



**HAL**  
open science

# Nanofibres optiques pour la réalisation de sources de photons corrélés

Abderrahim Azzoune

► **To cite this version:**

Abderrahim Azzoune. Nanofibres optiques pour la réalisation de sources de photons corrélés. Optique [physics.optics]. Université Paris-Saclay, 2019. Français. NNT : 2019SACLO009 . tel-02527173v2

**HAL Id: tel-02527173**

**<https://pastel.hal.science/tel-02527173v2>**

Submitted on 15 May 2020 (v2), last revised 15 Jul 2020 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Nanofibres optiques pour la réalisation de sources de photons corrélés

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay  
préparée à l'Institut d'Optique Graduate School - ParisTech

École doctorale n°572  
ondes et matières (EDOM)  
Spécialité de doctorat : optique et photonique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 25 Juillet 2019, par

**Abderrahim Azzoune**

Composition du Jury :

Laurent Bigot Directeur de recherche CNRS, Université de Lille (PhLAM)	Président
Patricia Segonds Professeur, Université Grenoble-Alpes (Institut Néel)	Rapporteuse
Marc Brunel Professeur, Université de Rouen Normandie (CORIA)	Rapporteur
Sylvain Ravets Chargé de recherche CNRS, Université Paris-Saclay (C2N)	Examineur
Gilles Pauliat Directeur de recherche CNRS, Institut d'Optique (LCF)	Directeur de thèse



## *Remerciements*

---

Je remercie vivement mon directeur de thèse, Gilles Pauliat, pour ses conseils avisés, son soutien et ses relectures méticuleuses. Il était à la fois mon directeur de thèse et mon encadrant. Je tiens à remercier aussi Philippe Delaye pour ses remarques pertinentes et les discussions que nous avons eues ensemble. Merci également aux membres du jury : Patricia Segonds, Marc Brunel, Laurent Bigot et Sylvain Ravets, pour leur lecture, leurs remarques constructives et leur présence lors de ma soutenance de thèse. Ma reconnaissance va également aux personnels de l'Institut d'Optique, pour leur accueil et leur disponibilité, en particulier Mondher Besbes et Anne-Lise Coutrot.

Je remercie infiniment le Ministère de la Défense Nationale d'Algérie (MDN/ANP) de m'avoir octroyé cette bourse d'excellence pour mon master recherche et ma thèse de doctorat.

Je remercie mon père, pour ce qu'il me transmet, son esprit libre et ingénieux, c'est mon ami et la lumière qui illumine mon chemin. Je remercie ma sœur Meriem, mon frère Khalil, je les aime plus que moi-même ; à la meilleure maman au monde, ma maman, la source de mon bonheur et de ma réussite.

A mes amis pour leur affection et le soutien qu'ils m'ont apporté ; merci à tous ceux qui m'ont fait confiance, qui m'ont soutenu et encouragé.

**Je dédie ce succès à mon frère Abderraouf, décédé par accident de voiture à 20ans, qu'Allah ait pitié de lui. Il sera heureux et fier de son grand frère.**

**Allah merci.**

---



## Table des matières

<b>Chapitre 1 : Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>I. Contexte et motivations</b> .....	<b>1</b>
<b>II. Structuration de la thèse</b> .....	<b>3</b>
<b>III. Références</b> .....	<b>5</b>
<b>Chapitre 2 : Propagation linéaire dans les fibres optiques étirées</b> ..	<b>7</b>
<b>I. Introduction</b> .....	<b>7</b>
<b>II. Notions de mode guidé dans un guide plan diélectrique symétrique</b> ..	<b>7</b>
<b>III. Notations</b> .....	<b>10</b>
<b>IV. Équations de Maxwell</b> .....	<b>11</b>
<b>V. Modes vectoriels dans une fibre optique à deux couches</b> .....	<b>12</b>
V.1 Double quantification des champs électrique $E$ et magnétique $H$ .....	12
V.2 Équations aux valeurs propres et indices effectifs .....	14
V.2.1 Modes TE et TM .....	14
V.2.2 Modes Hybrides HE et EH .....	15
<b>VI. Modes vectoriels dans une fibre optique uniforme à trois couches</b> ...	<b>16</b>
VI.1 Modes de gaine [3] .....	17
VI.1.1 Modes Hybrides HE et EH de gaine .....	18
VI.1.2 Modes TE de gaine .....	19
VI.1.3 Modes TM de gaine .....	19
VI.2 Modes de cœur .....	20
VI.2.1 Modes Hybrides HE et EH de cœur .....	20
VI.2.2 Modes TE de cœur .....	21
VI.2.3 Modes TM de cœur .....	22
<b>VII. Orthonormalité des modes guidés</b> .....	<b>23</b>
<b>VIII. Vecteur de Poynting et densité de puissance</b> .....	<b>26</b>
<b>IX. Modes locaux dans une fibre optique étirée</b> .....	<b>26</b>
IX.1 Mode guidé du guide local fictif uniforme .....	27
IX.2 Mode local dans le taper .....	28

IX.3	Champs dans le taper et sa décomposition dans la base des modes locaux .....	29
<b>X.</b>	<b>Couplage entre les modes locaux et la théorie de perturbations .....</b>	<b>30</b>
<b>XI.</b>	<b>Tapers : Transmission et critère d'adiabaticité .....</b>	<b>33</b>
<b>XII.</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>35</b>
<b>XIII.</b>	<b>Références .....</b>	<b>36</b>

## **Chapitre 3 : Propagation non linéaire et génération de seconde harmonique dans les fibres optiques étirées..... 37**

<b>I.</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>37</b>
<b>II.</b>	<b>Caractéristiques des nanofibres optiques .....</b>	<b>37</b>
II.1	Non linéarité optique Kerr .....	37
II.2	Dispersion .....	38
<b>III.</b>	<b>Processus paramétriques dans les nanofibres optiques .....</b>	<b>39</b>
III.1	Génération du troisième harmonique .....	39
III.2	Mélange à quatre ondes .....	41
III.3	Diffusion Brillouin stimulée .....	42
III.4	Diffusion Raman stimulée .....	45
III.5	Génération de super-continuum .....	46
III.6	Génération de seconde harmonique .....	46
<b>IV.</b>	<b>Susceptibilité non linéaire dans les nanofibres optiques.....</b>	<b>47</b>
IV.1	Symétries intrinsèques .....	48
IV.1.1	Symétrie de permutation .....	48
IV.1.2	Symétrie de Kleinman .....	48
IV.1.3	Symétrie due à l'égalité entre les pulsations .....	49
IV.2	Symétries extrinsèques : Principe de Neumann .....	49
<b>V.</b>	<b>Susceptibilité non linéaire d'ordre 2 dans les nanofibres optiques....</b>	<b>49</b>
V.1	Réponse non linéaire de volume .....	50
V.2	Réponse non linéaire de surface .....	53
<b>VI.</b>	<b>Calcul du gain de la génération de seconde harmonique (SHG) .....</b>	<b>54</b>
VI.1	Contribution de volume (Bulk) .....	60
VI.2	Contribution de surface .....	60
<b>VII.</b>	<b>Accord de phase modal dans les nanofibres optiques .....</b>	<b>62</b>
VII.1	Dans les nanofibres optiques à deux couches .....	62

VII.2	Dans les nanofibres optiques à trois couches .....	64
VII.2.1	Téflon® AF 2400 .....	65
VII.2.2	PMMA/DR1 .....	66
<b>VIII.</b>	<b>Intégrales de recouvrement non linéaire de la génération de seconde harmonique .....</b>	<b>69</b>
VIII.1	Accord de phase entre le mode $HE_{11}$ et le mode $TM_{01}$ .....	69
VIII.2	Accord de phase entre le mode $HE_{11}$ et le mode $HE_{21}$ .....	71
VIII.3	Accord de phase entre le mode $HE_{11}$ et le mode $TE_{01}$ .....	72
<b>IX.</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>79</b>
<b>X.</b>	<b>Références .....</b>	<b>80</b>

<b>Chapitre 4 :</b>	<b>Fabrication des nanofibres optiques et leurs moyens de caractérisation .....</b>	<b>83</b>
<b>I.</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>83</b>
<b>II.</b>	<b>Description du système de tirage .....</b>	<b>83</b>
II.1	Platines de tirage .....	84
II.2	Système de chauffage .....	84
II.3	Système optique et source laser .....	84
II.3.1	Micro-Laser .....	84
II.3.2	Laser accordable et ampli Erbium .....	85
II.3.3	Détecteurs et Ocean Optics .....	85
<b>III.</b>	<b>Algorithmes de tirage .....</b>	<b>85</b>
III.1	Tirage à largeur de chauffage constante .....	86
III.2	Tirage « <i>Pull and Brush</i> » .....	87
III.2.1	Tapers exponentiels .....	88
III.2.2	Tapers de forme quelconque .....	89
III.2.3	Tapers linéaires .....	90
<b>IV.</b>	<b>Moyens de caractérisation des nanofibres optiques .....</b>	<b>91</b>
IV.1	Battements entre les modes pendant le tirage .....	91
IV.2	Modélisation du spectrogramme .....	93
IV.3	Influence de la température sur le processus de tirage .....	99
IV.4	Influence de la largeur de la flamme sur le spectrogramme et les erreurs aléatoires correspondantes .....	99
IV.4.1	Tirage à largeur de chauffage constante .....	99



IV.4.2	Tirage « <i>Pull and Brush</i> » .....	101
<b>V.</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>104</b>
<b>VI.</b>	<b>Références</b> .....	<b>106</b>

## **Chapitre 5 : Mesure par microscopie optique de fibres optiques étirées avec une résolution nanométrique..... 109**

<b>I.</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>109</b>
<b>II.</b>	<b>Cahier des charges</b> .....	<b>111</b>
II.1	Source d'éclairage .....	111
II.2	Objectif .....	111
II.3	Caméra .....	111
<b>III.</b>	<b>Choix du microscope</b> .....	<b>112</b>
<b>IV.</b>	<b>Acquisition de la figure reconstruite expérimentale</b> .....	<b>115</b>
<b>V.</b>	<b>Modélisation de la figure de diffraction</b> .....	<b>118</b>
V.1	Champ à l'extérieur de la nanofibre .....	118
V.2	Champ à l'intérieur de la nanofibre et les modes de galerie .....	118
V.2.1	Modes de galerie en optique géométrique .....	119
V.2.2	Modes de galerie en optique ondulatoire .....	120
V.2.3	Champ à l'intérieur de la nanofibre .....	120
V.3	Détermination du rayon .....	128
<b>VI.</b>	<b>Résultats expérimentaux</b> .....	<b>129</b>
<b>VII.</b>	<b>Étude des différentes sources d'erreurs</b> .....	<b>131</b>
VII.1	Erreurs systématiques .....	131
VII.2	Erreurs aléatoires .....	133
<b>VIII.</b>	<b>Discussion</b> .....	<b>134</b>
<b>IX.</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>136</b>
<b>X.</b>	<b>Références</b> .....	<b>137</b>

## **Chapitre 6 : Vers une source de paires de photons corrélés..... 139**

<b>I.</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>139</b>
<b>II.</b>	<b>Modélisation de la fluorescence paramétrique</b> .....	<b>139</b>

II.1	Équations de propagation .....	139
II.2	Taux de génération des paires de photons .....	143
<b>III.</b>	<b>Estimation du taux de génération de paires de photons pour différentes architectures .....</b>	<b>144</b>
III.1	Densité spectrale de génération des paires .....	144
III.2	Taux de génération des paires .....	146
<b>IV.</b>	<b>Tolérances .....</b>	<b>148</b>
IV.1	Accord de phase de type $TM_{01} - HE_{11}$ dans l'architecture silice-air.....	151
IV.2	Accord de phase de type $HE_{21} - HE_{11}$ dans l'architecture silice-air .....	152
IV.3	Accord de phase de type $TM_{01} - HE_{11}$ dans l'architecture silice-Téflon .....	153
IV.4	Accord de phase de type $HE_{21} - HE_{11}$ dans l'architecture silice-Téflon.....	154
<b>V.</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>156</b>
<b>VI.</b>	<b>Références .....</b>	<b>158</b>
	<b>Conclusion générale.....</b>	<b>159</b>
	<b>Annexe.....</b>	<b>163</b>



# Chapitre 1

## *Introduction générale*

---

### I. Contexte et motivations :

Les sources de paires de photons corrélés sont des composants clés nécessaires aux réseaux de télécommunications quantiques. Réaliser directement ces sources à partir de fibres optiques permet de minimiser les pertes d'insertion. Dans cette thèse, nous proposons de modéliser une telle source à partir d'une fibre optique étirée en silice. Le faible diamètre de la section étirée favorise les effets non linéaires qui produisent ces photons, tandis que les sections non étirées permettent de connecter avec de très faibles pertes cette fibre étirée avec les fibres des réseaux de télécommunication. La nanofibre optique obtenue après tirage est montrée sur la figure suivante :

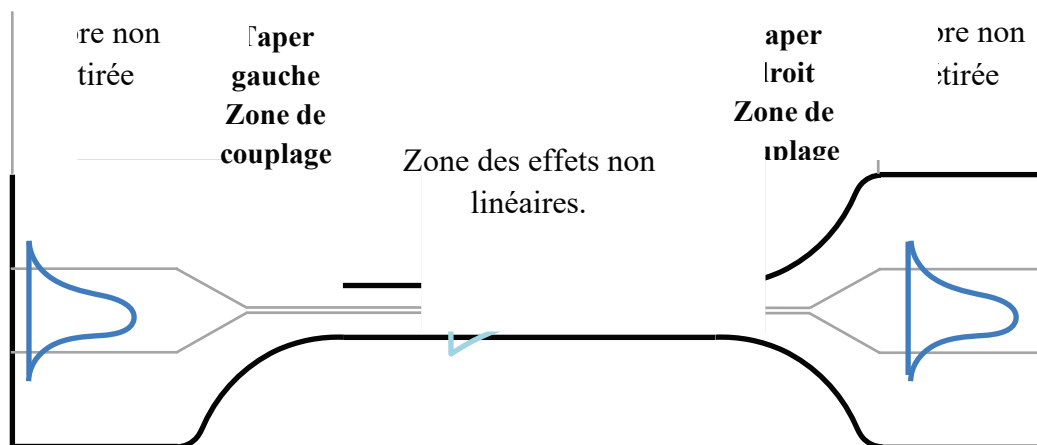


Figure 1.1 : Profil d'une fibre optique étirée.

Nous maîtrisons déjà l'étirage de fibres avec la plate-forme de tirage qui a été développée au laboratoire. Cette machine contrôlée par ordinateur, permet d'étirer des fibres optiques, typiquement des fibres standard de télécommunications SMF-28 en silice. La nanofibre ainsi obtenue possède un diamètre pouvant descendre à moins de 500 nm sur des longueurs d'une dizaine de centimètres. Ces nanofibres sont de nouveaux objets de choix pour l'optique non linéaire en raison de leurs multiples avantages [1] :

- l'injection et la collection de la lumière s'effectuent par des zones fibrées avec des pertes négligeables.
  - le confinement du champ optique dans ces cœurs submicrométriques exalte des non linéarités optiques de plusieurs ordres.
  - le fort champ évanescent du mode guidé permet également de sonder le milieu environnant la nanofibre.
  - Le composant hybride ainsi obtenu possède un guidage assuré par la structure de silice et les non-linéarités dépendent du milieu environnant.
-

- Les nanofibres résistent à des puissances optiques 100 fois plus élevées qu'une fibre standard.
- Leur très forte résistance mécanique, plus importante que pour des objets en silice macroscopiques, permet une manipulation relativement aisée ouvrant ainsi la voie à la réalisation de nouveaux composants tels que les nanofibres en boucles, bobinages.

Avec nos nanofibres, plusieurs effets non linéaires ont été déjà observés avec de simples impulsions micro-Joule : Nous avons observé la génération de seconde harmonique rendue possible dans ce milieu de silice isotrope par la proximité de la surface de la nanofibre.

La façon dont la lumière se propage à l'intérieur des guides diélectriques uniformes invariants en translation comme les fibres optiques standard, définit un ensemble de modes. Pour les champs électromagnétiques de pulsation  $\omega$ , les modes correspondants sont caractérisés par :

- Une distribution transverse (dans le plan orthogonal à la direction de propagation) d'amplitude constante et invariante par propagation, uniquement la phase qui change lors de la propagation.
- Une constante de propagation  $\beta$ . La relation qui la lie à la pulsation  $\omega$  est la relation de dispersion.

Lorsque le guide devient non invariant en translation comme les fibres optiques étirées, le calcul n'est plus le même et la lumière ne se propage pas de la même façon. Nous allons détailler cette étude au début de ce manuscrit.

La propagation de la lumière dans les fibres optiques a été étudiée dans plusieurs ouvrages, typiquement dans le livre de *A.W. Snyder and J. Love* [2]. Pour les fibres optiques étirées, on se réfère à ce livre ainsi qu'au livre écrit par *J. Bures* [3] qui est plus récent. Ce dernier décrit une analyse détaillée sur la propagation de la lumière dans les fibres optiques étirées, notamment dans la partie nanofibre et dans les tapers.

L'objectif de cette thèse est donc de modéliser une nouvelle source de photons corrélés totalement fibrée. Pour produire ces paires de photons, nous utiliserons la fluorescence paramétrique due à la brisure de symétrie sur la surface de la nanofibre. Pour cela, nous caractériserons d'abord la susceptibilité non linéaire de second ordre par son processus symétrique i.e. la génération de seconde harmonique. Nous avons déjà observé la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique en silice. La figure 1.2 représente le signal mesuré sur le spectromètre en sortie de la nanofibre pendant le tirage en fonction du nombre d'échantillons acquis (temps) à la longueur d'onde 1064 nm. On observe un pic du signal de seconde harmonique pour un rayon bien déterminé de la nanofibre fabriquée qui correspond au rayon d'accord de phase. Le but est d'arriver à quantifier cette efficacité.

Nous développerons les conditions des accords de phase modaux. Cet accord de phase est nécessaire à l'obtention d'une forte fluorescence paramétrique pour la génération des paires de photons, l'ensemble du processus de création de photons sera modélisé. Nous avons amélioré le dispositif de tirage pour arriver à tirer des nanofibres avec des diamètres

uniformes à quelques nanomètres près et développé des techniques de caractérisation de cette nanofibre.

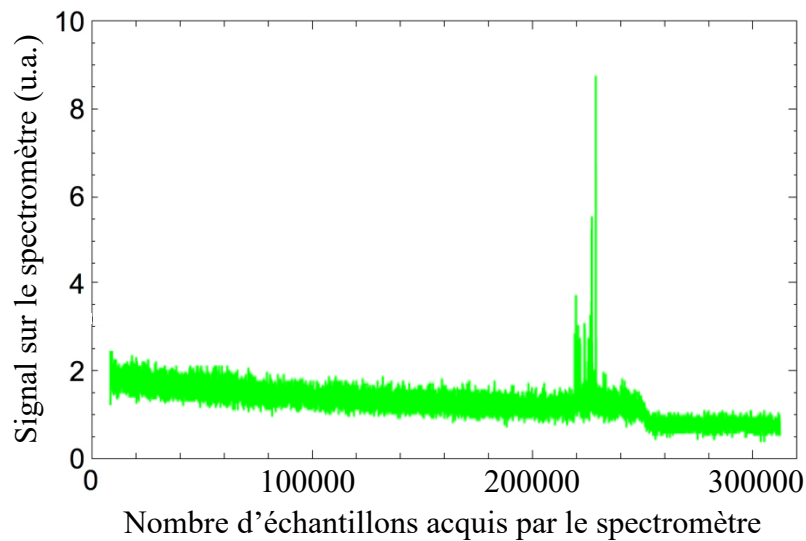


Figure 1.2 : Génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique en silice pendant le tirage à la longueur d'onde 1064 nm.

Dans un second temps, nous avons développé une nouvelle technique de mesure par microscopie optique, qui permet de mesurer tout le profil de la fibre étirée avec une résolution nanométrique, bien au-delà de la limite de diffraction. La résolution de notre technique varie de quelques nanomètres à 50 nm dans le pire des cas, en fonction du rayon de la nanofibre à cause des résonances des modes de galerie.

## II. Structuration de la thèse :

Dans le chapitre 2 de ce manuscrit, nous introduisons la propagation linéaire dans les fibres étirées, pour le modèle à deux couches i.e. une fibre optique nue et le modèle à trois couches i.e. une fibre enrobée par un polymère fonctionnel. Nous allons définir les différentes catégories des modes qui se propagent dans ces fibres étirées, les modes guidés et les modes locaux. Nous allons aussi étudier les couplages entre ces modes dans le taper et le critère d'adiabaticité pour avoir une bonne transmission.

Après avoir étudié la propagation linéaire dans ces fibres étirées, nous allons présenter la propagation non linéaire. Nous proposons de commencer par introduire quelques effets non linéaires de façon générale. Par la suite, nous allons nous focaliser sur les deux effets non linéaires de second ordre qui constituent le cœur de cette thèse, il s'agit de la génération de la seconde harmonique et la fluorescence paramétrique. Une étude détaillée de la génération de seconde harmonique sera présentée dans le chapitre 3. Nous avons modélisé la susceptibilité non linéaire de surface de second ordre en prenant en compte l'aspect vectoriel de la propagation du champ optique dans une microfibre à deux ou trois couches.

Le chapitre 4 est consacré au processus de fabrication des fibres étirées, on présentera notre banc de tirage, les différents algorithmes utilisés dans la fabrication afin d'avoir les diamètres souhaités avec les tapers les plus adiabatiques possibles. On

présentera aussi les différents moyens de caractérisation de ces nanofibres après le processus de fabrication.

Nous avons mis en place un microscope pour la mesure optique du diamètre de la nanofibre. Il s'agit d'une nouvelle technique *in-situ*, non destructive de mesure sans contact avec un objectif du microscope fixé à quelques centimètres de la nanofibre. Elle peut être facilement implémentée sur n'importe quel microscope. Nous pouvons mesurer tout le profil de la fibre étirée. C'est une technique originale avec une résolution qui varie de quelques nanomètres à 50 nm dans le pire des cas, en fonction du rayon de la nanofibre à cause des résonances des modes galerie. Nous avons battu la limite de diffraction de la microscopie conventionnelle, au moins d'un facteur 20 en dessous de cette limite. Nous détaillerons cette technique avec les résultats obtenus dans le chapitre 5.

Dans le dernier chapitre, Nous présentons les accords de phase modaux par l'étude de la relation entre la génération de seconde harmonique et la fluorescence paramétrique pour estimer les efficacités de génération des paires de photons corrélés dans une nanofibre en silice. Nous dimensionnons cette nanofibre pour une bonne optimisation de l'efficacité de génération des paires. L'ensemble du processus de création de photons sera modélisé.

A la fin de ce manuscrit, en annexe, nous présentons en détail le calcul analytique des deux modèles, à deux couches et à trois couches. Nous donnons aussi les expressions des champs électromagnétiques pour les deux configurations.

**III. Références :**

[1] Liye Shan, “*Stimulated Raman scattering in the evanescent field of nanofibers*”, (Université Paris-sud, 2012).

[2] A. W. Snyder & J. Love, “*Optical Waveguide Theory*,” (Kluwer Academic Publisher, Boston/Dortrecht/London, 2000).

[3] J. Bures, “*Optique Guidée : fibres optiques et composants passifs tout-fibre*,” (Presses internationales polytechnique, 2009).





## Chapitre 2

### *Propagation linéaire dans les fibres optiques étirées*

---

#### **I. Introduction :**

La fibre étirée que nous proposons vient d'être décrite à la figure 1.1 du chapitre 1 précédent. Il s'agit d'un guide d'ondes à symétrie circulaire à deux couches. Cette fibre étirée est composée d'une nanofibre connectée aux deux tapers qui sont nécessaires pour injecter le faisceau de pompe. Notre objectif dans ce chapitre est de décrire la propagation du faisceau de pompe à l'intérieur de la fibre étirée en régime linéaire. L'étude des effets non linéaires sera examinée plus loin dans le chapitre 3 prochain.

La propagation de la lumière dans les fibres optiques a été étudiée dans plusieurs ouvrages, typiquement dans le livre de *A.W. Snyder and J. Love* [1]. Pour les fibres optiques étirées, on se réfère à ce livre ainsi qu'au livre écrit par *J. Bures* [2] qui est plus récent.

Dans la fibre étirée, le mode fondamental est injecté dans le premier taper. Sa puissance est confinée à l'intérieur du cœur de la fibre. Quand il se propage à l'intérieur du premier taper, le mode subit un rayon progressivement réduit et en même temps, le mode est progressivement transformé en mode de gaine. Enfin, quand il atteint la nanofibre dont le diamètre est inférieur à un micromètre, il commence à s'étendre de manière significative à l'extérieur de la fibre. Le processus inverse se déroule dans le deuxième taper, le mode de gaine est progressivement transformé en mode de cœur. Pour comprendre ces transformations, nous devons modéliser la propagation du faisceau. Cette modélisation a été largement étudiée dans la littérature et nous nous en servons pour nos analyses. Cependant, l'analyse générale exacte de la propagation du faisceau dans une fibre à trois couches tenant compte de l'aspect vectoriel du champ électrique, est très lourde. Dans les deux sections V et VI, nous présentons donc des analyses vectorielles sans simplifications du modèle à deux couches ainsi que du modèle à trois couches.

Avant de conclure et à partir de ces études, nous analyserons plus en détail, la forme optimale des tapers qui réduit les pertes de couplage à l'intérieur de la nanofibre.

#### **II. Notions de mode guidé dans un guide plan diélectrique symétrique :**

Pour décrire ce que c'est qu'un mode guidé, on fait l'analogie avec le guide le plus simple, un guide plan diélectrique infini symétrique. Un mode guidé est un mode qui se propage dans le guide sans déformation le long de l'axe  $z$  comme montré sur la figure 2.1, c'est seulement sa phase qui change. Pour vérifier cette condition, il faut que l'onde au point  $A$  retrouve le même état au point  $B$  après avoir parcouru le chemin  $AB$  et avoir subi deux réflexions aux points  $A$  et  $B$ . Donc la phase du front d'onde au point  $A$  doit être la même phase au front d'onde du point  $B$  à  $m2\pi$  près, avec  $m$  un entier positif. On prolonge le front d'onde au point  $B$  pour définir le point  $B'$ . D'après la figure 2.1, on sait que :  $d = (AB) \sin(\alpha)$  et  $AB' = (AB) \cos(2\alpha)$ .

La différence de marche entre les deux trajectoires  $AB$  et  $AB'$  de la figure 2.1 s'écrit en fonction de l'angle  $\alpha$  de la façon suivante :

$$(AB) - (AB') = 2d \sin(\alpha) \quad (2.1)$$

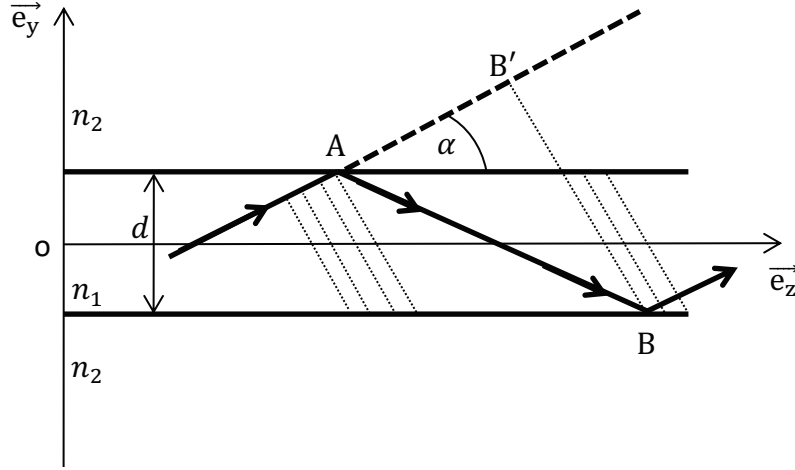


Figure 2.1 : Condition de guidage dans un guide plan diélectrique symétrique.

De l'autre côté, on écrit la condition de guidage qui est la condition d'interférence constructive entre ces deux rayons en tenant compte de l'accumulation de phase  $\Phi_r$  lors de la réflexion à chaque interface du diélectrique comme suit :

$$[k_0 n_1 (AB) + 2\Phi_r] - k_0 n_1 (AB') = m2\pi \quad (2.2)$$

$$\text{Avec } k_0 = 2\pi f \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}.$$

Avec  $m$  un nombre entier ;  $n_1$  l'indice de réfraction à l'intérieur du guide ;  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide ;  $\epsilon_0$  la permittivité électrique du vide ;  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide ;  $f$  la fréquence et  $k_0$  le nombre d'onde.

Il s'agit d'un guide diélectrique, le déphasage  $\Phi_r$  dû à la réflexion sur les deux interfaces dépend de l'angle  $\alpha$  et de la polarisation de l'onde incidente. Pour simplifier le raisonnement, on considère que le déphasage  $\Phi_r$  est égal à 0. En combinant l'équation (2.1) avec la dernière équation (2.2), on montre que l'angle  $\alpha$  ne peut prendre que des valeurs discrètes, telles que :

$$\sin(\alpha_m) = m \frac{\lambda_0}{2dn_1} \quad (2.3)$$

On définit les composantes longitudinale  $\beta_m$  et transverse  $k_{ym}$  de la constante de propagation  $\vec{k}_1 = n_1 \vec{k}_0$ . Comme montré sur la figure 2.2 :

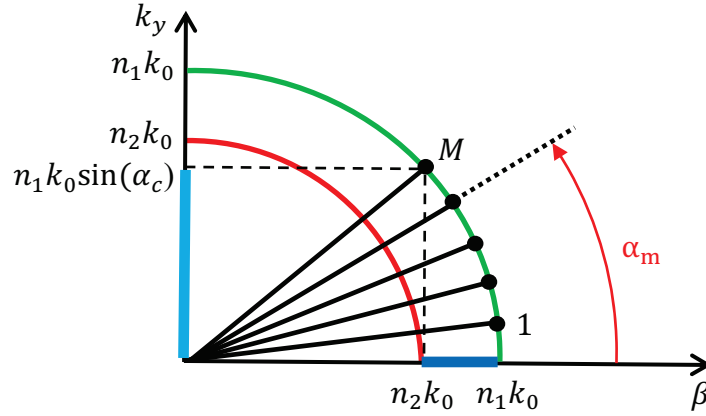


Figure 2.2 : Diagramme des constantes de propagation du vecteur d'onde.

$$\beta_m = n_1 k_0 \cos(\alpha_m) \quad \text{et} \quad k_{ym} = n_1 k_0 \sin(\alpha_m) \quad (2.4)$$

Comme montré sur la figure 2.2, la condition de réflexion totale sur l'une des interfaces du guide définit un angle d'incidence  $\frac{\pi}{2} - \alpha_c$  donné par la relation suivante :

$$\frac{\pi}{2} - \alpha_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (2.5)$$

En réflexion totale, il n'y a pas d'accord de phase possible entre le vecteur d'onde  $\vec{k}_1$  dans le milieu 1 avec le vecteur d'onde  $\vec{k}_2 = n_2 \vec{k}_0$  dans le milieu 2 i.e. il n'y a pas de couplage entre les deux milieux 1 et 2 (pas de réfraction), c'est bien la condition de guidage sans pertes. Cela implique que l'angle  $\alpha_m$  ne doit pas dépasser l'angle  $\alpha_c$  (comme montré sur la figure 2.2) tel que :

$$0 \leq \alpha_m \leq \alpha_c \quad \text{et} \quad \frac{n_2}{n_1} \leq \cos(\alpha_m) \leq 1 \quad (2.6)$$

On fait deux remarques :

- L'angle critique  $\alpha_c$  de la réflexion totale limite l'angle de l'ouverture numérique  $ON$  du guide. On définit le nombre  $M$  de modes possibles comme suit :

$$M = 1 + \text{Ent}\left[\frac{2d}{\lambda_0} ON\right] = 1 + \text{Ent}\left[\frac{2d}{c} f ON\right] \quad (2.7)$$

Tel que  $ON = n_1 \sin(\alpha_c) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$  l'ouverture numérique du guide ; la fonction  $\text{Ent}[x]$  désigne la partie entière de la variable  $x$ .

Le guide agit comme un filtre passe haut, le mode guidé d'indice  $m$  ne peut exister dans un guide d'épaisseur  $d$  que si sa fréquence  $f$  est supérieure à la fréquence de coupure  $f_c$ , telle que :

$$f > f_c = m \frac{c}{2d ON} \quad \text{Ou bien} \quad \lambda < \lambda_c = \frac{2d}{m} ON \quad (2.8)$$

Avec  $\lambda_c$  la longueur d'onde de coupure ;  $f_c$  la fréquence de coupure.

Le nombre de modes possibles dans le guide d'épaisseur  $d$  croît lorsque la fréquence de l'onde qui s'y propage augmente. (Ou bien lorsque sa longueur d'onde diminue).

- Le mode  $m = 0$  correspond au mode fondamental, sa fréquence de coupure est nulle, il existe toujours quel que soit l'épaisseur du guide. Autrement dit, on peut toujours propager la lumière dans un guide diélectrique. Le guide est monomode pour un diamètre  $d$  qui vérifie la condition  $M < 2$  i.e.

$$d \leq \frac{\lambda_0}{2 ON} = \frac{c}{2 f ON} \quad (2.9)$$

On reprend la composante longitudinale  $\beta_m$  de la constante de propagation pour définir un paramètre  $n_{eff}$ , on l'appelle l'indice effectif. Dans tout ce qui va suivre, on l'utilisera dans la description de la propagation dans les fibres optiques. Donc au lieu de parler de la composante longitudinale de la constante de propagation, on parlera d'indice effectif. Pour le mode guidé d'indice  $m$  à un angle  $\alpha_m$ , l'indice effectif correspondant est donné par l'expression suivante :

$$n_{effm} = \frac{\beta_m}{k_0} = n_1 \cos(\alpha_m) \quad (2.10)$$

D'après l'équation (2.6), l'indice effectif  $n_{eff}$  est compris entre  $n_1$  et  $n_2$ .

Ce passage par le guide plan diélectrique symétrique nous a permis de comprendre la notion d'un mode guidé et la quantification de ces modes. Dans toute la suite, on va parler uniquement de la propagation dans les fibres optiques qui sont des guides circulaires à saut d'indice. On utilisera la même physique que celle utilisée dans le cas du guide plan diélectrique symétrique. La différence significative vient du fait que la propagation de la lumière se fait dans deux dimensions, ce qui va entraîner une double indexation des modes guidés. Dans la section suivante, on utilisera une approche théorique basée sur les équations de Maxwell, sans approximations pour écrire les expressions des champs électriques et magnétiques dans un guide circulaire diélectrique à saut d'indice.

### III. Notations :

Dans toute la suite, on utilisera les notations  $\mathbf{E}^i$  et  $\mathbf{H}^i$  suivantes pour les vecteurs champs complexes. Les amplitudes réelles des champs électromagnétiques  $\tilde{\mathbf{E}}^i$  et  $\tilde{\mathbf{H}}^i$  dans le domaine temporel pour un mode guidé d'indice  $i$  sont données par les expressions suivantes :

$$\tilde{\mathbf{E}}^i(r, \varphi, z, t) = \mathbf{E}^i(r, \varphi, z) e^{-i\omega t} + cc \quad (2.11a)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}^i(r, \varphi, z, t) = \mathbf{H}^i(r, \varphi, z) e^{-i\omega t} + cc \quad (2.11b)$$

Le système de coordonnées polaires est le plus adapté à la description de la propagation dans les fibres optiques, celles-ci ayant une symétrie de révolution. Si le

guide est invariant en translation (i.e. que l'indice de réfraction est indépendant de  $z$ ), dans ce cas on peut écrire les expressions des champs complexes  $\mathbf{E}^i$  et  $\mathbf{H}^i$  sous la forme séparable suivante :

$$\mathbf{E}^i(r, \varphi, z) = e^{i\beta\omega z} \mathbf{F}_e^i(r, \varphi) \quad (2.12a)$$

$$\mathbf{H}^i(r, \varphi, z) = e^{i\beta\omega z} \mathbf{F}_h^i(r, \varphi) \quad (2.12b)$$

Avec :

$$\mathbf{F}_e^i(r, \varphi) = F_{e_r}^i(r, \varphi) \vec{e}_r + F_{e_\varphi}^i(r, \varphi) \vec{e}_\varphi + F_{e_z}^i(r, \varphi) \vec{e}_z$$

$$\mathbf{F}_h^i(r, \varphi) = F_{h_r}^i(r, \varphi) \vec{e}_r + F_{h_\varphi}^i(r, \varphi) \vec{e}_\varphi + F_{h_z}^i(r, \varphi) \vec{e}_z$$

Où  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\varphi$ ,  $\vec{e}_z$  sont les vecteurs unitaires en coordonnées polaires cylindriques ;  $\mathbf{E}^i$ ,  $\mathbf{H}^i$  sont les vecteurs champ électrique et magnétique complexes ;  $\mathbf{F}_e^i$ ,  $\mathbf{F}_h^i$  sont les vecteurs de la distribution transverse du champ électrique et magnétique du mode guidé d'indice  $i$ .

#### IV. Équations de Maxwell :

Toute onde peut être décomposée en une somme d'ondes monochromatiques. Dans toute la suite, on considère une onde monochromatique à la fréquence  $\omega$  et de longueur d'onde  $\lambda$ . On écrit les équations de Maxwell dans un milieu d'indice  $n$  sans charges électriques :

$$\nabla \wedge \tilde{\mathbf{E}} = -\mu_0 \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial t} \quad (2.13a)$$

$$\nabla \wedge \tilde{\mathbf{H}} = \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t} \quad (2.13b)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 n^2 \tilde{\mathbf{E}}) = 0 \quad (2.13c)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0 \tilde{\mathbf{H}}) = 0 \quad (2.13d)$$

On utilise les définitions précédentes des champs électriques et magnétiques  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  pour réécrire les quatre dernières équations de Maxwell :

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = i \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} k_0 \mathbf{H} \quad (2.14a)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = -i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} k_0 n^2 \mathbf{E} \quad (2.14b)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 n^2 \mathbf{E}) = 0 \quad (2.14c)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0 \mathbf{H}) = 0 \quad (2.14d)$$

On applique ces équations de Maxwell pour un guide circulaire à deux couches comme une première étape. Ensuite on passera à un guide circulaire à trois couches. Dans les deux cas, il s'agit de déterminer tous les modes vectoriels qui se propagent dans le guide considéré. Il s'agit d'identifier et d'indexer chaque mode guidé, trouver son indice effectif  $n_{eff}$  et calculer les distributions des champs électriques et magnétiques,  $\mathbf{F}_e^i(r, \varphi)$  et  $\mathbf{F}_h^i(r, \varphi)$  respectivement.

## V. Modes vectoriels dans une fibre optique à deux couches :

Une fibre optique standard peut être assimilée à un guide circulaire à deux couches, un cœur d'un indice  $n_1$  de rayon  $r_1$  et une gaine d'indice  $n_2$  qui s'étend de  $r_1$  jusqu'à l'infini comme indique la figure suivante.

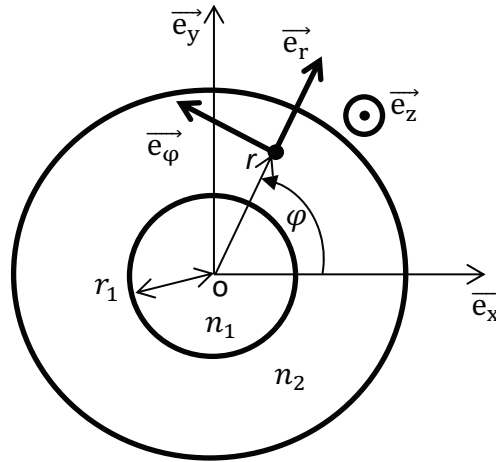


Figure 2.3 : Section droite dans une fibre optique à saut d'indice représentée en coordonnées polaires cylindriques.

### V.1 Double quantification des champs électrique $E$ et magnétique $H$ :

On applique les équations de Maxwell (2.14a) et (2.14b) pour les deux composantes longitudinales  $F_{e_z}^i$  et  $F_{h_z}^i$  d'un mode guidé d'indice  $i$  dans le cas d'une fibre optique à saut d'indice invariante en translation. On s'intéresse uniquement à ces deux composantes longitudinales parce que toutes les autres composantes transversales peuvent s'écrire en fonction d'une combinaison linéaire de ces deux composantes longitudinales, comme expliqué en annexe. L'application des équations de Maxwell se résume en ces deux équations différentielles couplées, elles sont applicables dans le cœur ( $j = 1$ ), aussi bien que dans la gaine ( $j = 2$ ) [2] :

$$\begin{cases} \nabla^2 F_{e_z}^i + \{n_j^2 k_0^2 - \beta^2\} F_{e_z}^i = 0 \\ \nabla^2 F_{h_z}^i + \{n_j^2 k_0^2 - \beta^2\} F_{h_z}^i = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

Avec  $\beta = k_0 n_{eff} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{eff}$  la constante de propagation.

Où  $n_{eff}$  est l'indice effectif du mode guidé et  $\beta$  sa constante de propagation. On définit les paramètres modaux  $U, W$  de la façon suivante :

$$U^2 = r_1^2 (k_0^2 n_1^2 - \beta^2) = k_0^2 r_1^2 (n_1^2 - n_{eff}^2) \quad (2.16a)$$

$$W^2 = r_1^2 (k_0^2 n_{eff}^2 - \beta^2) = k_0^2 r_1^2 (n_{eff}^2 - n_2^2) \quad (2.16b)$$

Les deux derniers paramètres sont liés à la fréquence normalisée  $V$  comme suit :

$$V = \sqrt{U^2 + W^2} = k_0 r_1 \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = k_0 r_1 ON \quad (2.17)$$

Nous y montrons que, du fait de la symétrie circulaire de la fibre, les deux composantes longitudinales  $F_{e_z}^i(r, \varphi)$  et  $F_{h_z}^i(r, \varphi)$  sont toutes les deux séparables selon  $r$  et  $\varphi$ . Il est ainsi possible d'écrire (voir annexe) :

$$F_{e_z}^i(r, \varphi) = f_l(\varphi) F_{e_z}^i(r) \quad \text{et} \quad F_{h_z}^i(r, \varphi) = g_l(\varphi) F_{h_z}^i(r) \quad (2.18)$$

*Quantification azimutale :*

La symétrie circulaire de la fibre impose que les deux fonctions  $f_l(\varphi)$  et  $g_l(\varphi)$  aient une périodicité de  $2\pi$ . Ainsi que montré en annexe, il existe deux classes de solutions qui définissent ce que l'on appelle les modes pairs et impairs :

$$\begin{aligned} \text{Modes pairs :} & \quad f_l(\varphi) = \cos(l \varphi) & \text{et} & \quad g_l(\varphi) = -\sin(l \varphi) \\ \text{Modes impairs :} & \quad f_l(\varphi) = \sin(l \varphi) & \text{et} & \quad g_l(\varphi) = \cos(l \varphi) \end{aligned}$$

Avec  $l$  un entier positif ou nul qui définit la périodicité. C'est le paramètre de quantification azimutale. On passe d'un mode pair à un mode impair par rotation d'un angle  $\pi/(2l)$ . Cette quantification n'existait pas dans le guide plan qui nous a servi d'introduction.

*Quantification radiale :*

Pour déterminer la forme du mode, c'est-à-dire les fonctions  $F_{e_z}^i(r, \varphi)$  et  $F_{h_z}^i(r, \varphi)$ , il faut d'abord sélectionner la parité, puis la valeur  $l$  de la quantification azimutale. Une fois cette dépendance azimutale choisie, on peut résoudre les équations de propagation (2.15). Nous obtenons alors une équation dont les valeurs propres sont les indices effectifs. Cette discrétisation est équivalente à une quantification radiale définie par un paramètre  $m$  entier positif ou nul.

Une fois ces indices effectifs  $n_{eff_{lm}}$  déterminés, il est possible de remonter aux fonctions  $F_{e, h_z}^i(r, \varphi)$  et ensuite à toutes les composantes des champs. Ces calculs et les expressions sont détaillés en annexe. Ci-dessous, nous ne rappelons que cette équation



aux valeurs propres, équation à partir de laquelle sont définies les différentes familles de modes : transverses électriques, transverses magnétiques et hybrides.

La valeur du paramètre  $V$  du guide détermine les modes guidés dans la fibre optique car il est calculé à partir de tous les paramètres du guide : indice et rayon du cœur, indice de la gaine et la longueur d'onde. La résolution des équations de propagation (2.15) est donnée en détail en annexe. Dans la fibre optique, on est obligé de quantifier les modes guidés par deux paramètres contrairement au guide plan symétrique présenté précédemment ou on quantifie les modes avec un seul paramètre  $m$ . La double quantification dans la fibre optique explique le fait qu'on a deux degrés de liberté, suivant le rayon  $r$ , on définit le paramètre  $m$ , c'est la même physique que dans le guide plan. On définit un autre paramètre  $l$  qui régit la quantification suivant le deuxième degré de liberté qui est l'angle  $\varphi$ .

## V.2 Équations aux valeurs propres et indices effectifs :

Après avoir établi les expressions vectorielles des champs électriques et magnétiques pour un guide diélectrique cylindrique en annexe, on écrit les équations de continuité des champs transverses  $F_{e\varphi}^i, F_{h\varphi}^i, F_{e_z}^i, F_{h_z}^i$  à l'interface  $r = r_1$  entre le cœur et la gaine. On obtient un système de quatre équations à quatre inconnues. Le système accepte une solution si et seulement si le déterminant du système est nul. Le déterminant se résume en une équation appelée l'équation aux valeurs propres des modes guidés dans la fibre optique, elle est donnée par l'expression suivante :

$$\boxed{\{l.n_{eff}\}^2 \left\{ \frac{V}{UW} \right\}^4 = \left\{ \frac{n_1^2 J'_l(U)}{U J_l(U)} + \frac{n_2^2 W'_l(W)}{W J_l(W)} \right\} \left\{ \frac{J'_l(U)}{U J_l(U)} + \frac{W'_l(W)}{W J_l(W)} \right\}} \quad (2.19)$$

Cette équation aux valeurs propres (2.19) nous donne des solutions discrètes ( $n_{eff\,lm} = \frac{\beta_{lm}}{k_0}$ ) qui correspondent aux modes guidés dans la fibre optique. Ces solutions dépendent du paramètre  $V$ , la fréquence normalisée du guide aussi bien de  $n_1, n_2$  et du paramètre  $l$ . Suivant l'indice  $l$ , il est habituel de classer ces modes en deux catégories : les solutions correspondantes à  $l = 0$  ; pour ces modes, on peut montrer que le champ électrique (respectivement magnétique) est transverse et on les note ainsi  $_{0m}$  (respectivement  $M_{0m}$ ). Pour les autres solutions pour  $l \neq 0$  ni le champ électrique ni le champ magnétique n'est transverse. Ils sont pour cette raison nommés, modes hybrides et sont notés  $_{lm}$  ou  $_{lm}$  suivant la composante  $F_{h_z}^i$  ou  $F_{e_z}^i$  qui est dominante.

### V.2.1 Modes $E$ et $M$ ( $l = 0$ ) :

Cette famille de modes a toujours l'indice  $l = 0$  pour indiquer que ces modes n'ont pas de dépendance azimutale. Pour  $l = 0$ , l'équation aux valeurs propres se réduit à une des deux équations suivantes :  $A = 0$  ou  $B = 0$  (cf. 2.19).

- Pour les modes  $M_{0m} : (A = 0)$

Les modes transverses magnétiques  $M$  sont caractérisés par une composante magnétique longitudinale  $F_{h_z}^i$  nulle en plus de la non-dépendance azimutale. L'indice  $m$  permet d'arranger les solutions trouvées comme suit :

$$\beta(M_{01}) > \beta(M_{02}) > \beta(M_{03}) > \dots > \beta(M_{0m}) \quad (2.20)$$

- Pour les modes  $_{0m} : (B = 0)$

Contrairement au cas des modes  $M$ , les modes transverses électrique sont caractérisés par une composante électrique longitudinale  $F_{e_z}^i$  nulle. L'équation  $(B = 0)$  accepte plusieurs solutions  $\beta_{0m}$ . L'indice  $m$  permet d'arranger ces solutions comme suit :

$$\beta(_{01}) > \beta(_{02}) > \beta(_{03}) > \dots > \beta(_{0m}) \quad (2.21)$$

### V.2.2 Modes Hybrides $HE_{lm}$ et $EH_{lm} (l, m)$ :

Ces modes ont les deux composantes longitudinales  $F_{e_z}^i$  et  $F_{h_z}^i$  non nulles. Ils sont indexés par les deux indices  $l$  et  $m$ . Le premier indice  $l$  est strictement positif, il désigne une famille de modes tandis que le deuxième indice  $m$  dénombre les modes qui appartiennent à la même famille. On utilise la séquence suivante pour dénombrer ces modes.

$$\beta(_{l1}) > \beta(_{l1}) > \beta(_{l2}) > \dots > \beta(_{lm}) > \beta(_{lm}) \quad (2.22)$$

Les modes hybrides ont tous une dépendance azimutale. Ils sont donc dégénérés en polarisation par les fonctions  $f_l(\varphi)$  et  $g_l(\varphi)$  (voir annexe).

Le mode  $_{11}$  est le mode qui a l'indice effectif le plus élevé, c'est le mode fondamental de la fibre optique, le mode le plus confiné. C'est le seul mode qui existe quand la fibre est monomode i.e. quand la fréquence normalisée  $V$  vérifie l'inégalité suivante :

$$V < V_0 = 2,405 \quad (2.23)$$

La résolution de l'équation aux valeurs propres donnée par l'équation (2.19) peut se faire par dichotomie afin d'obtenir les constantes de propagation  $\beta(_{lm})$  de chaque mode hybride  $_{lm}$ . Une fois la constante de propagation  $\beta(_{lm})$  trouvée, on calcule alors les expressions correspondantes des champs électromagnétiques (voir annexe).

Nous avons tracé les vecteurs de Poynting des 60 premiers modes dans une structure à deux couches en annexe. Le paramètre  $l$  représente la moitié des nombres de maxima d'intensité du profil transversal du mode guidé suivant la direction azimutale  $\varphi$  (uniquement pour  $l > 1$ ). Tandis que le paramètre  $m$  représente le nombre de maxima d'intensité suivant la direction radiale  $r$ .

## VI. Modes vectoriels dans une fibre optique uniforme à trois couches :

Le modèle à trois couches a été étudié dans la littérature. Néanmoins les expressions aux valeurs propres permettant la détermination de l'indice effectif  $n_{eff}$  données dans la littérature comportent une erreur. Nous allons donc redonner ici ces équations avec les éléments nécessaires pour les recalculer. Une fois ces valeurs propres établies, les valeurs des champs électromagnétiques peuvent être calculées à partir des équations données en annexe.

Deux raisons principales nous amènent à étudier ce modèle à trois couches :

- La génération de seconde harmonique et la fluorescence paramétrique sont deux effets non linéaires dans les fibres optiques en silice grâce à la susceptibilité non linéaire de surface de second ordre  $\chi^{(2)}$  et la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 multipolaire dans le volume, nous étudierons ce point en détails dans le prochain chapitre 3. Les efficacités de conversion sont faibles, pour augmenter cette efficacité de conversion, on a opté pour un dépôt de polymère non linéaire pour renforcer ces effets non linéaires. De plus, les fibres fabriquées ont des diamètres submicrométriques, la fibre devient fragile et facile à casser, le polymère déposé sert aussi comme une protection mécanique. Les critères de choix de ces polymères sont essentiellement l'indice de réfraction et la transparence autour de la longueur d'onde  $1.55 \mu$ , ainsi que son épaisseur. On peut par la suite rechercher la condition d'accord de phase la moins critique, on détaillera ce point dans le chapitre suivant.
- Initialement et avant le tirage, la fibre est assimilée à un guide diélectrique à deux couches ; le cœur et la gaine qui peut être considérée comme infinie. Pendant le tirage, la gaine aura des dimensions plus petites et la fibre étirée est assimilée à un guide diélectrique à trois couches, le cœur, la gaine et l'air comme une troisième couche. A la fin de tirage, la nanofibre est assimilée à un guide diélectrique à deux couches, ce qui était initialement appelée la gaine devient le cœur du guide, et l'air comme une gaine. Nous avons donc besoin d'un modèle à trois couches pour décrire la propagation dans la fibre étirée pour des diamètres intermédiaires pendant le tirage.

La nanofibre enrobée avec le polymère non linéaire est équivalente à un système à trois couches. Un cœur d'indice  $n_1$  et de rayon  $r_1$ , le dépôt d'indice  $n_2$  et de rayon  $r_2$ . La troisième couche d'indice  $n_3$ , dans la majorité des cas est l'air, elle s'étend de  $r_2$  à l'infini comme représentée sur la figure 2.4 suivante.

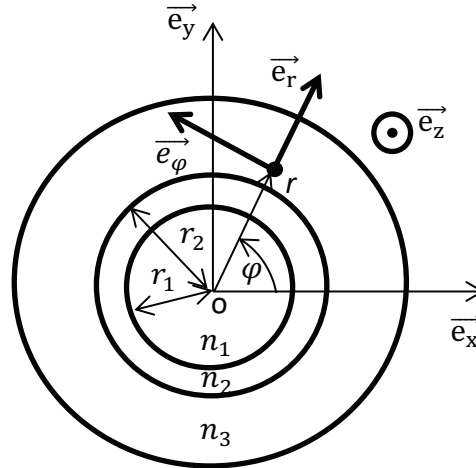


Figure 2.4 : Section droite dans une fibre optique à trois couches à saut d'indice représentée en coordonnées polaires cylindriques.

Les équations de Maxwell sont applicables au guide diélectrique à trois couches comme dans le modèle à deux couches, présenté précédemment. Les deux composantes longitudinales  $F_{e_z}$  et  $F_{h_z}$  peuvent s'exprimer en fonction des deux équations différentielles présentées précédemment (2.15) dans les trois régions : cœur, dépôt et milieu extérieur.

Nous allons retrouver la même classification modale que pour le modèle à deux couches : modes transverses  $M$ , ; modes hybrides , . La différence la plus notable est que chacun de ces modes peut se propager soit dans le cœur, soit dans la gaine. On peut classer les modes en deux catégories suivant leur valeur d'indice effectif  $n_{eff}$  :

$$\text{Mode de gaine : si } n_3 < n_{eff} < n_2 < n_1$$

$$\text{Mode de cœur : si } n_3 < n_2 < n_{eff} < n_1$$

Quand le diamètre de la fibre optique diminue, seul le mode fondamental  $11$  peut se propager dans le cœur et les autres modes passent du cœur, à la gaine puis inexistantes après la coupure. Chaque mode peut être soit de cœur, soit être de gaine suivant le diamètre de la fibre.

### VI.1 Modes de gaine [3] :

On suit le même raisonnement utilisé précédemment dans le modèle à deux couches en annexe pour trouver les solutions dans ce modèle à trois couches. On pose :

$$U_1^2 = r_1^2 k_0^2 (n_1^2 - n_{eff}^2)$$

$$U_2^2 = r_1^2 k_0^2 (n_2^2 - n_{eff}^2)$$

$$W_3^2 = r_2^2 k_0^2 (n_{eff}^2 - n_3^2)$$

Dans le cœur : Solutions oscillantes en  $J_l$  et  $Y_l$ .

Dans la deuxième couche : Solutions oscillantes en  $J_l$  et  $Y_l$ .

Dans le milieu extérieur : Solutions monotones en  $I_l$  et  $K_l$ .

Pour assurer un champ fini à l'origine pour le cœur et à l'infini pour le milieu extérieur, le coefficient de  $Y_l$  dans le cœur et celui de  $I_l$  dans le milieu extérieur sont tous les deux nuls car la fonction  $Y_l$  est divergente à l'origine et la fonction  $I_l$  l'est aussi à l'infini. Les composantes longitudinales  $F_{e_z}$  et  $F_{h_z}$  sont données par les expressions suivantes : (dans le cœur  $0 < r < r_1$ , dans la deuxième couche  $r_1 < r < r_2$  et dans le milieu extérieur  $r > r_2$ )

$$F_{e_z}(r, \varphi) = f_l(\varphi) \begin{cases} A_1 J_l \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) & 0 < r < r_1 \\ B_1 J_l \left( \frac{U_2 r}{r_1} \right) + C_1 Y_l \left( \frac{U_2 r}{r_1} \right) & r_1 < r < r_2 \\ D_1 I_l \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) & r > r_2 \end{cases} \quad (2.24a)$$

$$F_{h_z}(r, \varphi) = g_l(\varphi) \begin{cases} A_2 J_l \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) & 0 < r < r_1 \\ B_2 J_l \left( \frac{U_2 r}{r_1} \right) + C_2 Y_l \left( \frac{U_2 r}{r_1} \right) & r_1 < r < r_2 \\ D_2 I_l \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) & r > r_2 \end{cases} \quad (2.24b)$$

$A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2$  sont des constantes ;  $f_l$  et  $g_l$  sont les fonctions azimutales données précédemment par l'équation (2.18).

### VI.1.1 Modes Hybrides $HE$ et $EH$ de gaine :

Nous écrivons les équations de continuité des composantes tangentielles électriques et magnétiques sur les deux interfaces  $r = r_1$  et  $r = r_2$ . Il s'agit des composantes  $F_{e_z}, F_{h_z}, F_{e_\varphi}, F_{h_\varphi}$ .

Les équations de continuité nous donnent un système d'équations à huit inconnues  $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2$ . Le système admet des solutions si et seulement si le déterminant  $8 \times 8$  est nul. L'écriture analytique du déterminant donne une équation appelée l'équation aux valeurs propres qui définissent toute la base des modes vectoriels guidés dans la structure à trois couches. L'équation aux valeurs propres donnée par (2.9) de la référence [3] comprend une erreur dans le dernier membre, nous l'avons corrigée après avoir fait le calcul analytique du déterminant  $8 \times 8$ . L'équation aux valeurs propres est donnée par la formule suivante :

$$p_l^2 + 2 \left( \frac{2}{\pi \alpha U_2^2} \right)^2 \left( \frac{n_2^2}{n_1 n_3} x_1 x_2 + x_1^2 x_2^2 \left[ J \left( p_l + \frac{r_l}{\alpha U_2} \right) - \left( \frac{1}{U_2} \right) \left( q_l + \frac{s_l}{\alpha U_2} \right) \right] \left[ J \left( p_l + s_{23} \frac{r_l}{\alpha U_2} \right) - \left( \frac{s_{21}}{U_2} \right) \left( q_l + s_{23} \frac{s_l}{\alpha U_2} \right) \right] - x_1^2 \left( J p_l - \frac{q_l}{U_2} \right) \left( J p_l - s_{21} \frac{q_l}{U_2} \right) - x_2^2 \left( p_l + \frac{r_l}{\alpha U_2} \right) \left( p_l + s_{23} \frac{r_l}{\alpha U_2} \right) = 0 \quad (2.25)$$

Avec :

$$p_l = p_l(r_2), \quad q_l = q_l(r_2), \quad r_l = r_l(r_2), \quad s_l = s_l(r_2)$$

$$p_l(r) = J_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)Y_l(U_2) - J_l(U_2)Y_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)$$

$$q_l(r) = J_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)Y'_l(U_2) - J'_l(U_2)Y_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)$$

$$r_l(r) = J'_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)Y_l(U_2) - J_l(U_2)Y'_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)$$

$$s_l(r) = J'_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)Y'_l(U_2) - J'_l(U_2)Y'_l\left(\frac{U_2}{r_1}r\right)$$

$$s_{21} = \frac{n_2^2}{n_1^2}, \quad s_{23} = \frac{n_2^2}{n_3^2}, \quad J = \frac{J'_l(U_1)}{U_1 J_l(U_1)}, \quad = \frac{J'_l(W_3)}{W_3 J_l(W_3)}, \quad \sigma_0^2 = \left(\frac{l\beta}{k}\right)^2, \quad \alpha = \frac{r_2}{r_1}$$

$$V_{12} = kr_1\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}, \quad V_{23} = kr_2\sqrt{(n_2^2 - n_3^2)}, \quad x_1 = \frac{n_1 U_1^2 U_2^2}{\sigma_0 V_{12}^2}, \quad x_2 = \frac{n_2 \alpha^2 U_2^2 W_3^2}{\sigma_0 V_{23}^2}$$

### VI.1.2 Modes TE de gaine :

Ces modes sont caractérisés par une composante longitudinale  $F_{e_z}$  nulle dans les trois régions. Pour trouver les autres expressions, on utilise les équations génératrices données en annexe par (A.14). L'écriture des équations de continuité des champs tangentiels  $F_{e_\varphi}, F_{h_z}$  pour les deux interfaces nous donne un système d'équations à quatre inconnues. Le système admet une solution si et seulement si le déterminant 4x4 associé est nul. L'équation aux valeurs propres définissant les modes guidés dans la structure à trois couches est la suivante :

$$J\left(p_l + \frac{r_l}{\alpha U_2}\right) = \frac{q_l}{U_2} + \frac{s_l}{\alpha U_2^2} \quad (2.26)$$

### VI.1.3 Modes TM de gaine :

Ces modes sont caractérisés par une composante longitudinale  $F_{h_z}$  nulle. Comme dans le cas précédent, l'écriture des équations de continuité des champs tangentiels  $F_{h_\varphi}, F_{e_z}$  sur les deux interfaces nous donne un système d'équations à quatre inconnues. Le système admet une solution si et seulement si le déterminant 4x4 associé est nul. L'équation aux valeurs propres est la suivante :

$$J\left(p_l + s_{23} \frac{r_l}{\alpha U_2}\right) = s_{21} \left(\frac{q_l}{U_2} + s_{23} \frac{s_l}{\alpha U_2^2}\right) \quad (2.27)$$

On peut toujours vérifier le résultat en prenant  $r_2 = r_1$ . Les résultats correspondent à ceux du modèle à deux couches.

### VI.2 Modes de cœur :

On pose :

$$U_1^2 = r_1^2 k_0^2 (n_1^2 - n_{eff}^2)$$

$$W_2^2 = r_1^2 k_0^2 (n_{eff}^2 - n_2^2)$$

$$W_3^2 = r_2^2 k_0^2 (n_{eff}^2 - n_3^2)$$

Dans le cœur : Solutions oscillantes en  $J_l$  et  $Y_l$ .

Dans la deuxième couche : Solutions monotones en  $I_l$  et  $K_l$ .

Dans le milieu extérieur : Solutions monotones en  $I_l$  et  $K_l$ .

Le coefficient de  $Y_l$  dans le cœur et celui de  $I_l$  dans le milieu extérieur sont tous les deux nuls et cela pour la même raison que les modes de gaine car la fonction  $Y_l$  est divergente à l'origine, de même pour la fonction  $I_l$  à l'infini. Les composantes longitudinales  $F_{e_z}, F_{h_z}$  sont données par les expressions suivantes :

$$F_{e_z}(r, \varphi) = f_l(\varphi) \begin{cases} A'_1 J_l\left(\frac{U_1 r}{r_1}\right) & 0 < r < r_1 \\ B'_1 I_l\left(\frac{W_2 r}{r_1}\right) + C'_1 K_l\left(\frac{W_2 r}{r_1}\right) & r_1 < r < r_2 \\ D'_1 K_l\left(\frac{W_3 r}{r_2}\right) & r > r_2 \end{cases} \quad (2.28a)$$

$$F_{h_z}(r, \varphi) = g_l(\varphi) \begin{cases} A'_2 J_l\left(\frac{U_1 r}{r_1}\right) & 0 < r < r_1 \\ B'_2 I_l\left(\frac{W_2 r}{r_1}\right) + C'_2 K_l\left(\frac{W_2 r}{r_1}\right) & r_1 < r < r_2 \\ D'_2 K_l\left(\frac{W_3 r}{r_2}\right) & r > r_2 \end{cases} \quad (2.28b)$$

Avec  $A'_1, B'_1, C'_1, D'_1, A'_2, B'_2, C'_2, D'_2$  sont des constantes.

#### VI.2.1 Modes Hybrides $HE$ et $EH$ de cœur :

Sans refaire le calcul du déterminant  $8 \times 8$ , on établit des règles de passage entre l'expression de l'équation aux valeurs propres des modes de gaine donnée par l'équation (2.25) et celle des modes de cœur, les deux expressions sont très semblables, les paramètres qui changent sont les suivants :

$$p_l \leftarrow iP_l, \quad q_l \leftarrow -iQ_l, \quad r_l \leftarrow -iR_l, \quad s_l \leftarrow iS_l$$

$$U_2 \leftarrow W_2$$

$$x_i \leftarrow X_i \text{ avec } i = 1,2$$

L'équation aux valeurs propres correspondante aux modes hybrides de cœur du modèle à trois couches est donnée par la formule suivante :

$$\begin{aligned}
 P_l^2 - 2 \left( \frac{1}{\alpha W_2^2} \right)^2 \left( \frac{n_2^2}{n_1 n_3} X_1 X_2 \right. \\
 + X_1^2 X_2^2 \left[ J \left( P_l - \frac{R_l}{\alpha W_2} \right) + \left( \frac{1}{W_2} \right) \left( Q_l - \frac{S_l}{\alpha W_2} \right) \right] \left[ J \left( P_l - s_{23} \frac{R_l}{\alpha W_2} \right) \right. \\
 + \left. \left. \left( \frac{S_{21}}{W_2} \right) \left( Q_l - s_{23} \frac{S_l}{\alpha W_2} \right) \right] - X_1^2 \left( J P_l + \frac{Q_l}{W_2} \right) \left( J P_l + s_{21} \frac{Q_l}{W_2} \right) \right. \\
 \left. - X_2^2 \left( P_l - \frac{R_l}{\alpha W_2} \right) \left( P_l - s_{23} \frac{R_l}{\alpha W_2} \right) \right] = 0 \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

Avec :

$$P_l = P_l(r_2), \quad Q_l = Q_l(r_2), \quad R_l = R_l(r_2), \quad S_l = S_l(r_2)$$

$$P_l(r) = I_l \left( \frac{W_2}{r_1} r \right) I_l(W_2) - I_l(W_2) I_l \left( \frac{W_2}{r_1} r \right)$$

$$Q_l(r) = I_l \left( \frac{W_2}{r_1} r \right) I_l'(W_2) - I_l'(W_2) I_l \left( \frac{W_2}{r_1} r \right)$$

$$R_l(r) = I_l' \left( \frac{W_2}{r_1} r \right) I_l(W_2) - I_l(W_2) I_l' \left( \frac{W_2}{r_1} r \right)$$

$$S_l(r) = I_l' \left( \frac{W_2}{r_1} r \right) I_l'(W_2) - I_l'(W_2) I_l' \left( \frac{W_2}{r_1} r \right)$$

$$s_{21} = \frac{n_2^2}{n_1^2}, \quad s_{23} = \frac{n_2^2}{n_3^2}, \quad J = \frac{J_l'(U_1)}{U_1 J_l(U_1)}, \quad = \frac{I_l'(W_3)}{W_3 I_l(W_3)}, \quad \sigma_0^2 = \left( \frac{l\beta}{k} \right)^2, \quad \alpha = \frac{r_2}{r_1}$$

$$V_{12} = kr_1 \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}, \quad V_{23} = kr_2 \sqrt{(n_2^2 - n_3^2)}, \quad X_1 = \frac{n_1 U_1^2 W_2^2}{\sigma_0 V_{12}^2}, \quad X_2 = \frac{n_2 \alpha^2 W_2^2 W_3^2}{\sigma_0 V_{23}^2}$$

### VI.2.2 Modes E de cœur :

Ces modes sont caractérisés par  $F_{e_z} = 0$  dans les trois couches. Par analogie comme dans les modes de gaine, on utilise les relations de passage établies précédemment pour calculer l'équation aux valeurs propres qui définit les modes de cœur dans la structure à trois couches. On trouve l'équation aux valeurs propres suivante :

$$\boxed{J \left( \frac{R_l}{\alpha W_2} - P_l \right) = \frac{Q_l}{W_2} - \frac{S_l}{\alpha W_2^2}} \quad (2.30)$$



**VI.2.3 Modes TM de cœur :**

Ces modes sont caractérisés par la composante longitudinale magnétique nulle  $F_{hz} = 0$  dans les trois couches. L'équation aux valeurs propres associée est la suivante :

$$J \left( s_{23} \frac{R_l}{\alpha W_2} - P_l \right) = s_{21} \left( \frac{Q_l}{W_2} - s_{23} \frac{S_l}{\alpha W_2^2} \right) \quad (2.31)$$

Les résultats correspondent à ceux du modèle à deux couches en prenant  $r_2 = r_1$ .

• **Exemple :**

On trace les huit premiers modes hybrides dans une fibre optique SMF-28 étirée à la longueur d'onde  $\lambda = 1,55 \mu$  tel que le paramètre azimutal  $l \leq 2$ . La fibre optique non étirée est assimilée à un système à trois couches :  $n_1 = 1,449$  ;  $n_2 = 1,444$  ;  $n_3 = 1$  ;  $r_1 = 2,8 \mu$  ;  $r_2 = 62,5 \mu$  . Lors de l'étirement, une déformation homothétique est supposée.

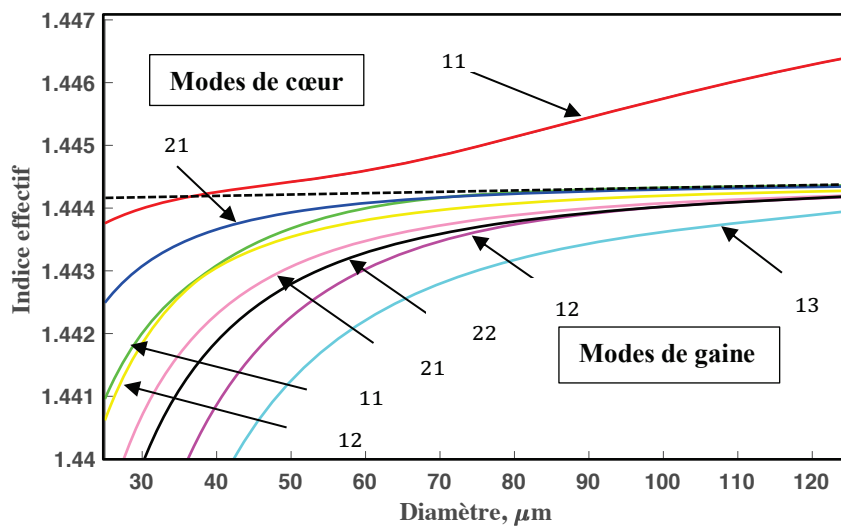


Figure 2.5 : Indices effectifs des huit premiers modes dans une fibre optique SMF-28 étirée à la longueur d'onde 1550 nm.

Pour un diamètre supérieur à  $35 \mu$  , il n'existe qu'un seul mode de cœur, le mode  $_{11}$  i.e. la fibre est monomode. Ce mode reste confiné dans le cœur et ne subit que très peu de pertes. Tous les autres modes sont des modes de gaine, ils s'étendent significativement jusqu'à l'air et sont donc sensibles au milieu extérieur. Si ce milieu est perturbé, ils subissent des pertes.

Comme exemples, nous avons tracé les vecteurs de Poynting des 32 premiers modes pour une structure à trois couches d'une fibre optique étirée en silice sur laquelle on a déposé un polymère d'indice  $n_2 = 1,6$ . La première couche étant la silice de diamètre  $d = 6 \mu$  et la deuxième couche étant le polymère d'une épaisseur  $150 \text{ nm}$  et la troisième couche est l'air. On remarque que l'ordre des modes d'ordre supérieur change en présence de la deuxième couche par rapport à la structure à deux couches (voir annexe).

## VII. Orthonormalité des modes guidés :

Les modes qui se propagent dans une fibre optique invariante en translation sont orthogonaux i.e. il n'y a pas de couplage entre eux. Pour démontrer cela, on utilise le théorème de réciprocité, tel que défini dans le *Snyder et Love* [1], pour deux modes guidés progressifs d'indices  $i$  et  $j$ . Les expressions des champs électriques et magnétiques sont les suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{E}^i = e^{i\beta_i z} \mathbf{F}_e^i(r, \varphi) \\ \mathbf{H}^i = e^{i\beta_i z} \mathbf{F}_h^i(r, \varphi) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{E}^j = e^{i\beta_j z} \mathbf{F}_e^j(r, \varphi) \\ \mathbf{H}^j = e^{i\beta_j z} \mathbf{F}_h^j(r, \varphi) \end{cases} \quad (2.32)$$

On définit le vecteur  $\mathbf{R}_c$  par la relation suivante :

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{E}^{i*} \wedge \mathbf{H}^j + \mathbf{E}^j \wedge \mathbf{H}^{i*} \quad (2.33)$$

On applique le théorème de réciprocité sur le vecteur  $\mathbf{R}_c$  tel que défini dans le *Snyder et Love* [1]. Il est donné par la relation suivante :

$$\int \nabla \cdot \mathbf{R}_c ds = \frac{\partial}{\partial z} \int \mathbf{R}_c \cdot \vec{e}_z ds + \oint_l \mathbf{R}_c \cdot \vec{n} dl \quad (2.34)$$

Avec  $\vec{e}_z$  le vecteur unitaire de l'axe de propagation ;  $A$  une section arbitraire transversale à la direction de propagation (en rouge) ;  $l$  la ligne du contour de la surface  $A$  et  $\vec{n}$  le vecteur unitaire normal au contour  $l$ , il est contenu dans le plan de la surface  $A$ .

