



**HAL**  
open science

# Approche matricielle de la tomographie à cohérence optique

Victor Barolle

► **To cite this version:**

Victor Barolle. Approche matricielle de la tomographie à cohérence optique. Physique [physics].  
Université Paris sciences et lettres, 2019. Français. NNT : 2019PSLET012 . tel-02631861

**HAL Id: tel-02631861**

**<https://pastel.hal.science/tel-02631861>**

Submitted on 27 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE DE DOCTORAT**  
**DE L'UNIVERSITÉ PSL**

Préparée à ESPCI Paris

**Approche matricielle de la tomographie  
à cohérence optique**

Soutenue par

**Victor BAROLLE**

Le 27 mai 2019

École doctorale n°564

**Physique en Ile-de-France**

Spécialité

**Physique**

Composition du jury :

Sylvain GIGAN Professeur, UPMC	<i>Président</i>
Anne SENTENAC Directrice de recherche, CNRS	<i>Rapporteur</i>
Josselin GARNIER Professeur, Ecole Polytechnique	<i>Rapporteur</i>
Jérôme MERTZ Professeur, Université de Boston	<i>Examineur</i>
Claude BOCCARA Professeur, ESPCI Paris	<i>Examineur</i>
Emmanuel BEAUREPAIRE Directeur de recherche, CNRS	<i>Examineur</i>
Alexandre AUBRY Chargé de recherche, CNRS	<i>Co-directeur de thèse</i>
Mathias FINK Professeur, ESPCI Paris	<i>Directeur de thèse</i>



# Résumés

## En français :

La microscopie en réflexion consiste à éclairer un échantillon et à collecter la lumière réfléchi par ce dernier afin de reconstituer une image tridimensionnelle de sa réflectivité. La profondeur de pénétration est cependant limitée par les hétérogénéités du milieu à imager car ces dernières peuvent distordre le front d'onde et induire des événements de diffusion multiple susceptibles de dégrader fortement la résolution et le contraste de l'image. Afin de repousser cette limite, une discrimination spatiale et temporelle des photons balistiques est possible comme cela est réalisé par exemple en tomographie à cohérence optique plein champ. Inspirée de l'astronomie, des méthodes d'optique adaptative ont également été développées en microscopie afin de corriger les distorsions du front d'onde balistique. Toutefois ces méthodes restent limitées à de faibles ordres d'aberration et s'appliquent sur des champs de vision relativement limités, notamment en profondeur.

Cette thèse s'inscrit dans ce contexte et vise à développer une approche matricielle de la tomographie à cohérence optique, en particulier pour une imagerie quantitative de la cornée. Elle est notamment basée sur l'étude d'un nouvel opérateur, la matrice distorsion, qui relie chaque point de focalisation en entrée à la distorsion du front d'onde réfléchi dans le plan pupille en sortie. D'un point de vue théorique, nous montrons au cours de cette thèse comment les corrélations spatiales et angulaires de cette matrice permettent d'accéder à une correction matricielle des aberrations valable sur tout le champ de vision, que ce soit en régime de réflexion spéculaire ou diffuse. D'un point de vue expérimental, nous nous sommes concentrés sur la tomographie à cohérence optique plein champ. Après une étude théorique sur la manifestation des aberrations dans un tel dispositif, nous montrons comment le faire évoluer pour mesurer directement la matrice distorsion sur des volumes millimétriques à une résolution micrométrique. Une première preuve de concept expérimentale montre une correction optimale des aberrations sur toute l'épaisseur d'une cornée humaine, initialement opaque en OCT conventionnelle. Des cartographies locales du rapport de Strehl ainsi que du libre parcours moyen de diffusion peuvent être dressées et caractérisent localement les phénomènes d'aberration et de diffusion dans la cornée. Cette approche matricielle ouvre donc de grandes perspectives pour l'imagerie en profondeur des tissus biologiques, en particulier pour l'OCT de l'œil que ce soit pour une

mesure quantitative de l'opacité de la cornée ou l'imagerie en profondeur de la rétine et des tissus choroïdaux.

**In english :**

Reflection microscopy relies on the illumination and on the measurement of the electric field reflected by a sample of interest in order to build a three-dimensional image of its optical reflectivity. The penetration depth is nevertheless limited by the presence of heterogeneities in the medium as they distort both the incident and reflected wave-fronts and induce multiple scattering. These two fundamental issues strongly alter the resolution and contrast of the image in depth. In order to push back these limits, it is possible to spatially and temporally filter the ballistic photons as it is performed in FFOCT (Full-field Optical Coherence Tomography) for instance. Inspired by previous works in astronomy, adaptive optics has been developed in microscopy for compensating the aberrations undergone by the ballistic wave-fronts. However, these methods are still limited to low-order aberrations and apply to relatively small fields of view, in particular deep inside the tissues.

This thesis falls within this scope and aims to develop a matrix approach of optical coherence tomography, especially for the quantitative imaging of the cornea. It is based on the study of a novel operator, the so-called distortion matrix, which relates the distortion of any reflected wave-front in the pupil plane to each input focusing point. Theoretically, we show how the spatial and angular field-field correlations highlighted by this matrix provides a mean to compensate for the aberrations over the whole field-of-view, both in the specular and diffuse scattering regimes. Experimentally, we focus on FFOCT. After a theoretical study on the manifestation of the aberrations in FFOCT, we show to build a new experimental setup enabling the measurement of the distortion matrix over millimetric volumes with a micrometric resolution. A first proof-of-concept experiment demonstrates an optimal aberration correction of a whole human cornea, which was initially opaque for conventional OCT systems. Local measurements of the Strehl ratio and of the scattering mean free path can also be performed from the distortion matrix analysis. Building a map of such parameters allows to locally characterize the aberrations and scattering inside the cornea. This matrix approach offers significant perspectives to deep quantitative imaging inside biological tissues, with potential applications to OCT eye diagnosis whether it be for a quantitative measurement of the cornea opacity or for retinal and choroidal tissues imaging.

# Remerciements

La première personne que je tiens à remercier est Alexandre Aubry qui m'a donné la chance de réaliser cette thèse. J'admire le temps et l'énergie qu'il a été capable d'accorder, même tard dans la nuit, à la bonne conduite de celle-ci, la rigueur des conseils qu'il m'a donnés ainsi que la vivacité d'esprit dont il a toujours fait preuve dans la recherche de solutions aux problèmes rencontrés. Bien que notre relation ait été tumultueuse (par moment), sache que je repenserai à ces trois années avec beaucoup de nostalgie. Ensuite, j'aimerais bien sûr remercier Mathias Fink pour le temps qu'il m'a dédié, à parler formalisme matricielle et retournement temporel à la manière de quelqu'un qui conte une histoire. Je tiens aussi à le remercier pour les encouragements dans la dernière ligne droite qui ont été salvateurs.

Parmi les encadrants, comment ne pas remercier Claude Boccara, star internationale de l'optique, pour sa disponibilité et les astuces qu'il a partagées à un jeune débutant dans le domaine ? Les sujets sur lesquels nous avons eu du mal à nous mettre d'accord ne sont rien par rapport aux choses que j'ai pu apprendre avec lui. J'aimerais aussi remercier Romain Pierrat et Arthur Goetschy pour le temps qu'ils m'ont accordé à discuter variables aléatoires et théorème de Wick mais aussi de concepts plus ardues de la théorie de la diffusion. C'est ça d'être dans le bureau voisin, on doit supporter les questions des doctorants dans le coin. J'aimerais aussi remercier Kristina Irsch pour les échantillons de cornée qu'elle nous a fournis tout au long de cette thèse et Serge Meimon pour avoir fait parler de nous jusque dans le domaine de l'astronomie.

J'aimerais aussi faire un énorme *big up* à Paul Balondrade a.k.a. P2O pour le regain d'intérêt qu'il m'a permis d'éprouver pour mes travaux et pour le regard extérieur qu'il a apporté à cette thèse. Je pense qu'on peut aussi largement remercier Jules Scholler, pour son implication dans cette thèse et pour la précision des résultats expérimentaux qu'il a fournis. Pour finir avec les collaborateurs, on peut citer William Lambert qui a été le premier à me poser des questions sur la méthode matricielle à l'époque où nous travaillions dans le même bureau et qui m'a permis de mettre de l'ordre dans mes idées en comparant ce qu'il obtenait en acoustique. J'aimerais aussi remercier Amaury Badon, car j'ai été son William à lui.

Parmi les personnes qui n'apparaissent pas sur les papiers, j'aimerais remercier Pierre Millien, pour ses remarques et les réponses qu'il a apportées à des questions mathématiques plus fondamentales (entre autres), et Olivier Thouvenin pour avoir développé ma culture générale en microscopie expérimentale mais aussi Nikos Fayard pour avoir partagé mon bureau pendant trois ans.

C'est maintenant qu'on rentre dans les remerciements dans ma vie plus personnelle. J'aimerais remercier ma famille. C'est-à-dire mes frères, mes deux mères, ma grand-mère et tous ceux qui ont cru en moi sans me demander quand est-ce que j'allais enfin me lancer dans la vie active et commencer à gagner de l'argent (ça fait plus grand monde, du coup). Je tiens à remercier mes amis et les personnes que j'ai pu rencontrer au cours de ces trois années, qui m'ont entouré et m'ont fait passer de super années. Mes anciens colocataires (spéciale dédicace à Toto, Didi et Stecy), mes potes anarchistes, et ceux qui aiment taper du pied. Et enfin, celle qui a sublimé le tout : Noémie.

Je termine ces remerciements par cette citation égyptienne désormais célèbre : "Si je devais résumer ma vie aujourd'hui avec vous, je dirais que c'est d'abord des rencontres [...] Et c'est assez curieux de se dire que les hasards, les rencontres forment une destinée".

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Microscopie et optique adaptative</b>	<b>15</b>
1.1	Introduction . . . . .	15
1.2	La microscopie . . . . .	16
1.2.1	La microscopie conventionnelle . . . . .	16
1.2.2	La microscopie confocale . . . . .	17
1.2.3	La tomographie à cohérence optique . . . . .	18
1.3	Optique adaptative en astronomie . . . . .	26
1.3.1	Manifestation des aberrations en astronomie . . . . .	26
1.3.2	Mesure du front d'onde . . . . .	28
1.3.3	Correction des aberrations . . . . .	29
1.4	Transposition à la microscopie . . . . .	31
1.4.1	Manifestation des aberrations en microscopie . . . . .	31
1.4.2	Optique adaptative par mesure du front d'onde . . . . .	32
1.4.3	Méthode de correction indirecte . . . . .	33
1.5	Introduction à l'approche matricielle optique . . . . .	34
1.5.1	Matrice de transmission d'un système optique . . . . .	34
1.5.2	Matrice de réflexion d'un système optique . . . . .	36
1.5.3	Approche matricielle de l'imagerie en profondeur . . . . .	37
1.6	Conclusion . . . . .	43
<b>2</b>	<b>La matrice de réflexion</b>	<b>45</b>
2.1	Introduction . . . . .	45
2.2	Définition . . . . .	46
2.2.1	Plan d'émission et de réception . . . . .	46
2.3	Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion . . . . .	48
2.3.1	La matrice de réflexion $\mathbf{R}_{uu}$ . . . . .	48
2.3.2	La matrice aberration $\mathbf{A}$ . . . . .	54
2.3.3	La matrice de réflexion $\mathbf{R}_{ur}$ . . . . .	59
2.3.4	La matrice de réflexion $\mathbf{R}_{rr}$ . . . . .	62
2.4	Mesure expérimentale de la matrice de réflexion . . . . .	67
2.4.1	Description du dispositif . . . . .	67
2.4.2	Mesure du champ réfléchi fenêtré temporellement . . . . .	68
2.4.3	Diffusion simple et multiple . . . . .	70
2.4.4	Application aux données expérimentales . . . . .	71

TABLE DES MATIÈRES

2.4.5	Calcul numérique de la matrice $\mathbf{R}_{rr}$ . . . . .	73
2.4.6	Quelques exemples de réflexion de tissus biologiques . . . . .	74
2.5	Conclusion . . . . .	76
<b>3</b>	<b>La matrice distorsion</b> . . . . .	<b>77</b>
3.1	Introduction . . . . .	77
3.2	La matrice distorsion du milieu diffusant . . . . .	78
3.2.1	Définition . . . . .	78
3.2.2	La décomposition en valeurs singulières de la matrice distorsion . . . . .	80
3.2.3	Réflexion spéculaire et réflexion diffuse . . . . .	82
3.3	Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire . . . . .	83
3.3.1	Matrice de réflexion spéculaire . . . . .	83
3.3.2	Matrice distorsion en régime spéculaire . . . . .	85
3.3.3	Limites de la correction en régime de réflexion spéculaire . . . . .	91
3.4	Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse . . . . .	93
3.4.1	Formalisme analytique . . . . .	93
3.4.2	Application aux données expérimentales . . . . .	104
3.5	Conclusion . . . . .	108
<b>4</b>	<b>Manifestation des aberrations en FFOCT</b> . . . . .	<b>111</b>
4.1	Introduction . . . . .	111
4.2	Principe de la tomographie à cohérence optique plein champ . . . . .	113
4.2.1	L'interféromètre de type Linnik . . . . .	113
4.2.2	Mesure de l'image FFOCT . . . . .	115
4.3	Formulation analytique du signal FFOCT . . . . .	117
4.3.1	Réponse impulsionnelle du système d'imagerie . . . . .	117
4.3.2	Image conventionnelle et image FFOCT . . . . .	118
4.3.3	Comparaison dans le cas de l'objet ponctuel . . . . .	122
4.4	Etude générale des effets des aberrations en FFOCT . . . . .	123
4.4.1	Effet du temps d'intégration . . . . .	123
4.4.2	Effet des symétries de la fonction de transfert . . . . .	125
4.4.3	Cas du défaut de mise au point . . . . .	127
4.4.4	Cas de la coma . . . . .	131
4.4.5	Autres exemples . . . . .	132
4.5	Conclusion . . . . .	134
<b>5</b>	<b>Approche matricielle de l'OCT plein champ</b> . . . . .	<b>135</b>
5.1	Introduction . . . . .	135
5.2	Dispositif expérimental . . . . .	136
5.2.1	Interféromètre de Michelson . . . . .	136
5.2.2	Interféromètre de type Linnik . . . . .	138
5.2.3	Mesure de l'image FFOCT . . . . .	140
5.3	Mesure des matrices réflexion et distorsion . . . . .	140

## TABLE DES MATIÈRES

5.3.1	Mesure des éléments de la matrice de réflexion . . . . .	140
5.3.2	Effet de la cohérence spatiale du champ incident . . . . .	142
5.3.3	Construction de la matrice de réflexion . . . . .	142
5.3.4	La matrice distorsion en base focalisée . . . . .	143
5.3.5	Calcul de la matrice distorsion $D_{ru}$ . . . . .	146
5.3.6	Décomposition en valeurs singulières . . . . .	147
5.4	Application à la caractérisation et à la correction des aberrations . .	148
5.4.1	En régime de réflexion spéculaire . . . . .	148
5.4.2	En régime de réflexion diffuse . . . . .	153
5.5	Application aux tissus biologiques . . . . .	160
5.5.1	Correction des aberrations . . . . .	160
5.5.2	Imagerie quantitative des tissus biologiques . . . . .	164
5.6	Conclusion . . . . .	167
<b>A</b>	<b>Convergence des matrices de corrélation</b>	<b>171</b>
A.1	Introduction . . . . .	171
A.2	Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion spéculaire . . . . .	172
A.2.1	Conditions de convergence de la matrice <b>C</b> vers sa matrice de covariance . . . . .	172
A.2.2	Conditions de convergence de la matrice <b>B</b> vers sa matrice de covariance . . . . .	175
A.3	Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion diffuse . . . . .	177
A.3.1	Conditions de convergence de la matrice <b>B</b> vers sa matrice de covariance . . . . .	177
A.3.2	Conditions de convergence de la matrice <b>C</b> vers sa matrice de covariance . . . . .	182
<b>B</b>	<b>Effet de la cohérence du champ incident sur la mesure de la matrice de réflexion</b>	<b>185</b>

## *TABLE DES MATIÈRES*

# Introduction générale

Le domaine de la microscopie optique à des fins biomédicales a connu un vif essor dans les années 1990 avec le développement de la tomographie à cohérence optique (OCT pour *Optical Coherence Tomography* en anglais). Cette technique d'imagerie en réflexion repose sur le caractère interférentiel d'une source de lumière cohérente. Elle est l'analogue optique de l'échographie acoustique et permet de mesurer les temps d'échos de la lumière rétrodiffusée par les tissus biologiques [1]. L'OCT est une technique d'imagerie en réflexion, non invasive et sans contact dans les domaines du visible et de l'infrarouge. Elle est désormais utilisée de manière routinière en ophtalmologie pour obtenir des images 2D et 3D de la rétine.

Tandis qu'en microscopie conventionnelle et confocale, les résolutions axiales et transverses sont toutes deux gouvernées par l'ouverture numérique de l'objectif de microscope, en OCT, la résolution axiale est déterminée par la largeur spectrale de la source de lumière utilisée. Cette technique d'imagerie permet d'atteindre une résolution transverse et axiale de l'ordre du micromètre jusqu'à une profondeur de l'ordre du millimètre. Initialement, l'OCT permettait d'obtenir des images en coupes de tissus biologiques par balayage transverse du faisceau incident sur l'ensemble du champ de vision et par mesure axiale des temps d'échos. On appelle cette technique d'origine TD-OCT (acronyme anglais pour *Time-Domain Optical Coherence Tomography*). La fin des années 1990 a été marquée par des avancées majeures dans le domaine avec le développement de l'OCT fréquentielle ou SD-OCT (*Spectral-Domain Optical Coherence Tomography*) [2] et de l'OCT "plein champ" ou FFOCT (*Full-Field Optical Coherence Tomography*) [3] qui ont permis une diminution significative des temps de mesure et l'application de ces techniques à l'imagerie *in vivo* [4–6]. Aujourd'hui, des travaux sont menés afin de combiner les avantages que présentent ces différentes techniques [7, 8] associées avec des cadences d'acquisition toujours plus rapides [9].

Les différentes techniques d'imagerie mentionnées ci-dessus présentent toutefois une sensibilité aux aberrations induites par le système optique et par les inhomogénéités du milieu à imager. La lumière traverse en effet des tissus d'indices optiques variés ou des surfaces déformées et la qualité des images s'en trouve dégradée. En astronomie, ce sont les turbulences atmosphériques, dues aux mouvements de masses d'air, qui viennent perturber les fronts d'ondes provenant d'astres lointains. Ce dernier domaine a été précurseur pour la compensa-

tion des aberrations avec le développement de l'optique adaptative. Celle-ci avait été théorisée à partir des années 1950 [10] mais n'a pu être mise en application que vingt ans plus tard avec les techniques de contrôle du front d'onde rendues possibles par l'invention des miroirs déformables [11, 12]. Ces méthodes de compensation des aberrations reposent sur la mesure du champ incident provenant d'une source ponctuelle, comme une étoile lointaine, par des analyseurs de front d'onde de type Shack-Hartmann [13, 14]. Grâce à une boucle de rétroaction, le front d'onde est ensuite corrigé en temps réel par un miroir déformable.

Ce n'est qu'au début des années 2000 que l'optique adaptative a été étendue à l'imagerie biomédicale. S'il est possible dans certains cas de générer une « étoile artificielle » (comme en astronomie) en focalisant par exemple un laser à la surface de la rétine ou en introduisant de manière invasive des marqueurs fluorescents [15–18], mesurer un front d'onde revenant de la profondeur d'un échantillon biologique complexe est bien moins facile que mesurer celui venant d'une étoile, en particulier à cause de la diffusion multiple de la lumière. Un diaphragme confocal [19, 20] ou une source à large spectre [21, 22] peuvent toutefois permettre de rejeter la lumière ne provenant pas de la profondeur désirée. En dehors de ces techniques de correction reposant sur la mesure du front d'onde, d'autres méthodes, dites "indirectes", consistent à utiliser des algorithmes d'optimisation itératifs, en boucle fermée, permettant d'optimiser des quantités scalaires comme l'intensité moyenne ou le contraste de l'image [23]. Toutes ces techniques de correction des aberrations en microscopie se sont appuyées sur l'avènement des modulateurs spatiaux de lumière (SLM, acronyme anglais pour *Spatial Light Modulator*) et des matrices de micro-miroirs (DMD, acronyme anglais pour *Digital Micromirror Device*).

Ces derniers offrent un nombre de degrés de liberté spatiaux de l'ordre de  $10^6$  et permettent de façonner des fronts d'onde extrêmement complexes [24]. Cette propriété a été mise à profit par Vellekoop et Mosk en 2007 pour façonner la lumière en entrée d'un milieu diffusant pour la focaliser en sortie [25]. En accordant la phase des ondes partielles associée à chaque chemin de diffusion à travers le milieu, il est possible de les faire interférer constructivement en sortie de celui-ci. Cette expérience pionnière a conduit à l'avènement d'une approche matricielle de la propagation de la lumière dans les milieux complexes. Cette approche s'inspire, sur son versant expérimental, de travaux pionniers en acoustique sur le concept de "miroir à retournement temporel" [26–28] et, sur son versant plus fondamental, de la théorie des matrices aléatoires [29, 30] à l'origine développée pour décrire le transport des électrons à travers les milieux désordonnés. De façon plus étendue maintenant, de l'acoustique à l'optique, en passant par les télécommunications, l'approche matricielle bénéficie d'une solide base mathématique [31].

L'approche matricielle a tout d'abord été développée en transmission [32, 33] et a consisté à mesurer l'ensemble des réponses impulsionnelles entre les pixels d'un SLM et ceux d'une caméra CCD placés de part et d'autre du milieu diffusant. Par conjugaison de phase ou inversion de cette matrice, Popoff et al. ont démontré en 2010 comment focaliser la lumière [32] ou transmettre une image [33] de ma-

## TABLE DES MATIÈRES

nière optimale à travers un milieu diffusant. D'autres travaux ont montré par la suite comment le transport de l'énergie pouvait également être optimisé à travers ce type de milieu en mettant en évidence l'existence de canaux de propagation ouverts permettant une transmission totale de l'énergie [34, 35].

En ce qui concerne l'imagerie non invasive des milieux diffusants, l'impact de l'approche matricielle est moins direct mais celle-ci s'avère néanmoins prometteuse. De premiers travaux en acoustique avaient mis en avant le lien entre la matrice de réflexion et le retournement temporel itératif [26]. Il s'agit de la méthode DORT (acronyme pour *Décomposition de l'Opérateur Retournement Temporel*). Ces travaux ont démontré l'intérêt de la matrice de réflexion pour focaliser sélectivement sur les cibles d'un milieu, et ceci même en présence de fortes aberrations [27, 28]. Dans la continuité de ces travaux, l'approche matricielle en réflexion a ensuite été étendue à la correction d'aberrations en imagerie médicale [36] et à la détection de cibles en milieu diffusant [37–39] en éliminant au préalable une majeure partie de la diffusion multiple. En optique, les premiers travaux sur la matrice de réflexion datent de 2011 [40] et portaient initialement sur le lien entre matrice de réflexion et opérateur de retournement temporel. Il s'agissait d'étendre à l'optique la méthode DORT à des fins de focalisation sélective et détection de cible en présence d'aberrations. En parallèle, le formalisme matriciel s'est aussi étendu à des domaines d'imagerie quantitative, comme en tomographie par exemple, où des techniques hybrides ont vu le jour en couplant la méthode DORT à des méthodes de résolution de problèmes inverses [41, 42]. Plus récemment, Badon et al. [43] ont montré comment étendre ce procédé à grande profondeur en projetant la matrice de réflexion dans une base focalisée, augmentant ainsi singulièrement le poids de la diffusion simple. En parallèle, inspirée par de précédents travaux en acoustique [38], l'équipe de W. Choi a montré comment (i) l'étude de la matrice de réflexion dans la base de Fourier permettait de filtrer la diffusion multiple depuis le champ lointain [44]; (ii) des procédés d'optique adaptative pouvaient être réalisés sous une approche matricielle afin de compenser les aberrations en post-traitement [45].

Néanmoins, l'approche matricielle de la microscopie développée jusque-là souffre fondamentalement des mêmes limites que l'optique adaptative. La correction des aberrations n'est valable que sur une aire d'isoplanétisme, zone sur laquelle l'effet des aberrations est invariant par translation. La dimension de ces aires d'isoplanétisme ayant tendance à diminuer en profondeur, le champ de vision devient particulièrement limité (typiquement inférieur à  $10\ \mu\text{m}$  à  $1\ \text{mm}$  de profondeur dans les tissus biologiques [46]–). Par ailleurs, d'un point de vue pratique, les cadences d'acquisition des matrices de réflexion ont, jusqu'à maintenant, rendu de toute façon impossible l'imagerie de tissus biologiques sur des champs de vision millimétriques. Enfin, ces premiers travaux ne se sont pas appuyés sur une description théorique satisfaisante des aberrations sous un prisme matriciel.

Un premier objectif de cette thèse a donc été de proposer un formalisme analytique à l'approche matricielle en réflexion. Le concept de matrice distorsion,

initialement proposé par Amaury Badon lors de sa thèse pour des objets spéculaires (mires de résolution), est notamment étudié analytiquement et étendu au cas des milieux diffus. L'étude de cette matrice permet notamment d'extraire pour chaque point du champ de vision une loi d'aberration et d'ainsi corriger matriciellement les aberrations. Le champ de correction n'est ainsi plus limité à une seule aire d'isoplanétisme. Le deuxième objectif de cette thèse était expérimental : construire un dispositif d'imagerie matricielle permettant d'accéder à des champs de vision millimétriques. Dérivé de l'OCT plein champ, le dispositif proposé permet de mesurer, sous éclairage incohérent, des matrices de réflexion et de distorsion de très grandes dimensions (de l'ordre de  $10^6$  réponses impulsionnelles au lieu de  $10^3$  dans les études précédentes [43,47]). Cette approche permet une imagerie 3D de tissus biologiques comme la cornée avec une quantification et correction locale des aberrations ainsi qu'une élimination drastique de la diffusion multiple. Elle permet en outre une caractérisation locale du milieu étudié en permettant de dresser une cartographie du libre parcours moyen de diffusion.

Ce manuscrit de thèse va ainsi s'articuler autour de cinq chapitres. Le premier dresse un état de l'art de l'imagerie optique en réflexion, de l'optique adaptative et de l'approche matricielle en microscopie. Le second chapitre consiste en une formulation analytique rigoureuse du problème d'imagerie interférentielle en réflexion à l'aide de différents opérateurs matriciels. Nous introduirons un formalisme qui permettra de rendre compte de la manifestation des aberrations sur la matrice de réflexion dans la base de Fourier et la base focalisée. Nous montrerons notamment comment passer aisément d'une base à l'autre au moyen de simples produits matriciels. Ces changements de base nous permettront d'exploiter au mieux l'information contenue dans la matrice de réflexion.

Au chapitre 3, nous introduirons un nouvel opérateur matriciel, la matrice "distorsion", qui distinguera notre méthode de correction des aberrations des travaux réalisés précédemment, notamment par rapport à l'opérateur de "retournement temporel" [43] et l'opérateur "CASS" [44]. Notre approche repose sur la décomposition en valeurs singulières de la matrice distorsion. Nous modéliserons différents régimes de réflexion, spéculaire ou diffus, ce qui permettra de prévoir la décomposition attendue dans chacun de ces régimes pour ainsi opter pour la meilleure méthode de correction puis nous appliquerons ces résultats à des expériences réalisées avec le dispositif expérimental monté par Amaury Badon au cours de sa thèse.

Le deuxième objectif de cette thèse réside dans le montage d'un dispositif d'imagerie matriciel dérivé de l'OCT plein champ. Le chapitre 4 visera donc au préalable à modéliser les aberrations dans des systèmes interférométriques incohérents comme la FFOCT et à confronter le modèle établi aux résultats expérimentaux de l'état de l'art. Le chapitre 5 porte sur le dispositif expérimental élaboré au cours de cette thèse. Les matrices de réflexion et de distorsion acquises expérimentalement seront ensuite mises à profit pour quantifier et corriger les aberrations sur des champs de vision millimétriques. Comme preuve de concept, une image tri-dimensionnelle d'une cornée opaque est réalisée. Cette expérience

## *TABLE DES MATIÈRES*

pionnière illustre les bienfaits de l'approche matricielle. La comparaison avec l'image FFOCT conventionnelle montre une restauration de la résolution et du contraste comme si la cornée avait été rendue transparente. L'approche matricielle permet d'aller au delà d'une simple image puisqu'elle permet de quantifier localement les aberrations et l'opacité induites par la cornée. Cette expérience ouvre des perspectives importantes pour l'approche matricielle en microscopie. Celles-ci seront discutées en conclusion de cette thèse.

## *TABLE DES MATIÈRES*

# Chapitre 1

## Microscopie et optique adaptative

### Sommaire

---

1.1	Introduction . . . . .	15
1.2	La microscopie . . . . .	16
1.3	Optique adaptative en astronomie . . . . .	26
1.4	Transposition à la microscopie . . . . .	31
1.5	Introduction à l'approche matricielle optique . . . . .	34
1.6	Conclusion . . . . .	43

---

### 1.1 Introduction

Dans ce chapitre introductif, nous allons donner les éléments qui permettront d'aborder les chapitres suivants du manuscrit. Nous présenterons dans un premier temps le principe de la microscopie optique, conventionnelle puis interférentielle, avec des exemples de dispositifs expérimentaux existants (TD-OCT, SD-OCT et FFOCT). Nous insisterons sur les notions de cohérence spatiale et temporelle qui distinguent ces différentes techniques. Dans un deuxième temps, nous parlerons des aberrations rencontrées en optique, notamment avec les dispositifs interférentiels présentés, et des méthodes existantes de les compenser. Historiquement, les techniques d'optique d'adaptative ayant d'abord été développées en astronomie, nous aborderons le thème de la manifestation et de la correction des aberrations dans ce domaine, puis nous présenterons l'application de ces techniques en microscopie. Enfin, nous terminerons sur une présentation de l'état de l'art actuel sur l'approche matricielle de la microscopie optique, qui, comme nous allons le montrer au cours de cette thèse, constitue une alternative puissante et complémentaire à l'optique adaptative.

## 1.2 La microscopie

### 1.2.1 La microscopie conventionnelle

La microscopie repose sur la mesure ou l'observation de la lumière diffusée par des structures microscopiques d'un échantillon invisibles à l'œil nu à l'aide d'un objectif de microscope. Les caractéristiques de la technique de microscopie considérée dépendent de la source de lumière utilisée (longueur d'onde centrale  $\lambda_0$ , largeur spectrale  $\Delta\lambda$ , longueur de cohérence spatiale, etc.), du type d'interaction entre la lumière et l'échantillon à imager (diffusion, absorption, fluorescence, etc.), et de l'appareil de mesure de l'intensité transmise (Fig. 1.1 a.) ou réfléchi (Fig. 1.1 b.) par ce dernier (spectromètre, caméra CCD, etc.). La magnification et la résolution vont respectivement dépendre de la distance focale et de l'ouverture numérique du microscope placé entre l'échantillon et l'appareil de mesure.

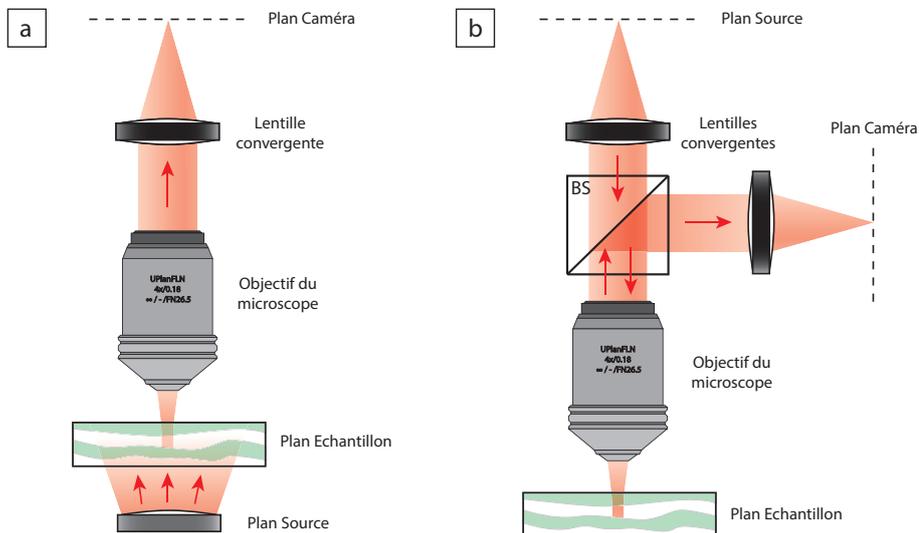


FIGURE 1.1 – Schéma d'un montage de microscopie conventionnelle (a) en transmission et (b) en réflexion.

Lorsque la source et l'objectif sont situés de part et d'autre de l'échantillon, la configuration sera dite en "transmission" (Fig. 1.1 a.). L'image obtenue permet d'observer les structures absorbantes par contraste. Lorsque l'échantillon est mince, la capacité de l'objectif à discerner deux objets ponctuels est donnée par la résolution transverse [48] :

$$\delta x = \frac{\lambda_0}{2NA} = \frac{\lambda_0}{2n\sin(\theta_{max})} = \frac{\lambda_0 f}{D} \quad (1.1)$$

où  $NA$  est l'ouverture numérique de l'objectif,  $n$  l'indice du milieu dans lequel s'utilise l'objectif (à air ou à immersion),  $\theta_{max}$  l'angle maximal d'ouverture de l'objectif,  $f$  la distance focale et  $D$  le diamètre de la pupille (Fig. 1.2 a.). En dessous

## 1.2 La microscopie

de cette distance minimum  $\delta x$ , il est impossible de distinguer si l'onde lumineuse provient de deux objets distincts ou d'un seul (Fig. 1.2 b.). Cette méthode d'ima-

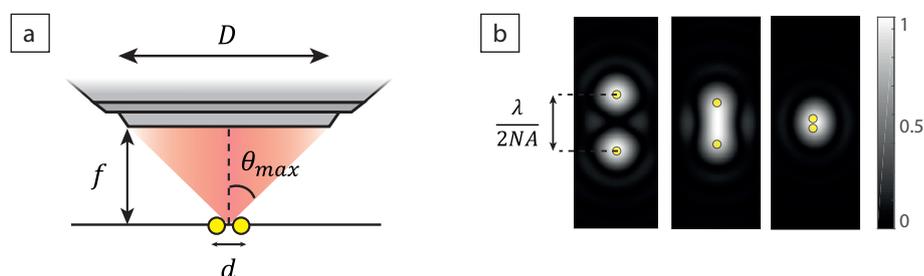


FIGURE 1.2 – a) Schéma représentant les différents paramètres d'un objectif de microscope. b) Image obtenue de deux objets ponctuels pour différentes distances  $d$ . En dessous d'une certaine distance, ces deux objets ne sont plus discernables.

gerie a le bénéfice d'être simple d'utilisation mais pose des problèmes d'ordre pratique pour l'imagerie *in vivo* puisqu'elle nécessite de placer la source lumineuse et le microscope de part et d'autre d'un milieu qui doit être suffisamment fin pour qu'une partie de la lumière passe à travers.

En configuration dite de "réflexion", la source de lumière et l'appareil de mesure sont situés du même côté de l'axe optique (Fig. 1.1 b.). L'image obtenue permet cette fois d'observer les structures qui rétrodiffusent la lumière incidente. Par la suite, nous nous placerons dans la fenêtre dite "thérapeutique" située pour des longueurs d'onde comprises entre 600 et 1300 nm pour laquelle les phénomènes d'absorption sont négligeables devant les phénomènes de diffusion au sein de l'échantillon [49]. Cette configuration nécessite l'ajout d'un cube séparateur de front d'onde (BS) afin de discriminer les trajets de la lumière avant et après réflexion par l'échantillon. Cette technique présente l'avantage d'être non-invasive mais n'apporte pas de solution quant à l'imagerie d'échantillon volumique puisqu'elle est très sensible à la réflexion de la lumière à des profondeurs non désirées. Elle ne permet pas d'imager au-delà du libre parcours moyen  $l_s$ , défini comme la distance moyenne entre deux événements de diffusion. Dans les tissus biologiques, cette longueur est estimée à environ 100  $\mu\text{m}$  [50].

### 1.2.2 La microscopie confocale

Une technique permettant de s'affranchir partiellement de ce problème est la microscopie confocale. Cette méthode a été proposée à la fin des années 1950 par Marvin Minsky [51]. La figure 1.3 illustre le principe du microscope confocal. L'idée consiste à focaliser la lumière incidente à un point de l'échantillon et placer un diaphragme dans un plan conjugué au plan focal afin de filtrer spatialement la lumière diffusée en dehors du point de focalisation. Le trajet de cette lumière

est représentée en rouge. Le caractère confocal de ce microscope provient du fait

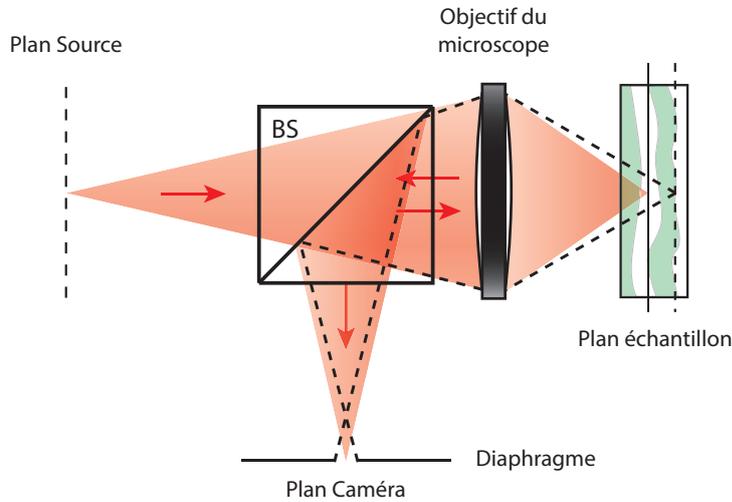


FIGURE 1.3 – Schéma illustrant le principe du microscope confocal.

que la lumière réfléchie en dehors du point de focalisation (en pointillé) n'est pas focalisée sur le plan de la caméra. Une grande partie ne passe ainsi pas par le diaphragme et les ondes ne provenant pas du point de focalisation incident sont fortement atténuées. Ce dispositif garantit une résolution axiale  $\delta z$  donnée par l'équation suivante [52] :

$$\delta z = \frac{1.4n\lambda_0}{NA^2} \quad (1.2)$$

Cette méthode présente donc un intérêt certain mais seulement pour des objectifs à grande ouverture numérique. Typiquement, pour une source de lumière de longueur d'onde  $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$  et pour une ouverture numérique  $NA = 0.8$ , la résolution transverse est de  $500 \text{ nm}$  et la résolution axiale de  $1.3 \mu\text{m}$ . En plus d'offrir une meilleure résolution axiale, cette méthode offre aussi une meilleure résolution latérale, d'un facteur  $\sqrt{2}$  approximativement, ce que nous expliquerons plus en détails dans la section traitant de la manifestation des aberrations en microscopie. Le fait de filtrer la lumière réfléchie de profondeurs non-désirées permet aussi d'augmenter la profondeur d'imagerie. Typiquement, le microscope confocal permet d'imager jusqu'à  $4l_s$  [50].

### 1.2.3 La tomographie à cohérence optique

Une autre approche consiste à utiliser un dispositif interférentiel pour réaliser la discrimination des photons rétrodiffusés associés à des temps de vol différents. Le principe d'un montage OCT est d'utiliser une source de lumière faiblement cohérente temporellement. La longueur de cohérence d'une source au profil spectral gaussien centré sur  $\lambda_0$  et de largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda$  est donnée

## 1.2 La microscopie

par l'équation [53] :

$$l_\tau = \frac{2 \ln 2}{\pi} \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (1.3)$$

Typiquement, la longueur de cohérence temporelle assurée par une source de lumière blanche est de l'ordre du micromètre. C'est la différence de marche optique maximale qu'il peut y avoir entre deux chemins optiques empruntés par la lumière issue d'une même source pour qu'il y ait recouvrement des trains d'ondes et donc des interférences (Fig. 1.4).

