4	Méta-modèles pour l’étude de défauts paramétriques	100
5.4.1	Méta-modèle par krigeage	100

5.4.2	Une approche « naïve »	103
5.4.3	Guidage de l'enrichissement avec la variance d'erreur d'estimation	104
5.4.4	Conclusions et perspectives	105
5.5	Utilisation du modèle de génération de populations de défauts	106
5.5.1	Génération des populations	106
5.5.2	Crible d'extraction de sous-populations	107
5.5.3	Résultats des calculs mécaniques	107
5.6	Conclusions et perspectives	111
Conclusions et perspectives		115
A zDefects : une boîte à outils pour la prise en compte de défauts dans les structures		121
A.1	Un ancêtre commun pour tous les objets	121
A.1.1	Attributs, accesseurs et mutateurs	121
A.1.2	Nouvelle définition d'un attribut	122
A.1.3	Fonctionnalités accessibles	123
A.2	Quelques objets importants	124
A.2.1	Les formes de soudure	124
A.2.2	Les défauts et les populations de défauts	124
A.2.3	Les structures soudées	125
B Données des essais de fatigue à déformation imposée		127
C Plans des éprouvettes utilisées		129
D Résultats des simulations d'éprouvettes plates entaillées		133
Références		161

Nomenclature

\underline{x}	vecteur (tenseur d'ordre un)
$\underline{\sigma}$	tenseur d'ordre deux
:	produit doublement contracté
\otimes	produit tensoriel
\mathbf{A}	matrice
$\langle . \rangle$	partie positive $\langle x \rangle = \max(x, 0)$
$\ \cdot\ $	norme (sans détail supplémentaire, il s'agit de la norme L^2)
$\mathbb{E}(X)$	espérance mathématique de X (moment d'ordre un)
$\text{Var}(X)$	variance de X (moment centré d'ordre deux)
\mathbb{R}	ensemble des réels
$\mathbb{1}_E$	indicatrice de l'ensemble E

Introduction

Contexte

La soudure : une singularité dans l'assemblage mécanique

Le soudage est un procédé d'assemblage permanent. Il assure la continuité des matières à assembler. Des efforts mécaniques peuvent ensuite être transmis par la liaison soudée ainsi formée. Parmi les techniques de soudage, certaines reposent sur un dépôt d'énergie qui provoque la fusion locale de matière suivie de sa solidification. Le cycle thermique appliqué aux matériaux peut affecter grandement leurs propriétés. La Figure 1 donne un aperçu de la complexité et de la variété des phénomènes qui sont observés dans un joint soudé.

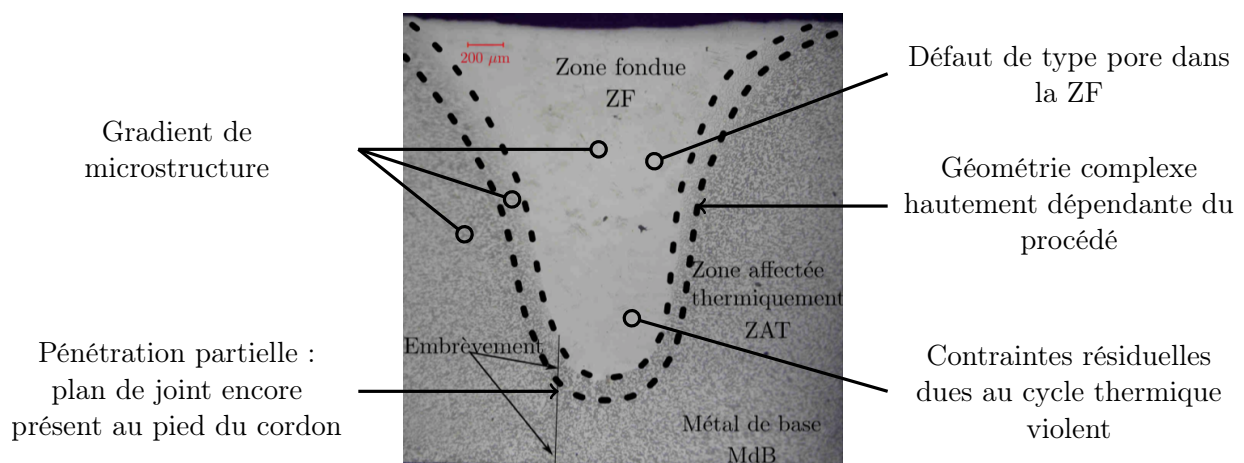


FIGURE 1 – Un aperçu de la complexité induite par le procédé de soudage. La métallographie issue de la thèse de B. Sarre [Sarre 2018] représente une soudure de deux pièces en alliage de titane TA6V obtenue par laser pulsé.

Premièrement, un gradient de microstructure résulte de l'opération de soudage. Trois zones sont distinguées : la zone fondue (ZF) qui est passée à l'état liquide au cours du soudage, la zone affectée thermiquement (ZAT) qui est le siège de transformations métallurgiques à l'état solide, et le métal de base (MdB) qui n'est pas influencé par l'opération de soudage. Dans certains cas, la ZAT est divisée en plusieurs sous-zones présentant des caractéristiques métallurgiques différentes. La géométrie de ces différentes zones dépend grandement du procédé et des paramètres choisis. Des défauts peuvent aussi être formés durant le soudage. Ces derniers sont généralement des bulles piégées au cours de la solidification de la ZF. Le cycle thermique violent, ainsi que les transformations métallurgiques subies par le matériau entraînent l'apparition de contraintes résiduelles dans le joint soudé. Elles peuvent avoir une grande influence sur la tenue mécanique de l'assemblage. Enfin, dans certains cas, la fusion peut ne pas avoir lieu sur toute l'épaisseur des pièces à assembler, laissant apparent une partie non soudée du plan de joint. Toutes ces singularités font du joint soudé un élément central dans les mécanismes de ruine de la structure. Une mauvaise maîtrise du procédé peut avoir de graves conséquences. Les soudures sont donc généralement contrôlées avant leur mise en service. Nous nous intéressons ici en particulier aux techniques de contrôle non destructif (CND).

Contrôle non destructif de soudures

De nombreuses méthodes de contrôle non destructif ont été mises au point pour évaluer la qualité d'une liaison soudée avant sa mise en service. Les principales catégories de méthodes citées par l'Institut de Soudure [Chauveau 2018] sont :

- les méthodes de contrôle visuel, historiques, maintenant assistées par microscopes et loupes ;
- les méthodes de ressuage et les méthodes par courant de Foucault, qui permettent de détecter des manques de matière ;
- les méthodes basées sur les ultrasons ;
- les méthodes de radiographie et de tomographie.

Le travail présenté ici se concentre sur des soudures présentes dans des pièces à très haute valeur ajoutée et donc contrôlées par radiographie ou tomographie aux rayons X. Ces méthodes se sont considérablement développées au cours des dernières années. Leur utilisation dans un contexte industriel est de plus en plus répandue. La pièce à contrôler est placée entre une source de rayons X et un détecteur. Le traitement des données acquises par le détecteur permet de reconstruire les variations spatiales du coefficient d'absorption des rayons X. Une radiographie donne une information 2D : l'intégrale du coefficient d'absorption à travers la pièce. Cela ne suffit pas pour localiser dans l'épaisseur ou décrire la morphologie tridimensionnelle d'éventuels défauts. Les techniques de tomographie consistent à prendre plusieurs clichés de radiographie d'une même pièce sous plusieurs angles. L'application d'algorithmes de reconstruction aux images acquises permet d'accéder à une représentation tridimensionnelle du coefficient d'absorption et donc de mettre en évidence les défauts. La résolution des images obtenues et le temps nécessaire à l'acquisition dépendent du moyen de contrôle employé, mais aussi de la taille et de la densité de la pièce à scanner. Certaines lignes synchrotron permettent de descendre en dessous de l'échelle du micromètre sur de très petits échantillons [Maire et Withers 2014]. Les tomographes utilisés dans un contexte industriel proposent des tailles de voxel allant de quelques micromètres à quelques centaines de micromètres. Il est important de souligner que les données de tomographie apportent une grande quantité d'informations sur les défauts observés. En effet, ces derniers sont localisés précisément dans la pièce. De plus, leur taille, ainsi que leur forme peuvent être estimées. Ces méthodes sont applicables à un grand nombre de matériaux et de procédés de soudage : soudage par faisceau d'électrons d'aciers à des alliages fer aluminium [Dinda *et al.* 2016], soudage par laser d'aciers inoxydables [Madison et Aagesen 2012] et d'alliages d'aluminium [Haboudou *et al.* 2003].

Effet des défauts sur la tenue mécanique en fatigue

Dans le cadre de ce travail, nous nous intéressons en particulier aux joints soudés qui sont soumis à des chargements cycliques. L'application de chargements répétés de faible amplitude peut entraîner la rupture de la structure par fatigue [Pineau et Bathias 2008]. Le nombre de cycles que la pièce peut subir avant de rompre est appelé durée de vie. Un joint soudé présente généralement une durée de vie plus faible qu'un matériau non soudé [Maddox 2002]. Cet abattement est principalement attribué à la présence d'irrégularités géométriques (creux de soudage par exemple) et de contraintes résiduelles. Dans certains cas, il est aussi possible que les microstructures résultant de l'opération de soudage aient une résistance à la fatigue plus faible que le matériau initial. Les défauts jouent aussi un rôle particulier dans la rupture des joints soudés en agissant comme des concentrateurs de contrainte [Maddox 2002 ; Fomin et Kashaev 2017]. Cet effet est d'autant plus marqué qu'un défaut est proche d'une surface ou d'un autre défaut [Fan *et al.* 2003]. La taille des défauts observés a une influence sur la réduction de la durée de vie en fatigue [Murakami 2002] : en dessous d'une certaine taille critique, la résistance en fatigue n'est pas impactée par la présence de défauts et elle décroît ensuite lorsque le défaut grossit. La morphologie des défauts a aussi un impact sur la réponse mécanique locale et donc sur l'abattement de la durée de vie [Fan *et al.* 2003 ; Qian *et al.* 2016].

Dérogradation de pièces contenant des défauts

Il n'est cependant pas envisageable de rebouter toute pièce soudée présentant un ou des défauts après contrôle non destructif, d'autant plus si cette dernière est à forte valeur ajoutée. Il est donc nécessaire de mettre en place des critères d'acceptation de défauts. Pour pouvoir utiliser ces critères dans un contexte de production, leur évaluation doit être rapide afin de ne pas impacter la cadence de production : elle doit donc être de l'ordre de grandeur du temps de contrôle.

Les normes peuvent être un guide dans la définition de critères d'acceptation. Elles sont, pour la plupart, définies pour une application en particulier, et s'appuient sur des mesures réalisées sur les images de tomographie ou de radiographie. Dans l'industrie aérospatiale, la norme AWS D17.1:2017 spécifie par exemple des tailles maximales de défauts et des distances minimales entre défauts. Les valeurs varient avec la criticité de la pièce considérée. Cependant, ces critères sont généralement conservatifs et applicables pour un type de géométrie et un chargement mécanique défini.

La simulation numérique constitue un outil intéressant pour transcrire ces normes sur des pièces complexes. Des défauts représentatifs sont insérés dans des pièces et leur impact sur la durée de vie est quantifié. Les défauts ont généralement une dimension faible devant celle de la structure (quelques dizaines ou centaines de micromètres contre plusieurs centimètres). Les calculs à mener sont donc longs, car le maillage doit être fin localement. De plus, afin de mener une étude la plus exhaustive possible, il faut étudier de nombreuses configurations de défauts. La détermination des défauts représentatifs et le choix des configurations à simuler sont cruciaux pour assurer l'efficacité de la méthode. Un traitement des données de simulation peut aider à construire un diagramme de Kitagawa [Murakami 2002] par exemple. Ces diagrammes fournissent rapidement une information sur l'abatement de la durée de vie à partir de la taille du défaut. Cependant, ce type d'approche ne considère pas explicitement la configuration observée sur la pièce : elle est rapprochée d'un cas déjà traité, considéré au moins aussi pénalisant. Cette approche est donc conservatrice. De plus, il est possible d'observer une population de défauts qui sort du cadre de l'abaque. Il sera alors impossible de statuer.

Les approches présentées précédemment utilisent des « défauts équivalents » et non la morphologie réelle du défaut obtenue par la tomographie. Grâce aux techniques actuelles de maillage automatique [N'Guyen 2014], il est possible d'obtenir, dans un temps raisonnable, une triangulation de la surface de la pièce contrôlée et de celle des défauts. Un calcul par la méthode des éléments finis pourrait alors être lancé sur la population de défauts observée. Toute la richesse de l'information issue de la tomographie serait incluse dans ce calcul. Cette approche est similaire à celle des simulations numériques directes (ou DNS pour *Direct Numerical Simulation*). Ce concept a été introduit en mécanique des fluides numérique. Il vise à prendre en compte l'ensemble des échelles de turbulence pour éviter d'utiliser des modèles simplifiés aux petites échelles [Moin et Mahesh 1998]. Les simulations numériques directes sont aussi utilisées en mécanique des matériaux hétérogènes pour valider des schémas d'homogénéisation [Cailletaud *et al.* 2003 ; Fish et Fan 2008] ou pour améliorer la compréhension de mécanismes de déformation [Fritzen *et al.* 2012 ; Burteau *et al.* 2012 ; Chester *et al.* 2016 ; Basseville *et al.* 2017]. Malheureusement, la taille de ces problèmes est souvent incompatible avec les contraintes de temps évoquées plus tôt.

Objectifs et cadre de la thèse

Objectifs de la thèse

Ce travail vise au développement d'un ensemble d'outils d'aide à la décision d'acceptation de pièces contenant des défauts. La structure d'intérêt est contrôlée et les données de tomographie sont utilisées pour calculer un indicateur de nocivité \mathcal{I}_N . La comparaison de cet indicateur à un critère permet de statuer sur le rebut ou l'acceptation de la pièce. La Figure 2 résume cette démarche. Pour que cette méthode soit applicable dans un contexte industriel, le temps de calcul de \mathcal{I}_N doit être de l'ordre de grandeur du temps de contrôle. Bien que la démarche soit applicable à tout type de procédé de soudage et de matériau, le choix est fait ici de se concentrer sur une liaison soudée d'intérêt pour le CEA.

Procédé et matériau choisis pour l'étude

Dans le cadre de ce travail, un procédé de soudage d'intérêt pour le CEA est choisi. Il s'agit du soudage par laser Nd:YAG pulsé. La dénomination Nd:YAG, acronyme de l'anglais *neodymium-doped yttrium aluminium garnet*, se rapporte au milieu amplificateur permettant de générer le faisceau laser. Il est constitué de grenat d'yttrium-aluminium dopé au néodyme. La forte densité d'énergie apportée par le laser permet de fondre localement la matière et de former le joint soudé. Malgré la grande quantité d'énergie apportée, la profondeur de pénétration reste plus faible que lors du soudage par faisceau d'électrons (quelques millimètres contre plusieurs centimètres dans un acier). Contrairement à ce dernier, le soudage par laser ne nécessite pas que

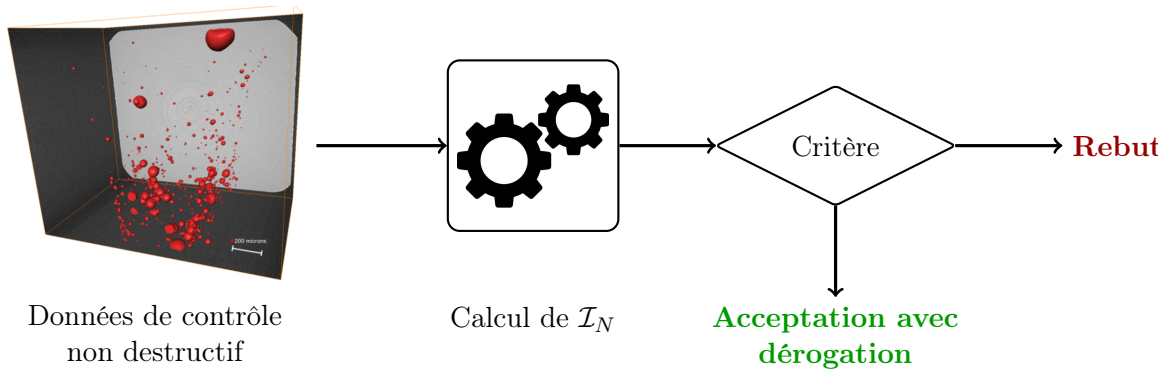


FIGURE 2 – Aide à la décision d’acceptation ou rebut d’une pièce avec défauts.

le vide soit fait dans la chambre de soudage. Un balayage par un gaz neutre est cependant nécessaire pour protéger la liaison des pollutions atmosphériques.

Le laser est utilisé en configuration impulsionnelle. Une série d’impacts laser vient former la liaison soudée. Le dépôt d’énergie peut s’effectuer suivant différents types de cycles présentés sur la Figure 3. Le cycle standard est rectangulaire (A-B-C-D₁-E sur la Figure 3). Il est défini par une durée d’impulsion (t_L) et une puissance crête P_0 . Le cycle A-B-C-D₂-E présente une modulation temporelle de la puissance du laser ou *pulse shaping* en anglais. Un paramètre supplémentaire de temps de descente (temps entre C et D₂ sur la Figure 3) est nécessaire pour caractériser le cycle.

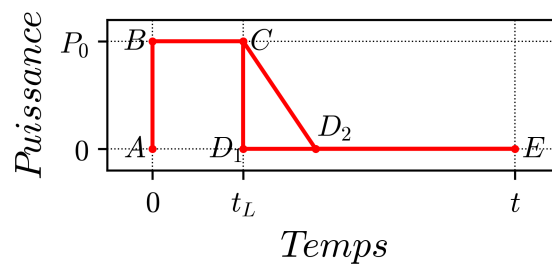


FIGURE 3 – Cycles d’énergie pouvant être appliqués. Le cycle A-B-C-D₁-E est un cycle rectangulaire standard. Le cycle A-B-C-D₂-E est un cycle avec *pulse shaping*. Dans le cadre de ce travail, $t=200$ ms, t_L varie entre 5 et 15 ms.

La Figure 4 présente l’absorption de l’énergie déposée par le laser à la surface de la pièce (phase B → C de la Figure 3). La température de la zone proche de la surface s’élève dans un premier temps par conduction (Échauffement) jusqu’à atteindre la température de fusion du matériau (Fusion). Le dépôt d’énergie continuant, la température de vaporisation du matériau est bientôt atteinte (Vaporisation et création du capillaire). Des effets hydrodynamiques entraînent la formation d’un capillaire [Zhou et Tsai 2006 ; Touvrey *et al.* 2014]. Ce dernier peut être assimilé à un trou dans la matière. Quand la pression laser chute, les parois du capillaire, composées de métal fondu, s’effondrent. Le type de cycle choisi a une influence sur le remplissage du capillaire par la matière fondue. Dans les deux cas, il y a solidification complète entre chaque impulsion. Entre deux impulsions, le faisceau laser est déplacé d’une distance appelée pas. En fonction de la valeur de pas choisie, une impulsion recouvre plus ou moins l’impulsion précédente.

Ce procédé est appliqué à l’alliage de titane Ti-6Al-4V ou TA6V (composition chimique nominale 6 % en masse d’aluminium et 4 % en masse de vanadium). Un exemple de joint soudé de ce type est présenté sur la Figure 1. Cette liaison soudée est autogène : aucun matériau d’apport n’est nécessaire. Elle est aussi homogène car les deux pièces à assembler sont constituées du même matériau.

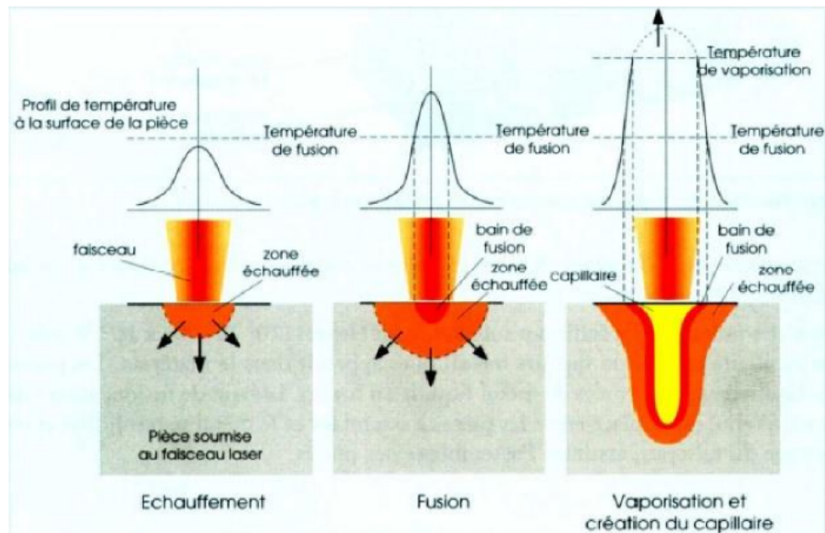


FIGURE 4 – Représentation schématique de la formation du capillaire (d’après note technique interne CEA).

Méthodes employées

Quantification de l’impact des défauts sur la durée de vie

Les défauts provoquent un abatement de la durée de vie en modifiant très localement la réponse mécanique [Fan *et al.* 2003 ; Qian *et al.* 2016]. Dans ce travail, le comportement mécanique cyclique du matériau constitutif de la zone fondue est caractérisé. Des lois de comportement sont identifiées afin de pouvoir simuler finement la réponse mécanique dans le voisinage de défauts. Un critère de durée de vie est calibré à partir d’essais mécaniques et appliqué à la durée de vie de structures contenant des défauts. Toutes les simulations mécaniques de ce mémoire sont effectuées avec le logiciel Z-Set [Z-Set 2019].

Analyse statistique et morphologique des défauts

Les défauts présents dans le joint soudé sont observés en tomographie aux rayons X. Les images obtenues sont traitées pour obtenir des informations sur la forme et la taille des pores. La morphologie de chaque défaut est caractérisée afin de mettre en place une bibliothèque de défauts. La répartition spatiale des défauts est aussi étudiée et rapprochée des mécanismes de formation de ces derniers. Un modèle de génération de populations de défauts est proposé. Il permet de créer numériquement des configurations réalistes de défauts.

Méthodes de réduction de modèles et de méta-modélisation

Le calcul mécanique de pièces avec défauts représente un coût numérique important. En effet, la différence d’échelle entre les défauts (quelques centaines de micromètres au plus) et la pièce (jusqu’à plusieurs dizaines de centimètres) impose l’utilisation de maillages de grande taille. Le temps de résolution est donc trop grand pour qu’une simulation par éléments finis soit effectuée pour calculer l’indicateur \mathcal{I}_N . Afin d’accélérer la résolution, des méthodes de réduction de modèles sont utilisées dans ce travail. Une nouvelle approche, basée sur la méthode d’hyper-réduction déjà utilisée pour des calculs de durée de vie [Ryckelynck *et al.* 2016], est proposée. La méthodologie mise en place permet de s’extraire du cadre paramétrique généralement associé à la réduction de modèles. Elle est ainsi applicable directement à des données de tomographie.

Parallèlement, une approche par méta-modèle est proposée. Elle s’applique à des défauts dont la forme est définie par un petit nombre de paramètres (défauts sphériques notamment). Une méthode d’enrichissement issue de la littérature [Echard *et al.* 2011] est appliquée. Cela permet de construire, avant la phase de contrôle, un abaque de nocivité de défauts.

Plan du mémoire

Le mémoire est structuré en 5 chapitres. Les quatre premiers présentent de manière découpée les différents axes de l'étude. Le dernier propose des exemples d'application des méthodes développées au cours de ce travail.

Le Chapitre 1 présente les méthodes numériques d'évaluation de la durée de vie des structures qui ont été choisies pour ce travail. Ces dernières doivent être intégrées facilement dans les outils mis en œuvre dans les bureaux d'études et être adaptées à la problématique des défauts.

Le Chapitre 2 s'attache à caractériser le joint soudé, son comportement mécanique cyclique et à déterminer un modèle d'estimation de la durée de vie. Pour ce faire, une microstructure équivalente à celle rencontrée dans la ZF est élaborée. Deux modèles élasto-plastiques de complexités différentes sont identifiés, suite à une campagne d'essais mécaniques.

Le Chapitre 3 se concentre sur la caractérisation des défauts observés dans la soudure d'intérêt. Les données acquises par tomographie aux rayons X permettent de mettre en place une série d'indicateurs pour caractériser la morphologie d'un défaut. Il est alors possible d'introduire une notion de distance entre défauts. Ensuite, le lien entre procédé de soudage et répartition spatiale des défauts est étudié. Un modèle qui permet de générer numériquement des populations réalistes de défauts est proposé.

Le Chapitre 4 expose la méthode numérique développée pour réduire les moyens informatiques nécessaires au calcul d'une pièce contenant des défauts. Cette méthode de réduction de modèles permet de réduire grandement la puissance de calcul nécessaire à la simulation, ainsi que sa durée. Elle est par ailleurs capable de rendre fidèlement les résultats de référence.

Finalement, le Chapitre 5 présente l'application de la démarche complète à une structure simple. Les résultats de l'approche numérique sont comparés à une campagne d'essais de validation.

Chapitre 1

Durée de vie des structures soumises à un chargement cyclique

1.1 Introduction

Ce chapitre présente la démarche mise en œuvre afin de déterminer la durée de vie des structures d'étude. La durée de vie est ici définie comme le nombre de cycles de chargements nécessaires à l'apparition d'une fissure macroscopique [Pineau et Bathias 2008]. La taille de cette fissure dépend de l'application, mais aussi du matériau utilisé. Les défauts présents dans la soudure concentrent les contraintes et sont donc des sites privilégiés d'amorçage de fissure. Trois grandes familles d'approches peuvent être utilisées pour estimer la durée de vie d'une pièce :

- l'insertion et la propagation de fissure. Les fissures sont introduites et se développent selon des critères d'amorçage et de propagation. Le nombre de cycles à rupture est le nombre de cycles nécessaires pour qu'une fissure atteigne une longueur critique. D'un point de vue numérique, cette approche est complexe à mettre en place, car des opérations de remaillage sont nécessaires.
- l'utilisation d'une loi d'endommagement : une variable supplémentaire caractérisant l'état du matériau est ajoutée dans la loi de comportement. Lorsqu'elle vaut 0, le matériau est sain. Quand sa valeur atteint 1, cela signifie que le matériau est rompu. La fissure correspond ici aux zones dans lesquelles l'endommagement présente des valeurs proches de 1. Dans ces zones, le comportement du matériau est affaibli, ce qui permet de capter les redistributions de contraintes. Il faut se munir d'une loi d'évolution de la variable d'endommagement. Elle alourdit généralement les coûts de calculs numériques.
- l'application de post-traitement de fatigue : cette approche est dite découplée [Kruch *et al.* 2015]. En effet, la structure est simulée en faisant l'hypothèse que l'endommagement n'a aucune influence sur son comportement. Les caractéristiques du cycle stabilisé (amplitudes de contrainte et de déformation notamment) sont calculées et permettent d'évaluer la durée de vie de la pièce grâce à un critère de durée de vie.

Parmi ces trois types d'approches, la troisième est la plus facile à mettre en œuvre. De plus, c'est elle qui engendre les coûts de calcul les plus faibles. C'est donc ce type d'approche qui a été choisi dans cette étude. Elle pousse à s'intéresser à la réponse stabilisée de la structure. Le type de réponse (voir Section 1.2) observé guide dans le choix du post-traitement à appliquer. Dans la suite, les structures sont sollicitées dans le domaine de la fatigue oligocyclique (nombre de cycles à rupture $N_R < 10^6$).

1.2 Réponse asymptotique d'une structure

Lorsqu'elle est soumise à un chargement cyclique, une structure élasto-plastique peut présenter différents types de réponses asymptotiques : l'adaptation, l'accommodation et le rochet. Alors que l'adaptation mène à un grand nombre de cycles à rupture, l'accommodation et le rochet sont caractéristiques de la fatigue à faible nombre de cycles ou fatigue oligocyclique. Ainsi, la détermination du type d'état asymptotique atteint est primordiale pour appliquer un critère convenable dans le but d'estimer la durée de vie de la structure.

La structure considérée dans le problème occupe un volume Ω et est soumise à un chargement de période T_C sur un intervalle de temps pouvant être infini. Ce chargement est isotherme et peut avoir lieu *via* des forces surfaciques, massiques ou bien par des déplacements imposés. L'évolution du système est supposée quasi-statique, et les déformations infinitésimales. Dans le cas général, le matériau est décrit par sa déformation élastique $\underline{\varepsilon}^e$, sa déformation plastique $\underline{\varepsilon}^p$, et ses autres variables internes $\underline{\alpha}$. Le système peut alors exhiber plusieurs types de réponses asymptotiques ou « stabilisées » :

- **réponse élastique** (*pure elastic response*) : quand la limite d'élasticité n'est jamais atteinte pour chaque point de la structure, alors les déformations observées sont toutes réversibles. Il n'y a, dans ce cas, pas d'altération du matériau (du moins pas avant un très grand nombre de cycles), mais ses caractéristiques mécaniques ne sont pas utilisées de manière optimale.
- **adaptation** (*elastic shakedown*) : la réponse asymptotique du matériau est élastique. Il peut y avoir une déformation plastique lors des premiers cycles (voir Figure 1.1). Dans ce cas, l'énergie totale dissipée reste bornée quand le temps t tend vers l'infini. Le matériau se trouve alors dans le régime d'endurance (ou HCF pour *High Cycle Fatigue*) et possède généralement une durée de vie supérieure à 10^6 cycles.
- **accommodation** (*plastic shakedown*) : la stabilisation asymptotique a lieu vers un cycle d'hystérésis élasto-plastique (voir Figure 1.1). Les déformations plastiques et les variables internes deviennent périodiques pour t assez grand. L'énergie dissipée par cycle tend vers une constante non nulle, et la défaillance de la structure arrive pour un nombre de cycles relativement faible : c'est le régime de fatigue oligocyclique (ou LCF pour *Low Cycle Fatigue*).
- **rochet** (*ratchetting*) : si les déformations plastiques s'accumulent cycle après cycle, un phénomène de rochet est observé (voir Figure 1.1), et la ruine par déformation progressive survient très vite.

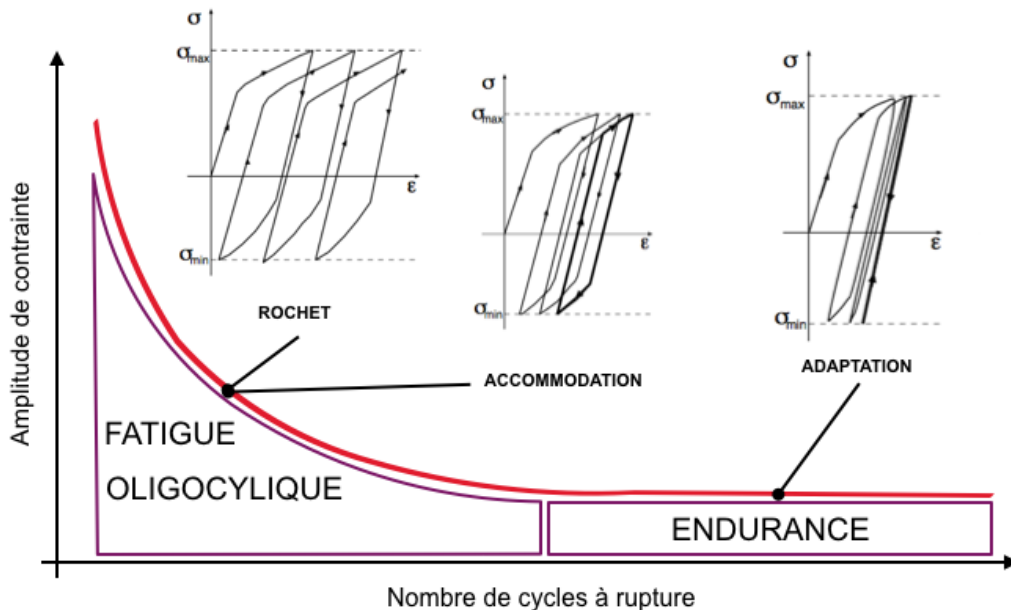


FIGURE 1.1 – Réponses asymptotiques observées en fonction de la durée de vie de la structure (adapté de [Maitournam 2013]).

1.3 Détermination de l'état stabilisé à l'aide du logiciel Z-Set

Un outil de détection de stabilisation a été implémenté dans le logiciel éléments finis Z-Set [Z-Set 2019 ; Besson et Foerch 1997]. Il repose sur l'algorithme de détermination de l'état asymptotique proposé dans [Benoit *et al.* 2012]. Une implémentation incrémentale a été faite. Elle permet de vérifier si un état asymptotique est atteint en cours de calcul et donc de l'arrêter si une stabilisation a lieu. Des méthodes existent pour déterminer directement le cycle stabilisé sans procéder au calcul incrémental. Celle proposée dans [Maitournam *et al.* 2002] repose sur la périodicité de l'état limite et utilise une transformée de Fourier et le Grand Incrément de Temps pour calculer l'état stabilisé sans suivre l'histoire du chargement.

1.3.1 Algorithme de détermination de l'état stabilisé

La structure d'intérêt est soumise à un chargement cyclique de période T_C . Afin de déterminer l'état asymptotique de la structure, un calcul par éléments finis de N cycles est disponible. L'algorithme repose sur la connaissance des déformations plastiques $\underline{\xi}^p$ et de la déformation plastique cumulée p à deux instants t_N et t_{N-1} tels que $t_N - t_{N-1} = T_C$. La différence entre les deux tenseurs $\underline{\xi}^p$ correspond à un incrément de déformation plastique cyclique noté $\Delta\underline{\xi}^p(N)$, dont une norme est ensuite calculée :

$$\Delta\underline{\xi}^p(N) = \underline{\xi}^p(t_N) - \underline{\xi}^p(t_{N-1}) \quad (1.1)$$

$$\Delta\varepsilon^r(N) = \sqrt{\frac{2}{3}\Delta\underline{\xi}^p(N) : \Delta\underline{\xi}^p(N)} \quad (1.2)$$

La valeur de $\Delta\varepsilon^r(N)$ est comparée à une tolérance ε_{lim} donnée par l'utilisateur. Si la valeur est plus faible que la tolérance, alors le tenseur des déformations plastiques est considéré comme périodique. Cela signifie qu'un état stabilisé (réponse élastique, adaptation, accommodation) est atteint. Il reste maintenant à déterminer la nature de cet état stabilisé. Dans [Benoit *et al.* 2012], l'ouverture de la boucle de plasticité est quantifiée en calculant l'énergie dissipée, soit son aire. Ici, c'est l'incrément de déformation plastique cumulée ($\Delta p(N) = p(t_N) - p(t_{N-1})$) entre ces deux instants qui est utilisé¹. Si cet incrément est plus faible qu'une deuxième tolérance p_{lim} , le matériau présente une réponse adaptée avec pour cas particulier une réponse purement élastique. Sinon, la structure est accommodée.

Une étape supplémentaire a été ajoutée ici. En effet, dans le cas où $\Delta\varepsilon^r(N) \geq \varepsilon_{lim}$, l'incrément de déformation plastique cyclique $\Delta\underline{\xi}^p(N)$ est comparé à sa valeur précédemment calculée $\Delta\underline{\xi}^p(N-1)$. Si ces deux tenseurs sont suffisamment proches, cela signifie qu'un état de rochet d'incrément stabilisé est atteint. L'Algorithme 1.1 présente cette démarche telle qu'elle a été implémentée au cours de ce travail dans le code Z-Set [Z-Set 2019].

```

1 Calculer  $\Delta p(N) = p(t_N) - p(t_{N-1})$  ;
2 Calculer  $\Delta\underline{\xi}^p(N) = \underline{\xi}^p(t_N) - \underline{\xi}^p(t_{N-1})$  ;
3 Calculer  $\Delta\varepsilon^r(N) = \sqrt{\frac{2}{3}\Delta\underline{\xi}^p(N) : \Delta\underline{\xi}^p(N)}$  ;
4 si  $\Delta\varepsilon^r(N) < \varepsilon_{lim}$  alors
5   | si  $\Delta p(N) < \Delta p_{lim}$  alors
6   |   | si  $p(N) < p_{lim}$  alors
7   |   |   | retourner Réponse élastique ;
8   |   |   | sinon
9   |   |   |   | retourner Adaptation ;
10  |   |   |   | fin
11  |   |   | sinon
12  |   |   |   | retourner Accommodation ;
13  |   |   |   | fin
14  |   |   | sinon
15  |   |   |   | Calculer  $\underline{R}_{inc} = \Delta\underline{\xi}^p(N) - \Delta\underline{\xi}^p(N-1)$  ;
16  |   |   |   | Calculer  $r_{inc} = \sqrt{\frac{2}{3}\underline{R}_{inc} : \underline{R}_{inc}}$  ;
17  |   |   |   | si  $r_{inc} < r_{lim}$  alors
18  |   |   |   |   | retourner Rochet à incrément stabilisé ;
19  |   |   |   |   | sinon
20  |   |   |   |   |   | retourner État non stabilisé ;
21  |   |   |   |   |   | fin
22  |   |   |   |   | fin

```

Algorithme 1.1 : Algorithme de détermination de l'état stabilisé d'un point matériel.

1. Ces deux grandeurs sont proportionnelles dans le cas d'un matériau élasto-plastique de type von Mises avec un écoulement cinématique linéaire et isotrope chargé de manière isotherme [Benoit *et al.* 2012].

1.3.2 Implémentation dans Z-Set

L'Algorithme 1.1 précédent est local dans le sens où il s'applique à un point matériel. Pour mettre en place cette démarche sur une structure complète, un `PROBLEM_COMPONENT` a été développé dans le logiciel élément finis Z-Set. Ce `PROBLEM_COMPONENT` est appelé à la fin de chaque incrément du calcul [Besson et Foerch 1997]. Il détermine dans un premier temps si les variables d'intérêt (ξ^p, p) du pas de temps courant doivent être stockées. À la fin de chaque cycle, l'état stabilisé de chaque point d'intégration est déterminé grâce à l'Algorithme 1.1. Si tous les points de Gauss ont atteint un état stabilisé, le calcul est stoppé.

La mise en donnée suivante doit être introduite dans un bloc de calcul mécanique.

```

***stop_fatigue
**period 1.                % Période du chargement
**time_offset 1.           % Décalage (pour mise en charge moyenne)
**check_every 5            % Périodicité de la vérification
**strain epi               % Tenseur des déformations plastiques
**cum_strain epcum         % Déformation plastique cumulée
**plim 1.e-7               % Limite Adaptation/Réponse élastique
**stabilization 1.e-7      % Tolérance sur l'incrément de déformation plastique
**loop_opening 1.e-7       % Tolérance sur l'ouverture de la boucle
**ratchet_stabilization 5.e-9 % Tolérance sur l'incrément de rochet
**file fatigue_state       % Sauvegarde des données cycliques

```

Ce type d'approche nécessite de connaître la période de sollicitation de la structure, pour déterminer les pas de temps à sauver. L'utilisateur fournit les tolérances nécessaires aux tests de l'Algorithme 1.1. Il est possible de ne vérifier la stabilisation que périodiquement (tous les 5 cycles dans cet exemple). De plus, toutes les données incrémentales cycliques peuvent être sauvegardées à la volée pour un traitement ultérieur, par exemple pour préparer un saut de cycles ou tenter de déterminer le nombre de cycles restant avant la stabilisation [Benoit *et al.* 2012]. En effet, il est possible que l'état stabilisé ne soit pas atteint à la fin de la simulation. L'état vers lequel tend la structure peut être extrapolé en utilisant les grandeurs cycliques calculées par le `PROBLEM_COMPONENT`, notamment l'incrément de rochet $\Delta\varepsilon^r$. Les valeurs de cet incrément sont connues pour les cycles simulés et aident à déterminer une fonction f qui à un nombre de cycles N associe l'incrément de rochet $\Delta\varepsilon^r(N)$. Nous ferons ici l'hypothèse que cette fonction a une limite finie quand N tend vers l'infini :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} f(N) = l < +\infty \quad (1.3)$$

Si la valeur de l est supérieure à celle de la limite de périodicité ε_{lim} fixée par l'utilisateur, alors le point de Gauss tend vers un état de rochet. Dans le cas contraire, il est possible d'estimer le nombre de cycles nécessaires à la stabilisation N_S en inversant la fonction $f : N_S = f^{-1}(\varepsilon_{lim})$.

Cette méthode a été validée sur deux cas simples présentés dans la suite et pour lesquels une comparaison avec une solution analytique est possible. Dans un premier temps, le domaine des chargements menant à l'adaptation d'une structure est déterminé. Un second exemple s'intéresse à la prévision de la stabilisation du rochet d'un élément de volume.

1.3.3 Prévision du domaine d'adaptation d'une structure

Une structure simple est considérée ici : il s'agit d'une plaque trouée dont la géométrie est donnée sur la Figure 1.2. L'hypothèse des contraintes planes réduit à deux la dimension du problème. Le rapport L/a est pris égal à 100. Cela permet de faire l'hypothèse que l'état de contraintes sur les bords haut et droit de la plaque n'est pas impacté par la présence du trou. Le comportement du massif est plastique parfait de limite d'élasticité σ_0 comme décrit par les Équations (1.4) à (1.10). Le chargement est appliqué par des conditions de pression sur les bords haut et droit de la structure. Ce chargement est sinusoïdal de période unitaire. Les amplitudes dans les directions 1 et 2 sont notées respectivement σ_{11}^a et σ_{22}^a . Les contraintes moyennes sont prises nulles. Des conditions de symétrie (déplacement normal nul) sont imposées sur les côtés inférieur et gauche de la structure comme indiqué sur la Figure 1.2. L'ensemble des amplitudes de chargement $(\sigma_{11}^a, \sigma_{22}^a)$ menant à l'adaptation de la structure est recherché ici. C'est une approche similaire

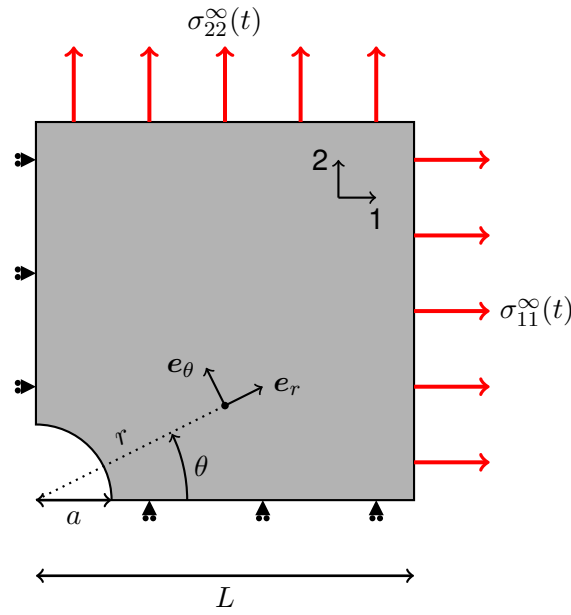


FIGURE 1.2 – Géométrie et conditions aux limites appliquées pour le problème de la plaque trouée.

à celle appliquée par Bree à un tube parfaitement plastique soumis à une pression interne et une variation cyclique de température [Bree 1967 1989].

$$\text{Partition de la déformation} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1.4)$$

$$\text{Loi de Hooke} \quad \boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1+\nu} \left(\boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{\nu}{1-2\nu} \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{1} \right) \quad (1.5)$$

$$\text{Second invariant du déviateur des contraintes} \quad J_2(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{s} : \boldsymbol{s}} \quad (1.6)$$

$$\text{Critère de plasticité} \quad f(\boldsymbol{\sigma}, \sigma_0) = J_2(\boldsymbol{\sigma}) - \sigma_0 \quad (1.7)$$

$$\text{Incrément de déformation plastique} \quad \dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p(t) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p(t)} \quad (1.8)$$

$$\text{Loi d'écoulement} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{s}}{J_2(\boldsymbol{\sigma})} \dot{p} \quad (1.9)$$

$$\text{Conditions de Kuhn-Tucker} \quad f \leq 0, \quad \dot{p} \geq 0, \quad \dot{p}f = 0 \quad (1.10)$$

La solution analytique de ce problème est déterminée en appliquant le théorème de Melan-Koiter (voir Complément 1.1) qui pousse à s'intéresser à la réponse de la structure avec un comportement supposé élastique linéaire. Les Équations (1.11) à (1.14) donnent les composantes du champ de contraintes sous cette hypothèse dans le repère cylindrique défini sur la Figure 1.2.

$$\sigma_{rr}^{el}(r, \theta, t) = \left(\frac{\sigma_{11}^a + \sigma_{22}^a}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2}\right) (\sigma_{11}^a - \sigma_{22}^a) \cos 2\theta \right) \sin(2\pi t) \quad (1.11)$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{el}(r, \theta, t) = \left(\frac{\sigma_{11}^a + \sigma_{22}^a}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) (\sigma_{11}^a - \sigma_{22}^a) \cos 2\theta \right) \sin(2\pi t) \quad (1.12)$$

$$\sigma_{r\theta}^{el}(r, \theta, t) = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2}\right) (\sigma_{11}^a - \sigma_{22}^a) \sin 2\theta \sin(2\pi t) \quad (1.13)$$

$$\sigma_{zz}^{el}(r, \theta, t) = 0 \quad (1.14)$$

Dans le cas considéré, il est important de remarquer que le chargement est radial : toutes les composantes du tenseur des contraintes σ_{ij} peuvent s'écrire sous la forme $\sigma_{ij}(r, \theta, t) = A_{ij}(r, \theta) \sin(2\pi t)$. Ainsi, pour chaque point de la structure le centre de la plus petite sphère circonscrite au trajet du déviateur du tenseur des

contraintes est l'origine. Comme évoqué dans le Complément 1.1, une condition nécessaire d'adaptation est que le rayon de cette sphère soit inférieur à la limite d'élasticité σ_0 . Le champ constitué de tous les centres est le champ identiquement nul sur la structure et est donc auto-équilibré. La condition du théorème de Melan-Koiter se réécrit donc comme une condition sur la valeur maximale de la contrainte équivalente de von Mises. La valeur maximale de cette contrainte est atteinte soit au pôle (noté P) soit à l'équateur (noté E) du trou. Les valeurs atteintes sont données par :

$$\sigma_{\text{VM}}(P, t) = |(3\sigma_{11}^a - \sigma_{22}^a) \sin(2\pi t)| \leq |3\sigma_{11}^a - \sigma_{22}^a| \quad (1.15)$$

$$\sigma_{\text{VM}}(E, t) = |(3\sigma_{22}^a - \sigma_{11}^a) \sin(2\pi t)| \leq |3\sigma_{22}^a - \sigma_{11}^a| \quad (1.16)$$

Les chargements menant à l'adaptation de cette structure sont donc ceux garantissant que ces valeurs maximales sont inférieures à la limite d'élasticité du matériau :

$$\{(\sigma_{11}^a, \sigma_{22}^a) \text{ tels que } |3\sigma_{22}^a - \sigma_{11}^a| < \sigma_0 \text{ et } |3\sigma_{11}^a - \sigma_{22}^a| < \sigma_0\} \quad (1.17)$$

Les inégalités de l'Équation (1.17) définissent un losange dans le plan $(\sigma_{11}^a, \sigma_{22}^a)$. Les quatre droites correspondantes sont tracées en pointillés noirs sur la Figure 1.3. Le domaine vert sur cette figure est donc le domaine d'adaptation de la structure considérée.

Théorème de Melan-Koiter

Énoncé par Melan en 1938 [Melan 1938] et complété par Koiter en 1960 [Koiter 1960], le théorème de Melan-Koiter donne une condition suffisante pour qu'un matériau parfaitement plastique s'adapte. Son énoncé est le suivant :

S'il existe un champ fixe (i.e. indépendant du temps) de contraintes auto-équilibrées $\underline{\rho}^(M)$, un nombre $m > 1$ et un temps t_0 tels que, en tout point M :*

$$\forall t > t_0, \quad f(m(\underline{\sigma}^{el}(M, t) + \underline{\rho}^*(M))) \leq 0$$

alors la structure s'adapte quel que soit son état initial.

$\underline{\sigma}^{el}(M, t)$ est la réponse obtenue pour le même chargement avec l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire et f est le critère d'écoulement.

En un point M de la structure, la condition énoncée signifie que le déviateur du tenseur $\underline{\sigma}^{el}(M, t)$ doit rester dans la sphère de centre le déviateur de $\underline{\rho}^*(M)$ et de rayon la limite d'élasticité du matériau. Cette interprétation géométrique simple permet de formuler une condition nécessaire à l'adaptation. Il faut en effet que le champ $\underline{\rho}^*$ soit aussi auto-équilibré. L'introduction d'un écrouissage cinématique linéaire [Mandel *et al.* 1977] permet de transformer cette condition locale en condition suffisante. Ce théorème a depuis été étendu à des matériaux présentant divers écrouissages [Mandel 1976ab ; Mandel *et al.* 1977] qui restent dans le cadre des matériaux standards généralisés [Halphen et Nguyen 1975 ; Nguyen 2003]. D'autres approches, basées sur le concept de bipotentiel par exemple [Bouby *et al.* 2006], permettent l'extension de ces théorèmes à des lois non associées comprenant par exemple un écrouissage cinématique non linéaire [Frederick et Armstrong 2007].

Complément 1.1

L'outil de détection des états stabilisés est utilisé pour retrouver ce domaine. L'espace des chargements est parcouru selon une grille de pas $\sigma_0/20$. Pour chaque condition de chargement, un calcul par la méthode des éléments finis est lancé. Le PROBLEM_COMPONENT développé est utilisé pour stopper le calcul. Les tolérances sont les suivantes :

- la réponse est considérée élastique si $p < 10^{-7}$;
- une boucle de plasticité est ouverte si $\Delta p \geq 10^{-7}$;
- l'état stabilisé est atteint si la norme de l'incrément de déformations plastiques est inférieure à 10^{-6} .

Un calcul de 50 cycles est prévu.

La vérification de l'atteinte du cycle stabilisé est réalisée à la fin de chaque cycle. Au vu des symétries du problème, seules les amplitudes de contrainte vérifiant la condition suivante sont calculées :

$$-\sigma_{11}^a \leq \sigma_{22}^a \leq \sigma_{11}^a \quad (1.18)$$

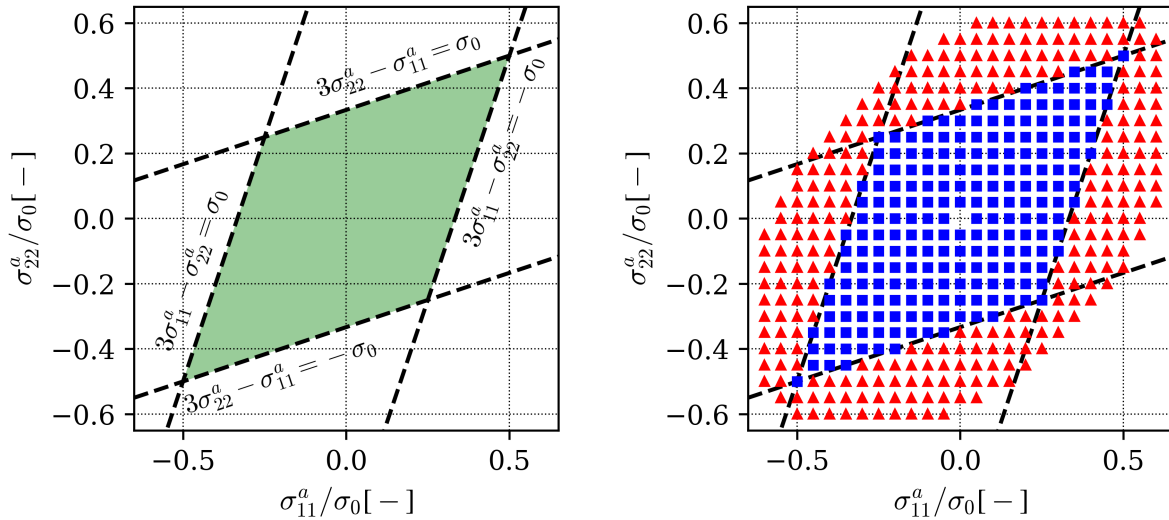


FIGURE 1.3 – Surface d’adaptation d’une plaque trouée parfaitement plastique sous chargement biaxial dans l’espace des amplitudes normalisées par la limite d’élasticité σ_0 . La réponse analytique est tracée à gauche et les résultats de sa construction numérique à droite. Les carrés bleus symbolisent un chargement menant à l’adaptation et les triangles rouges à l’accommodation. Des simulations ont été lancées pour seulement un quart des points, des symétries sont ensuite appliquées.

De plus, afin de confiner la plasticité près du trou, une condition sur la norme du tenseur appliqué au bord du domaine Σ est ajoutée :

$$J_2(\Sigma) = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_{11}^a)^2 + (\sigma_{22}^a)^2 + (\sigma_{11}^a - \sigma_{22}^a)^2)} \leq 0,6\sigma_0 \quad (1.19)$$

Ces restrictions mènent à 128 conditions de chargement. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 1.3. Sur cette figure, chaque marqueur correspond à une simulation par éléments finis. Si ce marqueur est un carré bleu, la structure présente une réponse élastique. Si au contraire ce marqueur est un triangle rouge, la structure s’est accommodée. Du fait de la moyenne temporelle nulle du chargement imposé, la structure n’exhibe jamais d’adaptation. La méthode proposée permet de rendre compte de la forme de la surface d’adaptation. Il est à noter que les points situés sur la surface devraient normalement présenter un régime accommodé. Cependant, la condition donnée par le théorème de Melan-Koiter est ici violée seulement en un point situé sur la surface du trou. L’identification du régime stabilisé est réalisée aux points de Gauss, situés à l’intérieur des éléments qui, eux, présentent une réponse élastique. Le parcours de l’espace des chargements selon une grille régulière est une approche simple qui ne sert ici qu’à titre d’exemple. Il est par exemple possible de s’appuyer sur la convexité du domaine des chargements (voir Complément 1.2) menant à l’adaptation pour limiter le nombre de calculs.

L’introduction de contraintes moyennes rompt la symétrie du chargement. La structure peut alors présenter une réponse adaptée. L’outil développé permet de déterminer numériquement les surfaces d’adaptation pour des chargements et des lois de comportement plus complexes.

Convexité du domaine de chargements menant à l'adaptation

Définissons l'ensemble des chargements conduisant à l'adaptation d'une structure Ω au sens du théorème de Melan-Koiter :

$$\mathcal{A} = \left\{ \underline{\Sigma} \mid \exists t_0, \underline{\rho}^*, m > 1 \text{ tels que } \forall M \in \Omega, \forall t > t_0, f(m\underline{\sigma}^{el}(M, t) + \underline{\rho}^*(M)) \leq 0 \right\}$$

où $\underline{\sigma}^{el}(M, t)$ est le tenseur des contraintes associé au chargement $\underline{\Sigma}$ sous l'hypothèse d'un comportement parfaitement élastique, et $\underline{\rho}^*(M)$ est un champ de contraintes auto-équilibrées. Notons K le domaine d'élasticité de notre matériau défini par :

$$K = \{ \underline{\sigma} \mid f(\underline{\sigma}) \leq 0 \}$$

Considérons maintenant deux chargements $\underline{\Sigma}_a$ et $\underline{\Sigma}_b$ conduisant à l'adaptation, ce qui revient à écrire :

$$\exists (m_a, \underline{\rho}_a^*) \text{ tels que } m_a \underline{\sigma}_a^{el} + \underline{\rho}_a^* \in K$$

$$\exists (m_b, \underline{\rho}_b^*) \text{ tels que } m_b \underline{\sigma}_b^{el} + \underline{\rho}_b^* \in K$$

Ces assertions restent vraies en remplaçant m_a et m_b par $m = \min(m_a, m_b)$. Ainsi, par convexité de K , on obtient :

$$\begin{aligned} & \forall \lambda \in [0; 1], \lambda (m \underline{\sigma}_a^{el} + \underline{\rho}_a^*) + (1 - \lambda) (m \underline{\sigma}_b^{el} + \underline{\rho}_b^*) \in K \\ \Leftrightarrow & \forall \lambda \in [0; 1], m (\lambda \underline{\sigma}_a^{el} + (1 - \lambda) \underline{\sigma}_b^{el}) + (\lambda \underline{\rho}_a^* + (1 - \lambda) \underline{\rho}_b^*) \in K \end{aligned}$$

Par construction, m est un coefficient de sécurité convenable. Par linéarité du comportement élastique, $\lambda \underline{\sigma}_a^{el} + (1 - \lambda) \underline{\sigma}_b^{el}$ est la réponse élastique associée au chargement $\lambda \underline{\Sigma}_a + (1 - \lambda) \underline{\Sigma}_b$. Enfin par linéarité de l'opérateur divergence, $\lambda \underline{\rho}_a^* + (1 - \lambda) \underline{\rho}_b^*$ est un champ de contraintes auto-équilibrées.

Ainsi, $\forall \lambda \in [0; 1], \forall (\underline{\Sigma}_a, \underline{\Sigma}_b) \in \mathcal{A}^2, \lambda \underline{\Sigma}_a + (1 - \lambda) \underline{\Sigma}_b \in \mathcal{A}$, ce qui prouve la convexité du domaine des chargements conduisant à l'adaptation. \square

Complément 1.2

1.3.4 Prévion du phénomène de rochet

Cette section s'intéresse à l'autre phénomène pouvant provoquer l'arrêt de la simulation : la stabilisation de l'incrément de rochet. Un élément de volume est soumis à des cycles de traction-torsion alternée, chargement connu pour entraîner du rochet sous certaines conditions. Le matériau est modélisé avec une loi élasto-plastique, utilisant le critère de von Mises et un écrouissage cinématique non linéaire comme décrit par les Équations (1.20) à (1.27). :

$$\text{Partition de la déformation} \quad \underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^p \quad (1.20)$$

$$\text{Loi de Hooke} \quad \underline{\sigma} = \frac{E}{1 + \nu} \left(\underline{\varepsilon}^e + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \text{Tr}(\underline{\varepsilon}^e) \underline{\mathbf{1}} \right) \quad (1.21)$$

$$\text{Second invariant du déviateur des contraintes} \quad J_2(\underline{\sigma}) = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{s} : \underline{s}} \quad (1.22)$$

$$\text{Critère de plasticité} \quad f(\underline{\sigma}, \underline{X}, \sigma_0) = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - \sigma_0 \quad (1.23)$$

$$\text{Incrément de déformation plastique} \quad \dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\varepsilon}}^p(t) : \dot{\underline{\varepsilon}}^p(t)} \quad (1.24)$$

$$\text{Loi d'écoulement} \quad \dot{\underline{\varepsilon}}^p = \frac{3}{2} \frac{\underline{s} - \underline{X}}{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X})} \dot{p} \quad (1.25)$$

$$\text{Écrouissage cinématique non linéaire} \quad \dot{\underline{X}} = \frac{2}{3} C \dot{\underline{\varepsilon}}^p - D \underline{X} \dot{p} \quad (1.26)$$

$$\text{Conditions de Kuhn-Tucker} \quad f \leq 0, \dot{p} \geq 0, \dot{p} f = 0 \quad (1.27)$$

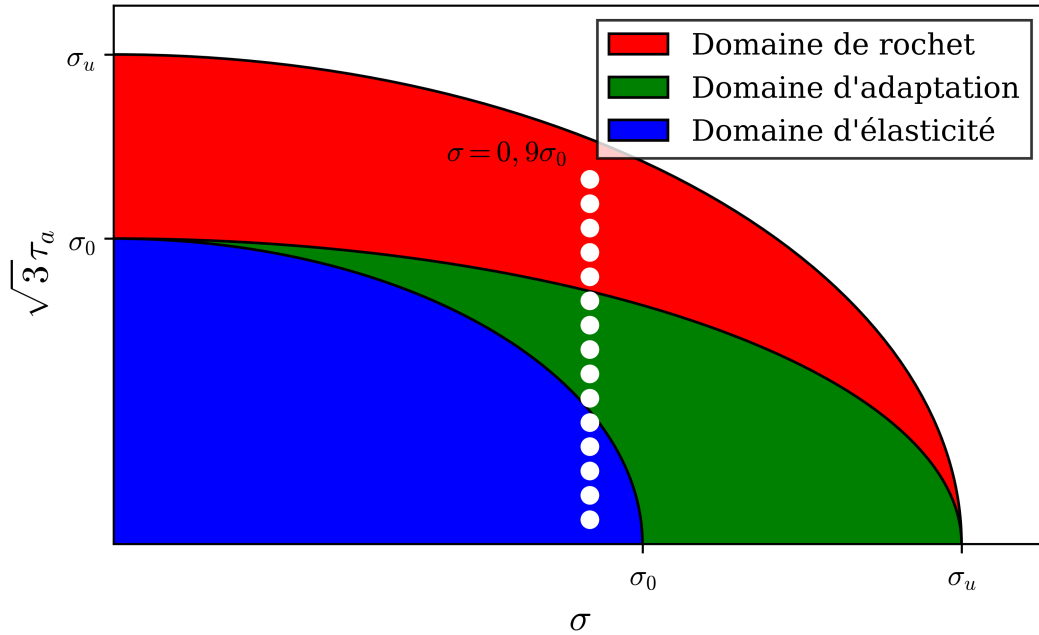


FIGURE 1.4 – Diagramme de réponse stabilisée dans le plan $(\sigma, \sqrt{3}\tau_a)$ d'un matériau modélisé par un écrouissage cinématique non linéaire. La zone au-delà du domaine rouge n'est pas atteignable avec ce comportement. Sous ce type de chargement, le matériau n'exhibe jamais de réponse accommodée.

Dans la suite, la contrainte maximale admissible par le matériau est notée σ_u , elle vaut $\sigma_0 + C/D$. Le chargement en traction est constant à la valeur σ dans la direction 22 et celui en torsion est alterné d'amplitude τ_a dans la direction 12. La condition sur τ_a et σ pour que du rochet soit observé, donnée dans [Lemaitre *et al.* 2015] est rappelée dans l'Équation (1.28). Dans ce cas, l'incrément de rochet (dans la direction 22) est proportionnel à l'amplitude de déformation plastique selon la direction 12 comme précisé dans l'Équation (1.29).

$$\tau_a \sqrt{3} > \frac{\sigma_0}{\sigma_u} (\sigma_u^2 - \sigma^2)^{1/2} \quad (1.28)$$

$$\Delta \varepsilon_{22}^p = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{\sigma}{(\sigma_u^2 - \sigma^2)^{1/2}} \Delta \varepsilon_{12}^p \quad (1.29)$$

La Figure 1.4 propose une représentation graphique des différents domaines de réponse asymptotique de ce matériau. En bleu est représenté le domaine élastique, en vert le domaine d'adaptation et en rouge le domaine de rochet. Nous allons vérifier l'adéquation des résultats numériques avec les résultats analytiques de [Lemaitre *et al.* 2015] en considérant des chargements représentés par des points blancs. La contrainte de traction est fixée à $\sigma = 0,9\sigma_0$ et l'ensemble des τ_a admissibles est balayé. Parmi les 15 chargements proposés, 5 produisent une réponse purement élastique, 5 mènent à l'adaptation, 5 à du rochet.

L'élément de volume est soumis à 20 cycles de chargement. La version incrémentale de la méthode a été utilisée. Dans tous les cas traités, l'état asymptotique calculé correspond à la solution analytique (réponse élastique, adaptation ou rochet). Dans le cas où un phénomène de rochet est observé, l'incrément obtenu par la simulation est comparé à la solution analytique. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 1.5. Il est à noter que le fait d'arrêter la simulation dès qu'une stabilisation est détectée permet dans cette étude de diminuer de 70% le temps de calcul nécessaire à cette étude paramétrique.

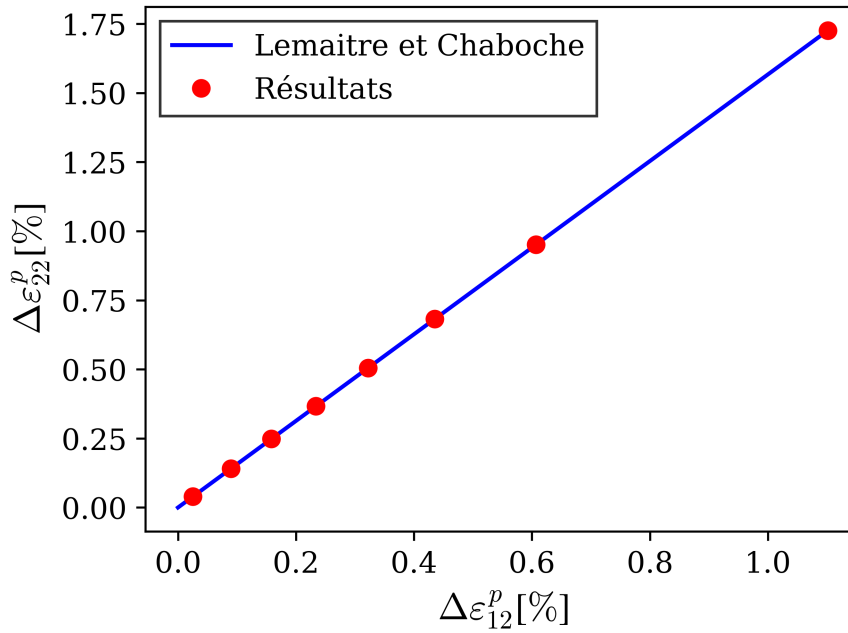


FIGURE 1.5 – Comparaison des résultats obtenus avec la solution analytique de [Lemaitre *et al.* 2015].

1.4 Modèle d'estimation de la durée de vie

Après obtention du cycle stabilisé de la structure, il est possible d'estimer sa durée de vie en évaluant des quantités mécaniques sur le cycle stabilisé. Ces quantités sont combinées en un indicateur, noté Q_{eff} , qui pourra être homogène à une déformation ou une contrainte dans la suite. Un modèle d'estimation de la durée de vie est une relation entre cet indicateur et le nombre de cycles à rupture N_R :

$$Q_{\text{eff}} = F(N_R) \quad (1.30)$$

Nous nous intéressons ici aux critères utilisables dans le cadre de la fatigue à faible nombre de cycles. Ces derniers diffèrent par les grandeurs prises en compte dans Q_{eff} . Les premiers critères développés dans les années 1950 se basaient sur une analyse en déformation du problème. Des approches incluant les effets de contrainte ou formulées en termes énergétiques sont ensuite apparues.

1.4.1 Modèles formulés en déformation

Les premiers travaux [Manson 1953 ; Coffin 1954] sur la fatigue oligocyclique ont donné lieu à la loi de Manson-Coffin qui relie la durée de vie N_R à l'amplitude de déformation plastique $\Delta\varepsilon^p/2$:

$$\frac{\Delta\varepsilon^p}{2} = AN_R^{-\alpha} \quad (1.31)$$

Les constantes A et α dépendent du matériau. Cette approche est valable dans le domaine de la fatigue à faible nombre de cycles, où la déformation plastique caractérise convenablement l'endommagement subi par le matériau. Pour des chargements moins sévères, la déformation élastique devient prépondérante, et la loi précédente peut être enrichie avec une relation similaire liant la durée de vie N_R à l'amplitude de déformation élastique $\Delta\varepsilon^e/2$:

$$\frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = BN_R^{-\beta} \quad (1.32)$$

Une limite de fatigue en déformation ε_l peut être introduite à ce stade, en réécrivant la loi précédente :

$$\frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} = BN_R^{-\beta} + \varepsilon_l \quad (1.33)$$

Dans ce cas, une amplitude de déformation élastique inférieure à ε_l mène à une durée de vie infinie. Il est alors possible de relier l'amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon/2$ à la durée de vie :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = AN_R^{-\alpha} + BN_R^{-\beta} + \varepsilon_l \quad (1.34)$$

Les coefficients à identifier sont donc au nombre de 5 pour cette loi. Afin de replacer ce modèle dans le cadre général proposé plus tôt, il suffit de poser :

$$Q_{\text{eff}} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} \quad (1.35)$$

$$F(N_R) = \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = AN_R^{-\alpha} + BN_R^{-\beta} + \varepsilon_l \quad (1.36)$$

1.4.2 Effet de la contrainte

Les critères présentés précédemment sont souvent calibrés sur des essais uniaxiaux symétriques pilotés en déformation. La contrainte moyenne du cycle stabilisé est donc généralement nulle. La complexité des pièces industrielles mène, dans la plupart des cas, à un chargement qui n'est pas de cette forme. Dans ce cas, l'information en amplitude de déformation n'est plus suffisante pour bien caractériser le chargement vu par le matériau. Ce manque a conduit à l'élaboration de critères mixtes qui ajoutent une information sur le niveau de contrainte.

Le critère de Smith, Watson et Topper [Smith *et al.* 1970] utilise le maximum de la contrainte sur le cycle :

$$Q_{\text{eff}} = \sqrt{\sigma_{\text{max}} E \frac{\Delta\varepsilon}{2}} \quad (1.37)$$

où E est le module de Young du matériau. Dans ce cas, Q_{eff} est homogène à une contrainte. La fonction $F(N_R)$ est obtenue d'une façon similaire à précédemment et se met sous la forme :

$$F(N_R) = \sqrt{E \left(A_1 N_R^{-\alpha_1} + A_2 N_R^{-\alpha_2} \right)} \quad (1.38)$$

Les coefficients matériau (A_1 , α_1 , A_2 , α_2) s'écrivent comme combinaison des coefficients de la loi de l'Équation (1.36). En effet, Smith *et al.* avancent que le produit $(\Delta\sigma/2)(\Delta\varepsilon/2)$ est une particularisation de $\sigma_{\text{max}}\Delta\varepsilon/2$ pour le cas symétrique où $\sigma_{\text{max}} = \Delta\sigma/2$.

Le critère intégré dans le logiciel Z-Set [Z-Set 2019] utilise un indicateur dérivant de celui de Smith, Watson et Topper :

$$Q_{\text{eff}} = \sqrt{E \frac{\Delta\varepsilon}{2} \frac{\Delta\sigma}{2} f\left(\frac{\Delta\sigma}{2}, \sigma_m\right)} \quad (1.39)$$

La fonction f permet d'introduire une correction liée à la contrainte moyenne :

$$f\left(\frac{\Delta\sigma}{2}, \sigma_m\right) = \begin{cases} \left(1 + \frac{\sigma_m}{\frac{\Delta\sigma}{2}}\right)^n & \text{si } \sigma_m \geq 0 \\ \left(1 - \frac{\sigma_m}{\frac{\Delta\sigma}{2}}\right)^{-1} & \text{si } \sigma_m < 0 \end{cases} \quad (1.40)$$

Cette fonction de correction contient un coefficient n qui traduit la sensibilité du matériau à la contrainte moyenne. En introduisant un effet de limite de fatigue, la fonction F reliant l'indicateur au nombre de cycles à rupture devient :

$$F(N_R) = E \sqrt{ABN_R^{-\alpha-\beta} + B^2N_R^{-2\beta} + \varepsilon_l \left(2BN_R^{-\beta} + AN_R^{-\alpha} + \varepsilon_l\right)} \quad (1.41)$$

Dans cette expression, les coefficients A , α , B , β sont les coefficients de la loi de Manson-Coffin qui sont identifiés sur des essais alternés symétriques. La limite de fatigue est généralement donnée comme une

amplitude de contrainte. Elle peut être transformée en une déformation en la divisant par le module de Young du matériau. Des essais à contrainte moyenne non nulle sont nécessaires pour calibrer le coefficient n de l'Équation (1.40).

Ce critère sera appliqué directement sur les tenseurs $\underline{\sigma}$ et $\underline{\varepsilon}^p$. Dans ce cas, les amplitudes correspondent aux rayons des hypersphères (en dimension 6) circonscrites aux trajets des tenseurs au cours du cycle. La contrainte moyenne σ^m est elle calculée comme la moyenne des valeurs maximale et minimale de la trace de $\underline{\sigma}$ sur le cycle.

1.4.3 Effet du rochet

Le critère proposé précédemment ne prend pas en compte les effets de rochet. En effet, il n'utilise que les amplitudes du cycle contrainte-déformation. Cependant, la ruine peut être causée par une déformation progressive accompagnée d'une faible dissipation d'énergie. Considérons ici un élément de volume chargé en traction-torsion pour produire un effet de rochet. Une des lois identifiées sur le matériau d'intérêt est utilisée (le modèle A du Chapitre 2). Elle comporte deux écrouissages cinématiques non linéaires, dont les coefficients sont donnés dans le Tableau 2.1. Le chargement appliqué provoque un rochet faible qui est détecté par le PROBLEM_COMPONENT présenté dans la Section 1.3. Le calcul est arrêté au bout de 62 cycles. En appliquant un post-traitement de fatigue avec les coefficients identifiés sur le matériau d'intérêt et le modèle présenté précédemment, la durée de vie est estimée à 160 000 cycles.

Utilisons maintenant les données incrémentales pour tenter de quantifier la déformation progressive produite par le rochet. Ce dernier a lieu ici selon la direction 22 qui correspond à la direction de traction. Nous nous intéressons donc en particulier à l'incrément $\Delta\varepsilon_{22}^p(k)$. Une fonction exponentielle décroissante est utilisée ici pour relier le cycle k à l'incrément :

$$f(k) = a \exp(-bk) + c \approx \Delta\varepsilon_{22}^p(k) \quad (1.42)$$

Les données acquises au cours des cycles simulés sont utilisées pour calibrer les coefficients a , b et c de la fonction f comme présenté sur la Figure 1.6.

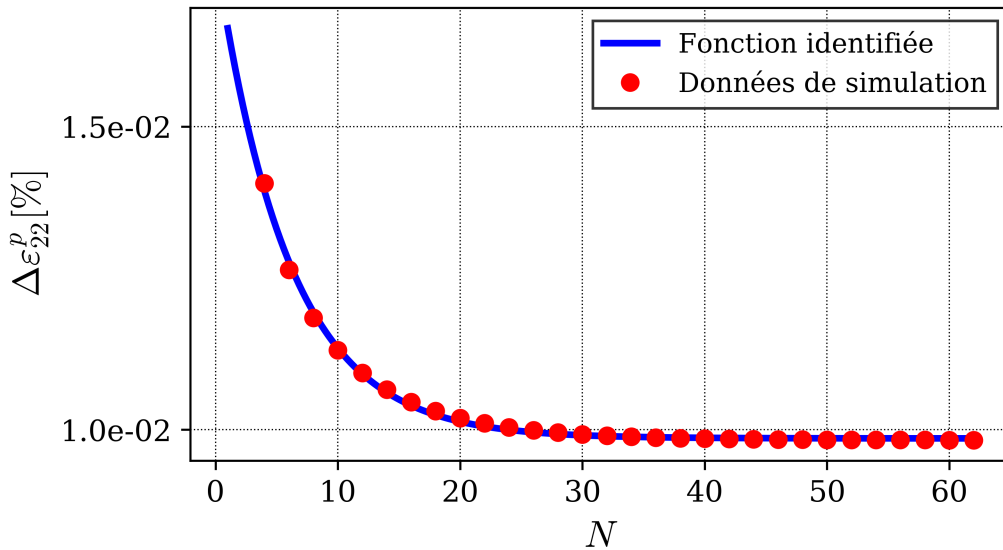


FIGURE 1.6 – Évolution de l'incrément de rochet selon la direction de traction. Les points rouges représentent les données issues de simulation et la ligne bleue figure la fonction exponentielle décroissante identifiée.

Grâce à cette fonction f , la déformation progressive après M cycles $\varepsilon_{\text{prog}}(M)$ peut être estimée comme suit :

$$\varepsilon_{\text{prog}}(M) = \sum_{k=1}^M f(k) \quad (1.43)$$

Dans le cas présent, la déformation progressive dans la direction 22 est évaluée à 1 500% au bout de 160 000 cycles. Il est évident que le matériau aura rompu avant d'atteindre de tels états de déformation. La fonction qui donne l'évolution de la déformation progressive peut être utilisée pour estimer une résistance au rochet. Il faut pour cela se fixer une déformation maximale ε_{\max} (une déformation à rupture ou à striction par exemple) et déterminer le nombre de cycles N_{rochet} nécessaires pour que la déformation progressive atteigne cette valeur. Si cette valeur est très faible devant la durée de vie estimée par ailleurs, la ruine de la structure aura lieu par rochet. Dans le cas présenté plus tôt, 1 000 cycles suffisent à atteindre une déformation progressive de 10% par exemple.