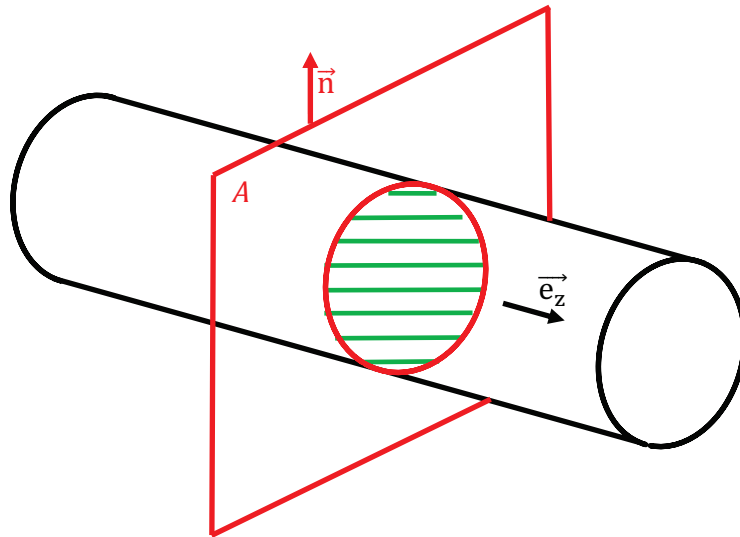


Figure 2.6 : Section transversale et contour d'une nanofibre optique.

Le produit scalaire  $(\mathbf{R}_c \cdot \vec{n})$  ne dépend que des composantes des champs perpendiculaires au vecteur normal  $\vec{n}$ . Or, d'après les équations de Maxwell, ces composantes sont continues sur toute la section  $A$  perpendiculaire à l'axe de propagation  $\vec{e}_z$ . Elles le sont aussi sur le seul point singulier qui est la discontinuité sur la surface de la nanofibre  $r = r_1$  (les composantes des champs tangentielles à la surface de la nanofibre).

On prend une surface  $A$  infinie. Puisqu'il s'agit d'un guidage par une fibre optique, le champ évanescents diminue en fonction d'une exponentielle à exposant négatif en  $r$ . Par conséquent, la contribution de la dernière intégrale ( $\oint_l \mathbf{R}_c \cdot \vec{n} dl$ ) diminue en  $r \exp(-Cte * r)$  sur le contour  $l$  de la surface infinie  $A$ , sa contribution est donc nulle.

Finalement, On arrive à un théorème qu'on appelle le théorème de réciprocité et qui s'écrit de la manière suivante :

$$\boxed{\int \nabla \cdot \mathbf{R}_c ds = \frac{\partial}{\partial z} \int \mathbf{R}_c \cdot \vec{e}_z ds} \quad (2.35)$$

Il s'agit d'un guide diélectrique sans pertes (non absorbant), l'indice de réfraction est réel pur. On applique les équations de Maxwell (2.14) sur la dernière expression du théorème de réciprocité pour réécrire la grandeur  $\nabla \cdot \mathbf{R}_c$  en fonction du vecteur champ électrique  $\mathbf{F}_e$ . Le résultat est nul, il est donné comme suit :

$$\nabla \cdot \mathbf{R}_c = -i \frac{\omega \epsilon_0}{c} \{n^2 - (n^*)^2\} \mathbf{F}_e^j \mathbf{F}_e^{i*} = 0 \quad (2.36)$$

Ou \* signifie le complexe conjugué.

On réécrit l'expression du théorème de réciprocité en remplaçant par les expressions des deux modes guidés donnés précédemment dans (2.32) :

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{E}^{i*} \wedge \mathbf{H}^j + \mathbf{E}^j \wedge \mathbf{H}^{i*} = e^{i(\beta_i - \beta_j)z} \{ \mathbf{F}_e^{i*} \wedge \mathbf{F}_h^j + \mathbf{F}_e^j \wedge \mathbf{F}_h^{i*} \} \quad (2.37)$$

On dérive la dernière équation par rapport à  $z$  et on applique le théorème de réciprocité (2.35) sachant que le résultat est nul comme montré dans (2.36) :

$$(\beta_i - \beta_j) \int (\mathbf{F}_e^{i*} \wedge \mathbf{F}_h^j + \mathbf{F}_e^j \wedge \mathbf{F}_h^{i*}) \cdot \vec{e}_z ds = 0 \quad \text{pour } i \neq j \quad (2.38)$$

On refait la même démarche qu'avant en utilisant le théorème de réciprocité sur un mode guidé progressif d'indice  $i$  et un autre mode guidé régressif d'indice  $j$ . Les expressions des champs électriques et magnétiques sont données comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{E}^i = e^{i\beta_i z} \mathbf{F}_e^i(r, \varphi) \\ \mathbf{H}^i = e^{i\beta_i z} \mathbf{F}_h^i(r, \varphi) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{E}^j = e^{-i\beta_j z} \mathbf{F}_e^j(r, \varphi) \\ \mathbf{H}^j = e^{-i\beta_j z} \mathbf{F}_h^j(r, \varphi) \end{cases} \quad (2.39)$$

On calcule le vecteur  $\mathbf{R}_c$  du théorème de réciprocité exactement comme dans le cas précédent en remplaçant par les deux dernières expressions (2.39) :

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{E}^{i*} \wedge \mathbf{H}^j + \mathbf{E}^j \wedge \mathbf{H}^{i*} = e^{-i(\beta_i + \beta_j)z} \{ \mathbf{F}_e^{i*} \wedge \mathbf{F}_h^j + \mathbf{F}_e^j \wedge \mathbf{F}_h^{i*} \} \quad (2.40)$$

On dérive l'équation (2.40) par rapport à  $z$  et on applique le théorème de réciprocité sachant que le résultat est toujours nul auparavant :

$$\beta_i + \beta_j) \int \mathbf{F}_e^{i*} \wedge \mathbf{F}_h^j - \mathbf{F}_e^j \wedge \mathbf{F}_h^{i*} \cdot \vec{e}_z ds = 0 \quad \text{pour } i \neq j \quad (2.41)$$

En additionnant et en soustrayant les relations (2.38) et (2.41), on peut écrire la relation d'orthogonalité entre les modes guidés dans une fibre optique sans absorption invariante en translation comme suit :

$$\int \mathbf{F}_e^{i*} \wedge \mathbf{F}_h^j \cdot \vec{e}_z ds = \int \mathbf{F}_e^j \wedge \mathbf{F}_h^{i*} \cdot \vec{e}_z ds = 0 \quad \text{pour } i \neq j \quad (2.42)$$

Pareil pour les modes de radiations notés  $\mathbf{E}_{rad}$  et  $\mathbf{H}_{rad}$ , les modes guidés et les modes de radiation sont orthogonaux entre eux :

$$\int \mathbf{F}_e^{i*} \wedge \mathbf{E}_{rad} \cdot \vec{e}_z ds = \int \mathbf{F}_e^j \wedge \mathbf{H}_{rad}^* \cdot \vec{e}_z ds = 0 \quad (2.43)$$

Tous les modes qui se propagent dans la fibre optique, les modes guidés et les modes de radiation, sont orthogonaux entre eux, comme on vient de montrer i.e. il n'y a pas de couplage entre ces modes lors de la propagation.

On définit la constante de normalisation  $N_i$  pour deux distributions de champs électriques  $\mathbf{F}_e^i(r, \varphi)$  et  $\mathbf{F}_e^j(r, \varphi)$  qui sont celles de deux modes guidés d'indice  $i$  et  $j$  respectivement. Dans une fibre optique uniforme invariante en translation sans absorption, les modes qui s'y propagent sont orthogonaux. L'intégrale d'orthogonalité est toujours vérifiée i.e. :

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_e^{i*}(r, \varphi) \wedge \mathbf{F}_h^j(r, \varphi) \cdot \vec{e}_z ds = N_i \delta_{ij} \quad (2.44)$$

Avec :

$$N_i = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \left( \mathbf{F}_e^{i*}(r, \varphi) \wedge \mathbf{F}_h^i(r, \varphi) \right) \cdot \vec{e}_z ds \right|$$

La résolution des équations de Maxwell (2.14) pour un système non perturbé définit une base complète orthonormée composée par les modes guidés progressifs, régressifs et les modes de radiation. Pour un mode guidé progressif d'indice  $i$  qui a une constante de propagation  $\beta_i$ , les expressions correspondantes des champs électromagnétiques dans cette base orthonormée sont les suivantes :

$$\hat{\mathbf{E}}^i = e^{i\beta_i z} \frac{\mathbf{F}_e^i(r, \varphi)}{\sqrt{N_i}} \quad (2.45a)$$

$$\hat{\mathbf{H}}^i = e^{i\beta_i z} \frac{\mathbf{F}_h^i(r, \varphi)}{\sqrt{N_i}} \quad (2.45b)$$

Avec  $\hat{\mathbf{E}}^i$  le vecteur champ électrique du mode guidé d'indice  $i$  en régime non perturbé dans une base orthonormée ;  $\hat{\mathbf{H}}^i$  le vecteur champ magnétique du mode guidé

---

d'indice  $i$  en régime non perturbé dans une base orthonormée ;  $N_i$  une constante de normalisation en intensité du mode guidé d'indice  $i$ .

### VIII. Vecteur de Poynting et densité de puissance :

On calcule l'expression du vecteur de Poynting en fonction des notations précédentes. Pour un mode guidé d'indice  $i$ , la moyenne temporelle du vecteur de Poynting  $\mathbf{\Pi}^i$  est donnée par l'expression suivante en notation complexe :

$$\langle \mathbf{\Pi}^i \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}^{i*} \wedge \mathbf{H}^i) \quad (2.46)$$

La dimension du vecteur de Poynting est la même que la densité de puissance (intensité). La puissance électromagnétique traversant une surface est donnée par le flux du vecteur de Poynting à travers cette surface. Dans une fibre optique, on s'intéresse uniquement à la puissance transportée suivant l'axe  $\vec{e}_z$  de propagation, par conséquent :

$$\mathbb{P} = \int_{\infty} \mathbf{\Pi}^i \cdot \vec{e}_z ds = \frac{1}{2} \left\{ \int_{\infty} \mathbf{F}_e^{i*}(r, \varphi) \wedge \mathbf{F}_h^i(r, \varphi) \cdot \vec{e}_z ds \right\} = N_i \quad (2.47)$$

L'unité de la constante de normalisation  $N_i$  est l'unité d'une puissance donc des Watts ;  $ds$  une surface élémentaire et  $A_{\infty}$  toute la section transverse perpendiculaire à  $\vec{e}_z$ .

Il faut noter que la puissance transportée par un mode guidé progressif est positive tandis que celle transportée par un mode guidé régressif est négative i.e. dans le sens inverse de l'axe  $\vec{e}_z$  de propagation.

$$\begin{array}{ll} \mathbb{P} = N_i & \text{Mode progressif} \\ \mathbb{P} = -N_i & \text{Mode régressif} \end{array}$$

Avec  $N_i > 0$ .

### IX. Modes locaux dans une fibre optique étirée :

Les fibres optiques étirées sont obtenues par chauffage avec une flamme à gaz butane et deux plateformes de tirage commandées en temps réel par LabVIEW, on détaillera le processus de fabrication dans le chapitre 4. La fibre étirée se compose d'une nanofibre (partie centrale) et d'un taper de chaque côté (cf. figure 1.1). La figure suivante présente un profil de taper d'une fibre optique étirée et un guide fictif invariant en translation de rayon  $r(z_0)$  en bleu.

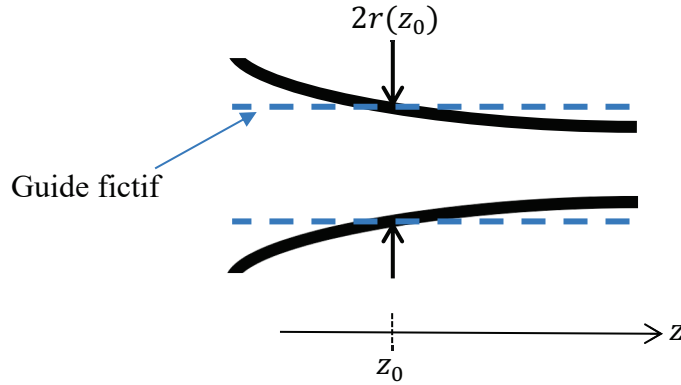


Figure 2.7 : Profil d'un taper d'une fibre étirée et un guide fictif à la position  $z = z_0$ .

Les deux paramètres essentiels dans la fabrication des fibres optiques étirées sont : la longueur de la partie nanofibre et le profil des deux tapers i.e. la variation du rayon  $r(z)$ . La transmission de la fibre optique étirée dépend essentiellement de la forme de ces deux tapers, on va étudier ce point en détail par la suite. Chaque taper a un profil  $r(z)$  variable en fonction de  $z$ , ce qui entraîne un profil d'indice  $n_{eff}(z)$  variable. Il faut appliquer la théorie des perturbations sur le taper où l'indice de réfraction  $n_{eff}(z)$  varie en fonction de  $z$ , on reviendra sur ce point après la définition des différents modes qui se propagent dans ces fibres étirées.

On appelle un mode normal tout mode guidé du guide fictif uniforme qui a un rayon égal à  $r(z_0)$  à la position  $z_0$  dans le taper. Ce guide fictif est invariant en translation, les équations de Maxwell sont applicables. La base de ces modes pour une coordonnée  $z_0$  forme une base orthogonale. Par conséquent, il n'y a pas de couplage entre ces différents modes guidés dans le même guide fictif de rayon constant  $r(z_0)$ .

### IX.1 Mode guidé du guide local fictif uniforme :

Le champ d'un mode guidé dans le guide fictif uniforme à la position  $z_0$  le long du taper est donné par les deux expressions suivantes [2] :

$$\begin{cases} \mathbf{E}^i = \mathbf{F}_e^i(r, \varphi, \beta(z_0)) \cdot \exp i\beta_i(z - z_0) \\ \mathbf{H}^i = \mathbf{F}_h^i(r, \varphi, \beta(z_0)) \cdot \exp i\beta_i(z - z_0) \end{cases} \quad (2.48)$$

Ces deux expressions (2.48) sont les solutions exactes des équations de Maxwell (2.14) où les grandeurs  $\mathbf{F}_e^i$ ,  $\mathbf{F}_h^i$  et  $\beta(z_0)$  sont constantes en fonction de  $z$  car il s'agit d'un guide invariant en translation. On applique les équations de Maxwell (2.14) sur ce mode guidé du guide local fictif uniforme comme suit :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E}^i = i\mu\omega \mathbf{F}_h^i(r, \varphi, \beta_i(z_0)) \cdot \exp i\beta_i(z - z_0) \\ \nabla \wedge \mathbf{H}^i = -i\varepsilon_0\varepsilon_r\omega \mathbf{F}_e^i(r, \varphi, \beta_i(z_0)) \cdot \exp i\beta_i(z - z_0) \end{cases} \quad (2.49)$$

On sait déjà d'après (2.44) que pour un guide uniforme sans pertes, tous les modes forment une base orthogonale i.e. il n'y a pas de couplage entre les modes lors de la propagation d'où l'écriture suivante :

$$\frac{1}{4} \int_{\infty} \left( \mathbf{F}_e^{i*} \wedge \mathbf{F}_h^j + \mathbf{F}_e^i \wedge \mathbf{F}_h^{j*} \right) \cdot \vec{e}_z \cdot dA = \begin{cases} \pm N_i & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.50)$$

### IX.2 Mode local dans le taper :

On peut décrire le comportement modal de la fibre étirée en définissant des modes locaux. La définition d'un mode local est une définition générale de la propagation dans les fibres étirées. Le mode local à la position  $z_0$  dans le taper est un mode d'un guide uniforme fictif qui a accumulé une phase intégrée de tous les guides uniformes fictifs qui forment le taper du début du taper jusqu'à la position  $z_0$ . Contrairement au mode guidé du guide uniforme, le mode local ne se propage pas dans la fibre étirée. Chaque mode local peut s'exprimer sous forme d'une combinaison linéaire des modes guidés des guides locaux fictifs pour différents diamètres.

Dans le taper, pour chaque rayon  $r(z)$ , on aura un mode guidé qui a une constante de propagation  $\beta(z)$ . Nous définissons donc des « modes locaux » comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{E}^L = \mathbf{F}_e^L(r, \varphi, \beta_L(z)) \cdot \exp \left\{ i \int_0^z \beta_L(z') dz' \right\} \\ \mathbf{H}^L = \mathbf{F}_h^L(r, \varphi, \beta_L(z)) \cdot \exp \left\{ i \int_0^z \beta_L(z') dz' \right\} \end{cases} \quad (2.51)$$

Les deux composantes des modes locaux  $\mathbf{F}_e^L(z)$  et  $\mathbf{F}_h^L(z)$  dépendent de  $z$  via la constante de propagation  $\beta_L(z)$  suivant le rayon le long du taper, où l'exposant  $L$  signifie la notion du mode « local » (cf. 2.51).

Dans le cas général, pour un vecteur  $\vec{A}$  quelconque on a :

$$\nabla \wedge \vec{A} = \nabla \wedge \vec{A} + \frac{\partial}{\partial z} (\vec{e}_z \wedge \vec{A})$$

Le calcul des équations de Maxwell change pour les modes locaux. On développe le rotationnel des équations de Maxwell de (2.14) et on l'applique aux expressions des champs électromagnétiques du mode local de l'équation (2.51).

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E}^L = \left[ \nabla \wedge \mathbf{F}_e^L + i\beta_L(z)\vec{e}_z \wedge \mathbf{F}_e^L + \vec{e}_z \wedge \frac{\partial \mathbf{F}_e^L}{\partial z} \right] \exp \left\{ i \int_0^z \beta_L(z') dz' \right\} \\ \nabla \wedge \mathbf{H}^L = \left[ \nabla \wedge \mathbf{F}_h^L + i\beta_L(z)\vec{e}_z \wedge \mathbf{F}_h^L + \vec{e}_z \wedge \frac{\partial \mathbf{F}_h^L}{\partial z} \right] \exp \left\{ i \int_0^z \beta_L(z') dz' \right\} \end{cases} \quad (2.52)$$

Contrairement aux modes guidés dans les guides fictifs uniformes invariants en translation, les deux composantes  $\mathbf{F}_e^L(z)$  et  $\mathbf{F}_h^L(z)$  des modes locaux dépendent de  $z$  et le dernier terme de chaque équation (2.52) n'est pas nul. Pour un mode local dans le taper, les expressions des champs électromagnétiques qui résultent de l'application des équations de Maxwell (2.14) sont les suivantes :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E}^L = i\mu\omega \mathbf{H}^L(r, \varphi, \beta_L(z)) + \vec{e}_z \wedge \frac{\partial \mathbf{F}_e^L}{\partial z} \exp\left\{i \int_0^z \beta_L(z') dz'\right\} \\ \nabla \wedge \mathbf{H}^L = -i\varepsilon_0 \varepsilon_r \omega \mathbf{E}^L(r, \varphi, \beta_L(z)) + \vec{e}_z \wedge \frac{\partial \mathbf{F}_h^L}{\partial z} \exp\left\{i \int_0^z \beta_L(z') dz'\right\} \end{cases} \quad (2.53)$$

Il est clair que les champs des modes locaux dans le taper de la fibre étirée n'obéissent pas aux équations de Maxwell. Les deux derniers termes dans les deux équations (2.53) sont des termes additifs par rapport au cas de la fibre uniforme invariante en translation (2.49). Par leur construction en combinaison linéaire à partir des modes guidés (2.51), ces modes locaux sont orthogonaux pour une coordonnée  $z$  donnée. On peut donc écrire tout champ se propageant dans le taper sous forme d'une combinaison linéaire de ces modes locaux.

### IX.3 Champs dans le taper et sa décomposition dans la base des modes locaux :

Tous les champs  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  qui se propagent dans la fibre optique étirée peuvent se décomposer dans la base complète des modes locaux pour chaque coordonnée  $z$ . Tous ces champs  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  obéissent forcément aux équations de Maxwell. Ils s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \sum_i b_i(z) \mathbf{E}^{Li} \\ \mathbf{H} = \sum_i b_i(z) \mathbf{H}^{Li} \end{cases} \quad (2.54)$$

Avec  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  un champ quelconque qui se propage dans la fibre optique étirée ;  $(\mathbf{E}^{Li}, \mathbf{H}^{Li})$  est un mode local d'indice  $i$  (régressif ou progressif) de la base orthogonale des modes locaux ;  $b_i$  les coefficients de la décomposition dans cette base, ils dépendent de la coordonnée  $z$  le long du taper.

Grâce à l'orthogonalité des modes locaux qui appartiennent à une base modale pour une coordonnée  $z$  dans le taper, on peut déterminer l'expression des coefficients  $b_j(z)$  de leur décomposition par l'expression suivante qui découle du théorème de réciprocité donné précédemment par (2.35).

$$b_j(z) = \frac{1}{4} \int \mathbf{E}^{Lj*} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^{Lj*} \cdot \vec{e}_z ds \quad (2.55)$$

Nous avons déjà noté que les modes locaux dans le taper n'obéissent pas aux équations de Maxwell à cause de leurs expressions dans (2.53), tandis que les champs  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  qui se propagent dans la fibre étirée et qui s'écrivent comme une combinaison linéaire des modes locaux obéissent aux équations de Maxwell. D'où l'écriture suivante :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E} = i\mu\omega \mathbf{H} \\ \nabla \wedge \mathbf{H} = -i\varepsilon_0 \varepsilon_r \omega \mathbf{E} \end{cases} \quad (2.56)$$



Comme conclusion, rien n'empêche deux modes appartenant à deux bases modales de deux coordonnées  $z$  différentes, de se coupler entre eux. On étudie ce couplage en détails dans le paragraphe suivant.

## X. Couplage entre les modes locaux et la théorie de perturbations :

Pour les champs électromagnétiques donnés par les équations (2.53) des modes locaux dans la fibre étirée, la relation d'orthogonalité (2.50) n'est pas vérifiée quels que soient les deux indices  $i$  et  $j$  pour deux coordonnées  $z$  différentes le long du taper. Pour chaque coordonnée  $z$ , on a une base orthogonale, il n'y a pas de couplage entre les modes appartenant à cette même base entre eux. En revanche, il y a bien un couplage entre deux modes appartenant à deux bases différentes pour deux coordonnées  $z$  différentes. Comme illustré sur la figure 2.8 suivante.

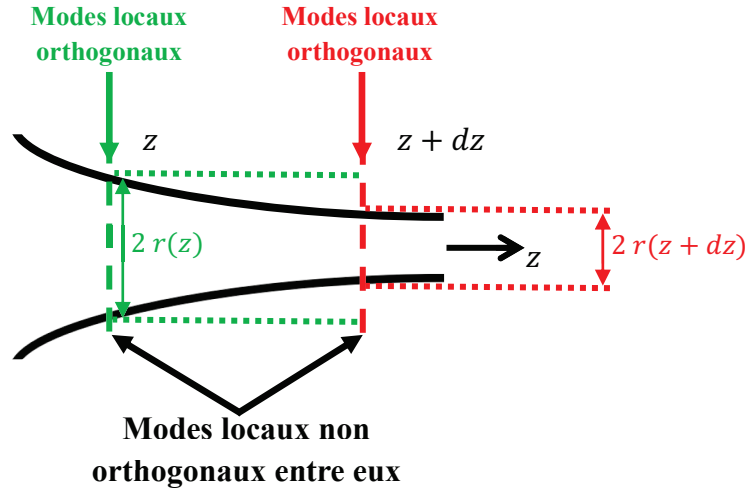


Figure 2.8 : Bases des modes locaux dans le taper.

Les modes guidés du guide fictif uniforme sont orthogonaux entre eux, idem pour les modes locaux appartenant à une coordonnée  $z$  donnée dans le taper. Pour les modes locaux appartenant à deux bases définies pour deux coordonnées  $z$  différentes, la relation d'orthogonalité (2.38) n'est pas vérifiée et les modes locaux ne sont pas orthogonaux entre eux.

Pour calculer l'expression du coefficient de couplage entre ces modes locaux, on utilise le théorème de réciprocité pour calculer le vecteur  $\mathbf{R}_c$  appliqué aux modes locaux. Il est donné par l'expression suivante :

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{E}^{L_i^*} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^{L_i^*} \quad (2.57)$$

Où  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  est un champ quelconque se propageant dans la fibre étirée ;  $(\mathbf{E}^{L_i}, \mathbf{H}^{L_i})$  est un mode local d'indice  $i$ . On remplace le vecteur  $\mathbf{R}_c$  dans l'expression du théorème de réciprocité (2.35) comme suit :

$$\int \nabla \cdot (\mathbf{E}^{Lj*} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^{Lj*}) ds = \int \left( \frac{\partial \mathbf{F}_e^{Lj*}}{\partial z} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{E} \wedge \frac{\partial \mathbf{F}_h^{Lj*}}{\partial z} \right) \cdot \vec{e}_z \exp \left\{ -i \int_0^z \beta_{Lj}(z') dz' \right\} ds \quad (2.58)$$

On remplace par les expressions des champs  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  données par (2.54) dans la dernière expression, on trouve :

$$\int \nabla \cdot (\mathbf{E}^{Lj*} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^{Lj*}) ds = \sum_i b_i(z) \int \left( \frac{\partial \mathbf{F}_e^{Lj*}}{\partial z} \wedge \mathbf{F}_h^{Li} + \mathbf{F}_e^{Li} \wedge \frac{\partial \mathbf{F}_h^{Lj*}}{\partial z} \right) \cdot \vec{e}_z \exp \left\{ -i \int_0^z (\beta_{Lj}(z') - \beta_{Li}(z') dz') \right\} ds \quad (2.59)$$

On applique le théorème de réciprocité sur le premier membre de la dernière équation (2.59) en utilisant l'équation (2.55) pour faire apparaître les coefficients de décomposition  $b_j(z)$  des champs  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  dans la base de tous les modes locaux. Le résultat est donné par l'expression suivante :

$$\int \nabla \cdot (\mathbf{E}^{Lj*} \wedge \mathbf{H} + \mathbf{E} \wedge \mathbf{H}^{Lj*}) ds = 4 \frac{\partial b_j(z)}{\partial z} \quad (2.60)$$

On définit le coefficient de couplage  $C_{ij}$  entre deux modes locaux d'indice  $i$  et  $j$  et on réécrit l'équation (2.60) en utilisant l'équation (2.59) :

$$\frac{\partial b_j(z)}{\partial z} = \sum_i b_i(z) C_{ij} \exp \left\{ -i \int_0^z (\beta_{Lj}(z') - \beta_{Li}(z') dz') \right\} \quad (2.61)$$

Avec :

$$C_{ij} = \frac{1}{4} \int \left( \frac{\partial \mathbf{F}_e^{Lj*}}{\partial z} \wedge \mathbf{F}_h^{Li} + \mathbf{F}_e^{Li} \wedge \frac{\partial \mathbf{F}_h^{Lj*}}{\partial z} \right) \cdot \vec{e}_z ds \quad (2.62)$$

- **Forme du coefficient de couplage  $C_{ij}$  :**

Concernant les champs des modes locaux dans le taper (2.53), on peut faire une approximation de l'enveloppe lentement variable pour pouvoir négliger la variation des champs  $\mathbf{F}_e^i(z)$ ,  $\mathbf{F}_h^i(z)$  et  $\beta_L(z)$  par rapport à  $z$  pour une petite variation  $dz$  inférieure à la longueur d'onde  $\lambda$  i.e. en supposant des tapers de très faibles pentes. Dans ce cas, on peut appliquer les équations de Maxwell. Les expressions des modes locaux dans le taper sont les suivantes :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E}^L \simeq -i\mu\omega \mathbf{H}^L(r, \varphi, \beta_L(z)) = i\mu\omega \mathbf{F}_h^L \exp\left\{i \int_0^z \beta_L(z') dz'\right\} \\ \nabla \wedge \mathbf{H}^L \simeq i\varepsilon\omega \mathbf{E}^L(r, \varphi, \beta_L(z)) = -i\varepsilon_0\varepsilon_r\omega \mathbf{F}_e^L \exp\left\{i \int_0^z \beta_L(z') dz'\right\} \end{cases} \quad (2.63)$$

On prend le complexe conjugué des deux équations précédentes et on dérive les deux membres par rapport à  $z$ . Il faut noter que dans la deuxième équation de (2.63), les deux grandeurs  $\mathbf{F}_e^L$  et  $\varepsilon_r = n^2$  varient en fonction de  $z$ . D'après les équations de Maxwell, les termes en  $\beta_L$  se simplifient des deux membres comme suit :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \frac{\partial \mathbf{E}^{L*}}{\partial z} \simeq i\mu\omega \frac{\partial \mathbf{F}_h^{L*}}{\partial z} \exp\left\{-i \int_0^z \beta_L(z') dz'\right\} \\ \nabla \wedge \frac{\partial \mathbf{H}^{L*}}{\partial z} \simeq -i\varepsilon_0\omega \left(n^2 \frac{\partial \mathbf{F}_e^{L*}}{\partial z} + \mathbf{F}_e^{L*} \frac{\partial n^2}{\partial z}\right) \exp\left\{-i \int_0^z \beta_L(z') dz'\right\} \end{cases} \quad (2.64)$$

On utilise à nouveau l'approximation de l'enveloppe lentement variable afin de négliger le premier terme de la deuxième équation de (2.64). On calcule l'expression du coefficient de couplage  $C_{ij}$  entre deux modes locaux  $(\mathbf{E}^{Li}, \mathbf{H}^{Li})$  et  $(\mathbf{E}^{Lj}, \mathbf{H}^{Lj})$  en utilisant l'équation donnée précédemment par (2.62). Le résultat est le suivant :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{E}^{Li*}}{\partial z} \wedge \mathbf{H}^{Lj} + \mathbf{E}^{Li} \wedge \frac{\partial \mathbf{H}^{Lj*}}{\partial z} \right) \simeq \\ i\omega\varepsilon_0 \frac{\partial n^2}{\partial z} \mathbf{F}_e^{Li} \cdot \mathbf{F}_e^{Lj*} \exp\left\{-i \int_0^z \{\beta_{Li}(z') - \beta_{Lj}(z')\} dz'\right\} \end{aligned} \quad (2.65)$$

On applique le théorème de réciprocity sur le premier membre de la dernière équation (2.65) après l'avoir intégré sur toute la section transverse  $A$  de la fibre étirée. On utilise par la suite la définition du coefficient de couplage donné dans (2.62) pour écrire la relation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \int \left( \frac{\partial \mathbf{E}^{Li*}}{\partial z} \wedge \mathbf{H}^{Lj} + \mathbf{E}^{Li} \wedge \frac{\partial \mathbf{H}^{Lj*}}{\partial z} \right) \cdot \vec{e}_z dS \simeq \\ -4i \{\beta_{Li}(z') - \beta_{Lj}(z')\} C_{ij} \exp\left\{-i \int_0^z \{\beta_{Li}(z') - \beta_{Lj}(z')\} dz'\right\} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Par identification entre les deuxièmes membres des expressions (2.65) et (2.66) grâce au théorème de réciprocity (2.35), on définit l'expression  $C_{ij}$  du coefficient de couplage entre le mode local d'indice  $i$  et le mode local d'indice  $j$  dans le taper par l'expression suivante :

$$C_{ij} = \frac{\omega\varepsilon_0}{4(\beta_{Li} - \beta_{Lj})} \int_S \mathbf{F}_e^{Li} \cdot \mathbf{F}_e^{Lj*} \frac{\partial n^2}{\partial z} dS \quad (2.67)$$

**Remarques :**

- Le couplage entre deux modes progressifs est beaucoup plus grand que celui entre deux modes contra-directionnels à cause de la différence des deux constantes de propagation  $\beta$  qui est bien évidemment petite comparativement à leur somme.
- Le coefficient de couplage est aussi nul pour les modes qui n'appartiennent pas à la même famille, c'est-à-dire de dépendance azimutale différente ( $l$  différent) à cause de l'intégration sur toute la section droite en fonction de  $\varphi$ . Dans le cas d'une fibre conservant la symétrie circulaire lors du tirage, les champs varient suivant  $\varphi$  par des fonction trigonométriques (les fonctions  $f_l$  et  $g_l$  définies précédemment). Le couplage est très grand pour les modes de la même famille (le même paramètre  $l$ ) car leurs constantes de propagation  $\beta$  sont très proches.
- Le coefficient de couplage dépend aussi de la variation du carré de l'indice de réfraction  $n^2$  en fonction de  $z$ . Cette quantité est reliée essentiellement à la forme des deux tapers i.e. la variation du rayon en fonction de  $z$  (la pente).
- Le profil des deux tapers joue donc un rôle très important dans l'adiabaticité de la transmission de la fibre optique, on va détailler ce point dans le paragraphe suivant.

**XI. Tapers : Transmission et critère d'adiabaticité :**

La forme des deux tapers de la fibre étirée est un paramètre très important pour avoir une bonne transmission. Si la transmission en sortie de la fibre dépasse les 99 %, on pourra dire que le profil des tapers est adiabatique i.e. qu'il n'y a pas de pertes de transmission. Généralement les pertes sont dans les tapers sous formes de modes de radiations. Pour avoir une transmission élevée, il faut avoir les tapers les plus longs possibles. Pour les tapers courts, la transmission est forcément non-adiabatique. On définit les paramètres d'un taper de la façon suivante :

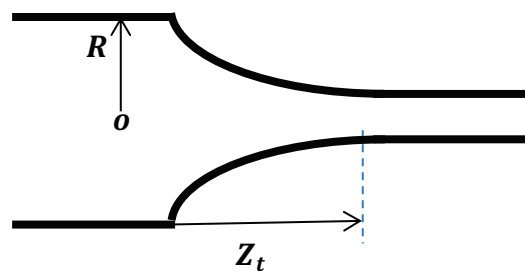


Figure 2.10 : Schéma d'un taper d'une fibre étirée.

Avec  $Z$  la longueur caractéristique du taper.

On définit un autre paramètre  $Z_{1j}$  appelée la longueur de battement, qui est la fréquence spatiale de battement entre deux modes d'indice 1 et  $j - 1$ . C'est la longueur

au bout de laquelle on retrouve le même état d'interférence entre les deux modes, elle est donnée par l'expression suivante :

$$Z_{1j} = \frac{2\pi}{\beta_1 - \beta_j} = \frac{\lambda}{n_{eff1} - n_{effj}} \quad (2.68)$$

On reprend l'expression (2.61) du coefficient de couplage entre le mode fondamental d'indice 1 et le mode d'ordre supérieur d'indice  $j > 1$ , on le note  $C_{1j}$ . On suppose qu'uniquement le premier mode fondamental est excité dans le taper et on néglige tout autre couplage vers les autres modes d'ordre supérieur. Pour une petite longueur  $\partial z$  dans le taper, ceci revient à écrire que  $b_1(0) = Cte \neq 0$  et  $b_j(\partial z) \approx 0$  pour tout  $j > 1$ . On réécrit l'équation (2.61) dans ces conditions :

$$b_j(\partial z) = b_1(0) \partial z C_{1j} \operatorname{sinc} \left[ \frac{\beta_1 - \beta_j}{2} \partial z \right] \exp \left[ i \frac{\beta_1 - \beta_j}{2} \partial z \right] \quad (2.69)$$

Pour tout  $j > 1$ .

Pour vérifier la condition d'adiabaticité, il faut que le coefficient  $b_j(\partial z)$  soit toujours beaucoup plus petit que le coefficient  $b_1(0)$ . Pour une longueur  $\partial z$  égale à la longueur de battement  $Z_b$  (cf. 2.68), ceci revient à écrire :

$$\left| \frac{\beta_1 - \beta_j}{C_{1j}} \right| \ll 1 \quad (2.70)$$

Il faut noter que le coefficient de couplage  $C_{1j}$  est nul pour tous les modes qui ont la même dépendance azimutale. Dans ce cas, la condition (2.70) est toujours vérifiée. On définit le coefficient de couplage normalisé  $\bar{C}_{1j}$  qui est relié à la pente relative  $\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial z}$  du taper par la relation suivante [2] :

$$\bar{C}_{1j} = \frac{C_{1j}}{\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial z}} \quad (2.71)$$

On tient en compte de cette dernière expression (2.71), pour écrire le critère d'adiabaticité du taper comme suit [2] :

$$\frac{1}{\bar{C}_{1j} Z_{1j}} \geq \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial z} \quad (2.72)$$

Dans la littérature, on trouve un autre critère d'adiabaticité donné par la relation suivante [5, 6] :

$$\frac{1}{Z_{1j}} \geq \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial z} \quad (2.73)$$

Autrement dit, la conversion d'énergie entre le mode d'indice 1 défini par la constante de propagation  $\beta_1$  et le mode d'indice  $j$  défini par la constante de propagation

$\beta_j$  est adiabatique i.e. négligeable si et seulement si la longueur des tapers est très grande devant la longueur de battement i.e. [4] :

$$Z \gg Z_{1j} \quad (2.74)$$

Cette condition est très difficile à satisfaire pour les modes qui ont des constantes de propagation très proches, c'est le cas des modes qui appartiennent à la même famille (même paramètre  $l$ ). Dans ce cas, il faut avoir des tapers très longs. On va revenir sur ce point dans les techniques de tirage et les différentes formes de tapers qu'on peut avoir dans le chapitre 4.

Dans le prochain chapitre, nous étudions les processus non linéaires présents dans les nanofibres optiques. Ces dernières sont très intéressantes pour l'optique non linéaire car de grandes énergies peuvent se concentrer sur de très petites zones simplement par propagation de la lumière à l'intérieur de ces tapers adiabatiques. Cette concentration très élevée du Laser de pompe à des énergies relativement petites peut produire des intensités très élevées qui pourraient éventuellement casser la nanofibre. Dans le régime continu, on est loin de cette limite d'endommagement. En régime impulsionnel, le seuil induit par le laser dans le régime sub-nanoseconde est relativement élevé [7, 8]. Cependant, dans le cas du taux de répétition bas et du régime inférieur à la nanoseconde, les dommages résultent d'une absorption linéaire et ne dépendent donc que de l'énergie totale transportée par une seule impulsion et non pas de sa puissance crête.

Par exemple, dans le régime picosecondes/femtosecondes, le seuil d'endommagement de la silice est d'environ  $20 \text{ J} \cdot \text{cm}^{-2}$  à la longueur d'onde 532 nm [7]. Cette valeur peut être facilement dépassée, par exemple avec des impulsions d'environ  $1 \mu\text{J}$  concentrées sur une surface d'environ  $1 \mu\text{m}^2$  ; ce qui correspond à une intensité d'environ  $100 \text{ J} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

## **XII. Conclusion :**

Nous avons étudié la propagation linéaire dans les nanofibres optiques, dans le modèle à deux couches et le modèle à trois couches. Nous avons défini les différents modes qui se propagent dans ces fibres étirées, les modes guidés et les modes locaux. Nous avons aussi étudié les couplages entre ces modes dans le taper et le critère d'adiabaticité pour la transmission.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier la propagation non linéaire dans ces fibres étirées. Nous allons commencer par introduire quelques effets non linéaires. Nous allons nous focaliser sur les deux processus non linéaires qui constituent le cœur de cette thèse, il s'agit de la génération de seconde harmonique et de fluorescence paramétrique. Une étude détaillée de la génération de seconde harmonique sera présentée dans le chapitre suivant.

### XIII. Références :

- [1] A. W. Snyder, J. Love, “*Optical Waveguide Theory*,” (Kluwer Academic Publisher, Boston/Dordrecht/London, 2000).
- [2] J. Bures, « *Optique Guidée : fibres optiques et composants passifs tout-fibre*, » (Presses internationales polytechnique, 2009).
- [3] C. Tsao, *et al.*, “*Modal characteristics of the three-layered optical fiber waveguide: a modified approach*,” J. Opt. Soc. Am. A **6**, 555–563, (1989).
- [4] S. Ravets *et al.*, “*Intermodal energy transfer in a tapered optical fiber: optimizing transmission*,” J. Opt. Soc. Am. A. **30**(11) 2361–2371, (2013).
- [5] J. D. Love, “*Spot size, adiabaticity and diffraction in tapered fibers*,” Electronics Letters, **23**, 993–994, (1987).
- [6] J. D. Love, *et al.*, “*Tapered single-mode fibers and devices .1. Adiabaticity criteria*,” IEE Proceedings-J Optoelectronics, **138**, 343354, (1991).
- [7] D. Du, *et al.*, “*Laser-induced breakdown by impact ionization in SiO<sub>2</sub> with pulse widths from 7 ns to 150 fs*”, Appl. Phys. Lett. **64**, 3071-3073, (1994).
- [8] N. Kuzuu, *et al.*, “*Laser-Induced Bulk Damage in Various Types of Vitreous Silica at 1064, 532, 355, and 266 nm: Evidence of Different Damage Mechanisms Between 266-nm and Longer Wavelengths*,” Appl. Opt. **38**, 2510-2515, (1999).

# Chapitre 3

## *Propagation non linéaire et génération de seconde harmonique dans les fibres optiques étirées*

---

### I. Introduction :

Nous commençons par présenter dans ce chapitre deux caractéristiques toujours vérifiées dans les nanofibres optiques en silice, à savoir la non linéarité optique Kerr et la dispersion. Ensuite, nous présentons les différents processus paramétriques non linéaires. Nous introduisons par la suite ce qu'est la susceptibilité électrique non linéaire avec les différentes symétries intrinsèques et extrinsèques du milieu qui permettent de réduire les coefficients du tenseur de cette susceptibilité non linéaire. Nous nous focalisons dans ce chapitre sur la susceptibilité électrique non linéaire d'ordre 2 dans les nanofibres en silice. Nous écrirons l'équation différentielle de la génération de seconde harmonique, les accords de phase possibles et les intégrales de recouvrement non linéaires pour en déduire les efficacités de conversion.

Dans la littérature, la génération de seconde harmonique a été étudiée avec une approche scalaire. Ceci n'est pas vrai dans une nanofibre en silice à cause de la forte discontinuité du champ électrique sur sa surface. Nous proposons dans ce chapitre une nouvelle approche vectorielle sans approximations de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice qui va nous servir dans le calcul des efficacités de génération des paires de photons par fluorescence paramétrique dans le dernier chapitre de ce manuscrit.

### II. Caractéristiques des nanofibres optiques :

#### II.1 Non linéarité optique Kerr :

Dans les réseaux de télécommunications optiques de longue portée, la capacité d'information de transmission est dégradée et la puissance de transmission est limitée par la présence des non linéarités optiques dans le canal. C'est pour cette raison que ces effets non linéaires ont été caractérisés et bien étudiés dans les fibres de télécommunication standard [1]. Les nanofibres optiques exaltent de très fortes non linéarités grâce au fort confinement de la lumière sur des petites surfaces. Ceci permet d'avoir une interaction non linéaire à des puissances relativement faibles. Le fort confinement engendre de très hautes intensités, dans ce cas l'indice de réfraction de la silice varie de façon non linéaire et augmente avec l'intensité, c'est ce qu'on appelle l'effet Kerr [2]. L'indice de réfraction non linéaire est donné par la relation suivante :

$$n_{silice} = n_2 |F_e|^2 \quad (3.1)$$

Avec  $n_2$  le coefficient Kerr, il est relié à la susceptibilité non linéaire de troisième ordre  $\chi^{(3)}$ . Le coefficient non linéaire  $\gamma$  est défini comme suit [3] :



$$\gamma = \frac{n_2 \omega}{c A_{eff}} \quad (3.2)$$

Avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide ;  $\omega$  la pulsation ;  $A_{eff}$  l'aire effective définie par l'expression suivante :

$$A_{eff} = \frac{\left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} |\mathbf{F}_e(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right\}^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} |\mathbf{F}_e(r, \varphi)|^4 r dr d\varphi} \quad (3.3)$$

Avec  $r_1$  le rayon de la nanofibre. L'effet Kerr est un cas particulier du mélange à quatre ondes. L'accord de phase pour l'effet Kerr est toujours vérifié. Dans la partie des processus paramétriques non linéaires, on présentera en détail l'auto-modulation de phase et la modulation de phase croisée dans le cas général du mélange à quatre ondes.

## **II.2 Dispersion :**

La lumière provenant d'une source optique comprend différentes longueurs d'onde qui se propagent à des vitesses différentes. On parle ici de la dispersion chromatique. La dispersion chromatique dépend de deux facteurs, la dispersion due au matériau qui dépend du type de verre (impuretés etc.) et la dispersion due au guide lui-même qui dépend du profil d'indice de ce dernier. La dispersion chromatique est, par définition, la dérivée de l'inverse de la vitesse de groupe par rapport à la pulsation  $\omega$ . On la note *GVD* (*Group Velocity Dispersion*) ou bien *D*. Par exemple, pour des impulsions polychromatiques, la dispersion chromatique provoque un élargissement de ces impulsions au cours de la propagation. C'est l'un des facteurs qui limite la capacité d'un réseau à transmettre des hauts débits ou bien la distance à laquelle les informations peuvent être transmises.

La courbe de dispersion est obtenue en faisant un développement limité de Taylor de la constante de propagation  $\beta$ . L'expression de la dispersion de la vitesse de groupe *GVD* est donnée par la dérivée de l'inverse de la vitesse de groupe par rapport à  $\omega$  [3] :

$$GVD = \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d^2 n_{eff}}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n_{eff}}{d\lambda^2} \quad (3.4)$$

Avec  $\lambda$  la longueur d'onde dans le vide.

Dans les télécommunications optiques, on utilise un autre paramètre noté *D* qui est exprimé en fonction de la *GVD* comme suit :

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} GVD = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}}{d\lambda^2} \quad (3.5)$$

L'unité du paramètre de dispersion *D* par unité de longueur est la suivante : ps/(nm \* km) avec le délai différentiel en ps, la largeur de la source en nm et la distance en km. La figure 3.1 suivante montre le paramètre de dispersion dans des nanofibres optiques en silice pour différents diamètres.

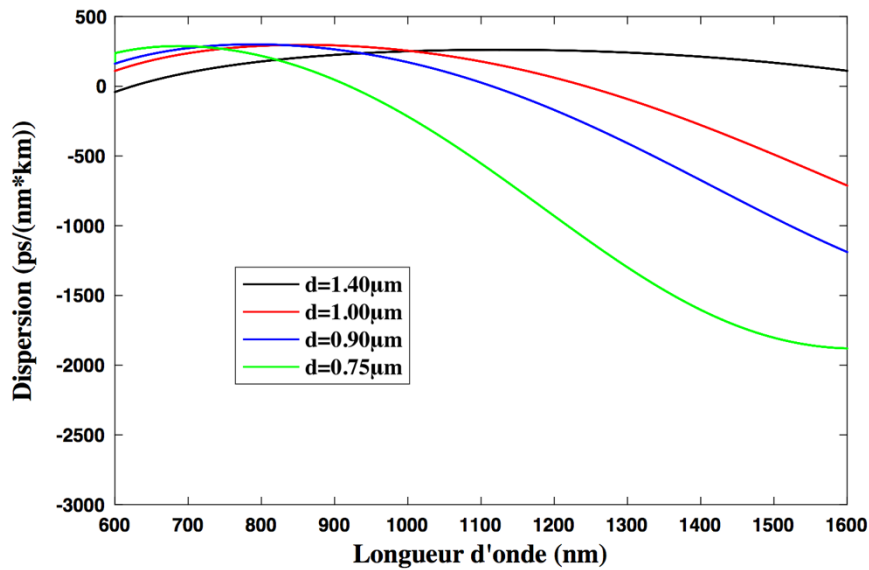


Figure 3.1 : Dispersion dans des nanofibres optiques en silice pour différents diamètres en fonction de la longueur d'onde.

On s'intéresse beaucoup plus à la dispersion afin de satisfaire la condition d'accord de phase des processus non linéaires paramétriques. Il s'agit plus particulièrement de satisfaire la condition de la conservation de la quantité de mouvement. Dans la suite, on va présenter quelques processus paramétriques non linéaires dans les nanofibres optiques.

Dans ce manuscrit, nous allons nous focaliser sur les deux processus qui nous intéressent, à savoir la génération de seconde harmonique et la fluorescence paramétrique pour la génération des paires de photons corrélés.

### III. Processus paramétriques dans les nanofibres optiques :

#### III.1 Génération de troisième harmonique :

La génération des harmoniques en optique non linéaire sert à créer de nouvelles longueurs d'onde. Cet effet non linéaire est l'interaction de trois photons identiques à la même longueur d'onde dans un matériau non linéaire pour donner un photon à une longueur d'onde égale à un tiers de la longueur d'onde des trois photons de pompe. Autrement dit, sa fréquence est égale au triple de la fréquence des photons de pompe. Pour ce processus de génération d'harmonique, la conservation de la quantité de mouvement et la conservation d'énergie sont toujours vérifiées. La figure 3.2 illustre la conservation d'énergie pour la génération de troisième harmonique.

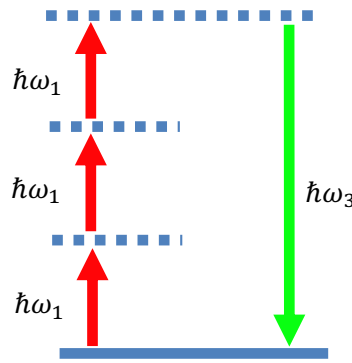


Figure 3.2 : Processus de la génération de troisième harmonique.

La conservation de la quantité de mouvement implique la condition d'accord de phase  $\Delta\beta = \beta_3 - 3\beta_1 = 0$ , avec  $\beta_1$  et  $\beta_3$  les constantes de propagation de la pompe et de la troisième harmonique respectivement. Dans les nanofibres optiques, il s'agit d'un accord de phase modal obtenu grâce à l'ingénierie de la dispersion *GVD* introduite précédemment dans la section (II.2). Cet accord de phase est satisfait si la dispersion modale compense la dispersion du matériau. On pourra donc vérifier cette condition entre la pompe dans le mode fondamental et la troisième harmonique dans un mode d'ordre supérieur. La figure 3.3 montre l'accord de phase modal entre le mode fondamental à la longueur d'onde 1550 nm et la troisième harmonique à la longueur d'onde 517 nm.

On observe trois accords de phase pour la génération de troisième harmonique dans une nanofibre en silice vérifiés pour trois diamètres. Ces accords de phase sont vérifiés grâce à la conservation de la quantité de mouvement mais sans aucune information sur les efficacités de conversion qui dépendent des intégrales de recouvrement des champs électromagnétiques.

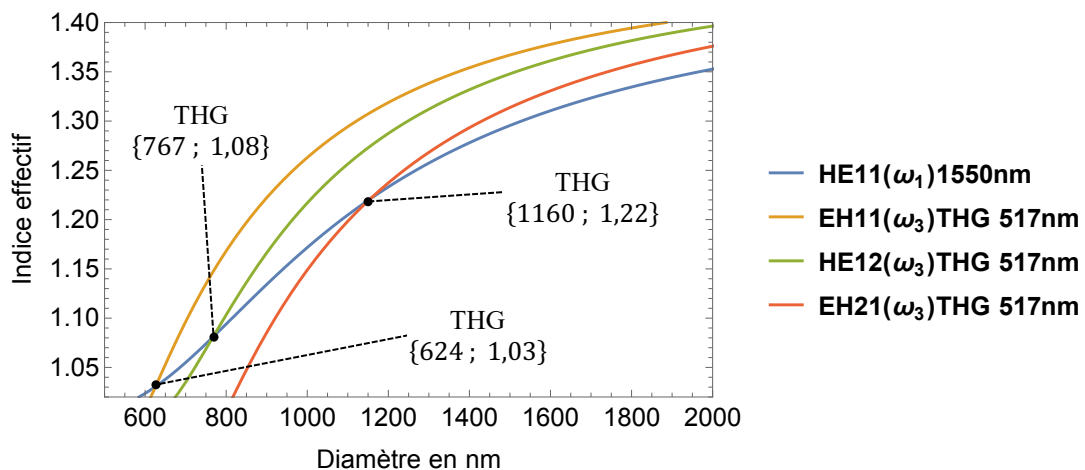


Figure 3.3 : Accord de phase de la génération de troisième harmonique dans une nanofibre en silice. Le mode fondamental à la longueur d'onde 1550 nm et la troisième harmonique à la longueur d'onde 517 nm.

La génération de troisième harmonique a été observée en premier lieu en 2000 avec des impulsions de puissance crête de 1 kW pompées dans une nanofibre de 50 cm de longueur [4]. En 2005, Victor Grubsky et Arthur Savchenko ont donné un modèle rigoureux de la génération de troisième harmonique dans les nanofibres optiques [5],

la longueur d'onde de la génération de troisième harmonique a été étendue pour couvrir les domaines visible et ultraviolet [6,7]. On peut générer les harmoniques large bande grâce à des accords de phase avec les modes d'ordres supérieurs sur des transitions couvrant une gamme de diamètres dans le taper. En 2012, Lee *et al.* ont fait cette expérience en fabriquant une nanofibre de 4,5 cm de longueur et des diamètres en dessous de 2,5  $\mu\text{m}$  pour satisfaire la condition d'accord de phase à la longueur d'onde de pompe de 1,55  $\mu\text{m}$ . Ils ont utilisé des impulsions de 4 ns à une puissance crête de 1,25 kW pompées dans une nanofibre optique, le rendement de conversion était de  $3 \times 10^{-4}$  [8].

### III.2 Mélange à quatre ondes :

Le mélange à quatre ondes électromagnétiques est un effet non linéaire de troisième ordre qui fait intervenir la susceptibilité non linéaire de troisième ordre. Il est vérifié dans tous les milieux, Centro-symétriques ou non-Centro-symétriques. Deux faisceaux sont utilisés comme pompes de hautes puissances  $P_1$  et  $P_2$ . Sous la condition d'accord de phase, l'annihilation des deux photons de pompe  $\omega_{P_1}$  et  $\omega_{P_2}$  donne deux photons, le premier de fréquence basse  $\omega_s$ , on l'appelle le Stokes, et l'autre de fréquence haute  $\omega_a$ , on l'appelle l'Anti-stokes. Ce processus est illustré en diagramme d'énergie sur la figure 3.4 suivante :

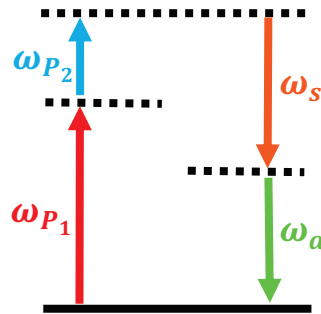


Figure 3.4 : Processus du mélange à quatre ondes.

Comme tout effet non linéaire, il faut satisfaire deux conditions. La conservation d'énergie et la conservation de la quantité de mouvement. La première condition implique l'égalité suivante :  $\omega_{P_1} + \omega_{P_2} = \omega_s + \omega_a$ .

Tandis que la condition de la conservation de quantité de mouvement définit la condition d'accord de phase qui dépend des deux puissances de pompe  $P_1$  et  $P_2$  à cause de l'automodulation de phase et de la modulation de phase croisée [1]. Pour cela, on définit deux paramètres, le gain paramétrique  $g$  et le désaccord de phase effectif  $\sigma$  comme suit [1] :

$$\begin{cases} g = \sqrt{(\gamma\zeta P_0)^2 - \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2} \\ \sigma = \Delta k + \gamma(P_0) \end{cases} \quad (3.6)$$

Avec :  $P_0 = P_1 + P_2$  ;  $\zeta = \frac{2\sqrt{P_1 P_2}}{P_0}$  ;  $\Delta\beta = \beta_{P_1} + \beta_{P_2} - \beta_s - \beta_a$  (en supposant que les quatre photons sont colinéaires) ;  $\gamma$  est donné précédemment par (3.2).

La conservation de la quantité de mouvement définit la condition l'accord de phase en utilisant l'ingénierie de la dispersion *GVD* introduite précédemment dans la section (II.2).

L'intégrale de recouvrement dans le cas non dégénéré est donnée par la formule suivante [9] :

$$A_{eff} = \frac{\left[ \langle |\mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_{P_1})|^2 \rangle \langle |\mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_{P_2})|^2 \rangle \langle |\mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_s)|^2 \rangle \langle |\mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_a)|^2 \rangle \right]^{\frac{1}{2}}}{\langle \mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_{P_1}) \mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_{P_2}) \mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_s) \mathbf{F}_e^*(r, \varphi, \omega_a) \rangle \Big|_{r_1 \rightarrow \infty}} \quad (3.7)$$

Avec :

$$\langle \mathbf{F}(r, \varphi, \omega) \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \mathbf{F}(r, \varphi, \omega) r dr d\varphi$$

Dans le cas dégénéré, on retrouve la même équation de la non linéarité optique Kerr donnée précédemment par l'équation (3.3).

Le processus du mélange à quatre ondes a plusieurs applications, il augmente la plage en fréquence des sources optiques cohérentes vers l'infrarouge et l'ultraviolet. Dans le cas dégénéré, i.e. les quatre ondes ont la même fréquence, le processus est utilisé en optique adaptative pour la reconstruction des fronts d'onde. En présence des résonances, on peut utiliser ce processus pour l'étude analytique et spectroscopique des différents matériaux. En 2002, le mélange à quatre ondes non dégénérées a été testé dans une fibre microstructurée étirée de 18 cm de long [10]. *Türke et al* ont stimulé une cascade du mélange à quatre ondes dans une fibre optique de 2,55  $\mu\text{m}$  de diamètre, en choisissant la longueur d'onde de travail de 785 nm (longueur d'onde de la dispersion nulle) [11]. En 2013, des paires de photons corrélés ont été générées dans une nanofibre optique de 15 cm de longueur par mélange spontané à quatre ondes [12]. En 2016, des chercheurs de l'université de Southampton ont réalisé un amplificateur paramétrique de 25 dBm par mélange à quatre ondes avec une nanofibre de 6 mm de longueur [13].

### III.3 Diffusion Brillouin stimulée :

La diffusion de la lumière peut apparaître comme un résultat de la fluctuation des propriétés optiques du matériau. Si ces fluctuations sont dues à des effets thermiques alors on parle ici de la diffusion spontanée de la lumière. En revanche, si ces fluctuations sont induites par la présence d'un champ électromagnétique, on parle ici de la diffusion stimulée de la lumière. On prend l'exemple de la diffusion stimulée induite par la variation de la densité dans un matériau. L'exemple le plus simple est la diffusion Brillouin stimulée, c'est un processus non linéaire de troisième ordre entre une onde acoustique et une onde optique. Cet effet non linéaire a été largement étudié et utilisé en traitement de signal. La figure 3.5 illustre ce phénomène où un faisceau laser incident de fréquence  $\omega_L$  est diffusé sur une variation de l'indice de réfraction associée à une onde acoustique de fréquence  $\Omega$ . Puisque les ondes acoustiques s'éloignent de l'onde laser alors la lumière diffusée est décalée en fréquence à la fréquence Stokes  $\omega_S = \omega_L - \Omega$  [2].

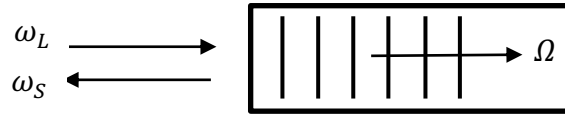


Figure 3.5 : Diffusion Brillouin stimulée [2].

L'onde acoustique est le résultat de l'interférence entre l'onde optique (laser de pompe) et l'onde diffusée (Stokes). L'onde de pompe est diffusée par l'onde acoustique. Le matériau sous cette interférence peut jouer le rôle d'une source qui stimule la génération de l'onde acoustique. Ainsi le battement de l'onde de pompe avec l'onde acoustique renforce la création de l'onde Stokes. De façon générale, cet effet non linéaire a été observé aussi dans des guides en silicium à l'échelle nanométrique [14-17].

Comme tout effet non linéaire, la diffusion Brillouin stimulée nécessite la vérification de deux conditions, la conservation de la quantité de mouvement et la conservation d'énergie. Ces deux conditions se résument dans deux équations en fonction des pulsations et des vecteurs d'ondes comme suit :

$$\begin{aligned} \text{La conservation de l'énergie :} & \quad \Omega_a = \omega_L - \omega_S \\ \text{La conservation de la quantité de mouvement :} & \quad \vec{\beta}_a = \vec{\beta}_L - \vec{\beta}_S \end{aligned}$$

Avec  $\Omega_a = v_a |\vec{\beta}_a|$  la pulsation de l'onde acoustique,  $\omega_L$  et  $\omega_S$  les pulsations de l'onde optique de pompe et de l'onde Stokes respectivement ;  $\vec{\beta}_a$  le vecteur d'onde de l'onde acoustique,  $\vec{\beta}_L$  et  $\vec{\beta}_S$  les vecteurs d'onde de l'onde optique de pompe et l'onde Stokes respectivement ;  $v_a$  la vitesse de l'onde acoustique.

Il y a deux mécanismes qui permettent la création de l'onde acoustique à partir de l'onde laser de pompe et l'onde de Stokes. Le premier mécanisme est l'électrostriction, qui est la tendance du matériau à devenir comprimé à des endroits en présence d'un champ électrique. Le deuxième mécanisme est l'absorption, l'échauffement dû à l'absorption du champ électrique à des endroits du matériau cause la dilatation de ce dernier. Le dernier mécanisme apparaît dans les matériaux à pertes, dans les nanofibres optiques on ne prend en compte que la diffusion Brillouin stimulée électrostrictive. Dans la nanofibre optique, seulement l'onde de pompe Laser est appliquée comme effet extérieur. La diffusion Brillouin stimulée est déclenchée par la diffusion du laser à partir du bruit de phonons générés thermiquement i.e. l'onde acoustique et l'onde Stokes sont générées à partir de bruit de phonons excités thermiquement. Dans la nanofibre optique, la diffusion Brillouin stimulée n'est pas due uniquement aux effets de volume mais aussi aux effets de bord de la nanofibre [15,18], contrairement à la fibre optique conventionnelle. La pression de radiation est renforcée dans la nanofibre grâce au fort confinement du champ. La force électrostrictive module l'indice de réfraction du matériau pour générer les ondes acoustiques de volume, tandis que la pression de radiation impacte les bords de la nanofibre et génère des vibrations sur sa surface lorsque son faible diamètre devient de l'ordre de la longueur d'onde de travail [19]. On aura donc une onde appelée onde acoustique de surface. La figure 3.6 a été simulée avec le programme de nos collègues de Femto-st, elle illustre le spectre Brillouin dans une

nanofibre optique de diamètre égale à  $1 \mu\text{m}$ . Le pic du Brillouin de surface correspond à une fréquence théorique égale à  $f = 5.3 \text{ GHz}$ .

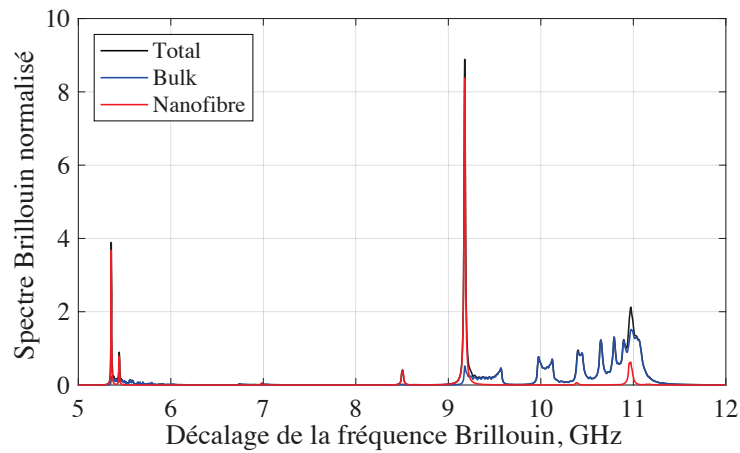


Figure 3.6 : Spectre théorique Brillouin d'une nanofibre en silice de diamètre  $1 \mu\text{m}$ .

La figure 3.7 obtenue par nos collègues de Femto-st, illustre la variation de la fréquence de l'onde acoustique (Brillouin) en fonction du diamètre de la nanofibre.

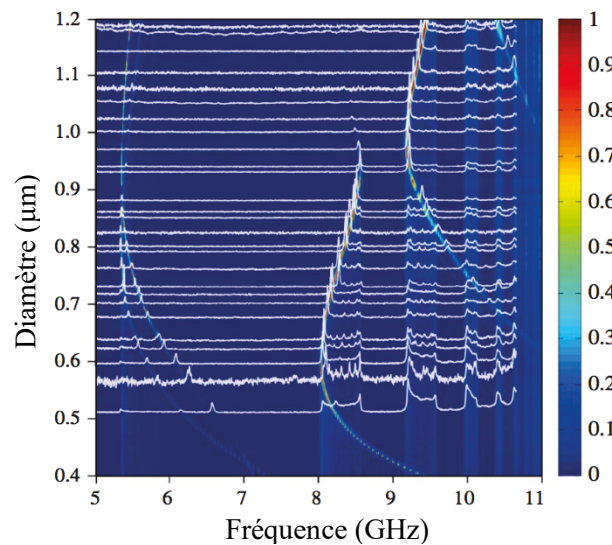


Figure 3.7 : Comparaison directe des spectres Brillouin expérimentaux en fonction du diamètre de la nanofibre [20].

Théoriquement, pour chaque diamètre on aura une fréquence Brillouin bien déterminée. Inversement, connaissant le décalage de la fréquence Brillouin, on peut remonter à la valeur du diamètre de la nanofibre. Le décalage de la fréquence Brillouin est un très bon moyen de caractérisation des nanofibres après le processus de fabrication [20]. On comparera dans la suite de ce manuscrit, cette technique avec notre technique optique pour la mesure du diamètre de la nanofibre.

### III.4 Diffusion Raman stimulée :

Quand les photons interagissent avec des molécules ou des atomes (liquide, solide ou gaz), les photons sont diffusés sur ces particules, les photons émis ont la même

fréquence et la même énergie que les photons incidents, on parle ici de la diffusion élastique i.e. la diffusion Rayleigh. Si les photons émis ont des fréquences et des énergies légèrement différentes des photons incidents alors on parle ici de la diffusion inélastique i.e. la diffusion Raman. Cet effet non linéaire a été découvert par C.V. Raman en 1928. Pour la diffusion inélastique, si les fréquences sont décalées vers des fréquences plus basses alors on parle ici de l'onde Stokes. Et inversement, si le shift est effectué vers les fréquences hautes, on parle dans ce cas de l'onde anti-Stokes. Les deux processus sont montrés sur la figure 3.8 suivante.



Figure 3.8 : Diagramme des niveaux d'énergie qui illustre la diffusion Raman Stokes et anti-Stokes.

Le Stokes diffuse du niveau 1 vers le niveau 2 en passant par un niveau d'énergie virtuel tandis que l'anti-Stokes diffuse d'un niveau 2 vers un niveau 1 en passant par un niveau virtuel d'énergie. Le Stokes est généralement beaucoup plus intense que l'anti-Stokes parce que le niveau 1 est beaucoup plus peuplé que le niveau 2. En équilibre thermique, la population du niveau 1 est plus grande que la population du niveau 2 par le facteur de Boltzmann  $\exp(-\frac{\hbar\omega_{12}}{kT})$  i.e. tous les atomes sont à l'état fondamental à température ambiante.

Le gain Raman dépend de la composition de la fibre, matériau et dopants. Il est relié à la partie imaginaire de la susceptibilité non linéaire de troisième ordre. Pour les nanofibres optiques, le fort confinement du champ engendre une forte non linéarité, ceci favorise la diffusion Raman. Cet effet non linéaire est toujours limité par le matériau de la fibre. Pour les fibres optiques en silice, le spectre du gain Raman est une fonction de la différence de fréquence entre la pompe et le Stokes, il couvre une large bande de fréquence (jusqu'à 40 THz) avec un large pic autour de la valeur de 13 THz. Pour les diamètres submicrométriques i.e. de l'ordre de la longueur d'onde de pompe, le champ a une partie évanescente large, ce qui permet de stimuler la diffusion Raman dans un liquide baignant la nanofibre, beaucoup de travaux théoriques et expérimentaux ont été élaborés sur la réalisation des capteurs sondant l'environnement de la nanofibre [21-26].

Il s'agit de la même physique montrée précédemment dans la diffusion Brillouin mais avec quelques différences. Dans le cas de la diffusion Raman, la différence avec la diffusion Brillouin consiste dans les plages de variation des pulsations. Les deux processus sont tous les deux utilisés en spectroscopie mais ils fournissent deux informations totalement différentes sur le matériau. Dans l'autre cas de la diffusion élastique i.e. la diffusion Rayleigh, on génère des fluctuations thermiques aléatoires et incohérentes tandis que les fluctuations qui entraînent la diffusion Brillouin sont forcément périodiques et corrélées (les phonons).



### **III.5 Génération de super-continuum :**

L'ingénierie de la dispersion de la nanofibre optique joue un rôle essentiel dans les applications d'optique non linéaire, plus particulièrement dans le cas de la génération de super-continuum sur un spectre relativement large [27]. Ce dernier a plusieurs applications, on trouve par exemple l'analyse spectrale, la compression d'impulsion, la métrologie de fréquences optiques, les sources de télécommunications optiques basées sur le multiplexage en longueur d'onde, l'amplification paramétrique, etc. [28-32]. Comme dans le cas du mélange à quatre ondes, la génération de super-continuum est vérifiée autour de la valeur de zéro dispersion. Il existe plusieurs effets non linéaires responsables de la génération de super-continuum, la fission des solitons, la diffusion Raman stimulée, le mélange à quatre ondes, l'auto-modulation de phase, la modulation de phase croisée. Ces non linéarités sont exaltées dans le milieu non linéaire en présence des impulsions de forte intensité, ce qui provoque un changement de l'indice de réfraction de ce milieu.

La génération de Super-continuum a été observée pour la première fois en 1976 dans une fibre optique de 20 m de long en utilisant des impulsions de 10 ns [33]. De même que dans le cas des nanofibres optiques, le fort confinement des impulsions incidentes sur des petites surfaces exalte des non linéarités de plusieurs ordres de grandeur. Pour optimiser cet effet non linéaire, il est nécessaire de travailler l'ingénierie de dispersion de la nanofibre. Dans la littérature, il existe plusieurs travaux faits sur ce sujet en utilisant une onde continue, des impulsions nanosecondes, picosecondes et femtosecondes [29,32,34].

### **III.6 Génération de seconde harmonique :**

Malgré le caractère macroscopique isotrope de la silice, les nanofibres optiques en silice ont une non-linéarité de surface et une non-linéarité de volume de second ordre, ceci est vérifié si on prend en compte la variation spatiale du vecteur champ électrique, au-delà de l'approximation dipolaire i.e. l'approximation quadripolaire et plus (les multipôles d'ordre élevé). Ceci devient le mécanisme majeur pour la génération de seconde harmonique (SHG). De plus, le grand contraste d'indice de réfraction entre le cœur et l'air permet d'obtenir un accord de phase SHG dans un mode d'ordre élevé pour une intensité suffisante de surface [35]. On présentera ce processus en détail dans la section suivante i.e. la susceptibilité non linéaire de second ordre, les différents modes qui vérifient la condition d'accord de phase, le recouvrement non linéaire entre ces modes et le calcul de toutes les efficacités de conversion dans le cadre d'une nouvelle approche vectorielle sans approximations. Cet effet non linéaire représente l'effet non linéaire principal et le cœur de cette thèse avec la fluorescence paramétrique qu'on détaillera dans le dernier chapitre dans la modélisation de la source de photons corrélés.

#### IV. Susceptibilité non linéaire dans les fibres optiques étirées :

Dans toute la suite, on garde le système d'axes utilisé dans le chapitre précédent :

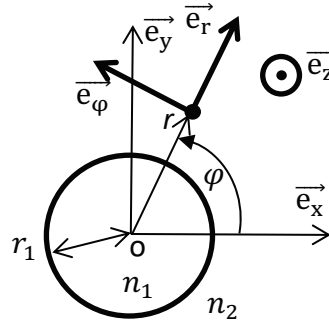


Figure 3.9 : Système d'axes utilisé dans la fibre optique étirée.