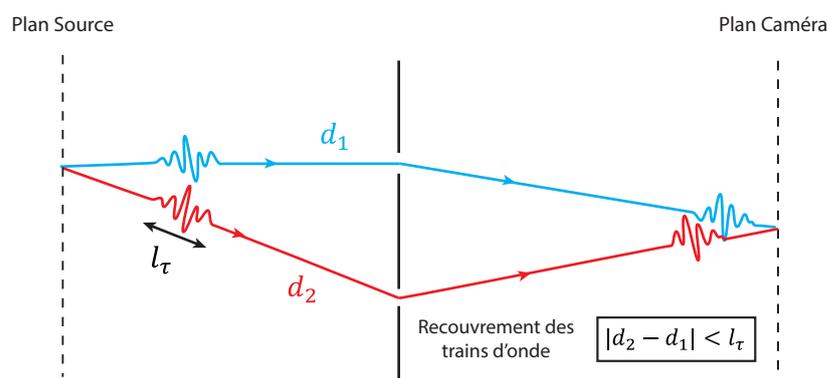


FIGURE 1.4 – Schéma illustrant le principe de la cohérence temporelle d'une source. Une impulsion lumineuse d'étendue  $l_\tau$  est émise depuis un point source. La lumière traverse deux fentes dans une expérience analogue aux fentes d'Young. Ces fentes diffractent la lumière et cette dernière se propage jusqu'au plans de la caméra. Si la différence de marche  $|d_1 - d_2|$  entre les deux rayons (rouge et bleu) est inférieure à  $l_\tau$  alors il y aura des motifs d'interférence.

Le principe de l'OCT est illustré à l'aide d'un schéma du montage à la figure 1.5 (a). La lumière émise par la source large spectre se propage dans une fibre optique couplée à un interféromètre de Michelson. En arrivant au niveau du coupleur, la lumière est séparée en deux faisceaux. Le premier (en bleu) se propage à travers la fibre dans le bras dit de "référence". En sortie de la fibre, la lumière est réfléchi par le miroir de référence (M1) puis est collectée par la même fibre. Le deuxième faisceau (en rouge) se propage quant à lui à travers la fibre dans le bras dit "échantillon". En sortie de la fibre, le faisceau est focalisé sur un échantillon et un système mécanique (M2) permet de balayer latéralement le champ de vision dans une ou deux directions. La lumière réfléchi par l'échantillon est à nouveau collectée par la fibre. Les deux faisceaux réfléchis provenant des deux bras interfèrent alors un niveau d'un photodétecteur.

Afin de distinguer les techniques TD-OCT et SD-OCT, nous allons introduire un formalisme simple dans l'approximation scalaire. Nous allons considérer que le bras échantillon est composé d'un ensemble de  $N$  réflecteurs plans rangés sur l'axe optique à des profondeurs  $(z_i)_{i \in [1, N]}$  (Fig. 1.5 b.). Nous introduisons la ré-

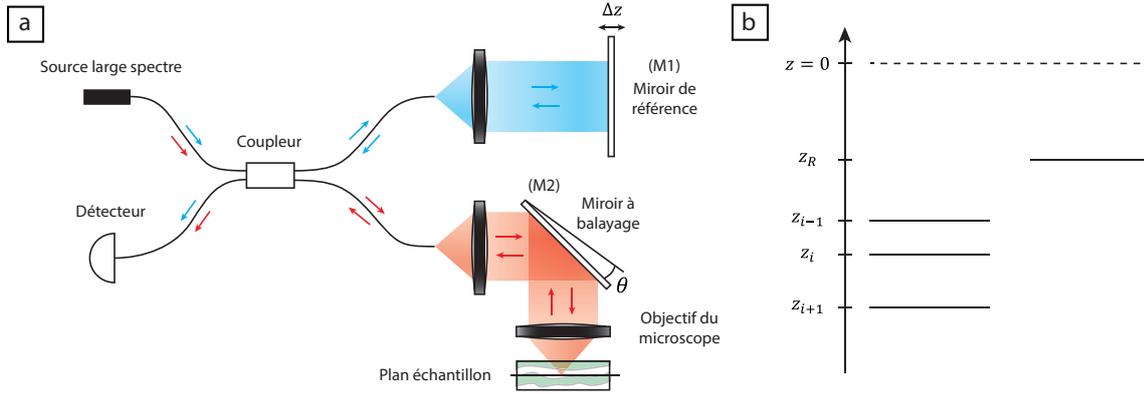


FIGURE 1.5 – a) Schéma illustrant un montage OCT classique. b) Schéma représentant la position  $(z_i)_{i \in [1, N]}$  des réflecteurs et la position  $z_R$  du miroir de référence par rapport à la coordonnée du coupleur  $z = 0$ .

flectivité de l'échantillon :

$$\rho(z) = \sum_{i=1}^N \rho_i \delta(z - z_i) \quad (1.4)$$

où  $z$  est une coordonnée de l'axe optique telle que  $z = 0$  au niveau du coupleur,  $\delta$  est la distribution de Dirac et  $(\rho_i)_{i \in [1, N]}$ , les réflectivités de chacun des diffuseurs. Le principe de l'OCT est d'accéder à cette quantité de manière non-invasive.

Le champ incident  $E_i$  est d'abord considéré monochromatique de pulsation  $\omega$  tel que  $E_i = s(k)e^{i(kz - \omega t)}$  où  $s(k)$  est l'amplitude complexe du champ électrique associé au nombre d'onde  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Après séparation par le coupleur, l'amplitude est divisée par un facteur  $\sqrt{2}$ . Au niveau du coupleur, l'expression du champ  $E_S$  réfléchi par l'échantillon, sous l'hypothèse de diffusion simple, est donnée par :

$$E_S(z = 0) = \frac{s(k)e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}} [\rho * e^{i2kz}] (z = 0) = \frac{s(k)e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N r_i e^{i2kz_i} \quad (1.5)$$

où  $*$  signifie le produit de convolution. Dans le bras de référence, le miroir (M1) est à la position  $z_R$  et sa réflectivité est notée  $\rho_R$ . Au niveau du coupleur, l'expression du champ  $E_R$  réfléchi par le miroir donne :

$$E_R(z = 0) = \frac{s(k)e^{i(2kz_R - \omega t)}}{\sqrt{2}} \quad (1.6)$$

La propagation dans la fibre est telle que l'amplitude complexe de ces deux champs est la même au niveau du photodétecteur. L'intensité mesurée au niveau de ce dernier s'exprime alors :

$$I(k, z_R) = \langle |E_S + E_R|^2 \rangle = \left\langle \left| \frac{s(k)e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^N \rho_i e^{i2kz_i} + \frac{s(k)e^{i(2kz_R - \omega t)}}{\sqrt{2}} \right|^2 \right\rangle \quad (1.7)$$

## 1.2 La microscopie

où la moyenne porte sur le temps d'intégration du détecteur. Comme la pulsation  $\omega$  est bien plus grande que la fréquence d'échantillonnage du détecteur, l'expression 1.7 devient alors :

$$I(k, z_R) = \underbrace{\frac{S(k)}{2} \left( |\rho_R|^2 + \sum_{i=1}^N |\rho_i|^2 \right)}_{\text{incohérent}} + \underbrace{S(k) \sum_{i=1}^N |\rho_i \rho_R| \cos[2k(z_i - z_R)]}_{\text{corrélacion croisée}} + \underbrace{S(k) \sum_{i \neq j} |\rho_i \rho_j| \cos[2k(z_i - z_j)]}_{\text{autocorrélacion}} \quad (1.8)$$

où  $S(k) = \langle |s(k)|^2 \rangle$  est la puissance spectrale de la source. Cette expression fait apparaître trois termes. Le premier est la sommation incohérente des amplitudes complexes. Le deuxième est le terme de corrélation croisée entre le bras échantillon et le bras de référence. Le troisième terme est l'autocorrélation du champ issu du bras d'échantillon. En général, lorsque la réflectivité du miroir de référence est suffisamment grande ( $|\rho_R| \gg |\rho_i|$ ), ce terme est négligeable par rapport au terme de corrélation croisée. C'est l'extraction de ce dernier qui va particulièrement nous intéresser. Nous pouvons observer que l'intensité reçue par le détecteur dépend des deux paramètres  $(k, z_R)$ . La distinction entre les deux techniques entre la TD-OCT et la SD-OCT réside dans la façon de manipuler l'un et l'autre de ces paramètres.

### TD-OCT

En TD-OCT, l'intensité reçue par le détecteur est intégrée sur l'ensemble de la puissance spectrale  $S(k)$  de la source. Sous l'hypothèse que celui-ci est gaussien, le spectre s'écrit :

$$S(k) = \frac{S_0}{\sqrt{2\pi\Delta k^2}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{k-k_0}{\Delta k} \right)^2} \quad (1.9)$$

où  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  et  $\Delta k = 2\pi\lambda_0/(\Delta\lambda)^2$  sont respectivement la fréquence spatiale centrale et largeur spectrale en termes de fréquences spatiales. En injectant cette expression dans l'équation 1.8 puis en intégrant selon les fréquences spatiales de la source, l'intensité reçue au niveau du détecteur devient :

$$I(z_R) = \underbrace{\frac{S_0}{2} \left( |\rho_R|^2 + \sum_{i=1}^N |\rho_i|^2 \right)}_{\text{terme statique}} + \underbrace{S_0 \sum_{i=1}^N |\rho_i \rho_R| e^{-(z_i - z_R)^2 \Delta k^2} \cos[2k_0(z_i - z_R)]}_{\text{terme interférentiel}} \quad (1.10)$$

Ainsi le terme d'intensité est la somme d'un terme constant et d'un ensemble de sinusoides modulées par une enveloppe exponentielle dont la largeur à mi-hauteur est donnée par la longueur de cohérence temporelle  $l_\tau$  de la source (Eq. 1.3).

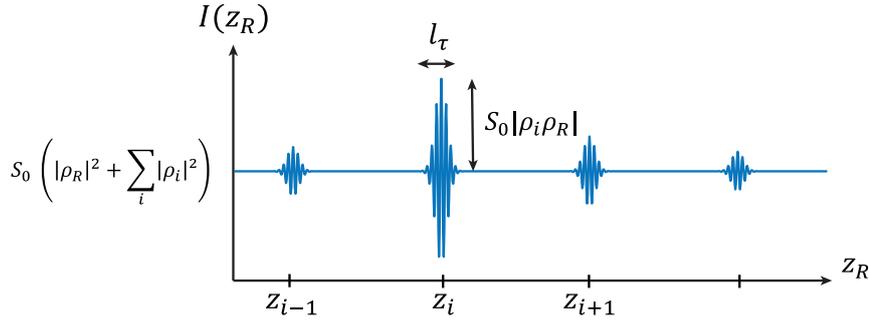


FIGURE 1.6 – Signal caractéristique en TD-OCT pour l'échantillon multi-couches représenté sur la figure 1.5 (b).

En tradant la position  $z_R$  du miroir de référence, il est possible d'observer des pics d'intensité aux positions des réflecteurs. Le signal caractéristique mesuré est présenté sur la figure 1.6. Lorsque la translation du miroir de référence est linéaire en temps, il va alors pouvoir être possible de faire de la détection synchrone sur le signal reçu en filtrant les composantes porteuses sinusoïdales à la fréquence  $k_0(z_i - z_R(t))$  modulant chaque terme de la somme de l'équation 1.10 pour ne garder que l'enveloppe du signal [54].

## SD-OCT

En SD-OCT, le miroir de référence est fixe. A l'aide d'un spectromètre, on peut extraire du signal intégré sur le spectre (Eq. 1.7) la fonction  $I(k, z_R) = I(k)$  (Eq. 1.8). Une autre approche pour avoir accès à cette quantité est d'utiliser une source à la balayage (*Swept-Source* en anglais). Cette technique porte le nom de SS-OCT (acronyme anglais pour *Swept-Source Optical Coherence Tomography*) [55]. Le cadre théorique reste le même et nous supposons simplement que l'une de ces deux techniques donne accès à la quantité  $I(k)$ .

Le principe du SD-OCT est de travailler non pas dans le domaine temporel mais dans le domaine de Fourier. En réalisant une transformée de Fourier sur le signal  $I(k)$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{I}(z) = & \frac{\gamma(z)}{2} \left( |\rho_R|^2 + \sum_{i=1}^N |\rho_i|^2 \right) \\ & + \gamma(z) * \sum_{i=1}^N |\rho_i \rho_R| [\delta(z + 2(z_i - z_R)) + \delta(z - 2(z_i - z_R))] \end{aligned} \quad (1.11)$$

La fonction  $\gamma$  est la transformée de Fourier de la puissance spectrale  $S(k)$ . Sa largeur à mi-hauteur est donné par la longueur de cohérence temporelle  $l_\tau$ . En

## 1.2 La microscopie

réécrivant la convolution de l'équation 1.11, cette expression devient alors :

$$\hat{I}(z) = \underbrace{\frac{\gamma(z)}{2} \left( |\rho_R|^2 + \sum_{i=1}^N |\rho_i|^2 \right)}_{\text{basses "fréquences"}} + \underbrace{\sum_{i=1}^N |\rho_i \rho_R| [\gamma(z + 2(z_i - z_R)) + \gamma(z - 2(z_i - z_R))]}_{\text{hautes "fréquences"}} \quad (1.12)$$

Le signal obtenu fait apparaître deux termes dépendant de  $z$ . Le premier, centré en  $z = 0$ , décroît sur une distance caractéristique  $l_\tau$  et ne porte pas d'information sur la position des réflecteurs. En revanche, le deuxième terme permet d'y accéder puisqu'il contient une somme de fonctions centrées sur les positions  $\pm 2(z_i - z_R)$ . Le profil caractéristique du signal est présenté sur la figure 1.7 Celui-

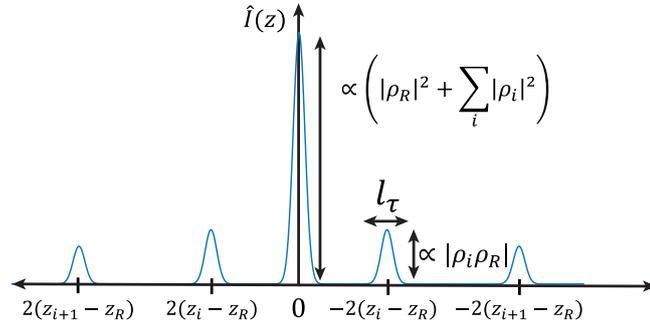


FIGURE 1.7 – Signal caractéristique en SD-OCT pour l'échantillon multi-couches représenté sur la figure 1.5 (b).

ci est symétrique. Lorsque les quantités  $(z_i - z_R)$  changent de signe, il y a alors repliement du spectre ce qui peut donner naissance à des artefacts. Cependant, tant que les diffuseurs sont situés du même côté par rapport à la coordonnée du miroir de référence, alors ce phénomène de repliement spectral n'est plus gênant. Comme il est parfois délicat de situer la surface de l'échantillon à imager, notamment en imagerie *in vivo*, des travaux ont été réalisés depuis afin d'atténuer ce repliement spectral, notamment en réalisant des mesures interférométriques à décalage de phase [56]. Ce procédé consiste à calculer le champ d'interférence complexe à partir de plusieurs mesures de l'intensité pour différentes positions du miroir de référence. Cette méthode sera expliquée plus en détails au chapitre 2.

### FFOCT

Avant d'introduire le principe de la FFOCT, il faut d'abord définir ce qu'est la cohérence spatiale d'un champ. Soit  $E(\mathbf{r}, t)$  un champ mesuré créé par une source quelconque mesuré à une position  $\mathbf{r}$  et un instant  $t$ . La cohérence spatiale  $C$  de ce champ entre deux points de coordonnées  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$  est définie par :

$$C(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T E(\mathbf{r}_1, t) E^*(\mathbf{r}_2, t) dt \quad (1.13)$$

Nous dirons qu'une source est spatialement incohérente lorsque la cohérence spatiale entre deux points de la source de coordonnées respectives  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$  vérifie :

$$C(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = I(\mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \quad (1.14)$$

où  $I(\mathbf{r}_1)$  est l'intensité de la source à la coordonnée  $\mathbf{r}_1$ . Loin de la source, le champ gagne en cohérence d'après le théorème de Van-Cittert-Zernike. Ainsi, dans le cas où la distance entre les deux points de coordonnées respectives  $\mathbf{r}_2$  et  $\mathbf{r}_1$  est très petite devant leurs distances à la source, celui-ci s'énonce de la façon suivante [57] :

$$C(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = C(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \int_{P \in S} I(\mathbf{r}') e^{-i\frac{2\pi}{\lambda L}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (1.15)$$

où l'intégrale porte sur l'ensemble de la source  $S$ ,  $I(\mathbf{r}')$  est l'intensité de la source à la coordonnée  $\mathbf{r}'$  et  $L$  est la distance entre la source et le plan d'observation (Fig. 1.8). Autrement dit, la corrélation spatiale du champ (ou cohérence mutuelle) est directement proportionnelle à la transformée de Fourier spatiale de la distribution en intensité de la source incohérente. Si la source est étendue sur une distance

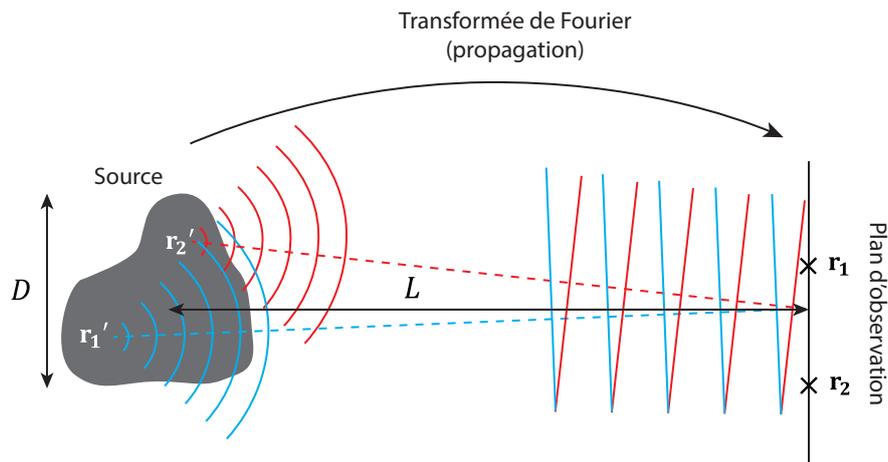


FIGURE 1.8 – Schéma illustrant le théorème de Van-Cittert-Zernike. Le champ initialement incohérent au niveau de la source gagne en cohérence en se propageant (Eq. 1.15).

$D$  alors la fonction de cohérence spatiale  $C$  présente une largeur caractéristique  $l_{c,s}$  donnée par :

$$l_{c,s} = \frac{\lambda L}{D} \quad (1.16)$$

On appelle cette quantité la "longueur de cohérence spatiale" du champ  $E(\mathbf{r}, t)$  au niveau plan d'observation. Les champs mesurés au niveau de deux points séparés d'une distance supérieure  $l_{c,s}$  sont alors décorrélés. Dans le cas où la source est le Soleil par exemple, l'application numérique donne  $l_{c,s} = 57 \mu\text{m}$  au niveau de la Terre. Pour obtenir des interférences dans une expérience des fentes d'Young

## 1.2 La microscopie

avec le Soleil comme source, il faudrait que la distance entre les deux fentes soit inférieure à  $l_{c,s}$ .

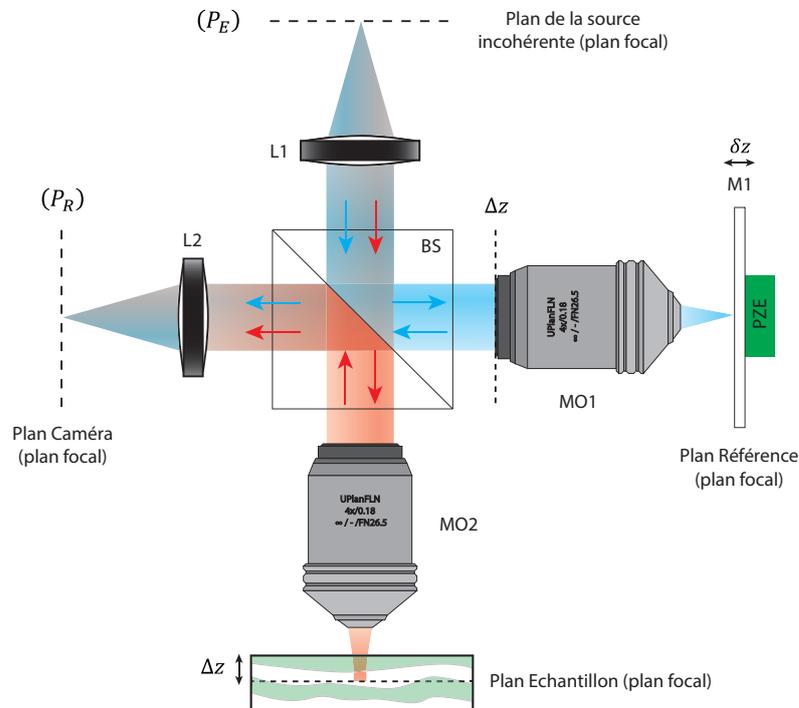


FIGURE 1.9 – Dispositif expérimental de FFOCT [3].

En FFOCT, la configuration adoptée est un éclairage plein champ de l'échantillon à l'aide d'une source de lumière incohérente à la fois spatialement et temporellement. Une diode électroluminescente (LED) est un exemple de source fréquemment utilisée. Le dispositif de FFOCT est présenté sur la figure 1.9 et correspond à un interféromètre dit de Linnik [3]. Il s'agit d'un interféromètre de Michelson possédant un objectif de microscope dans chacun de ses deux bras. La lumière issue de la source est séparée en deux faisceaux à l'aide d'un cube séparateur de front d'onde (BS). Une première partie du faisceau (en bleu) se propage dans le bras dit de "référence". Celui-ci est focalisé au moyen d'un objectif de microscope sur un miroir plan. Le champ réfléchi est à nouveau collecté par le même objectif puis se propage jusqu'à la caméra CCD située dans un plan conjugué au plan focal. La deuxième partie du faisceau (en rouge) se propage dans le bras dit "échantillon". L'objectif de microscope le focalise sur un point de l'échantillon. Après réflexion par ce dernier, le champ est à nouveau collecté par l'objectif et se propage jusqu'à la caméra. Les deux faisceaux interfèrent alors sur cette dernière et une mesure interférométrique à décalage de phase [56] permet la mesure du champ complexe.

Ce dispositif permet d'obtenir en une seule acquisition l'image OCT en-face contrairement aux TD-OCT et SD-OCT, où il faut balayer l'ensemble du champ de vision latéralement. Ceci est permis par la nature incohérente de la source de

lumière qui agit comme un diaphragme confocal. Nous reviendrons bien plus en détails sur cette analogie au chapitre 4. En translatant l'échantillon, il est ensuite possible de réaliser une image tri-dimensionnelle de l'échantillon. Nous reviendrons plus en détails sur ce montage au cours du chapitre 4.

Les différentes techniques présentées mettent en évidence les progrès qui ont été faits dans le domaine de l'imagerie à des fins biomédicales. L'utilisation de la faible cohérence temporelle de la source de lumière couplée à un dispositif interférométrique permet de sélectionner les échos au sein d'un échantillon volumique. La richesse de cette approche permet d'adapter la technique au type d'image recherchée (A-Scan et B-Scan). Toutefois, les phénomènes d'aberrations optiques ainsi que la diffusion multiple limitent la profondeur de pénétration de ces méthodes d'imagerie. Typiquement, la diffusion multiple limite la profondeur de pénétration à  $9l_s$  [50]. Des techniques de mesure et de correction de ces aberrations ont été développées pour repousser les limites conventionnelles de l'imagerie. Nous allons d'abord présenter ces techniques appliquées au domaine de l'astronomie puis nous décrirons leurs applications à la microscopie.

## 1.3 Optique adaptative en astronomie

### 1.3.1 Manifestation des aberrations en astronomie

Afin d'observer les étoiles et galaxies lointaines, les astronomes utilisent de gigantesques télescopes permettant de collecter l'infime quantité de lumière provenant de celles-ci. Au cours de son voyage, la lumière suit une trajectoire en ligne droite. En entrant dans l'atmosphère, les turbulences vont venir perturber les front d'onde incidents. En effet, les fluctuations thermiques à la surface de la Terre génère des mouvements de masses d'air. Ces mouvements entraînent des variations de densité de l'air et donc de son indice optique. Ces variations infimes de l'ordre de  $10^{-6}$  sont à l'origine d'inclinaisons du faisceau incident (*quivering*), d'étalements des images des étoiles obtenues (*spreading*) et de fluctuations d'intensité (*twinkling* ou "scintillement" en français) qui vont venir dégrader les images obtenues [13]. Il est à noter que des aberrations peuvent aussi provenir du système d'imagerie lui-même.

Soit  $o = o(x', y')$  la distribution des sources (ici, un ensemble d'étoiles par exemple) que l'on souhaite imager et que l'on suppose contenues dans un même plan. Sous l'approximation de Fraunhofer [58], la propagation du champ électromagnétique depuis ce plan objet jusqu'à la Terre peut être modélisée par une transformée de Fourier (Fig 1.10). Le champ alors obtenu dans le plan de Fourier s'écrit :

$$\hat{o}(k_x, k_y) = \iint o(x', y') e^{i[k_x(x-x') + k_y(y-y')]} dk_x dk_y \quad (1.17)$$

où  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  est le vecteur d'onde. Les aberrations induites par les turbulences atmosphériques et par le système d'imagerie lui-même sont modélisées par une

### 1.3 Optique adaptative en astronomie

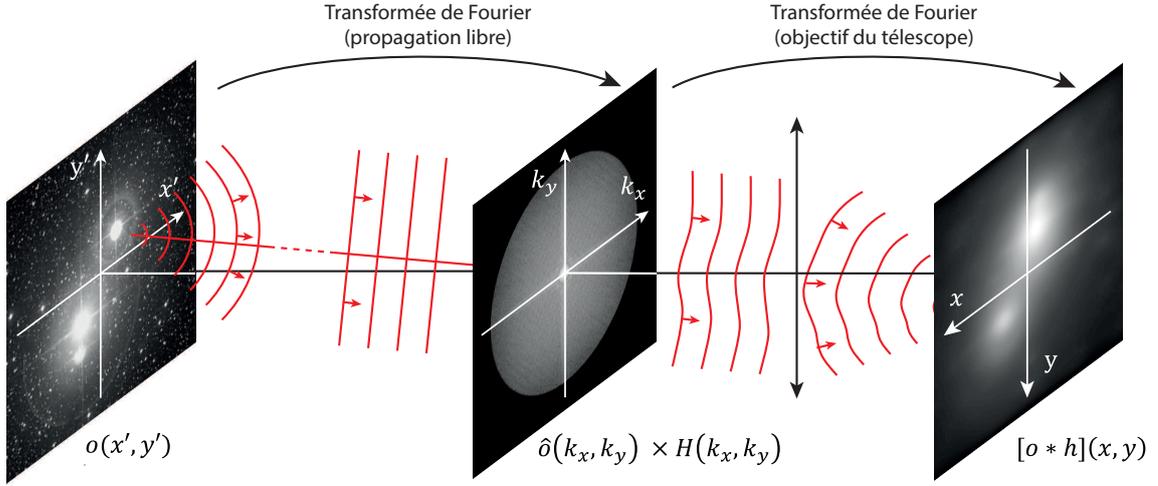


FIGURE 1.10 – Schéma illustrant la propagation du champ en présence d'aberrations dans le cas de l'imagerie d'une étoile en astronomie.

fonction de transfert  $A = A(k_x, k_y)$  (Fig 1.10). Le champ  $E$  enregistré par la caméra dans le plan focal de l'objectif du télescope est donc donné par :

$$\begin{aligned}
 E(x, y) &= TF [\delta \times A] (x, y) \\
 &= \iint o(x', y') \underbrace{\iint A(k_x, k_y) e^{i[k_x(x-x') + k_y(y-y')]} dk_x dk_y}_{h(x-x', y-y')} dx' dy' \\
 &= [o * a] (x, y)
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

où  $a = a(x, y)$  est la TF de la fonction de transfert. Il s'agit de la réponse impulsionnelle du système optique. L'hypothèse sous jacente que l'on a fait ici est que la lumière issue de la source traverse la même atmosphère. Autrement dit, l'angle sous lequel est vu l'objet est inférieur à l'angle d'isoplanétisme. A l'intérieur d'une telle région, la réponse impulsionnelle entre la source et le télescope est constante et l'on peut appliquer la relation de convolution objet-image, base de toutes les méthodes de reconstruction existantes. En astronomie; Cet angle d'isoplanétisme est généralement de l'ordre d'une à quelques secondes d'arc. Il est d'autant plus grand que la turbulence se produit près du sol, i.e proche du plan pupille du télescope. C'est une notion que nous réutiliserons régulièrement au cours du manuscrit.

L'hypothèse est faite que la source est incohérente, c'est à dire que la fonction de cohérence spatiale (Eq. 1.13) du champ  $o$  créé par l'ensemble d'étoiles dans le plan de la source est donnée par :

$$C(x'_2 - x'_1, y'_2 - y'_1) = |o(x'_1, y'_1)|^2 \delta(x'_2 - x'_1) \delta(y'_2 - y'_1) \tag{1.19}$$

Si la source de lumière est supposée spatialement incohérente (Eq. 1.19), l'intensité  $I$  de l'image obtenue est alors la convolution de la distribution en intensité

$|o|^2$  de l'objet avec le module au carré de la réponse impulsionnelle  $a$  [59] :

$$I(x, y) = |E(x, y)|^2 = |[o * a](x, y)|^2 = [|o|^2 * |a|^2](x, y) \quad (1.20)$$

Afin d'illustrer la signification de ces grandeurs, étudions le cas de l'imagerie d'une étoile ponctuelle, située sur l'axe optique. Dans ce cas, le champ créé par l'objet est modélisé par la distribution de Dirac,  $o(x', y') = \delta(x', y')$ , et l'équation 1.18 devient :

$$E(x, y) = \iint A(k_x, k_y) e^{i[k_x x + k_y y]} dk_x dk_y = a(x, y) \quad (1.21)$$

En intensité, ce résultat devient :

$$I(x, y) = |a(x, y)|^2 \quad (1.22)$$

Ainsi, la réponse impulsionnelle  $h$  caractérise l'étalement de l'image d'un objet ponctuel. La quantité  $|a|^2$  est communément appelée "fonction d'étalement du point" ou PSF (acronyme pour *Point Spread Function* en anglais) en intensité. Vu depuis le plan pupille de l'objectif du télescope, l'expression du champ obtenu à l'équation 1.21 s'écrit alors :

$$E(u_x, u_y) = A(u_x, u_y) \quad (1.23)$$

où nous avons posé les coordonnées du plan pupille  $(u_x, u_y) = \frac{\lambda f}{2\pi}(k_x, k_y)$ , avec  $\lambda$  la longueur d'onde considérée et  $f$  la distance focale de l'objectif du télescope. La fonction de transfert s'identifie au champ électrique vu depuis le plan pupille dans le cas de l'imagerie d'un objet ponctuel situé sur l'axe optique.

### 1.3.2 Mesure du front d'onde

Une première étape dans la compensation des aberrations est la mesure de la fonction de transfert  $A$ . Pour cela, les astronomes disposent de différents outils dont le plus connu est le Shack-Hartmann développé à la fin des années 1970 [13, 14]. C'est un dispositif constitué d'un réseau d'une centaine de microlentilles d'un diamètre inférieur au centimètre (Fig. 1.11 a.). Sur chacune de ces microlentilles, le front d'onde distordu (en traits pleins rouges) peut être approché localement par une onde plane (en pointillés rouges). Ces lentilles vont alors focaliser ces fractions d'ondes planes d'autant plus loin de leurs axes optiques que le gradient de la phase sera fort. La mesure, à l'aide d'un capteur CCD, des écarts de positions de ces taches focales par rapport à un cas sans aberration (Fig. 1.11 b.) permet ensuite de reconstruire le front d'onde incident [60]. Ce dispositif fonctionne bien évidemment lorsque l'onde incidente au niveau de la lentille peut être approchée localement par une onde plane. En parallèle, plus le diamètre de la microlentille est faible et moins les taches focales seront résolues. Il faut donc adapter la taille des microlentilles au niveau des aberrations rencontrées.

### 1.3 Optique adaptative en astronomie

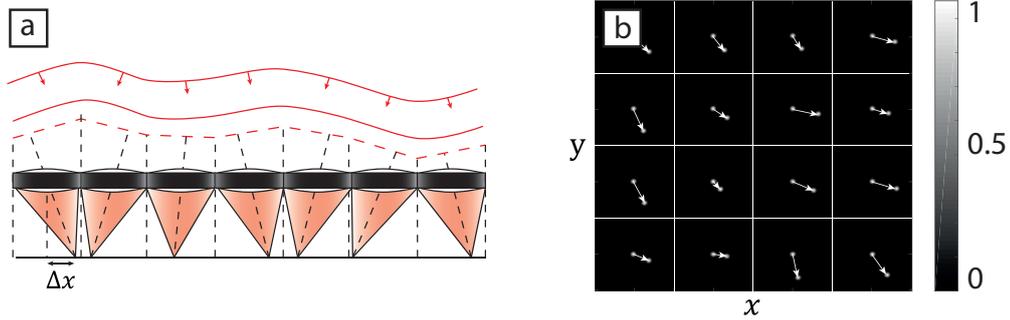


FIGURE 1.11 – Schéma illustrant le principe du Shack-Hartmann. a) Schéma du réseau de microlentilles focalisant des portions de l'onde incidente distordue en fonction du gradient de phase. b) Exemple d'image obtenue à l'aide d'un Shack-Hartmann (en intensité). Les taches focales en absence d'aberrations ont été superposées par soucis de clarté. Les flèches indiquent la translation de ces taches par rapport au cas sans aberration.

#### 1.3.3 Correction des aberrations

Afin d'utiliser cette mesure pour la correction des aberrations, il faut coupler le dispositif de mesure du front d'onde avec un miroir déformable (DM, acronyme anglais pour *Deformable Mirror*) [61]. Ce dernier est à l'origine du principe de l'optique adaptative. Ils permettent de compenser l'aberration en corrigeant les avances et les retards du front d'onde à l'aide de pistons qui viennent donner la forme souhaitée au DM. Ce dernier est placé dans un plan conjugué au plan du Shack-Hartmann et les pistons sont positionnés de sorte à redresser le front d'onde (Fig. 1.12). La lumière provenant d'une étoile est collectée par un télescope. Le front d'onde est réfléchi par un DM qui va appliquer une correction à celui-ci, calculée en fonction de la mesure réalisée par le Shack-Hartmann. Comme il faut à la fois utiliser le front d'onde pour imager mais aussi pour la mesure des aberrations, un dispositif de séparation du faisceau est nécessaire. Sur le schéma, cette opération est assurée par un cube séparateur de front d'onde (BS) mais il existe d'autres méthodes utilisant par exemple des réseaux de diffraction ; le prélèvement du front d'onde à analyser se faisant alors sur les différents ordres de diffraction [13]. Le dispositif de correction fonctionne ainsi en boucle fermée. Le temps de décorrélation de la phase du front d'onde étant déterminée par l'intensité des turbulences, cette méthode nécessite un faible temps de réponse pour pouvoir compenser les aberrations en temps réel.

En général, la base adoptée sur laquelle décomposer la phase de la fonction de transfert optique est celle des polynômes de Zernike. Ces polynômes forment une base orthonormée sur le disque unité particulièrement adaptée aux systèmes optiques à pupille circulaire. Ces polynômes, notés  $Z_n^m$  sont indexés par deux indices et s'écrivent en coordonnées radiales de la manière suivante [62] :

$$Z_n^m(r, \theta) = R_n^m(r) \cos(m\theta)$$

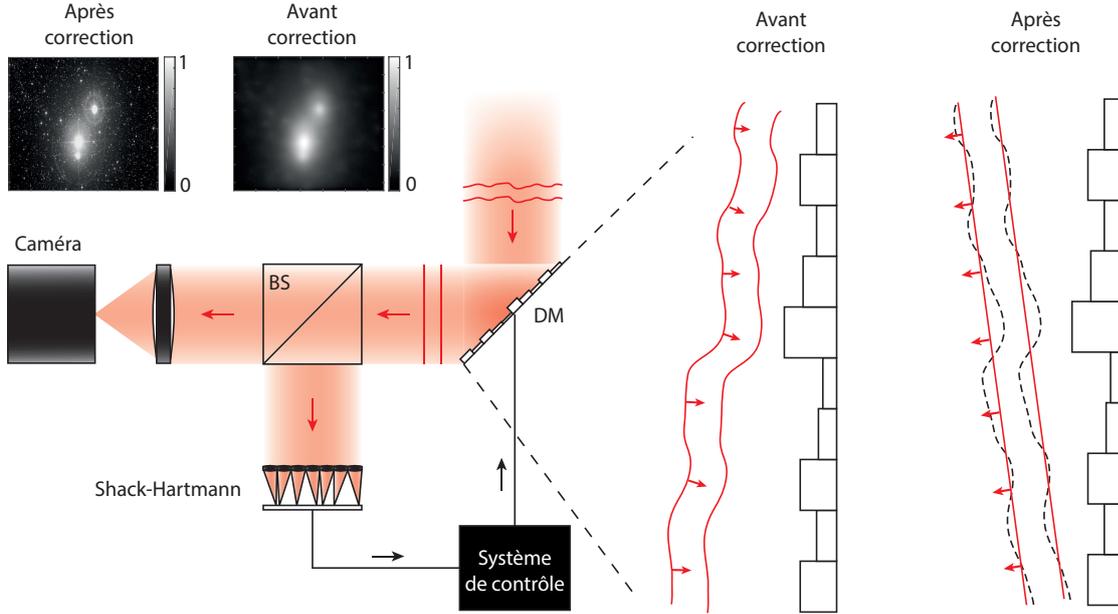


FIGURE 1.12 – Schéma illustrant le principe de l'optique adaptative reposant sur la mesure du front d'onde et sur la compensation des aberrations en astronomie.

$$Z_n^{-m}(r, \theta) = R_n^m(r) \sin(m\theta)$$

où  $n \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$  avec  $m \leq n$  et  $(r, \theta) \in [0, 1] \times [0, 2\pi[$ . Ces polynômes sont définis pour  $n - m$  pair uniquement avec :

$$R_n^m(r) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} r^{n-2k}$$

La fonction de transfert  $A$  est une fonction complexe et l'hypothèse est faite que son module est constant égal à 1 sur un support défini par l'ouverture numérique  $NA$  du système optique et de la distance focale  $f$  de l'objectif,  $|A(\mathbf{u})| = \mathbb{1}_{\|\mathbf{u}\| < NAf}$ . Autrement dit, les turbulences atmosphériques n'induisent que des distorsions de phase du front d'onde (pas d'atténuation). Cette phase se décompose sur la base des polynômes de Zernike :

$$\arg(A)(\mathbf{u}) = \sum_{n,m} Z_n^m \left( \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} \right) \quad (1.24)$$

où  $\mathbf{u} = \frac{\lambda f}{2\pi} \mathbf{k}$  repère le plan pupille de l'objectif du télescope. Les exemples les plus couramment rencontrés en astronomie sont les polynômes pour les couples d'indices  $(n, m) = (1, \pm 1)$  (effets prismatiques),  $(n, m) = (2, 0)$  (défaut de mise au point),  $(n, m) = (2, \pm 2)$  (astigmatismes) et  $(n, m) = (4, 0)$  (aberration sphérique). Ainsi, cette décomposition offre des facilités : plutôt que de corriger le front d'onde en agissant indépendamment sur les pistons du DM, les astronomes peuvent corriger les modes de Zernike les plus faibles et ensuite affiner la correction sur des ordres plus élevés.

## 1.4 Transposition à la microscopie

### 1.4.1 Manifestation des aberrations en microscopie

En microscopie en réflexion, les aberrations se manifestent différemment qu'en astronomie puisque, lors de sa propagation, la lumière subit ces aberrations avant et après réflexion sur l'échantillon. Afin de modéliser les aberrations, on introduit, de la même façon que dans la section précédente, la réponse impulsionnelle  $h$  du système qui modélise la propagation entre un point à la coordonnée  $\mathbf{r}' = (x', y', z')$  du volume de l'échantillon et un point à la coordonnée  $\mathbf{r} = (x, y, 0)$  du plan de la caméra située à la coordonnée  $z = 0$  (Fig. 1.13). Dans un cas isoplanétique, cette fonction ne dépend que de la différence de positions entre les coordonnées  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$  et donc  $a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = a(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ . Cette fonction représente la tache focale obtenue dans le plan de la caméra, centrée sur la coordonnée  $\mathbf{r}'$ . Afin de

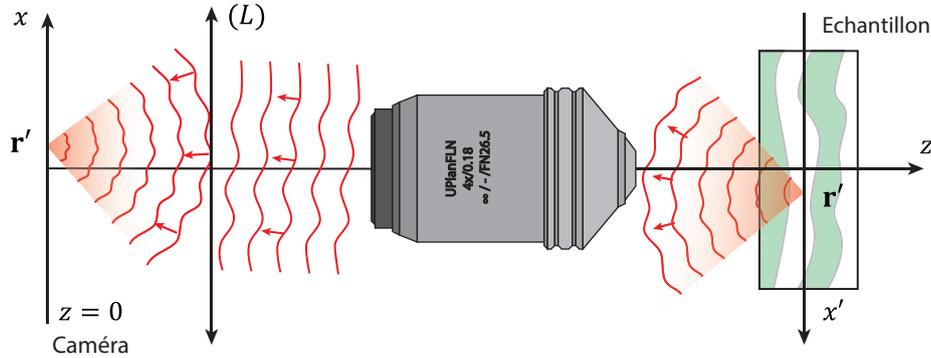


FIGURE 1.13 – Définition de la réponse impulsionnelle en microscopie. Le schéma illustre la propagation de la lumière émise depuis une coordonnée de l'échantillon jusqu'à la caméra en présence d'aberrations.

comparer l'effet des aberrations pour les différents modes de microscopie, nous allons d'abord considérer l'imagerie conventionnelle sous éclairage incohérent d'un objet plan. En notant  $\rho(x', y', z')$  la réflectivité de l'échantillon à la coordonnée  $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ , l'intensité mesurée par la caméra est donnée par [63] :

$$\begin{aligned} I_{conv}(x, y, 0) &= \iint |a(x - x', y - y', -z')|^2 |\rho(x', y', z')|^2 dx' dy' dz' \\ &= [ |h|^2 * |\rho|^2 ] (x, y, 0) \end{aligned} \quad (1.25)$$

où l'intégrale porte sur l'ensemble de l'échantillon. Cette expression est à comparer au cas de l'imagerie d'une étoile lointaine (Eq. 1.22). Sous éclairage incohérent, les aberrations se manifestent de la même manière en réflexion (microscopie) qu'en transmission (astronomie).