1.5 Prise en compte des concentrations de contrainte

Les défauts observés dans les structures d'intérêt sont des trous dans la matière. Ils agissent comme des concentrateurs de contrainte au cœur du matériau. Ainsi, le champ de contrainte est localement perturbé, ce qui modifie la durée de vie. Deux effets peuvent avoir un impact sur la durée de vie d'une éprouvette : l'effet d'échelle et l'effet de gradient. Le premier est un effet statistique : il est lié à la probabilité de trouver un défaut subissant un chargement suffisamment sévère pour amorcer une fissure. C'est la raison pour laquelle la limite d'endurance en fatigue diminue quand la taille des éprouvettes augmente pour un même matériau. De même, dans le cas de défauts artificiels, la limite d'endurance diminue lorsque le nombre de défauts introduits augmente [Abroug *et al.* 2018]. Le second effet, dit de gradient, est parfois qualifié de « bénéfique ». En effet, pour une même évolution des tenseurs des contraintes et des déformations au point critique, la durée de vie est plus élevée si un gradient de contrainte est observé. En effet, en présence d'un gradient, le volume de matière qui est fortement sollicité [Palin-Luc et Lasserre 1998] diminue comme mis en évidence sur la Figure 1.7

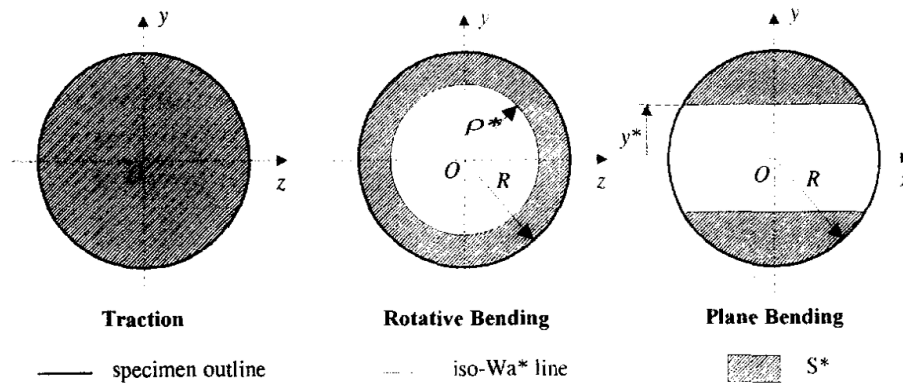


FIGURE 1.7 – Représentation du volume d'influence sur des éprouvettes cylindriques pour différentes conditions de chargement (traction, flexion rotative, flexion plane). La zone S^* est définie comme l'ensemble des points pour lesquels la moyenne sur un cycle de la densité volumique d'énergie élastique est supérieure au seuil W_a^* . La figure est issue de [Palin-Luc et Lasserre 1998].

La Figure 1.7 permet aussi de mettre en évidence le couplage entre les deux effets : l'introduction d'un gradient modifie grandement le volume de matière subissant un chargement sévère pour une même taille d'éprouvette. Un autre effet lié au volume de matière sollicité peut être mis en évidence par les diagrammes de Kitagawa [Murakami 2002] comme présenté sur la Figure 1.8. Ce type de diagramme représente l'évolution de limite d'endurance d'un matériau en fonction de la taille d'un défaut dont la forme n'évolue pas. La diminution de la limite d'endurance lorsque le défaut grossit est liée à la croissance de la zone fortement chargée près du défaut. Il est intéressant de noter que pour les 4 matériaux étudiés dans la Figure 1.8, il existe une taille critique en dessous de laquelle le défaut n'affecte pas la limite d'endurance du matériau. En effet, lorsque les défauts ont une taille de l'ordre de grandeur de la microstructure, d'autres effets (notamment d'orientation locale des grains autour des défauts [Bracquart *et al.* 2018]) entrent en jeu. Il est alors impossible de différencier les effets de la microstructure et des défauts. Différents auteurs [Papadopoulos et Panoskaltsis

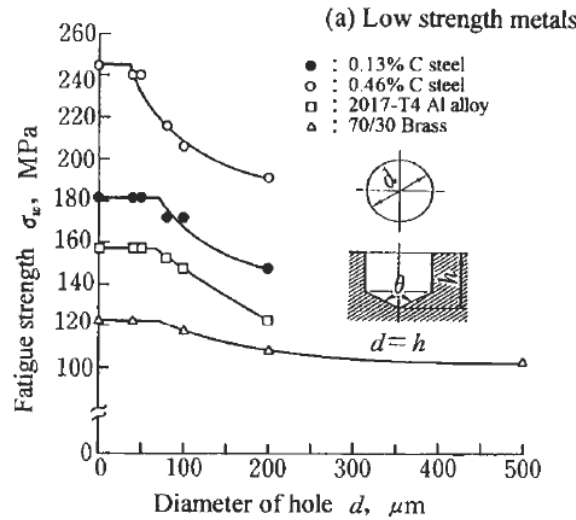


FIGURE 1.8 – Évolution de la limite d’endurance de différents matériaux avec la taille d’un défaut artificiel en surface. La figure est issue de [Murakami 2002].

1996 ; Morel *et al.* 2009] avancent que l’effet de gradient est souvent prépondérant devant l’effet de taille pur.

Un traitement particulier des zones de concentration de contrainte est donc nécessaire pour évaluer correctement la durée de vie de la structure. En effet, en traitant les champs de contrainte issus de la simulation, les durées de vie auront tendance à être sous-estimées. Ce travail s’intéresse aux gradients causés par les défauts et la géométrie de la pièce. Plusieurs solutions ont été proposées pour pallier ce problème. La première d’entre elle consiste en l’application d’un coefficient de correction à un calcul mené sans le concentrateur. Dans les années 80, des approches « non locales » ont fait leur apparition. Elles sont qualifiées ainsi car la durée de vie n’est pas évaluée directement au point chaud de la structure.

1.5.1 Facteur de concentration de contrainte élastique et de fatigue

L’introduction d’un défaut dans une structure induit l’apparition de fortes contraintes autour de ce dernier. Le rapport entre la contrainte maximale avec défaut et la contrainte nominale (sans défaut), toutes deux calculées en élasticité linéaire, est appelé le facteur de concentration de contraintes K_t :

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{local}}^{\text{max}}}{\sigma_{\text{nom.}}} \quad (1.44)$$

Ce facteur K_t dépend de la géométrie du concentrateur et de la direction de chargement. Ces valeurs sont d’ailleurs tabulées dans la littérature pour un grand nombre de géométries et de types de sollicitations [Pilkey 1997]. Par exemple, K_t dépend du coefficient de Poisson pour une cavité sphérique prise dans un massif infini soumis à un chargement de traction simple [Mura 1987] :

$$K_t^{\text{sphère}} = \frac{3(9 - 5\nu)}{2(7 - 5\nu)} \quad (1.45)$$

Dans le cas d’un matériau métallique, ν est proche de 0,3, ce qui mène à une valeur de K_t de 2,04. Cela ne veut cependant pas dire que la durée de vie d’une pièce contenant un défaut sphérique est réduite de moitié. L’abattement sur le nombre de cycles à rupture est quantifié par un facteur de concentration de contraintes, dit de fatigue, noté K_f :

$$K_f(N_R) = \frac{\sigma_{N_R}^{\text{nom.}}}{\sigma_{N_R}^{\text{conc.}}} \quad (1.46)$$

Ce coefficient compare les amplitudes de contrainte à appliquer à une éprouvette sans concentrateur $\sigma_{N_R}^{\text{nom.}}$ et une éprouvette avec concentrateur $\sigma_{N_R}^{\text{conc.}}$ pour une durée de vie N_R fixée. Ce coefficient a initialement été

introduit par [Peterson 1959] comme le rapport entre les limites d'endurance obtenues sur des éprouvettes lisses et entaillées. La détermination de ce coefficient requiert donc de nombreuses expériences sur éprouvettes avec et sans concentrateurs. Il est généralement observé que K_f est compris entre 1 et K_t . Ainsi, une singularité géométrique est moins nocive que son facteur de concentration de contrainte élastique pourrait le laisser croire. Des relations entre les deux coefficients K_t et K_f sont proposées dans la littérature. Certaines d'entre elles se mettent sous la forme :

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \alpha \left(\frac{a}{r}\right)^\beta} \quad (1.47)$$

où r est le rayon de fond d'entaille, a une constante dépendant du matériau et α et β des constantes fixées par les auteurs (voir Tableau 1.1).

TABLEAU 1.1 – Coefficients des formules liant les coefficients K_t et K_f .

Formule	α	β
[Peterson 1959]	1	1
[Neuber 1958]	1	1/2
[Heywood 1955]	2	1/2

Ces approches, bien qu'extrêmement efficaces (seul un calcul élastique est nécessaire), sont limitées à des géométries simples et générant de faibles concentrations de contrainte. Dans la suite, des approches dites « non locales » sont utilisées.

1.5.2 Approches non locales

Comme évoqué plus tôt, l'application d'un critère de fatigue au bord d'une singularité géométrique résulte généralement en une sous-estimation de la durée de vie. Plusieurs méthodes proposent d'évaluer la durée de vie en utilisant des grandeurs mécaniques en d'autres points que le point chaud. Toutes ces méthodes introduisent une longueur caractéristique qui sera notée l dans la suite.

Les premières approches [Devaux *et al.* 1980] proposent de s'intéresser à l'amplitude de contrainte orthoradiale $\Delta\sigma_{\theta\theta}$ à une distance l de la singularité. Des essais d'amorçage en fatigue pour des éprouvettes avec des rayons d'entaille différents ont permis d'identifier la longueur l pour des aciers inoxydables.

D'autres auteurs [Taylor 1999] proposent de s'intéresser en élasticité linéaire au tenseur des contraintes à une distance l du concentrateur ou à sa moyenne sur une ligne de longueur l émanant du concentrateur. La longueur l est souvent reliée à la microstructure du matériau d'intérêt. Cependant, dans le cas de chargements provoquant de la plasticité autour des concentrateurs, cette approche s'est révélée inefficace pour prévoir l'abatement de la durée de vie.

Il est aussi possible de considérer une moyenne sur un volume [Adib et Pluvillage 2003]. Un avantage de cette approche est qu'elle ne dépend pas de la surface, ni de la forme du concentrateur. Elle permet un traitement plus rapide de singularités géométriques aux formes complexes comme les défauts d'intérêt dans cette étude. Une quantité d'intérêt Q au point \underline{x}_0 est remplacée par sa moyenne \hat{Q} :

$$\hat{Q}(\underline{x}_0) = \frac{1}{\int_{\Omega} \phi(\underline{x}_0, \underline{x}) d\Omega} \int_{\Omega} Q(\underline{x}) \phi(\underline{x}_0, \underline{x}) d\Omega \quad (1.48)$$

où $\phi(\underline{x}_0, \underline{x})$ est un noyau centré en \underline{x}_0 dans lequel intervient la longueur caractéristique l . Dans ce travail, ce noyau sera de la forme :

$$\phi(\underline{x}_0, \underline{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \|\underline{x}_0 - \underline{x}\| \leq l \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.49)$$

Ainsi, en un point \underline{x}_0 , la moyenne de Q est prise sur l'intersection entre la sphère de centre \underline{x}_0 , de rayon l et le domaine spatial de la structure Ω . Le choix est fait ici de calculer la quantité Q_{eff} du critère de durée de vie et d'en calculer la moyenne. La durée de vie est alors estimée grâce à l'Équation (1.30) où Q_{eff} est remplacée par \hat{Q}_{eff} .

1.6 Conclusions

Ce chapitre présente la démarche d'estimation de la durée de vie de pièces contenant des défauts. Le régime de fatigue considéré est celui de la fatigue oligocyclique. L'approche qui est choisie est dite découplée : elle ne prend pas en compte l'effet de l'endommagement du matériau sur son comportement. La durée de vie est estimée en traitant un cycle stabilisé obtenu par simulation. Afin d'optimiser le calcul de ce cycle stabilisé, un algorithme de détermination de l'état d'un point de Gauss a été implémenté dans le logiciel Z-Set. Il permet d'arrêter un calcul cyclique une fois que l'état stabilisé est atteint. Si la stabilisation n'est pas atteinte à la fin du calcul, un traitement des données acquises permet d'estimer l'état vers lequel le point de Gauss tend. Une telle démarche a déjà été utilisée pour préparer un saut de cycles [Benoit *et al.* 2012].

En raison de la présence de défauts agissant comme des concentrateurs de contrainte dans les structures d'intérêt, l'application d'un critère de durée de vie sans traitement préalable résultera en une sous-estimation de la durée de vie. De nombreuses méthodes dites « non locales » sont disponibles dans la littérature. Cependant, la méthode de la moyenne volumique est la seule permettant de traiter des morphologies complexes de concentrateur.

Chapitre 2

Caractérisation mécanique du joint soudé

2.1 Introduction

Ce chapitre s'intéresse à la caractérisation et à la modélisation du comportement mécanique cyclique du joint soudé d'intérêt. Alors que la littérature regorge de données et de modèles pour le métal de base, les caractérisations des différents matériaux présents dans le joint, présentant des microstructures de trempe, sont plus rares. La première section propose une caractérisation métallurgique du joint soudé. Ensuite, les essais mécaniques réalisés, ainsi que la démarche d'identification des lois de comportement sont présentés. La Section 2.4 traite de l'estimation de la durée de vie du matériau. Enfin, la problématique des gradients de contraintes induits par les défauts est le sujet de la dernière section, où une longueur caractéristique est identifiée à partir d'essais sur défauts contrôlés.

2.2 Caractérisation métallurgique du joint soudé

Ce travail est mené sur un joint soudé d'intérêt pour le CEA. Il s'agit d'une soudure de deux pièces en alliage de titane TA6V obtenue par laser pulsé. Dans cette section, une caractérisation métallurgique du joint soudé est présentée. La soudure est autogène, c'est-à-dire sans métal d'apport. Les résultats de cette section sont issus de la thèse de Benjamin Sarre [Sarre 2018].

2.2.1 Phases en présence

À réception, le matériau présente une microstructure bimodale ou duplex. Elle est composée de nodules équiaxes α (phase hexagonale du titane) et de colonies lamellaires. Ces dernières sont formées de fines lamelles α comprises dans une matrice β (phase cubique centrée du titane).

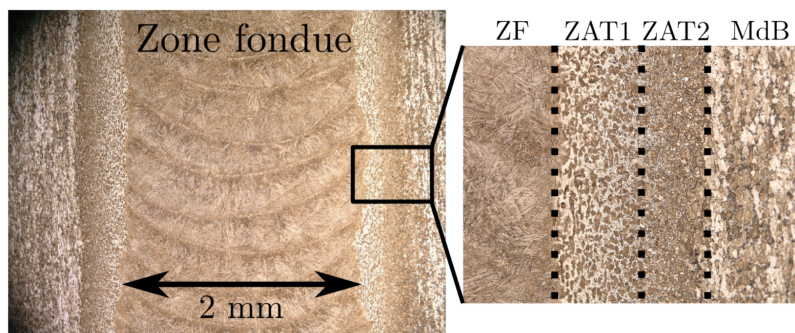


FIGURE 2.1 – Micrographie optique du joint soudé. La vue depuis le dessus des plaques met en évidence la Zone Fondue (ZF) au centre, deux Zones Affectées Thermiquement (ZAT1, ZAT2) et le Métal de Base (MdB). La figure est issue de [Sarre 2018].

Le cycle thermique appliqué à la pièce lors de son soudage modifie localement la microstructure. La micrographie de la Figure 2.1 propose une vue de dessus du joint soudé. Trois types de zones peuvent être

distinguées : la Zone Fondue (ZF) totalement passée à l'état liquide lors du soudage, la Zone Affectée Thermiquement (ZAT) siège de transformations à l'état solide et le Métal de Base (MdB) qui n'est pas impacté par l'opération de soudage. Les microstructures des différentes zones dépendent de l'histoire thermique locale au cours du soudage. Tout d'abord, la ZF présente une microstructure martensitique α' . Elle est caractéristique de la trempe subie par le matériau. Deux ZAT sont identifiées. Alors que la ZAT1 est triphasée $\alpha + \beta + \alpha'$, la ZAT2 ne présente que les phases α et β . La microstructure de cette dernière diffère cependant de celle du MdB. Enfin, le MdB présente toujours une microstructure duplex $\alpha + \beta$. Les défauts qui sont le centre de cette étude sont susceptibles d'apparaître dans la ZF, qui est caractérisée plus finement dans la suite.

2.2.2 Caractérisation de la zone fondue

La microstructure martensitique de la ZF est composée d'ex-grains β (phase à haute température du titane, formée au début de la solidification) dans lesquels se sont formées des aiguilles martensitiques α' comme schématisé sur la Figure 2.2. Alors que la taille des ex-grains β est caractéristique de la durée passée à haute température, l'épaisseur des aiguilles α' dépend, elle, de la cinétique de refroidissement. Des pores sont visibles sur la micrographie de la Figure 2.2. Leur taille est de l'ordre de grandeur de celle des ex-grains β . Du fait de la très grande vitesse de solidification, les éléments d'alliage n'ont pas le temps de

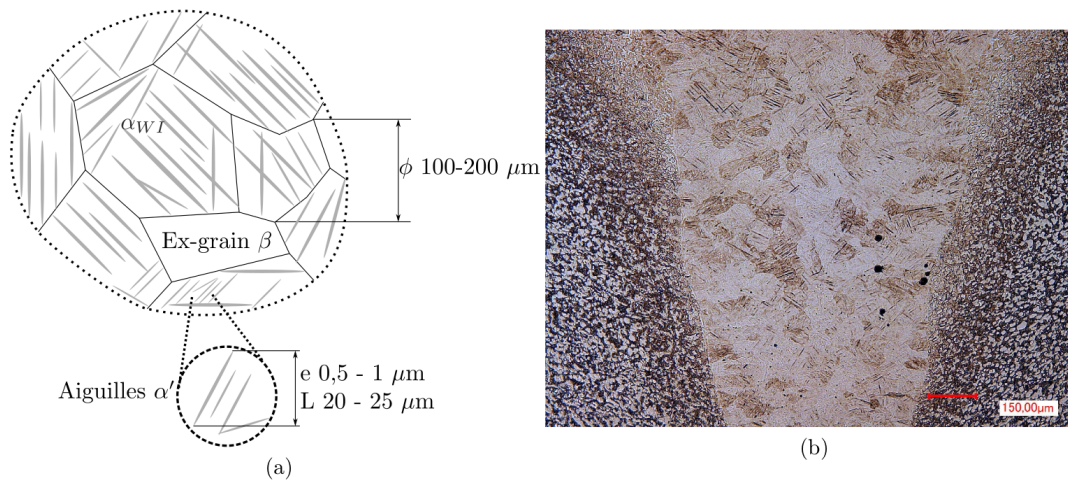


FIGURE 2.2 – Microstructure de la Zone Fondue : a) représentation schématique de la microstructure et b) coupe transverse d'un joint soudé. La figure est issue de [Sarre 2018].

ségréger. La ZF présente donc une très grande homogénéité en éléments d'alliage. Cela peut être observé sur la Figure 2.3 qui présente des cartographies EDS d'un joint soudé pour l'aluminium et le vanadium. Dans le MdB, l'aluminium, élément alphagène, est concentré dans la phase α , alors que le vanadium, betagène, est concentré dans la phase β . C'est pour cette raison que les cartes verte et bleue de la Figure 2.3 sont complémentaires dans le MdB et plates pour la ZF. Bien sûr, les variations de microstructures impliquent des variations de propriétés mécaniques. Dans le cas du joint soudé étudié, la ZF est en *overmatch* [Sarre 2018], c'est-à-dire qu'elle est plus dure que le MdB comme mis en évidence sur la cartographie de micro-dureté Vickers de la Figure 2.4. Afin de pouvoir caractériser le comportement mécanique de la ZF, il a été proposé dans la thèse de B. Sarre [Sarre 2018] de mettre en place un traitement thermique idoine pour obtenir une microstructure proche de celle de la ZF. La démarche de choix des paramètres du traitement thermique est exposée dans la suite.

2.2.3 Obtention de la microstructure

La ZF présente des caractéristiques mécaniques supérieures à celle du MdB. Cependant, le volume de ZF créé au cours du soudage est extrêmement faible. En effet, cette dernière fait environ 500 μm de large. Il est donc très complexe de prélever des éprouvettes faites uniquement de ce matériau. De plus, il est probable qu'une éprouvette issue d'un cordon de soudure présente des défauts qui modifieraient la réponse mécanique

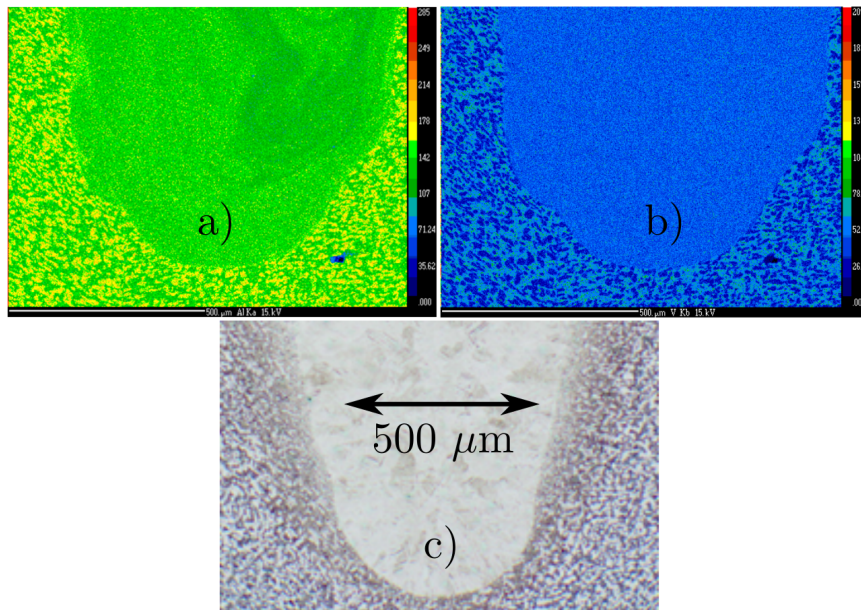


FIGURE 2.3 – Cartographies EDS des éléments d’alliages dans le joint soudé. La ZF est beaucoup plus homogène en aluminium (a) et en vanadium (b) que le MdB. Une métallographie de la zone scannée est proposée en (c). La figure est issue de [Sarre 2018].

de toute l’éprouvette. Pour pallier ces difficultés, le choix a été fait dans la thèse de B. Sarre de mettre en place un traitement thermique qui permet d’obtenir une microstructure représentative de celle de la ZF. Ainsi, il est possible de caractériser le matériau de la ZF sur des éprouvettes de taille standard, sans défauts. Le traitement thermique à appliquer est défini par quatre paramètres : la vitesse de chauffe, la température du palier, la durée du palier et la vitesse de trempe. Les vitesses de chauffe et de trempe ont été fixées par les moyens disponibles au CEA/Valduc. Une trempe à l’eau a été choisie pour provoquer la transformation martensitique. La température a été fixée à 1050°C , 30°C au-dessus de la température de transus β . La durée du palier est, elle, fixée en étudiant deux caractéristiques des microstructures obtenues : la taille des ex-grains β et l’homogénéité chimique des éléments d’alliage. La ZF présente des ex-grains β relativement petits, d’une taille proche de $140\ \mu\text{m}$ et une très grande homogénéité chimique. Lorsque le traitement thermique est allongé, le matériau s’homogénéise par diffusion comme présenté sur la Figure 2.5.

Cependant, les grains β grossissent au cours du traitement thermique comme présenté dans la Figure 2.6. Dans la suite, un compromis est fait : c’est le traitement thermique 2 (7 min à 1050°C) qui est choisi.

Les traitements thermiques ont été effectués dans un four sous air, ce qui conduisait à une oxydation de la surface des échantillons. Ainsi, pour chaque campagne d’essais réalisée, des ébauches des éprouvettes ont d’abord été usinées, laissant 2 à 3 mm de matière supplémentaires. Ces ébauches sont ensuite traitées thermiquement, puis reprises en usinage à la forme finale.

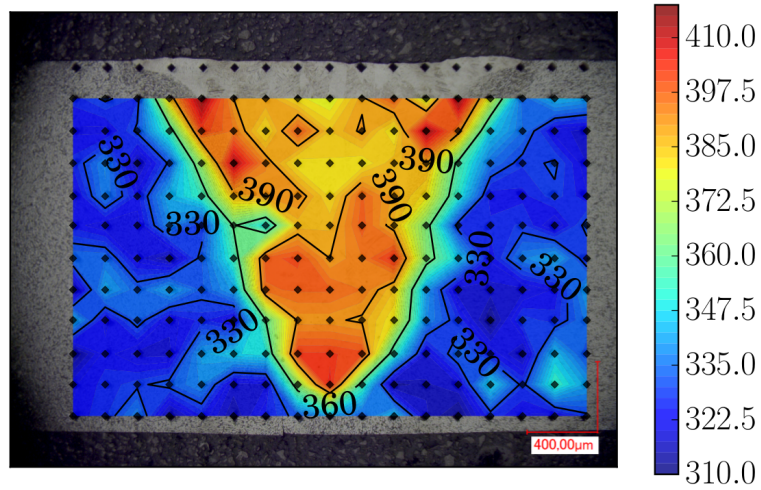


FIGURE 2.4 – Micro-dureté Vickers sur un joint soudé d'intérêt. Une charge de 500 g est appliquée. La figure est issue de [Sarre 2018].

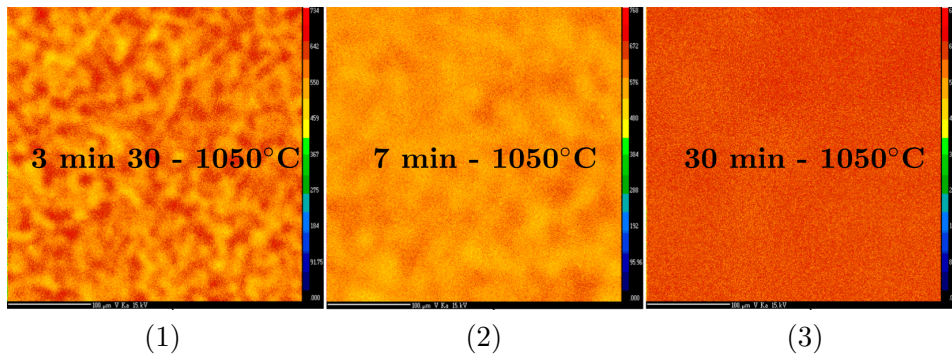


FIGURE 2.5 – Cartographies EDS du vanadium en fonction du temps de traitement thermique. La figure est issue de [Sarre 2018].

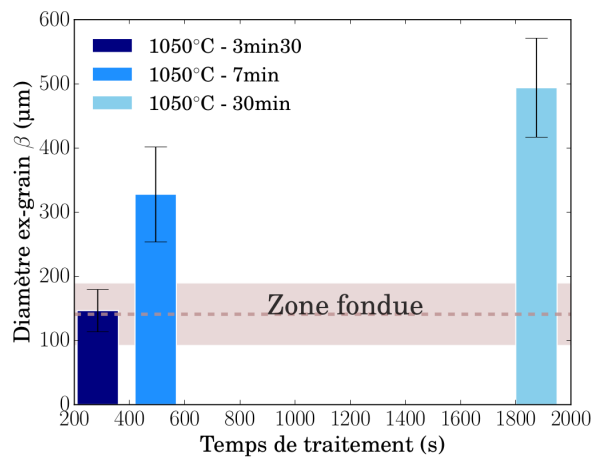


FIGURE 2.6 – Évolution de la taille des ex-grains β en fonction du temps de traitement thermique. La figure est issue de [Sarre 2018].

2.3 Identification du comportement mécanique de la zone fondue

Dans le but de caractériser le matériau constitutif de la ZF, une campagne d'essais cycliques à déformation imposée est mise en place. Le traitement thermique de la section précédente est utilisé pour reproduire la microstructure de la ZF. Les résultats expérimentaux et les phénomènes observés sont tout d'abord détaillés. Ensuite, le modèle élasto-plastique utilisé est introduit. Deux modèles de complexité différente sont identifiés à partir des essais.

2.3.1 Phénomènes mécaniques observés au cours des essais

Une campagne d'essais cycliques à déformation imposée est menée pour identifier la loi de comportement du matériau constitutif de la ZF. Le plan des éprouvettes utilisées est donné en Annexe C. Une machine servo-hydraulique de 25 kN est utilisée. Son pilotage en déformation est réalisé au moyen d'un extensomètre. La sollicitation appliquée suit un signal triangulaire de période 10 secondes, entre ε_{\min} et ε_{\max} , respectivement déformations minimale et maximale imposées. Le rapport de charge R_ε est défini comme le rapport $\varepsilon_{\min}/\varepsilon_{\max}$. Des essais avec différents rapports de charge ont été réalisés. Le fait de piloter les essais à fréquence constante induit une variation de la vitesse de sollicitation avec l'amplitude appliquée.

Dans un premier temps, des essais avec une sollicitation alternée symétrique ont été réalisés ($R_\varepsilon = -1$) avec des amplitudes de 1,4%, 1,6%, 2%, 2,4%, 2,8% et 3%. Les courbes contrainte-déformation des essais de plus grande amplitude sont tracées pour le premier cycle et le cycle stabilisé sur la Figure 2.7. Le premier cycle met en évidence un effet Bauschinger. La première montée en charge présente un écrouissage très plat comparé aux cycles stabilisés. Les cycles stabilisés ne sont pas symétriques : la contrainte minimale est, en valeur absolue, plus grande que la contrainte maximale. Cela peut être dû à un écrouissage pré-existant dans le matériau ou à des contraintes résiduelles induites par la trempe.

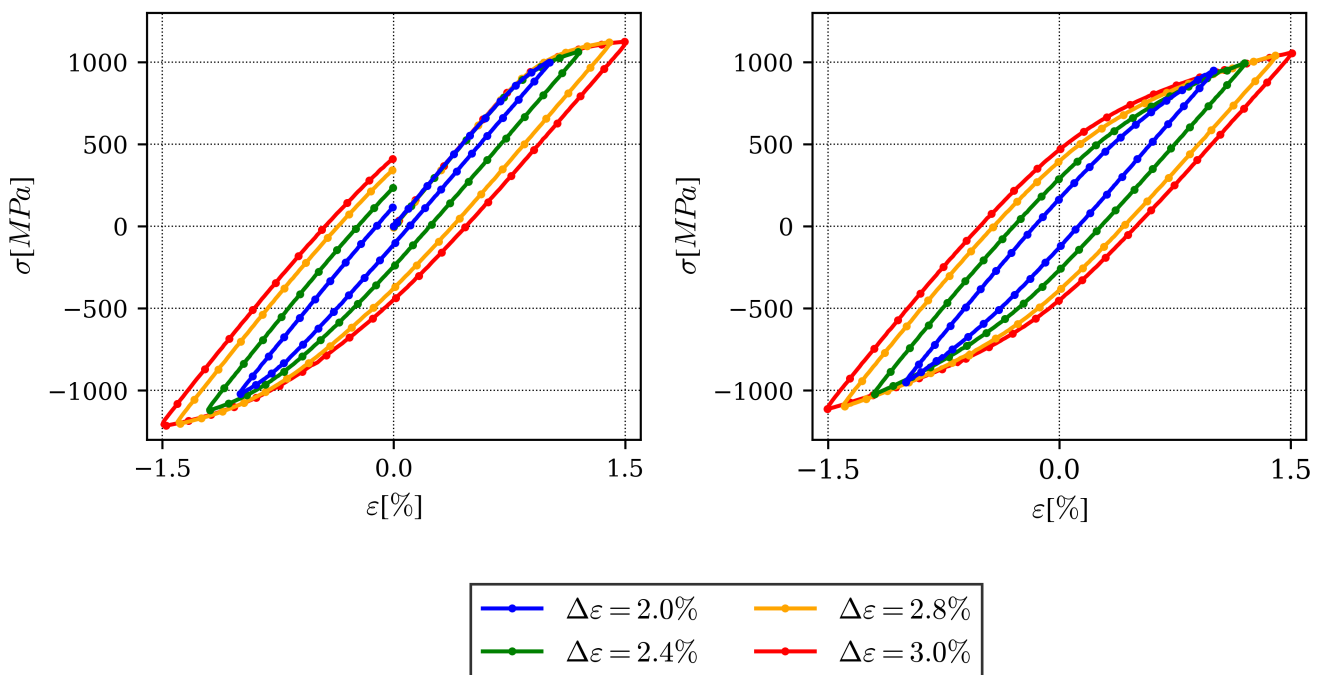


FIGURE 2.7 – Courbes contrainte-déformation pour différentes amplitudes de chargement. Le graphique de gauche présente le premier cycle, et celui de droite le cycle stabilisé. Une seule réalisation sur deux est tracée par amplitude dans un souci de lisibilité.

L'évolution de la demi-amplitude de contrainte en fonction des cycles est représentée sur la Figure 2.8 pour ces mêmes essais. Cette amplitude décroît sur les premiers cycles et se stabilise. Le matériau présente donc un adoucissement cyclique.

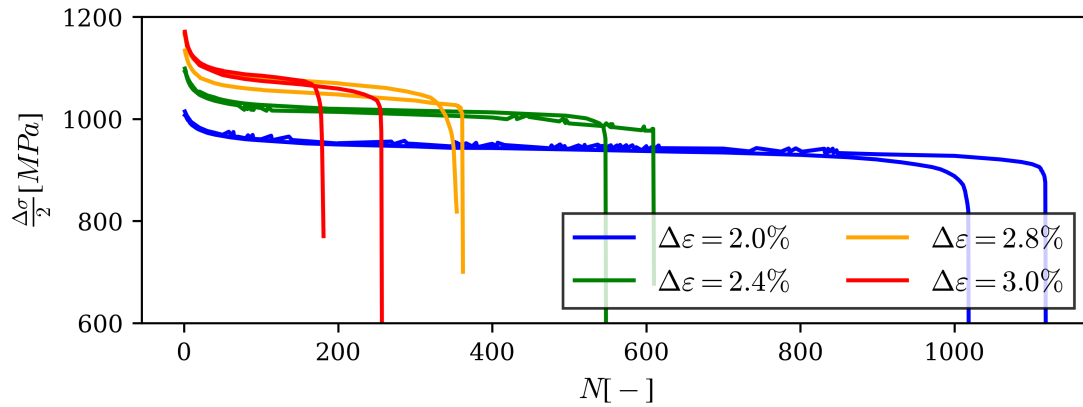


FIGURE 2.8 – Évolution de la demi-amplitude de contrainte en fonction des cycles. La décroissance de cette grandeur sur les premiers cycles met en évidence un adoucissement cyclique. Les données sont issues d’essais à $R_\varepsilon = -1$.

Des essais à $R_\varepsilon > -1$ ont été réalisés pour quantifier la relaxation de la contrainte moyenne du matériau. Elle est mise en évidence dans la Figure 2.9 qui présente l’évolution de la contrainte moyenne au cours des cycles pour deux essais à $R_\varepsilon > -1$. Cette dernière décroît très vite au cours des premiers cycles avant de se stabiliser.

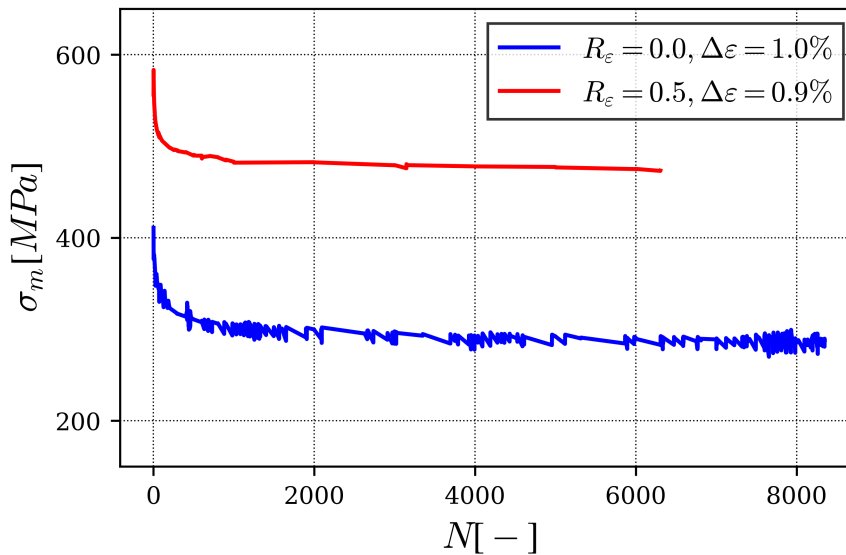


FIGURE 2.9 – Évolution de la contrainte moyenne au cours des cycles pour deux essais à $R_\varepsilon > -1$. Les données sont tracées jusqu’à 80 % de la durée de vie de l’éprouvette.

La Figure 2.10 représente les données dans un diagramme amplitude de déformation appliquée, contrainte moyenne du cycle stabilisé. Ces données sont comparées à des valeurs de la littérature [Carrion *et al.* 2017] sur TA6V métal de base. Sur les plages de déformation communes, les deux matériaux semblent présenter une relaxation de la contrainte moyenne comparable.

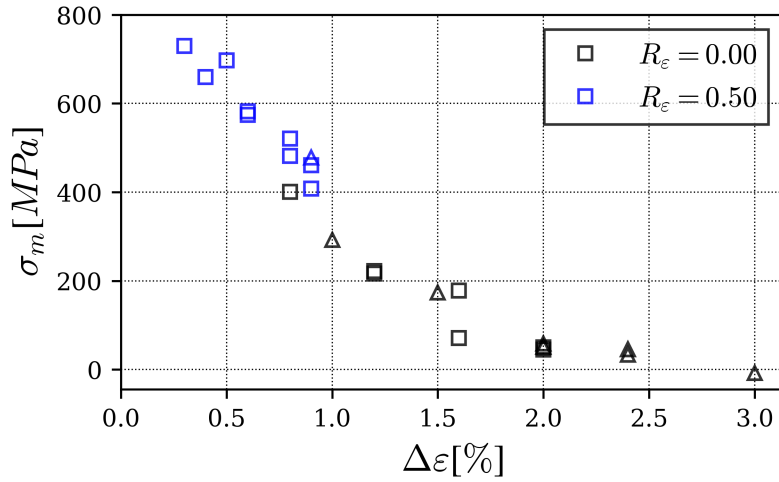


FIGURE 2.10 – Contrainte moyenne à mi-vie pour des essais à $R_\varepsilon > -1$. Les couleurs correspondent à la valeur de R_ε . Les marqueurs carrés sont tirés de [Carrion *et al.* 2017] tandis qu’un symbole triangulaire représente un essai fait sur le matériau de la présente étude.

2.3.2 Présentation du modèle élasto-plastique utilisé

Le comportement du matériau de la ZF est modélisé par une loi élasto-plastique de type Lemaitre et Chaboche [Lemaitre *et al.* 2015]. L’hypothèse des petites perturbations est faite. Deux contributions sont prises en compte dans le tenseur des déformations totales :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (2.1)$$

Les déformations élastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ sont liées aux contraintes par la loi de Hooke supposée isotrope :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1+\nu} \left(\boldsymbol{\varepsilon}^e + \frac{\nu}{1-2\nu} \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{1} \right) \quad (2.2)$$

où E et ν (respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson) caractérisent le comportement élastique du matériau. Le module de Young E vaut 110 GPa et a été identifié sur les premières charges des essais. Le coefficient de Poisson est quant à lui pris égal à 0,32.

La plasticité est choisie indépendante du temps. Le domaine d’élasticité est défini dans l’espace des contraintes par une fonction seuil notée f . Ce domaine est susceptible d’évoluer lorsque le matériau est déformé plastiquement. Deux types d’érouissage sont pris en compte :

- l’érouissage isotrope (généralement noté R) qui modifie la taille du domaine d’élasticité. Lorsque la taille du domaine augmente (respectivement diminue), on parle de durcissement (respectivement adoucissement).
- l’érouissage cinématique (généralement noté \mathbf{X}) qui déplace le domaine d’élasticité dans l’espace des contraintes.

La fonction seuil s’écrit donc comme indiqué par l’Équation (2.3), où σ_0 correspond à la limite d’élasticité initiale du matériau. Le critère de von Mises défini par l’Équation (2.4) est utilisé. Dans l’Équation (2.4), \boldsymbol{s} est le déviateur du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$.

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{X}, R, \sigma_0) = J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - R - \sigma_0 \quad (2.3)$$

$$J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\boldsymbol{s} - \mathbf{X}) : (\boldsymbol{s} - \mathbf{X})} \quad (2.4)$$

La fonction seuil f est négative ou nulle. Dans le premier cas, le matériau présente une réponse élastique. Dans le second cas, un écoulement plastique ou une décharge élastique a lieu. En cas d’écoulement plastique,

celui-ci est supposé normal à la surface seuil :

$$\dot{\xi}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{\xi} - \mathbf{X}}{J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X})} \dot{p} \quad (2.5)$$

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\xi}^p(t) : \dot{\xi}^p(t)} \quad (2.6)$$

L'incrément de déformation plastique \dot{p} est déterminé en vérifiant la relation de cohérence ($\dot{f} = 0$). Dans la suite, plusieurs combinaisons d'écroissements cinématiques non linéaires et isotropes sont utilisées pour rendre compte de tout ou partie des phénomènes observés expérimentalement. Les équations d'évolution de ces écroissements sont les suivantes :

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^{N_{\text{cine}}} \mathbf{X}_i \quad (2.7)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \dot{\xi}^p - D_i \psi(\mathbf{X}_i) \mathbf{X}_i \dot{p} \quad (2.8)$$

$$\psi(\mathbf{X}_i) = \left\langle \frac{D_i J_2(\mathbf{X}_i) - \omega_i C_i}{1 - \omega_i} \right\rangle \frac{1}{D_i J_2(\mathbf{X}_i)} \quad (2.9)$$

$$R = \sum_{i=1}^{N_{\text{iso}}} R_i \quad (2.10)$$

$$R_i(p) = Q_i (1 - \exp(-b_i p)) \quad (2.11)$$

La superposition de N_{cine} écroissements cinématiques \mathbf{X}_i permet de rendre correctement la forme de la boucle d'hystérésis stabilisée. Les paramètres C_i , D_i et ω_i sont les paramètres du matériau qu'il faut identifier. Le paramètre ω_i ajoute un effet de seuil. En effet, l'écroissage cinématique a un comportement tantôt linéaire ($D_i J_2(\mathbf{X}_i) \leq \omega_i C_i$), tantôt non linéaire ($D_i J_2(\mathbf{X}_i) > \omega_i C_i$) comme illustré sur la Figure 2.11. Des courbes contrainte-déformation y sont tracées pour un comportement mécanique simple constitué d'un seul écroissage à seuil. Les paramètres C et D restent fixés, tandis que le seuil ω varie entre 0 et 1. Dans le cas où $\omega = 0$, l'écroissage non linéaire classique est retrouvé. Dès que $\omega > 0$, un changement d'évolution est observé : l'écroissage initialement linéaire atteint une saturation comme un écroissage cinématique non linéaire. Cette modification des équations proposées par Armstrong et Frederick [Frederick et Armstrong 2007] permet de limiter la relaxation de la contrainte moyenne de l'écroissage cinématique non linéaire.

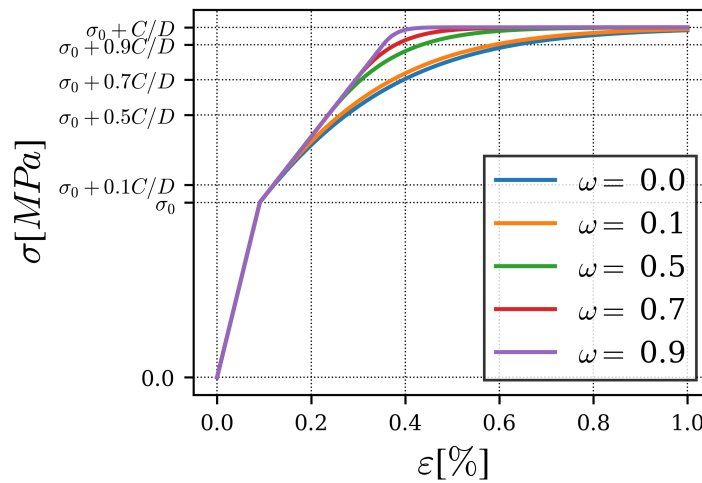


FIGURE 2.11 – Effet du paramètre de seuil ω sur la courbe contrainte-déformation d'un matériau modélisé avec un écroissage cinématique non linéaire à seuil ($\sigma_0 = 100$ MPa, $C=50\,000$ MPa, $D=500$, $\omega \in \{0; 0,1; 0,5; 0,7; 0,9\}$)

L'écroissage isotrope R est utilisé ici pour modéliser l'adoucissement cyclique qui a été mis en évidence plus tôt. Deux paramètres le définissent : Q , négatif ici, quantifie l'adoucissement et b caractérise la vitesse d'adoucissement.

À partir de ce modèle élasto-plastique, deux lois de comportement ont été identifiées. La première, assez simple, a été utilisée pour la mise en place des méthodes de réduction de modèles qui seront présentées dans la suite. Elle est appelée « Modèle A ». Un second modèle, dit « Modèle B », plus riche, a été calibré pour prendre en compte un plus grand nombre de phénomènes observés expérimentalement. Les démarches d'identification de ces comportements sont exposées dans la suite.

2.3.3 Démarche d'identification du modèle A

Le premier comportement est identifié à partir des essais à déformation imposée alternée symétrique, dont les courbes stabilisées sont tracées sur la Figure 2.7. Aucun écroissage isotrope n'est utilisé. La forme des boucles stabilisées est approchée à l'aide de deux écroissages cinématiques non linéaires ($\omega_1 = \omega_2 = 0$). Comme préconisé dans [Chaboche *et al.* 2012], les coefficients D_1 et D_2 sont fixés *a priori* à 1500 et 300 respectivement. Des valeurs de C_1 et C_2 sont déterminées par comparaison avec la courbe d'écroissage cyclique [Ohno et Wang 1993ab] qui lie l'amplitude de déformation plastique à l'amplitude de contrainte. Les valeurs obtenues sont utilisées comme point d'initialisation d'une optimisation prenant en compte les cycles expérimentaux réalisée avec le module d'optimisation du logiciel Z-Set. Les valeurs obtenues à l'issue de cette optimisation sont regroupées dans le Tableau 2.1. Les boucles stabilisées expérimentales et simulées avec ce comportement sont tracées sur la Figure 2.12.

TABLEAU 2.1 – Coefficients du modèle A de la ZF.

E (GPa)	ν	σ_0 (MPa)	C_1 (MPa)	D_1	C_2 (MPa)	D_2
110	0,32	407	536000	1500	111430	300

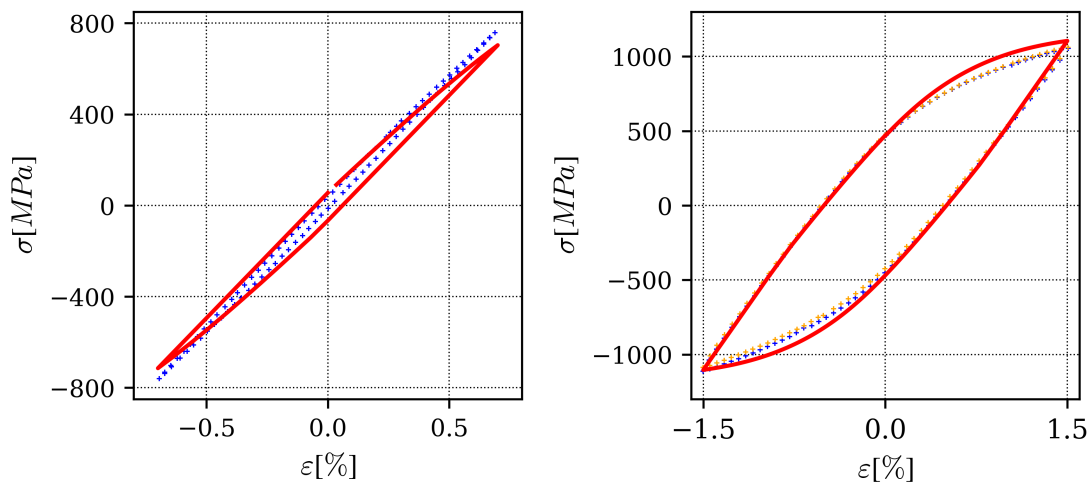


FIGURE 2.12 – Comparaison des boucles d'hystérésis expérimentales aux boucles obtenues avec le modèle A. Les deux essais présentés ont pour amplitudes respectives 1,4% et 3%. Les données expérimentales sont représentées avec des croix, tandis que les résultats des simulations sont en trait plein rouge.

Ce modèle est extrêmement simple à identifier et à utiliser. Il permet de rendre fidèlement les courbes stabilisées pour de grandes amplitudes de déformation. Cependant, les écroissages cinématiques utilisés sont assez lents, ce qui nuit à la qualité des boucles avec peu de plasticité (voir la courbe de gauche sur la Figure 2.12). La Figure 2.13 montre l'incapacité de ce modèle à bien reproduire le premier cycle de chargement et donc l'évolution de l'amplitude de contraintes au cours de l'essai. La Figure 2.14 présente les résultats de simulations avec ce modèle pour un essai à $R_\varepsilon = 0$. La tendance des écroissages cinématiques « classiques »

à relaxer la contrainte moyenne est illustrée ici. Alors que l'expérience présente une contrainte moyenne de l'ordre de 200 MPa, la simulation donne un cycle symétrique à contrainte moyenne nulle. Ce résultat était attendu, et motive l'identification d'une autre loi de comportement comprenant les ingrédients nécessaires à la modélisation de ces phénomènes.

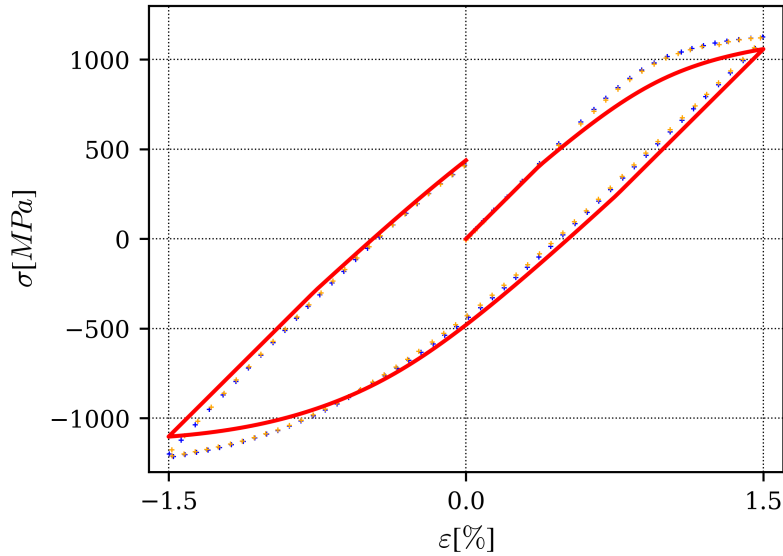


FIGURE 2.13 – Comparaison du premier cycle obtenu avec le modèle A aux données expérimentales de l'essai avec une amplitude de 3% à $R_\epsilon = -1$. Les données expérimentales sont représentées avec des croix, tandis que le résultat de la simulation est en trait plein rouge.

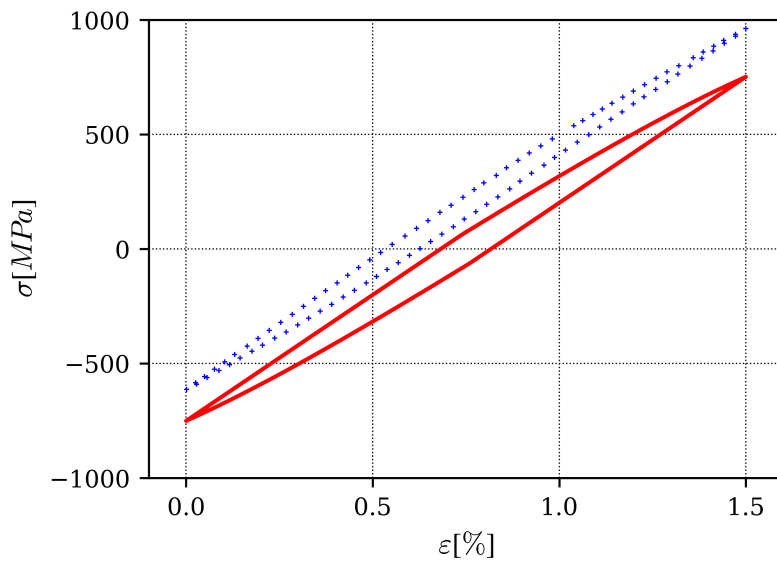


FIGURE 2.14 – Comparaison du cycle stabilisé obtenu avec le modèle A aux données expérimentales de l'essai avec une amplitude de 1,5% à $R_\epsilon = 0$. Les données expérimentales sont représentées avec des croix, tandis que le résultat de la simulation est en trait plein rouge.

2.3.4 Démarche d'identification du modèle B

L'objectif du modèle B est d'améliorer la prévision des boucles stabilisées en prenant en compte l'adoucissement cyclique et la relaxation de la contrainte moyenne mis en évidence expérimentalement. Pour ce faire, 5 écrouissages cinématiques non linéaires sont utilisés. La démarche d'identification de ces écrouissages cinématiques est la suivante [Chaboche *et al.* 2012] :

- les valeurs des paramètres D_i sont fixées *a priori* suivant une loi géométrique de raison 5. Les valeurs de D_1 à D_5 choisies ici sont : 12 500, 2 500, 500, 100, 50 (*sic*). Le nombre de 5 est un compromis à faire entre qualité de la modélisation et coût de calcul.
- un premier jeu de valeurs de C_i est déduit de la courbe d'écrouissage cyclique du matériau [Ohno et Wang 1993ab]. Ces valeurs sont soumises à une optimisation dans un intervalle très limité autour des valeurs initiales.
- les coefficients ω_i sont identifiés pour rendre correctement l'allure de la courbe de relaxation de la contrainte moyenne. L'augmentation d'un ω_i entraîne l'augmentation de la contrainte moyenne dans la plage de déformations entre $\omega_i/2D_i$ et $2\omega_i/D_i$ [Chaboche *et al.* 2012]. La forme des boucles stabilisées est impactée par la « linéarisation » de l'écrouissage cinématique pour des grandes valeurs de ω_i .

À l'issue de cette identification, le modèle est capable de rendre compte de la relaxation de contraintes moyennes observée expérimentalement. La Figure 2.15 présente les courbes de relaxation de contrainte moyenne obtenues par la simulation pour des rapports de charge de 0 et 0,5. Pour démontrer l'impact de l'ajout de seuils dans les écrouissages cinématiques, les mêmes courbes sont tracées en pointillés pour des simulations avec le modèle A. Dès que l'amplitude de déformation est assez grande pour ouvrir la boucle de plasticité, le modèle A relaxe la contrainte moyenne à 0 comme illustré par la Figure 2.14.

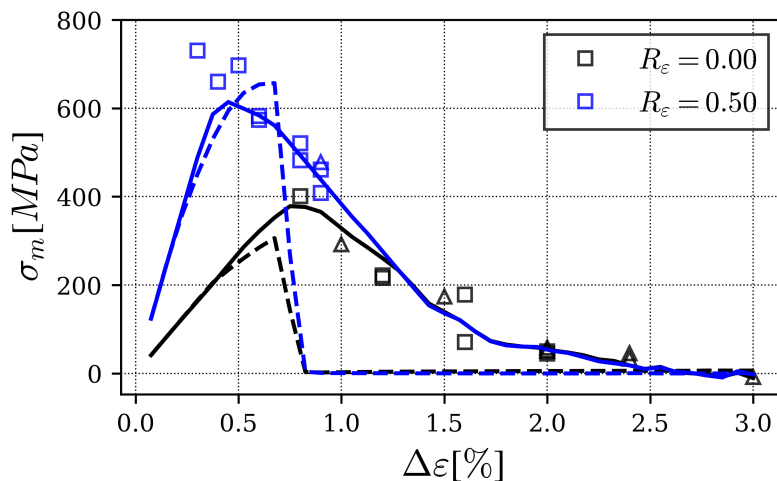


FIGURE 2.15 – Courbes de relaxation de la contrainte moyenne. Les carrés représentent les expériences de [Carrion *et al.* 2017] et les triangles celles que nous avons menées sur le matériau d'intérêt. Les courbes continues sont obtenues avec le modèle B, tandis que celles en pointillés sont les résultats de simulations avec le modèle A.

L'écrouissage isotrope permettant de rendre l'adoucissement cyclique est identifié à partir de la décroissance de l'amplitude de contraintes au cours des cycles. Un second écrouissage isotrope décroissant très rapide est utilisé pour améliorer la prévision de la première montée en charge. Il permet d'augmenter la contrainte sur le premier cycle et de se rapprocher de la courbe expérimentale. La Figure 2.16 présente le premier quart de cycle pour un chargement d'amplitude 3% à $R_\varepsilon = -1$ avec et sans ce second écrouissage isotrope. L'ajout d'un écrouissage isotrope décroissant permet d'augmenter la contrainte sur le premier cycle car la taille du domaine élastique stabilisé R_{stab} est gardée constante. Ainsi, $R_{stab} = \sigma_0^{(1)} + Q_1$ pour le modèle avec un seul écrouissage et $R_{stab} = \sigma_0^{(2)} + Q_1 + Q_2$ pour le modèle avec deux écrouissages, où Q_1 décrit l'adoucissement cyclique. Il vient donc $\sigma_0^{(2)} = \sigma_0^{(1)} + Q_2$, ce qui a pour effet de translater la courbe

d'écoulement vers les plus hautes contraintes.

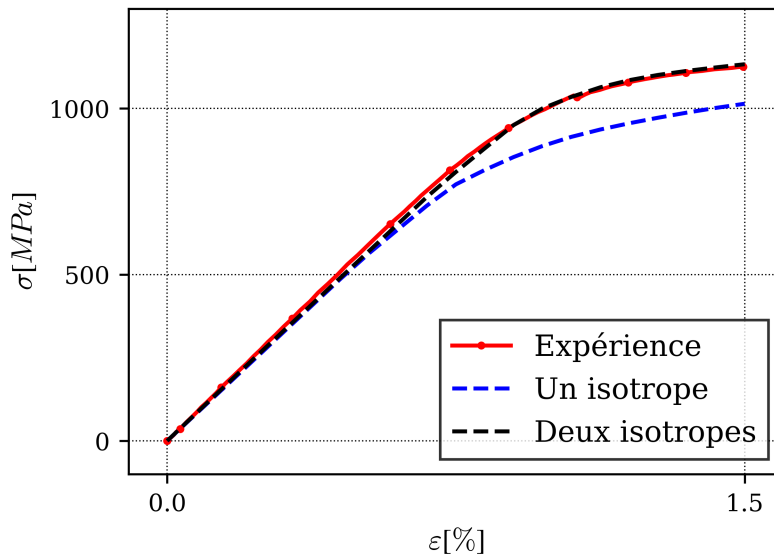


FIGURE 2.16 – Premier quart de cycle d'un essai symétrique alterné avec une amplitude de 3% avec un ou deux écrouissages isotropes décroissants.

Le Tableau 2.2 donne les valeurs des coefficients identifiées suivant cette procédure. La capacité de ce modèle

TABLEAU 2.2 – Coefficients du modèle B de la ZF

C_i [MPa]	D_i	ω_i
6 000 000	12 500	0,97
600 000	2 500	0,8
75 000	500	0,5
20 000	100	0,45
3 000	50	0
$\sigma_0 = 230$ MPa	$Q_1 = -75$ MPa $Q_2 = -125$ MPa	$b_1 = 2,5$ $b_2 = 280$

à représenter le comportement observé expérimentalement est présentée dans la suite. La Figure 2.17 permet de comparer les cycles stabilisés obtenus avec le modèle B aux données expérimentales. Les essais représentés ont pour amplitude 1,4% et 3%, R_ϵ étant fixé à 1. L'introduction d'écrouissages cinématiques très rapides (avec un coefficient D élevé) permet de mieux représenter les courbes peu ouvertes (à gauche). Lorsque le cycle est très ouvert comme à droite de la Figure 2.17, des ruptures de pente sont observées. Elles sont dues aux saturations successives des écrouissages cinématiques. La forme de la boucle de plasticité est tout de même bien rendue.

La Figure 2.18 présente le premier cycle de l'essai à $R_\epsilon = 0$ et 3% d'amplitude de déformation. Comme évoqué plus tôt, l'ajout d'un second écrouissage isotrope décroissant très rapide permet de bien décrire le premier cycle de chargement jusqu'à des niveaux de déformation assez importants (ici 3%).

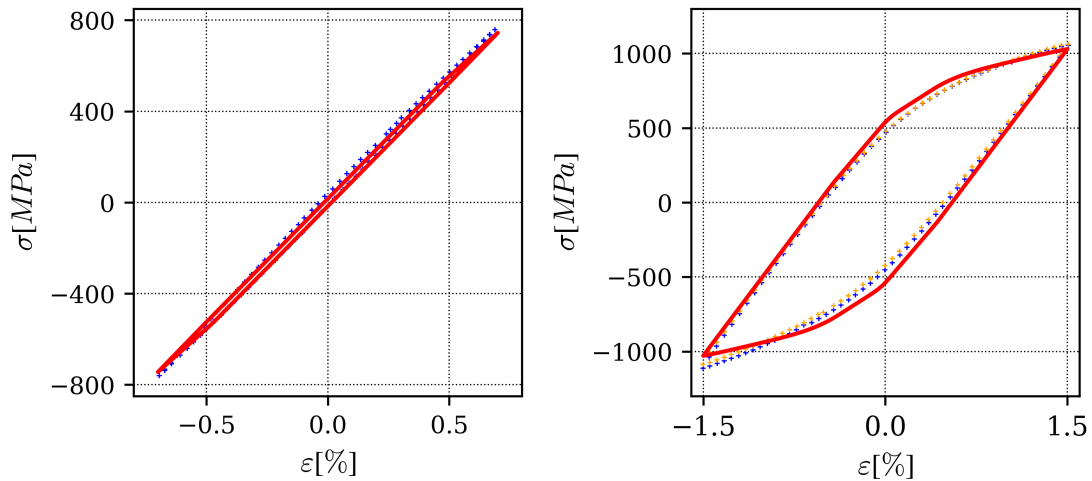


FIGURE 2.17 – Comparaison des boucles d’hystérésis obtenues avec le modèle B aux boucles expérimentales. Les deux essais présentés ont pour amplitudes respectives 1,4% et 3%. Les données expérimentales sont représentées avec des croix, tandis que les résultats des simulations sont en trait plein rouge.

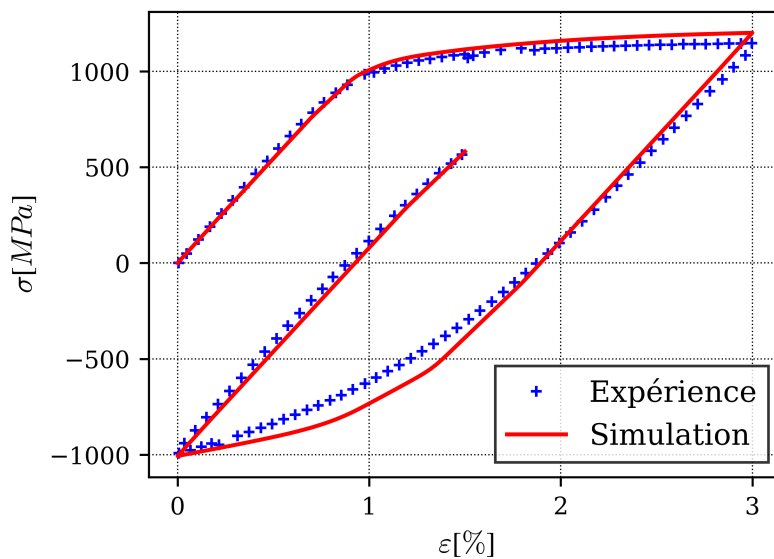


FIGURE 2.18 – Comparaison du premier cycle obtenu avec le modèle B aux données expérimentales des essais avec une amplitude de 3% à $R_\epsilon = 0$. Les données expérimentales sont représentées avec des croix, tandis que le résultat de la simulation est en trait plein rouge.

Enfin, le modèle B a pour caractéristique principale de ne pas relaxer la contrainte moyenne à zéro quand le chargement est dissymétrique en déformation. La Figure 2.19 présente le cycle stabilisé obtenu au cours de l’essai à $R_\epsilon = 0$ avec une amplitude de 1,5%. Contrairement à la Figure 2.14, la courbe simulée présente ici une valeur moyenne de l’ordre de 200 MPa.

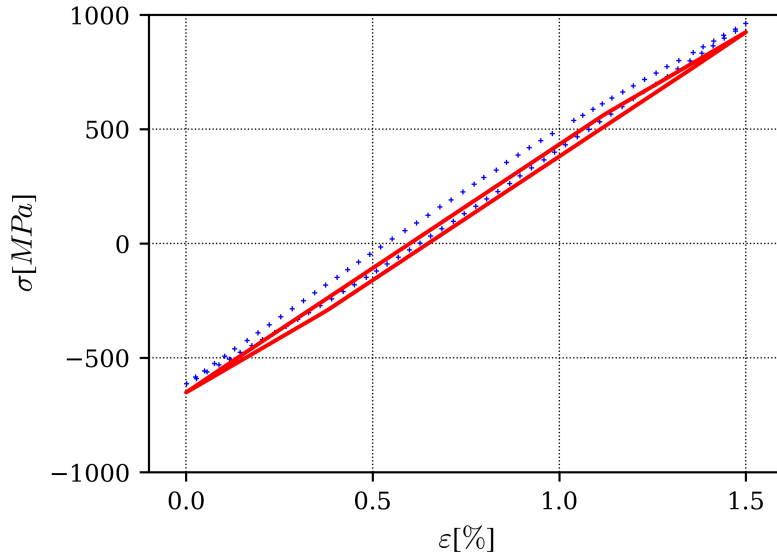


FIGURE 2.19 – Comparaison du cycle stabilisé obtenu avec le modèle A aux données expérimentales des essais avec une amplitude de 1,5% à $R_\varepsilon = 0$. Les données expérimentales sont représentées avec des croix, tandis que le résultat de la simulation est en trait plein rouge.

2.4 Identification d'un modèle d'estimation de la durée de vie

2.4.1 Résultats expérimentaux et identification des paramètres

Tous les essais présentés pour l'identification de la loi de comportement cyclique du matériau sont menés jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Les durées de vie ainsi que les grandeurs cycliques des essais à déformation imposée sont présentées en Annexe B. Ces données de nombre de cycles à rupture sont utilisées pour calibrer le modèle d'estimation de la durée de vie présenté à la Section 1.4.2. Ce dernier dépend de 6 paramètres : A , α , B , β , ε_l et n . Les 5 premiers paramètres donnent la forme de la courbe de durée de vie. Ils sont obtenus en décomposant l'amplitude de déformation comme suit :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon^p}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = AN_R^{-\alpha} + BN_R^{-\beta} + \varepsilon_l \quad (2.12)$$

Des essais complémentaires ont permis de fixer la limite en fatigue du matériau pour $\Delta\sigma_l = 600$ MPa. La valeur de ε_l est donc fixée à $\varepsilon_l = \Delta\sigma_l/E = 0,00545$. Les paramètres A , α , B , et β sont identifiés par la méthode des moindres carrés sur les essais à $R_\varepsilon = -1$. Les données ainsi que les fonctions puissance identifiées sont représentées dans des diagrammes $(N_R, \Delta\varepsilon^p)$ et $(N_R, \Delta\varepsilon^e)$ sur la Figure 2.20, où seules les données obtenues à la suite d'essais symétriques sont tracées.

Le dernier paramètre à fixer, n , permet de prendre en compte l'effet de contrainte moyenne sur la durée de vie en fatigue. Il est identifié grâce aux essais réalisés avec un rapport de charge nul, en utilisant les valeurs des autres paramètres identifiées plus tôt.

Le Tableau 2.3 regroupe les valeurs des paramètres obtenues suite à cette identification.

TABLEAU 2.3 – Coefficients du modèle d'estimation de la durée de vie.

A	α	B	β	ε_l	n
0,20	0,66	0,016	0,25	0,00545	0,77

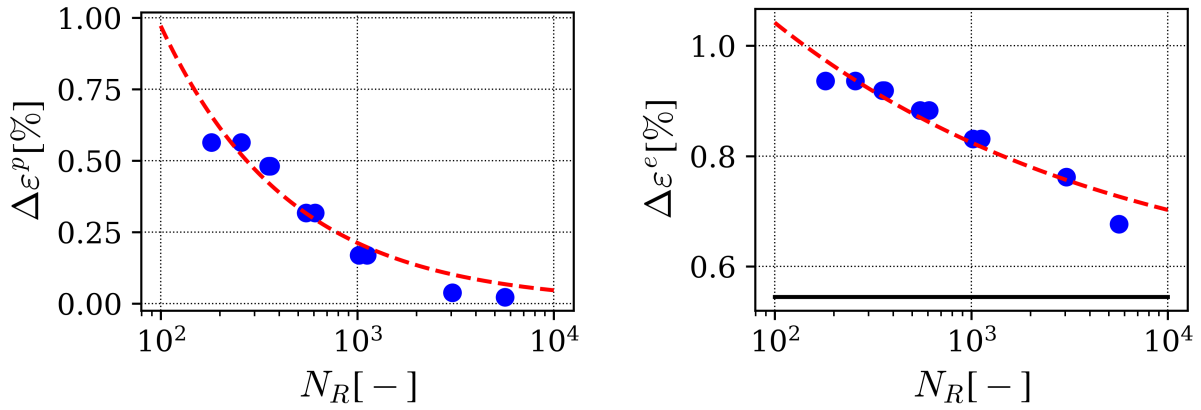


FIGURE 2.20 – À gauche, évolution de l’amplitude de déformation plastique avec le nombre de cycles à rupture. À droite, évolution de l’amplitude de déformation élastique avec le nombre de cycles à rupture. Les points bleus sont les données expérimentales et la courbe en pointillés rouges correspond à la fonction puissance identifiée. Le trait noir sur le graphique de droite figure la limite de fatigue en déformation ε_l .

2.4.2 Résultats de durée de vie avec les différentes lois de comportement

Afin de comparer les résultats expérimentaux aux valeurs issues de la simulation, des simulations cycliques sont lancées avec les comportements identifiés plus tôt. Le `PROBLEM_COMPONENT` présenté au Chapitre 1 est utilisé pour stopper la simulation dès que le cycle stabilisé est atteint. Le post-traitement de fatigue est ensuite appliqué au cycle stabilisé et la durée de vie obtenue est comparée aux valeurs expérimentales. Il est à noter que, parmi tous les essais, deux n’ont pas été utilisés dans l’identification des coefficients. Il s’agit de l’essai à $R_\varepsilon = 0,4$ et $\Delta\varepsilon = 2,4\%$ et de l’essai à $R_\varepsilon = 0,5$ et $\Delta\varepsilon = 0,9\%$.

Considérons d’abord le modèle A, identifié à la Section 2.3.3. L’état stabilisé est atteint en moins de 10 cycles pour ces simulations. La Figure 2.21 permet de comparer les résultats obtenus par la simulation numérique aux données expérimentales. Chaque marqueur correspond à une expérience. La couleur du marqueur renseigne sur le rapport de charge R_ε de l’essai. La première bissectrice est tracée en noir. Les traits discontinus représentent les bandes de dispersion avec un facteur 2. Les points surmontés d’une flèche correspondent aux points dont la durée de vie simulée est infinie. Si le modèle était capable de rendre parfaitement tous les essais, tous les points se situeraient sur la première bissectrice. Les durées de vie sont, dans l’ensemble, bien reproduites dans la partie inférieure du diagramme. Dans cette zone, seul le point noir présente une durée de vie hors des bandes de dispersion. Pour les durées de vie plus longues, les essais à $R_\varepsilon > -1$ ne sont pas bien prévus. En effet, comme souligné à la Section 2.3.3, le modèle A n’est pas capable de rendre compte d’une relaxation partielle de la contrainte moyenne. Or, l’effet de la contrainte moyenne sur la durée de vie est très marqué pour des essais à faible amplitude de déformation plastique. Les deux essais avec les plus grandes durées de vie sont prévus comme non rompus par le modèle de durée de vie et la durée de vie d’un essai à $R_\varepsilon = 0$ (en rouge) est largement sur-estimée.

Le modèle B est utilisé de la même manière pour estimer la durée de vie des éprouvettes. Un diagramme similaire à celui présenté plus haut est tracé sur la Figure 2.22 pour comparer les prévisions aux résultats expérimentaux. Pour les faibles durées de vie, la qualité des estimations est comparable à celle observée avec le modèle A. Il est à noter que le point noir s’est rapproché de la première bissectrice. Pour les plus grandes durées de vie, les prévisions sont grandement améliorées notamment pour des rapports de charge $R_\varepsilon > -1$. Cela est dû à la meilleure modélisation du cycle stabilisé lorsque ce dernier présente une contrainte moyenne non nulle.

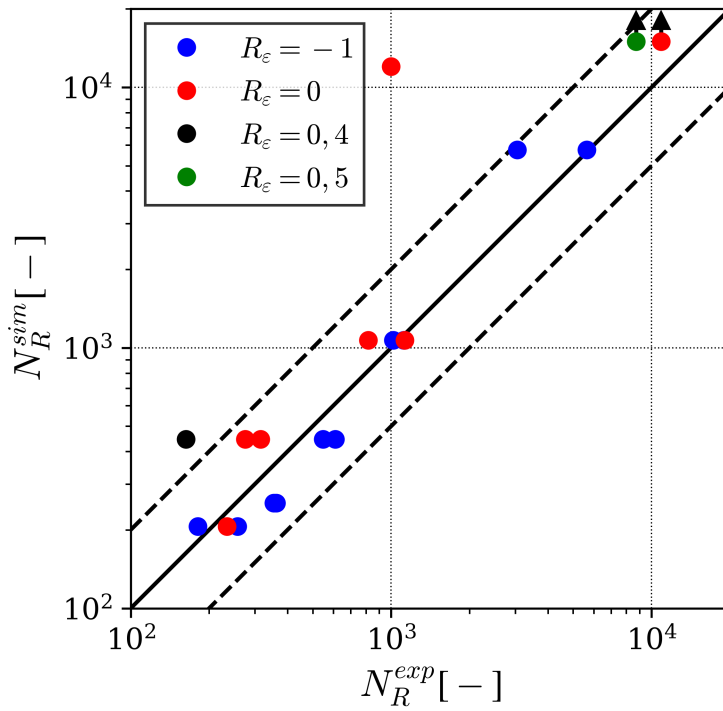


FIGURE 2.21 – Comparaison des durées de vie obtenues par la simulation avec le modèle A aux données expérimentales.

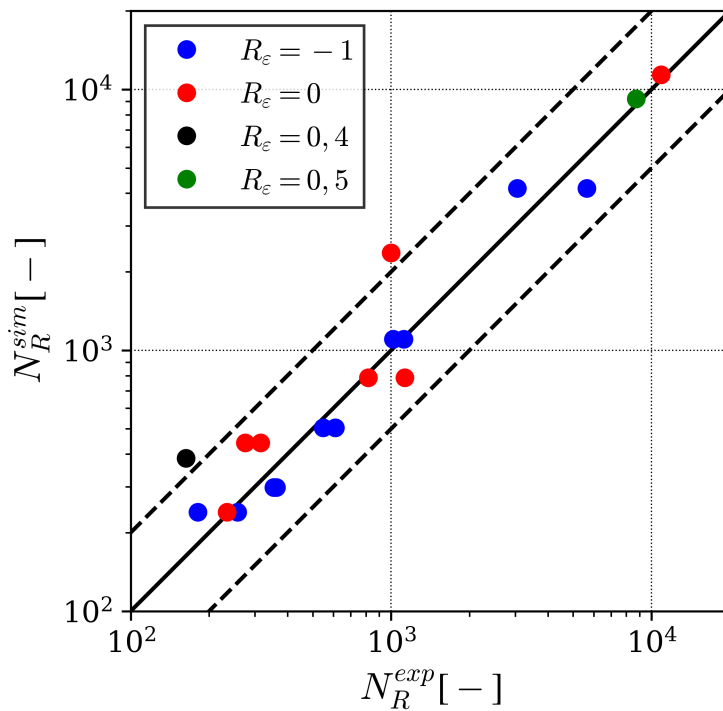


FIGURE 2.22 – Comparaison des durées de vie obtenues par la simulation avec le modèle B aux données expérimentales.