Avec  $r$  la composante radiale ;  $z$  la composante longitudinale et  $\varphi$  la composante tangentielle.

Quand l'amplitude du champ électrique d'excitation reste faible devant le champ électrique de la maille du milieu, la réponse de ce dernier demeure linéaire en fonction du champ d'excitation. Par conséquent, la polarisation linéaire générée par ce milieu est le résultat de l'application du développement limité à l'ordre 1 sur le champ électrique d'excitation autour de la valeur nulle (faible amplitude). Le résultat est le suivant :

$$\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, t) \approx \epsilon_0 \chi \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) \quad (3.8)$$

Tels que  $\tilde{\mathbf{P}}(\mathbf{r}, t)$  le vecteur polarisation électrique ;  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$  le vecteur champ électrique et  $\chi$  la susceptibilité linéaire électrique.

La susceptibilité linéaire électrique est liée à l'indice de réfraction du milieu. Dans les milieux isotropes et homogènes, elle est constante et ne dépend ni de la direction de propagation ni de la polarisation de l'onde. Par conséquent, elle est donnée par la relation  $\chi = n^2 - 1$ . Dans les milieux anisotropes, la susceptibilité linéaire électrique est un tenseur d'ordre 2, sa valeur dépend de la direction de propagation. Dans le cas des fibres optiques étirées, il s'agit de la silice qui est un matériau isotrope, sa valeur est constante et elle est liée à l'indice de réfraction par la relation précédente.

Dans le régime linéaire, les électrons oscillent à la fréquence  $\omega$  qui est la même que celle du champ électrique d'excitation. Ceci est vrai si l'amplitude d'excitation est faible. Quand on commence à augmenter l'amplitude du champ d'excitation, l'oscillation des électrons ne suit pas la fréquence du champ d'excitation et l'oscillation des électrons devient sensible à la réponse non linéaire du milieu. Ce phénomène s'appelle un effet non linéaire. On peut observer plusieurs effets non linéaires suivant l'ordre du développement limité du vecteur polarisation électrique :

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{P}}_i(\mathbf{r}, t) \approx & \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij}^{(1)} \widetilde{\mathbf{E}}_j(\mathbf{r}, t) \\ & + \varepsilon_0 \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)} \widetilde{\mathbf{E}}_j(\mathbf{r}, t) \widetilde{\mathbf{E}}_k(\mathbf{r}, t) \\ & + \varepsilon_0 \sum_{j,k,l} \chi_{ijkl}^{(3)} \widetilde{\mathbf{E}}_j(\mathbf{r}, t) \widetilde{\mathbf{E}}_k(\mathbf{r}, t) \widetilde{\mathbf{E}}_l(\mathbf{r}, t) + \dots \end{aligned} \quad (3.9)$$

Pour alléger l'écriture, on définit les ordres de la polarisation électrique comme suit :

$$\mathbf{P}_{tot} = \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}}_{\substack{\text{i aire} \\ \mathbf{P}^{(1)}}} + \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}^2}_{\substack{\text{r re 2} \\ \mathbf{P}^{(2)}}} + \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}^3}_{\substack{\text{r re 3} \\ \mathbf{P}^{(3)}}} + \dots + \underbrace{\varepsilon_0 \chi^{(n)} \mathbf{E}^n}_{\substack{\text{r re} \\ \mathbf{P}^{(n)}}} \quad (3.10)$$

Les susceptibilités électriques  $\chi^{(n)}$  sont des tenseurs de rang  $n + 1$ . Pour alléger encore plus les expressions de ces tenseurs, on présente les symétries intrinsèques et extrinsèques du milieu non linéaire.

#### IV.1 Symétries intrinsèques :

Elles ne dépendent pas de l'arrangement des atomes dans la matière. Il y a trois catégories :

##### IV.1.1 Symétrie de permutation :

Si le milieu est transparent i.e. les tenseurs  $\chi^{(n)}$  sont des réels alors ces tenseurs  $\chi^{(n)}$  sont invariants par permutation concomitante de l'indice cartésien et de la pulsation correspondante. On obtient des relations entre les différents éléments de  $\chi^{(n)}$  à différentes pulsations. On prend l'exemple du tenseur d'ordre 2 qui fait intervenir la susceptibilité  $\chi^{(2)}$ . Quand on permute les pulsations, on permute les indices cartésiens avec. On l'appelle aussi la symétrie ABDP.

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = \chi_{jik}^{(2)}(\omega_1 = \omega_3 - \omega_2) = \chi_{kij}^{(2)}(\omega_2 = \omega_3 - \omega_1) \quad (3.11)$$

##### IV.1.2 Symétrie de Kleinman :

Si le milieu est transparent ( $\chi^{(n)}$  sont réels) et non dispersif ( $\frac{\partial \chi^{(n)}}{\partial \omega} = 0$ ) alors le tenseur  $\chi^{(n)}$  est totalement symétrique quel que soit la pulsation  $\omega$ , on permute les indices cartésiens sans avoir à permuter les pulsations. On prend l'exemple du tenseur d'ordre 2 qui fait intervenir la susceptibilité  $\chi^{(2)}$ . La symétrie de Kleinman donne les relations entre les différents éléments du tenseur  $\chi^{(2)}$  à la même pulsation.

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = \chi_{jik}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = \chi_{kij}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) \quad (3.12)$$

### IV.1.3 Symétrie due à l'égalité entre les pulsations :

Dans ce cas, l'indice de réfraction est égal pour les deux pulsations identiques, idem pour les coefficients du tenseur  $\chi^{(2)}$ . On peut permuter les indices cartésiens qui correspondent aux deux pulsations identiques.

$$\chi_{ijk}^{(2)}(2\omega = \omega + \omega) = \chi_{ikj}^{(2)}(2\omega = \omega + \omega) \quad (3.13)$$

### IV.2 Symétries extrinsèques : Principe de Neumann :

Une propriété physique donnée peut exister dans un milieu donné si et seulement si cette propriété possède au moins tous les opérateurs de symétrie de ce milieu. Ce principe nous permet de réduire les tenseurs. Le tenseur représentatif de la propriété doit être invariant par toute opération de symétrie du milieu donc il faut connaître le groupe de symétrie d'orientation du milieu car son tenseur possède exactement les mêmes symétries.

Tout système contenant un centre d'inversion verra tous les éléments du  $\chi^{(2)}$  nuls. Dans notre cas, il s'agit de la silice, qui est un solide amorphe : un milieu Centrosymétrique i.e. possédant un centre d'inversion. Pour les raisons de symétrie du centre d'inversion dans le volume de la fibre étirée, on écrit la relation suivante dans l'approximation dipolaire :

$$-\mathbf{P}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(-\mathbf{E})^2 = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(\mathbf{E})^2 = \mathbf{P}^{(2)} \quad (3.14)$$

$$\Rightarrow \chi^{(2)} = 0$$

Par conséquent, les fibres optiques en silice ont une efficacité nulle de conversion de seconde harmonique dans l'approximation dipolaire. La polarisation électrique non linéaire de second ordre est nulle comme montré précédemment ( $\chi^{(2)} = 0$ ). Une polarisation électrique non linéaire de second ordre peut apparaître dans le volume dans les termes d'ordre supérieur grâce aux composantes dipolaires magnétiques et quadripolaires électriques ( $\chi_q^{(2)}$ ).

## V. Susceptibilité non linéaire d'ordre 2 dans les nanofibres optiques :

La silice est un matériau amorphe isotrope i.e. la polarisation électrique non linéaire dipolaire induite est nulle ( $\chi^{(2)} = 0$ ), ceci est dû au principe de Neumann illustré précédemment. Par contre, la polarisation non linéaire quadripolaire n'est pas nulle, on prend en compte uniquement cette dernière ( $\chi_q^{(2)}$ ) dans le volume. Sur la surface de la nanofibre, on définit une petite épaisseur très mince où on commence à avoir des liaisons pendantes. Cette épaisseur est de l'ordre de quelques couches moléculaires (quelques nm). La polarisation électrique dipolaire non linéaire induite par ces liaisons est non nulle, elle est dominante sur la polarisation électrique non linéaire de volume ( $\chi_q^{(2)} \ll \chi^{(2)}$ ) [36].

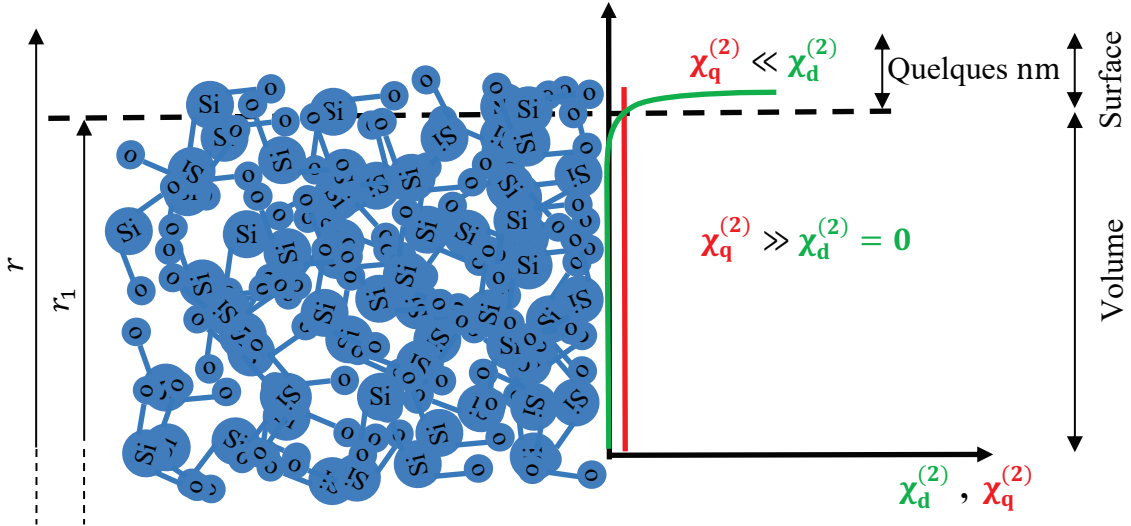


Figure 3.10 : Susceptibilité non linéaire de second ordre dans une nanofibre en silice.

Dans toute la suite, on note la polarisation électrique non linéaire dipolaire générée grâce au  $\chi^{(2)}$  par la polarisation électrique non linéaire d'ordre 2 de surface  $\mathbf{P}^{(2s)}$  d'une part. D'autre part, on note celle de la polarisation électrique non linéaire quadripolaire générée grâce au  $\chi_q^{(2)}$  par la polarisation électrique non linéaire d'ordre 2 de volume  $\mathbf{P}^{(2,B lk)}$ .

### V.1 Réponse non linéaire de volume :

On s'intéresse à la zone  $r < r_1$  de la figure 3.10. On exprime la polarisation non linéaire de volume pour différents degrés successifs de non localité, on limite la décomposition au deuxième ordre qui fait intervenir la polarisation quadripolaire et les gradients du champ électrique fondamental dans le cas non dégénéré ( $\omega_1 \neq \omega_2$ ) [36] :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, \omega_3) &= \overset{0}{\chi}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_2) \\
 &+ \frac{1}{2} \overset{0}{\chi}_q^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_1) \nabla \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_2) \\
 &+ \frac{1}{2} \overset{0}{\chi}_q^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) \cdot \nabla \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_2) + \dots \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

Avec  $(:)$  et  $(\cdot)$  des produits tensoriels ;  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_1)$ ,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_2)$  et  $\nabla$  des vecteurs.

La contribution des termes successifs multipolaires dans la dernière expression (3.11) varie en fonction de la grandeur  $a/l$  telle que  $a$  une distance atomique de l'ordre de l'Angström  $\text{\AA}$ ,  $l$  la distance sur laquelle le champ est supposé avoir subi une variation. Dans les milieux homogènes, tels que la silice, l'expression précédente converge très rapidement parce que  $a/l \sim \beta l \ll 1$ . Le vecteur d'onde dans l'infrarouge est égal à  $\beta = 10^{-4} \text{\AA}^{-1}$ . Ceci veut dire que la réponse non linéaire de volume est donnée par les premiers termes multipolaires non nuls du développement de la dernière expression (3.11). Dans les milieux Centro-symétriques (isotropes), tels que la silice, c'est le terme quadripolaire qui est responsable de la réponse non linéaire d'ordre 2 [36].

La réponse non linéaire d'ordre 2 dans le volume est assurée par les composantes quadripolaires du champ électrique  $\mathbf{E}^2$  et la composante dipolaire du champ magnétique ( $\mathbf{H} \Leftrightarrow \nabla \cdot \mathbf{E}$ ).

Pour bien illustrer ces notions, on développe l'expression (3.11) dans le cas de la génération de seconde harmonique ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ) dans une fibre étirée en silice ( $\chi^{(2)} = 0$ ). La susceptibilité non linéaire quadripolaire  $\chi_q^{(2)}$  est un tenseur d'ordre 4, il contient 81 éléments indépendants. La silice est un solide amorphe i.e. un milieu isotrope. L'application du principe de Neumann sur le tenseur quadripolaire  $\chi_q^{(2)}$  permet de réduire ses éléments aux quatre coefficients suivants exprimés dans le repère cartésien :

$$\chi_q^{(2)}, \quad \chi_{q, vv}^{(2)}, \quad \chi_{q, v v}^{(2)}, \quad \chi_{q, vv}^{(2)} \quad (3.16)$$

Le deuxième et le troisième indice des quatre derniers coefficients de la susceptibilité électrique non linéaire sont permutable. Le vecteur polarisation électrique non linéaire correspondant s'écrit comme suit :

$$\mathbf{P}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \chi_q^{(2)}(2\omega = \omega + \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \nabla \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (3.17)$$

Les indices  $u$  et  $v$  sont deux indices différents qui valent  $x, y$  ou  $z$ . En tout, on aura 21 éléments différents.

$$\begin{aligned} P^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = & \chi_q^{(2)} E(\mathbf{r}, \omega) E(\mathbf{r}, \omega) + \sum_{v \neq} \chi_{q, vv}^{(2)} E(\mathbf{r}, \omega)_v E_v(\mathbf{r}, \omega) \\ & + \sum_{v \neq} \chi_{q, v v}^{(2)} E_v(\mathbf{r}, \omega) E_v(\mathbf{r}, \omega) + \sum_{v \neq} \chi_{q, vv}^{(2)} E_v(\mathbf{r}, \omega)_v E(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (3.18)$$

On ajoute et on soustrait les termes manquants pour  $v = u$  des trois dernières sommes de l'expression précédente pour faire apparaître le champ électrique  $\mathbf{E}$  avec ses trois composantes.

$$\begin{aligned} P^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = & \left\{ \chi_q^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} - \chi_{q, v v}^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} \right\} E(\mathbf{r}, \omega) E(\mathbf{r}, \omega) \\ & + \chi_{q, vv}^{(2)} E(\mathbf{r}, \omega) [\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)] + \chi_{q, v v}^{(2)} E(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \\ & + \left\{ \chi_{q, vv}^{(2)} \right\} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \nabla] E(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (3.19)$$

On remplace l'expression des champs en facteur avec  $\chi_{q, v v}^{(2)}$  de la façon suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)] \quad (3.20)$$

Le résultat est le suivant :

$$\begin{aligned}
 P^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = & \left\{ \chi_{q,}^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} - \chi_{q, v v}^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} \right\} E(\mathbf{r}, \omega) E(\mathbf{r}, \omega) \\
 & + \chi_{q, vv}^{(2)} E(\mathbf{r}, \omega) [\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)] + \frac{1}{2} \chi_{q, v v}^{(2)} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)] \\
 & + \left\{ \chi_{q, vv}^{(2)} \right\} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \nabla] E(\mathbf{r}, \omega)
 \end{aligned} \quad (3.21)$$

La polarisation non linéaire d'ordre 2 dans le volume est composée de quatre termes. Elle est donnée par l'expression suivante :

$$P^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = P_{,\zeta}^{(2,B lk)} + P_{,\beta}^{(2,B lk)} + P_{,\delta}^{(2,B lk)} + P_{,\gamma}^{(2,B lk)} \quad (3.22)$$

Avec :

$$P_{,\gamma}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \gamma \int_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$$

$$P_{,\beta}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \beta \int_0 [\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)] E(\mathbf{r}, \omega)$$

$$P_{,\delta}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \delta \int_0 [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \nabla] E(\mathbf{r}, \omega)$$

$$P_{,\zeta}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \zeta \int_0 E(\mathbf{r}, \omega) E(\mathbf{r}, \omega)$$

Les paramètres  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  et  $\zeta$  sont des composantes de susceptibilité non linéaire. Ils sont exprimés en fonction des éléments du tenseur quadripolaire  $\chi_q^{(2)}$  dans un repère cartésien comme suit :

$$\gamma = \frac{1}{2} \chi_{q, v v}^{(2)} \quad (3.23a)$$

$$\beta = \chi_{q, vv}^{(2)} \quad (3.23b)$$

$$\delta = \chi_{q, vv}^{(2)} \quad (3.23c)$$

$$\zeta = \chi_{q,}^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} - \chi_{q, v v}^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} \quad (3.23d)$$

Les trois coefficients  $\gamma$ ,  $\beta$  et  $\delta$  ont été introduits par Bloembergen en 1968, ils décrivent la réponse isotrope du milieu. Ils ne dépendent pas de l'orientation du repère cartésien dans le milieu et ils apparaissent dans tous les milieux. Le dernier terme  $\zeta$ , par contre, est un terme anisotrope, il dépend de la symétrie du milieu [36].

On néglige le deuxième terme  $P_{,\beta}^{(2,B lk)}$  de l'équation (3.22) car il fait intervenir la divergence du champ électrique de pompe qui est nulle pour un milieu homogène d'après les équations de Maxwell.

On élimine aussi le dernier terme  $P_{,\zeta}^{(2,B lk)}$  car le milieu est isotrope homogène, ce terme est nul dans le cas des matériaux isotropes i.e.  $\zeta = \chi_{q,}^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} - \chi_{q, v v}^{(2)} - \chi_{q, vv}^{(2)} = 0$  [36]. D'où la réponse non linéaire de volume de la silice :

$$\begin{aligned} P^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) &= P_{,\delta}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) + P_{,\gamma}^{(2,B lk)}(\mathbf{r}, 2\omega) \\ &= \gamma_0 [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)] + \delta_0 [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \nabla] \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (3.24)$$

## V.2 Réponse non linéaire de surface :

Contrairement au caractère isotrope du volume, la surface de la fibre étirée (cf. figure 3.10) appartient au groupe de la sphère qui est une des symétries infinies i.e. une classe qui possède une infinité de miroirs ( $C_{\infty,m}$ ). Les nanofibres optiques possèdent un contraste d'indice très élevé sur la surface, ce qui implique une forte discontinuité du champ électrique. Ceci définit une brisure de symétrie sur la surface. Autrement dit, l'effet non linéaire est garanti grâce à la susceptibilité non linéaire de second ordre de surface  $\chi^{(2s)}$ .

Dans toute la suite, on note par la composante perpendiculaire  $\perp$ , la composante radiale  $r$  du champ électrique et par la composante parallèle  $\parallel$ , les deux composantes tangentielles  $\varphi$  et  $z$ . Le tenseur de susceptibilité non-linéaire comporte sept coefficients non nuls. Les éléments non nuls du tenseur de la susceptibilité non linéaire de second ordre de surface dans le cas général non dégénéré sont les suivants :

$$\chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)}, \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}, \chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2s)}, \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} \quad (3.25)$$

Tels que :

$\perp$  correspond à la composante normale à la surface de la nanofibre. ( $\vec{e}_r$ )  
 $\parallel$  correspond aux deux composantes tangentielles à la surface de la nanofibre. ( $\vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$ )

On définit les deux vecteurs unitaires tangentiels à la surface de la nanofibre  $\vec{e}_{\parallel_1}$  et  $\vec{e}_{\parallel_2}$  comme suit  $\vec{e}_\perp = \vec{e}_{\parallel_1} \wedge \vec{e}_{\parallel_2}$ .

Pour la génération de seconde harmonique SHG, on utilise la symétrie due à l'égalité entre les pulsations évoquée précédemment pour inverser les deux derniers indices de la susceptibilité non linéaire de surface de second ordre car les deux fréquences correspondantes sont identiques. Par conséquent, on aura trois coefficients de susceptibilité indépendants au lieu de quatre. Pour la somme de fréquence SFG, ce n'est plus le cas, on aura toujours quatre termes indépendants car les fréquences correspondantes sont non dégénérées. Pour la génération de seconde harmonique, les coefficients non nuls sont les suivants :

$$\chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)}, \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}, \chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2s)} = \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} \quad (3.26)$$



Les polarisations non linéaires de second ordre de surface sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{\perp\perp\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = {}_0\chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} E_{\perp}(\mathbf{r}, \omega) E_{\perp}(\mathbf{r}, \omega) \vec{e}_{\perp} \\ \mathbf{P}_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = {}_0\chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} E_{\parallel}(\mathbf{r}, \omega) E_{\parallel}(\mathbf{r}, \omega) \vec{e}_{\perp} \\ \mathbf{P}_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = 2 {}_0\chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} E_{\parallel}(\mathbf{r}, \omega) E_{\perp}(\mathbf{r}, \omega) \vec{e}_{\parallel} \end{cases} \quad (3.27)$$

On remplace les composantes  $\perp$  et  $\parallel$  par leurs expressions correspondantes dans le repère cylindrique  $(r, \varphi, z)$  :

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{\perp\perp\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = {}_0\chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} E_r(\mathbf{r}, \omega) E_r(\mathbf{r}, \omega) \vec{e}_r \\ \mathbf{P}_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = {}_0\chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} [E_{\varphi}(\mathbf{r}, \omega) E_{\varphi}(\mathbf{r}, \omega) + E_z(\mathbf{r}, \omega) E_z(\mathbf{r}, \omega)] \vec{e}_r \\ \mathbf{P}_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = 2 {}_0\chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} [E_{\varphi}(\mathbf{r}, \omega) E_r(\mathbf{r}, \omega) \vec{e}_{\varphi} + E_z(\mathbf{r}, \omega) E_r(\mathbf{r}, \omega) \vec{e}_z] \end{cases} \quad (3.28)$$

Dans la section suivante, nous allons donner une nouvelle approche vectorielle sans approximations de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice. Elle est inspirée de l'étude menée par J. Laegsgaard [37].

## VI. Calcul du gain de la génération de seconde harmonique (SHG) :

On utilise les mêmes notations que dans le chapitre 2 pour écrire l'amplitude des champs électromagnétiques pour un mode guidé d'indice  $i$  à la fréquence  $\omega$  comme suit :

$$\mathbf{E}^i(r, \varphi, z, \omega) = e^{i\beta\omega z} \mathbf{F}_e^i(r, \varphi) \quad (3.29a)$$

$$\mathbf{H}^i(r, \varphi, z, \omega) = e^{i\beta\omega z} \mathbf{F}_h^i(r, \varphi) \quad (3.29b)$$

Pour calculer l'efficacité de conversion de la génération de seconde harmonique (SHG), on détaille le problème à partir des équations de Maxwell. Les expressions présentées sont les résultats de l'application des équations de Maxwell (2.14) sur l'ensemble des modes de seconde harmonique. On les applique en régime non linéaire perturbé en utilisant les expressions des champs données par les équations (3.29a) et (3.29b).

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = i\mu_0 2\omega \mathbf{H}^i(\mathbf{r}, 2\omega) \\ \nabla \wedge \mathbf{H}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = -i\varepsilon_0 2\omega \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, 2\omega) - i2\omega \mathbf{P}(\mathbf{r}, 2\omega) \end{cases} \quad (3.30)$$

Tels que  $\mathbf{E}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  le vecteur champ électrique à la fréquence  $2\omega$  en régime perturbé ;  $\mathbf{H}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  le vecteur champ magnétique à la fréquence  $2\omega$  en régime perturbé. et  $\mathbf{P}(\mathbf{r}, 2\omega)$  le vecteur de la polarisation électrique non linéaire à la fréquence  $2\omega$ .

### Chapitre 3 : Propagation non linéaire et génération de seconde harmonique dans les fibres optiques étirées

---

La perturbation introduite au système dans ce cas est la polarisation électrique, elle est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_1^{\infty} \mathbf{P}^{(n)}(\mathbf{r}, 2\omega) \quad (3.31)$$

Avec  $n$  qui représente l'ordre de la polarisation électrique non linéaire induite.

On sépare la polarisation linéaire d'ordre 1 des autres termes d'ordres élevés :

$$\mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \varepsilon_0 \chi^{(1)}(2\omega, \mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega) \quad \text{et} \quad \mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_2^{\infty} \mathbf{P}^{(n)}(\mathbf{r}, 2\omega) \quad (3.32)$$

Le tenseur d'ordre 2 est un scalaire car le matériau est isotrope, il est relié à l'indice de réfraction de la silice par la relation suivante :

$$n^2(2\omega, \mathbf{r}) = 1 + \chi^{(2)}(2\omega, \mathbf{r}) \quad (3.33)$$

On réécrit le système d'équations de Maxwell données précédemment par l'équation (3.30) en fonction de la polarisation électrique non linéaire :

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = i\mu_0 2\omega \mathbf{H}^i(\mathbf{r}, 2\omega) \\ \nabla \wedge \mathbf{H}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = -i\varepsilon_0 2\omega n^2(2\omega, \mathbf{r}) \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, 2\omega) - i2\omega \mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, 2\omega) \end{cases} \quad (3.34)$$

On applique ces deux dernières équations de Maxwell pour deux situations différentes :

- En régime perturbé : Présence de la non linéarité et absence des pertes. On note les expressions des champs du système perturbé par  $\mathbf{E}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  et  $\mathbf{H}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$ .
- En régime non perturbé : Absence de la non linéarité et des pertes. On note les expressions des champs du système non perturbé par  $\hat{\mathbf{E}}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  et  $\hat{\mathbf{H}}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$ .

On applique les équations de Maxwell dans le cas du système non perturbé dans une base complète orthonormée composée par les modes progressifs, régressifs et les modes de radiation. Pour un mode guidé progressif d'indice  $i$  qui a une constante de propagation  $\beta^i$  évaluée à  $2\omega$ , les expressions correspondantes des champs dans cette dernière base orthonormée sont les suivantes (cf. 2.45) :

$$\hat{\mathbf{E}}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = e^{i\beta_{2\omega}^i z} \frac{\mathbf{F}_e^i(\mathbf{r}, \varphi)}{\sqrt{N_{2i}}} \quad (3.35a)$$

$$\hat{\mathbf{H}}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = e^{i\beta_{2\omega}^i z} \frac{\mathbf{F}_h^i(\mathbf{r}, \varphi)}{\sqrt{N_{2i}}} \quad (3.35b)$$

Avec  $N_{2_i}$  une constante de normalisation en intensité du mode guidé progressif d'indice  $i$  à la fréquence  $2\omega$  ;  $\widehat{\mathbf{E}}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  le vecteur champ électrique du mode guidé d'indice  $i$  à la fréquence  $2\omega$  en régime non perturbé dans une base orthonormée ;  $\widehat{\mathbf{H}}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  le vecteur champ magnétique du mode guidé d'indice  $i$  à la fréquence  $2\omega$  en régime non perturbé dans une base orthonormée.

Dans le cas général non normé, on écrit :

$$\mathbf{E}^i = a^i \widehat{\mathbf{E}}^i \quad (3.36a)$$

$$\mathbf{H}^i = a^i \widehat{\mathbf{H}}^i \quad (3.36b)$$

Avec  $a^i$  une constante que nous allons identifier.

On calcule l'expression du vecteur de Poynting en fonction des notations précédentes. Pour un mode guidé d'indice  $i$  à la fréquence  $2\omega$ , le vecteur de Poynting  $\mathbf{\Pi}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  est donné par l'expression suivante :

$$\mathbf{\Pi}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega) \wedge \mathbf{H}^i(\mathbf{r}, 2\omega)]$$

$$\mathbf{\Pi}^i(\mathbf{r}, 2\omega) = \frac{1}{2N_{2_i}} \|a^i\|^2(z, 2\omega) \text{Re}[\mathbf{F}_e^{i*}(r, \varphi, 2\omega) \wedge \mathbf{F}_h^i(r, \varphi, 2\omega)] \quad (3.37)$$

Tel que  $\text{Re}(x)$  désigne la partie réelle de la variable  $x$ .

La puissance électromagnétique traversant une surface est donnée par le flux du vecteur de Poynting à travers cette surface. Dans une fibre optique, on s'intéresse à la puissance transportée suivant l'axe de propagation  $\vec{e}_z$ , par conséquent d'après (2.47) :

$$\mathbb{P} = \int_{A_\infty} \mathbf{\Pi}^i(\mathbf{r}, 2\omega) \cdot \vec{e}_z ds$$

$$\mathbb{P} = \frac{1}{2N_{2_i}} \|a^i\|^2 \text{Re} \left\{ \int_{A_\infty} (\mathbf{F}_e^{i*}(r, \varphi, 2\omega) \wedge \mathbf{F}_h^i(r, \varphi, 2\omega)) \cdot \vec{e}_z ds \right\} = \|a^i(z, 2\omega)\|^2 \quad (3.38)$$

Tel que  $A_\infty$  représente toute la section transverse de la nanofibre perpendiculaire à  $\vec{e}_z$ . L'unité de la variable  $a^i(z, 2\omega)$  est la racine de l'unité de la puissance  $\mathbb{P}$  donc des  $W^{1/2}$ .

On définit la constante de normalisation  $N_{2_i}$  pour les deux distributions de champs électromagnétiques  $\mathbf{F}_e^{i*}(r, \varphi, 2\omega)$  et  $\mathbf{F}_h^j(r, \varphi, 2\omega)$  qui sont celles de deux modes guidés d'indice  $i$  et  $j$  respectivement. Dans une fibre optique uniforme invariante en translation sans absorption, les modes qui s'y propagent sont orthogonaux. L'intégrale d'orthogonalité est donnée par l'expression (2.44) du chapitre 2.

Pour relier les deux solutions des champs électromagnétiques dans le cas du système perturbé et le cas non perturbé, on suit le formalisme utilisé dans le *Snyder*

et Love [1]. On utilise le théorème de réciprocité en définissant le vecteur  $\mathbf{R}_c$  de la façon suivante :

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega) \wedge \widehat{\mathbf{H}}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega) + \widehat{\mathbf{E}}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega) \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, 2\omega) \quad (3.39)$$

Où \* signifie le complexe conjugué ;  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega)$  et  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, 2\omega)$  sont des champs quelconques qui se propagent dans la fibre étirée, ils obéissent aux équations de Maxwell.

Nous développons les expressions de  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega)$  et de  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, 2\omega)$  dans la base orthonormée des modes non perturbés i.e. les modes guidés progressifs, régressifs et les modes de radiations (MDR) comme suit :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_i \{a^i(z, 2\omega)\widehat{\mathbf{E}}^i(\mathbf{r}, 2\omega) + a^{-i}(z, 2\omega)\widehat{\mathbf{E}}^{-i}(\mathbf{r}, 2\omega)\} + \text{MDR} \quad (3.40a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_i \{a^i(z, 2\omega)\widehat{\mathbf{H}}^i(\mathbf{r}, 2\omega) + a^{-i}(z, 2\omega)\widehat{\mathbf{H}}^{-i}(\mathbf{r}, 2\omega)\} + \text{MDR} \quad (3.40b)$$

On remplace les composantes de la base orthonormée par leurs expressions :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_i \left\{ a^i(z, 2\omega) e^{i\beta_{2\omega}^i z} \frac{\mathbf{F}_e^i(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)}{\sqrt{N_{2i}}} + a^{-i}(z, 2\omega) e^{-i\beta_{2\omega}^{-i} z} \frac{\mathbf{F}_e^{-i}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)}{\sqrt{N_{2-i}}} \right\} + \text{MDR} \quad (3.41a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_i \left\{ a^i(z, 2\omega) e^{i\beta_{2\omega}^i z} \frac{\mathbf{F}_h^i(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)}{\sqrt{N_{2i}}} + a^{-i}(z, 2\omega) e^{-i\beta_{2\omega}^{-i} z} \frac{\mathbf{F}_h^{-i}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)}{\sqrt{N_{2-i}}} \right\} + \text{MDR} \quad (3.41b)$$

La polarisation non linéaire induit une perturbation via les variables  $a^i(z, 2\omega)$  et  $a^{-i}(z, 2\omega)$ . L'indice  $i$  signifie un mode progressif tandis que l'indice  $-i$  signifie un mode régressif. Le cas du système non perturbé est un cas particulier du cas perturbé, ces deux constantes sont unitaires dans le cas non perturbé et l'amplitude du champ ne dépend pas de la cordonnée  $z$  au cours de la propagation. Les deux modes progressifs et régressifs sont orthogonaux aux modes de radiation. Dans notre étude, on ne considère que les modes progressifs en supposant qu'il n'y a pas de couplage vers les ondes régressives, ni vers les modes de radiation. Les deux derniers termes dans les deux dernières expressions sont nuls et les champs totaux dans le cas du système perturbé auront comme expressions :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_i \left\{ a^i(z, 2\omega) e^{i\beta_{2\omega}^i z} \frac{\mathbf{F}_e^i(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)}{\sqrt{N_{2i}}} \right\} \quad (3.42a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, 2\omega) = \sum_i \left\{ a^i(z, 2\omega) e^{i\beta_{2\omega}^i z} \frac{\mathbf{F}_h^i(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)}{\sqrt{N_{2i}}} \right\} \quad (3.42b)$$

Nous allons ensuite employer le théorème de la divergence sur le vecteur  $\mathbf{R}_c$  comme dans le chapitre précédent tel que défini dans *Snyder et Love* [1]. Il est donné par la relation suivante :

$$\boxed{\int_A \nabla \cdot \mathbf{R}_c ds = \frac{\partial}{\partial z} \int_A \mathbf{R}_c \cdot \vec{e}_z ds} \quad (3.43)$$

Nous appliquons la dernière relation (3.43) dans le cas de la génération de seconde harmonique. Nous calculons séparément les deux membres de la dernière expression (3.43) en utilisant l'expression du vecteur  $\mathbf{R}_c$  donnée par (3.39). Pour cela, nous commençons par calculer  $\nabla \cdot \mathbf{R}_c$ , le premier membre de (3.43).

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{R}_c &= i(2\omega) \hat{\mathbf{E}}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega) \cdot \mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, 2\omega) \\ \nabla \cdot \mathbf{R}_c &= i(2\omega) e^{-i\beta_{2\omega}^i z} \frac{\mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)}{\sqrt{N_{2i}}} \cdot \mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, 2\omega) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Et pour le deuxième membre du théorème de réciprocity (3.43) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \int \mathbf{R}_c \cdot \vec{e}_z ds &= \frac{\partial}{\partial z} \int \left( \mathbf{E}(\mathbf{r}, 2\omega) \wedge \hat{\mathbf{H}}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega) + \hat{\mathbf{E}}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega) \wedge \mathbf{H}(\mathbf{r}, 2\omega) \right) \cdot \vec{e}_z ds \\ &= 2 \frac{\partial a^i(z, 2\omega)}{\partial z} \operatorname{Re} \left\{ \int [\hat{\mathbf{E}}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega) \wedge \hat{\mathbf{H}}^i(\mathbf{r}, 2\omega)] \cdot \vec{e}_z ds \right\} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Nous remplaçons les champs  $\hat{\mathbf{E}}^{i*}(\mathbf{r}, 2\omega)$  et  $\hat{\mathbf{H}}^i(\mathbf{r}, 2\omega)$  par les expressions correspondantes des champs réduits (3.35), on rappelle qu'on ne considère que les modes progressifs. On trouve :

$$\frac{\partial}{\partial z} \int \mathbf{R}_c \cdot \vec{e}_z ds = \frac{2}{N_{2i}} \frac{\partial a^i(z, 2\omega)}{\partial z} \operatorname{Re} \left\{ \int [\mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega) \wedge \mathbf{F}_h^i(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)] \cdot \vec{e}_z ds \right\} \quad (3.46)$$

On remplace les deux expressions (3.44) et (3.46) dans l'expression du théorème de réciprocity (3.43), le résultat est le suivant :

$$\frac{\partial a^i(z, 2\omega)}{\partial z} = \frac{i 2\omega}{2} \sqrt{N_{2i}} \frac{\int \mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega) \cdot \mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, 2\omega) e^{-i\beta_{2\omega}^i z} ds}{\operatorname{Re} \left\{ \int [\mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega) \wedge \mathbf{F}_h^i(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega)] \cdot \vec{e}_z ds \right\}} \quad (3.47)$$

L'équation différentielle de la génération de seconde harmonique dans les nanofibres optiques est donnée sous la forme suivante :

$$\frac{da^i(z, 2\omega)}{dz} - i\rho^{SHG} \|a^j\|^2 \exp(i\Delta\beta z) = 0 \quad (3.48)$$

Avec  $a^i(z, 2\omega)$  la racine de la puissance du mode guidé d'indice  $i$  de seconde harmonique à la fréquence  $2\omega$  ;  $a^j$  la racine de la puissance du mode guidé d'indice  $j$  de la pompe à la fréquence  $\omega$  ;  $\Delta\beta$  le désaccord de phase et  $\rho^{SHG}$  l'intégrale de recouvrement non linéaire de la génération de seconde harmonique.

Par identification avec l'équation (3.47), on trouve le rendement de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique :

$$\rho^{SHG} = \frac{2\omega}{2 \|a^j\|^2 \sqrt{N_{2i}}} \int \mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega) \cdot \mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, 2\omega) e^{-i\beta_{2\omega}^i z} ds \quad (3.49)$$

L'équation différentielle qui régit la génération de seconde harmonique dans la nanofibre optique est la suivante :

$$\frac{\partial a^i(z, 2\omega)}{\partial z} = \frac{i 2\omega}{4\sqrt{N_{2i}}} \int \mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega) \cdot \mathbf{P}^{(NL)}(\mathbf{r}, 2\omega) e^{-i\beta_{2\omega}^i z} ds \quad (3.50)$$

On suppose maintenant qu'on excite la nanofibre optique par un faisceau de pompe se propageant dans un mode guidé unique d'indice  $j$  progressif. Les expressions du champ électrique et magnétique correspondants sont les suivantes :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = a^j e^{i\beta_{\omega}^j z} \frac{\mathbf{F}_e^j(\mathbf{r}, \varphi, \omega)}{\sqrt{N_{1j}}} \quad (3.51a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = a^j e^{i\beta_{\omega}^j z} \frac{\mathbf{F}_h^j(\mathbf{r}, \varphi, \omega)}{\sqrt{N_{1j}}} \quad (3.51b)$$

Afin de faire sortir le terme de propagation  $e^{2i\beta_{\omega}^j z}$ , on pose  $\mathcal{P}^{(2)}(\mathbf{r}, 2\omega)$  comme la polarisation électrique non linéaire d'ordre 2 normalisée générée par ce mode guidé de pompe d'indice  $j$  ; comme étant :

$$\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \frac{\|a^j\|^2 e^{2i\beta_{\omega}^j z}}{N_{1j}} \mathcal{P}^{(2)}(\mathbf{r}, 2\omega) \quad (3.52)$$

On réécrit l'équation différentielle de la génération de seconde harmonique en fonction de cette polarisation électrique non linéaire d'ordre 2 normalisée en utilisant la relation suivante :

$$\frac{\partial a^i(z, 2\omega)}{\partial z} = \frac{i 2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \|a^j\|^2 e^{i\Delta\beta z} \int \mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega) \cdot \mathcal{P}^{(2)}(\mathbf{r}, 2\omega) ds \quad (3.53)$$

Avec  $\|a^j\|^2$  la puissance du mode guidé de pompe d'indice  $j$  progressif à la fréquence  $\omega$  et  $\Delta\beta = \beta_{2\omega}^i - 2\beta_{\omega}^j$  le désaccord de phase.

L'expression finale du rendement de conversion de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique est donnée par la formule suivante :

$$\rho^{SHG} = \frac{2\omega}{4 N_{1j} \sqrt{N_{2i}}} \int \mathbf{F}_e^{i*}(\mathbf{r}, \varphi, 2\omega) \cdot \mathcal{P}^{(2)}(\mathbf{r}, 2\omega) ds \quad (3.54)$$

On va détailler l'intégrale de la dernière expression, on la divise en deux contributions : la contribution du volume et la contribution de la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de surface.

- **Contribution de volume (Bulk) :**

On reprend l'expression de la polarisation non linéaire de volume donnée précédemment (cf. 3.24) :

$$\mathcal{P}^{(2B \text{ lk})}(\mathbf{r}, 2\omega) = \epsilon_0 \gamma [\mathbf{F}_e^j(\mathbf{r}, \varphi, \omega) \cdot \mathbf{F}_e^j(\mathbf{r}, \varphi, \omega)] + \epsilon_0 \delta [\mathbf{F}_e^j(\mathbf{r}, \varphi, \omega) \cdot \nabla] F_{e_u}^j(\mathbf{r}, \varphi, \omega) \quad (3.55)$$

Avec  $u = x, y$  ou  $z$  sont les trois coordonnées cartésiennes dans le volume de la nanofibre.

- **Contribution de surface :**

L'expression de la polarisation non linéaire d'ordre 2 de surface est la suivante (cf. 3.27) :

$$\mathcal{P}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) [\mathcal{P}_{\perp\perp\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) + \mathcal{P}_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) + \mathcal{P}_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega)] \quad (3.56)$$

Telle que  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$  est la distribution de Dirac centrée sur  $\mathbf{r}_1$ . Ça signifie que l'épaisseur qui nous intéresse est très petite, que sur quelques couches atomiques sur la surface de la nanofibre, son épaisseur exacte est sans importance. (Le champ varie très peu sur cette épaisseur sur la surface).

$$\mathcal{P}_{\perp\perp\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}_1, 2\omega) = \epsilon_0 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} [F_{e_{\perp}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega)]^2 \vec{e}_{\perp} \quad (3.57a)$$

$$\mathcal{P}_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}(\mathbf{r}_1, 2\omega) = \epsilon_0 \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} [F_{e_{\parallel}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega)]^2 \vec{e}_{\perp} \quad (3.57b)$$

$$\mathcal{P}_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)}(\mathbf{r}_1, 2\omega) = 2\epsilon_0 \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} F_{e_{\parallel}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega) F_{e_{\perp}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega) \vec{e}_{\parallel} \quad (3.57c)$$

On récapitule, pour la non-linéarité de second ordre de surface on écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{(2s)}(\mathbf{r}, 2\omega) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \epsilon_0 & \left[ \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} [F_{e_{\perp}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega)]^2 \vec{e}_{\perp} + \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} [F_{e_{\parallel}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega)]^2 \vec{e}_{\perp} \right. \\ & \left. + 2\chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} F_{e_{\parallel}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega) \cdot F_{e_{\perp}}^j(\mathbf{r}_1, \varphi, \omega) \vec{e}_{\parallel} \right] \quad (3.58) \end{aligned}$$

À la fin, on remplace les deux contributions, celle de volume et celle de surface, dans l'expression (3.53) de la génération de seconde harmonique. Le résultat est le suivant :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial a^i(z, 2\omega)}{\partial z} = & \frac{i 2\omega \varepsilon_0 r_1}{4 N_{1j} \sqrt{N_{2i}}} \|a^j\|^2 e^{i\Delta\beta z} \left[ \int_0^{2\pi} \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \right. \\
 & + \int_0^{2\pi} \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \\
 & + 2 \int_0^{2\pi} \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} F_{e\parallel}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega) F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega) d\varphi \\
 & + \frac{1}{r_1} \iint F_{e\perp}^{i*}(r, \varphi, 2\omega) \cdot \{\gamma \nabla [F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega) \cdot F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega)] \\
 & + \delta [F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega) \cdot \nabla] F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega) \} ds \left. \right] \quad (3.59)
 \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 \rho^{SHG} = & \frac{2\omega \varepsilon_0 r_1}{4 N_{1j} \sqrt{N_{2i}}} \left[ \int_0^{2\pi} \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \right. \\
 & + \int_0^{2\pi} \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \\
 & + 2 \int_0^{2\pi} \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} F_{e\parallel}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega) F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega) d\varphi \\
 & + \frac{1}{r_1} \iint F_{e\perp}^{i*}(r, \varphi, 2\omega) \cdot \{\gamma \nabla [F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega) \cdot F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega)] \\
 & + \delta [F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega) \cdot \nabla] F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega) \} ds \left. \right] \quad (3.60)
 \end{aligned}$$

Par identification, on définit les grandeurs suivantes :

$$\rho_{\perp\perp\perp} = \frac{2\omega \varepsilon_0 r_1}{4 N_{1j} \sqrt{N_{2i}}} \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \quad (3.61a)$$

$$\rho_{\perp\parallel\parallel} = \frac{2\omega \varepsilon_0 r_1}{4 N_{1j} \sqrt{N_{2i}}} \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \quad (3.61b)$$

$$\rho_{\parallel\parallel\perp} = 2 \frac{2\omega \varepsilon_0 r_1}{4 N_{1j} \sqrt{N_{2i}}} \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega) F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega) d\varphi \quad (3.61c)$$

$$\rho_{B\parallel k, \gamma} = \frac{2\omega_0}{4 N_{1j} \sqrt{N_{2i}}} \gamma \iint F_{e\perp}^{i*}(r, \varphi, 2\omega) \cdot \nabla [F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega) \cdot F_{e\perp}^j(r, \varphi, \omega)] ds \quad (3.61d)$$



$$\rho_{B_{lk,\delta}} = \frac{2\omega_0}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \delta \iint \mathbf{F}_e^{i*}(r, \varphi, 2\omega) \cdot [\mathbf{F}_e^j(r, \varphi, \omega) \cdot \nabla] \mathbf{F}_e^j(r, \varphi, \omega) ds \quad (3.61e)$$

Les composantes de la susceptibilité non linéaire de surface et celles de volume dans la silice sont données dans le tableau suivant [38]. Ces coefficients ont été mesurés avec les valeurs du champ prises à l'intérieur de la silice, juste sous la surface à  $r = r_1 - \varepsilon$  et  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Tableau 3.1: Composantes de la susceptibilité non linéaire de la silice ( $pm^2/V$ ) [38].

$\chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)}$	$\chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}$	$\chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)}$	$\gamma$	$\delta$
$+6.3 \cdot 10^3$	$+7.7 \cdot 10^2$	$+7.9 \cdot 10^2$	$-3.9 \cdot 10^2$	$+7.8 \cdot 10^2$

Après avoir identifié les différentes composantes de la susceptibilité électrique non linéaire d'ordre 2 pour la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice. L'étape suivante consiste à identifier les modes qui interviennent dans l'accord de phase modal. On utilise le mode fondamental  $HE_{11}$  comme pompe. Dans le paragraphe suivant, on identifie les différents accords de phase modaux de la génération de seconde harmonique et les différents modes qui y interviennent.

On s'intéresse uniquement aux trois premiers modes du second ordre  $TM_{01}, HE_{21}$  et  $TE_{01}$ . Seuls les deux modes  $TM_{01}, HE_{21}$  sont considérés car le mode  $TE_{01}$  a une efficacité de conversion nulle du fait de sa symétrie. L'étude est donnée en détails dans la suite.

## VII. Accord de phase modal dans les nanofibres optiques :

### VII.1 Dans les nanofibres optiques à deux couches :

À l'accord de phase, on a une interférence constructive entre la polarisation non linéaire et l'onde qu'elle rayonne. La polarisation non linéaire est à la pulsation  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  donc elle ne peut rayonner qu'à  $\omega_3$ , sachant qu'elle a été créée par deux ondes  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Dans le cas de la génération de seconde harmonique i.e.  $\omega_1 = \omega_2$ , on suppose que les trois ondes à  $\omega_1, \omega_2$  et  $\omega_3$  se propagent dans la même direction. La conservation de la quantité de mouvement nous donne la condition d'accord de phase suivante :

$$\Delta\beta = \beta_i - 2\beta_j = 0 \quad (3.62)$$

Telles que  $\beta_i = \frac{2\omega}{c} n_{eff_i}$  est la constante de propagation du mode guidé d'indice  $i$  de seconde harmonique et  $\beta_j = \frac{\omega}{c} n_{eff_j}$  est la constante de propagation du mode guidé d'indice  $j$  de la pompe.

L'équation (3.62) revient à écrire la condition d'accord de phase comme suit :

$$n_{eff_i} = n_{eff_j} \quad (3.63)$$

La condition d'accord de phase modal est vérifiée pour un diamètre précis car la variation de l'indice effectif en fonction du diamètre dépend du mode guidé considéré. L'accord de phase en indice effectif est expliqué par le fait que les modes d'ordre supérieur ont un indice effectif moins élevé que celui du mode fondamental car ils sont moins confinés dans la fibre optique. Par conséquent ils voient une grande partie de l'air entourant la fibre qui a un indice de réfraction faible ce qui diminue leurs indices effectifs. Cette diminution est beaucoup moins importante que la diminution de l'indice effectif du mode fondamental  $HE_{11}$ . À un diamètre précis, les deux modes finiront par avoir les mêmes indices effectifs et ils vérifient la condition d'accord de phase modal pour la génération de seconde harmonique [7].

Dans tous les calculs qui vont suivre, on utilise la formule suivante pour modéliser la dispersion dans la silice [39] :

$$n_{si}(\lambda(\mu\text{m})) = \sqrt{1 + \frac{0.6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0.0684043^2} + \frac{0.4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0.1162414^2} + \frac{0.8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 9.896161^2}} \quad (3.64)$$

L'équation (3.63) peut être vérifiée entre le mode fondamental  $HE_{11}$  et un des modes d'ordre supérieur  $TM_{01}$  et  $HE_{21}$ . Cela en choisissant des paramètres adéquats de fabrication de la nanofibre optique. Pour la génération de seconde harmonique à partir d'une pompe à la longueur d'onde de 1064 nm, l'allure de l'indice effectif en fonction du diamètre de la fibre montre la vérification de la condition d'accord de phase à des diamètres bien définis, comme montré sur la figure suivante :

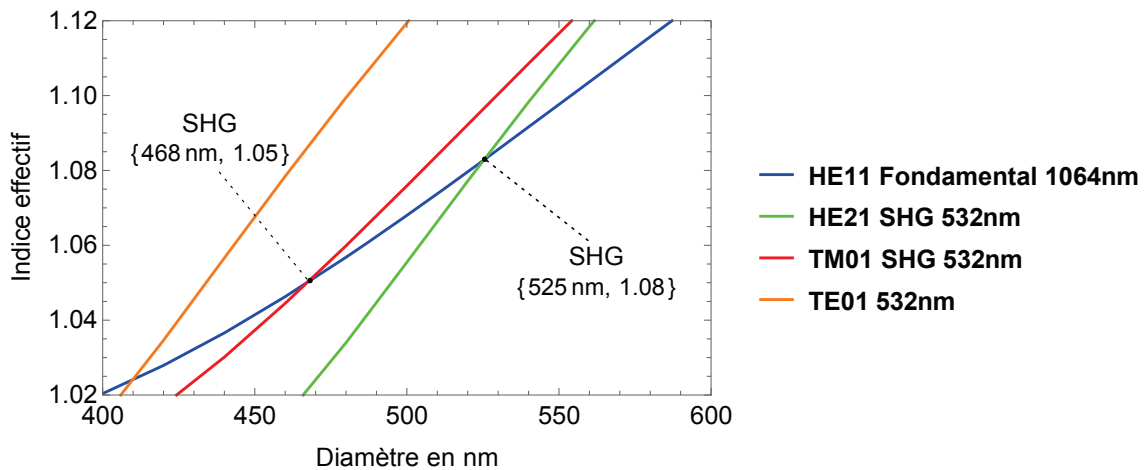


Figure 3.11 : Accords de phase de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice à la longueur d'onde 1064 nm.

On remarque que la condition d'accord de phase modal pour la génération de seconde harmonique à la longueur d'onde 1064 nm entre le mode fondamental  $HE_{11}$  et le mode  $HE_{21}$  est vérifiée pour un diamètre bien précis qui correspond à  $d = 525$  nm [7]. Un autre accord de phase entre  $HE_{11}$  et le mode  $TM_{01}$  est vérifié pour un diamètre  $d = 468$  nm.

On recherche les accords de phase pour la longueur d'onde de pompe de 1550 nm. Pour cela, on trace les mêmes courbes d'indices effectifs pour la pompe à la longueur d'onde 1550 nm et celles de la seconde harmonique à la longueur d'onde 775 nm. Les conditions d'accord de phase sont vérifiées pour des diamètres plus grands comme montré sur la figure suivante :

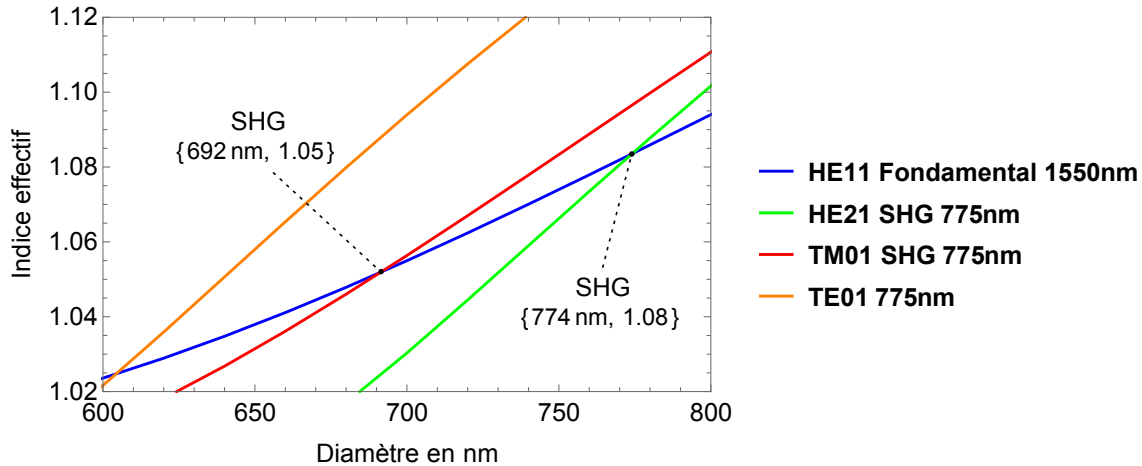


Figure 3.12 : Accords de phase de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice à la longueur d'onde 1550 nm.

La condition d'accord de phase modal de la génération de seconde harmonique à la longueur 1550 nm entre le mode fondamental  $HE_{11}$  et le mode  $HE_{21}$  est vérifiée pour un diamètre qui correspond à  $d = 774$  nm. L'autre accord de phase entre le mode  $HE_{11}$  et le mode  $TM_{01}$  est vérifié pour un diamètre  $d = 692$  nm.

Pour chaque diamètre d'accord de phase, il faut prendre en compte la dégénérescence en polarisation des modes hybrides (pair ou impair).

Nous avons présenté les accords de phase de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique en silice pour deux longueurs d'onde de pompe. Nous étudions dans la section suivante l'évolution des diamètres d'accord de phase dans le modèle à trois couches en fonction de l'épaisseur et de l'indice du dépôt sur la nanofibre en silice.

## VII.2 Dans les nanofibres optiques à trois couches :

Les conditions d'accords de phase de la génération de seconde harmonique données précédemment dans le modèle à deux couches ne sont pas vérifiées pour les mêmes conditions dans un modèle à trois couches. Les profils d'indices effectifs en fonction du rayon de la nanofibre changent. Chaque mode a un confinement propre à lui dans la fibre optique. Par conséquent, ces modes voient une partie du dépôt entourant la fibre qui a un indice de réfraction différent de l'indice de la silice. En fonction de l'épaisseur du dépôt, ces modes peuvent, être influencés ou pas, par l'air entourant la fibre enrobée, ce qui fait varier leurs indices effectifs. Cette variation dépend du mode en fonction de l'épaisseur et de l'indice du dépôt sur la nanofibre étirée.

Le choix du dépôt en indice et en épaisseur nous donne une variété de profils d'indice effectif. Les dépôts dont on dispose sont le Téflon® AF2400 et le PMMA/DR1.

### VII.2.1 Téflon® AF 2400 :

Ce polymère appartient à la famille des fluoropolymères amorphes. Il est transparent autour de la longueur d'onde de travail 1550 nm. Il a une conductivité thermique très faible. En raison de la combinaison de propriétés électriques et optiques, l'utilisation de fluoropolymères Teflon®AF est très attrayante en photonique. Ils ont le plus petit indice de réfraction de tous les polymères, ce qui les rend très appropriés comme revêtements à faible indice pour les applications d'optique guidée [40].

Les équations de Sellmeier pour ce fluoropolymère sont les suivantes [40] :

$$n^2_{AF2400}[\lambda] = A + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} \quad (\lambda \text{ en } \mu\text{m}) \quad (3.65)$$

Avec :

$$A = 1.456, \quad B_1 = 0.181, \quad C_1 = 0.014, \quad B_2 = 1, \quad C_2 = 159.28$$

Ce fluoropolymère sert comme une protection mécanique, on dépose une grosse couche. Son rôle essentiel est l'encapsulation. D'après les simulations du modèle à trois couches présenté précédemment dans le chapitre précédent, on pourrait considérer la nanofibre enrobée avec ce fluoropolymère comme un modèle à deux couches (silice-fluoropolymère) si l'épaisseur du dépôt est supérieure à 17  $\mu\text{m}$ . Les courbes d'accord de phase correspondantes sont les suivantes :

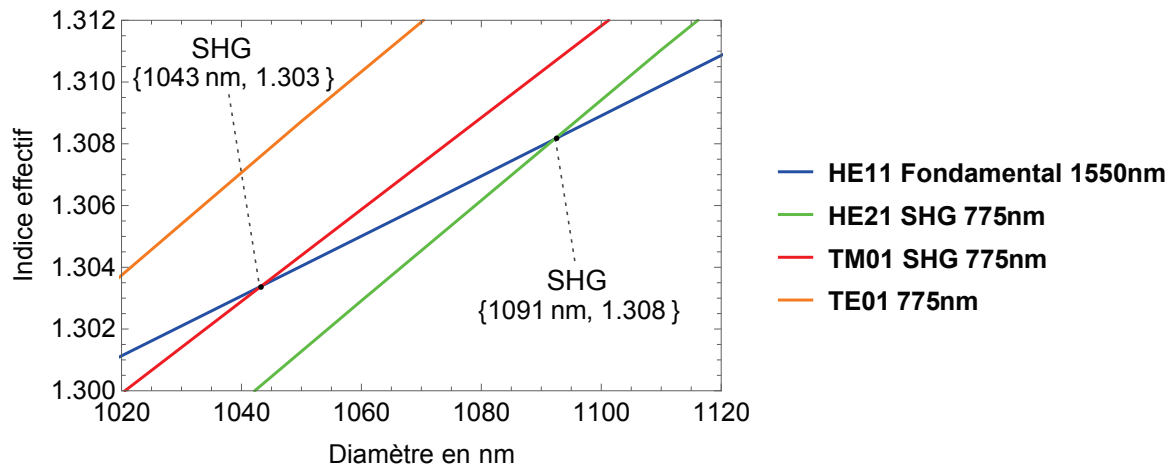


Figure 3.13 : Accords de phase de la génération de seconde harmonique à la longueur d'onde 1550 nm dans une nanofibre en silice enrobée avec le Téflon® AF2400.

Dans le cas de la fibre enrobée par le Téflon®, on remarque que la condition d'accord de phase modal de la génération de seconde harmonique entre le mode fondamental  $HE_{11}$  à la longueur d'onde 1550 nm et le mode  $HE_{21}$  à la longueur d'onde 775 nm est vérifiée pour un diamètre précis qui correspond à  $d = 1091$  nm. L'autre accord de phase entre le mode fondamental  $HE_{11}$  à la longueur d'onde 1550 nm et le mode  $TM_{01}$  à la longueur d'onde 775 nm est vérifiée pour un diamètre  $d = 1043$  nm. Cette configuration est très intéressante car les deux diamètres d'accord de phase sont grands

donc ceci facilite la manipulation de la nanofibre après fabrication sans la casser, certes c'est plus robuste mais ça sera au détriment de l'intensité optique qui est plus faible car le diamètre est plus grand.

Le Téflon est un matériau inerte, ça ne colle pas, il n'a pas de liaisons pendantes. On suppose que les non linéarités de surface de la silice ne changent pas en présence du Téflon comme encapsulation de la nanofibre. On néglige aussi la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 du Téflon. Les coefficients de la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de surface qui sont donnés précédemment dans le Tableau 3.1 sont inchangés, ceci nous permettra de calculer toutes les intégrales de recouvrement (3.61) de la génération de seconde harmonique dans le cas d'une nanofibre en silice encapsulée avec le Téflon, les courbes sont présentées dans la section (VIII).

### **VII.2.2 PMMA/DR1 :**

Le dépôt sur la nanofibre optique i.e. la deuxième couche consiste en PMMA/DR1. Son indice  $n_2$  est égal à 1,6, on néglige la dispersion de ce polymère parce qu'on travaille avec un dépôt de très faible épaisseur. On encapsule toute la nanofibre fonctionnelle par un fluoropolymère comme une troisième couche. Grâce au modèle à trois couches introduit dans le chapitre précédent, on étudie l'évolution de l'accord de phase de la génération de seconde harmonique en fonction de l'épaisseur de la deuxième couche fortement non linéaire.

On opte pour le modèle suivant comme un système à trois couches :

$$\{r_1, n_1\} = \{r_1 \text{ nanofibre nue}, n_1 = \text{"Silice"}\}$$

$$\{r_2, n_2\} = \{r_2 \text{ variable} = \text{de } 0 \text{ nm à } 140 \text{ nm}, n_2 = 1.6\}$$

$$\{r_3 \rightarrow \infty, n_3\} = \{r_3 \rightarrow \infty, n_3 = 1.3\}$$

Cherchons les conditions d'accord de phase possibles de la génération de seconde harmonique pour cette configuration en fonction de l'épaisseur de la deuxième couche. Les courbes d'accord de phase sont présentées dans la figure suivante.

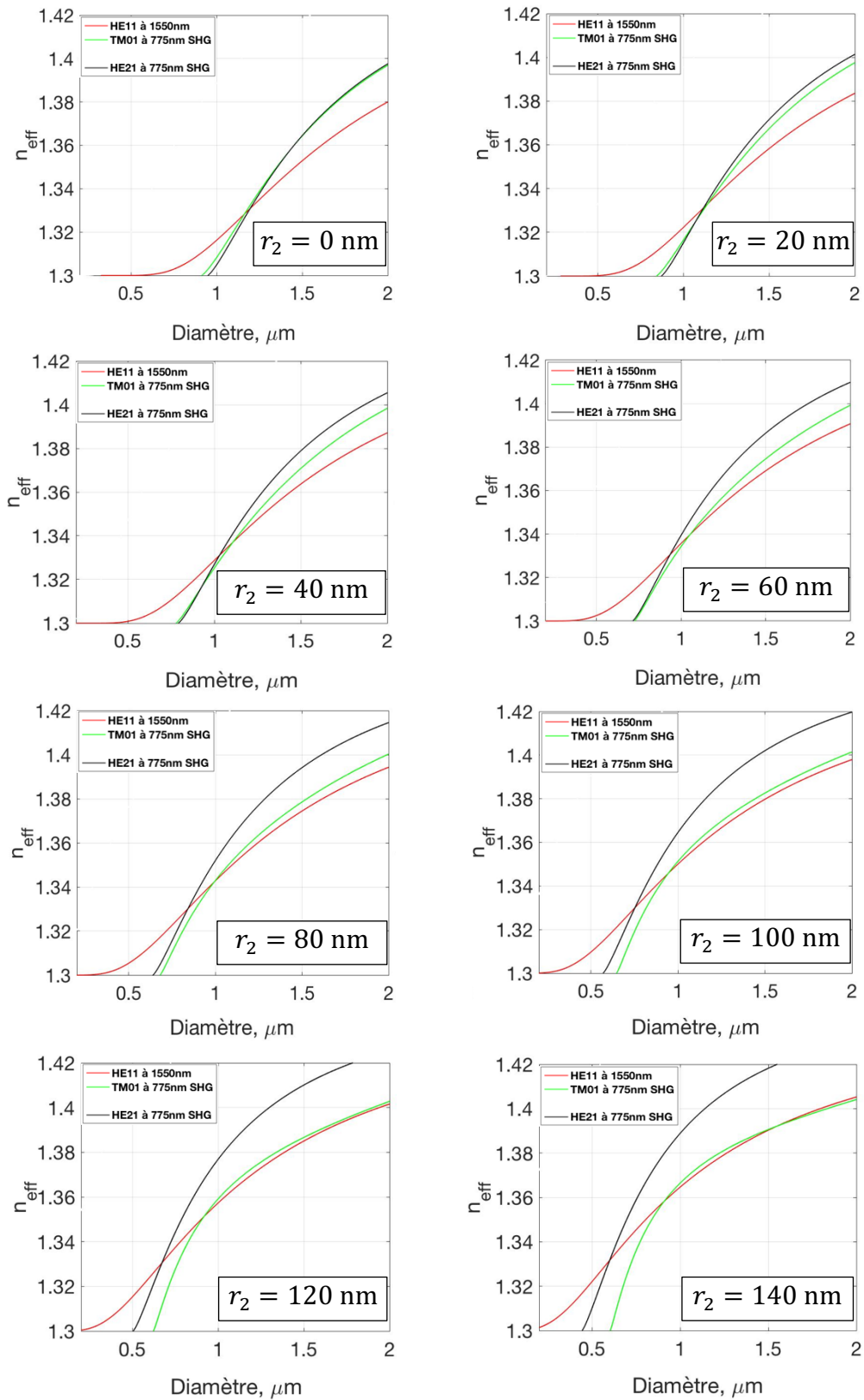


Figure 3.14 : Simulation de l'accord de phase dans la structure à trois couches {"Silice",  $n_2 = 1,6$ ,  $n_3 = 1,3$ } en faisant varier l'épaisseur de la deuxième couche de 0 nm à 140 nm. Les figures sont classées de gauche à droite et de haut en bas par pas de 20 nm.

Nous avons tracé sur la figure 3.14 les courbes d'accord de phase, elles sont classées de gauche à droite et de haut en bas en faisant varier l'épaisseur de la deuxième couche par pas de 20 nm. Cette partie du modèle à trois couches n'est qu'une modélisation de l'accord de phase de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice enrobée par un polymère fonctionnel fortement non linéaire, ce qui n'est pas le cas pour le Téflon. Grâce à l'épaisseur du dépôt, on peut chercher la condition d'accord de phase la moins critique en diamètre. Ceci revient à chercher l'épaisseur pour lequel les courbes d'indices effectifs sont aussi parallèles que possibles, ça revient à augmenter l'erreur permise sur le diamètre pour satisfaire la condition d'accord de phase. Pour cette configuration choisie ci-dessus, l'épaisseur du polymère est estimée à 140 nm.

On suppose que les molécules du polymère fonctionnel de la deuxième couche déposées sur la nanofibre sont orientées perpendiculairement à la surface selon l'axe  $\vec{e}_\perp = \vec{e}_r$ , ceci veut dire que le tenseur de la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 du polymère fonctionnel PMMA/DR1 est dominé par la composante radiale  $\chi_{rrr}^{(PMMA/DR1)}$ . Pour calculer l'intégrale de recouvrement dans le modèle à trois couches, seul le paramètre  $\chi_{\perp\perp\perp}^{(PMMA/DR1)}$  de la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 intervient dans le calcul de l'intégrale de recouvrement car le tenseur de susceptibilité non linéaire est dominé par ce paramètre [41]. Les composantes de champ qui interviennent sont uniquement les composantes radiales du champ électrique dans le modèle à trois couches. Nous avons donné toutes les expressions des champs électriques en annexe, il suffit d'utiliser le paramètre  $\rho_{\perp\perp\perp}^{PMMA/DR1}$  dans le dépôt pour cette nouvelle structure. On néglige la contribution de la non linéarité d'ordre 2 de la silice (cf. 3.61) devant la non linéarité du polymère PMMA/DR1, on néglige aussi l'absorption dans le polymère. Le calcul est plus simple dans cette configuration à trois couches par rapport à la configuration à deux couches car pour cette dernière ceci fait intervenir toutes les composantes du champ électrique. Par analogie avec la configuration à deux couches, on écrit l'expression de l'efficacité de la génération de seconde harmonique  $\rho_{\perp\perp\perp}^{PMMA/DR1}$  dans une nanofibre pour la configuration à trois couches donnée ci-dessus.

$$\begin{aligned} \rho_{\perp\perp\perp}^{PMMA/DR1} &= \frac{2\omega\epsilon_0}{4 N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \chi_{\perp\perp\perp}^{(PMMA/DR1)} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} F_{e_\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e_\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi dr \\ &= \frac{2\omega\epsilon_0}{4 N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \chi_{\perp\perp\perp}^{(PMMA/DR1)} e \int_0^{2\pi} F_{e_\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e_\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \quad (3.66) \end{aligned}$$

Avec  $e = r_2 - r_1$  l'épaisseur de la deuxième couche.

Les champs électromagnétiques qui devraient être utilisés pour calculer cette dernière intégrale sont celles du modèle à trois couches donnés en annexe. Pour simplifier le problème et pouvoir étudier l'influence de cette deuxième couche sur l'efficacité de la génération de seconde harmonique par rapport au modèle à deux couches, on suppose que les champs ne varient pas beaucoup pour des faibles épaisseurs de la deuxième couche du polymère non linéaire. Dans ce cas nous utilisons les expressions des champs électromagnétiques du modèle à deux couches en négligeant l'effet de la deuxième sur les champs électromagnétiques.

D'après [42], le coefficient de la susceptibilité non linéaire dipolaire du fluoropolymère PMMA/DR1 est estimé à  $\chi_{\perp\perp\perp}^{(PMMA/DR1)} = 27 \pm 5 \text{ pm.V}^{-1}$ .

Dans le cas d'une nanofibre en silice, nous avons vu que la composante prépondérante de la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 est la composante  $\chi_{\perp\perp\perp}^{2s}$ . Nous faisons une comparaison entre l'intégrale (3.66) et l'intégrale (3.61a) pour estimer l'épaisseur  $e$  dans le modèle à trois couches qu'il faut pour avoir le même comportement que dans le cas du modèle à deux couches i.e. une nanofibre en silice qui a une susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de surface.

$$e \chi_{\perp\perp\perp}^{(PMMA/DR1)} = \chi_{\perp\perp\perp}^{2s} \quad \Rightarrow \quad e = 0,233 \text{ nm} \quad (3.67)$$

Cette épaisseur  $e$  estimée vérifie notre hypothèse pour modéliser la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de surface dans une nanofibre en silice qui correspond à quelques couches atomiques dans la silice. Les composantes données précédemment dans le tableau 3.1 ont été mesurées sur la surface Silice-Air dans la silice, ceci vérifie notre hypothèse et justifie l'utilisation de ces coefficients.

Après avoir introduit les différents accords de phase possibles, nous calculons maintenant les intégrales de recouvrement pour les trois types d'accords de phase introduits précédemment de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique en silice ainsi que pour une nanofibre en silice encapsulée avec le Téflon.

## **VIII. Intégrales de recouvrement de la génération de seconde harmonique:**

Avant de commencer les calculs, il faut définir la notion de parité, cette notion de parité dépend du mode hybride, le passage d'un mode pair vers un mode impair pour un mode hybride  $HE_{lm}$  se fait par une rotation de  $\frac{\pi}{2l}$ . Pour le mode  $HE_{11}$  ce passage se fait par une rotation de  $\frac{\pi}{2}$ . Tandis que pour le mode  $HE_{21}$ , ce passage se fait par une rotation de  $\frac{\pi}{4}$ .

### **VIII.1 Accord de phase entre le mode $HE_{11}$ et le mode $TM_{01}$ :**

Les expressions des champs électromagnétiques sont données dans le chapitre précédent pour le modèle à deux couches. On calcule analytiquement les différentes efficacités de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice données précédemment par l'expression (3.61). Seules les expressions des champs électriques interviennent dans le calcul de l'intégrale de recouvrement. Les valeurs des composantes de la susceptibilité non linéaire rappelées dans le tableau 3.1 ont été calculées en supposant que les valeurs des champs électromagnétiques sont prises sous la surface en  $r = r_1 - \varepsilon$  avec  $\varepsilon \rightarrow 0$  [38]. Du fait de la discontinuité de champ électromagnétique en  $r = r_1$ , pour pouvoir utiliser ces valeurs numériques nous devons prendre les expressions des champs électriques à l'intérieur de la silice. Pour le mode fondamental  $HE_{11}$ , ces expressions sont données par les formules suivantes :



$$\begin{cases} F_{e_r} = -M_{1r} \cos(\varphi) \\ F_{e_\varphi} = -M_{1\varphi} \sin(\varphi) \\ F_{e_z} = -i \frac{U_1}{\beta_1 r_1} \cos(\varphi) \end{cases} \quad (3.68)$$

Tels que :

$$M_{1r} = \frac{a_1 J_0(U_1) + a_2 J_2(U_1)}{J_1(U_1)}$$

$$M_{1\varphi} = \frac{a_1 J_0(U_1) - a_2 J_2(U_1)}{J_1(U_1)}$$

L'indice 1 signifie le mode fondamental de pompe.