En microscopie confocale, interférométrique ou non, le diaphragme confocal permet un gain en résolution transverse. En fait, il a été démontré que dans le

cas non-interférométrique, l'expression obtenue à l'équation 1.25 prend la forme suivante [64] :

$$\begin{aligned} I_{conf}(x, y, 0) &= \left| \int a^2(x - x', y - y', -z') \rho(x', y', z') dx' dy' dz' \right|^2 \\ &= \left| a^2 * \rho \right|^2(x, y, 0) \end{aligned} \quad (1.26)$$

Afin de comparer le gain en résolution de cette technique par rapport à la première, on peut considérer l'imagerie d'un objet supposé ponctuel comme une nanoparticule d'or par exemple. Cette particule est située à la position  $\mathbf{r}_0$  et sa réflectivité est alors définie par  $\rho(\mathbf{r}') = \rho_0 \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)$ . Dans ce cas-là, l'expression de l'intensité en microscopie conventionnelle (Eq. 1.25) devient :

$$I_{conv}(\mathbf{r}) = |\rho_0|^2 |a(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)|^2 \quad (1.27)$$

En imagerie confocale, l'expression de l'équation 1.26 devient :

$$I_{conf}(\mathbf{r}) = |\rho_0|^2 |a(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)|^4 \quad (1.28)$$

L'image conventionnelle d'un objet ponctuel (Eq. 1.27) est donnée par la PSF en intensité  $|a|^2$  tandis que l'image confocale de ce même objet correspond au carré de cette même PSF. La fonction d'étalement de l'image confocale est donc plus piquée que celle obtenue en imagerie conventionnelle. Dans le cas d'un faisceau gaussien, il y a un gain en résolution transverse d'un facteur 2. Au chapitre 4, nous présenterons un formalisme similaire pour rendre compte de la manifestation des aberrations en imagerie interférométrique.

## 1.4.2 Optique adaptative par mesure du front d'onde

Afin de compenser les effets des aberrations en microscopie, plusieurs méthodes ont été mises au point s'inspirant des techniques d'optique adaptative développées en astronomie. Les principes de l'analyseur de front d'onde Shack-Hartmann et des dispositifs du contrôle du front d'onde (DM, SLM et DMD) ont ainsi été transposés en microscopie. A titre d'exemple, nous présentons le schéma d'un tel dispositif à la figure 1.14 s'inspirant de travaux réalisés en OCT [65]. Par souci de clarté, les montages 4f n'ont pas été représentés, mais il faut garder à l'esprit que le Shack-Hartmann et le DM sont tous les deux situés dans des plans conjugués au plan pupille de l'objectif du microscope. Dans le bras échantillon (en rouge), la lumière issue de la fibre puis réfléchiée par le cube séparateur du front d'onde (BS) se propage jusqu'au SLM. Celui-ci est situé en amont du miroir à balayage (M2). En effet, ce dernier incline le faisceau afin de balayer l'échantillon mais après réflexion par l'échantillon puis par le miroir à balayage, le faisceau revient avec la même incidence sur le SLM. Par conséquent, le Shack-Hartmann voit la lumière provenir d'un seul point peu importe l'inclinaison du

## 1.4 Transposition à la microscopie

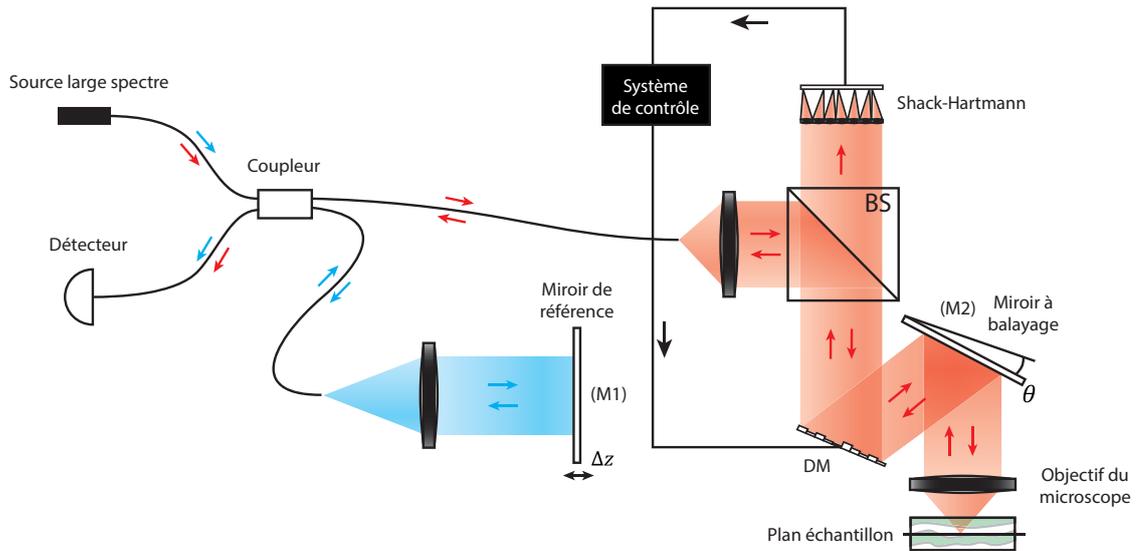


FIGURE 1.14 – Schéma illustrant le principe de l’optique adaptative reposant sur la mesure du front d’onde et sur la compensation des aberrations en OCT [65].

miroir à balayage. Ceci permet une mesure plus précise des aberrations par le Shack-Hartmann afin de les compenser par le SLM. Le système fonctionne en boucle fermée en optimisant le rapport de Strehl sur la base des premiers modes de Zernike. Le rapport de Strehl est défini ainsi :

$$S = |\langle e^{i\Phi(x,y)} \rangle|^2 \quad (1.29)$$

où la moyenne  $\langle . \rangle$  est une moyenne sur l’ensemble du plan pupille de l’objectif du microscope et  $\Phi(x, y)$  est la phase de la fonction de transfert du système optique. Idéalement,  $\Phi(x, y) = 0$  et donc  $S = 1$ . Ce dispositif est très général et s’étend aussi à l’illumination cohérente comme dans le cas du AOSLO (acronyme pour *Adaptive Optics Scanning Laser Ophthalmoscopy* en anglais) [66].

### 1.4.3 Méthode de correction indirecte

Notons que les dispositifs d’optique adaptative n’incluent pas forcément un dispositif de mesure de front d’onde comme un Shack-Hartmann. La correction des aberrations peut se faire de manière indirecte en optimisant une fonction objectif, comme l’intensité totale de l’image, son contraste ou bien la résolution d’un objet supposé ponctuel (comme une étoile guide ou *guide star*). Cette approche a été utilisée par l’équipe de Claude Boccara afin de compenser les aberrations en FFOCT à l’aide d’un SLM fonctionnant en transmission situé dans le bras échantillon [67]. Les résultats obtenus ont mis en évidence que la FFOCT ne présentait pas ou peu de sensibilité au défaut de mise au point [68]. Bien que le contraste soit affecté par ce dernier, la résolution est quant à elle préservée. Au chapitre 4, nous

présenterons un formalisme qui rendra compte de ces résultats et nous verrons dans quelle mesure l'OCT plein champ reste robuste aux aberrations rencontrées.

## 1.5 Introduction à l'approche matricielle optique

Les précédentes techniques de correction des aberrations présentées dans la section précédente reposaient sur des techniques de contrôle du front d'onde couplées à des méthodes d'optimisation soit des fronts d'onde mesurés, soit de fonctions objectifs dépendant du problème d'imagerie considéré. En parallèle de ces techniques s'est développée une approche matricielle du contrôle de la lumière dans les milieux hétérogènes inspirée de travaux pionniers en acoustique [26–28]. Cette approche permet d'extraire une multitude d'informations pertinentes sur le milieu étudié à partir de simples opérations matricielles effectuées en post-traitement.

### 1.5.1 Matrice de transmission d'un système optique

Historiquement, la première mesure de matrice en optique était une mesure de matrice de transmission réalisée à l'Institut Langevin [32]. Celle-ci contient l'ensemble des réponses impulsionnelles entre deux plans situés de part et d'autre d'un milieu diffusant. La figure 1.15 (a) illustre l'expérience (fictive) qui permettrait la mesure d'une colonne de cette matrice. Une impulsion lumineuse monochromatique est émise à la coordonnée  $\mathbf{u}_{in} = (v_{in}, w_{in})$  (pixel rouge) du plan d'émission ( $P_E$ ) situé à gauche de la figure. L'onde générée se propage à travers le milieu diffusant et l'amplitude complexe du champ résultant est mesurée par interférométrie à décalage de phase [56] au niveau du plan de réception ( $P_R$ ), à droite. La mesure du champ obtenu à la coordonnée  $\mathbf{u}_{out} = (v_{out}, w_{out})$  (pixel bleu) donne accès à l'élément  $T(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  de la matrice de transmission du milieu diffusant (Fig. 1.15 b.). Ainsi le champ bidimensionnel de taille  $N_{u,out} \times N_{u,out}$  mesuré dans le plan de réception doit être déroulé sous la forme d'un vecteur colonne pour être concaténé dans la matrice  $\mathbf{T}$ . La mesure de cette dernière nécessite alors un nombre  $N_{u,in}^2$  de mesures correspondant au nombre de cellules d'émission au niveau du plan ( $P_E$ ). La taille de la matrice  $\mathbf{T}$  alors formée est  $N_{u,out}^2 \times N_{u,in}^2$ . Il est ensuite possible de calculer n'importe quel vecteur champ transmis  $\mathbf{E}_{out}$  à partir d'un vecteur champ incident  $\mathbf{E}_{in}$  comme illustré sur la figure 1.15 (b) :

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{T} \times \mathbf{E}_{in} \quad (1.30)$$

En terme d'éléments matriciels, cette relation s'écrit :

$$E_{out}(\mathbf{u}_{out}) = \sum_{\mathbf{u}_{in}} T(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) E_{in}(\mathbf{u}_{in}) \quad (1.31)$$

Une fois mesurée, la matrice de transmission peut être utilisée pour déterminer la forme d'un champ incident en fonction du champ transmis souhaité et ainsi

## 1.5 Introduction à l'approche matricielle optique

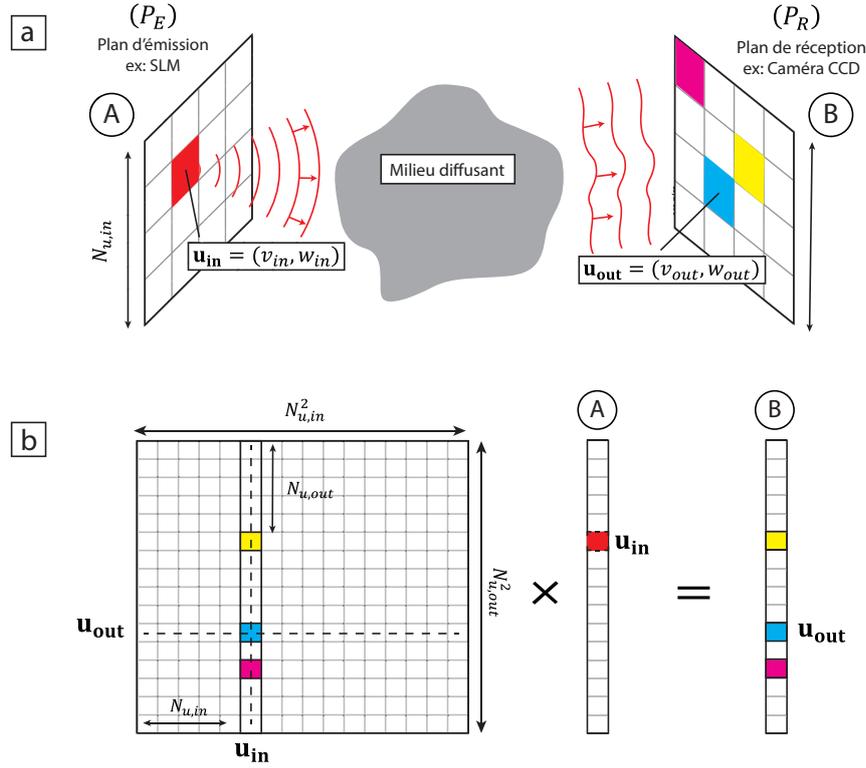


FIGURE 1.15 – a) Définition des plans d'émission et de réception de la matrice de transmission. b) Schéma illustrant l'opération matricielle permettant, à partir du champ incident (A), d'obtenir le champ transmis (B).

optimiser la focalisation en sortie du milieu diffusant par exemple [32]. Le vecteur champ  $\mathbf{E}_{in}$  à appliquer en entrée du milieu diffusant afin d'obtenir le vecteur champ  $\mathbf{E}_{target}$  est alors donné par :

$$\mathbf{E}_{in} = \mathbf{T}^\dagger \times \mathbf{E}_{target} \quad (1.32)$$

Cette équation est une traduction matricielle d'une opération de conjugaison de phase [24]. Ainsi le vecteur champ obtenu en sortie du milieu s'écrit :

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{T} \times \mathbf{E}_{in} = \mathbf{T} \times \mathbf{T}^\dagger \times \mathbf{E}_{target} \quad (1.33)$$

où  $\mathbf{T} \times \mathbf{T}^\dagger$  n'est rien d'autre que "l'opérateur retournement temporel" [27]. Ces résultats sont dans la continuité de l'expérience pionnière de Vellekoop et Mosk [25] avec des gains équivalents. L'approche matricielle permet en plus, une fois la matrice  $\mathbf{T}$  mesurée, de focaliser en n'importe quel point à la sortie du milieu sans devoir recourir à une séquence d'optimisation du champ pour chacun de ces points.

Une telle approche matricielle est également précieuse pour les télécommunications de type MIMO (acronyme anglais pour *Multiple-Input Multiple-Output*). Popoff et al. ont apporté une première preuve de concept en montrant comment

une pseudo-inversion de la matrice  $\mathbf{T}$  permettrait de transmettre n'importe quelle image à travers un milieu diffusant [33]. Ces travaux ont été suivi notamment d'expériences dans des fibres multi-modes [69]. Plus récemment, à l'aide méta-surfaces configurables, del Hougne et al. ont montré comment l'approche matricielle permettait de maximiser le transfert d'information dans des environnements réverbérants en optimisant la capacité de Shannon du canal de communication [70].

Enfin, l'approche matricielle permet un transport optimal de l'énergie à travers les milieux diffusants. La théorie des matrices aléatoires [29,71,72] prédit en effet que les canaux de propagation d'une onde à travers un milieu diffusant sont soit ouverts, soit fermés. L'approche matricielle permet d'accéder aux front d'onde permettant d'emprunter ces canaux. L'énergie incidente peut alors être soit totalement transmise (canaux ouverts), soit totalement réfléchi (canaux fermés) par le milieu [73,74].

trouve son application dans le transport optimal d'énergie avec l'existence de canaux dit "ouverts" pour lesquels la totalité de l'énergie est transmise et les canaux dits "fermés" pour lesquels elle est réfléchi [73,74].

## 1.5.2 Matrice de réflexion d'un système optique

L'intérêt de la matrice de transmission pour l'imagerie est en revanche restée limitée car la mesure d'une telle matrice serait est invasive. Par la suite, des configurations en réflexion ont été étudiées. La matrice de réflexion  $\mathbf{R}$  d'un système optique peut être définie de manière similaire au cas précédent. Dans cette

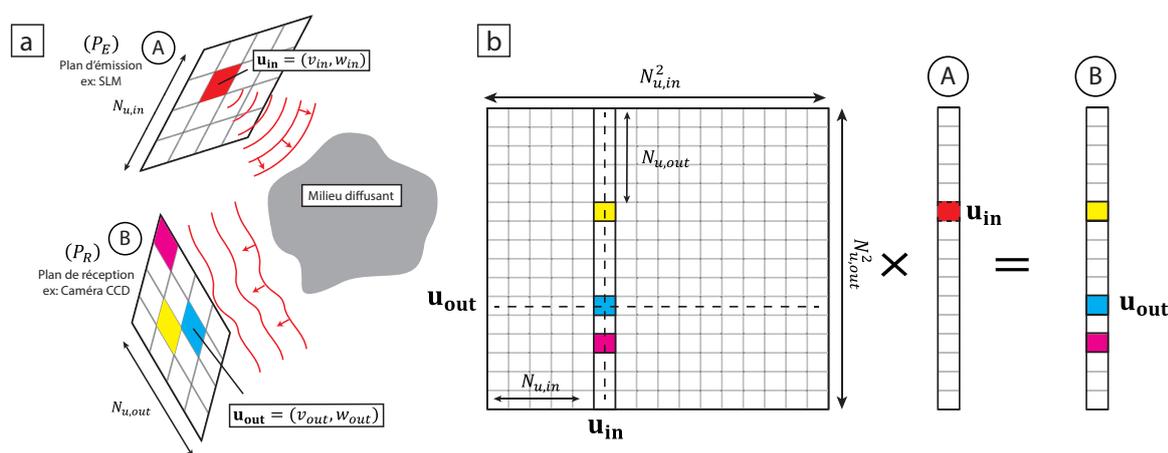


FIGURE 1.16 – a) Définition des plans d'émission et de réception de la matrice de réflexion. b) Schéma illustrant l'opération matricielle permettant, à partir du champ incident (A), d'obtenir le champ réfléchi (B).

configuration, les plan d'émission et de réception sont situés du même côté de l'échantillon (Fig. 1.16) a.). De la même manière qu'en transmission, le mesure de

## 1.5 Introduction à l'approche matricielle optique

la matrice de réflexion permet ensuite de calculer n'importe quel vecteur champ réfléchi  $\mathbf{E}_{out}$  à partir d'un vecteur champ incident  $\mathbf{E}_{in}$  comme illustré sur la figure 1.16 (b) :

$$\mathbf{E}_{out} = \mathbf{R} \times \mathbf{E}_{in} \quad (1.34)$$

La première mesure de la matrice de réflexion a aussi été réalisée à l'Institut Langevin et a permis de transposer à l'optique [40] les résultats obtenus en acoustique sur l'opérateur de retournement temporel  $\mathbf{R}\mathbf{R}^\dagger$  [28]. Il s'agit de la méthode DORT introduite par Claire Prada et Mathias Fink dans les années 1990. Cette méthode consiste en une décomposition en valeurs propres de  $\mathbf{R}\mathbf{R}^\dagger$ , ou de manière équivalente la décomposition en valeurs singulières de  $\mathbf{R}$ . En régime de diffusion simple, le rang de la matrice  $\mathbf{R}$  est en première approximation égal au nombre de diffuseurs dans le milieu. Par ailleurs il existe une relation biunivoque entre chaque espace propre de  $\mathbf{R}$  et chaque diffuseur. Chaque vecteur propre en entrée correspond au front d'onde à émettre pour focaliser sélectivement sur un diffuseur. La beauté de cette approche réside dans le fait que le résultat reste valable en présence d'un aberrateur entre les plans d'émission/réception et les cibles détectées. Plus récemment, Choi et son équipe ont montré comment ces vecteurs propres pouvaient également être utilisés pour optimiser le dépôt d'énergie au sien d'un milieu diffusant [47].

### 1.5.3 Approche matricielle de l'imagerie en profondeur

Ces résultats ont ouvert la voie à l'application de l'approche matricielle à l'imagerie en réflexion. Les travaux qui ont suivi ont étendu les possibilités qu'offre cette approche à la correction des aberrations et au filtrage de la diffusion multiple [43,44]. La particularité des différentes études menées sur la matrice de réflexion réside principalement dans le choix des plans d'émission et de réception. Les différents plans sont présentés à la figure 1.17 (a). Dans le cas de l'équipe de Wonshik Choi, ces derniers sont situés dans des plans conjugués aux plan pupille de l'objectif du microscope et sont respectivement appelés  $(P_{E,u})$  et  $(P_{R,u})$ . La matrice de réflexion est mesurée dans la base dite "de Fourier". Ainsi chaque impulsion émise depuis le plan d'émission génère une onde plane incidente après propagation à travers le microscope (Fig. 1.17 b.). Dans le cas de l'équipe d'Alexandre Aubry, le plan d'émission  $(P_{E,r})$  est situé dans un plan conjugué au plan focal de l'objectif du microscope. La matrice de réflexion est mesurée dans une base dite "focalisée". Une impulsion émise depuis ce plan focalise alors sur le plan de l'échantillon en absence d'aberration (Fig. 1.17 c.). Dans les deux approches, un dispositif interférométrique couplé à une source large spectre permettent de sélectionner les photons dont le temps de vol coïncide avec celui des photons balistiques, uniquement diffusés par l'objet.

Notons  $\mathbf{u}_{in}$  une coordonnée du plan  $(P_{E,u})$  et  $\mathbf{u}_{out}$  une coordonnée du plan  $(P_{R,u})$ . Dans la base de Fourier, la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{uu}$  est la somme d'une contribution de diffusion simple et d'une contribution de diffusion multiple. Ainsi,

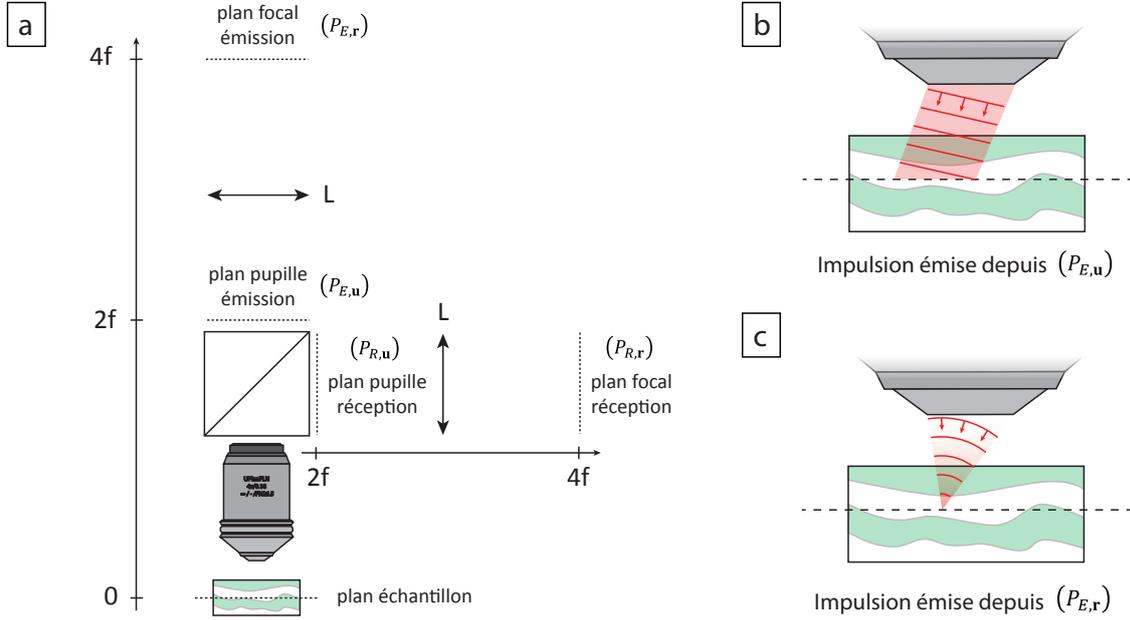


FIGURE 1.17 – a) Définition des plans d'émission et de réception en microscopie en réflexion. b) Configuration adoptée par Choi et son équipe, pour la mesure de la matrice de réflexion en base de Fourier (ondes planes). c) Configuration adoptée par Amaury Badon, pour la mesure de la matrice de réflexion en base focalisée.

les éléments  $R_{\mathbf{u}\mathbf{u}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  de la matrice de réflexion s'écrivent :

$$R_{\mathbf{u}\mathbf{u}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) = R_{\mathbf{u}\mathbf{u},S}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) + R_{\mathbf{u}\mathbf{u},M}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) \quad (1.35)$$

où  $R_{\mathbf{u}\mathbf{u},S}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  et  $R_{\mathbf{u}\mathbf{u},M}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  sont respectivement les contributions de diffusion simple et de diffusion multiple. Comme démontré initialement en imagerie ultrasonore [39], la contribution de diffusion simple présente une cohérence particulière caractéristique d'un "effet mémoire" longue portée [75]. Ce dernier se manifeste par une cohérence déterministe du champ rétrodiffusé suivant les antidiagonales de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u},S}$  :

$$R_{\mathbf{u}\mathbf{u},S}(\mathbf{u}_{out} + \Delta\mathbf{u}, \mathbf{u}_{in} - \Delta\mathbf{u}) \simeq R_{\mathbf{u}\mathbf{u},S}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) \quad (1.36)$$

quand  $|\Delta\mathbf{u}|$  est inférieur à la longueur de cohérence spatiale de la fonction de transfert dans le plan pupille. En notant  $A_{in}$  et  $A_{out}$  les fonctions de transfert en entrée et en sortie du système optique, et  $P$  le "facteur de structure" (ou transformée de Fourier de la réflectivité de l'objet), l'expression de la contribution de

## 1.5 Introduction à l'approche matricielle optique

diffusion simple devient [45] :

$$R_{\mathbf{uu},S}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) = A_{out}(\mathbf{u}_{out})P(\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in})A_{in}(\mathbf{u}_{in}) \quad (1.37)$$

La discrimination des contributions de diffusion simple et de diffusion multiple a été introduite initialement en acoustique. Elle consistait à sommer de manière cohérente les éléments  $R_{\mathbf{uu}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  de la matrice de réflexion le long des anti-diagonales ( $\Delta\mathbf{u} = \mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in}$  constant) de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{uu}}$  [37, 38]. Kang et al. ont transposé ces idées à la microscopie en introduisant l'opérateur  $\mathcal{E}_{CASS}$  dit "CASS" (acronyme anglais pour *Collective Accumulation of Single Scattering*) :

$$\mathcal{E}_{CASS}(\Delta\mathbf{u}) = \sum_{\mathbf{u}_{in}} R_{\mathbf{uu}}(\Delta\mathbf{u} - \mathbf{u}_{in}, \mathbf{u}_{in}) \quad (1.38)$$

En absence d'aberrations ( $A_{in} = A_{out} = 1$ ), l'expression de la contribution de diffusion simple (Eq. 1.37) se simplifie et  $R_{\mathbf{uu},S}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) = P(\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in})$ . L'opérateur "CASS" (Eq. 1.38) converge alors vers le facteur de structure de l'objet car la contribution de diffusion simple se somme de manière cohérente alors que la composante de diffusion multiple se somme de manière incohérente [44] :

$$\mathcal{E}_{CASS}(\Delta\mathbf{u}) = \sum_{\mathbf{u}_{in}} P(\Delta\mathbf{u}) + R_{\mathbf{uu},M}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) \sim N_{u,in}^2 P(\Delta\mathbf{u}) + \underbrace{\sum_{\mathbf{u}_{in}} R_{\mathbf{uu},M}(\Delta\mathbf{u} - \mathbf{u}_{in}, \mathbf{u}_{in})}_{\propto N_{u,in}} \quad (1.39)$$

Il est alors possible de déterminer la réflectivité de l'objet par transformée de Fourier de cet opérateur. Les résultats obtenus pour l'imagerie d'une mire de résolution à travers une solution contenant des billes de polystyrène d'un diamètre de 1  $\mu\text{m}$  sont présentés à la figure 1.18. En notant  $\Delta z$  l'épaisseur du milieu diffusant entre l'objectif et la mire de résolution et  $l_s$  le libre parcours moyen caractérisant la distance moyenne séparant deux événements de diffusion, trois épaisseurs optique  $\Delta z/l_s$  ont été étudiées. Pour une image formée à l'aide d'une seule illumination, la qualité de l'image se dégrade rapidement (Fig. 1.18 a.). Une technique de formation d'images sous éclairage en ondes planes est de sommer les intensités sur les différentes illuminations (Fig. 1.18 b.). Cette technique permet de filtrer en grande majorité la diffusion multiple mais la méthode CASS présente une encore meilleure robustesse (Fig. 1.18 c.). En terme de discrimination diffusion simple/multiple, l'approche CASS n'est autre que l'équivalent de l'OCT avec un diaphragme confocal [50]. Elle présente donc en théorie les mêmes performances que la FFOCT.

En présence d'aberrations, il y a diminution de l'effet mémoire (Eq. 1.36) et il faut au préalable compenser les aberrations pour que la convergence de l'opérateur CASS vers le facteur de structure puisse avoir lieu [45]. Après mesure de la matrice de réflexion, un algorithme optimise deux fonctions  $\theta_i$  et  $\theta_o$  qui vont compenser numériquement les effets des aberrations en entrée et en sortie en optimisant l'intensité totale de l'image formée  $\sum_{\Delta\mathbf{u}} |\mathcal{E}_{CLASS}(\Delta\mathbf{u})|^2$  où l'opérateur

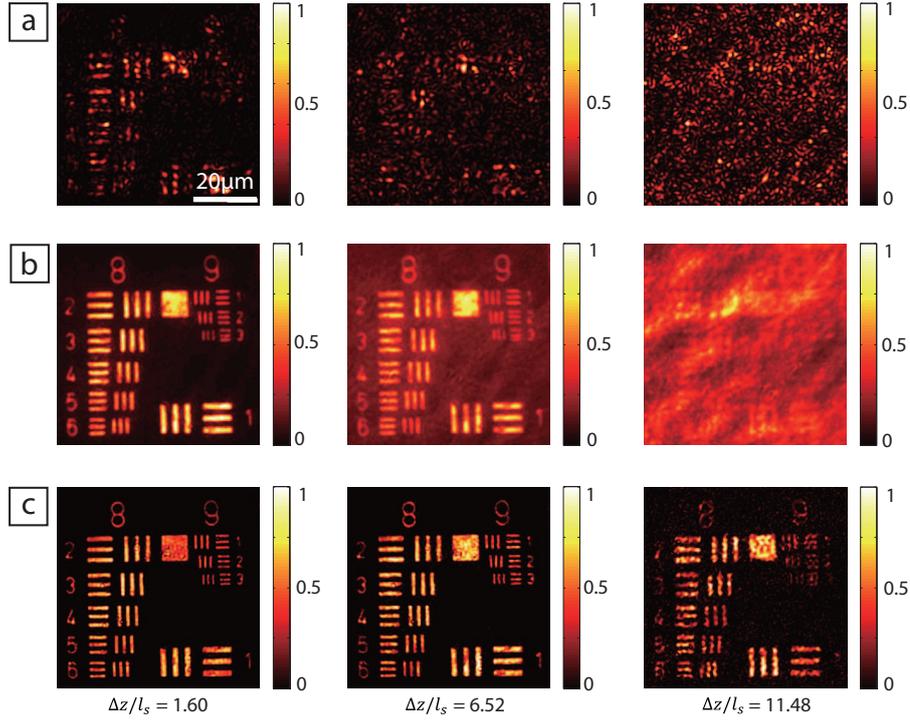


FIGURE 1.18 – Figure extraite de la référence [44]. Résultats de l'imagerie de mire de résolution par la méthode "CASS". a) Images formées à l'aide d'une illumination à la coordonnée  $\mathbf{u}_{in} = 0$  (incidence normale de l'onde plane incidente. b) Images obtenues en sommant en intensité sur les différentes illuminations. c) Images obtenues à partir de l'opérateur CASS.

$\mathcal{E}_{CLASS}$  est défini ainsi :

$$\mathcal{E}_{CLASS}(\Delta \mathbf{u}) = \sum_{\mathbf{u}_{in}} e^{i\theta_o(\Delta \mathbf{u} - \mathbf{u}_{in})} R_{\mathbf{u}\mathbf{u}}(\Delta \mathbf{u} - \mathbf{u}_{in}, \mathbf{u}_{in}) e^{i\theta_i(\mathbf{u}_{in})} \quad (1.40)$$

La première étape est de d'abord déterminer, à  $\theta_o = 0$ , la fonction  $\theta_i$  qui maximise l'intensité de l'image formée :

$$\theta_i = \operatorname{argmax} \left( \sum_{\Delta u} |\mathcal{E}_{CLASS}(\Delta \mathbf{u})|^2 \right) \quad (1.41)$$

On fixe alors les valeurs prises par cette fonction et on détermine la fonction  $\theta_o$  qui va venir maximiser l'intensité de l'image formée. Le processus est finalement itéré jusqu'à convergence des fonctions  $\theta_i$  et  $\theta_o$ . Les résultats expérimentaux sont présentés à la figure 1.19. L'expérience consiste à imager une mire de résolution à travers un milieu générant des aberrations puis un milieu diffusant (Fig. 1.19 a.). L'image initialement formée est présentée à la figure 1.19 (c). Au bout de 5 itérations, les fonctions vers lesquelles ont convergé  $\theta_i$  et  $\theta_o$  sont respectivement

## 1.5 Introduction à l'approche matricielle optique

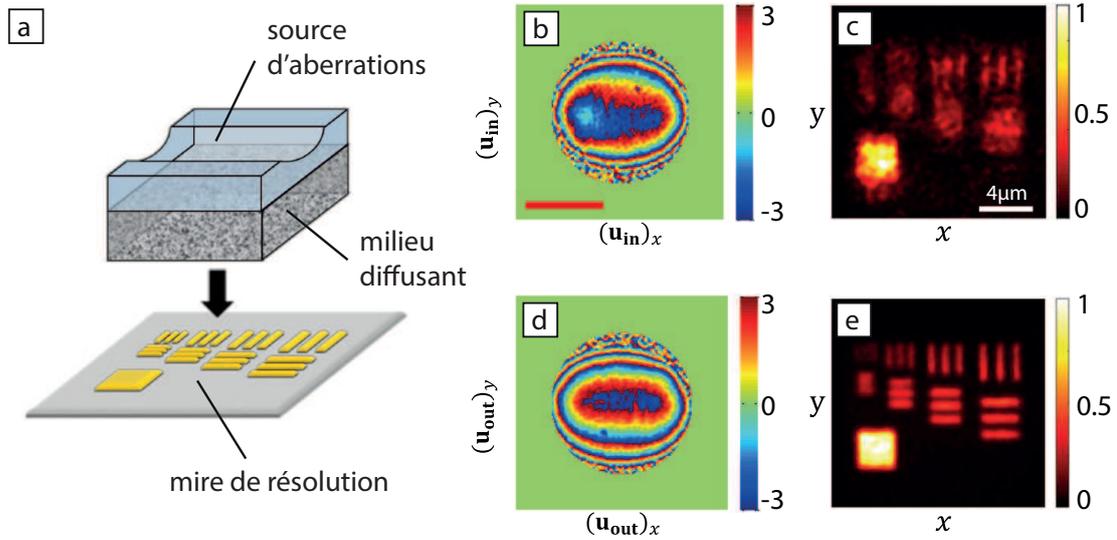


FIGURE 1.19 – Figure extraite de la référence [45]. a) Schéma de la configuration expérimentale en présence d'aberrations et de diffusion multiple. b,d) Fonction  $\theta_i(\mathbf{u}_{in})$  et  $\theta_o(\mathbf{u}_{out})$  obtenues à la fin du procédé d'optimisation (représentées en phase). c) Image initiale sans correction des aberrations et e) image formée après convergence de l'algorithme d'optimisation.

illustrées en phase aux figures 1.19 (b) et (d). L'image alors formée est donnée à la figure 1.19 (e).

La méthode proposée par Choi et son équipe permet donc de compenser les aberrations et de supprimer la diffusion multiple en passant par un processus d'optimisation depuis le plan de Fourier qui est l'équivalent en post-traitement de l'optique adaptative. Dans sa thèse [76], Amaury Badon propose au contraire de développer l'approche matricielle dans la base focalisée. Elle repose d'une part sur une discrimination confocale des photons simplement et multiples diffusés et d'autre part sur l'étude de l'opérateur retournement temporel. La méthode d'acquisition de cette matrice sera détaillée au chapitre suivant. La matrice étudiée est la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$  dont les plans d'émission et de réception sont situés dans des plans conjugués au plan focal. Une impulsion à la coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$  du plan  $(P_{E,r})$  (Fig. 1.17 a.) se propage et focalise sur l'échantillon. En absence d'aberration et de diffusion multiple, le champ  $R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  obtenu dans le plan  $(P_{R,r})$  est une tache d'Airy centrée sur la coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$ . L'expérience qui sert de preuve de concept a été réalisée par Amaury Badon [43] et est reproduite sur la figure 1.20. Celle-ci consiste à imager trois billes d'oxyde de zinc de  $5\ \mu\text{m}$  placées sous une feuille de papier.

En absence de milieu diffusant entre l'objectif de microscope et l'objet à imager, la matrice obtenue présente de l'énergie principalement sur sa diagonale ( $\mathbf{r}_{out} = \mathbf{r}_{in}$ ) aux coordonnées où sont situées les billes métalliques (Fig. 1.20 a.). A partir des éléments diagonaux de cette matrice, il est possible de construire l'image confocale de ces billes (Fig. 1.20 d.). La feuille de papier placée induit

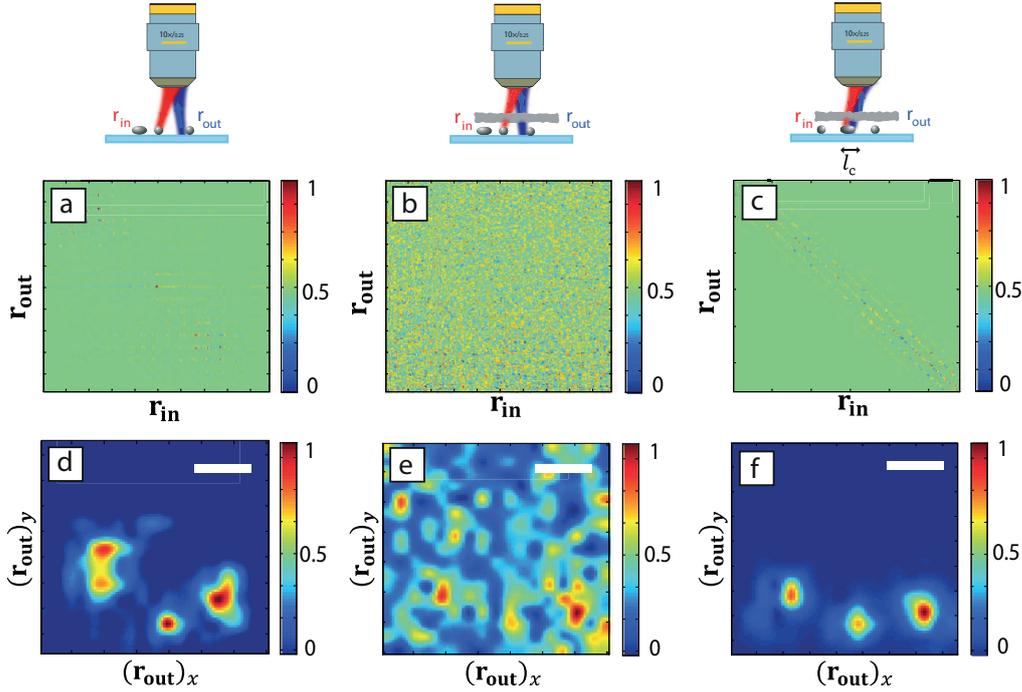


FIGURE 1.20 – Figure extraite de la référence [43]. Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  obtenues dans le cas de l'imagerie de trois billes métalliques a) en absence de diffusion multiple et b) en présence de diffusion multiple. c) Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr,S}$  obtenue après application du filtre confocal. d) Image confocale extraite de la matrice de réflexion sans diffusion multiple et e) avec diffusion multiple. f) Image construite à partir des trois premiers vecteurs propres donnés par la SVD de la matrice  $\mathbf{R}_{rr,S}$ .

un fort phénomène de diffusion. L'épaisseur optique est estimée à  $\Delta z/l_s = 6.2$ . L'énergie est maintenant répartie sur tous les éléments de la matrice de réflexion (Fig. 1.20 b.) et l'image confocale obtenue ne permet plus de discerner les billes (Fig. 1.20 e.). Le principe développé par Amaury consiste à appliquer numériquement un filtre confocale à la matrice de réflexion et de construire la nouvelle matrice  $\mathbf{R}_{rr,S}$  (Fig. 1.20 c.) dont les éléments sont définis par :

$$R_{rr,S}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}) e^{-\frac{\|\mathbf{r}_{out} - \mathbf{r}_{in}\|^2}{2l_c^2}} \quad (1.42)$$

Cette opération permet de supprimer une grande partie de la contribution de diffusion multiple. Pour cette expérience, le paramètre  $l_c$  a été fixé à  $5 \mu\text{m}$ . Après cela, une décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice  $\mathbf{R}_S$  est réalisée. Les espaces propres de la matrice  $\mathbf{R}_{rr,S}$  dans la base focalisée permet de retrouver une image des diffuseurs (Fig 1.20 f.) qui étaient à l'origine totalement noyés dans la diffusion multiple (Fig 1.20 e.)