2.5 Identification d'une longueur caractéristique pour la prise en compte des gradients de contrainte

Comme expliqué au Chapitre 1, les gradients de contrainte introduits par les défauts dans les structures nécessitent un traitement spécifique. Une évaluation au point chaud de la durée de vie a tendance à sous-estimer la durée de vie. En effet, lors de l'identification du critère de fatigue sur des éprouvettes lisses, toute la section de l'éprouvette subit la même contrainte. Dans le cas d'un défaut, la contrainte maximale est atteinte au bord du trou et décroît rapidement. Le volume sollicité à de grands niveaux de contrainte est donc faible. La méthode du volume est choisie ici car son application à des défauts de morphologies complexes est directe. La contrainte effective du critère de fatigue est calculée pour chaque point d'intégration. Avant de procéder à l'estimation de la durée de vie, la moyenne de cette grandeur est calculée sur une sphère de rayon la longueur caractéristique.

2.5.1 Dépouillement des essais sur éprouvettes avec défauts calibrés

Des essais mécaniques sur des pièces contenant des défauts calibrés sont mis en place pour déterminer la longueur caractéristique. Des éprouvettes tubulaires trouées sont utilisées. Le plan de ces éprouvettes est donné en Annexe C. Une machine servo-hydraulique de 250 kN est utilisée. Les éprouvettes ont subi le traitement thermique choisi à la Section 2.2.3 et présentent donc une microstructure représentative de celle de la ZF. Chaque éprouvette est percée de 44 trous. Trois diamètres de trous ont été choisis : 500 μm , 300 μm et 50 μm . Les éprouvettes subissent des cycles symétriques à force imposée. Le signal imposé est de forme triangulaire, de fréquence 0,5 Hz. Les essais sont interrompus régulièrement pour observer tous les trous et les fissures qui s'y amorcent et se propagent. La Figure 2.23 présente l'évolution des fissures près d'un trou de 300 μm . L'éprouvette est sollicitée, dans ce cas, entre 60 et -60 kN, ce qui correspond à une amplitude de contrainte $\Delta\sigma/2$ de 800 MPa dans la section utile de l'éprouvette. Au moment de l'écriture du mémoire, cet essai est le seul qui ait été mené à son terme, les autres étant en cours.

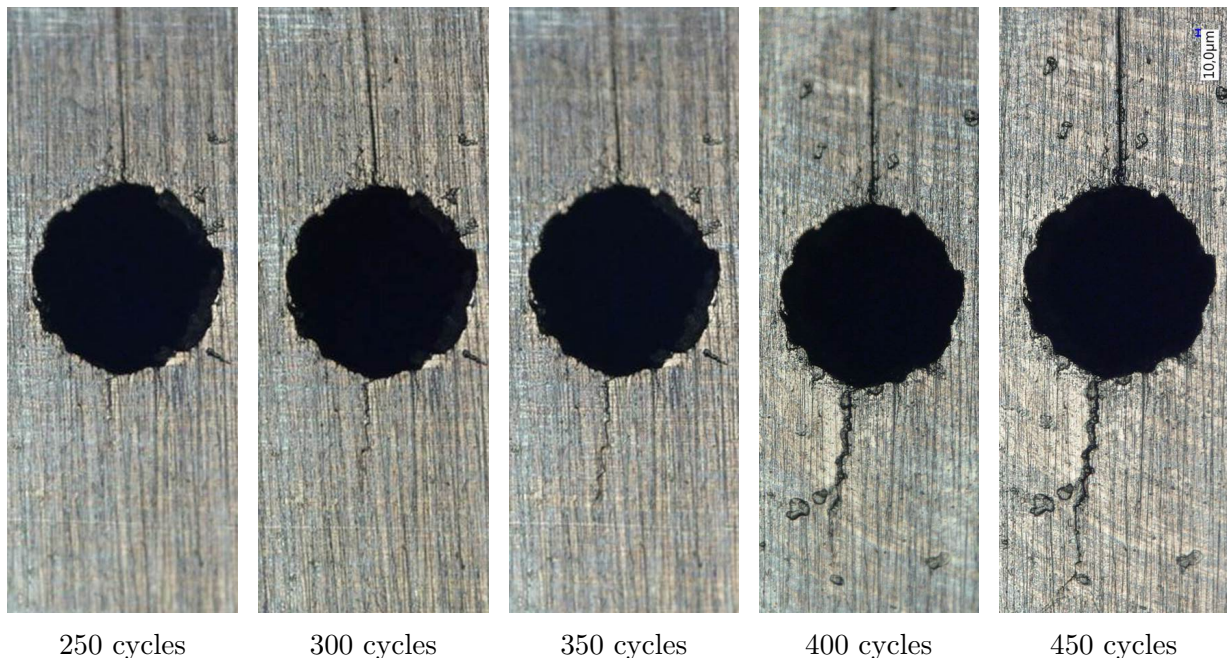


FIGURE 2.23 – Propagation de fissures autour d'un défaut artificiel calibré dans une éprouvette tubulaire multi-perforée. Le trou a un diamètre de 300 μm . La force maximale imposée à l'éprouvette est 60 kN. L'axe de sollicitation est horizontal.

L'observation régulière de tous les trous permet d'obtenir une statistique de l'évolution des longueurs de fissures. Il est alors intéressant, pour une longueur critique de fissure donnée, notée a_c , de compter le nombre de fissures ayant atteint a_c . La Figure 2.24 présente ces évolutions pour différentes longueurs a_c . Le

nombre total de fissures est de 88 (2 par trou). La taille critique de fissure a_c est ici fixée à $200\ \mu\text{m}$. Cela correspond à une fissure de l'ordre de grandeur d'un ex-grain β . La Figure 2.24 montre que c'est entre 200 et 250 cycles que la première fissure atteint $200\ \mu\text{m}$. Entre 300 et 350 cycles, la moitié des fissures ont atteint cette longueur. Lorsque l'essai est arrêté à 450 cycles, 84 des 88 fissures ont atteint la longueur critique. Bien sûr, cette courbe dépend de la taille des trous et du chargement appliqué. L'objectif de cette section est de trouver une longueur caractéristique qui permet de retrouver une durée de vie proche de celle de l'expérience. La dispersion observée expérimentalement, héritée des hétérogénéités à l'échelle de la microstructure, n'est pas rendue par la simulation numérique. Une durée de vie cible doit donc être fixée. Ce choix peut être plus ou moins conservatif : il est possible de se fixer comme durée de vie le nombre de cycles nécessaire à ce que 10 % ou 50 % des fissures atteignent la longueur critique. Les durées de vie associées peuvent être lues sur la Figure 2.24 grâce aux lignes horizontales pointillées. Ainsi, la durée de vie pour l'approche plus conservatrice (10% des fissures plus longues que a_c) est de 260 cycles, alors qu'elle est de 325 cycles pour l'autre (50% des fissures plus longues que a_c).

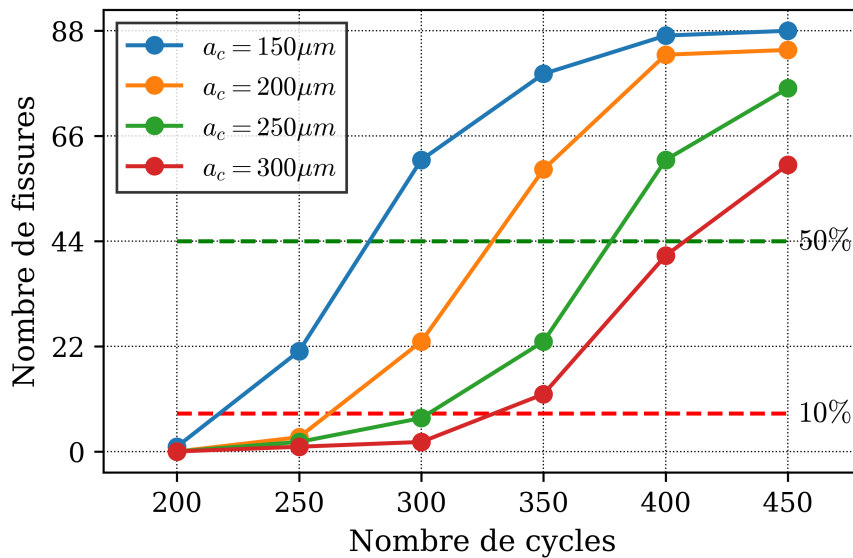


FIGURE 2.24 – Évolution du nombre de fissures dont la longueur dépasse une longueur critique a_c pour différentes valeurs de a_c . Les données sont issues d'un essai sur une éprouvette dont les trous ont un diamètre de $300\ \mu\text{m}$. L'essai est piloté en force entre 60 et $-60\ \text{kN}$.

2.5.2 Simulation de l'essai pour la calibration de la longueur caractéristique R_c

Simplification de la géométrie

La taille des trous est très faible devant la taille des éprouvettes et devant la distance entre deux trous. Nous allons ici vérifier qu'il est possible d'obtenir une bonne estimation de la durée de vie de la pièce en ne simulant qu'un seul des 44 trous. Pour ce faire, un maillage de l'éprouvette pour les plus gros trous ($500\ \mu\text{m}$) est réalisé. Le maillage de la géométrie complète peut être observé sur la Figure 2.25. Un autre maillage ne comportant qu'un seul des 44 trous est construit. L'application de conditions de symétrie (déplacement normal nul) permet de restreindre le domaine de simulation à un huitième de l'éprouvette.

Le modèle B identifié plus tôt dans ce chapitre est utilisé. Le chargement est appliqué *via* des conditions de pression à l'extrémité de l'éprouvette. Les calculs sont arrêtés dès qu'ils atteignent un état stabilisé. Le champ de contrainte équivalente de von Mises est tracé au dernier pic de chargement pour une éprouvette avec des trous de $500\ \mu\text{m}$ sur la Figure 2.25. Alors que la contrainte est de l'ordre de $800\ \text{MPa}$ dans la section de l'éprouvette, un gradient de contrainte est visible près de chaque perçage. Localement, la contrainte équivalente de von Mises atteint $1100\ \text{MPa}$.

La durée de vie est alors estimée pour plusieurs longueurs caractéristiques pour les deux simulations.

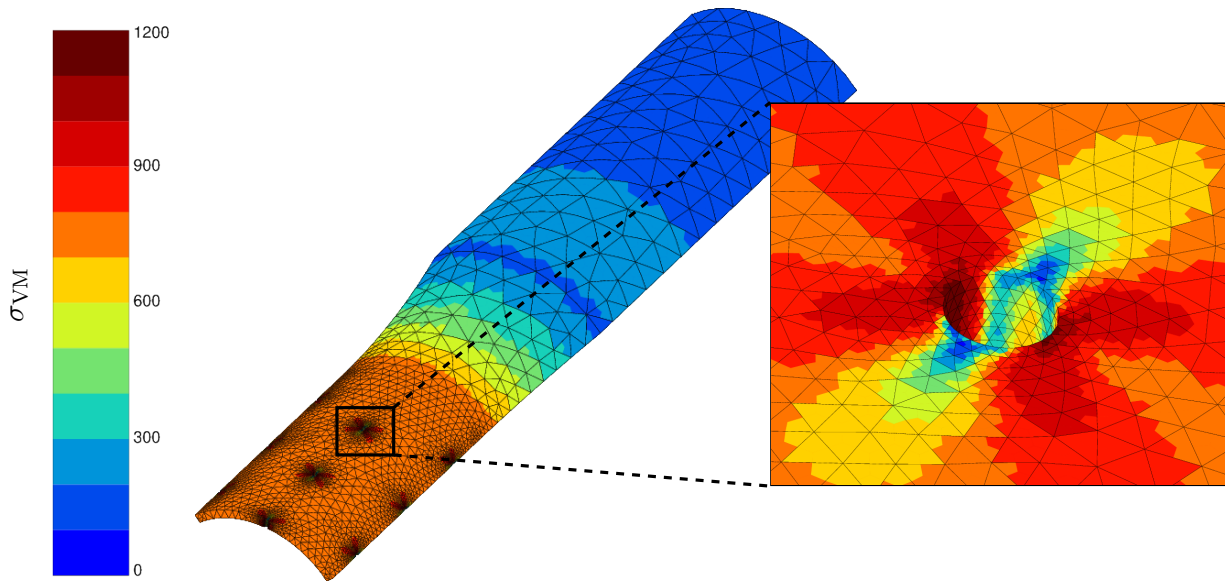


FIGURE 2.25 – Carte de contrainte équivalente de von Mises au dernier pic de chargement. Les conditions de symétrie appliquées permettent de restreindre le domaine de simulation à un huitième de l'éprouvette. Le détail permet de visualiser le raffinement de maillage près des perçages et le gradient de contrainte qui s'y développe.

La Figure 2.26 présente l'évolution de la durée de vie estimée par le modèle en fonction de la longueur caractéristique pour les deux simulations. Dans ce cas, la force appliquée à l'extrémité de l'éprouvette varie entre 60 et -60 kN. La Figure 2.26 présente une bonne adéquation entre les deux courbes : l'écart maximal entre les durées de vie estimées avec les deux géométries est de l'ordre de 12 %. La simulation avec un seul trou est 10 fois plus rapide que celle avec tous les trous. De plus, l'exemple présenté est le plus défavorable car il considère les trous de plus grande taille. Les résultats présentés dans la suite seront donc obtenus par la simulation avec la géométrie simplifiée.

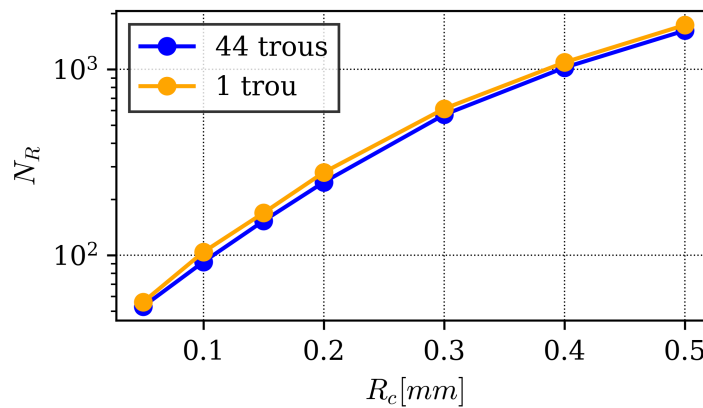


FIGURE 2.26 – Comparaison des durées de vie obtenues pour la géométrie réelle (44 trous) et la géométrie simplifiée (1 trou) pour des longueurs caractéristiques allant de 50 à 500 μm . Ces simulations sont réalisées avec des trous de 500 μm de diamètre. La force appliquée à l'éprouvette varie entre 60 et -60 kN.

Calibration de la longueur caractéristique R_c

Au moment de la rédaction de ce mémoire, un seul essai est disponible pour calibrer la longueur caractéristique. Il a été réalisé sur une éprouvette avec des trous de diamètre 300 μm . Le chargement en force varie

entre 60 et -60 kN. Une simulation sur la géométrie simplifiée est réalisée jusqu'à la stabilisation de la réponse mécanique. Le champ de contrainte effective du critère de durée de vie est obtenu par post-traitement du cycle stabilisé. Le calcul de la moyenne est réalisé pour plusieurs longueurs caractéristiques. La Figure 2.27 présente les résultats obtenus. Pour cet essai, la durée de vie expérimentale de 325 cycles est retrouvée pour une longueur caractéristique R_c de 125 μm , tandis que celle de 260 cycles l'est pour $R_c=110 \mu\text{m}$.

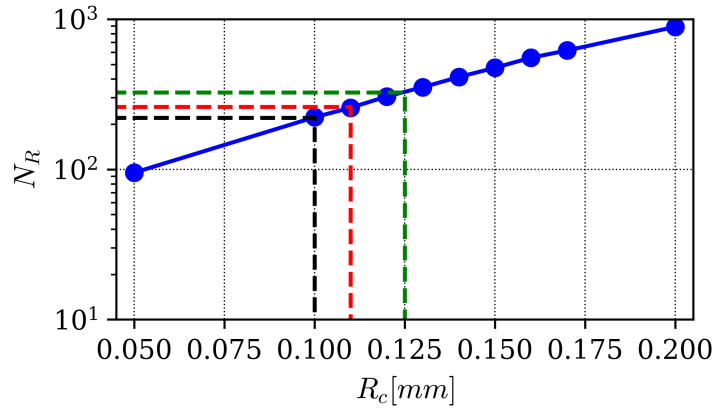


FIGURE 2.27 – Évolution de la durée de vie estimée en fonction de la longueur caractéristique utilisée en post-traitement. Les lignes pointillées représentent les durées de vie cibles (260 et 325 cycles). Une simulation sur géométrie simplifiée (1 trou de 300 μm) a été réalisée.

Ces valeurs de R_c sont utilisées dans la suite du mémoire. Dès que de nouveaux résultats seront disponibles (notamment sur des trous de taille différente), leur pertinence pourra être évaluée.

2.5.3 Calcul numérique d'un diagramme de Kitagawa

Grâce à la longueur caractéristique R_c calibrée, l'impact de la taille d'un défaut sur la durée de vie peut être quantifié. Dans cette section, le calcul simple d'un défaut sphérique pris dans une matrice infinie est mené. L'application de conditions de symétrie permet de réduire le domaine de simulation à un huitième de sphère dans un cube. Le maillage est réalisé en hexaèdres. Un raffinement dans le voisinage du défaut est appliqué pour bien capter les gradients de contrainte et de déformation plastique. La Figure 2.28 présente le maillage utilisé. Le schéma de raffinement hiérarchique appliqué est celui proposé dans [Schneiders 2000]. Il a été implémenté dans Z-Set [Z-Set 2019] au cours de cette thèse. Le diamètre du défaut est cent fois plus petit que le côté du cube.

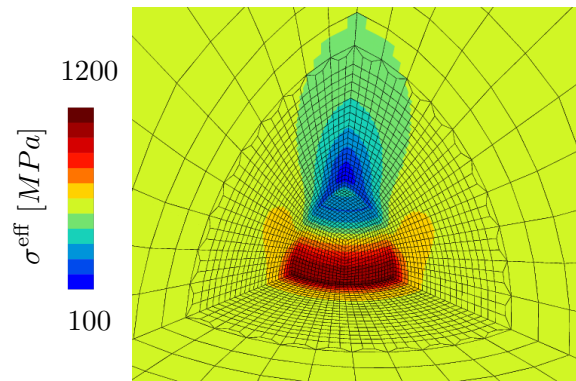


FIGURE 2.28 – Vue du huitième de domaine simulé. Le champ tracé est celui de la contrainte effective. Le raffinement de maillage est hiérarchique : des éléments d'un maillage grossier sont divisés en éléments de plus petite taille et des zones de transition sont insérées.

Un chargement de traction simple est appliqué avec une condition de pression sur la face supérieure du cube. La contrainte appliquée varie entre 600 et -600 MPa. Le modèle B identifié dans ce chapitre est utilisé. Vingt cycles sont simulés. La contrainte effective tracée sur la Figure 2.28 est calculée sur le dernier cycle. Le rayon du défaut introduit dans le maillage est de 1 mm. Pour ne pas avoir à lancer plusieurs calculs mécaniques, c'est la taille de la boule sur laquelle la moyenne est calculée qui varie. Le rayon du défaut simulé R est retrouvé grâce à la relation :

$$\frac{R}{R_C} = \frac{1}{l} \quad (2.13)$$

où l est le rayon de la sphère qui est donné en entrée du post-traitement. Plusieurs tailles de défauts entre 10 et 500 μm sont simulées. Les résultats sont représentés sur la Figure 2.29. Les défauts dont la taille est inférieure à 70 μm n'abaissent pas la durée de vie. Au-delà, la durée de vie diminue lorsque la taille du défaut augmente.

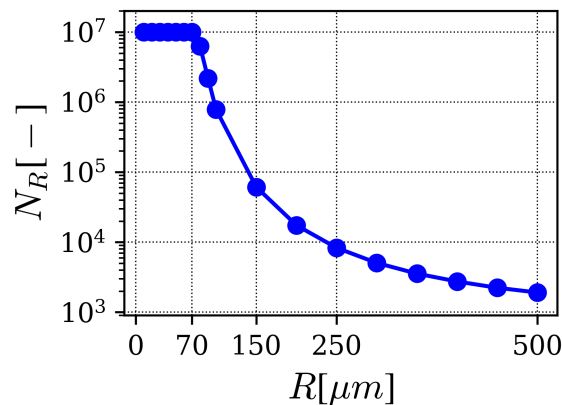


FIGURE 2.29 – Diagramme de Kitagawa obtenu par simulation avec la loi de comportement identifiée. La limite d'endurance est fixée à 10^7 . Les défauts dont la taille est inférieure à 70 μm n'abaissent pas la durée de vie.

2.6 Conclusions et perspectives

Ce chapitre présente la démarche mise en place pour identifier le comportement du matériau constituant la zone fondue (ZF). Des essais mécaniques ont été réalisés sur des microstructures représentatives de la ZF obtenues par un traitement thermique proposé dans la thèse de B. Sarre [Sarre 2018]. Cette approche a deux avantages. La caractérisation peut avoir lieu sur des éprouvettes de taille normale et non prélevées dans une soudure. De plus, le matériau ainsi étudié est vierge de tout défaut de type bulle de gaz tels qu'ils peuvent être formés au cours du soudage.

Deux modèles élasto-plastiques différents ont été identifiés à partir d'essais à déformation imposée. Ils présentent des complexités différentes et permettent de rendre compte de tout ou partie des phénomènes observés expérimentalement. Bien sûr, l'amélioration de la qualité de la modélisation s'accompagne d'une augmentation de la complexité numérique liée à l'intégration de la loi de comportement.

Un modèle d'estimation de la durée de vie a aussi été mis en place à partir des données de nombre de cycles à rupture. Ce modèle fournit une prévision de la durée de vie de bonne qualité avec les deux modèles élasto-plastiques identifiés.

Afin de pouvoir utiliser le critère de durée de vie dans le cas de structures présentant des concentrateurs de contrainte, une longueur caractéristique est calibrée. Une fois le cycle stabilisé atteint, la moyenne de la contrainte effective du critère est calculée dans une boule de rayon la longueur caractéristique avant d'évaluer la durée de vie. Cette longueur a été calibrée à partir d'un seul essai au moment de la rédaction de ce mémoire. D'autres essais sont en cours et devraient permettre d'affiner cette calibration.

Il est choisi ici de travailler dans un cadre indépendant du temps. Des essais de fatigue avec temps de maintien révèlent une relaxation de la contrainte durant le palier. S'il s'avère que les structures d'intérêt subissent des chargements à des vitesses différentes de celles utilisées pour la caractérisation, il serait intéressant d'identifier un modèle de visco-plasticité.

Chapitre 3

Étude et modélisation de la population de défauts

Ce chapitre se concentre sur la caractérisation des défauts qui peuvent apparaître lors du soudage de deux pièces par laser pulsé. Tout d'abord, les mécanismes de formation des défauts sont présentés. L'apparition de défauts est liée aux paramètres du procédé. Dans ce travail, un jeu de paramètres produisant un grand nombre de défauts est utilisé. L'objectif est d'obtenir des données représentatives du cas le plus pessimiste. Après soudage, les défauts sont observés par tomographie aux rayons X. Ce moyen d'observation donne accès à une image tridimensionnelle de chaque défaut. Il est alors possible de calculer des indicateurs qui décrivent la morphologie du défaut. Une analyse statistique des distributions de ces indicateurs est menée. Grâce à ces indicateurs, il est possible de déterminer la proximité de deux défauts. Ensuite, la répartition spatiale des défauts est étudiée. Cette dernière est liée aux mécanismes de formation des défauts. Cette analyse permet de mettre en place un modèle de génération de populations de défauts réalistes.

3.1 Mécanismes de formation des défauts

Les défauts d'intérêt dans ce travail sont ceux résultant du piégeage de gaz dans la zone fondue. La taille des défauts observés est intimement liée aux processus physiques mis en œuvre [Touvrey 2010]. Il s'agit essentiellement de brassages de gaz au sein du liquide au moment de l'effondrement du capillaire de soudage. Ce brassage de gaz peut être provoqué par plusieurs types de phénomènes qui sont exposés dans cette section.

3.1.1 Formation de défauts par effondrement du capillaire

Le premier phénomène à l'origine de défauts est l'effondrement du capillaire schématisé sur la première ligne de la Figure 3.1. Lors de l'impact laser, des bourrelets de matière fondue sont formés en périphérie du capillaire (a). Une fois l'impulsion terminée, ces bourrelets s'effondrent dans le capillaire (b). Du gaz peut alors être piégé dans la matière fondue (c). La poussée d'Archimède entraîne la montée de la bulle vers la surface (d). Cependant, si ce mouvement n'est pas assez rapide, la bulle est piégée dans la ZF (e). La taille du défaut ainsi formé est proche de celle du capillaire, soit quelques centaines de micromètres. Cet effondrement est d'autant plus fréquent que le capillaire est profond et étroit [Panwisawas *et al.* 2017].

Le *pulse shaping* permet d'éviter ce phénomène, comme représenté sur la deuxième ligne de la Figure 3.1. En effet, le fait de maintenir une pression laser force le remplissage du capillaire par le fond (b). De plus, l'allongement de la durée de la solidification améliore la capacité de dégazage des bulles sous l'effet de la poussée d'Archimède. L'orientation du soudage a aussi une influence sur la formation de ce type de défauts. De plus nombreux défauts sont observés dans le cas d'un soudage où le faisceau laser est horizontal [Chang *et al.* 2017]. Dans cette configuration, le mouvement provoqué par la poussée d'Archimède n'est pas dirigé vers la surface libre. Une plus grande densité de défauts est d'ailleurs observée dans la moitié supérieure du joint soudé.

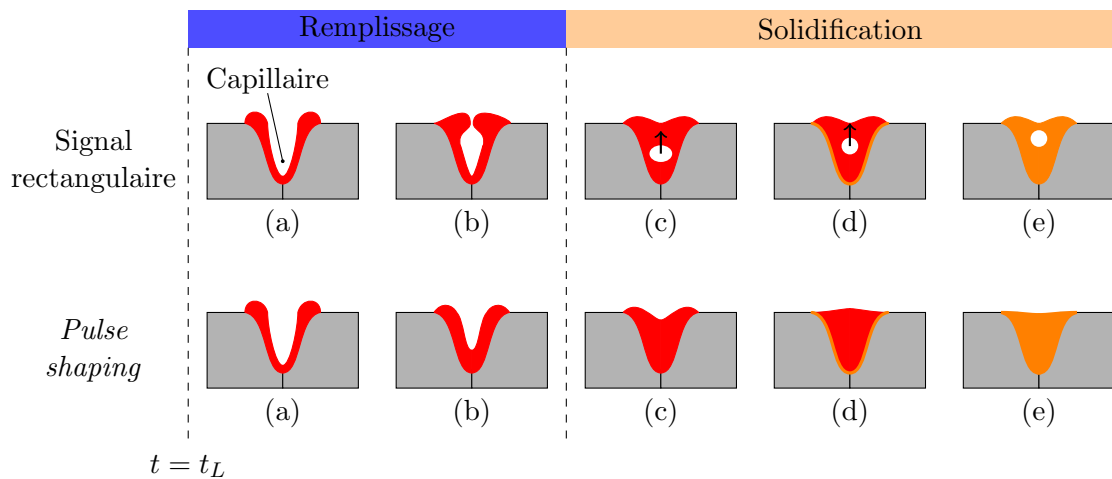


FIGURE 3.1 – Représentation schématique du remplissage et de la solidification de la zone fondue avec un signal rectangulaire en haut et avec *pulse shaping* en bas. Dans le premier cas, le faisceau laser s’arrête brusquement à $t = t_L$, tandis que dans le second, sa puissance diminue progressivement tout au long de la phase de remplissage assurant un remplissage du capillaire par le fond.

3.1.2 Formation de défauts par instabilités de surface

Des instabilités hydrodynamiques ont aussi lieu à une plus petite échelle. L’interface entre le métal fondu et le capillaire est très instable, et des effondrements locaux peuvent avoir lieu (voir Figure 3.2). Des bulles de gaz peuvent être emprisonnées à cette occasion. Elles sont réparties sur toute la périphérie du capillaire. Ce phénomène local est très difficile à éviter. Les défauts formés sont d’une taille plus faible que ceux formés par effondrement du capillaire, mais beaucoup plus nombreux. Le *pulse shaping* n’a pas d’influence directe sur l’apparition de ces instabilités. Par contre, le maintien plus long de la puissance laser augmente la capacité de dégazage de ces défauts.

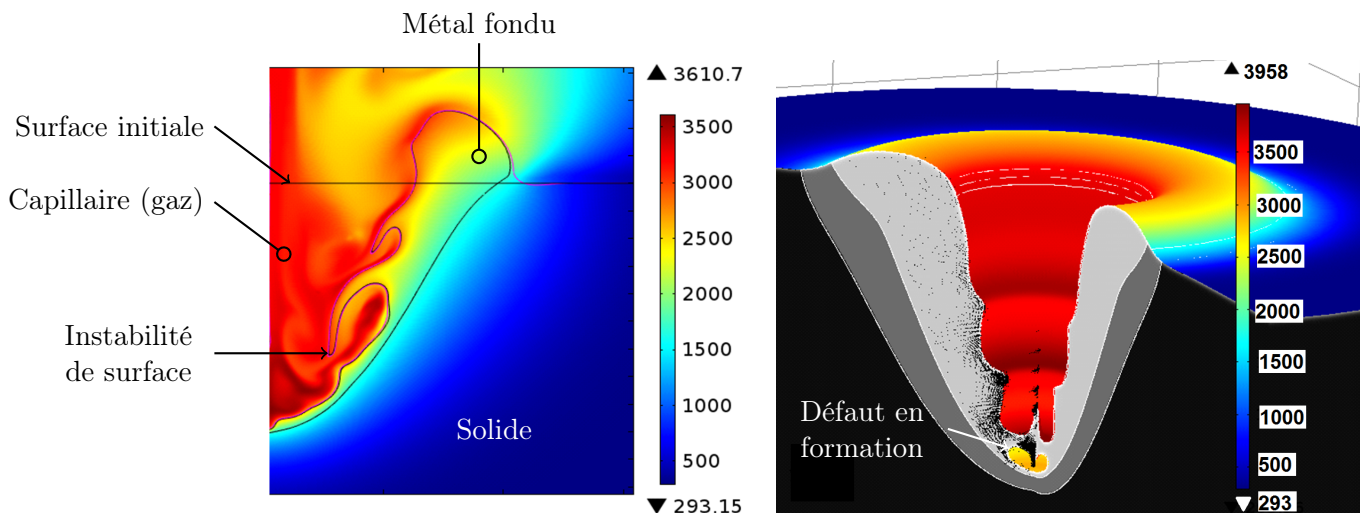


FIGURE 3.2 – Simulation avec le logiciel COMSOL d’impulsions laser sur TA6V. Les interfaces sont instables et se referment sur des poches de gaz (à gauche). L’image de droite illustre les irrégularités sur toute la périphérie de l’interface entre le métal fondu et le capillaire (d’après note technique interne CEA).

3.1.3 Influence de l’embrèvement

La Figure 3.3 propose un schéma des pièces à assembler avant et après soudage. Le premier schéma met en évidence le profil des pièces avant soudage. Un embrèvement est visible. Ce décalage du plan de joint remplit plusieurs fonctions. Premièrement, il assure un bon positionnement des pièces. Il protège aussi l’intérieur des pièces assemblées de projections de matière fondue. Enfin, l’embrèvement permet de réduire le niveau de contraintes résiduelles en se refermant comme dessiné sur le schéma de droite de la Figure 3.3. Au cours du soudage, des bulles d’air peuvent se former dans la partie inférieure de l’embrèvement à cause du manque de matière. Ces défauts sont formés seulement d’un côté du joint soudé.

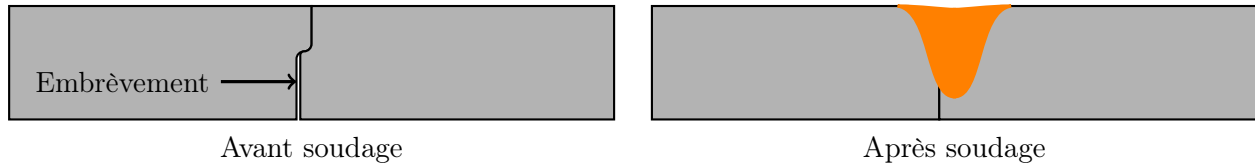


FIGURE 3.3 – Pièces à assembler avant (à gauche) et après (à droite) soudage. Le schéma de gauche fait apparaître l’embrèvement qui se referme après soudage.

3.1.4 Recouvrement des impulsions et effacement de défauts

Il est important de rappeler à ce stade que le laser est utilisé en configuration impulsionnelle. Les phénomènes présentés plus tôt provoquent l’apparition de défauts à chaque impulsion. Cependant, les impulsions se recouvrent en partie. Ainsi, chaque impulsion efface une partie des défauts créés par l’impulsion précédente comme schématisé sur la Figure 3.4. Sur cette figure, une impulsion génère deux défauts. La refusion d’une partie de cette impulsion par la suivante efface un des deux défauts. Ainsi, le taux de recouvrement a une grande influence sur la population de défauts observée [Gao *et al.* 2014].

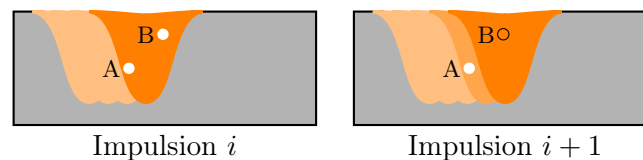


FIGURE 3.4 – Effacement de défauts par les impulsions suivantes. Ici l’impulsion i a généré deux défauts. Le recouvrement de l’impulsion $i + 1$ en efface ici le défaut B.

3.2 Observation et caractérisation des défauts

3.2.1 Acquisition et traitement d’images

Acquisition

Des joints soudés sont caractérisés en tomographie aux rayons X sur la ligne PSICHE (Pression Structure Imagerie par Contraste à Haute Énergie) du synchrotron SOLEIL. Une démarche d’analyse systématique des défauts est mise en place et appliquée à ces données. La Figure 3.5 représente la géométrie des éprouvettes scannées. Le fond du cordon est retiré par usinage. Deux expériences avec des réglages différents sont réalisées : les voxels constituant les images font 1,3 ou 2,6 micromètres de côté.

Segmentation

À l’issue de la tomographie de la pièce, une série de radiographies selon différents angles est disponible. L’application d’un algorithme de reconstruction permet d’obtenir une série d’images représentant chacune

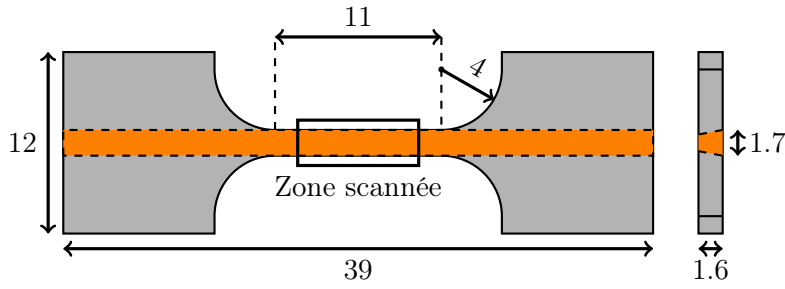


FIGURE 3.5 – Géométrie des éprouvettes scannées au synchrotron SOLEIL. Les longueurs sont exprimées en millimètres.

une coupe du joint soudé. Les niveaux de gris sont une image du coefficient d'absorption des rayons X. Plus un pixel est foncé, plus l'absorption est faible. Les défauts sont donc de couleur noire dans les images obtenues. Un filtre gaussien [Klette et Zamperoni 1996] est ensuite appliqué sur les images reconstruites. Ce filtre, qui moyenne les nuances de gris, a pour effet de réduire le bruit. Ce filtre est appliqué sur l'image tridimensionnelle. Si des artefacts de reconstruction (anneaux par exemple) sont présents, ils sont traités spécifiquement pour être retirés de l'image. Afin de s'affranchir des gradients globaux, une démarche de type *top-hat* est appliquée. Elle consiste à calculer, pour chaque image 2D, un « fond » par ouvertures successives et de le soustraire à l'image initiale. Il est alors possible de binariser l'empilement complet avec une valeur de seuil commune à toute l'image. Finalement, une fermeture de la matrice par un petit élément structurant (cube de 3 pixels de côté) est appliquée. Cette dernière opération permet de gommer les zones segmentées présentant un très petit volume qui sont considérées comme du bruit.

Une fois les images segmentées, il est possible d'identifier les défauts et de les visualiser en trois dimensions. La Figure 3.6 présente une reconstruction tridimensionnelle d'une portion du joint soudé avec le logiciel Avizo®. Chaque volume rouge sur cette image correspond à un défaut. Un grand nombre de défauts peut être observé, dont beaucoup sont de petite taille. La forme du cordon soudé peut se deviner en prenant l'enveloppe des défauts observés. Les défauts semblent, pour la plupart, présenter des formes sphériques. Grâce à l'ensemble des tomographies réalisées, plus de 4000 défauts ont été observés. Des quantités d'intérêt sont calculées afin de les caractériser. Ces indicateurs sont de deux types : morphologiques ou mécaniques. Ils sont présentés dans la suite.

3.2.2 Indicateurs morphologiques

Dans ce travail, chaque défaut est caractérisé par neuf indicateurs morphologiques [Parra-Denis *et al.* 2008]. Ces indicateurs sont calculés de manière à s'affranchir de l'effet de taille du défaut.

Rayons équivalent et moyen

Le volume V d'un défaut est estimé à partir du nombre de voxels qu'il contient. Le rayon équivalent R_{eq} est le rayon de la sphère de même volume V :

$$R_{eq} = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} \quad (3.1)$$

Le rayon moyen R_m correspond à la distance moyenne des voxels contenus dans le défaut à son centre de gravité $\underline{\mathbf{X}}_0$, calculé de la manière suivante :

$$\underline{\mathbf{X}}_0 = \frac{1}{M} \sum_{v \in \text{défaut}} m(v) \underline{\mathbf{X}}(v) \quad (3.2)$$

$$\text{où } M = \sum_{v \in \text{défaut}} m(v) \quad (3.3)$$

Dans cette équation, $\underline{\mathbf{X}}(v)$ correspond à la position dans le repère de l'image du voxel v et $m(v)$ est la « masse » du voxel considéré. Dans cette étude, la masse est supposée uniforme, soit $m(v) = 1$ pour tous les

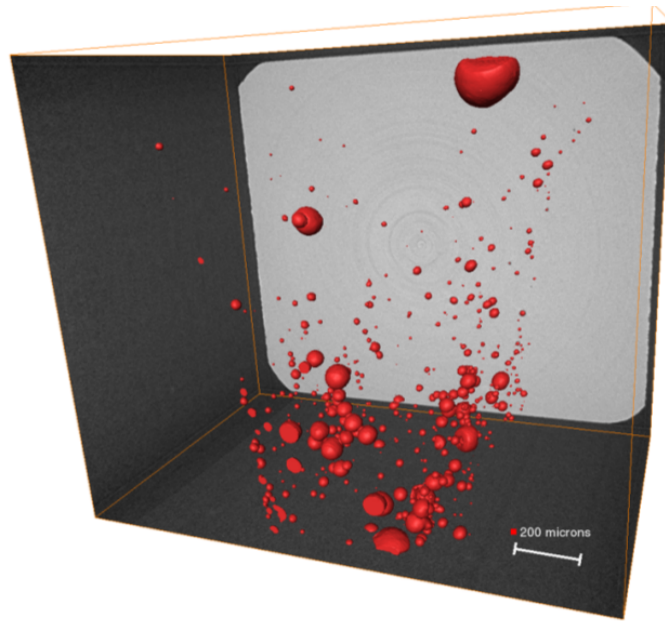


FIGURE 3.6 – Reconstruction tridimensionnelle d’un joint soudé observé par tomographie aux rayons X. La taille de voxel est ici de 1,3 micromètres. Chaque volume rouge correspond à un défaut.

voxels de l’image. Le rayon moyen peut alors être calculé comme suit :

$$R_m = \frac{1}{M} \sum_{v \in \text{défaut}} m(v) \|\underline{\mathbf{X}}(v) - \underline{\mathbf{X}}_0\| \quad (3.4)$$

R_{eq} et R_m sont des estimations de la taille du défaut. Ils sont combinés en un indicateur sans dimension afin de caractériser la forme du défaut. L’expression de cet indicateur, noté r_1 , est donnée la suivante :

$$r_1 = \frac{R_{eq} - R_m}{R_m} \quad (3.5)$$

Cet indicateur vaut 1/3 pour une sphère.

Indicateurs basés sur la matrice d’inertie

La matrice d’inertie \mathbf{I} de chaque défaut est calculée et diagonalisée :

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \sum m(v)(y(v)^2 + z(v)^2) & -\sum m(v)x(v)y(v) & -\sum m(v)x(v)z(v) \\ -\sum m(v)x(v)y(v) & \sum m(v)(x(v)^2 + z(v)^2) & -\sum m(v)y(v)z(v) \\ -\sum m(v)x(v)z(v) & -\sum m(v)y(v)z(v) & \sum m(v)(x(v)^2 + y(v)^2) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$= \mathbf{P} \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} \mathbf{P}^T \quad (3.7)$$

Dans l’Équation (3.6), les positions sont calculées relativement au centre de gravité du défaut. Les valeurs propres obtenues sont ordonnées : $I_1 \geq I_2 \geq I_3$. I_1 , I_2 et I_3 sont les moments d’inertie du défaut dans son repère principal d’inertie. Ces valeurs contiennent une information sur le volume du défaut, qui est éliminée par la normalisation suivante :

$$\lambda_i = \frac{I_i}{I_1 + I_2 + I_3}, \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (3.8)$$

Les λ_i obtenus satisfont les Équations (3.9) à (3.12).

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \quad (3.9)$$

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \quad (3.10)$$

$$\lambda_2 \geq \frac{1}{2}(1 - \lambda_1) \quad (3.11)$$

$$\forall i \in \{1, 2, 3\}, \lambda_i \leq 0.5 \quad (3.12)$$

L'Équation (3.9) est une conséquence directe de la normalisation des moments d'inertie. Les inégalités de l'Équation (3.10) découlent du fait que les moments d'inertie sont ordonnés. L'Équation (3.11) est obtenue en utilisant le fait que $\lambda_2 \geq \lambda_3$ dans l'Équation (3.9). Enfin, les propriétés des moments d'inertie (voir Complément 3.1) imposent les inégalités décrites par l'Équation (3.12).

Une propriété intéressante des moments d'inertie

Dans le repère principal d'inertie d'un solide Ω de densité uniforme ρ , les moments d'inertie s'écrivent :

$$I_{xx} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \rho (y^2 + z^2) d\Omega$$

$$I_{yy} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \rho (x^2 + z^2) d\Omega$$

$$I_{zz} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \rho (x^2 + y^2) d\Omega$$

Ce sont les trois termes non nuls de la matrice d'inertie. Il vient naturellement :

$$I_{xx} + I_{yy} + I_{zz} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} 2\rho (x^2 + y^2 + z^2) d\Omega = 2I_{xx} + \frac{2}{V} \int_{\Omega} \rho x^2 d\Omega \geq 2I_{xx}$$

Cette dernière inégalité peut être écrite pour chacun des trois moments d'inertie. En découlent les inégalités écrites en (3.12).

Complément 3.1

Dans la suite, seuls λ_1 et λ_2 sont utilisés pour décrire le défaut. La Figure 3.7 présente la zone admissible dans le plan (λ_1, λ_2) . La position du défaut dans le triangle renseigne sur sa forme globale. En effet, à chacun des côtés et des sommets correspond un type d'ellipsoïde présentant une inertie équivalente.

La boîte englobante du défaut dans son repère principal d'inertie est aussi calculée. Les trois dimensions (B_1, B_2, B_3) sont ordonnées et normalisées comme précédemment (voir Équation (3.13)). Encore une fois, un jeu d'inéquations est disponible sur les β_i (voir Équations (3.14), (3.15) et (3.16)). Dans la suite, seuls β_1 et β_2 sont conservés pour caractériser le défaut.

$$\beta_i = \frac{B_i}{B_1 + B_2 + B_3}, \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (3.13)$$

$$\beta_1 \geq \beta_2 \quad (3.14)$$

$$\beta_2 \geq \frac{1}{2}(1 - \beta_1) \quad (3.15)$$

$$\beta_1 + \beta_2 \leq 1 \quad (3.16)$$

Indicateur de forme

Un indicateur de forme permet de comparer un volume à une forme de référence. Les défauts qui sont observés dans les soudures sont des bulles qui devraient donc présenter des formes proches d'une sphère. L'indicateur de sphéricité retenu est le suivant :

$$I_S = \frac{6\sqrt{\pi}V}{S^{3/2}} \quad (3.17)$$

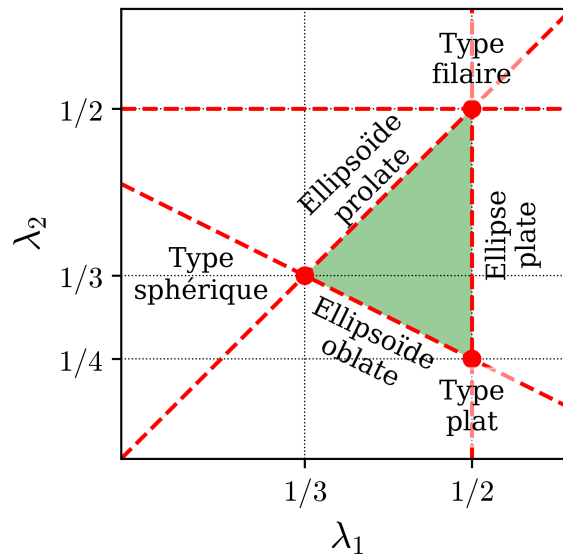


FIGURE 3.7 – Représentation de la zone admissible triangulaire (en vert) dans l'espace (λ_1, λ_2) . Les formes équivalentes données ici sont celles d'ellipsoïdes (d'après [Parra-Denis *et al.* 2008]).

V représente le volume du défaut, tandis que S représente sa surface. Ces deux grandeurs sont calculées en utilisant le maillage du défaut. Cet indicateur est compris entre 0 et 1. Une valeur de 1 indique que le défaut étudié a une forme sphérique.

Indicateur de convexité

Afin de déterminer si un défaut est convexe ou non, son enveloppe convexe est calculée. L'indicateur de convexité est le rapport entre le volume du défaut et celui de son enveloppe convexe, noté V_{CH} (CH pour l'anglais *convex hull*) :

$$C = \frac{V}{V_{CH}} \quad (3.18)$$

Si le défaut est convexe, il coïncide avec son enveloppe convexe, ce qui mène à une valeur de C égale à 1.

Indicateurs basés sur la mesure de la courbure

Le maillage de la surface produit pour chaque défaut permet d'en étudier la courbure locale. En un point M d'une surface de \mathbb{R}^3 , la courbure est définie dans tout plan contenant la normale à la surface en M . Dans la suite, la normale dirigée du défaut vers la matrice sera considérée. Les courbures principales κ_1 et κ_2 sont les valeurs minimale et maximale de la courbure lorsque le plan d'étude tourne autour de la normale à la surface en M . Les plans dans lesquels ces extrema sont atteints sont orthogonaux entre eux et orthogonaux au plan tangent à la surface en M , comme représenté sur la Figure 3.8. Les valeurs des courbures principales donnent une indication sur l'allure locale de la surface (voir Figure 3.8). Elles sont approchées suivant la méthode présentée dans [Hamann 1993]. Cependant, ce ne sont pas les courbures principales qui sont traitées directement mais plutôt la courbure moyenne H et la courbure de Gauss γ . Ces deux grandeurs sont définies comme suit :

$$H = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} \quad (3.19)$$

$$\gamma = \kappa_1 \kappa_2 \quad (3.20)$$

La courbure porte aussi une information sur la taille du défaut. En effet, pour une sphère de rayon R , $\kappa_1 = \kappa_2 = 1/R$ en tout point. Pour s'affranchir de cet effet de taille, une homothétie est appliquée aux

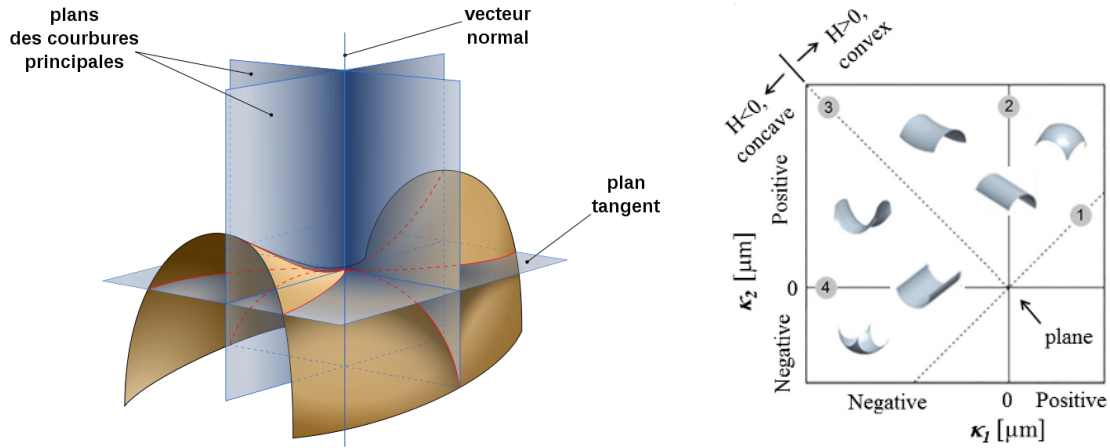


FIGURE 3.8 – Représentation graphique des plans de courbures principales (à gauche, d’après <https://fr.wikipedia.org/wiki/Courbure>) et correspondance entre (κ_1, κ_2) et la forme locale du défaut (à droite, d’après [Kasperovich *et al.* 2016]).

défauts pour ramener leur volume à 1 mm^3 avant le calcul de courbure. H et γ sont connus sur chaque nœud du maillage de la surface du défaut. La Figure 3.9 présente l’exemple d’un défaut observé par tomographie sur lequel ont été tracées les valeurs de H et de γ . Ces champs sont traités pour produire deux indicateurs σ_H^2 et k définis comme suit :

$$\sigma_H^2 = \text{Var}(H) \quad (3.21)$$

$$k = \int_S \gamma dS \quad (3.22)$$

σ_H^2 permet de quantifier les variations de courbure sur la surface du défaut. Cet indicateur est nul dans le cas d’une sphère. k , quant à lui, est un calcul pondéré de la surface qui donne une indication sur sa rugosité.

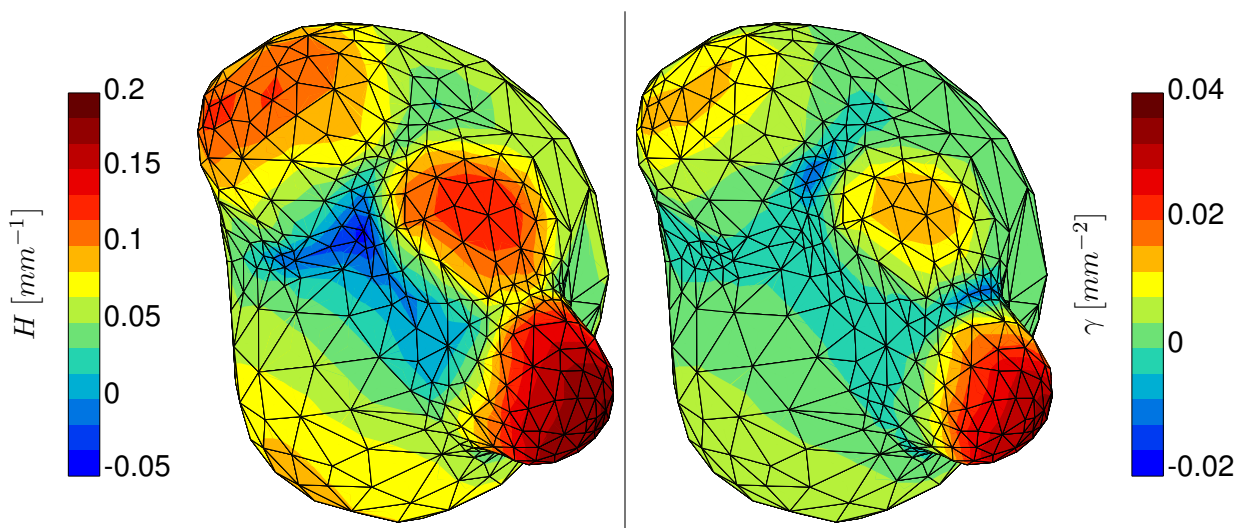


FIGURE 3.9 – Représentation des champs de courbure moyenne H (à gauche) et de courbure de Gauss γ (à droite). Le défaut présenté porte le numéro 796.

3.2.3 Indicateurs mécaniques

L'ensemble des indicateurs morphologiques présentés plus haut permet de caractériser assez finement les défauts, mais ne contient aucune information directe sur leur nocivité dans un environnement mécanique. Pour pallier ce manque, des simulations par la méthode des éléments finis sont effectuées. Des chargements simples sont appliqués sur des défauts centrés dans une matrice cubique de très grande taille. La fraction volumique de vide est fixée à 10^{-6} . Le repère principal d'inertie du défaut est aligné avec celui du cube. La direction 1 correspond à l'axe du plus grand moment d'inertie. Le domaine ainsi formé est noté Ω .

Un chargement de traction simple est appliqué. La direction de chargement \underline{d} unitaire est définie par deux angles θ et φ comme exprimé dans l'Équation (3.23). Lorsque θ varie dans $[0, \pi]$ et φ dans $[0, \pi]$, le vecteur \underline{d} parcourt la demi-sphère unité située dans le demi-espace $y \geq 0$. Le tenseur des contraintes appliqué à la structure est présenté dans l'Équation (3.24), où σ^∞ est l'amplitude du chargement imposé.

$$\underline{d} = (\cos(\varphi) \sin(\theta), \sin(\varphi) \sin(\theta), \cos(\theta))^T \quad (3.23)$$

$$\underline{\sigma} = \sigma^\infty \underline{d} \otimes \underline{d} \quad (3.24)$$

Dans ces simulations, le matériau est considéré comme élastique et isotrope ($E = 110$ GPa, $\nu = 0,32$). L'espace des angles est parcouru avec un pas de 2° ¹ (soit $91 \times 91 = 8281$ directions par défaut). Pour chacune des directions, le champ de contrainte équivalente de von Mises σ_{eq} est calculé. Un facteur de concentration de contraintes $K(\underline{d})$ est évalué pour chaque direction \underline{d} :

$$K(\underline{d}) = \frac{\left(m(\sigma_{\text{eq}}^\nu)\right)^{1/\nu}}{\sigma^\infty} \quad (3.25)$$

$m(\sigma_{\text{eq}}^\nu)$ est la moyenne spatiale de la quantité σ_{eq}^ν . Un moment d'ordre élevé ($\nu \gg 1$) est utilisé pour caractériser les grandes valeurs de σ_{eq} . $K(\underline{d})$ tend vers la valeur maximale de σ_{eq} lorsque ν tend vers l'infini. Dans la suite, ν prend la valeur 50. Cela permet d'éviter de prendre la valeur maximale qui peut dépendre très fortement du maillage. Le choix de l'ordre du moment est purement arbitraire. Les valeurs de la contrainte de von Mises sont toujours plus élevées sur la surface du défaut, mais la localisation du point chaud peut varier avec la direction de chargement. Afin de quantifier l'anisotropie de la réponse mécanique du défaut, des moments de la distribution de K sont calculés et utilisés comme indicateurs mécaniques. σ_K , défini par l'Équation (3.26), est le coefficient de variation de K (rapport de la racine carrée de la variance sur l'espérance). Il permet d'étudier la dispersion des valeurs de K en fonction de la direction de chargement. μ_K est la plus grande valeur de K calculée (Équation (3.27)). Aucune information n'est jusqu'alors disponible sur la part des directions créant une grande concentration de contraintes. Un troisième indicateur, I_K , est calculé pour quantifier cette information. Son expression est donnée dans l'Équation (3.28). $I_K(x)$ correspond à la fraction des directions de chargement qui induisent une concentration de contrainte d'au moins x . Cet indicateur est calculé pour $x = 2$ pour tous les défauts.

$$\sigma_K = \frac{\sqrt{\text{Var}(K)}}{\mathbb{E}(K)} \quad (3.26)$$

$$\mu_K = \max(K) \quad (3.27)$$

$$I_K(x) = \frac{\int_0^\pi \int_0^\pi \langle K(\underline{d}(\theta, \varphi)) - x \rangle \sin \theta d\theta d\varphi}{\int_0^\pi \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\varphi} \in [0, 1] \quad (3.28)$$

1. Ce parcours introduit un biais car la densité des points est plus grande quand $\theta \rightarrow 0$. Il est corrigé dans les indicateurs calculés par la suite en attribuant des poids différents aux valeurs obtenues.

3.3 Étude statistique de la population de défauts

Chaque défaut est caractérisé par 9 indicateurs morphologiques ($r_1, \lambda_1, \lambda_2, \beta_1, \beta_2, I_S, C, \sigma_H^2, k$) et 3 indicateurs mécaniques ($\sigma_K, \mu_K, I_K(2)$). Cette section présente l'étude statistique menée sur ces indicateurs.

3.3.1 Quelques exemples de défauts

Défauts simples

Trois défauts avec des formes ellipsoïdales sont étudiés ici. Les longueurs des demi-axes des ellipsoïdes sont notées a, b et c . L'objectif est double. D'une part, des résultats analytiques permettent de valider les outils numériques mis en place. D'autre part, les valeurs obtenues servent de point de comparaison avec les défauts observés expérimentalement. Le premier défaut est sphérique ($a = b = c$), le deuxième est oblate ($a = b = 1,5c$), et le dernier prolate ($a = 1,5b = 1,5c$). Ils sont représentés sur la Figure 3.10. Les champs de courbure moyenne H sont tracés sur les défauts de la Figure 3.10. Ce champ est homogène pour la sphère (fluctuations de moins de 2% autour de la valeur théorique) et présente une symétrie de révolution pour les formes oblate et prolate. Les valeurs maximales sont atteintes au pôle ou à l'équateur en fonction du type d'ellipsoïde. Certaines fluctuations du champ sont observables, elles sont dues à la discrétisation de la surface par un maillage triangulaire.

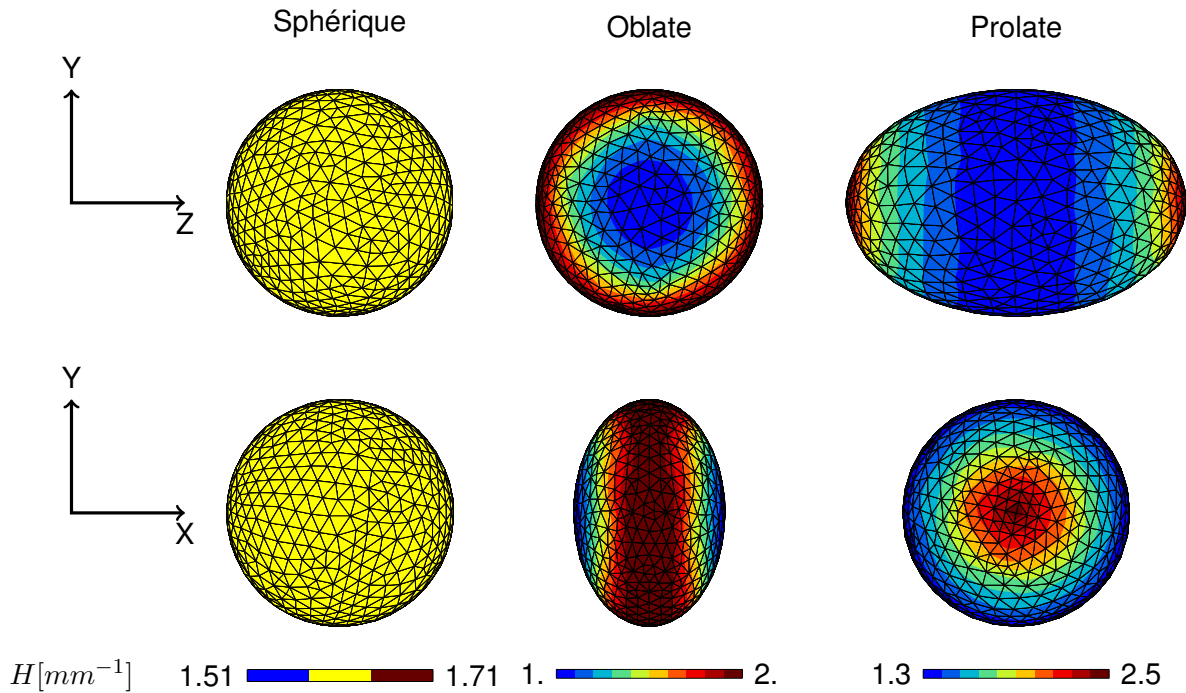


FIGURE 3.10 – Champs de courbure moyenne pour les 3 défauts simples étudiés.

Le Tableau 3.1 présente les valeurs des paramètres morphologiques obtenues pour ces défauts. Ces valeurs ont été déterminées grâce aux outils numériques développés. Elles sont très proches des solutions analytiques lorsque ces dernières sont disponibles. L'isotropie de la sphère se reflète dans les valeurs des λ_i et β_i toutes égales à $1/3$. La complémentarité des informations données par le couple (λ_1, λ_2) d'une part et (β_1, β_2) d'autre part est illustrée ici. En effet, la propriété de révolution de l'ellipsoïde oblate est soulignée par l'égalité $\beta_1 = \beta_2$ tandis que celle de la prolate l'est par l'égalité $\lambda_1 = \lambda_2$. L'indicateur de sphéricité reste très proche de 1 même pour les formes considérées. La variance de la courbure moyenne croît significativement lorsque la forme n'est plus sphérique. Le fait que les valeurs de k soient proches pour les deux ellipsoïdes reste encore inexpliqué. Les indicateurs mécaniques de la sphère sont cohérents avec les valeurs analytiques. La Figure 3.11 présente les cartes de concentration de contraintes obtenues pour ces défauts. Ces cartes ont des morphologies bien distinctes. Tout d'abord dans le cas de la sphère, elle est totalement plate, ce qui traduit l'isotropie mécanique de ce défaut. Dans le cas du défaut oblate, le maximum de concentration est

atteint pour une seule direction (l'axe de révolution $\theta = 90^\circ, \varphi = 0^\circ$ ou 180°). Dans ce cas, la concentration de contrainte a lieu sur tout l'équateur du défaut. Enfin, dans le cas du défaut prolata (à droite), la carte est invariante selon φ à θ constant, ce qui traduit la symétrie du défaut par rapport aux rotations autour de l'axe Z . Pour les défauts oblate et prolata, les valeurs de σ_K sont proches malgré la grande différence de morphologie des cartes. Sur ces cartes, certaines iso-valeurs de K sont tracées. Leur absence dans les cas de la sphère et du défaut prolata expliquent les valeurs nulles de $I_K(2)$. Cet indicateur présente une valeur non nulle pour le défaut oblate.

TABLEAU 3.1 – Valeurs des indicateurs morphologiques pour les défauts présentés.

Défaut	r_1	λ_1	λ_2	β_1	β_2	I_S	C	σ_H^2	k	μ_K	σ_K	$I_K(2)$
Sphérique	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	1	1	$5,9 \cdot 10^{-5}$	12,35	1,75	0,002	0
Oblate	0,29	0,41	0,30	0,375	0,375	0,96	1	0,12	11,8	2,08	0,08	0,07
Prolata	0,30	0,38	0,38	0,43	0,29	0,97	1	$5,9 \cdot 10^{-2}$	11,8	1,89	0,08	0
n° 796	0,26	0,39	0,32	0,37	0,35	0,89	0,91	0,26	15,2	3,24	0,15	0,89

Le cas du défaut 796

Le cas du défaut n° 796 présenté sur la Figure 3.9 est traité ici. Les valeurs de ses indicateurs sont données dans le Tableau 3.1. Le défaut présente une inertie de type plutôt oblate. Ses indicateurs de sphéricité et convexité sont assez proches de 1. La présence de concavités (courbures moyennes négatives) augmente la variance de la courbure moyenne σ_H^2 . La rugosité de la surface est rendue par la grande valeur de k . La carte de concentration de contraintes en fonction de la direction de chargement est tracée sur la Figure 3.11. La carte présentée est plus complexe que celles observées précédemment pour les défauts ellipsoïdaux. Deux zones de forte concentration de contrainte se dessinent comme pour l'ellipsoïde oblate. Les valeurs de μ_K et σ_K sont plus élevées que celles obtenues pour les défauts simples présentés précédemment.

3.3.2 Distribution des indicateurs morphologiques et mécaniques

Les valeurs des indicateurs étant calculées pour tous les défauts observés, il est possible d'étudier leur distribution, ainsi que les éventuelles corrélations qui peuvent exister entre eux. Dans les diagrammes présentés, les défauts étudiés dans la Section 3.3.1 sont représentés par des hexagones (noir pour le défaut sphérique, rouge pour l'ellipsoïde oblate et orange pour le défaut prolata). Un point bleu repère le défaut 796.

Population dans le plan (λ_1, λ_2)

Chaque défaut est représenté par un point dans le plan (λ_1, λ_2) sur la Figure 3.12. Dans le triangle admissible, la plupart des défauts sont localisés vers le sommet correspondant aux formes sphériques (voir Figure 3.7). La densité est plus élevée sur le côté prolata qu'oblate. Très peu de défauts sont présents vers le sommet des formes plates.

Corrélation entre I_S et C

La Figure 3.12 présente le diagramme de corrélation entre les indicateurs de sphéricité I_S et de convexité C . Ces deux indicateurs sont à valeurs dans $[0, 1]$. La population observée est concentrée dans le coin supérieur droit du domaine admissible. Des défauts convexes mais non sphériques sont observés (sur le segment $C = 1$). L'indicateur de sphéricité corrèle pour des valeurs proches de 1 celui de convexité. En effet, un défaut tendant vers une forme sphérique est de plus en plus convexe. C'est pour cette raison qu'aucun point ne s'approche du segment $I_S = 1$ pour des valeurs de C inférieures à 1.

Corrélation entre courbure et concentration de contrainte

La Figure 3.12 présente le diagramme de corrélation entre la variance de la courbure σ_H^2 et la concentration de contrainte maximale observée μ_K . Les grandes concentrations de contrainte correspondent à

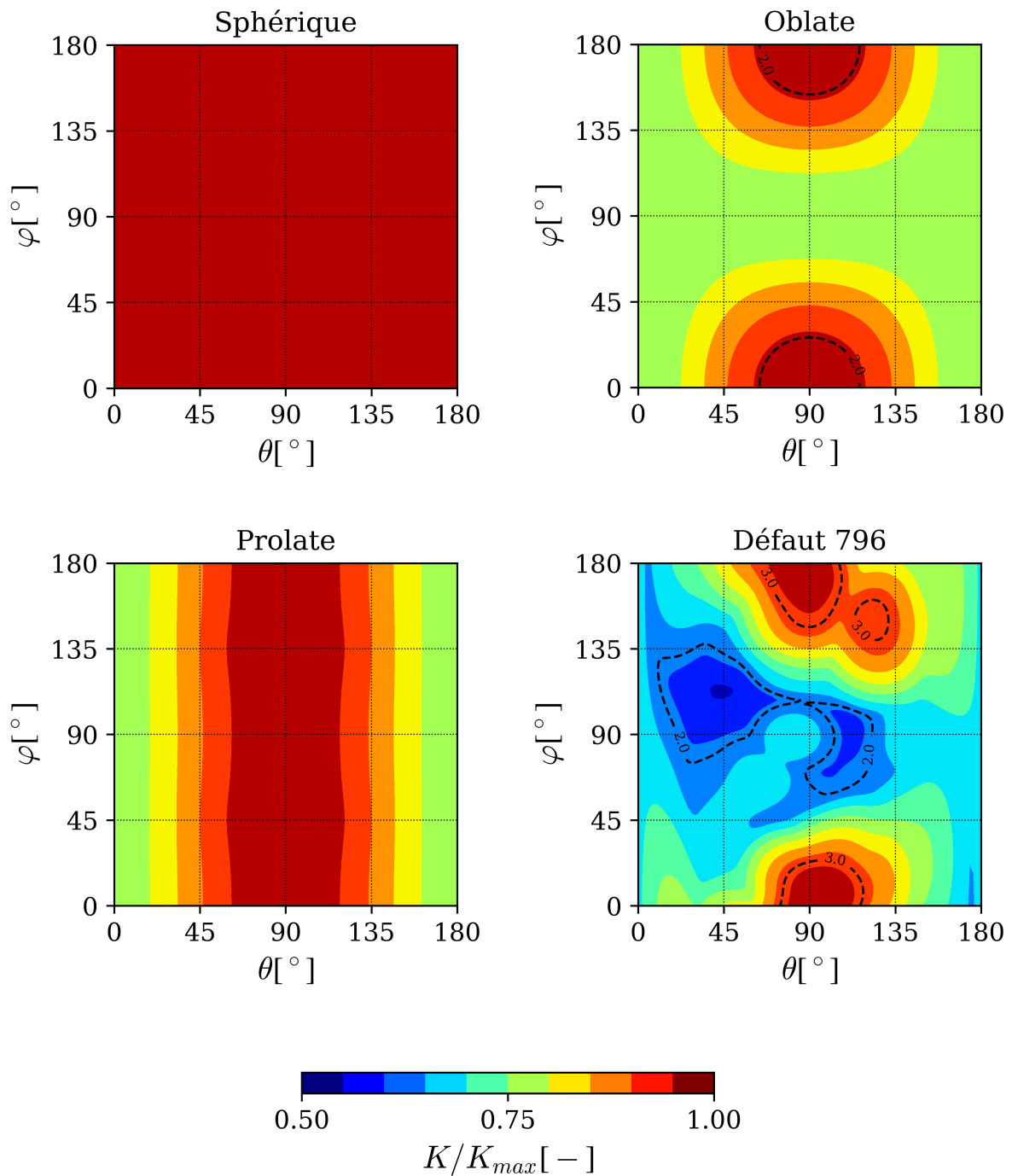


FIGURE 3.11 – Cartes de concentration de contraintes en fonction de la direction de chargement de traction simple repérée par les angles θ et φ . L'échelle de couleurs qui représente la valeur de concentration normalisée par la valeur maximale est la même pour les quatre cartes. Les iso-valeurs en pointillés soulignent les zones à forte concentration de contraintes.

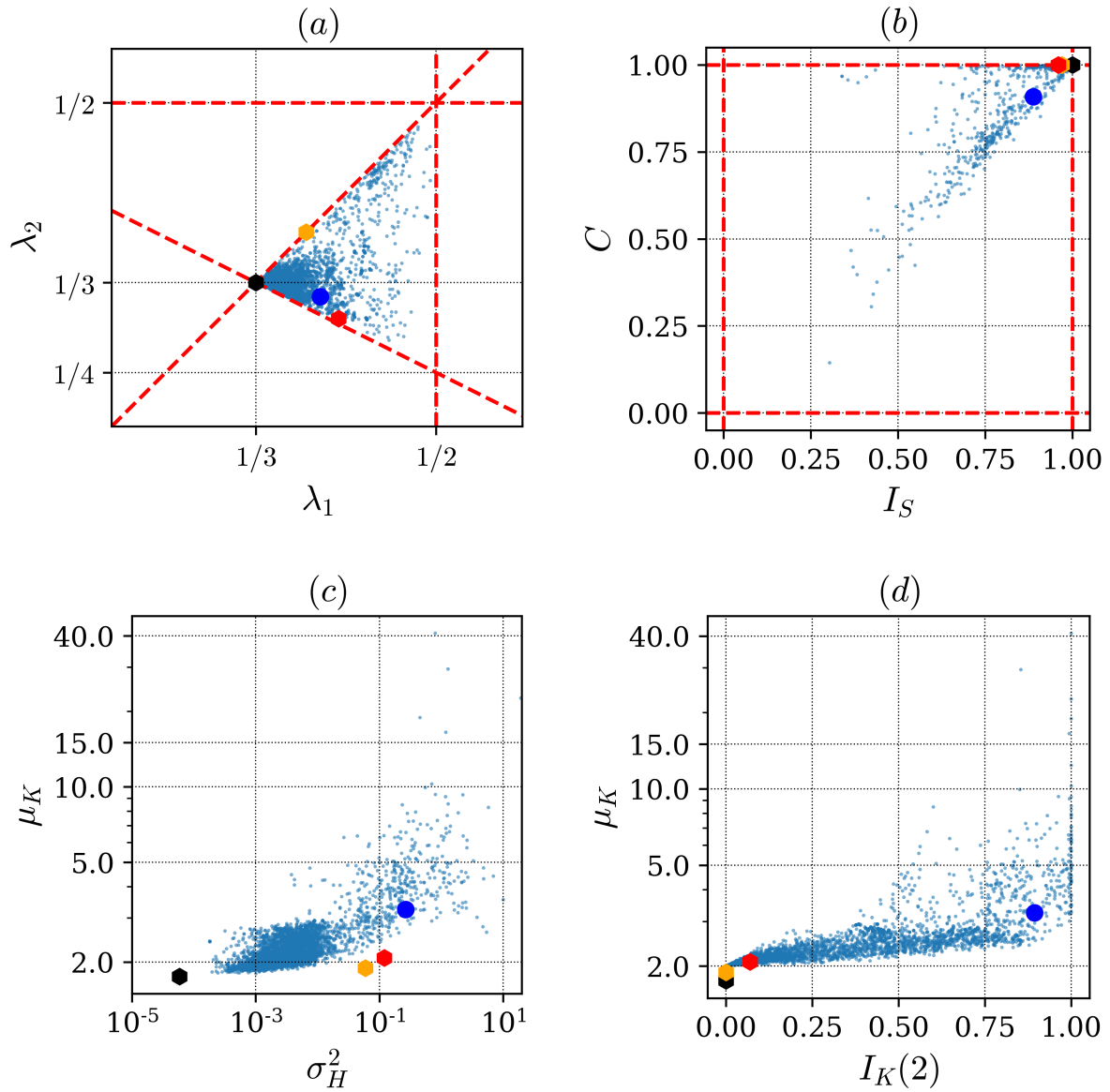


FIGURE 3.12 – Représentation de la population de défauts dans les plans (λ_1, λ_2) (a), (I_S, C) (b), (σ_H^2, μ_K) (c) et $(I_K(2), \mu_K)$ (d).

des variances de courbure élevées. En effet, une variance élevée traduit la coexistence de zones de faibles et grandes courbures. Les zones de grandes courbures sont susceptibles d’agir comme concentrateurs de contrainte. Les défauts observés concentrent plus les contraintes que les défauts ellipsoïdaux à variance de courbure équivalente.

Corrélation entre indicateurs mécaniques

La population de défauts est représentée dans le plan $(I_K(2), \mu_K)$ sur la Figure 3.12. Des valeurs de I_K proches de 1 sont atteintes pour des défauts avec une concentration de contraintes μ_K proches de 2. Cela traduit le fait que certains défauts présentent de nombreuses zones différentes de concentration de contraintes.