Les expressions du champ électrique pour le mode  $TM_{01}$  de seconde harmonique sur la surface de la nanofibre sont les suivantes :

$$\begin{cases} F_{e_r} = 1 \\ F_{e_\varphi} = 0 \\ F_{e_z} = i \frac{U_2}{\beta_2 r_1} \frac{J_0(U_2)}{J_1(U_2)} \end{cases} \quad (3.69)$$

L'indice 2 signifie le mode de seconde harmonique.

Nous calculons analytiquement les trois premières composantes de l'intégrale de recouvrement (3.61) qui font intervenir la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de surface comme suit :

- Le premier terme :

$$\rho_{\perp\perp\perp} = \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e_\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e_\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi$$

$$\rho_{\perp\perp\perp} = \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} [1] [-A_1 M_{1r} \cos(\varphi)]^2 d\varphi$$

$$\rho_{\perp\perp\perp} = \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \pi r_1 M_{1r}^2 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} \quad (3.70)$$

- Le deuxième terme :

$$\rho_{\perp\parallel\parallel} = \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e_\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e_\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi$$

$$\rho_{\perp\parallel\parallel} = \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} [1] \left[ i \frac{U_1}{\beta_1 r_1} \cos(\varphi) - M_{1\varphi} \sin(\varphi) \right]^2 d\varphi$$

$$\rho_{\perp\parallel\parallel} = \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \pi r_1 \left[ M_{1\varphi}^2 - \frac{U_1^2}{\beta_1^2 r_1^2} \right] \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} \quad (3.71)$$

- Le troisième terme :

$$\rho_{\parallel\parallel\perp} = 2 \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega) F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega) d\varphi$$

$$\rho_{\parallel\parallel\perp} = 2 \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} \left[ -i \frac{U_2}{\beta_2 r_1} \frac{J_0(U_2)}{J_1(U_2)} \right] [-M_{1r} \cos(\varphi)] \left[ -i \frac{U_1}{\beta_1 r_1} \cos(\varphi) + M_{1\varphi} \sin(\varphi) \right] d\varphi$$

$$\rho_{\parallel\parallel\perp} = 2 \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \pi \frac{U_1 U_2}{r_1 \beta_1 \beta_2} \frac{J_0(U_2)}{J_1(U_2)} M_{1r} \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} \quad (3.72)$$

### VIII.2 Accord de phase entre le mode $HE_{11}$ et le mode $HE_{21}$ :

Comme dans le cas précédent, seules les expressions des champs électriques interviennent dans le calcul de l'intégrale de recouvrement de la génération de seconde harmonique, on va les présenter pour le mode fondamental  $HE_{11}$  et le mode  $HE_{21}$ . Les expressions du champ électrique pour le mode fondamental  $HE_{11}$  de pompe sont données précédemment par l'équation (3.68). Les expressions du champ électrique du mode  $HE_{21}$  de seconde harmonique sur la surface de la nanofibre sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_r} = -M_{2r} \cos(2\varphi) \\ F_{e_\varphi} = -M_{2\varphi} \sin(2\varphi) \\ F_{e_z} = -i \frac{U_2}{\beta_2 r_1} \cos(2\varphi) \end{array} \right. \quad (3.73)$$

Tels que :

$$M_{2r} = \frac{a_1 J_1(U_2) + a_2 J_3(U_2)}{J_2(U_2)}$$

$$M_{2\varphi} = \frac{a_1 J_1(U_2) - a_2 J_3(U_2)}{J_2(U_2)}$$

L'indice 2 signifie le mode de seconde harmonique.

Les trois premiers termes de l'intégrale de recouvrement (3.61) sont les suivants :

- Le premier terme :

$$\begin{aligned}\rho_{\perp\perp\perp} &= \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \\ \rho_{\perp\perp\perp} &= \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} [-M_{2r} \cos(2\varphi)] [-M_{1r} \cos(\varphi)]^2 d\varphi \\ \Rightarrow \rho_{\perp\perp\perp} &= -\frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \frac{\pi}{2} r_1 M_{2r} M_{1r}^2 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)}\end{aligned}\quad (3.74)$$

- Le deuxième terme :

$$\begin{aligned}\rho_{\perp\parallel\parallel} &= \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \\ \rho_{\perp\parallel\parallel} &= \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} [-M_{2r} \cos(2\varphi)] \left[ -i \frac{U_1}{\beta_1 r_1} \cos(\varphi) - M_{1\varphi} \sin(\varphi) \right]^2 d\varphi \\ \Rightarrow \rho_{\perp\parallel\parallel} &= \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \frac{\pi}{2} r_1 M_{2r} \left[ M_{1\varphi}^2 + \frac{U_1^2}{\beta_1^2 r_1^2} \right] \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}\end{aligned}\quad (3.75)$$

- Le troisième terme :

$$\begin{aligned}\rho_{\parallel\perp\perp} &= 2 \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega) F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega) d\varphi \\ \rho_{\parallel\perp\perp} &= 2 \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} \left[ i \frac{U_2}{\beta_2 r_1} \cos(2\varphi) - M_{2\varphi} \sin(2\varphi) \right] \left[ -i \frac{U_1}{\beta_1 r_1} \cos(\varphi) \right. \\ &\quad \left. - M_{1\varphi} \sin(\varphi) \right] [-M_{1r} \cos(\varphi)] d\varphi \\ \Rightarrow \rho_{\parallel\perp\perp} &= -\frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 \pi r_1 M_{1r} \left[ \frac{U_1 U_2}{\beta_1 \beta_2 r_1^2} + M_{1\varphi} M_{2\varphi} \right] \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)}\end{aligned}\quad (3.76)$$

### VIII.3 Accord de phase entre le mode $HE_{11}$ et le mode $TE_{01}$ :

Les expressions du champ électrique pour le mode fondamental  $HE_{11}$  sont données précédemment par l'équation (3.68). Les expressions du champ électrique pour le mode  $TE_{01}$  sur la surface de la nanofibre sont les suivantes :

$$\begin{cases} e_r = 0 \\ e_\phi = -1 \\ e_z = 0 \end{cases} \quad (3.77)$$

L'indice 2 signifie le mode de seconde harmonique.

Les deux premières composantes de l'intégrale de recouvrement sont nulles car la composante perpendiculaire du champ de seconde harmonique dans le mode  $TE_{01}$  est nulle.

- Le premier terme :

$$\begin{aligned} \rho_{\perp\perp\perp} &= \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 r_1 \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} \int_0^{2\pi} F_{e_\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e_\perp}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \\ &\Rightarrow \rho_{\perp\perp\perp} = 0 \end{aligned} \quad (3.78)$$

- Le deuxième terme :

$$\begin{aligned} \rho_{\perp\parallel\parallel} &= \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 r_1 \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} \int_0^{2\pi} F_{e_\perp}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) [F_{e_\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega)]^2 d\varphi \\ &\Rightarrow \rho_{\perp\parallel\parallel} = 0 \end{aligned} \quad (3.79)$$

- Le troisième terme :

$$\begin{aligned} \rho_{\parallel\perp\perp} &= 2 \frac{2\omega}{4N_{1j}\sqrt{N_{2i}}} \varepsilon_0 r_1 \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)} \int_0^{2\pi} F_{e_\parallel}^{i*}(r_1, \varphi, 2\omega) F_{e_\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega) F_{e_\perp}^j(r_1, \varphi, \omega) d\varphi \\ \rho_{\parallel\perp\perp} &= 2 \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} [-1] [-M_{1r} \cos(\varphi)] \left[ -i \frac{U_1}{\beta_1 r_1} \cos(\varphi) - M_{1\varphi} \sin(\varphi) \right] d\varphi \\ &\Rightarrow \rho_{\parallel\perp\perp} = 0 \end{aligned} \quad (3.80)$$

On prend uniquement les parties réelles des intégrales de recouvrement car les parties imaginaires correspondent à des atténuations (absorption). L'intégrale de recouvrement entre le mode  $TE_{01}$  et la polarisation non linéaire du second ordre excité par le mode fondamental  $HE_{11}$  est nulle. Nous avons vérifié que cet accord de phase a une contribution nulle à la génération de seconde harmonique, seuls les modes  $TM_{01}$  et  $HE_{21}$  y contribuent.

Pour tracer les intégrales de recouvrement de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique en silice, dans l'air ou encapsulée dans le Téflon® AF2400, il faut lier le diamètre d'accord de phase à la longueur d'onde de travail. Pour cela, nous traçons les courbes correspondantes pour les deux types d'accords de phase possibles dans les deux configurations, nanofibre nue en silice et encapsulée avec le Téflon. Nous

commençons par la nanofibre nue, la figure 3.15 suivante illustre la variation du diamètre d'accord de phase en fonction de la longueur d'onde de pompe.

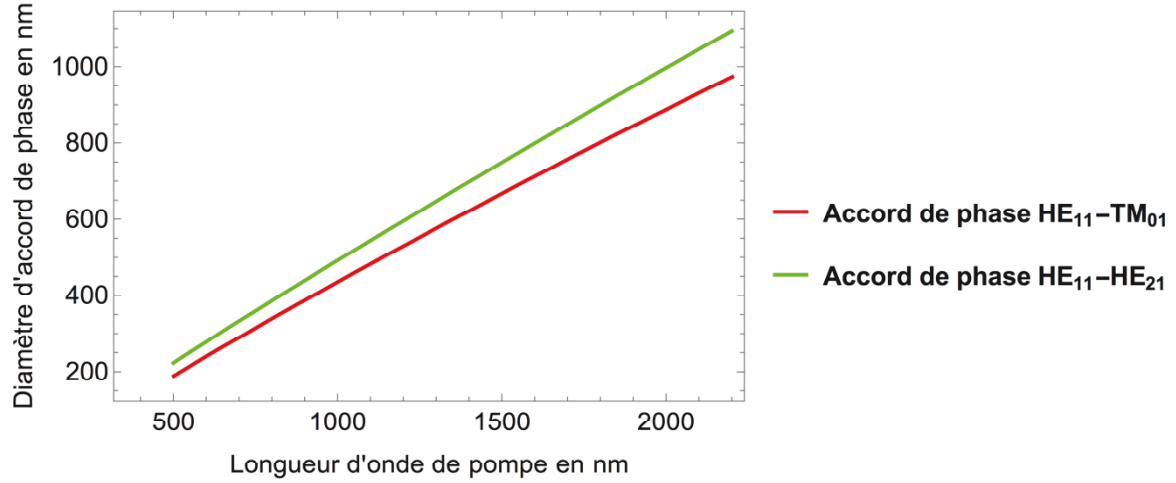


Figure 3.15 : Variation du diamètre d'accord de phase en fonction de la longueur d'onde de pompe dans une nanofibre en silice pour les deux types d'accords de phase.

Si on néglige la dispersion de la silice dans cette gamme de longueur d'onde de la pompe alors les équations de Maxwell ne dépendent que du rapport  $\frac{d}{\lambda}$ . Dans ce cas, tous les paramètres ne dépendent que de  $\frac{d}{\lambda}$ . Nous pouvons faire une constatation, le diamètre d'accord de phase est une fonction linéaire de la longueur d'onde de pompe i.e.  $\frac{d}{\lambda} = \text{Cte.}$  Le paramètre qui lie le diamètre de la nanofibre à la longueur d'onde est la fréquence normalisée  $V$ .

$$d_{\text{Accord de phase}} = \frac{2V_{\text{Accord de phase}}}{\pi \sqrt{n_{\text{Si}}^2 (2\lambda_{\text{SHG}}) - 1}} \lambda_{\text{SHG}} \quad (3.81)$$

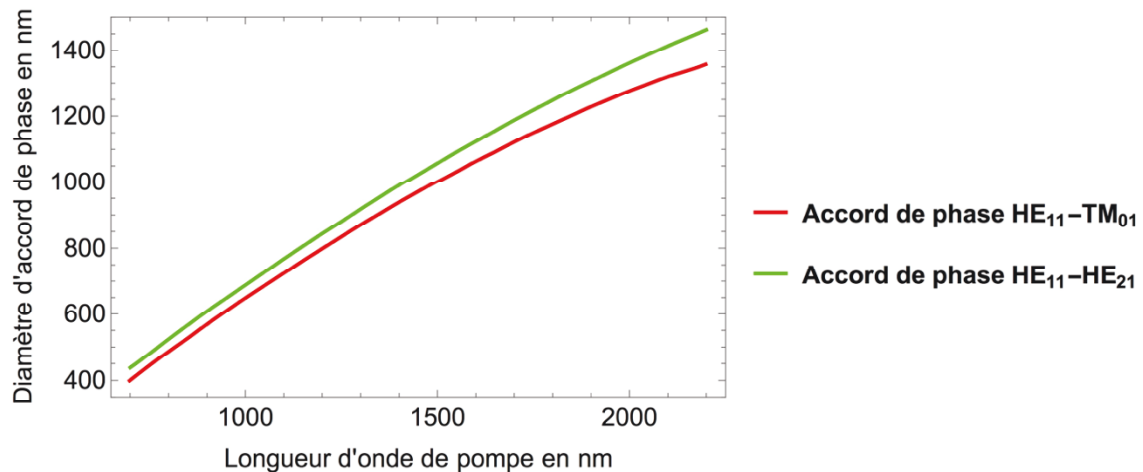
La dispersion de la silice est négligeable dans la plage des longueurs d'onde de pompe de la figure 3.15. L'accord de phase de la génération de seconde harmonique est vérifié pour une fréquence normalisée invariante pour vérifier une équation d'une droite. On note cette fréquence normalisée par  $V_{HE_{11}-TM_{01}}$  dans le cas de l'accord de phase donné précédemment dans la figure 3.11 de la génération de seconde harmonique à la longueur d'onde 1064 nm entre le mode fondamental  $HE_{11}$  et le mode  $TM_{01}$ , le processus est vérifié pour un diamètre  $d = 468$  nm. Tandis que celui donné dans la figure 3.12 à la longueur d'onde 1550 nm entre le mode fondamental  $HE_{11}$  et le mode  $TM_{01}$  est vérifié pour un diamètre  $d = 693$  nm. Les deux accords de phase sont vérifiés pour les deux longueurs d'onde à la même fréquence normalisée  $V_{HE_{11}-TM_{01}}$  propre à ce type d'accord de phase. Cette fréquence normalisée est donnée comme suit :

$$V_{HE_{11}-TM_{01}} = 1.46 \quad (3.82)$$

En ce qui concerne l'accord de phase donné dans la figure 3.11 de la génération de seconde harmonique à la longueur d'onde 1064 nm entre le mode fondamental  $HE_{11}$  et le mode  $HE_{21}$  est vérifié pour un diamètre  $d = 525$  nm. L'autre accord de phase donné dans la figure 3.12 de la génération de seconde harmonique à la longueur d'onde 1550 nm entre le mode fondamental  $HE_{11}$  et le mode  $HE_{21}$  est vérifié pour un diamètre  $d = 774$  nm. Les deux accords de phase sont vérifiés pour les deux longueurs d'onde à la même fréquence normalisée  $V_{HE_{11}-HE_{21}}$  propre à cet accord de phase. Elle est donnée par l'expression suivante :

$$V_{HE_{11}-HE_{21}} = 1.63 \quad (3.83)$$

Chaque type d'accord de phase est toujours vérifié pour une fréquence normalisée du guide bien déterminée. Comme hypothèse, on associe une fréquence normalisée du guide constante à chaque type d'accord de phase de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice dans l'air. Cette constatation n'est pas toujours vérifiée dans le cas d'une nanofibre encapsulée avec le Téflon® AF2400. Le diamètre d'accord de phase ne varie pas suivant une fonction linéaire de la longueur d'onde de pompe. Ceci est dû principalement à la dispersion du Téflon pour les longueurs d'onde de la figure 3.16 suivante.



*Figure 3.16 : Variation du diamètre d'accord de phase en fonction de la longueur d'onde de pompe dans une nanofibre en silice encapsulée avec le Téflon® AF2400 pour les deux types d'accords de phase.*

Nous avons lié le diamètre d'accord de phase à la longueur d'onde de travail pour les deux types d'accord de phase dans les deux configurations, nanofibre nue en silice et nanofibre encapsulée dans le Téflon® AF2400. Maintenant, nous pouvons tracer les intégrales de recouvrement de la génération de seconde harmonique pour tous les coefficients de susceptibilité non linéaire de second ordre. Nous présentons la variation des intégrales de recouvrement données par (3.61) en fonction de la longueur d'onde du signal de pompe  $\lambda_p = 2\lambda_{SHG}$  i.e. la contribution de volume et de la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de surface.

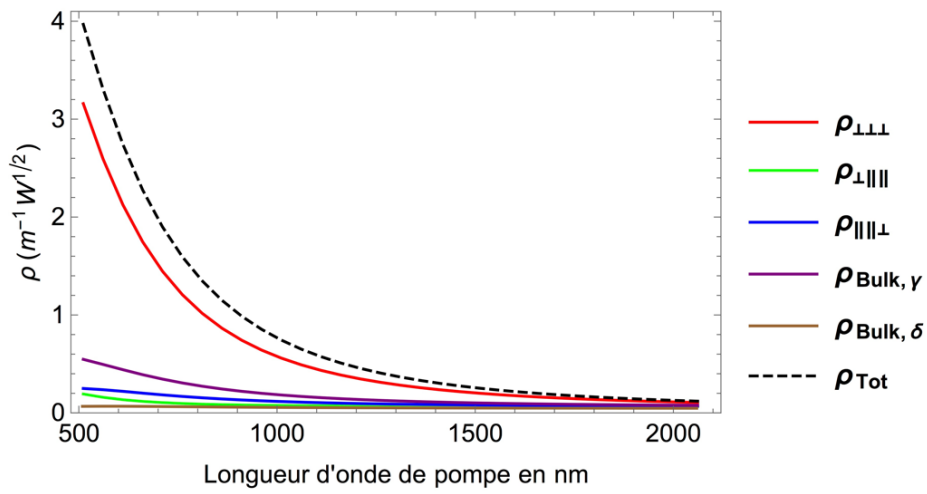


Figure 3.17 : Composantes de l'intégrale de recouvrement de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice pour le cas de l'accord de phase de type  $HE_{11}-TM_{01}$ .

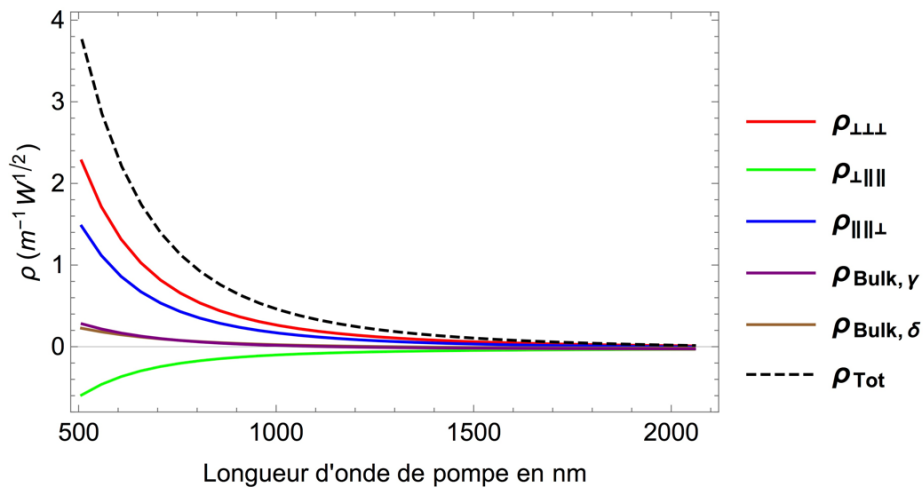


Figure 3.18 : Composantes de l'intégrale de recouvrement de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice pour le cas de l'accord de phase de type  $HE_{11}-HE_{21}$ .

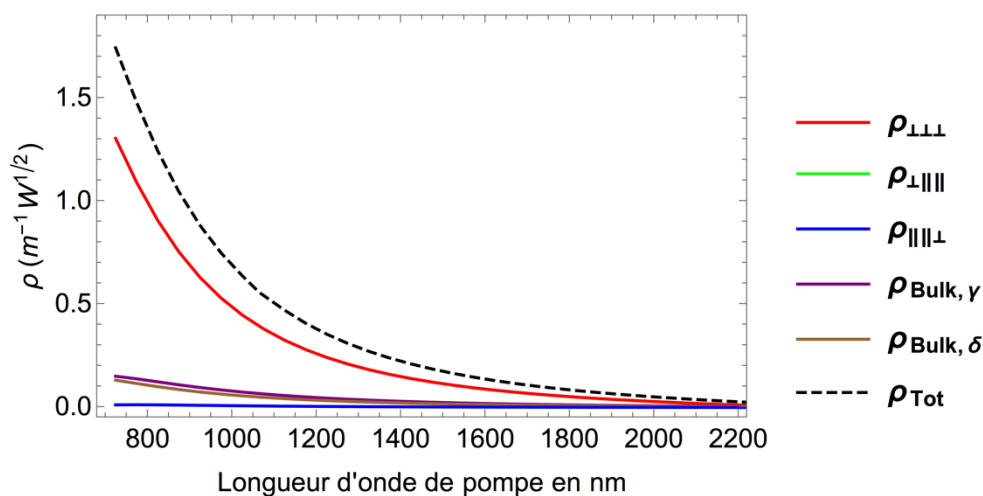


Figure 3.19 : Composantes de l'intégrale de recouvrement de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice encapsulée avec le Téflon® AF2400 pour l'accord de phase de type  $HE_{11}-TM_{01}$ .

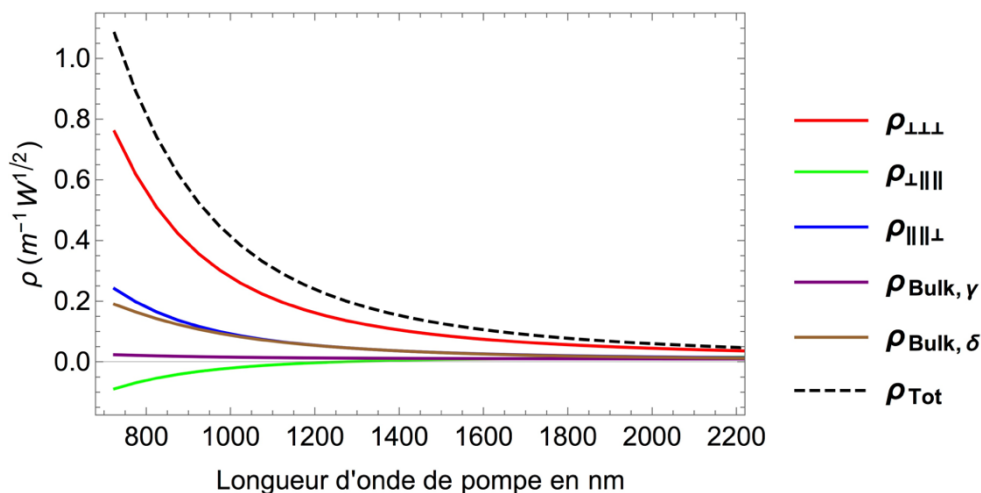


Figure 3.20 : Composantes de l'intégrale de recouvrement de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice encapsulée avec le Téflon® AF2400 pour l'accord de phase de type  $HE_{11}-HE_{21}$ .

D'après les courbes des efficacités de conversion de la génération de seconde harmonique calculées dans une nanofibre nue en silice, nous ne trouvons pas les mêmes valeurs trouvées dans Laegsgaard *et al.* [37]. L'allure des efficacités de conversion qui correspondent à la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de surface suit une fonction en  $1/\lambda^3$ . Tandis que celles qui correspondent à la susceptibilité non linéaire d'ordre 2 de volume ont une allure en  $1/\lambda^2$ .

On présente dans le tableau suivant les composantes de l'efficacité de la génération de seconde harmonique à la longueur d'onde 1550 nm dans une nanofibre en silice pour les deux architectures, avec et sans Téflon.



### Chapitre 3 : Propagation non linéaire et génération de seconde harmonique dans les fibres optiques étirées

Tableau 3.2 : Composantes des efficacités de génération de seconde harmonique à la longueur d'onde 1550 nm dans une nanofibre en silice pour les deux architectures, avec et sans Téflon.

	$TM_{01}$ sans Téflon	$TM_{01}$ avec Téflon	$HE_{21}$ sans Téflon	$HE_{21}$ avec Téflon
$\rho_{\perp\perp\perp}$ ( $m^{-1}W^{1/2}$ )	0.140351	0.127692	0.075720	0.064803
$\rho_{\perp\parallel\parallel}$ ( $m^{-1}W^{1/2}$ )	0.003286	0.013213	-0.020155	-0.009613
$\rho_{\parallel\perp\perp}$ ( $m^{-1}W^{1/2}$ )	0.014624	0.002324	0.050269	0.020850
$\rho_{B\ uk,\gamma}$ ( $m^{-1}W^{1/2}$ )	0.033685	0.020661	0.012583	0.001540
$\rho_{B\ uk,\delta}$ ( $m^{-1}W^{1/2}$ )	0.003420	0.015324	0.013888	0.020409
$\rho_{tot}$ ( $m^{-1}W^{1/2}$ )	0.195366	0.179214	0.132305	0.097990

Actuellement, nous arrivons sur le fait que pour le mode  $TM_{01}$ , les efficacités avec le Téflon ne sont que très légèrement inférieures à celle avec l'air. Le saut d'indice est beaucoup plus faible dans le Téflon que dans l'air, cela implique que les composantes du champ électrique soient plus faibles dans le Téflon que dans l'air. En parallèle, les diamètres d'accord de phase sont plus grands pour le Téflon que dans l'air. D'après l'expression des efficacités (3.60), cela donne des efficacités de génération de seconde harmonique du même ordre de grandeur. C'est un point positif pour le Téflon car cela permet d'utiliser des fibres plus grosses, plus solides, donc plus faciles à faire et à contrôler. Un autre point très intéressant est que l'accord de phase avec le Téflon est beaucoup moins critique en uniformité du diamètre de la nanofibre. On trace sur la figure suivante le désaccord de phase en fonction du rayon de la nanofibre pour l'accord de phase de type  $TM_{01} - HE_{11}$  dans les deux architectures, avec et sans Téflon.

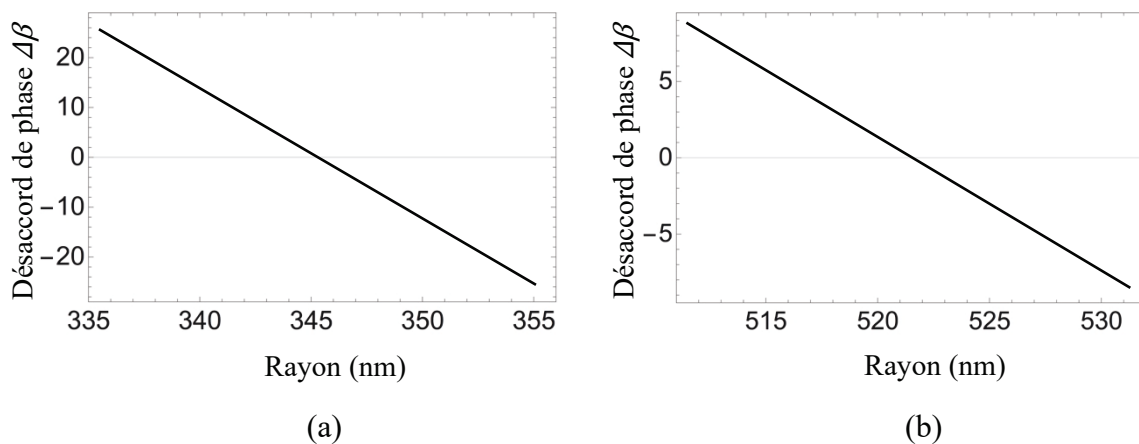


Figure 3.21 : Désaccord de phase de type  $TM_{01}-HE_{11}$  en fonction du rayon de la nanofibre. (a) Sans Téflon. (b) Avec Téflon.

Avec le Téflon, on peut tolérer des variations de rayon presque trois fois plus grandes qu'avec l'air. Autrement dit, pour les mêmes fluctuations du rayon, on doit pouvoir fabriquer des fibres 3 fois plus longues.

Pour le modèle à trois couches étudié précédemment avec le PMMA/DR1 comme deuxième couche, l'accord de phase de la génération de seconde harmonique est moins critique pour une épaisseur  $e$  de la couche fonctionnelle égale à 140 nm. Un petit calcul permet de comparer l'efficacité pour cette configuration par rapport à une nanofibre en

silice nue en faisant une règle de trois entre les susceptibilités non linéaires d'ordre 2 des deux configurations en supposant que les champs électromagnétiques sont les mêmes et l'influence de la couche fonctionnelle non linéaire sur les champs électromagnétiques dans le modèle à trois couches est négligeable.

$$e \chi_{\perp\perp\perp}^{(PMMA/DR1)} = 15 \cdot 10^4 (27) \text{ pm}^2 \cdot \text{V}^{-1} = 4 \cdot 10^6 \text{ pm}^2 \cdot \text{V}^{-1} = 600 \chi_{\perp\perp\perp}^{2s} \quad (3.84)$$

La présence de la deuxième couche fonctionnelle fortement non linéaire permet d'augmenter l'efficacité de la génération de seconde harmonique d'un facteur  $(600)^2$  par rapport à une nanofibre nue en silice.

## **IX. Conclusion :**

Théoriquement, l'efficacité de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique en silice est égale au paramètre  $\rho_{tot}$  présenté précédemment, qui est égal à la somme des différentes composantes de l'intégrale de recouvrement liées à la susceptibilité non linéaire de second ordre dans la nanofibre en silice. Nous remarquons que sa valeur est plus grande pour le mode  $TM_{01}$  que celle du mode  $HE_{21}$ . De plus, dans le cas de la fluorescence paramétrique i.e. la création des paires de photons qui est le processus symétrique de la génération de seconde harmonique, le mode  $HE_{21}$  est difficile à créer à cause du profil complexe de son champ dans la section transverse de la nanofibre. Nous allons opter pour la solution de l'accord de phase de type  $HE_{11} - TM_{01}$ . On ne considère que ce type, où on utilisera le mode  $TM_{01}$  à la longueur d'onde  $\lambda_2 = 775 \text{ nm}$  comme pompe pour créer des paires de photons dans le mode fondamental  $HE_{11}$  autour de la longueur d'onde  $\lambda_1 = 1550 \text{ nm}$ .

Les accords de phase présentés dans ce chapitre sont vérifiés pour des diamètres submicrométriques de ces nanofibres optiques. Dans le chapitre suivant, on présentera notre banc de tirage, les différents algorithmes utilisés dans la fabrication des nanofibres afin d'avoir les diamètres souhaités avec les tapers les plus adiabatiques possibles. On présentera aussi les différents moyens de caractérisation de ces nanofibres après le processus de fabrication.

## X. Références :

- [1] G. P. Agrawal, “*Applications of Nonlinear Fiber Optics*,” (second ed., Academic Press., Burlington, 528, 2008).
- [2] R. W. Boyd, “*Nonlinear Optics*,” (Academic Pres, San Diego, CA, 1992).
- [3] K. Okamoto, “*Fundamentals of Optical Waveguides*,” (second ed., Elsevier, Amsterdam; Boston, 2006).
- [4] J. K. Ranka, *et al.*, “*Optical properties of high-delta air–silica microstructure optical fibers*,” Opt. Lett. **25**(11) 796–798, (2000).
- [5] V. Grubsky, *et al.*, “*Glass micro-fibers for efficient third harmonic generation*,” Opt. Express **13**(18) 6798–6806, (2005).
- [6] U. Wiedemann, *et al.*, “*Measurement of submicrometre diameters of tapered optical fibres using harmonic generation*,” Opt. Express **18**(8) 7693–7704, (2010).
- [7] V. Grubsky, *et al.*, “*Phase-matched third-harmonic UV generation using low-order modes in a glass micro-fiber*,” Opt. Commun. **274**(2) 447–450, (2007).
- [8] T. Lee, *et al.*, “*Broadband third harmonic generation in tapered silica fibres*,” Opt. Express **20**(8) 8503–8511, (2012).
- [9] R. Stolen, *et al.*, “*Parametric amplification and frequency conversion in optical fibers*,” IEEE J. Quantum Electron. **18**(7) 1062–1072, (1982).
- [10] K. S. Abedin, *et al.*, “*Highly nondegenerate femtosecond four-wave mixing in tapered microstructure fiber*,” Appl. Phys. Lett. **81**(8) 1384–1386, (2002).
- [11] D. Törke, *et al.*, “*Manipulation of supercontinuum generation by stimulated cascaded four-wave mixing in tapered fibers*,” Appl. Phys. B **92**(2) 159, (2008).
- [12] L. Cui, *et al.*, “*Generation of correlated photon pairs in micro/nano-fibers*,” Opt. Lett. **38**(23) 5063–5066, (2013).
- [13] M. I. M. Abdul Khudus, *et al.*, “*Phase matched parametric amplification via four-wave mixing in optical microfibers*,” Opt. Lett. **41**(4) 761–764, (2016).
- [14] H. Shin, *et al.*, “*Tailorable stimulated Brillouin scattering in nanoscale silicon waveguides*,” Nat. Commun. **4**, 1944, (2013).
- [15] P. T. Rakich, *et al.*, “*Giant enhancement of stimulated Brillouin scattering in the subwavelength limit*,” Phys. Rev. X **2**(1) 011008, (2012).
- [16] R. Van Laer, *et al.*, “*Interaction between light and highly confined hypersound in a silicon photonic nanowire*,” Nat. Photonics **9**(3) 199–203, (2015).
- [17] E. A. Kittlaus, *et al.*, “*Large Brillouin amplification in silicon*”, arXiv:1510.08495 (2015).

- [18] J.-C. Beugnot, *et al.*, “Brillouin light scattering from surface acoustic waves in a subwavelength-diameter optical fibre,” *Nat. Commun.* **5**, 5242, (2014).
- [19] O. Florez, *et al.*, “Brillouin scattering self-cancellation,” arXiv: 1601.05248 (2016).
- [20] A. Godet *et al.*, “Brillouin spectroscopy of optical microfibers and nanofibers,” *Optica* **4**, 1232, (2017).
- [21] L. Shan, *et al.*, “Stimulated Raman scattering in the evanescent field of liquid immersed tapered nanofibers,” *Appl. Phys. Lett.* **102**(20) 201110, (2013).
- [22] L. Shan, *et al.*, “Design of nanofibres for efficient stimulated Raman scattering in the evanescent field,” *J. Eur. Opt. Soc. Rapid Pub.* **8**, 13030, (2013).
- [23] A. Lucotti, *et al.*, “Fiber-optic SERS sensor with optimized geometry,” *Sensors Actuators B Chem.* **121**(2) 356–364, (2007).
- [24] J. Cao, *et al.*, “One-pot hydrothermal synthesis of silver nanoplates on optical fiber tip for surface-enhanced Raman scattering,” *Appl. Phys. Lett.* **104**(20), 201906, (2014).
- [25] J. Zhang, *et al.*, “Tapered fiber probe modified by Ag nanoparticles for SERS detection,” *Plasmonics*, 1-9, (2008).
- [26] Z. Huang, *et al.*, “Tapered optical fiber probe assembled with plasmonic nanostructures for Surface-enhanced Raman Scattering application”, *ACS Appl. Mater. Interfaces*, **7**(31), 17247-17254, (2015).
- [27] J. M. Dudley, “*Supercontinuum Generation in Optical Fibers. Applications of Nonlinear Fiber Optics*”, (second ed., Cambridge University Press, 418, 2008).
- [28] D. A. Akimov, *et al.*, “Two-octave spectral broadening of sub nanojoule Cr: forsterite femtosecond laser pulses in tapered fibers,” *Appl. Phys. B - Lasers Opt.* **74**(4–5), 307–311, (2002).
- [29] G. Brambilla, *et al.*, “Supercontinuum generation in tapered bismuth silicate fibres,” *Electron. Lett.* **41**(14), 795–797, (2005).
- [30] P. Falk, *et al.*, “Supercontinuum generation in a photonic crystal fiber with two zero-dispersion wavelengths tapered to normal dispersion at all wavelengths,” *Opt. Express* **13**(19), 7535–7540, (2005).
- [31] K. B. Shi, *et al.*, “Supercontinuum generation in an imaging fiber taper,” *Opt. Express* **14**(25), 12359–12364, (2006).
- [32] W. J. Wadsworth, *et al.*, “Supercontinuum generation in photonic crystal fibers and optical fiber tapers: a novel light source,” *J. Opt. Soc. Am. B - Optical Phys.* **19**(9), 2148–2155, (2002).
- [33] C. Lin, *et al.*, “New nanosecond continuum for excited-state spectroscopy,” *Appl. Phys. Lett.* **28**(4), 216–218, (1976).

- [34] Z. . Wang, *et al.*, “Spectral phase and intensity evolutions of supercontinuum generation in a biconical tapered fiber,” *Opt. Rev.* **14**(2), 81–85, (2007).
- [35] W. Luo, *et al.*, “Efficient surface second-harmonic generation in slot micro/nano-fibers,” *Opt. Express* **21**(9), 11554–11561, (2013).
- [36] T. F. Heinz, “Second Order Nonlinear Optical Effects at Surfaces and Interfaces. In: *Non-linear surface electromagnetic phenomena*,” (Elsevier. H. E. Ponath and G. I. Stegeman).
- [37] J. Laegsgaard, “Theory of surface second-harmonic generation in silica nanowires,” *J. Opt. Soc. Am. B*, **27**(7), 1317–1324, (2010).
- [38] F. Rodriguez, *et al.*, “Calibration of the second-order nonlinear optical susceptibility of surface and bulk of glass,” *Opt. Express* **16**, 8704–8710, (2008).
- [39] I. H. Malitson, “Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica,” *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 1205-1208, (1965).
- [40] M. K. ang *et al.*, “Optical properties of Teflon®AF amorphous fluoropolymers, *J. Micro/Nanolith.*” *MEMS MOEMS* **7**(3), 033010, (2008).
- [41] . Xu *et al.*, “Proposal and analysis of a silica fiber with large and thermodynamically stable second order nonlinearity,” *Applied Physics Letters* **90**, 211110, (2007).
- [42] T. Pliska *et al.*, “Comparative study of nonlinear-optical polymers for guided-wave second-harmonic generation at telecommunication wavelengths,” *JOSAB* **17**(9), 1554-1564, (2000).

# Chapitre 4

## *Fabrication des nanofibres optiques et leurs moyens de caractérisation*

### I. Introduction :

Dans ce chapitre, nous décrivons la plateforme de tirage utilisée pour la fabrication des nanofibres optiques. Ensuite nous présentons les techniques et les méthodes utilisées, quelles sont les formes de tapers que l'on peut avoir, quels sont les modes excités pendant le tirage et comment contrôler leur excitation afin d'améliorer la transmission en termes d'adiabaticité des tapers de la fibre étirée.

La fabrication des nanofibres optiques avec des diamètres submicrométriques est une tâche difficile car nous n'avons pas d'informations sur le diamètre exact à la fin du tirage sans aucune idée sur le profil de la fibre étirée. Un moyen de caractérisation de ces nanofibres optiques que nous avons mis en place au cours de cette thèse est l'étude des battements entre les modes excités dans la fibre étirée pendant le tirage.

### II. Description du système de tirage :

La tireuse de fibres permet d'obtenir des fibres optiques de quelques centimètres de longueur, cela dépend de son diamètre initial. Son diamètre peut être inférieur à 400 nm mais ceci au détriment de son uniformité finale [1]. Le dispositif de tirage des fibres optiques est montré sur la figure suivante ainsi que tous les équipements optiques utilisés dans la caractérisation de ces nanofibres.

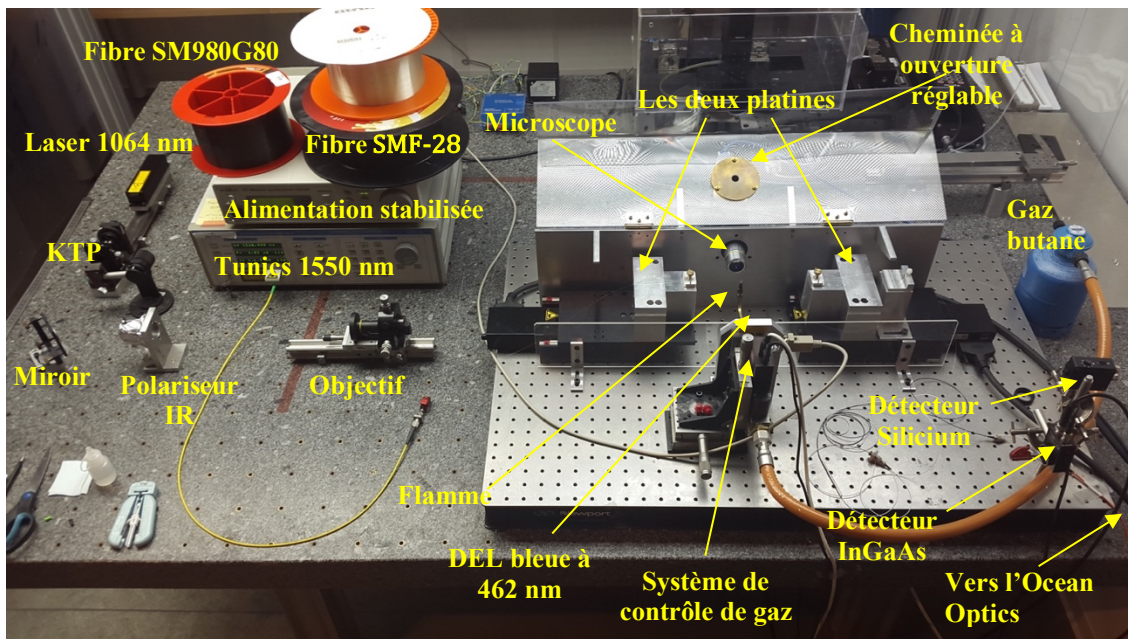


Figure 4.1 : Banc expérimental.

## **II.1 Platines de tirage :**

Le dispositif de tirage des nanofibres optiques comporte deux platines robustes Newport GTS-150 pouvant se déplacer sur une plage de 150 mm avec un pas de 50 nm. Elles sont contrôlées par ordinateur avec une vitesse ajustable (50  $\mu\text{m/s}$  par défaut). Les deux platines peuvent se déplacer l'une par rapport à l'autre ce qui donne un autre degré de liberté pour satisfaire des trajectoires bien définies pendant le tirage. La distance relative entre les deux est parfaitement contrôlée, elle représente la valeur exacte d'étirement de la nanofibre optique.

## **II.2 Système de chauffage :**

Le système de chauffage est une flamme à gaz butane placée entre les deux platines, c'est la technique la plus utilisée dans la littérature [2-6]. La largeur de cette flamme est contrôlée par ordinateur, le débit du gaz est commandé par Mass-Flow, sur une plage allant de 0 à 100 sccm (*standard cubic centimeters per minute*) avec des incréments de 1 sccm, Pour assurer des tirages reproductibles, nous avons placé le bec de gaz sur une platine micrométrique afin de garder la flamme à la même hauteur et assurer une même largeur de chauffage pour tous les tirages. On fixe le débit sur la valeur de 6 sccm.

Le bec de gaz est fabriqué en laiton. Quand on allume la flamme, le laiton s'étend sous l'effet de la dilatation thermique. La valeur de cette dilatation est égale à environ 30  $\mu\text{m}$ . Il faut donc prévoir un temps avant de lancer le tirage (1 à 2 minutes) jusqu'à ce que le bec se dilate. Ensuite régler la hauteur de la flamme qui est un paramètre très important pour avoir les profils attendus. La forme finale de la nanofibre dépend essentiellement de la largeur de la flamme, il faut avoir un chauffage ponctuel de la nanofibre pour assurer un chauffage uniforme le long de la fibre, on détaillera ce point dans les techniques de tirage. Pour garder une largeur plus ou moins constante, nous avons conçu un cache en plexiglass pour éviter les turbulences de l'air. La cheminée a été conçue à ouverture variable afin d'assurer un minimum d'oxygène et garder une flamme qui ne bouge pas pendant le tirage.

## **II.3 Système optique et source laser :**

### **II.3.1 Micro-Laser :**

Nous utilisons une source Laser en mode Q-Switch à la longueur d'onde 1064 nm pompée par un laser à la longueur d'onde de 810 nm, elle génère des impulsions avec une énergie pouvant monter jusqu'à 3  $\mu\text{J}$  et une FWHM de 700 ps à une cadence de 700 Hz i.e. une puissance crête de 1 kW. Nous utilisons une lame demi-onde et un polariseur pour contrôler la puissance, un Crystal KTP pour doubler la fréquence et travailler à la longueur d'onde 532 nm visible à l'œil pour les réglages de l'injection de la lumière. Le système d'injection de la lumière dans la fibre est un simple objectif qui permet d'injecter des puissances moyennes jusqu'à 400  $\mu\text{W}$  dans la nanofibre. Cette puissance dépend fortement de l'état du clivage de la fibre optique. Il faut que le miroir de guidage soit suffisamment loin de la focale pour s'assurer que le laser soit bien horizontal [1].

### **II.3.2 Laser accordable et ampli Erbium :**

Nous avons un Laser continu accordable en longueur d'onde entre 1530 nm et 1560 nm. Il monte jusqu'à 10 mW en puissance avec un ampli Erbium qui a un gain qui peut monter jusqu'à 33 dBm. Cette solution est la plus adaptée car elle est toute-fibrée, elle permet d'injecter des puissances élevées nécessaires pour exalter les effets non linéaires dans la partie nanofibre. Dans notre cas, il s'agit de la génération de seconde harmonique.

### **II.3.3 Détecteurs et Ocean Optics :**

Pour observer l'amplitude du signal en sortie de la fibre pendant le tirage, nous utilisons deux détecteurs :

- **PDA36A-EC :**

C'est un détecteur en Silicium qui couvre une plage de longueurs d'onde entre (350 nm - 1100 nm). Pour mesurer le signal pendant le tirage à la longueur d'onde de 1064 nm, on travaille avec une fibre dopée Germanium (SM980G80). Le diamètre extérieur de la gaine de cette fibre est égal à  $d = 80 \mu\text{m}$  et son cœur a un diamètre égal à  $4,9 \mu\text{m}$ . Pour que cette fibre soit monomode, il faut travailler dans la plage des longueurs d'onde (980 nm - 1550 nm). À la longueur d'onde de travail de 1064 nm, on est bien monomode.

- **PDA20CS-EC :**

C'est un détecteur en InGaAS qui fonctionne sur la plage des longueurs d'onde (800 nm - 1700 nm). Pour mesurer le signal à la longueur d'onde 1550 nm, nous travaillons avec une fibre SMF-28 qui a un diamètre de cœur de  $9 \mu\text{m}$ . Le comportement de cette fibre est monomode à la longueur d'onde de travail 1550 nm.

- **Ocean Optics USB2000 :**

Pour interpréter notre signal en sortie de la nanofibre pendant le tirage dans le domaine spectral, nous utilisons un spectromètre « Ocean Optics USB2000 » avec lequel on mesure le signal de seconde harmonique. Nous avons opté pour ce choix car l'Ocean Optics est plus sensible par rapport à l'analyseur de spectre optique (OSA) sachant qu'il n'est pas calibré en puissance.

## **III. Algorithmes de tirage :**

La modélisation du processus de tirage est une tâche très compliquée et nécessite un modèle de viscosité de la silice. Néanmoins, il existe dans la littérature plusieurs méthodes basées sur la conservation de masse [2, 7-9].

Nous avons opté pour un tirage symétrique où les deux platines s'écartent l'une par rapport à l'autre de façon symétrique autour de la flamme. On fait les deux suppositions suivantes [1] :



- La zone de chauffage  $L_0$  est constante et uniforme. (La flamme ne bouge pas).
- Quand la silice chauffée sort de la zone de chauffage, elle se refroidit instantanément et elle se solidifie, ce qui se justifie par le fait que le tirage soit très lent.

Pour bien comprendre cette technique, on va présenter une modélisation de la fibre optique avant et après le processus de tirage.

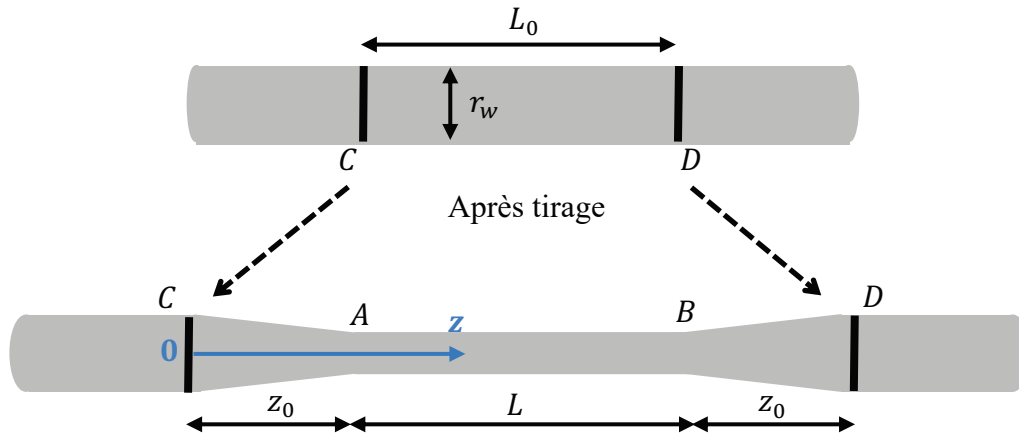


Figure 4.2 : Fibre optique avant et après le processus de tirage.

On fait notre raisonnement sur le taper gauche  $CA$ , c'est pareil pour l'autre taper  $BD$  de droite. Le cylindre  $CD$  à l'instant  $t$  doit avoir le même volume que le nouveau cylindre  $AB$  à l'instant  $t + dt$ . La flamme ne dépasse pas le cylindre  $AB$  et ne chauffe pas les deux tapers  $CA$  et  $BD$  déjà fabriqués. Rien ne se perd et rien ne se crée, on aura toujours une conservation de masse, avant et après le processus de tirage [2] :

$$\pi(r_w + dr_w)^2(L + dz) = \pi r_w^2 L_0 = \text{Cte} \quad (4.1)$$

Avec  $dr_w < 0$  le changement du rayon de la fibre étirée.

### III.1 Tirage à largeur de chauffage constante :

On développe l'expression (4.1) de la conservation de masse au premier ordre, on aura la relation suivante :

$$\frac{dr_w}{dz} = -\frac{1}{2} \frac{r_w}{L} \quad (4.2)$$

Dans ce type de tirage symétrique à largeur de chauffage constante, on a  $L = L_0$ . Nous allons faire l'étude dans le cas général de sorte que la largeur  $L_0$  de la flamme se transforme en  $L_0 + 2z_0$  en étirant sur une longueur totale  $z'$ . La conservation de la distance implique la relation suivante :

$$z' = 2z_0 \quad (4.3)$$

Où  $z_0$  l'élongation de chacun des deux tapers  $CA$  et  $BD$  de la figure 4.2 ;  $z'$  est l'élongation totale de la fibre étirée.

On intègre l'équation (4.2) de la conservation de volume sur l'élongation totale  $z' = 2z_0$  i.e. de  $r_w(0) = r_0$  jusqu'au rayon final de la nanofibre  $r_w(z')$ , on aura :

$$r_w(z') = r_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \int_0^{z'} \frac{dz}{L_0} \right] \quad (4.4)$$

Après intégration de l'équation précédente, on écrit :

$$r(z') = r_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{z'}{L_0} \right] \quad (4.5)$$

En utilisant la relation (4.3) de la conservation de la distance, on remplace l'élongation totale  $z'$  de la fibre étirée par l'élongation  $z_0$  de chacun des deux tapers. D'où l'expression finale du rayon de la nanofibre en fonction de l'élongation  $z_0$  de chacun des deux tapers :

$$r(z_0) = r_0 \exp \left[ -\frac{z_0}{L_0} \right] \quad (4.6)$$

La forme des deux tapers dépend uniquement de la largeur de la flamme. Cette technique nécessite une connaissance parfaite de la largeur  $L_0$  de la flamme pour prédire la forme finale de la fibre étirée. Cette technique ne permet d'avoir qu'une seule géométrie des tapers, qui est la forme exponentielle.

### **III.2 Tirage « Pull and Brush »:**

Il s'agit d'un autre tirage symétrique mais à largeur de chauffage variable. Cette largeur de chauffage variable est obtenue en faisant des aller-retours des deux platines de tirage autour de la flamme pour simuler une grande largeur de chauffage, qu'on appelle la brosse. Ce type de tirage est composé de  $N$  cycles, on attribue à chaque cycle l'indice  $n$ . Chaque cycle est un tirage symétrique élémentaire avec une largeur  $L_n$  de chauffage et une élongation élémentaire  $\Delta L_n$ . Il faut noter aussi que le rayon pendant le  $n^{\text{ème}}$  cycle passe de la valeur  $r_n^{\text{initial}}$  à la valeur  $r_n^{\text{final}}$ . En utilisant le principe de la conservation de masse donné précédemment, le volume total est invariant pendant le tirage comme montré précédemment dans le tirage symétrique [1] :

$$L_n (r_n^{\text{initial}})^2 = (L_n + \Delta L_n) (r_n^{\text{final}})^2 \quad (4.7)$$

On écrit le paramètre  $R_n$  à partir de la relation précédente [1] :

$$R_n = \frac{r_n^{\text{final}}}{r_n^{\text{initial}}} = \sqrt{\frac{L_n}{L_n + \Delta L_n}} \quad (4.8)$$

Cette technique est composée de plusieurs cycles de tirage. À chaque cycle d'indice  $n$ , on simule une largeur effective  $L_n$  de chauffage. Contrairement à la première

technique, ce type de tirage, nommé « *Pull and brush* », ne nécessite pas une connaissance parfaite de la largeur réelle  $L_0$  de la flamme car la longueur effective de chauffage est beaucoup plus grande que la largeur  $L_0$  de la flamme i.e.  $L_n \gg L_0$ . De plus la largeur chauffée  $L_n$  n'est pas constante, elle varie suivant une fonction en  $n$  choisie pour avoir le taper avec la forme souhaitée.

Comme la largeur de la flamme est négligeable devant la largeur effective de chauffage et grâce aux allers-retours des deux platines, les différents points dans la zone de chauffage peuvent être traités de la même manière pour assurer une bonne uniformité de la fibre étirée. Si la dimension de la flamme n'est pas négligeable devant la longueur de la brosse des allers-retours alors le tirage ne sera pas uniforme. Cela s'explique par le fait que le chauffage effectif est le produit de convolution entre la plage balayée par la flamme et la largeur de cette dernière. Pour avoir un chauffage uniforme sur toute la zone de chauffage, il faut que la largeur de la flamme soit ponctuelle [1].

On peut avoir n'importe quelle forme de tapers par un choix adéquat des deux paramètres  $r_n^{final}$  et  $\Delta L_n$  ou bien tout simplement  $R_n$  et  $\Delta L_n$ . Il faut noter aussi que la forme des tapers ne dépend ni de la vitesse de tirage, ni de la distribution de température de la flamme, à condition que le tirage s'effectue suffisamment lentement. On reviendra sur ce point par la suite. Cette technique ne nécessite pas une connaissance parfaite de la largeur de la flamme car cette dernière grandeur est négligeable devant la longueur de la brosse. A chaque cycle d'ordre  $n$ , on attribue une longueur  $L_n$  de la brosse pour le chauffage. Par un choix adéquat de la fonction  $L_n$  de chauffage, on peut fabriquer la forme que l'on veut. Nous donnons ici trois exemples : des tapers de forme quelconque, de forme exponentielle, et des tapers linéaires.

### III.2.1 Tapers exponentiels :

Pour ce type de tirage, la longueur de chauffage reste constante pour les  $N$  cycles. On simule une grande largeur de chauffage grâce aux allers-retours des deux platines.

$$L_n = \text{Cte} \gg L_0 \quad (4.9)$$

$$r_n^{final} = r_0 (R_0)^n \quad ; \quad \Delta L_n = L_0 \left( \frac{1}{R_0^2} - 1 \right) \quad (4.10)$$

Avec  $R_0$  le paramètre de réduction entre deux cycles consécutifs ;  $r_0$  le rayon initial de la fibre avant le tirage.

On présente sur la figure suivante un profil d'une fibre SMF-28 ( $r_0 = 62,5 \mu\text{m}$ ) obtenue grâce à la relation de la conservation de volume (cf. 4.1) avec une largeur  $L_0 = 20 \text{ mm}$  de chauffage. Le rayon final est égal à  $r_N^{final} = 1 \mu\text{m}$  avec  $R_0 = 0.95$ .

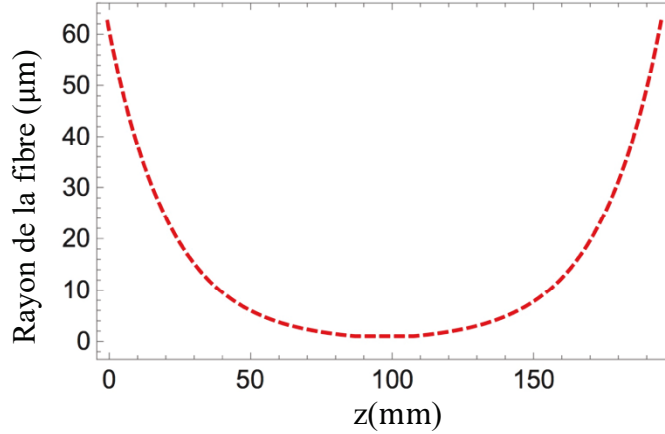


Figure 4.3 : Exemple d'une fibre étirée de forme exponentielle.

### III.2.2 Tapers de forme quelconque :

Pour ce type de tirage, on choisit une fonction arbitraire  $L_n(q)$  pour la brosse de chauffage, qui varie de la valeur minimale  $L_0 = L_{min}$  à la valeur maximale  $L_N = L_{max}$  suivant une fonction strictement croissante sur  $N$  cycles. Un exemple est donné par la relation suivante en fonction de  $q$  [1] :

$$L_n(q) = (L_{max} - L_{min})\left(\frac{n}{N}\right)^q + L_{min} \quad (4.11)$$

$$r_n^{final} = r_0(R_0)^n \quad ; \quad \Delta L_n(q) = L_n(q)\left(\frac{1}{R_0^2} - 1\right) \quad (4.12)$$

Avec  $R_n = R_0$  le paramètre de réduction entre deux cycles consécutifs ;  $r_0$  le rayon initial de la fibre avant le tirage et  $q$  un nombre entier supérieur ou égal à 1.

Pour  $q = 0$ , on retrouve le cas du taper exponentiel montré dans la section précédente. Pour  $q = 1$ , il s'agit d'une variation linéaire de la longueur de chauffage en fonction de l'indice  $n$  des cycles. On utilise souvent le tirage « *Pull and Brush* » linéaire ( $q = 1$ ) car les tapers sont plus adiabatiques, ils satisfont au mieux le critère d'adiabaticité introduit dans le chapitre 2 mais au détriment des tapers qui sont très longs. On peut jouer sur le paramètre  $q$ , pour optimiser la longueur.

Pour  $q > 1$ , il s'agit d'une variation non linéaire de la longueur de chauffage en fonction de l'indice  $n$  des cycles de la brosse. Le critère d'adiabaticité est souvent vérifié avec des tapers optimisés en longueur. Ce type de tirage permet d'avoir des fibres étirées avec une grande longueur de la partie nanofibre (Waist), ils pourraient être utilisés pour maximiser l'efficacité des effets non linéaires dans la nanofibre.

On montre un exemple pour ce type de profil, obtenu grâce à la relation de conservation de volume (cf. 4.1) avec les paramètres suivants : fibre SMF-28 ( $r_0 = 62,5 \mu\text{m}$ ),  $L_{min} = 3 \text{ mm}$ ,  $L_{max} = 20 \text{ mm}$ ,  $q = 3$ . Le rayon final est égal à  $r_N^{final} = 1 \mu\text{m}$  avec  $R_0 = 0.95$ .

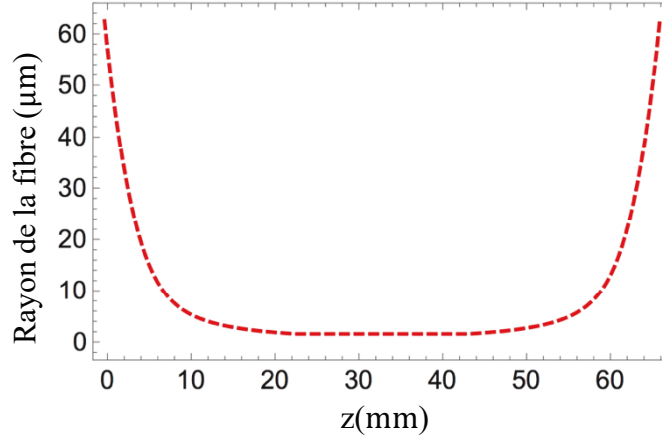


Figure 4.4 : Exemple d'une fibre étirée de forme arbitraire.

### III.2.3 Tapers linéaires :

Nous avons fabriqué des tapers linéaires en choisissant une brosse avec une fonction  $L_n$  adéquate. Pour des tapers linéaires, la longueur  $L_n$  de la brosse varie de la valeur maximale  $L_0 = L_{max}$  à la valeur minimale  $L_N = L_{min}$  avec une fonction strictement décroissante sur  $N$  cycles. Elle est donnée par la relation suivante :

$$L_n = L_{max} \left( \frac{N - n}{N} \right) \quad (4.13)$$

$$r_n = r_0 - \alpha n \quad ; \quad N = \left[ \frac{r_0 - r_{fin}}{\alpha} \right] \quad ; \quad \Delta L_n = L_n \left( \frac{1}{R_n^2} - 1 \right) \quad ; \quad R_n = \frac{r_{n+1}}{r_n} \quad (4.14)$$

Avec  $\alpha$  la pente des tapers linéaires ;  $N$  le nombre total des cycles de la brosse ;  $r_{fin} = r_0 - \alpha N$  le rayon de la nanofibre à la fin du tirage ;  $R_n$  le rayon relatif entre deux cycles successifs ;  $\Delta L_n$  l'élongation pendant le cycle d'ordre  $n$ .

On montre un exemple pour ce type de profil, il a été obtenu grâce à la relation de conservation du volume (cf. 4.1) avec les paramètres suivants : fibre SMF-28 ( $r_0 = 62,5 \mu\text{m}$ ),  $L_{max} = 30 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 0.8$ . Le rayon final est égal à  $r_N^{final} = 1 \mu\text{m}$ .

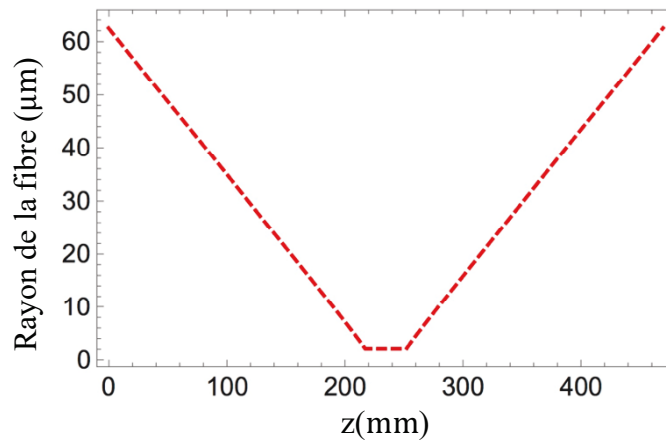


Figure 4.5 : Exemple d'une fibre étirée de forme linéaire.

La conservation du volume (cf. 4.1) ne permet pas d'estimer la valeur exacte du rayon de la nanofibre, cela dépend également des fluctuations de la flamme pendant le tirage. Ceci définit sa largeur  $L_n$  de chauffage pour chaque cycle d'ordre  $n$ . Nous présentons quelques techniques qui permettent d'estimer le rayon de la nanofibre en plus de l'estimation de la conservation de volume. Nous commençons dans ce chapitre par une technique qui consiste à se servir des battements entre les modes excités dans le taper pendant le tirage.

## **IV. Moyens de caractérisation des nanofibres optiques :**

### **IV.1 Battements entre les modes pendant le tirage :**

La lumière se propage dans le taper de la fibre étirée suivant quatre étapes en passant par une région monomode ensuite multimode puis à nouveau monomode [10], la dernière étape est la zone de couplage aux modes de radiation. Une bonne ingénierie des tapers est indispensable pour une propagation adiabatique avec des pertes très faibles. Le critère d'adiabaticité donné précédemment dans le chapitre 2 donne une limite supérieure de l'angle du taper adiabatique. Pendant le tirage, les différents modes pouvant se propager dans la fibre étirée interfèrent entre eux et produisent des fluctuations d'intensité en sortie. On analyse le contenu spectral de ces fluctuations pendant le tirage par une analyse basée sur des spectrogrammes pour identifier les différents modes excités dans la fibre étirée. Par la suite, on estime les proportions de l'énergie échangée entre les modes à partir de la densité spectrale de puissance du signal transmis pendant le tirage. On montre dans la suite l'importance de l'ingénierie de la forme des tapers sur l'adiabaticité de transmission.

On travaille en régime continu avec une fibre optique SMF-28 qui a un diamètre de cœur de 9  $\mu\text{m}$ , son comportement est monomode à la longueur d'onde de travail de 1550 nm. Toute la puissance est transportée dans le mode fondamental  $E_{11}$ . En présence des battements entre les modes pendant le tirage, une partie de la puissance est transférée du mode fondamental de pompe vers les autres modes d'ordre supérieur excités dans le taper. Le signal détecté par la photodiode est exploité sous LabVIEW pendant le tirage. On détecte l'évolution de la puissance contenue dans le mode fondamental (le seul transmis dans la section non étirée de la fibre) et on quantifie le transfert de puissance avec les autres modes [10]. La figure suivante illustre un signal mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 pendant un tirage symétrique à largeur de chauffage constante à la longueur d'onde 1550 nm.

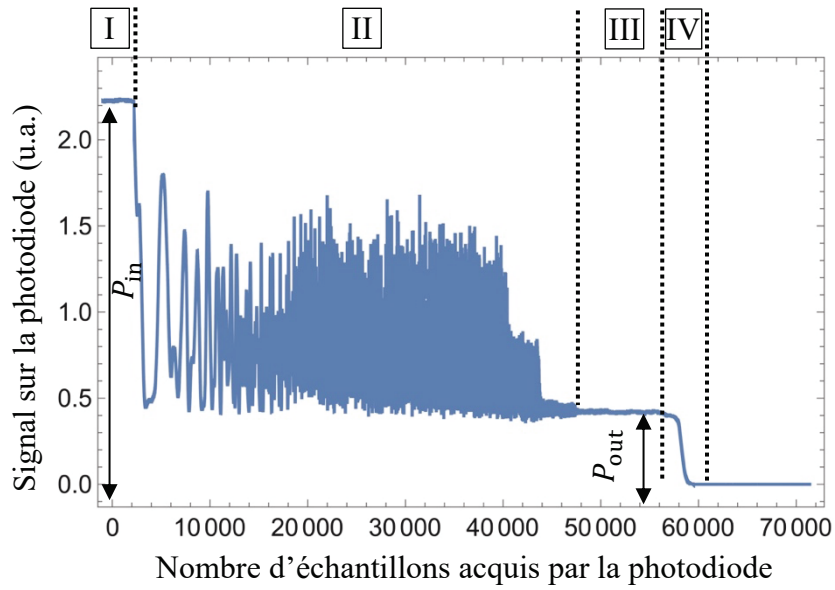


Figure 4.6 : Signal mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 à la longueur d'onde 1550 nm pendant un tirage large de chauffage constante  $L_0 = 700 \mu\text{m}$ .

L'analyse du signal transmis peut être faite en décomposant le tirage en quatre parties :

- **Comportement monomode (I) :**

C'est le début de tirage, le diamètre ne varie pas trop. On descend jusqu'à la valeur de rayon  $r \approx 30 \mu\text{m}$ . La condition d'adiabaticité est toujours satisfaite. On observe une transmission constante, il n'y a ni excitation des modes d'ordres supérieurs, ni battements.

- **Comportement multimode (II) :**

Au fur et à mesure que le diamètre de la fibre diminue pendant le tirage, l'indice effectif du mode fondamental  $n_{eff_{HE_{11}}}$  se rapproche de l'indice  $n_2$  de la gaine jusqu'à ce que la lumière devienne guidée par l'interface gaine-air. Le transfert d'énergie vers les autres modes apparaît lors de la transition des modes de cœur vers les modes de gaine. Ceci est valable pour tous les modes à cause de l'équation précédente i.e.  $\Delta n \ll 1$ . La fibre devient fortement multimode lorsque [10] :

$$n_{eff_{HE_{11}}} = n_2 \quad (4.15)$$

Les modes créés dans le taper se propagent dans la nanofibre avec différentes constantes de propagation. La longueur optique parcourue par chaque mode guidé d'indice  $i$  est donnée par l'expression suivante [10] :

$$L_{opt}^i = \int_{L_{fibre}} n_{eff_i}(z) dz \quad (4.16)$$

Si les modes se propagent sur une distance égale à un multiple entier du plus petit commun multiple de toutes les longueurs de battements entre chaque mode d'ordre supérieur et le mode fondamental, alors on retrouve le même état initial, il n'y a pas de pertes d'énergie. Dans le cas contraire, uniquement une partie de la lumière peut se recoupler vers le cœur dans le mode fondamental. L'autre puissance est perdue par radiation dans les autres modes d'ordres supérieurs qui passent à la coupure quand le diamètre devient suffisamment petit. Ils ne sont pas détectés en sortie de la fibre car ils ne sont pas dans le mode fondamental. La condition d'adiabaticité donnée dans le chapitre 2 est plus stricte que nécessaire. En particulier, on ne peut pas avoir des battements entre les modes de familles différentes si la fibre reste circulaire.

- **Comportement monomode (III) :**

En continuant à tirer sur la fibre, son diamètre devient très petit et les indices effectifs des différents modes approchent l'indice de l'air. Quand le diamètre devient suffisamment faible, les différents modes passent à la coupure i.e. ils sont perdus par radiation sauf le mode fondamental qui n'a pas de rayon de coupure (cf. chapitre 2). La fibre optique devient monomode pour une deuxième fois. Une nanofibre guide toujours la lumière dans le mode fondamental quel que soit son diamètre. Néanmoins, la variation de son rayon le long de l'axe de propagation peut diminuer la transmission en couplant le mode de propagation aux modes de radiation [11], d'où la décroissance abrupte observée à la fin de la courbe de la figure 4.6. La transmission de cette fibre étirée est estimée à  $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{0.4}{2.2} = 0,18$ .

- **Comportement radiatif (IV) :**

Dans cette région, la fibre étirée cesse d'être adiabatique car l'indice effectif du mode fondamental se rapproche de l'indice de l'air ( $n_{eff_{HE_{11}}} \rightarrow 1$ ). Par conséquent, la longueur du taper qui vérifie l'adiabaticité est très longue ( $Z_b \rightarrow \infty$ ). Dans ce cas, la condition d'adiabaticité n'est plus vérifiée et le mode fondamental se couple vers les modes de radiation, c'est la chute de puissance observée sur la figure 4.6, tout en sachant, que la fibre n'est pas encore cassée.

Dans le paragraphe suivant, nous allons identifier les différents modes excités dans le taper de la fibre étirée, comment les exciter et comment contrôler leurs excitations. Nous allons commencer par une modélisation du tirage pour remonter au spectrogramme théorique et identifier les diamètres de coupure des différents modes excités. Ensuite, nous allons comparer le spectrogramme théorique au spectrogramme expérimental et confirmer nos hypothèses.