Cette approche a pu être également être appliquée à un objet étendu comme une mire de résolution. L'expérience menée consiste à imager un tel objet à tra-

## 1.6 Conclusion

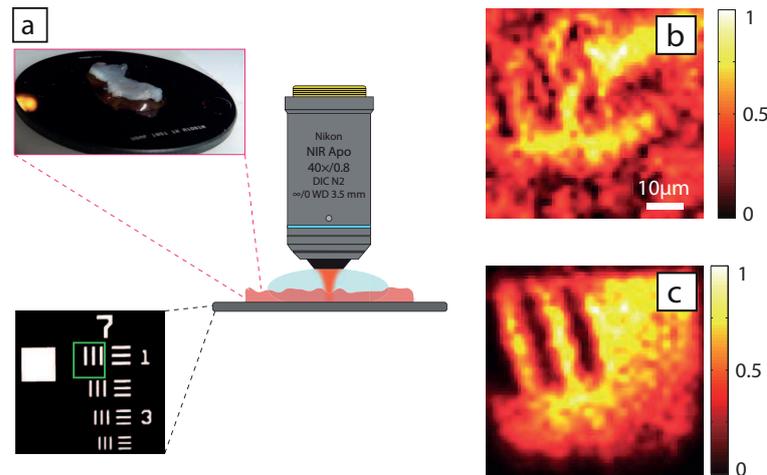


FIGURE 1.21 – Figure extraite de la référence [43]. a) Schéma de la configuration expérimentale de l'imagerie d'une mire de résolution à travers un intestin de rat. b) Image OCT confocale. c) Image corrigée par le filtre confocal et la méthode DORT.

vers un prélèvement d'intestin de rat de  $800\ \mu\text{m}$  d'épaisseur (Fig. 1.21 a.) qui induit une forte contribution de diffusion multiple. Après mesure de la matrice de réflexion, la qualité de l'image confocale obtenue ne permet pas de discerner les motifs de la mire (Fig. 1.21 b.). En appliquant un filtre confocal et en nous appuyant sur la méthode DORT, on peut, au contraire, vaincre la diffusion multiple et retrouver les détails de la mire (Fig 1.21 e.).

## 1.6 Conclusion

Dans le domaine de l'imagerie, des travaux ont étendu les possibilités qu'offre l'approche matricielle au filtrage de la diffusion multiple [43,44] et à la correction des aberrations [45]. Cependant, les recherches n'ont pas fourni une description théorique suffisante de la manifestation des aberrations sur les éléments de la matrice de réflexion. De plus, les cadences d'acquisition des matrices de réflexion ont, jusqu'à aujourd'hui, rendu impossible l'imagerie de tissus biologiques sur de grands champs de vision. Plus récemment, une approche reposant sur un nouvel opérateur, la matrice "distorsion" a commencé à être développée par Badon et al. [76]. La visée de cette thèse est de construire un formalisme analytique rigoureux de l'approche matriciel appliquée à l'imagerie en présence d'aberrations ainsi que le développement d'une nouvelle méthode de construction de la matrice de réflexion utilisant une source de lumière incohérente. Le manuscrit va ainsi s'articuler autour de plusieurs axes.

Dans la continuité des travaux réalisés par Amaury Badon qui avait étudié l'élimination de la diffusion multiple, nous présenterons un formalisme analytique permettant d'introduire les effets des aberrations dans l'expression des élé-

ments de la matrice de réflexion (Chap. 2). Ce formalisme se distingue de celui de l'équipe de Wonshik Choi puisqu'il prend en compte la présence de plusieurs aires d'isoplanétisme. Nous introduirons alors le concept de "matrice distorsion" qui s'avèrera être un opérateur plus puissant que l'opérateur de retournement temporelle afin de caractériser les aberrations et de corriger leurs effets en analysant les corrélations entre les éléments de cet opérateur matriciel. Nous étudierons ce dernier d'abord théoriquement puis nous appliquerons les résultats obtenus sur des données expérimentales acquises à la fin de la thèse d'Amaury Badon afin d'optimiser la correction des aberrations (Chap. 3). Enfin, après une étude menée sur la manifestation des aberrations en FFOCT (Chap. 4), nous étendrons l'approche matricielle à cette technique d'imagerie, ce qui offrira la possibilité d'imager des tissus biologiques en profondeur. En combinant les données obtenues pour différentes profondeurs, il sera possible de construire des images 3D de tissus biologiques comme la cornée. Cela nous permettra en outre de quantifier les paramètres statistiques de diffusion de la lumière dans le stroma cornéen (Chap. 5).

# Chapitre 2

## La matrice de réflexion

### Sommaire

---

2.1	Introduction . . . . .	45
2.2	Définition . . . . .	46
2.3	Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion	48
2.4	Mesure expérimentale de la matrice de réflexion . . . . .	67
2.5	Conclusion . . . . .	76

---

### 2.1 Introduction

Inspirée de travaux initialement réalisés en acoustique [26–28], une approche matricielle de la propagation de la lumière dans les milieux hétérogènes a été développée depuis une dizaine d’années. Elle a été principalement utilisée pour décrire la transmission de la lumière à travers des milieux diffusants (e.g tissus biologiques) [32] ou guidés (e.g fibres optiques) [77]. Cette approche est puissante puisqu’elle permet à la fois d’optimiser la focalisation de la lumière [25], les communications optiques [33] ou le transport de l’énergie lumineuse [78] à travers ce type de milieux. En revanche, l’approche matricielle a été peu étudiée en réflexion [47] alors qu’il s’agit de la configuration la plus utilisée pour imager de manière non-invasive les milieux turbides.

Dans ce contexte et suite aux travaux de thèse d’Amaury Badon [43, 50], l’objectif a donc été de développer le concept de matrice de réflexion à des fins d’imagerie. Les milieux hétérogènes présentent en effet des fluctuations spatiales de l’indice optique pouvant générer des aberrations des fronts d’onde incidents et réfléchis ainsi que des événements de diffusion multiple. Ces effets indésirables ont pour conséquence d’altérer la résolution et le contraste des images microscopique en profondeur des milieux turbides. L’objectif de ce chapitre est donc de montrer comment la matrice de réflexion va permettre de quantifier ces phénomènes.

Dans un premier temps, nous rappellerons le concept de matrice de réflexion et les notions de réponse impulsionnelle entre un plan d'émission et de réception puis nous définirons ensuite les différentes bases d'entrée et de sortie utilisées en fonction de l'information que nous cherchons à extraire de la matrice de réflexion. Nous montrerons comment projeter la matrice de réflexion dans ces différentes bases et nous illustrerons notre exposé par des simulations numériques. Nous introduirons alors un formalisme analytique afin d'exprimer les éléments de la matrice de réflexion. Enfin, nous concluons cette partie en montrant comment la matrice de réflexion peut effectivement être mesurée en optique, dans l'une des bases définies précédemment, entre un modulateur spatial de lumière couplé à une source de lumière spatialement cohérente à l'émission et une caméra CCD à la réception et comment manipuler cette matrice pour en extraire l'image confocale d'un objet.

## 2.2 Définition

En acoustique, des transducteurs permettent l'émission et la réception en temps réel d'une onde mécanique en ayant accès à l'amplitude et la phase de celle-ci. En optique, la seule grandeur directement mesurable est l'intensité d'un champ électrique. Afin d'avoir accès à l'amplitude et la phase d'un champ électrique, les opticiens ont recours à des procédés de mesures par interférométrie [79]. Dans cette première partie du chapitre, nous mettons sous couvert ces difficultés expérimentales et supposons que l'amplitude et la phase d'une onde lumineuse peuvent être mesurées. On pourra ainsi développer le concept de matrice de réflexion d'un point de vue général avant de nous focaliser par la suite sur les différentes manières de les mesurer.

### 2.2.1 Plan d'émission et de réception

Afin de définir la matrice de réflexion d'un milieu que l'on souhaite imager, il est nécessaire de définir les plans d'émission et de réception utilisés (voir Fig. 2.1). Nous noterons le plan d'émission ( $P_E$ ) et le plan de réception ( $P_R$ ). Le plan ( $P_E$ ) est composé de  $N_{u,in} \times N_{u,in}$  cellules d'émission, qui en pratique, peuvent correspondre aux pixels d'un modulateur spatial de lumière (SLM acronyme pour *Spatial Light Modulator*) éclairé par un laser par exemple. Le plan ( $P_R$ ) est composé de  $N_{u,out} \times N_{u,out}$  cellules réceptrices, ces dernières peuvent correspondre aux pixels d'une caméra CCD. Dans le plan d'émission, une impulsion lumineuse monochromatique de pulsation  $\omega$  est générée à la coordonnée  $\mathbf{u}_{in} = (v_{in}, w_{in})$ . Ce champ incident  $E_{in,\omega}$  s'exprime dans le plan ( $P_E$ ) de la manière suivante :

$$E_{in,\omega}(\mathbf{u}, \mathbf{u}_{in}, t) = \delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{in})e^{i\omega t} \quad (2.1)$$

où  $\delta(\mathbf{u})$  est la distribution de Dirac. Ce champ incident se propage à travers le système d'imagerie puis interagit avec l'échantillon à imager (voir Fig. 2.1). Le

## 2.2 Définition

champ réfléchi par ce dernier est ensuite mesuré dans le plan de réception ( $P_R$ ). Le champ  $E_{out,\omega}$  obtenu à la coordonnée  $\mathbf{u}_{out}$  du plan de réception s'écrit alors :

$$E_{out,\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}, t) = R_\omega(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})e^{i\omega t} \quad (2.2)$$

où  $R_\omega(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  est la réponse impulsionnelle entre chaque cellules émettrice  $\mathbf{u}_{in}$  et réceptrice  $\mathbf{u}_{out}$  à la fréquence  $\omega$ . L'ensemble de ces coefficients forment la matrice de réflexion entre les plans émetteur ( $P_E$ ) et récepteur ( $P_R$ ) notée  $\mathbf{R}_\omega$ . Elle est composée de  $N_{u,out}^2 \times N_{u,in}^2$  éléments. Le schéma de la figure 2.1 illustre la si-

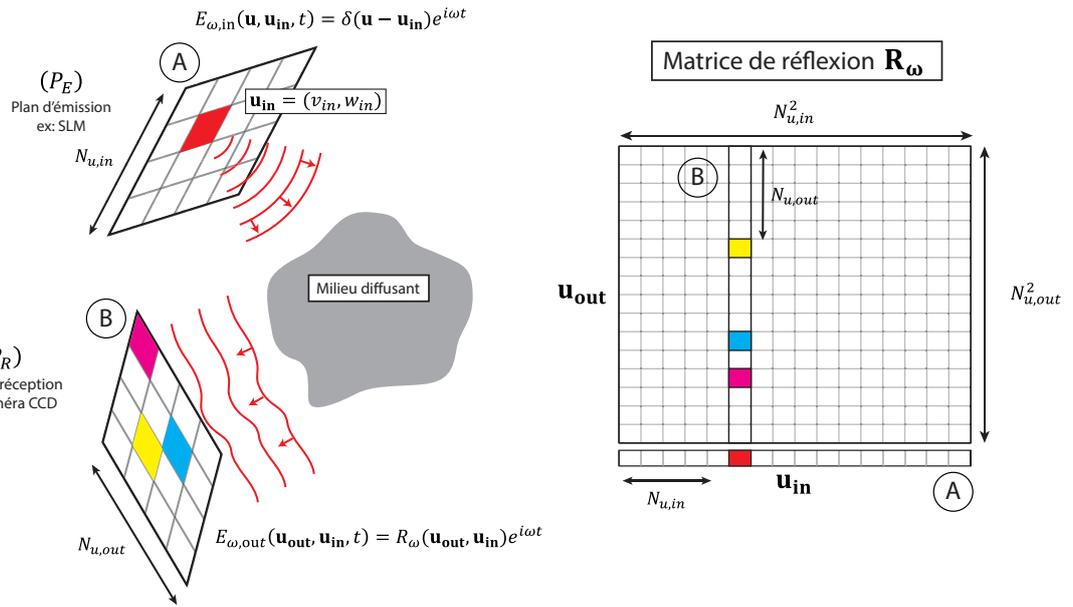


FIGURE 2.1 – Définition de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_\omega$ . Chaque élément  $R_\omega(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  est la réponse impulsionnelle entre une cellule émettrice à la coordonnée  $\mathbf{u}_{in}$  du plan ( $P_E$ ) et une cellule réceptrice à la coordonnée  $\mathbf{u}_{out}$  du plan ( $P_R$ ).

gnification de ses éléments. La coordonnée  $\mathbf{u}_{in}$  de la cellule d'émission (en rouge) de l'onde lumineuse, indexée par deux indices, peut être vue comme indexée par un seul indice commençant en haut à gauche et finissant en bas à droite de la matrice (A). Cet indice va venir repérer la colonne de la matrice  $\mathbf{R}_\omega$  associée au champ réfléchi par le milieu diffusant et mesuré dans le plan de réception, qui est aussi un champ bidimensionnel (B) indexé par deux indices, mais qui peut être vu comme un vecteur colonne de la même manière que pour la matrice (A).

Le formalisme matriciel est particulièrement utile car, une fois la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_\omega$  mesurée, il permet de déterminer la réponse  $E_{out,\omega}$  du milieu pour n'importe quel champ incident  $E_{in,\omega}$  à la pulsation  $\omega$ . Le champ réfléchi  $\mathbf{E}_{out,\omega}$  discrétisé sous la forme d'un vecteur colonne s'obtient alors par produit matriciel entre la matrice  $\mathbf{R}_\omega$  et le champ incident  $\mathbf{E}_{in,\omega}$  lui aussi discrétisé sous la forme d'un vecteur colonne :

$$\mathbf{E}_{out,\omega} = \mathbf{R}_\omega \times \mathbf{E}_{in,\omega} \quad (2.3)$$

dont les éléments s'expriment alors ainsi :

$$E_{out,\omega}(\mathbf{u}_{out}, t) = \sum_{\mathbf{u}} R_{\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}) E_{in,\omega}(\mathbf{u}, t) \quad (2.4)$$

La matrice est ainsi définie de la manière la plus générale possible. Afin d'appliquer ce formalisme à la microscopie optique, il est nécessaire d'introduire les différents plans d'émission et de réception qui seront utilisés dans le reste du chapitre.

## 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

Dans un système de microscopie optique, tout plan conjugué avec le plan pupille de l'objectif du microscope sera appelé *plan pupille* et tout plan conjugué avec le plan focal de l'objectif du microscope sera appelé *plan focal*. Dans une configuration de microscopie en réflexion, ces plans peuvent être définis à l'émission et à la réception du même côté de l'échantillon comme présenté sur la figure 2.2. A l'émission, les plans pupille et focal seront respectivement notés  $(P_{E,u})$  et  $(P_{E,r})$  tandis qu'à la réception, les plans pupille et focal seront respectivement notés  $(P_{R,u})$  et  $(P_{R,r})$ . Le *plan échantillon* est quant à lui le plan dans lequel se situe l'objet à imager.

### 2.3.1 La matrice de réflexion $\mathbf{R}_{uu}$

Dans un premier temps, il est possible de définir la matrice de réflexion entre les deux plans pupilles à l'émission et la réception comme décrit dans la figure 2.2. Cette matrice a déjà fait l'objet d'études par Choi et ses collègues dans le cadre de la correction d'aberration et du filtrage de la diffusion multiple [44] dans la continuité des travaux qui avaient d'abord été entrepris en acoustique. Dans cette partie, les plans d'émission et de réception sont composés du même nombre de cellules par souci de clarté dans les expressions qui vont suivre. Il faudra toutefois maintenir à l'esprit que cela n'est pas nécessaire, puisque rien ne contraint le nombre de cellules réceptrices (celles d'une caméra CCD par exemple) à être égal au nombre de cellules émettrices (celles d'un SLM par exemple).

Le plan d'émission est ainsi composé de  $N_u \times N_u$  cellules émettrices et le plan de réception de  $N_u \times N_u$  cellules réceptrices toutes espacées d'un pas  $\delta u$  (Fig. 2.3). La matrice associée est notée  $\mathbf{R}_{uu}$  et est de taille  $N_u^2 \times N_u^2$ . Chacun de ses coefficients  $R_{uu}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  correspond à la réponse impulsionnelle entre chaque point  $\mathbf{u}_{in}$  et  $\mathbf{u}_{out}$  des plans  $(P_{E,u})$  et  $(P_{R,u})$ . Chacune d'elles se décompose selon plusieurs étapes de propagation. Dans un premier temps, une impulsion lumineuse est émise depuis la coordonnée  $\mathbf{u}_{in} = (v_{in}, w_{in})$  d'un plan source situé dans le plan pupille de l'objectif du microscope (Fig. 2.3 a.). L'onde incidente est ensuite

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

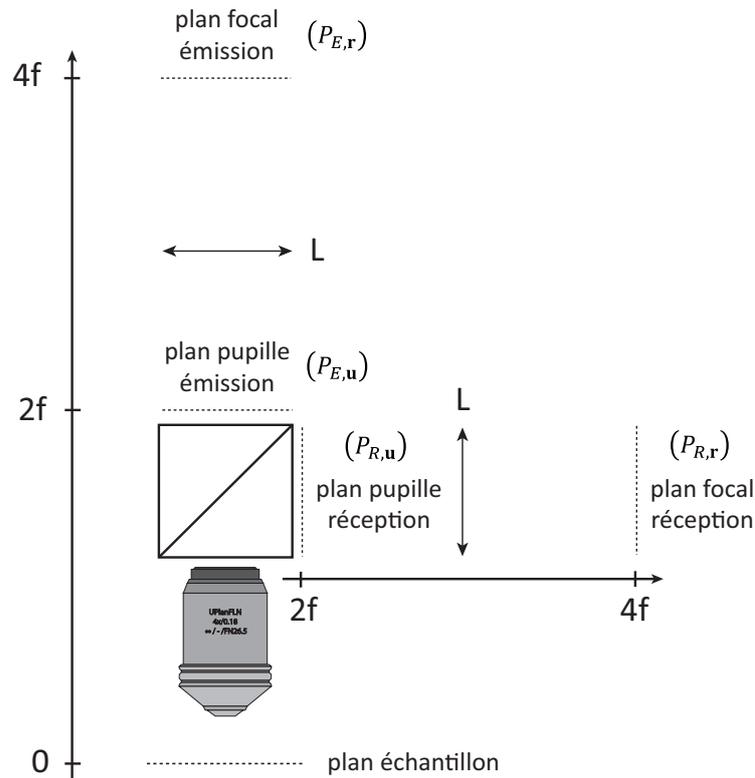


FIGURE 2.2 – Schéma de principe d'un microscope optique en réflexion avec mise en évidence des plans pupille,  $(P_{E,u})$  et  $(P_{R,u})$ , et des plans conjugués au plan focal  $(P_{E,r})$  et  $(P_{R,r})$ , respectivement, à l'émission et à la réception.

transmise à travers l'objectif dans le plan échantillon. Après propagation au travers d'une source d'aberration, la lumière est réfléchiée par l'échantillon puis traverse à nouveau la source d'aberration et pour être enfin collectée par le même objectif de microscope. Le champ est mesuré dans un plan de réception situé dans le plan pupille de l'objectif du microscope (Fig. 2.3 b.). Les éléments  $R_{uu}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  de la matrice  $\mathbf{R}_{uu}$  donnent la valeur du champ à la coordonnée  $\mathbf{u}_{out} = (v_{out}, w_{out})$  du plan de réception pour une impulsion à la coordonnée  $\mathbf{u}_{in} = (v_{in}, w_{in})$  du plan d'émission.

Il est possible de décomposer analytiquement les éléments de cette matrice. Notons  $\mathbf{P}$  la matrice de réflectivité de l'objet à imager. Cette matrice est de taille finie dans la mesure où nous cherchons à imager un domaine fini limité par la taille du champ de vision et échantillonné spatialement d'un pas  $\delta x = \lambda / (2NA)$  défini par la résolution du système d'imagerie où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la source de lumière utilisée et  $NA$  l'ouverture numérique de l'objectif du microscope. Dans notre cas, nous notons  $N_x$  le nombre de cellules de résolution dans une direction orthogonale à l'axe optique. Le champ de vision est donc composé de  $N_x \times N_x$  cellules de résolution et la matrice  $\mathbf{P}$  est alors de taille  $N_x^2 \times N_x^2$ . Typiquement, l'objet à imager sont les réflecteurs contenus dans le plan échantillon.

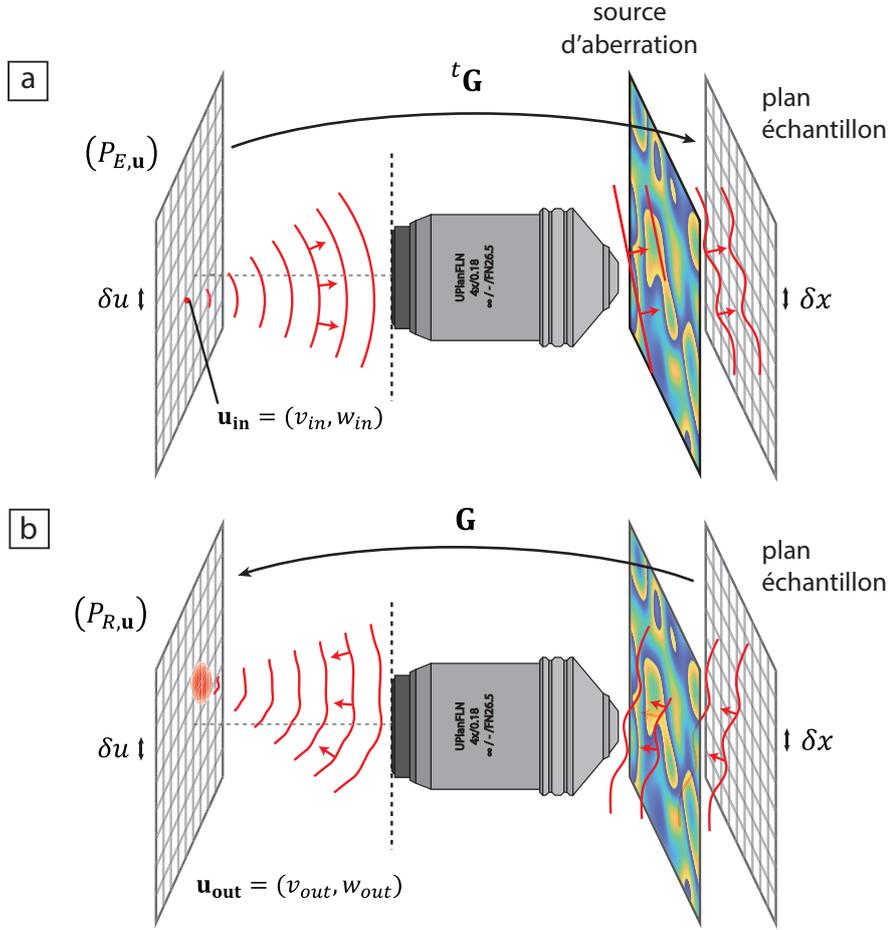


FIGURE 2.3 – La matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$ . (a) Trajet de l’onde incidente pour une impulsion à la coordonnée  $\mathbf{u}_{in} = (v_{in}, w_{in})$ . (b) Trajet de l’onde réfléchie par l’échantillon mesuré dans le plan pupille repéré par la coordonnée  $\mathbf{u}_{out} = (v_{out}, w_{out})$ .

Cet objet peut par exemple être une mire de résolution à imager à travers un milieu diffusant ou une section de tissus biologiques en profondeur. Sous l’hypothèse de diffusion simple, la matrice de la réflectivité de l’objet  $\mathbf{P}$  est diagonale et ses éléments diagonaux sont donnés par :

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r}) \quad (2.5)$$

où  $\rho = \rho(\mathbf{r})$  est la réflectivité complexe de l’échantillon au point  $\mathbf{r}$ .

Afin de construire la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$ , il est nécessaire d’introduire un opérateur qui rend compte de la propagation de la lumière entre le plan échantillon et les deux plans pupille (émission/réception). Cet opérateur est représenté par une matrice  $\mathbf{G}$  de taille  $N_u^2 \times N_x^2$  dont les éléments  $G(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r})$  donnent la réponse impulsionnelle entre la coordonnée  $\mathbf{r}$  du plan échantillon et la coordonnée  $\mathbf{u}_{out}$  du plan de réception (Fig. 2.3 b.). Entre le plan échantillon et le plan d’émission, l’opérateur de propagation est représenté par la matrice  ${}^t\mathbf{G}$ , transposée de  $\mathbf{G}$ ,

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

de taille  $N_x^2 \times N_u^2$  dont les éléments  ${}^tG(\mathbf{r}, \mathbf{u}_{in})$  donnent la réponse impulsionnelle entre la coordonnée  $\mathbf{u}_{in}$  du plan d'émission et la coordonnée  $\mathbf{r}$  du plan échantillon (Fig. 2.3 a.). La matrice  $\mathbf{R}_{uu}$  peut alors s'exprimer ainsi :

$$\mathbf{R}_{uu} = \mathbf{G} \times \mathbf{P} \times {}^t\mathbf{G} \quad (2.6)$$

Ces opérations de multiplication matricielle sont l'équivalent discret des opérations de convolution habituelles en optique. En absence d'aberration, les opérateurs de propagation sont notés  $\mathbf{G}_0$  et  ${}^t\mathbf{G}_0$ , transposés l'un de l'autre, et correspondent à des opérateurs de transformée de Fourier :

$$G_0(\mathbf{u}, \mathbf{r}) = e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}\cdot\mathbf{r}} \quad (2.7)$$

où  $f$  est la distance focale de l'objectif du microscope et  $\lambda$  est la longueur d'onde de la source utilisée pour mesurer la matrice de réflexion. Dans ce cas, les éléments de la matrice de réflexion notée  $\mathbf{R}_{uu}^0$  se décomposent ainsi :

$$\begin{aligned} R_{uu}^0(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) &= \sum_{\mathbf{r}} \sum_{\mathbf{r}'} P(\mathbf{r}, \mathbf{r}') e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(\mathbf{u}_{out}\cdot\mathbf{r} + \mathbf{u}_{in}\cdot\mathbf{r}')} \\ &= \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in})\cdot\mathbf{r}} \\ &= P(\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

où  $P(\mathbf{u})$  est la transformée de Fourier spatiale discrète de  $\rho(\mathbf{r})$ . Cette matrice présente une symétrie dans la direction de son antidiagonale puisqu'elle ne dépend que de la quantité  $\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in}$ . La matrice  $\mathbf{R}_{uu}^0$  est une matrice de Hankel, c'est-à-dire une matrice dont les antidiagonales sont constantes. Ceci est une manifestation de l'effet mémoire optique qui donne lieu à une corrélation longue portée suivant les antidiagonales de  $\mathbf{R}_{uu}^0$  en régime de diffusion simple. La diagonale de la matrice  $\mathbf{R}_{uu}^0$  est, quant à elle, directement proportionnelle au facteur de structure de l'objet, qui n'est autre que sa transformée de Fourier spatiale. Ce résultat avait d'abord été constaté en acoustique au cours de travaux réalisés par Alexandre Aubry [38] et plus récemment en optique par Sungsam Kang [45].

Afin de se familiariser avec l'approche matricielle, la matrice  $\mathbf{R}_{uu}^0$  est simulée numériquement avec  $N_u = 31$  dans le cas où l'objet est une mire de résolution (Fig. 2.4 a.) et dans le cas où l'objet est un objet aléatoire (Fig. 2.4 b.). On parlera de réflexion "spéculaire" pour la mire de résolution et de réflexion "diffuse" pour l'objet aléatoire. On justifiera ces appellations dans le chapitre 3 dédié à l'étude de la matrice distorsion. L'objet aléatoire a été obtenu en multipliant la réflectivité de la mire de résolution par une matrice dont les éléments suivent une loi uniforme sur  $[0, 1]$ . La longueur d'onde centrale de la source est de 850 nm. L'objectif de microscope est défini par une distance focale  $f = 18$  mm, et une ouverture numérique de  $NA = 0.1$ . Le pas spatial  $\delta u$  dans le plan d'émission et dans le plan de réception est fixé à 4.25  $\mu\text{m}$ . Les paramètres sont résumés dans le tableau suivant :

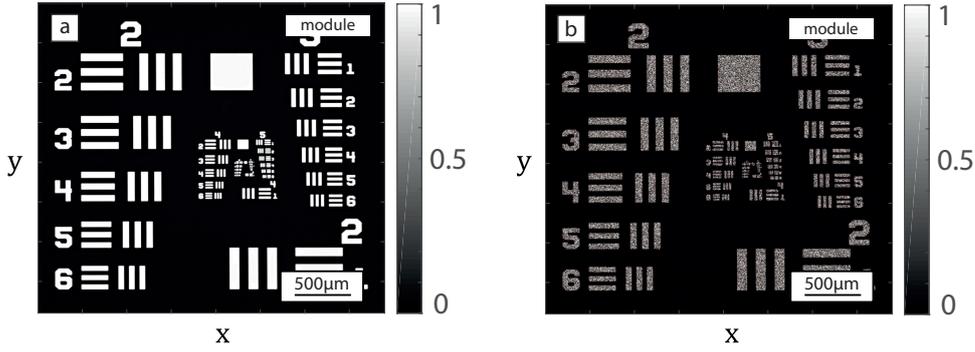


FIGURE 2.4 – Exemple de réflectivités d’objets à imager. (a) Réflectivité de la mire de résolution (b) Réflectivité de la mire "aléatoire".

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$N_u$	$\delta u$
valeurs	850 nm	18 mm	0.1	31	4.25 $\mu\text{m}$

TABLE 2.1 – Paramètres du système optique pour la simulation numérique de la matrice  $\mathbf{R}_{uu}^0$ .

La figure 2.5 (a) est la matrice  $\mathbf{R}_{uu}^0$  obtenue lorsque l’objet est une mire de résolution et en absence d’aberration. Cette matrice présente une invariance selon ses antidiagonales comme prédit par l’équation 2.8. Une colonne de  $\mathbf{R}_{uu}^0$  est représentée sous une forme bidimensionnelle sur la figure 2.5 (c). Elle correspond au champ réfléchi dans le plan de réception ( $P_{R,u}$ ) pour une onde incidente provenant du point  $\mathbf{u}_{in}$  dans le plan ( $P_{E,u}$ ). Le champ réfléchi est fortement concentré autour de la coordonnée  $\mathbf{u}_{out} = -\mathbf{u}_{in}$ . En effet, après son passage à travers l’objectif du microscope, l’onde incidente est une fraction d’onde plane se propageant suivant un angle  $\mathbf{u}_{in}/f$  par rapport à l’axe optique. Elle est réfléchiée en une onde diffractée par l’objet de direction opposée qui devient suite à son passage à travers l’objectif une tache focale centrée autour de la coordonnée  $\mathbf{u}_{out} = -\mathbf{u}_{in}$ . Le profil de la tache est directement liée à la transformée de Fourier spatiale de la réflectivité de l’objet.

Les figures 2.5 (b) et (d) sont les résultats analogues obtenus pour la mire de résolution aléatoire. Le profil de la tache focale obtenu porte l’information de la transformée de Fourier qui possède une plus grande richesse spectrale que dans le cas d’une mire de résolution spéculaire. La même invariance selon les antidiagonales est observable sur la matrice mais le spectre angulaire est plus diffus du fait de la plus grande richesse en fréquences spatiales de l’objet. La matrice  $\mathbf{R}_{uu}^0$  révèle donc le contenu fréquentiel spatial de l’objet.

Dans le cas avec aberration, la simulation a été réalisée en considérant un écran de phase aléatoire situé  $d = 3.5$  mm du plan échantillon. Celui-ci est caractérisé par une transmittance complexe de module égal à 1 car les phénomènes d’absorption sont négligés ici. L’écran de phase aberrateur module donc uniquement la phase de l’onde incidente. Cette phase suit une distribution gaussienne centrée d’écart-type  $\sigma_\phi = 3$  et de longueur de corrélation spatiale  $l_\phi = 500$  mm

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

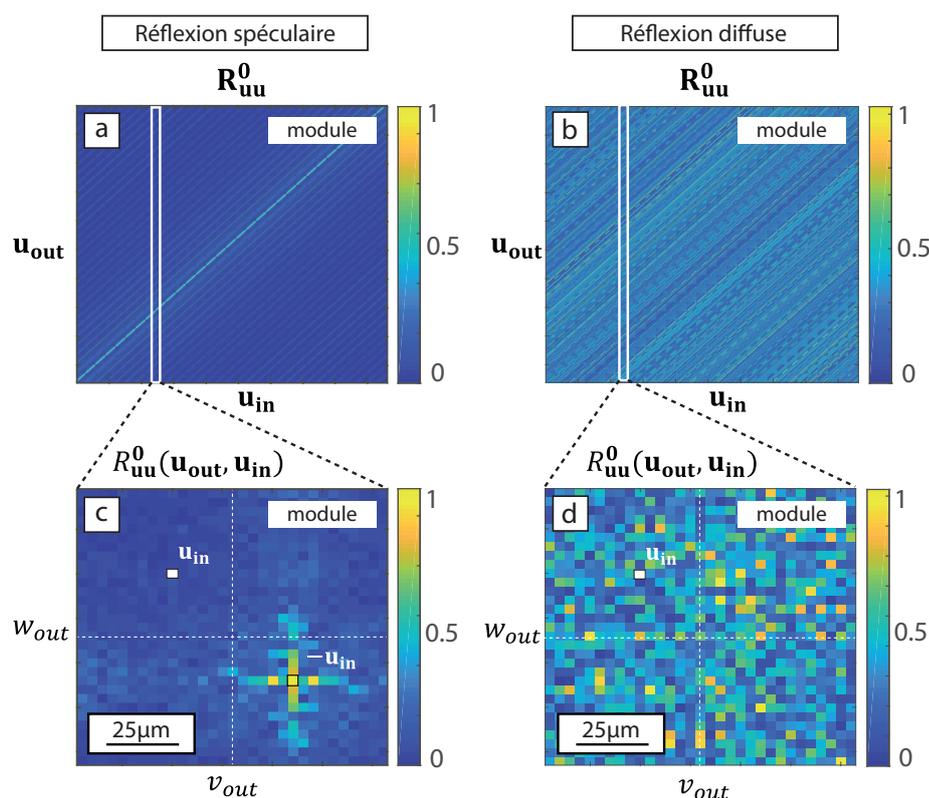


FIGURE 2.5 – Simulations numériques de matrices de réflexion  $\mathbf{R}_{uu}^0$  : (a) pour une mire de résolution et (c) pour mire de résolution aléatoire. Réponses impulsionnelles  $R_{uu}^0(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  dans le cas (c) d’une mire de résolution et (d) d’une mire de résolution aléatoire.

(Fig. 2.6 a.). Les paramètres de l’écran de phase sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	3.5 mm	500 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 2.2 – Paramètres de l’écran de phase pour la simulation numérique de la matrice  $\mathbf{R}_{uu}$ .

Le schéma de l’expérience simulée est représenté sur la figure 2.6 (a) mettant en évidence la présence d’une source d’aberration (Fig. 2.6 b.) entre l’objectif du microscope et l’objet à imager (Fig. 2.6 c.).

La matrice de réflexion voit le profil de son antidiagonale élargie comme le montre la figure 2.7 (b) en comparaison avec le cas sans aberration (Fig. 2.7 a.). Pour une coordonnée  $\mathbf{u}_{in}$  du plan d’émission ( $P_{E,u}$ ), la réponse impulsionnelle est illustrée sous la forme d’un champ bidimensionnel représentant le champ  $R_{uu}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in})$  (Fig. 2.7 d.). La tache focale résultante est agrandie du fait de la présence des aberrations qui vient élargir le spectre angulaire de l’onde incidente

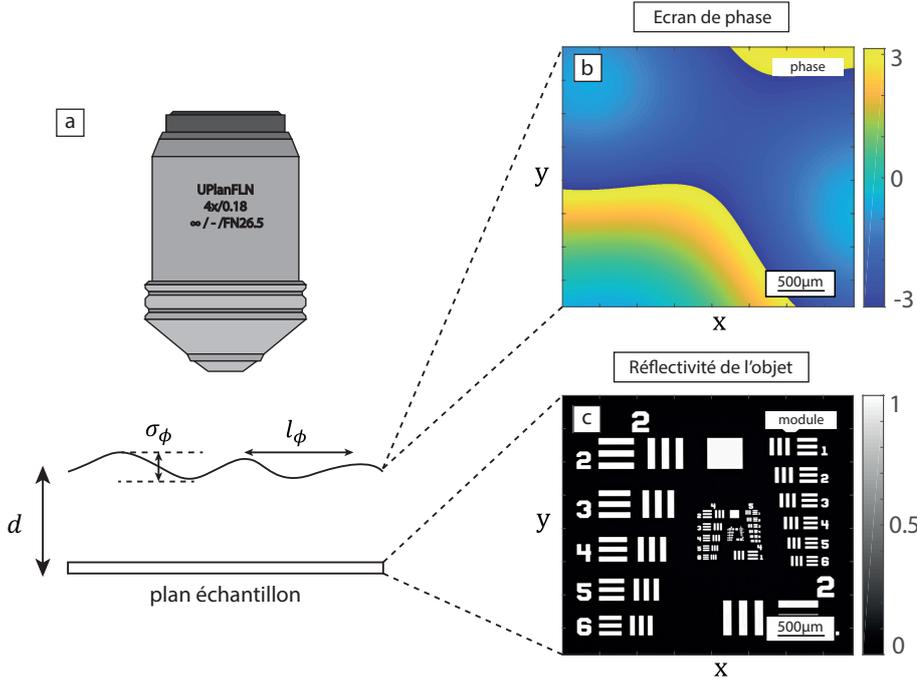


FIGURE 2.6 – Configuration de l'expérience. (a) Schéma de l'expérience simulée numériquement en présence d'aberration. (b) Phase de la transmittance de l'écran de phase aberrateur choisi pour les simulations numériques de la figure 2.7 et (c) réflectivité de l'objet.

puis celui de l'onde réfléchi. Afin de préciser l'expression des éléments de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$  et de dresser donc une analyse plus quantitative, il est nécessaire de donner une nouvelle formulation analytique aux éléments de la matrice de propagation  $\mathbf{G}$  en présence d'aberration.