3.3.3 Notion de proximité entre défauts

Chaque défaut est caractérisé par 9 indicateurs morphologiques. Des valeurs proches des indicateurs sont, en principe, synonyme de morphologies de défauts semblables. Cependant, définir une distance pertinente dans un espace de dimension élevée est une tâche ardue. De plus, certaines informations peuvent être contenues de manière redondante dans plusieurs indicateurs. Une Analyse en Composantes Principales (ACP) est appliquée à l'ensemble des données sur les défauts [Gan *et al.* 2007]. Cette méthode d'analyse de données construit des composantes principales par combinaison linéaire d'indicateurs de manière à ce qu'elles ne soient pas corrélées entre elles. Ainsi, un nombre réduit de composantes principales concentre quasiment autant d'information que l'ensemble des données. Dans ce travail, 87% de la variance totale est rendue avec seulement 3 composantes principales. Le Tableau 3.2 présente les coordonnées des composantes principales.

TABLEAU 3.2 – Coordonnées des composantes principales (CP).

Composante	r_1	λ_1	λ_2	β_1	β_2	I_S	C	σ_H^2	k
P1	0,21	-0,39	-0,38	-0,45	0,27	0,43	0,40	-0,14	0,11
P2	-0,52	0,36	0,27	0,17	0,39	-0,09	0,18	-0,16	-0,53
P3	-0,02	0,08	-0,37	-0,15	0,46	-0,20	-0,20	0,67	0,30

La population de défauts est représentée dans l'espace des composantes principales sur la Figure 3.13. Elle est dense dans le plan ($P1, P2$) et plus dispersée selon la troisième composante principale. Quelques défauts sont très écartés du groupe principal.

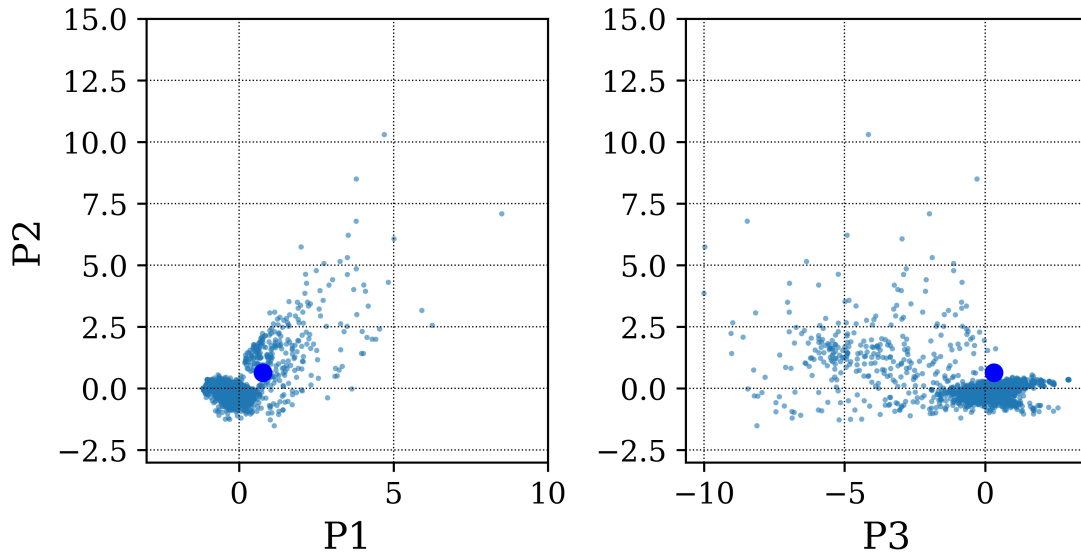


FIGURE 3.13 – Représentation de la population de défauts dans les plans des composantes principales ($P1, P2$) à gauche et ($P3, P2$) à droite. Le point en bleu foncé représente le défaut 796.

La dimension de l'espace de travail étant réduite, il est possible d'utiliser des outils classiques de recherche de voisins. Une partition aléatoire de Voronoï est utilisée [Lantuéjoul 2002]. Deux défauts sont dits voisins s'ils partagent une face de la partition aléatoire. Les 5 voisins morphologiques du défaut 796 sont présentés sur la Figure 3.14. Tous ces défauts présentent des caractéristiques communes. Leur forme est plutôt plate. Des irrégularités sont présentes et donnent une surface vallonnée. Les indicateurs mécaniques ne sont pas introduits dans l'ACP par choix. Ces indicateurs sont, d'une part, plus coûteux à calculer que les indicateurs morphologiques. D'autre part, les 3 indicateurs utilisés ne permettent pas de décrire exhaustivement les cartes de contraintes comme celles présentées sur la Figure 3.11. Ainsi, des défauts avec des morphologies très différentes peuvent avoir des indicateurs mécaniques proches, ce qui nuit à la pertinence de l'ACP.

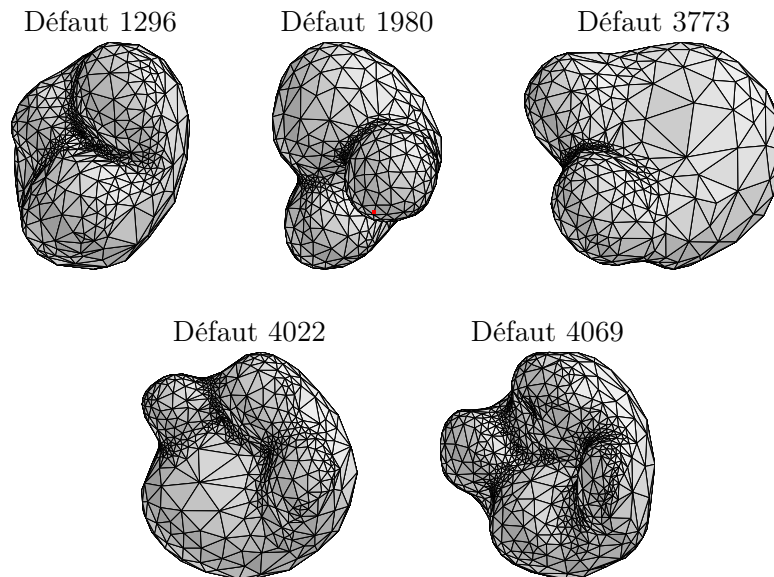


FIGURE 3.14 – Voisins morphologiques du défaut 796.

3.4 Étude de la répartition spatiale des défauts

La répartition spatiale des défauts dans la soudure n'est pas aléatoire, mais très intimement liée au procédé de soudage. L'objectif de cette section est de présenter la méthode qui permet de passer de la localisation d'un défaut dans la soudure à sa localisation dans l'impulsion qui l'a généré. La Section 3.4.1 définit tout d'abord les deux repères d'étude. La Section 3.4.2 décrit la démarche d'identification de la forme des impulsions. L'algorithme qui permet d'attacher chaque défaut à l'impulsion qui l'a généré est présenté dans la Section 3.4.3.

3.4.1 Repère global et repères locaux

Dans la suite, deux types de repères sont utilisés pour localiser les défauts. Ces repères sont représentés schématiquement sur la Figure 3.15. Le premier est cartésien et est défini à l'échelle globale du joint soudé. La direction de soudage est alignée avec la direction Z . L'origine O_G de ce repère est située au centre du haut de la soudure. Cette dernière est donc localisée dans le demi-espace $Y \leq 0$. Le second type de repère est un repère local qui est défini pour chaque impulsion. Ce repère est cylindrique d'axe Y . La demi-droite $\theta = 0$ est portée dans la direction de soudage et est infinie dans le sens opposé au soudage. L'axe de ces repères est supposé situé dans le plan $X = 0$ du repère global.

La Figure 3.16 propose une vue des positions des défauts projetés dans deux plans du repère global. La forme de la soudure semble se dessiner comme l'enveloppe des défauts projetés sur le plan $Z = 0$. La densité de défaut semble plus importante dans le fond du cordon de soudure. La projection sur le plan $Y = 0$ laisse entrevoir des arrangements de défauts en arcs de cercles. Ces arcs de cercles régulièrement espacés correspondent aux différentes impulsions qui forment la soudure. Le soudage a donc eu lieu de la droite vers la gauche.

3.4.2 Identification de la forme de la soudure

La projection des centres de gravité des défauts observés selon la direction de soudage permet de mettre en évidence la forme qui rappelle celle de la zone fondue (voir Figure 3.16). Cette observation est déjà faite dans [Haboudou *et al.* 2003]. Pour corroborer cette hypothèse, une métallographie est utilisée pour identifier la forme de la soudure (voir Figure A.2). Une fonction *ad hoc* permet de rendre l'évasement dû à la conduction et l'étroitesse du capillaire (voir Complément 3.2). Le contour obtenu est ensuite tronqué pour rendre compte de l'usinage du fond du cordon. La hauteur de troncature est donnée par la dimension de

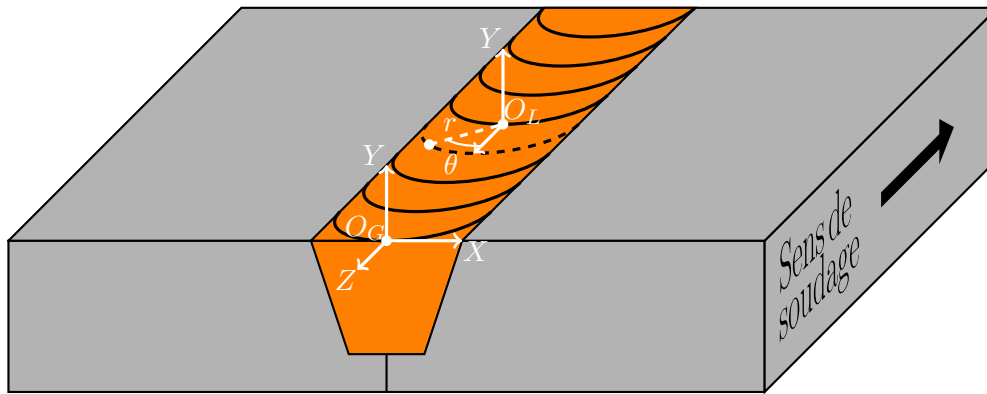


FIGURE 3.15 – Représentation du repère global (cartésien) et d'un repère local (cylindrique). Le repère local est défini pour l'impulsion en pointillés sur le schéma. L'axe Y de ce repère correspond à l'axe du laser lorsqu'il forme cette impulsion. La demi-droite $\theta = 0$ est orientée par la direction de soudage dans le sens opposé au soudage.

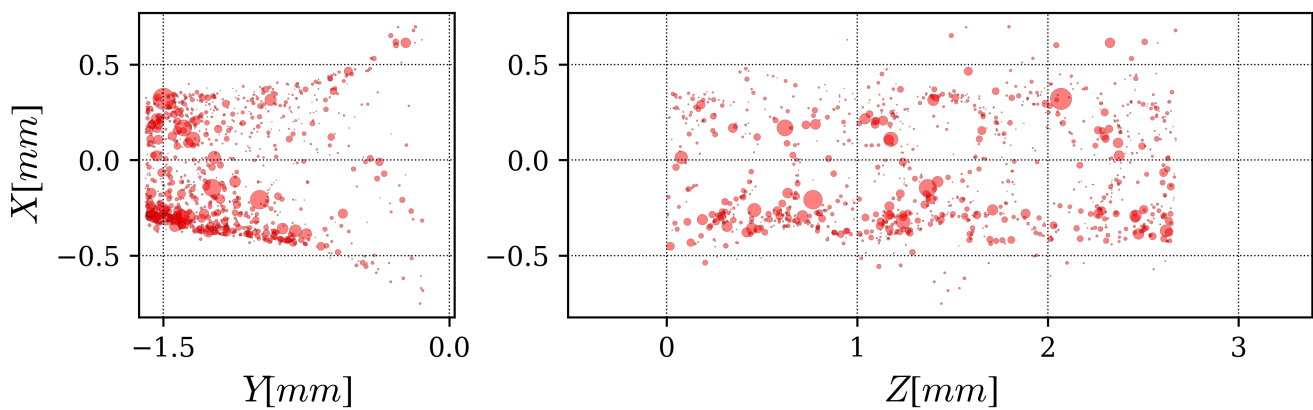


FIGURE 3.16 – Projection des centres de gravité des défauts sur les plans $Z = 0$ (à gauche) et $Y = 0$ (à droite) du repère global. Les défauts sont représentés par des cercles de rayon leur rayon équivalent.

l'éprouvette. La Figure 3.17 présente le contour identifié, avant et après troncature. L'Annexe A.2.1 présente les outils permettant l'identification des formes de soudure à partir de coupes métallographiques.

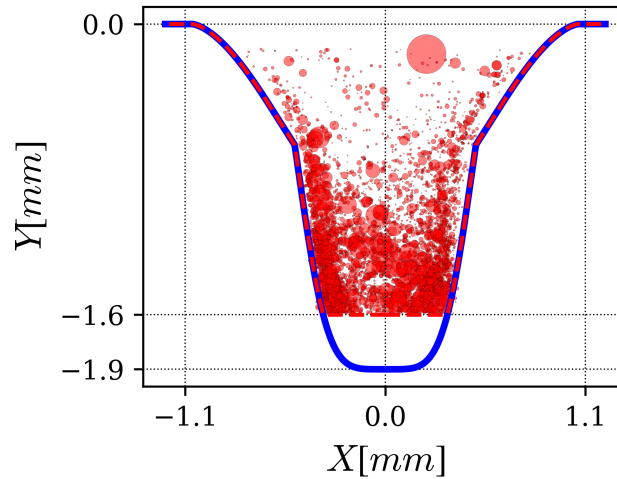


FIGURE 3.17 – Contour de la soudure identifié sur métallographie, avant (en bleu) et après (en rouge et pointillé) troncation. Les défauts représentés sont ceux de tous les scans de tomographie effectués sur cette soudure (soit environ 4000 défauts).

Équation du contour de la soudure

La forme de la soudure est grandement influencée par les paramètres du procédé [Akman *et al.* 2009 ; Liu *et al.* 2017]. Dans la plupart des cas, le joint présente une rupture de pente dans son contour. Elle peut être expliquée par la succession des phénomènes de conduction et de formation de capillaire. Deux fonctions *ad hoc* sont proposées pour rendre ces deux comportements. Les fonctions utilisées dépendent de 4 paramètres (C_X , C_Z , α , β) tous strictement positifs :

$$Y = f(X) = -C_Z \times \left(\text{sinc} \left(\pi \left(\frac{X}{C_X} \right)^\alpha \right) \right)^\beta$$

Cette fonction vaut $-C_Z$ en $X = 0$ et s'annule en $X = \pm C_X$. Le contour du cordon est approché par le minimum de deux fonctions de ce type :

$$Y_{\text{contour}}(X) = \min \left\{ -C_{Z1} \times \left(\text{sinc} \left(\pi \left(\frac{X}{C_{X1}} \right)^{\alpha_1} \right) \right)^{\beta_1}, -C_{Z2} \times \left(\text{sinc} \left(\pi \left(\frac{X}{C_{X2}} \right)^{\alpha_2} \right) \right)^{\beta_2} \right\}$$

Le contour est donc défini par 8 paramètres. Généralement, l'une des fonctions rend l'évasement dû à la conduction, tandis que l'autre épouse la forme caractéristique du capillaire. Lorsque le fond du cordon est retiré par usinage, il est possible d'utiliser une version tronquée, où $Y_{\text{max}} > 0$:

$$Y_{\text{tronquée}}(X) = \max \{ -Y_{\text{max}}, Y_{\text{contour}}(X) \}$$

Le creux de soudage qui apparaît sur la partie supérieure de la soudure peut aussi être approché par une fonction de ce type.

3.4.3 Séparation des impulsions

Une fois la forme de l'impulsion identifiée, il faut affecter chaque défaut à l'impulsion qui l'a généré. Pour ce faire, un algorithme de séparation automatique est utilisé. Il utilise les spécificités de la répartition spatiale des défauts qui découlent des mécanismes de formation décrits dans la Section 3.1. La majorité des défauts est créée par des instabilités de surface autour du capillaire. Ces défauts sont donc localisés en périphérie de l'impulsion. L'algorithme explore les positions possibles de l'impulsion laser (parallèles à l'axe Y dans le

plan $X = 0$). Pour chacune de ces positions, repérée par sa coordonnée Z_0 , un comptage est réalisé comme présenté dans l’Algorithme 3.1. Le calcul de ce score s’appuie sur la forme de soudure identifiée plus tôt. Un défaut accroît le score d’une impulsion s’il se situe en périphérie (voir le test à la ligne 6 de l’Algorithme 3.1). La Figure 3.18 présente l’évolution des scores ainsi calculés pour un scan de tomographie. La détermination des maxima locaux de ces scores permet d’identifier les sites les plus probables des impulsions et d’affecter chaque défaut à une impulsion (voir Figure 3.18).

```

1 ScoreImpulsion( $Z_0, Seuil$ )
  /* Calcul d'un score pour une impulsion localisée en  $Z_0$ . Seuil est une variable
     comprise entre 0 et 1, fixée à 0,85 dans ce travail. */
2 Compteur = 0 ;
3 pour  $Défaut \in Population$  faire
4    $x, y, z = Défaut.Position$  ;
5    $R = \sqrt{(x - X_0)^2 + (z - Z_0)^2}$  ; // Par hypothèse, ici  $X_0 = 0$ 
6   si  $R/R_{max}(y) \in [Seuil, 1]$  alors
7     Compteur = Compteur + 1 ; //  $R_{max}(y)$  : largeur de l'impulsion à l'altitude  $y$ 
8   fin
9 fin
10 retourner Compteur ;

```

Algorithme 3.1 : Algorithme de calcul de score

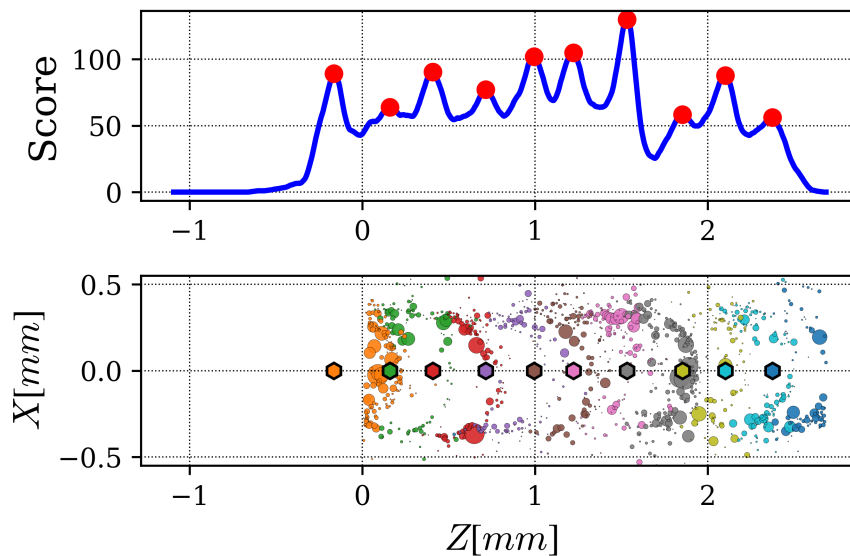


FIGURE 3.18 – Évolution des scores le long de l’axe Z (en haut). Les valeurs maximales sont repérées par des points rouges et sont utilisées pour répartir les défauts. Le deuxième graphique représente les défauts avec des couleurs différentes en fonction de l’impulsion à laquelle ils appartiennent. Les hexagones correspondent aux centres des impulsions identifiées.

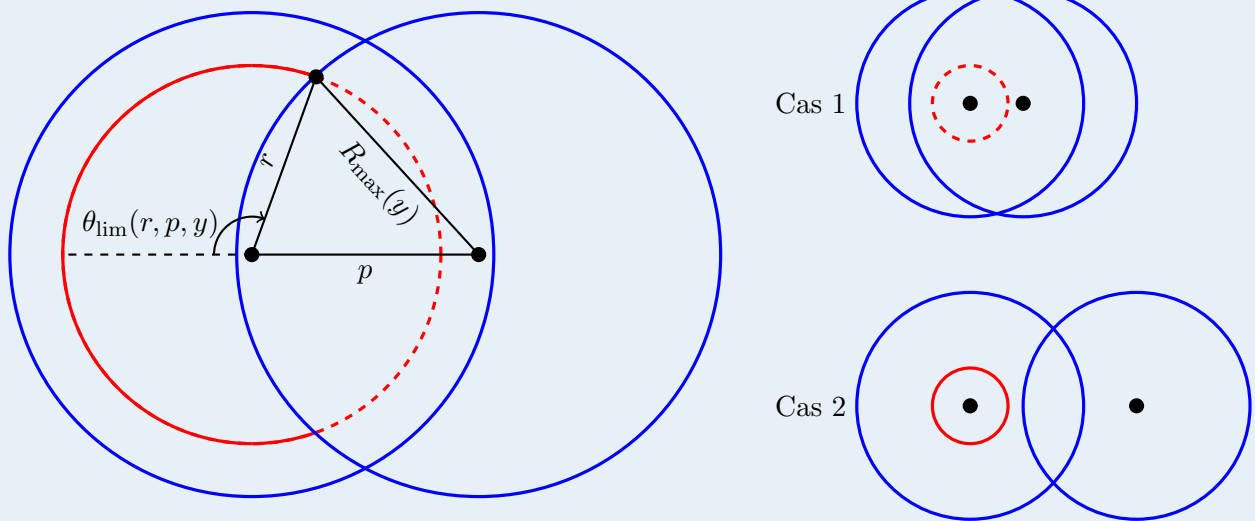
3.5 Modèle de génération de populations de défauts

3.5.1 Hypothèses

L'objectif de ce travail de caractérisation de la répartition spatiale des défauts est de mettre en place un modèle qui permet de générer numériquement des populations de défauts réalistes. L'étude des formes des défauts de la Section 3.3 montre qu'une majorité d'entre eux a une forme quasi-sphérique. Le modèle proposé ici génère des défauts sphériques seulement. Aucune corrélation entre la taille et la position du défaut n'est introduite. Les impulsions sont générées de manière indépendante et sont assemblées pour former le joint soudé. Comme évoqué dans la Section 3.1, le recouvrement des impulsions au cours du soudage peut éliminer une partie des défauts. Les données accessibles lors de ce travail ne concernent que des joints soudés. Ainsi, au lieu de tirer les défauts dans une impulsion complète et de l'éliminer par recouvrement, le tirage a lieu dans le domaine restant après recouvrement. Ce domaine est défini par une portion angulaire dans le repère local de l'impulsion. La taille de cette portion angulaire dépend de la forme de la soudure, de la distance à l'axe de l'impulsion et du pas (voir Complément 3.3).

Recouvrement des impulsions

Considérons deux impulsions de même forme dont les axes sont séparés d'une distance p . Cette distance est telle que les deux impulsions se recouvrent partiellement. Un défaut est généré à l'altitude y et à une distance r de l'axe de la première impulsion. Ce défaut est donc situé sur le cercle rouge du schéma ci-dessous. Si ce défaut se trouve sur la partie pointillée de ce cercle, il sera effacé par la fusion de l'impulsion suivante. Ainsi, les défauts observables à l'issue du soudage sont ceux présents dans une portion angulaire centrée autour de 0 dont l'amplitude dépend de la distance à l'axe r , de l'altitude y et du pas entre les deux impulsions p .



Des cas pathologiques peuvent se présenter, comme dessiné sur la droite du schéma. Dans le cas 1, tous les défauts situés à la distance r de l'axe sont effacés (très petit pas). Dans le cas 2, au contraire, aucun défaut n'est éliminé. Dans les cas intermédiaires, pour calculer l'amplitude de cette portion angulaire, la loi des cosinus est appliquée au triangle tracé en noir ci-dessus :

$$R_{\max}(y)^2 = p^2 + r^2 - 2pr \cos(\pi - \theta_{\lim}(r, p, y))$$

L'expression de la demi-amplitude de la portion angulaire restante après recouvrement est donc :

$$\theta_{\lim}(r, p, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } p + r \leq R_{\max}(y) \text{ (Cas 1)} \\ \pi & \text{si } p \geq R_{\max}(y) + r \text{ (Cas 2)} \\ \pi - \arccos\left(\frac{r^2 + p^2 - R_{\max}(y)^2}{2rp}\right) & \text{sinon} \end{cases}$$

3.5.2 Identification des lois de probabilités

Dans le modèle proposé, chaque défaut est sphérique. Il est donc entièrement caractérisé par sa position et son rayon. L'affectation de chaque défaut à une impulsion permet de calculer ses coordonnées dans le repère local de l'impulsion. Elles sont notées (r, θ, y) . Des lois de probabilité simples sont identifiées par maximum de vraisemblance (voir Complément 3.4) sur les distributions de ces coordonnées. Les positions des défauts sont tirées dans le repère local de son impulsion, puis transférées dans le repère global. La distribution de taille des défauts est identifiée sur les rayons équivalents observés. Enfin, une loi de Poisson permet de déterminer le nombre de défauts à introduire dans une impulsion.

Méthode du maximum de vraisemblance

Étant donné un échantillon de n observations $(x_i)_{i=1, \dots, n}$ et une loi de probabilité de densité f dépendant de paramètres groupés dans θ , la vraisemblance des données par rapport à la loi de probabilité s'écrit :

$$\mathcal{L}(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta)$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance est le vecteur de paramètres $\hat{\theta}$ qui maximise la vraisemblance :

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_{\theta} \{\mathcal{L}(\theta)\}$$

D'un point de vue numérique, il est souvent plus aisé de maximiser le logarithme de la vraisemblance. Le maximum de vraisemblance permet aussi d'évaluer des intervalles de confiance sur les valeurs des paramètres. En effet, en notant d le nombre de paramètres de la loi de f , il est prouvé que la quantité $-2 \ln \left(\frac{\mathcal{L}(\hat{\theta})}{\mathcal{L}(\theta)} \right)$ suit une loi du χ^2 à d degrés de liberté.

Complément 3.4

Altitude des défauts

La Figure 3.19 présente la distribution des altitudes qui ont été au préalable normalisées comme décrit par l'Équation (3.29).

$$y_n = \frac{y + h}{h} \in [0, 1], \text{ où } h \text{ est la hauteur de la soudure identifiée.} \quad (3.29)$$

Une loi exponentielle tronquée est utilisée pour représenter cette distribution. La densité de probabilité d'une telle loi est donnée par l'Équation (3.30). Le paramètre de troncature t est fixé à 1 car y_n est à valeurs dans $[0, 1]$. λ est identifié par maximum de vraisemblance sur la distribution. La loi identifiée est tracée sur la Figure 3.19. La densité de probabilité est plus grande en fond de cordon (y_n proche de 0), comme observé précédemment.

$$f(x, \lambda, t) = \frac{\lambda \exp(-\lambda x)}{1 - \exp(-\lambda t)} \mathbb{1}_{[0, t]}, \quad (\lambda, t) \in \mathbb{R}_+^{*2} \quad (3.30)$$

Distance à l'axe de l'impulsion

La distance à l'axe est la coordonnée r dans le repère local de l'impulsion. La valeur maximale de cette distance dépend de l'altitude y à laquelle se situe le défaut et de la forme de la soudure étudiée. Cette coordonnée est donc normalisée par la largeur de l'impulsion à l'altitude considérée $R_{\max}(y)$.

$$r_n = \frac{r}{R_{\max}(y)} \in [0, 1] \quad (3.31)$$

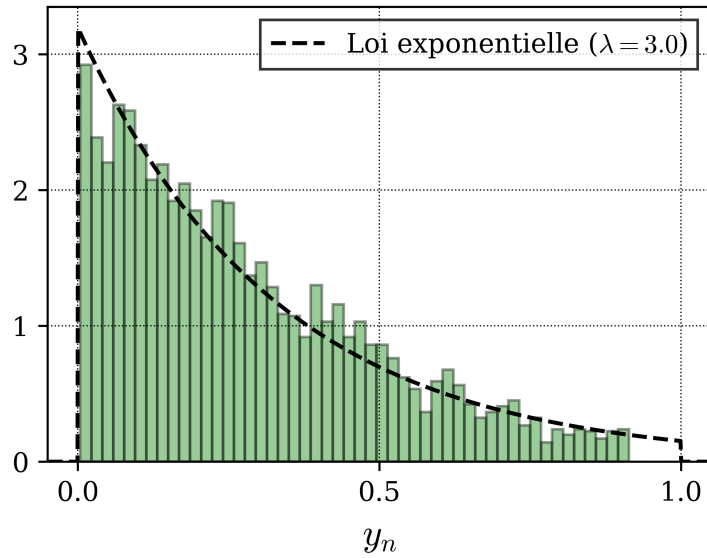


FIGURE 3.19 – Distribution des altitudes normalisées observées et loi exponentielle tronquée identifiée par maximum de vraisemblance.

La Figure 3.20 présente la distribution des distances à l'axe de l'impulsion normalisées. Les défauts sont concentrés en périphérie des impulsions (r_n proche de 1). Ceci est attendu, car c'est justement le critère qui a permis de séparer les impulsions. Cette distribution est représentée par une loi bêta dont la densité de probabilité est donnée par l'Équation (3.32). Dans l'Équation (3.32), Γ est la fonction gamma qui généralise la factorielle à l'ensemble des complexes privé des entiers négatifs.

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \mathbb{1}_{[0,1]}, \quad (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^{*2} \quad (3.32)$$

Position angulaire dans l'impulsion

Pour une distance à l'axe r et un pas avec l'impulsion suivante p donnés, une plage angulaire est possible (voir Complément 3.3). La position angulaire des défauts est normalisée dans cet intervalle comme écrit dans l'Équation (3.33). L'histogramme de la distribution des positions angulaires est tracé sur la Figure 3.21. Cette distribution présente deux modes et n'est pas symétrique. Cette dernière propriété est une conséquence de la présence de l'embrèvement comme expliqué dans la Section 3.1. Elle est approchée par le mélange tronqué de deux lois normales. La densité de probabilité des lois normales est rappelée par l'Équation (3.34). L'Équation (3.35) présente la combinaison des deux lois normales et l'Équation (3.36) donne l'expression de la constante A de normalisation de la distribution. Ici, le paramètre de troncature t est fixé à 1 car les données sont normalisées. La densité identifiée par maximum de vraisemblance est tracée en pointillés noirs sur la Figure 3.21, elle permet de rendre les spécificités de la distribution énoncées plus haut.

$$\theta_n = \frac{\theta}{|\theta_{\text{lim}}(r, p, y)|} \quad (3.33)$$

$$f_{\mathcal{N}}(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right), \quad (\mu, \sigma) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^* \quad (3.34)$$

$$f(x, \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, p, t) = \frac{pf_{\mathcal{N}}(x, \mu_1, \sigma_1) + (1-p)f_{\mathcal{N}}(x, \mu_2, \sigma_2)}{A}, \quad (p, t) \in [0, 1] \times \mathbb{R}_+^* \quad (3.35)$$

$$A = \int_{-t}^t (pf_{\mathcal{N}}(u, \mu_1, \sigma_1) + (1-p)f_{\mathcal{N}}(u, \mu_2, \sigma_2)) du \quad (3.36)$$

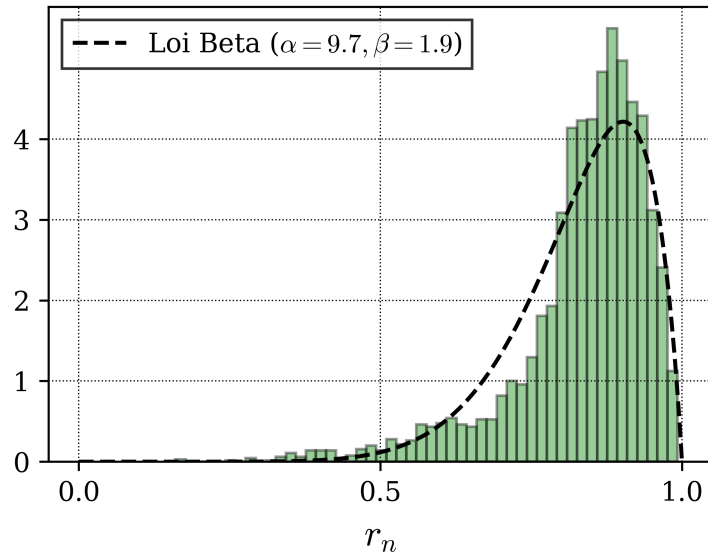


FIGURE 3.20 – Distribution des distances à l'axe de l'impulsion normalisées et loi bêta identifiée par maximum de vraisemblance.

Taille des défauts

Les défauts générés par ce modèle sont supposés sphériques. Pour identifier la loi de probabilité des rayons, les rayons équivalents (R_{eq}) observés sont utilisés. Une loi log-normale dont la densité de probabilité est donnée dans l'Équation (3.37) est utilisée pour modéliser cette distribution. La Figure 3.22 présente la distribution, ainsi que la loi identifiée par maximum de vraisemblance. Une troncature de la loi est réalisée à $250 \mu\text{m}$.

$$f_{LN}(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma}\right)^2\right), (\mu, \sigma) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^* \quad (3.37)$$

Nombre de défauts par impulsion

Une loi de Poisson est utilisée pour tirer le nombre N de défauts à introduire dans une impulsion. Cette loi discrète est définie par la probabilité de l'Équation (3.38) et dépend d'un paramètre λ_P dit « intensité » du processus de Poisson.

$$P(N = k) = \frac{\lambda_P^k}{k!} \exp(-\lambda_P) \quad (3.38)$$

Le paramètre λ_P est estimé ici par la moyenne empirique du nombre de défauts par impulsion. La valeur $\lambda_P = 100$ est obtenue.

3.5.3 Modèle aléatoire non stationnaire

Les lois de probabilités identifiées précédemment permettent de générer des positions réalistes de défauts. La probabilité de présence d'un défaut n'est pas invariante par translation. De plus, les défauts sont localisés dans la ZF. Le modèle est donc non stationnaire. Cette formulation diffère des approches plus classiques de processus ponctuels de Poisson ou Cox [Lantuéjoul 2002]. L'utilisateur donne la longueur de soudure à générer, ainsi qu'un moyen de déterminer le pas entre les impulsions (constant ou non). Pour chaque impulsion, la génération est effectuée comme suit :

1. le nombre de défauts N à introduire est tiré dans la loi de Poisson identifiée ;

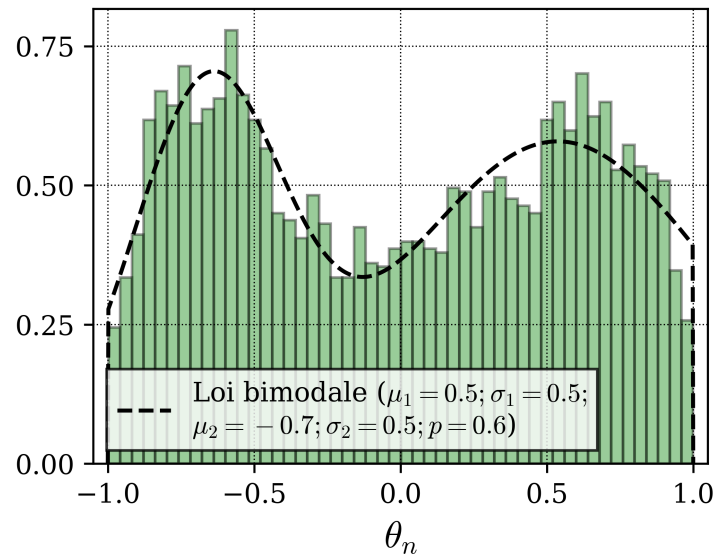


FIGURE 3.21 – Distribution des positions angulaires normalisées et loi bimodale identifiée par maximum de vraisemblance.

2. des tirages de N valeurs sont réalisés dans les lois de y_n , r_n , θ_n et R_{eq} ;
3. les positions normalisées sont transformées en positions absolues;
4. les défauts sont introduits par rayons décroissants;
5. l'impulsion est translatée à sa position et ajoutée au cordon de soudure.

Les interpénétrations ne sont pas autorisées dans ce modèle. Une procédure de rejet est mise en place : l'ajout d'un défaut à la population est conditionné par le fait qu'il n'interpénètre pas un défaut pré-existant. La vérification de non-interpénétration est faite à l'ajout de chaque défaut dans une impulsion et au moment de l'assemblage des impulsions. Les données acquises dans ce travail ont permis de caractériser les défauts qui sont créés par instabilités de surface et d'observer l'influence de l'embrèvement (voir Section 3.1). Cependant, très peu de défauts formés par effondrement du capillaire ont été observés, ce qui a empêché la calibration d'une loi de probabilité *ad hoc*. Grâce aux outils développés, il reste tout à fait possible d'ajouter manuellement un tel défaut au centre d'une impulsion.

3.5.4 Comparaison des populations générées avec les données

La Figure 3.23 présente, dans une vue semblable à celle de la Figure 3.16, deux populations générées aléatoirement. Le premier cas correspond à une réalisation du modèle présenté plus tôt. Les projections dans les plans (X, Y) sont satisfaisantes. Cependant, dans les plans (X, Z) , les défauts semblent moins groupés en amas que ce qui a été observé. Sur la Figure 3.23, la transparence d'un défaut est liée à sa hauteur dans le joint soudé. Plus il est situé vers le haut du joint, plus il est transparent. Ce sont donc les défauts du fond du cordon qui sont les plus visibles. Le second cas est le résultat d'un tirage avec une densité de probabilité uniforme dans tout le joint soudé. Les arrangements de défauts en arcs de cercle et la densité plus forte en bas de cordon ne sont pas observés dans cette réalisation.

Afin de comparer les populations générées aux données expérimentales, des calculs de spectres granulométriques sont effectués [Matheron 1972]. Vingt populations de défauts sont générées : dix avec le modèle présenté, dix en supposant une répartition uniforme des défauts. Des volumes équivalents à ceux observés par tomographie sont extraits de ces populations. Des granulométries par ouverture de la matrice sont ensuite appliquées. Cette opération consiste à appliquer récursivement des ouvertures morphologiques à la matrice et à réaliser un comptage du volume de matrice restant. Le tracé de l'évolution de ce volume constitue un spectre granulométrique. L'application répétée d'ouvertures à la matrice a pour effet de diminuer le volume de la phase solide. La Figure 3.24 présente les résultats obtenus. Le faisceau bleu représente l'enveloppe

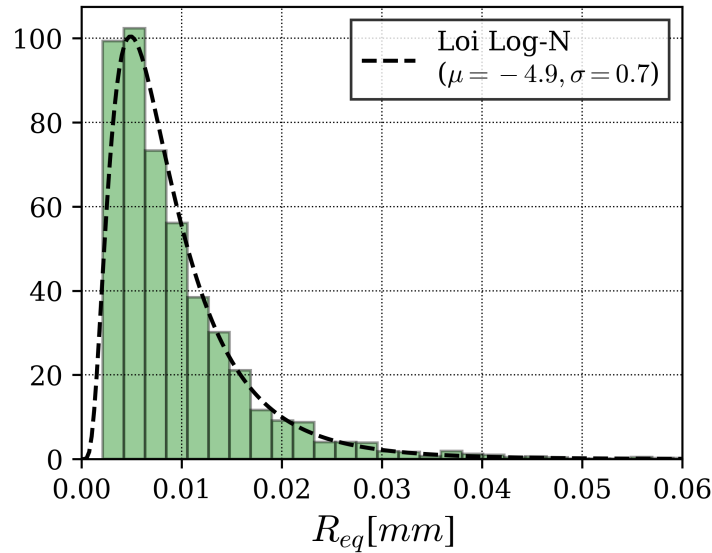


FIGURE 3.22 – Distribution des rayons équivalents et loi log-normale identifiée par maximum de vraisemblance.

des données de granulométrie observées sur les images de tomographie. Les lignes rouges avec des points correspondent aux populations dont les défauts sont répartis de manière uniforme dans la soudure. Ils présentent une transition plus rapide et saturent plus vite que les données. Les courbes avec les marqueurs carrés sont les résultats obtenus avec le modèle présenté. Leurs évolutions sont plus proches de celles des données. Cependant, toute la variabilité des données n'est pas rendue.

3.6 Conclusions du chapitre

Ce chapitre présente une caractérisation complète des défauts pouvant apparaître lors du soudage de deux pièces par laser pulsé. Les indicateurs morphologiques et mécaniques situent le défaut par rapport à tous ceux qui ont déjà été rencontrés. Cela permet de donner rapidement une première estimation de la nocivité d'un défaut ayant une forme atypique.

La calibration d'un modèle probabiliste de populations de défauts permet de créer numériquement des configurations réalistes de défauts. Cela ouvre la possibilité de lancer des études statistiques. Ce modèle est utilisé dans la suite pour analyser la fiabilité d'un joint soudé contenant des défauts. De plus, les outils développés durant ce travail sont modulaires, ce qui permet de modifier facilement les lois de probabilités utilisées, et de tester des configurations choisies.

Plusieurs aspects du modèle de génération de défauts peuvent être améliorés. Premièrement, une modélisation à deux échelles permettrait de rendre compte plus fidèlement des amas de défauts observés. Des modèles comme celui de Neymann-Scott [Neyman et Scott 1952] tirent d'abord le centre d'un amas puis les éléments de l'amas. La corrélation entre position et taille des défauts peut aussi être étudiée de manière plus exhaustive. L'hypothèse a ici été faite de ne tirer que des défauts sphériques. Cela a été motivé par les distributions des indicateurs morphologiques. Des défauts avec des formes non sphériques peuvent être tirés dans une bibliothèque de défauts déjà observés.

Enfin, il serait intéressant d'étudier l'évolution de la population de défauts en fonction des paramètres du procédé de soudage [Madison et Aagesen 2012]. Cependant, la quantité de données expérimentales à acquérir est gigantesque étant donné le nombre de paramètres à faire varier (durée de l'impulsion laser, *pulse shaping*, puissance, point de focalisation, taille du pas, *etc*).

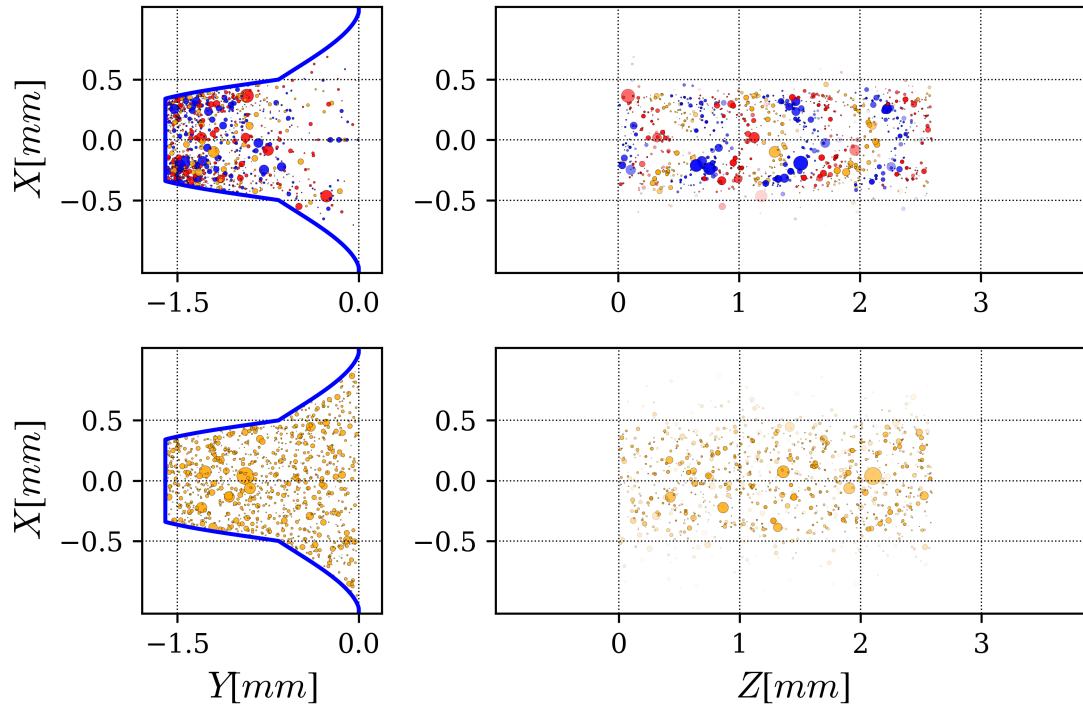


FIGURE 3.23 – Représentation de populations de défauts générées avec le modèle présenté (en haut) et avec une probabilité de présence uniforme dans la soudure (en bas). Dans le premier cas, les couleurs correspondent aux différentes impulsions. La transparence d'un défaut est liée à son altitude : plus un défaut est situé dans le fond du cordon moins il est transparent.

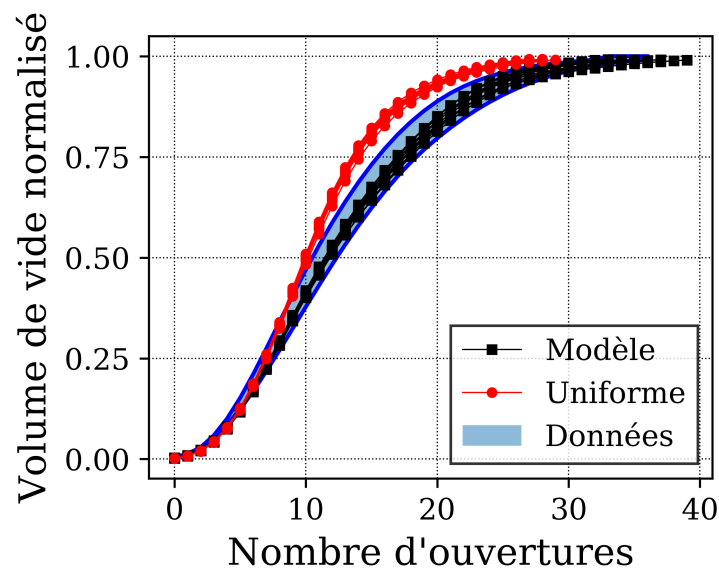


FIGURE 3.24 – Spectres granulométriques pour les données, les populations simulées avec le modèle présenté et les populations réparties de manière uniforme.

Chapitre 4

Réduction de modèles non paramétriques pour des géométries issues de techniques d'imagerie

4.1 Méthodes de réduction de modèles dans un cadre paramétrique

La méthode des éléments finis est devenue un outil incontournable dans le dimensionnement de structures industrielles. Elle repose sur la discrétisation en espace et en temps d'un problème physique (ici mécanique). Il est alors possible de formuler de manière matricielle un problème initialement décrit par des équations aux dérivées partielles. La qualité de la solution obtenue dépend de la finesse des discrétisations, mais aussi des modèles utilisés pour décrire les phénomènes. Cependant, l'amélioration de la précision engendre généralement une augmentation du coût de calcul. Dans ce contexte, des méthodes regroupées sous le terme de « méthodes de réduction de modèles » (ou ROM pour l'acronyme anglais *Reduced Order Modeling*) ont été développées. Elles visent à réduire la complexité de modèles physiques pour améliorer les performances de calculs numériques. L'idée maîtresse de la réduction de modèle est de diminuer la dimension de l'espace dans lequel la solution est recherchée. Ces méthodes sont aussi dénommées réduction de modèles par projection (*projection based model order reduction*). Ainsi, le nombre de variables à déterminer au cours de la résolution est réduit. Les nombreuses méthodes de réduction de modèle présentes dans la littérature diffèrent par les moyens employés pour construire ce nouvel espace de solutions et par la façon de formuler le problème réduit. Dans la suite, le terme « base d'ordre réduit » (ou ROB pour *Reduced Order Basis*) fera référence à une base de l'espace réduit dans lequel les solutions sont recherchées.

Deux grands types de méthodes de réduction de modèles peuvent être distingués :

- les méthodes de réduction *a priori* dans lesquelles la base d'ordre réduit est générée en même temps que la précision. Cela nécessite la mise en place d'algorithmes d'évaluation de la qualité de la solution réduite et d'adaptation à la volée de la base d'ordre réduit [Ryckelynck 2002] ;
- les méthodes de réduction *a posteriori* qui sont les plus répandues. Un ensemble de simulations représentatives sont lancées en amont. Le traitement des données générées par ces simulations permet de construire la base d'ordre réduit. La phase d'apprentissage est souvent appelée « phase hors ligne », tandis que celle d'utilisation est dite « phase en ligne ». Ce protocole générique est proche des méthodes d'apprentissage automatique non supervisé.

Les méthodes présentées dans ce travail entrent dans la seconde catégorie. Un intérêt particulier sera porté au coût numérique de la phase hors ligne. En effet, elle nécessite souvent une installation dédiée au calcul haute performance et sa complexité numérique n'est généralement pas considérée comme limitante. Une contrainte industrielle de ce travail est de développer une méthode entièrement utilisable sur des moyens informatiques limités.

4.1.1 Idées fondatrices de la réduction de modèle

Approximation de rang faible

Le problème d'intérêt est défini sur un domaine spatial Ω , un intervalle de temps $[0, T]$ et dépend d'un certain nombre de paramètres regroupés dans le vecteur $\underline{\boldsymbol{\mu}} \in \mathcal{D}_\mu$. Le chargement est appliqué *via* des conditions de Dirichlet (respectivement Neumann) sur la partie $\partial\Omega^D$ (respectivement $\partial\Omega^N$) de la frontière du domaine Ω . Les paramètres peuvent avoir une influence sur la géométrie, les conditions aux limites ou les coefficients des lois de comportement des matériaux par exemple. Dans le cadre des modèles paramétriques, le maillage est fixe et ne dépend pas des paramètres. Les modifications de géométrie sont généralement obtenues par une transformation géométrique appliquée directement aux nœuds du maillage. La méthode proposée permet de s'affranchir de cette hypothèse. La méthode des éléments finis repose sur l'hypothèse que le champ solution recherché noté $\underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}, t, \underline{\boldsymbol{\mu}})$ dépendant de la position $\underline{\mathbf{x}}$, du temps t et des paramètres $\underline{\boldsymbol{\mu}}$ peut s'écrire sous une forme à variables séparées :

$$\underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}, t, \underline{\boldsymbol{\mu}}) = \sum_{k=1}^{\mathcal{N}} \underline{\boldsymbol{\varphi}}_k(\underline{\mathbf{x}}) q_k(t, \underline{\boldsymbol{\mu}}) \quad (4.1)$$

Le champ de déplacement est une combinaison des fonctions de forme notées $\underline{\boldsymbol{\varphi}}_k(\underline{\mathbf{x}})$. Le vecteur $\underline{\mathbf{q}}$ constitué des coefficients de cette combinaison linéaire est le vecteur des degrés de liberté qui sont au nombre de \mathcal{N} . Les valeurs prises par ce vecteur dépendent de l'instant t considéré, ainsi que des valeurs des paramètres $\underline{\boldsymbol{\mu}}$. La forme multilinéaire suivante confère au champ de déplacement une structure de tenseur [Giraldi *et al.* 2013] :

$$v(\underline{\mathbf{x}}), g_t(t), g_\mu(\underline{\boldsymbol{\mu}}) \mapsto \int_{\Omega \times [0, T] \times \mathcal{D}_\mu} \underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}, t, \underline{\boldsymbol{\mu}}) v(\underline{\mathbf{x}}) g_t(t) g_\mu(\underline{\boldsymbol{\mu}}) d\underline{\mathbf{x}} dt d\underline{\boldsymbol{\mu}} \quad (4.2)$$

Dans le contexte de la réduction de modèles, ce tenseur est remplacé par une approximation de rang faible. Les méthodes de réduction de modèles diffèrent par la technique employée pour construire cette approximation. Parmi les approches les plus utilisées, il est possible de citer la méthode des bases réduites [Maday *et Ronquist* 2004], les méthodes basées sur la POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) [Lumley 1967], les méthodes dérivées de la PGD (*Proper Generalized Decomposition*) [Nouy 2010 ; Chinesta *et al.* 2011], et les méthodes génériques de décomposition en train de tenseurs d'ordre élevés [Olivier *et al.* 2019]. Ces deux dernières méthodes permettent une approche fonctionnelle de l'effet des paramètres. Dans la suite de ce travail, c'est une méthode POD incrémentale [Ryckelynck *et al.* 2006] qui a été choisie pour construire la base d'ordre réduit. Dans ce cas, l'effet des paramètres est uniquement décrit par les équations du modèle réduit.

L'application de la POD fournit une approximation de rang faible du champ de déplacement :

$$\underline{\mathbf{u}}(\underline{\mathbf{x}}, t, \underline{\boldsymbol{\mu}}) \approx \sum_{k=1}^N \underline{\boldsymbol{\psi}}_k(\underline{\mathbf{x}}) \gamma_k(t, \underline{\boldsymbol{\mu}}) \quad (4.3)$$

où $N \ll \mathcal{N}$ idéalement. Dans cette approximation, les fonctions $\underline{\boldsymbol{\psi}}_k$ sont appelées modes en espace et les γ_k sont les coordonnées réduites. Cette formulation diffère de celle donnée dans l'Équation (4.1), car les fonctions dépendant de l'espace ont maintenant un support global, contrairement aux fonctions de forme éléments finis qui ont un support local. Les modes en espace sont regroupés au sein d'une matrice notée \mathbf{V} de taille $\mathcal{N} \times N$ telle que $\underline{\boldsymbol{\psi}}_k$ soit la $k^{\text{ième}}$ colonne de \mathbf{V} :

$$\underline{\boldsymbol{\psi}}_k(\underline{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \underline{\boldsymbol{\varphi}}_i(\underline{\mathbf{x}}) V_{ik}, \quad k = 1, \dots, N \quad (4.4)$$

Il est alors possible de retrouver le vecteur de degrés de liberté par le produit matriciel suivant :

$$\underline{\mathbf{q}}(t, \underline{\boldsymbol{\mu}}) = \mathbf{V} \underline{\boldsymbol{\gamma}}(t, \underline{\boldsymbol{\mu}}) \quad (4.5)$$

Résolution par projection de Galerkin

Une fois la base d'ordre réduit déterminée, la résolution du problème mécanique peut avoir lieu. Pour chaque incrément de la résolution, un problème non linéaire est obtenu. Il est résolu itérativement par un algorithme de Newton-Raphson. L'espace dans lequel les solutions sont recherchées est l'espace vectoriel engendré par les modes en espace construits plus tôt, stockés dans la matrice \mathbf{V} . En appliquant une méthode de projection de Galerkin, le vecteur des résidus $\underline{\mathbf{r}}$ (de taille \mathcal{N}) et la matrice jacobienne du problème \mathbf{J} (de taille $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$) doivent être projetés dans l'espace réduit. Ainsi, le problème linéarisé qui doit être résolu à chaque itération de l'algorithme de Newton-Raphson revient à déterminer l'incrément de coordonnées réduites $\delta\underline{\gamma}$ (de taille N) tel que :

$$\mathbf{V}^T \mathbf{J} \mathbf{V} \delta\underline{\gamma} = -\mathbf{V}^T \underline{\mathbf{r}} \quad (4.6)$$

Il est important de remarquer ici que, malgré le fait que seules N coordonnées réduites doivent être calculées, la résolution est effectuée par l'intermédiaire d'un vecteur de résidus et d'une matrice jacobienne de tailles respectives \mathcal{N} et $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$. En notant ω la largeur de bande de la matrice \mathbf{J} , il est possible d'évaluer les complexités des opérations requises pour la résolution. Le produit $\mathbf{V}^T \underline{\mathbf{r}}$ requiert $2N\mathcal{N}$ opérations en virgule flottante. Le calcul de $\mathbf{V}^T \mathbf{J} \mathbf{V}$ nécessite lui $2N^2\mathcal{N} + 2\omega N\mathcal{N}$ opérations. Le nombre d'opérations évolue linéairement avec \mathcal{N} , la taille du problème complet. Ainsi, cette méthode de résolution peut se révéler inefficace pour calculer le champ de déplacement [Carlberg *et al.* 2011b]. Cette observation a motivé le développement de méthodes qui réduisent aussi l'opérateur (ici la matrice jacobienne). En effet, d'un point de vue théorique, il suffit de N équations pour déterminer de manière unique le vecteur $\delta\underline{\gamma}$ [Everson et Sirovich 1995]. Le choix de ces N équations est crucial car il doit assurer que le problème reste bien posé : si la solution par la méthode des éléments finis est unique, le problème réduit doit aussi admettre une seule solution.

Plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature qui s'appuient sur des prévisions partielles des variables. L'*Empirical Interpolation Method* [Barrault *et al.* 2004], la POD-EIM [Galbally *et al.* 2010] et la méthode GNAT [Carlberg *et al.* 2011a] sélectionnent des « points magiques » pour réduire la complexité des produits $\mathbf{V}^T \mathbf{J} \mathbf{V}$ et $\mathbf{V}^T \underline{\mathbf{r}}$. Les méthodes *Missing Point Estimation* [Astrid 2004] et d'hyper-réduction [Ryckelynck 2005] choisissent un ensemble d'équations pour reformuler le problème réduit. Ce choix est fait *via* une matrice identité tronquée notée \mathbf{Z} :

$$\mathbf{V}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \mathbf{J} \mathbf{V} \delta\underline{\gamma} = -\mathbf{V}^T \mathbf{Z}^T \underline{\mathbf{r}} \quad (4.7)$$

Le nombre de termes non nuls dans la matrice \mathbf{Z} est de l'ordre de grandeur de N , ce qui permet de réduire d'un facteur \mathcal{N}/N la complexité des produits matriciels mis en jeu. Dans ce travail, c'est la méthode d'hyper-réduction de modèle qui est utilisée. Les équations sont sélectionnées grâce à un maillage réduit [Ryckelynck *et al.* 2016].

4.1.2 Mise en oeuvre de la méthode d'hyper-réduction de modèles dans le logiciel Z-Set

La méthode d'hyper-réduction [Ryckelynck 2005] propose une réduction de la dimension de l'espace des solutions et une restriction de l'équilibre mécanique à un domaine d'intégration réduit (ou RID pour *Reduced Integration Domain*). Son application suit les étapes suivantes, qui seront détaillées par la suite :

1. **Phase hors-ligne** : échantillonnage de l'espace des paramètres et lancement de plusieurs simulations pour construire une matrice de clichés ;
2. **Construction de la base d'ordre réduit** : la matrice de clichés est traitée (avec la POD incrémentale dans le logiciel Z-Set [Z-Set 2019]) et la matrice \mathbf{V} est obtenue ;
3. **Construction du RID** : le domaine d'intégration réduit est construit algorithmiquement à partir de la matrice \mathbf{V} ;
4. **Résolution hyper-réduite** : le calcul peut être lancé. La solution, déterminée sur le RID, est une combinaison linéaire de modes. Des indicateurs de l'erreur commise sont disponibles [Ryckelynck *et al.* 2015] ;
5. **Reconstruction de la solution sur le domaine complet** : à la fin du calcul hyper-réduit, la solution mécanique n'est connue que sur le RID. Des méthodes permettent de calculer rapidement la solution sur le domaine complet.

Phase hors-ligne et construction de la base d'ordre réduit

La phase hors-ligne consiste à acquérir suffisamment de données pour construire la matrice \mathbf{V} . L'algorithme de POD incrémentale [Ryckelynck *et al.* 2006], qui est implémenté dans le logiciel Z-Set [Z-Set 2019], est présenté ici. Les résultats de simulations sont stockés dans une matrice de clichés \mathbf{Q} . Chaque colonne de cette matrice est un cliché, c'est-à-dire les valeurs nodales du champ d'intérêt pour un instant et un jeu de paramètres donnés. N_S clichés ont été choisis. La matrice \mathbf{Q} , de taille $\mathcal{N} \times N_S$, est décomposée comme suit :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{V}\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{R}, \text{ où } \mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}_N \text{ et } \|\mathbf{R}\| < \varepsilon_{\text{tol}} \|\mathbf{Q}\|$$

La matrice \mathbf{V} est la matrice de taille $\mathcal{N} \times N$ contenant les modes en espace. La matrice $\boldsymbol{\gamma}$ contient les coordonnées réduites et \mathbf{R} est la matrice d'erreur d'approximation. Cette décomposition fait apparaître un premier paramètre ε_{tol} qui permet de contrôler l'erreur commise.

À l'issue de l'ajout du premier cliché $\underline{\mathbf{q}}^{(1)}$, l'approximation s'écrit :

$$\mathbf{Q}^{(1)} = [\underline{\mathbf{q}}^{(1)}] = \mathbf{V}^{(1)}\boldsymbol{\gamma}^{(1)}, \text{ où } \mathbf{V}^{(1)} = [\underline{\mathbf{q}}^{(1)} / \|\underline{\mathbf{q}}^{(1)}\|] \text{ et } \boldsymbol{\gamma}^{(1)} = [\|\underline{\mathbf{q}}^{(1)}\|] \quad (4.8)$$

Dans ce cas, l'erreur d'approximation est nulle. L'extension de la décomposition est présentée dans la suite. Considérons une décomposition de n clichés pré-existante :

$$\mathbf{Q}^{(n)} = \mathbf{V}^{(n)}\boldsymbol{\gamma}^{(n)} + \mathbf{R}^{(n)} \quad (4.9)$$

où la matrice $\mathbf{Q}^{(n)}$ contient n colonnes et $\mathbf{V}^{(n)}$ $M \leq n$ colonnes. Un cliché supplémentaire $\underline{\mathbf{q}}^{(n+1)}$ est ajouté à cette matrice :

$$\mathbf{Q}^{(n+1)} = [\mathbf{Q}^{(n)}, \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)}] \quad (4.10)$$

Le résidu de la projection de $\underline{\mathbf{q}}^{(n+1)}$ sur l'espace vectoriel engendré par les colonnes de $\mathbf{V}^{(n)}$ est d'abord calculé, ainsi que sa norme p :

$$\delta \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} = \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} - \mathbf{V}^{(n)} (\mathbf{V}^{(n)})^T \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} \quad (4.11)$$

$$p = \|\delta \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)}\| \quad (4.12)$$

La valeur de p permet de savoir si le nouveau cliché apporte une information qui n'est pas encore contenue dans la base d'ordre réduit. Elle est comparée à la valeur $\varepsilon_{\text{ortho}} \|\underline{\mathbf{q}}^{(n+1)}\|$, qui fait apparaître le deuxième paramètre de la POD incrémentale $\varepsilon_{\text{ortho}}$. Si p est plus petit que cette tolérance, la base d'ordre réduit n'est pas augmentée et les coordonnées réduites sont mises à jour :

$$\mathbf{V}^{(n+1)} = \mathbf{V}^{(n)} \quad (4.13)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(n+1)} = \left[\boldsymbol{\gamma}^{(n)}, (\mathbf{V}^{(n)})^T \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} \right] \quad (4.14)$$

Dans le cas où p est plus grand que la tolérance, il faut introduire une nouvelle contribution dans la base réduite. L'approximation est écrite comme suit :

$$\mathbf{Q}^{(n+1)} = [\mathbf{V}^{(n)}, \delta \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)}/p] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}^{(n)} & (\mathbf{V}^{(n)})^T \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} \\ \mathbf{0} & p \end{bmatrix} + [\mathbf{R}^{(n)}, \mathbf{0}] \quad (4.15)$$

La matrice de corrélation des coordonnées réduites \mathbf{C} de taille $(M+1) \times (M+1)$ est calculée et diagonalisée :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}^{(n)} & (\mathbf{V}^{(n)})^T \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} \\ \mathbf{0} & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}^{(n)} & (\mathbf{V}^{(n)})^T \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} \\ \mathbf{0} & p \end{bmatrix}^T \quad (4.16)$$

$$\text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{M+1}) = \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} = \mathbf{U}^T \mathbf{C} \mathbf{U} + \mathbf{E}, \text{ où } \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{M+1} \geq 0 \quad (4.17)$$

\mathbf{U} est une restriction de \mathbf{B} aux K premières colonnes telles que $\lambda_K \geq \varepsilon_{\text{tol}}^2 \lambda_1 > \lambda_{K+1}$. La base d'ordre réduit et les coordonnées réduites sont alors mises à jour :

$$\mathbf{V}^{(n+1)} = [\mathbf{V}^{(n)}, \delta \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)}] \mathbf{U} \quad (4.18)$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{(n+1)} = \mathbf{U}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}^{(n)} & (\mathbf{V}^{(n)})^T \underline{\mathbf{q}}^{(n+1)} \\ \underline{\mathbf{0}} & p \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Lorsque les tolérances tendent vers 0, la qualité de l'approximation est améliorée dans un premier temps. Pour des valeurs très faibles, des modes constitués seulement de bruit numérique risquent d'être construits. Dans le logiciel Z-Set [Z-Set 2019], les deux tolérances sont fixées par défaut à 10^{-6} . Cette opération peut être appliquée à tout champ (nodal ou défini aux points de Gauss) stocké dans une base de résultats Z-Set. Cela peut avoir un intérêt pour l'archivage de données de simulation notamment : il est moins cher de stocker les matrices \mathbf{V} et $\boldsymbol{\gamma}$ que l'ensemble des résultats. Cela a notamment été appliqué à l'élagage de données tomographiques [Hilth *et al.* 2019].

Construction du RID

Afin de diminuer la complexité des itérations de l'algorithme de Newton-Raphson, la méthode d'hyper-réduction [Ryckelynck 2005] propose de restreindre l'écriture de l'équilibre mécanique à un domaine d'intégration réduit (RID). Ce domaine est déterminé algorithmiquement en suivant une approche heuristique à partir des modes calculés au préalable. L'application de la *Discrete Empirical Interpolation Method* [Chaturantabut et Sorensen 2010] sur la matrice des modes de degrés de liberté donne un ensemble de points d'interpolation [Ryckelynck *et al.* 2016]. Ces points d'interpolation sont des nœuds du maillage associés au problème complet. Tous les éléments attachés à ces points d'interpolation sont ajoutés au maillage du domaine réduit. Cette opération peut être répétée sur plusieurs couches d'éléments. En plus, des points d'interpolation nécessaires à la résolution, le RID peut contenir les points d'interpolation de bases d'ordre réduit liées à d'autres variables (contraintes ou déformations plastiques par exemple) [Ryckelynck *et al.* 2016]. Il a été observé que l'augmentation de la taille du RID permet d'améliorer la précision hyper-réduite en concédant une baisse des performances. La méthode k-SWIM [Hilth *et al.* 2019] sélectionne plusieurs points d'interpolation par mode et agrandit de fait le RID. Un exemple de RID est donné sur la Figure 4.1. Le RID y est représenté en rouge. Les nœuds qui sont strictement à l'intérieur du RID sont utilisés pour résoudre l'équilibre mécanique (en noir sur la Figure 4.1). L'ensemble des indices des degrés de liberté attachés à ces nœuds est noté \mathcal{F} . Les nœuds qui sont à l'interface entre le RID et le domaine complet (en vert) sont maintenant situés sur le bord du domaine d'intégration. L'interface entre le RID et le domaine complet est notée Γ .

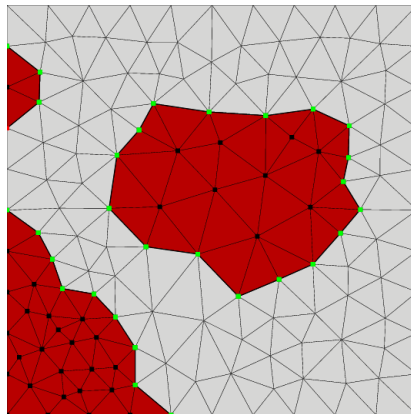


FIGURE 4.1 – Exemple de domaine d'intégration réduit Ω_R représenté en rouge sur le domaine total Ω en gris. Les nœuds retenus pour le calcul de l'équilibre mécanique sont représentés par des carrés noirs. Les nœuds de l'interface $\Omega_R \cap \Omega$ sont représentés par des carrés verts. Des conditions de Dirichlet sont appliquées à ces nœuds grâce aux modes.

Résolution hyper-réduite

La restriction du domaine de résolution au RID fait apparaître une nouvelle frontière Γ pour laquelle aucune condition aux limites n'est connue. Afin de déterminer les conditions aux limites à appliquer tout en assurant une continuité du déplacement au travers de Γ , les modes $\underline{\psi}_k$ sont découpés en deux contributions :

$$\underline{\psi}_k(\mathbf{x}) = \underline{\psi}_k^Z(\mathbf{x}) + \underline{\psi}_k^E(\mathbf{x}) \quad (4.20)$$

$$\underline{\psi}_k^Z(\mathbf{x}) = \sum_{i \in \mathcal{F}} V_{ik} \underline{\varphi}_i(\mathbf{x}) \quad (4.21)$$

$$\underline{\psi}_k^E(\mathbf{x}) = \sum_{i \notin \mathcal{F}} V_{ik} \underline{\varphi}_i(\mathbf{x}) \quad (4.22)$$

La première contribution $\underline{\psi}_k^Z$ est localisée strictement à l'intérieur du RID et la deuxième contribution $\underline{\psi}_k^E$ complète le mode à l'extérieur du RID et sur l'interface. Il vient grâce à cette construction :

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma, \forall k \in \{1, \dots, N\}, \underline{\psi}_k^Z(\mathbf{x}) = 0 \quad (4.23)$$

La prévision hyper-réduite du champ de déplacement sur le RID s'écrit donc :

$$\underline{\mathbf{u}}_{HR}(\mathbf{x}, t) = \underline{\mathbf{u}}_0(\mathbf{x}, t) + \underline{\mathbf{u}}_\Gamma(\mathbf{x}, t) + \sum_{k=1}^N \underline{\psi}_k^Z(\mathbf{x}) \gamma_k(t) \quad (4.24)$$

$\underline{\mathbf{u}}_0(\mathbf{x}, t)$ est un déplacement satisfaisant aux conditions de Dirichlet appliquées sur $\partial\Omega_R \cap \partial\Omega^D$. Le champ $\underline{\mathbf{u}}_\Gamma(\mathbf{x}, t)$ est une pseudo-condition de Dirichlet appliquée à Γ de la forme :

$$\underline{\mathbf{u}}_\Gamma(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^N \underline{\psi}_k^E(\mathbf{x}) \gamma_k^E(t) \quad (4.25)$$

Il ne s'agit pas d'une condition de Dirichlet rigoureuse car le vecteur $\underline{\gamma}^E$ n'est pas déterminé. Des équations de fermeture supplémentaires sont nécessaires. Afin de rester conforme à l'approximation de rang faible usuelle, il est choisi de poser :

$$\forall t \in [0, T], \quad \underline{\gamma}^E(t) = \underline{\gamma}(t) \quad (4.26)$$

où $\underline{\gamma}(t)$ sont les coordonnées réduites déterminées par la résolution de l'équilibre mécanique sur Ω_R . Ainsi, la prévision hyper-réduite du champ de déplacement de l'Équation (4.24) se réécrit :

$$\underline{\mathbf{u}}_{HR}(\mathbf{x}, t) = \underline{\mathbf{u}}_0(\mathbf{x}, t) + \sum_{k=1}^N \underline{\psi}_k(\mathbf{x}) \gamma_k(t) \quad (4.27)$$

Cependant, les fonctions tests qui peuvent être utilisées dans la formulation faible des équations d'équilibre restent restreintes à l'intérieur du RID. Elles sont de la forme :

$$\underline{\mathbf{v}}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^N \underline{\psi}_k^Z(\mathbf{x}) \gamma_k^*(t), \quad \text{où } \underline{\gamma}^* \in \mathbb{R}^N \quad (4.28)$$

Ces fonctions tests sont bien cinématiquement admissibles car elles s'annulent sur l'interface Γ . Ainsi, la formulation de Petrov-Galerkin de l'équilibre mécanique sur le RID s'écrit (composante par composante) : Trouver $\underline{\gamma}^*(t) \in \mathbb{R}^N$ tel que :

$$\forall k \in \{1, \dots, N\}, \forall t \in [0, T], \quad \int_{\Omega_R} \underline{\varepsilon}(\underline{\psi}_k^Z) : \underline{\sigma}(\mathbf{x}, \underline{\varepsilon}(\underline{\mathbf{u}}_{HR})) d\mathbf{x} - \int_{\partial\Omega_R \cap \partial\Omega^N} \underline{\psi}_k^Z \underline{\mathbf{F}}(t) d\mathbf{x} = 0 \quad (4.29)$$

Sous forme matricielle, ce problème peut s'écrire comme l'Équation (4.7), où la matrice \mathbf{Z} est remplacée par un opérateur de restriction aux indices dans \mathcal{F} . Pour les problèmes mécaniques intégrant du contact, la notion d'interface entre le domaine réduit et le reste du domaine est plus difficile à définir. L'hyper-réduction des problèmes de contact a été traitée dans [Fauque *et al.* 2018].

Reconstruction des champs sur le domaine complet

Au cours d'une résolution par la méthode d'hyper-réduction de modèles, la loi de comportement du matériau n'est intégrée que sur le RID. Cependant, il peut être intéressant de connaître les champs mécaniques (et notamment les variables intégrées) sur l'ensemble du domaine de définition du problème.

Considérons, dans un premier temps, que l'utilisateur dispose d'une base POD de la variable à reconstruire, notée \mathbf{X} . Une approche de type gappy POD [Everson et Sirovich 1995] peut alors être appliquée. Les valeurs de \mathbf{X} sont connues au cours du temps sur le RID, et les modes POD associés sont stockés dans la matrice $\mathbf{V}^{\mathbf{X}}$. La restriction de cette matrice aux points inclus dans le RID est notée $\mathbf{V}_R^{\mathbf{X}}$. Le vecteur $\underline{\mathbf{q}}_R^{\mathbf{X}}(t)$ contient les valeurs calculées sur le RID de la variable \mathbf{X} à l'instant t . Les coordonnées réduites $\underline{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathbf{X}}(t)$ sont le résultat de la minimisation suivante :

$$\underline{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathbf{X}}(t) = \underset{\boldsymbol{\gamma}^*}{\operatorname{argmin}} \left\| \underline{\mathbf{q}}_R^{\mathbf{X}}(t) - \mathbf{V}_R^{\mathbf{X}} \boldsymbol{\gamma}^* \right\|^2 \quad (4.30)$$

Le champ complet à l'instant t stocké dans le vecteur $\underline{\mathbf{q}}^{\mathbf{X}}(t)$ est quant à lui récupéré grâce au produit matriciel suivant :

$$\underline{\mathbf{q}}^{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{V}^{\mathbf{X}} \underline{\boldsymbol{\gamma}}^{\mathbf{X}}(t) \quad (4.31)$$

Si aucune base POD autre que celle des degrés de liberté n'est disponible, il faut réintégrer la loi de comportement. Pour ce faire, les degrés de liberté sont reconstruits sur tout le domaine, et l'étape d'intégration est rejouée pour chaque point de Gauss.

Indicateur de l'erreur commise

Un indicateur d'erreur pour la méthode d'hyper-réduction a été proposé dans des travaux antérieurs [Ryckelynck *et al.* 2015]. Il permet d'évaluer la qualité de l'approximation hyper-réduite au cours du calcul. Son évaluation requiert l'existence d'une famille de modes de contrainte statiquement admissibles à 0 (SA0) au sens des éléments finis, stockée dans la matrice \mathbf{V}^{σ} . Au cours de la résolution, c'est la matrice restreinte au RID, notée \mathbf{V}_R^{σ} , qui est utilisée. À l'instant t , après l'intégration de la loi de comportement, l'état de contrainte courant est connu sur le RID : il est stocké dans le vecteur $\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{ROM}}(t)$. Cet état de contrainte n'est pas SA0 si des conditions de Neumann sont appliquées. Il doit alors être corrigé par un vecteur $\underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{Neumann}}(t)$. Ce vecteur peut, par exemple, correspondre à l'état de contrainte de la structure avec un comportement élastique linéaire. Il est alors possible de calculer l'erreur de projection de ce vecteur sur la base de contrainte SA0 :

$$e_{\text{proj}}^2(t) = \min_{\boldsymbol{\gamma}} \left\| \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{ROM}}(t) - \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{Neumann}}(t) - \mathbf{V}_R^{\sigma} \boldsymbol{\gamma} \right\|^2 \quad (4.32)$$

Cette erreur est intégrée au cours du temps et normalisée pour produire l'indicateur d'erreur suivant $\eta_{\sigma}(T)$:

$$\eta_{\sigma}(T) = \left(\frac{\int_0^T e_{\text{proj}}^2(t) dt}{\int_0^T \left\| \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{ROM}}(t) - \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{Neumann}}(t) \right\|^2 dt} \right)^{1/2} \times 100 \quad [\%] \quad (4.33)$$

Cet indicateur quantifie si le champ de contrainte obtenu par intégration de la loi de comportement est semblable à ceux qui ont été observés lors de la phase d'apprentissage. Deux contributions peuvent être distinguées dans $e_{\text{proj}}^2(t)$. Faisons tout d'abord l'hypothèse que l'espace vectoriel des contraintes SA0 est exactement le sous-espace vectoriel engendré par les colonnes de \mathbf{V}^{σ} . Alors, $e_{\text{proj}}^2(t)$ quantifie l'écart à l'équilibre de l'état de contrainte courant qui informe sur l'erreur commise par l'approximation hyper-réduite. Malheureusement, les colonnes de \mathbf{V}^{σ} n'engendrent généralement qu'un sous-espace vectoriel des contraintes SA0. Ainsi, une erreur d'approximation vient s'ajouter à celle calculée précédemment. Cette erreur est liée à la représentation de faible dimension de l'espace des champs de contrainte SA0.