#### **IV.2 Modélisation du spectrogramme :**

Ravets et *al.* [10] sont les premiers qui ont pu extraire les fréquences contenues dans le signal transmis pendant le tirage en sortie d'une fibre étirée en utilisant une transformée de Fourier locale sur une fenêtre du signal, appelée spectrogramme. Pour bien illustrer les battements entre les modes dans le taper pendant le tirage, nous modélisons la fibre étirée par un interféromètre de Mach-Zehnder comme montré sur la figure suivante :



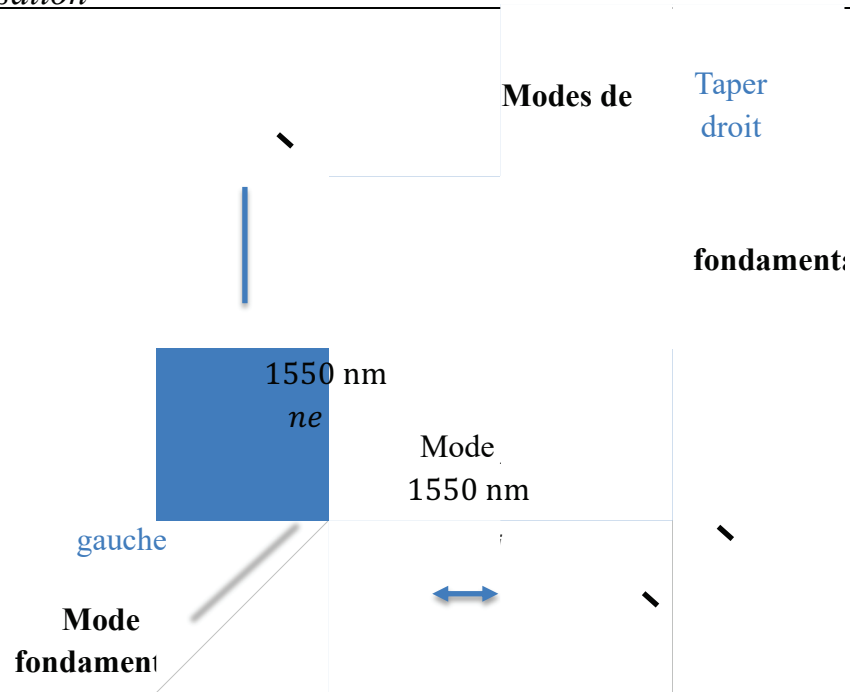


Figure 4.7 : Interféromètre de Mach-Zehnder équivalent à la fibre étirée.

L'accumulation de phase entre deux modes guidés d'indices  $i$  et  $j$  en battement entre eux, est une fonction de la différence de leurs constantes de propagation qui dépendent du rayon de la fibre à l'instant  $t$  pendant le tirage i.e. de la coordonnée  $z$  le long de la fibre étirée. Si la longueur de la fibre à l'instant  $t$  est égale à  $L$  alors l'accumulation de phase entre deux modes guidés d'indices  $i$  et  $j$  est égale à  $\Phi_{ij}(L)$  telle que [10] :

$$\Phi_{ij}(L) = \int_0^L [\beta_i(r(z)) - \beta_j(r(z))] dz \quad (4.17)$$

La fréquence spatiale est donnée par l'expression suivante [10] :

$$K_{ij}(L) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_{ij}(L)}{dL} \quad (4.18)$$

La nanofibre est assimilée à un guide circulaire à deux couches  $n_1 = n_{\text{SiO}_2}$  et l'air. En utilisant la relation de dispersion de la silice donnée dans le chapitre 3, nous traçons sur la figure suivante les courbes de dispersion des différents modes vectoriels possibles dans la nanofibre à la longueur d'onde 1550 nm en fonction de son rayon.

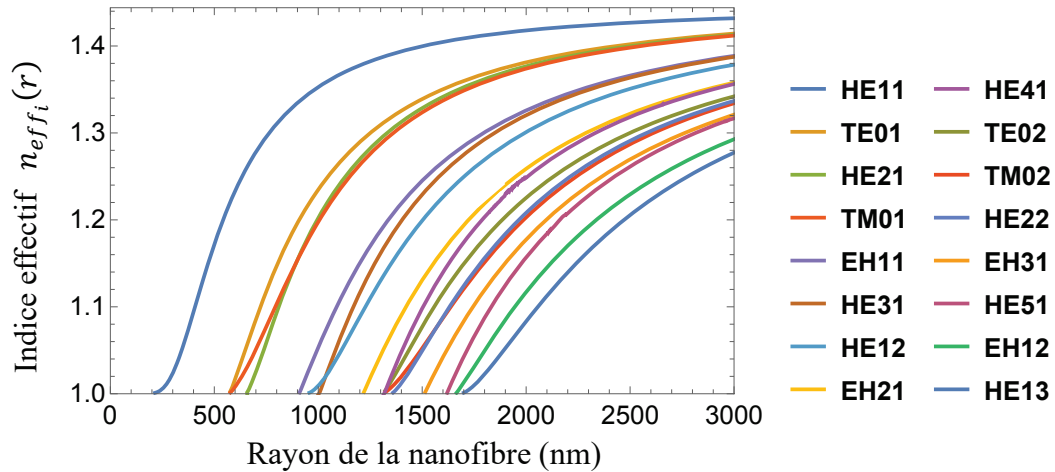


Figure 4.8 : Dispersion de quelques modes vectoriels guidés en indices effectifs en fonction du rayon d'une nanofibre en silice.

Tous les modes guidés présentés sur la figure 4.8 sont tracés en annexe. Pour calculer l'accumulation de phase  $\Phi_{ij}(L)$  associée au battement entre deux modes guidés d'indices  $i$  et  $j$ , il faut calculer la différence entre les constantes de propagation  $\Delta\beta_{ij}(r)$ . Ceci revient à calculer la différence  $\Delta n_{eff_{ij}}(r)$  de leurs indices effectifs respectifs. Nous avons simulé cette grandeur en fonction du rayon de la nanofibre pour les différents battements possibles entre le mode fondamental  $E_{11}$  de pompe et tous les autres modes excités dans le taper. La figure est la suivante :

Battement avec le mode  $E_{11}$

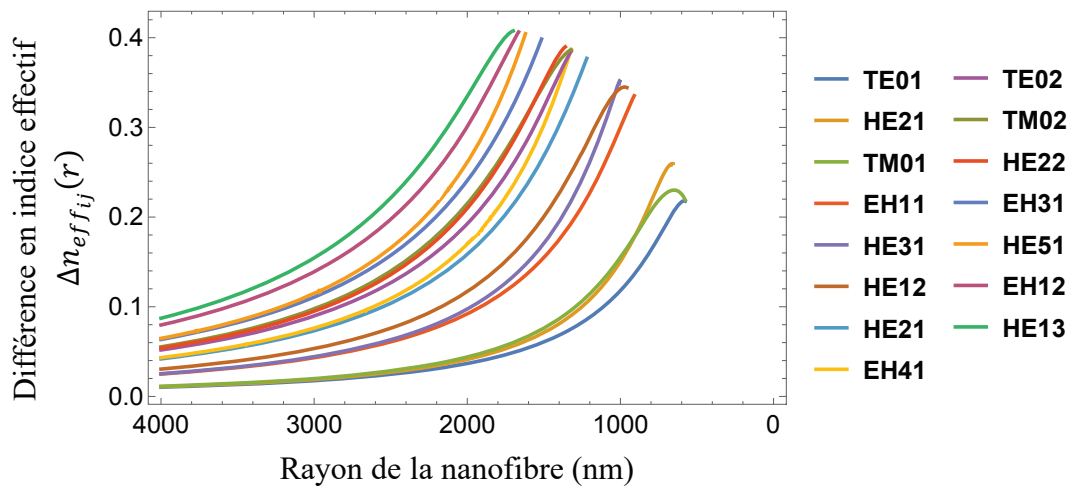


Figure 4.9: Différences entre les indices effectifs entre mode fondamental le  $HE_{11}$  de pompe et des modes d'ordre supérieur excités dans le taper, en fonction du rayon de la nanofibre en silice.

#### IV.2.1 Tirage à largeur de flamme constante :

Connaissant les courbes de  $\Delta n_{eff_{ij}}(r)$ , on peut identifier les différents modes présents dans la nanofibre pendant le tirage et remonter aux fréquences spatiales contenues dans le signal de battements observés pendant le tirage. La figure suivante

montre le profil d'une fibre étirée par un tirage symétrique en échelle semi-logarithmique (échelle linéaire en  $z$  et logarithmique en  $x$ ).

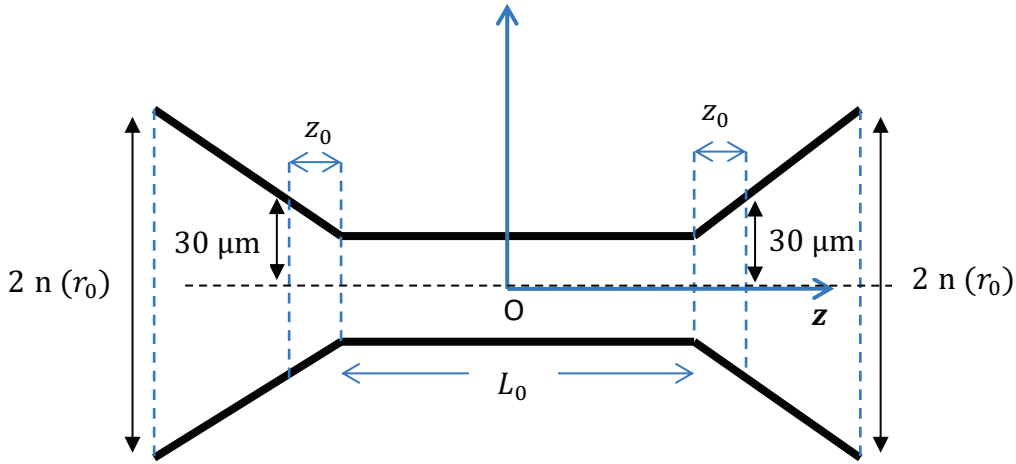


Figure 4.1 : Profil d'une fibre étirée par un tirage symétrique à largeur de chauffage constante en échelle semi-logarithmique (échelle linéaire en  $z$  et logarithmique en  $x$ ).

Les différents modes d'ordres supérieurs qui se propagent dans la fibre étirée commencent à battre avec le mode fondamental de pompe à partir d'un rayon égal à  $r = 30 \mu\text{m}$ . Il faut donc tenir compte de cette distance dans le taper pour calculer l'accumulation de phase  $\Phi_{ij}(L)$ .

Dans le cas du tirage symétrique à largeur de flamme constante,  $L = L_0 + z'$  avec  $z'$  l'élongation totale de la fibre étirée qui est donnée précédemment par (4.3).

L'expression du rayon de la fibre étirée par un tirage à largeur de chauffage constante est la suivante :

$$r(z) = \begin{cases} r_0 e^{-\frac{z}{L}} & \text{si } 0 \leq z \leq \frac{L_0}{2} \\ r_0 e^{\frac{z - (\frac{L_0}{2} + z)}{L}} & \text{si } \frac{L_0}{2} \leq z \leq \frac{L_0}{2} + z_0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Avec  $L_0$  la largeur de la flamme ;  $z_0$  l'élongation de chacun des deux tapers de la fibre étirée et  $r_0$  son rayon initial.

Après avoir obtenu l'expression du rayon dans le taper, on la remplace dans l'expression de l'accumulation de phase  $\Phi_{ij}(L)$  i.e.  $\Phi_{ij}(z')$  donnée par (4.17) en utilisant la relation (4.3) donnée précédemment de la conservation de distance pendant le tirage :

$$\Phi_{ij}(z') = 2 \frac{2\pi}{\lambda} \left[ \int_0^{\frac{L}{2}} \left[ n_{eff_i} r_0 e^{\frac{-z'}{2L}} \right] - n_{eff_j} r_0 e^{\frac{-z'}{2L}} \right] dz + \int_{\frac{L}{2}}^{\frac{L+z'}{2}} \left[ n_{eff_i} \left( r_0 e^{\frac{z-\frac{L+z'}{2}}{L}} \right) - n_{eff_j} \left( r_0 e^{\frac{z-\frac{L+z'}{2}}{L}} \right) \right] dz \quad (4.20)$$

Nous allons limiter les bornes d'intégration. Il faut calculer la coordonnée  $z_{max}$  dans les tapers qui correspond à un rayon  $r = 30 \mu\text{m}$ , le rayon pour lequel les battements apparaissent. On écrit :

$$r_0 e^{\frac{z_m x - \frac{L+z'}{2}}{L}} = 30 \quad \rightarrow \quad z_{max} = \frac{L_0 + z'}{2} - L_0 \ln \frac{r_0}{30} \quad (4.21)$$

Donc pour chaque élongation  $z'$ , on aura une nouvelle borne supérieure en  $z$  notée  $z_{max}$ . Après avoir trouvé l'expression de  $\Phi_{ij}(z')$ , on peut remonter à la fréquence spatiale instantanée par une simple dérivée par rapport à l'élongation totale  $z'$  de la fibre étirée par ce type de tirage à largeur de chauffage constante. Ceci revient à écrire :

$$K_{ij}(z') = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_{ij}(z')}{dz'} \quad (4.22)$$

Pour déduire le spectrogramme, nous avons simulé les différents battements entre le mode fondamental  $E_{11}$  de pompe avec les modes d'ordre supérieur excités dans le taper et qui appartiennent à la même famille (i.e.  $l = 1$ ). Les résultats théoriques obtenus sont les suivants :

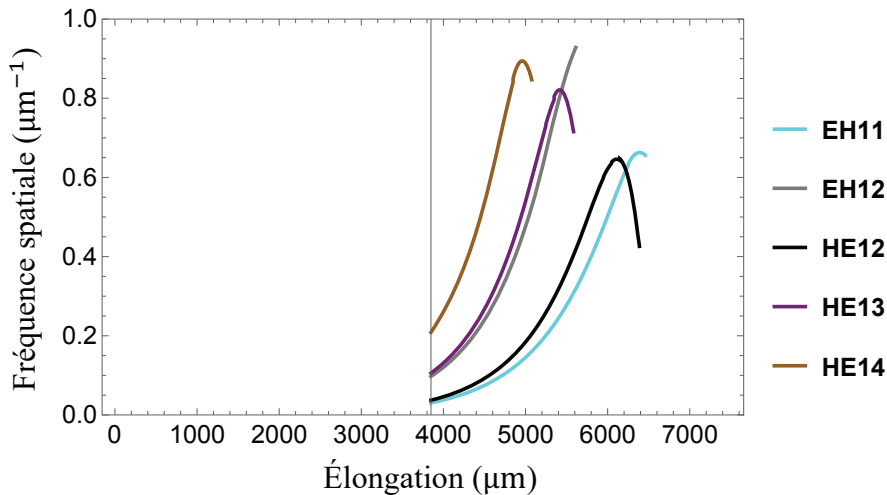


Figure 4.11 : Fréquences spatiales théoriques idéales pour un tirage à largeur de chauffage constante  $L_0 = 700 \mu\text{m}$  à la longueur d'onde  $1550 \text{ nm}$ .

On n'excite cependant pas que les modes de la même famille dans le taper. Pendant le tirage, la fibre pourrait perdre sa symétrie circulaire. Dans ce cas, on excite plusieurs modes qui n'appartiennent pas à la même famille ( $l \neq 1$ ) i.e. des modes qui n'ont pas la même symétrie. Le spectrogramme qui correspond à ces modes est donné sur la figure suivante :

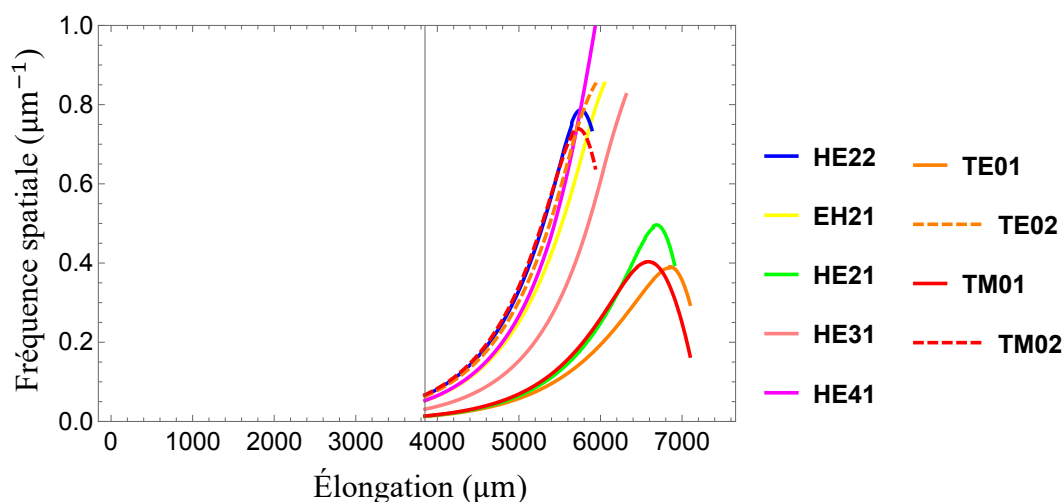


Figure 4.12 : Fréquences spatiales théoriques des modes ( $l \neq 1$ ) pour un tirage à largeur de chauffage constante  $L_0 = 700 \mu\text{m}$  à la longueur d'onde  $1550 \text{ nm}$ .

On applique le spectrogramme sur le signal de la figure 4.6, le résultat obtenu est montré sur la figure 4.13 suivante. Chaque courbe traduit un battement entre le mode fondamental  $E_{11}$  de pompe avec un autre mode d'ordre supérieur excité dans le taper de la fibre étirée. Les battements apparaissent clairement au bout de 4 mm d'élongation i.e.  $r = 30 \mu\text{m}$  dans la région (II) où la fibre étirée est fortement multimode comme montré sur la figure 4.6. Chaque courbe de battement disparaît lorsque le mode en question passe à la coupure, l'énergie correspondante est perdue sous forme de modes de radiation dans le second taper.

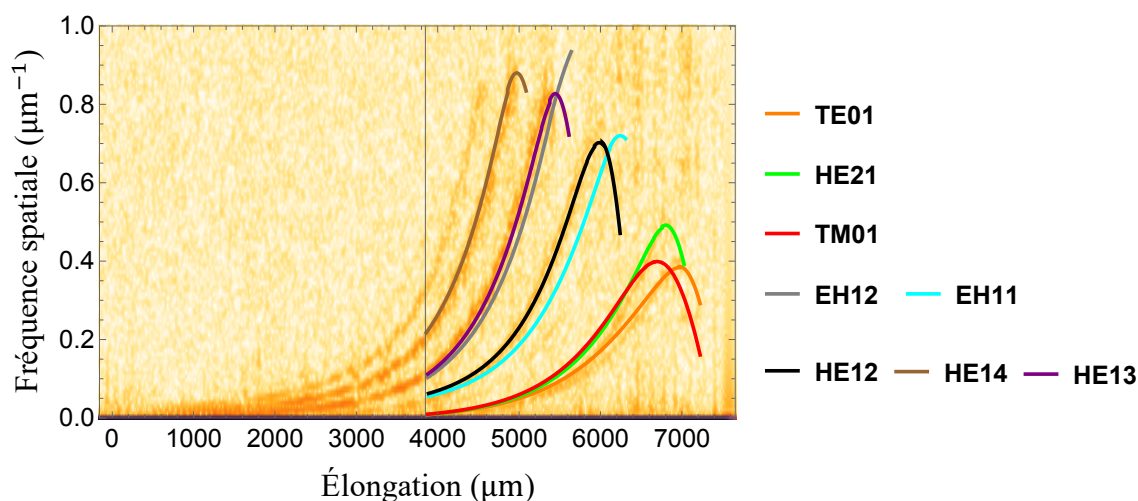


Figure 4.13: Spectrogramme du signal mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 à la longueur d'onde  $1550 \text{ nm}$  pendant un tirage à largeur de chauffage constante  $L_0 = 700 \mu\text{m}$ .

Dans notre cas, on tire à une vitesse constante égale à  $50 \mu\text{m/s}$ . Cette vitesse de tirage dépend essentiellement de la température de la flamme, qui dépend de la viscosité de la silice ramollie pendant le tirage. Nous allons introduire dans la section suivante l'influence de la température de la flamme sur la vitesse du processus de fabrication des nanofibres.

### **IV.3 Influence de la température sur le processus de tirage :**

On s'intéresse à l'évolution de la viscosité de la silice en fonction de la température. On définit une température  $T_g$  appelée température de transition vitreuse [12]. Au-dessus de cette température, la silice est à l'état caoutchouteux et au-dessous de cette température, elle est à l'état solide mais amorphe. À cette température de transition vitreuse, la viscosité de la silice  $\eta_{SiO_2}$  est très élevée de l'ordre de  $10^{13}$  Pa. s. En dessous de cette température  $T_g$ , la silice a la structure d'un liquide (amorphe) mais possède les propriétés d'un solide, c'est une caractéristique principale de la silice contrairement aux autres matériaux.

L'évolution de la viscosité  $\eta_{SiO_2}$  en fonction de la température  $T$  suit une loi décrite par Vogel, Fulcher, Tamman (VFT) [13]. Cette fonction possède plusieurs points caractéristiques [14] :

- Température de fusion :  $T_f > 2000$  K &  $\eta_{SiO_2} = 10$  à  $100$  Pa. s.
- Température de mise en forme :  $T > 1800$  K &  $\eta_{SiO_2} = 10^3$  à  $10^4$  Pa. s.
- Température de ramollissement :  $1500$  K  $< T < 1800$  K &  $\eta_{SiO_2} = 10^7$  Pa. s.
- Température de recuit :  $T = 1500$  K &  $\eta_{SiO_2} = 10^{12}$  Pa. s.
- Température de tension :  $T = 1000$  K  $< T_g$  &  $\eta_{SiO_2} = 10^{13}$  Pa. s.

La température de transition vitreuse  $T_g$  est toujours comprise entre la température de tension et la température de recuit i.e. une viscosité entre  $10^{12}$  Pa. s et  $10^{13}$  Pa. s [14]. La température de notre flamme est typiquement égale à  $1400$  K, c'est une température relativement basse. Il faut identifier le temps de relaxation nécessaire pour effectuer le tirage sans casser la fibre. Ce temps de relaxation est le temps nécessaire du chauffage par la flamme pour relâcher les contraintes mécaniques internes présentes dans la silice. Le temps de relaxation pour une température de  $1400$  K est estimé à  $10^{-4}$  heures [15]. En moyenne, il faut assurer un temps de chauffage beaucoup plus grand que ce temps de relaxation  $\tau = 500$   $\mu$ s i.e. une vitesse de tirage beaucoup plus faible. Dans notre cas, on tire à une vitesse égale à  $50$   $\mu$ m/s donc pour la flamme  $L_0 = 700$   $\mu$ m, on assure un temps de chauffage égal à  $14$ s qui est suffisamment grand devant le temps de relaxation  $\tau$ .

Il s'agit donc d'un choix de tirage lent. Dans la littérature, on peut trouver d'autres techniques qui utilisent des flammes à hydrogène qui atteignent des températures très élevées donc des vitesses de tirages beaucoup plus rapides.

### **IV.4 Influence de la largeur de la flamme sur le spectrogramme et les erreurs aléatoires correspondantes :**

#### **IV.4.1 Tirage à largeur de chauffage constante :**

Dans le cas du tirage symétrique, les courbes théoriques de battement sont très sensibles à la largeur  $L_0$  de la flamme. On ne connaît pas la largeur réelle de cette flamme, pour ce faire, il faut estimer la largeur  $L_0$  qui permet de superposer les courbes théoriques sur les courbes expérimentales du spectrogramme.

Malgré le fait que la flamme soit isolée du milieu extérieur, les turbulences atmosphériques restent les causes principales des fluctuations de la largeur effective  $L_0$  de chauffage. Pour estimer la largeur  $L_0$  à un instant  $t$  donné pendant le tirage, on superpose la courbe expérimentale des battements avec la courbe théorique au même instant  $t$  pour une largeur  $L_0$  donnée. Il faut les superposer pour un mode bien précis dont on connaît le diamètre de coupure.

Par exemple, on estime la largeur  $L_0$  de la flamme au moment de la coupure théorique du mode  $TM_{01}$  qui se produit pour un rayon égal à  $r(z_0) = 575$  nm. Sur le spectrogramme expérimental, la courbe de battement du mode fondamental  $E_{11}$  avec le mode  $TM_{01}$  disparaît à la coupure du mode  $TM_{01}$  pour une élongation expérimentale  $z' = 7100$   $\mu\text{m}$ . On sait que dans le cas du tirage symétrique à largeur de chauffage constante, l'élongation totale de la fibre optique est égale au double de l'élongation de chaque taper i.e.  $z' = 2z_0$ . En utilisant les expressions analytiques du rayon dans le cas du tirage symétrique (cf. 4.19), la largeur  $L_0$  de chauffage est estimée par la relation suivante :

$$L_0 = \frac{z_0}{n \left[ \frac{r_0}{r(z_0)} \right]} \quad (4.23)$$

Avec les données ci-dessus, on estime une valeur  $L_0 = 757$   $\mu\text{m}$ .

Pour ce tirage symétrique à largeur de chauffage constante, nous déduisons que la largeur expérimentale de la flamme était égale à  $L_0 = 757$   $\mu\text{m}$  au moment de la coupure du mode  $TM_{01}$ . Nous simulons à nouveau le spectrogramme théorique avec cette nouvelle largeur expérimentale afin de le superposer avec le spectrogramme expérimental pour le mode  $TM_{01}$ . Nous le traçons sur la même figure avec le spectrogramme expérimental. Le résultat est le suivant :

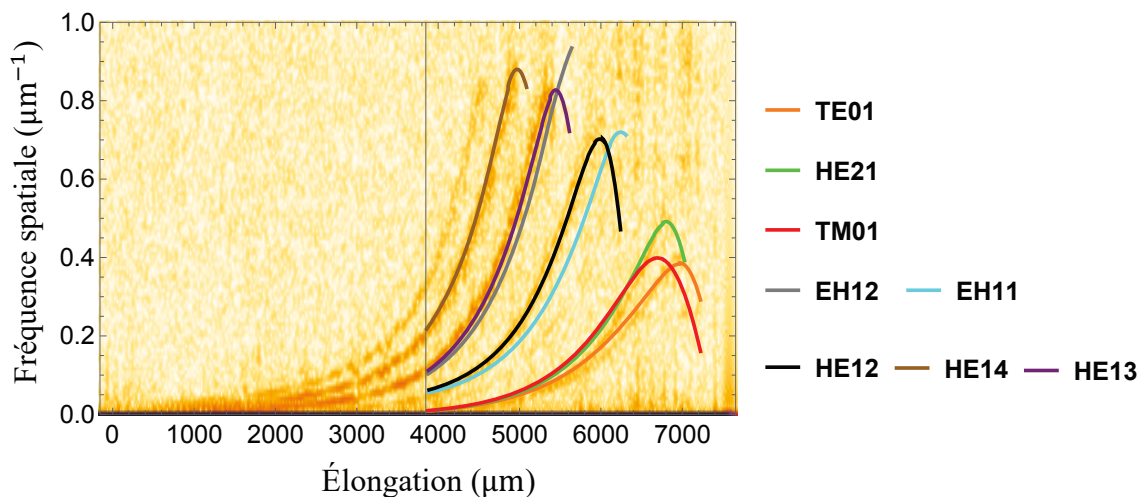


Figure 4.14 : Spectrogramme du signal mesuré en sortie d'une fibre SMF-28 étirée à la longueur d'onde 1550 nm pendant un tirage à largeur de chauffage constante  $L_0 = 757$   $\mu\text{m}$ .

On remarque que la courbe expérimentale du battement entre le mode fondamental  $E_{11}$  et le mode  $TM_{01}$  coïncide très bien avec celle simulée car le spectrogramme théorique est calculé avec la bonne valeur de  $L_0$  estimée précédemment pour le même mode  $TM_{01}$ . Les autres courbes expérimentales ne coïncident pas très bien avec les

courbes théoriques car la largeur de la zone chauffée  $L_0$  n'est pas la même à cause de la fluctuation de la flamme pendant le tirage en raison des turbulences de l'air. On peut estimer l'erreur sur le rayon de la nanofibre connaissant la largeur  $L_0$  estimée précédemment avec le mode  $TM_{01}$ . Après différentiation de la relation (4.19) qui donne l'expression du rayon de la nanofibre en fonction de l'élongation totale  $z'$  de la fibre étirée, on écrit :

$$|\delta r| = \frac{r_0}{L_0} e^{\left(\frac{-z'}{L}\right)} |\delta(z')| \quad (4.24)$$

L'erreur sur le rayon de la nanofibre est directement liée à l'erreur sur l'élongation entre le spectrogramme théorique et le spectrogramme expérimental. Comme exemple, on calcule l'erreur sur le rayon au moment de la coupure du mode  $E_{14}$  pour une calibration avec le mode  $TM_{01}$  ( $L_0 = 757 \mu\text{m}$ ). À partir de la figure 4.14, l'erreur sur l'élongation est de  $\delta(z') = 250 \mu\text{m}$ . En utilisant la relation (4.24), nous estimons l'erreur sur le rayon de la nanofibre :

$$\delta r = 25 \text{ nm} \quad (4.25)$$

Malgré l'erreur plus ou moins grande sur l'élongation, on est précis en termes de rayon, de l'ordre de 25 nm. La valeur du rayon est aléatoire, elle varie d'un tirage à l'autre et elle dépend essentiellement des fluctuations de la flamme pendant le tirage.

On remarque que le spectrogramme calculé théoriquement colle très bien avec celui obtenu expérimentalement uniquement autour du rayon de coupure du mode de calibration. Pour avoir un bon accord, il faut estimer la largeur de la flamme pour chaque rayon de coupure des différents modes excités dans le taper. La flamme fluctue, sa largeur  $L_0$  varie et le diamètre est très sensible à cette largeur  $L_0$  pour un tirage symétrique. Pour diminuer l'influence de la largeur réelle de la flamme, on passe au tirage « *Pull and Brush* » qui permet de travailler avec une largeur de flamme fictive dépendant principalement du déplacement des platines.

#### **IV.4.2 Tirage « *Pull and Brush* » :**

À la fin de chaque cycle d'ordre  $n$  de la brosse, le rayon  $r_n$  de la nanofibre est uniforme sur une longueur égale à  $L_n + \Delta L_n$ . Pour ne pas rechauffer les tapers pendant le processus de tirage entre deux cycles successifs, il faut satisfaire la condition suivante [1]:

$$L_n = L_{n-1} + \Delta L_{n-1} \quad (4.26)$$

Chaque taper a une longueur totale égale à  $\sum_{n=1}^N \frac{\Delta L_n}{2}$ ,  $N$  étant le nombre total des cycles. On peut fabriquer des nanofibres avec des longueurs optimales pour avoir une transmission quasi-adiabatique i.e. des tapers avec une longueur multiple entier du plus petit commun multiple de toutes les longueurs de battement entre le mode fondamental  $E_{11}$  et tous les autres modes d'ordre supérieur. Ceci afin de retrouver l'état initial des battements où toute l'énergie est transportée uniquement par le mode fondamental  $E_{11}$ .



Le signal montré sur la figure 4.15 a été mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 pendant un tirage « Pull and Brush » avec les paramètres qui permettent de fabriquer une nanofibre quasi-adiabatique exceptionnelle. Sa transmission est estimée à  $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{0.8}{0.5} = 0,94$ . Les paramètres utilisés sont les suivants :

$$L_{min} = 3 \text{ mm} \quad , \quad L_{max} = 18 \text{ mm} \quad , \quad R_n = R_0 = 0.97 \quad , \quad r_{fin} = 200 \text{ nm}$$

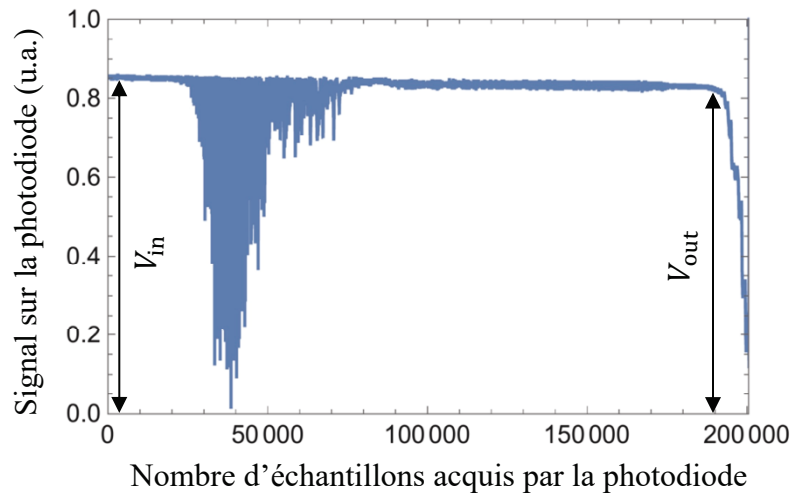


Figure 4.15 : Signal mesuré en sortie d'une fibre SMF-28 étirée à la longueur d'onde 1550 nm pendant un tirage « Pull and brush » avec des tapers quasi-adiabatiques.

Le spectrogramme expérimental associé au signal précédent est le suivant :

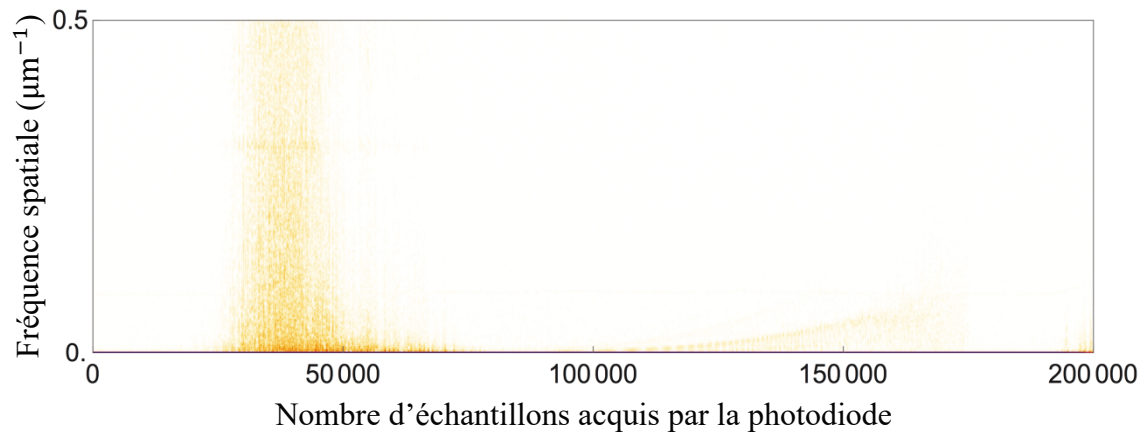


Figure 4.16 : Spectrogramme du signal mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 à la longueur d'onde 1550 nm pendant un tirage « Pull and Brush » avec des tapers quasi-adiabatiques.

Pour les 70000 premiers échantillons, les fréquences de battement sont très faibles, on ne peut pas les observer à cette échelle de fréquence spatiale. On observe une légère courbe de battement qui commence aux alentours de l'échantillon 120000, elle correspond à un battement entre le mode fondamental  $E_{11}$  de la nanofibre avec un des trois modes d'ordres supérieurs qui n'ont pas la même symétrie ( $E_{21}, TE_{01}, TM_{01}$ ). Cette courbe de battement donne une idée sur la circularité de la nanofibre. Dans notre cas, la nanofibre est légèrement non circulaire. Ceci n'influe pas trop sur la transmission.

On utilise le tirage « *Pull and Brush* » afin d'avoir des tapers adiabatiques, donc on n'excite aucun mode dans le taper. La puissance reste confinée dans le mode fondamental.

Le signal montré sur la figure 4.14 a été mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 à la longueur d'onde 1550 nm pendant le processus de fabrication avec des tapers linéaires qui vérifient la condition d'adiabaticité. Sa transmission est estimée à  $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{0.31}{0.32} = 0,97$ . Les paramètres utilisés pour le tirage sont les suivants :

$$L_{max} = 30 \text{ mm} \quad ; \quad \alpha = 0.8 \quad \text{et} \quad r_{fin} = 500 \text{ nm.}$$

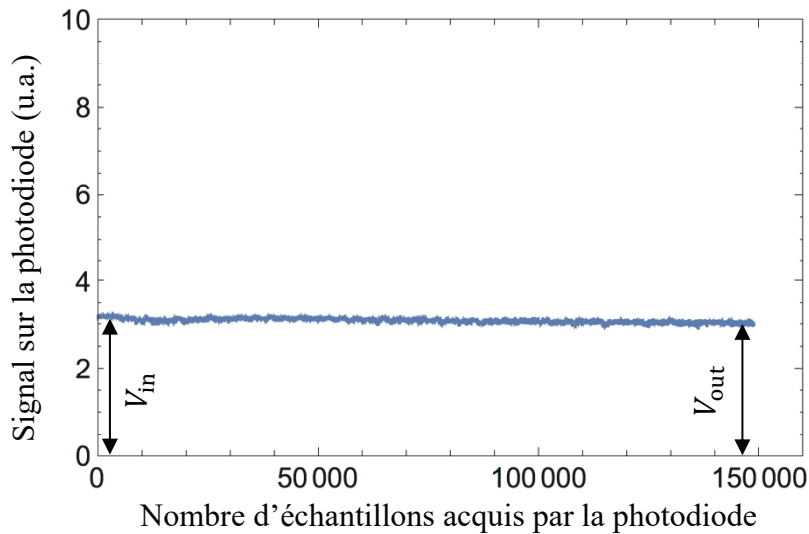


Figure 4.17 : Signal mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 à la longueur d'onde 1550 nm pendant un tirage « *Pull and Brush* » avec des tapers linéaires adiabatiques.

Le spectrogramme expérimental associé au signal précédent est le suivant :

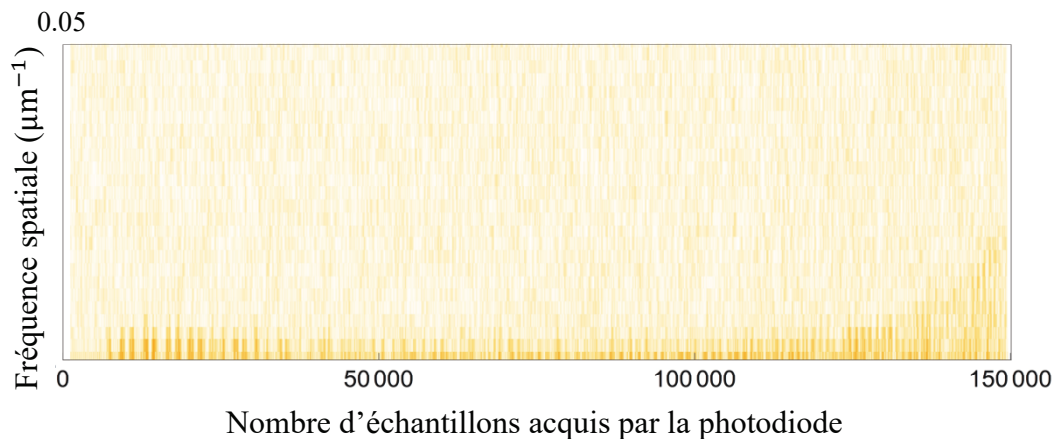


Figure 4.18 : Spectrogramme du signal mesuré en sortie d'une fibre optique SMF-28 à la longueur d'onde 1550 nm pendant un tirage « *Pull and Brush* » avec des tapers linéaires adiabatiques.

Les tapers linéaires réalisées dans l'exemple précédent font un angle égal à 0.002 rad. Malgré le fait qu'ils vérifient la condition de d'adiabaticité en transmission, on observe quelques battements entre le mode fondamental  $E_{11}$  avec les modes d'ordre

supérieurs excités dans le taper d'entrée. Les fréquences spatiales associées à ces battements sont très faibles idem pour les énergies échangées. Ceci peut donner une idée sur la circularité de la nanofibre. Néanmoins, la transmission en sortie de la fibre étirée est constante pendant le tirage. On peut négliger ces battements à cette dynamique d'acquisition et les tapers sont considérés comme parfaitement adiabatiques.

Dans le cas du tirage « *Pull and Brush* », il faut faire un compromis. Soit fabriquer des tapers non adiabatiques, dans ce cas on pourra se servir du spectrogramme pour remonter au diamètre de la nanofibre. Soit fabriquer des tapers adiabatiques, dans ce cas le spectrogramme n'apporte aucune information sur le rayon. Il existe une solution alternative que l'on n'utilisera pas, c'est de travailler avec des tapers adiabatiques mais avec une longueur d'onde pour laquelle la fibre étirée est fortement multimode afin d'exciter les modes d'ordres supérieurs et pourvoir utiliser la technique des battements étudiée dans ce chapitre, mais cette solution reste très compliquée à réaliser [16].

## **V. Conclusion :**

Nous avons présenté les différentes méthodes de fabrication des fibres étirées. Nous avons aussi présenté quelles sont les formes des tapers qu'on peut avoir, quels sont les modes excités pendant le tirage et comment contrôler leur excitation afin d'améliorer la transmission en termes d'adiabaticité des tapers de la fibre étirée. Les fibres que l'on peut fabriquer ont toutes des tapers en décroissance monotone. On peut changer le programme de commande des deux platines pour fabriquer des tapers avec des bosses par exemple mais il faut trouver des motivations et des applications autre que le critère d'adiabaticité en transmission.

Les tapers fabriqués par tirage symétrique sont automatiquement de forme exponentielle et non adiabatiques. Nous utilisons la technique « *Pull and Brush* » qui a plusieurs degrés de liberté afin d'avoir les tapers avec la forme souhaitée.

Le but principal de cette technique « *Pull and Brush* » est de fabriquer des fibres étirées adiabatiques avec la forme des tapers que l'on veut afin de maximiser la transmission. La transmission des nanofibres réalisées avec cette technique dépasse les 99 %. Les tapers sont suffisamment longs et leur critère d'adiabaticité en angle est vérifié. Ceci veut dire que la puissance reste quasiment confinée dans le mode fondamental  $E_{11}$  de la fibre étirée. Il n'y a pas de couplage vers les autres modes en passant par les tapers.

Nous avons aussi présenté un moyen de caractérisation de ces nanofibres optiques dont on dispose qui est l'étude des battements entre les modes excités dans la fibre étirée pendant le tirage. Cette technique des battements entre les modes permet de connaître le diamètre de la nanofibre pour les valeurs discrètes qui correspondent aux coupures des modes d'ordre supérieur excités dans le taper pour le cas d'un tirage non adiabatique. Elle nous donne aussi des informations sur la circularité de la nanofibre fabriquée en fonction de la famille des modes excités dans les tapers. De plus, il faut fabriquer des tapers non adiabatiques à la longueur d'onde de travail pour observer ces battements ce qui n'est pas compatible avec notre application i.e. l'exaltation des effets non linéaires qui nécessitent une transmission suffisamment élevée. Pour cela nous avons réfléchi à un autre moyen de caractérisation de ces nanofibres après le processus de fabrication, il

## *Chapitre 4 : Fabrication des nanofibres optiques et leurs moyens de caractérisation*

---

s'agit d'une nouvelle technique originale de microscopie optique in-situ, non destructive, que l'on va présenter en détail dans le chapitre suivant.

## **VI. Références :**

- [1] Liye Shan, “*Stimulated Raman scattering in the evanescent field of nanofibers*”.
- [2] T. A. Birks, *et al.*, “*The shape of fiber tapers,*” *J. of Lightwave Technology*, **10**, 432 (1992).
- [3] G. Brambilla, *et al.*, “*Ultra-low-loss optical fiber nanotapers,*” *Opt. Express* **12**, 2258-2263 (2004).
- [4] R.-R. Gattass, *et al.*, “*Supercontinuum generation in submicrometer diameter silica fibers,*” *Opt. Express* **14**, 9408–9414 (2006).
- [5] S. G. Leon-Saval, *et al.*, “*Supercontinuum generation in submicron fibre waveguides,*” *Opt. Express* **12**, 2864–2869 (2004).
- [6] F. Orucevic, *et al.*, “*Transmittance and near-field characterization of sub-wavelength tapered optical fibers,*” *Opt. Express* **15**, 13624–13629 (2007).
- [7] C. Baker, *et al.*, “*A generalized heat-brush approach for precise control of the waist profile in fiber tapers,*” *Opt. Mater. Express* **1**, 1065–1076 (2011).
- [8] R. P Kenny, *et al.*, “*Control of optical fibre taper shape,*” *IEEE* **27**, 1654 (1991).
- [9] S. ué, *et al.*, “*Numerical and Experimental Analysis of Optical Fiber Tapering,*” *J. Lightwave Tech.* **25**, 1169 (2007).
- [10] S. Ravets *et al.*, “*Intermodal energy transfer in a tapered optical fiber: optimizing transmission,*” *J. Opt. Soc. Am. A.*, **30**(11), 2361–2371 (2013).
- [11] M. Sumetsky, “*How thin can a microfiber be and still guide light?*” *Opt. Lett.* **31**, 870–872 (2006).
- and Errata M. Sumetsky, “*How thin can a microfiber be and still guide light?*” *Errata, Opt. Lett.* **31**, 3577–3578 (2006).
- [12] C. A. Angell, “*Thermodynamic aspects of the glass transition in liquids and plastic crystals,*” *Pure & Appl. Chem.*, **63**(10), 1387–1392, (1991).
- [13] J.-P. Bouchaud, *et al.*, “*On a dynamical model of glasses,*” *J. Phys. I. France* **5**, 1521–1526, (1995).
- [14] F. Élie, “*Les verres,*” Septembre (2007).
- [15] M. Naji, *et al.*, “*Relaxation structurale dans un verre silicaté étudié : approche par diffusion Brillouin de la lumière,*” *Les journées thématiques du GFSV Paris 2014*, (2014).
- [16] Y. u, *et al.*, “*Real-time control of micro/nanofiber waist diameter with ultrahigh*

*Chapitre 4 : Fabrication des nanofibres optiques et leurs moyens de caractérisation*

---

*accuracy and precision,” Opt. Express* **25**, 10434–10440 (2017).



## Chapitre 5

### *Mesure par microscopie optique de fibres optiques étirées avec une résolution nanométrique*

---

#### I. Introduction :

La contrepartie de la facilité de fabrication de la fibre étirée est la connaissance imparfaite de son profil, c'est-à-dire son diamètre par rapport à l'axe de propagation de la lumière. En effet, l'optimisation de ce composant peut nécessiter une connaissance extrêmement précise de ce profil. Le mélange d'ondes en optique non linéaire est particulièrement sensible au profil exact. La raison en est qu'un mélange d'ondes efficace nécessite de remplir la condition d'accord de phase entre les ondes en interaction. Cet accord de phase est le plus souvent atteint par un accord de phase intermodal obtenu pour des diamètres très précis. Comme montré dans le chapitre 3, un accord de phase pour la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice peut être obtenu à partir d'un mode fondamental  $HE_{11}$  à la longueur d'onde 1550 nm vers un mode d'ordre supérieur  $TM_{01}$  à la longueur d'onde 775 nm si le diamètre de la nanofibre est égal à 693 nm. La génération efficace de seconde harmonique dans une nanofibre de 100  $\mu\text{m}$  de long nécessite que ce diamètre soit maintenu avec une précision de  $\pm 20$  nm.

La mesure du profil avec une telle précision est très exigeante et n'est pas directement accessible avec la microscopie optique conventionnelle. Bien que la microscopie électronique puisse être utilisée pour mesurer ce profil, il s'agit d'une méthode destructive : une fois mesurée, la nanofibre ne peut plus être utilisée. En outre, même atteindre une précision nanométrique avec la microscopie électronique est très difficile. Par conséquent, des techniques simples non destructives pour mesurer le profil des nanofibres devraient être développées. Un panel complet de méthodes a en effet été développé au fil des années. Ceux-ci incluent :

1. Les résonances des modes de galerie en les excitant et en sondant la nanofibre avec une fibre de sonde en contact [1].
2. Le suivi des générations intermodales de deuxième et troisième harmoniques [2].
3. L'observation optique de la diffusion Rayleigh sur le côté de la nanofibre et la détermination de la longueur de battement entre les modes [3].
4. La surveillance de la coupure des modes d'ordre élevé pendant la fabrication de la nanofibre [4].
5. La surveillance en réflectométrie optique de rétrodiffusion [5].
6. La mise en contact d'un réseau ou d'une microcavité avec la nanofibre et la surveillance des pertes induites dans cette nanofibre par le couplage de la lumière guidée dans cette microcavité [6,7].



7. Le contrôle de la lumière diffractée sur la nanofibre lorsqu'elle est éclairée de côté pour observer la structure modale de la lumière, la structure modale dont la dépendance au diamètre est connue [8].
8. La surveillance de la diffusion Brillouin dont les fréquences dépendent du diamètre [9].
9. L'étude menée dans le chapitre 4 de cette thèse sur les battements entre les modes excités dans le taper pendant le tirage.

Bien que très précises, certaines de ces techniques [2,4,8] ne permettent pas d'avoir le profil complet de la fibre étirée. Elles donnent simplement accès à sa valeur moyenne intégrée sur la longueur de la nanofibre ou à son rayon minimum. Par exemple, nous avons vu que la technique des battements développée dans le chapitre 4, ne permet pas d'avoir tout le profil de la fibre étirée, elle donne uniquement accès à la valeur du rayon minimum de la partie nanofibre intégrée sur une longueur d'interaction des modes en battement. Cette technique suppose une nanofibre uniforme et circulaire pour pouvoir identifier les modes en battements et remonter au diamètre, elle exige aussi que les tapers soient non adiabatiques pour exciter les modes en battements à moins d'utiliser une longueur d'onde pour laquelle la fibre étirée est multimode avec un contrôle de l'excitation du mode de pompe mais cette solution reste très compliquée. D'autres [3,5,7], fournissent le profil de la fibre mais avec une résolution limitée le long de l'axe de la fibre étirée. De plus, la plupart de ces techniques (diffusion Rayleigh, diffusion Brillouin, etc.) sont des mesures indirectes, dans la mesure où elles nécessitent un modèle complexe pour lier la mesure au diamètre de la nanofibre.

La première technique [1] donne l'aperçu le plus détaillé du profil de la fibre avec une seule hypothèse, elle suppose que la nanofibre est circulaire mais en utilisant une deuxième fibre comme sonde. Le diamètre peut être déterminé avec une précision nanométrique à chaque position le long de la fibre. Cependant, cette technique n'est pas simple à mettre en œuvre. Elle nécessite de positionner la fibre de la sonde en contact avec la nanofibre et peut difficilement être utilisée pour surveiller le processus de fabrication de la fibre étirée.

Pour ces raisons, nous avons développé une technique simple pour mesurer tout le profil de la fibre étirée avec une précision nanométrique en diamètre et de quelques micromètres le long de l'axe de la fibre. C'est une technique sans contact qui utilise un microscope optique conventionnel et qui peut être directement monté sur le banc de tirage. La résolution de la microscopie standard est limitée par la diffraction, typiquement à environ  $\lambda / NA$ , donc à environ  $1 \mu\text{m}$  à peu près dans le domaine visible pour une ouverture numérique  $NA = 0,42$ . Néanmoins, il est bien connu que cette limite de diffraction peut être battue par diverses techniques de super-résolution. Nous avons développé une technique de ce type qui ne nécessite aucune modification du microscope, mais repose uniquement sur la connaissance préalable de la forme de l'objet à mesurer et sur un traitement numérique. La figure reconstruite de la lumière diffractée sur la nanofibre, dont le diamètre doit être déterminé, est capturée par le microscope. Cette figure reconstruite expérimentale est ensuite comparée numériquement à un ensemble d'images de référence calculées en modélisant la diffraction de la lumière sur la nanofibre et sa propagation dans le microscope jusqu'à son acquisition par la caméra. Ces images de référence sont calculées pour différents diamètres de nanofibres, le pas entre deux

diamètres successifs dépendant de la précision souhaitée sur la détermination du diamètre. L'image de référence qui présente la meilleure correspondance avec la figure reconstruite expérimentale donne le diamètre recherché.

Cette technique est une mesure sans contact avec un objectif du microscope fixé à quelques centimètres de la nanofibre. Elle peut être facilement implémentée sur n'importe quel microscope.

## **II. Cahier des charges :**

### **II.1 Source d'éclairage :**

- Une meilleure résolution : la longueur d'onde la plus basse possible tout en restant saine pour les yeux.
- Une longueur d'onde compatible avec l'objectif choisi.
- Une diode électroluminescente et non pas un Laser pour éviter les images tavelées (présentant du Speckle) à cause de la longueur de cohérence infinie. Autrement dit, il faut limiter la longueur de cohérence.

### **II.2 Objectif :**

- Une pupille à l'infini pour pouvoir introduire des éléments optiques pour le filtrage. Dans ces conditions, on pourra décomposer le champ en ondes planes et limiter la décomposition du champ à l'ouverture numérique de l'objectif.
- Une grande distance de travail à cause de la flamme.
- Meilleur grossissement possible.
- Une profondeur de champ facile à échantillonner avec le contrôleur ESP utilisé avec la platine qui se déplace avec des incréments de 50 nm.
- Un champ uniforme sur toute la fenêtre de la caméra.

### **II.3 Caméra :**

- On choisit une caméra N/B au lieu d'une caméra couleur pour bénéficier de la pleine résolution du capteur et avoir une meilleure sensibilité en présence d'un filtre interférentiel.
- Une caméra avec une résolution meilleure que l'objectif pour éviter d'être limité par ce dernier.
- $\Gamma = 1$  i.e. l'intensité sur la caméra est proportionnelle au nombre de photons sur le capteur.

### III. Choix du microscope :

Nous décrivons la conception et le choix des composants du microscope suivant le cahier de charge donné précédemment. Comme source d'éclairage, nous utilisons une diode électroluminescente DEL qui a un spectre centré autour de la longueur d'onde 462 nm. Nous avons opté pour un filtre interférentiel qui a une largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda = 9$  nm autour de la longueur d'onde centrale  $\lambda = 462$  nm. Ce filtre interférentiel passe-bande qui coupe le spectre de la DEL, est inséré entre l'objectif du microscope et la lentille du tube. Ceci définit une longueur de cohérence  $L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda^2} = 25$   $\mu\text{m}$ . Si  $L < L_c$  : présence de franges d'interférence ; Si  $L > L_c$  : absence de franges.

Avec cette largeur de bande spectrale d'éclairage, les chemins optiques de toutes les réflexions parasites de la lumière sont supérieurs à la longueur de cohérence. Par exemple, on n'est pas gêné par les réflexions sur la vitre de la caméra qui cache son capteur en Silicium ainsi que toutes autres les réflexions dans le microscope qui ont un chemin optique  $L > L_c$ . Ceci permettra d'avoir un fond quasi-uniforme du champ sur la caméra.

Le spectre normalisé en puissance du système d'éclairage i.e. l'ensemble « diode électroluminescente DEL + filtre interférentiel passe bande » mesuré par l'analyseur de spectre optique (OSA) est montré sur la figure suivante :

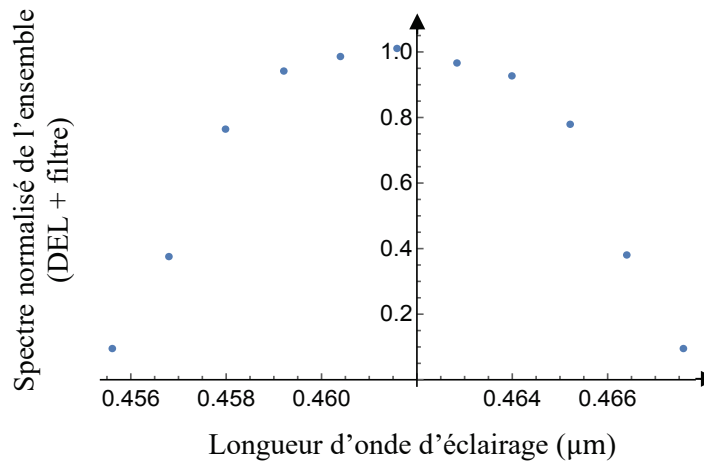


Figure 5.1 : Spectre normalisé du système d'éclairage acquis par l'OSA.

La dimension de la nanofibre est autour de 1  $\mu\text{m}$  de diamètre, nous voulons observer le champ diffracté, en amont et en aval de la nanofibre, typiquement nous travaillons sur une distance allant de 30  $\mu\text{m}$  jusqu'à 50  $\mu\text{m}$ . Pour observer ces interférences, il faut que la plage d'étude soit comprise dans le domaine de cohérence de notre source d'éclairage i.e. :

$$50(1 - \cos(X)) < 25 \mu\text{m} \quad (5.1)$$

Ce critère de longueur de cohérence est totalement vérifié avec l'ouverture numérique choisie de 0.42 (correspondant à  $X = 25^\circ$ ).

On choisit une DEL puissante pour pouvoir travailler avec des temps d'exposition très courts. Ceci est nécessaire parce que la fibre est suspendue dans l'air et elle bouge sous l'effet des fluctuations des turbulences dans l'air. Ceci nous oblige à travailler avec une puissance élevée. Nous utilisons une alimentation stabilisée en courant pour avoir un éclairage stable. Juste après l'éclairage, on met un disque avec un trou circulaire de diamètre 1 mm afin de limiter la lumière parasite.

On travaille avec une polarisation parallèle à la nanofibre au lieu de la polarisation perpendiculaire car les calculs sont plus simples et la deuxième variante n'apporte aucune information supplémentaire.

Comme le montre cette figure 5.2, nous avons conçu un microscope optique conventionnel pour visualiser la nanofibre sur le banc de tirage tout en respectant le cahier de charge donné précédemment. Notre montage ressemble beaucoup au montage de l'holographie digitale en ligne [10]. Pour récapituler, nous utilisons les composants suivants :

- Distance entre la DEL et la nanofibre, 20 cm ;
- Un objectif microscopique x20, corrigé à l'infini, plan apochromatique, avec une ouverture numérique de  $NA = 0,42$  et une grande distance de travail (Mitutoyo) à cause de la flamme ;
- Une lentille de tube avec une longueur focale  $f = 20$  cm ;
- Une caméra Grasshopper3 GS3-U3-32S4M-C de PtGrey, avec 2048 x 1536 pixels dont la taille est de  $3,45 \times 3,45 \mu\text{m}^2$ .

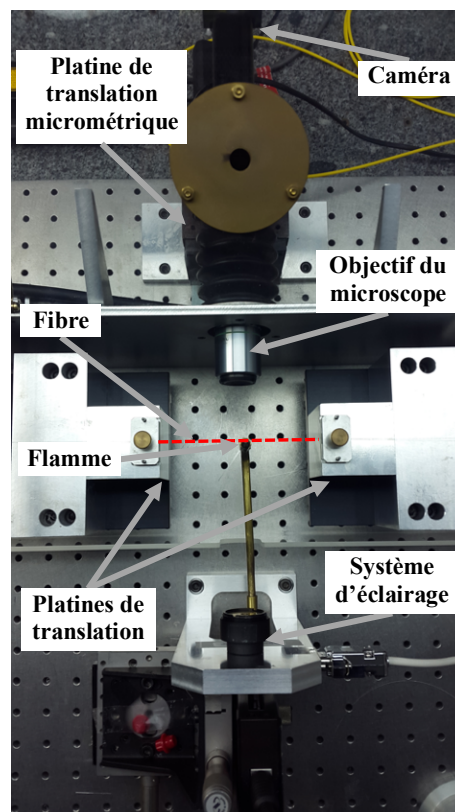


Figure 5.2 : Montage expérimental du microscope avec son système d'éclairage.

Le système complet, le microscope, « objectif - filtre - lentille - caméra », est installé sur une platine de translation linéaire motorisée avec un mouvement incrémental de 50 nm. C'est tout le système qui se déplace ensemble, pas besoin de grandissement axial. L'ensemble du banc de tirage est installé dans un environnement sans poussière sous plafond soufflant et un couvercle en plastique qui protège la nanofibre des turbulences de l'air. Avant toute mesure, nous accordons une attention particulière à l'alignement de la nanofibre, de la LED et du déplacement de la platine de translation le long de la ligne de visée du microscope. La correction gamma de la caméra est réglée sur l'unité et son décalage Offset est annulé afin d'obtenir un signal proportionnel au nombre de photons captés sur le détecteur.

Il convient de noter que l'utilisation conventionnelle d'un tel microscope peut simplement donner une estimation du diamètre de la fibre avec une incertitude micrométrique. En effet, l'objet est transparent sans arêtes vives. Il est presque impossible de focaliser le microscope dans un plan spécifique, par exemple dans le plan contenant le centre de la nanofibre. En fin de compte, la diffraction limite la résolution à environ  $\lambda / NA$  i.e. 1  $\mu\text{m}$  dans le visible.

Afin de surmonter ces deux limitations et de déterminer le diamètre de la nanofibre avec une précision nanométrique, nous avons décidé de collecter l'intensité diffractée dans un volume s'étendant sur  $x$ ,  $y$  et  $z$ ;  $z$  étant la coordonnée le long de l'axe de la fibre,  $y$  étant la coordonnée le long de la ligne de visée du microscope et  $x$  la coordonnée sur l'axe perpendiculaire au plan  $(y, z)$  (cf. figure 5.3). L'origine du système de coordonnées est définie au centre de la nanofibre. L'acquisition de l'intensité de diffraction par rapport à  $y$  supprime le problème pour déterminer expérimentalement la position absolue du plan de focalisation du centre de la fibre. Cette position sera déterminée après les acquisitions, en analysant les données. De plus, l'acquisition de l'intensité de diffraction sur tout le volume fournit des informations redondantes. Cela contribuera à une plus grande précision.

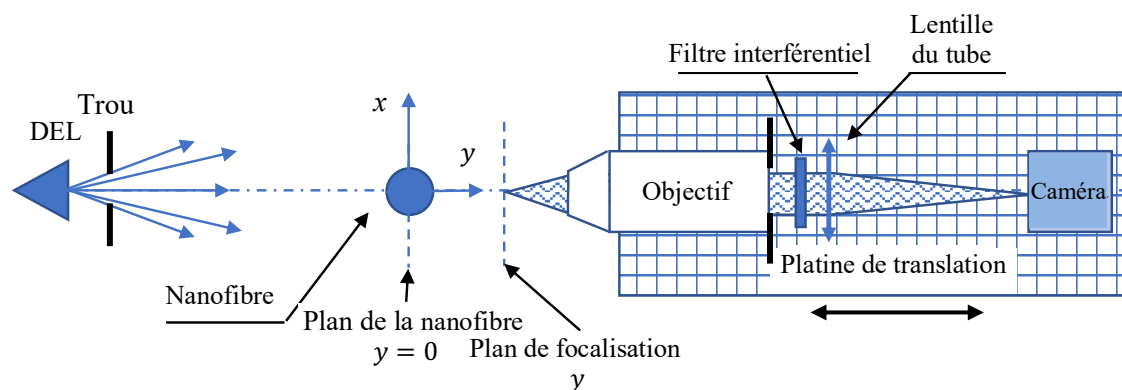


Figure 5.3 : Schéma du microscope.

Le grandissement du microscope, entre le plan de l'image et la caméra, a été soigneusement vérifié en utilisant une cible placée sur une platine micrométrique. Cette cible micrométrique se déplace verticalement suivant l'axe  $x$ . On note, pour chaque position verticale de la cible, les différents points le long de l'axe  $z$ , on prend six différentes positions suivant cet axe. Nous estimons le grandissement  $G$  en fonction du déplacement de la cible et le nombre des pixels correspondants au déplacement de cette cible sur la caméra. Les données sont montrées sur la figure 5.4. À partir de cette figure,

on estime l'écart type du grandissement  $G$  pour différentes positions sur l'image capturée par la caméra, il est donné sur la figure 5.5.

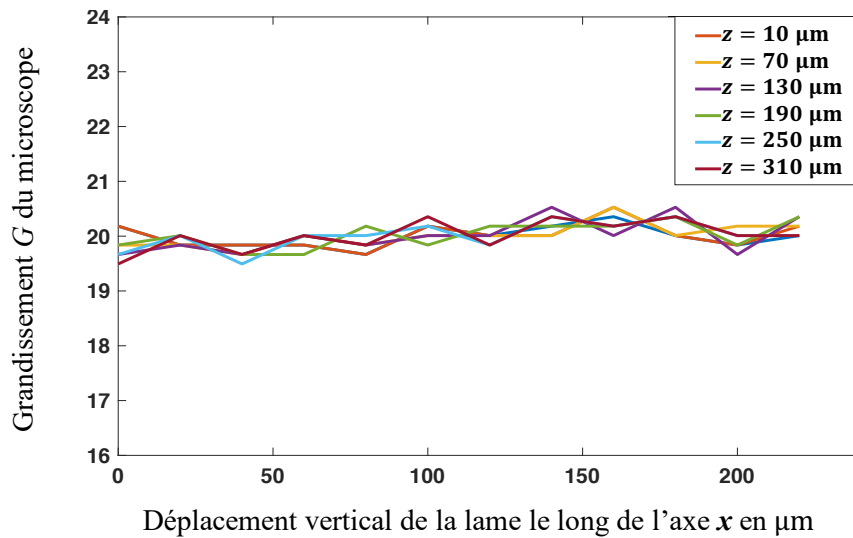


Figure 5.4 : Grandissements  $G$  du microscope mesurés pour différentes positions sur l'image capturée par la caméra.

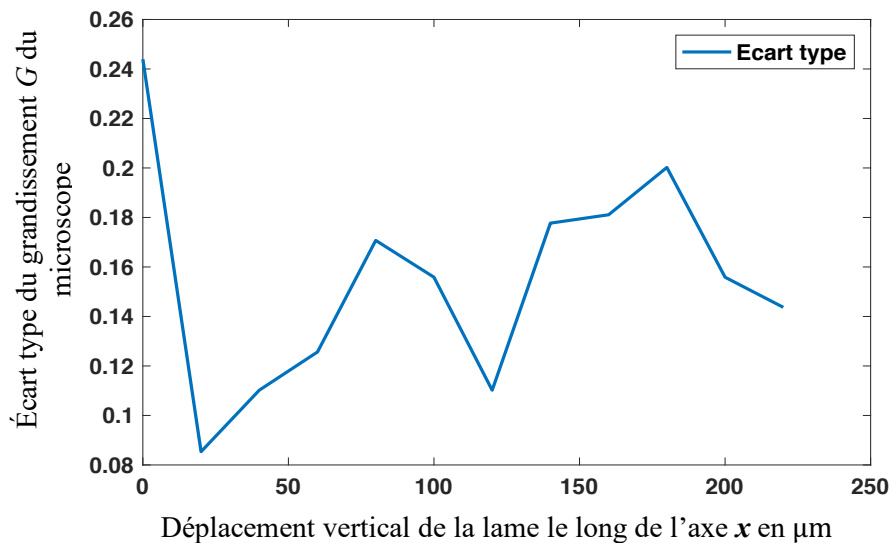


Figure 5.5 : Écart type du grandissement  $G$  du microscope pour différentes positions sur l'image capturée par la caméra.

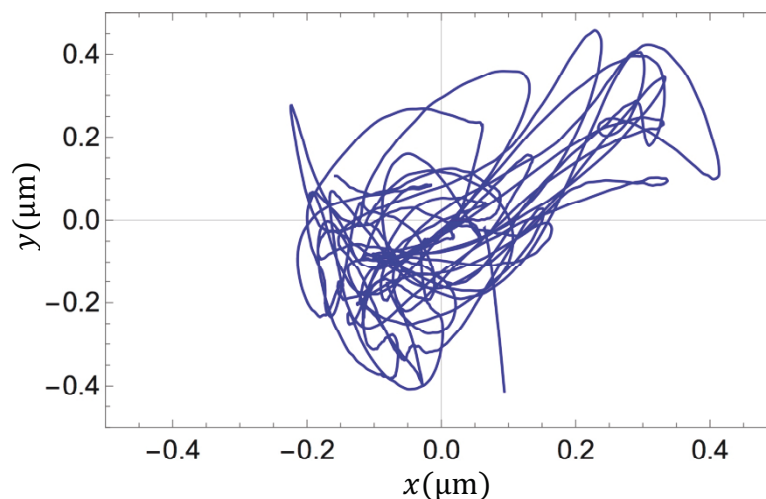
Cet étalonnage expérimental du microscope donne un grandissement  $G$  de  $20 \pm 0.25$  correspondant à un pixel tous les  $172,5 \text{ nm} \pm 2 \text{ nm}$  dans le plan de la nanofibre, on détaillera son influence sur les mesures de diamètre par la suite dans la section des erreurs systématiques.

#### IV. Acquisition de la figure reconstruite expérimentale :

Nous fabriquons une nanofibre en utilisant le banc de tirage montré dans le chapitre 4. Nous partons de fibres de télécommunication standard (SMF-28) attachées aux deux platines de translation. La flamme de butane chauffe la fibre tandis que les deux

platines de translation l'étirent. Le guide d'onde résultant est constitué d'une nanofibre, dont le diamètre peut descendre en dessous de quelques centaines de nanomètres, attachée aux extrémités non étirées de la fibre par deux tapers. Les trajectoires des deux platines sont contrôlées par ordinateur. Nous utilisons le processus de tirage « *Pull and Brush* » introduit précédemment dans le chapitre 4, pour atteindre la forme souhaitée de la fibre étirée. En principe, avec une telle technique, la forme des fibres étirées ne dépend que des trajectoires relatives des platines de translation. En réalité, les incertitudes, telles que les fluctuations de la flamme, font que le profil des fibres étirées est légèrement différent du profil souhaité.

Une fois la nanofibre fabriquée et la flamme éteinte, nous écartons légèrement les deux platines pour tendre la nanofibre. On limite l'amplitude de son mouvement dû aux légères turbulences de l'air. Avoir une nanofibre presque immobile est très important, d'une part pour s'assurer que durant le temps d'acquisition d'une image, la nanofibre peut être considérée comme immobile (il n'y a pas de flou dû au bougé). D'autre part, pour que la variation de position entre deux acquisitions successives soit la plus petite possible. Nous verrons en effet dans la section VII.2 que ce bougé constitue la principale source d'erreur qui limite la résolution. La figure 5.6 suivante montre le bougé mesuré expérimentalement du centre de la nanofibre suspendue dans l'air pendant environ 200s.



*Figure 5.6 : Trajectoire suivie par le centre de la fibre suspendue dans l'air pendant environ 200s.*

Suivant l'axe  $x$ , l'écart type sur le bougé est de  $0.15 \mu\text{m}$  ; Suivant l'axe  $z$ , il est de  $0.10 \mu\text{m}$ . La vitesse maximale mesurée suivant l'axe  $x$  est de  $1 \mu\text{m/s}$ , mais son écart type n'est que de  $0.3 \mu\text{m/s}$ . Nous pouvons conclure que durant le temps d'exposition nécessaire à la capture d'une image, la fibre ne bouge que de quelques pm.

Nous procédons à l'acquisition de sa figure reconstruite expérimentale. En raison de la profondeur de champ du microscope, il est expérimentalement impossible de déterminer exactement la position  $y = 0$  du centre de la fibre. Par conséquent, pour garantir que l'intensité de diffraction acquise recouvre complètement le motif de diffraction simulé, nous acquérons cette intensité de diffraction sur une plage plus grande en  $y$  que la plage de simulation  $[-\Delta y + \delta y_0; +\Delta y + \delta y_0]$  ;  $\delta y_0$  représente le décalage de la figure reconstruite expérimentale par rapport au centre de la nanofibre, il est inférieur ou égal à la profondeur de champ de notre microscope.

Nous acquérons ainsi une série de 200 images automatiquement, chaque acquisition est notée par  $Image(y + \delta y_0)$ . Nous faisons ces acquisitions automatiquement avec un pas inférieur au bougé de la fibre, en modifiant la focalisation par pas de  $0.5 \mu\text{m}$  autour de la position  $y = 0$ , en partant de  $y_{\text{start}} = -50 \mu\text{m} + \delta y_0$  jusqu'à  $y_{\text{stop}} = y_{\text{start}} + 100 \mu\text{m}$ . Le temps de cette opération est estimé à 5 minutes. Comme nous venons de l'expliquer, la valeur exacte de  $\delta y_0$  est inconnue en raison de la profondeur de champ du microscope. Sa valeur peut changer d'une série de 200 acquisitions à une autre. Nous sélectionnons ensuite une position  $z_0$  donnée le long de la nanofibre à laquelle nous souhaitons déterminer le diamètre. À partir de chaque image de la série de 200 images,  $Image(y + \delta y_0)$ , on extrait un profil suivant l'axe  $x$  à la mise au point  $y + \delta y_0$ .

Tous ces profils sont empilés pour obtenir un motif de diffraction tel que montré sur la figure 5.7 en bas à droite. Les profils pourraient être mal alignés les uns par rapport aux autres. La raison principale est que la nanofibre bouge légèrement, le long de l'axe  $x$  et de l'axe  $y$  sous l'effet des turbulences dans l'air (cf. figure 5.6). Nous avons aligné numériquement ces profils par une autocorrélation de chaque acquisition suivant l'axe  $x$  pour trouver le centre. Cette image  $I_{\text{exp}}(x, y + \delta y_0, z_0)$  montrée en haut à droite de la figure 5.7 est l'image de requête que nous voulons comparer avec toutes les figures de diffraction simulées  $Pat(a)$ , afin de déterminer le rayon de la nanofibre.