### 2.3.2 La matrice aberration $\mathbf{A}$

Les matrices  $\mathbf{G}$  et  ${}^t\mathbf{G}$  caractérisent la propagation entre le plan échantillon et le plan pupille (émission/réception). En comparant ces matrices avec les matrices  $\mathbf{G}_0$  et  ${}^t\mathbf{G}_0$  obtenues dans un cas idéal (Eq. 2.7), il est alors possible de définir la *matrice aberration* notée  $\mathbf{A}$  de la façon suivante :

$$\mathbf{A} = \mathbf{G} \circ \mathbf{G}_0^* \quad (2.9)$$

ou de manière identique :

$${}^t\mathbf{A} = {}^t\mathbf{G} \circ \mathbf{G}_0^\dagger$$

où  $\mathbf{G}_0^\dagger$  est la matrice autoadjointe de la matrice  $\mathbf{G}_0$ . Les éléments de la matrice  $\mathbf{A}$  s'expriment alors ainsi :

$$A(\mathbf{u}, \mathbf{r}) = G(\mathbf{u}, \mathbf{r}) \times G_0^*(\mathbf{u}, \mathbf{r}) \quad (2.10)$$

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

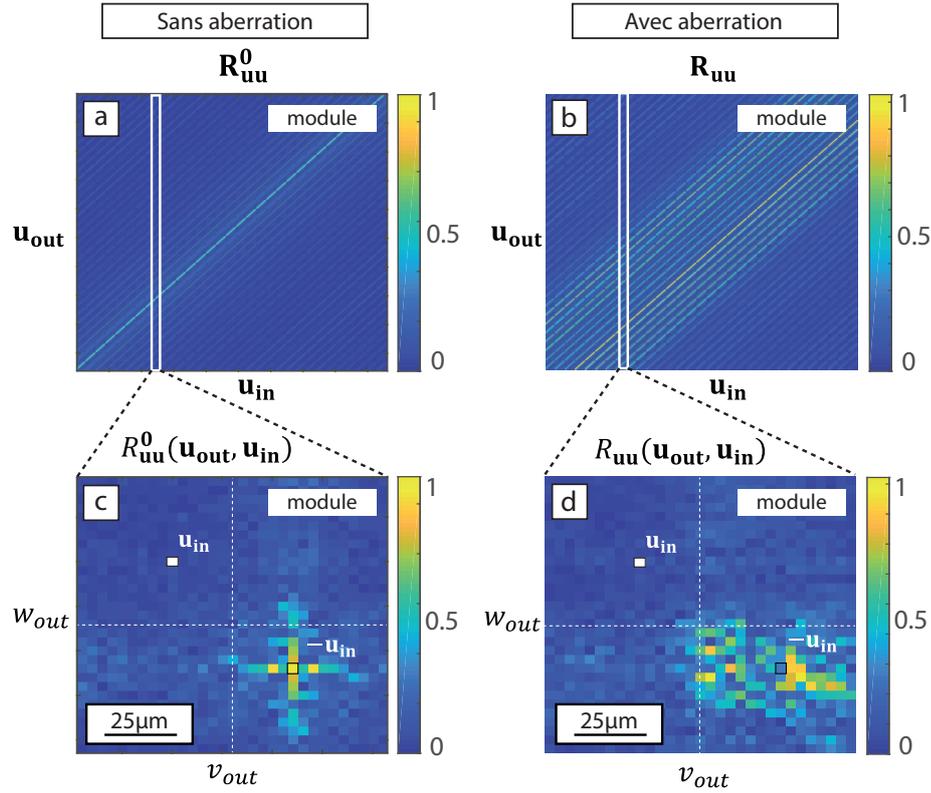


FIGURE 2.7 – des matrices de réflexion pour une réflexion spéculaire en absence et en présence d’aberrations. Matrices de réflexion (a)  $R_{uu}^0$  et (c)  $R_{uu}$ . Exemples de réponse impulsionnelle (c)  $R_{uu}^0(u_{out}, u_{in})$  et (d)  $R_{uu}(u_{out}, u_{in})$ .

où  $\mathbf{u}$  est une coordonnée du plan pupille (émission ou réception) et  $\mathbf{r}$  une coordonnée du plan échantillon. Cette matrice, de même taille que les matrices  $\mathbf{G}$  et  $\mathbf{G}_0$ , modélise les aberrations du système optique. La figure 2.8 (a) illustre la propagation depuis la coordonnée  $\mathbf{r}$  dans le plan échantillon jusqu’au plan pupille repéré par la coordonnée  $\mathbf{u} = (v, w)$ . Afin d’accompagner le propos, une simulation des matrices  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{G}_0$  et  $\mathbf{A}$  a été réalisées. Les paramètres du microscope (distance focale  $f$  et ouverture numérique  $NA$ ) et de la source de lumière (longueur d’onde  $\lambda$ ) sont les mêmes que dans la simulation précédente, résumés dans le tableau 2.1 et resteront les mêmes tout le reste du chapitre. Le reste des paramètres et ceux de l’écran de phase aberrateur sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$N_x$	$\delta x$	$N_u$	$\delta u$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	31	$4.25\ \mu m$	251	$7\ \mu m$	5 mm	$50\ \mu m$	3 rad

TABLE 2.3 – Paramètres d’échantillonnage des plans d’émission et de réception et de l’écran de phase aberrateur pour la simulation numérique de la matrice aberration  $\mathbf{A}$ .

En présence d’aberration, le champ obtenu dans le plan pupille est donné par  $G(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  (figure 2.8 b.). En absence d’aberration, une onde plane aurait été détectée

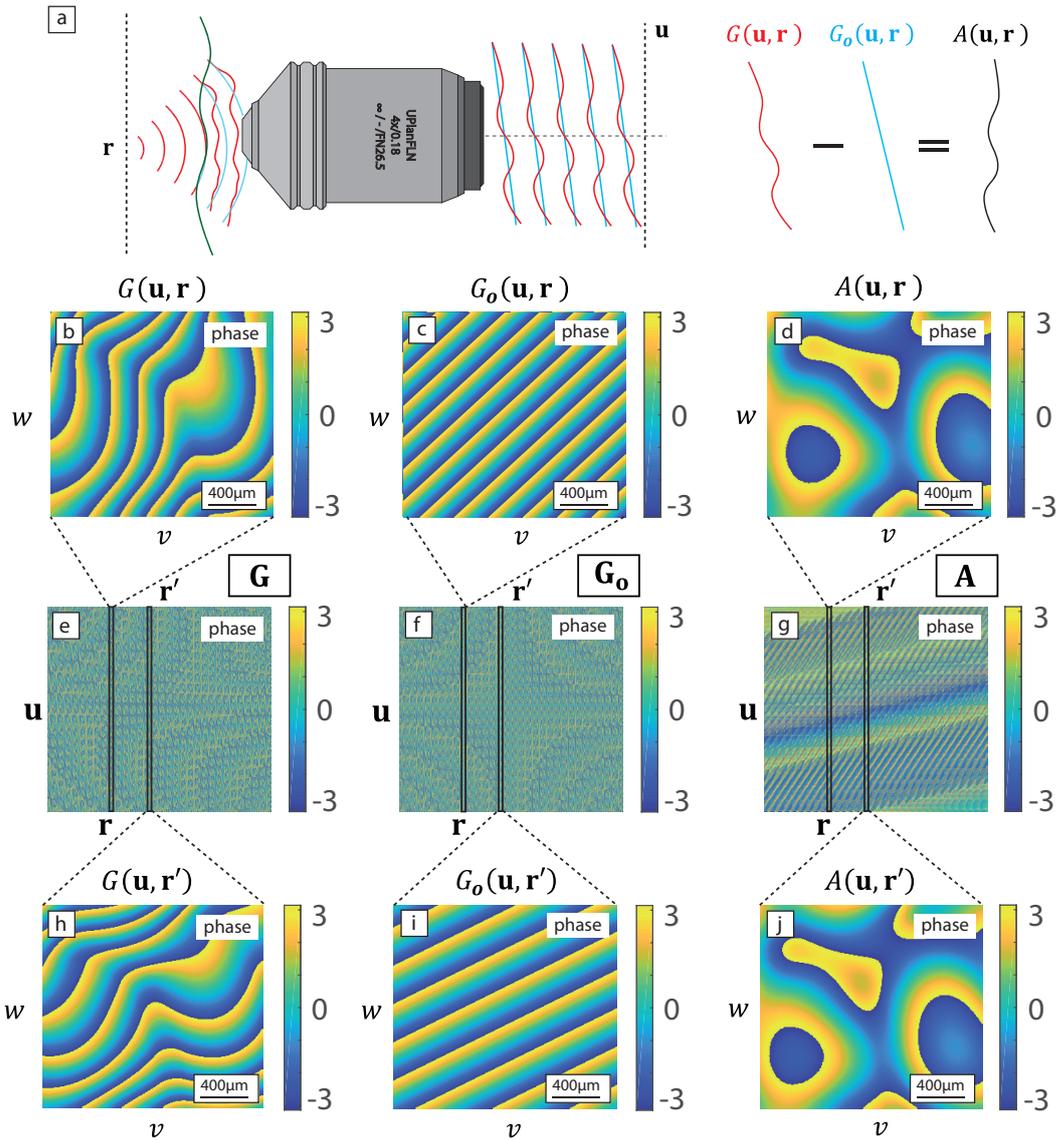


FIGURE 2.8 – Matrice aberration  $\mathbf{A}$ . (a) Une onde lumineuse émise depuis la coordonnée  $\mathbf{r}$  du plan échantillon se propage jusqu'au plan pupille repéré par la coordonnée  $\mathbf{u} = (v, w)$ . (b) Champ correspondant dans le plan pupille. (c) Champ attendu en absence d'aberration. (d) Champ obtenu en soustrayant la phase du deuxième au premier. Ces champs définissent respectivement les colonnes des matrices de propagation (e)  $\mathbf{G}$  (f)  $\mathbf{G}_0$  et de la matrice aberration (g)  $\mathbf{A}$ . (h-j) Autres exemples de champs pour une onde lumineuse émise à une coordonnée différente  $\mathbf{r}'$ . Bien que les champs  $G(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  et  $G(\mathbf{u}, \mathbf{r}')$  soient différents, les lois d'aberration associées  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  et  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}')$  présentent des similitudes caractéristiques de la corrélation des lois d'aberrations pour deux points appartenant à la même aire d'isoplanétisme. Ici  $\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\| = 30 \mu\text{m}$ .

dans le plan pupille. Cette onde plane donne lieu au motif de franges montré sur

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

la figure 2.8 (c) correspondant à l'équation 2.7. L'aberration cumulée entre le plan échantillon et le plan pupille,  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r})$ , peut être isolée en soustrayant la phase de la réponse impulsionnelle idéale,  $G_0(\mathbf{u}, \mathbf{r})$ , à celle effective,  $G(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  (Fig. 2.8 d.). Ces champs vont venir définir les colonnes des matrices associées  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{G}_0$  et  $\mathbf{A}$  (Fig. 2.8 e-f). Une impulsion à une coordonnée d'émission voisine  $\mathbf{r}'$  telle que  $\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}\| = 30 \mu\text{m}$  a aussi été considérée. Une fois la phase de la composante  $G_0(\mathbf{u}, \mathbf{r}')$  (Fig. 2.8 i.) soustraite à celle de  $G(\mathbf{u}, \mathbf{r}')$  (Fig. 2.8 h.), le champ  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}')$  obtenu (Fig. 2.8 j.) présente une forte similitude avec le champ  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  précédent. Ces similitudes sont caractéristiques de la notion d'aire d'isoplanétisme sur lesquelles les lois d'aberrations sont fortement corrélées. La dépendance de la fonction  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  selon ses deux variables peut ainsi être décrite à l'aide de deux corrélateurs.

A  $\mathbf{r}$  fixé, la fonction d'autocorrélation dans le plan pupille ( $P_{R,\mathbf{u}}$ ) notée  $g$  est définie ainsi :

$$\langle A(\mathbf{u}, \mathbf{r})A^*(\mathbf{u}', \mathbf{r}) \rangle = g(\|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|) \quad (2.11)$$

où la moyenne est une moyenne d'ensemble sur les différentes réalisations de l'écran de phase ayant les mêmes propriétés statistiques ( $l_\phi$ ,  $\sigma_\phi$ ) et à la même distance  $d$  de l'objet. La dépendance de cette fonction d'autocorrélation avec la distance  $\|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|$  vient du fait que l'aberration  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  a été supposée statistiquement invariante par translation dans le plan pupille et dans le plan échantillon. La largeur de cette fonction, notée  $u_c$ , est la longueur de cohérence de la loi d'aberration dans le plan pupille et son expression est donnée par la relation suivante :

$$u_c = \frac{f}{2d} \frac{\pi l_\phi}{\sqrt{1 + \sigma_\phi^2}} \quad (2.12)$$

qui n'est rien d'autre que la quantité conjuguée à la largeur de la tache focale moyenne obtenue dans le plan de l'échantillon donnée par l'expression [80] :

$$\delta = \frac{2\lambda d}{\pi l_\phi} \sqrt{1 + \sigma_\phi^2} \quad (2.13)$$

La longueur de cohérence  $u_c$  caractérise la distribution de la phase des lois d'aberrations  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  et  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}')$  de la figure 2.8.

A  $\mathbf{u}$  fixé, la fonction d'autocorrélation dans le plan échantillon notée  $f$  se définit ainsi :

$$\langle A(\mathbf{u}, \mathbf{r})A^*(\mathbf{u}, \mathbf{r}') \rangle = f(\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|) \quad (2.14)$$

où la moyenne est toujours cette moyenne d'ensemble sur les réalisations de  $A$ . La dépendance en  $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|$  de cette fonction provient aussi de l'invariance statistique de la loi d'aberration par translation dans le plan pupille et dans le plan échantillon. La largeur de cette fonction de corrélation, notée  $l_c$ , donne directement accès à la dimension latérale d'une aire d'isoplanétisme et est donnée par [80] :

$$l_c = \frac{2l_\phi}{\sqrt{1 + 2\sigma_\phi^2}} \quad (2.15)$$

L'application numérique utilisant les paramètres de la simulation numérique donne  $l_c = 23 \mu\text{m}$ . Ainsi, les coordonnées  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$  de la simulation numérique vérifient  $\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\| \sim l_c$ , ce qui indique que les lois d'aberration présentent encore des similarités. Ces deux fonctions vont être particulièrement pratiques pour donner une formulation analytique aux éléments de la matrice distorsion dans le chapitre 3. Elles permettront de caractériser les différents régimes d'aberration présentés par la suite. L'hypothèse supplémentaire faite est que l'on néglige les corrélations entre les coordonnées  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{r}$  par rapport à celles présentées plus-haut.

A partir la matrice aberration  $\mathbf{A}$  définie à l'équation 2.9, il est possible de donner une nouvelle formulation à la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$  :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}} = (\mathbf{A} \circ \mathbf{G}_0) \times \mathbf{P} \times {}^t(\mathbf{A} \circ \mathbf{G}_0) \quad (2.16)$$

En réinjectant les expressions de  $\mathbf{P}$  (Eq. 2.5) et  $\mathbf{G}_0$  (Eq. 2.7), les éléments de  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$  peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$R_{\mathbf{u}\mathbf{u}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) = \sum_{\mathbf{r}} \underbrace{A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}}}_{\substack{\text{propagation retour} \\ \text{avec aberration}}} \underbrace{\rho(\mathbf{r})}_{\substack{\text{diffusion} \\ \text{simple}}} \underbrace{A(\mathbf{u}_{in}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{in} \cdot \mathbf{r}}}_{\substack{\text{propagation aller} \\ \text{avec aberration}}} \quad (2.17)$$

L'expression met en évidence trois étapes de propagation. La première est à la propagation du plan pupille ( $P_{E,\mathbf{u}}$ ) au plan échantillon avec aberration, la deuxième est la réflexion par l'objet en hypothèse en diffusion simple et la troisième est la propagation du plan échantillon du plan pupille ( $P_{R,\mathbf{u}}$ ) avec aberration. Ces étapes sont effectivement mises en évidence par les produits matriciels de l'équation 2.6.

Dans un cas isoplanétique, la matrice  $\mathbf{A}$  est invariante suivant ses colonnes et  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}) = A(\mathbf{u})$ . Dans ce cas là, l'expression 2.16 prend alors une forme simplifiée :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}} = \mathbf{A} \circ \mathbf{R}_0 \circ {}^t\mathbf{A} \quad (2.18)$$

ce qui en termes d'éléments matriciels s'écrit alors :

$$R_{\mathbf{u}\mathbf{u}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) = A(\mathbf{u}_{out}) P(\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in}) A(\mathbf{u}_{in}) \quad (2.19)$$

La phase des éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$  est sensible à la fois à la réflectivité de l'objet et aux aberrations. La présence d'aberrations va limiter la portée de l'effet mémoire à l'aire de cohérence de l'aberrateur, support caractéristique de la fonction d'autocorrélation  $g$  définie à l'équation 2.11. L'effet mémoire se quantifie par la corrélation existant entre les éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$  le long d'une antidiagonale :

$$\langle R_{\mathbf{u}\mathbf{u}}(\mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}/2, \mathbf{u} - \Delta\mathbf{u}/2) R_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^*(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \rangle \propto g(\|\Delta\mathbf{u}\|)^2 |P(\Delta\mathbf{u})|^2 \quad (2.20)$$

Lorsque la quantité  $\|\Delta\mathbf{u}\|$  est plus grande que la longueur de cohérence de l'aberration  $u_c$ , la corrélation selon les antidiagonales tend vers 0.

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

Ainsi une analyse de la matrice de réflexion depuis le plan pupille à l'émission et la réception peut être précieuse à des fins de caractérisation de l'objet (spéculaire/aléatoire). Elle met également en évidence l'effet mémoire en réflexion. La cohérence des antidiagonales de la matrice de réflexion dans le plan pupille permet de quantifier le niveau d'aberrations mais elle n'offre pas la possibilité de corriger ces aberrations et d'obtenir une image de l'objet. Comme nous allons le montrer par la suite, il faut pour cela analyser la matrice de réflexion dans une base focalisée en entrée et/ou en sortie.

#### 2.3.3 La matrice de réflexion $\mathbf{R}_{ur}$

Il est possible de changer de plan d'émission en projetant la matrice  $\mathbf{R}_{uu}$  dans un plan conjugué au plan focal. Le trajet de la lumière pour une source ponctuelle située à la coordonnée  $\mathbf{r}_{in} = (x_{in}, y_{in})$  du plan ( $P_{E,r}$ ) est représenté sur la figure 2.9. Cette impulsion donne lieu à une onde plane incidente au niveau du plan ( $P_{E,u}$ ). En absence d'aberration, cette onde serait focalisée à la coordonnée  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$  du fait du grossissement  $\gamma = -1$  du montage  $4f$ . Le champ incident est réfléchi et collecté par le même objectif puis est mesuré dans le plan pupille ( $P_{R,u}$ ). Dans cette configuration, le plan d'émission est composé de  $N_x \times N_x$  cellules émettrices, conjuguées avec le plan échantillon et le plan de réception est composé de  $N_u \times N_u$  cellules réceptrices. La matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{ur}$  mesurée est donc une matrice de taille  $N_u^2 \times N_x^2$ . Elle peut être obtenue à partir de la matrice précédente  $\mathbf{R}_{uu}$  au moyen d'une transformée de Fourier sur sa dimension d'entrée de telle sorte que :

$$\mathbf{R}_{ur} = \mathbf{R}_{uu} \times \mathbf{G}_0 \quad (2.21)$$

En effet, le passage du plan d'émission ( $P_{E,r}$ ) au plan d'émission ( $P_{E,u}$ ) de la figure 2.3, s'effectue via une transformée de Fourier directe du champ incident :

$$R_{ur}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = \sum_{\mathbf{u}_{in}} R_{uu}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot \mathbf{r}_{in}} \quad (2.22)$$

En réinjectant l'expression 2.17 dans l'équation précédente, les éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  s'écrivent finalement :

$$\begin{aligned} R_{ur}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) &= \sum_{\mathbf{u}_{in}, \mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) A(\mathbf{u}_{in}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}_{in}) \cdot \mathbf{r}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot \mathbf{r}_{in}} \\ &= \sum_{\mathbf{r}} \underbrace{A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}}}_{\text{propagation retour avec aberration}} \underbrace{\rho(\mathbf{r})}_{\text{diffusion simple}} \underbrace{a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r})}_{\text{tache focale incidente}} \end{aligned} \quad (2.23)$$

où  $a$  est la transformée de Fourier discrète de selon sa première variable, recentrée autour de la coordonnée  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$ . Cette fonction représente la tache focale incidente dans le plan de l'échantillon avant réflexion par ce dernier. L'expression met en évidence trois étapes dans la propagation à lire de droite à gauche. La

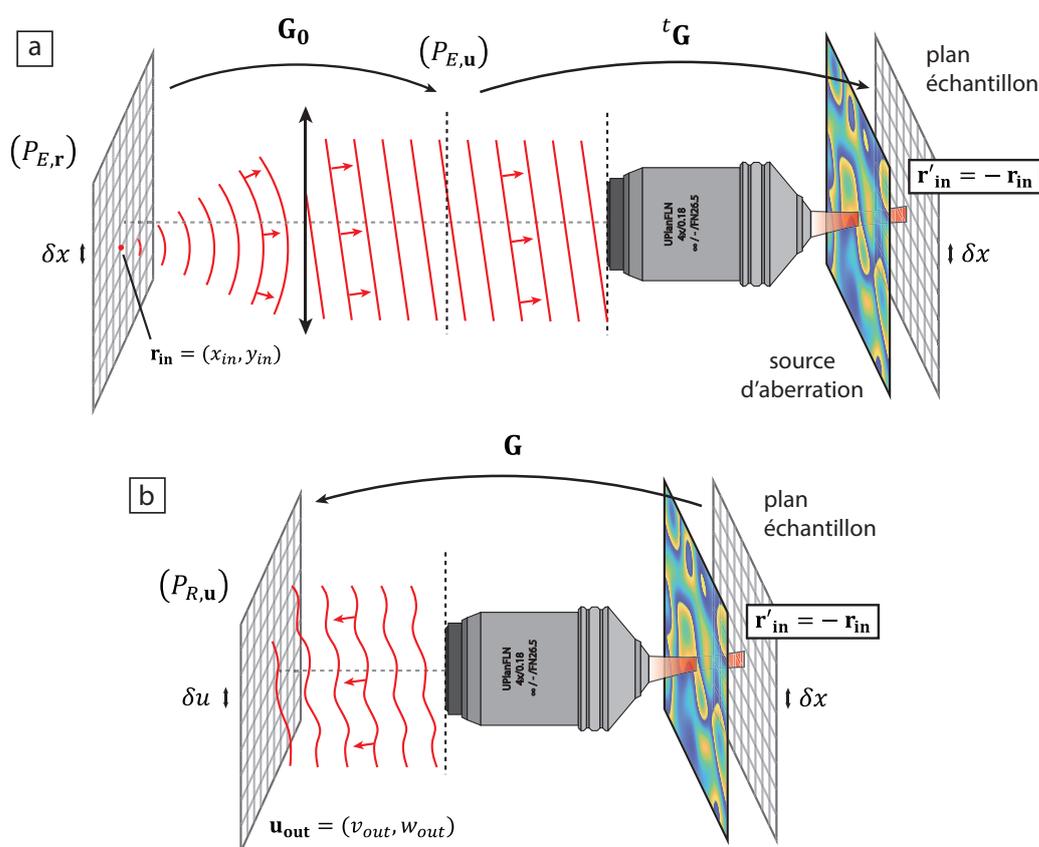


FIGURE 2.9 – Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{ur}$ . (a) Trajet de l'onde incidente pour une impulsion à la coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$  d'un plan conjugué au plan échantillon. (b) Trajet de l'onde réfléchi par l'échantillon mesuré dans le plan pupille repéré par la coordonnée  $\mathbf{u}_{out}$ .

première est la propagation du plan  $(P_{E,r})$  jusqu'au plan échantillon caractérisée par la fonction  $a$  qui est la tache focale incidente. La deuxième est la réflexion par l'objet en hypothèse de diffusion simple. La troisième est la propagation jusqu'au plan pupille  $(P_{R,u})$  pendant laquelle l'onde subit une nouvelle fois l'aberration  $A$ .

Pour interpréter physiquement  $\mathbf{R}_{ur}$ , deux expériences ont été simulées numériquement : la première pour un miroir plan parfait sans aberration et la deuxième pour une mire de résolution en présence d'aberrations. Le plan d'émission est composé de  $N_x \times N_x$  cellules émettrices avec  $N_x = 31$  tandis que le plan de réception est composé de  $N_u \times N_u$  capteurs avec  $N_u = 251$ . Les paramètres du système optique sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$N_u$	$N_x$	$\delta u$	$\delta x$
valeurs	251	31	7 $\mu\text{m}$	4.25 $\mu\text{m}$

TABLE 2.4 – Paramètres d'échantillonnage des plans de réception et d'émission pour la simulation numérique de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$ .

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

La matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  pour un miroir plan parfait est montrée sur la figure 2.10 (a) et l'exemple d'une colonne de  $\mathbf{R}_{ur}$  pour  $\mathbf{r}_{in} = \Delta\mathbf{r} = (10\delta x, -10\delta x)$  est montré sous une forme bidimensionnelle sur la figure 2.10 (c). La présence de franges dans le plan pupille vient du fait que la tache focale incidente est seulement limitée par la diffraction (pas d'aberration). L'onde réfléchiée est donc une fraction d'onde plane limitée par le diaphragme de l'objectif.

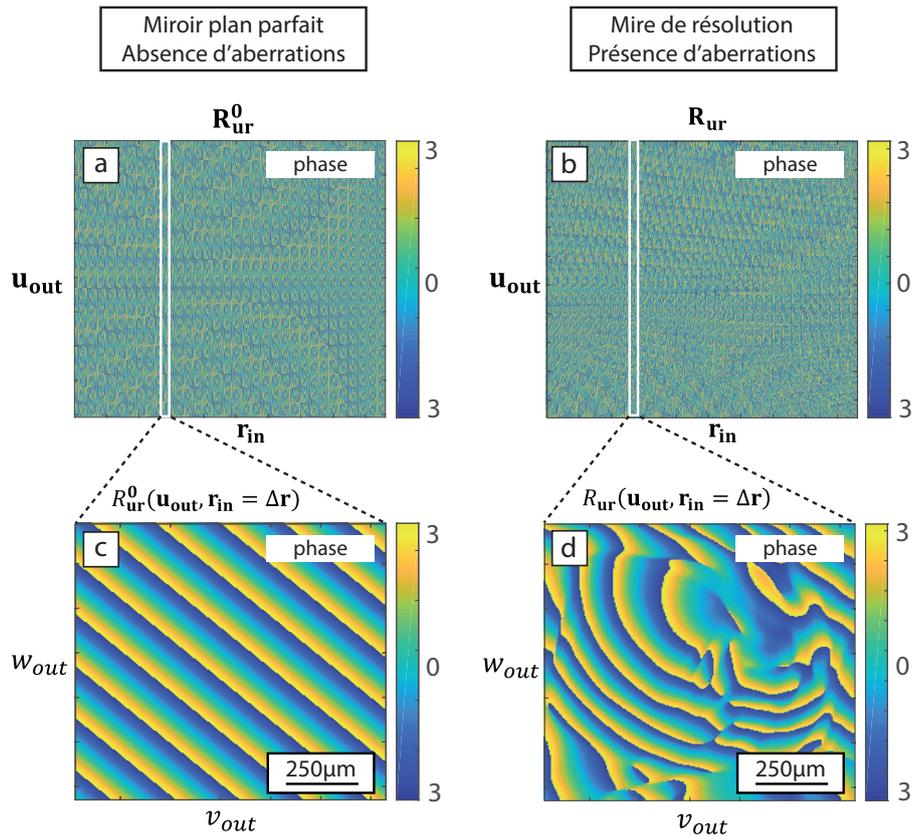


FIGURE 2.10 – Simulations numériques des matrices  $\mathbf{R}_{ur}^0$  et  $\mathbf{R}_{ur}$ . (a)  $\mathbf{R}_{ur}^0$  dans le cas d'un miroir plan parfait sans aberration et (c)  $\mathbf{R}_{ur}$  pour une mire de résolution (Fig 2.11 b.) avec aberration. Réponse impulsionnelle  $R_{ur}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in} = \Delta\mathbf{r})$  dans le cas (c) sans aberration et (d) avec aberration.

Le cas avec aberration est traité avec une mire de résolution négative (Fig. 2.11 b.) dont la majeure partie de sa surface est réfléchissante. Ainsi, les éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  sont plus homogènes en énergie, ce qui facilitera son interprétation physique. En ce qui concerne l'écran de phase aberrateur, dont la transmittance est présentée sur la figure 2.11 (a), ses paramètres sont définis dans le tableau suivant :

paramètres	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	5 mm	50 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 2.5 – Paramètres de l'écran de phase pour la simulation numérique de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$ .

La figure 2.10 (b) représente la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  obtenue par simulation numérique. Pour la même coordonnée  $\mathbf{r}_{in} = \Delta\mathbf{r}$ , le champ dans le plan pupille est illustré à la figure 2.10 (d). Contrairement au cas idéal sans aberration (Fig. 2.10 c.), celui-ci présente une distorsion révélatrice de la présence d'aberration. En comparant la

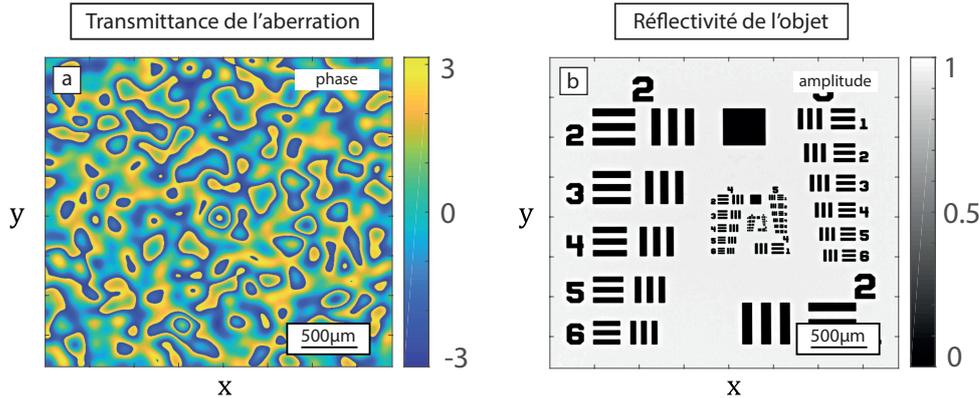


FIGURE 2.11 – (a) Transmittance de l'écran de phase aberrateur choisi pour la simulation de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  dans le cas avec aberration. (b) Réflectivité de la mire de résolution négative.

matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  obtenue dans le cas avec aberration à celle obtenue dans un cas idéal sans aberration, il sera possible d'isoler la composante distordue du champ (cf chapitre 3).

Cette matrice définie entre plans réciproques a déjà fait l'objet d'une étude poussée dans le domaine ultra sonore lors de la thèse de Jean-Luc Robert [81]. Elle permet d'étudier localement les corrélations spatiales des fronts d'onde réfléchis afin d'en extraire une loi d'aberration. Il sera possible au-delà en introduisant le concept de matrice distorsion au chapitre 3. Mais avant cela, il sera intéressant de voir comment le passage de la matrice de réflexion dans une base focalisée à la fois en entrée et en sortie permet de construire une image confocale du milieu et de quantifier localement le niveau des aberrations dans cette dernière.

### 2.3.4 La matrice de réflexion $\mathbf{R}_{rr}$

En plaçant le plan de réception dans un plan conjugué au plan échantillon noté  $(P_{R,r})$ , il est possible d'accéder à la matrice noté  $\mathbf{R}_{rr}$ . Les éléments de cette matrice correspondent à la réponse impulsionnelle entre les cellules des deux plans conjugués au plan échantillon  $(P_{E,r})$  et  $(P_{R,r})$  comme représenté sur la figure 2.12. Le plan d'émission est constitué de  $N_x \times N_x$  cellules émettrices et le plan de réception est constitué de  $N_x \times N_x$  capteurs. Une onde lumineuse est émise à la coordonnée  $\mathbf{r}_{in} = (x_{in}, y_{in})$  du plan  $(P_{E,r})$ . Celle-ci devient une onde plane au niveau du plan  $(P_{E,u})$  et se propage jusqu'au plan échantillon à travers l'objectif

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

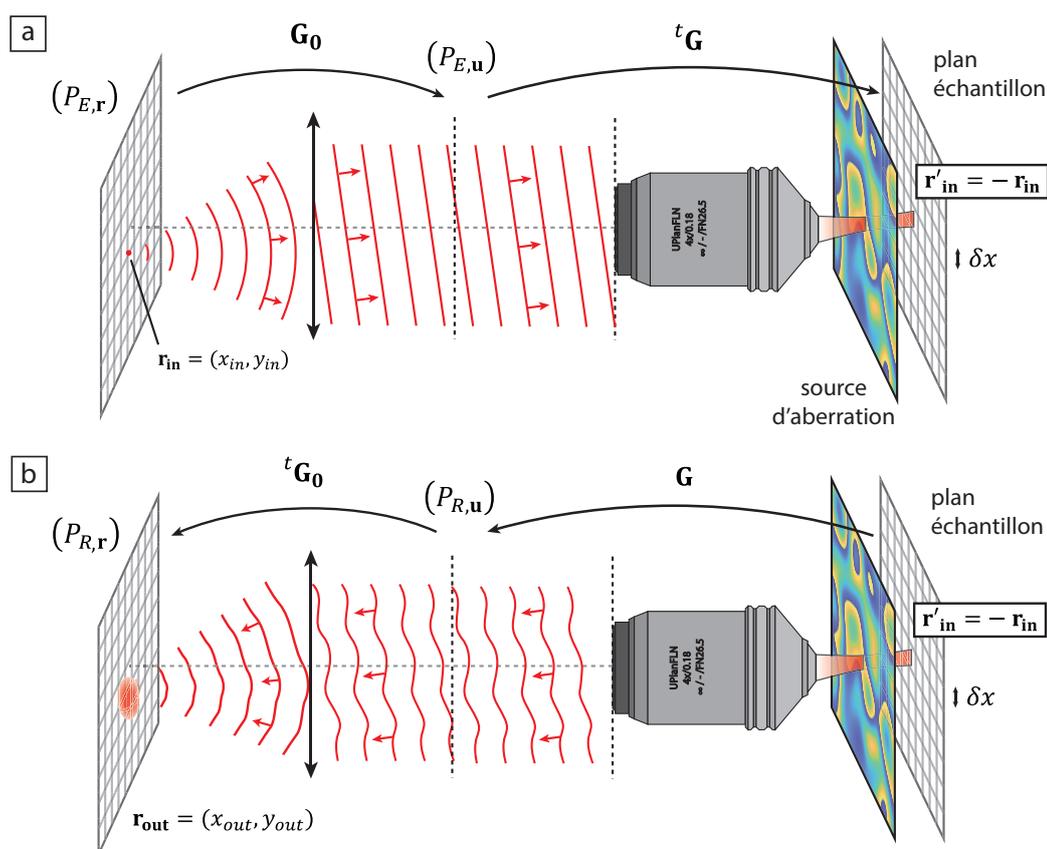


FIGURE 2.12 – Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  contenant l'ensemble des réponses impulsionnelles entre plan d'émission et plan de réception conjugués avec le plan focal. Chaque réponse impulsionnelle  $R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  comprend (a) le trajet de l'onde incidente du point  $\mathbf{r}_{in}$  au niveau du plan source jusqu'au plan focal où l'onde est focalisée et réfléchi; (b) le trajet de l'onde réfléchi depuis le plan échantillon au point  $\mathbf{r}'_{in}$  au niveau du plan de réception.

du microscope. Cette onde serait focalisée au point  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$  conjugué de  $\mathbf{r}_{in}$  en absence d'aberration. La lumière réfléchi par l'objet est ensuite collectée par l'objectif de microscope dans le plan  $(P_{R,r})$  conjugué au plan échantillon comme illustré sur la figure 2.12. Cette matrice peut être obtenue numériquement à partir de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  précédente par une opération de transformée de Fourier sur sa dimension de sortie. En effet, afin de se mettre en réception dans le plan  $(P_{R,r})$  conjugué au plan échantillon, il est nécessaire de propager la lumière du plan de réception  $(P_{R,u})$  jusqu'au plan  $(P_{R,r})$  à l'aide d'une transformée de Fourier. Ainsi :

$$\mathbf{R}_{rr} = {}^t\mathbf{G}_0 \times \mathbf{R}_{ur} \quad (2.24)$$

où  ${}^t\mathbf{G}_0$  est la transposée de l'opérateur  $\mathbf{G}_0$  défini à l'équation 2.7. En terme de coefficients matriciels, cette dernière équation s'écrit :

$$R_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = \sum_{\mathbf{u}_{out}} R_{\mathbf{u}\mathbf{r}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_{out}} \quad (2.25)$$

En réinjectant l'expression de  $R_{\mathbf{u}\mathbf{r}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  obtenue à l'équation 2.23, les éléments de cette matrice s'expriment ainsi :

$$\begin{aligned} R_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}) &= \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})} \\ &= \sum_{\mathbf{r}} \underbrace{a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}, \mathbf{r})}_{\text{tache focale sortie}} \underbrace{\rho(\mathbf{r})}_{\text{diffusion simple}} \underbrace{a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r})}_{\text{tache focale entrée}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

L'expression met en évidence une convolution de la réflectivité de l'objet  $\rho$  par la réponse impulsionnelle  $a$  à l'entrée et à la sortie. Cette expression montre aussi que la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  est une matrice carrée symétrique. A partir des éléments diagonaux ( $\mathbf{r}_{out} = \mathbf{r}_{in}$ ) de cette matrice, il est possible d'obtenir l'*image confocale* de l'objet à imager :

$$\hat{\rho}(\mathbf{r}_{in}) = R_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) = \sum_{\mathbf{r}} a^2(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) \quad (2.27)$$

L'image confocale de l'objet à imager est donc la convolution de la réflectivité de l'objet à imager avec le carré de la réponse impulsionnelle  $a$ .

La figure 2.13 donne les résultats de deux simulations numériques de la matrice de réflexion en base focalisée, en absence et en présence d'aberrations. Les plans d'émission ( $P_{E,r}$ ) et de réception ( $P_{R,r}$ ) sont tous deux composés de  $N_x \times N_x$  cellules. Les paramètres de l'échantillonnage des plans d'émission et de réception ainsi que les paramètres de l'écran de phase sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$N_x$	$\delta x$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	61	4.25 $\mu\text{m}$	5 mm	50 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 2.6 – Paramètres d'échantillonnage des plans de réception et d'émission et de l'écran de phase aberrateur pour la simulation numérique de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$ .

Le pas spatial  $\delta x$  coïncide avec la résolution théorique dans la limite de diffraction. L'objet est une mire de résolution positive, dont la grande majorité de la surface est réfléchissante (Fig. 2.11 b.). Les résultats de la simulation sont présentés sur la figure 2.13. En absence d'aberration, le profil de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  est une diagonale (Fig. 2.13 a.). Cela signifie qu'en absence d'aberration, la focalisation est idéale et l'énergie est concentrée sur la diagonale de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$ . En effet, dans le cas sans aberration, la fonction  $a$  de l'équation 2.26 est une tache d'Airy

### 2.3 Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion

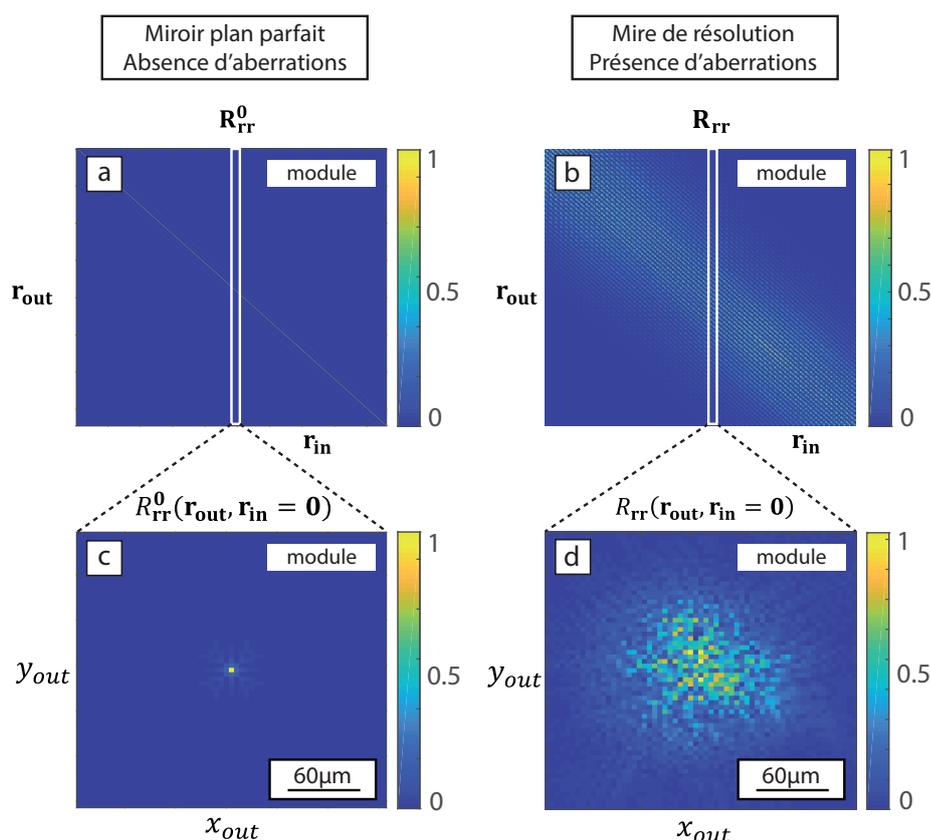


FIGURE 2.13 – Simulations numériques de matrices  $\mathbf{R}_{rr}$  (a) dans le cas d'un miroir plan parfait sans aberration et (b) pour une mire de résolution avec aberration. (c,d) Pour chacune de ces matrices, leur colonne centrale, c'est-à-dire le champ réfléchi dans le plan image pour une illumination au centre du champ de vision  $\mathbf{r}_{in} = \mathbf{0}$ , est montrée sous une forme bidimensionnelle.

dont le support coïncide avec la cellule de résolution. La figure 2.13 (c) représente la colonne centrale de  $\mathbf{R}_{rr}$ , c'est-à-dire le champ réfléchi dans le plan focal ( $P_{R,r}$ ) pour la coordonnée d'émission  $\mathbf{r}_{in} = \mathbf{0}$ . Sans aberration, celui-ci est bien une tache d'Airy dont le support dépend de l'ouverture numérique de l'objectif du microscope. Cette représentation permet la construction de l'image de l'objet à partir des éléments diagonaux ( $\mathbf{r}_{out} = \mathbf{r}_{in}$ ) de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  comme exprimé dans l'équation 2.27. Chaque pixel de cette image renseigne sur la quantité d'énergie provenant de la coordonnée de focalisation associée. En pratique, il suffit de redimensionner les  $N_x^2$  éléments diagonaux de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  sous forme d'une matrice  $N_x \times N_x$  pour obtenir l'image confocale. La figure 2.14 (a) est le schéma d'une matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  dont les éléments diagonaux ont été colorés afin de bien illustrer la construction de l'image confocale (Fig. 2.14 d.). L'image confocale obtenue dans le cas sans aberration est illustrée à la figure 2.13 (e). Celle-ci donne une image fidèle de la réflectivité de la mire. D'après l'équation 2.27, la réflectivité est convoluée par le carré de la tache d'Airy. Le support

de la tache d'Airy coïncidant avec la surface de la cellule de résolution  $\delta x^2$ , le support du carré de cette fonction est alors de surface  $\delta x^2/2$ . Un gain théorique d'un facteur  $\sqrt{2}$  est donc possible pour l'image confocale.