L'erreur entre la prévision hyper-réduite et la simulation éléments finis peut être calculée comme suit :

$$e_{\sigma}(T) = \left(\frac{\int_0^T \left\| \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{ROM}}(t) - \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{FOM}}(t) \right\|^2 dt}{\int_0^T \left\| \underline{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{FOM}}(t) \right\|^2 dt} \right)^{1/2} \times 100 \quad [\%] \quad (4.34)$$

où $\underline{\sigma}_{\text{FOM}}(t)$ est l'état de contrainte restreint au RID à l'instant t obtenu par éléments finis. Un calcul complet doit être mené pour calculer $e_\sigma(T)$. Pour éviter cela, il est proposé de calibrer l'indicateur η_σ pour reproduire la valeur de e_σ . La relation entre les deux grandeurs est supposée linéaire :

$$e_\sigma(t) = c_\eta \eta_\sigma(t) \quad (4.35)$$

La calibration consiste donc en la détermination de la constante c_η . Dans ce travail, pour limiter le coût de calcul lié à cette calibration, le premier incrément de calcul (au temps t_1) est réalisé avec le modèle complet et le modèle hyper-réduit. La constante c_η est calculée comme suit :

$$c_\eta = \frac{e_\sigma(t_1)}{\eta_\sigma(t_1)} \quad (4.36)$$

4.2 Présentation de la méthodologie proposée dans le cas de géométries issues de techniques d'imagerie

4.2.1 Tentative d'approche paramétrique

Les méthodes de réduction de modèles présentées ci-dessus ont fait leurs preuves dans un contexte paramétrique de faible dimension (inférieure à 10). En effet, lorsque le nombre de paramètres augmente, le coût de la phase hors-ligne explose. Ce phénomène, connu sous le nom de « malédiction de la dimensionnalité », a motivé certains travaux sur des problèmes à grand nombre de paramètres [Ladevèze *et al.* 2018]. Afin de conférer la structure de tenseur à l'objet à manipuler, la dimension de l'espace paramétrique \mathcal{D}_μ doit être fixée dès le début de la phase d'apprentissage. Cette nécessité ne pose généralement pas de problème, mais constitue une rigidité difficile à appréhender dans le contexte de cette étude, où la géométrie du domaine est issue de techniques d'imagerie. En effet, la dimension de l'espace paramétrique dépend du nombre de défauts considérés. Un défaut simple de forme sphérique est défini par 4 paramètres (3 pour la position, 1 pour sa taille). Ainsi, pour une population de n défauts, la taille de l'espace paramétrique est d'au moins $4n$. Une augmentation ici linéaire est déjà problématique car une grande dimension est vite atteinte. De plus, la dimension de \mathcal{D}_μ dépendant du nombre de défauts considérés, il faudrait construire une base d'ordre réduit pour une population de 1, 2, ..., n défauts. La complexité est donc combinatoire. Le cas de plaques multi-perforées est traité avec la PGD dans [Ghnatios *et al.* 2019]. Le matériau est supposé élastique linéaire et plusieurs configurations de défauts cylindriques sont simulées. La dimension de l'espace paramétrique reste faible car des cas simples sont considérés (trous de même taille espacés régulièrement). Dans le cas de simulations de joints soudés contenant plusieurs défauts induisant de la plasticité, une paramétrisation simple du problème semble hors d'atteinte.

Cependant, dans le cas de problèmes non paramétriques, la structure de tenseur des objets manipulés tombe. L'application des méthodes présentées plus tôt n'est pas directe. La méthode développée au cours de ce travail permet de contourner ce problème en construisant une base d'ordre réduit à partir de plusieurs contributions. Une contribution à l'échelle de la structure est enrichie localement par des contributions liées aux défauts. La phase d'apprentissage automatique est donc réalisée en faisant une hypothèse de séparation d'échelles, bien que ces dernières soient couplées dans le problème cible. Cette démarche d'enrichissement de base d'ordre réduit a déjà été utilisée pour introduire des effets d'entaille dans des panneaux chargés dynamiquement [Wang *et al.* 2018]. L'enrichissement est alors supposé linéaire, ce qui n'est pas le cas dans ce travail.

4.2.2 Problème cible

Ce travail se concentre sur la résolution de problèmes mécaniques en élasto-plasticité cyclique sous l'hypothèse des petites perturbations. Le problème d'intérêt est noté \mathcal{P}^\star . Le domaine spatial occupé par la structure est noté Ω^\star . Ce domaine contient des défauts propres au composant qui vient d'être contrôlé. L'exposant \star indique ici des objets qui dépendent du composant en cours d'étude. La résolution numérique de \mathcal{P}^\star consiste en la détermination du champ de déplacement \underline{u}^\star dans le domaine Ω^\star au cours du temps évoluant dans l'intervalle $[0, T]$. Pour accélérer la résolution, la méthode d'hyper-réduction est utilisée.

La première étape dans l'application de cette méthode est le calcul d'une base d'ordre réduit. Dans le cas présent, le domaine de résolution Ω^* dépend du composant et n'a jamais été rencontré auparavant, aucun calcul hors-ligne n'est donc disponible. Dans le cadre de simulations cycliques, il est possible de calculer un cycle pour construire une base d'ordre réduit [Casenave *et al.* 2019]. Les cycles suivants peuvent alors être calculés avec la méthode d'hyper-réduction. Le calcul de ce premier cycle nécessite une certaine puissance de calcul. Dans l'exemple de l'aube de turbine de [Casenave *et al.* 2019], le premier cycle est calculé sur 48 sous-domaines avec la méthode AMP-FETI [Bovet *et al.* 2017] implémentée dans Z-Set [Z-Set 2019]. En effet, ce calcul comprend près de 5 millions de degrés de liberté. Supposons maintenant qu'il existe N^* modes dits « exacts » notés $\underline{\psi}_k^*$ tels que :

$$\underline{\mathbf{u}}^*(\underline{\mathbf{x}}, t) = \underline{\mathbf{u}}_0^*(\underline{\mathbf{x}}, t) + \sum_{k=1}^{N^*} \underline{\psi}_k^*(\underline{\mathbf{x}}) \gamma_k^*(t) \quad (4.37)$$

$$\underline{\psi}_k^*(\underline{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^{N^*} V_{ik}^* \varphi_i^*(\underline{\mathbf{x}}), \quad k = 1, \dots, N^*, \quad N^* \leq \mathcal{N}^* \quad (4.38)$$

Dans l'Équation (4.37), le champ $\underline{\mathbf{u}}_0^*$ est un champ de déplacement qui remplit les conditions de Dirichlet imposées sur une partie de la frontière du domaine Ω^* . \mathcal{N}^* est le nombre total de degrés de liberté du problème \mathcal{P}^* . Les fonctions $\varphi_i^*(\underline{\mathbf{x}})$ sont les fonctions de forme éléments finis. \mathbf{V}^* est une matrice de taille $\mathcal{N}^* \times N^*$ qui contient les valeurs nodales des modes exacts. Les γ_k^* sont les coordonnées réduites. Une fois les modes exacts obtenus, l'application de la méthode d'hyper-réduction est possible, le RID est construit, et le calcul peut être lancé (voir Section 4.1.2).

La méthode présentée ici propose de contourner le calcul des modes exacts. D'une part, ils sont extrêmement coûteux à calculer. D'autre part, ils contiennent l'effet des défauts du composant courant sur l'état mécanique total de la pièce. La base d'ordre réduit calculée sera donc inutile pour le calcul d'une autre pièce. Dans la suite, la base d'ordre réduit spécifique à \mathcal{P}^* combine deux contributions à des échelles différentes : celle de la structure et celle des défauts. La première contribution pourra être réutilisée pour les autres pièces du même type qui seront produites plus tard, tandis que les contributions locales des défauts seront potentiellement valables pour un défaut de morphologie similaire. Le fait de regrouper les deux contributions dans une même base d'ordre réduit permet d'introduire un couplage entre les échelles.

4.2.3 Construction d'une base d'ordre réduit à deux échelles

Réponse mécanique locale autour des défauts

Les défauts agissent comme des concentrateurs de contraintes et modifient localement les états mécaniques. La Figure 4.2 présente un exemple. Il s'agit d'un défaut cylindrique dans une matrice carrée qui est sollicitée dans la direction horizontale. L'échelle de couleur représente les valeurs du déplacement dans la direction de chargement. À gauche est tracé le champ solution. Il est perturbé près du trou. Il est possible de décomposer ce champ en deux contributions comme proposé par la Figure 4.2. La première, au centre, est la réponse de la structure sans défaut. Le déplacement évolue linéairement selon la direction horizontale. La seconde contribution, à droite, est la différence entre les deux premiers champs. Il est à noter que ce champ est très localisé autour du défaut. Dans ce travail, il est proposé de construire des bases d'ordre réduit disjointes pour décrire ces deux contributions. Il s'agit d'apprentissage automatique à deux échelles.

La première est dite « globale » et décrit le comportement mécanique du composant d'intérêt sans défaut. Cette contribution peut être calculée en post-traitant une simulation de dimensionnement. Les modes ainsi construits sont dits « idéalisés » car ils représentent une pièce sans défaut. Cette base d'ordre réduit est ensuite enrichie par des modes localisés autour des défauts. En effet, la qualité d'une estimation de la durée de vie dépend de la précision de la prévision des champs de contrainte et de déformation dans les zones d'intérêt. Dans le cadre de cette étude, les défauts constituent des sites privilégiés pour l'amorçage de fissures [Fomin et Kashaev 2017]. Il est donc très important de bien décrire la plasticité locale autour des pores. Elle est grandement influencée par la morphologie des défauts [Qian *et al.* 2016] et par le trajet de chargement appliqué à ces derniers (voir Complément 4.1 pour les effets de trajet). Afin de bien prendre en compte ces deux aspects, les modes caractérisant l'influence des défauts sont construits à la volée sur le défaut tel qu'il a été observé et pour le chargement d'intérêt.

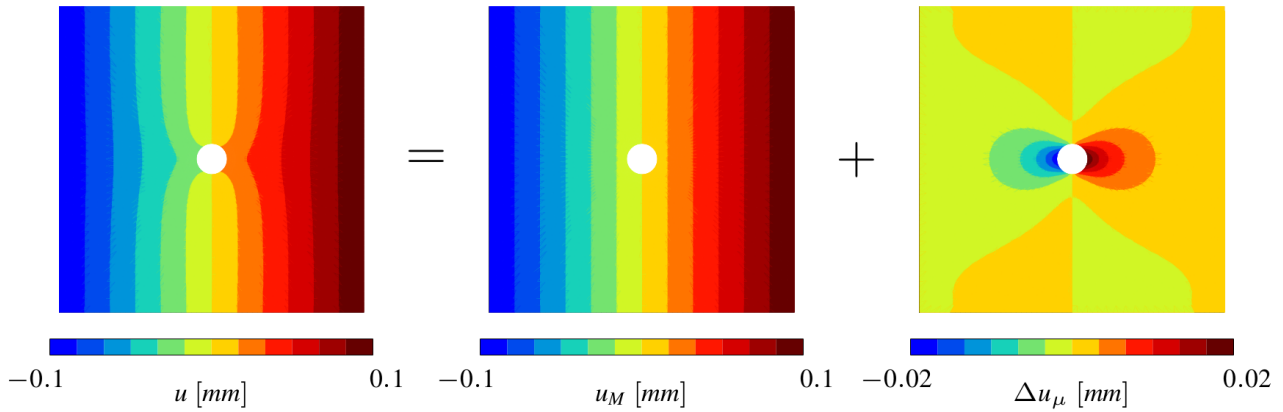


FIGURE 4.2 – Décomposition du champ de déplacement autour d'un défaut cylindrique en une partie liée à la pièce, et une partie de fluctuation, liée au défaut.

Modes globaux

La première contribution calculée est globale et ne prend pas en compte les défauts. Elle décrit le comportement mécanique du composant d'intérêt. Ce dernier peut être influencé par un certain nombre de paramètres (coefficients matériau ou paramètres de chargement par exemple) regroupés dans le vecteur $\underline{\mu}^G \in \mathcal{D}^G$. Une procédure classique de construction de modes peut être appliquée ici. L'espace paramétrique $\overline{\mathcal{D}}^G$ est échantillonné et des simulations par éléments finis sont lancées. L'application de la POD incrémentale à la matrice de clichés obtenus (voir Section 4.1.2) permet d'extraire une matrice \mathbf{V}^G contenant les modes globaux. Ces modes notés $\underline{\psi}_k^G$ sont au nombre de N^G et définis sur le domaine spatial de la pièce sans défaut Ω^G . Dans le cadre de ce travail, il n'y a généralement qu'un seul calcul global, qui correspond au calcul sur la géométrie finale déterminée par l'étude de dimensionnement. Les lois de comportement sont déterminées en amont et le chargement à appliquer est fixé.

Modes de fluctuation

Fluctuation en déplacement

Soit Ω^d un domaine spatial. Un point $\underline{x}_0 \in \Omega^d$ est utilisé comme origine. Le tenseur de déformation moyenne appliqué à Ω^d et noté $\underline{\mathcal{E}}$ est défini par :

$$\underline{\mathcal{E}}(t) = \frac{1}{v(\Omega^d)} \int_{\Omega^d} \underline{\xi}(\underline{x}, t) d\underline{x}$$

où $\underline{\xi}(\underline{x}, t)$ est le tenseur de déformation local au point \underline{x} à l'instant t et $v(\Omega^d)$ est le volume de Ω^d . La fluctuation en déplacement $\Delta \underline{u}$ par rapport au point de référence \underline{x}_0 est définie comme suit :

$$\Delta \underline{u}(\underline{x} - \underline{x}_0, t) = \underline{u}(\underline{x}, t) - \underline{\mathcal{E}}(t) \cdot (\underline{x} - \underline{x}_0)$$

Dans la méthodologie présentée ici, il est proposé de construire une base d'ordre réduit sur la fluctuation induite par chaque défaut. Le domaine Ω^d est supposé cubique et centré en \underline{x}_0 . Le défaut d'intérêt est introduit dans le domaine de sorte que son centre de gravité se trouve en \underline{x}_0 . Le domaine Ω^d est choisi assez grand pour satisfaire l'hypothèse de dilution :

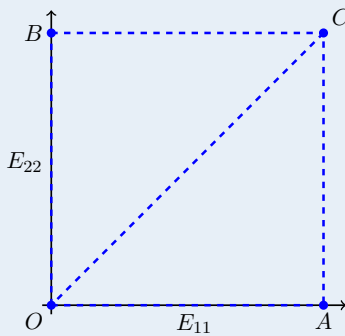
$$\forall \underline{x} \in \partial\Omega^d, \forall t \in [0, T], \Delta \underline{u}(\underline{x} - \underline{x}_0, t) \approx 0 \quad (4.39)$$

Dans la pratique, cette hypothèse est vérifiée pour des fractions volumiques de vide très faibles (de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6}). Pour adapter le plus possible les modes de fluctuation au problème à traiter (voir Complément 4.1), le tenseur de déformation moyenne appliqué doit être proche du chargement vu par le défaut

dans le composant d'intérêt. Dans ce but, $\underline{E}(t)$ est calculé à partir de la simulation d'une pièce sans défaut. Le trajet de chargement du point d'intégration le plus proche du centre de gravité du défaut à introduire est utilisé comme condition aux limites pour construire les modes de fluctuation. Si le défaut est de grande taille, il est possible qu'il soit soumis à un gradient de déformation. Des travaux dans le domaine de l'homogénéisation proposent l'application d'un gradient de déformation comme condition aux limites [Kruch et Forest 1998 ; Trinh et Forest 2010]. Pour des raisons de simplicité, un chargement uniforme aux bords est toujours appliqué ici. La simulation de ce domaine fictif Ω^d contenant un défaut permet de construire une matrice de clichs de fluctuation et d'en extraire une famille de modes comme précédemment. Ces modes sont notés $\underline{\psi}_k^f$ et sont au nombre de N_f . Ils sont stockés dans la matrice \mathbf{V}^f .

De l'influence de la direction du chargement sur les modes de fluctuation

Le trajet de chargement a un impact très fort sur la réponse mécanique autour d'un défaut. Ainsi, au cours de la phase d'apprentissage, les chargements appliqués doivent être représentatifs afin d'avoir une base d'ordre réduit la plus adaptée possible. Dans le contexte de cette étude, l'effet d'histoire induit par la plasticité introduit une difficulté supplémentaire. Ceci est illustré en prenant l'exemple des modes de fluctuation obtenus sur le défaut 796 déjà présenté dans le Chapitre 3.



Le volume contenant le défaut est chargé selon deux composantes de traction du tenseur des déformations, E_{11} et E_{22} . Plusieurs chargements sont considérés. Ils passent par les points tracés sur le schéma ci-contre. Dans la suite, les sous-espaces vectoriels engendrés par les modes obtenus pour chaque trajet de chargement sont comparés. Considérons deux bases d'ordre réduit stockées dans les matrices $\mathbf{V}_1 \in \mathbb{R}^{N \times k}$ et $\mathbf{V}_2 \in \mathbb{R}^{N \times l}$. Sans perte de généralité, il est possible de supposer que $k \leq l$.

La distance entre les sous-espaces vectoriels engendrés par les colonnes des deux matrices est calculée comme suit :

1. le produit $\mathbf{V}_1^T \mathbf{V}_2$ est calculé et ses k valeurs singulières $\{\sigma_i, i \in 1, \dots, k\}$ sont déterminées ;
2. la distance entre les deux sous-espaces, notée $d(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)$, est alors calculée comme suit :

$$d(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2) = \left(\sum_{i=1}^k \sigma_i^2 \right)^{1/2}$$

Le tableau suivant répertorie les distances calculées entre bases d'ordre réduit obtenues avec les différents trajets mentionnés :

Trajets	OA	OAC	OB	OBC	OC	(OA+OB)
OA	0	0	6,07	5,14	4,95	0
OAC	-	0	5,33	7,41	4,27	5,58
OB	-	-	0	0	5,82	0
OBC	-	-	-	0	4,74	5,32
OC	-	-	-	-	0	4,68
(OA+OB)	-	-	-	-	-	0

Comme attendu, l'effet d'histoire est très marqué. Ainsi, la combinaison des données acquises dans les deux directions (notée OA+OB) ne permet pas de rendre une combinaison des deux chargements (OAC ou OBC). De même, le chemin pris pour atteindre un état de chargement est extrêmement important : OAC, OBC et OC ne se projettent pas bien les uns sur les autres, bien que l'état final atteint soit le même.

Calcul d'une pièce contenant des défauts

Lorsqu'une pièce vient d'être contrôlée, les défauts présents sont connus, et la méthodologie peut être appliquée. La première étape consiste à construire les modes de fluctuation associés aux défauts observés. Les trajets de chargements aux centres de gravité des défauts sont extraits d'une simulation de la pièce sans défauts. Une fois la matrice \mathbf{V}^f construite, il est possible de lancer le calcul hyper-réduit de la pièce. Les modes globaux sont disponibles sur le domaine sans défaut Ω^G et les modes de fluctuation sont définis sur le domaine fictif Ω^d . Si un maillage de la pièce défectueuse est disponible, les modes sont projetés sur le domaine d'intérêt Ω^* et le RID Ω_R^* est construit comme expliqué dans la Section 4.1.2.

Il est aussi possible de construire un RID en combinant plusieurs contributions comme présenté sur la Figure 4.3. Premièrement, le RID global Ω_R^G est construit en appliquant la DEIM à la matrice \mathbf{V}^G . Ensuite, un RID lié aux modes de fluctuation Ω_R^d est construit. Le RID final est obtenu en procédant à l'union de ces deux domaines : $\Omega_R^* = \Omega_R^G \cup \Omega_R^d$. Il est aussi possible d'introduire dans le RID des points liés à des modes de contraintes, que ces derniers soient globaux ou de fluctuation (voir Section 4.2.4).

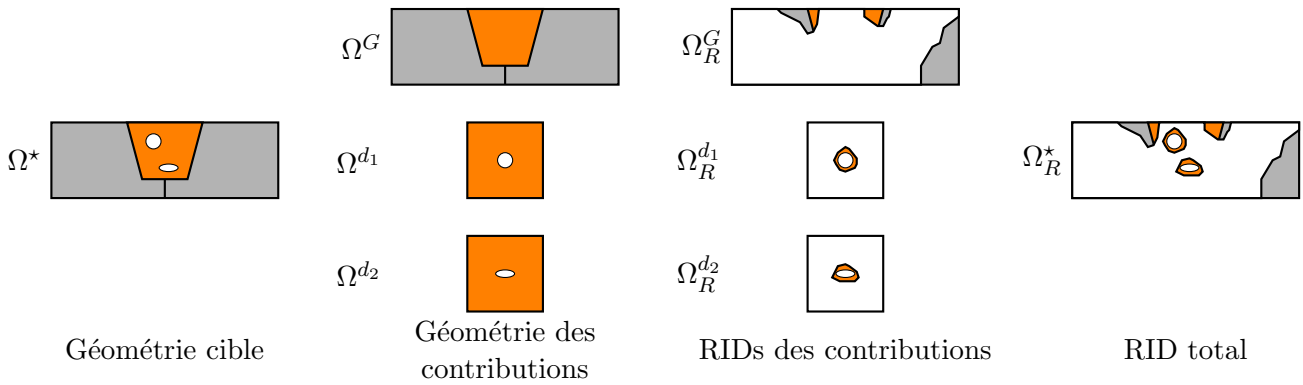


FIGURE 4.3 – Représentation schématique de la construction du RID à partir de plusieurs contributions. La première colonne correspond à la géométrie cible contenant ici deux défauts. Ce problème est ici décomposé en trois contributions : une globale et une pour chaque défaut. Un RID peut être construit pour chacune de ces contributions. L'assemblage de tous ces RID constitue le RID total.

Une fois le domaine réduit Ω_R^* déterminé, les modes globaux et de fluctuation y sont projetés. Les représentations matricielles des modes globaux et de fluctuation restreintes à Ω_R^* sont notées respectivement \mathbf{V}_R^G et \mathbf{V}_R^f . La résolution a donc lieu avec la matrice approchée \mathbf{V}^{app} :

$$\mathbf{V}^{\text{app}} = \left[\mathbf{V}_R^G | \mathbf{V}_R^f \right] \quad (4.40)$$

La matrice \mathbf{V}^{app} représente la base d'ordre réduit spécifique au composant et introduit un couplage entre les échelles. Les colonnes de cette matrice engendrent un sous-espace vectoriel proche de celui engendré par les modes « exacts » définis plus tôt (voir Complément 4.2). Le passage par cette méthodologie rend la phase hors-ligne moins coûteuse en temps de calcul. De plus, les maillages à générer sont plus simples (calculs de défauts isolés dans des cubes).

4.2.4 Estimation d'erreur

L'utilisation de la méthode proposée induit une erreur qu'il convient de quantifier afin de valider la simulation hyper-réduite. Un indicateur d'erreur basé sur l'existence de modes de contraintes SA0 est présenté dans la Section 4.1.2. Or, les simulations sont ici menées sur des domaines fictifs. Ainsi, aucun champ statiquement admissible sur le domaine d'intérêt Ω^* n'est disponible.

Pour construire des champs SA0, une superposition semblable à celle des déplacements est réalisée : au champ global lié à la pièce sans défaut est ajoutée la fluctuation de contrainte induite par les défauts. Le calcul à l'échelle de la pièce donne un champ SA sur le domaine Ω^G . Si une condition de Neumann est appliquée au bord, ce champ est corrigé par la réponse de la structure supposée élastique $\boldsymbol{\sigma}^{el}$ pour obtenir

un champ SA0, noté $\underline{\sigma}^G(\underline{x}, t)$:

$$\underline{\sigma}^G(\underline{x}, t) = \begin{cases} \underline{\tilde{\sigma}}(\underline{x}, t) & \text{sans condition de Neumann} \\ \underline{\tilde{\sigma}}(\underline{x}, t) - \underline{\sigma}^{el}(\underline{x}, t) & \text{avec condition de Neumann} \end{cases} \quad (4.41)$$

Le domaine d'intérêt Ω^* présente des surfaces libres supplémentaires : les surfaces des défauts. Ainsi, une fois projeté sur Ω^* , le champ $\underline{\sigma}^G(\underline{x}, t)$ n'est plus SA0. Une correction est donc nécessaire avant de construire la base d'ordre réduit en contrainte. Elle est effectuée par l'ajout d'une fluctuation de contrainte. Cette dernière est calculée sur le domaine fictif Ω^d contenant le défaut :

$$\forall \underline{x} \in \Omega^d, \Delta \underline{\sigma}(\underline{x}, t) = \underline{\sigma}(\underline{x}, t) - \frac{1}{v(\Omega^d)} \int_{\Omega^d} \underline{\sigma}(\underline{x}, t) d\underline{x} \quad (4.42)$$

Puisque le domaine Ω^d est très grand devant la taille du défaut, la fluctuation calculée est nulle sur le bord du domaine Ω^d . Ce champ de fluctuation est ensuite projeté sur Ω^* . Il est alors possible de reconstruire un champ de contraintes $\underline{\sigma}^r(\underline{x}, t)$ sur le domaine d'intérêt Ω^* comme suit :

$$\underline{\sigma}^r(\underline{x}, t) = \underline{\sigma}^G(\underline{x}, t) + \Delta \underline{\sigma}(\underline{x}, t) \quad (4.43)$$

S'il y a séparation d'échelles entre les défauts et la pièce, le champ $\underline{\sigma}^r(\underline{x}, t)$ est strictement SA0. Dans le cas contraire, il est possible que la fluctuation ajoutée conduise à l'apparition d'un vecteur contrainte normal non nul sur un bord libre de la structure. Il est proposé d'utiliser ce champ même si l'hypothèse de séparation d'échelles est violée. Les valeurs d'erreur calculées se sont en effet révélées tout de même pertinentes dans les calculs menés au cours de ce travail. Une matrice de clichés qui regroupe le champ reconstruit à tous les incréments calculés peut être assemblée. L'application de la POD incrémentale sur cette matrice permet de calculer une base d'ordre réduit en contrainte qui pourra ensuite être utilisée, comme détaillé dans la Section 4.1.2, pour calculer un indicateur de l'erreur commise.

De plus, les modes de contrainte obtenus peuvent être utilisés pour construire le domaine d'intégration réduit et y ajoutent des zones pertinentes pour l'estimation de la durée de vie des structures.

4.3 Exemples dans un cadre paramétrique

Dans un premier temps, la méthodologie est appliquée dans un cas paramétrique en 2D. Tous les calculs mécaniques présentés sont réalisés avec la suite logicielle Z-Set [Z-Set 2019]. Pour une même géométrie, plusieurs études sont menées. Dans un premier temps, pour une position de défaut fixe, un défaut circulaire de taille croissante est introduit. Cela permet d'évaluer la qualité de la construction de la base d'ordre réduit avec deux contributions à des échelles différentes. Ensuite, pour une taille de défaut fixe, ce dernier est déplacé dans la soudure. Il entre alors en interaction avec des surfaces libres et des singularités mécaniques (interfaces entre matériaux), ce qui n'est pas pris en compte au moment du calcul de l'enrichissement.

4.3.1 Position du problème

Géométrie et chargement

Un joint soudé à la géométrie idéalisée est utilisé dans cet exemple (voir Figure 4.4). L'hypothèse des déformations planes permet de réduire à 2 la dimension du problème. Le joint présente une longueur de 20 mm et une hauteur de 2 mm. La zone fondue a une forme trapézoïdale. La largeur supérieure, respectivement inférieure, de cette dernière est de 2 mm, respectivement 1 mm. Un chargement cyclique est appliqué en imposant les déplacements sur la partie droite de la pièce. Il a une forme triangulaire d'amplitude 0,06 mm et de valeur moyenne nulle. Un total de 20 cycles est calculé. Le déplacement normal est bloqué sur la partie gauche de la géométrie. Les mouvements de corps rigide sont bloqués par l'encastrement du coin inférieur gauche de la pièce.

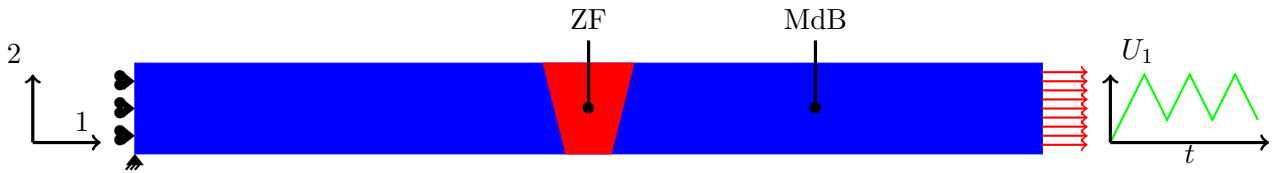


FIGURE 4.4 – Géométrie idéalisée du joint soudé. La zone fondue (ZF) est en rouge et le métal de base (MdB) en bleu. Les conditions aux limites sont aussi représentées.

Matériaux

Deux lois de comportement différentes sont utilisées pour le MdB et la ZF. La première est issue de la littérature [Naderi *et al.* 2013]. Elle utilise un modèle élasto-plastique avec le critère de von Mises et des écrouissages cinématiques et isotrope non linéaires. Les coefficients de cette loi sont donnés dans le Tableau 4.1. La ZF est modélisée avec le comportement simple identifié dans le Chapitre 2. Les coefficients de ce modèle sont rappelés dans le Tableau 4.1. Les équations de comportement sont disponibles dans le Chapitre 2. Ces lois de comportement n'incluent pas d'endommagement, une approche découplée [Kruch *et al.* 2015] est utilisée. La durée de vie en fatigue est estimée à partir du cycle stabilisé. Il est supposé ici que la stabilisation est atteinte au bout de 20 cycles.

TABLEAU 4.1 – Coefficients des lois de comportement utilisées.

Matériau	E (GPa)	ν	σ_0 (MPa)	C_1 (MPa)	D_1	C_2 (MPa)	D_2	Q (MPa)	b
ZF	110	0,32	407	536000	1500	111430	300	-	-
MdB	120	0,32	576	135000	750	15840	96	185	71

Les lois de comportement utilisées ici sont assez simples. Ce n'est, en aucun cas, une limitation de la méthode d'hyper-réduction qui a déjà été appliquée avec des lois de comportement incluant des longueurs internes [Horák *et al.* 2017].

Maillages

Les maillages utilisés sont générés avec le logiciel libre Gmsh [Geuzaine et Remacle 2009]. Des éléments triangulaires quadratiques à intégration réduite sont choisis. Le maillage est contrôlé par deux paramètres : les tailles imposées dans la ZF et à l'extrémité du joint. Cette dernière est fixée à 0,5 mm, tandis que la première est diminuée jusqu'à obtenir un maillage convergé. La taille d'éléments appliquée est alors de 0,025 mm.

4.3.2 Simulations hyper-réduites avec un défaut de taille variable

Dans le but d'évaluer la robustesse de la méthode quant à la taille du défaut, quatre cas simples ont été étudiés. Un défaut cylindrique est introduit toujours à la même position dans la structure présentée sur la Figure 4.4. La taille du défaut varie comme présenté sur la Figure 4.5.

Construction des modes globaux idéalisés

Dans ce cas simple, une unique simulation est nécessaire pour construire les modes globaux idéalisés. La simulation d'un seul des 20 cycles permet de construire des modes satisfaisants. Il a été observé que des simulations d'apprentissage sur plusieurs cycles n'améliorent pas significativement la qualité de la base d'ordre réduit. Le post-traitement des données de simulation donne deux modes globaux qui sont représentés comme les modes 1 et 2 sur la Figure 4.6. Le premier mode présente une réponse quasi-linéaire dans la direction de chargement. Le second mode fait apparaître l'hétérogénéité de comportement entre le ZF et le MdB. Ces modes ont été calculés sur une structure sans défaut, ils sont représentés après transfert sur un maillage avec défaut sur la Figure 4.6.

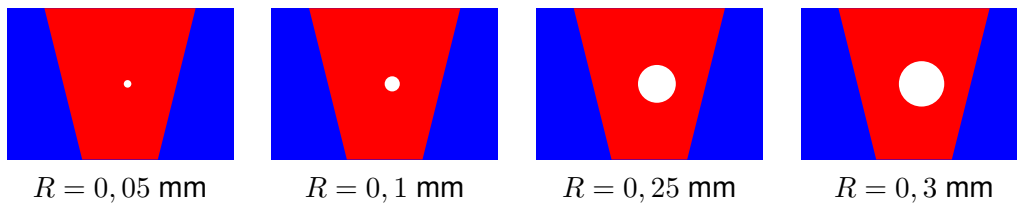


FIGURE 4.5 – Configurations de défauts étudiées. La position du défaut est maintenue constante pour les quatre cas : son centre est situé à mi-hauteur et décalé de 0,1 mm vers la droite. La hauteur du joint soudé est de 2 mm.

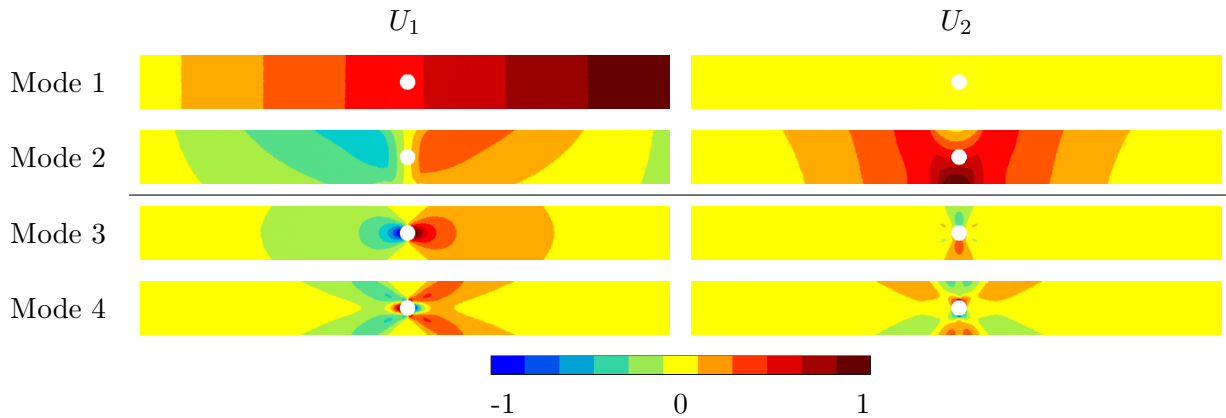


FIGURE 4.6 – Base d'ordre réduit obtenue pour le composant avec le plus gros défaut ($R = 0,3$ mm). Les modes 1 et 2 sont les modes globaux obtenus sur une structure sans défaut. Les modes 3 et 4 sont les modes de fluctuation qui enrichissent la base d'ordre réduit. Ils sont calculés sur un défaut pris dans une matrice de grande taille.

Construction des modes de fluctuation

Les modes de fluctuation permettent d'enrichir les modes globaux. Ils dépendent grandement de la morphologie du défaut qui est ici sphérique. Ces modes sont calculés à la volée, en appliquant le chargement qui est vu dans la pièce sans défaut à la position où le défaut va être introduit. Dans cet exemple, le domaine fictif Ω^d est donc une plaque percée d'un trou circulaire. Le côté de la plaque est 1000 fois plus grand que le diamètre du défaut (fraction volumique de vide de $8 \cdot 10^{-7}$). Le comportement de la ZF est appliqué à tout le volume Ω^d . Dans cette section, où la position et la morphologie du défaut ne varient pas, les modes de fluctuation ne sont calculés qu'une seule fois et utilisés pour les quatre configurations : une mise à l'échelle est effectuée avant de transférer le champ du domaine fictif Ω^d vers le domaine d'intérêt Ω^* . Les modes obtenus sont représentés sur la Figure 4.6 dans le cas du plus gros défaut. Ce sont les modes 3 et 4. Il est à noter qu'ils présentent des valeurs non nulles sur les bords du domaine Ω^* . Le recouvrement important des supports des modes globaux et de fluctuation indique que des couplages ont lieu. Il reste cependant impossible d'assurer qu'ils seront bien modélisés. L'adéquation de la base d'ordre réduit avec le problème à traiter est quantifiée dans le Complément 4.2.

Adéquation de la base à deux contributions avec la base « exacte »

La construction de la base d'ordre réduit par combinaison de deux contributions permet, d'une part, de réduire le coût numérique de la phase d'apprentissage, mais aussi de générer des bases qui pourront être utilisées pour d'autres calculs (notamment à l'échelle de la structure). Cependant, cette construction n'est exacte que si l'hypothèse de séparation des échelles est vérifiée. Nous nous proposons de comparer ici la base d'ordre réduit obtenue avec la construction proposée à celle obtenue en appliquant la POD incrémentale sur les clichés du premier cycle du calcul complet. La distance

entre les deux bases est calculée comme proposé dans le Complément 4.1. Le tableau suivant répertorie ces distances pour les 4 configurations testées dans cette section.

Rayon [mm]	0,05	0,1	0,25	0,3
Distance	0,07	0,08	0,59	0,84

Comme attendu, la distance entre les bases d'ordre réduit augmente avec la taille du défaut. En effet, pour des grandes tailles, le défaut peut avoir un impact à l'échelle de la structure qui ne sera pas pris en compte par la base à plusieurs contributions.

Calculs hyper-réduits

Une fois la base d'ordre réduit obtenue, il est possible de construire le domaine d'intégration réduit. Le RID obtenu pour le plus grand défaut est présenté en jaune sur la Figure 4.7. Pour construire ce domaine réduit, des bases en déplacement et contraintes sont utilisées. Les points d'interpolation de la première base sont situés sur la zone où le chargement est appliqué et sur la gauche du défaut. Les points d'interpolation liés aux contraintes sont eux localisés autour des singularités de contraintes (en bas de l'interface ZF-MdB) et en haut et en bas du défaut. C'est *a priori* dans ces zones que la fissure va s'amorcer. Cela souligne l'importance d'inclure des modes de contraintes pour la construction du RID.

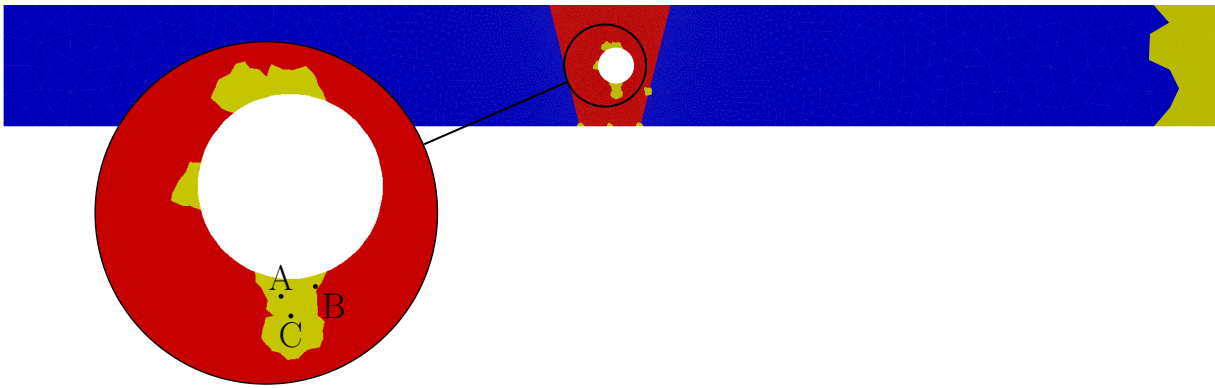


FIGURE 4.7 – Domaine d'intégration réduit obtenu pour le plus grand défaut ($R = 0,3$ mm) représenté en jaune. Les points d'interpolation choisis sont situés autour du défaut, près des singularités de contraintes et sur le bord du domaine où le chargement est appliqué. Ce RID contient 282 éléments contre 14 989 pour le maillage d'origine. Sur cette image, les points A, B et C sont des points utilisés pour comparer les champs mécaniques.

Pour chacune des quatre configurations considérées, 20 cycles de chargement sont calculés. Ici, un calcul complet est lancé pour valider l'approche et pour déterminer les gains en temps de calcul. Deux quantités d'intérêt sont étudiées en particulier : la contrainte équivalente de von Mises σ_{VM} et la déformation plastique cumulée p . Les erreurs relatives pour ces deux quantités d'intérêt sont données par :

$$\xi_{\sigma}(\underline{\mathbf{x}}, t) = \frac{|\sigma_{VM}^{FOM}(\underline{\mathbf{x}}, t) - \sigma_{VM}^{ROM}(\underline{\mathbf{x}}, t)|}{\sigma_{VM}^{FOM}(\underline{\mathbf{x}}, t)} \times 100 [\%] \quad (4.44)$$

$$\xi_p(\underline{\mathbf{x}}, t) = \frac{|p^{FOM}(\underline{\mathbf{x}}, t) - p^{ROM}(\underline{\mathbf{x}}, t)|}{\max_{\Omega^R} \{p^{FOM}(\underline{\mathbf{x}}, t)\}} \times 100 [\%] \quad (4.45)$$

Dans ces équations, l'exposant *ROM* correspond aux résultats obtenus avec le modèle hyper-réduit, tandis que l'exposant *FOM* fait référence aux grandeurs obtenues avec le calcul complet. Ces deux quantifications d'erreur sont locales. La normalisation de ξ_p par la valeur maximale permet de s'affranchir de divisions par des valeurs très faibles ou nulles dans les zones peu ou non plastifiées.

La Figure 4.8 propose une représentation qui permet de comparer les résultats obtenus avec les calculs complets ou hyper-réduits. Chaque marqueur de ce graphique correspond à un point d'intégration du domaine réduit. L'abscisse des marqueurs est la valeur de la quantité d'intérêt pour le calcul complet, tandis que l'ordonnée est la valeur obtenue avec l'approximation hyper-réduite. Les valeurs sont tracées au dernier pic de chargement. Si la démarche proposée était parfaite, tous les points seraient situés sur la première bissectrice tracée en noir sur la Figure 4.8. Lorsqu'un point est situé dans la partie supérieure gauche (respectivement inférieure droite) du diagramme, cela signifie que l'approximation hyper-réduite sur-estime (respectivement sous-estime) la valeur de la quantité d'intérêt au point de Gauss considéré. La Figure 4.8 présente les résultats pour le cas du plus grand défaut ($R = 0,3$ mm). Les deux quantités d'intérêt sont ici bien prévues. Pour les défauts de plus petite taille, les points sont plus groupés autour de la bissectrice. Le modèle hyper-réduit a une légère tendance à sur-estimer la contrainte de von Mises dans les zones très chargées. Les plus grandes erreurs relatives sont observées pour des valeurs de contraintes proches de la limite d'élasticité de la zone fondue (407 MPa). C'est dans les zones de transition entre comportement élastique et plastique que l'approximation hyper-réduite présente les plus grandes erreurs.

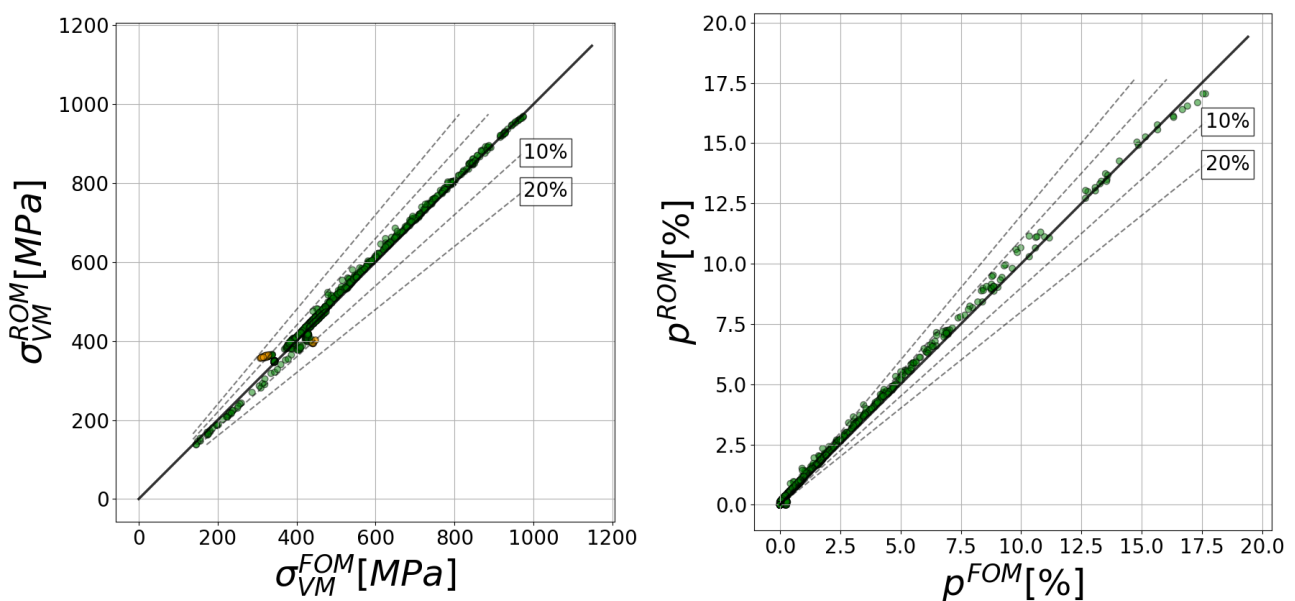


FIGURE 4.8 – Diagrammes représentant les quantités d'intérêt au dernier pic de chargement, pour le plus gros défaut considéré ($R = 0,3$ mm). Chaque marqueur correspond à un point de Gauss du RID. L'abscisse est la valeur de référence et l'ordonnée est la valeur calculée avec la méthode proposée.

La Figure 4.8 propose une représentation de l'erreur commise à un instant précis sur l'ensemble du domaine. L'objectif final de l'approche étant d'estimer une durée de vie sous chargement cyclique, il est très important de rendre convenablement la réponse stabilisée du matériau dans les zones où des fissures sont susceptibles de s'amorcer. Les courbes contrainte-déformation sont tracées pour toutes les composantes sur la Figure 4.9. Ces courbes sont tracées pour 3 points proches du défaut qui sont repérés sur la Figure 4.7. La prévision de la réponse locale est satisfaisante pour ces trois points. Ainsi, l'évaluation d'un critère de fatigue avec les résultats hyper-réduits donne des résultats proches de ceux obtenus avec le calcul de référence.

Le Tableau 4.2 regroupe les temps de calcul et les erreurs commises pour les quatre cas traités dans cette section. Il est à noter que la phase d'apprentissage n'a été lancée qu'une seule fois. La résolution hyper-réduite est extrêmement rapide. Les gains en temps de calcul (phase d'apprentissage comprise) vont de 33 à 150. La résolution du problème complet pour des petits défauts est plus longue car la transition de taille de maille résulte en un maillage de plus grande taille. Le nombre d'éléments dans le RID n'évolue que très peu, la méthode est donc plus efficace pour des défauts plus petits. L'erreur augmente quant à elle quand la taille du défaut augmente. Cette tendance est attendue car la démarche de construction à deux échelles n'est plus valable quand le défaut a un impact à l'échelle de la structure. Les résultats obtenus ici

sont satisfaisants même lorsque le défaut représente une réduction de 30% de la section du joint soudé. Les erreurs locales ξ_σ^{max} et ξ_p^{max} sont plus grandes que l'erreur globale e_σ , mais restent faibles au vu du gain en temps de calcul. L'indicateur d'erreur $c_\eta\eta_\sigma$ permet de capter la croissance de l'erreur avec la taille du défaut. Il ne s'agit cependant pas d'un majorant de l'erreur commise.

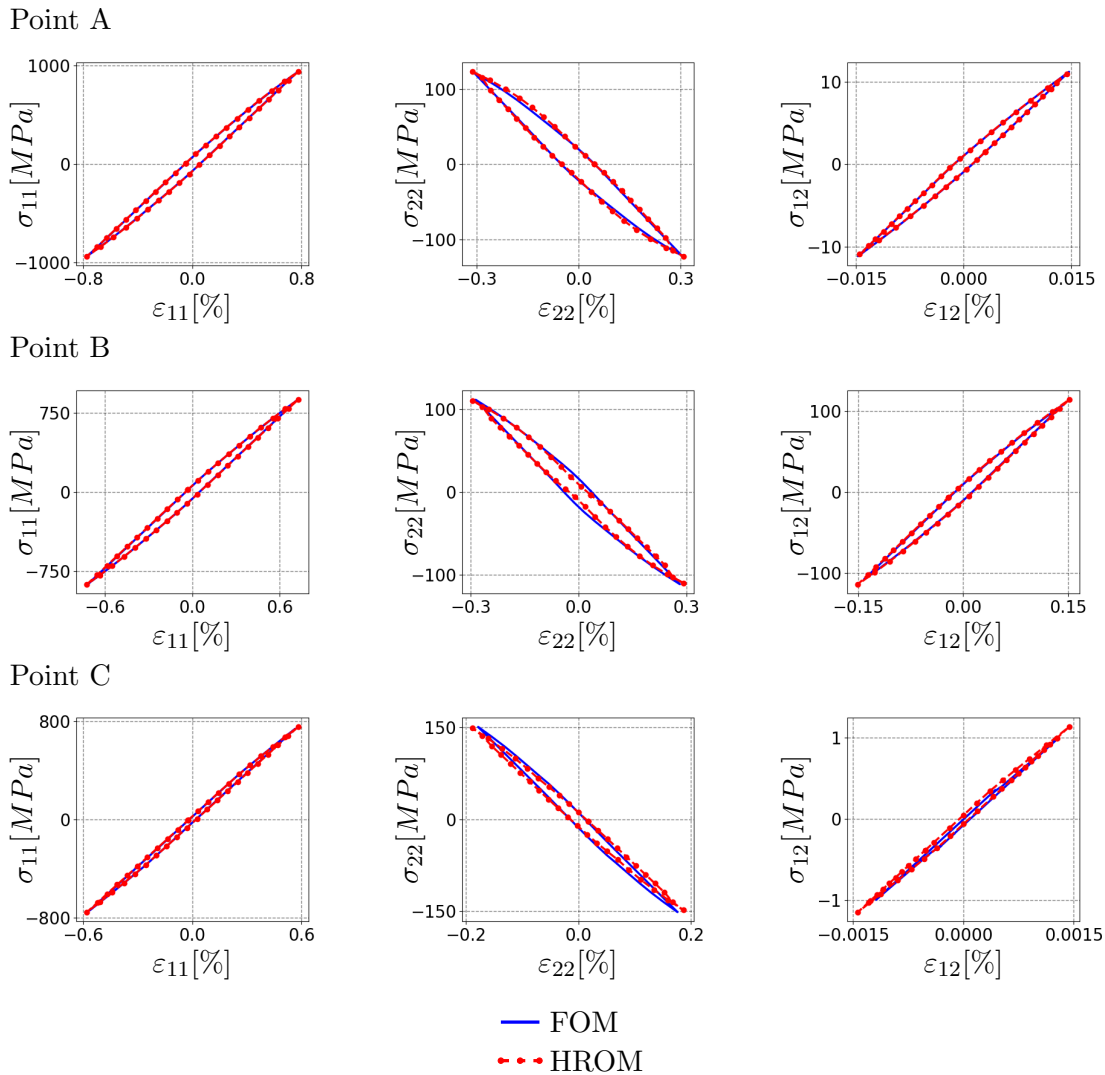


FIGURE 4.9 – Courbes contrainte-déformation pour les points A, B et C repérés sur la Figure 4.7. La courbe bleue correspond au calcul de référence (FOM) tandis que les points rouges représentent la solution obtenue avec l'hyper-réduction (HROM).

4.3.3 Simulations hyper-réduites avec un défaut de position variable

La même géométrie est utilisée pour estimer la qualité de l'approximation lorsque la position du défaut varie. Ici, la taille du défaut est fixée à 0,15 mm et un seul cycle est calculé. La contribution globale est toujours la même, et la contribution locale est recalculée pour chaque position. Les calculs hyper-réduits sont ensuite comparés aux solutions de référence avec les indicateurs d'erreur présentés précédemment. La Figure 4.10 présente l'évolution de l'indicateur ξ_σ^{max} avec la position du défaut. Lorsque le défaut est situé au coeur de la soudure, l'erreur commise est raisonnable (inférieure à 20%). Cette dernière croît lorsque le défaut se rapproche d'une des surfaces libres. Il est à noter que la largeur du ligament est extrêmement faible (0,05 mm) pour les cas les plus proches de la surface. L'interaction entre le défaut et le bord libre est donc très forte. Cette observation est cohérente avec la démarche d'enrichissement de la base d'ordre réduit. En effet, les modes de fluctuation sont construits dans un domaine fictif homogène de très grande taille, sans interaction avec un bord libre. Cette interaction a un impact significatif sur l'état mécanique autour

TABLEAU 4.2 – Temps de calcul et erreurs commises.

Défaut R [mm]	Apprentissage		Calcul		Gains		Erreurs [%]			
	V^G	V^f	HROM	FOM	Total	Calcul	ξ_σ^{max}	ξ_p^{max}	e_σ	$c_\eta\eta_\sigma$
0,05	195 s	38 s	25 s	9 480 s	150	379	2,6	3,8	1,2	0,9
0,1	195 s	38 s	15 s	7 278 s	137	485	2,9	5,8	2,1	1,7
0,25	195 s	38 s	26 s	2 507 s	39	96	11,2	5,8	3,9	3,8
0,3	195 s	38 s	27 s	2,197 s	33	81	15,8	4,6	4,6	4,5

du défaut qui n'est pas pris en compte dans la base d'ordre réduit construite. L'indicateur d'erreur η_σ non calibré est aussi représenté sur la Figure 4.10. Bien que les valeurs ne soient pas directement comparables, il est intéressant de remarquer que l'indicateur arrive à capter que l'approximation est de moins bonne qualité au voisinage des surfaces libres. La calibration proposée dans la Section 4.1.2 ne donne ici pas des résultats aussi fiables que précédemment. Cependant, il est encourageant de voir que l'évolution des valeurs de η_σ est cohérente avec une erreur vraie. La prise en compte de cette interaction dans la méthode de construction de la base d'ordre réduit pourrait permettre d'améliorer la qualité de la solution, mais aussi celle de l'estimateur d'erreur.

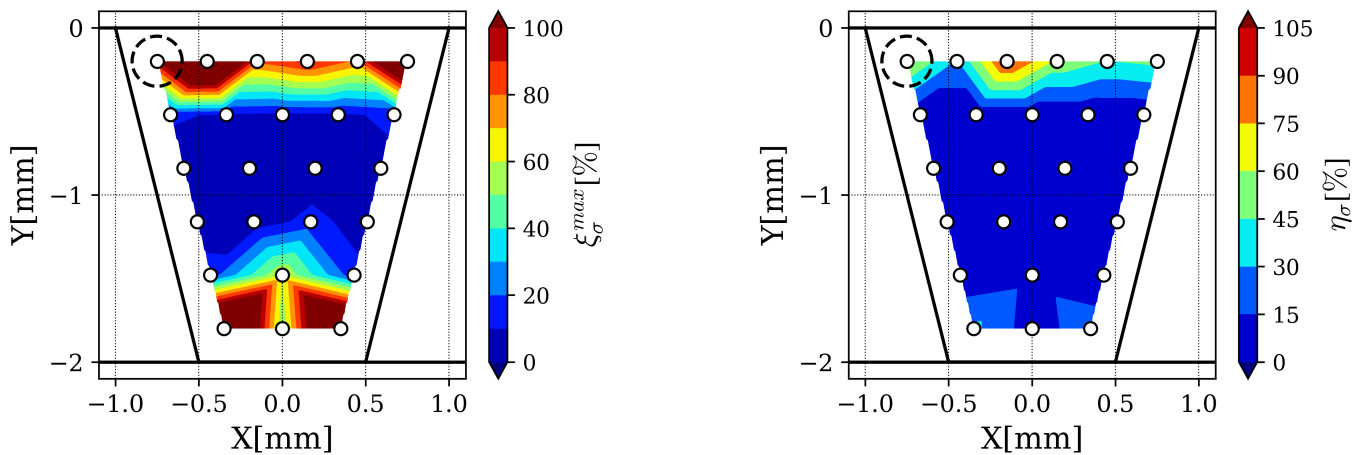


FIGURE 4.10 – Évolution de l'erreur maximale en contrainte équivalente ξ_σ^{max} (à gauche) et de l'indicateur d'erreur η_σ (à droite) avec la position du défaut. Les points blancs correspondent aux configurations testées. Le contour de la soudure et les surfaces libres sont tracés en noir. Le cercle noir donne la taille des défauts introduits.

4.4 Exemple dans un cadre non paramétrique

4.4.1 Position du problème

La méthode présentée est utilisée ici sur un cas tridimensionnel réaliste. Des défauts réels issus d'observations par tomographie aux rayons X sont utilisés. La géométrie considérée est celle d'un joint soudé de dimensions 20 mm × 1,5 mm × 3 mm (largeur × hauteur × profondeur). La forme de la zone fondue est identifiée à partir d'une métallographie comme présenté dans le Chapitre 3. La Figure 4.11 propose une vue de la géométrie utilisée. Le maillage réalisé avec le logiciel Gmsh [Geuzaine et Remacle 2009] est constitué de tétraèdres quadratiques à intégration réduite. Le problème complet comprend 795 738 degrés de liberté. Le chargement est appliqué en imposant un déplacement d'amplitude 0,1 mm sur les nœuds à l'extrémité droite du joint (en vert sur la Figure 4.11). Cela correspond à une déformation macroscopique de 0,5%. Cinquante cycles de chargement sont appliqués. Les lois de comportement utilisées sont les mêmes que précédemment (voir Tableau 4.1).

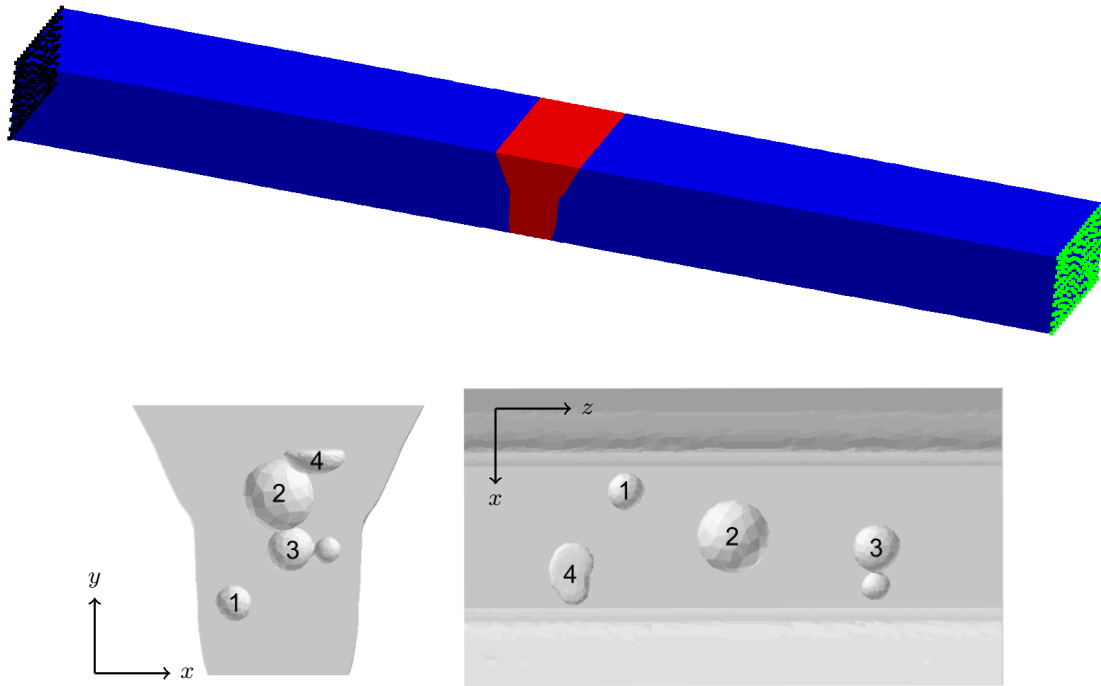


FIGURE 4.11 – Vue de la géométrie considérée (en haut). La ZF est en rouge, le MdB en bleu. Le chargement est appliqué en imposant un déplacement aux nœuds en vert. Les mouvements de corps rigide sont bloqués en fixant certaines composantes des déplacements des nœuds en noir. Les défauts introduits dans la structure sont représentés vus de côté et de dessus sur la partie basse de la Figure. Les défauts 1 et 2 sont sphériques de rayons respectifs 0,1 et 0,2 mm. Les maillages des défauts 3 et 4 ont été obtenus à partir d’images de tomographie aux rayons X.

Quatre défauts sont introduits dans la soudure comme présenté sur la partie basse de la Figure 4.11. Deux de ces défauts sont sphériques. Les deux autres proviennent d’un contrôle non destructif de joint soudé. Le défaut 3 est constitué de deux sphères reliées par un petit ligament de matière. Le défaut 4 a une forme lenticulaire.

4.4.2 Résultats

La base d’ordre réduit est constituée de 5 contributions différentes. La première est liée à la structure. Elle est obtenue en post-traitant le calcul d’un cycle de chargement sur un joint soudé ne comportant pas de défaut. Les quatre contributions restantes sont liées aux défauts. Une base de fluctuation est calculée indépendamment pour chaque défaut. Comme indiqué plus tôt, le trajet de déformations au point où le défaut va être introduit est extrait d’un calcul de structure sans défaut. Ce trajet est ensuite appliqué comme déformation moyenne à un cube de grande taille contenant le défaut. Cette étape peut facilement être réalisée en parallèle. La base d’ordre réduit totale est ensuite obtenue en concaténant les modes des 5 contributions, comprenant chacune 3 modes.

La Figure 4.12 présente une comparaison des champs de déformation plastique cumulée à l’issue des 50 cycles de chargement, représentée sur la surface des défauts. L’échelle de couleur est la même pour les deux représentations. La plasticité s’est développée dans les mêmes zones et dans des proportions similaires. Pour réaliser cette image, les nœuds situés sur la surface des défauts ont été ajoutés au RID avant de lancer le calcul.

La Figure 4.13 présente un diagramme de la contrainte équivalente de von Mises similaire à celui tracé sur la Figure 4.8. Lors de ce calcul tridimensionnel, un nombre conséquent de points de Gauss sont inclus dans le RID, le diagramme est donc plus fourni. Le nuage de points est groupé autour de la première bissectrice tracée en noir. Il est possible d’observer une légère tendance à la sous-estimation de la contrainte équivalente.

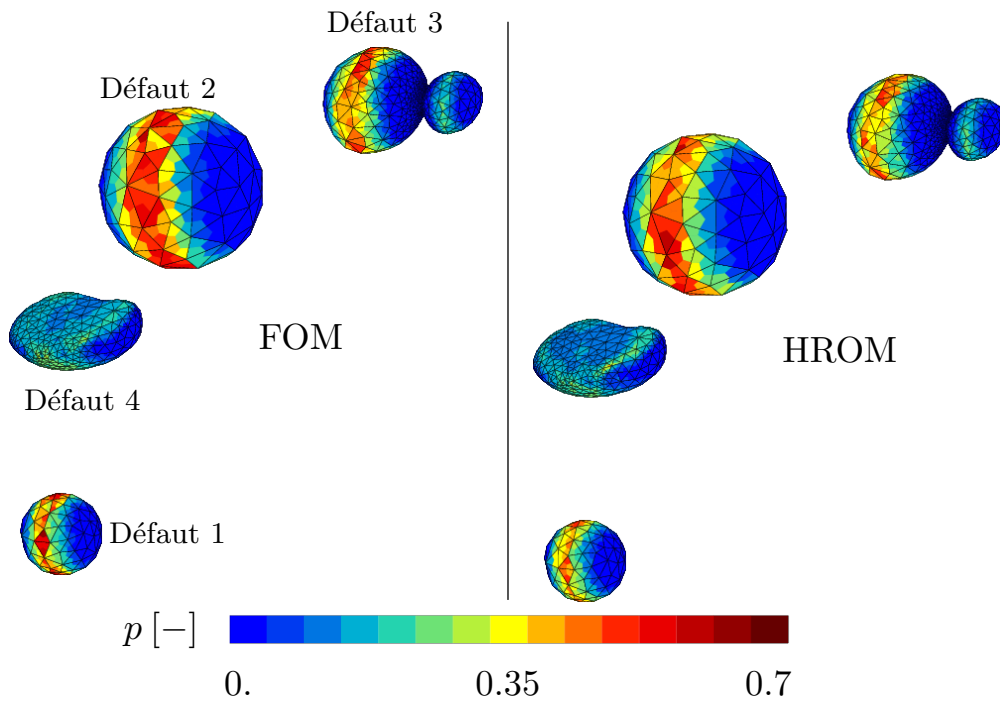


FIGURE 4.12 – Champs de déformation plastique cumulée pour le calcul complet (FOM) et le calcul hyper-réduit (HROM). L'échelle est commune aux deux cartes.

L'erreur commise pour les points les plus chargés est inférieure à 15%. Des erreurs plus élevées (de l'ordre de 30%) sont observées pour des points moins chargés. L'amorçage de fissure de fatigue a lieu dans les zones les plus chargées, les résultats sont donc satisfaisants.

La Figure 4.14 présente des champs mécaniques locaux dans le voisinage du défaut 3. Tout d'abord, en bas à gauche, des cartes représentent la déformation plastique cumulée dans un plan de normale z passant par le centre de gravité du défaut 3. Les deux représentations mettent en évidence que le gradient de plasticité est bien rendu par la méthode d'hyper-réduction. Ensuite, les courbes contrainte-déformation sont représentées au point C repéré sur les cartes de plasticité cumulée. Les prévisions sont convenables pour 4 des 6 composantes (11, 12, 31 et 33). Dans la direction 22, l'amplitude de contrainte est sur-estimée alors que celle de déformation est bien rendue. La méthode d'hyper-réduction donne des résultats erronés pour la composante 23. L'extraction des tenseurs de déformation et de contrainte dans le voisinage des autres défauts donne des résultats similaires. Les erreurs selon les composantes 22 et 23 peuvent être expliquées par le fait que la plus petite dimension de l'éprouvette est réalisée dans la direction y . Ainsi, c'est dans cette direction que la construction à deux échelles est la moins juste.

L'indicateur d'erreur est calculé *via* la méthode proposée et est calibré sur le premier pas de temps. La valeur d'erreur obtenue est de 5,7%, alors que l'erreur vraie est de 6,8%. Encore une fois, l'indicateur ne majore pas l'erreur commise. Le gain en temps de calcul est de l'ordre de 2 000 sur le calcul cyclique. Lorsque le calcul des modes de fluctuation est pris en compte dans l'utilisation de la méthode, le gain tombe à 250.

4.5 Conclusions et perspectives

La méthodologie de construction de bases d'ordre réduit présentée dans ce chapitre permet, dans un premier temps, de limiter le coût de la phase d'apprentissage. L'idée maîtresse est de constituer une base d'ordre réduit à partir de deux contributions à des échelles différentes. Ainsi, pour résoudre un problème complexe de pièce contenant des défauts, il est choisi de s'intéresser à un sous-problème de structure sans défauts d'une part et à des sous-problèmes de défauts dans des domaines fictifs d'autre part. Les tailles de ces sous-problèmes étant plus petites que celle du problème cible, le coût de la phase d'apprentissage est réduit. De plus, tous les calculs peuvent être menés sans installation dédiée au calcul haute performance.

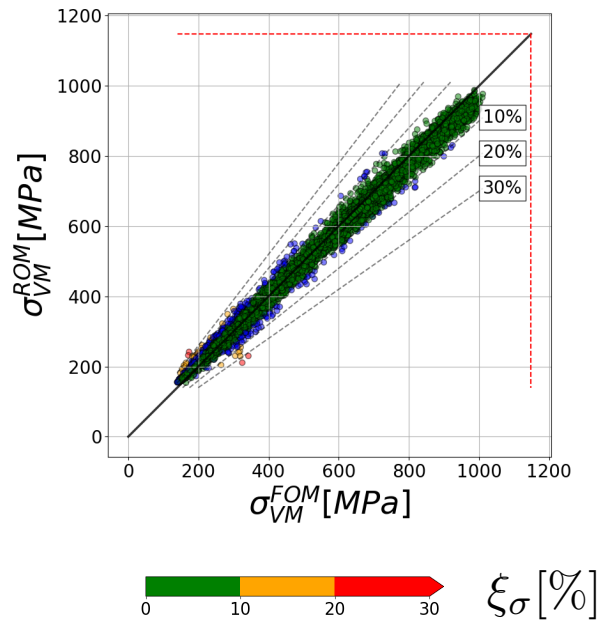


FIGURE 4.13 – Diagramme représentant la contrainte équivalente de von Mises au dernier pic de chargement. Chaque marqueur correspond à un point de Gauss du RID. L’abscisse est la valeur de référence et l’ordonnée la valeur calculée avec la méthode proposée. La couleur des marqueurs renseigne sur l’erreur relative commise. Les lignes en pointillés rouges représentent la contrainte maximale de la loi de comportement de la ZF.

L’application de la méthode d’hyper-réduction permet d’introduire un couplage entre les deux contributions. Ensuite, l’introduction de l’effet des défauts par un enrichissement local laisse une grande liberté quant à la morphologie de ces derniers. En effet, elle n’a pas besoin d’être paramétrée comme le prouve le dernier exemple de ce chapitre. Il est donc envisageable de traiter directement les défauts observés lors d’un contrôle sans passer par un défaut équivalent. D’autres hétérogénéités mésoscopiques (comme des inclusions, des micro-entailles ou des fissures) induisant une fluctuation pourraient aussi être modélisées de cette manière. Du point de vue des performances, les gains en temps de calcul sont conséquents. Les courbes contrainte-déformation sont rendues avec une précision convenable au regard du temps de calcul. Ainsi, l’application de post-traitement de fatigue sur un calcul complet ou un calcul hyper-réduit donnent des résultats comparables. Un indicateur d’erreur est aussi introduit. Il présente les mêmes variations que l’erreur vraie bien qu’il ne la majore pas. Une piste pour calibrer cette erreur est proposée, mais a été mise en défaut dans l’exemple dans lequel la position du trou dans la soudure variait. La valeur de l’indicateur introduit dans [Ryckelynck 2005] donne une indication sur la séparation d’échelles qui existe ou non entre défaut et structure pour laquelle la méthode est consistante.

Le calcul des modes de fluctuation dans un grand domaine a montré ses limites dans le deuxième exemple de ce chapitre. En effet, lorsque le défaut s’approche d’une surface, l’interaction entre ces deux entités n’est pas rendue. Cela est d’autant plus critique qu’un défaut proche d’une surface est souvent plus nocif sous chargement cyclique. Une correction par éléments finis au cours du calcul [Fauque *et al.* 2018] pourrait peut-être permettre d’améliorer les prévisions pour ces configurations.

La méthode développée permet d’aider à la décision d’acceptation de pièces contenant des défauts. Trois cas peuvent être distingués :

1. si le défaut est petit (*i.e.* il y a séparation d’échelle), un calcul de fatigue à deux échelles peut être mené. Il n’y a alors pas besoin de coupler les contributions : l’application du critère de fatigue au défaut dans son domaine fictif suffit.
2. si le défaut est de grande taille et a un impact sur la structure globale, la méthode proposée ne sera pas en mesure de donner une réponse satisfaisante. Il est donc nécessaire de mettre en place des outils complémentaires pour évaluer la nocivité de ces défauts. Un exemple, basé sur des outils de méta-modélisation, est proposé dans le chapitre suivant.

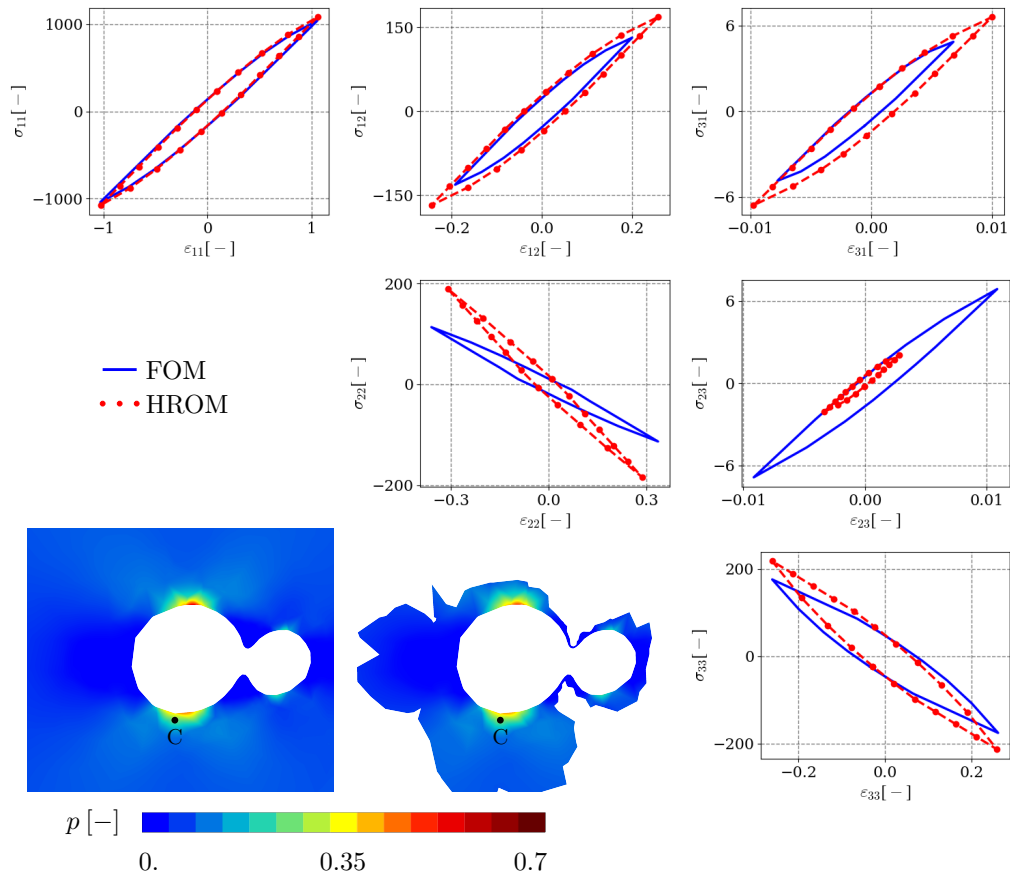


FIGURE 4.14 – Courbes contrainte-déformation pour un point dans le voisinage du défaut 3. Les cartes en bas à gauche de la figure localisent le point d'intérêt et représentent le champ de plasticité cumulée à l'issue des 50 cycles.

3. les défauts de taille intermédiaire tombent dans le cadre d'application de la méthode proposée. À l'issue de la simulation hyper-réduite, le défaut est considéré soit non nocif soit potentiellement dangereux. Dans le premier cas, la résolution réduite peut suffire à statuer, tandis que des études complémentaires sont nécessaires si un risque est révélé.