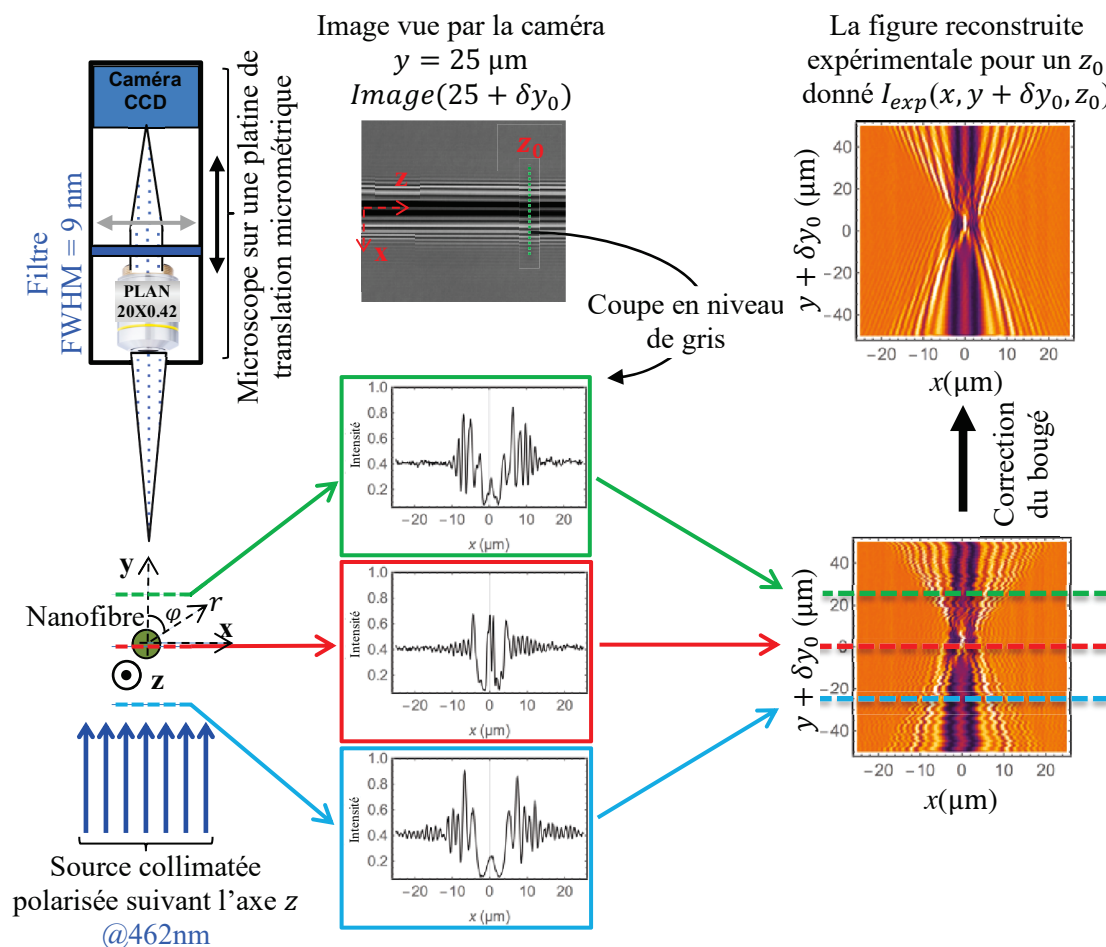


Figure 5.7: Procédure d'acquisition de la figure reconstruite expérimentale.



## V. Modélisation de la figure de diffraction :

### V.1 Champ à l'extérieur de la nanofibre :

Notre but est de mesurer le profil  $a(z)$  de la fibre étirée, c'est-à-dire la variation du rayon  $a$  le long de l'axe  $z$ . À cette fin, nous considérons qu'à chaque point  $z_0$ , la nanofibre est assimilée à un cylindre circulaire en silice. Comme indiqué ci-après dans les simulations numériques, le diamètre doit être uniforme sur une petite longueur  $\delta z$  autour de  $z_0$ . En d'autres termes, les mesures de diamètre pour deux coordonnées espacées de plus de  $\delta z$  sont indépendantes :  $\delta z$  est la résolution de notre technique le long de l'axe  $z$  de la nanofibre, nous estimons sa valeur par la suite afin de la prendre en compte dans la mesure de la totalité du profil de la fibre étirée.

Du fait que la polarisation incidente est le long de l'axe  $z$ , la polarisation reste inchangée en interagissant avec la nanofibre. Nous nous référons ici à l'expression donnée dans la littérature en coordonnées cylindriques du champ diffracté  $E(r, \varphi)$  pour une incidence perpendiculaire et une polarisation de la lumière parallèle à l'axe  $z$  de la fibre [11]. Le champ optique total à l'extérieur de la nanofibre i.e. pour  $r > a(z_0)$  est exprimé par :

$$E(r, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (i)^{-m} \exp(im\varphi) \left[ \begin{array}{c} \text{Onde plane incidente} \\ \overbrace{J_m(r)} \\ \text{Onde diffractée} \\ - \overbrace{b_m H_m(r)} \end{array} \right] \quad (5.2)$$

Tels que :

$$b_m = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{n J'_m(n_2 a) J_m(a) - J_m(n_2 a) J'_m(a)}{n J'_m(n_2 a) H_m(a) - J_m(n_2 a) H'_m(a)} \quad (5.3)$$

Et  $a$  le rayon de la nanofibre ;  $(r, \varphi)$  le système de coordonnées polaires tel qu'il est montré sur la figure 5.7 ;  $J_m$  la fonction de Bessel de première espèce ;  $H_m$  la fonction de Hankel de seconde espèce ;  $n_2$  l'indice de réfraction de la silice ;  $k = 2\pi / \lambda$  le vecteur d'onde ; tous les champs sont polarisés le long de l'axe  $z$  de la nanofibre.

Cette dernière expression (5.2) n'est valable que pour  $r > a(z_0)$ . Pour bien comprendre et pousser notre étude, on s'intéresse maintenant à ce qui se passe à l'intérieur de la nanofibre i.e. pour  $r < a(z_0)$ . Nous donnons l'expression du champ à l'intérieur de la nanofibre i.e. pour  $r < a(z_0)$  en définissant la notion des modes de galerie.

### V.2 Champ à l'intérieur de la nanofibre et les modes de galerie :

Le champ à l'intérieur de la nanofibre est également donné dans la littérature [11] mais il peut aussi s'interpréter comme une superposition de modes de galerie. Nous donnons une étude détaillée dans cette section.

### V.2.1 Modes de galerie en optique géométrique :

En présence de l'éclairage de la DEL, la nanofibre se comporte comme un résonateur. Le résonateur le plus connu, le Fabry-Pérot, est constitué de deux miroirs parallèles positionnés l'un en face de l'autre. L'onde lumineuse est confinée entre les deux miroirs et interfère avec elle-même à chaque aller-retour. Dans notre cas, ce sont des nanofibres sur lesquelles porte plus particulièrement ce travail, la lumière est confinée par réflexion totale interne. Le saut d'indice entre un milieu diélectrique d'indice élevé (la silice SiO<sub>2</sub>) et un milieu d'indice plus bas (typiquement l'air ambiant) force la lumière à faire le tour du résonateur en se reflétant à chaque fois qu'elle rencontre la paroi de la nanofibre.

L'onde excitée à l'intérieur de la nanofibre par l'éclairage de la DEL ne peut pas exister à n'importe quel rayon. En effet, pour que l'onde interfère constructivement à chaque tour, il faut que le chemin optique parcouru soit un multiple entier de la longueur d'onde. Les états qui obéissent à cette condition sont les résonances du système. Dans notre cas, ces résonances portent le nom de « modes de galerie » (*Whispering Gallery modes*).

#### ○ Condition de résonance :

Nous faisons un raisonnement géométrique uniquement pour les modes de galerie d'ordre élevé pour simplifier le problème. Pour un mode d'ordre élevé i.e. une incidence rasante, le chemin total parcouru sur un tour est très proche du périmètre de la nanofibre. Pour que le champ interfère constructivement avec lui-même après un tour dans la nanofibre, la phase doit avoir varié d'un multiple entier de  $2\pi$ . Il faut donc que le périmètre de la nanofibre soit un multiple de la longueur d'onde  $\frac{\lambda}{n}$ . Ceci nous conduit à la condition de résonance suivante :

$$2\pi a \approx m \frac{\lambda}{n} \quad (5.4)$$

Avec  $a$  le rayon de la nanofibre ;  $m$  un nombre entier qui définit l'ordre du mode de galerie et  $\lambda$  la longueur d'onde de l'éclairage (DEL).

L'accord de phase dépend donc du rayon  $a$  et de l'indice de réfraction  $n$  de la nanofibre, mais aussi du déphasage à chaque réflexion. Ce dernier diffère pour les modes de polarisation *TE* (champ électrique perpendiculaire à l'axe  $\mathbf{z}$  de la nanofibre) et *TM* (champ électrique parallèle à l'axe  $\mathbf{z}$  de la nanofibre), ils formeront donc deux familles de résonances distinctes.

On trace une nanofibre dans sa section transverse, on modélise la lumière dans la théorie des rayons pour faire une étude qualitative des modes de galerie et quantifier les coefficients de pondération. La figure 5.8 suivante correspond à un mode de galerie en optique géométrique. Les flèches en noir représentent la lumière couplée dans la nanofibre, elle est confinée par plusieurs réflexions internes du faisceau lumineux. Tandis que les flèches en bleu représentent la lumière de l'éclairage (DEL).

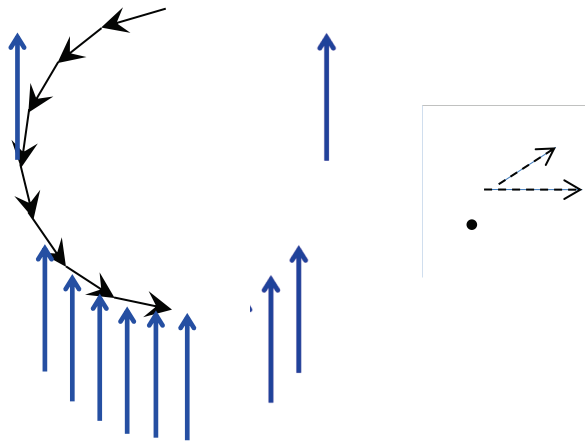


Figure 5.8 : Mode de galerie représenté en théorie des rayons dans une section transverse de nanofibre.

Il s'agit d'un mode de galerie d'ordre élevé, les rayons de la lumière couplée à l'intérieur de la nanofibre sont rasants. L'intégrale de recouvrement entre le vecteur d'onde d'éclairage de la DEL (en bleu) et celui du mode de galerie à l'intérieur du résonateur (la nanofibre) est meilleur pour les modes d'ordre élevé pour lesquels les rayons sont les plus rasants possibles.

### V.2.2 Modes de galerie en optique ondulatoire :

On interprète les modes de galerie comme des résonances dans la nanofibre. On reprend les équations de Maxwell introduites dans le chapitre 2 pour réécrire l'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques. Il s'agit d'une équation différentielle de second ordre avec deux solutions indépendantes ( $J_m$  et  $Y_m$ ) :

$$r^2 \frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} + [(r)^2 - m^2] \psi(r) = 0 \quad (5.5)$$

Avec  $k$  le vecteur d'onde et  $m$  l'ordre du mode de galerie.

La solution  $\psi(r)$  de cette dernière équation différentielle est donnée par l'expression suivante :

$$\psi(r) = c_1 J_m(r) + c_2 Y_m(r) \quad (5.6)$$

Pour des raisons de symétrie et de polarisation, il s'agit de la même physique que celle des modes guidés étudiés dans le chapitre 2 i.e. les solutions sont : soient des modes de galerie transverses électriques  $TE_{0m}^G$ , soient des modes de galerie transverses magnétiques  $TM_{0m}^G$ . Les deux familles de modes sont quantifiées angulairement par le paramètre  $m$  de quantification angulaire.

Comme dans le chapitre 2 et en tenant en compte des conditions aux limites, nous trouvons les expressions des champs pour les modes de galerie transverses électrique et magnétique.

Pour les modes de galerie transverses magnétiques  $TM_{0m}^G$  :

$$E_z(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} A J_m(n_0 n_2 r) \exp(i(m\varphi - \omega t)) & \text{pour } r \leq a \\ B Y_m(n_0 r) \exp(i(m\varphi - \omega t)) & \text{pour } r > a \end{cases} \quad (5.7)$$

Avec  $a$  le rayon de la nanofibre. Pareil les modes de galerie transverses électriques  $TE_{0m}^G$  :

$$H_z(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} C J_m(n_0 n_2 r) \exp(i(m\varphi - \omega t)) & \text{pour } r \leq a \\ D Y_m(n_0 r) \exp(i(m\varphi - \omega t)) & \text{pour } r > a \end{cases} \quad (5.8)$$

• **Remarque importante :**

Pour calculer les autres composantes des vecteurs champs électriques et magnétiques, on utilise les mêmes équations génératrices utilisées dans le chapitre 2 en prenant  $\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow 0$  (ou bien  $i\beta \rightarrow 0$ ) car les modes de galerie sont des résonances locales qui ne se propagent pas le long de l'axe  $\mathbf{z}$ . Par conséquent, le terme de propagation  $\exp(i\beta z)$  ne joue aucun rôle. Les équations génératrices correspondantes sont les suivantes :

$$E_r(\mathbf{r}, t) = \frac{-i}{\omega r} \frac{\partial H_z(\mathbf{r}, t)}{\partial \varphi} \quad (5.9a)$$

$$E_\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{\omega} \frac{\partial H_z(\mathbf{r}, t)}{\partial r} \quad (5.9 \text{ )}$$

$$H_r(\mathbf{r}, t) = \frac{i}{\mu\omega r} \frac{\partial E_z(\mathbf{r}, t)}{\partial \varphi} \quad (5.9c)$$

$$H_\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{-i}{\mu\omega} \frac{\partial E_z(\mathbf{r}, t)}{\partial r} \quad (5.9 \text{ )}$$

Pour calculer les équations aux valeurs propres pour ces deux familles de modes, on passe par les mêmes étapes utilisées dans les modes guidés i.e. en écrivant les équations de continuités des composantes tangentielles des champs électromagnétiques sur la surface de la fibre  $r = a$ .

Pour les modes de galerie transverses magnétiques  $TM_{0m}^G$ , nous avons la continuité des composantes  $E_z(\mathbf{r}, t)$  et de  $H_\varphi(\mathbf{r}, t)$  à l'interface  $r = a$ . L'équation aux valeurs propres résultante est la suivante :

$$n \frac{J_m(n_0 n_2 a)}{J_m(n_0 n_2 a)} = \frac{Y_m(n_0 a)}{Y_m(n_0 a)} \quad (5.10)$$

Pour les modes de galerie transverses électriques  $TE_{0m}^G$ , nous avons la continuité des composantes  $H_z(\mathbf{r}, t)$  et de  $E_\varphi(\mathbf{r}, t)$  à l'interface  $r = a$ . L'équation aux valeurs propres résultante est la suivante :

$$\frac{J_m(n_0 n_2 a)}{J_m(n_0 n_2 a)} = n \frac{Y_m(n_0 a)}{Y_m(n_0 a)} \quad (5.11)$$

### V.2.3 Champ à l'intérieur de la nanofibre :

Le vecteur d'onde  $k_0$  est constant car on travaille avec une longueur d'onde fixe (le spectre étroit du système d'éclairage), idem pour l'indice de réfraction  $n$ . On excite plus ou moins ces résonances, suivant le rayon de la nanofibre. Les valeurs de rayon  $a$  qui correspondent aux solutions discrètes de l'équation aux valeurs propres, correspondent aux résonances des modes de galerie.

On travaille avec une lumière d'éclairage polarisée suivant l'axe  $z$ , on n'excite que les modes de galerie transverses magnétiques  $TM_{0m}^G$  avec cette polarisation (5.7). Les seules variables sont l'ordre  $m$  du mode de galerie et le rayon  $a$  de la nanofibre. La base des modes de galerie est orthogonale. Le champ optique  $E(r, \varphi)$  de la lumière d'éclairage transmis à l'intérieur de la nanofibre [11] i.e.  $r < a(z_0)$  est décomposé dans la base des modes de galerie de la façon suivante :

$$E(r, \varphi) = \frac{2}{\pi k_0 r} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{(i)^{-m+1} \exp(im\varphi)}{n_2 J'_m(n_2 r) H_m(r) - J_m(n_2 r) H'_m(r)} J_m(k_0 r) = \sum_{m=1}^M a_m TM_{0m}^G \quad (5.12)$$

Tous les champs sont polarisés le long de l'axe  $z$  de la nanofibre ; les paramètres  $a_m$  sont des coefficients de pondérations des modes de galerie tels que :

$$a_m = \frac{1}{n_2 J'_m(n_2 a) H_m(a) - J_m(n_2 a) H'_m(a)} \quad (5.13)$$

Comme dans le cas des modes guidés, chaque mode de galerie  $TM_{0m}^G$  possède un rayon de coupure. Chaque mode possède aussi un coefficient  $a_m$  de pondération. Suivant l'amplitude de ce paramètre  $a_m$ , on excite plus ou moins le mode de galerie correspondant.

Chaque mode de galerie  $TM_{0m}^G$  d'indice  $m$  possède un rayon précis de résonance. Comme exemple, nous donnons dans le tableau 5.1 suivant, quelques modes de galerie avec leurs rayons de résonance à la longueur d'onde 462 nm centrale du système d'éclairage :

Tableau 5.1 : Rayons de résonance des modes de galerie excités dans la nanofibre à la longueur d'onde de 462 nm.

$m$	Rayon (nm)	$m$	Rayon (nm)
1	162	19	1136,5
2	219	20	1191,3
3	267	21	1245,9
4	311	22	1300,4
5	362	23	1354,8
6	416	24	1409,0

7	470	25	1463,1
8	526	26	1517,1
9	581	27	1570,9
10	637	28	1624,6
11	692	29	1678,3
12	748	30	1731,8
13	804	31	1785,3
14	860	32	1838,7
15	915,6	33	1892,0
16	971,1	34	1945,2
17	1026,3	35	1998,4
18	1081,5	36	2051,4

Les coefficients  $a_m$  de couplage qui définissent la décomposition du champ diffracté de la lumière (DEL) sur la nanofibre dans la base des modes de galerie sont strictement croissants, tel que le coefficient  $a_{m_0}$  est le plus grand que tous les autres coefficients  $a_m$  pour  $m < m_0$ . Nous calculons les coefficients de pondération des 24 premiers modes de galerie, ils sont montrés sur la figure 5.9.

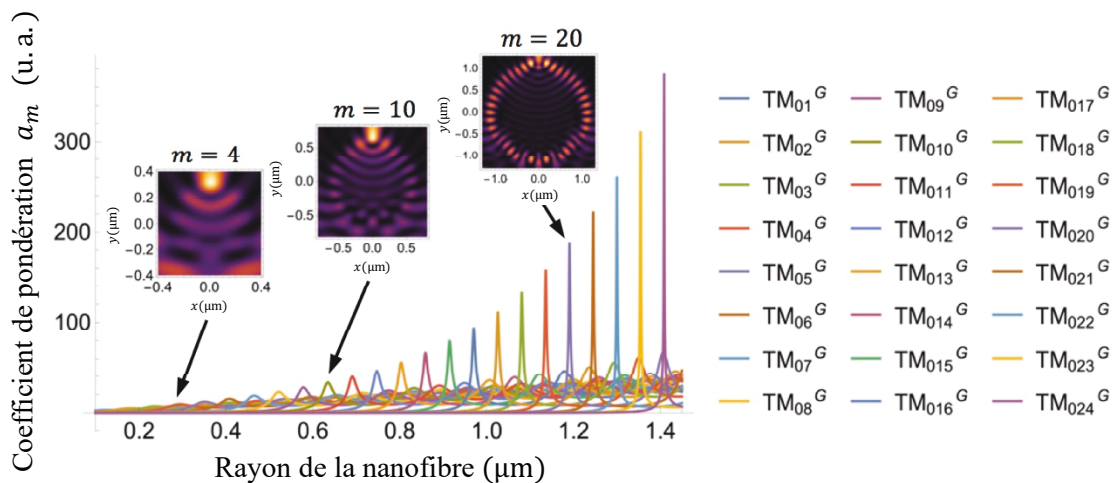


Figure 5.9 : Coefficients de pondération  $|a_m|$  des modes de galerie excités dans la nanofibre.

Cette figure illustre les fortes résonances expérimentées par les modes de la galerie. Chaque mode a une résonance spécifique. Ils sont espacés d'environ 50 nm. Ces résonances expliquent pourquoi les figures de diffraction varient de manière significative même pour des changements de rayon inférieurs à la longueur d'onde.

Comme montré sur la figure 5.9, les coefficients de pondération de l'excitation des modes de galerie dans la nanofibre sont strictement croissants. Pour les modes de galerie d'ordre faible, la résonance correspondante est plus ou moins large avec un faible coefficient de couplage. Tandis que pour les modes de galerie d'ordres supérieurs, les résonances correspondantes sont très étroites en fonction du rayon avec des coefficients de pondération très élevés par rapport aux autres modes de galerie excités pour le même rayon de nanofibre.

Nous présentons en grande échelle sur la figure 5.10 suivante quelques exemples de figures d'intensité dans la nanofibre pour les rayons de résonances donnés précédemment dans le tableau 5.1. L'intensité est calculée en multipliant l'indice de réfraction de la silice par le module carré du champ électrique. Pour cela on utilise les équations (5.2) et (5.12).

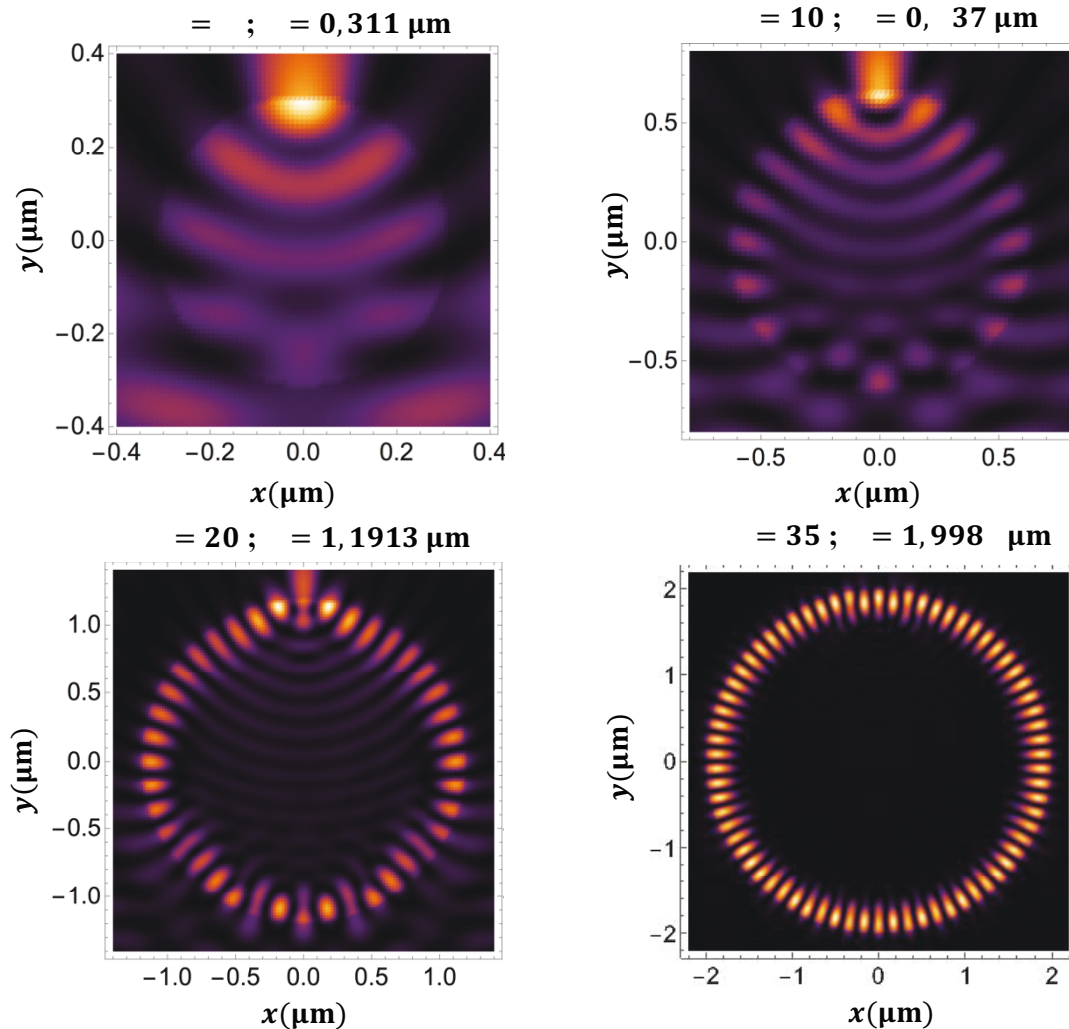


Figure 5.10 : Exemples d'intensité obtenus aux voisinages des résonances des modes de galerie.

Pour les petits rayons de nanofibre, on observe une absence de la symétrie circulaire du mode de galerie correspondant. Ceci est dû aux faibles coefficients de pondération des modes de galerie présents pour ces petits rayons de nanofibre, ces coefficients sont du même ordre de grandeur. Le mode de galerie a la bonne symétrie mais on observe une superposition des différents modes de galerie excités. C'est le cas des modes de galerie d'indices  $m = 4, m = 10$  et  $m = 20$ . Par contre pour le mode de galerie d'ordre élevé ( $m = 35$ ), la symétrie circulaire est présente grâce au coefficient de pondération prépondérant de ce mode de galerie devant les autres coefficients de pondération de tous les autres modes de galerie excités pour ce même rayon de nanofibre ( $a = 1,9984 \mu\text{m}$ ). (cf. figure 5.9)

Pour comprendre ceci, nous donnons un exemple des modes de galerie d'ordres inférieurs, le mode d'indice  $m = 20$ , nous le simulons pour un rayon légèrement différent i.e. au lieu d'utiliser le rayon de résonance, que nous simulons pour un rayon décalé de 10 nm i.e.  $r = 1,182$  nm (cf. figure 5.11). Nous avons utilisé un décalage aussi grand car la résonance du mode de galerie correspondant est très large. Pour les modes de galerie d'ordre élevé, on prend l'exemple du mode d'indice  $m = 35$ , nous le simulons pour un rayon différent de celui de la résonance, décalé juste de 0.4 nm donc un rayon  $r = 1,998$  nm (cf. figure 5.11). La figure de diffraction change complètement parce que le coefficient de pondération des modes de galerie change brutalement. Ainsi pour ces deux rayons hors résonances, on excite un mélange de mode de galerie de différents ordres avec des coefficients de pondération de même ordre de grandeur. Ceci conduit donc à une brisure de la symétrie circulaire. Les résultats sont les suivants :

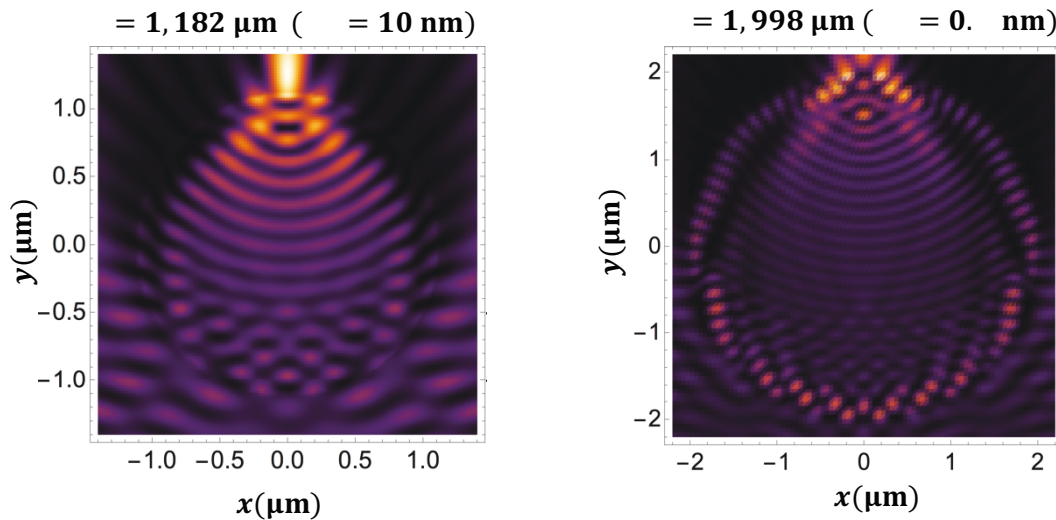


Figure 5.11 : Intensité à l'intérieur de la fibre pour des rayons décalés par rapport à la résonance des modes de galerie (Indices :  $m = 20$ ,  $m = 35$ ).

#### V.2.4 Modélisation de l'image capturée par la caméra :

Nous nous concentrons maintenant sur la détermination du diamètre pour une position  $z_0$  spécifique le long de la fibre étirée. Pour calculer le champ optique, nous nous basons sur la dérivation exacte des harmoniques cylindriques donnée par (5.2). On représente au centre de la figure 5.12, la "vraie" intensité à l'intérieur et l'extérieur de la nanofibre. Cependant, ce n'est pas l'intensité capturée par la caméra de microscope. La caméra voit l'intensité optique « réelle » pour toute mise au point  $y > a(z_0)$ ,  $a$  étant le rayon de la nanofibre. Pour  $y < a(z_0)$ , la caméra voit l'intensité à travers les dioptries de la nanofibre. C'est une intensité optique qui ne correspond pas au champ réel, mais à un champ déformé par la présence de la nanofibre. Il faut donc d'abord calculer le champ réel transmis par la nanofibre pour une seule coordonnée  $y > a(z_0)$ . Dans un deuxième temps, nous propagerons librement ce champ dans n'importe quel plan.

Pour un rayon  $a$  donné, nous n'avons besoin que de calculer ce champ à une seule position donnée  $y_0 \geq a(z_0)$ . La position  $y_0$  est néanmoins arbitraire, à condition qu'elle reste plus grande que le rayon  $a(z_0)$  de la nanofibre, cela n'affecte pas le résultat. Dans notre simulation, nous avons pris  $y_0 = a(z_0)$ . Une fois que nous connaissons ce champ après la nanofibre, nous pouvons maintenant le propager dans tous les autres plans. Pour



cette propagation, nous avons sélectionné une décomposition d'ondes planes limitée à l'ouverture numérique  $NA$  du microscope. Nous effectuons le développement dans un système de coordonnées cartésiennes ; les coordonnées spatiales du vecteur  $\mathbf{r}$  auquel le champ est calculé sont  $(x, y_0, z)$  et les coordonnées spatiales du vecteur  $\mathbf{r}_0$  ou le champ est décomposé sont  $(x, y_0, z_0)$ . Nous pouvons écrire :

$$\tilde{E}(\mathbf{r}) \propto \sum_{p=-P}^{p=P} c_p e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (5.14)$$

$$\text{Avec } c_p(y_0, z_0) \propto \int_{-\Delta x}^{\Delta x} E(\mathbf{r}_0) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_0} dx$$

Par raison de symétrie, tous les vecteurs d'onde  $\mathbf{k}_p$  des composantes de l'onde plane ont une projection nulle le long de l'axe  $\mathbf{z}$ . Ils ont comme expressions :

$$\mathbf{k}_p = \{ \sin(\alpha(p)), \cos(\alpha(p)), 0 \} \quad (5.15)$$

$$\text{Tel que } \alpha(p) = \frac{p}{P} \arcsin(NA)$$

Le nombre d'échantillons,  $2P + 1$ , est sélectionné de manière à échantillonner correctement la figure de diffraction utilisée pour déterminer le diamètre. Pour les simulations, la sommation infinie est tronquée, ce qui entraîne un compromis entre le temps de calcul et la précision. Ces calculs restent néanmoins très longs, afin de raccourcir le temps total de calcul, nous utilisons un total de quelques centaines de termes.

Généralement, dans nos simulations, nous simulons le champ diffracté sur une fenêtre d'observation  $[-15 \mu\text{m} ; +15 \mu\text{m}]$  le long de l'axe  $x$ . Cependant, pour éviter les artefacts à la frontière de cette fenêtre (*Aliasing*), nous effectuons notre calcul sur une fenêtre deux fois plus grande que cette fenêtre d'observation i.e. sur  $[-\Delta x ; +\Delta x]$  avec  $\Delta x = 30 \mu\text{m}$ , ce qui donne  $P \geq \Delta x / \delta x$  où  $\delta x$  est l'espacement souhaité entre les échantillons. Par exemple, si on veut échantillonner les pixels de la caméra, alors  $\delta x < \text{Taille\_pixel}$ . Dans nos simulations, nous utilisons le plus souvent  $\delta x = 0.1 \mu\text{m}$ . Nous prenons ensuite le module carré du résultat pour obtenir l'intensité  $I(x, y, z_0)$  capturée par la caméra du microscope pour différentes mises au point  $y$ . Dans toutes nos simulations,  $y$  varie de  $[-\Delta y ; +\Delta y]$  avec  $\Delta y = 30 \mu\text{m}$ .

Nous donnons sur la figure 5.12 suivante, le principe de simulation des figures de diffraction i.e. l'intensité capturée par la caméra pour les deux régions :  $y < a(z_0)$  et  $y > a(z_0)$ . L'intensité « réelle » correspond au motif du centre de la figure 5.12, tandis que le motif présenté en haut au centre de la figure 5.12 correspond à l'intensité capturée par la caméra. L'aspect onde plane de  $y < a(z_0)$  n'est évidemment plus visible car cette figure représente l'intensité vue par la caméra à travers la nanofibre, et donc déformée par la propagation de la lumière à travers la nanofibre. De même, les franges obliques sont le résultat de la diffraction par l'ouverture de l'objectif du microscope. Leur nombre et leur obliquité changent avec la valeur d'ouverture numérique.

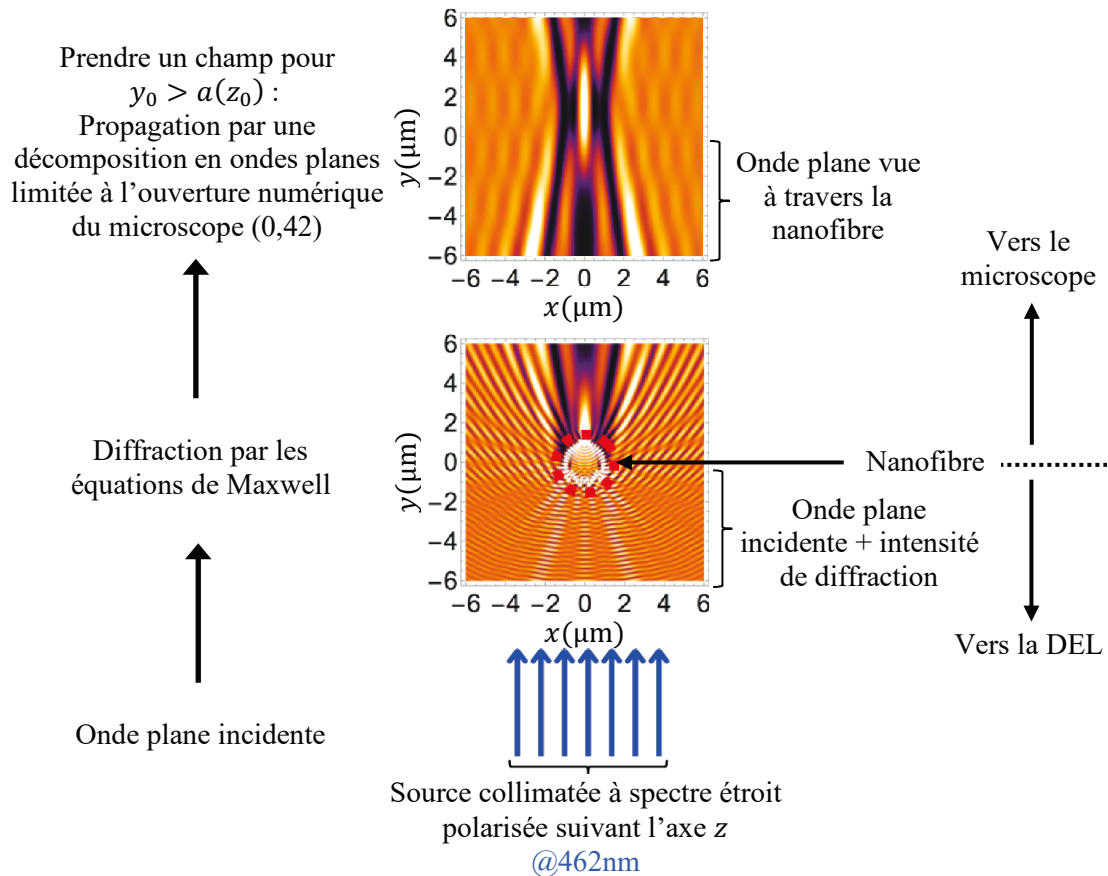


Figure 5.12 : Principe de modélisation de la figure de diffraction.

Pour prendre en compte la largeur finie du spectre du système d'éclairage (DEL + filtre), nous additionnons de manière incohérente dix de ces motifs simulés pour le même rayon, mais avec des longueurs d'onde échantillonnées sur la largeur du spectre (DEL + filtre).

En utilisant ces simulations pour le spectre (DEL + filtre), nous avons ensuite calculé une banque de motifs de diffraction  $Pattern(a)$  pour un peigne de rayons  $a$ . L'espacement entre les rayons successifs est choisi en fonction de la résolution visée pour la détermination du rayon. Dans la suite, il est égal à 1 nm pour des rayons compris entre 0,2 et 4  $\mu\text{m}$ . Ces modèles sont calculés sur  $[-15 \mu\text{m}; +15 \mu\text{m}]$  fenêtre d'observation en abscisse et  $[-30 \mu\text{m}; +30 \mu\text{m}]$  le long de l'axe  $z$ . Les échantillonnages sur les axes  $x$  et  $z$  sont les mêmes que ceux des images expérimentales i.e.  $0,1725 \times 0,5 \mu\text{m}^2$ . Des exemples de figures de diffraction simulées pour différents rayons de nanofibre sont présentées dans la figure 5.13 suivante.

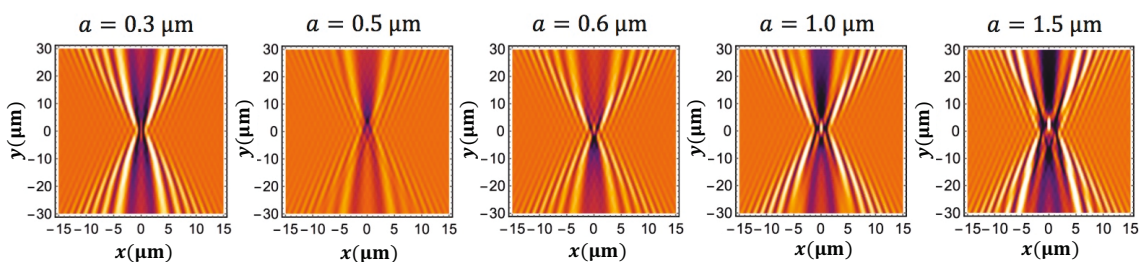


Figure 5.13 : Simulation des figures de diffraction.

Ces diagrammes de diffraction changent de manière significative pour les changements du rayon de la nanofibre, même inférieurs à la longueur d'onde. Par exemple, voir les modèles pour  $a = 0,5 \mu\text{m}$  et  $a = 0,6 \mu\text{m}$  sur la figure 5.13. Ils peuvent donc être vus comme des « empreintes » des différents rayons. Ces changements rapides peuvent être facilement compris en examinant l'équation (5.12). La lumière à l'intérieur de la nanofibre, qui est responsable du motif de diffraction à l'extérieur de la nanofibre, peut être décomposée sur la base des modes de galerie  $TM_{0m}^G$ .

### V.3 Détermination du rayon :

La figure reconstruite expérimentale  $I_{exp}(x, y_0 + \delta y_0, z)$  est l'image de requête que nous souhaitons comparer à tous les motifs de diffraction de  $Pattern(a)$ , afin de déterminer le rayon de la nanofibre. Une comparaison visuelle nous permet déjà de déterminer le rayon avec une résolution estimée à environ 100 nm, pour des rayons d'environ  $1 \mu\text{m}$  [12,13]. Pour pousser notre étude, nous avons décidé d'automatiser cette procédure en utilisant des techniques de traitement d'images connues.

Nous calculons les distances entre le motif expérimental de diffraction et l'ensemble des motifs simulés. Le rayon correspondant à la distance minimale est le rayon recherché. Nous normalisons d'abord tous les modèles expérimentaux et simulés en fonction de l'intensité prise dans une région non perturbée, généralement à la limite des abscisses  $x$ . Nous devons déterminer les deux inconnues dans l'image expérimentale, à savoir la position du centre de la fibre  $\delta y_0$  et le rayon  $a$ .

À cette fin, nous introduisons une nouvelle notation  $I_{exp}(x, y_0 + \delta y_0 - \delta y, z)$  qui correspond au motif expérimental que nous avons décalé d'une valeur  $\delta y$  le long de l'axe des  $y$ . Ce décalage  $\delta y$  est utilisé pour compenser et déterminer l'inconnu  $\delta y_0$ . Ce motif décalé  $I_{exp}(x, y_0 + \delta y_0 - \delta y, z)$  est ensuite recadré pour s'adapter à la même fenêtre que les motifs simulés. Parmi les différentes mesures de distance d'images, nous avons sélectionné la distance euclidienne. Nous devons calculer cette distance entre les motifs expérimentaux décalés  $I_{exp}(x, y_0 + \delta y_0 - \delta y, z)$  et  $Pattern(a)$  pour tous les rayons  $a$  et pour chaque valeur de décalage possible  $\delta y$ . Pour obtenir de bonnes estimations, nous avons choisi un espacement entre deux décalages successifs égal à l'échantillonnage de l'image expérimentale, soit  $0,5 \mu\text{m}$ . La distance euclidienne est définie comme :

$$Dist(a, \delta y) = \sqrt{\sum_p [I_{exp,p}(\delta y) - Pat_p(a)]^2} \quad (5.16)$$

Où la sommation sur  $p$  balaye sur les intensités de tous les pixels ;  $I_{exp,p}(\delta y)$  sont les intensités en pixels du motif de diffraction décalé par la requête  $I_{exp}(x, y_0 + \delta y_0 - \delta y, z)$ ;  $Pat_p(a)$  sont les intensités en pixels du motif de référence simulé  $Pattern(a)$ . Le motif de diffraction simulé  $Pattern(a)$  et la figure de diffraction expérimentale décalée  $I_{exp}(x, y_0 + \delta y_0 - \delta y, z)$  pour lesquels la distance est minimale correspondent au rayon recherché  $a$  et au décalage  $\delta y = \delta y_0$ .

## VI. Résultats expérimentaux :

Nous fabriquons ensuite une nanofibre et nous acquérons la figure reconstruite expérimentale correspondante pour une position donnée  $z_0$  le long de la nanofibre, elle est donnée sur la figure 5.14 suivante.

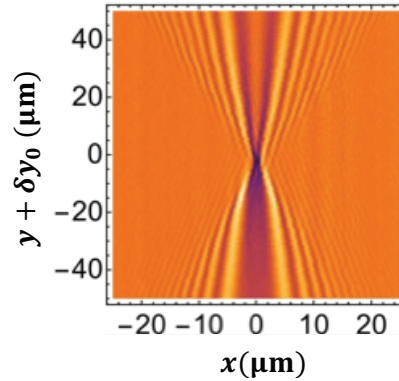


Figure 5.14 : Figure reconstruite expérimentale acquise par le microscope.

Nous calculons les distances euclidiennes entre les versions décalées de cette figure reconstruite expérimentale et l'ensemble des figures simulées. Les distances sont ensuite présentées sous la forme d'une carte de distance en fonction de tous les rayons possibles  $a$  et du décalage  $\delta y$  (cf. figure 5.15). Le rayon correspondant à la distance minimale absolue est le rayon recherché. La meilleure correspondance pour cette nanofibre est pour  $a = 0,451 \mu\text{m}$  et  $\delta y = 2 \mu\text{m}$ .

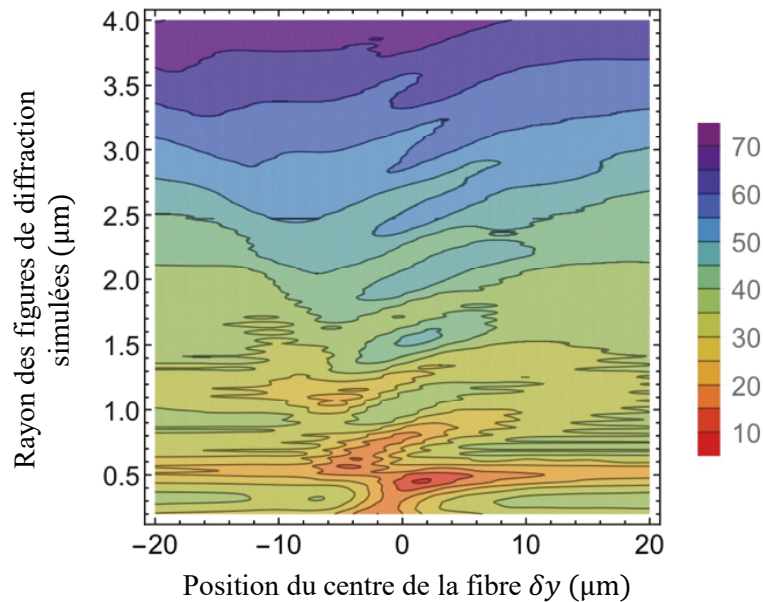


Figure 5.15 : Distances d'image entre la figure expérimentale et toutes les figures simulées de la base.

La modulation pseudopériodique visible sur la carte de distance de la figure 5.15 le long de l'axe du rayon (apparition de lignes parallèles à l'axe  $\delta y$ ) est due à l'excitation périodique de nos modes de galerie lorsque le rayon  $a$  augmente. Nous discuterons cette notion dans la dernière section.

Pour une vérification visuelle, nous avons simulé le motif de diffraction pour ce rayon trouvé sur la même fenêtre que celle de la figure expérimentale. Cette comparaison visuelle est pleinement satisfaisante. Nous traçons la figure de diffraction simulée correspondante sur la figure suivante 5.16.

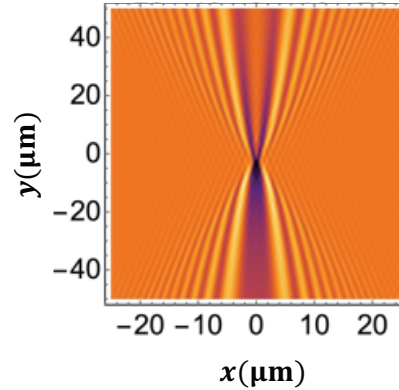


Figure 5.16 : Figure de diffraction simulée pour un rayon  $a = 0.451 \mu\text{m}$ .

Pour apprécier l'exactitude et la justesse de notre technique, nous avons comparé les mesures précédentes de la figure 5.15 avec mesures MEB (cf. figure 5.17). Cette mesure MEB donne un rayon de 431 nm. Cette valeur correspond parfaitement, aux incertitudes près, à notre mesure de 451 nm.

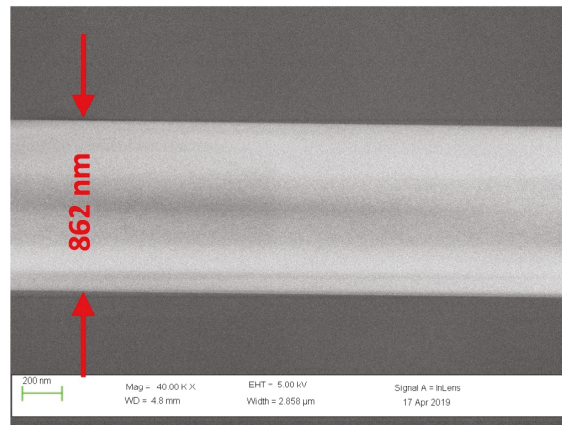


Figure 7.17 : Mesure MEB de la même nanofibre mesurée dans la figure 5.15 avec notre technique.

- **Résolution le long de l'axe z de la nanofibre :**

Cette mesure de rayon peut être reproduite pour toute position  $z$  le long de la nanofibre, ceci permet de déterminer le profil complet  $a(z)$  de la fibre étirée. Dans un plan image, la résolution du microscope selon l'axe  $x$  est d'environ  $\lambda / (2NA)$ . Pour les mesures de diamètre de la nanofibre, la résolution est égale à  $\lambda / NA$ . Cependant, nous acquérons des images hors focalisation pour déterminer le rayon de la nanofibre. Ceci donne une limite supérieure à la résolution  $\Delta z$  le long de l'axe  $z$  donnée par :

$$\Delta z \leq 2NA \Delta y \quad (5.17)$$

$\Delta y$  étant la mise au point maximale. Dans notre cas,  $\Delta y = 30 \mu\text{m}$  et  $NA = 0,42$ . La résolution le long de l'axe  $z$  de la nanofibre est donc limitée par  $\Delta z \leq 25 \mu\text{m}$ .

## **VII. Étude des différentes sources d'erreurs :**

### **VII.1 Erreurs systématiques :**

La première erreur systématique est la variation de la longueur d'onde utilisée pour le système d'éclairage. Notre règle pour la mesure du rayon de la nanofibre est la longueur d'onde de la lumière dans la silice. Nous avons d'abord vérifié que, pour les petites variations de température de notre laboratoire, la variation d'indice de réfraction de la silice est d'environ  $5 \cdot 10^{-5}$ . L'erreur induite est inférieure à 0,05 nm, donc absolument négligeable. Le spectre lumineux est mesuré avec un *OSA* dont la résolution spectrale est fixée à 0,1 nm. Dans notre modélisation, nous avons pris en considération le fait que le spectre n'est pas infiniment étroit mais avec une largeur de 9 nm. Nous avons d'abord échantillonné le spectre par une série de longueurs d'onde  $\lambda_i$ . Ensuite, nous avons calculé tous les modèles des figures de diffraction  $Pat(a, \lambda_i)$ , pour le même rayon  $a$ , mais pour toutes les longueurs d'onde  $\lambda_i$ . Ces figures de diffraction sont ensuite additionnées avec un poids dépendant de leur importance dans le spectre.

Nous avons estimé un grandissement  $G = 20 \pm 0.25$ . Il est différent suivant où on se situe sur l'image captée par la caméra. Cette incertitude de 0.25, est responsable d'une erreur systématique de 1 nm sur la mesure du diamètre.

Les simulations sont effectuées en supposant un alignement parfait de la source lumineuse, la nanofibre et la ligne de visé du microscope. Nous avons effectué une simulation en supposant un alignement imparfait (une inclinaison de  $1^\circ$ ) en utilisant les équations de diffraction à incidence oblique [11], contrairement à l'incidence normale de l'équation (5.2). Nous avons constaté que l'erreur induite est égale à 1 nm lorsque le rayon est de 500 nm. Cette inclinaison n'induit pas une grande erreur systématique tant qu'elle n'est pas importante. (Tolérée juste pour quelques degrés d'inclinaison)

On prend en compte notre système optique i.e. l'ouverture numérique de l'objectif  $NA = 0.42$ , sans prendre en compte la pixellisation de la caméra utilisée. L'intensité virtuelle vue par la caméra pour le mode de galerie d'ordre  $m = 20$  donné précédemment dans la figure 5.11 est montrée sur la figure 5.18 suivante.

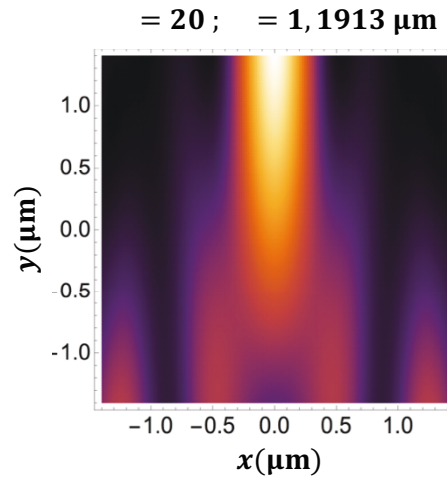


Figure 5.18 : Intensité vue par le microscope qui correspond au rayon du mode de galerie d'ordre  $m = 20$ .

On suppose un désalignement de  $10^\circ$  de l'éclairage par rapport à la ligne de visée du microscope-nanofibre. La figure de diffraction à l'intérieur de la nanofibre i.e. l'ensemble des modes de galerie auront une rotation de  $10^\circ$  à cause de la symétrie cylindrique de la nanofibre. La figure correspondante à cette rotation de  $10^\circ$  pour le mode de galerie dominant d'indice  $m = 20$  pour un rayon égal à  $r = 1191,3 \text{ nm}$  est montrée sur la figure 5.19a.

Le champ détecté par la caméra pour cette inclinaison de l'éclairage est filtré en tenant en compte l'ouverture numérique de l'objectif. Les premiers ordres des modes de galerie sont filtrés par le microscope, ce qui justifie le champ déformé dissymétrique de la figure 5.19b. Nous avons utilisé une rotation de  $10^\circ$  juste pour montrer son effet sur la figure de diffraction. Notre expérience est parfaitement alignée, néanmoins une rotation (au pire de  $1^\circ$ ) induit une erreur moins de 1 nm sur le rayon de la nanofibre.

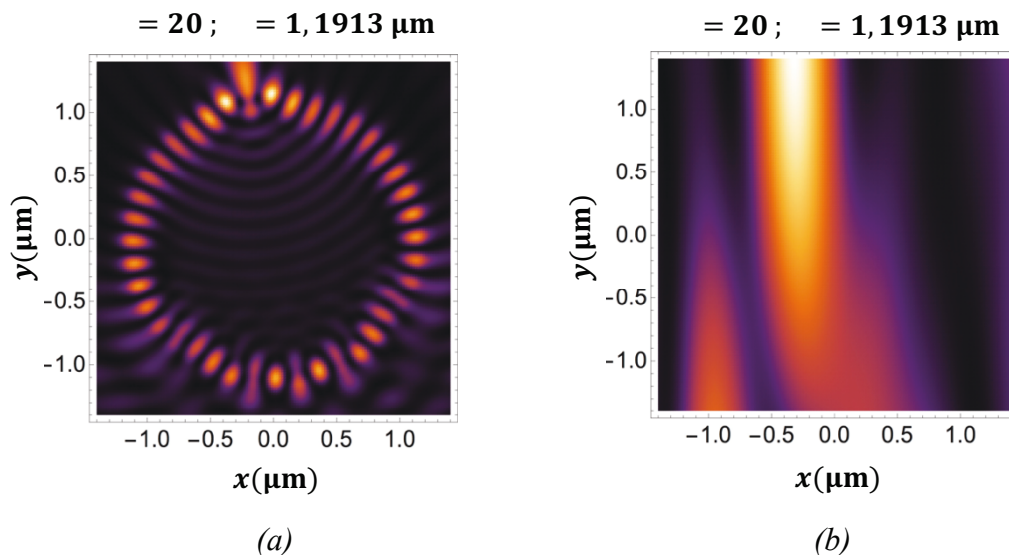


Figure 5.19 : (a) Intensité réelle du mode de galerie d'indice  $m = 20$  pour une rotation de l'éclairage de  $10^\circ$ . (b) Intensité vue par la caméra pour une rotation de l'éclairage de  $10^\circ$  pour le même mode de galerie d'ordre  $m = 20$ .

Expérimentalement, nous mesurons cette inclinaison pour chaque série d'acquisition en mesurant l'inclinaison de l'axe de déplacement du microscope par rapport à la fibre. Cela revient à estimer l'inclinaison moyenne de la structure diffractée avant correction du bougé. Par exemple, pour la fibre du MEB de la figure 5.17, on estime une inclinaison de  $0.6^\circ$

Pour calculer correctement les distances d'image, l'Offset de la caméra doit être nul. Ce décalage est acquis expérimentalement, dans l'obscurité, puis soustrait numériquement à toutes les images. Nous estimons que la soustraction du décalage réduit l'erreur sur la mesure de rayon à moins de 0,05 nm. Cette erreur systématique reste toujours négligeable.

L'image sur le capteur de la caméra est convoluée par la pixellisation de la matrice du capteur. Par exemple, le milieu de la nanofibre à  $x = 0$  ne correspond pas nécessairement au centre d'un pixel de la caméra. Cette convolution devrait induire une erreur systématique. Strictement parlant, si l'image entière  $I_{\text{exp}}(x, y + \delta y_0, z_0)$  est décalée d'un demi pixel, alors nous avons trouvé par simulation que l'erreur induite est d'environ 1 nm. Cependant, en raison des petits mouvements de la nanofibre, les différents profils acquis pour construire une image  $I_{\text{exp}}(x, y + \delta y_0, z_0)$  sont acquis pour des positions  $x$  légèrement différentes. Après le centrage du profil, nous observons que les différents profils sont encore légèrement décalés les uns par rapport aux autres. Ces petits décalages produisent un « effet de moyenne » qui annule toute erreur systématique. Nous considérons donc que les erreurs dues à la pixellisation de la caméra n'induisent aucune erreur systématique.

Nous utilisons une banque de figures de diffraction  $Pat(r)$  pour un peigne de rayons  $r$ . L'espacement entre les rayons successifs est de 1 nm, de sorte qu'au pire, l'erreur induite sur la mesure du rayon est de 0,5 nm.

Nous concluons donc que, compte tenu de toutes les sources possibles d'erreurs systématiques, l'erreur systématique résultante sur le rayon est inférieure à  $\pm 5$  nm comme une marge de sécurité.

## **VII.2 Erreurs aléatoires :**

Les erreurs aléatoires proviennent de différentes sources : le mouvement de la fibre le long des axes  $x$  et  $y$  dans le flux d'air ; des contaminations potentielles de la surface de la nanofibre fabriquée, elle pourrait ainsi perdre sa symétrie cylindrique après le processus de fabrication. Concernant le bougé de la fibre le long des deux axes  $x$  et  $y$ , nous recentrons les acquisitions pour compenser ce bougé le long de l'axe  $x$  par une autocorrélation de chaque acquisition entre sa partie droite et sa partie gauche. Tandis que le bougé suivant l'axe  $y$  est inévitable, nous ne pouvons pas le corriger, il est toujours présent dans nos acquisitions et c'est le facteur principal qui limite la résolution de notre technique, de quelques nanomètres à 50 nm dans le pire des cas, ceci dépend du rayon de la fibre.

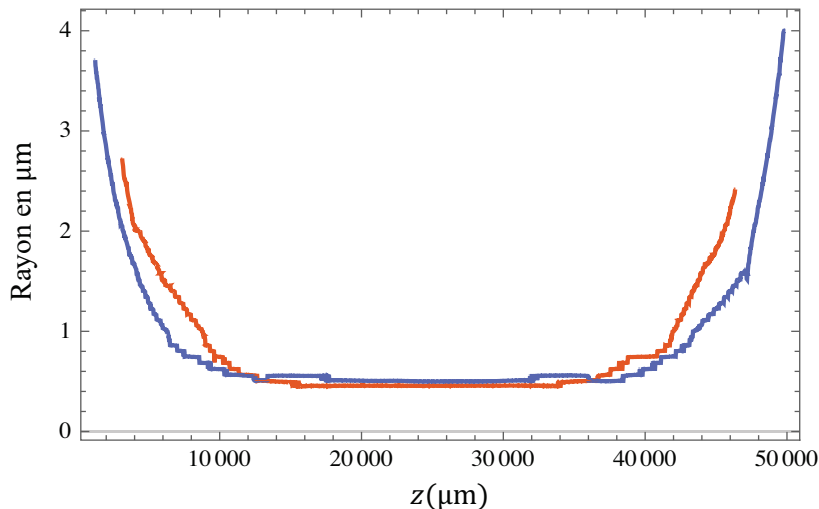
Comme expliqué ci-dessus, l'hypothèse de base sous-entendant cette technique est l'hypothèse que la nanofibre est assimilée à une tige parfaite de silice. Cependant, même si certaines sources d'erreur peuvent en réduire la précision. Cette technique n'est pas applicable pour les fibres non circulaires obtenues par des tirages imparfaits.



### **VIII. Discussion :**

Il est à noter que le temps requis pour calculer la carte de la figure 5.15 pour un seul point est relativement long, généralement quelques dizaines de secondes sur un ordinateur de bureau. Cependant, le calcul du rayon des points successifs le long de l'axe de la fibre peut être considérablement accéléré, car on sait que le rayon approximatif et la position du centre de la fibre sont similaires à ceux du point précédent. La zone de recherche est donc considérablement réduite.

Nous présentons sur la figure 5.20 deux profils de nanofibres mesurés avec cette technique.



*Figure 5.20 : Profils de deux fibres étirées mesurées par cette technique.*

Ces profils présentent une structure d'escalier, avec une hauteur de marche d'environ 50 nm, qui reflète la principale source d'erreur, comme expliqué dans le paragraphe suivant.

Pour mieux comprendre l'origine des erreurs, dans la figure 5.21, nous agrandissons une partie des profils représentés dans la figure 5.20. Sur cette échelle agrandie, la structure de l'escalier est plus visible. Une caractéristique notable de cette structure est qu'elle est parfaitement reproductible d'un profil à l'autre. Quelle que soit la nanofibre, quel que soit l'alignement du montage, les sauts sont toujours situés aux mêmes rayons et espacés d'environ 50 nm.

Pour déterminer l'origine de ces sauts, nous avons étudié les sources d'erreur de deux manières. Premièrement, pour la même nanofibre, nous avons acquis plusieurs fois le même motif mais en réalignant la configuration entre les acquisitions. Les résultats sont entièrement reproductibles. Deuxièmement, nous avons utilisé les simulations pour introduire diverses erreurs et nous avons constaté que l'effet cumulé de toutes ces sources d'erreur possibles est inférieur à 5 nm ainsi qu'expliqué dans la section précédente.

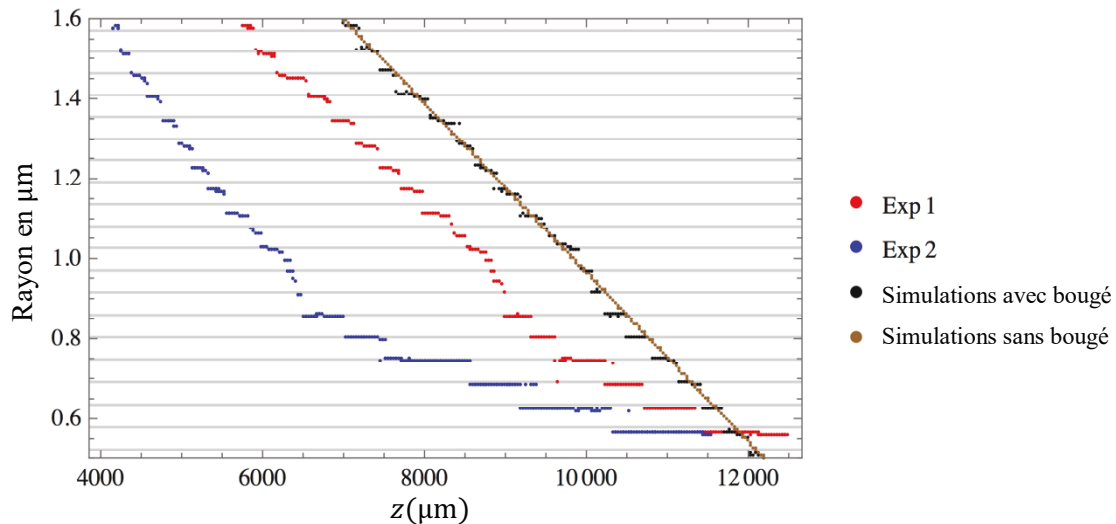


Figure 5.21 : Zoom sur les profils de fibres illustrés dans la figure 5.20 avec deux simulations incluant ou négligeant le mouvement de la fibre. Les lignes grises horizontales correspondent aux rayons de résonance des modes de la galerie (cf. figure 5.9). Les décalages  $z$  entre les différentes courbes sont choisis pour des raisons de clarté et ne sont pas pertinents, sauf pour les deux courbes simulées qui ont été modélisées à partir du même profil de nanofibre.

La dernière source d'erreur provient des petits mouvements de la fibre suspendue dans l'air. Bien que la fibre ne bouge pas pendant le temps d'acquisition de la caméra, le temps nécessaire pour collecter une série complète d'images (cf. figure 5.7), peut aller jusqu'à quelques minutes pendant lesquelles la fibre bouge. Si nous pouvons corriger en partie ce bougé le long de l'axe  $x$ , nous ne pouvons pas le faire le long de l'axe  $y$ . Nous avons ainsi simulé une nanofibre dont le rayon change linéairement le long de l'axe de la fibre. Pour chaque position le long de cet axe, nous avons simulé le bruit du bougé dû au mouvement de la fibre avec à peu près les mêmes statistiques que celles mesurées expérimentalement (cf. figure 5.6). Nous avons ensuite procédé à la détermination automatisée du rayon. Le profil correspondant est représenté en noir sur la figure 5.21. Le profil simulé pour le même profil linéaire sans bruit de bougé est présenté en marron sur la figure 5.21 pour vérifier notre approche.

Cette simulation avec bougé a mis en évidence la même structure d'escalier que les profils expérimentaux, avec les mêmes sauts de rayon, situés exactement aux mêmes positions de rayon : tous les 50 nm en ce qui concerne les résonances des modes de galerie. Pour les rayons supérieurs à 2  $\mu\text{m}$ , cette structure disparaît, entraînant une meilleure résolution. Cette meilleure résolution pour des rayons plus élevés pourrait être attribuée au grand nombre de modes de galerie d'ordre supérieur excités pour des diamètres plus grands (cf. figure 5.9). Les figures de diffraction sont donc plus complexes pour les grands rayons et donc plus facilement discernables.

Nous concluons donc que la résolution de cette technique est limitée par le bruit dû aux mouvements de la fibre. Cette résolution dépend du rayon mais elle est toujours meilleure que 50 nm.

## **IX. Conclusion :**

Nous avons développé une nouvelle technique pour améliorer la résolution du microscope pour les mesures de nanofibres, bien au-delà de la limite de diffraction. Ses points forts sont les suivants : elle est peu coûteuse et relativement facile à mettre en œuvre sur les microscopes existants, elle peut être mise en œuvre sur le dispositif de tirage sans aucune manipulation de la nanofibre (*in-situ*), elle permet une plage étendue de mesures de diamètre, elle fournit une mesure de diamètre à chaque point le long de la fibre étirée. La précision est actuellement de 50 nm pic à pic dans le pire des cas en fonction du rayon de la nanofibre. Ceci se compare très favorablement à la limite de diffraction qui est de 1  $\mu\text{m}$ .

La résolution est limitée par les mouvements de la fibre, suspendue dans l'air, qui provoquent des sauts de rayon se produisant autour des rayons de résonance des modes de galerie. Cette caractéristique suggère que l'utilisation de la même technique à différentes longueurs d'onde, pour lesquelles les résonances se produisent à des rayons différents, devrait permettre une amélioration supplémentaire de la résolution. Les résultats obtenus ont fait l'objet d'une publication dans la revue Optics Express [14].

Jusque-là, nous avons présenté les techniques de fabrication et les différentes techniques de caractérisation des fibres optiques étirées. Dans le chapitre suivant, nous présentons une modélisation complète de la génération de paires de photons corrélés dans une nanofibre en silice par le processus de la fluorescence paramétrique. Cette modélisation est faite en se basant sur son processus symétrique i.e. la génération de seconde harmonique étudiée précédemment dans le chapitre 3 de ce manuscrit.

**X. Références :**

- [1] M. Sumetsky, *et al.*, “Probing optical microfiber nonuniformities at nanoscale,” *Opt. Lett.* **31**, 2393–2395 (2006).
- [2] U. Wiedemann, *et al.*, “Measurement of submicrometre diameters of tapered optical fibres using harmonic generation,” *Opt. Express* **18**, 7693–7704 (2010).
- [3] J. E. Hoffman, *et al.*, “Rayleigh scattering in an optical nanofiber as a probe of higher-order mode propagation,” *Optica* **2**, 416–423 (2015).
- [4] Y. Xu, *et al.*, “Real-time control of micro/nanofiber waist diameter with ultrahigh accuracy and precision,” *Opt. Express* **25**, 10434–10440 (2017).
- [5] Y.-H. Lai, *et al.*, “Fiber taper characterization by optical backscattering reflectometry,” *Opt. Express* **25**, 22312–22327 (2017).
- [6] J. Keloth, *et al.*, “Diameter measurement of optical nanofibers using a composite photonic crystal cavity,” *Opt. Lett.* **40**, 4122–4125 (2015).
- [7] M. Zhu, *et al.*, “Diameter measurement of optical nanofiber based on high-order Bragg reflections using a ruled grating,” *Opt. Lett.* **43**, 559–562 (2018).
- [8] F. Warken *et al.*, “Fast profile measurement of micrometer-sized tapered fibers with better than 50-nm accuracy,” *Opt. Lett.* **29**, 1727–1729 (2004).
- [9] A. Godet, *et al.*, “Brillouin spectroscopy of optical microfibers and nanofibers,” *Optica* **4**, 1232–1238 (2017).
- [10] Jorge Garcia-Sucerquia, *et al.*, “Digital in-line holographic microscopy,” *Appl. Opt.* **45**, 836-850 (2006)
- [11] H. C. Van de Hulst, “*Light scattering by small particles*”, (New York, Dover Publications, 1981).
- [12] A. Azzoune, *et al.*, “Optical and opto-acoustical metrology of silica tapered fibers for nonlinear applications,” in 2017 OPJ-OSA Joint Symposia on Nanophotonics and Digital Photonics, T. Omatsu, ed., OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America, 2017), paper PL3.
- [13] A. Azzoune, *et al.*, “Overcoming the diffraction limit of optical microscopes for measuring tapered optical fibers,” in Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (Optical Society of America, 2019), paper JTh2A.102.
- [14] A. Azzoune, *et al.*, “Optical microscopy for measuring tapered fibers beyond the diffraction limit,” *Opt. Express* **27**(17), 24403–24415 (2019).



# Chapitre 6

## Vers une source de paires de photons corrélés

---

### I. Introduction :

Nous présentons dans ce chapitre une modélisation d'une nouvelle source de photons corrélés à base d'une nanofibre en silice à partir de l'étude menée dans le chapitre 3. À partir de cette étude nous donnons le lien entre la génération de seconde harmonique SHG pour le cas dégénéré (ou bien la génération par somme de fréquences SFG pour le cas non dégénéré) avec la génération des paires de photons par son processus symétrique qui est la fluorescence paramétrique. Ces processus non linéaires sont assurés grâce à la non linéarité d'ordre 2 due à la brisure de symétrie présentée dans le chapitre 3, il s'agit de la même physique qu'un mélange non linéaire à trois ondes  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_3$ . Nous commençons par donner une modélisation de la fluorescence paramétrique. Nous donnons par la suite les efficacités de la génération des paires de photons pour différentes architectures, dans le cas air-silice et dans le cas air-Téflon pour les deux types d'accord de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  et  $HE_{21} - HE_{11}$  donnés dans le chapitre 3. Nous terminons ce chapitre en donnant les tolérances sur le rayon de la nanofibre afin de donner la meilleure approche expérimentale.

### II. Modélisation de la fluorescence paramétrique :

#### II.1 Équations de propagation :

La fluorescence paramétrique est le phénomène symétrique de la somme de fréquences SFG dans le cas général non dégénéré. Son principe pour une nanofibre en silice est montré sur la figure 6.1 suivante, où un photon de pompe à la longueur d'onde  $\lambda_3$  (i.e. une fréquence  $\omega_3$ ) dans le mode  $TM_{01}$  (ou le mode  $HE_{21}$  en fonction de l'accord de phase) donne une paire de photons aux deux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (i.e. des fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$ ) dans le mode fondamental  $HE_{11}$  telle que  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ .

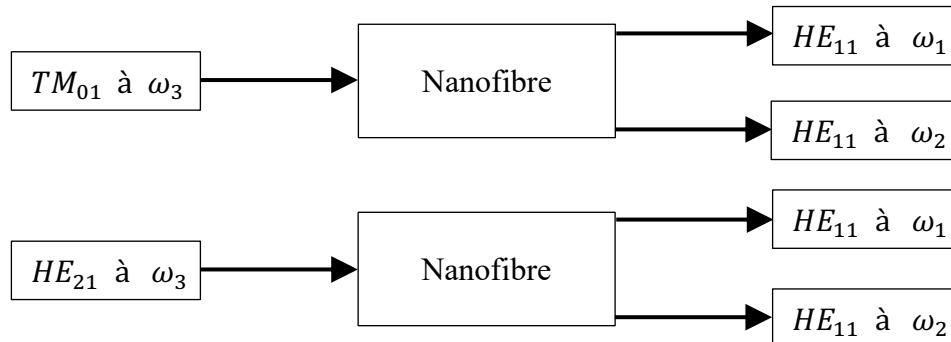


Figure 6.1: Processus de fluorescence paramétrique pour la création des paires de photons par accord de phase modal dans une nanofibre en silice.

La génération par somme de fréquences et la fluorescence paramétrique sont deux effets non linéaires du mélange à trois ondes. Dans le cas général on a  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  avec  $\omega_1 \neq \omega_2$ . Dans ce cas général non dégénéré, les coefficients non nuls du tenseur de susceptibilité non linéaire de second ordre dans une nanofibre en silice sont toujours les mêmes que ceux donnés dans le chapitre 3 :

$$\chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)}, \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)}, \chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2s)}, \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} \quad (6.1)$$

Avec :

$$\chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2s)} \neq \chi_{\parallel\parallel\perp}^{(2s)} \quad \text{pour} \quad \omega_1 \neq \omega_2 \quad (\text{le milieu est dispersif})$$

Dans le chapitre 3, nous avons fait une étude vectorielle pour calculer l'efficacité  $\rho^{SHG}$  de la génération de seconde harmonique SHG dans une nanofibre en silice, elle a été donnée par l'expression (3.60). Les équations couplées non linéaires classiques du mélange à trois ondes peuvent s'écrire en vectoriel par analogie avec l'étude menée dans le chapitre 3. Elles sont données par les expressions suivantes :

$$\frac{da^k(z, \omega_3)}{dz} - i \rho_3^{SFG} a^i(z, \omega_1) a^j(z, \omega_2) \exp(i \Delta\beta z) = 0 \quad (6.2a)$$

$$\frac{da^j(z, \omega_2)}{dz} - i \rho_2^{DFG} a^{i*}(z, \omega_1) a^k(z, \omega_3) \exp(-i \Delta\beta z) = 0 \quad (6.2b)$$

$$\frac{da^i(z, \omega_1)}{dz} - i \rho_1^{DFG} a^{j*}(z, \omega_2) a^k(z, \omega_3) \exp(-i \Delta\beta z) = 0 \quad (6.2c)$$

Avec  $\|a^k(z, \omega_3)\|$  la racine de la puissance du mode guidé d'indice  $k$  de la somme de fréquence SFG à la fréquence  $\omega_3$  ;  $\|a^i(z, \omega_1)\|$  et  $\|a^j(z, \omega_2)\|$  la racine de la puissance du mode guidé du signal d'indice  $i$  à la fréquence  $\omega_1$  et celle du mode guidé d'indice  $j$  du complémentaire à la fréquence  $\omega_2$  respectivement ;  $\Delta\beta = \beta_3 - \beta_2 - \beta_1$  le désaccord de phase ;  $\rho_3^{SFG}$  l'intégrale de recouvrement de l'efficacité de conversion par somme de fréquences SFG ;  $\rho_1^{DFG}$  et  $\rho_2^{DFG}$  les intégrales de recouvrement donnant l'efficacité de conversion par différence de fréquences DFG.

Par analogie avec le cas dégénéré de la génération de seconde harmonique étudiée dans le chapitre 3, on écrit les deux intégrales de recouvrement de l'efficacité de conversion par différence de fréquences DFG et l'efficacité de conversion par somme de fréquences SFG. Pour trouver ces paramètres, on se sert de la symétrie de permutation donnée dans le chapitre 3. Nous avons négligé la dispersion des susceptibilités non linéaires dans la silice parce qu'on travaille loin des résonances. Ces paramètres sont donnés comme suit :

$$\begin{aligned}
 \rho_3^{SFG} = & \frac{\omega_3 \varepsilon_0}{4 \sqrt{N_{1i} N_{2j} N_{3k}}} \left[ \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^k{}^*(r_1, \varphi, \omega_3) F_{e\perp}^i(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega_2) d\varphi \right. \\
 & + \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^k{}^*(r_1, \varphi, \omega_3) F_{e\parallel}^i(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega_2) d\varphi \\
 & + \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^k{}^*(r_1, \varphi, \omega_3) F_{e\parallel}^i(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\perp}^j(r_1, \varphi, \omega_2) d\varphi \\
 & + \chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^k{}^*(r_1, \varphi, \omega_3) F_{e\perp}^i(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\parallel}^j(r_1, \varphi, \omega_2) d\varphi \\
 & \left. + \rho_{3,Bulk,\gamma}^{SFG} + \rho_{3,Bulk,\delta}^{SFG} \right] \quad (6.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_2^{DFG} = & \frac{\omega_2 \varepsilon_0}{4 \sqrt{N_{1i} N_{2j} N_{3k}}} \left[ \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\perp}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\perp}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \right. \\
 & + \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\parallel}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\parallel}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \\
 & + \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\parallel}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\perp}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \\
 & + \chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\perp}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\parallel}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \\
 & \left. + \rho_{2,Bulk,\gamma}^{DFG} + \rho_{2,Bulk,\delta}^{DFG} \right] \quad (6.4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_1^{DFG} = & \frac{\omega_1 \varepsilon_0}{4 \sqrt{N_{1i} N_{2j} N_{3k}}} \left[ \chi_{\perp\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\perp}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\perp}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \right. \\
 & + \chi_{\parallel\perp\perp}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\perp}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\parallel}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\parallel}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \\
 & + \chi_{\perp\parallel\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\parallel}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\perp}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \\
 & + \chi_{\parallel\perp\parallel}^{(2s)} r_1 \int_0^{2\pi} F_{e\parallel}^i{}^*(r_1, \varphi, \omega_1) F_{e\perp}^j{}^*(r_1, \varphi, \omega_2) F_{e\parallel}^k(r_1, \varphi, \omega_3) d\varphi \\
 & \left. + \rho_{1,Bulk,\gamma}^{DFG} + \rho_{1,Bulk,\delta}^{DFG} \right] \quad (6.5)
 \end{aligned}$$

Avec  $N_{1i}$  la constante de normalisation du mode guidé d'indice  $i$  du signal à la fréquence  $\omega_1$ ;  $N_{2j}$  la constante de normalisation du mode guidé d'indice  $j$  du complémentaire à la fréquence  $\omega_2$ ,  $N_{3k}$  la constante de normalisation du mode guidé d'indice  $k$  de la somme de fréquences à la fréquence  $\omega_3$  et  $\rho_{1,2,3,Bulk,\gamma,\delta}^{SFG,DFG}$  sont les efficacités



de volume calculées en suivant le cheminement du chapitre 3, en prenant en compte le fait que nous ne sommes pas forcément à la dégénérescence et que donc  $\omega_1 \neq \omega_2$ .

Il s'agit du mélange classique à trois ondes mais développé en modèle vectoriel dans une nanofibre en silice. Les trois coefficients des équations différentielles couplées  $\rho_1^{DFG}$ ,  $\rho_2^{DFG}$  et  $\rho_3^{SFG}$  sont liés entre eux. Les relations qui les lient sont données par les équations de Manley-Rowe suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\rho_2^{DFG}}{\rho_1^{DFG}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \\ \rho_3^{SFG} = \rho_1^{DFG*} + \rho_2^{DFG*} \end{array} \right. \quad (6.6)$$

On peut les retrouver grâce à l'égalité des nombres de photons générés aux deux fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  en écrivant la relation de conservation de l'énergie.

Contrairement à la génération de seconde harmonique, la fluorescence paramétrique relève d'un processus spontané qui ne peut être entièrement décrit que dans le cadre de la théorie quantique. À moins de stimuler le processus paramétrique en injectant un signal faible à  $\omega_1$  ou  $\omega_2$ . On parle alors d'amplification paramétrique par différence de fréquences DFG au lieu de la fluorescence paramétrique qui est un processus spontané large bande par définition.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, l'efficacité de conversion est très faible, si bien que l'on peut considérer le faisceau de pompe non dépeuplé de ses photons. On résout le système d'équations différentielles couplées dans le cas général pour un désaccord de phase  $\Delta\beta$ . Pour le cas de l'accord de phase parfait, il suffit juste de remplacer par  $\Delta\beta = 0$ . On ne s'intéresse qu'aux efficacités de la génération de paires de photons dans son cadre classique. En l'absence d'onde initiale à  $\omega_1$  ou  $\omega_2$ , ce processus peut être initié par les fluctuations quantiques du vide [1]. Les deux dernières équations différentielles couplées du mélange à trois ondes qui définissent les paires de photons générés aux deux fréquences  $(\omega_1, \omega_2)$  s'écrivent comme suit :

$$\frac{da^i(z, \omega_1)}{dz} - \kappa_1 a^{j*}(z, \omega_2) \exp(-i \Delta\beta z) = 0 \quad (6.7a)$$

$$\frac{da^j(z, \omega_2)}{dz} - \kappa_2 a^{i*}(z, \omega_1) \exp(-i \Delta\beta z) = 0 \quad (6.7b)$$

Avec :

$$\kappa_1 = i \rho_1^{DFG} a^k(0, \omega_3) \quad \text{et} \quad \kappa_2 = i \rho_2^{DFG} a^k(0, \omega_3) \quad (6.8)$$

On pose :

$$g^2 = \kappa_1 \kappa_2^* \quad (6.9)$$

On dérive le complexe conjugué de la première équation (6.7a) et on le remplace dans la deuxième équation (6.7b). Le système d'équations différentielles couplées a comme solutions [2] :

$$a^i(z, \omega_1) = \left[ a^i(0, \omega_1) \left( \cosh(Kz) + i \frac{\Delta\beta}{2K} \right) + a^{j*}(0, \omega_2) \frac{ig}{K} \sinh(Kz) \exp\left(-i \frac{\Delta\beta z}{2}\right) \right] \quad (6.10a)$$

$$a^j(z, \omega_2) = \left[ a^j(0, \omega_2) \left( \cosh(Kz) + i \frac{\Delta\beta}{2K} \right) + a^{i*}(0, \omega_1) \frac{ig}{K} \sinh(Kz) \exp\left(-i \frac{\Delta\beta z}{2}\right) \right] \quad (6.10b)$$

Avec :

$$K = \sqrt{g^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2} \quad (6.11)$$

## II.2 Taux de génération des paires de photons :

L'étude en mécanique quantique de l'interaction paramétrique optique, dans l'approximation de la pompe non dépeuplée et sans signal d'entrée (6.10), donne le nombre moyen de photons émis par unité de temps à la sortie d'une nanofibre de longueur  $L$  [3,4]:

$$N_{ph} = \int G(L, \omega) d\omega \quad (6.12)$$

Avec la densité spectrale de génération de paires :

$$G = (Y \Gamma)^2 \quad (6.13)$$

$$Y = \frac{g}{K} \begin{cases} g > \frac{\Delta\beta}{2}, K = \sqrt{g^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2}, \Gamma = \sinh(KL), \\ g < \frac{\Delta\beta}{2}, K = \sqrt{\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 - g^2}, \Gamma = \sin(KL), \end{cases} \quad (6.14)$$

On peut retrouver ces formules (6.12) et (6.14) en mécanique classique de la façon suivante. On définit  $G_1(z, \omega_1)$  comme la densité moyenne du nombre de photons du signal par mode  $a^i(z, \omega_1)$  longitudinal de la nanofibre. Dans l'approximation de la pompe non dépeuplée et sans aucun signal d'entrée à la fréquence  $\omega_1$  (i. e.  $a^i(0, \omega_1) = 0$ ), On écrit l'équation suivante à partir des deux équations (6.10a) et (6.10b) données précédemment :

$$G_1(z, \omega_1) = \frac{a^i(z, \omega_1) a^{i*}(z, \omega_1)}{\hbar\omega_1} = G_2(0, \omega_2) g^2 \text{sinc}^2(Kz) \quad (6.15)$$

On retrouve alors l'expression (6.14) en prenant le nombre de photons du complémentaire égal à un seul photon par mode comme hypothèse ( $G_2(0, \omega_2) = 1$ )[1]. Pour une longueur d'interaction  $L$  de la nanofibre en silice, la densité spectrale du nombre

de photons du signal générés par mode  $a^i(z, \omega_1)$  est donnée par  $G_1(L, \omega_1)$  suivant l'expression suivante :

$$G_1(L, \omega_1) = g^2 \operatorname{sinc}^2 \left( \sqrt{\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 - g^2 L} \right) \quad (6.16)$$

Cette dernière expression (6.16) se réduit aux deux équations de (6.14) suivant que l'argument du sinus cardinal est réel ou imaginaire pur. L'expression précédente (6.16) donne la densité spectrale de la génération des paires de photons par mode dans une nanofibre en silice de longueur  $L$  pour une pompe à la fréquence  $\omega_3$ . Pour trouver le nombre total de paires de photons, il faut intégrer la dernière expression sur la bande spectrale totale d'émission en utilisant l'équation (6.12). Ce spectre d'émission dépend des courbes d'accord de phase et de la bande spectrale correspondante. Pour cela, on estime dans la section suivante les densités spectrales de la génération des paires de photons dans une nanofibre en silice par fluorescence paramétrique pour différentes architectures, air-silice et air-Téflon pour les deux types d'accords de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  et  $HE_{21} - HE_{11}$  dans le cas général non dégénéré.

### III. Estimation du taux de génération de paires de photons pour différentes architectures :

#### III.1 Densité spectrale de génération des paires :

D'après l'étude menée au début de ce chapitre, on fait une approximation pour calculer le paramètre  $g$  défini dans l'équation (6.9) en utilisant les relations (6.6). Pour des paires de photons non dégénérés, le paramètre  $g$  s'écrit comme suit :

$$g^2 = \rho_1^{DFG} \rho_2^{DFG*} \|a^k(0, \omega_3)\|^2 \approx \rho^{SHG^2} \|a^k(0, \omega_3)\|^2 \quad (6.17)$$

Cette approximation reste vraie pour des paires de photons au voisinage de la dégénérescence.

À partir de l'expression (6.16) donnée précédemment, la densité spectrale de la génération des paires de photons  $G_1(L, \omega_1)$  dans une nanofibre en silice de longueur  $L$  par mode de pompe s'écrit dans le cas général non dégénéré comme suit :

$$G_1(L, \omega_1) = \rho^{SHG^2} L^2 a^{k^2}(0, \omega_3) \operatorname{sinc}^2 \left( \sqrt{\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 - g^2 L} \right) \quad (6.18)$$

On retrouve une formule similaire à celle qui est donnée par *M. Fiorentino et al.* [5] qui a donné une formule du nombre de paires de photons générés par mode de pompe dans un cristal KTP, il s'agit de la même physique.

On travaille à la longueur d'onde 775 nm comme pompe dans le mode  $TM_{01}$  ou dans le mode  $HE_{21}$  suivant le type d'accord de phase et on génère les deux paires de

photons au voisinage de la longueur d'onde 1550 nm dans le mode fondamental  $HE_{11}$ . On trace les courbes de la densité spectrale de la génération des paires de photons par mode de pompe dans une nanofibre en silice de longueur  $L = 100 \mu\text{m}$  en modèle vectoriel pour les deux architectures silice-air et silice-Téflon. On les trace pour les deux types d'accord de phase étudiés précédemment i.e.  $TM_{01} - HE_{11}$  et  $HE_{21} - HE_{11}$  dans le cas général non dégénéré en utilisant l'équation (6.18).

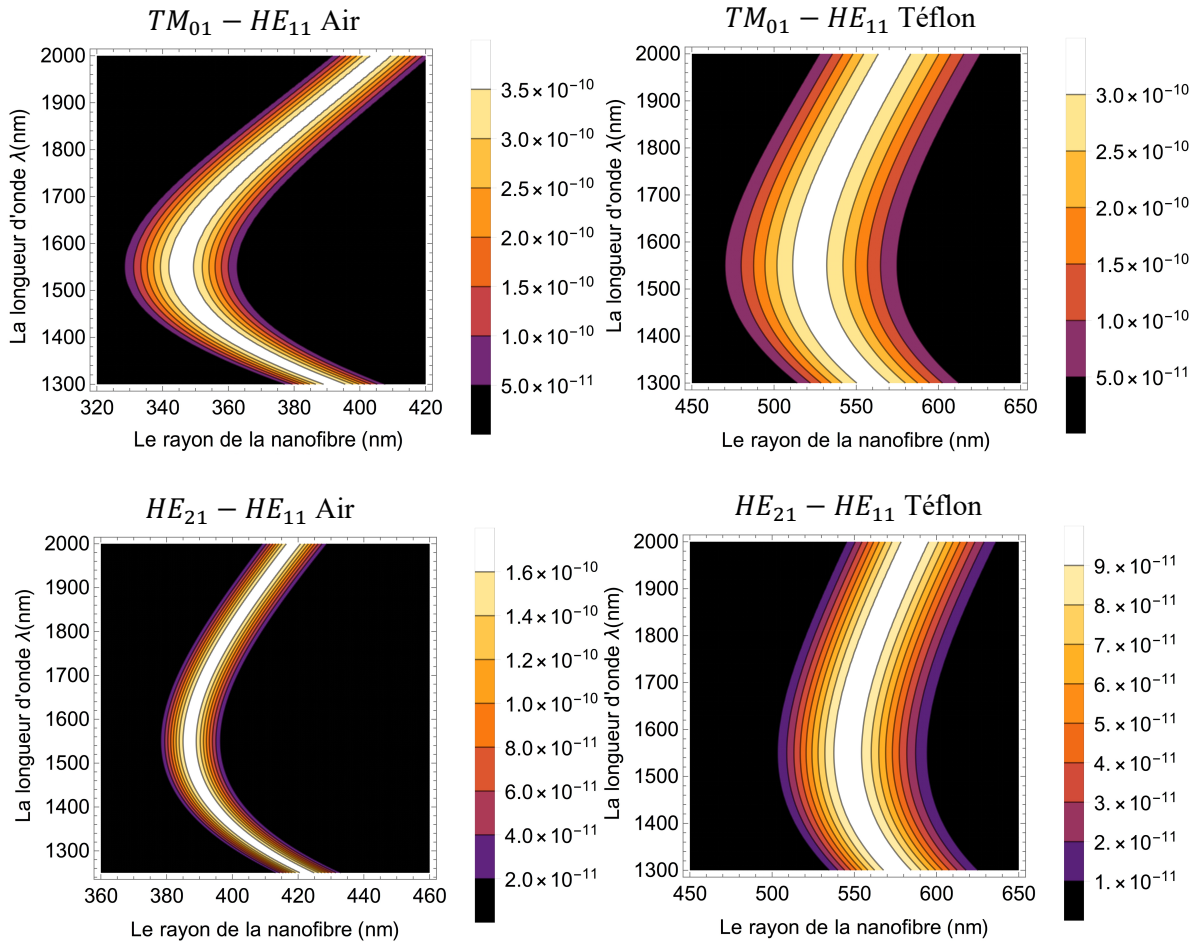


Figure 6.2 : Densité spectrale de la génération des paires de photons dans le mode fondamental  $HE_{11}$  pour les deux types d'accord de phase  $TM_{01}-HE_{11}$  et  $HE_{21}-HE_{11}$  dans une nanofibre en silice de longueur  $100 \mu\text{m}$  pour les deux architectures silice-air et silice-Téflon.

On trace sur la figure 6.3 suivante la densité spectrale de la génération des paires de photons dans une nanofibre en silice de longueur  $L = 400 \mu\text{m}$  pour le type d'accord de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  dans l'architecture silice-air.

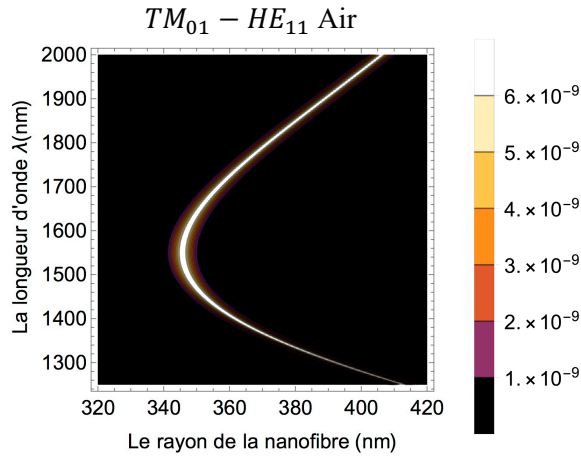


Figure 6.3 : Densité spectrale de la génération des paires de photons dans le mode fondamental  $HE_{11}$  pour d'accord de phase de type  $TM_{01}$ - $HE_{11}$  dans une nanofibre en silice de longueur  $400 \mu\text{m}$  pour l'architecture silice-air.

Le fait d'augmenter la longueur de la nanofibre donne une densité spectrale de génération de paires de photons plus importante qui croît comme le carré de la longueur  $L$  mais ce sera au détriment de la tolérance en rayon qui est plus étroite et qui varie en  $1/L$ . On peut envisager d'autres enrobages afin d'améliorer la tolérance tout en utilisant les nanofibres les plus longues possible. Il faut donc faire un compromis pour une génération efficace des paires de photons, on détaillera ce point dans la section suivante.

### III.2 Taux de génération des paires :

Le nombre de paires de photons générées  $N_{ph}$  est donné précédemment par l'équation (6.12). La fonction  $G$  à intégrer est la densité spectrale de la génération des paires de photons, elle est donnée par l'équation (6.18). Elle a été tracée sur la figure 6.2 pour différentes architectures. On fait l'intégrale sur la moitié du spectre d'émission (le milieu étant défini pour la longueur d'onde de 1550 nm). Si on utilise un filtrage en sortie, cela diminue le nombre de paires détectées. Dans les quatre figures suivantes, on donne le nombre total de paires de photons générées par seconde pour une puissance de pompe de 1W dans des nanofibres de différentes longueurs pour les différentes architectures de la figure 6.2 précédente.

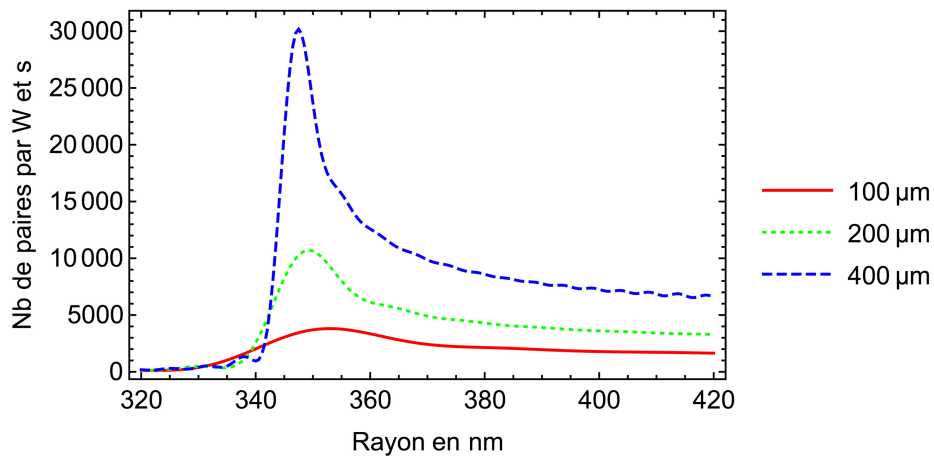


Figure 6.4 : Nombre de paires de photons générés dans une nanofibre en silice de différentes longueurs pour l'accord de phase de type  $TM_{01}$  -  $HE_{11}$  pour l'architecture silice-air.

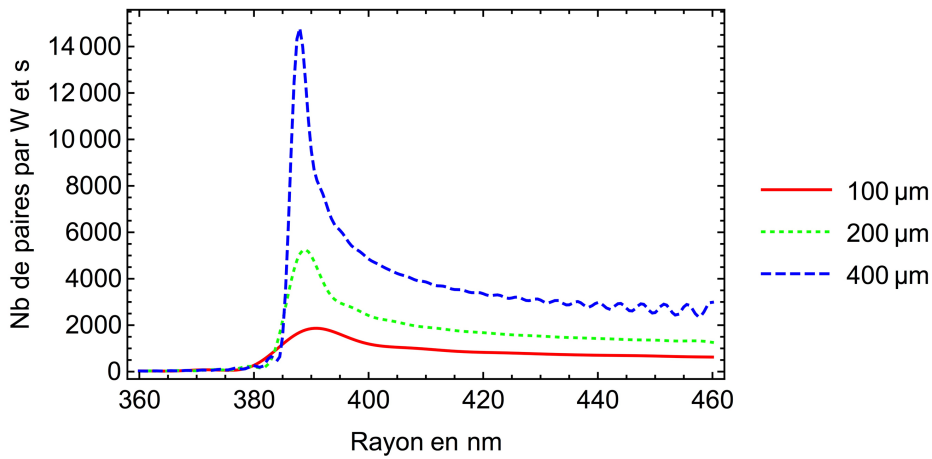


Figure 6.5 : Nombre de paires de photons générés dans une nanofibre en silice de différentes longueurs pour l'accord de phase de type  $HE_{21} - HE_{11}$  pour l'architecture silice-air.

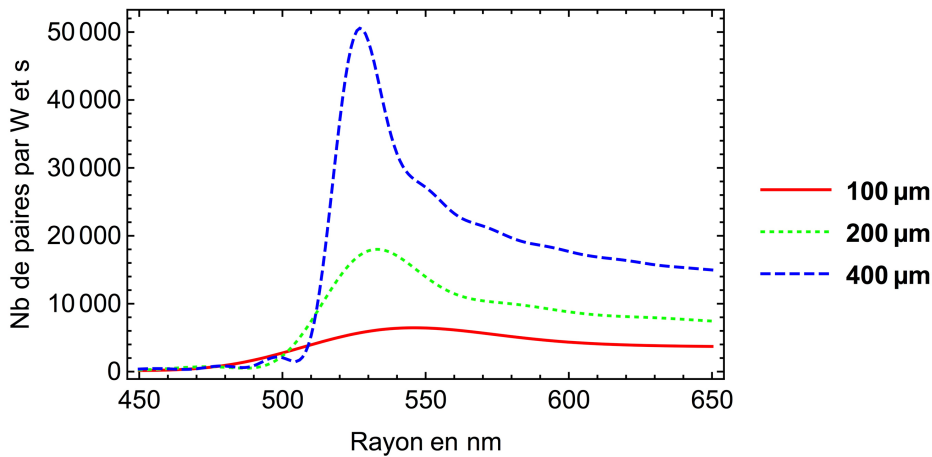


Figure 6.6 : Nombre de paires de photons générés dans une nanofibre en silice de différentes longueurs pour l'accord de phase de type  $TM_{01} - HE_{11}$  pour l'architecture silice-Téflon.

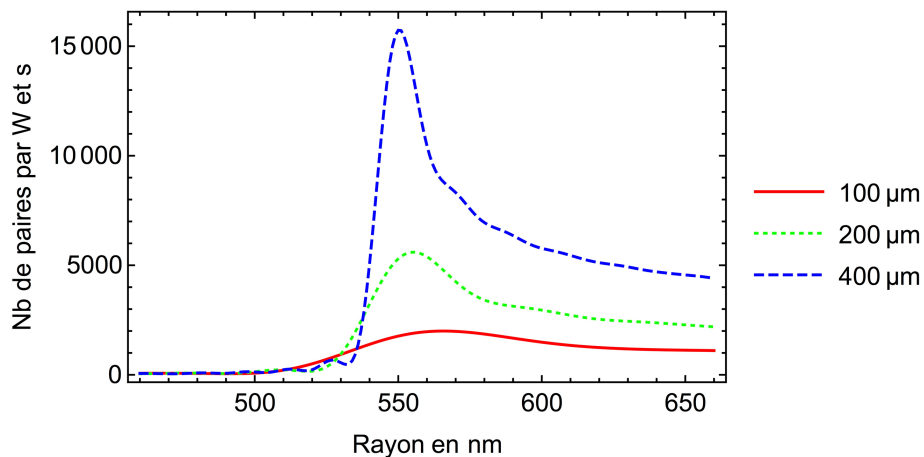


Figure 6.7 : Nombre de paires de photons générés dans une nanofibre en silice de différentes longueurs pour l'accord de phase de type  $HE_{21} - HE_{11}$  pour l'architecture silice-Téflon.

Les densités spectrales de la génération des paires de photons sont du même ordre de grandeur pour les quatre configurations. Néanmoins le nombre de paires de photons générés est plus important pour l'architecture silice-Téflon. Cela est vérifié grâce à la tolérance qui est plus importante pour cette architecture (les courbes d'accord de phase sont plus larges). L'accroissement de cette largeur compense le coefficient  $g$  qui est plus faible en présence de Téflon. On détaillera dans la section suivante ces tolérances en diamètre pour les différentes architectures précédentes.

#### IV. Tolérances :

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté une étude détaillée des accords de phase de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice. Il s'agit d'un mélange à trois ondes, l'efficacité de la génération des paires de photons corrélés par son processus non linéaire symétrique i.e. la fluorescence paramétrique à la dégénérescence dépend de la bande spectrale de la génération de seconde harmonique. Pour estimer cette efficacité, nous partons de l'expression du désaccord de phase de la génération de seconde harmonique, on fait un développement limité du désaccord de phase  $\Delta\beta$  autour de la longueur d'onde de seconde harmonique  $\lambda_{2\omega}$  pour les deux types d'accords de phase étudiés précédemment dans le chapitre 3 ( $HE_{11} - TM_{01}$  et  $HE_{11} - HE_{21}$ ). Par la suite, on définit la plage en longueur d'onde vérifiant la condition d'accord de phase.

L'équation différentielle de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre en silice est donnée précédemment dans le chapitre 3 par l'expression (3.48) sous la forme suivante :

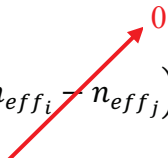
$$\frac{da^i(z, 2\omega)}{dz} - i \rho^{SHG} \|a^j(z, \omega)\|^2 \exp(i \Delta\beta z) = 0 \quad (6.19)$$

Avec  $\|a^i(z, 2\omega)\|$  la racine de la puissance du mode guidé d'indice  $i$  de seconde harmonique à la fréquence  $2\omega$  ;  $\|a^j(z, \omega)\|$  la racine de la puissance du mode guidé d'indice  $j$  de la pompe à la fréquence  $\omega$  ;  $\rho^{SHG}$  l'intégrale de recouvrement de la génération de seconde harmonique, elle est donnée par l'expression (3.60) dans le chapitre 3 et  $\Delta\beta$  le désaccord de phase donné par l'expression suivante :

$$\Delta\beta = \frac{2\pi}{\lambda_{2\omega}} n_{eff_i} - 2 \frac{2\pi}{\lambda_\omega} n_{eff_j} = \frac{2\pi}{\lambda} (n_{eff_i} - n_{eff_j}) \quad (6.20)$$

Avec  $\lambda_\omega = 2\lambda_{2\omega} = 2\lambda$  ;  $\lambda_\omega$  et  $\lambda_{2\omega}$  les longueurs d'onde de la pompe et de la seconde harmonique ;  $n_{eff_j}$  et  $n_{eff_i}$  leurs indices effectifs respectifs.

On peut retrouver le désaccord de phase  $\Delta\beta(\lambda)$  par un développement limité du premier ordre autour de la longueur d'onde de seconde harmonique  $\lambda_{2\omega}$ . Ceci nous permet d'écrire :

$$\Delta\beta(\lambda) = \Delta\beta(\lambda_{2\omega}) + \frac{d\Delta\beta}{d\lambda} (\lambda - \lambda_{2\omega}) = \frac{2\pi}{\lambda_{2\omega}} (n_{eff_i} - n_{eff_j}) + \frac{d\Delta\beta}{d\lambda} (\lambda - \lambda_{2\omega}) \quad (6.21)$$


Avec  $\Delta\beta(\lambda_{2\omega})$  nul par définition de l'accord de phase. Le deuxième membre s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{d\Delta\beta}{d\lambda} = \left[ -\frac{2\pi}{\lambda^2} (n_{eff_i} - n_{eff_j}) + \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{dn_{eff_i}}{d\lambda} - \frac{dn_{eff_j}}{d\lambda} \right) \right] \quad (6.22)$$

On remplace la dernière expression (6.22) dans l'expression (6.21). Le résultat est le suivant :

$$\Delta\beta(\lambda) = \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{dn_{eff_i}}{d\lambda} - \frac{dn_{eff_j}}{d\lambda} \right) \right] (\lambda - \lambda_{2\omega}) \quad (6.23)$$

Par définition, la vitesse de groupe est donnée par l'expression suivante :

$$n_g = c \frac{dk}{d\omega} = \frac{d(\omega n_{eff})}{d\omega} = n_{eff} + \omega \frac{dn_{eff}}{d\omega} = n_{eff} - \lambda \frac{dn_{eff}}{d\lambda} \quad (6.24)$$

On pose les deux indices de groupe  $n_{g_j}$  et  $n_{g_i}$  pour les deux modes guidés, d'indice  $j$  de la pompe à la fréquence  $\omega$  et d'indice  $i$  de la seconde harmonique à la fréquence  $2\omega$  respectivement de la façon suivante :

$$n_{g_i} = n_{eff_i} - \lambda \frac{dn_{eff_i}}{d\lambda} \quad ; \quad n_{g_j} = n_{eff_j} - \lambda \frac{dn_{eff_j}}{d\lambda} \quad (6.25)$$

On travaille à l'accord de phase à la longueur d'onde  $\lambda_{2\omega}$ , la différence des indices effectifs  $(n_{eff_j} - n_{eff_i})$  est nulle à l'accord de phase. Pour une longueur d'onde  $\lambda$  légèrement différente de la longueur centrale  $\lambda_{2\omega}$ , la différence des indices effectifs  $(n_{eff_j} - n_{eff_i})$  est négligeable devant la différence des indices de groupe  $(n_{g_j} - n_{g_i})$ . On réécrit l'expression (6.23) pour faire apparaître les deux indices de groupe de la façon suivante :

$$\Delta\beta(\lambda) \approx \left[ \frac{2\pi}{\lambda^2} (n_{g_j} - n_{g_i}) \right] (\lambda - \lambda_{2\omega}) \quad (6.26)$$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, les efficacités de la génération de seconde harmonique sont très faibles, on peut donc appliquer l'approximation de la pompe non dépeuplée i.e. un faible couplage non linéaire de la pompe vers le mode de seconde harmonique. Ceci permet de réécrire l'équation différentielle de la génération de seconde harmonique donnée précédemment par (6.19) comme suit :

$$\frac{da^i(z, 2\omega)}{dz} = i \rho^{SHG} \|a^j(0, \omega)\|^2 \exp(i\Delta\beta z) \quad (6.27)$$

Il s'agit d'une équation différentielle de premier ordre en  $z$ , la solution  $a^i(L, 2\omega)$  pour une longueur d'interaction  $L$  de la nanofibre en silice est donnée par une simple intégration de cette équation (6.27) comme suit :



$$\begin{aligned}
 a^i(L, 2\omega) &= \rho^{SHG} \|a^j(0, \omega)\|^2 \int_0^L \exp(i\Delta\beta z) dz \\
 &= \|a^j(z, \omega)\|^2 \rho^{SHG} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) \exp\left(i\frac{\Delta\beta L}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

Le coefficient  $a^i(L, 2\omega)$  est donné par l'expression (6.28). La puissance  $\|a^i(L, 2\omega)\|^2$  varie donc selon :

$$\|a^i(L, 2\omega)\|^2 \propto \left| \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\Delta\beta L}{2}\right) \right| \tag{6.29}$$

Pour estimer la tolérance en diamètre de la génération des paires de photons par fluorescence paramétrique à la dégénérescence, on calcule d'abord la largeur spectrale du processus symétrique correspondant i.e. celle de la génération de seconde harmonique pour le même type d'accord de phase en partant de l'expression du désaccord de phase donnée précédemment par (6.26).

Pour la génération de seconde harmonique à la longueur d'onde  $\lambda_{2\omega} = 775$  nm à partir d'une pompe à la longueur d'onde  $\lambda_{\omega} = 1550$  nm, la valeur de la demi-largeur  $\Delta\lambda_{HWHM}$  qui correspond à la moitié de l'intensité de la génération de seconde harmonique pour une longueur  $L$  de la nanofibre vérifie la relation suivante :

$$\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\Delta\beta_{HWHM}L}{2}\right) = \frac{1}{2} \tag{6.30}$$

D'après les propriétés de la fonction Sinus cardinal, on remplace  $\Delta\beta_{HWHM}$  par son expression donnée précédemment par (6.26). La dernière relation (6.30) est vérifiée pour :

$$\frac{\pi L}{\lambda_{2\omega}^2} (n_{g_j} - n_{g_i}) \Delta\lambda_{HWHM} \simeq 1.39156 \tag{6.31}$$

La largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda_{FWHM}$  est inversement proportionnelle à la longueur d'interaction  $L$  de la nanofibre, elle est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta\lambda_{FWHM} = 2\Delta\lambda_{HWHM} = 2 \frac{1.39156 \lambda_{2\omega}^2}{\pi \Delta n_g L} \tag{6.32}$$

Avec  $\Delta n_g = (n_{g_j} - n_{g_i})$  la différence des deux indices de groupe.

Pour une nanofibre de rayon uniforme donné,  $\Delta\lambda_{FWHM}$  représente donc :

- Soit la largeur totale à mi-hauteur de la puissance de la seconde harmonique en fonction de la longueur d'onde de seconde harmonique.
- Soit la largeur totale à mi-hauteur du signal de la fluorescence paramétrique en fonction de la longueur d'onde de pompe.

Dans la suite, nous étudions la variation de la largeur  $\Delta\lambda_{FWHM}$  de la génération de seconde harmonique avec les efficacités de conversion pour les deux types d'accords de phase étudiés précédemment dans le troisième chapitre. Une fois cette largeur en longueur d'onde  $\Delta\lambda_{FWHM}$  est déterminée, on en déduit la plage en diamètre  $\Delta d$  équivalente pour laquelle l'accord de phase est efficace. Pour cela, on se sert de l'étude menée dans le chapitre 3 où nous avons donné la variation du diamètre d'accord de phase en fonction de la longueur d'onde pour les deux types d'accord de phase  $HE_{11} - TM_{01}$  et  $HE_{11} - HE_{21}$  dans les deux architectures silice-air et silice-Téflon (cf. figure 3.15 et figure 3.16).

En fonction du type d'accord de phase, la différence des indices de groupe  $\Delta n_g$  correspond à une plage en longueur d'onde  $\Delta\lambda_{FWHM}$  vérifiant la condition d'accord de phase (6.32). Cette plage de longueur d'onde  $\Delta\lambda_{FWHM}$  définit une uniformité tolérée  $\Delta d$  équivalente lors de la fabrication de la nanofibre pour avoir un accord de phase efficace (cf. figure 3.15 et figure 3.16). On applique cette démarche pour les différentes architectures étudiées précédemment dans la figure 6.2.

#### IV.1 Accord de phase de type $TM_{01} - HE_{11}$ pour l'architecture silice-air :

Nous estimons la tolérance en diamètre de la génération des paires de photons pour ce type d'accord de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  en fluorescence paramétrique à la dégénérescence dans une architecture silice-air. Pour cela, on présente sur la figure 6.8 un zoom sur les courbes d'accord de phase de son processus symétrique qui est la génération de seconde harmonique entre le mode fondamentale  $HE_{11}$  de pompe à la longueur d'onde 1550 nm et le mode  $TM_{01}$  de seconde harmonique à la longueur d'onde 775 nm.

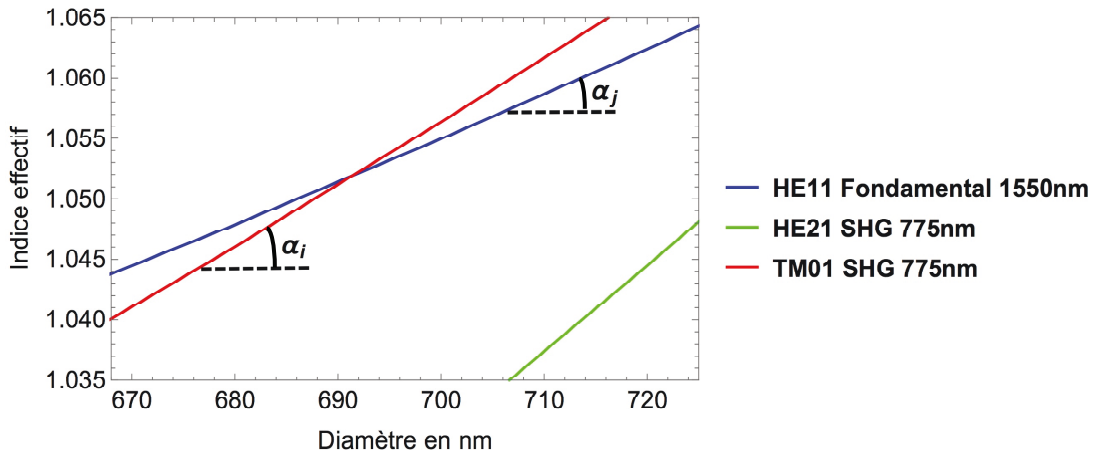


Figure 6.8 : Zoom sur l'accord de phase 1550 nm/775 nm de type  $TM_{01} - HE_{11}$  dans l'architecture silice-air.

On utilise l'équation (6.32) pour estimer la largeur spectrale  $\Delta\lambda_{FWHM}$  de la génération de seconde harmonique, Pour cela, il faut estimer d'abord l'écart  $\Delta n_g$  des indices de groupe de cet accord de phase de type  $TM_{01} - HE_{11}$ . On utilise l'expression (6.26) pour écrire l'expression suivante :

$$\Delta n_g = \lambda \left( \frac{dn_{effi}}{d\lambda} - \frac{dn_{effj}}{d\lambda} \right) = \lambda \left( \frac{dn_{effi}}{dd} - \frac{dn_{effj}}{dd} \right) \frac{dd}{d\lambda} \quad (6.33)$$

Avec :

$$\frac{dn_{eff_i}}{dd} = \alpha_i = 0,52 \cdot 10^3 \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{dn_{eff_j}}{dd} = \alpha_j = 0,35 \cdot 10^3 \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{dd}{d\lambda} = 0.9$$

Les deux premières valeurs précédentes ont été obtenues à partir de la figure 6.8 précédente. Tandis, que la troisième expression i.e. celle qui donne  $\frac{dd}{d\lambda}$ , elle a été obtenue à partir de la figure 3.15 du chapitre 3. L'écart en indices de groupe et la largeur spectrale pour ce type d'accord de phase 1550 nm/775 nm dans une nanofibre en silice de longueur  $L = 100 \mu\text{m}$  sont donnés par les valeurs suivantes en utilisant les équations (6.32) et (6.33) :

$$\Delta n_g = 0,119 \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda_{FWHM} = 44,8 \text{ nm}$$

Une fois la largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda_{FWHM}$  est déterminée, on passe maintenant au calcul la largeur spectrale totale  $\Delta$  correspondante, on sait que :

$$\Delta\omega = \frac{c}{\lambda_{2\omega}^2} \Delta\lambda_{2\omega} \quad (6.34)$$

A.N :

$$\Delta = 22,4 \text{ THz}$$

Pour une pompe dans le mode  $TM_{01}$ , on travaille avec un Laser accordé à une longueur d'onde fixe égale à 775 nm i.e. une largeur spectrale fine. La bande passante ( $\Delta = 22,4 \text{ THz}$ ) dans les calculs précédents est limitée par une uniformité équivalente en diamètre. Pour ce type d'accord de phase, nous avons déjà établi dans le chapitre 3 que la relation  $\frac{dd}{d\lambda} = 0.9$  est vérifiée à l'accord de phase (cf. figure 3.15). Ceci permet d'écrire que pour une pompe à longueur d'onde fixe, une uniformité en diamètre  $\Delta d$  équivalente dans le processus de fabrication est tolérée. Elle est estimée à :

$$\Delta d = 0.9\Delta\lambda_{FWHM} = 40 \text{ nm}$$

Il faut que l'uniformité de la nanofibre soit meilleure que  $\Delta d = 40 \text{ nm}$  pour avoir une génération efficace des paires de photons dans une nanofibre en silice de longueur  $L = 100 \mu\text{m}$  pour l'accord de phase de type  $TM_{01} - HE_{11}$  dans l'architecture silice-air.

#### IV.2 Accord de phase de type $E_{11} - E_{11}$ pour l'architecture silice-air :

Comme dans le cas précédent, nous estimons la tolérance en diamètre de la génération des paires de photons pour le deuxième type d'accord de phase  $HE_{21} - HE_{11}$  par fluorescence paramétrique à la dégénérescence dans une architecture silice-air. Pour cela, on présente sur la figure 6.9 un zoom sur les courbes d'accord de phase de son processus symétrique qui est la génération de seconde harmonique entre le mode fondamentale  $HE_{11}$  de pompe à la longueur d'onde 1550 nm et le mode  $HE_{21}$  de seconde harmonique à la longueur d'onde 775 nm.

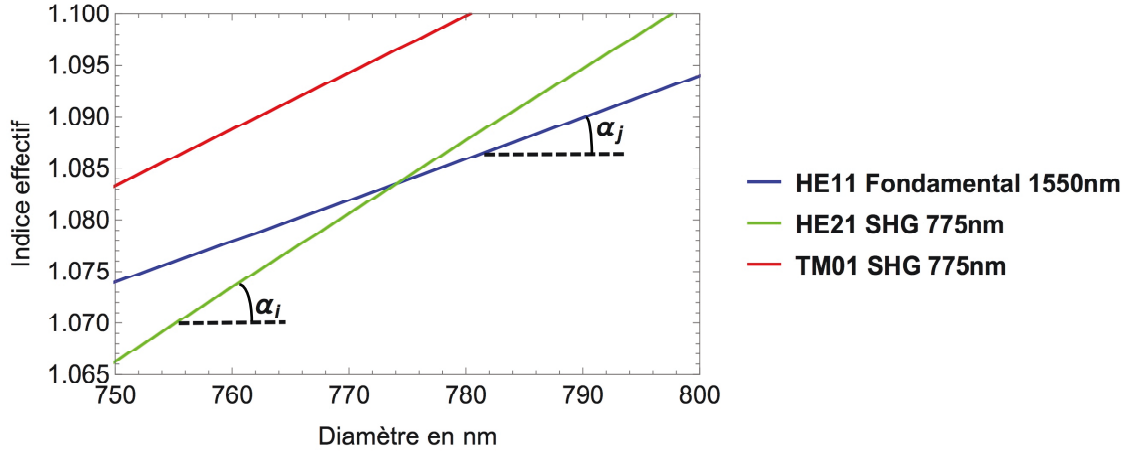


Figure 6.9 : Zoom sur l'accord de phase 1550 nm/775 nm de type  $HE_{21} - HE_{11}$  dans l'architecture silice-air.

Pour estimer la largeur spectrale  $\Delta\lambda_{FWHM}$  pour cet accord de phase de type  $HE_{21} - HE_{11}$ , on estime d'abord l'écart  $\Delta n_g$  des indices de groupe. D'après la figure 6.9, nous obtenons les paramètres suivants :

$$\frac{dn_{eff_i}}{dd} = \alpha_i = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{dn_{eff_j}}{dd} = \alpha_j = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{d\lambda}{d\lambda} = 1$$

Les deux premières valeurs précédentes sont obtenues à partir de la figure 6.9. Tandis, que la troisième expression i.e.  $\frac{d\lambda}{d\lambda}$  est obtenue à partir de la figure 3.15 du chapitre 3. L'écart en indices de groupe et la largeur spectrale pour ce type d'accord de phase 1550 nm/775 nm dans une nanofibre en silice de longueur  $L = 100 \mu\text{m}$  sont donnés par les valeurs suivantes en utilisant les équations (6.32) et (6.33) :

$$\Delta n_g = 0,233 \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda_{FWHM} = 22,4 \text{ nm} \quad \rightarrow \quad \Delta = 11,4 \text{ THz}$$

Pour une pompe dans le mode  $HE_{21}$  à largeur spectrale fine, la bande passante ( $\Delta = 11,4 \text{ THz}$ ) dans les calculs précédents est limitée par une uniformité équivalente en diamètre. Pour ce type d'accord de phase, nous avons  $\frac{d\lambda}{d\lambda} = 1$  à l'accord de phase. Ceci permet d'écrire que pour une longueur d'onde fixe à largeur spectrale fine, une uniformité tolérée en diamètre  $\Delta d$  pendant le processus de fabrication de la nanofibre est tolérée. Elle est estimée à :

$$\Delta d = \Delta\lambda_{FWHM} = 22,4 \text{ nm}$$

### IV.3 Accord de phase de type $TM_{01} - E_{11}$ pour l'architecture silice-Téflon :

On présente sur la figure 6.10 un zoom sur les courbes d'accord de phase entre le mode fondamentale  $HE_{11}$  de pompe à la longueur d'onde 1550 nm et le mode  $TM_{01}$  à la longueur d'onde 775 nm dans une nanofibre en silice pour l'architecture silice-Téflon.

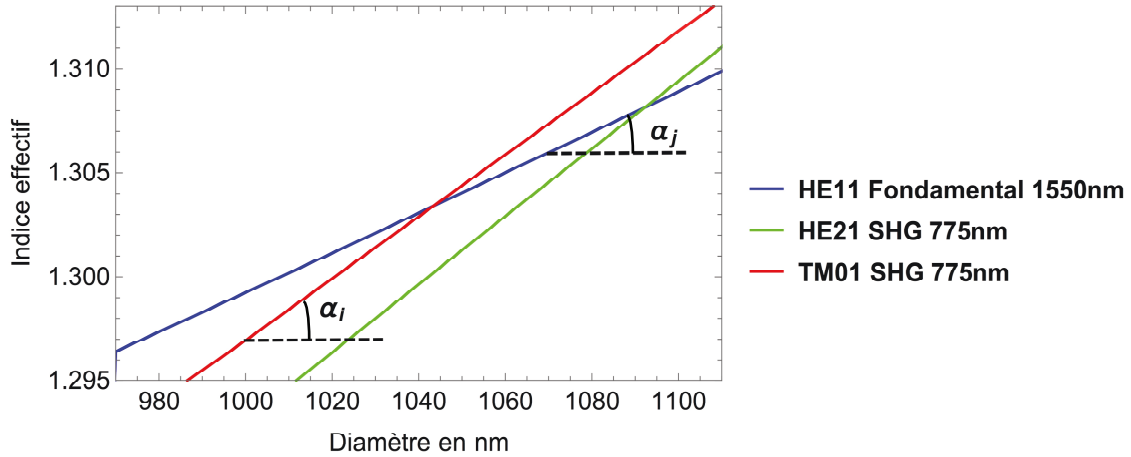


Figure 6.10 : Zoom sur l'accord de phase 1550 nm/775 nm de type  $TM_{01}-HE_{11}$  dans l'architecture silice-Téflon.

Pour estimer la largeur spectrale  $\Delta\lambda_{FWHM}$  pour cet accord de phase de type  $HE_{21} - HE_{11}$ , on estime d'abord l'écart  $\Delta n_g$  des indices de groupe. D'après la figure 6.10, nous obtenons les paramètres suivants :

$$\frac{dn_{eff_i}}{dd} = \alpha_i = 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{dn_{eff_j}}{dd} = \alpha_j = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{dd}{d\lambda} \approx 1$$

Les deux premières valeurs précédentes sont obtenues à partir de la figure 6.10. Tandis, que la troisième expression i.e.  $\frac{dd}{d\lambda}$  est obtenue à partir de la figure 3.16 du chapitre 3. L'écart en indices de groupe et la largeur spectrale pour cet accord de phase 1550 nm/775 nm dans une nanofibre en silice de longueur  $L = 100 \mu\text{m}$  sont donnés par les valeurs suivantes en utilisant les équations (6.32) et (6.33) :

$$\Delta n_g = 0,039 \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda_{FWHM} = 138 \text{ nm} \quad \rightarrow \quad \Delta = 68,4 \text{ THz}$$

Ceci donne une tolérance en diamètre égale à :

$$\Delta d = 138 \text{ nm}$$

#### IV.4 Accord de phase de type $E_{11} - E_{11}$ pour l'architecture silice -Téflon :

On présente sur la figure 6.11 un zoom sur les courbes d'accord de phase entre le mode fondamentale  $HE_{11}$  de pompe à la longueur d'onde 1550 nm et le mode  $HE_{21}$  à la longueur d'onde 775 nm dans une nanofibre en silice pour l'architecture silice-Téflon.

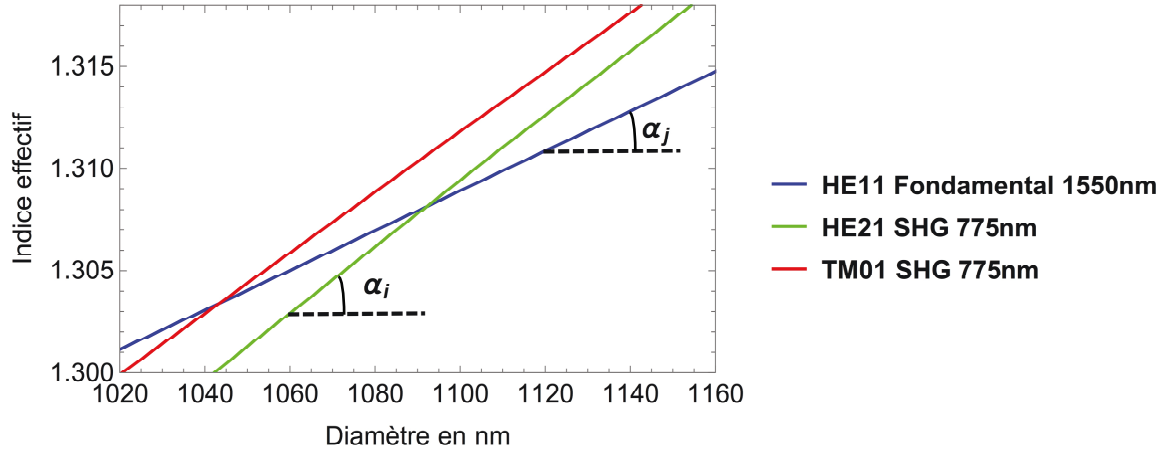


Figure 6.11 : Zoom sur l'accord de phase 1550 nm/775 nm de type  $HE_{21}-HE_{11}$  dans l'architecture silice-Téflon.

Pour estimer la largeur spectrale  $\Delta\lambda_{FWHM}$  pour cet accord de phase de type  $HE_{21} - HE_{11}$ , on estime d'abord l'écart  $\Delta n_g$  des indices de groupe. D'après la figure 6.11, nous obtenons les paramètres suivants :

$$\frac{dn_{eff_i}}{dd} = \alpha_i = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{dn_{eff_j}}{dd} = \alpha_j = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1} ; \quad \frac{dd}{d\lambda} \approx 1$$

Les deux premières expressions précédentes sont obtenues à partir de la figure 6.11. Tandis, que la troisième expression i.e.  $\frac{dd}{d\lambda}$  est obtenue à partir de la figure 3.16 du chapitre 3. L'écart en indices de groupe et la largeur spectrale pour cet accord de phase 1550 nm/775 nm dans une nanofibre en silice de longueur  $L = 100 \mu\text{m}$  sont donnés par les valeurs suivantes en utilisant les équations (6.32) et (6.33) :

$$\Delta n_g = 0,047 \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda_{FWHM} = 115 \text{ nm} \quad \rightarrow \quad \Delta = 57 \text{ THz}$$

Ceci donne une tolérance en diamètre égale à :

$$\Delta d = 115 \text{ nm}$$

### Récapitulatif :

Pour les différentes architectures étudiées précédemment, nous rassemblons dans le tableau suivant tous les résultats trouvés.

Tableau 6.1 : Largeurs spectrales, nombres de paires de photons générées pour les différentes configurations possibles dans une nanofibre en silice de longueur 100 m et uniformités tolérées.

	$TM_{01}$ sans Téflon	$TM_{01}$ avec Téflon	$HE_{21}$ sans Téflon	$HE_{21}$ avec Téflon
$\Delta$	22,4 TH	68,4 TH	11,4 TH	57 TH
$N_{ph}$	3,9 kH	7 kH	2 kH	2,1 kH
$\Delta\lambda_{FWHM}$	44,8 nm	138 nm	22,8 nm	115 nm
$\Delta d$	40 nm	138 nm	22,8 nm	115 nm

**Remarque :**

L'accord de phase de la fluorescence paramétrique de type  $TM_{01} - HE_{11}$  est plus efficace que celui du type  $HE_{21} - HE_{11}$  pour les deux architectures silice-air et silice-Téflon comme montré dans le tableau 6.1. On ne considère donc que le premier type d'accord de phase pour la génération des paires de photons. En plus de ça, le mode  $TM_{01}$  est plus facile à générer que le mode  $HE_{21}$  à partir du faisceau Laser de pompe. L'efficacité de la génération des paires de photons est sensible à l'uniformité de la nanofibre. Autrement dit, elle est très sensible au parallélisme des courbes d'indices effectifs de l'accord de phase du processus inverse i.e. la génération de seconde harmonique. Pour optimiser le parallélisme de ces courbes d'indices effectifs, on pourrait se servir d'un dépôt sur la nanofibre après le processus de fabrication. La nanofibre avec le Téflon présente un accord de phase moins sensible au diamètre i.e. moins critique en uniformité. Pour le type d'accord de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  dans l'architecture silice-Téflon, l'uniformité équivalente en diamètre pour une génération efficace des paires de photons est estimée à :

$$\Delta d \approx \Delta \lambda_{FWHM} = 138 \text{ nm}$$

Cette valeur d'uniformité pour cette configuration est très intéressante car elle nous permet de travailler avec des nanofibres trois fois plus longues que celles de l'accord de phase du même type dans l'architecture de base silice-air. La densité spectrale de la génération des paires de photons croît comme le carré de la longueur  $L$  de la nanofibre. L'uniformité tolérée est inversement proportionnelle à la longueur  $L$ . Ce qui implique que le nombre de paires de photons générés par fluorescence paramétrique dans une nanofibre en silice augmente linéairement avec la longueur  $L$  de la nanofibre. Il s'agit de faire un compromis entre les deux. Maximiser le taux de génération des paires de photons tout en respectant l'uniformité tolérée pendant le processus de fabrication de cette nanofibre qui servira comme une source de paires de photons corrélés.

**V. Conclusion :**

Nous avons présenté dans ce chapitre, une modélisation complète d'une source de photons corrélés à base d'une nanofibre en silice. Nous avons donné les efficacités de génération de paires de photons pour les deux architectures silice-air et silice-Téflon, cette efficacité est plus grande dans l'architecture silice-Téflon pour le premier type d'accord de phase i.e. celui du mode  $TM_{01}$  comme pompe à la longueur d'onde 775 nm pour générer des paires de photons dans le mode fondamental  $HE_{11}$  au voisinage de la longueur d'onde 1550 nm. En plus de ça, le mode  $TM_{01}$  est plus facile à générer que le mode  $HE_{21}$  qui a une structure transverse spatiale plus complexe (cf. annexe).

On travaille avec un Laser comme pompe à la longueur d'onde 775 nm i.e. une largeur spectrale fine. La largeur spectrale tolérée en longueur d'onde est équivalente à une uniformité en diamètre de la nanofibre. Cette efficacité de génération des paires de photons dépend donc de l'uniformité en diamètre de la nanofibre après le processus de fabrication. Cette dépendance est moins critique pour le cas de l'accord de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  dans l'architecture silice-Téflon, c'est une raison en plus pour appuyer notre choix de ce type d'accord de phase pour la génération des paires de photons corrélés. Il faut faire un compromis, nous optons donc pour la nanofibre la plus longue possible dans

l'architecture silice-Téflon, tout en respectant l'uniformité tolérée en diamètre pour le processus de fabrication dans le but de maximiser le taux de génération de paires de photons.

On peut envisager d'autres enrobages autres que le Téflon afin d'améliorer la tolérance en diamètre pour pouvoir utiliser les nanofibres les plus longues possible et maximiser le taux de génération des paires de photons corrélés.



**VI. Références :**

- [1] R. W. Hellwarth, “*Theory of Stimulated Raman Scattering*,” Phys. Rev. 130, 1850–1852 (1963).
- [2] R. W. Boyd, “*Nonlinear Optics*,” (Academic Pres, San Diego, CA, 1992).
- [3] F. Devaux, *et al.*, “*Spatial and temporal properties of parametric fluorescence around degeneracy in a type I LBO crystal*,” Eur. Phy. J. D (8), 117–124, (2000).
- [4] K. Bencheikh, *et al.*, “*Quantum noise reduction in quasi-phase-matched optical parametric amplification*,” J. Opt. Soc. Am. B **12**, 847 (1995).
- [5] M. Fiorentino, *et al.*, “*Spontaneous parametric down-conversion in periodically poled KTP waveguides and bulk crystals*,” Opt. Express **15**(12), 7479–7487, (2007).
- [6] G. Bonfrate *et al.*, “*Parametric fluorescence in periodically poled silica fibers*,” Applied Physics Letters **75**, 2356 (1999).

## *Conclusion générale*

---

Dans les deux premiers chapitres de cette thèse, nous avons donné les notions de bases des fibres optiques étirées. Nous avons étudié la propagation linéaire dans ces guides, dans le modèle à deux couches ainsi que dans le modèle à trois couches. Nous avons défini les différents modes qui se propagent dans ces guides, les modes guidés et les modes locaux. Nous avons étudié les couplages entre ces modes dans le taper et le critère d'adiabaticité en transmission.

Dans le chapitre 3, nous avons donné une étude détaillée, en approche vectorielle sans approximations, de la génération de seconde harmonique dans une nanofibre optique en silice, elle est égale à la somme des différentes composantes de l'intégrale de recouvrement liées à la susceptibilité non linéaire de second ordre de surface de la nanofibre en silice et aux composantes de la susceptibilité de volume au-delà de l'approximation dipolaire. Les accords de phase ont été présentés dans le chapitre 3, ils sont vérifiés pour des diamètres submicrométriques. Cela nécessite l'utilisation des techniques de caractérisation où une mesure de vérification après le processus de fabrication est nécessaire.

Dans le chapitre 4, nous avons présenté notre banc de tirage, les différents algorithmes utilisés pour la fabrication des nanofibres optiques afin d'avoir les diamètres souhaités avec les tapers les plus adiabatiques possibles. Nous avons donné les formes de tapers qu'on peut avoir, quels sont les modes excités pendant le tirage et comment contrôler leur excitation afin d'améliorer la transmission en termes d'adiabaticité des tapers de la fibre étirée. Les tapers fabriqués par tirage symétrique sont, automatiquement, de forme exponentielle et non adiabatiques. Nous utilisons la technique « *Pull and Brush* » qui a plusieurs degrés de liberté afin d'avoir des tapers avec la forme souhaitée. Le but principal de cette technique « *Pull and Brush* » est de fabriquer des fibres étirées adiabatiques avec la forme des tapers que l'on veut afin de maximiser la transmission. La transmission des nanofibres réalisées avec cette technique dépasse les 99%. Les tapers sont suffisamment longs et le critère d'adiabaticité en angle est vérifié. Cela veut dire que la puissance reste quasiment confinée dans le mode fondamental  $HE_{11}$  de la fibre étirée. Il n'y a ni excitation, ni couplage vers les autres modes d'ordre supérieur en se propageant dans le taper.

Nous avons présenté un moyen de caractérisation des nanofibres optiques dont nous disposons, qui est l'étude des battements entre les modes excités dans la fibre étirée pendant le tirage. Cette technique de battements entre les modes permet de connaître le diamètre minimum de la nanofibre pour des valeurs discrètes qui correspondent aux coupures des modes d'ordre supérieur excités dans le taper dans le cas d'un tirage non adiabatique à la longueur d'onde de travail. À moins d'utiliser une longueur d'onde pour laquelle la fibre étirée est multimode tout en travaillant avec des tapers adiabatiques. Cette solution reste très compliquée et nécessite un très bon contrôle de l'injection de la lumière à l'entrée de la fibre étirée. Cette technique de battement nous donne aussi des informations sur la circularité de la nanofibre fabriquée en fonction de la famille des modes excités dans le taper.

Pour déterminer le profil de la nanofibre, et pas seulement le rayon minimum, nous avons pensé à développer un autre moyen de caractérisation de ces nanofibres après le processus de fabrication. Il s'agit d'une nouvelle technique originale de microscopie optique, qui repose sur une connaissance a priori de l'objet à mesurer et sur un traitement numérique. Ceci permet d'améliorer la résolution du microscope pour les mesures de nanofibres, bien au-delà de la limite de diffraction. Les points forts de notre technique sont les suivants : elle est peu coûteuse et relativement facile à mettre en œuvre sur les microscopes existants, elle peut être mise en œuvre sur le banc de tirage sans aucune manipulation de la nanofibre (*in-situ*), elle permet une plage étendue de mesures de diamètre, elle fournit une mesure de diamètre en chaque point le long de la fibre étirée. La précision, la justesse et la résolution de notre technique varient de quelques nanomètres à 50 nm pic à pic dans le pire des cas en fonction du rayon de la nanofibre. Ceci se compare très favorablement à la limite de diffraction qui est de 1  $\mu\text{m}$ . La résolution est limitée par les mouvements de la fibre, suspendue dans l'air, qui provoquent des sauts de rayon qui apparaissent autour des rayons de résonance des modes de galerie. Cette caractéristique suggère que l'utilisation de la même technique à différentes longueurs d'onde, pour lesquelles les résonances apparaissent pour des rayons différents, devrait permettre une amélioration supplémentaire de la résolution. Cette technique nous a permis de montrer que nous pouvons obtenir des nanofibres de plusieurs centimètres de long avec une uniformité en rayon meilleure que 50 nm.

Nous avons présenté dans le dernier chapitre, une modélisation complète d'une nouvelle source de photons corrélés à base de nanofibres en silice. Nous avons donné les efficacités de la génération des paires de photons pour les deux types d'accord de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  et  $HE_{21} - HE_{11}$  dans les deux architectures silice-air et silice-Téflon. Cette efficacité est plus grande pour le premier type d'accord de phase i.e. celui de mode  $TM_{01}$  comme pompe à la longueur d'onde 775 nm pour générer des paires de photons dans le mode fondamental  $HE_{11}$  au voisinage de la longueur d'onde 1550 nm dans l'architecture silice-Téflon. En plus de ça, le mode  $TM_{01}$  est plus facile à générer que le mode  $HE_{21}$  qui a une structure transverse spatiale plus complexe (voir annexe). On travaille avec un Laser comme pompe à la longueur d'onde 775 nm i.e. une largeur spectrale fine. La bande spectrale tolérée en longueur d'onde est équivalente à une uniformité en diamètre de la nanofibre. Cette efficacité de génération des paires de photons dépend donc de l'uniformité en diamètre de la nanofibre fabriquée. Cette dépendance est moins critique pour l'accord de phase  $TM_{01} - HE_{11}$  dans l'architecture silice-Téflon, d'où le choix de cet accord de phase pour la génération des paires de photons corrélés. Comme compromis, nous optons donc pour la nanofibre la plus longue possible tout en respectant cette uniformité tolérée en diamètre pendant le processus de fabrication dans le but de maximiser le taux de génération des paires de photons.

L'étude conduite dans cette thèse a donc permis de valider la faisabilité d'une source de photons corrélés. Par exemple, avec une nanofibre de 524 nm de rayon et de 1 mm de long nous prédisons un taux de génération de 200000 paires/s pour 1W de puissance d'entrée. Les nanofibres doivent présenter une uniformité meilleure que 10 nm en diamètre. Étant donné que l'on peut fabriquer des nanofibres de plusieurs centimètres de long, il serait très intéressant de calculer la dispersion optimale du matériau d'enrobage qui relâcherait encore plus ces contraintes et de déterminer quel solide, liquide ou mélange de liquides présenterait cette dispersion.

## *Conclusion générale*

---

Les caractéristiques de cette source basée sur une nanofibre enrobée de Téflon sont déjà très attractives. Elles proviennent de ce que l'enrobage de Téflon relâche considérablement les contraintes d'uniformité de rayon nécessaire à la vérification de l'accord de phase.



## Annexe

### Expressions des champs électromagnétiques

---

#### I. Expressions des champs électromagnétiques des modes vectoriels dans un guide diélectrique cylindrique à deux couches [1] :

On écrit  $\nabla_t$  de l'équation (2.14) donnée dans le chapitre 2 dans le système de coordonnées polaires cylindriques. Pour alléger l'écriture, on remplace les deux composantes longitudinales  $F_{e_z}^i(r, \varphi)$  et  $F_{h_z}^i(r, \varphi)$  par  $F(r, \varphi)$ . Le système d'équations différentielles qui régit la propagation dans la fibre optique s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{U^2}{r^2} \right\} F(r, \varphi) = 0 & \text{dans le cœur} \\ \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \frac{W^2}{r^2} \right\} F(r, \varphi) = 0 & \text{dans la gaine} \end{cases} \quad (\text{A. 1})$$

La symétrie circulaire de la fibre optique nous permet d'appliquer la séparation de variables i.e. :  $F(r, \varphi) = F_1(r)F_2(\varphi)$  pour toute valeur de  $\varphi$  allant de 0 à  $2\pi$ . Nous pouvons donc réécrire (A. 1) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} r^2 \frac{\partial^2 F_1(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial F_1(r)}{\partial r} + U^2 F_1(r) = -\frac{1}{F_2(\varphi)} \frac{\partial^2 F_2(\varphi)}{\partial \varphi^2} & \text{dans le cœur} \\ r^2 \frac{\partial^2 F_1(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial F_1(r)}{\partial r} - W^2 F_1(r) = -\frac{1}{F_2(\varphi)} \frac{\partial^2 F_2(\varphi)}{\partial \varphi^2} & \text{dans la gaine} \end{cases} \quad (\text{A. 2})$$

Chacune des deux équations différentielles est de la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 F_2(\varphi)}{\partial \varphi^2} + k_\varphi^2 F_2(\varphi) = 0 \quad (\text{A. 3})$$

Telle que  $k_\varphi^2$  représente les membres de droite des deux équations (A. 2), elle est indépendante de  $\varphi$ .

L'équation (A. 3) est une équation différentielle de second ordre. Elle accepte comme solution générale :

$$F_2(\varphi) = F_2 e^{ik_\varphi \varphi} + F'_2 e^{-ik_\varphi \varphi} \quad (\text{A. 4})$$

La symétrie circulaire de la fibre optique impose la périodicité i.e. :

$$F_2(\varphi) = F_2(\varphi + 2m\pi) \quad \forall m \in \mathbb{Z} \quad (\text{A. 5})$$

$$e^{ik_\varphi\varphi} = e^{ik_\varphi\varphi + ik_\varphi 2m\pi} \rightarrow k_\varphi = l \text{ Valeurs entières}$$

On remplace la solution générale (A.5) dans les deux équations différentielles (A.2), on trouve :

$$\begin{cases} r^2 \frac{\partial^2 F_1(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial F_1(r)}{\partial r} + (U^2 - l^2)F_1(r) = 0 & \text{dans le cœur} \\ r^2 \frac{\partial^2 F_1(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial F_1(r)}{\partial r} - (W^2 + l^2)F_1(r) = 0 & \text{dans la gaine} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Les deux équations différentielles précédentes (A.6) sont des équations différentielles de Bessel en  $F_1(r)$ . La solution générale est de la forme :

$$F_1(r) \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 J_l\left(\frac{Ur}{r_1}\right) + C_2 Y_l\left(\frac{Wr}{r_1}\right) & \text{dans le cœur} \\ C_3 I_l\left(\frac{Ur}{r_1}\right) + C_4 K_l\left(\frac{Wr}{r_1}\right) & \text{dans la gaine} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

D'où la forme de la solution globale :

$$F(r, \varphi) = F_1(r)F_2(\varphi) = F_1(r) \begin{cases} \cos(l\varphi) \\ \sin(l\varphi) \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Avec  $l$  un nombre entier positif ou nul ;  $J_l$  et  $Y_l$  les fonctions de Bessel de première et de seconde espèce d'ordre  $l$  ;  $I_l$  et  $K_l$  les fonctions de Bessel modifiées de première et de seconde espèce d'ordre  $l$  et  $C_1, C_2, C_3, C_4$  des constantes.