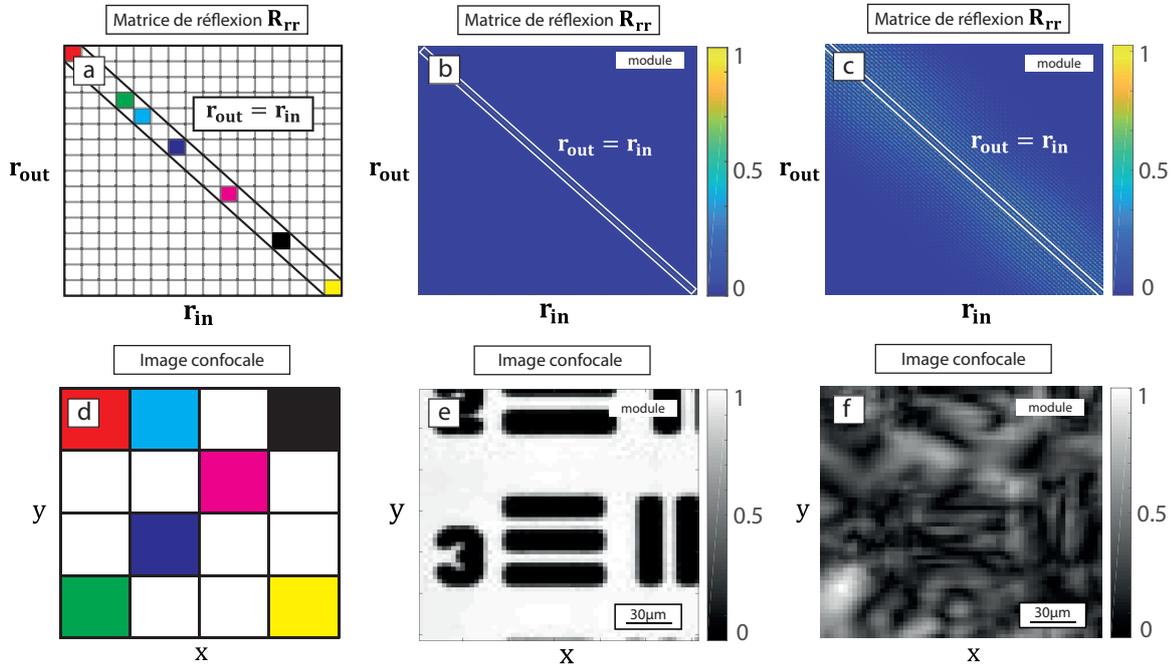


FIGURE 2.14 – Illustration de la construction de l'image confocale (d) à partir de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  (a). Matrices de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  pour une mire de résolution (b) en absence d'aberration et (c) en présence d'aberration. (e) Image confocale obtenue à l'aide des coefficients diagonaux de la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$  (e) sans aberration et (f) avec aberration.

La figure 2.13 (b) présente le résultat d'une simulation numérique de  $\mathbf{R}_{rr}$  dans le cas où un écran de phase aberrateur (Fig. 2.14 b.) est introduit entre l'objectif du microscope et son plan focal. L'intensité des éléments hors diagonaux est à présent loin d'être négligeable. La figure 2.13 (d) présente le champ réfléchi  $R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in} = \mathbf{0})$  pour une illumination au centre du champ de vision. La comparaison avec le même champ dans un cas idéal (Fig 2.13 c.) illustre l'effet néfaste des aberrations. La fonction d'étalement du système d'imagerie est sérieusement dégradée. La largeur moyenne de la tache  $\delta$  peut être exprimée à l'aide des paramètres de l'écran de phase aberrateur selon l'équation 2.13. L'application numérique donne alors une tache focale de  $171 \mu\text{m}$  de largeur, soit 40 cellules de résolution ce qui coïncide avec la largeur de la tache focale illustrée sur la figure 2.13 (d). Cette perte de résolution explique la mauvaise qualité de l'image confocale présentée sur la figure 2.14 (d) et déduite de la diagonale de la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$ .

Les différentes bases de représentation de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}$  introduites au cours du chapitre permettent de caractériser de différentes manières l'objet à imager ainsi que les aberrations endurées par le front d'onde à l'aller et au retour. De simples opérations matricielles permettent de passer d'une base à l'autre.

## 2.4 Mesure expérimentale de la matrice de réflexion

Dans le chapitre 3, il sera question de faire évoluer l’approche matricielle pour s’affranchir des aberrations et retrouver une résolution et un contraste de l’image proches du cas idéal. Mais, avant cela, il s’agit d’expliquer comment acquérir expérimentalement de la matrice de réflexion avec une première application de l’approche matricielle à la l’imagerie de la cornée.

## 2.4 Mesure expérimentale de la matrice de réflexion

### 2.4.1 Description du dispositif

Bien qu’en optique [45] ou en acoustique [38], les précédentes études ont fait le choix de la mesure expérimentale de la matrice de réflexion dans la représentation  $\mathbf{R}_{uu}$ , la représentation adoptée ici sera celle de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$ . Cette décision s’explique par des considérations de rapport signal à bruit et sera justifiée a posteriori au chapitre 3 lorsque sera introduit le concept de *matrice distorsion*.

Le dispositif expérimental présenté sur la figure 2.15 a été développé par Dayan Li et Amaury Badon au cours de sa thèse [43]. Il repose sur une illumination spatialement cohérente provenant ici d’un laser femtoseconde. Il s’agit d’un dispositif interférométrique qui permet la mesure du champ complexe (module et phase) réfléchi par l’échantillon. Premièrement, un faisceau de lumière spatialement cohérent est émis par un laser femtoseconde. Après collimation, celui-ci est séparé en deux par un cube séparateur. Dans le bras échantillon (faisceau rouge sur la figure 2.15), le faisceau vient éclairer un modulateur spatial de lumière (SLM) qui agit ici comme un réseau de diffraction dynamique. Il permet de générer un ensemble d’ondes planes incidentes d’inclinaison variable. Ces ondes planes sont générées depuis un plan conjugué avec le plan pupille de l’objectif de microscope noté  $(P_{E,u})$ . A chaque onde plane dans ce plan pupille correspond donc une impulsion virtuelle à la coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$  d’un plan conjugué avec le plan échantillon noté  $(P_{E,r})$  comme illustré à la figure 2.9. Ces ondes planes incidentes sont ensuite focalisées à différentes coordonnées  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$  du plan focal de l’objectif de microscope. L’ensemble de ces faisceaux permet de balayer la section de l’échantillon placée dans le champ de vision de l’objectif de microscope.

Pour une coordonnée de focalisation  $\mathbf{r}'_{in}$  du plan focal, l’onde incidente est réfléchie par l’échantillon et collectée par le même objectif de microscope avant d’atteindre la caméra CCD située dans un plan conjugué au plan pupille noté  $(P_{R,r})$  sur la figure 2.9. Dans le bras référence (faisceau bleu sur la figure 2.15), le faisceau transmis par le premier cube séparateur va éclairer un miroir monté sur un composant piézoélectrique dont la fonction est de mesurer le terme d’interférence de l’intensité dans la caméra par interférométrie à décalage de phase. En effet, en modulant la position du miroir d’une quantité  $\delta z$ , il est possible d’induire un déphasage dans le bras de référence.

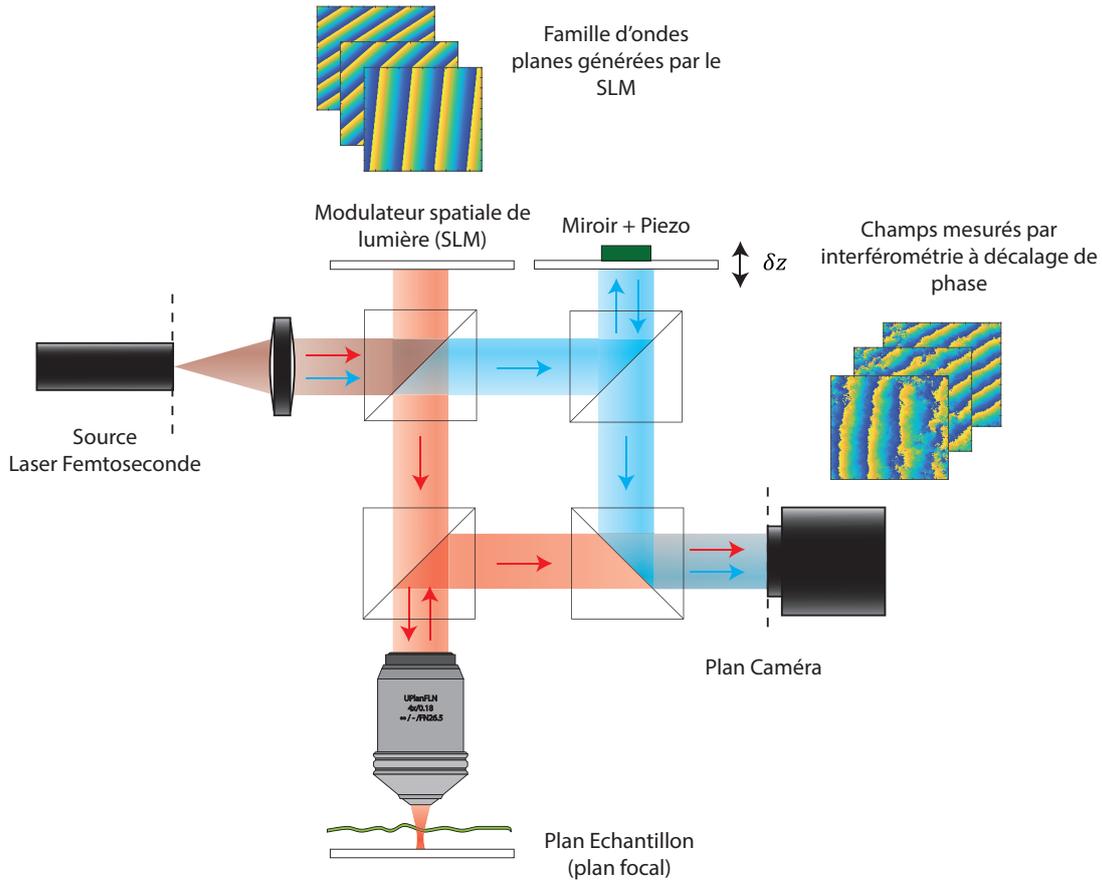


FIGURE 2.15 – Dispositif expérimental de mesure de matrice de réflexion en éclairage cohérent [43]. Le trajet des rayons issus du bras échantillon sont représentés en rouge et ceux du bras du référence, en bleu. Pour chaque onde plane incidente générée par le SLM, le champ réfléchi par l'échantillon est mesuré dans le plan pupille par interférométrie à décalage de phase.

### 2.4.2 Mesure du champ réfléchi fenêtré temporellement

Bien que la source soit à large spectre, une pulsation  $\omega$  du spectre de la source sera d'abord considérée de manière isolée afin d'introduire les différentes étapes de la mesure du champ réfléchi dans le bras échantillon puis le résultat final sera obtenu par intégration sur le spectre de la source.

Le champ électrique issu du bras échantillon à la pulsation  $\omega$  mesuré à la coordonnée  $\mathbf{u}_{out}$  du plan de la caméra CCD pour une illumination à la coordonnée  $\mathbf{r}'_{in}$  du plan échantillon est noté  $R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in})e^{i\omega t}$ . Le champ électrique correspondant issu du bras de référence ne dépend pas de  $\mathbf{r}'_{in}$  et est noté  $E_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})e^{i\omega(t+\Delta t)}e^{i\theta}$ . Ce dernier possède deux termes de phase supplémentaires par rapport au champ issu du bras échantillon. Le premier, noté  $\omega\Delta t$ , est réglable en translatant le miroir du bras de référence. Ce déphasage correspond à une variation  $c\Delta t$  de la longueur du bras de référence, où  $c$  est la célérité de la lumière. Le deuxième dépha-

## 2.4 Mesure expérimentale de la matrice de réflexion

sage, noté  $\theta$ , est réglable à modifiant la position du composant piézoélectrique accolé sur le miroir. L'intensité  $I_{\theta,\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}, \Delta t)$  mesurée par la caméra CCD s'écrit alors :

$$\begin{aligned} I_{\theta,\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}, \Delta t) &= \langle |R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})e^{i\omega t} + E_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})e^{i\omega(t+\Delta t)}e^{i\theta}|^2 \rangle \\ &= |R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})|^2 + |E_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})|^2 \\ &\quad + 2\Re \left( R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \cdot E_{ref,\omega}^*(\mathbf{u}_{out})e^{-i(\theta+\omega\Delta t)} \right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

où le symbole  $\langle \cdot \rangle$  désigne une moyenne temporelle sur le temps d'intégration de la caméra. Cette expression comporte un terme incohérent :

$$\{|R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})|^2 + |E_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})|^2\}$$

et un terme d'interférence :

$$\{2\Re \left( R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \cdot E_{ref,\omega}^*(\mathbf{u}_{out})e^{-i(\theta+\omega\Delta t)} \right)\}$$

Le terme incohérent ne possède pas d'information sur la phase du champ réfléchi  $R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  donc il va falloir chercher à isoler le terme d'interférence. Pour cela, il faut avoir recours à l'interférométrie à décalage de phase [79]. Elle consiste ici à accoler au miroir de référence un élément piézoélectrique qui permet de moduler la position du miroir de sorte à obtenir les déphasages successifs  $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  entre les deux bras de l'interféromètre. Ces déphasages induits par le composant piézoélectrique sont calibrés sur la longueur d'onde centrale de la source et non sur toutes les longueurs d'onde du spectre. Dans l'hypothèse où la largeur spectrale de la source  $\delta\lambda$  est faible devant la longueur d'onde centrale  $\lambda$  (typiquement un rapport  $\delta\lambda/\lambda = 0.06$ ), la démodulation sera supposée idéale.

Les intensités mesurées peuvent alors être combinées de façon à extraire le terme d'interférence complexe :

$$\begin{aligned} &R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \cdot E_{ref,\omega}^*(\mathbf{u}_{out})e^{-i\omega\Delta t} \\ &= \frac{1}{4} (I_{0,\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) - I_{\pi,\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})) + \frac{i}{4} \left( I_{\frac{\pi}{2},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) - I_{\frac{3\pi}{2},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \right) \\ &= |R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})| \cdot |E_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})| e^{i(\phi_a(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) - \phi_{ref}(\mathbf{u}_{out}) - \omega\Delta t)} \end{aligned} \quad (2.29)$$

où  $\phi_a(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  et  $\phi_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})$  représentent les phases des champs issus du bras échantillon  $R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  et du bras de référence  $E_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})$  en absence de modulation. Il faut maintenant extraire le champ réfléchi issu du bras échantillon  $R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = |R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})|e^{i\phi_a(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})}$  du terme d'interférence de l'équation 2.29. Pour cela, il faut déterminer la phase de référence  $\phi_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})$  et il est nécessaire au préalable de faire une première mesure du champ réfléchi par un miroir plan parfait placé dans le plan échantillon pour une focalisation sur l'axe optique en  $\mathbf{r}_{in} = 0$  et au contact optique  $\Delta t = 0$ . Ce champ est noté  $E_0(\mathbf{u}_{out}, \omega)e^{i\omega t}$  et est supposé uniforme sur l'ensemble de la caméra. Le champ de référence est

lui supposé de module uniforme. Le terme d'interférence donne alors accès à la phase de référence :

$$E_{0,\omega}(\mathbf{u}_{out}).E_{ref,\omega}^*(\mathbf{u}_{out}) = e^{-i\phi_{ref,\omega}(\mathbf{u}_{out})} \quad (2.30)$$

En retranchant cette phase de référence au terme d'interférence de l'équation 2.29, la réponse impulsionnelle  $R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})e^{i\omega\Delta t}$  est alors isolée. Du fait du caractère large bande de la source, celle-ci doit être intégrée sur son spectre  $S(\omega)$  :

$$R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = \int R_{\mathbf{ur},\omega}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})e^{-i\omega\Delta t}S(\omega)d\omega \quad (2.31)$$

La mesure de la phase de référence se fait en pratique en éclairage à large bande et pour les mêmes raisons que la démodulation est supposée idéale, l'hypothèse est faite que la phase de référence dépend peu de  $\omega$  sur l'ensemble du spectre de la source. La réponse impulsionnelle entre une coordonnée d'illumination  $\mathbf{r}_{in}$  et une coordonnée de la caméra CCD  $\mathbf{u}_{out}$  alors mesurée est donc fenêtrée temporellement.

En effet, le laser femtoseconde génère des impulsions dont la durée caractéristique est de l'ordre de la femtoseconde ce qui lui assure une faible longueur de cohérence temporelle  $l_\tau$  (Eq. 1.3) typiquement de l'ordre de la dizaine de micromètre. C'est cette longueur de cohérence temporelle qui définira la résolution axiale du système optique par fenêtrage temporel. Les photons issus du bras échantillon interférant dans la caméra après intégration sur le spectre de la source sont donc ceux ayant parcouru le même chemin optique que ceux réfléchis par le miroir dans le bras de référence, à une longueur de cohérence temporelle près.

### 2.4.3 Diffusion simple et multiple

A partir de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{ur}}$  obtenue, il est ensuite possible de calculer la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  selon l'équation 2.24. En régime monochromatique, la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr},\omega}$  contiendrait les contributions de tous les chemins de diffusion que l'onde peut emprunter au sein du milieu étudié. Comme illustré sur la figure 2.16 (a), ces chemins de diffusion peuvent être de nature différente : soit ne comporter qu'un seul évènement de diffusion (diffusion simple, SS1 et SS2 sur la figure), soit comporter plusieurs évènements de diffusion successifs (diffusion multiple, MS1 et MS2 sur la figure). Alors que la contribution de diffusion simple permet d'imager directement les diffuseurs du milieu, la contribution de diffusion multiple est elle souvent vue comme un cauchemar en imagerie. Le fenêtrage temporel du champ réfléchi décrit plus haut permet de s'affranchir en grande partie de cette dernière. Il permet en effet de sélectionner principalement les échos réfléchis une seule fois par les diffuseurs situés dans un volume de cohérence centré sur le plan focal de l'objectif du microscope et d'épaisseur  $l_\tau/2$  (Fig. 2.16 b.). Le fenêtrage temporel n'élimine toutefois pas totalement la contribution de diffusion multiple. Les photons fortement diffusés vers l'avant (dits serpentiles, MS1 sur la

## 2.4 Mesure expérimentale de la matrice de réflexion

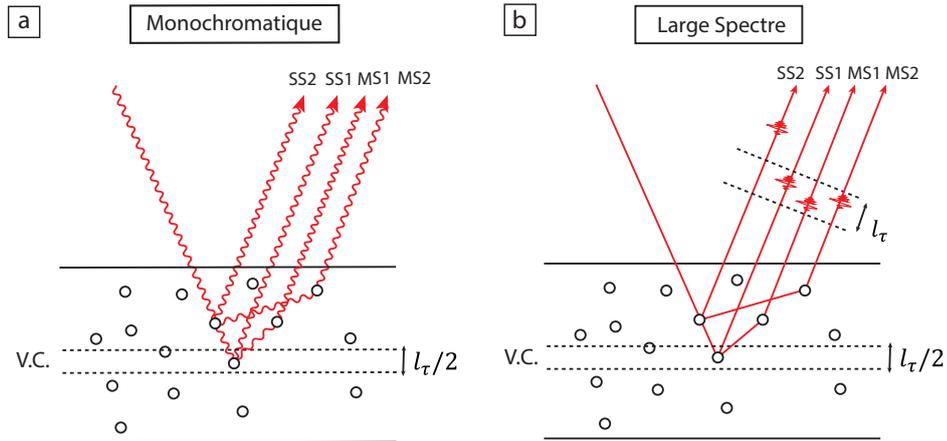


FIGURE 2.16 – (a) Trajets des rayons associés à différents événements de diffusion pour une source monochromatique. (b) Trajets des rayons associés à différents événements de diffusion pour une source à large spectre.

figure) présentant un temps d'écho contenu dans la fenêtre de cohérence seront également conservés par interférométrie à faible cohérence. Subsistent également les photons multiples diffusés en amont du plan focal et présentant un temps d'écho équivalent aux photons simplement diffusés (MS2 sur la figure).

Le fenêtrage temporel du champ réfléchi implique que la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  mesurée est polychromatique. Elle correspond à la somme cohérente des matrices monochromatiques  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr},\omega}$  sur la bande passante de la source lumineuse :  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}} = \int_{\omega} \mathbf{R}_{\mathbf{rr},\omega} S(\omega) d\omega$  où  $S(\omega)$  est le spectre de la source. Comme expliqué précédemment, la contribution de diffusion simple se manifeste essentiellement sur la diagonale de  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$ . La contribution de diffusion multiple vers l'avant se présente sous la forme d'une composante aberrée qui donne lieu à un étalement de l'énergie rétrodiffusée sur les coefficients hors-diagonaux de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$ . Par la suite, les aberrations associées à cette composante pourront être corrigées et les photons serpentiles pourront être utilisés pour imager la réflectivité de l'échantillon dans le plan focal. Enfin, la composante de diffusion multiple en amont du plan focal présente la forme d'un bruit additif aléatoire [43]. Il faudra donc chercher à éliminer cette contribution incohérente qui ne porte aucune information sur la réflectivité du plan focal.

### 2.4.4 Application aux données expérimentales

L'expérience a été réalisée par Amaury Badon et consiste à imager une mire de résolution à travers une cornée de singe malade (Fig 2.17 a.). La source de lumière utilisée est un laser femtoseconde (FEMTOSECOND<sup>TM</sup> FUSION<sup>TM</sup> 20-400) de longueur d'onde centrale  $\lambda = 800$  nm et de largeur spectrale  $\Delta\lambda = 27$  nm, ce qui assure une longueur de cohérence temporelle de  $l_{\tau} = 10.5$   $\mu\text{m}$ . Celui-ci éclaire un SLM (HOLOEYE<sup>TM</sup> PLUTO-NIR-2) qui module uniquement la phase de l'onde

afin de générer une famille d'ondes planes. Le objectif de microscope à immersion (Olympus X40  $NA = 0.8$ , distance focale  $f = 5$  mm) focalise ces ondes planes sur la mire de résolution. Un gel d'indice  $n = 1.376$  joue le rôle d'adaptateur d'impédance. La portion étudiée contient le chiffre 3 du groupe 2 de la mire de résolution USAF 1951. Le nombre d'illuminations choisi est de  $N_x \times N_x = 25 \times 25 = 625$ , ce qui permet de couvrir un champ de vision total de  $50 \mu\text{m} \times 50 \mu\text{m}$  avec un pas spatial de  $\delta r = 2.5 \mu\text{m}$ . Le plan de réception situé dans le plan de la caméra CCD (Dalsa Pantera 1M60) est composé de  $N_u \times N_u = 251 \times 251 = 63001$  pixels distants d'un pas spatial  $\delta u' = 12 \mu\text{m}$ . Étant donné l'indice du gel et le grossissement en sortie du microscope, tout se passe comme si le pas spatial dans le plan pupille valait  $9 \mu\text{m}$  en conservant les notations des sections précédentes. Les paramètres expérimentaux peuvent être résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$\delta u$	$\delta x$
valeurs	800 nm	5 mm	0.8	$9 \mu\text{m}$	$2.5 \mu\text{m}$

TABLE 2.7 – Paramètres du système optique pour la mesure expérimentale de la matrice  $\mathbf{R}_{\text{ur}}$ .

En absence d'aberrations, la lumière focalise parfaitement sur l'objet. Pour une coordonnée de focalisation  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$ , le champ réfléchi et mesuré dans la caméra doit correspondre à une onde plane (Fig. 2.10 c.) puisque les plan du SLM et de la caméra sont conjugués. Expérimentalement, la mesure du champ est faite par interférométrie. Le résultat diffère (Fig. 2.17 b.) du fait que la phase du champ de référence n'est pas plate. Afin de soustraire la phase de référence au terme d'interférence, une mesure de la phase de ce dernier est faite pour une focalisation sur l'axe optique  $\mathbf{r}_{in} = \mathbf{0}$  (Fig. 2.17 d.) comme décrit par l'équation 2.30. La phase de référence est alors soustraite à celle du terme d'interférence pour obtenir le champ  $R_{\text{ur}}^0(\mathbf{u}_{out})$  réfléchi par le bras échantillon (Fig. 2.17 e.). Le même procédé est ensuite réalisé en présence de la cornée. La phase de référence mesurée est retranchée à celle du terme d'interférence (Fig. 2.17 c.) pour obtenir le champ  $R_{\text{ur}}(\mathbf{u}_{out})$  pour chaque coordonnée de focalisation  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$ .

Chaque champ bidimensionnel  $R_{\text{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  alors obtenu peut être concaténé sous la forme d'un vecteur colonne et emmagasiné dans la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\text{ur}}$  dans la base  $(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$ . Le processus est illustré dans la figure 2.18. Un élément  $R_{\text{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  de cette matrice donne la valeur du champ réfléchi dans le bras échantillon à la coordonnée  $\mathbf{u}_{out}$  du plan de la caméra, pour une coordonnée de focalisation  $-\mathbf{r}_{in}$  du plan échantillon. Si le plan de l'échantillon est composé de  $N_x \times N_x$  cellules de résolution et que la caméra est composée de  $N_u \times N_u$  pixels, alors la matrice  $\mathbf{R}_{\text{ur}}$  est une matrice de taille  $N_u^2 \times N_x^2$ . Cette matrice sera le point de départ afin de définir le concept de *matrice distorsion* au chapitre 3 mais pour le moment, comme décrit dans la section précédente sur les différentes base de représentation de la matrice de réflexion, la matrice  $\mathbf{R}_{\text{ur}}$  ne permet pas d'obtenir une image de l'objet.

## 2.4 Mesure expérimentale de la matrice de réflexion

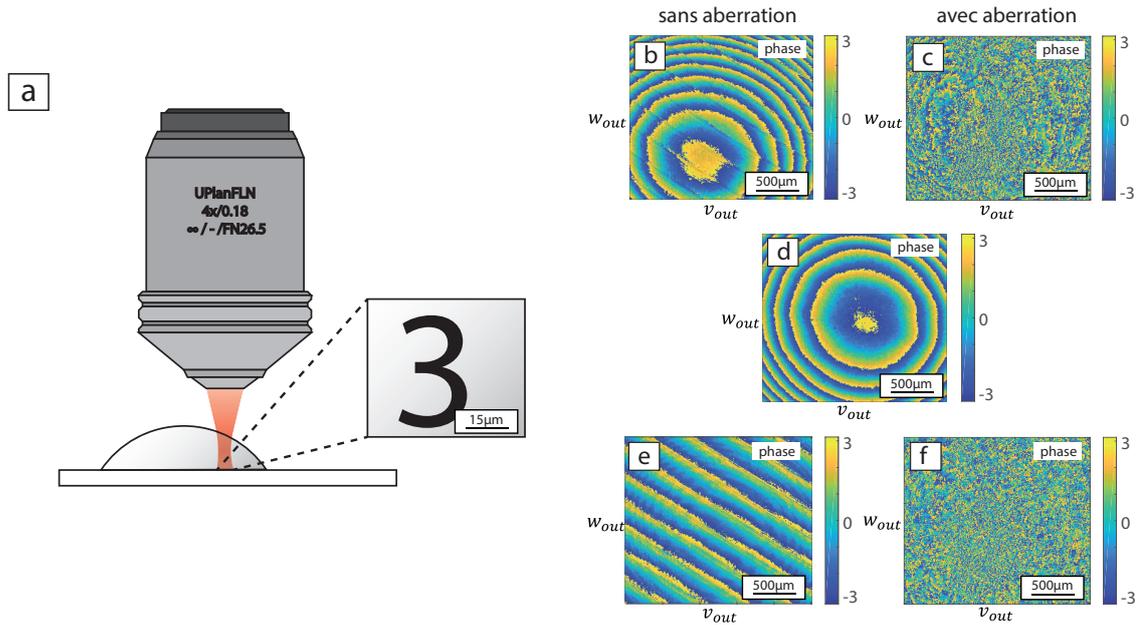


FIGURE 2.17 – a) Schéma de l'expérience d'imagerie d'une mire de résolution à travers une cornée de singe. En absence d'aberration : b) phase du terme d'interférence, d) phase du champ de référence et e) phase du champ réfléchi par le bras échantillon. Cas de l'expérience décrite dans la section : c) phase du terme d'interférence et f) phase du champ réfléchi par le bras échantillon.

### 2.4.5 Calcul numérique de la matrice $\mathbf{R}_{rr}$

A partir de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{ur}$  (Fig. 2.19 a.), il est possible de déterminer numériquement la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$ . Comme décrit précédemment dans la section 1.2, une simple opération matricielle (Eq. 2.24) permet de passer de la représentation  $\mathbf{R}_{ur}$  à la représentation  $\mathbf{R}_{rr}$ . La matrice  $\mathbf{R}_{rr}$  obtenue (Fig. 2.19 b.) est de taille  $N_x^2 \times N_x^2$ . Pour la coordonnée  $\mathbf{r}_{in} = \mathbf{0}$ , le champ  $R_{ur}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in} = \mathbf{0})$  obtenu par la mesure expérimentale est montré sur la figure 2.19 (d) et la tache focale associée  $R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in} = \mathbf{0})$  obtenue numériquement dans un plan virtuel est illustrée sur la figure 2.19 (e). Avec l'objectif utilisé et l'ouverture numérique considérée, la dimension d'un pixel est normalement supérieure à la tache d'Airy qui aurait été obtenue dans un cas sans aberration. Ici, la présence de fortes aberrations induites par la cornée lors de la propagation de la lumière dégrade la tache focale apparente. Une autre manière de se rendre compte de la force des aberrations est d'observer l'image confocale. En effet, comme décrit à la section 1.3.4, il est possible d'extraire l'image confocale (Fig. 2.19 c.) à partir des éléments diagonaux de la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$ . Sur l'image obtenue, le motif de la mire de résolution qui est censé être un "3" est à peine discernable. Afin de quantifier le niveau d'aberrations dans ce cas expérimental, il est possible de calculer la tache focale moyenne en moyennant le module de chaque tache focale recentrée sur la coordonnée de focalisation. Cette tache focale moyenne est illustrée sur la figure 2.19 (f). La lar-

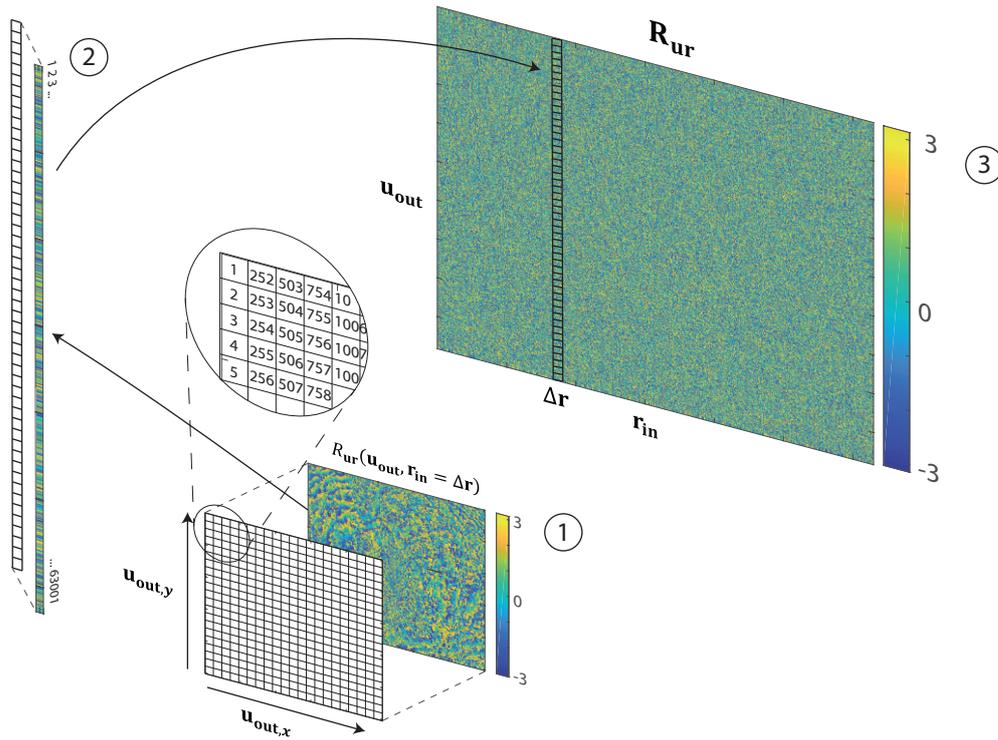


FIGURE 2.18 – Construction de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{ur}$ . Pour chaque coordonnée de focalisation, le champ  $R_{ur}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  mesuré dans le plan pupille (1) est transformé en vecteur colonne (2) puis concaténé dans la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  (3).

geur de la tache est d'approximativement  $30 \mu\text{m}$ , nettement supérieure à la cellule de résolution.

Dans le chapitre suivant sera exposée une méthode permettant de restaurer l'image de la mire en corrigeant les aberrations induites par la cornée. A cette fin, il faudra traiter toute l'information contenue dans l'ensemble de la matrice de réflexion et pas seulement ses seuls éléments diagonaux.

## 2.4.6 Quelques exemples de réflexion de tissus biologiques

Au cours de la thèse d'Amaury Badon, la plupart des objets considérés étaient des mires de résolution. D'autres expériences ont été menées afin de construire la matrice de réflexion en base focalisée  $\mathbf{R}_{r}$  à différentes profondeurs dans une cornée de singe malade. Celles-ci ont été mesurées à la surface et à des profondeurs de  $100 \mu\text{m}$  et  $300 \mu\text{m}$  dans la cornée. Pour ces expériences, la mesure a été faite avec un objectif de microscope X4 (RMS4X - 4X Olympus). Le pas spatial  $\delta x = 4 \mu\text{m}$  coïncide avec la résolution dans la limite de diffraction pour une source centrée à  $800 \text{nm}$ . Le nombre  $N_x^2$  d'illuminations avec  $N_x = 13$  permet de couvrir un champ de vision de  $52 \mu\text{m} \times 52 \mu\text{m}$ . Les paramètres sont résumés dans le tableau suivant :

## 2.4 Mesure expérimentale de la matrice de réflexion

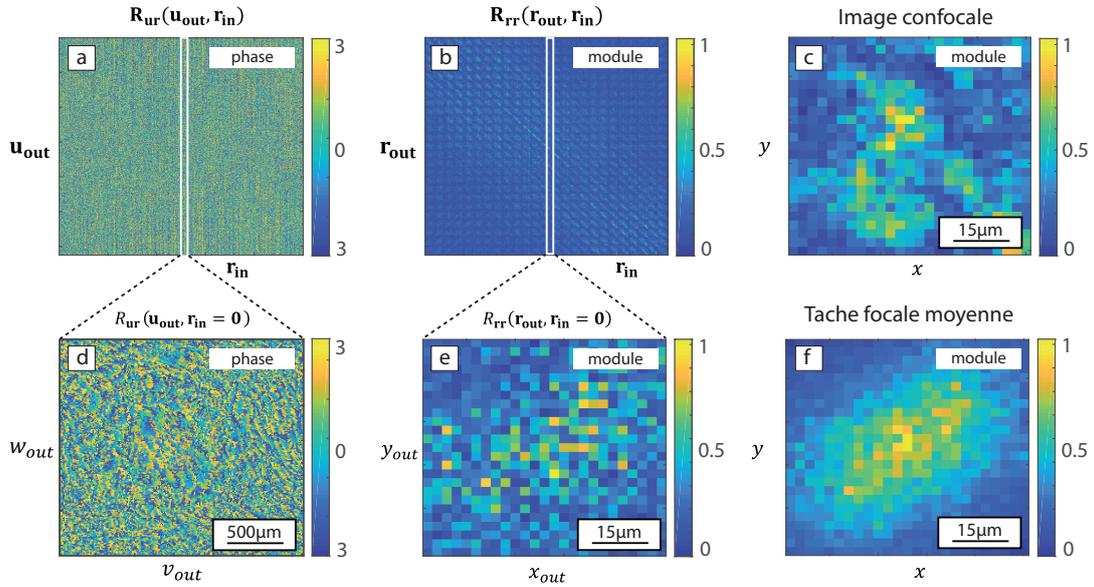


FIGURE 2.19 – Construction de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  dans la base focalisée. (a) Matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  obtenue par la mesure expérimentale. (b) Matrice  $\mathbf{R}_{rr}$  obtenue par numériquement à partir de  $\mathbf{R}_{ur}$ . (c) Image confocale extraite de la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$ . Champs réfléchis (d)  $R_{ur}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in} = \mathbf{0})$  et (e)  $R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in} = \mathbf{0})$  pour une coordonnée de focalisation sur l'axe optique. (f) Tache focale moyennée sur l'ensemble des coordonnées de focalisation  $\mathbf{r}_{in}$ .

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$\delta x$
valeurs	800 nm	18 mm	0.1	$4\mu\text{m}$

TABLE 2.8 – Paramètres du système optique pour la mesure expérimentale des matrices de réflexion en profondeur dans la cornée de singe malade.

Ces expériences permettent de mettre en évidence l'étalement de la tache focale sur les éléments en dehors de la diagonale et ainsi quantifier le niveau d'aberration généré par la cornée du singe malade. A la surface de l'échantillon, le profil est piqué autour de la diagonale (Fig. 2.20 a.) ce qui se traduit par une tache focale quasiment ponctuelle (Fig. 2.20 d.). En profondeur, l'étalement de l'énergie sur les éléments hors diagonaux de la matrice de réflexion (Fig. 2.20 b-c) se traduit pour une augmentation des dimensions de la tache focale (Fig. 2.20 e-f). La matrice de réflexion, en plus de permettre d'imager le milieu en extrayant l'image confocale, permet aussi de quantifier le niveau d'aberration en l'associant au diamètre de la tache focale. Ces quelques exemples n'ont toutefois vocation qu'à illustrer des phénomènes simples de manifestation des aberrations. En pratique, une étude plus poussée permettrait de mettre en évidence des paramètres statistiques (longueur de cohérence de la loi d'aberration dans plan pupille, libre parcours moyen de diffusion dans la cornée,...). Cette étude quantitative sera réalisée au chapitre 5 lorsque la matrice de réflexion associée à une cornée pourra être mesurée sur des champs de vision millimétriques.