Chapitre 5

Application à une structure soudée

Ce chapitre propose quelques exemples de mise en œuvre des modèles et méthodes mises en place dans ce travail. C'est aussi l'occasion de présenter une partie des développements logiciels réalisés au cours de la thèse. Ces derniers sont regroupés dans un module codé en Python nommé `zDefects`. Il est présenté dans la Section 5.1. Tous ces exemples sont appliqués à l'estimation de la durée de vie d'une éprouvette plate. Sa géométrie, ainsi que les chargements qui lui sont appliqués sont présentés dans la Section 5.2. Une campagne expérimentale est menée dans ces conditions. Les résultats obtenus sont présentés dans la Section 5.3. Dans la Section 5.4, les sous-modules de génération automatique de maillage et de méta-modélisation sont utilisés pour tenter de déterminer la zone de criticité d'un type de défaut dans l'éprouvette. Le modèle de génération de populations de défauts du Chapitre 3 est utilisé dans la Section 5.5. Plusieurs configurations de défauts sont tirées aléatoirement et introduites dans l'éprouvette afin de mener une étude statistique.

5.1 Le module `zDefects`

5.1.1 Présentation du module

Le module `zDefects` a été entièrement développé au cours de ce travail. Il regroupe une grande partie des outils présentés dans ce manuscrit et permet :

- d'identifier des formes de soudures à partir de métallographies (voir Section A.2.1) ;
- d'identifier, par maximum de vraisemblance, les paramètres de lois de probabilité comme cela a été fait dans le Chapitre 3 ;
- d'effectuer des tirages suivant ces lois de probabilité et de générer des populations de défauts suivant le modèle présenté dans le Chapitre 3 ;
- de manipuler des structures soudées avec ou sans défaut et de générer automatiquement des maillages (avec Gmsh [Geuzaine et Remacle 2009]) pour lancer des simulations numériques ;
- de gérer des plans d'expérience de simulation (voir Section 5.4) ;
- de manipuler les bases d'ordre réduit issues de calculs avec Z-Set.

Toute la structure du module repose sur un objet totalement abstrait (voir Annexe A). Cela facilite la manipulation de tous les objets qui peuvent être gérés d'une manière uniforme. Une partie des sous-modules de `zDefects` est liée à Z-Set et permet d'en manipuler les objets depuis un script Python.

5.1.2 La famille des objets de type `WeldedStructure`

Au cours de ce travail, un intérêt particulier est porté aux structures soudées. La classe `WeldedStructure` est donc un maillon central du module `zDefects`. Cette classe est abstraite : toutes les fonctions nécessaires à son utilisation ne sont pas implémentées. En effet, aucune information sur la forme de la structure n'est disponible. Ainsi, plusieurs classes en héritent et définissent chacune la géométrie de la structure. Par exemple, les structures simulées dans le Chapitre 4 sont des joints soudés plats (`ButtJoint`). Pour chacune des structures soudées, plusieurs types sont disponibles :

- le type `standard` qui permet d'introduire une forme de soudure dans un massif (cas non « réaliste ») ;
- le type `notched` qui permet d'introduire l'ancien plan de joint, ou une entaille en fond de cordon ;
- le type `fully_penetrated` qui traite le cas de soudures de pleine pénétration.

La Figure 5.1 propose une illustration de ces différents types pour la même forme de soudure dans le cas d'un joint soudé. La troisième géométrie est moins épaisse de manière à ce que la forme de la soudure soit traversante. Tous les autres paramètres de géométrie et de maillage restent inchangés. Il est possible d'ajouter des défauts dans la zone fondue comme fait dans le joint soudé de gauche sur la Figure 5.1.

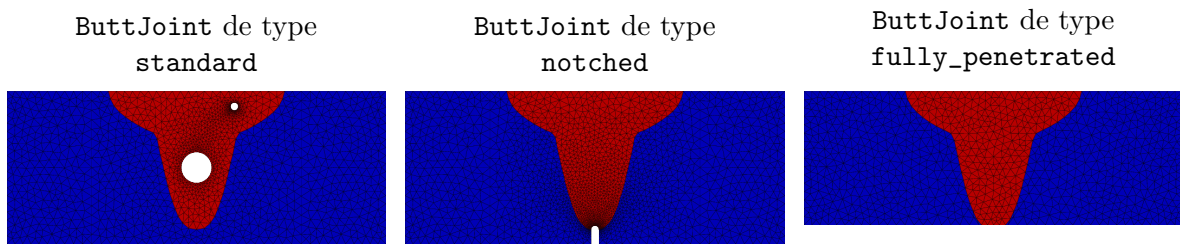


FIGURE 5.1 – Vue des maillages obtenus avec les différents types d'une structure ButtJoint. Les structures présentées ici sont en 2D, elles sont aussi disponibles en 3D.

5.2 Position du problème

5.2.1 Géométrie considérée

Afin de solliciter en fatigue le joint soudé, une éprouvette plate entaillée a été choisie. Son plan est tracé sur la Figure 5.2. Cinq paramètres permettent de définir totalement les dimensions de l'éprouvette. Le Tableau 5.1 répertorie les valeurs utilisées. La forme de la soudure est identifiée à partir d'une métallographie comme présenté dans l'Annexe A.2.1. La version tronquée de la fonction contour du Complément 3.2 est utilisée.

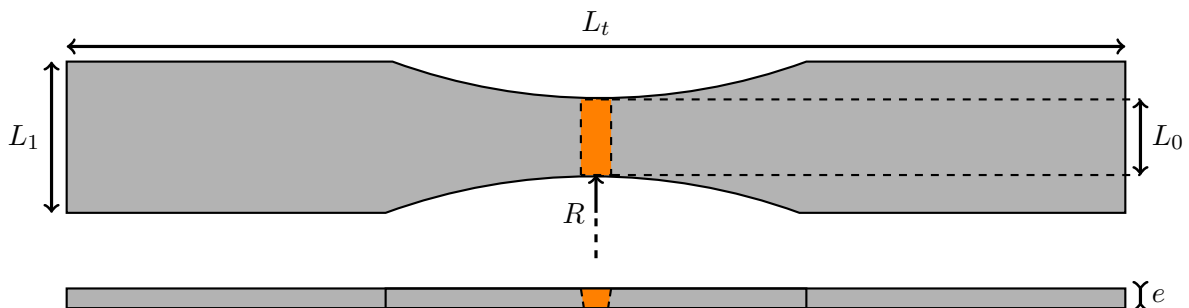


FIGURE 5.2 – Géométrie de l'éprouvette considérée. La Zone Fondue (ZF) est figurée en orange.

TABLEAU 5.1 – Dimensions de l'éprouvette choisie

Paramètre	L_0	L_1	L_t	R	e
Valeur [mm]	5	10	70	40	1,3

5.2.2 Génération de la structure

Ce type d'éprouvette est implémenté dans le module `zDefects` sous le nom de `KtSpecimen`. Cet objet hérite de la classe abstraite `WeldedStructure`. Dans le cas présent, la soudure est traversante : l'objet à créer est donc de type `fully_penetrated`. Une interface graphique est générée automatiquement et invite à entrer les paramètres définissant l'objet. Cette interface graphique est présentée sur la Figure 5.3. Certains des paramètres demandés doivent être fournis pour assurer que l'objet est bien défini. Parmi ces derniers

se trouvent les paramètres géométriques de l'éprouvette donnés dans le Tableau 5.1. Une forme de soudure (`weld_shape`) doit aussi être donnée. Il est possible d'utiliser le fichier provenant de l'identification d'une forme de soudure à partir d'une métallographie comme proposée dans le Chapitre 3. Le paramètre `FZ_size` permet de régler la taille des éléments dans la Zone Fondue (ZF ou FZ pour *Fusion Zone* en anglais). L'évolution de la taille de maille peut être contrôlée grâce au paramètre `control_coef` et la taille des éléments aux extrémités des éprouvettes avec `inf_size`. Il est aussi possible de translater la structure qui est, par défaut, centrée en l'origine, et d'y ajouter une population de défauts. C'est cette fonctionnalité qui sera la plus utilisée dans la suite de ce chapitre.

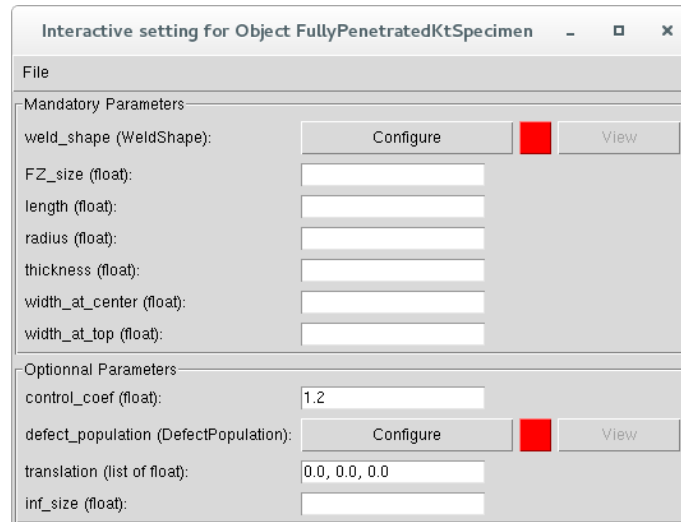


FIGURE 5.3 – Interface graphique générée automatiquement pour la création de la structure d'intérêt.

Une fois tous les paramètres entrés, il est possible de sauvegarder la structure dans un fichier ASCII, facilement lisible et modifiable par la suite. Le module `zDefects` propose une interface avec le logiciel libre de maillage Gmsh [Geuzaine et Remacle 2009] qui permet ici de mailler la structure avec ou sans défauts.

5.2.3 Chargement appliqué et calcul de l'éprouvette sans défaut

Une vue du maillage de l'éprouvette sans défaut est donnée sur la Figure 5.4. La zone fondue est représentée en rouge et le métal de base en bleu. Le chargement est appliqué *via* des conditions de pression. La contrainte maximale imposée à l'extrémité de l'éprouvette est 350 MPa. Pour éviter le flambement de l'éprouvette, un rapport de charge R_σ de 0,1 est utilisé. Ainsi, la contrainte imposée varie entre 350 et 35 MPa.

Un premier calcul est lancé sur l'éprouvette sans défauts pour estimer sa durée de vie. Ce problème comprend 346 542 degrés de liberté. La loi de comportement utilisée pour la zone fondue est le « modèle B » du Chapitre 2. Une loi de comportement similaire sert à modéliser le TA6V métal de base (identifiée sur les essais cycliques présentés dans [Chaboche *et al.* 2012]). La stabilisation est atteinte dès le deuxième cycle. Le post-traitement du cycle stabilisé estime la durée de vie de l'éprouvette à 10^9 cycles. Dans la suite de ce chapitre, toutes les simulations seront menées avec ces paramètres. L'abattement de la durée de vie induit par les défauts sera quantifié dans plusieurs cas.

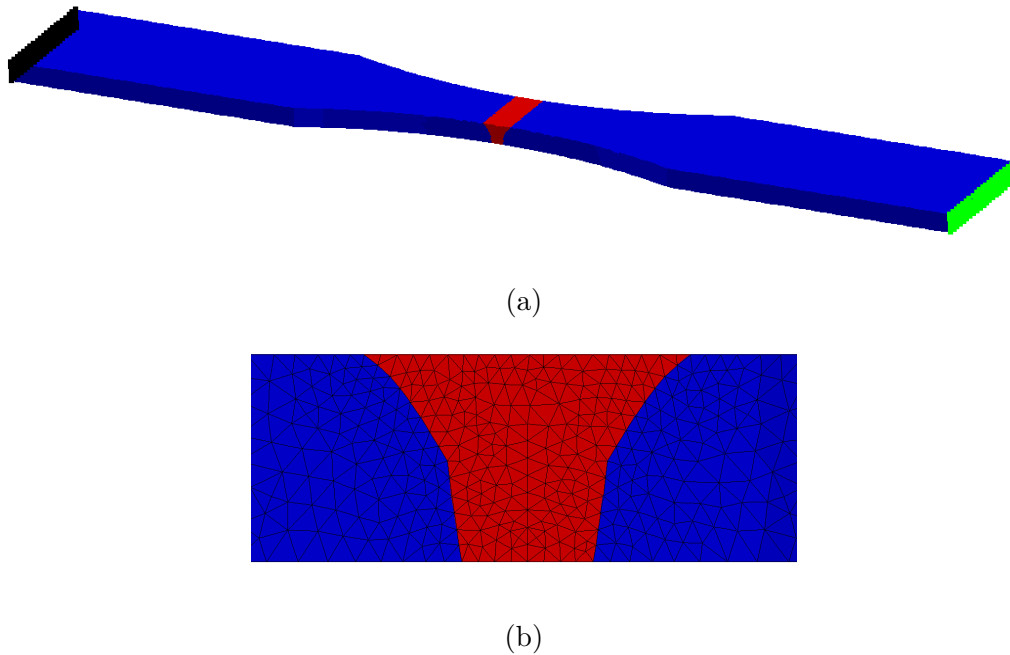


FIGURE 5.4 – Vue du maillage de l'éprouvette sans défaut (a). La zone fondue (ZF) est en rouge et le métal de base (MdB) est en bleu. Les mouvements de corps rigide sont bloqués grâce à des conditions de Dirichlet nulles sur tout ou partie des nœuds en noir. Le chargement est appliqué *via* une pression sur l'autre face de l'éprouvette (en vert). La forme de la soudure et le raffinement local du maillage sont présentés en (b).

5.3 Résultats de la campagne expérimentale sur éprouvettes plates

Des éprouvettes plates sont prélevées dans un joint soudé selon le plan de la Figure 5.2. Une épaisseur faible est choisie pour s'assurer que l'embrèvement est totalement retiré par l'opération d'usinage. Ces éprouvettes sont soumises au chargement présenté plus tôt avec une machine servo-hydraulique de 25 kN. Le pilotage est effectué en force. Les essais sont réalisés à une fréquence de 0,5 Hz et menés jusqu'à rupture. Des essais sont encore en cours au moment de la rédaction de ce mémoire. Le Tableau 5.2 regroupe les durées de vie obtenues.

TABLEAU 5.2 – Résultats de durée de vie sur des éprouvettes plates.

Éprouvette	N_R
23A-1	72 870
23A-3	41 900
23A-4	40 319
24A-1	27 479
24A-4	19 146

Pour tous les essais réalisés, la rupture a lieu dans la zone fondue. De nombreux défauts sont visibles sur le faciès de rupture. Un amas de défauts proche de la face inférieure de l'éprouvette est observé au microscope électronique à balayage (MEB) sur la Figure 5.5. Les ligaments qui séparent les défauts sont de très petite dimension. Les défauts ont pour la plupart une forme quasi-sphérique. Cependant, un défaut dans la partie en bas à gauche de l'amas semble présenter un ligament de matière interne (pointé par la flèche blanche). Autour des défauts, le faciès ne présente pas de stries de fatigue. Des lattes de martensite sont cependant visibles.

La Figure 5.6 présente une fractographie de l'éprouvette 24A-4. Une zone de propagation de fatigue de forme ellipsoïdale est observée sur la partie gauche de l'image. L'amorçage a certainement eu lieu dans la partie inférieure de l'éprouvette reconnaissable car plus dense en défauts. Certains défauts pointés par les

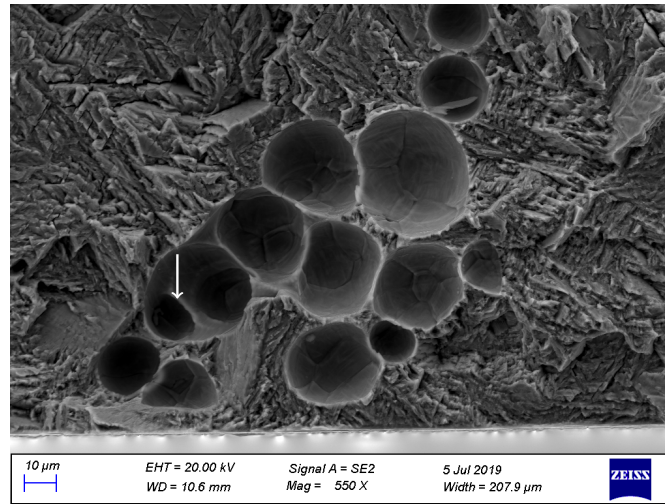


FIGURE 5.5 – Amas de défauts observé sur le faciès de rupture de l'éprouvette 24A-4.

flèches blanches sur la Figure 5.6 sont alignés d'une manière qui rappelle le profil d'une impulsion. La zone de déchirure finale présente des cupules caractéristiques de la rupture ductile. Il est impossible de dire quel défaut a amorcé la fissure qui a mené à la rupture de l'éprouvette. De nombreux défauts ont sûrement été le siège d'un amorçage. La zone entourée en noir en est un exemple. Un zoom est présenté dans la Figure 5.7. Le défaut au centre présente une forme complexe : une protubérance ellipsoïdale est observée. Une fissure de fatigue s'est propagée vers la gauche. Des cupules liées à la rupture finale peuvent être observées sur le côté gauche du cliché.

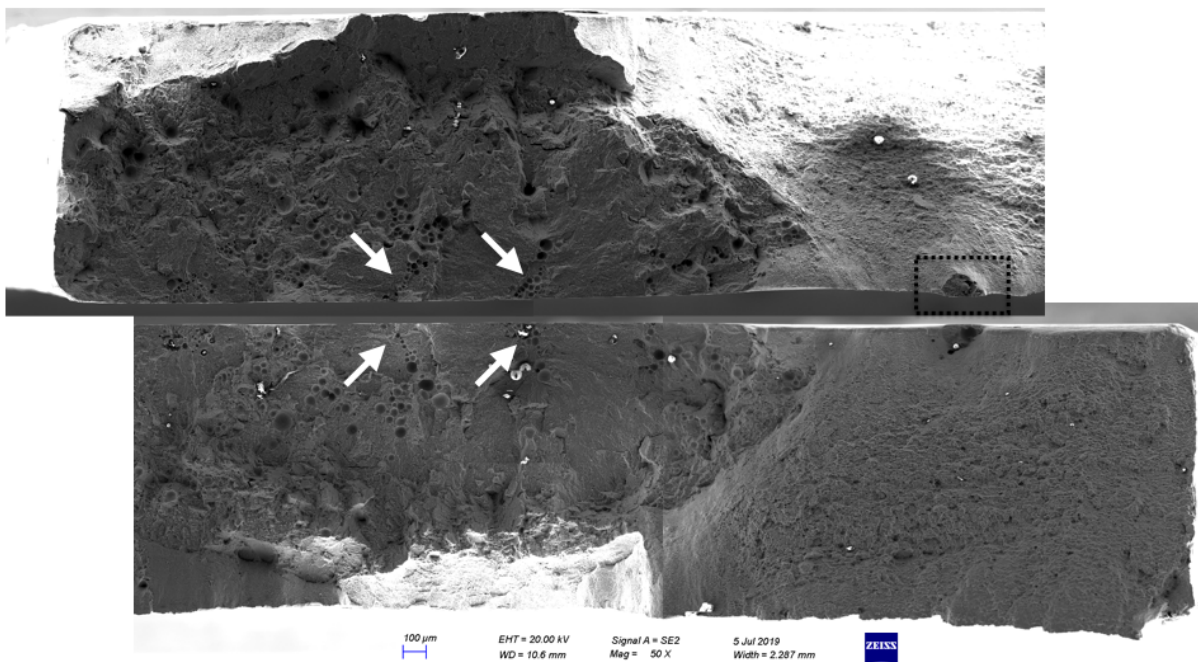


FIGURE 5.6 – Fractographie de l'éprouvette 24A-4.

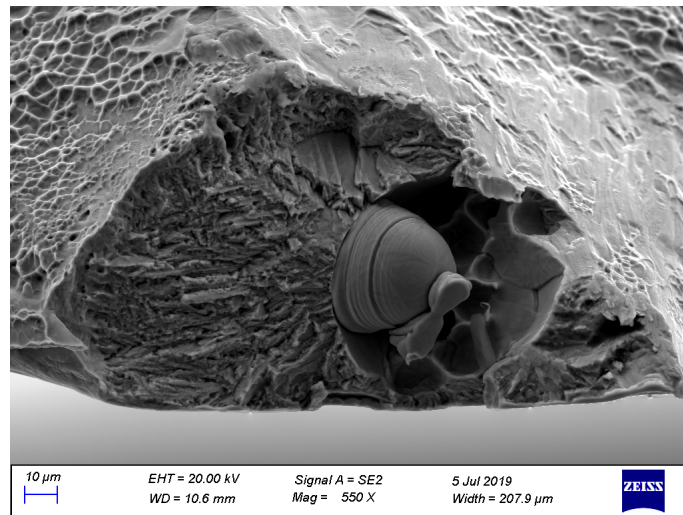


FIGURE 5.7 – Vue de la zone de propagation de fissure autour d'un défaut.

5.4 Méta-modèles pour l'étude de défauts paramétriques

Nous nous intéressons, dans cette section, à la durée de vie d'une éprouvette contenant un seul défaut sphérique dont le rayon est fixé à $150 \mu\text{m}$. L'abattement sur la durée de vie provoqué par le défaut dépend de la position de ce dernier dans le joint soudé. Dans cette section, nous tentons, grâce à un méta-modèle, de déterminer la zone de criticité du défaut considéré. Cette zone est l'ensemble de toutes les positions pour lesquelles la durée de vie du joint tombe en dessous d'une durée de vie minimale notée N_{\min} . La valeur de N_{\min} est fixée, pour cette section, à 15 000 cycles. La méthode de construction du méta-modèle est tout d'abord détaillée, avant de présenter les résultats obtenus.

5.4.1 Méta-modèle par krigeage

Définition d'un méta-modèle

Considérons un système \mathcal{S} qui à une entrée $x \in \mathbb{R}^d$ associe une sortie $\mathcal{Z}(x) \in \mathbb{R}$. d est un entier naturel non nul qui donne la dimension de l'espace paramétrique. Dans le cas présent, d vaut 3 et une évaluation de $\mathcal{Z}(x)$ correspond à une simulation par la méthode des éléments finis et au calcul d'une quantité d'intérêt. Cette évaluation peut être coûteuse, d'autant plus si de nombreuses configurations doivent être testées. Un méta-modèle (ou modèle de substitution, *surrogate model* en anglais) peut être construit pour remplacer l'appel au code par éléments finis. Ainsi, en notant f le méta-modèle, il vient :

$$\mathcal{Z}^*(x) = f(x) \quad (5.1)$$

$\mathcal{Z}^*(x)$ est l'estimation de $\mathcal{Z}(x)$ par le méta-modèle. Le méta-modèle est d'autant plus efficace que l'évaluation de $f(x)$ est rapide comparée à celle de la simulation numérique. La fonction f est déterminée grâce à des données issues de réalisations précédentes.

Le krigeage

Le krigeage est une méthode d'interpolation dénommée d'après D. Krige qui l'a développée pour déterminer des teneurs en minerai à partir de forages [Krige 1951]. Théorisé par Matheron [Matheron 1962 1963], le krigeage a d'abord été utilisé dans le domaine de la géostatistique [Chilès et Delfiner 2012]. C'est à la fin des années 80 [Sacks et al. 1989ab] qu'il a été proposé d'utiliser cette méthode dans le cadre du traitement de données issues de simulations numériques. La méthode DACE (acronyme de l'anglais *Design and Analysis of Computer Experiments*) propose de lancer un jeu de simulations avec des entrées x_i , $i = 1, \dots, n$ afin de déterminer les sorties $\mathcal{Z}_i = \mathcal{Z}(x_i)$, $i = 1, \dots, n$ et de construire un interpolateur par krigeage. D'un point de vue théorique, la sortie du système \mathcal{Z} est vue comme une variable aléatoire qui va être conditionnée

par les points de mesure. Le krigeage repose fondamentalement sur la notion de variogramme qui définit la structure spatiale des données :

$$\gamma(x, y) = \frac{1}{2} \text{Var}(\mathcal{Z}(x) - \mathcal{Z}(y)) \quad (5.2)$$

$\gamma(x, y)$ quantifie la corrélation entre la valeur de \mathcal{Z} au point x et au point y . De manière évidente, il vient $\gamma(x, x) = 0$. En ajoutant une hypothèse de stationnarité et d'isotropie de la variable aléatoire \mathcal{Z} , $\gamma(x, y)$ devient une fonction de la distance entre x et y seulement. Ainsi, pour construire un modèle de krigeage, il est nécessaire de calculer un variogramme expérimental à partir des données et d'identifier un modèle (voir <https://fr.wikipedia.org/wiki/Variogramme> pour quelques exemples).

En notant \mathcal{Z} la quantité à évaluer et \mathcal{Z}^* son estimation par krigeage, l'erreur d'estimation est $\mathcal{R} = \mathcal{Z} - \mathcal{Z}^*$. L'estimateur par krigeage est le meilleur estimateur linéaire sans biais :

- **linéaire** : l'estimation est une combinaison linéaire des données ;
- **sans biais** : l'espérance de l'erreur d'estimation $\mathbb{E}(\mathcal{R})$ est nulle ;
- **meilleur** : la variance de l'erreur d'estimation $\text{Var}(\mathcal{R})$ est minimale.

De plus, l'estimateur de krigeage présente deux propriétés extrêmement intéressantes dans le cadre de la méta-modélisation. Tout d'abord, il est interpolant, c'est-à-dire qu'il honore les données :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \mathcal{Z}^*(x_i) = \mathcal{Z}(x_i) \quad (5.3)$$

Il fournit également une variance d'erreur d'estimation qui renseigne sur la qualité locale de l'estimation. La construction d'un estimateur par krigeage est présentée dans le Complément 5.1.

Construction d'un estimateur par krigeage ordinaire

Nous détaillons ici la démarche pour construire un estimateur par krigeage ordinaire d'une variable \mathcal{Z} , connaissant sa valeur en n points notés $x_i \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^d$, $i = 1, \dots, n$. Le variogramme est supposé connu. La moyenne de la variable \mathcal{Z} est notée m . Elle est inconnue, mais supposée constante sur le domaine d'intérêt \mathcal{D} : $\forall x \in \mathcal{D}, \mathbb{E}(\mathcal{Z}(x)) = m$. Nous cherchons à estimer la valeur de \mathcal{Z} en un nouveau point de \mathcal{D} , noté x_0 . $\mathcal{Z}^*(x_0)$ est recherché comme une combinaison linéaire des données :

$$\mathcal{Z}^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathcal{Z}(x_i) \quad (5.4)$$

La condition de non-biais au point x_0 s'écrit :

$$\mathbb{E}(\mathcal{Z}(x_0) - \mathcal{Z}^*(x_0)) = \mathbb{E}(\mathcal{Z}(x_0)) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbb{E}(\mathcal{Z}(x_i)) = m \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right) = 0 \quad (5.5)$$

Cette équation doit être vérifiée pour toutes les valeurs de m . Il vient donc une première condition sur les coefficients de la combinaison linéaire :

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (5.6)$$

Minimisons maintenant la variance de $\mathcal{Z}(x_0) - \mathcal{Z}^*(x_0)$ sous la condition exprimée dans l'équation précédente. Cela est fait en s'intéressant à la fonctionnelle \mathcal{J} suivante :

$$\mathcal{J} = \text{Var}(\mathcal{Z}(x_0) - \mathcal{Z}^*(x_0)) + 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) \quad (5.7)$$

Le premier terme de cette fonctionnelle se réécrit comme suit :

$$\text{Var}(\mathcal{Z}(x_0) - \mathcal{Z}^*(x_0)) = \text{Var}\left(\mathcal{Z}(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathcal{Z}(x_i)\right) \quad (5.8)$$

$$= \text{Var}\left(\sum_{i=0}^n \beta_i \mathcal{Z}(x_i)\right) \text{ où } \beta_0 = 1 \text{ et } \forall i \in \{1, \dots, n\}, \beta_i = -\lambda_i \quad (5.9)$$

$$= -\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \beta_i \beta_j \gamma(x_i, x_j) \text{ car } \sum_{i=0}^n \beta_i = 0 \text{ [Chilès et Delfiner 2012]} \quad (5.10)$$

$$= \beta_0^2 \gamma(x_0, x_0) - 2 \sum_{i=1}^n \beta_0 \beta_i \gamma(x_0, x_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_i \beta_j \gamma(x_i, x_j) \quad (5.11)$$

$$= 0 + 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0, x_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) \quad (5.12)$$

Dérivons maintenant \mathcal{J} par rapport à λ_i et annulons la dérivée :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \lambda_i} = 2\gamma(x_0, x_i) - 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + 2\mu = 0 \quad (5.13)$$

$$\Leftrightarrow \forall i \in \{1, \dots, n\}, -\sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + \mu = -\gamma(x_0, x_i) \quad (5.14)$$

Ce jeu d'équations, ainsi que la condition sur la somme des λ_i peuvent être mis sous la forme du produit matrice vecteur suivant :

$$\left(\begin{array}{ccc|c} & & & 1 \\ & & & \vdots \\ & -\gamma(x_i, x_j) & & 1 \\ \hline 1 & \dots & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma(x_0, x_1) \\ \vdots \\ -\gamma(x_0, x_n) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{C}\underline{\Lambda} = \underline{\mathbf{b}} \quad (5.16)$$

Pour calculer une estimation au point x_0 , il suffit de calculer le vecteur $\underline{\mathbf{b}}$ et la matrice \mathbf{C} grâce au modèle de variogramme et d'effectuer le produit $\mathbf{C}^{-1}\underline{\mathbf{b}}$. La matrice \mathbf{C} ne dépend que des données. Elle n'est calculée et inversée qu'une fois. Le passage par un modèle de variogramme assure que la matrice \mathbf{C} est inversible. Le conditionnement de \mathbf{C} varie cependant avec les modèles.

Reformulons maintenant la variance pour y faire apparaître le multiplicateur de Lagrange μ . D'après l'Équation (5.14) :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) = \mu + \gamma(x_0, x_i) \quad (5.17)$$

En injectant cette expression dans celle de la variance :

$$\text{Var}(\mathcal{Z}(x_0) - \mathcal{Z}^*(x_0)) = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0, x_i) - \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i, x_j) \quad (5.18)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0, x_i) - \sum_{i=1}^n \lambda_i (\mu + \gamma(x_0, x_i)) \quad (5.19)$$

$$= \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0, x_i) - \mu \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (5.20)$$

$$= \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0, x_i) - \mu \quad (5.21)$$

$$= -\underline{\Lambda}^T \underline{\mathbf{b}} \quad (5.22)$$

Un simple produit scalaire permet donc d'obtenir la variance d'erreur d'estimation au point x_0 .

5.4.2 Une approche « naïve »

Dans un premier temps, une approche « naïve » est appliquée. Vingt positions sont tirées uniformément dans un quart de la soudure. Les maillages correspondant à chacun des cas sont générés et vingt calculs mécaniques sont lancés. Afin de mener cette étude paramétrique dans un temps raisonnable, seule la précharge et un cycle sont calculés. Le chargement imposé est le même que précédemment ($R_\sigma = 0,1$ et $\sigma^{\max} = 350$ MPa). Le post-traitement de fatigue est appliqué et les valeurs de la contrainte effective sont moyennées sur une sphère de rayon $R_c = 125$ μm avant d'estimer la durée de vie. La Figure 5.8 représente les positions des défauts introduits dans la soudure complète.

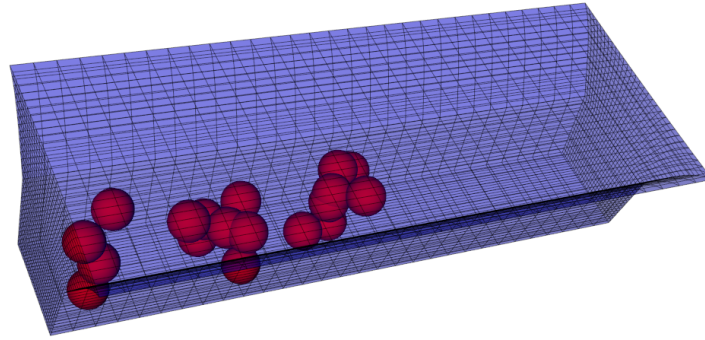


FIGURE 5.8 – Représentation, dans une même soudure, de tous les défauts simulés au cours de l'étude paramétrique. Chaque simulation ne comprend qu'un seul défaut. Pour des raisons de symétrie, ils ne sont introduits que dans un quart de la soudure.

La durée de vie du joint soudé est donc connue pour 20 positions de défauts. Une fois construit, le méta-modèle par krigeage permet d'estimer cette durée de vie pour toute position dans le joint. L'identification du modèle de variogramme est faite avec la bibliothèque RGeostats [Renard *et al.* 2019] développée par l'équipe de Géostatistique du Centre de Géosciences de l'École des Mines de Paris. Le variogramme identifié est sphérique¹ :

$$\gamma(x, y) = \gamma(h) = \begin{cases} C \left(\frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) & , \text{ si } 0 \leq h \leq a \\ C & , \text{ si } h > a \end{cases} \quad , \text{ où } h = \|x - y\| \quad (5.23)$$

Il dépend de deux paramètres : la portée a et le palier C , dont les valeurs sont déterminées par la bibliothèque RGeostats. En suivant le protocole détaillé dans le Complément 5.1, il est possible d'évaluer la durée de vie en tout point de la soudure. Dans la suite, nous nous limiterons à la zone pour laquelle le défaut n'intercepte pas de surface libre. La Figure 5.9 présente plusieurs coupes des résultats obtenus avec le méta-modèle. Sur ces coupes, seules deux zones sont distinguées. Quand un défaut est introduit dans la zone bleue, la durée de vie est réduite, mais reste supérieure à N_{\min} . Par contre, dans la zone rouge, la durée de vie est inférieure à la valeur limite choisie.

Il est tout d'abord important de souligner que la zone critique est située du côté du bord libre (à droite sur le graphique en haut de la Figure 5.9). Des défauts centrés en Z mais proches de la face supérieure ou inférieure de l'éprouvette ne semblent pas abaisser la durée de vie en dessous de N_{\min} . Cependant, la zone critique est plus profonde à proximité de ces surfaces comme en témoigne la coupe B de la Figure 5.9. Le défaut est alors proche d'une arête de l'éprouvette.

Les positions sont dans cet exemple tirées uniformément dans le domaine. En conséquence, seuls 20% environ des points sont situés à proximité de la surface d'intérêt qui marque la frontière entre zone critique (rouge) et non critique (bleue). Dans la prochaine section, une méthode itérative de choix de nouveaux points de calcul est utilisée.

1. Ce type de variogramme est utilisable au plus en dimension 3.

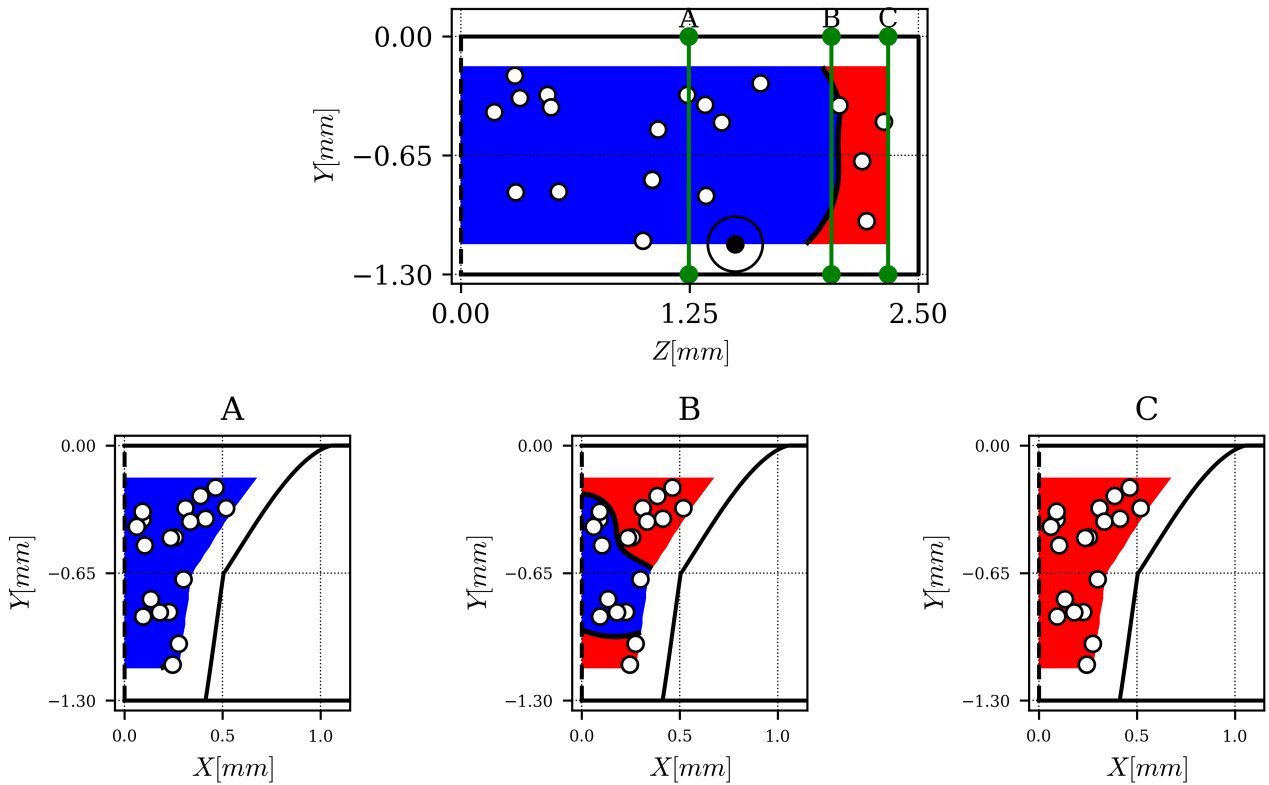


FIGURE 5.9 – Vue selon plusieurs coupes des résultats du méta-modèle. Deux zones sont distinguées : si un défaut est dans la zone bleue (respectivement rouge), la durée de vie de l'éprouvette est supérieure (respectivement inférieure) à N_{\min} . Le graphique du haut représente une coupe en $X = 0$ de l'éprouvette. Les trois coupes du bas sont réalisées à Z constant aux endroits indiqués par les traits verts sur le graphique du haut. Les points blancs représentent les points de calcul. Les contours de l'éprouvette sont tracés en noir. Le méta-modèle est défini dans une zone plus petite dans laquelle le défaut n'intercepte pas une surface libre. Afin d'avoir une idée de la taille du défaut, un cercle de rayon $150 \mu\text{m}$ est tracé en noir sur la figure du haut.

5.4.3 Guidage de l'enrichissement avec la variance d'erreur d'estimation

Une propriété extrêmement intéressante du krigeage est qu'il fournit une variance d'erreur d'estimation. Cette variance donne une information sur la qualité locale de l'approximation. Elle est notamment nulle aux points de données. La méthode utilisée ici entre dans la famille des méthodes dites d'*Active Kriging* [Echard *et al.* 2011]. Elle peut être utilisée quand le but du méta-modèle est de déterminer précisément une iso-valeur de \mathcal{Z} , notée μ . Dans notre cas, nous cherchons la limite entre la zone de criticité et celle de non-criticité qui correspond l'iso-valeur à N_{\min} . Connaissant la valeur cible μ , une fonction d'apprentissage notée U est calculée pour chaque point du domaine d'intérêt. Elle a été proposée dans [Echard *et al.* 2011]. Son expression est la suivante :

$$U(x_0, \mu) = \frac{|\mathcal{Z}^*(x_0) - \mu|}{\sigma^*(x_0)} \quad (5.24)$$

où x_0 est un point du domaine d'intérêt, $\mathcal{Z}^*(x_0)$ l'estimation par krigeage de \mathcal{Z} en x_0 , $\sigma^*(x_0)$ est la racine carrée de la variance d'erreur d'estimation en x_0 . Le nouveau point de calcul est celui qui réalise le minimum de la fonction U . Cela permet de choisir un point proche de la surface limite ($|\mathcal{Z}^*(x_0) - \mu|$ faible) pour lequel l'incertitude est grande ($\sigma^*(x_0)$ élevé). Cette démarche permet donc d'améliorer la prévision de la zone de criticité définie par une durée de vie inférieure à N_{\min} .

Cette démarche d'enrichissement guidé est appliquée pour choisir les prochains points de calcul dans la présente étude. La Figure 5.10 présente les résultats obtenus après l'enrichissement par 30 points supplé-

mentaires représentés en noir sur la première coupe. Tous ces points sont localisés à proximité de l'interface entre la zone critique et la zone non critique. La morphologie de la zone de criticité a été modifiée par l'ajout de ces points. Elle est notamment beaucoup plus profonde en bas de la zone fondue. En effet, la coupe A intercepte maintenant la zone de criticité. La coupe B a aussi été modifiée suite à l'enrichissement. La coupe C reste, elle, entièrement dans la zone critique. La dissymétrie entre le haut et le bas de la zone fondue peut être expliquée par l'évolution de sa largeur.

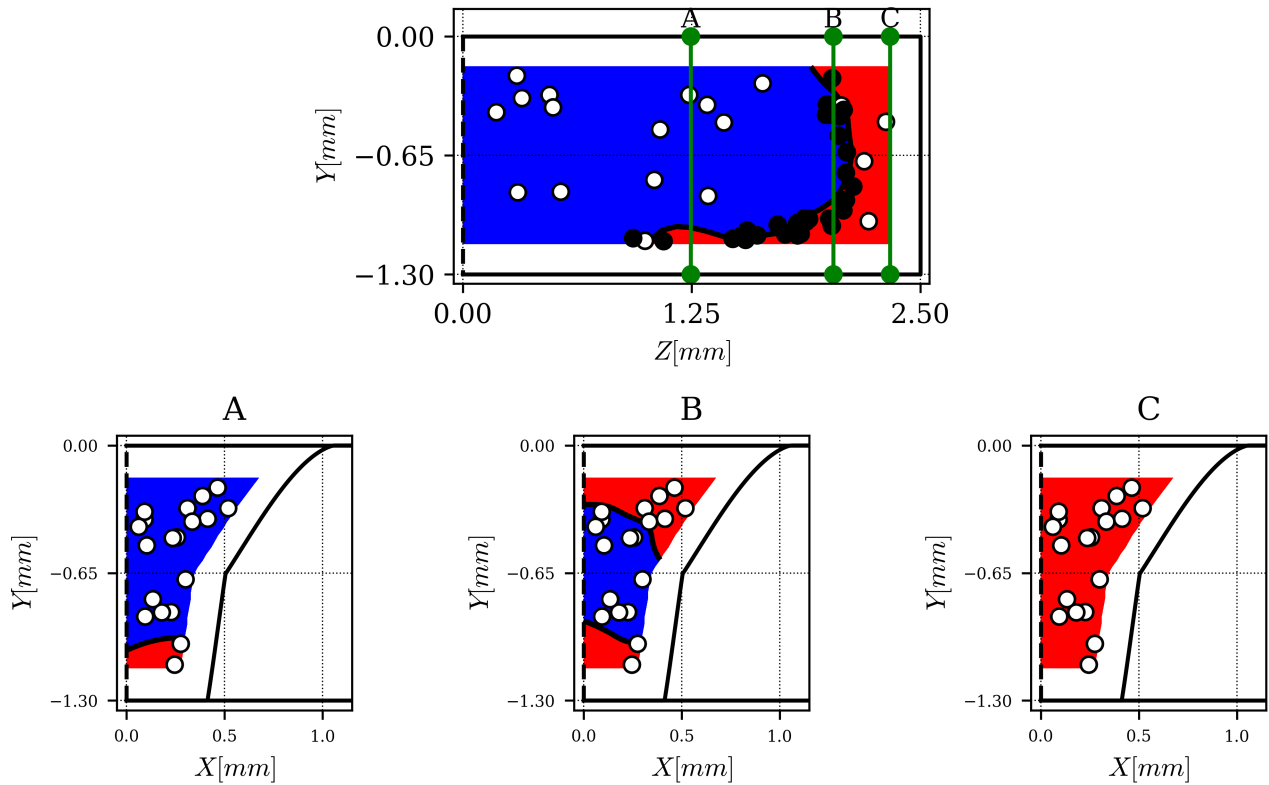


FIGURE 5.10 – Vue selon plusieurs coupes des résultats du méta-modèle après enrichissement guidé. Deux zones sont distinguées : si un défaut est dans la zone bleue (respectivement rouge), la durée de vie de l'éprouvette est supérieure (respectivement inférieure) à N_{\min} . Le graphique du haut représente une coupe en $X = 0$ de l'éprouvette. Les trois coupes du bas sont réalisées à Z constant aux endroits indiqués par les traits verts sur le graphique du haut. Les points blancs représentent les points de calcul du plan d'expérience initial. Les points noirs ont été choisis grâce à la procédure présentée. Ces derniers ne sont pas tracés sur les coupes en Z pour améliorer la lisibilité de la carte.

5.4.4 Conclusions et perspectives

Cette section présente une démarche qui permet de déterminer la zone de criticité d'un défaut paramétrique (ici une sphère de rayon $150 \mu\text{m}$). Elle est basée sur la construction d'un méta-modèle qui nécessite le lancement de simulations d'apprentissage. Le méta-modèle est ici construit par krigeage et permet d'évaluer la durée de vie de la structure pour n'importe quelle position du défaut. La zone de criticité est ici définie par une durée de vie minimale N_{\min} . Un enrichissement guidé est proposé pour choisir des points de calcul pertinents pour cette valeur N_{\min} . Cela permet d'obtenir une bonne approximation de la zone de criticité en limitant le nombre d'appels à la simulation par éléments finis. Cependant, un certain nombre de simulations sont nécessaires en amont pour s'assurer de la qualité du méta-modèle avant de lancer l'enrichissement. Afin de diminuer le coût des appels au code par éléments finis, il est possible d'appliquer une approche dite « multi-fidélité » [Cannamela *et al.* 2017] en utilisant la méthode de réduction de modèles présentée dans le Chapitre 4. Dans ce cas, une simulation peut être lancée soit avec un calcul standard par éléments finis

(« haute fidélité ») soit avec la méthode de réduction de modèles (« basse fidélité »). Le méta-modèle est alors construit en accordant une plus grande confiance aux résultats haute fidélité. Au cours de la phase d'enrichissement se pose alors la question suivante : est-il plus bénéfique de lancer 10 calculs basse fidélité ou un seul haute fidélité, sachant que le temps de calcul est le même ? Le couplage entre les deux niveaux de fidélité permet d'augmenter le nombre de points de mesure et d'améliorer la prévision de la quantité d'intérêt. En effet, les nombreux points basse fidélité peuvent renseigner sur des variations locales non captées par les points haute fidélité [Cannamela *et al.* 2017].

Il est cependant important de souligner que l'approche d'enrichissement proposée est propre à une valeur cible (ici N_{\min}). Si cette valeur est modifiée au cours de l'étude, toute la démarche doit être relancée. La taille du défaut peut aussi être ajoutée dans l'étude précédente. L'espace des paramètres serait alors de dimension 4.

5.5 Utilisation du modèle de génération de populations de défauts

Dans cette section, le modèle de génération de populations de défauts est utilisé pour évaluer la dispersion sur la durée de vie induite par la présence de pores dans la soudure.

5.5.1 Génération des populations

Le modèle de génération de populations de défauts du Chapitre 3 est utilisé. La mise en données peut se faire de manière interactive comme précédemment. La Figure 5.11 présente l'interface générée automatiquement pour créer un objet `PulsedPopulationSampler`. Il est caractérisé par 6 paramètres obligatoires, dont les mots clés sont donnés entre parenthèses :

- un échantillonneur de forme (`shape_sampler`). Dans ce cas, puisque la forme est sphérique, il tire la taille de chaque défaut ;
- une forme de soudure (`weld_shape`) qui définit le domaine dans lequel le défaut peut être introduit ;
- une longueur de soudure à générer (`length`) ;
- une loi qui permet de déterminer le nombre de défauts dans chaque impulsion (`defects_number`) ;
- un ensemble de lois qui permettent de positionner les défauts dans l'impulsion (`position_sampler`) ;
- une loi pour tirer le pas entre chaque impulsion (`step`).

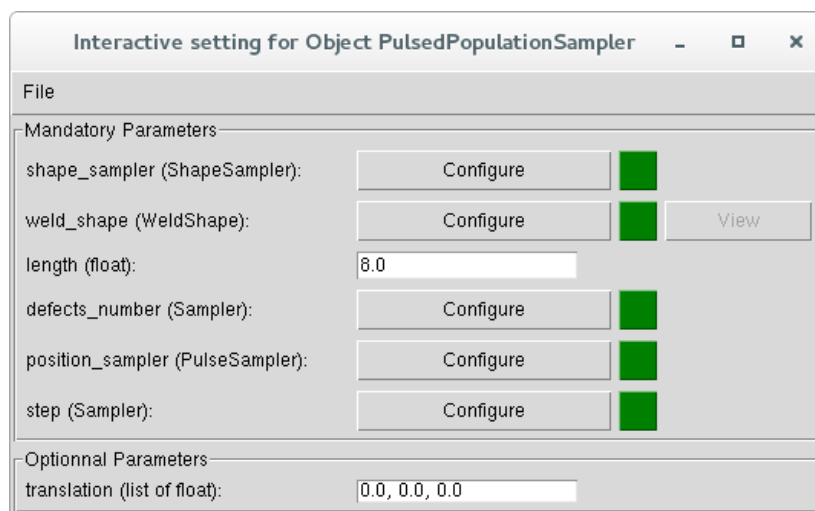


FIGURE 5.11 – Interface graphique générée automatiquement pour la génération de populations de défauts.

Le pas entre chaque impulsion est ici fixé à 300 μm . Les lois de probabilité entrées pour définir le nombre, la taille et la position des défauts sont celles qui ont été identifiées au Chapitre 3. Comme indiqué sur la Figure 5.11, la longueur de soudure générée (8 mm) est plus grande que la largeur de l'éprouvette : une fois la population générée, seuls les défauts entièrement dans l'éprouvette sont conservés. En l'état, le module ne permet pas d'introduire des défauts qui interceptent les surfaces.

5.5.2 Crible d'extraction de sous-populations

Les populations de défauts obtenues contiennent un grand nombre de défauts (environ un millier par éprouvette). La simulation avec une géométrie explicite de telles éprouvettes ne peut être conduite dans un temps raisonnable avec les moyens informatiques disponibles au cours de ce travail. Le choix a ainsi été fait d'extraire une sous-population de défauts. Une première extraction est réalisée en calculant des taux de vide locaux. Le masque utilisé est une boule de rayon 100 μm . Elle est placée à différentes positions dans la soudure. Lorsque la porosité dépasse une valeur seuil f_c , tous les défauts qui interceptent le masque sont conservés. La valeur seuil f_c est choisie de manière à ce que tous les défauts de rayon supérieur à 40 μm soient conservés (moitié du rayon critique au sens de Kitagawa identifié à la Section 2.5.3). Ensuite, les défauts qui interagissent avec les défauts conservés sont ajoutés. Deux défauts sont considérés en interaction si la distance qui sépare leurs centres est inférieure à $2(r_1 + r_2)$ où r_1 et r_2 sont les rayons des défauts. Finalement, tous les défauts dont les rayons sont inférieurs à 15 μm sont supprimés. L'application de ce crible réduit le nombre de défauts présents dans le joint soudé à moins de 100. La Figure 5.12 permet de comparer la même population de défauts, avant et après l'application du crible.



FIGURE 5.12 – Population de défauts générée par le modèle (à gauche) et après le crible (à droite).

La Figure 5.13 présente quelques indicateurs sur les populations de défauts après application du crible. Sur la gauche de la figure sont tracées pour chaque population (dont les identifiants vont de 1 à 10) la taille du plus gros défaut, celle du plus petit défaut et la taille moyenne. Les tailles moyennes et minimales ne varient pas d'une population à l'autre². Cependant, la taille maximale varie entre 75 μm et 125 μm . Le graphique de droite permet de quantifier les interactions avec des surfaces. La longueur du ligament minimal y est représentée. Cette longueur, notée l_s , est définie pour un défaut de rayon r situé à une distance d d'une surface libre par :

$$l_s = \frac{d}{r} \quad (5.25)$$

Le cas $l = 1$ correspond au cas limite où le défaut est tangent à la surface libre. Si $l < 1$, alors il intercepte la surface libre. Dans le cadre de ce travail, aucun défaut n'entre en intersection avec une surface libre ($l > 1$). Dans toutes les populations considérées, un défaut au moins interagit avec une surface libre ($l \leq 2$).

5.5.3 Résultats des calculs mécaniques

La résolution est conduite en utilisant la version distribuée du solveur MUMPS [Amestoy *et al.* 2001] qui est interfacée avec Z-Set. En effet, la taille des problèmes varie entre 1,5 et 3 millions de degrés de liberté. Un total de 8 sous-domaines est utilisé. Vingt cycles de chargement sont simulés à $R_\sigma = 0,1$ et $\sigma^{\max} = 350$ MPa. La stabilisation n'est jamais atteinte avant la fin de la simulation. Cependant, les zones non stabilisées sont très localisées dans des amas de défauts. Le post-traitement de fatigue est donc effectué sur le dernier cycle. La moyenne de la contrainte effective est ensuite calculée sur une sphère de rayon $R_c = 125$ μm . La Figure 5.14 présente la durée de vie des 10 éprouvettes simulées avant et après le calcul de moyenne. Cette opération augmente grandement la durée de vie. Elles passent de moins de 100 cycles à plus de 40 000 cycles.

² L'application du filtre retire tous les défauts dont le rayon est inférieur à 40 μm . Le fait que la taille minimale rencontrée soit de 15 μm dans toutes les populations indique que des interactions ont lieu.

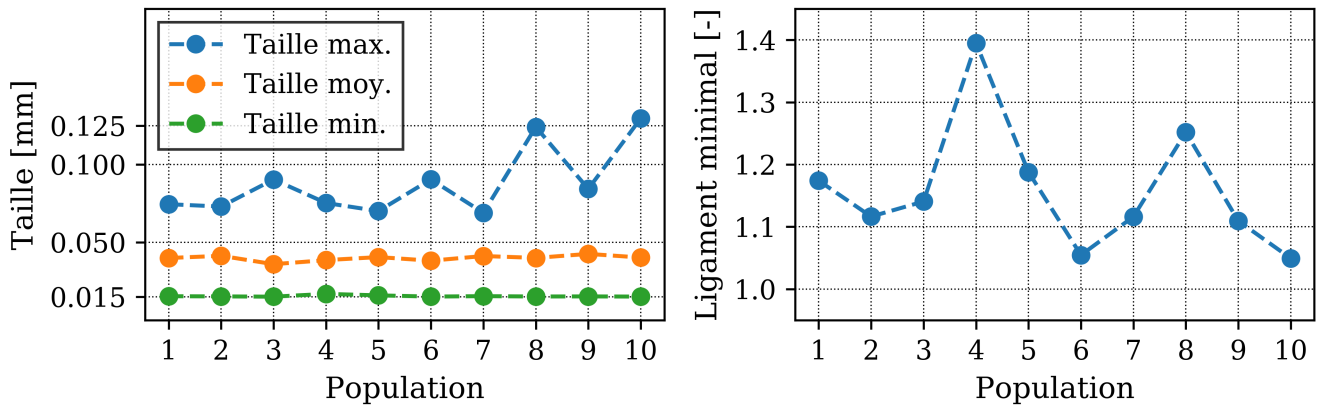


FIGURE 5.13 – Tailles minimale, moyenne et maximale des défauts dans les populations étudiées après le crible (à gauche). Longueur normalisée par la taille du défaut du plus petit ligament de matière (à droite).

La dispersion après moyenne est grande (de 40 000 à plusieurs millions de cycles). Les deux éprouvettes qui ont une durée de vie en dessous de 100 000 cycles sont celles qui présentent des défauts de plus de 100 μm de rayon. L'ordre de rupture des éprouvettes change suite à l'opération de moyenne. Les données expérimentales de la Section 5.3 sont aussi représentées par des traits rouges sur cette figure. Seules les éprouvettes avec les plus gros défauts ont une durée de vie proche de celles observées expérimentalement.

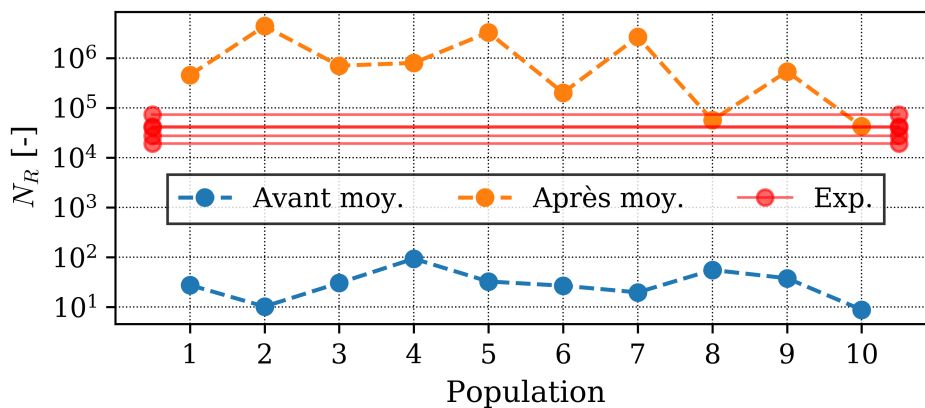


FIGURE 5.14 – Durée de vie des éprouvettes simulées.

Cependant, l'information contenue dans les simulations effectuées est plus riche qu'une unique durée de vie à amorçage. Nous nous intéressons ici à l'état autour de chaque défaut contenu dans la soudure en prenant l'exemple de la population n°6. Certaines cartes sont tracées en contrainte effective ; la Figure 5.15 trace l'évolution de la durée de vie avec la contrainte effective pour que le lecteur puisse se ramener à volonté à une durée de vie.

La Figure 5.16 propose une vue depuis le haut de la soudure du champ de contrainte effective dans la soudure avant et après la moyenne. Les défauts sont visibles sur cette figure. Sur le champ brut de simulation, les valeurs sont plus élevées au niveau des équateurs des défauts. Notons la valeur maximale très élevée (2 300 MPa) qui correspondrait à une durée de vie de l'ordre de 30 cycles. L'opération appliquée a pour effet de gommer cette variation spatiale autour des petits défauts. La valeur maximale de la contrainte effective moyennée est 686 MPa. À cette contrainte correspond une durée de vie de l'ordre de 200 000 cycles, qui est la valeur reportée sur la Figure 5.14 pour la population n°6.

La valeur maximale (correspondant à la durée de vie minimale) est extraite dans le voisinage de chaque défaut. Ce voisinage est défini comme la sphère de même centre que le défaut dont le rayon est le double

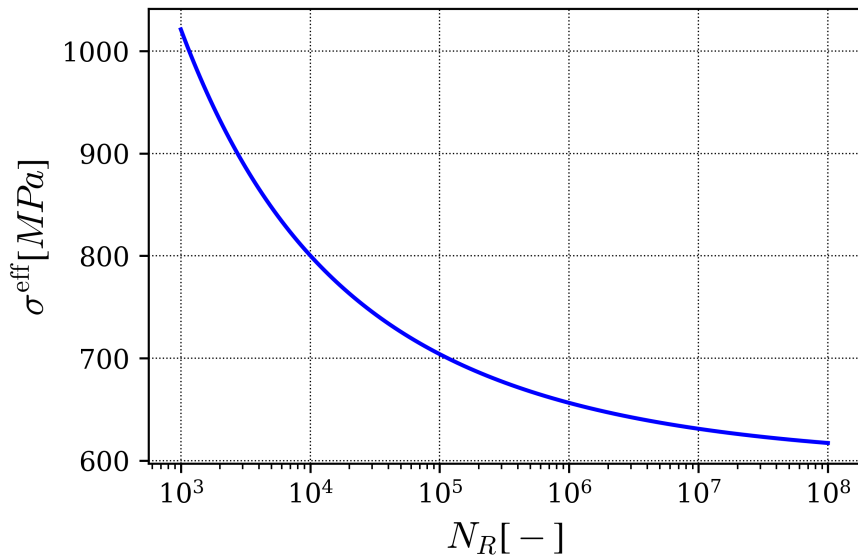


FIGURE 5.15 – Évolution du nombre de cycles à rupture avec la contrainte effective pour le modèle de durée de vie identifié au Chapitre 2.

de celui du défaut. Ainsi, pour la population n°6, 42 durées de vie sont calculées. Elles vont de 200 000 à 10^9 cycles. La Figure 5.17 propose une représentation de ces durées de vie locales. Sur le premier graphique, les défauts sont représentés dans la soudure matérialisée par les rectangles noirs (face du haut en trait continu et face du bas avec des pointillés). Le point de vue est le même que celui de la Figure 5.16. Un disque représente chaque défaut. Son rayon est le même que celui du défaut et sa couleur renseigne sur la durée de vie locale. Comme cela a été observé plus tôt (voir Section 5.4), les durées de vie sont plus faibles pour les défauts proches des bords de l'éprouvette qui sont aux extrémités droite et gauche de la figure.

Le deuxième graphique de la Figure 5.17 représente les défauts dans le plan taille du défaut - distance normalisée à une surface libre (l_s définie par l'Équation (5.25)). La couleur d'un disque indique la durée de vie du défaut considéré. Dans le cas où un seul défaut est présent les évolutions suivantes sont attendues :

- pour un défaut de taille constante, la durée de vie diminue lorsque l_s diminue ;
- à l_s constant, la durée de vie diminue lorsque la taille du défaut augmente³.

Ainsi, les durées de vie devraient être les plus faibles dans le coin inférieur droit du plan (gros défauts proches d'une surface) et les plus grandes dans le coin supérieur gauche (petits défauts loin d'une surface). Dans l'ensemble, cette tendance est respectée. Cependant, quelques défauts présentent une durée de vie faible qui ne semble pas cohérente avec leur position dans le plan taille-ligament. Des interactions avec d'autres défauts expliquent un tel abattement de la durée de vie. Sur le deuxième graphique de la Figure 5.17, des relations de voisinage sont représentées pour les défauts qui présentent les durées de vie les plus faibles. Un trait noir relie deux défauts si le ligament de matière entre ces défauts a une longueur inférieure à la somme des rayons des défauts. Il est très intéressant de remarquer que tous les défauts de petite taille présentant une durée de vie faible sont localisés dans le voisinage d'un plus grand défaut. Il est aussi possible que la durée de vie du gros défaut soit abaissée par la présence des petits défauts à proximité. L'Annexe D présente, pour les 10 populations de défauts simulées, une figure similaire à la Figure 5.17. Dans tous les cas, une durée de vie faible est expliquée soit par la taille du défaut, soit par sa proximité avec une surface libre, soit par sa proximité avec un autre défaut. Dans le dernier cas, une nuance doit cependant être apportée. Dans l'exemple de la population n°10 (voir Figure D.20), le défaut dans le coin supérieur gauche du diagramme taille-ligament présente une durée de vie élevée malgré sa proximité avec le gros défaut. Ces deux défauts sont en effet proches, mais quasiment alignés selon la direction de sollicitation. Ainsi, le petit défaut se trouve dans la zone de relaxation de contraintes du plus gros.

L'approche proposée semble pertinente pour prendre en compte les effets liés à la taille des défauts.

3. l_s étant une longueur normalisée, le centre du défaut s'éloigne de la surface libre lorsque celui-ci grossit à l_s constant.

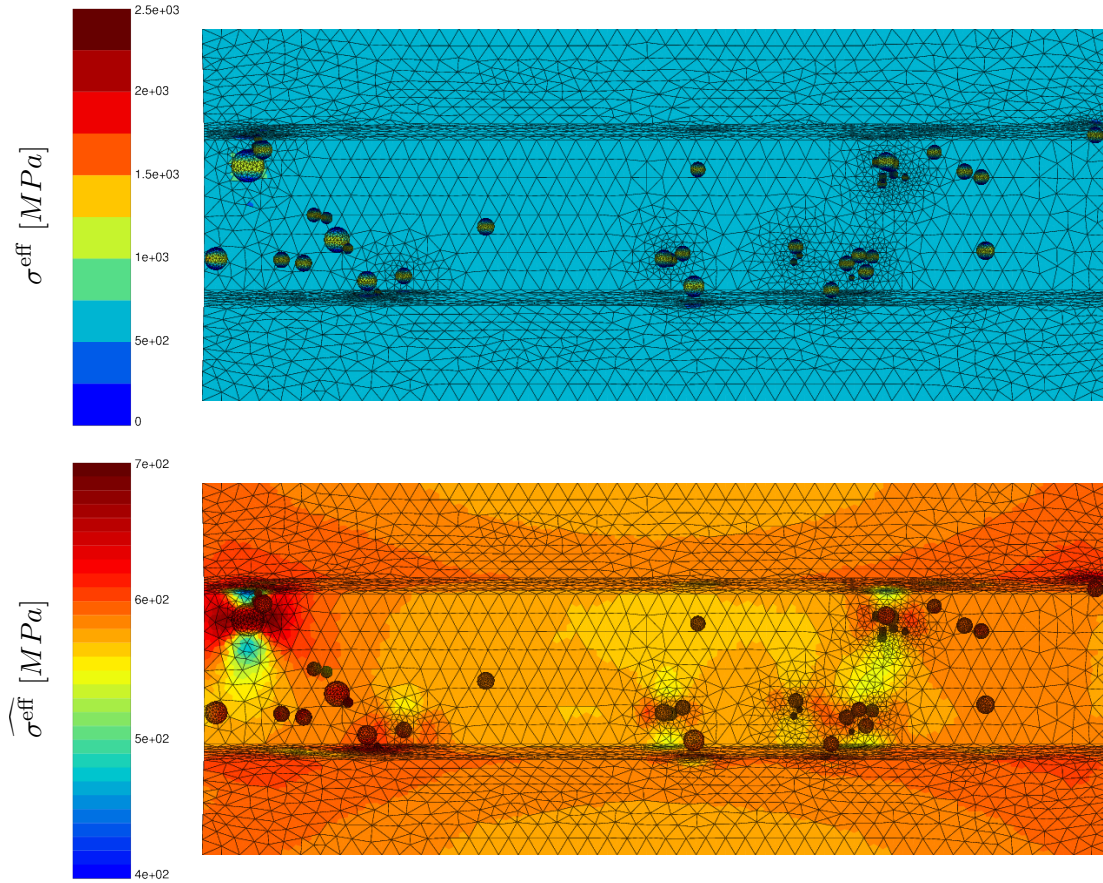


FIGURE 5.16 – Carte de contrainte effective σ^{eff} avant (en haut) et après le calcul de moyenne ($\widehat{\sigma^{\text{eff}}}$) sur une sphère de rayon $R_c=125 \mu\text{m}$ (en bas). La sollicitation est appliquée dans la direction verticale.

Cependant, dans le cas de ligaments (entre défauts ou entre un défaut et une surface libre), des phénomènes de rochet très locaux peuvent apparaître. Ils sont entièrement gommés par l'opération de prise de moyenne. Nous nous intéressons dans la suite à ces effets de rochet dont l'importance a été évoquée à la Section 1.4.3. La Figure 5.18 présente, d'une manière similaire à la Figure 5.17, des informations sur les incréments de déformation plastique au cours du dernier cycle simulé, dont l'expression est rappelée ici :

$$\Delta \varepsilon_r(N) = \sqrt{\frac{2}{3} \Delta \xi^p(N) : \Delta \xi^p(N)}, \text{ où } \Delta \xi^p(N) = \xi^p(t_N) - \xi^p(t_{N-1}) \quad (5.26)$$

$\xi^p(t_N)$ est le tenseur de déformation plastique à la fin du cycle N . Comme précédemment, cette quantité est calculée pour chaque point de Gauss de la structure et sa valeur maximale dans le voisinage de chaque défaut est extraite. C'est cette valeur qui donne la couleur aux disques de la Figure 5.18. Les amas de défauts présentent, pour certains, des valeurs élevées comparées aux défauts isolés. En effet, en fonction de la position relative des défauts par rapport à la direction de sollicitation, ils peuvent interagir ou se masquer l'un l'autre. Cela est mis en exergue par le deuxième graphique de la Figure 5.18. Sur ce graphique, chaque défaut est représenté dans un plan qui donne le ligament minimal (normalisé) avec les surfaces libres et les autres défauts. La couleur des points est liée à l'incrément de rochet du défaut considéré. L'amas de défauts rouges observable à $Z=1,25 \text{ mm}$ est retrouvé pour des valeurs de ligament entre défauts faibles. Certains défauts sont proches d'autres défauts (ligament défaut faible) sans pour autant que l'incrément de rochet ne présente des valeurs élevées. Dans ce cas, les défauts sont alignés avec la direction de sollicitation et se masquent. L'Annexe D regroupe, pour les 10 populations de défauts simulées, une figure similaire à la Figure 5.18. Ces données pourraient être traitées comme proposé à la Section 1.4.3.

5.6 Conclusions et perspectives

Des exemples d'application des outils développés dans ce travail sont présentés dans ce chapitre. Le module `zDefects` permet de manipuler facilement des structures soudées et d'y introduire des populations de défauts qui sont générées par le modèle présenté au Chapitre 3 ou des configurations simples. Deux études ont été menées ici.

La première concerne la nocivité d'un défaut unique introduit dans la soudure. L'utilisation d'un méta-modèle par krigeage permet d'évaluer la durée de vie pour n'importe quelle position du défaut dans la soudure à partir d'un certain nombre de simulations d'apprentissage. Dans le cas où une durée de vie limite est recherchée, une méthode issue de la littérature a été appliquée pour guider le choix des simulations à effectuer. Cela permet de limiter le nombre d'appels au code par éléments finis.

Dans la seconde étude, le modèle de génération de populations de défauts a été utilisé. Dix populations sont tirées, introduites dans la structure et autant de simulations sont lancées. Les durées de vie estimées à l'issue de ces calculs sont dispersées. Une étude fine des durées de vie dans le voisinage de chaque défaut permet de mettre en évidence les interactions entre les défauts et les surfaces libres de l'éprouvette d'une part et entre défauts d'autre part. Cependant, cette étude statistique ne rend que partiellement les résultats de la campagne expérimentale menée. Certaines populations générées présentent des durées de vie de l'ordre de grandeur de celles observées. Les défauts présents dans les populations générées numériquement sont alors de plus grande taille que ceux observés sur les faciès de rupture. Des tomographies des éprouvettes avant essai sont disponibles. Des simulations des populations effectivement présentes dans les soudures permettraient de séparer la part d'erreur liée à la modélisation du comportement et de la durée de vie de celle liée à la répartition spatiale des défauts.

Des incréments de rochet forts sont calculés au sein des amas de défauts. L'opération de moyenne efface totalement ces effets. De plus, les déformations progressives ne sont pas prises en compte dans le critère. Bien que les lois de comportement utilisées (et notamment les écrouissages cinématiques non linéaires) sont connues pour sur-estimer les phénomènes de rochet [Chaboche 2008], il est possible que ce soit ce dernier qui gouverne l'amorçage des fissures dans les joints soudés.

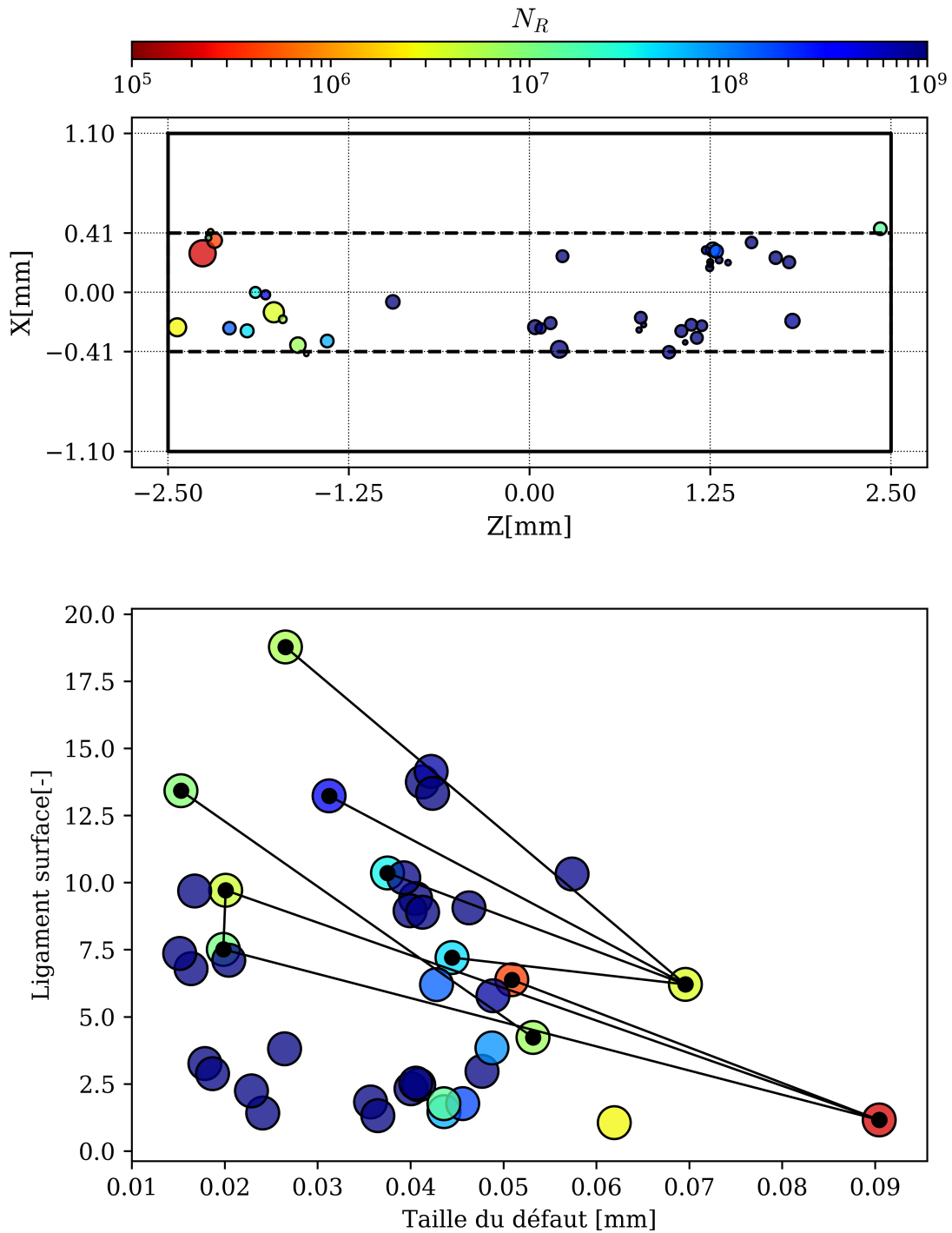


FIGURE 5.17 – Représentation des défauts dans la soudure (en haut). La couleur du disque donne une indication sur la durée de vie calculée dans le voisinage du défaut. Représentation des défauts dans le plan taille-distance à une surface libre normalisée (en bas). La couleur a la même signification que précédemment. Les relations de voisinage (traits noirs) sont données pour des défauts présentant des durées de vie faibles. Le ligament de matière entre deux défauts liés par un trait a une longueur inférieure à la somme des rayons des deux défauts.