La fonction  $Y_l$  est divergente à l'origine, pareil pour la fonction  $I_l$  à l'infini. Par conséquent, les deux constantes correspondantes  $C_2, C_3$  sont nulles pour assurer un champ fini, à l'origine pour le cœur et à l'infini pour la gaine. Pour simplifier les expressions à l'interface  $r = r_1$ , les deux composantes longitudinales des champs  $F_{e_z}^i$  et  $F_{h_z}^i$  pour un mode guidé d'indice  $i$  ont comme expressions :

$$F_{e_z}(r, \varphi) = C_5 f_i(\varphi) \begin{cases} \frac{J_l\left(\frac{Ur}{r_1}\right)}{J_l(U)} & 0 \leq r \leq R \\ \frac{K_l\left(\frac{Wr}{r_1}\right)}{K_l(W)} & r > R \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

$$F_{h_z}(r, \varphi) = C_6 g_i(\varphi) \begin{cases} \frac{J_l\left(\frac{Ur}{r_1}\right)}{J_l(U)} & 0 \leq r \leq R \\ \frac{K_l\left(\frac{Wr}{r_1}\right)}{K_l(W)} & r > R \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Où  $C_5$  et  $C_6$  deux constantes.

---

Les fonctions  $g_l$  et  $f_l$  sont des  $\cos(l\varphi)$  ou des  $\sin(l\varphi)$ . Elles sont choisies pour assurer la continuité des composantes transverses des champs à l'interface  $r = r_1$  de façon indépendante de  $\varphi$ . Donc, il faut que chaque composante dépende d'une seule fonction  $f_l$  ou  $g_l$  mais jamais les deux à la fois. On aura donc deux combinaisons possibles pour assurer la continuité des composantes transversales :

$$\{f_l(\varphi), g_l(\varphi)\} = \begin{cases} \cos(l\varphi), -\sin(l\varphi) \\ \sin(l\varphi), \cos(l\varphi) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{modes pairs} \\ \text{modes impairs} \end{array} \quad (\text{A. 11})$$

On déduit les autres composantes  $F_{e_r}, F_{e_\varphi}, F_{h_r}, F_{h_\varphi}$  en écrivant les équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -i\mu_0 \omega \mathbf{H} \\ \vec{\nabla} \wedge \mathbf{H} = \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = i\varepsilon_0 \omega n^2 \mathbf{E} \end{cases} \quad (\text{A. 12})$$

Les autres composantes transversales sont exprimées en fonction des deux composantes longitudinales  $F_{e_z}$  et  $F_{h_z}$  données par les expressions (A. 9) et (A. 10). Après un développement de l'expression (A. 12), on obtient les équations suivantes qu'on appelle les équations génératrices :

$$F_{e_r} = \frac{i}{n_{1,2}^2 k^2 - \beta_m^2} \left\{ \beta \frac{\partial F_{e_z}}{\partial r} + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{k}{r_1} \frac{\partial F_{h_z}}{\partial \varphi} \right\} \quad (\text{A. 13. a})$$

$$F_{e_\varphi} = \frac{i}{n_{1,2}^2 k^2 - \beta_m^2} \left\{ \frac{\beta}{r_1} \frac{\partial F_{e_z}}{\partial \varphi} - \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} k \frac{\partial F_{h_z}}{\partial r} \right\} \quad (\text{A. 13. b})$$

$$F_{h_r} = \frac{i}{n_{1,2}^2 k^2 - \beta_m^2} \left\{ \beta \frac{\partial F_{e_z}}{\partial r} - \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{kn^2}{r_1} \frac{\partial F_{h_z}}{\partial \varphi} \right\} \quad (\text{A. 13. c})$$

$$F_{h_\varphi} = \frac{i}{n_{1,2}^2 k^2 - \beta_m^2} \left\{ \frac{\beta}{r_1} \frac{\partial F_{e_z}}{\partial \varphi} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{kn^2}{r_1} \frac{\partial F_{h_z}}{\partial r} \right\} \quad (\text{A. 13. d})$$

### I.1. Modes $TM_{0m}$ [2] :

L'équation (2.19) i.e. ( $A = 0$ ) donnée dans le chapitre 2 accepte plusieurs solutions  $\beta_{0m}$  telles que :

$$U_m^2 = r_1^2 (n_c^2 k^2 - \beta_m^2) \quad (\text{A. 14. a})$$

$$W_m^2 = r_1^2 (\beta_m^2 - n_g^2 k^2) \quad (\text{A. 14. b})$$



Une fois la valeur  $\beta(TM_{0m})$  est trouvée, les expressions correspondantes des champs électromagnétiques sont données comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_z} = \begin{cases} i \frac{U_m}{r_1 \beta_m} \frac{J_0\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_1(U_m)} & 0 < r < r_1 \\ -i \frac{n_c^2}{n_g^2} \frac{W_m}{r_1 \beta_m} \frac{K_0\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_1(W_m)} & r > r_1 \end{cases} \\ F_{e_r} = \begin{cases} \frac{J_1\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_1(U_m)} & 0 < r < r_1 \\ \frac{n_c^2}{n_g^2} \frac{K_1\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_1(W_m)} & r > r_1 \end{cases} \\ F_{h_\varphi} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{k n_c^2}{\beta_m} \begin{cases} \frac{J_1\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_1(U_m)} & 0 < r < r_1 \\ \frac{K_1\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_1(W_m)} & r > r_1 \end{cases} \\ F_{e_\varphi} = F_{h_r} = F_{h_z} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A. 15})$$

### I.2. Modes $TE_{0m}$ [2] :

Les expressions des champs électromagnétiques sont données par les formules suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{h_z} = i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \begin{cases} \frac{U_m}{k r_1} \frac{J_0\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_1(U_m)} & 0 < r < r_1 \\ -\frac{W_m}{k r_1} \frac{K_0\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_1(W_m)} & r > r_1 \end{cases} \\ F_{h_r} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{\beta_m}{k} \begin{cases} \frac{J_1\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_1(U_m)} & 0 < r < r_1 \\ \frac{K_1\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_1(W_m)} & r > r_1 \end{cases} \\ F_{e_\varphi} = - \begin{cases} \frac{J_1\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_1(U_m)} & 0 < r < r_1 \\ \frac{K_1\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_1(W_m)} & r > r_1 \end{cases} \\ F_{h_\varphi} = F_{e_r} = F_{e_z} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A. 16})$$

**I.3. Modes Hybrides  $HE_{lm}$  et  $EH_{lm}$  ( $l \neq 0$ ) [2] :**

On pose :

$$F_1 = \left(\frac{U_m W_m}{U_m W_m}\right)^2 \{(b_1 + (1 - 2\Delta)b_2 - l)\}$$

$$F_2 = \left(\frac{U_m W_m}{U_m W_m}\right)^2 \{l (b_1 + b_2)\}$$

$$a_1 = (F_2 - 1) / 2, \quad a_2 = (F_2 + 1) / 2, \quad a_3 = (F_1 - 1) / 2$$

$$a_4 = (F_1 + 1) / 2, \quad a_5 = (F_1 - 1 + 2\Delta) / 2, \quad a_6 = (F_1 + 1 - 2\Delta) / 2,$$

$$b_1 = \frac{J_l(U_m)}{U_m J_l(U_m)} \quad b_2 = \frac{K_l(W_m)}{W_m K_l(W_m)} \quad \Delta = (1 - n_2^2 / n_1^2) / 2$$

$$0 < r < r_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_r} = - \left\{ \frac{a_1 J_{l-1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right) + a_2 J_{l+1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_l(U_m)} f_l(\varphi) \right. \\ F_{e_\varphi} = - \left\{ \frac{a_1 J_{l-1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right) - a_2 J_{l+1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_l(U_m)} g_l(\varphi) \right. \\ F_{e_z} = -i \frac{U_m}{\beta_m r_1} \frac{J_l\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_l(U_m)} f_l(\varphi) \end{array} \right. \quad (\text{A. 17})$$

$$r > r_1$$

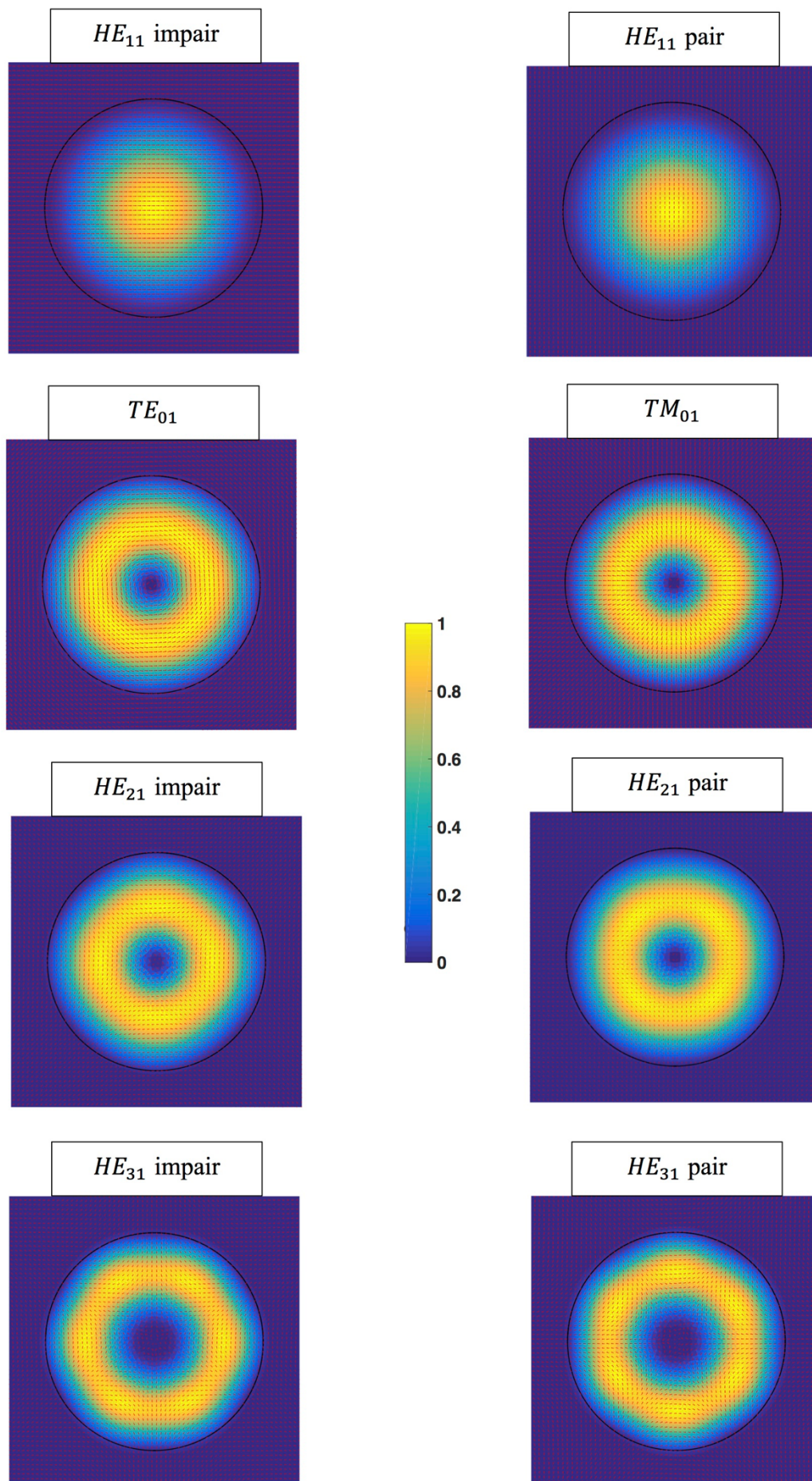
$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_r} = - \frac{U_m}{W_m} \left\{ \frac{a_1 K_{l-1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right) - a_2 K_{l+1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_l(W_m)} f_l(\varphi) \right. \\ F_{e_\varphi} = - \frac{U_m}{W_m} \left\{ \frac{a_1 K_{l-1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right) + a_2 K_{l+1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_l(W_m)} g_l(\varphi) \right. \\ F_{e_z} = -i \frac{U_m}{\beta r_1} \frac{K_l\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_l(W_m)} f_l(\varphi) \end{array} \right. \quad (\text{A. 18})$$

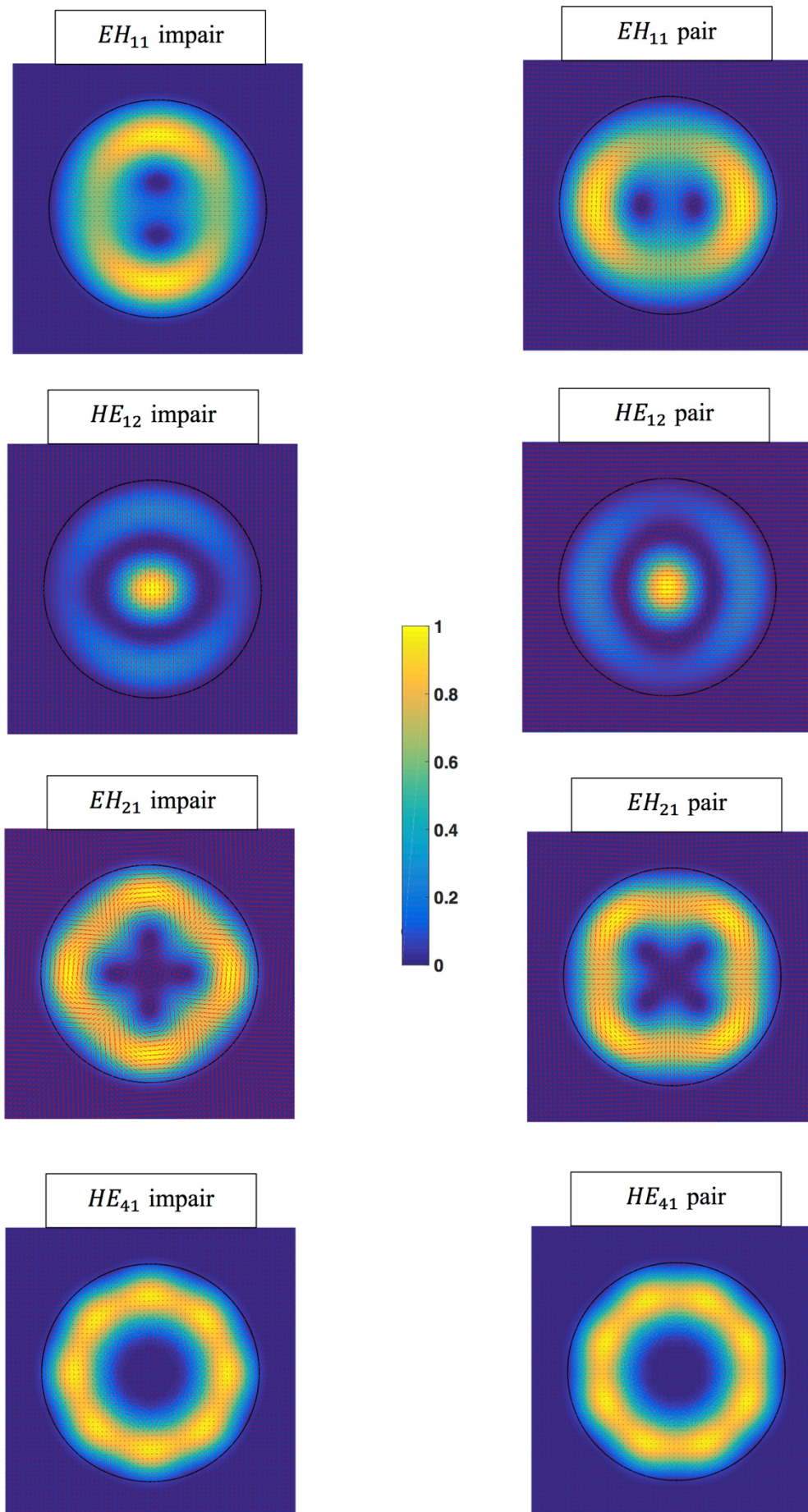
$$\begin{aligned}
 & 0 \quad r \quad r_1 \\
 & \left\{ \begin{aligned}
 F_{h_r} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{kn_1^2}{\beta_m} \left( \frac{a_3 J_{l-1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right) - a_4 J_{l+1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_l(U_m)} \right) g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} &= -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{kn_1^2}{\beta_m} \left( \frac{a_3 J_{l-1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right) + a_4 J_{l+1}\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_l(U_m)} \right) f_l(\varphi) \\
 F_{h_z} &= -i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{U_m F_2}{kr_1} \frac{J_l\left(\frac{U_m r}{r_1}\right)}{J_l(U_m)} g_l(\varphi)
 \end{aligned} \right. \quad (A.19) \\
 & r > r_1
 \end{aligned}$$

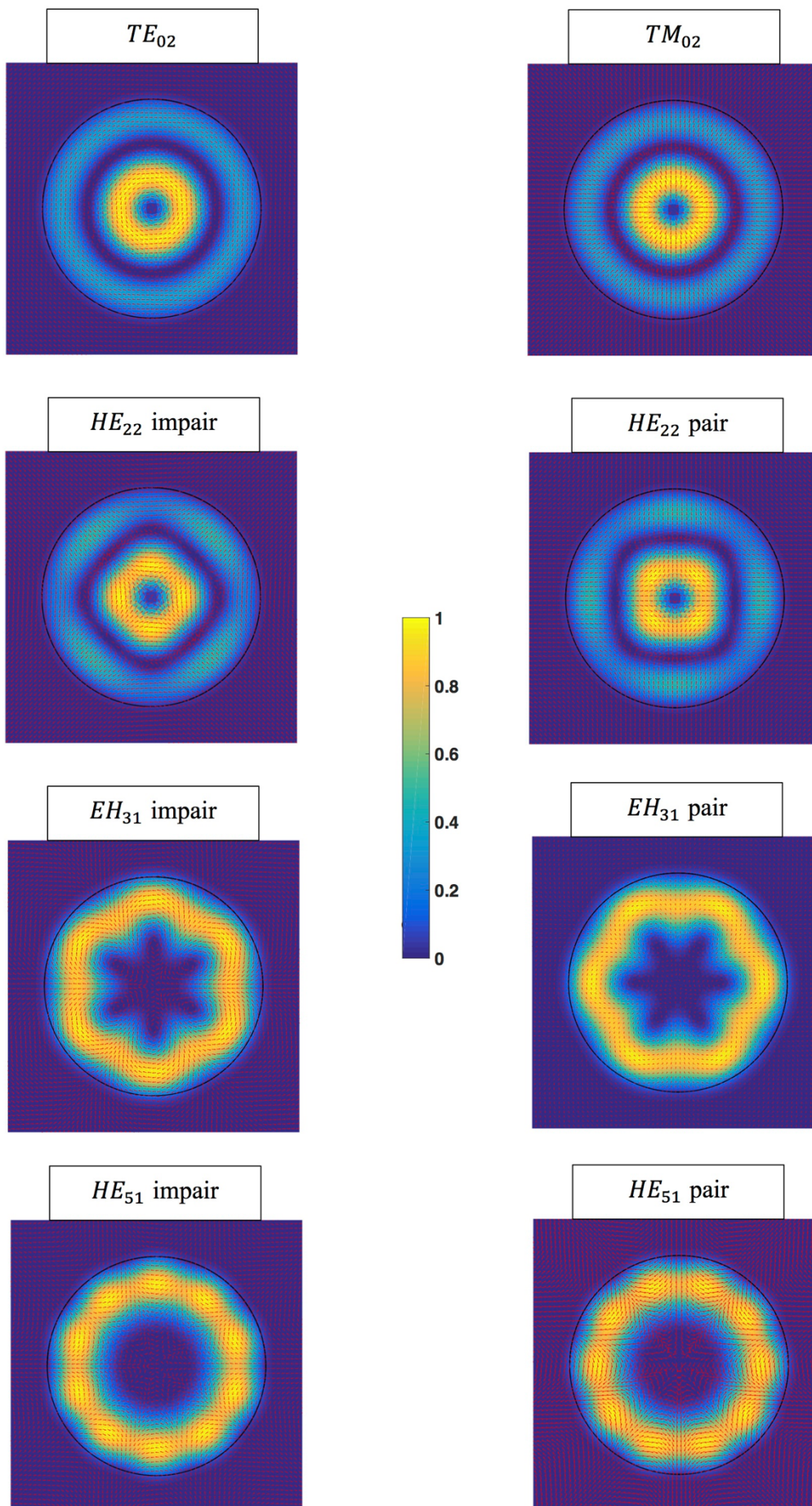
$$\left\{ \begin{aligned}
 F_{h_r} &= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{kn_1^2 U_m}{\beta_m W_m} \left( \frac{a_5 K_{l-1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right) + a_6 K_{l+1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_n(W_m)} \right) g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} &= -\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{kn_1^2 U_m}{\beta_m W_m} \left( \frac{a_5 K_{l-1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right) - a_6 K_{l+1}\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_n(W_m)} \right) f_l(\varphi) \\
 F_{h_z} &= -i \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{U_m F_2}{kr_1} \frac{K_l\left(\frac{W_m r}{r_1}\right)}{K_l(W_m)} g_l(\varphi)
 \end{aligned} \right. \quad (A.20)$$

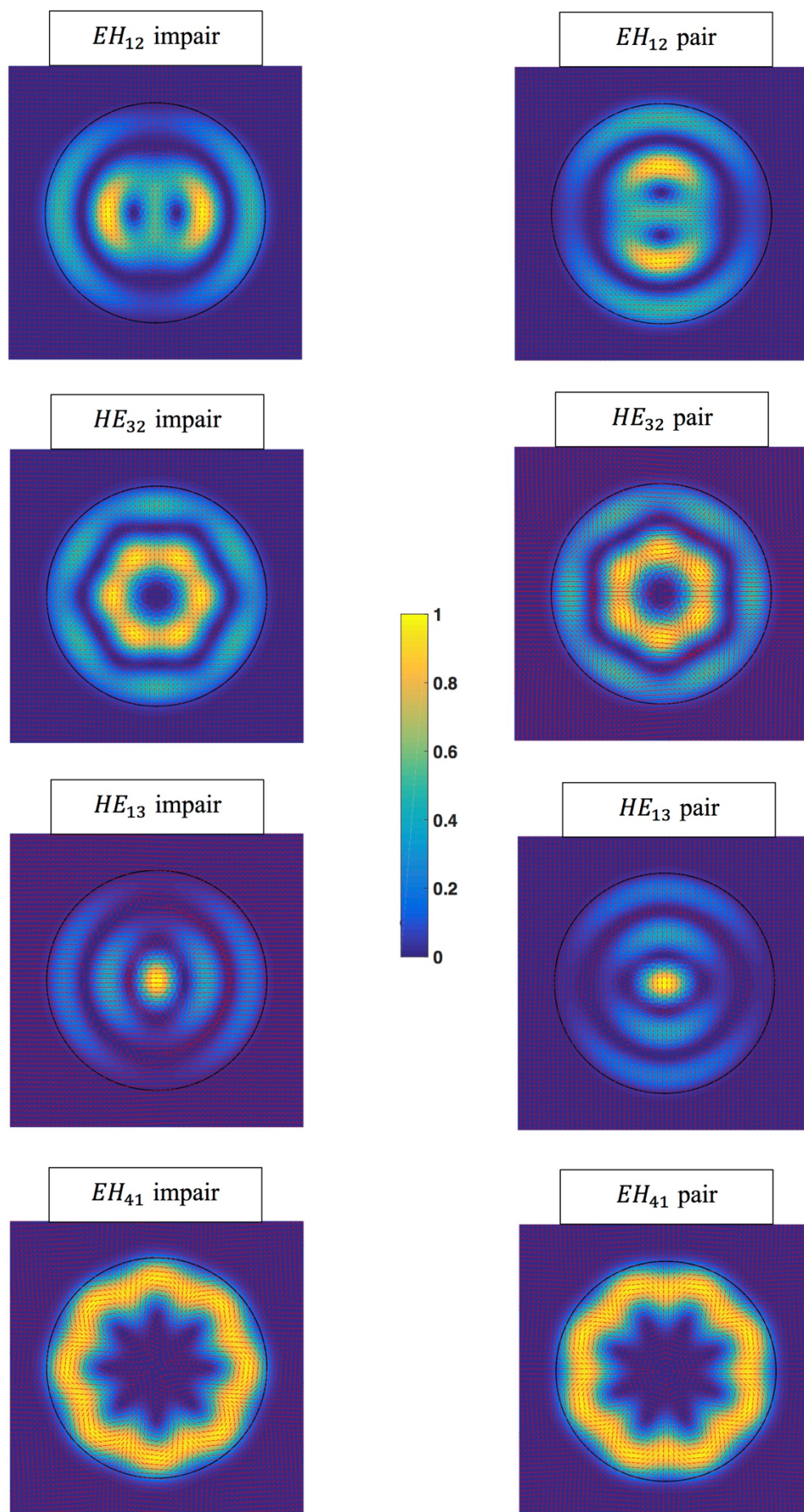
- **Les 60 premiers modes guidés dans une structure à deux couches :**

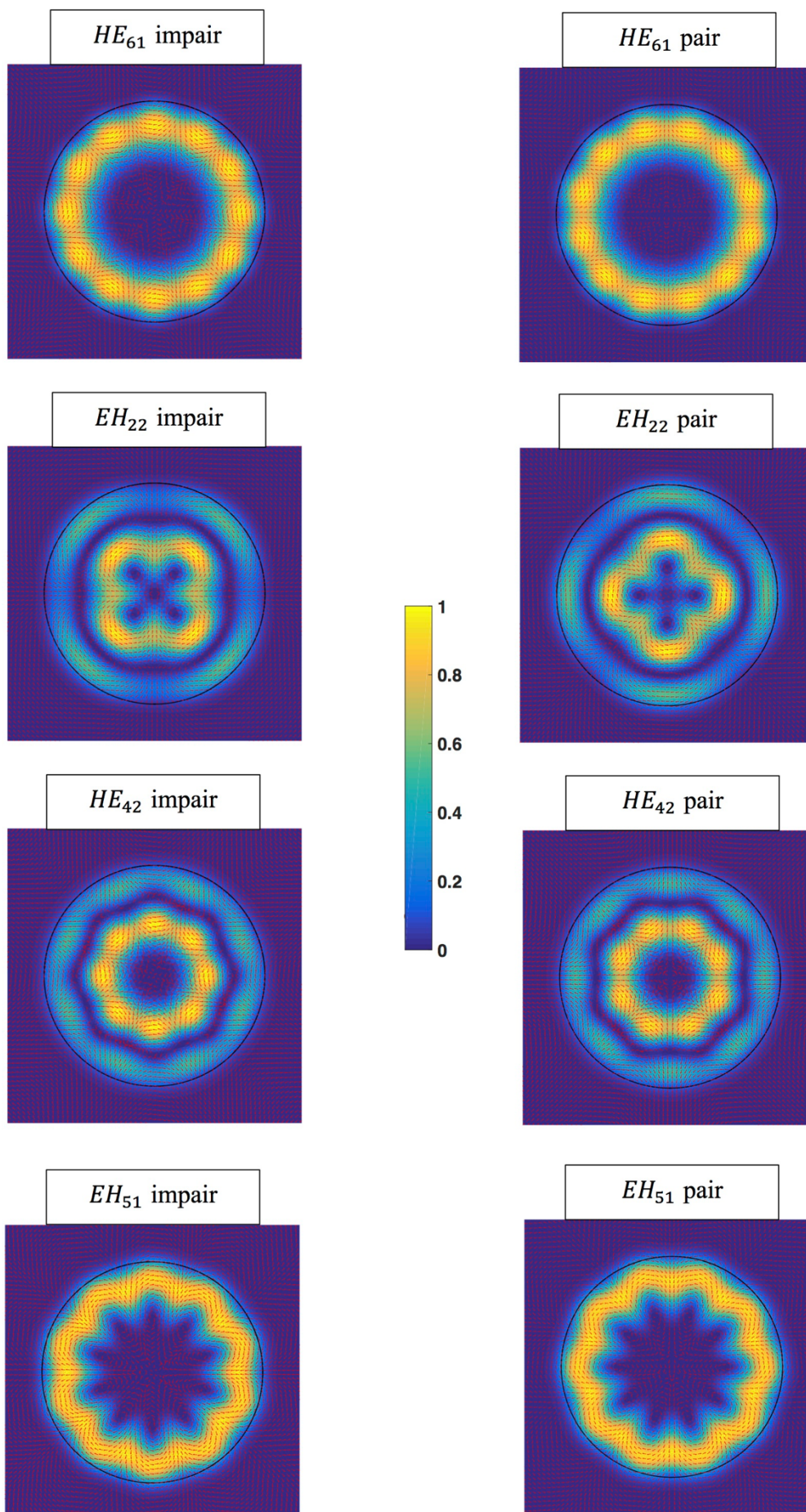
On trace les vecteurs de Poynting des soixante premiers modes vectoriels dans une structure à deux couches : une fibre étirée en silice de rayon  $r = 3 \mu\text{m}$  et l'air comme deuxième couche. La longueur d'onde de travail est égale à  $1,55 \mu\text{m}$ .



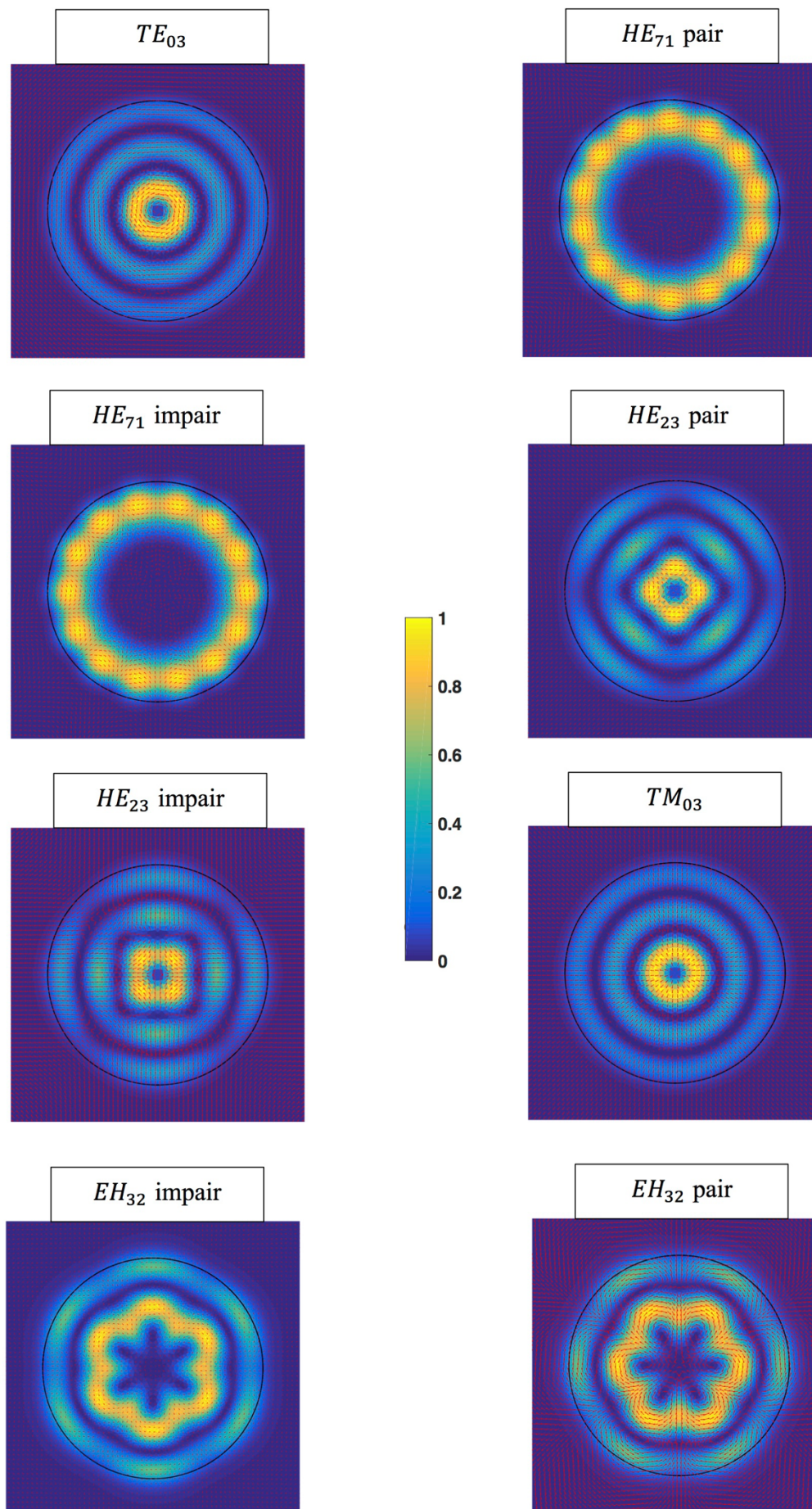


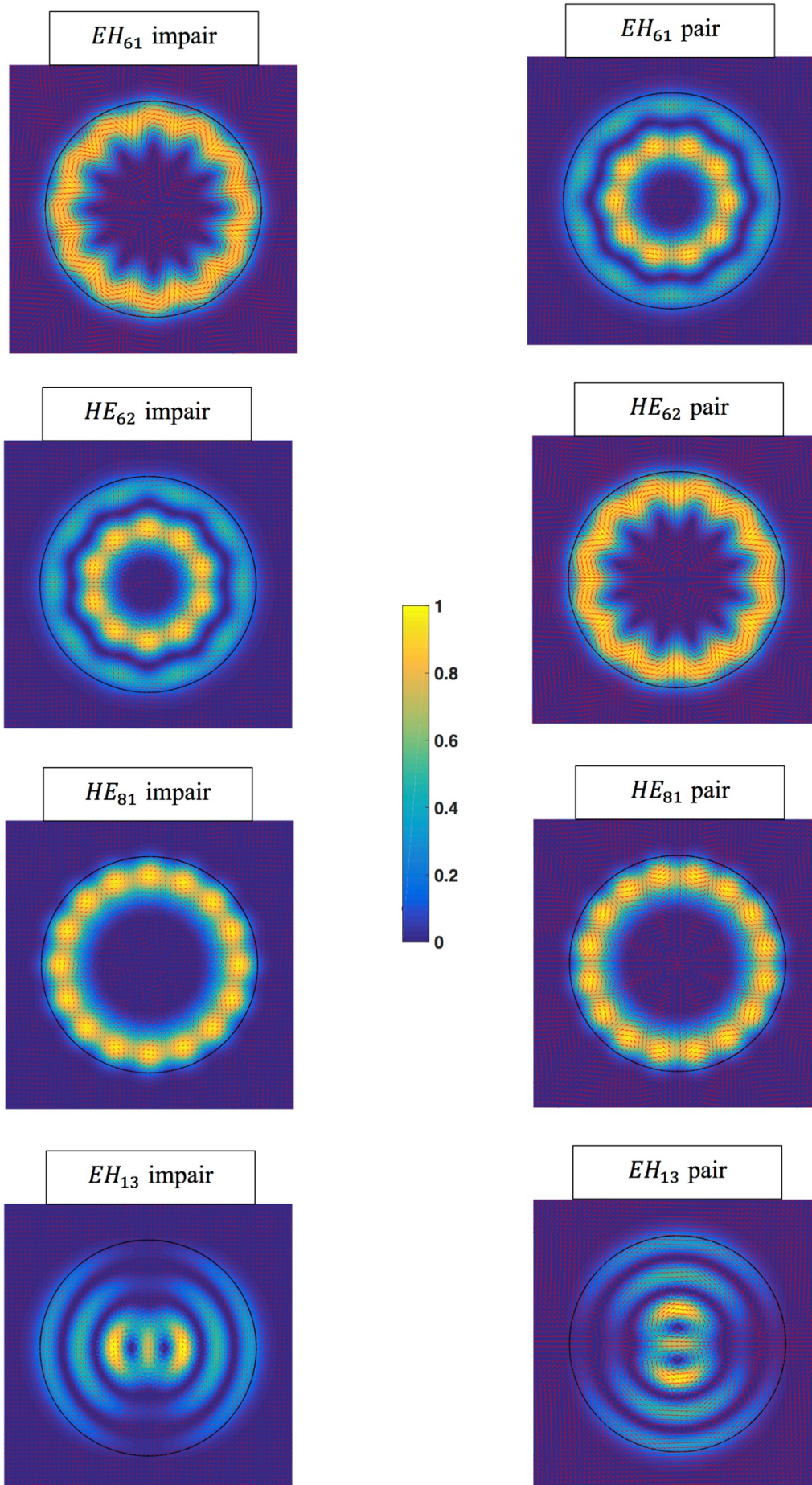


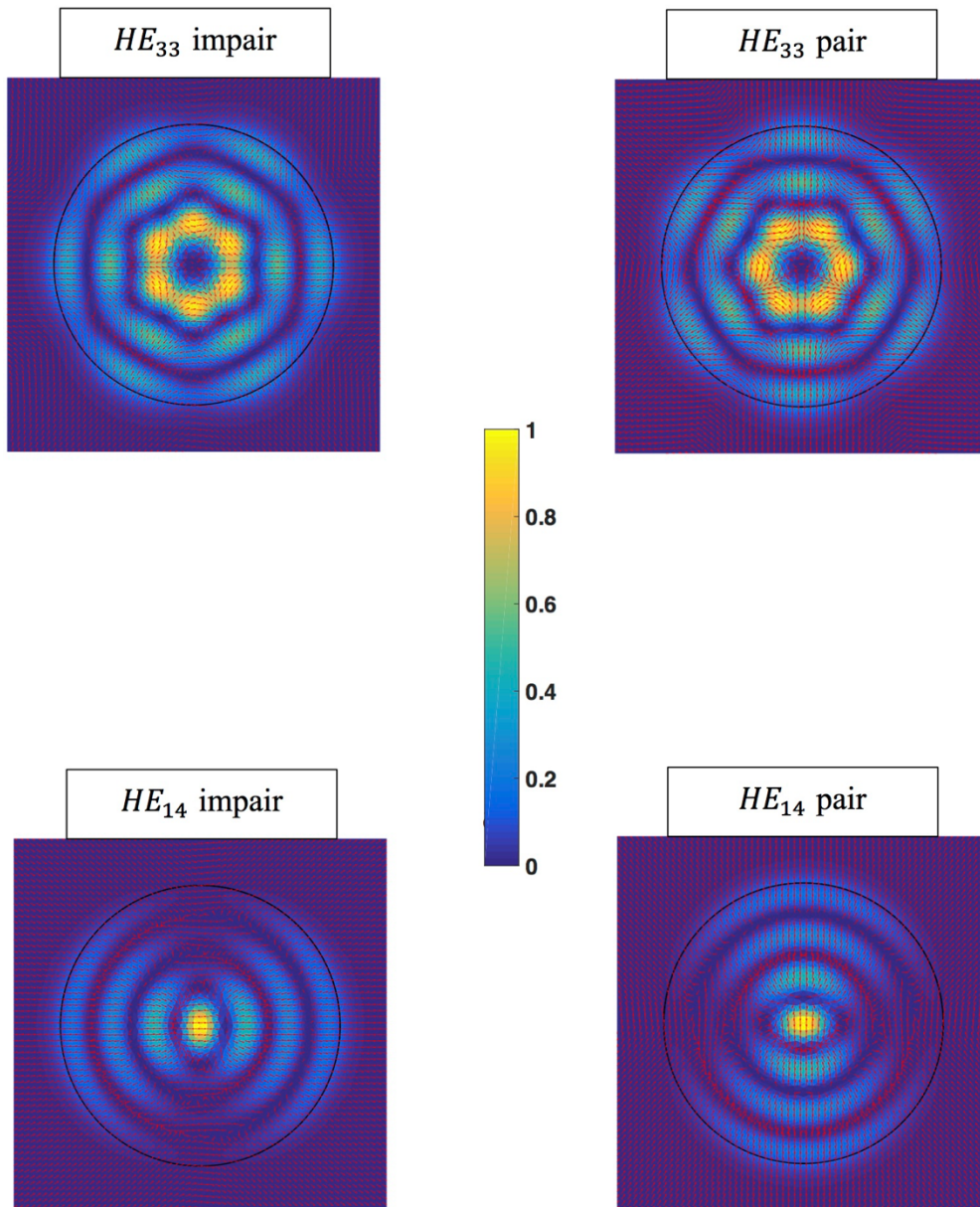












## II. Expressions des champs électromagnétiques des modes vectoriels dans un guide diélectrique cylindrique à trois couches [3] :

### II.1 Modes de cœur :

Une fois la constante de propagation  $\beta$  ( $_{lm}$ ) est trouvée pour le modèle à trois couches à partir de l'équation (2.29) donnée dans le chapitre 2. Les expressions correspondantes des champs électromagnétiques sont données en posant les notations suivantes [3] :

$$J = \frac{J_l(U_1)}{\frac{U_1}{r_1} J_l(U_1)}, \quad K = \frac{K_l(W_3)}{\frac{W_3}{r_2} J_l(W_3)}$$

$$_{11} = \frac{il\beta}{k_0}, \quad _{22} = \frac{il\beta_0}{k}, \quad _{21} = \frac{r_1^2}{U_1^2} + \frac{r_1^2}{W_2^2}, \quad _{32} = \frac{r_2^2}{W_3^2} - \frac{r_1^2}{W_2^2}$$

$$F_2 = J - \frac{{}_{21} \xi_0}{n_1^2 r_1}, \quad F_3 = -F_2 P_n - \frac{l r_1}{W_2}, \quad G_2 = \xi_0 J + \frac{{}_{21} \xi_0}{r_2^2},$$

$$G_3 = -\frac{n_3^2}{n_2^2} \left[ G_2 P_l + \frac{n_2^2 \xi_0}{n_1^2 W_2} \right]$$

$$\xi_0 = \frac{1}{2} \frac{\frac{W_2}{n_1^2 r_1^2 r_2} P_l + \frac{1}{W_2} \left( \frac{W_2}{r_1} J a_2 - b_2 \right)}{-\frac{{}_{32}}{n_2^2 r_2} \left( \frac{W_2}{r_1} J P_l + \frac{n_2^2}{n_1^2} l \right) + \frac{{}_{21}}{n_1^2 r_1} a_2} = \frac{1}{1} \frac{-\frac{{}_{21}}{r_1} a_1 + \frac{{}_{32}}{r_2} \left( \frac{W_2}{r_1} J P_l + l \right)}{\frac{{}_{21} \xi_0}{n_1^2 r_2 r_2} P_l + J a_1 - \frac{n_2^2 r_1}{n_1^2 W_2} a_1}$$

Avec :

$$a_1 = -R_l + \frac{n_3^2 W_2}{n_2^2 r_1} K P_l, \quad a_2 = -R_l + \frac{W_2}{r_1} K P_l$$

$$b_1 = S_l - \frac{n_3^2 W_2}{n_2^2 r_1} K_l, \quad b_2 = S_l - \frac{W_2}{r_1} K_l$$

• Champs électriques :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_r} = i \frac{U_1}{2r_1} \left\{ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + i \xi_0 \frac{0\beta}{kn_1^2} \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \\ F_{e_\varphi} = - \frac{U_1}{2r_1} \left\{ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + i \xi_0 \frac{0\beta}{kn_1^2} \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\ F_{e_z} = i \frac{U_1}{r_1^2 kn_1^2} J_l \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) f_l(\varphi) \end{array} \right. \quad (A.21a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_r} = - \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ \frac{i l}{r_1} \left[ F_2 P_l(r) + \frac{r_1}{W_2} \iota(r) + \frac{0\beta}{kn_2^2} \left[ \frac{W_2}{r_1} G_2 R_l(r) + \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 S_l(r) \right] \right] \right\} f_l(\varphi) \\ F_{e_\varphi} = \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ \frac{i l}{r_1 kn_2^2} \left[ G_2 P_l(r) + \frac{r_1}{W_2} \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 \iota(r) \right] - \left[ \frac{W_2}{r_1} F_2 R_l(r) + S_l(r) \right] \right\} g_l(\varphi) \\ F_{e_z} = i \frac{\pi U_1^2}{2r_1^2 kn_2^2} J_l(U_1) \left[ G_2 P_l(r) + \frac{r_1}{W_2} \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 \iota(r) \right] f_l(\varphi) \end{array} \right. \quad (A.21b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{e_r} = \frac{\pi r_2 U_1^2 W_2^2}{4r_1^3 W_3} \left\{ \frac{i F_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - \frac{G_3}{K_l(W_3)} \frac{0\beta}{kn_3^2} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \\ F_{e_\varphi} = \frac{\pi r_2 U_1^2 W_2^2}{4r_1^3 W_3} \left\{ - \frac{F_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) + K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - \frac{i G_3}{K_l(W_3)} \frac{0\beta}{kn_3^2} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\ F_{e_z} = -i \frac{\pi U_1^2 W_2^2}{2r_1^3 kn_3^2 K_l(W_3)} G_3 K_l \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) f_l(\varphi) \end{array} \right. \quad (A.21c)$$

Avec  $\epsilon_0$  une constante de normalisation ;  $Z_0$  impédance électromagnétique dans le vide ( $Z_0 = \frac{1}{\epsilon_0} = 377 \Omega$ ).

## • Champs magnétiques :

$$\begin{cases}
 F_{h_r} = \frac{U_1}{2r_1} \left\{ \frac{\beta}{k} \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] + i \xi_0 \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} = i \frac{U_1}{2r_1} \left\{ \frac{\beta}{k} \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] + i \xi_0 \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{h_z} = -i \frac{U_1^2}{r_1^2 k} J_l \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) g_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A. 22a)$$

$$\begin{cases}
 F_{h_r} = \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ -\frac{i l}{r} \left[ G_2 P_l(r) + \frac{r_1}{W_2} \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 \right] + \frac{\beta}{k} \left[ \frac{W_2}{r_1} F_2 R_l(r) + S_l(r) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} = \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ -\frac{i l}{r} \frac{\beta}{k} \left[ F_2 P_l(r) + \frac{r_1}{W_2} \right] i(r) - \left[ \frac{W_2}{r_1} G_2 R_l(r) + \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 S_l(r) \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{h_z} = i \frac{\pi U_1^2}{2r_1^2 k} J_l(U_1) \left[ F_2 P_l(r) - \frac{r_1}{W_2} \right] i(r) g_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A. 22b)$$

$$\begin{cases}
 F_{h_r} = \frac{\pi r_2 U_1^2 W_2^2}{4r_1^3 W_3} \left\{ \frac{\beta}{k} \frac{F_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) + K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] - \frac{G_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} = \frac{\pi r_2 U_1^2 W_2^2}{4r_1^3 W_3} \left\{ \frac{\beta}{k} \frac{i F_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] - \frac{G_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) + K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \quad (A. 22c) \\
 F_{h_z} = i \frac{\pi U_1^2 W_2^2}{2r_1^3 k} \frac{F_3 K_l \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right)}{K_l(W_3)} g_l(\varphi)
 \end{cases} \quad r > r_2$$

Avec  $\epsilon_0$  une constante de normalisation ;  $Z_0$  impédance électromagnétique dans le vide ( $Z_0 = \frac{1}{\epsilon_0} = 377\Omega$ ).

## II.2 Modes de gaine :

Une fois la constante de propagation  $\beta(lm)$  est trouvée pour le modèle à trois couches à partir de l'équation (2.25) donnée dans le chapitre 2. Les expressions correspondantes des champs électromagnétiques sont données en posant les notations suivantes [3] :

$$J = \frac{J_l(U_1)}{\frac{U_1}{r_1} J_l(U_1)}, \quad K = \frac{K_l(W_3)}{\frac{W_3}{r_2} J_l(W_3)}$$

$$s_1 = \frac{il\beta}{k_0}, \quad s_2 = \frac{il\beta_0}{k}, \quad s_{21} = \frac{r_1^2}{U_2^2} - \frac{r_1^2}{U_1^2}, \quad s_{32} = \frac{r_2^2}{W_3^2} + \frac{r_1^2}{U_2^2}$$

$$F_2 = J - \frac{s_{21} s_{32} \xi_0}{n_1^2 r_1}, \quad F_3 = -F_2 p_l + \frac{q_l r_1}{U_2}, \quad G_2 = \xi_0 r_1 J + \frac{s_{21} s_{32}}{r_2^2},$$

$$G_3 = -\frac{n_3^2}{n_2^2} \left[ G_2 p_l - \frac{n_2^2 r_1 \xi_0}{n_1^2 U_2} q_l \right]$$

$$\xi_0 = \frac{1}{s_{21} s_{32}} \frac{\frac{U_2}{n_1^2 r_1^2 r_2} p_l + \frac{1}{U_2} (J a_2 - b_2)}{-\frac{32}{n_2^2 r_2} \left( \frac{U_2}{r_1} J p_l - \frac{n_2^2}{n_1^2} q_l \right) + \frac{21}{n_1^2 r_1} a_2} = \frac{-\frac{21}{r_1} a_1 + \frac{32}{r_2} \left( \frac{U_2}{r_1} J p_l - q_l \right)}{\frac{21}{n_1^2 r_2 r_2} p_l + J a_1 - \frac{n_2^2 r_1}{n_1^2 U_2} a_1}$$

Avec :

$$a_1 = r_l + \frac{n_3^2 U_2}{n_2^2 r_1} K p_l, \quad a_2 = r_l + \frac{U_2}{r_1} K p_l$$

$$b_1 = s_l + \frac{n_3^2 U_2}{n_2^2 r_1} K q_l, \quad b_2 = s_l + \frac{U_2}{r_1} K q_l$$

## • Champs électriques :

$$\begin{cases}
 F_{e_r} = i \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{U_1}{2r_1} \left\{ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + i \xi_0 \frac{0\beta}{kn_1^2} \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{e_\varphi} = - \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{U_1}{2r_1} \left\{ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + i \xi_0 \frac{0\beta}{kn_1^2} \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{e_z} = i \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{U_1^2}{r_1^2 kn_1^2} J_l \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) f_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A.23a)$$

$$\begin{cases}
 F_{e_r} = \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ -\frac{il}{r} \left[ F_2 p_l(r) - \frac{r_1}{U_2} q_l(r) + \frac{0\beta}{kn_2^2} \left[ \frac{U_2}{r_1} G_2 r_l(r) - \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 s_l(r) \right] \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{e_\varphi} = \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ \frac{il}{r kn_2^2} \left[ G_2 p_l(r) - \frac{r_1}{U_2} \frac{n_2^2}{2} \xi_0 q_l(r) \right] + \left[ \frac{U_2}{r_1} F_2 r_l(r) - s_l(r) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{e_z} = -i \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{\pi U_1^2 U_2^2}{2r_1^3 kn_2^2} J_l(U_1) \left[ G_2 p_l(r) - \frac{r_1}{U_2} \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 q_l(r) \right] f_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A.23b)$$

$$\begin{cases}
 F_{e_r} = \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{\pi r_2 U_1^2 U_2^2}{4r_1^3 W_3} J_l(U_1) \left\{ \frac{iF_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - \frac{G_3}{K_l(W_3)} \frac{0\beta}{kn_3^2} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{e_\varphi} = \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{\pi r_2 U_1^2 U_2^2}{4r_1^3 W_3} J_l(U_1) \left\{ -\frac{F_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) + K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - \frac{iG_3}{K_l(W_3)} \frac{0\beta}{kn_3^2} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{e_z} = i \begin{matrix} ' \\ 0 \end{matrix} \frac{\pi U_1^2 U_2^2}{2r_1^3 kn_3^2 K_l(W_3)} J_l(U_1) G_3 K_l \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) f_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A.23c)$$

Avec  $'_0$  une constante de normalisation ;  $'_0$  impédance électromagnétique dans le vide ( $'_0 = \frac{1}{\epsilon_0} = 377\Omega$ ).



• Champs magnétiques :

$$\begin{cases}
 F_{h_r} = {}_0' \frac{U_1}{2r_1} \left\{ \beta \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + i \xi_0 \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} = i {}_0' \frac{U_1}{2r_1} \left\{ \beta \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) + i \xi_0 \left[ J_{l-1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) - J_{l+1} \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{h_z} = -i {}_0' \frac{U_1^2}{r_1^2 k} J_l \left( \frac{U_1 r}{r_1} \right) g_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A.24a)$$

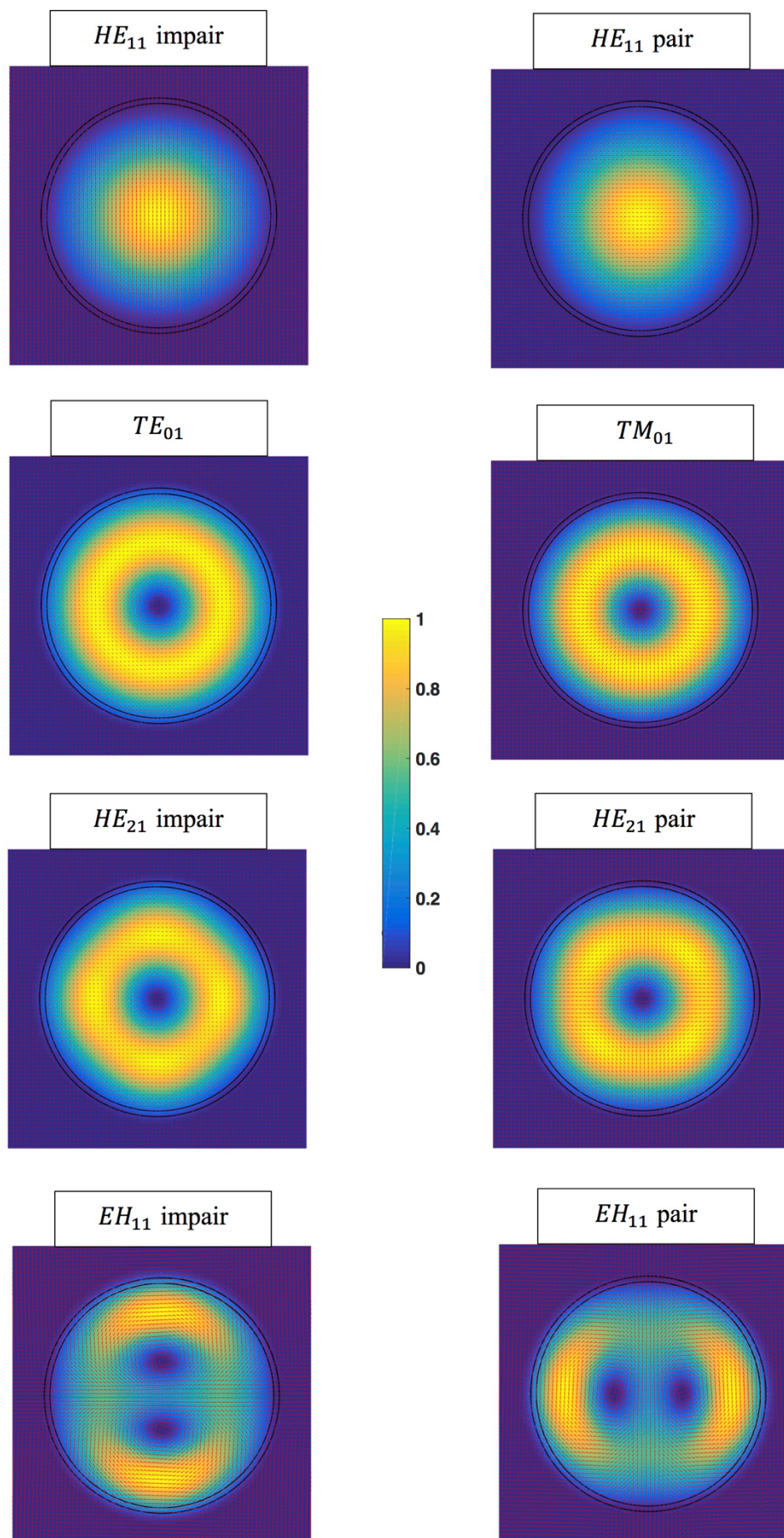
$$\begin{cases}
 F_{h_r} = {}_0' \pi \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ -\frac{i l}{r_1} \left[ G_2 p_l(r) - \frac{r_1}{U_2} \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 q_l(r) \right] - \frac{\beta}{k} \left[ \frac{U_2}{r_1} F_2 r_l(r) - s_l(r) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} = {}_0' \pi \frac{U_1^2}{2r_1} J_l(U_1) \left\{ -\frac{i l}{r_1} \frac{\beta}{k} \left[ F_2 p_l(r) - \frac{r_1}{U_2} q_l(r) \right] + \left[ \frac{U_2}{r_1} G_2 r_l(r) - \frac{n_2^2}{n_1^2} \xi_0 s_l(r) \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{h_z} = -i {}_0' \frac{\pi U_1^2 U_2}{2r_1^3 k} J_l(U_1) \left[ F_2 p_l(r) - \frac{r_1}{U_2} q_l(r) \right] g_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A.24b)$$

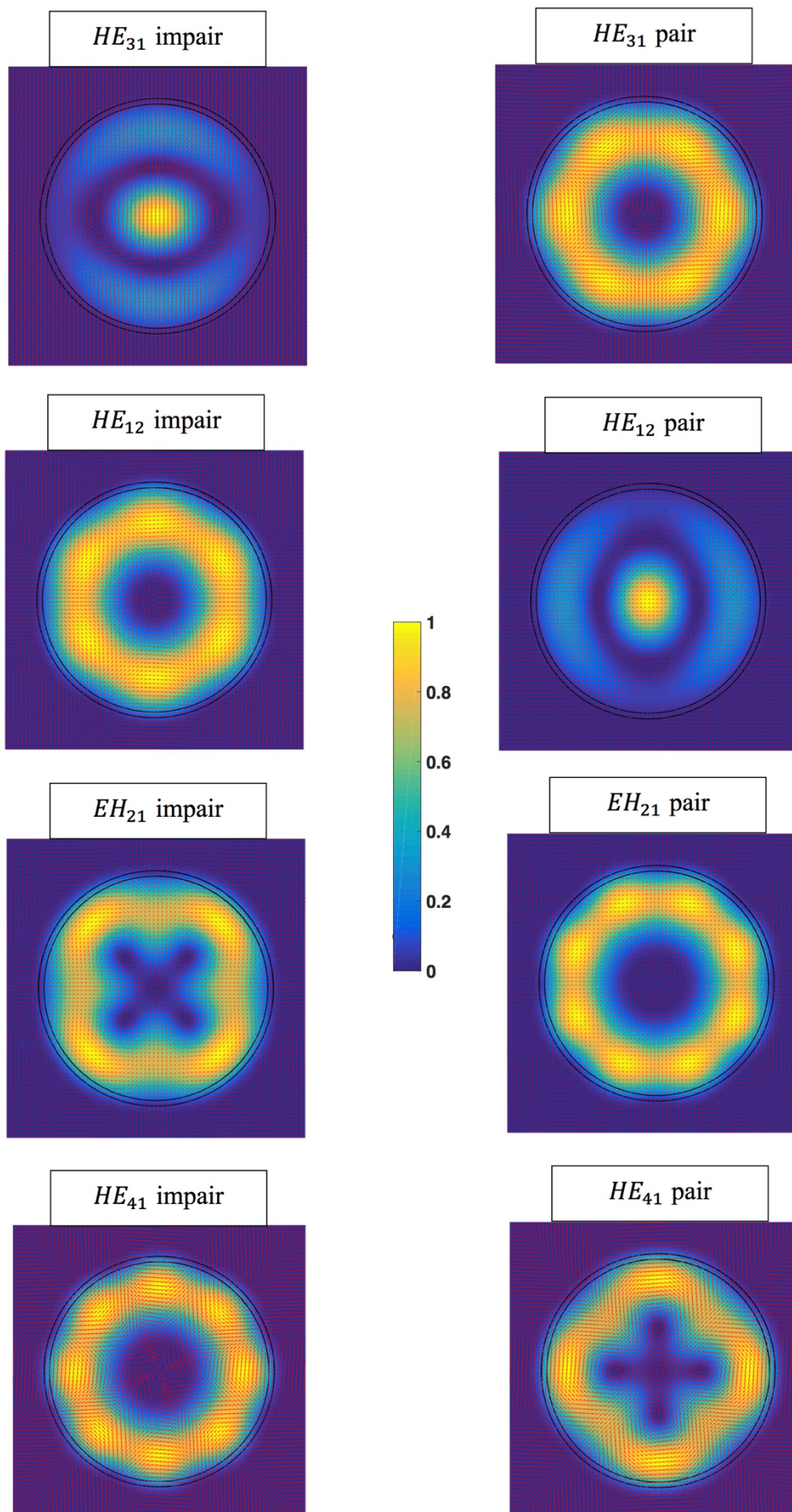
$$\begin{cases}
 F_{h_r} = {}_0' \frac{\pi r_2 U_1^2 U_2^2}{4r_1^3 W_3} \left\{ \frac{\beta}{k} \frac{F_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) + K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) + \frac{i G_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} g_l(\varphi) \\
 F_{h_\varphi} = {}_0' \frac{\pi r_2 U_1^2 U_2^2}{4r_1^3 W_3} \left\{ \frac{\beta}{k} \frac{i F_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) - \frac{G_3}{K_l(W_3)} \left[ K_{l-1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) + K_{l+1} \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right) \right] \right\} f_l(\varphi) \\
 F_{h_z} = -i {}_0' \frac{\pi U_1^2 U_2^2}{2r_1^3 k} \frac{F_3 K_l \left( \frac{W_3 r}{r_2} \right)}{K_l(W_3)} g_l(\varphi)
 \end{cases} \quad (A.24c)$$

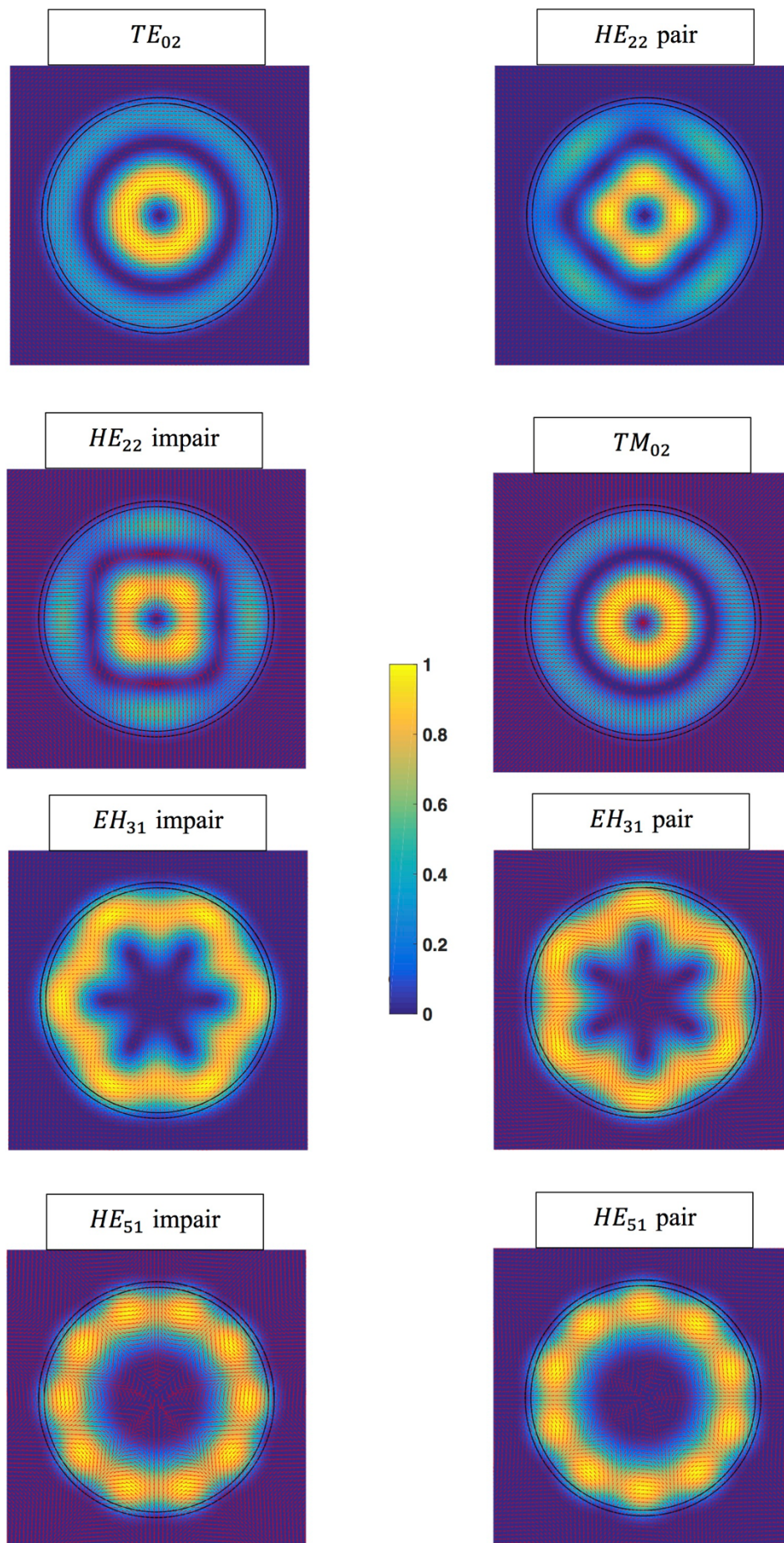
Avec  ${}_0'$  une constante de normalisation ;  ${}_0$  impédance électromagnétique dans le vide ( ${}_0 = \frac{1}{\epsilon_0} = 377 \Omega$ ).

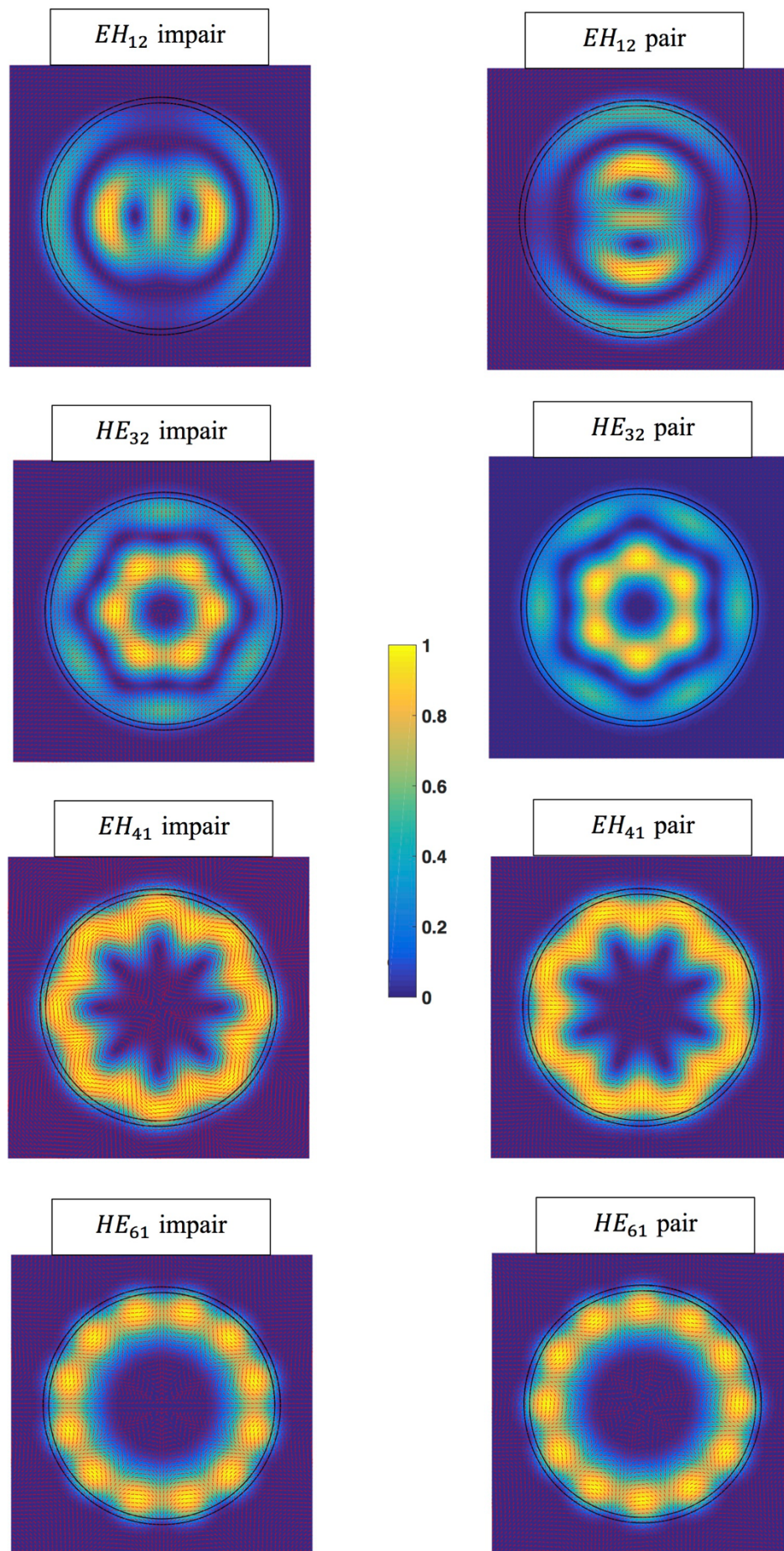
• Les 32 premiers modes guidés dans une structure à trois couches :

On présente les vecteurs de Poynting des 32 premiers modes dans une fibre optique étirée en silice de rayon  $r = 3 \mu\text{m}$  avec un dépôt de polymère d'indice  $n_2 = 1,6$  d'une épaisseur de 150 nm comme une deuxième couche, la troisième couche étant l'air.









### **III. Références :**

[1] J. Bures, “*Optique Guidée : fibres optiques et composants passifs tout-fibre.*” (Presses internationales polytechnique, 2009).

[2] A.W. Snyder, J. Love, “*Optical Waveguide Theory.*” (Kluwer Academic Publisher, Boston/Dortrecht/London, 2000).

[3] Zi-jia Zhang, *et al.*, “*Eigenvalue and field equations of three-layered uniaxial fibers and their applications to the characteristics of long-period fiber gratings with applied axial strain.*” *J. Opt. Soc. Am.* **22**(11) 2516–2526, (2005).

**Titre :** Nanofibres optiques pour la réalisation de sources de photons corrélés.

**Mots clés :** Optique non linéaire, Fibres optiques, Microscopie optique, Photons corrélés.

**Résumé :** Les sources de paires de photons corrélés sont des composants clés nécessaires aux réseaux de télécommunications quantiques. Réaliser directement ces sources à partir de fibres optiques permet de minimiser les pertes d'insertion. Nous proposons de concevoir une telle source à partir d'une fibre optique étirée. La fibre étirée possède un diamètre pouvant descendre à moins de 500 nm sur une longueur de quelques centimètres. Le faible diamètre de la section étirée favorise les effets non linéaires, tandis que les sections non étirées permettent de connecter avec de très faibles pertes cette fibre étirée avec les fibres des réseaux de télécommunication. Dans cette thèse, nous présentons donc une conception d'une nouvelle source de photons corrélés totalement fibrée à base de fibres standard de télécommunications (SMF28) étirées. Pour produire ces paires de

photons nous utiliserons la fluorescence paramétrique due à la brisure de symétrie à la surface de la nanofibre en silice. Nous avons développé une technique de mesure par microscopie optique, qui permet de mesurer tout le profil de la fibre étirée avec une résolution nanométrique bien au-delà de la limite de diffraction. En parallèle, nous avons modélisé la susceptibilité non linéaire de surface de second ordre en prenant en compte l'aspect vectoriel de la propagation du champ optique dans une microfibre à deux ou trois couches. Dans un second temps, nous définissons les accords de phase modaux qui sont nécessaires pour l'obtention d'une forte fluorescence paramétrique. Nous dimensionnons cette nanofibre pour une bonne optimisation de l'efficacité de génération des paires. L'ensemble du processus de création de photons sera modélisé.

**Title:** Optical nanofibers for correlated photon sources.

**Keywords:** Nonlinear optics, Optical fibers, Optical microscopy, Correlated photons.

**Summary:** Sources of correlated photon pairs are key components required for quantum telecommunications networks. Implementing these sources directly with optical fibers minimizes the insertion losses. We propose to design such a source from a tapered optical fiber. The tapered fiber has a diameter lower than 500 nm over a length of a few centimeters. The small diameter of the tapered section favors the non-linear effects, while the unstretched sections make it possible to connect this tapered fiber with the fibers of the telecommunication networks with very low losses. In this thesis, we present a design of a new source, fully fibered of correlated photons based on standard telecommunications tapered fibers (SMF28). To produce these pairs

of photons we will use the parametric fluorescence due to symmetry breaking at the surface of a silica nanofiber. We have developed an optical microscopy measurement technique to measure all the profile of tapered fibers with nanometer resolution far beyond the diffraction limit. In parallel, we modeled the second-order nonlinear surface susceptibility by taking into account the vector aspect of the propagation of the optical field in a two or three-layered microfiber. In a second step, we define modal phase matchings that are necessary to obtain a strong parametric fluorescence. We size this nanofiber for a good optimization of pairs generation efficiency. The entire process of photon creation will be modeled.