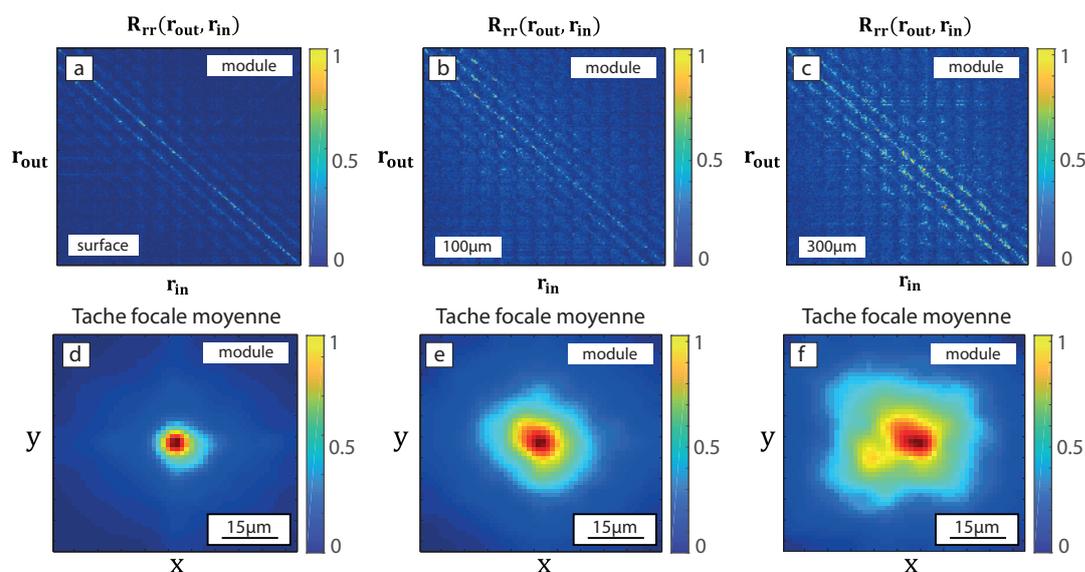


FIGURE 2.20 – Expérience de mesure de la matrice de réflexion à plusieurs profondeurs dans la cornée. Matrices de réflexion  $R_{rr}$  calculée a) à la surface de la cornée, b) à 100  $\mu\text{m}$  et c) à 300  $\mu\text{m}$ . Taches focales moyennées sur l'ensemble des coordonnées de focalisation d) à la surface de la cornée, e) à 100  $\mu\text{m}$  et f) à 300  $\mu\text{m}$

## 2.5 Conclusion

Après avoir introduit les différentes notions nécessaires à la définition de la matrice de réflexion d'un milieu diffusant, nous avons présenté les différentes bases dans lesquelles celle-ci pouvait être représentée. Nous avons introduit un formalisme analytique permettant de passer d'une base à l'autre par de simples produits matriciels. Surtout nous avons démontré comment l'analyse de la matrice de réflexion dans ces différentes bases permettaient de caractériser l'objet à imager et les aberrations endurées par les ondes incidente et réfléchie. L'intérêt de de la matrice de réflexion réside en effet dans sa capacité à contenir toute l'information disponible sur un objet à imager et sur les aberrations subies par la lumière. Toutefois, l'analyse de la matrice de réflexion ne permet pas directement de corriger les aberrations qui détériorent fortement la qualité de l'image confocale obtenue. Dans le prochain chapitre, nous introduisons le concept de *matrice distortion* qui va nous permettre de nous affranchir des aberrations et ainsi restaurer la résolution et le contraste idéalement attendus pour une image confocale.

# Chapitre 3

## La matrice distorsion

### Sommaire

---

3.1	Introduction . . . . .	77
3.2	La matrice distorsion du milieu diffusant . . . . .	78
3.3	Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire . . . . .	83
3.4	Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse . . . . .	93
3.5	Conclusion . . . . .	108

---

### 3.1 Introduction

L'approche matricielle appliquée ici à la microscopie optique repose sur la mesure de la matrice de réflexion d'un milieu diffusant à l'aide d'un dispositif interférométrique et d'une source de lumière à large spectre. La combinaison de ces deux derniers permet de sélectionner le temps de vol des photons. Cela présente l'avantage de pouvoir imager un objet à travers un écran de phase aberrateur, en ne faisant interférer que les photons ayant été réfléchis par l'objet ou d'imager un milieu diffusant à une profondeur voulue. L'approche matricielle se distingue des méthodes de contrôle du front d'onde en optique adaptative puisque la correction des aberrations s'effectue sur la matrice de réflexion en post-traitement.

La méthode de correction des aberrations subies par la lumière présentée dans ce chapitre repose sur la construction d'un nouvel opérateur : la matrice "distorsion". Cet opérateur se construit à partir de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  et permet d'isoler l'effet des aberrations des contributions géométriques liées à la diffraction. En effet, le front d'onde mesuré dans le plan pupille pour une coordonnée de focalisation se décompose en une composante géométrique (onde plane attendue en absence d'aberration) et une composante de distorsion. La matrice distorsion permet donc d'associer chaque coordonnée de focalisation à un champ "distorsion" qui mesure l'écart entre le champ réfléchi et le champ attendu dans un cas idéal sans aberration. Pour un ensemble de points de focalisation contenus dans une aire d'isoplanétisme, la distorsion du front d'onde causées par l'effet des aberrations est

ainsi invariante. Cet opérateur permet ainsi de cartographier l'effet des aberrations sur l'ensemble du champ de vision. Surtout, une correction matricielle des aberrations permet de les analyser et de les corriger sur des champs de vision comprenant plusieurs aires d'isoplanétisme.

Dans un premier temps sera défini le concept de la matrice distorsion. Une formulation analytique des éléments de ces matrices permettra ensuite d'introduire leur décomposition en valeurs singulières à des fins de correction d'aberration pour l'imagerie. La méthode de correction présentée dépendra de la nature de l'objet considéré. L'objet dit "spéculaire" est un objet dont l'échelle de variation spatiale de la réflectivité est plus grande que la dimension latérale de la tache focale. L'objet dit "aléatoire" lui est un objet dont la réflectivité complexe est totalement décorrélée spatialement. Ce dernier cas de figure est important car il correspond à l'imagerie du speckle (tavelure en français) qui est généré par un ensemble de diffuseurs sous-résolus répartis aléatoirement.

## 3.2 La matrice distorsion du milieu diffusant

### 3.2.1 Définition

La représentation adoptée comme point de départ pour définir la matrice distorsion est celle où le plan d'émission est situé dans le plan ( $P_{E,x}$ ) conjugué au plan focal de l'objectif de microscope et le plan de réception est situé dans le plan ( $P_{E,u}$ ), plan pupille de l'objectif de microscope (Fig. 2.9). Dans le cas où l'objet est un miroir parfait ( $\rho(\mathbf{r}) = 1$ ) et en absence d'aberration ( $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}) = 1$ ), les éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{ur}}^0$  (Eq. 2.23) coïncident avec ceux de la matrice  $\mathbf{G}_0^*$  (Eq. 2.7) :

$$R_{\mathbf{ur}}^0(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = e^{i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_{in}} \quad (3.1)$$

Cette matrice sert dans référence pour la suite. En présence d'aberrations, l'onde incidente émise depuis la coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$  du plan ( $P_{E,x}$ ) subie une déformation à l'aller puis au retour (Fig 3.1 a.). Le champ résultant  $R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  mesuré dans le plan ( $P_{R,u}$ ) de la caméra CCD peut alors être comparé au cas idéal (Eq. 3.1) et les éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{ur}}$  prennent alors la forme suivante :

$$R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = D_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) e^{i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_{in}} \quad (3.2)$$

où  $D_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  représente la composante distordue du champ  $R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  réfléchi. L'ensemble de ces coefficients forment la *matrice distorsion* notée  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$ . L'équation 3.2 peut être réécrite sous une forme matricielle :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{ur}} = \mathbf{R}_{\mathbf{ur}} \circ \mathbf{R}_{\mathbf{ur}}^{0*} \quad (3.3)$$

où le symbole  $\circ$  représente le produit matriciel terme à terme, aussi appelé produit d'Hadamard. Il faut comprendre l'opération définie dans l'équation 3.3 comme

### 3.2 La matrice distorsion du milieu diffusant

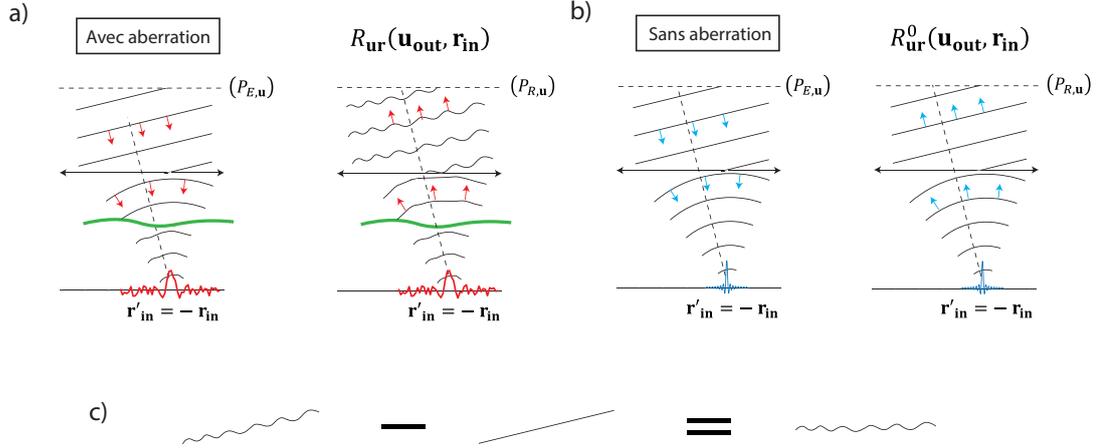


FIGURE 3.1 – Définition de la matrice distorsion. Comparaison des front d’ondes réfléchis (a)  $R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  dans le cas avec aberration et (b)  $R_{\mathbf{ur}}^0(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  dans un cas idéal. (c) Les éléments de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$  donnent l’écart de phase entre le front d’onde mesuré  $R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  et le front d’onde idéal  $R_{\mathbf{ur}}^0(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  (Eq. 2.3).

étant la mesure de l’écart entre chaque champ réfléchi  $R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  et le champ de référence correspondant  $R_{\mathbf{ur}}^0(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  (Fig 3.1 c.). En injectant l’expression de  $R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  (Eq. 2.23) dans l’équation 3.3, les éléments de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$  peuvent alors s’exprimer de la manière suivante :

$$D_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = \sum_{\mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})} \quad (3.4)$$

Pour aller plus loin dans l’analyse de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$ , il faut discriminer les cas d’une réflexion spéculaire ou d’une réflexion diffuse par l’objet. Ces deux régimes peuvent être discriminés suivant l’échelle de variation spatiale  $L$  caractéristique du potentiel de désordre associé à l’objet. Si  $L > \delta$ , où  $\delta$  est la largeur de la tache focale, on parlera d’une réflexion spéculaire. Dans le cas inverse, l’objet induit une réflexion diffuse. La figure 3.2 montre un exemple de matrices  $\mathbf{R}_{\mathbf{ur}}$  et  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$  obtenues dans ces deux régimes dans les conditions expérimentales décrites dans le tableau suivant :

$N_x$	$N_u$	$\delta x$	$\delta u$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
31	251	4.25 $\mu\text{m}$	9.5 $\mu\text{m}$	8 mm	100 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 3.1 – Paramètres et valeurs associées pour la simulation numérique des matrices  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$  dans le cas d’une réflexion spéculaire et dans le cas d’une réflexion diffuse.

Les paramètres de l’objectif de microscope et de la source de lumière sont les mêmes que définis dans le tableau 2.1. Nous sommes dans le cas d’un champ de

vision compris dans une seule aire d'isoplanétisme. Le haut de la figure 3.2 correspond au cas spéculaire. La matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\text{ur}}$  (Fig. 3.2 a.) ne montre pas de corrélations particulières malgré le caractère déterministe de l'objet et la présence d'une seule aire d'isoplanétisme, comme illustré à l'aide des champs réfléchis pour deux coordonnées  $\mathbf{r}_{in}$  et  $\mathbf{r}'_{in}$  (Fig. 3.2 c,d). La comparaison de la matrice  $\mathbf{R}_{\text{ur}}$  avec la matrice de référence  $\mathbf{R}_{\text{ur}}^0$  selon l'équation 3.3 permet de construire la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  (Fig. 3.2 b.). Celle-ci présente de fortes corrélations entre colonnes, i.e une répétition du même motif de distorsion pour les fronts d'onde issus de la même aire d'isoplanétisme (Fig. 3.2 e,f). La même analyse peut être réalisée pour un objet de type speckle (bas de la figure 3.2 "réflexion diffuse"), bien que le caractère aléatoire de la réflectivité de l'objet rende moins aisée une analyse directe de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$ . Pour les mêmes coordonnées  $\mathbf{r}_{in}$  et  $\mathbf{r}'_{in}$ , les champs distordus sont présentés sur les figures 3.2 (k) et (l). Bien qu'appartenant à la même aire d'isoplanétisme, les phases de ces champs ne présentent pas de corrélation apparente. Toutefois, nous allons voir que quelque soit la nature de l'objet à imager, recourir à la décomposition en valeurs singulières de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  et à l'étude de ses matrices de corrélations va nous permettre de corriger les aberrations qui dégradent l'image optique.

### 3.2.2 La décomposition en valeurs singulières de la matrice distorsion

La décomposition en valeurs singulière (SVD) est un outil puissant pour extraire les corrélations entre les lignes ou les colonnes d'une matrice. Mathématiquement, la décomposition de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$ , de taille  $N_u^2 \times N_x^2$ , s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{D}_{\text{ur}} = \mathbf{U} \times \mathbf{S} \times \mathbf{V}^\dagger \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  (matrice autoadjointe de  $\mathbf{V}^\dagger$ ) sont des matrices unitaires de tailles respectives  $N_u^2 \times N_u^2$  et  $N_x^2 \times N_x^2$  dont les colonnes  $(\mathbf{U}_i)_{i \in \llbracket 1, N_u^2 \rrbracket}$  et  $(\mathbf{V}_i)_{i \in \llbracket 1, N_x^2 \rrbracket}$  correspondent aux vecteurs propres en sortie et en entrée de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$ . Chaque vecteur propre en sortie  $\mathbf{U}_i$  est défini dans le plan pupille repéré par le vecteur  $\mathbf{u}_{out}$  et chaque vecteur propre en entrée  $\mathbf{V}_i$  est donc défini dans le plan focal repéré par le vecteur  $\mathbf{r}_{in}$ . La matrice  $\mathbf{S}$  est une matrice rectangulaire de taille  $N_u^2 \times N_x^2$  dont seuls les coefficients diagonaux  $(\sigma_i)_{i \in \llbracket 1, m \rrbracket}$ , avec  $m = \min(N_x^2, N_u^2)$ , sont non-nuls : ce sont les valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$ . Elles sont réelles, positives et classées dans l'ordre décroissant. En terme de coefficients matriciels, l'équation 3.5 se réécrit :

$$D_{\text{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = \sum_{i=1}^m \sigma_i U_i(\mathbf{u}_{out}) V_i^*(\mathbf{r}_{in}) \quad (3.6)$$

La SVD décompose principalement une matrice en deux sous-espaces : un sous-espace signal (une matrice caractérisée par d'importantes corrélations entre ses lignes et/ou ses colonnes) et un sous-espace bruit (une matrice aléatoire sans corrélation entre ses lignes et colonnes). Le sous-espace signal est associé aux

### 3.2 La matrice distorsion du milieu diffusant

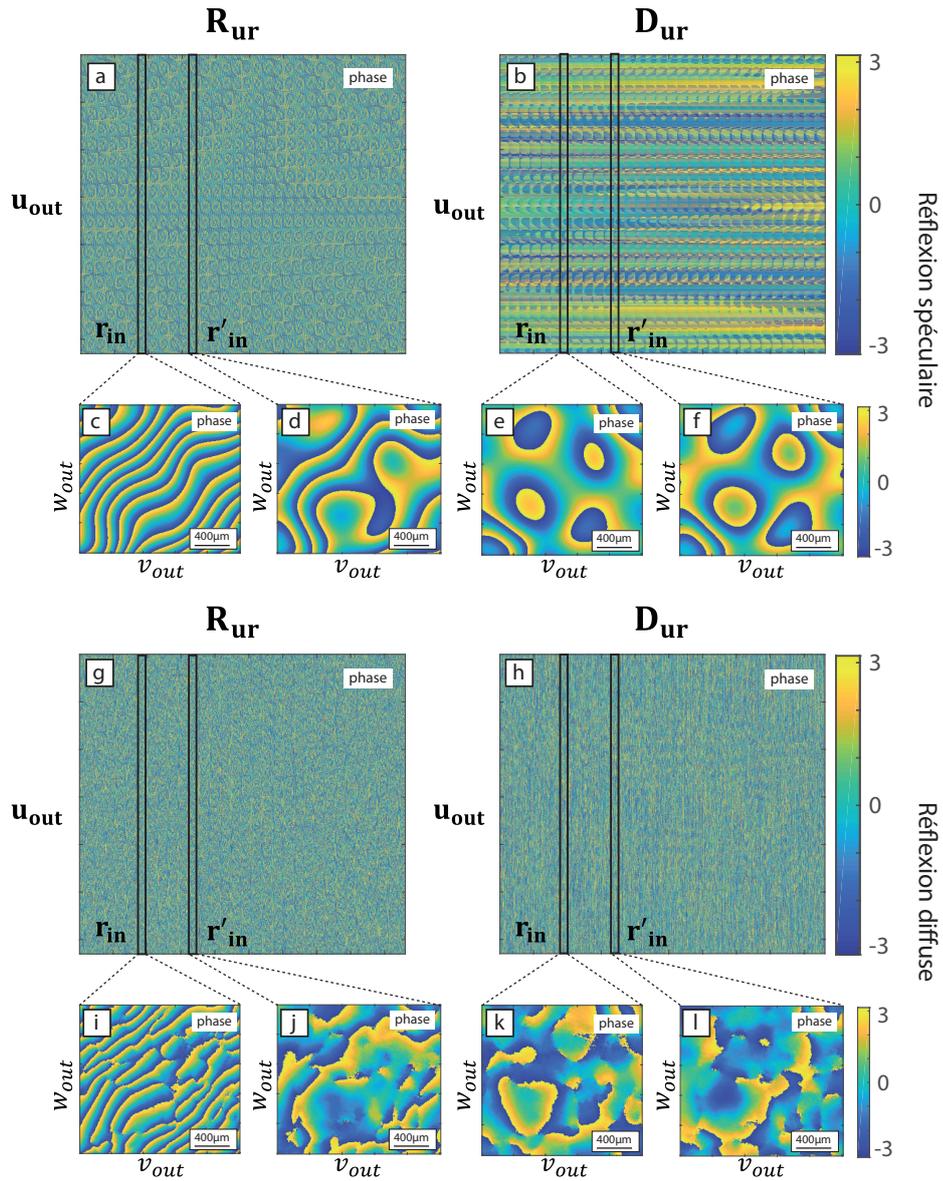


FIGURE 3.2 – Cas de la réflexion spéculaire : (a) matrice de réflexion  $R_{ur}$  et (b) matrice distorsion  $D_{ur}$ . (c,d) Exemples de champs réfléchis et de (e,f) leurs composante distordues respectives. Cas de la réflexion diffuse : (g) matrice de réflexion  $R_{ur}$  et (h) matrice distorsion  $D_{ur}$ . (i,j) Exemples de champs réfléchis et de (k,l) leurs composante distordues respectives.

valeurs singulières les plus grandes alors que le sous-espace bruit est associé aux valeurs singulières les plus faibles. D'une part, la SVD de  $D_{ur}$  va donc nous permettre de filtrer le sous-espace bruit qui contient à la fois le bruit expérimental et la contribution incohérente du champ réfléchi induit par les événements de diffusion multiple. D'autre part, chaque état singulier du sous-espace signal va nous permettre d'extraire suivant le vecteur singulier  $U_i$  la distorsion subie par l'onde

dans le plan pupille pour chaque zone de l'image qui, elle, sera repérée par le vecteur singulier  $\mathbf{V}_j$ .

D'un point de vue mathématique, la décomposition en valeurs singulières de la matrice complexe  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  de taille  $N_u^2 \times N_x^2$  correspond à diagonaliser les matrices hermitiennes suivantes :

$$\mathbf{B} = \frac{1}{N_x^2} \mathbf{D}_{\text{ur}} \mathbf{D}_{\text{ur}}^\dagger \quad (3.7)$$

et :

$$\mathbf{C} = \frac{1}{N_u^2} \mathbf{D}_{\text{ur}}^\dagger \mathbf{D}_{\text{ur}} \quad (3.8)$$

respectivement de tailles  $N_u^2 \times N_u^2$  et  $N_x^2 \times N_x^2$  associées. Les préfacteurs de normalisation dans les deux expressions se justifieront dans la suite du chapitre quand sera traité la convergence de ces matrices vers leurs matrices de covariance. Ces deux dernières possèdent les mêmes valeurs propres (à un coefficient multiplicatif près), réelles et positives, qui ne sont rien d'autres que les valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  au carré. En conservant les notations précédentes, la diagonalisation de ces matrices s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbf{B} = \mathbf{U} \times \mathbf{S}_{\mathbf{u}}^2 \times \mathbf{U}^\dagger \quad (3.9)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{V} \times \mathbf{S}_{\mathbf{r}}^2 \times \mathbf{V}^\dagger \quad (3.10)$$

où  $\mathbf{S}_{\mathbf{u}}^2$  et  $\mathbf{S}_{\mathbf{r}}^2$  sont des matrices diagonales contenant les valeurs propres communes des matrices  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  rangées dans l'ordre décroissant. Ces matrices n'étant pas forcément de mêmes tailles, il n'en existe au plus qu'un nombre  $m = \min(N_u^2, N_x^2)$  de valeurs propres  $\sigma_i^2$  non-nulles. Les matrices  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  ainsi définies s'apparentent aux matrices des corrélations selon les colonnes (pour la matrice  $\mathbf{B}$ ) et selon les lignes (pour la matrice  $\mathbf{C}$ ) de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$ . Ainsi, les plus grandes valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  correspondent aux espaces singuliers qui maximisent les corrélations en entrée et/ou en sortie. Suivant la nature de l'objet considéré (en régime de réflexion spéculaire ou de réflexion diffuse), la signification de ces vecteurs singuliers ne sera pas la même. De ce fait, le chapitre fera la distinction entre ces deux cas asymptotiques et deux méthodes différentes de correction des aberrations seront présentées.

### 3.2.3 Réflexion spéculaire et réflexion diffuse

La réflectivité  $\rho(\mathbf{r})$  est une fonction complexe qui a été introduite dans le chapitre 2. Dans ce chapitre, nous allons supposer que cette fonction est statistiquement invariante par translation dans le plan de l'échantillon et la caractériser par sa fonction d'autocorrélation :

$$\langle \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') \rangle = \langle |\rho|^2 \rangle \gamma(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \quad (3.11)$$

où la moyenne  $\langle \cdot \rangle$  est une moyenne d'ensemble sur l'ensemble des réalisations de réflectivité aux mêmes propriétés statistiques. D'après l'hypothèse d'invariance

### 3.3 Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire

statistique par translation, cette fonction  $\gamma$  ne dépend que de la distance entre deux points  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$  du plan échantillon et vaut 1 en 0. C'est une fonction décroissante et la longueur caractéristique de décroissance de cette fonction est notée  $L$ . Dans le cas où cette longueur de cohérence spatiale est bien plus grande que la dimension  $\delta$  de la tache focale, le régime sera dit "spéculaire". Dans ce cas-là, l'approximation sera de développer la réflectivité autour de la coordonnée de focalisation  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$  :

$$\rho(\mathbf{r}) \simeq \underbrace{\rho(-\mathbf{r}_{in})}_{\text{ordre 0}} + \underbrace{\Delta\rho|_{\mathbf{r}=-\mathbf{r}_{in}} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})}_{\text{ordre 1}} \quad (3.12)$$

puis d'écrire les équations à l'ordre zéro. Dans le cas où  $L$  est bien plus petite que la dimension de la tache focale, on sera en régime de réflexion "diffuse" et la fonction  $\gamma$  (Eq. 3.11) pourra être approchée par la distribution de Dirac dans l'expression des éléments des différentes matrices. Dans ce cas, les propriétés d'incohérence spatiale de l'objet se révéleront précieuses pour retrouver la matrice aberration  $\mathbf{A}$  à partir de la SVD de  $\mathbf{D}_{ur}$ .

## 3.3 Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire

### 3.3.1 Matrice de réflexion spéculaire

Le régime spéculaire modélise la réflexion de la lumière par des objets comme la mire de résolution. Cette dernière étant largement utilisée pour quantifier le niveau d'aberrations et la correction apportée, il est important d'étudier ce régime. Dans ce cas asymptotique, les éléments des matrices  $\mathbf{R}_{ur}$  et  $\mathbf{D}_{ur}$  prennent une forme simplifiée. Repartons de l'expression générale 2.23 des coefficients de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$ . En utilisant le développement de la réflectivité autour de la coordonnée  $\mathbf{r}'_{in} = -\mathbf{r}_{in}$  donné par l'équation 3.12, les coefficients de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  prennent à l'ordre zéro la forme suivante :

$$\begin{aligned} R_{ur}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) &= \sum_{\mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}} \\ &= \rho(-\mathbf{r}_{in}) \sum_{\mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Dans l'hypothèse où le support de la tache focale incidente  $a$  est contenu dans une aire d'isoplanétisme ( $l_c > \delta$ ), les deux fonctions  $a$  et  $A$  fluctuent peu selon leur deuxième variable sur les termes non-nuls de la somme. Cette dernière hypothèse

mènent à l'expression approchée suivante en régime de réflexion spéculaire :

$$\begin{aligned}
 R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) &= A(\mathbf{u}_{out}, -\mathbf{r}_{in}) \rho(-\mathbf{r}_{in}) \sum_{\mathbf{r}} a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, -\mathbf{r}_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}} \\
 &= \underbrace{A(\mathbf{u}_{out}, -\mathbf{r}_{in}) e^{i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_{in}}}_{\text{trajet retour}} \underbrace{\rho(-\mathbf{r}_{in})}_{\text{réflexion}} \underbrace{A(-\mathbf{u}_{out}, -\mathbf{r}_{in})}_{\text{trajet aller}} \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

L'expression fait intervenir trois facteurs correspondant aux différentes étapes de la propagation de la lumière, à lire de droite à gauche, que sont le trajet de l'onde incidente, la réflexion sur l'objet et la trajet de l'onde réfléchi arrivant avec un angle d'incidence  $\mathbf{r}_{in}/f$  dans le plan pupille ( $P_{R,\mathbf{u}}$ ). L'inversion de signe selon la première variable dans les lois d'aberration entre l'aller et le retour provient du fait que la réflexion est spéculaire et qu'il y a une inversion composante transverse des vecteurs d'ondes après réflexion. En injectant cette dernière expression dans l'équation 2.25, il vient l'expression suivante pour les coefficients de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  :

$$R_{\mathbf{rr}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = \underbrace{\rho(-\mathbf{r}_{in})}_{\text{réflectivité}} \underbrace{\sum_{\mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, -\mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, -\mathbf{r}_{in}) e^{i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}_{out})}}_{\text{tache focale apparente}} \quad (3.15)$$

Les éléments de la matrice possèdent donc l'information sur la réflectivité de l'objet sauf que celle-ci est modulée par la fonction qui est la tache focale apparente ayant cumulé les aberration à l'aller et au retour lors de la propagation de la lumière. L'image OCT confocale  $\hat{\rho}$  s'obtient à partir des éléments diagonaux de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$ , et son expression devient dans les hypothèses précédentes :

$$\hat{\rho}(-\mathbf{r}_{in}) = R_{\mathbf{rr}}(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) = \underbrace{\rho(-\mathbf{r}_{in})}_{\text{réflectivité}} \underbrace{\sum_{\mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, -\mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, -\mathbf{r}_{in})}_{\text{facteur de contraste}} \quad (3.16)$$

La réflectivité de l'image OCT confocale est donc le produit de la réflectivité de l'objet  $\rho$  et d'un terme complexe d'aberration dont l'amplitude et la phase fluctuent d'une aire d'isoplanétisme à une autre (dépendance en  $\mathbf{r}_{in}$ ). La présence du terme en  $\rho(-\mathbf{r}_{in})$  indique que l'image obtenue est fidèle à la réflectivité de l'objet. Cependant, le contraste peut fortement varier suivant les endroit de l'image du fait des aberrations (cf second facteur de l'équation 3.16). Bien sur, ceci est vrai pour des objets vérifiant  $L > \delta$ , ce qui est le cas pour des mires de résolution loin des gravures micrométriques. Proches de ces dernières, l'hypothèse n'est plus valide puisque la réflectivité présente des discontinuités. Dans le cas général, il faut revenir à l'expression de l'image OCT confocale donnée par l'équation 2.27. La convolution qui intervient dans l'expression aura pour effet de détériorer la résolution de l'image au niveau de ces discontinuités. Toutefois, il sera possible d'utiliser les réflexions spéculaires dans les zones de l'objet vérifiant les hypothèse énumérées dans cette section afin d'apporter une correction. C'est ici qu'intervient la méthode de correction matricielle des aberrations s'appuyant sur la SVD de la matrice distorsion.

### 3.3 Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire

#### 3.3.2 Matrice distorsion en régime spéculaire

Sous les mêmes hypothèses qu'au paragraphe précédent ( $L > \delta$  et  $l_c > \delta$ ), les coefficients de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  (Eq. 3.4) s'expriment de la manière suivante :

$$D_{\text{ur}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) = A(\mathbf{u}_{\text{out}}, -\mathbf{r}_{\text{in}})A(-\mathbf{u}_{\text{out}}, -\mathbf{r}_{\text{in}})\rho(-\mathbf{r}_{\text{in}}) \quad (3.17)$$

Les éléments de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  présentent une symétrie centrale dans la plan pupille ( $D_{\text{ur}}(-\mathbf{u}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) = D_{\text{ur}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}})$ ). C'est une conséquence de l'inversion de la composante transverse des vecteurs d'ondes de l'onde incidente après réflexion. Nous allons maintenant chercher à réaliser analytiquement la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$ .

#### Cas isoplanétique

En présence d'une seule aire d'isoplanétisme, les éléments de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\text{ur}}$  prennent la forme suivante :

$$D_{\text{ur}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \mathbf{r}_{\text{in}}) = A(\mathbf{u}_{\text{out}})A(-\mathbf{u}_{\text{out}})\rho(-\mathbf{r}_{\text{in}}) \quad (3.18)$$

Dans ce cas simple, la matrice est de rang 1 et une décomposition en valeurs singulières par comparaison des équations 3.6 et 3.18 mène à l'expression suivant pour les vecteurs singuliers  $\mathbf{U}_1$  et  $\mathbf{V}_1$  :

$$U_1(\mathbf{u}_{\text{out}}) = A(\mathbf{u}_{\text{out}})A(-\mathbf{u}_{\text{out}})e^{i\phi} \quad \sigma_1 V_1^*(\mathbf{r}_{\text{in}}) = \rho(-\mathbf{r}_{\text{in}})e^{-i\phi} \quad (3.19)$$

qui sont déterminés à une phase  $\phi$  près. Ainsi, le premier vecteur propre d'entrée de la matrice distorsion  $\mathbf{V}_1$  permet directement de retrouver la réflectivité de l'objet en s'affranchissant des aberrations. Afin d'accompagner le propos, la simulation d'une expérience mettant en jeu une mire de résolution (Fig. 3.3 c.) a été réalisée sous une hypothèse isoplanétique. La configuration adoptée est illustrée sur la figure 3.3 (a). Les paramètres du microscope (distance focale  $f$  et ouverture numérique  $NA$ ) ainsi que la longueur d'onde  $\lambda$  de la source sont pris identiques par rapport aux simulations précédentes (Tab. 2.1). Les paramètres d'échantillonnage du plan échantillon et du plan pupille ainsi que les paramètres de l'écran de phase aberrateur (Fig. 3.3 b.) sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$N_x$	$\delta x$	$N_u$	$\delta u$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	61	4.25 $\mu\text{m}$	201	6 $\mu\text{m}$	20 mm	400 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 3.2 – Paramètres d'échantillonnage des plans d'émission et de réception et de l'écran de phase aberrateur pour la simulation numérique dans le régime spéculaire et dans un cas isoplanétique.

D'après l'équation 2.14, l'aire d'isoplanétisme est estimée à environ 200  $\mu\text{m}$  pour un champ de vision de 250  $\mu\text{m}$  ce qui situe bien cette simulation dans un cas isoplanétique. La dimension de la tache focale est  $\delta = 80 \mu\text{m}$  (Eq. 2.13). La figure 2.13 (c) représente la matrice  $\mathbf{R}_{\text{rr}}$  pour laquelle on voit clairement l'énergie

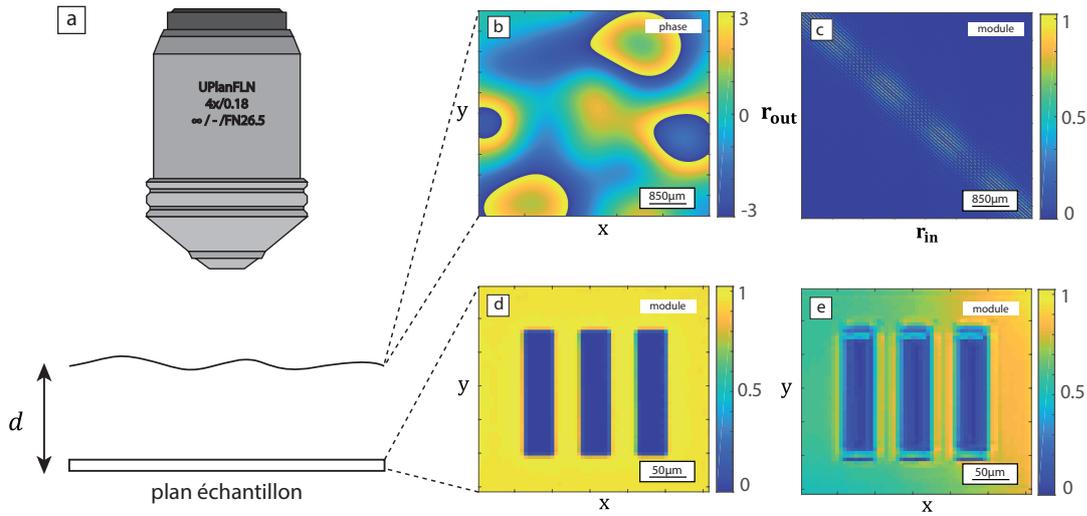


FIGURE 3.3 – Configuration de l'expérience. (a) Schéma de l'expérience simulée numériquement en régime spéculaire isoplanétique. (b) Phase de l'écran de phase aberrateur et (c) réflectivité de l'objet. (d) Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  obtenue et (e) image OCT confocale.

s'étaler sur les éléments hors diagonaux comme prédit par l'équation 3.15. Il est possible de construire l'image OCT confocale (Fig. 3.3 e.) pour laquelle la fluctuation de contraste liée au facteur complexe de l'équation 3.16 est visible loin des discontinuités de réflectivité. Au niveau des gravures, il y a aussi perte de résolution. Dans les zones où la réflectivité de la mire est constante, les hypothèses de réflexion spéculaire sont toutefois vérifiées. Comme prédit par l'équation

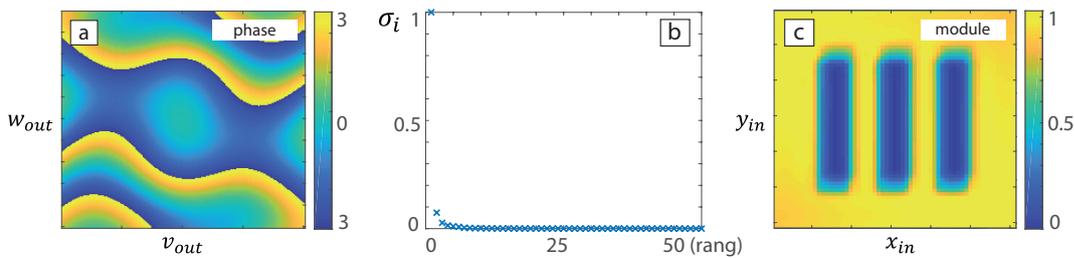


FIGURE 3.4 – SVD en régime spéculaire isoplanétique (a) Vecteur propre de sortie  $\mathbf{U}_1$  sous sa forme bidimensionnelle. (b) Distribution des valeurs singulières de la matrice distorsion avec le rang en abscisse. (c) Vecteur propre d'entrée  $\mathbf{V}_1^*$  sous sa forme bidimensionnelle.

3.18, la matrice distorsion est effectivement de rang 1 comme le montre la distribution des valeurs singulières (Fig. 3.4 b.). Le vecteur  $\mathbf{U}_1$  est présenté sous sa forme bidimensionnelle sur la figure 3.4 (a). En régime spéculaire, la SVD ne permet pas d'obtenir directement la loi d'aberration  $A(\mathbf{u}_{out})$  mais uniquement la loi  $A(\mathbf{u}_{out})A(-\mathbf{u}_{out})$ , d'où la symétrie centrale du vecteur  $\mathbf{U}_1$  (Fig. 3.4 a.). Toutefois, le vecteur  $\mathbf{V}_1^*$  (Fig. 3.4 c.) est un bon estimateur de la réflectivité de l'objet (Fig. 3.3

### 3.3 Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire

d.) et présente un aspect plus lisse que l'image confocale (Fig. 3.3 e.).

En régime spéculaire, la SVD de la matrice distorsion ne permet pas de restaurer totalement la résolution qui serait obtenue en espace libre. En effet, l'équation 3.18 a été obtenue à l'ordre zéro du développement de la réflectivité 3.12 autour de la coordonnée  $-\mathbf{r}_{in}$ . Ce sont donc les zones de faibles fluctuations de la réflectivité qui ont permis de déterminer la loi  $U_1(\mathbf{u}_{out}) = A(\mathbf{u}_{out})A(-\mathbf{u}_{out})$ . Le vecteur  $\mathbf{V}_1^*$  peut être obtenu à partir de l'équation suivante mise sous forme matricielle :

$$\sigma_1 \mathbf{V}_1^* = \mathbf{U}_1^\dagger \times \mathbf{D}_{ur} \quad (3.20)$$

En injectant l'expression des coefficient de  $\mathbf{U}_1$  et ceux de la matrice distorsion (Eq. 3.4) dans le cas isoplanétique, les coefficient  $V_1^*(\mathbf{r}_{in})$  du vecteur  $\mathbf{V}_1^*$  s'expriment alors ainsi :

$$\begin{aligned} \sigma_1 V_1^*(\mathbf{r}_{in}) &= \sum_{\mathbf{u}_{out}} A^*(-\mathbf{u}_{out}) \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})} \\ &= \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) |a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})|^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Les éléments du vecteur  $\mathbf{V}_1^*$  sont donnés par la convolution de la réflectivité avec la fonction  $|a|^2$  qui est à comparer avec l'expression de l'image OCT confocale dans le cas général (Eq. 2.27). Cette dernière était donnée par la convolution de la réflectivité avec la fonction  $a^2$ . La correction apportée ici (Eq. 3.21) permet de limiter les effets de la réponse impulsionnelle  $a^2$  sur le contraste de l'objet. En régime de réflexion spéculaire, on ne gagne pas en résolution mais en contraste.

#### Cas général

En présence de plusieurs aires d'isoplanétisme, il est plus délicat d'exprimer analytiquement la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{ur}$ . L'idée va être d'exprimer les matrices de corrélation associées à  $\mathbf{D}_{ur}$  car les vecteurs singuliers de  $\mathbf{D}_{ur}$  sont les vecteurs propres de  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  (Eqs. 3.7 et 3.8). Afin de déterminer les vecteurs propres d'entrée (plan focal), il faut s'intéresser à la matrice  $\mathbf{C}$  dont les éléments dans l'hypothèse de régime spéculaire, prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned} C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) &= \frac{1}{N_u^2} \rho(-\mathbf{r}_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}'_{in}) \\ &\quad \sum_{\mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Cette matrice peut aussi être vue comme un estimateur de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$  où la moyenne porte sur l'ensemble des réalisations de la loi d'aberration ayant les mêmes propriétés statistiques. On peut alors décomposer la matrice  $\mathbf{C}$  de la façon suivante :

$$\mathbf{C} = \langle \mathbf{C} \rangle + \delta \mathbf{C} \quad (3.23)$$

où  $\delta\mathbf{C}$  est l'erreur par rapport à l'estimation. Afin de quantifier cet écart, il faut calculer la variance des éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  :

$$\langle |\delta\mathbf{C}|^2 \rangle = \langle |\mathbf{C} - \langle \mathbf{C} \rangle|^2 \rangle = \langle |\mathbf{C}|^2 \rangle - |\langle \mathbf{C} \rangle|^2 \quad (3.24)$$

Cette erreur décroît comme l'inverse du nombre de réalisations de la loi d'aberration dans le plan pupille donné par :

$$N_a = \left( \frac{\mathcal{D}}{u_c} \right)^2 \quad (3.25)$$

où  $\mathcal{D}$  est la taille du diaphragme dans le plan pupille et  $u_c$  est la longueur de corrélation spatiale définie par l'équation 2.12 (voir annexe A). Il s'agit du nombre de grains de cohérence de l'aberrateur vu depuis le plan pupille. Lorsque  $N_a \gg 1$ , la matrice  $\mathbf{C}$  tend vers la matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$ , dont les éléments peuvent s'écrire comme :

$$\langle C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle = \rho(-\mathbf{r}_{in}) \Phi(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}'_{in}) \quad (3.26)$$

avec  $\Phi$  la fonction donnée par :

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) &= \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\ &= \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \langle A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\ &= f^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \end{aligned} \quad (3.27)$$

où  $f$  est la fonction qui avait été définie à l'équation 2.14. Le profil des éléments de la matrice de covariance selon une antidiagonale décroît donc avec la distance  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$ . La largeur de la fonction  $f$  est donnée par le paramètre  $l_c$  défini en 2.15 et qui quantifie la dimension latérale d'une aire d'isoplanétisme. Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice de covariance revient à résoudre l'équation intégrale dont la fonction  $\Phi$  est le noyau [82]. Dans le cas où profil de la fonction  $f$  est gaussien et de largeur à demi-hauteur  $l_c$ , alors les solutions de la diagonalisation du noyau gaussien  $\Phi$  sont des modes hermito-gaussiens et la décroissance des valeurs propres est géométrique [83,84]. Le nombre de valeurs propres significatives est alors donné par le nombre  $P$  d'aires d'isoplanétisme contenues dans le champ de vision de dimension latérale  $\mathcal{A}$  :

$$P = \left( \frac{\mathcal{A}}{l_c} \right)^2 \quad (3.28)$$

La décomposition en valeurs propres de cette matrice  $\mathbf{C}$  permet ainsi de déterminer un ensemble  $(\mathbf{V}_i)_{i \in \llbracket 1, P \rrbracket}$  de vecteurs propres associés à chacune des aires d'isoplanétisme. Cette décomposition permet d'obtenir des vecteurs dont le profil en amplitude est fortement dépendant de celui de la fonction  $f^2$ . En effet, dans le cas où le profil est exponentiellement décroissant, les vecteurs propres obtenus se décomposent sur la base d'une famille de sinusoides en deux dimensions [85].