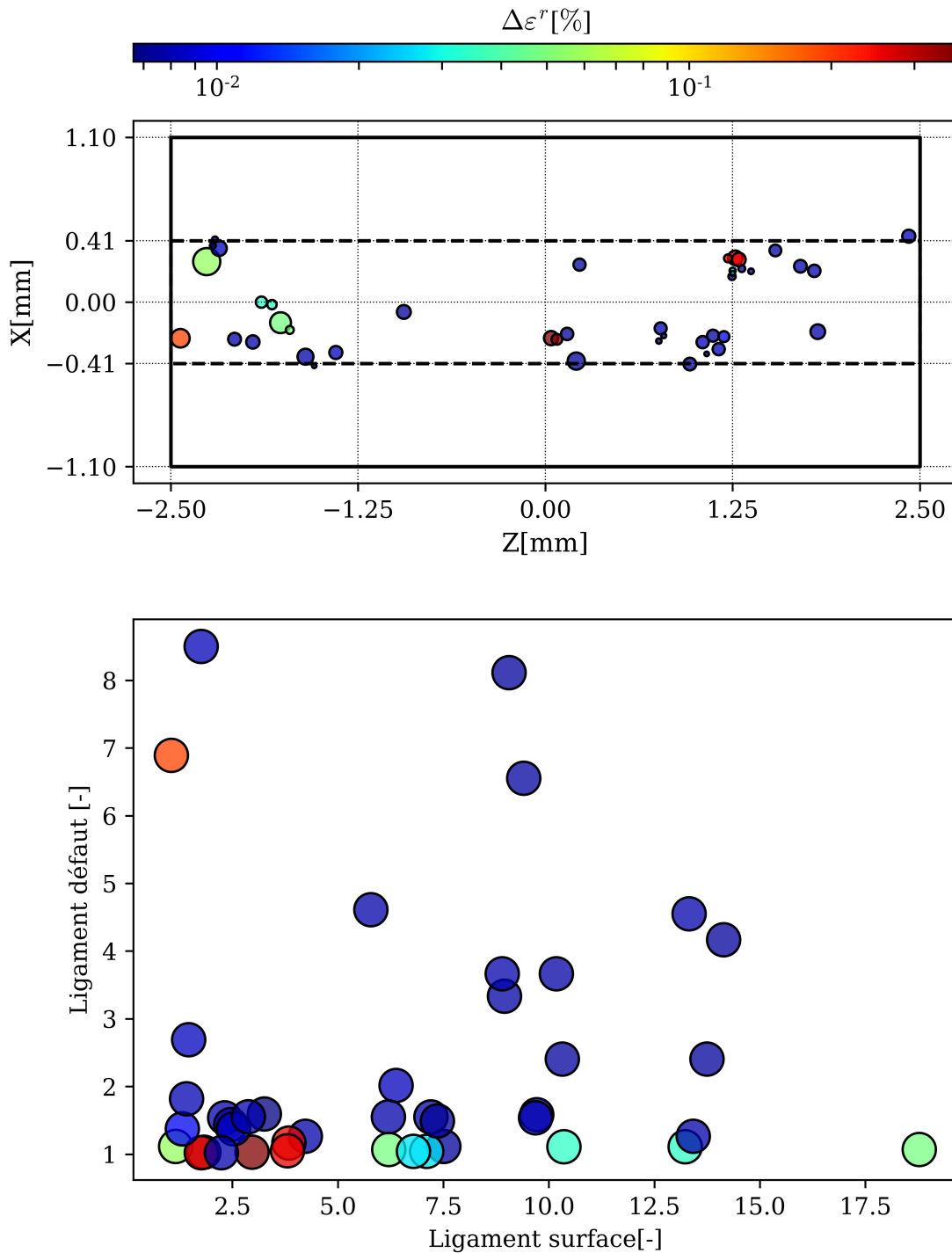


FIGURE 5.18 – Représentation des défauts dans la soudure (en haut). La couleur du disque donne une indication sur l'incrément de rochet calculé au dernier cycle dans le voisinage du défaut. Représentation des défauts dans le plan distance à une surface libre normalisée-distance à un défaut normalisée (en bas). La couleur a la même signification que précédemment.

Conclusions et perspectives

Résumé de la démarche et résultats importants

Ce travail de thèse visait à développer des outils d'aide à la décision pour l'acceptation de pièces soudées contenant des défauts. L'enjeu industriel est d'éviter de rebuter des pièces contenant des configurations de défauts non critiques. Il faut, par ailleurs, s'assurer que toutes les pièces acceptées supportent les sollicitations auxquelles elles sont soumises durant leur service. Le travail s'est focalisé sur les chargements cycliques. Les outils développés s'appuient sur la simulation par éléments finis des structures. Trois axes d'étude sont dégagés :

- la modélisation du comportement mécanique et la quantification de l'impact des défauts sur la durée de vie ;
- l'analyse statistique des populations de défauts ;
- la mise en place de méthodes numériques permettant de réduire la complexité des calculs à mener.

Quantification de l'impact des défauts sur la durée de vie

Une approche découplée a été utilisée pour estimer la durée de vie des structures. L'hypothèse est faite que l'endommagement n'a pas d'influence sur le comportement du matériau. Un calcul cyclique est mené jusqu'à stabilisation de la réponse mécanique. La durée de vie est alors estimée par un post-traitement du cycle stabilisé. Les défauts qui sont introduits dans la structure agissent comme des concentrateurs de contrainte. Un traitement particulier est nécessaire afin d'obtenir une bonne estimation de la durée de vie. La Figure 5 résume la démarche adoptée. L'étape centrale de cette démarche est le calcul mécanique. Pour

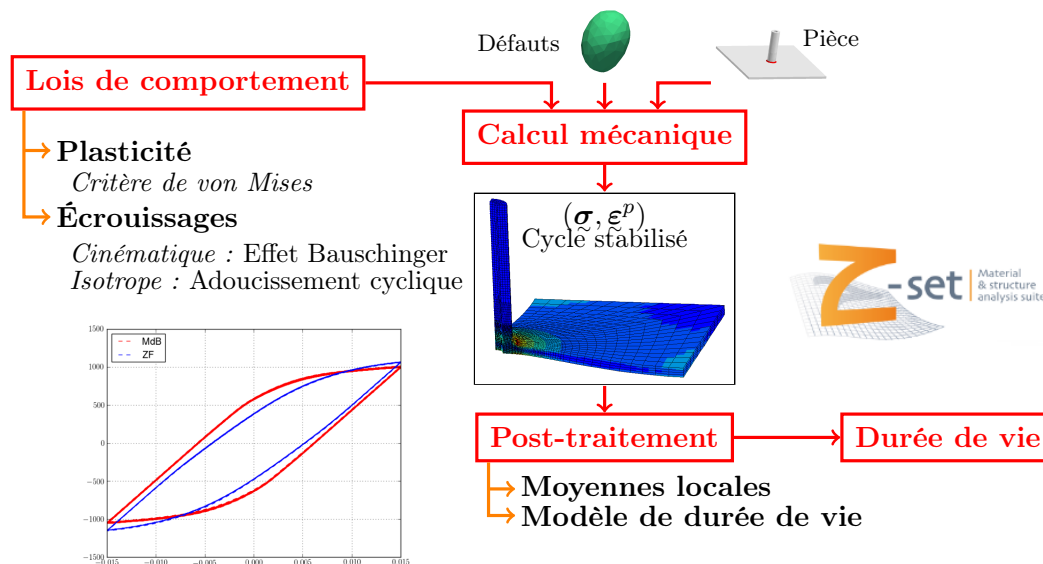


FIGURE 5 – Schéma récapitulatif de la démarche de quantification de l'impact des défauts sur la durée de vie.

être lancé, il nécessite la connaissance des lois de comportement des matériaux composant la pièce soudée.

Au cours de ce travail, une caractérisation du comportement cyclique du matériau constitutif de la zone fondue a été menée. Un traitement thermique issu de travaux précédents [Sarre 2018] a été utilisé pour reproduire les caractéristiques microstructurales de cette zone à l'échelle d'éprouvettes. Grâce aux données expérimentales acquises au cours des essais cycliques, deux lois de comportement de complexité différente ont été calibrées. Les principaux ingrédients de ces modèles sont indiqués sur la Figure 5. La plasticité est supposée indépendante du temps et repose sur le critère de von Mises. Différents types d'écrouissages (cinématique non linéaire avec ou sans seuil et isotrope) sont utilisés pour rendre compte des phénomènes observés expérimentalement. Le modèle le plus complexe est notamment capable de reproduire avec fidélité la relaxation de la contrainte moyenne vers une valeur non nulle lorsqu'un chargement non symétrique en déformation est appliqué. Le modèle reproduit de manière satisfaisante la réponse mécanique du matériau même pour des niveaux de déformation élevés (plus de 3%). Des outils logiciels ont été développés (module **zDefects** notamment) pour permettre d'introduire facilement des défauts dans les structures. Un algorithme de détection de l'état stabilisé a été implémenté au cours de ce travail dans le logiciel Z-Set [Z-Set 2019]. Ainsi, lorsque la structure atteint son état asymptotique, le calcul est arrêté. Cela peut représenter un gain conséquent en temps de calcul. Enfin, une fois le cycle stabilisé atteint, l'estimation de la durée de vie de la pièce peut avoir lieu. Cependant, les défauts présents dans la structure induisent des concentrations de contraintes très locales. L'évaluation directe d'un critère de fatigue mène généralement alors à une sous-estimation de la durée de vie de la structure. C'est la raison pour laquelle des moyennes locales sont réalisées avant d'estimer la durée de vie. La méthode de la moyenne volumique sur une boule a été choisie car son application à des défauts de formes complexes est directe. Des expériences sur des éprouvettes présentant des défauts contrôlés ont été réalisées pour calibrer la taille de cette sphère. Des essais complémentaires sont encore en cours pour valider l'approche mise en place.

Analyse statistique et morphologique des défauts

Un grand nombre de défauts a été observés par tomographie aux rayons X. La Figure 6 rappelle la démarche d'analyse des populations de défauts. Grâce aux données acquises, un jeu d'indicateurs morphologiques a été mis en place. Une analyse statistique de ces derniers montre que beaucoup des défauts observés ont une forme quasi-sphérique. Cela est cohérent avec les mécanismes de formation des défauts recensés dans la littérature. Une analyse de la réponse mécanique de ces défauts a été conduite. Les défauts ayant

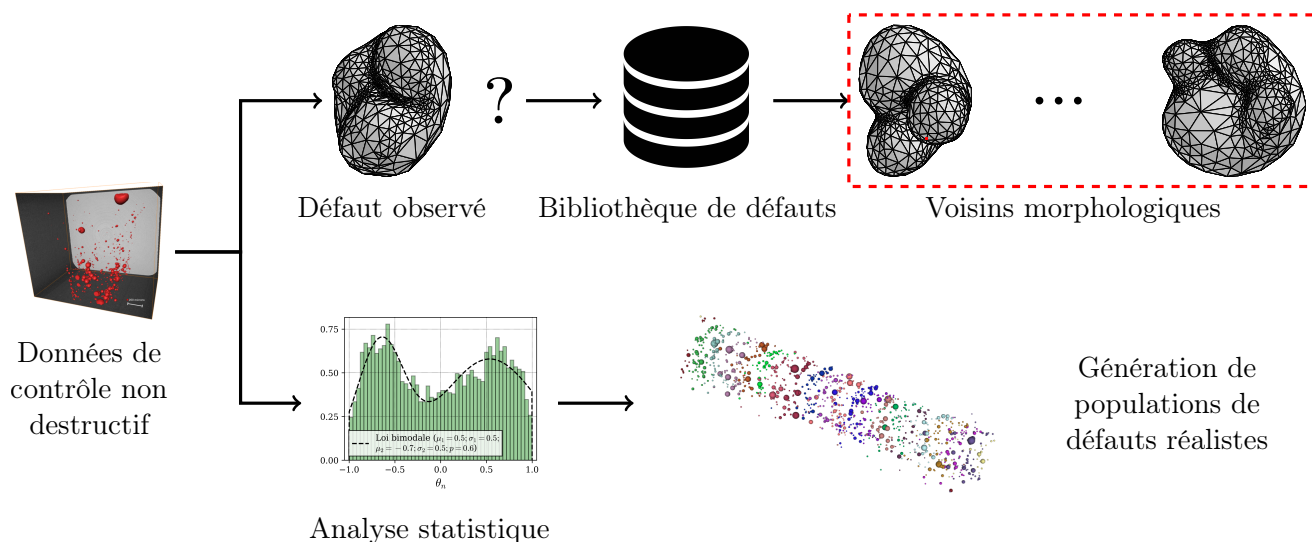


FIGURE 6 – Schéma récapitulatif de la démarche d'analyse statistique et morphologique des défauts.

des formes complexes présentent généralement des coefficients de concentration de contrainte plus élevés que des défauts de forme idéale (sphère ou ellipsoïde). Leur réponse est aussi plus dépendante du chargement qu'ils subissent. L'ensemble d'indicateurs morphologiques mis en place permet de déterminer, pour un défaut donné, ses « voisins » dans une bibliothèque de défauts, voire de calculs mécaniques, pré-existante (voir le haut de la Figure 6). La répartition spatiale des défauts a été étudiée et rapprochée des mécanismes de

formation de ces derniers. Un ensemble de lois de probabilités simples a été identifié sur les distributions obtenues. Un modèle de génération de populations de défauts sphériques est proposé.

Méthodes de réduction de modèles et de méta-modélisation

La simulation de pièces contenant des défauts est extrêmement coûteuse du fait de la différence d'échelles entre les défauts et la structure. Cela a motivé la mise en place de méthodes de réduction de complexité. Une méthode basée sur l'hyper-réduction de modèles est proposée. Afin de limiter le coût de la phase d'apprentissage, la base d'ordre réduit est construite à partir de deux contributions comme schématisé sur la Figure 7. La première est construite à l'échelle de la structure sans défaut. Elle peut être facilement

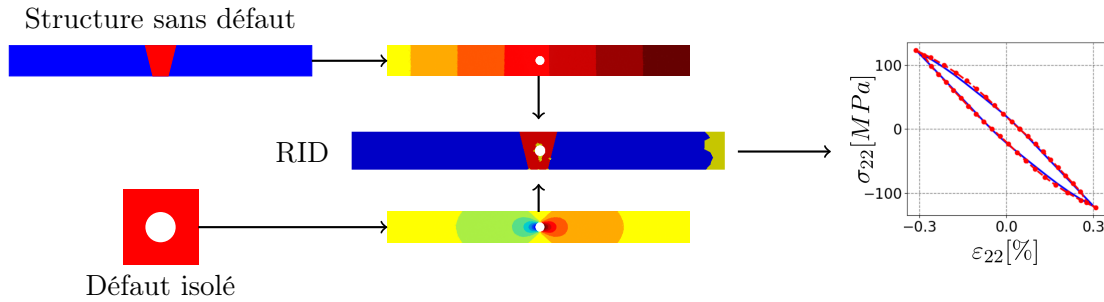


FIGURE 7 – Schéma récapitulatif de la démarche de construction de la base d'ordre réduit à deux échelles.

obtenue en post-traitant des calculs de dimensionnement. La seconde contribution est un enrichissement local autour des défauts. En effet, l'impact de ces derniers n'est significatif que dans leur voisinage. Ainsi, la résolution d'un problème complexe est d'abord réduite à la résolution de plusieurs sous-problèmes plus simples. L'utilisation de la base ainsi construite pour la résolution finale assure le couplage entre les deux échelles. La construction à deux échelles permet de s'extraire du cadre paramétrique généralement associé aux méthodes de réduction de modèle. Il est donc possible d'appliquer la démarche développée directement à des données issues de contrôle non destructif. Les gains en temps de calcul sont conséquents (250 pour l'exemple 3D du Chapitre 4, phase d'apprentissage comprise). La construction des modes de fluctuation constitue l'essentiel du temps de calcul lors de l'application de la méthode.

Parallèlement, une démarche de méta-modélisation est mise en place pour l'étude de défauts paramétriques. La méthode proposée permet de construire la zone de criticité d'un type de défaut dans une pièce. L'application d'algorithmes d'apprentissage guidé issus de la littérature permet de limiter le coût numérique de la construction de cette carte.

Limites actuelles des méthodes utilisées

Certaines limites des approches développées ont déjà été soulignées au cours du mémoire. Tout d'abord, le choix a été fait d'adopter un formalisme indépendant du temps pour décrire le comportement du matériau de la zone fondue. Cependant, des essais pilotés en déformation avec temps de maintien ont révélé une relaxation des contraintes lors du palier. La loi de comportement actuelle est donc valable sur une plage de vitesses de déformation proches de celles de la campagne expérimentale. De plus, cette dernière est focalisée sur les grandes amplitudes de déformation et donc des durées de vie faibles. Peu de données sont disponibles pour des durées de vie longues ($N_R > 10^5$). Des essais supplémentaires apporteraient une meilleure description de ce régime de fatigue. Les concentrations de contrainte induites par les défauts sont traitées en calculant une moyenne volumique de la contrainte effective avant d'estimer la durée de vie. La taille du domaine sur lequel cette moyenne est calculée a été calibrée à partir d'un unique essai sur une éprouvette perforée. D'autres essais (notamment sur des trous de taille différente) doivent être menés afin de valider cette calibration. Cependant, dans le cas de petits défauts interagissant entre eux, il est possible que le calcul de moyenne gomme des effets de rochet locaux qui peuvent diminuer la durée de vie.

L'analyse statistique des indicateurs morphologiques a permis de définir une distance entre défauts. Cette distance n'inclut pas d'information sur la réponse mécanique des défauts pour différentes sollicitations. Or,

certains effets (interaction entre deux concentrateurs notamment) ne peuvent être détectés qu’avec des indicateurs mécaniques. Le modèle de génération de défauts proposé est très lié au procédé étudié dans ce travail et se concentre sur les défauts sphériques. L’extension à des défauts non sphériques (tirés dans une bibliothèque par exemple) nécessite l’acquisition de données supplémentaires.

La méthode de réduction de modèles proposée présente de très bons résultats dans le cas de défauts de taille intermédiaire. La qualité de l’approximation hyper-réduite diminue lorsque la taille du défaut augmente. Cela est dû à l’impact à l’échelle globale du défaut qui n’est pas pris en compte dans la base d’ordre réduit. Des approches basées sur la *Derivative Extended Proper Orthogonal Decomposition* (ou DEPOD) [Schmidt *et al.* 2013] peuvent être utilisées pour introduire des variations locales des propriétés des matériaux [Ryckelynck *et al.* 2016]. Il est envisageable de lancer des simulations en affaiblissant certaines zones de la soudure pour mimer la présence d’un gros défaut. Un des exemples du Chapitre 4 montre que la construction à deux échelles n’est plus valable lorsqu’un défaut se rapproche trop d’une surface libre. Cette lacune est d’autant plus critique que les défauts situés à proximité d’une surface sont généralement plus nocifs en termes de durée de vie. Différentes solutions peuvent être envisagées pour pallier ce manque : appliquer une correction locale par éléments finis [Fauque *et al.* 2018] ou changer la méthode de calcul de la fluctuation pour les défauts proches de surfaces libres.

Outils disponibles

Module `zDefects`

Une grande majorité des méthodes présentées dans ce mémoire, qu’elles aient été développées au cours de la thèse ou qu’elles soient issues de la littérature, sont implémentées dans le module `zDefects` présenté dans l’Annexe A. Il a été utilisé notamment pour :

- identifier toutes les formes de soudures utilisées ;
- identifier toutes les lois de probabilités du modèle de génération de défauts ;
- générer et visualiser les populations de défauts avec ce même modèle ou un modèle uniforme ;
- générer la majorité des maillages présentés, qu’il s’agisse de structures avec ou sans défaut ;
- gérer la construction de la base d’ordre réduit à deux échelles ;
- lancer les études paramétriques du Chapitre 4 (taille et position d’un défaut en 2D) ;
- construire et améliorer le méta-modèle de krigeage présenté au Chapitre 5.

Fonctionnalités implémentées dans la suite logicielle `Z-Set`

Plusieurs fonctionnalités ont été implémentées dans le logiciel `Z-Set` [Z-Set 2019] au cours de ce travail :

- le `PROBLEM_COMPONENT` présenté au Chapitre 1 qui permet d’arrêter les calculs cycliques dès que l’état stabilisé est atteint ;
- un outil de raffinement de maillages hexaédriques dont un exemple est donné à la fin du Chapitre 2 ;
- un ensemble de mailleurs en hexaèdres/quadrangles de formes simples (sphère dans un cube, plaque trouée, disque, courbes de Bezier).

De plus, le module de réduction de modèle disponible dans `Z-Set` a été refondu et étendu. Une base de tests et une documentation sont disponibles. Une interface avec Python permet de manipuler facilement des bases d’ordre réduit depuis un script.

Perspectives

Les trois axes de ce travail abordent des thématiques variées allant de la modélisation du comportement des matériaux aux méthodes de réduction de complexité en passant par des approches probabilistes. Ces axes sont cependant complémentaires pour aider à statuer sur la nocivité de défauts dans les soudures.

Envisageons le cas où un bureau d’études souhaite dimensionner un nouvel assemblage soudé. Une étude préliminaire permet d’établir un certain nombre de spécifications (épaisseur des pièces à souder, hauteur liaisonnée minimale, *etc.*). Ensuite, la gamme de soudage (*i.e.* les paramètres du procédé) doit être déterminée. Cette étape peut être assistée par la simulation, mais reste souvent basée sur la réalisation de plusieurs cordons soudés (méthode empirique). Il est alors envisageable de contrôler ces soudures pour avoir

une information sur les défauts présents. Ces données peuvent servir à calibrer un modèle de génération de défauts et/ou à déterminer des défauts représentatifs. Une étude statistique est alors lancée comme cela a été fait dans le Chapitre 5. Cette étude permet d'évaluer la dispersion en durée de vie due aux défauts. Il est aussi possible de déterminer quels paramètres de la population de défauts ont une influence de premier ordre sur la durée de vie finale (taille du plus gros défaut, proximité des défauts avec les surfaces libres, regroupement des défauts en amas, *etc*). Ces considérations peuvent être qualitatives ou quantitatives en fonction de la qualité des modèles utilisés. Dans le deuxième cas, une liste de configurations critiques peut déjà être établie. Finalement, des méta-modèles peuvent être construits pour les défauts les plus probables (les défauts sphériques ici). Le coût numérique des calculs mécaniques mis en jeu peut être réduit en utilisant la méthode de réduction de modèles proposée.

Lors de la phase de production, les assemblages soudés sont contrôlés par tomographie aux rayons X. Si des défauts sont détectés, une procédure de dérogation est lancée. Plusieurs possibilités, illustrées sur la Figure 8, se présentent alors :

- la configuration de défauts rentre dans le domaine de validité d'un méta-modèle (défaut isolé de forme quasi-sphérique pour les exemples développés dans ce mémoire) ou d'une configuration déjà calculée. Dans ce cas, la réponse est immédiate (Rebut ou Dérogation sur la Figure 8).
- la configuration n'a jamais été rencontrée, des modes de fluctuation ψ_k^f sont calculés et utilisés pour enrichir les modes globaux de la pièce ψ_k^M et un calcul hyper-réduit (HR) peut être lancé.

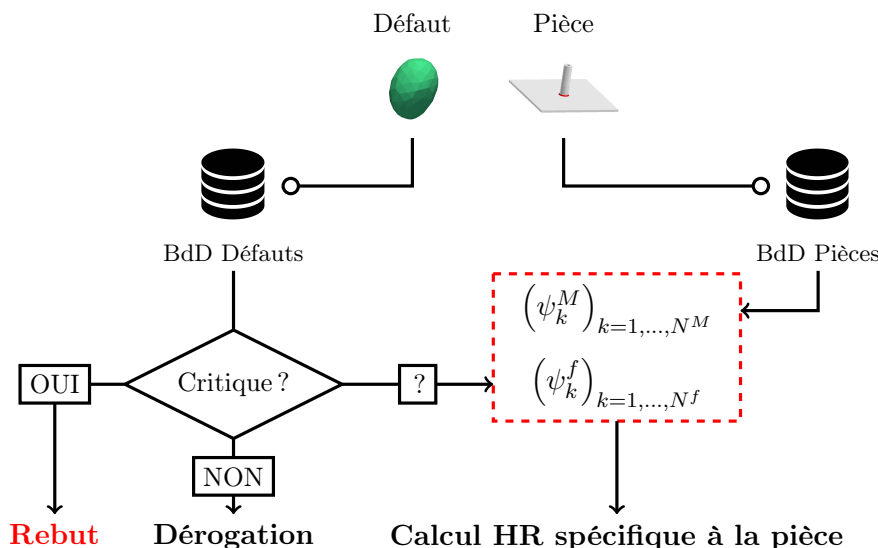


FIGURE 8 – Traitement en ligne d'un nouveau cas de défaut dans une pièce.

En fonction des résultats de ce calcul et de l'estimation de l'erreur commise, le résultat hyper-réduit peut être validé ou non. Dans le second cas, une simulation par éléments finis complémentaire devra être lancée.

Grâce à l'ensemble des outils logiciels développés, une grande partie des opérations nécessaires à cette chaîne de calcul peut être automatisée. La gestion des bases de données est d'une importance cruciale pour assurer la performance de la chaîne globale. Lors de l'utilisation de la méthode développée, le calcul des modes de fluctuation est l'opération la plus coûteuse. Il pourrait être accéléré en utilisant des méthodes FFT qui peuvent, de plus, être appliquées directement aux images de tomographie segmentées. Un recours à une base de données de modes de fluctuation pourrait aussi améliorer les performances. Cependant, l'extraction de la base d'ordre réduit idoine dans une bibliothèque de modes n'est pas une tâche facile. Le recours à des méthodes d'intelligence artificielle peut offrir dans ce cas une solution [N'Guyen *et al.* 2018].

Une analyse statistique plus exhaustive et plus fine des interactions entre défauts pourrait être menée grâce à l'ensemble des outils développés. Cela mettrait peut-être en évidence des configurations critiques propices à une ruine rapide de la structure. Cependant, les coûts de calculs sont élevés, même en limitant le nombre de défauts pris en compte comme cela a été fait ici.

Les tomographies et les fractographies révèlent de nombreux défauts dont l'échelle est de l'ordre de grandeur de la microstructure. Cette dernière a alors un très grand impact sur l'endommagement qui va se

développer autour des défauts. Des calculs couplant modélisation de la microstructure et défauts donneraient sûrement des résultats qualitatifs pertinents. Il est aussi envisageable d'intégrer microstructure et défauts dans un modèle homogénéisé. Ce dernier n'aurait alors pas besoin de la géométrie explicite des défauts. Cependant, la variation spatiale de la densité des défauts est difficile à appréhender. Dans le cas de la rupture ductile, des différences sont déjà observées entre le modèle de Gurson [Gurson 1977] qui considère un unique pore et une population statistiquement homogène de pores [Fritzen *et al.* 2012]. La répartition non homogène observée peut donc avoir une grande incidence sur les mécanismes de rupture des joints soudés.

Annexe A

zDefects : une boîte à outils pour la prise en compte de défauts dans les structures

`zDefects` est un module développé au cours de ce travail. Il est codé majoritairement en Python. Les fonctionnalités de ce module permettent de mener facilement des séries de calculs sur des structures contenant des défauts. Dans ce but, le module `zDefects` permet :

- d'identifier des formes de soudure à partir de métallographies ou de données de tomographie ;
- d'identifier les paramètres de lois de probabilité à partir d'échantillons par maximum de vraisemblance ;
- de générer des populations de défauts selon les modèles présentés dans ce mémoire ;
- de mailler de manière automatique des structures soudés avec et sans défauts ;
- de lancer des séries de calculs sur pièces avec défauts.

Ces développements se sont faits en programmation orientée objet. Chaque entité à manipuler (une structure, un défaut, une population de défauts, une distribution de probabilité, *etc*) est un objet. Les manipulations à opérer sur ces objets sont très différentes. Afin d'uniformiser certaines manipulations semblables, une couche d'abstraction a été mise en place.

A.1 Un ancêtre commun pour tous les objets

Pour faciliter la manipulation d'objets de types très différents, une couche d'abstraction commune a été développée. L'objet `InterfacedObject`, dont la grande majorité des objets du module `zDefects` héritent, a été créé dans ce but. Il propose une gestion unifiée des attributs des objets. Cela facilite par la suite la communication entre objets et la généralisation d'outils.

A.1.1 Attributs, accesseurs et mutateurs

Un attribut est une caractéristique d'un objet informatique. Il est attaché à une instance d'un objet. La modification des valeurs des attributs permet d'influencer le comportement de l'objet. L'exemple suivant présente le cas d'un objet simple :

```
1 class MyClass(object):
2     """ Classe jouet avec deux attributs _a et _b (flottants) """
3     def __init__(self):
4         """ Constructeur de la classe """
5         super(MyClass, self).__init__()
6         self._a = 1.
7         self._b = 0.
8
9     def get_a(self):
10        """ Accesseur pour l'attribut _a """
11        return self._a
12
```

```

13     def get_b(self):
14         """ Accesseur pour l'attribut _b """
15         return self._b
16
17     def set_a(self,value):
18         """ Mutateur pour l'attribut _a """
19         self._a = value
20
21     def set_b(self,value):
22         """ Mutateur pour l'attribut _b """
23         self._b = value
24
25     def compute_product(self):
26         """ Fonction jouet """
27         return self._a * self._b

```

Afin d'éviter la manipulation directe des attributs de l'objet, des fonctions de mutation/accès ont été codées. Cette écriture, par ailleurs très rigoureuse, est assez lourde. De plus, dans le cas présenté, aucun type n'est attribué aux attributs, ce qui peut mener à des erreurs lors de l'utilisation de l'objet.

A.1.2 Nouvelle définition d'un attribut

Dans le cas de l'InterfacedObject, chaque attribut est traité de la même manière et défini par une série de paramètres obligatoires :

- un nom, qui permettra d'accéder à la valeur de l'attribut et à en changer la valeur ;
- le type de l'attribut en question (`float` ou `str`) par exemple ;
- un booléen qui définit si l'attribut est nécessaire ou pas.

D'autres paramètres optionnels permettent d'inclure d'autres informations :

- une chaîne de caractères d'aide ;
- une fonction de validation qui assurera l'idoineté de la valeur donnée lors d'un changement de valeur ;
- un *callback* qui permet d'effectuer une action supplémentaire après un changement de valeur.

Avec cette formulation, il devient facile de s'assurer qu'un objet est bien défini. De plus, lors de la mutation d'un attribut, l'adéquation entre le type attendu et le type donné permet d'éviter des erreurs au cours de l'exécution. L'objet suivant propose les mêmes fonctionnalités que celui présenté à la section précédente avec une implémentation plus facile :

```

1  from zDefects.pytools.interfaced_object import InterfacedObject
2  from zDefects.pytools.factory import Factory
3
4  class MyClass2(InterfacedObject):
5      """ Classe jouet -- deuxieme implementation """
6      def __init__(self):
7          """ Constructeur de la classe """
8          super(MyClass2, self).__init__()
9          self.set_type("jouet")
10         self.add_component("a", float, True, initial_value=1.)
11         self.add_component("b", float, True, initial_value=0.)
12
13     def compute_product(self):
14         """ Fonction jouet """
15         return self.get_param("a") * self.get_param("b")
16
17  Factory.Register("Jouet", MyClass2, "jouet")

```

Dans le constructeur, la fonction `add_component` est héritée de `InterfacedObject` et permet d'ajouter un attribut à l'objet en question. Le premier répond au nom de "a", c'est un nombre de type `float`. Le booléen indique que cet attribut est nécessaire, et sa valeur initiale est fixée à 1. L'accès et la mutation se font au travers des fonctions `get_param` et `set_param`. La dernière ligne de code enregistre l'objet nouvellement créé dans la fabrique à objets du module `zDefects`. Il sera désormais possible de créer très facilement cet objet depuis n'importe quel script Python.

A.1.3 Fonctionnalités accessibles

Le fait que tous les objets héritent d'une même classe facilite grandement leur communication et leur manipulation. Il est, de plus, extrêmement aisé de créer des outils mutualisés. Dans ce travail, une interface de mise en données interactive a été codée. Elle permet facilement de régler les paramètres de l'objet. Ainsi, sans aucune ligne de code supplémentaire, l'interface de la Figure A.1 est générée pour régler les paramètres de la classe `jouet` qui sert d'exemple dans cette section.

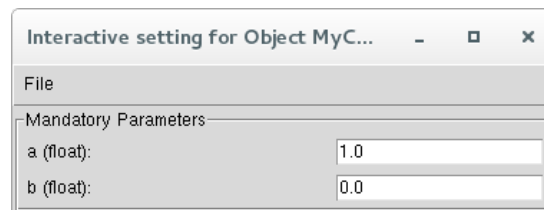


FIGURE A.1 – Interface graphique générée pour la définition de l'objet `jouet`.

La lecture et l'écriture des objets sont aussi facilitées. Le format JSON (voir https://fr.wikipedia.org/wiki/JavaScript_Object_Notation pour plus de détails) a été choisi pour sauvegarder les objets. Ce format est interfacé avec la plupart des langages de programmation et notamment Python. L'objet `jouet`, créé plus tôt, est enregistré comme suit :

```

1  {
2      "object": "Jouet",
3      "type": "jouet",
4      "parameters": {
5          "a": 1.0,
6          "b": 0.0
7      }
8  }
```

La lecture, modification et sauvegarde de l'objet sont extrêmement simples. Le script suivant lit l'objet `jouet` dans le fichier `jouet.dat` à la ligne 3, en modifie un attribut à la ligne 4 et l'enregistre dans un nouveau fichier à la ligne 5.

```

1  from zDefects.base import ReadObject, SaveObject
2
3  jouet = ReadObject("jouet.dat")
4  jouet.set_param("a", 3.)
5  SaveObject(jouet, "jouet2.dat")
```

L'ensemble de ces fonctionnalités permet de gérer facilement une grande variété d'objets. Il est extrêmement simple de mettre en place des études paramétriques ou de créer des cas d'école.

A.2 Quelques objets importants

A.2.1 Les formes de soudure

L'objet `WeldShape` définit le contour d'un cordon de soudure. Au cours de ce travail, trois formes ont été utilisées :

- une soudure trapézoïdale (mot-clé : `straight`) dans la Section 4.3;
- une soudure définie par des sinus cardinaux (mot-clé : `sine_cardinal`) pour l'identification à partir d'une métallographie dans le Chapitre 3;
- une soudure version tronquée de la précédente (mot-clé : `truncated_sine_cardinal`) dans le Chapitre 5.

Les formes de soudures décrites plus haut permettent de rendre le contour de cordons avec des morphologies variées. Afin de mener à bien l'identification des paramètres de forme à partir de métallographies, une interface graphique interactive a été développée. La Figure A.2 présente une vue de l'interface d'identification avec la métallographie utilisée pour trouver la forme de la soudure présentée dans la Figure 3.17.

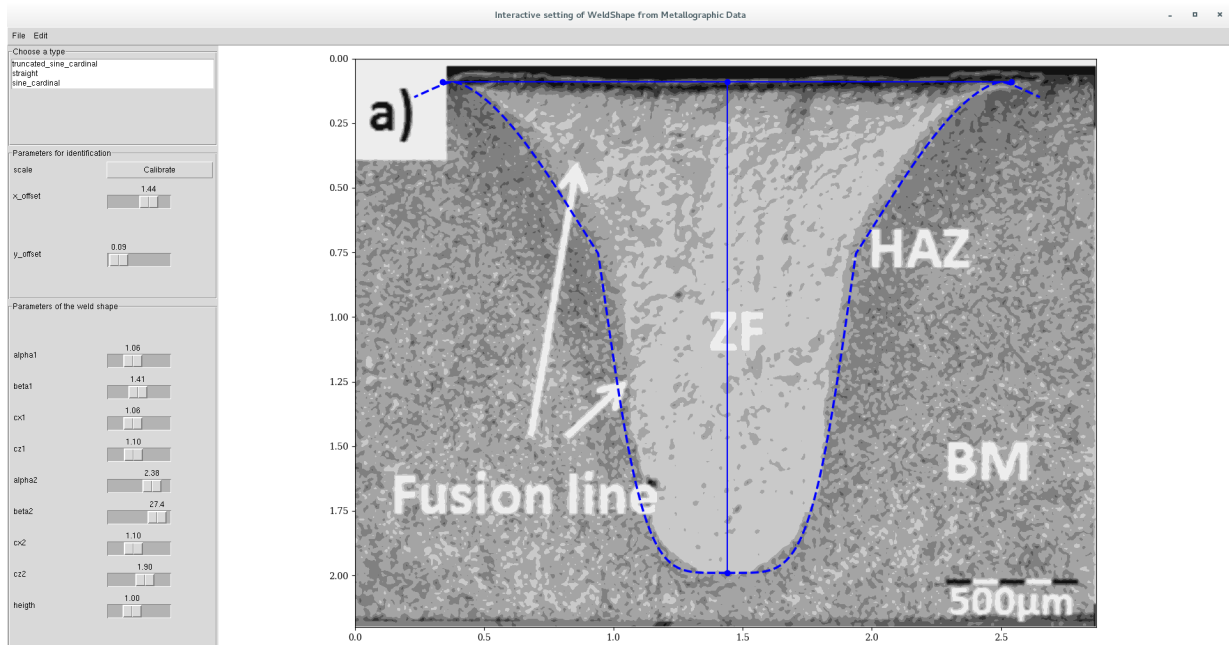


FIGURE A.2 – Capture d'écran de l'interface d'identification de forme de soudure à partir de métallographies.

A.2.2 Les défauts et les populations de défauts

Les défauts sont des objets du module `zDefects`. Ils sont définis par une morphologie (objet de type `DefectMorphology`) et une position (liste de 2 ou 3 nombres flottants en fonction de la dimension). Deux entiers (`id` et `p_id`) sont aussi utilisés pour gérer des populations et des groupes de défauts. Actuellement, cinq morphologies de défauts sont implémentées dans le module :

- la morphologie circulaire (2D, mot clé : `circular`), caractérisée par un rayon (`radius`);
- la morphologie elliptique (2D, mot clé : `elliptical`), caractérisée par deux demi-axes (`a_1` et `a_2`);
- la morphologie sphérique (3D, mot clé : `spherical`), caractérisée par un rayon (`radius`);
- la morphologie ellipsoïdale (3D, mot clé : `ellipsoidal`), caractérisée par trois demi-axes (`a_1`, `a_2` et `a_3`);
- la morphologie « expérimentale » (3D, mot clé `experimental3d`) caractérisée par un maillage de sa surface (au format `geof` de Z-Set) et un facteur d'homothétie (`scale`) à lui appliquer.

Les défauts anisotropes peuvent aussi être orientés en donnant les trois angles d'Euler. Une interface de ces types de défauts avec le logiciel de maillage Gmsh [Geuzaine et Remacle 2009] a été implémentée, ce qui

permet dans la suite de générer des maillages de structures contenant des défauts. Le script suivant présente un exemple de création de défauts.

```
1 from zDefects.pydefects.defect import Defect
2
3 # Défaut sphérique
4 d1 = Defect()
5 d1.set_morphology("spherical",0.1)
6 d1.set_position([1.,0.5,-2.])
7
8 # Défaut ellipsoïdal
9 d2 = Defect()
10 d2.set_morphology("ellipsoïdal",[0.2,0.1,0.05])
11 d2.set_orientation([30.,2.,63.])
```

L'objet `DefectPopulation` permet de gérer facilement des listes de défauts. Il est possible entre autres :

- d'extraire des sous-populations de défauts en fonction de leurs coordonnées ou avec un critère de porosité comme cela a été fait dans la Section 5.5;
- de vérifier les intersections entre défauts;
- de sérialiser des données de morphologie (récupérer tous les rayons des défauts sphériques par exemple).

A.2.3 Les structures soudées

Les structures soudées ont été rapidement présentées dans la Section 5.1. Elles sont toutes définies par une forme de soudure (`weld_shape`), des paramètres géométriques, de taille de maillage et une population de défauts. Les structures disponibles dans le module `zDefects` sont toutes interfacées avec le logiciel Gmsh [Geuzaine et Remacle 2009] qui permet de générer des maillages de structures paramétriques automatiquement. Le script suivant a par exemple été utilisé pour générer les maillages de la Section 5.5. Les populations de défauts ont été générées auparavant et stockées dans des fichiers ASCII. La structure sans défauts est lue, et son paramètre `defect_population` est modifié avant de générer un maillage de la structure avec défauts.

```
1 from zDefects.base import ReadObject
2 from zDefects.pydefects.defect_population import read_defect_population
3
4 # Lecture de la structure sans défauts dans le fichier specimen.dat
5 my_structure = ReadObject("specimen.dat")
6
7 # Génération de maillages de structures contenant des défauts
8 # Les populations de défauts sont dans les fichiers
9 # defect_population_0001.dat ... defect_population_0010.dat
10 for i in range(1,11):
11     pop = read_defect_population("defect_population_%04d.dat"%(i))
12     my_structure.set_param("defect_population",pop)
13     my_structure.set_name("specimen_%04d"%(i))
14     my_structure.mesh()
```

D'autres structures simples ont aussi été implémentées (cube, carré, parallélépipède et rectangle). Elles sont par exemple utilisées pour générer les maillages utilisés pour construire les modes de fluctuation des défauts au cours de l'application de la méthode d'hyper-réduction (voir Chapitre 4).

Annexe B

Données des essais de fatigue à déformation imposée

TABLEAU B.1 – Récapitulatif des données sur cycles stabilisés pour les essais réalisés à déformation imposée pour différentes valeurs de R_ε . Ces essais sont analysés au Chapitre 2.

R_ε	$\Delta\varepsilon/2$	$\Delta\varepsilon^e/2$	$\Delta\varepsilon^p/2$	$\Delta\sigma/2$	σ_m	N_R
-	%	%	%	MPa	MPa	-
-1	1,5	0,95	0,55	1 074	-13	257
-1	1,5	0,94	0,56	1 084	-28	181
-1	1,4	0,92	0,48	1 047	-30	362
-1	1,4	0,94	0,46	1 069	-30	354
-1	1,2	0,90	0,30	1 016	-20	548
-1	1,2	0,89	0,31	1 008	-15	610
-1	1,0	0,84	0,16	949	-24	1 019
-1	1,0	0,84	0,16	952	2	1 119
-1	0,8	0,73	0,07	830	2	3 048
-1	0,7	0,67	0,03	760	0	5 646
0	1,5	0,94	0,56	1 038	-8	234
0	1,2	0,91	0,29	1 001	45	275
0	1,2	0,92	0,28	1 010	33	315
0	1,0	0,82	0,18	906	51	1 129
0	1,0	0,83	0,17	907	58	817
0	0,75	0,70	0,05	787	173	1 000
0	0,5	0,50	0,00	554	292	10 872
0,4	1,2	0,87	0,33	963	95	163
0,5	0,45	0,45	0	498	477	8 719

Annexe C

Plans des éprouvettes utilisées

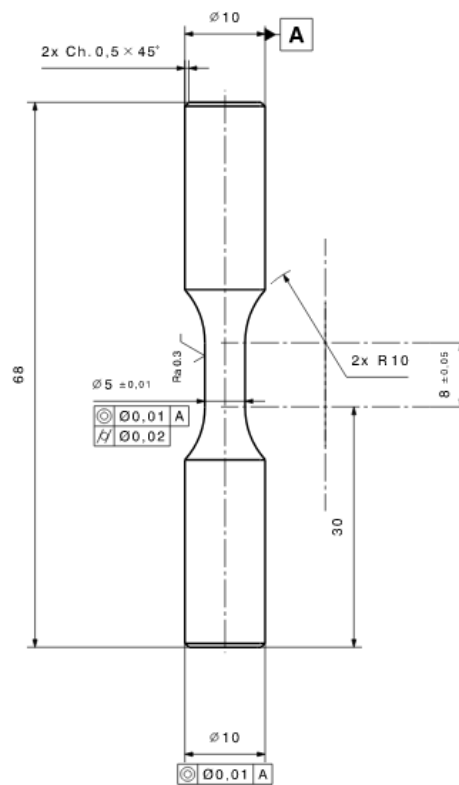


FIGURE C.1 – Plan des éprouvettes d'érouissage cyclique utilisées pour identifier la loi de comportement cyclique du matériau constitutif de la zone fondue (voir Chapitre 2).

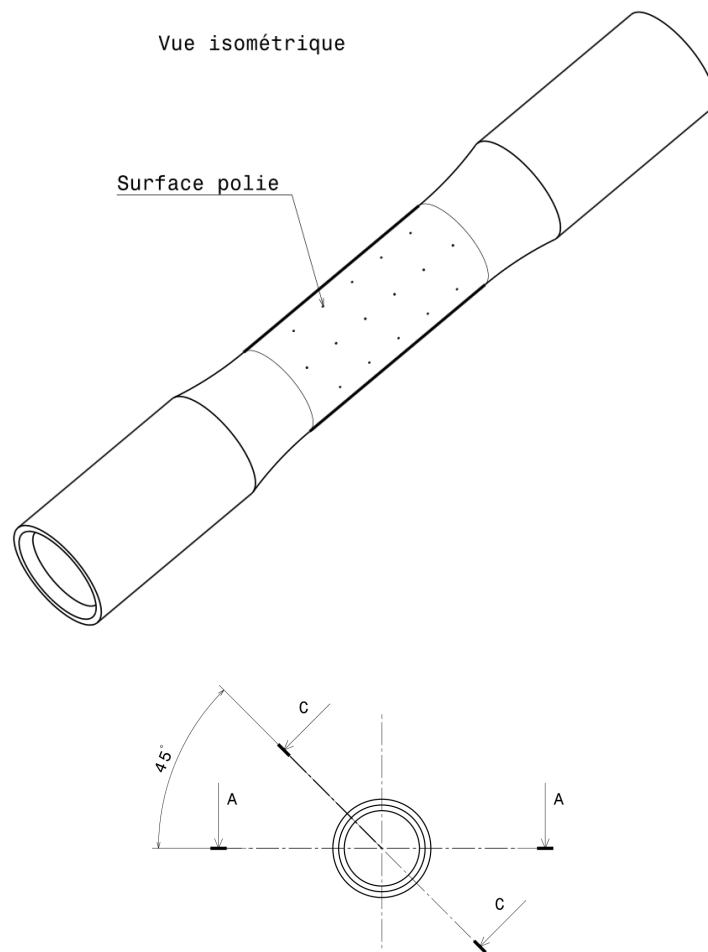


FIGURE C.2 – Vue isométrique et vue de dessus des éprouvettes tubulaires trouées.

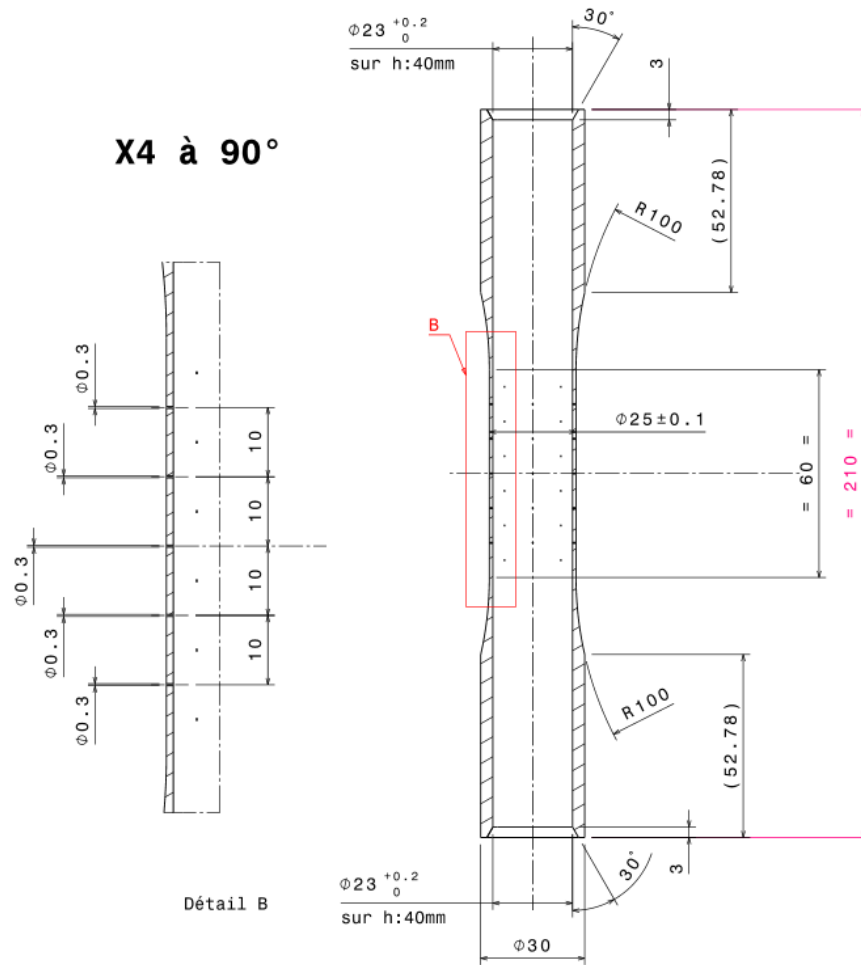


FIGURE C.3 – Coupe AA des éprouvettes tubulaires trouées. La coupe AA est définie dans la Figure C.2.

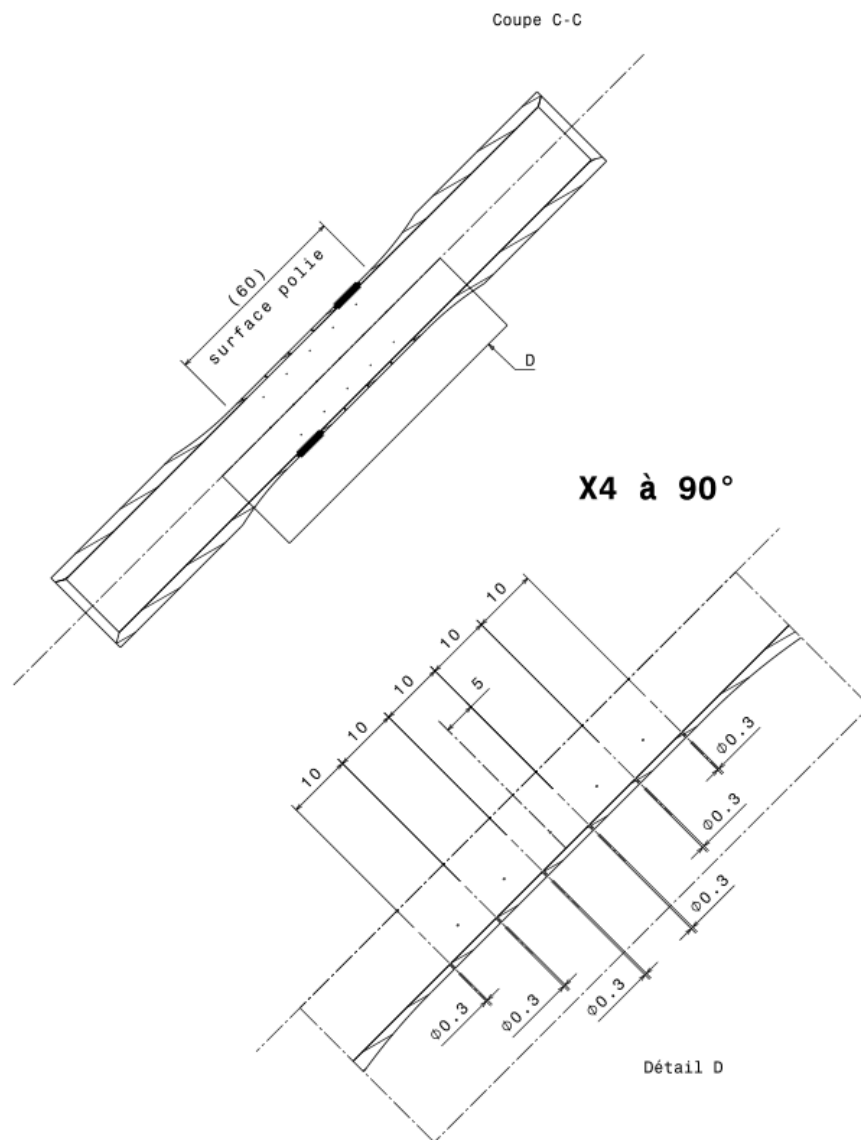


FIGURE C.4 – Coupe CC des éprouvettes tubulaires trouées. La coupe CC est définie dans la Figure C.2.

Annexe D

Résultats des simulations d'éprouvettes plates entaillées

Dans cette annexe, les résultats des simulations des 10 éprouvettes entaillées sont présentés. Deux graphiques sont tracés par population. Ils sont du même type que ceux tracés dans le Chapitre 5. Des quantités locales sont extraites dans le voisinage de chaque défaut. Ce voisinage est la boule centrée sur le défaut dont le rayon est le double de celui du défaut.

Dans les deux représentations, le graphique du haut permet de localiser les défauts dans le joint soudé. Chaque disque représente un défaut. La taille du disque correspond à celle du défaut. La couleur du disque renseigne sur une quantité d'intérêt qui est soit la durée de vie estimée N_R , soit l'incrément de rochet du dernier cycle $\Delta\varepsilon^r$.

Le deuxième graphique représente la population de défauts dans un plan qui permet d'expliquer certaines valeurs. Dans le cas de la durée de vie, chaque défaut est représenté dans le plan taille-distance normalisée à la surface libre la plus proche. Des relations de voisinage sont soulignées par des traits noirs. Dans un souci de lisibilité, ces traits ne sont tracés que pour les défauts présentant des durées de vie relativement faibles. L'abattement de certaines durées de vie pour des petits défauts peut être expliquée par leur proximité avec un gros défaut. Pour ce qui est de l'incrément de rochet, les défauts sont représentés dans le plan distance à une surface libre - distance à un défaut. Les deux distances sont normalisées par la taille du défaut. Il y a une corrélation claire entre une proximité avec des défauts ou avec une surface libre et un incrément de rochet fort.

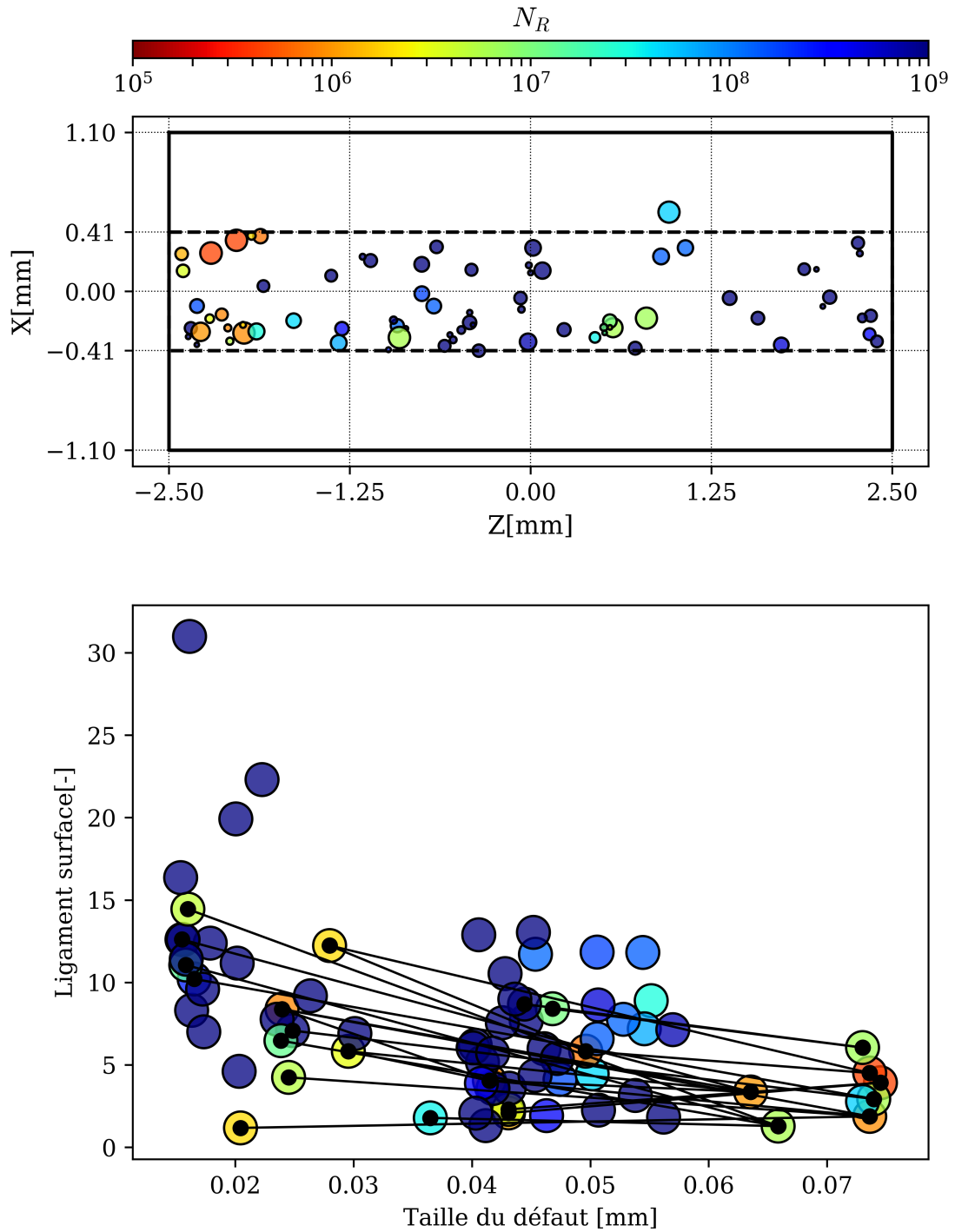


FIGURE D.1 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°1.

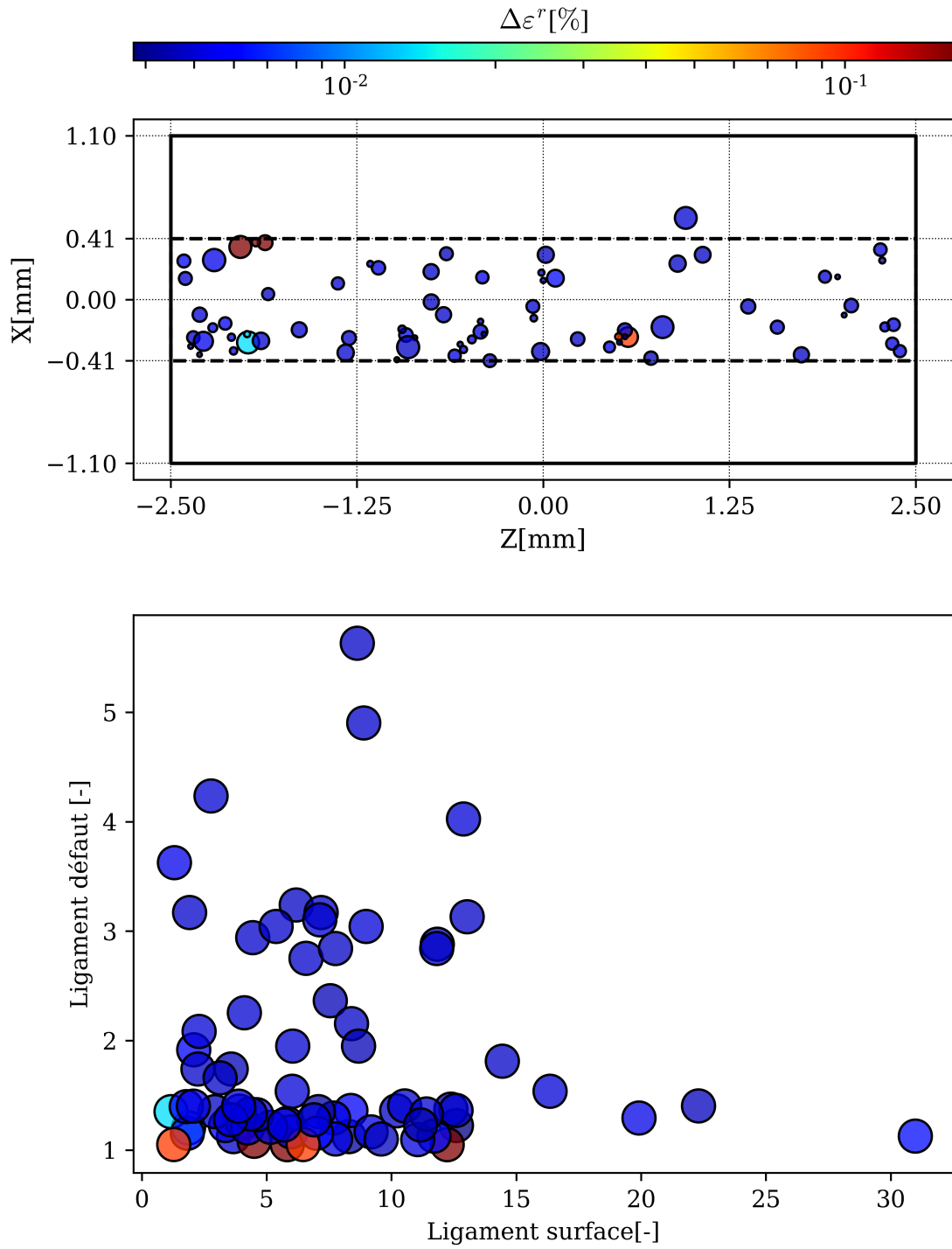


FIGURE D.2 – Résultats d’incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°1.

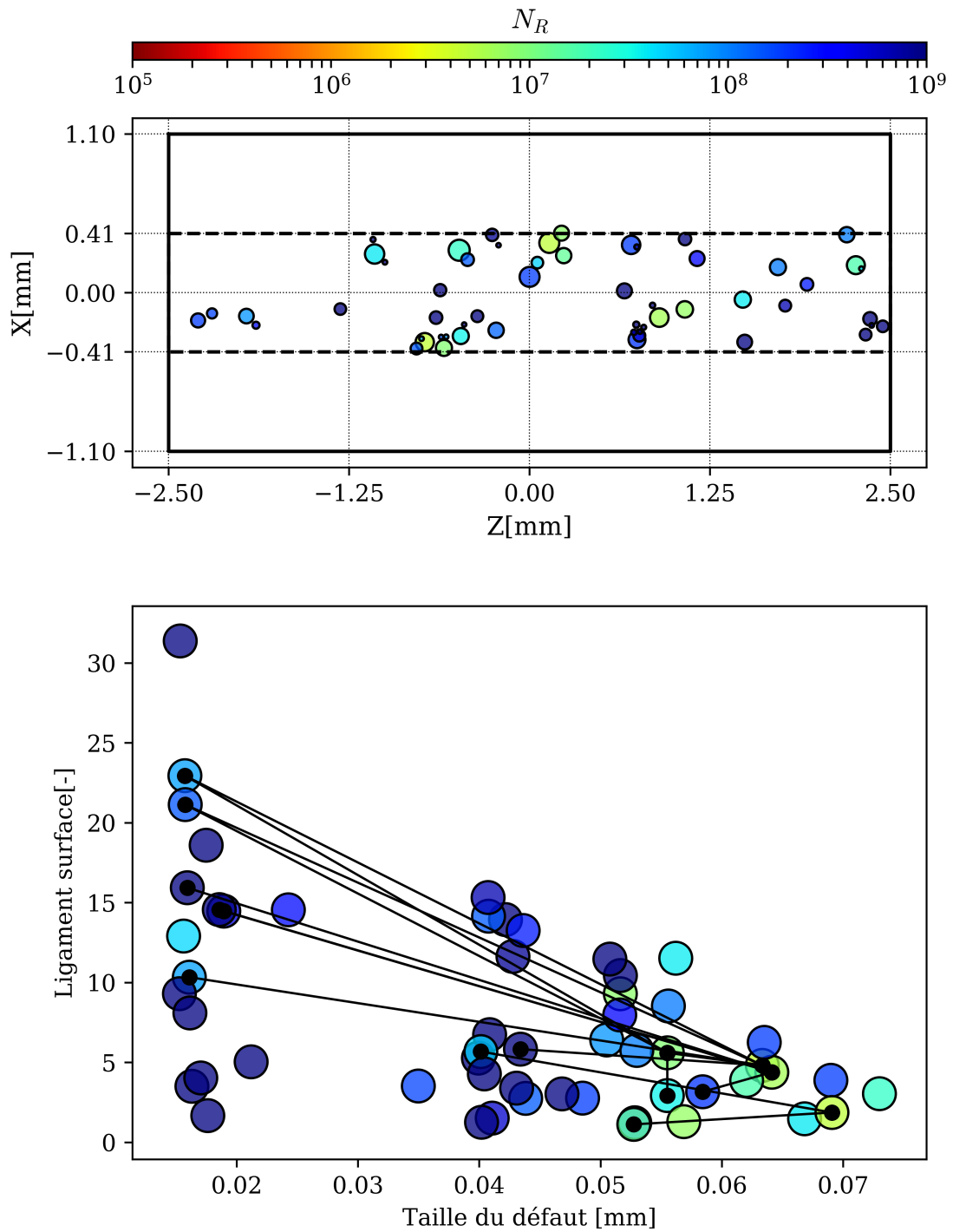


FIGURE D.3 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°2.

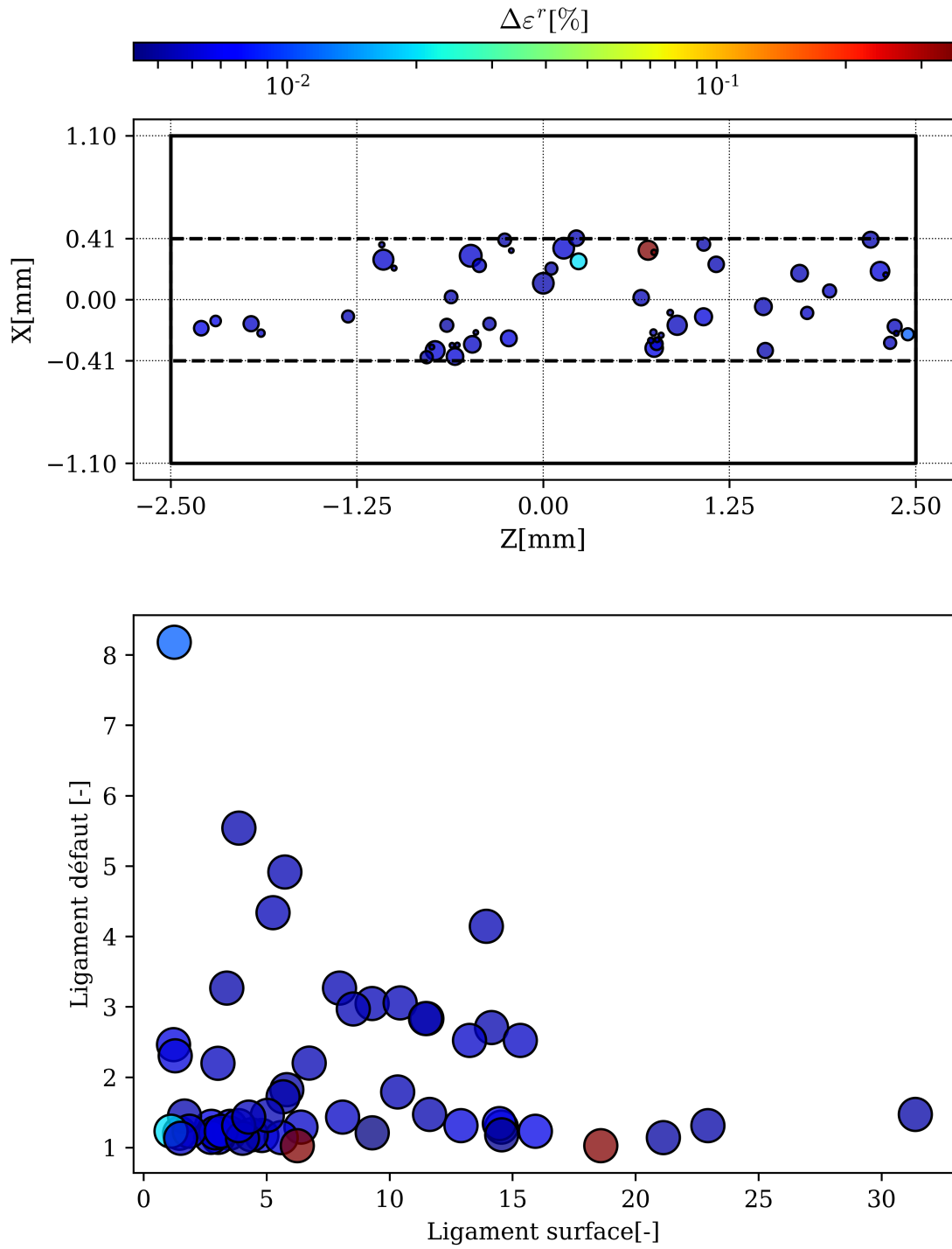


FIGURE D.4 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°2.

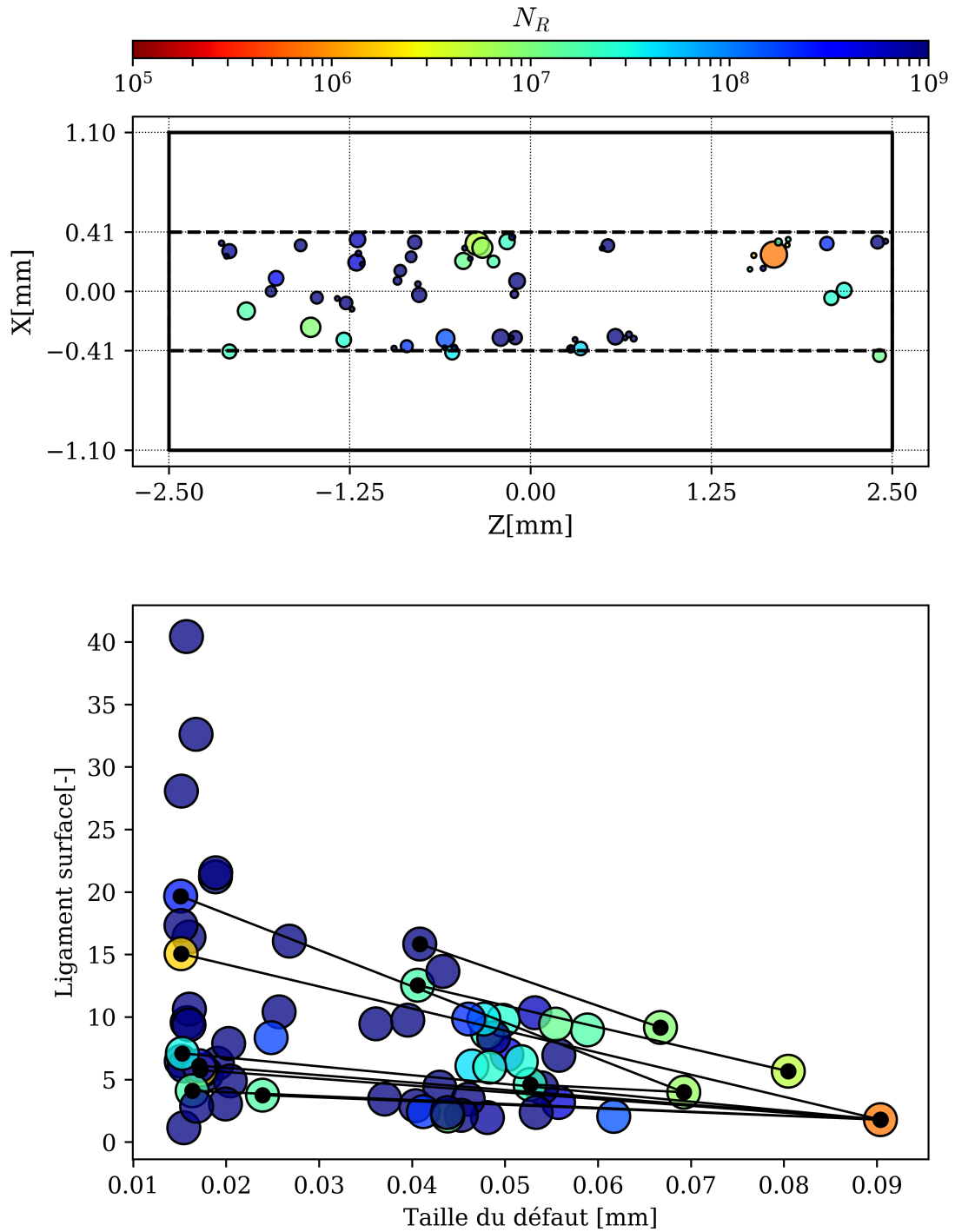


FIGURE D.5 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°3.

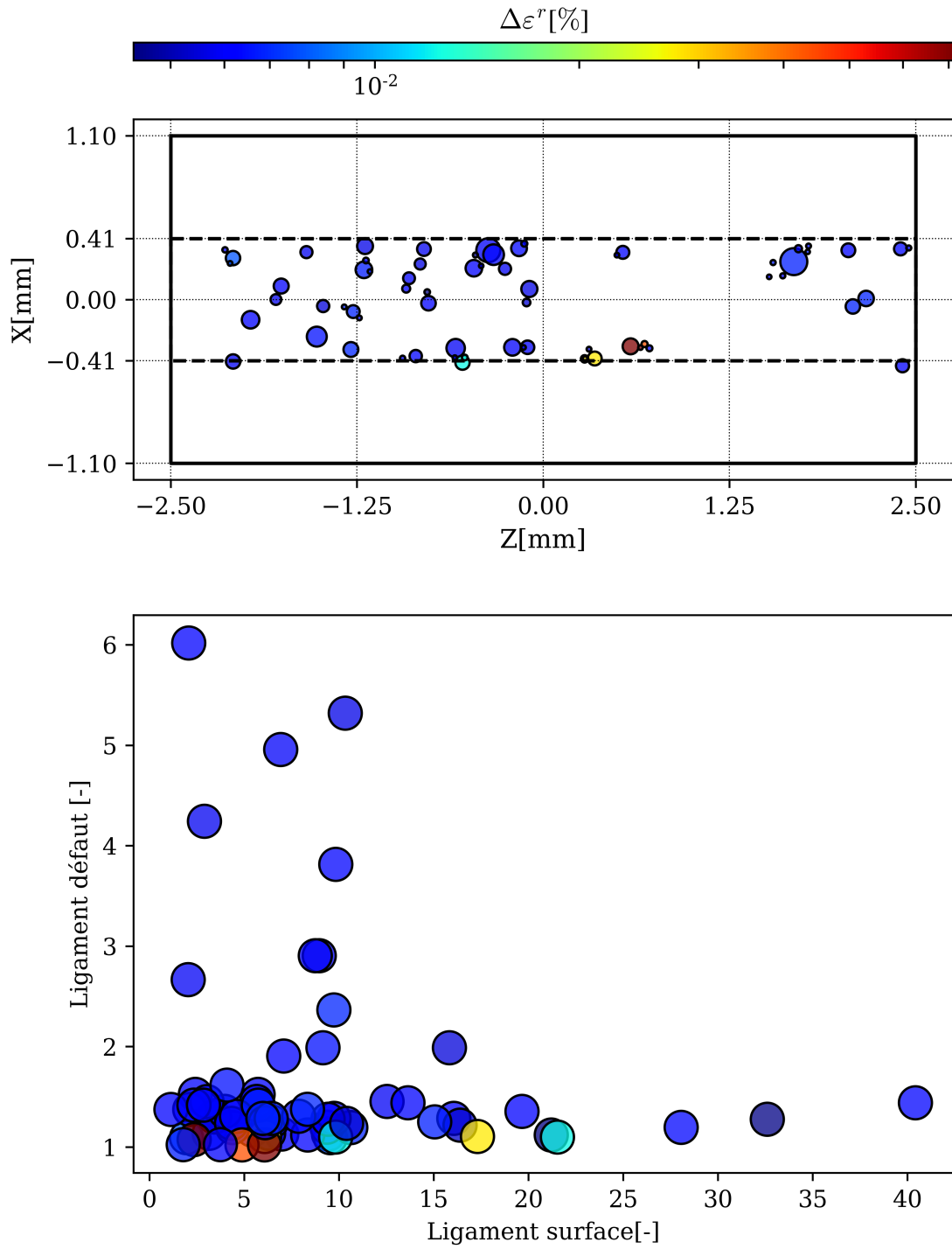


FIGURE D.6 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°3.

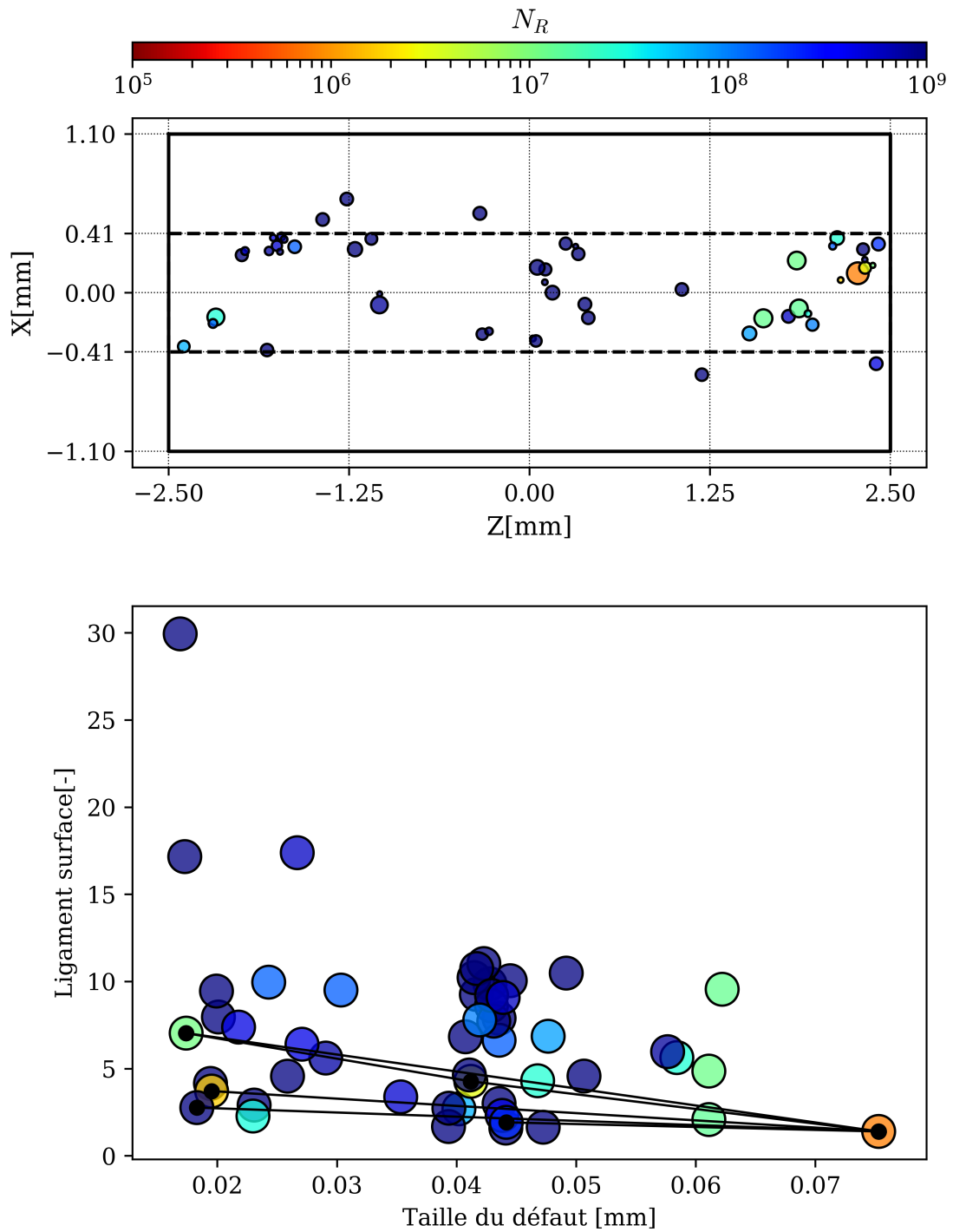


FIGURE D.7 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°4.

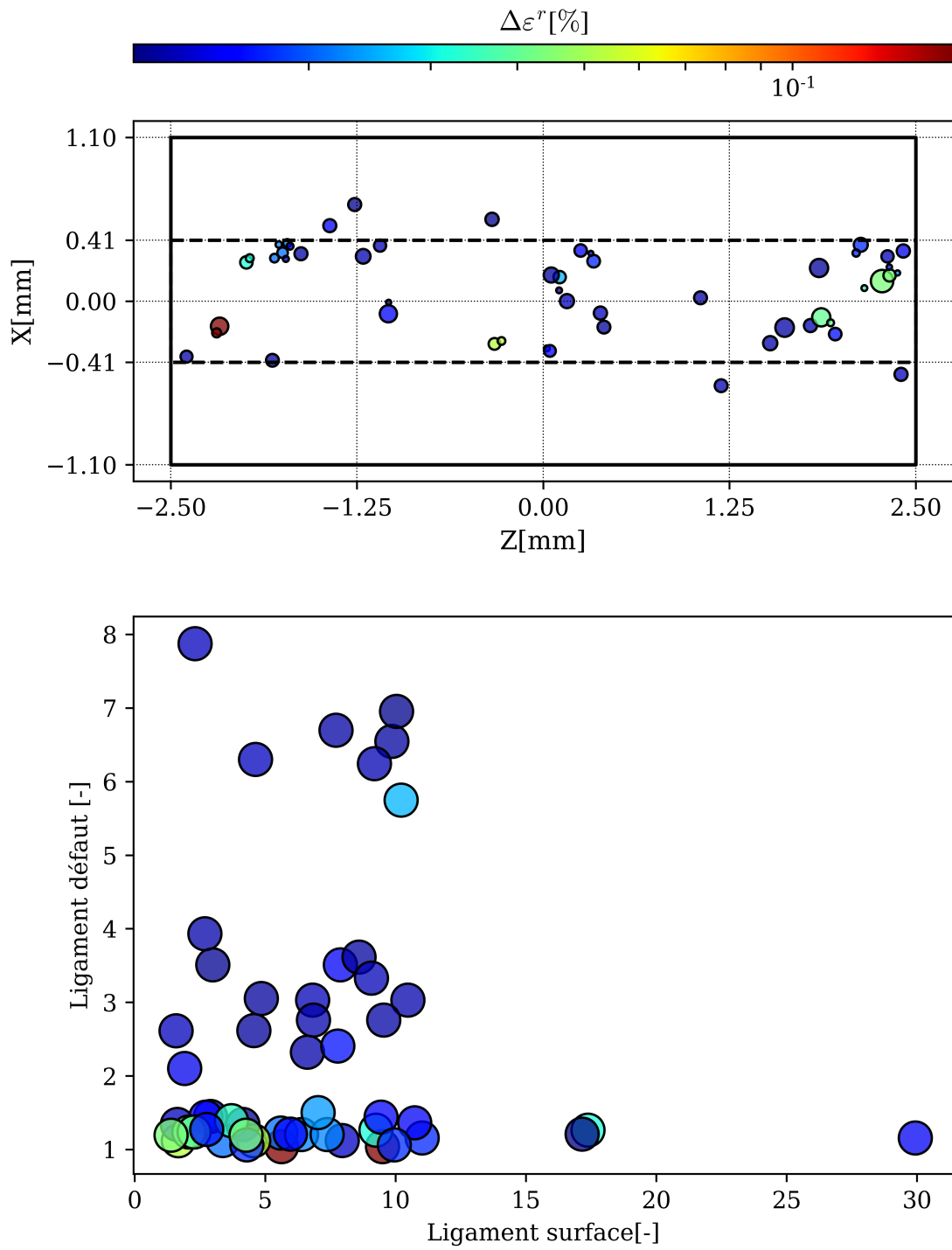


FIGURE D.8 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°4.

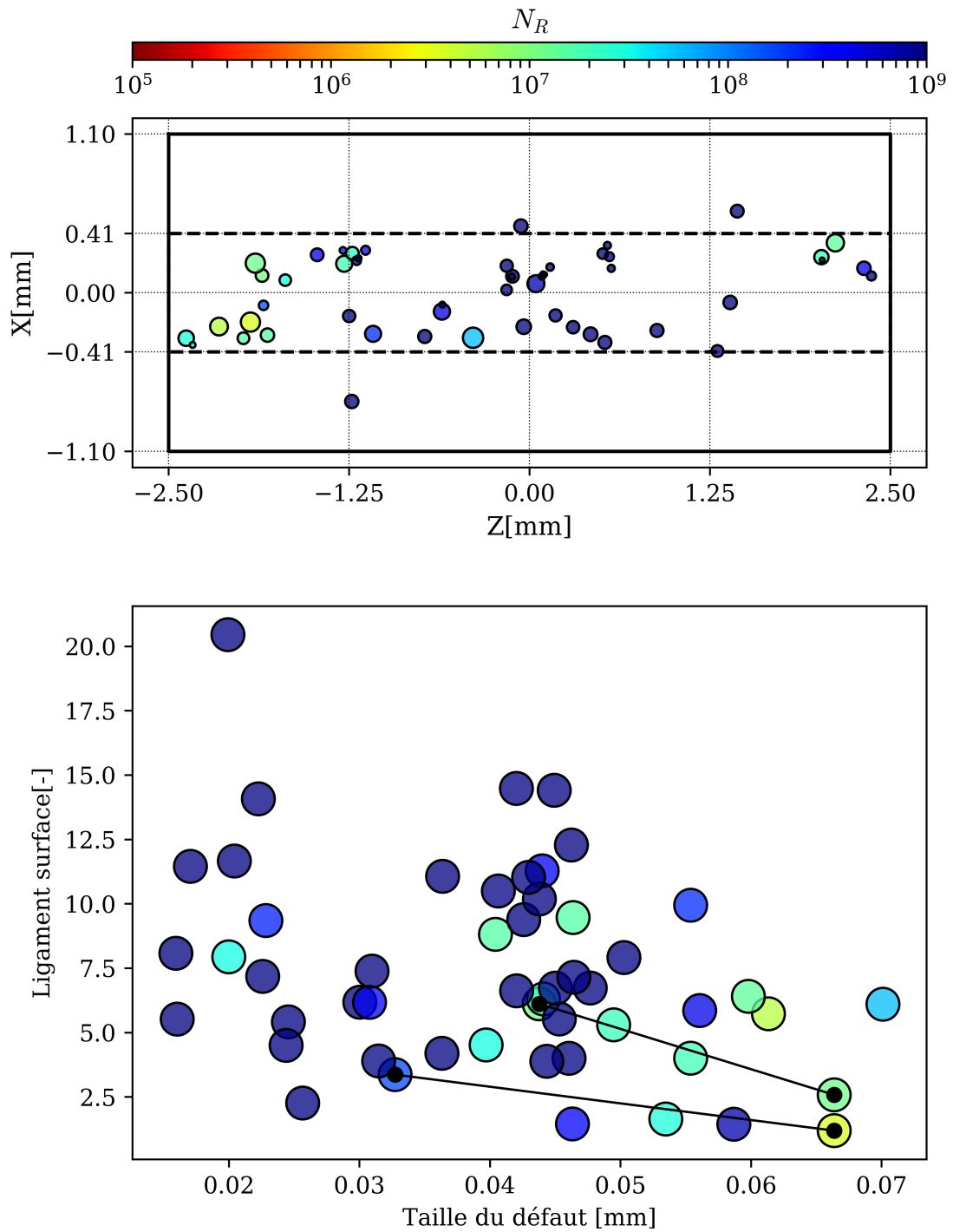


FIGURE D.9 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°5.

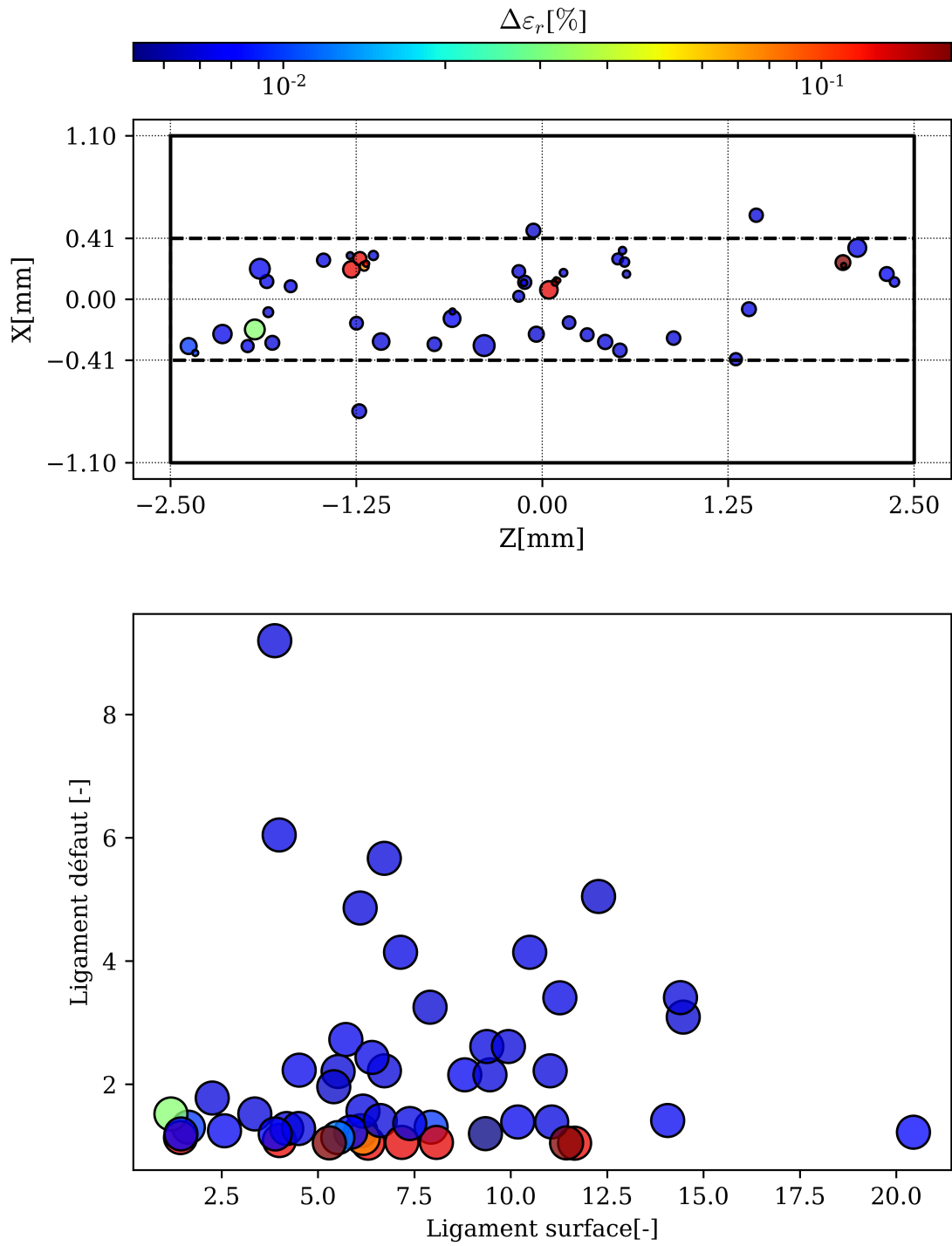


FIGURE D.10 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°5.

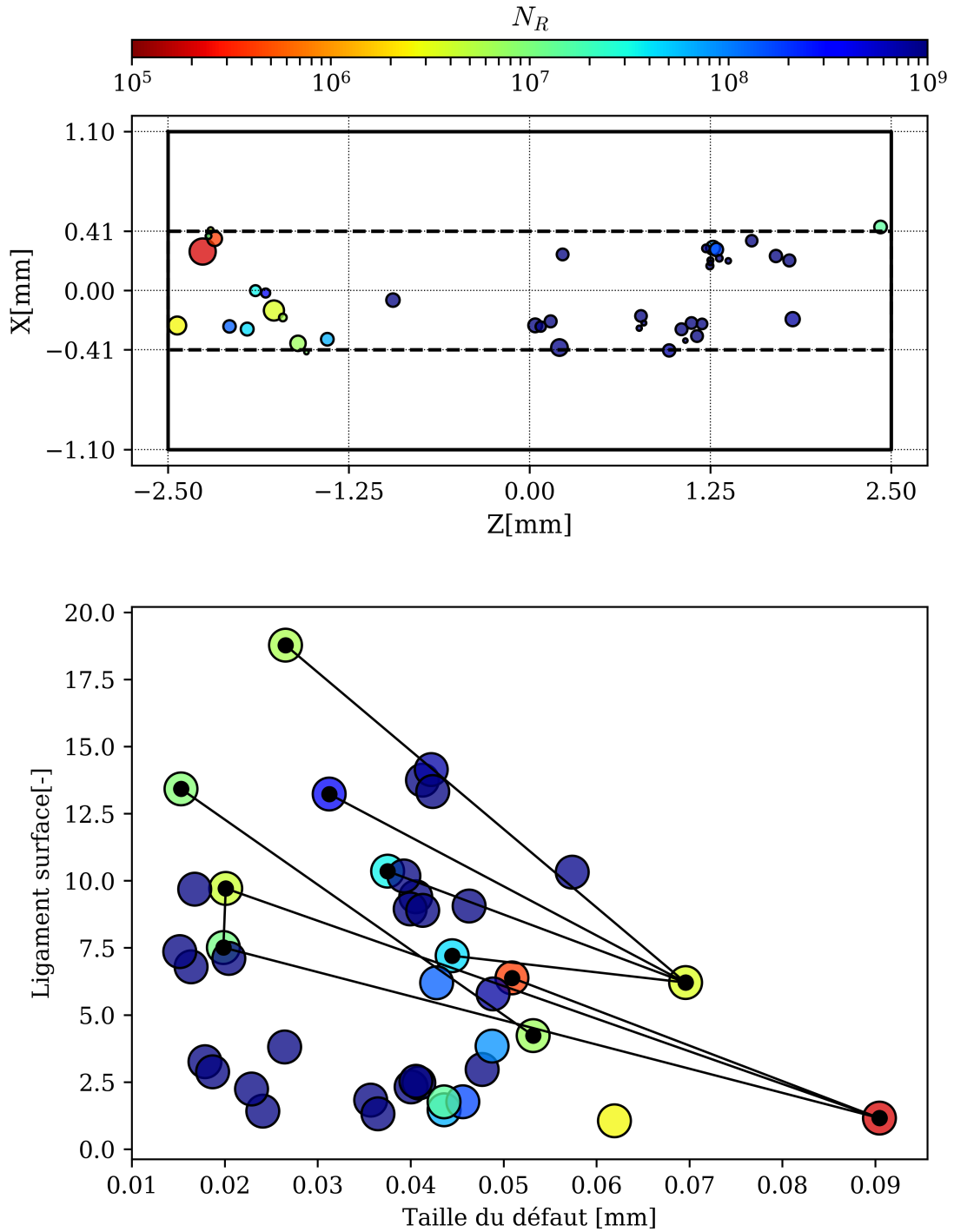


FIGURE D.11 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°6.

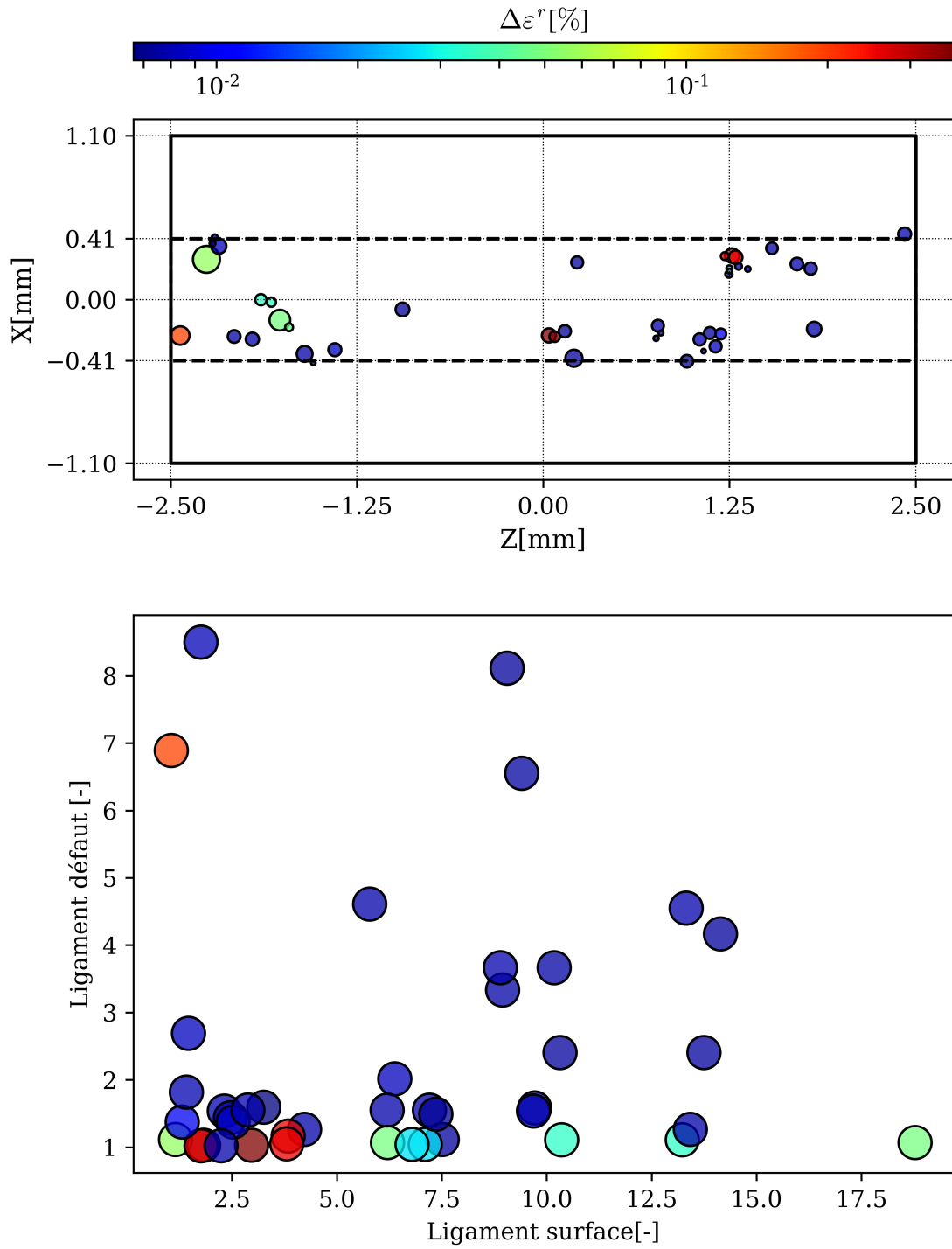


FIGURE D.12 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°6.

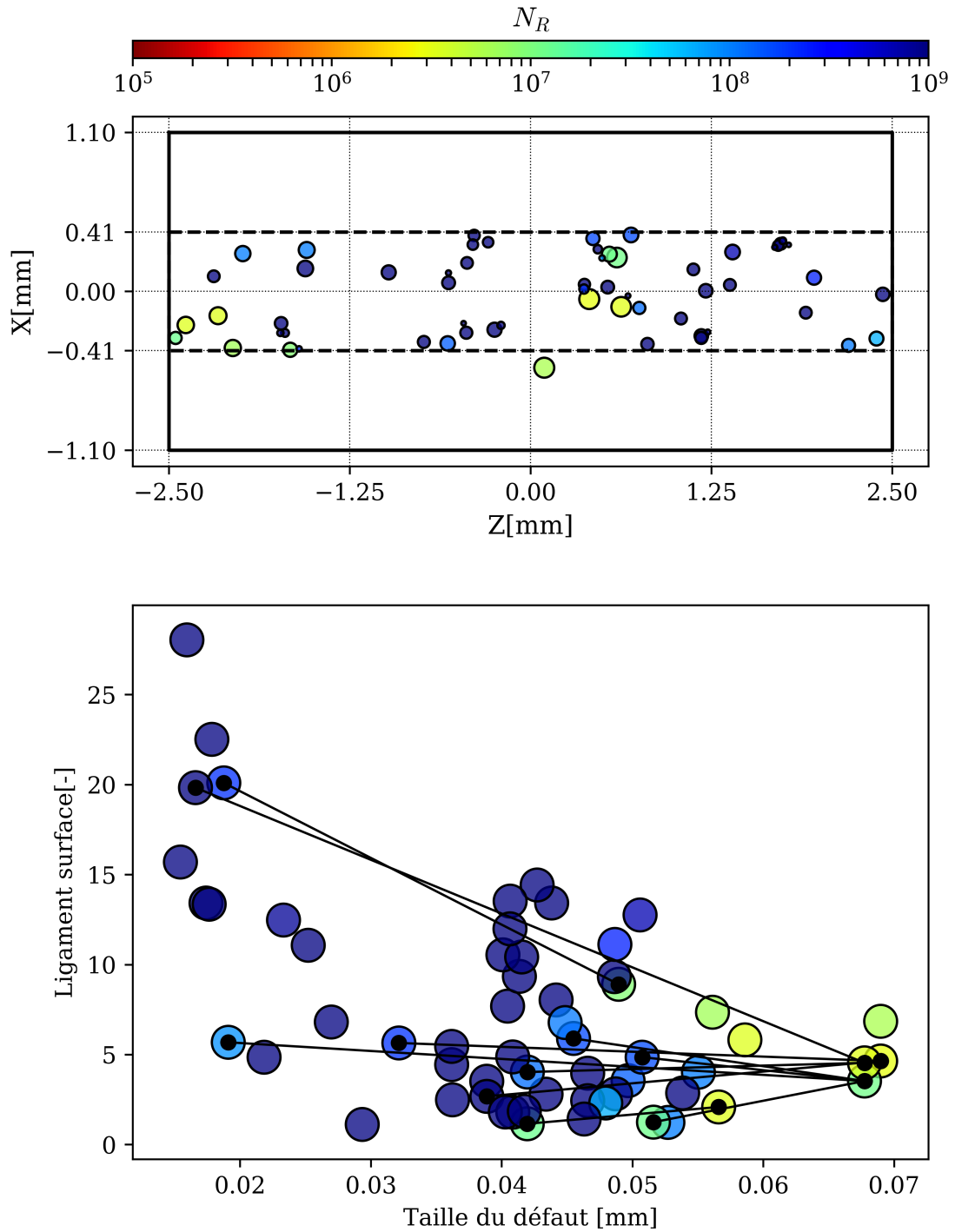


FIGURE D.13 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°7.

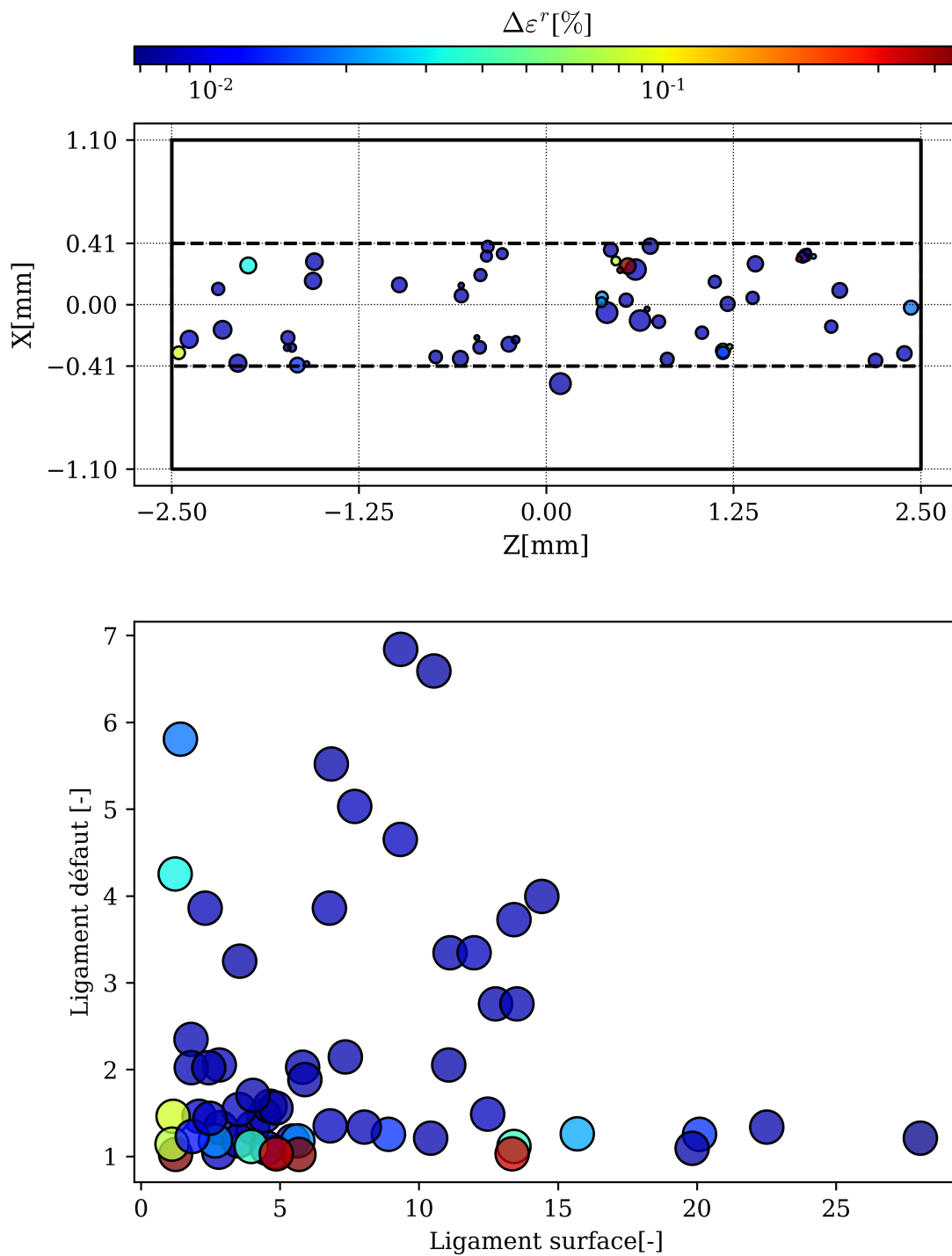


FIGURE D.14 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°7.

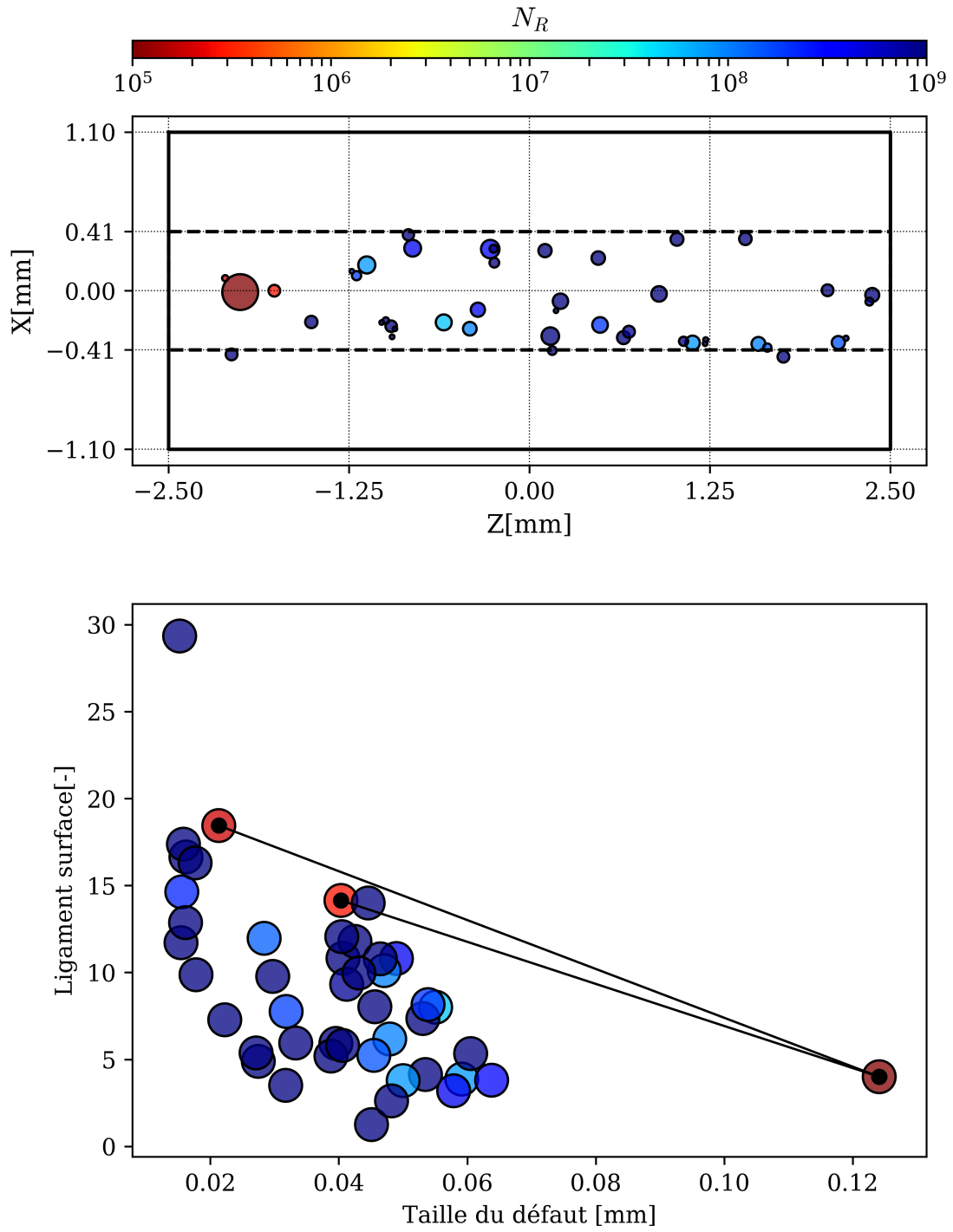


FIGURE D.15 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°8.

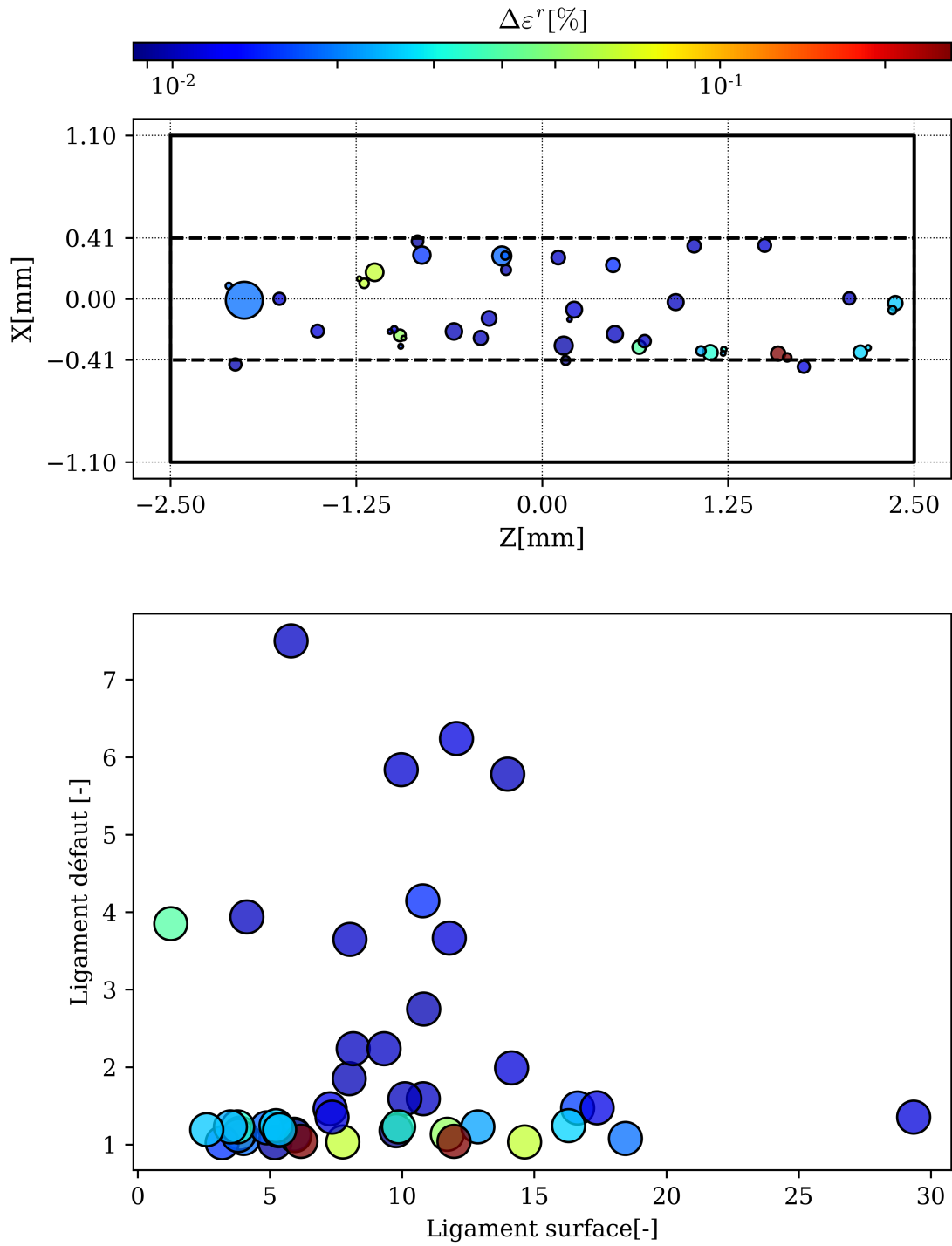


FIGURE D.16 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°8.

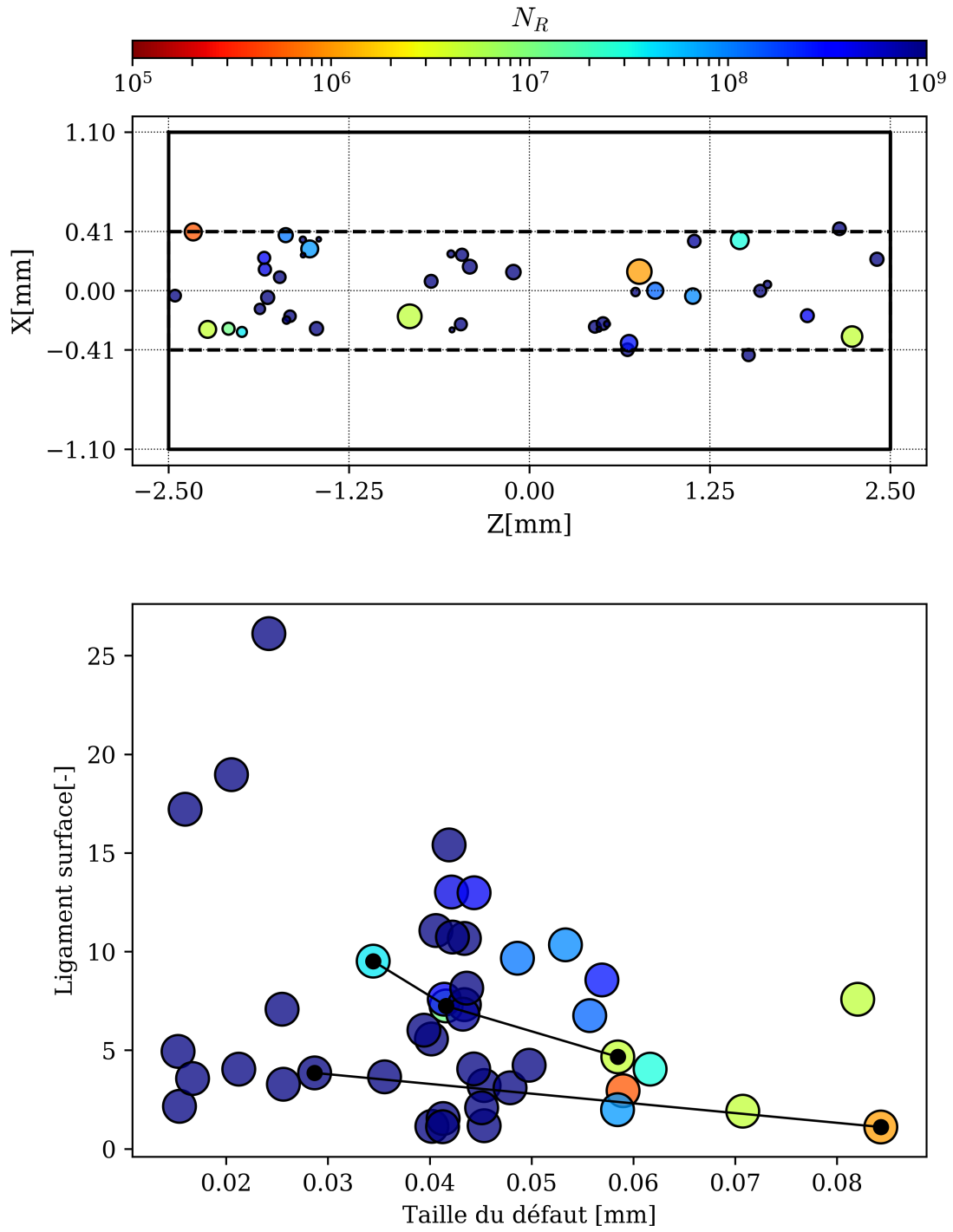


FIGURE D.17 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°9.

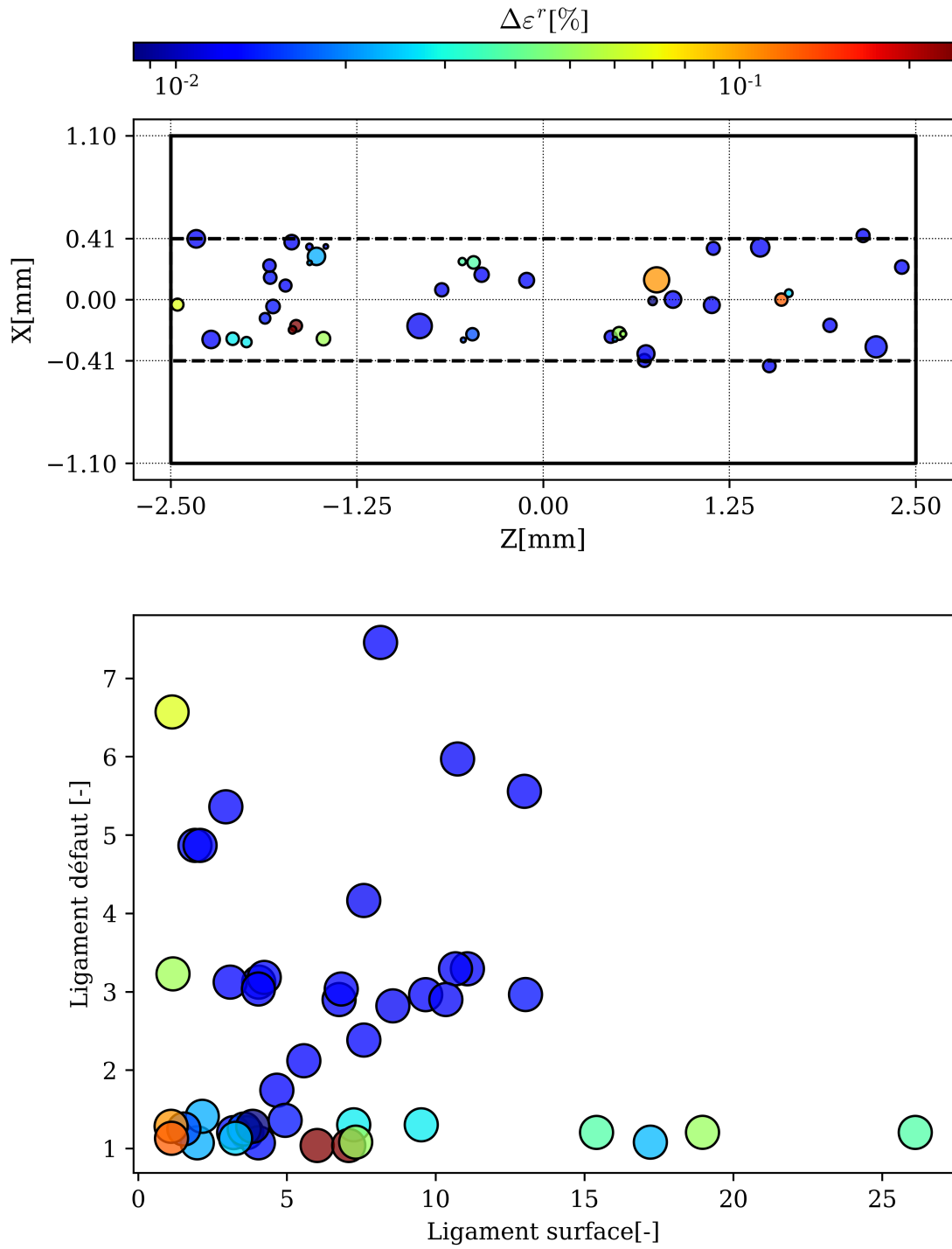


FIGURE D.18 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°9.

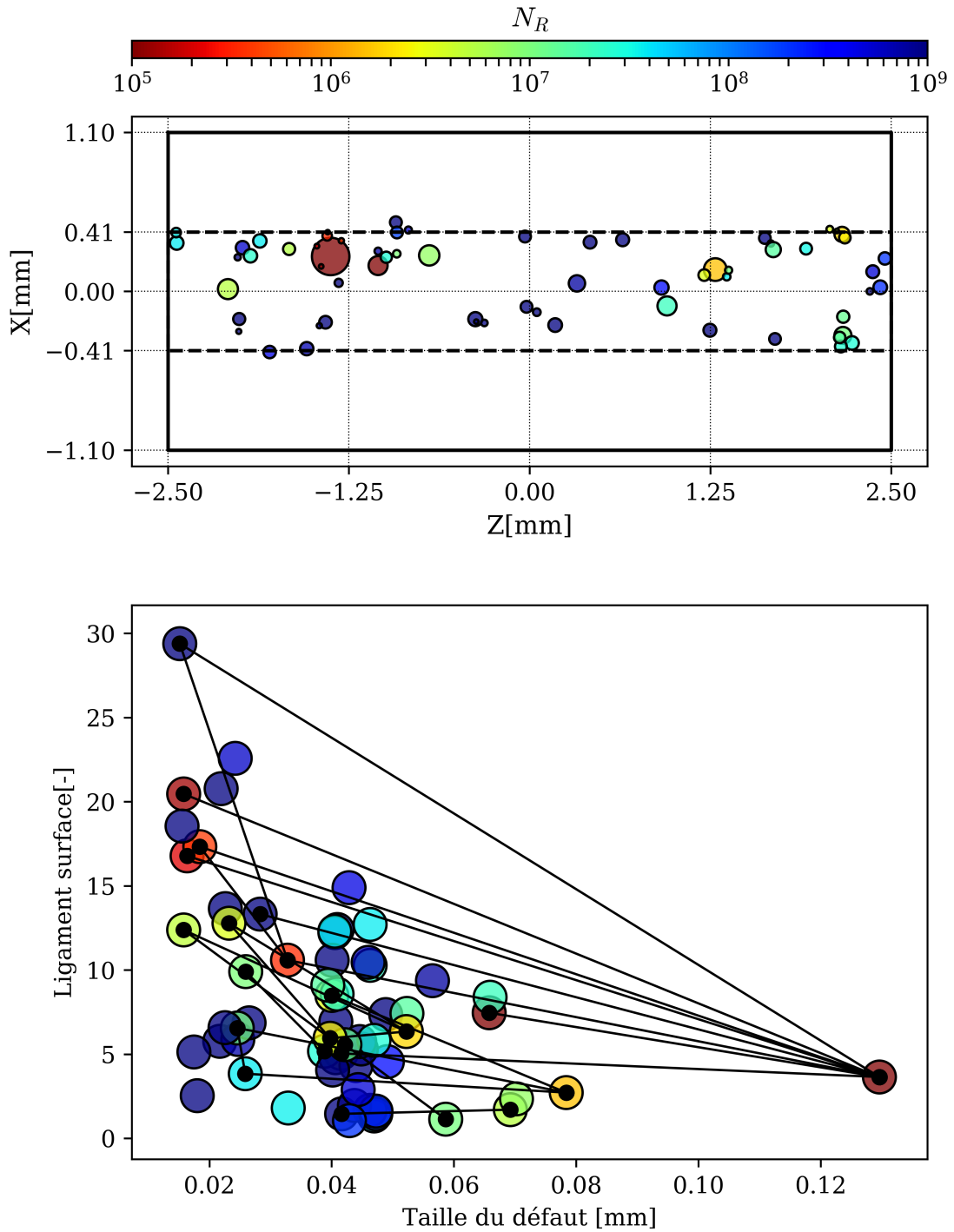


FIGURE D.19 – Résultats de durée de vie dans le voisinage des défauts de la population n°10.

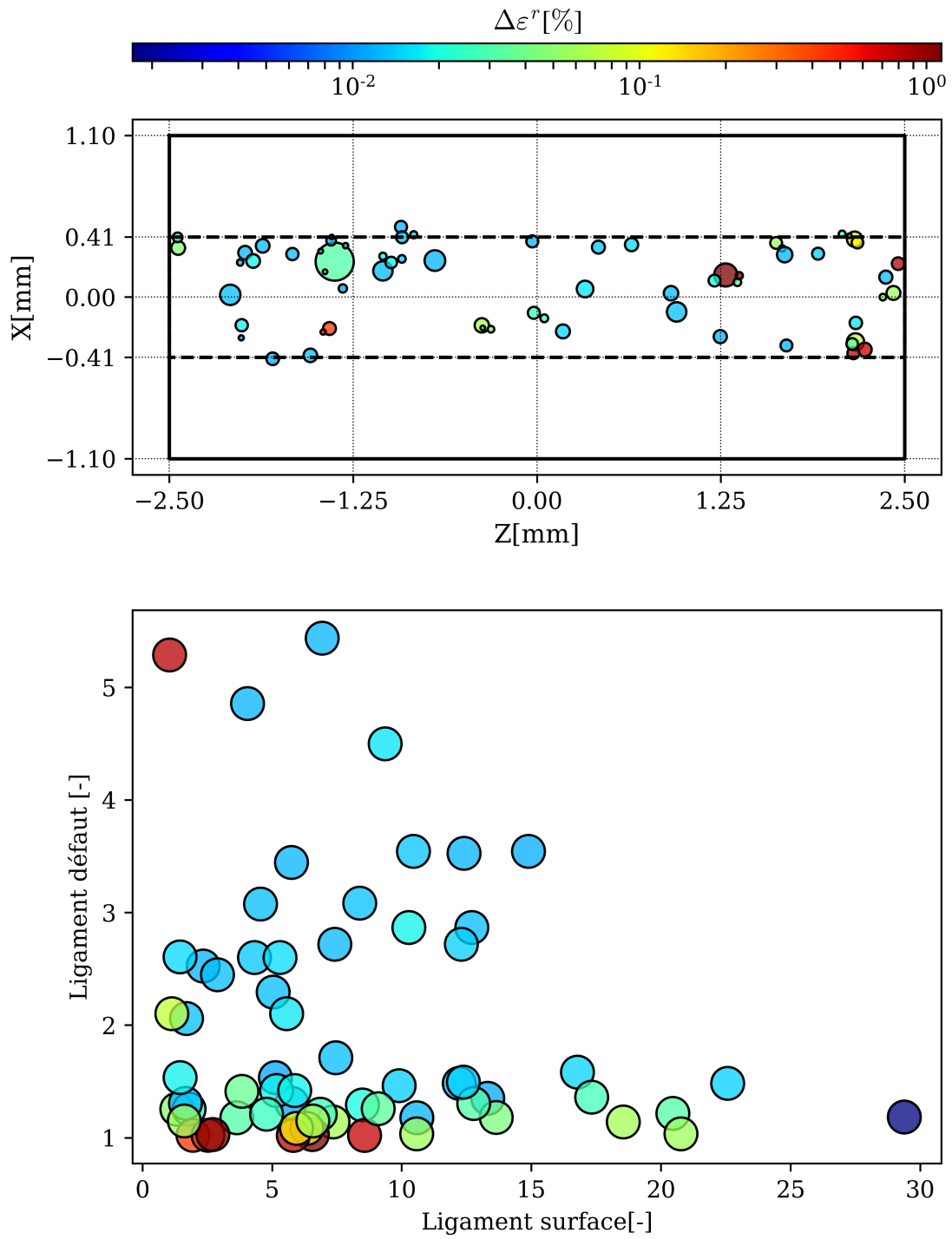


FIGURE D.20 – Résultats d'incrément de rochet dans le voisinage des défauts de la population n°10.

Références

- Abroug, F., Pessard, E., Germain, G. et Morel, F. 2018, «HCF of AA7050 alloy containing surface defects: Study of the statistical size effect», *International Journal of Fatigue*, vol. 110, p. 81 – 94.
- Adib, H. et Pluvinage, G. 2003, «Theoretical and numerical aspects of the volumetric approach for fatigue life prediction in notched components», *International Journal of Fatigue*, vol. 251, p. 67 – 76.
- Akman, E., Demir, A., Canel, T. et Sinmazcelik, T. 2009, «Laser weld of Ti-6Al-4V titanium alloys», *International Journal of Materials Processing Technology*, vol. 209, p. 3705 – 3713.
- Amestoy, P., Duff, I., L'Excellent, J. et Koster, J. 2001, «A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling», *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 231, p. 15 – 41.
- Astrid, P. 2004, *Reduction of process simulation models: a proper orthogonal decomposition approach*, thèse de doctorat, Technische Universiteit Eindhoven.
- Barrault, M., Maday, Y., Nguyen, N. C. et Patera, A. T. 2004, «An ‘empirical interpolation’ method: application to efficient reduced-basis discretization of partial differential equations», *Comptes Rendus Mathématiques*, vol. 3399, p. 667 – 672.
- Basseville, S., Cailletaud, G., Ghidossi, T., Guilhem, Y., Lacoste, E., Proudhon, H., Signor, L. et Villechaise, P. 2017, «Numerical analysis on the local mechanical fields in polycrystalline 316LN stainless steel under cyclic fatigue loading: Comparison with experimental results», *Materials Science and Engineering: A*, vol. 696, p. 122 – 136.
- Benoit, A., Maitournam, M., Rémy, L. et Oger, F. 2012, «Cyclic behaviour of structures under thermomechanical loadings: Application to exhaust manifolds», *International Journal of Fatigue*, vol. 38, p. 65 – 74.
- Besson, J. et Foerch, R. 1997, «Large scale object-oriented finite element code design», *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 1421, p. 165 – 187.
- Bouby, C., de Saxcé, G. et Tritsch, J.-B. 2006, «A comparison between analytical calculations of the shakedown load by the bipotential approach and step-by-step computations for elastoplastic materials with nonlinear kinematic hardening», *International Journal of Solids and Structures*, vol. 439, p. 2670 – 2692.
- Bovet, C., Parret-Fréaud, A., Spillane, N. et Gosselet, P. 2017, «Adaptive MultiPreconditioned FETI: Scalability results and robustness assessment», *Computers & Structures*, vol. 1931, p. 1 – 20.
- Bracquart, B., Mareau, C., Saintier, N. et Morel, F. 2018, «Experimental study of the impact of geometrical defects on the high cycle fatigue behavior of polycrystalline aluminium with different grain sizes», *International Journal of Fatigue*, vol. 109, p. 17 – 25.
- Bree, J. 1967, «Elastic-plastic behaviour of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel elements», *Journal of Strain Analysis*, vol. 23, p. 226 – 238.
- Bree, J. 1989, «Plastic deformation of a closed tube due to interaction of pressure stresses and cyclic thermal stresses», *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 3111, p. 865 – 892.

- Burteau, A., N’Guyen, F., Bartout, J.-D., Forest, S., Bienvenu, Y., Saberi, S. et Naumann, D. 2012, «Impact of material processing and deformation on cell morphology and mechanical behavior of polyurethane and nickel foams», *International Journal of Solids and Structures*, vol. 4919, p. 2714 – 2732.
- Cailletaud, G., Forest, S., Jeulin, D., Feyel, F., Galliet, I., Mounoury, V. et Quilici, S. 2003, «Some elements of microstructural mechanics», *Computational Materials Science*, vol. 273, p. 351 – 374.
- Cannamela, L., Le Gratiet, L. et Garnier, J. 2017, «Construction d’un métamodèle pour des codes à plusieurs niveaux de fidélité», *Chocs - Revue scientifique et technique de la Direction des Applications Militaires*, vol. 48, p. 5 – 14.
- Carlberg, K., Amsallem, D., Avery, P., Zahr, M. et Farhat, C. 2011a, «The GNAT nonlinear model reduction method and its application to fluid dynamics problems», 6th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference.
- Carlberg, K., Bou-Mosleh, C. et Farhat, C. 2011b, «Efficient non-linear model-reduction via a least-squares Petrov-Galerkin projection and compressive tensor approximations», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 862, p. 155 – 181.
- Carrion, P. E., Shamsaei, N., Daniewicz, S. R. et Moser, R. D. 2017, «Fatigue behavior of Ti-6Al-4V ELI including mean stress effects», *International Journal of Fatigue*, vol. 99, p. 87 – 100.
- Casenave, F., Akkari, N., Bordeu, F., Rey, C. et Ryckelynck, D. 2019, «A Nonintrusive Distributed Reduced Order Modeling Framework for nonlinear structural mechanics – application to elastoviscoplastic computations», *International Journal for Numerical Methods in Engineering – Published online*.
- Chaboche, J.-L. 2008, «A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories», *International Journal of Plasticity*, vol. 2410, p. 1642 – 1693.
- Chaboche, J.-L., Kanouté, P. et Azzouz, F. 2012, «Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions», *International Journal of Plasticity*, vol. 35, p. 44 – 66.
- Chang, B., Yuan, Z., Pu, H., Li, H., Cheng, H., Du, D. et Shan, J. 2017, «A comparative study on the laser welding of Ti-6Al-4V alloy sheets in flat and horizontal positions», *Applied Sciences*, vol. 7.
- Chaturantabut, S. et Sorensen, D. 2010, «Nonlinear model reduction via discrete empirical interpolation», *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 325, p. 2737 – 2764.
- Chauveau, D. 2018, «Review of NDT and process monitoring techniques usable to produce high-quality parts by welding or additive manufacturing», *Welding in the World*, vol. 62, p. 1097 – 1118.
- Chester, A., Bernier, J., Barton, N., Balogh, L., Clausen, B. et Edmiston, J. 2016, «Direct numerical simulation of deformation twinning in polycrystals», *Acta Materialia*, vol. 120, p. 348 – 363.
- Chilès, J.-P. et Delfiner, P. 2012, *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty, 2nd Edition*, Wiley.
- Chinesta, F., Ammar, A., Leygue, A. et Keunings, R. 2011, «An overview of the proper generalized decomposition with applications in computational rheology», *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 16611, p. 578 – 592.
- Coffin, L. F. 1954, «A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal», *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, vol. 76, p. 931 – 950.
- Devaux, J., d’Escatha, Y. C., Bernard, J. et Pellissier-Tanon, A. 1980, «A criterion for analysing fatigue crack initiation in geometrical singularities», 4th International Conference Pressure Vessel Technology, p. 211 – 222.
- Dinda, S., Warnett, J., Williams, M., Roy, G. et Srirangam, P. 2016, «3D imaging and quantification of porosity in electron beam welded dissimilar steel to Fe-Al alloy joints by X-ray tomography», *Materials and Design*, vol. 96, p. 224 – 231.

- Echard, B., Gayton, N. et Lemaire, M. 2011, «AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation», *Structural Safety*, vol. 33, p. 145 – 154.
- Everson, R. et Sirovich, L. 1995, «Karhunen–Loève procedure for gappy data», *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 12, p. 1657 – 1664.
- Fan, J., McDowell, D. L., Horstemeyer, M. F. et Gall, K. 2003, «Cyclic plasticity at pores and inclusions in cast Al–Si alloys», *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 7010, p. 1281 – 1302.
- Fauque, J., Ramiere, I. et Ryckelynck, D. 2018, «Hybrid hyper-reduced modeling for contact mechanics problems», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 1151, p. 117 – 139.
- Fish, J. et Fan, R. 2008, «Mathematical homogenization of nonperiodic heterogeneous media subjected to large deformation transient loading», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 767, p. 1044 – 1064.
- Fomin, F. et Kashaev, N. 2017, «Influence of Porosity on the High Cycle Fatigue Behaviour of Laser Beam Welded Ti-6Al-4V Butt Joints», 3rd International Symposium on Fatigue Design and Materials Defects FDMD 2017, Lecco, Italy.
- Frederick, C. O. et Armstrong, P. J. 2007, «A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect», *Materials at High Temperatures*, vol. 241, p. 1 – 26.
- Fritzen, F., Forest, S., Bohlke, T., Kondo, D. et Kanit, T. 2012, «Computational homogenization of elastoplastic porous metals», *International Journal of Plasticity*, vol. 29, p. 102 – 119.
- Galbally, D., Fidkowski, K., Willcox, K. et Ghattas, O. 2010, «Non-linear model reduction for uncertainty quantification in large-scale inverse problems», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 8112, p. 1581 – 1608.
- Gan, M., Ma, C. et Wu, J. 2007, *Data Clustering: Theory, Algorithms and Applications*, vol. 20, SIAM.
- Gao, X.-L., Zhang, L.-J. et Zhang, J.-X. 2014, «Porosity and microstructure in pulsed Nd:YAG laser welded Ti-6Al-4V sheet», *International Journal of Materials Processing Technology*, vol. 214, p. 1316 – 1325.
- Geuzaine, C. et Remacle, J.-F. 2009, «Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities», *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 7911, p. 1309 – 1331.
- Ghnatios, C., Asmar, G., Chakar, E. et Mosleh, C. B. 2019, «A reduced-order model manifold technique for automated structural defects judging using the pgd with analytical validation», *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 3472, p. 101 – 113.
- Giraldi, L., Nouy, A., Legrain, G. et Cartraud, P. 2013, «Tensor-based methods for numerical homogenization from high-resolution images», *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 254, p. 154 – 169.
- Gurson, A. 1977, «Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I—Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media», *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 99, p. 2 – 15.
- Haboudou, A., Peyre, P., Vannes, A. et Peix, G. 2003, «Reduction of porosity content generated during Nd:YAG laser welding of A356 and AA5083 aluminium alloys», *Materials Science and Engineering: A*, vol. 3631, p. 40 – 52.
- Halphen, B. et Nguyen, Q. S. 1975, «Sur les Matériaux Standards Généralisés», *Journal de Mécanique*, vol. 14, p. 39 – 63.
- Hamann, B. 1993, «Curvature Approximation for Triangulated Surfaces», *Computing Supplement*, vol. 8, p. 139 – 153.

- Heywood, R. B. 1955, «Stress concentration factors : relating theoretical and practical factors in fatigue loading», *Engineering*, vol. 179, p. 146 – 148.
- Hilth, W., Ryckelynck, D. et Menet, C. 2019, «Data pruning of tomographic data for the calibration of strain localization models», *Mathematical and Computational Applications*, vol. 24.
- Horák, M., Ryckelynck, D. et Forest, S. 2017, «Hyper-reduction of generalized continua», *Computational Mechanics*, vol. 595, p. 753 – 778.
- Kasperovich, G., Haubrich, J., Gussone, J. et Requena, G. 2016, «Correlation between porosity and processing parameters in Ti-6Al-4V produced by selective laser melting», *Materials and Design*, vol. 105, p. 160 – 170.
- Klette, R. et Zamperoni, P. 1996, *Handbook of Image Processing Operators*, Wiley.
- Koiter, W. 1960, «General theorems for elastic-plastic solids», dans *Progress in Solid Mechanics*, vol. 1 (Ed. I.N. Sneddon, R. Hills).
- Krige, D. 1951, «A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand», *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, vol. 526, p. 119 – 139.
- Kruch, S. et Forest, S. 1998, «Computation of coarse grain structures using a homogeneous equivalent medium», *Journal de Physique IV*, vol. 08, p. 197 – 205.
- Kruch, S., Kanoute, P. et Bonnard, V. 2015, «Oneras multiaxial and anisothermal lifetime assessment for engine components», *AerospaceLab*, vol. 9, p. 1 – 12.
- Ladevèze, P., Paillet, C. et Néron, D. 2018, p. 201 – 220. URL https://doi.org/10.1007/978-3-319-60885-3_10.
- Lantuéjoul, C. 2002, *Geostatistical Simulation: Models and Algorithms*, Springer.
- Lemaitre, J., Chaboche, J.-L., Benallal, A. et Desmorat, R. 2015, *Mécanique des Matériaux Solides - 3ème édition*, Dunod.
- Liu, S., Mi, G., Yan, F., Wang, C. et Jiang, P. 2017, «Correlation of high power laser welding parameters with real weld geometry and microstructure», *Optics and Laser Technology*, vol. 94, p. 59 – 67.
- Lumley, J. 1967, «The structure of inhomogeneous turbulence», *Atmospheric turbulence and wave propagation*, p. 166 – 178.
- Maday, Y. et Ronquist, E. M. 2004, «The reduced basis element method: Application to a thermal fin problem», *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 261, p. 240 – 258.
- Maddox, S. 2002, *Fatigue Strength of Welded Structures (Second Edition)*, Woodhead Publishing Series in Welding and Other Joining Technologies, Woodhead Publishing, doi:<https://doi.org/10.1016/B978-1-85573-013-7.50009-4>.
- Madison, J. et Aagesen, L. K. 2012, «Quantitative characterization of porosity in laser welds of stainless steel», *Scripta Materialia*, vol. 679, p. 783 – 786.
- Maire, E. et Withers, P. 2014, «Quantitative X-ray tomography», *International Materials Reviews*, vol. 591, p. 1 – 43.
- Maitournam, H. 2013, «Mécanique des structures anélastiques», URL <https://hal-polytechnique.archives-ouvertes.fr/hal-00778288>, photocopié du cours de Mécanique des Structures Anélastiques en 3ème année de l'Ecole Polytechnique.
- Maitournam, M., Pommier, B. et Thomas, J.-J. 2002, «Détermination de la réponse asymptotique d'une structure anélastique sous chargement thermomécanique cyclique», *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 33010, p. 703 – 708.

- Mandel, J. 1976a, «Adaptation d'une structure plastique écouissable», *Mechanics Research Communications*, vol. 3, p. 251 – 256.
- Mandel, J. 1976b, «Adaptation d'une structure plastique écouissable et approximations», *Mechanics Research Communications*, vol. 3, p. 483 – 488.
- Mandel, J., Zarka, J. et Halphen, B. 1977, «Adaptation d'une structure élastoplastique à écouissage cinématique», *Mechanics Research Communications*, vol. 45, p. 309 – 314.
- Manson, S. S. 1953, «Behavior of materials under conditions of thermal stress», *TN 2933 - NACA*.
- Matheron, G. 1962, «Traité de géostatistique appliquée, Tome I», dans *Mémoires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières*, vol. 14.
- Matheron, G. 1963, «Traité de géostatistique appliquée, Tome II : Le Krigeage», dans *Mémoires du Bureau de Recherches Géologiques et Minières*, vol. 24.
- Matheron, G. 1972, «Random sets theory and its application to stereology», *Journal of Microscopy*, vol. 951, p. 15 – 23.
- Melan, E. 1938, «Zur Plastizität des räumlichen Kontinuums», *Ingenieur Archiv*, vol. 9, p. 116 – 126.
- Moin, P. et Mahesh, K. 1998, «Direct numerical simulation: A tool in turbulence research», *Annual Review Of Fluid Mechanics*, vol. 30, p. 539 – 578.
- Morel, F., A. M. et Nadot, Y. 2009, «Comparison between defects and micro-notches in multiaxial fatigue - The size effect and the gradient effect», *International Journal of Fatigue*, vol. 312, p. 263 – 275.
- Mura, T. 1987, *Micromechanics of defects in solids*, Springer.
- Murakami, Y. 2002, *Metal Fatigue: Effects of small defects and non-metallic inclusions*, Elsevier.
- Naderi, M., Hoseini, S. et Khonsari, M. 2013, «Probabilistic simulation of fatigue damage and life scatter of metallic components», *International Journal of Plasticity*, vol. 43, p. 101 – 115.
- Neuber, H. 1958, *Kerbspannunglehre. Translation : Theory of notch stresses.*, Springer.
- Neyman, J. et Scott, E. L. 1952, «A theory of the spatial distribution of galaxies», *Astrophysical Journal*, vol. 116.
- N'Guyen, F. 2014, *Morphologie mathématique appliquée au développement d'outils de maillage EF automatiques dans le cas de microstructures hétérogènes bi et multiphasées*, thèse de doctorat, Université de Lille 1.
- N'Guyen, F., Barhli, S. M., Pino Muñoz, D. et Ryckelynck, D. 2018, «Computer vision with error estimation for reduced order modeling of macroscopic mechanical tests», *Complexity*, vol. 2018, p. 10.
- Nguyen, Q. 2003, «A shakedown analysis in hardening plasticity», *Journal of The Mechanics and Physics of Solids*, vol. 51, p. 101 – 125.
- Nouy, A. 2010, «A priori model reduction through proper generalized decomposition for solving time-dependent partial differential equations», *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 19923–24, p. 1603 – 1626.
- Ohno, N. et Wang, J.-D. 1993a, «Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part i: formulation and basic features for ratchetting behavior», *International Journal of Plasticity*, vol. 93, p. 375 – 390.
- Ohno, N. et Wang, J.-D. 1993b, «Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part ii: Application to experiments of ratchetting behavior», *International Journal of Plasticity*, vol. 93, p. 391 – 403.

- Olivier, C., Ryckelynck, D. et Cortial, J. 2019, «Multiple Tensor Train Approximation of Parametric Constitutive Equations in Elasto-Viscoplasticity», *Mathematical and Computational Applications*, vol. 24.
- Palin-Luc, T. et Lasserre, S. 1998, «An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue», *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 172, p. 237 – 251.
- Panwisawas, C., Perumal, B., Ward, R. M., Turner, N., Turner, R. P., Brooks, J. W. et Basoalto, H. C. 2017, «Keyhole formation and thermal fluid flow-induced porosity during laser fusion welding in titanium alloys: Experimental and modelling», *Acta Materialia*, vol. 126, p. 251 – 263.
- Papadopoulos, I. V. et Panoskaltzis, V. P. 1996, «Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion», *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 554, p. 513 – 528.
- Parra-Denis, E., Barat, C., Jeulin, D. et Ducottet, C. 2008, «3D complex shape characterization by statistical analysis: Applications to aluminium alloys», *Materials Characterization*, vol. 593, p. 338 – 343.
- Peterson, R. 1959, «Notch sensitivity», dans *Metal fatigue*, édité par G. Sines et J. Waissman, p. 293 – 306.
- Pilkey, W. 1997, *Peterson's Stress Concentration Factors*, Wiley.
- Pineau, A. et Bathias, C. 2008, *Fatigue des matériaux et des structures 1 : introduction, endurance, amorçage et propagation des fissures, fatigue oligocyclique et gigacyclique*, Hermès.
- Qian, L., Cui, X., Liu, S., Chen, M., Ma, P., Xie, H., Zhang, F. et Meng, J. 2016, «Image-based numerical simulation of the local cyclic deformation behavior around cast pore in steel», *Materials Science and Engineering: A*, vol. 678, p. 347 – 354.
- Renard, D., Bez, N., Desassis, N., Beucher, H., Ors, F. et Freulon, X. 2019, «RGeostats: The Geostatistical R Package», Free download from: <http://cg.ensmp.fr/rgeostats>.
- Ryckelynck, D. 2002, «An a priori model reduction method for thermomechanical problems, Réduction a priori de modèles thermomécaniques», *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 330, p. 499 – 505.
- Ryckelynck, D. 2005, «A priori hyperreduction method: an adaptive approach», *Journal of Computational Physics*, vol. 2021, p. 346 – 366.
- Ryckelynck, D., Chinesta, F., Cueto, E. et Ammar, A. 2006, «On the a priori model reduction: Overview and recent developments», *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 131, p. 91 – 128.
- Ryckelynck, D., Gallimard, L. et Jules, S. 2015, «Estimation of the validity domain of hyper-reduction approximations in generalized standard elastoviscoplasticity», *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, vol. 2:6.
- Ryckelynck, D., Lampoh, K. et Quilici, S. 2016, «Hyper-reduced predictions for lifetime assessment of elastoplastic structures», *Meccanica*, vol. 51, p. 309 – 317.
- Sacks, J., S.B., S. et Welch, W. 1989a, «Designs for Computer Experiments», *Technometrics*, vol. 311, p. 41 – 47.
- Sacks, J., Welch, W., Mitchell, T. et H.P., W. 1989b, «Design and Analysis for Computer Experiments», *Statistical Science*, vol. 44, p. 409 – 435.
- Sarre, B. 2018, *Influence du soudage laser Nd:YAG sur les propriétés mécaniques et métallurgiques de l'alliage de titane TA6V*, thèse de doctorat, Université Technologique de Troyes.
- Schmidt, A., Potschka, A., Koerkel, S. et Bock, H. 2013, «Derivative-Extended POD Reduced-Order Modeling for Parameter Estimation», *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 35, p. 2696 – 2717.
- Schneiders, R. 2000, «Octree-based hexahedral mesh generation», *International Journal of Computational Geometry & Applications*, vol. 1004, p. 383 – 398.

- Smith, K., Topper, T. et Watson, P. 1970, «A stress-strain function for the fatigue of metals», *Journal of Materials*, vol. 5, p. 767 – 778.
- Taylor, D. 1999, «Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model», *International Journal of Fatigue*, vol. 215, p. 413 – 420.
- Touvrey, C. 2010, «Formation of porosities during spot laser welding: case of tantalum joining», COMSOL Conference.
- Touvrey, C., Bruyere, V. et Namy, P. 2014, «Étude numérique et expérimentale des déformations mécaniques induites par le soudage», *Matériaux et Techniques*, vol. 102.
- Trinh, D.-K. et Forest, S. 2010, «The role of the fluctuation field in higher order homogenization», *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 101, p. 431 – 432.
- Wang, X., Phlipot, G., Perez, R. et Mignolet, M. 2018, «Locally enhanced reduced order modeling for the nonlinear geometric response of structures with defects», *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 101, p. 1 – 7.
- Z-Set. 2019, *Z-Set User Manual*. URL <http://www.zset-software.com/>.
- Zhou, J. et Tsai, H. 2006, «Porosity formation and prevention in pulsed laser welding», *Journal of Heat Transfer*, vol. 1299, p. 1014 – 1024.

RÉSUMÉ

Certains procédés de fabrication tels que le soudage ou la fabrication additive génèrent des défauts qui peuvent maintenant être détectés en cours de production par des moyens de contrôle non destructif. Afin de ne pas rebuter des pièces présentant des défauts non critiques, il est indispensable de développer des méthodes de dimensionnement les prenant en compte. Elles doivent apporter des réponses quantitatives pour mener à la définition de critères d'acceptation de défauts. De plus, afin d'être utilisables dans un contexte industriel, leur application doit être efficace. L'objectif de la thèse est donc de proposer une méthodologie innovante de dimensionnement de structures avec des défauts.

Le travail de thèse se concentre sur une soudure de pièces en alliage de titane obtenue par laser pulsé. Elle se découpe selon 3 axes d'étude. Dans un premier temps, le comportement mécanique cyclique de la soudure est modélisé. Plusieurs lois de comportement sont identifiées et utilisées pour décrire les différentes microstructures observées dans le joint soudé. Ensuite, les populations de défauts engendrées par le procédé sont caractérisées par tomographie aux rayons X. La morphologie des défauts est analysée et une bibliothèque de défauts est mise en place. La répartition spatiale des défauts est étudiée et rapprochée des mécanismes de formation de ces derniers. Grâce à la grande quantité de données acquises, un modèle de génération de populations réaliste est proposé et calibré. Enfin, dans le but de diminuer la complexité numérique des simulations, une approche basée sur la méthode d'hyper-réduction de modèles est proposée. Une méthode de construction de la base d'ordre réduit à deux échelles permet de prendre en compte les données directement issues des contrôles.

MOTS CLÉS

Défauts, fatigue, élasto-plasticité, méthode des éléments finis, réduction de modèles.

ABSTRACT

Defects can be formed during assembly processes such as welding and additive manufacturing. Current non-destructive inspection techniques are able to detect these voids in a mass production context. Thus there is a critical need of methods able to assess the harmfulness of these defects. These methods must be reliable to derive acceptance criteria. Their application in a industrial context requires efficiency to give an answer in a short time. This work aims at proposing an innovative design methodology that takes these defects into account.

This work focuses on a particular welded joint : two titanium alloy parts are assembled by means of a pulsed laser. Three main topics are adressed. First, the cyclic behavior of the fusion zone is studied and modeled. X-Ray tomography is used to characterize the defects formed by the process. Their morphology is studied and a library of defects is built. The spatial distribution of the defects is closely linked to the welding process. A quantitative analysis provides a model able to generate realistic defect populations. To decrease the computational cost of numerical simulations of structures with defects, a model order reduction technique is proposed. It relies on the hyper-reduction method. A multi-scale reduced order basis building enables the use of data coming from tomographic analysis. Moreover, the offline phase cost is decreased.

KEYWORDS

Defects, fatigue, elasto-plasticity, finite element method, model order reduction.