### 3.3 Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire

Dans le cas où ce profil est un sinus cardinal carré, il a été montré que la décroissance des valeurs était linéaire [86]. Dans tous les cas, il est donc possible de reconstruire l'objet à imager à partir de la matrice de covariance en ne considérant que les  $P$  premières valeurs propres significatives de la distribution. En effet, les éléments diagonaux de la matrice de covariance donnés à l'équation 3.26 pour  $\mathbf{r}'_{in} = \mathbf{r}_{in}$  donnent directement accès au module de la réflectivité de l'objet :

$$\langle C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) \rangle = |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 \simeq \sum_{i=1}^P \sigma_i^2 |V_i(\mathbf{r}_{in})|^2 \quad (3.29)$$

Dans le cas où la matrice  $\mathbf{C}$  converge bien vers la matrice de covariance, le nombre  $P$  peut être déterminé par la théorie de l'information en utilisant le concept d'entropie de la matrice  $\mathbf{C}$  définie par [87, 88] :

$$S = - \sum_{i=1}^{N_x^2} \bar{\sigma}_i^2 \ln(\bar{\sigma}_i^2) \quad (3.30)$$

où  $(\bar{\sigma}_i^2)_{i \in \llbracket 1, N_x^2 \rrbracket}$  est l'ensemble des valeurs propres de  $\mathbf{C}$  renormalisées :

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sigma_i^2}{\sum_{j=1}^{N_x^2} \sigma_j^2} \quad (3.31)$$

ainsi que le concept de diversité [87] :

$$D = \exp(S) \quad (3.32)$$

Cette dernière quantité est un bon estimateur du rang effectif  $P$  de la matrice  $\mathbf{D}_{ur}$ . En pratique, la matrice ne converge pas tout le temps vers sa matrice de covariance et il faut avancer des arguments de contraste comme lors de travaux réalisés par Amaury Badon lors de l'étude de la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$  en régime de diffusion multiple [43].

Cette méthode de reconstruction de la réflectivité de l'objet à imager n'est pas destinée à retrouver la phase de celui-ci mais elle est particulièrement efficace pour estimer son module. Il est toutefois possible de retrouver la phase de l'objet en considérant des sous-matrices de  $\mathbf{D}_{ur}$  afin de se ramener au cas d'une seule aire d'isoplanétisme. Sur chacune de ces aires, la SVD de la sous-matrice permet d'obtenir le vecteur  $\mathbf{V}_1^*$ . En avançant ensuite des arguments de continuité de la phase, il est possible de moduler le terme de phase  $\phi$  de l'expression 3.19 pour obtenir la réflectivité corrigée de l'objet.

Afin d'illustrer notre démonstration, une simulation a été réalisée sous les mêmes hypothèses de régime spéculaire ( $L > \delta$  et  $l_c > \delta$ ), de présence de plusieurs aires d'isoplanétisme et de convergence de la matrice  $\mathbf{C}$  vers la matrice de covariance ( $N_a \gg 1$ ). L'objet à imager est le même que dans la simulation précédente (Fig. 3.3 d.) et dans la même configuration (Fig. 3.3 a.). Les paramètres d'échantillonnage des plans pupille et échantillon et de l'écran de phase sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$N_x$	$\delta x$	$N_u$	$\delta u$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	61	4.25 $\mu\text{m}$	201	6 $\mu\text{m}$	10 mm	200 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 3.3 – Paramètres d’échantillonnage des plans d’émission et de réception et de l’écran de phase aberrateur pour la simulation numérique dans le régime spéculaire dans le cas de la convergence de la matrice  $\mathbf{C}$  vers sa matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$ .

Le calcul de la dimension latérale de la tache focale donne  $\delta = 85 \mu\text{m}$  dans ce cas  $L \gg \delta$  (loin des discontinuités de réflectivité de la mire). De plus, le calcul de l’aire d’isoplanétisme donne la valeur de  $90 \mu\text{m}$  ( $l_c > \delta$ ) ce qui inscrit bien cette simulation dans un régime spéculaire sous les hypothèses données précédemment. Le nombre d’aires d’isoplanétisme est estimé à  $P = 8$ . Le nombre de grains de cohérence de l’aberrateur vu depuis le plan pupille est  $N_a = 264 \gg 1$  (Eq. 3.25) ce qui garantit une convergence satisfaisante de  $\mathbf{C}$  vers la matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$ . L’image OCT confocale obtenue est présentée sur la figure 3.5 (a). La fluctuation

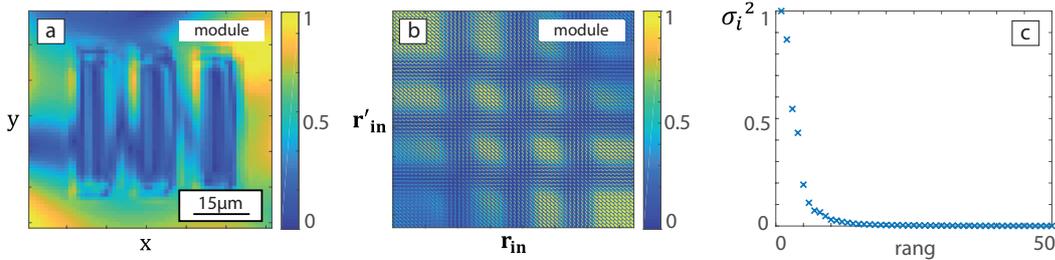


FIGURE 3.5 – Résultats de la simulations numériques. (a) image OCT confocale. (c) Matrice  $\mathbf{C}$ . (b) Distribution des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{C}$ .

d’amplitude est un indicateur de la présence de plusieurs aires d’isoplanétisme comme prédit par l’équation 3.16. La matrice  $\mathbf{C}$  est présentée sur la figure 3.5 (b). Le profil du module de cette matrice selon une antidiagonale atteint un maximum sur la diagonale et la décroissance avec  $\|r_{in} - r'_{in}\|$  est donnée par la fonction  $f^2(\|r_{in} - r'_{in}\|)$  en accord avec l’équation 3.27. Les fluctuations des lignes et colonnes de  $\mathbf{C}$  (Fig. 3.5 b.) sont liées aux variations de réflectivité de l’objet (Eq. 3.26). La distribution des valeurs propres (Fig. 3.5 c.) fait apparaître environ une petite dizaine de valeurs propres significatives. Le calcul de la diversité donne  $D = \exp(S) = 7.9$  qui coïncide bien avec le paramètre  $P$  calculé. Ainsi, il est possible de reconstruire l’objet avec les 8 premiers vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{C}$ . Celle-ci ayant bien convergé vers sa matrice de covariance, les vecteurs propres sont des mode hermito-gaussiens modulés par la réflectivité de l’objet. Les vecteurs propres pour  $i = 1, 2, 4$  sont présentés sur la figure 3.6. Le premier vecteur  $\mathbf{V}_1$  (Fig. 3.6 a.) correspond au mode fondamental et possède un large support. Le deuxième vecteur  $\mathbf{V}_2$  (Fig. 3.6 b.) est un mode d’ordre 2 (présence de deux ventres) comme le troisième qui n’est pas représenté ici. Le quatrième vecteur  $\mathbf{V}_4$  (Fig. 3.6 c.) est un mode d’ordre 3 (présence de trois ventres), etc. C’est ici la som-

### 3.3 Correction des aberrations en régime de réflexion spéculaire

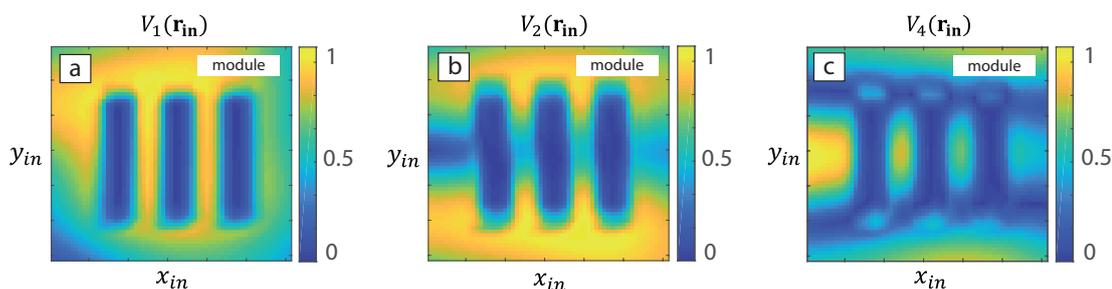


FIGURE 3.6 – Les premiers vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{C}$ . (a)  $\mathbf{V}_1$  (b)  $\mathbf{V}_2$  et (c)  $\mathbf{V}_3$  représentés sous leur forme bidimensionnelle.

mation de ces vecteurs propres suivants l'équation 3.29 jusqu'au rang  $P = 8$  qui va permettre de reconstruire la réflectivité de l'objet. La reconstruction progressive est illustrée sur la figure 3.7. Le cas  $P = 1$  correspond au vecteur  $\mathbf{V}_1$ . Le cas  $P = 2$  (Fig. 3.7 a.) illustre la reconstruction de la réflectivité à partir des deux premiers vecteurs propres et n'est clairement pas suffisante pour couvrir l'ensemble du champ de vision. La sommation  $P = 4$  est plus fine mais pas encore tout à fait homogène, notamment sur les bords de l'image et à  $P = 8$ , la réflectivité est parfaitement homogène sur la partie réfléchissante de la mire. Le résultat est à comparer à l'image OCT confocale initiale (Fig. 3.5 a.). La méthode permet donc une excellente compensation des effets des aberrations sur le contraste de l'image en régime de réflexion spéculaire.

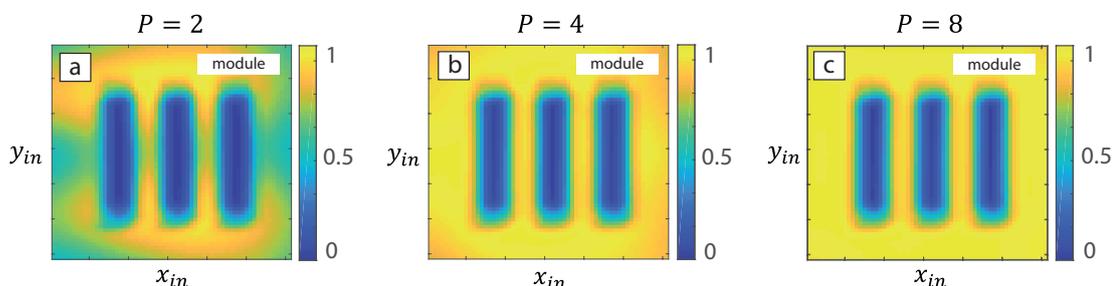


FIGURE 3.7 – Reconstruction de la réflectivité de l'objet à imager. Pour (a)  $P=2$  (b)  $P=4$  (c) et  $P=8$ .

L'étude de la convergence des éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  vers la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  en régime de réflexion spéculaire peut aussi se faire de la même manière que pour les éléments de la matrice  $\mathbf{C}$ . Toutefois, elle ne contribue pas à la compensation des aberrations et est reléguée à l'annexe A.

#### 3.3.3 Limites de la correction en régime de réflexion spéculaire

La compensation des aberrations en régime de réflexion spéculaire consiste à sommer les vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  obtenus par la SVD de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{ur}$ . Il a été démontré que, dans un cas isoplanétique, le premier vecteur propre

de sortie donnait accès à la loi  $A(\mathbf{u}_{out})A(-\mathbf{u}_{out})$  (Eq. 3.19). Une autre façon de compenser les aberrations est d'appliquer le conjugué de cette loi en sortie de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{ur}$ . En utilisant l'expression des éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  dans un cas isoplanétique (Eq. 2.23), les éléments matriciels de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}^c$  obtenue s'expriment alors ainsi :

$$\begin{aligned} R_{ur}^c(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) &= A^*(\mathbf{u}_{out})A^*(-\mathbf{u}_{out})A(\mathbf{u}_{out}) \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r})a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{out}\cdot\mathbf{r}} \\ &= A^*(-\mathbf{u}_{out}) \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r})a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{out}\cdot\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

dans l'hypothèse où la loi d'aberration est de module 1. En multipliant à gauche cette matrice par l'opérateur  ${}^t\mathbf{G}_0$  selon l'équation 2.24, il est possible de calculer la matrice  $\mathbf{R}_{rr}^c$  corrigée en régime de réflexion spéculaire. Ces éléments s'écrivent :

$$\begin{aligned} R_{rr}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}) &= \sum_{\mathbf{u}_{out}} R_{ur}^c(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{out}\cdot\mathbf{r}_{out}} \\ &= \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}} A^*(-\mathbf{u}_{out})\rho(\mathbf{r})a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{out}\cdot(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})} \\ &= \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r})a^*(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

La correction n'est donc appliquée qu'en sortie du système optique. Une idée serait d'ensuite calculer la matrice  $\mathbf{R}_{ru}^c$  afin de réaliser la même opération mais en entrée du système optique. Cette matrice donne la réponse impulsionnelle entre les deux plans  $(P_{E,u})$  et  $(P_{R,r})$  après correction en sortie du système optique par la loi  $A(\mathbf{u}_{out})A(-\mathbf{u}_{out})$ . Pour l'obtenir, la matrice  $\mathbf{R}_{rr}^c$  est multipliée à droite par la matrice  $\mathbf{G}_0^\dagger$ . Les éléments d'une telle matrice  $\mathbf{R}_{ru}^c$  s'écrivent ainsi :

$$\begin{aligned} R_{ru}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in}) &= \sum_{\mathbf{r}_{in}} R_{rr}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in})e^{i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{in}\cdot\mathbf{r}_{in}} \\ &= \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}} \rho(\mathbf{r})a^*(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})e^{i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{in}\cdot\mathbf{r}_{in}} \\ &= A(\mathbf{u}_{in}) \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r})a^*(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{in}\cdot\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

De la même façon que pour la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{ur}$  à partir de  $\mathbf{R}_{ur}$  (Eq. 3.3) , nous souhaitons construire la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{ru}^c$  associée à la matrice  $\mathbf{R}_{ru}^c$  :

$$\mathbf{D}_{ru}^c = \mathbf{R}_{ru}^c \circ \mathbf{R}_{ru}^{0*} \quad (3.36)$$

où  $\mathbf{R}_{ru}^0$  est la matrice obtenue en absence d'aberration et lorsque l'objet est un miroir plan parfait. Finalement, les éléments de la matrice s'écrivent ainsi :

$$\begin{aligned} D_{ru}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in}) &= R_{ru}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in})e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{in}\cdot\mathbf{r}_{out}} \\ &= A(\mathbf{u}_{in}) \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r})a^*(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}\mathbf{u}_{in}\cdot(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})} \end{aligned} \quad (3.37)$$

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

En régime de réflexion spéculaire, ces derniers se simplifient :

$$\begin{aligned} D_{\mathbf{ru}}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in}) &= A(\mathbf{u}_{in})A^*(\mathbf{u}_{in})\rho(-\mathbf{r}_{out}) \\ &= \rho(-\mathbf{r}_{out}) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Le vecteur propre d'entrée obtenu par la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{ru}}^c$ , qui est défini dans le plan  $(P_{E,\mathbf{u}})$  est donc le vecteur constant. Il n'y a donc aucune possibilité de corriger de manière plus fine.

Dans le cas où les aberrations ne sont pas identiques en entrée et en sortie du système optique, il y a un avantage à considérer ou bien  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$ , ou bien  $\mathbf{D}_{\mathbf{ru}}$ . Notons  $A_{in}$  et  $A_{out}$  les fonctions de transfert respectivement en entrée et en sortie du système optique. La SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$  dans un cas isoplanétique donne accès au vecteur  $A_{out}(\mathbf{u}_{out})A_{in}(-\mathbf{u}_{out})$ . En utilisant les deux équations 3.33 et 3.34, il est possible de montrer que les éléments de la matrice corrigée  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}^c$  s'écrivent de la façon suivante :

$$R_{\mathbf{rr}}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) a_{out}^*(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}) a_{in}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) \quad (3.39)$$

où  $a_{in}$  est la transformée de Fourier de la fonction de transfert  $A_{in}$ . L'expression de l'image OCT confocale  $\hat{\rho}_{out}^c$  obtenue à l'aide des éléments diagonaux de cette matrice prend alors la forme suivante :

$$\hat{\rho}_{out}^c(\mathbf{r}_{out}) = \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) |a_{in}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})|^2 \quad (3.40)$$

La réflectivité de l'objet est donc convoluée par la fonction  $|a_{in}|^2$ . De la même manière, on peut être amenée à corriger la matrice de réflexion à partir du vecteur  $A_{in}(\mathbf{u}_{in})A_{out}(-\mathbf{u}_{in})$  fourni par la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{ru}}$ . L'image OCT confocale  $\hat{\rho}_{in}^c$  extraite de la matrice en base focalisée corrigée s'écrit alors :

$$\hat{\rho}_{in}^c(\mathbf{r}_{in}) = \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) |a_{out}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})|^2 \quad (3.41)$$

La réflectivité de l'objet est cette fois convoluée par la fonction  $|a_{out}|^2$ . Les asymétries existantes entre les aberrations en entrée et en sortie du système proviennent de l'asymétrie dans la mesure. Dans le montage en éclairage cohérent (Fig. 2.15), les résolutions d'entrée et de sortie du système ne sont pas les mêmes. La première dépend de la résolution du SLM tandis que la deuxième dépend de la résolution de la caméra. Il peut donc être intéressant dans certains cas de regarder de quel côté la compensation des aberrations est la plus forte.

## 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

### 3.4.1 Formalisme analytique

Un objet aléatoire est caractérisée par une longueur de cohérence spatiale  $L$  de sa réflectivité complexe très petite devant la dimension latérale de la tache

focale  $\delta$ . Physiquement, cette représentation se prête bien à la modélisation de certains milieux biologiques dans la mesure où les diffuseurs sont de dimensions inférieures à la cellule de résolution. L'étude de l'objet aléatoire est donc d'une grande d'importance pratique en imagerie. Bien que le caractère aléatoire de l'objet ne modifie pas l'expression analytique de  $\mathbf{D}_{ur}$  (Eq. 3.4), un certain nombre de simplifications vont s'opérer pour ses matrices de corrélations  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$ .

### Cas isoplanétique

Comme pour le cas spéculaire, nous allons tout d'abord examiner le cas simple d'un champ de vision isoplanétique avant de traiter le cas général. Sous cette hypothèse, l'aberration ne dépend plus de sa deuxième variable ( $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}) = A(\mathbf{u})$ ). En utilisant l'expression des éléments de la matrice distorsion (Eq. 3.4), il est possible d'exprimer dans un premier temps ceux de  $\mathbf{B}$  :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}, \mathbf{r}'} \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})} e^{i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}'_{out} \cdot (\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in})} \quad (3.42)$$

En faisant les changements de variables  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}$  et  $\mathbf{r}'_1 = \mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}$ , les éléments prennent la forme suivante :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1} a(\mathbf{r}_1) a^*(\mathbf{r}'_1) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} (\mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{u}'_{out} \cdot \mathbf{r}'_1)} \sum_{\mathbf{r}_{in}} \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \quad (3.43)$$

Le nombre d'aires de cohérence de la réflectivité complexe contenues dans le champ de vision est donné par :

$$N_r = \left( \frac{A}{L} \right)^2 \quad (3.44)$$

Lorsque  $N_r \gg 1$  et  $N_x \gg 1$  (voir A. A), il est possible d'approcher la somme sur  $\mathbf{r}_{in}$  de l'équation 3.4.1 par la fonction d'auto corrélation de la réflectivité complexe (Eq. 3.11) :

$$\frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) = \langle |\rho|^2 \rangle \gamma(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) \quad (3.45)$$

La matrice  $\mathbf{B}$  convergent alors vers sa matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  :

$$\langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle = \langle |\rho|^2 \rangle A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1} \gamma(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) a(\mathbf{r}_1) a^*(\mathbf{r}'_1) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} (\mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{u}'_{out} \cdot \mathbf{r}'_1)} \quad (3.46)$$

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

En ajoutant la deuxième hypothèse  $L \ll \delta$ , les éléments de la matrice  $\langle \mathbf{B} \rangle$  prennent alors la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle &= \langle |\rho|^2 \rangle A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}_1} |a(\mathbf{r}_1)|^2 e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \cdot \mathbf{r}_1} \\ &= \langle |\rho|^2 \rangle A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{u}} A(\mathbf{u} + (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})) A^*(\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (3.47)$$

L'aberration est supposée statistiquement invariante par translation dans le plan pupille. Lorsque  $N_a \gg 1$ , il est possible d'approcher la somme sur  $\mathbf{u}$  de l'équation 3.47 par la fonction d'autocorrélation de la loi d'aberration définie à l'équation 2.11 :

$$\frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}} A(\mathbf{u} + (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})) A^*(\mathbf{u}) = g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) \quad (3.48)$$

Finalement, les éléments de la matrice  $\langle \mathbf{B} \rangle$  prennent la forme simplifiée suivante :

$$\langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle \propto A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) \quad (3.49)$$

Comme pour la matrice  $\mathbf{C}$  dans le cas de l'objet spéculaire (Eq. 3.26), la diagonalisation de  $\mathbf{B}$  revient à la résolution de l'équation intégrale dont la fonction d'autocorrélation  $g$  est le noyau [82]. La largeur de la fonction d'autocorrélation est donnée par la longueur de cohérence spatiale  $u_c$  de l'aberrateur depuis le plan pupille (Eq. 2.12). Dans le cas d'un noyau  $g$  gaussien, la décroissance des valeurs propres est géométrique et le rang effectif de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  est alors donné par  $N_a$  (Eq. 3.25). Les vecteurs propres  $\mathbf{U}_i$  obtenus par diagonalisation de  $\langle \mathbf{B} \rangle$  sont le produit des vecteurs propres  $\mathbf{W}_i$  obtenus par résolution de l'équation intégrale dont  $g$  est le noyau multiplié à la loi d'aberration  $A(\mathbf{u}_{out})$  :

$$\mathbf{U}_i(\mathbf{u}_{out}) = A(\mathbf{u}_{out}) \mathbf{W}_i(\mathbf{u}_{out}) \quad (3.50)$$

Le module des coefficients des vecteurs propres  $\mathbf{U}_i$  va alors être fortement affecté par le module des coefficients des vecteurs propres  $\mathbf{W}_i$ . Ces derniers peuvent être des modes hermito-gaussiens [84], des fonctions sphéroïdales allongées [89] (*prolate spheroidal wave functions* en anglais), etc. La diagonalisation fait toutefois apparaître un premier vecteur  $\mathbf{W}_1$  associé à la plus grande valeur propre dont le module des coefficients est suffisamment uniforme et donc :

$$\mathbf{U}'_1(\mathbf{u}_{out}) = e^{i \arg(\mathbf{U}_1(\mathbf{u}_{out}))} = A(\mathbf{u}_{out}) \quad (3.51)$$

Ainsi, en régime de réflexion diffuse et dans le cas isoplanétique, la diagonalisation de  $\mathbf{B}$  permet donc d'obtenir directement la loi d'aberration  $A(\mathbf{u}_{out})$ . L'interprétation physique de ce résultat fondamental est le suivant. En régime de réflexion diffuse, la matrice de corrélation  $\mathbf{B}$  permet de retrouver la matrice de réflexion qui serait obtenue pour un diffuseur virtuel de taille  $\delta$  situé sur l'axe optique (Eq. 3.49) [90, 91]. Comme mis en évidence par la méthode DORT [92],

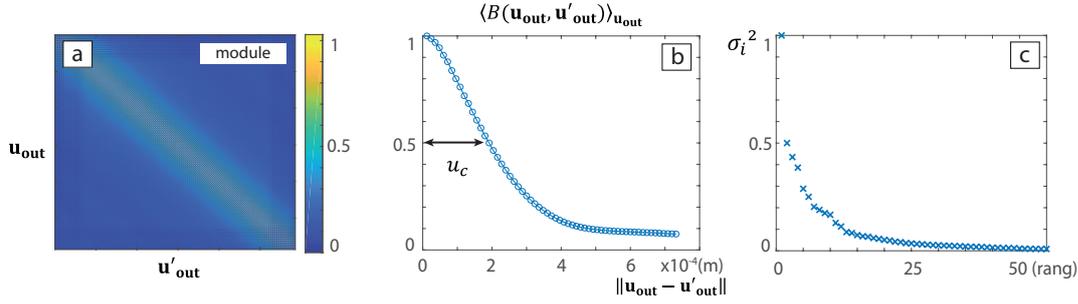


FIGURE 3.8 – Résultats de la simulation numérique pour le cas de la réflexion diffuse isoplanétique. (a) Matrice  $\mathbf{B}$  et (b) profil  $\langle |B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{out} + \Delta\mathbf{u})| \rangle$  moyenné sur  $\mathbf{u}_{out}$  en fonction de  $\|\Delta\mathbf{u}\| = \|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|$ . (c) Distribution des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{B}$  avec le rang en abscisse.

le premier espace propre de cette matrice donne directement la loi d'aberration  $A(\mathbf{u}_{out})$ . Le conjugué de cette loi émis depuis le plan pupille permet de focaliser de manière optimale sur ce diffuseur virtuel. Afin d'illustrer ces résultats, une simulation a été réalisée en considérant un objet dont la réflectivité est le produit de la réflectivité considérée dans le cas de la réflexion spéculaire (Fig. 3.3 d.) multiplié par une fonction de module 1 et de phase aléatoire suivant une distribution uniforme sur  $[0, 2\pi]$  spatialement incohérente. Les paramètres d'échantillonnage des plans d'émission et de réception sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$N_x$	$\delta x$	$N_u$	$\delta u$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	61	4.25 $\mu\text{m}$	121	24 $\mu\text{m}$	30 mm	550 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 3.4 – Paramètres d'échantillonnage des plans d'émission et de réception et de l'écran de phase aberrateur pour la simulation numérique dans le régime de réflexion diffuse isoplanétique dans le cas de la convergence de la matrice  $\mathbf{B}$  vers sa matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$ .

L'hypothèse d'isoplanétisme est vérifiée dans la mesure où  $l_c = 252 \mu\text{m}$  pour un champ de vision de dimension latérale de  $260 \mu\text{m}$  donc  $P \sim 1$ . Avec ces paramètres, la dimension latérale de la tache focale est estimée à  $94 \mu\text{m}$  ce qui est bien supérieure à l'échelle caractéristique de fluctuation spatiale de la réflectivité puisque  $L < \delta x$ . Ceci valide l'hypothèse de réflexion diffuse. La convergence de la matrice  $\mathbf{B}$  vers sa matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  (Eq. 3.49) est ainsi assurée.

La matrice  $\mathbf{B}$  obtenue est présentée sur la figure 3.8 (a). Le module de cette dernière décroît avec la quantité  $\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|$ . Afin d'illustrer cette dépendance, le champ bidimensionnel obtenu pour chaque colonne de la matrice  $\mathbf{B}$  a été recentré puis moyenné sur l'ensemble des colonnes. Le module des coefficients  $B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out})$  a été moyenné angulairement afin d'obtenir leur dépendance radiale. Le profil ainsi obtenu est gaussien (Fig. 3.8 b.). En effet, le calcul du nombre d'aires de cohérence de la loi d'aberration amène à  $N_a = 78$ . Ainsi la somme sur  $\mathbf{u}$  de l'équation 3.47 converge bien vers la fonction d'autocorrélation  $g$  apparaissant dans l'équation 3.49. La largeur à mi-hauteur  $u_c$  est estimée à environ  $180 \mu\text{m}$

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

tandis que la valeur théorique est de  $164 \mu\text{m}$ . Le nombre  $N_a = 78$  donne aussi une bonne approximation du nombre de valeurs propres significatives de la matrice  $\mathbf{B}$ . Le calcul de la diversité à partir de l'entropie donne  $D \sim 50$ . La diagonalisation de la matrice  $\mathbf{B}$  fournit ainsi un ensemble  $(\mathbf{U}_i)_{i \in \llbracket 1, N_a \rrbracket}$  de vecteur propres qui sont le produit des vecteurs propres de l'équation intégrale dont le noyau est la fonction  $g$  et de la loi d'aberration  $A(\mathbf{u}_{out})$ . Les trois premiers vecteurs sont présentés sur la figure 3.9. Le premier vecteur  $\mathbf{U}_1$  possède un module homogène

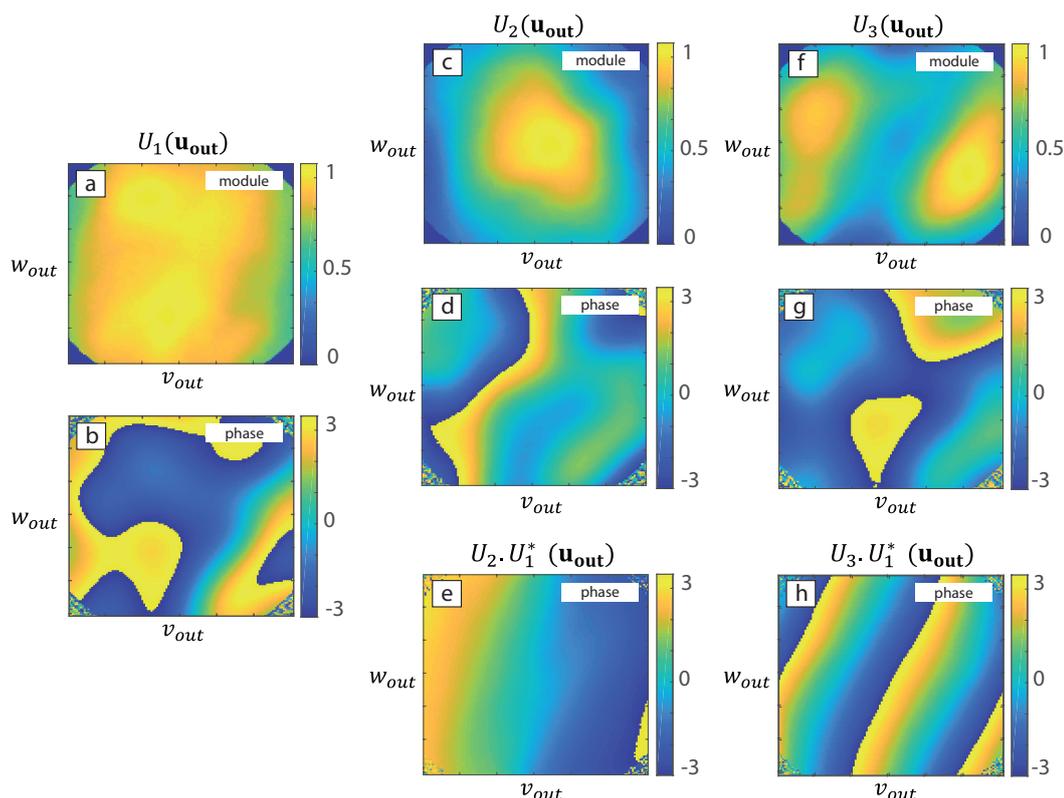


FIGURE 3.9 – Résultats de la simulations numériques d'imagerie en réflexion diffuse isoplanétique. Les premiers vecteurs propres donnés par la diagonalisation de  $\mathbf{B}$  sont présentés : a,b)  $U_1(\mathbf{u}_{out})$  (module et phase), c,d)  $U_2(\mathbf{u}_{out})$  (module et phase) et f,g)  $U_3(\mathbf{u}_{out})$  (module et phase). (e,h) Phase des vecteurs  $U_2(\mathbf{u}_{out})$  et  $U_3(\mathbf{u}_{out})$  mise en comparaison à celle de  $U_1(\mathbf{u}_{out})$ .

sur l'ensemble du plan pupille (Fig. 3.9 a.). En comparaison, les vecteurs  $\mathbf{U}_2$  et  $\mathbf{U}_3$  correspondent à des modes plus élevés ce qui entraîne la présence de ventres et de nœuds (Fig. 3.9 c,f). Les phases de ces trois premiers vecteurs sont respectivement présentées aux figures 3.9 (b), (d) et (g). Afin de mettre en évidence que ces vecteurs sont tous multiples de la loi d'aberration  $A(\mathbf{u}_{out})$ , la phase des vecteurs  $\mathbf{U}_2$  et  $\mathbf{U}_3$  est comparée à celle du premier vecteur  $\mathbf{U}_1$  (Fig. 3.9 e,h). Celles-ci ne diffèrent que d'une composante d'onde plane (présence de franges). Ceci provient du fait que la matrice  $\mathbf{B}$  est une estimation de sa matrice de covariance et l'écart  $\delta\mathbf{B}$  à cette estimation perturbe les solutions.

Une fois la loi  $A(\mathbf{u}_{out})$  déterminée (Eq. 3.51), celle-ci peut être utilisée pour corriger la matrice de réflexion de manière optimale. En effet, l'expression des éléments de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{uu}}$  dans le cas isoplanétique (Eq. 2.19) fait apparaître les lois d'aberration  $A(\mathbf{u}_{in})$  et  $A(\mathbf{u}_{out})$  respectivement subies par la lumière sur les trajets à l'aller et au retour. Pour des raisons de stabilité, l'effet des aberrations est compensé en multipliant ces quantités par leurs conjuguées et non leurs inverses, et afin de limiter les effets d'amplitude liés au module de  $\mathbf{U}_1$ , le vecteur considéré pour la correction est  $\mathbf{U}'_1 = e^{i\arg(\mathbf{U}_1)}$ . La matrice corrigée  $\mathbf{R}_{\mathbf{uu}}^c$  s'écrit alors :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{uu}}^c = \text{diag}(\mathbf{U}'_1)^* \times \mathbf{R}_{\mathbf{uu}} \times \text{diag}(\mathbf{U}'_1)^* \quad (3.52)$$

où  $\text{diag}(\mathbf{U}'_1)^*$  est la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les conjugués des coefficients du vecteur  $\mathbf{U}'_1$ . Cette opération consiste à appliquer un

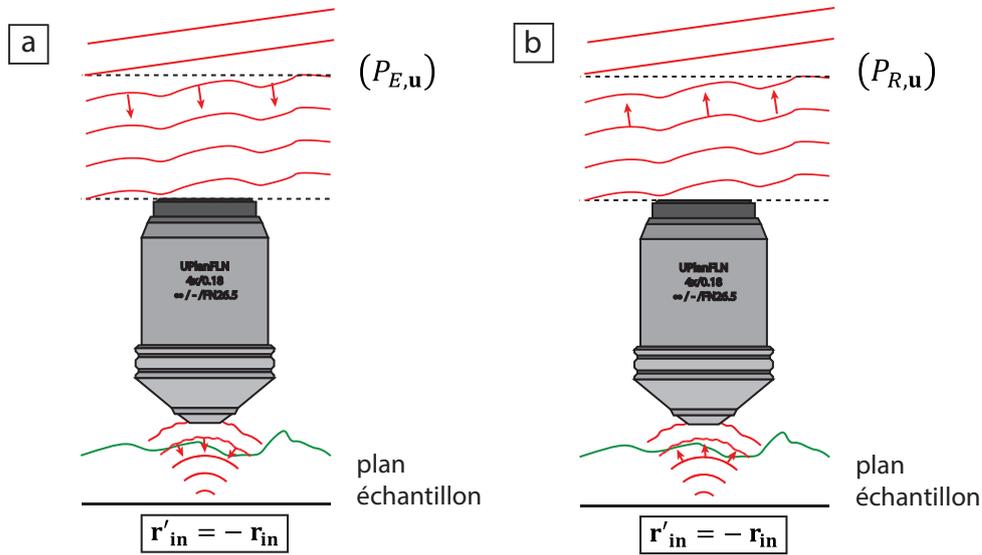


FIGURE 3.10 – Schéma représentant une correction optimale par compensation des aberrations a) en entrée et b) en sortie du système optique.

masque de phase dans les plans  $(P_{E,u})$  et  $(P_{R,u})$  afin de compenser exactement les aberrations. Une onde plane générée depuis le  $(P_{E,u})$  subit donc une distorsion qui lui permet de focaliser de manière optimale sur l'échantillon (Fig. 3.10 a.). Après réflexion, l'onde distordue est à nouveau compenser dans le plan  $(P_{R,u})$  (Fig. 3.10 b.). En termes d'éléments matriciels, l'équation 3.52 devient :

$$\begin{aligned} R_{\mathbf{uu}}^c(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) &= U_1'^*(\mathbf{u}_{out})A(\mathbf{u}_{out})U_1'^*(\mathbf{u}_{in})A(\mathbf{u}_{in}) \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(\mathbf{u}_{out}+\mathbf{u}_{in})\mathbf{r}} \\ &= \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(\mathbf{u}_{out}+\mathbf{u}_{in})\mathbf{r}} \\ &= R_{\mathbf{uu}}^0(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}_{in}) \end{aligned} \quad (3.53)$$

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

en utilisant la définition de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^0$  donnée à l'équation 2.8. La matrice corrigée  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}^c$  est ensuite obtenue en combinant les équations matricielles 2.21 et 2.24. L'image OCT confocale est construite à partir des éléments diagonaux de cette matrice. Afin d'évaluer la performance de cette méthode de correction, l'image OCT confocale initiale (Fig. 3.11 a.) est mise en comparaison avec l'image OCT confocale obtenue après correction (Fig. 3.11 b.). Le vecteur  $\mathbf{U}_1$  compense donc

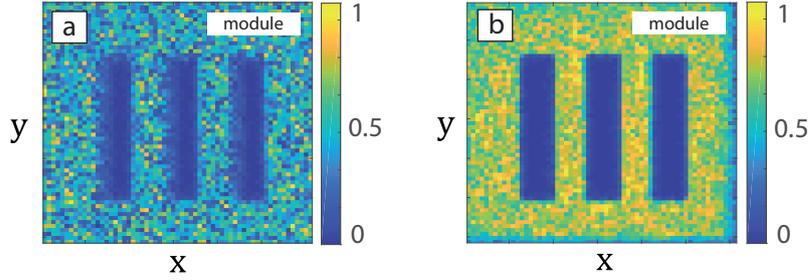


FIGURE 3.11 – Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse isoplanétique. (a) image OCT confocale initiale et (b) image OCT confocale après correction des aberrations.

exactement les aberrations à l'aller et au retour.

Contrairement au régime de réflexion spéculaire, le vecteur  $\mathbf{V}_1$  ne permet pas ici de reconstituer l'objet. En effet, une façon d'exprimer ce vecteur est la suivante :

$$\mathbf{V}_1 = \sigma_1^{-1} * \mathbf{U}_1^\dagger * \mathbf{D}_{\mathbf{u}\mathbf{r}} \quad (3.54)$$

Et ses éléments s'expriment alors :

$$\begin{aligned} V_1(\mathbf{r}_{in}) &= \sigma_1^{-1} \sum_{\mathbf{u}_{out}} U_1^*(\mathbf{u}_{out}) A(\mathbf{u}_{out}) \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})} \\ &= \sigma_1^{-1} \sum_{\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) \sum_{\mathbf{u}_{out}} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})} \\ &= \sigma_1^{-1} \rho(-\mathbf{r}_{in}) a(\mathbf{0}) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Le vecteur obtenu est donc la réflectivité pondérée par un facteur d'amplitude complexe qui est celle de la tache focale aberrée au niveau du point de focalisation. Tout se passe comme si la correction n'avait été réalisée qu'en sortie. En présence d'une multitude d'aires d'isoplanétisme, cette correction n'est donc pas du tout optimale.

#### Cas général

On suppose maintenant la présence de plusieurs aires d'isoplanétisme dans un cas de régime de réflexion diffuse ( $N_r \gg 1$ ), et pour lequel le support de la tache focale est contenu dans une aire d'isoplanétisme ( $\delta < l_c$ ). Sous l'hypothèse d'un grand nombre d'aires de cohérence de l'aberration vue depuis le plan

pupille ( $N_a \gg 1$ ), en supposant les propriétés statistiques de l'aberration invariante par translation, les éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  s'identifient à ceux de la matrice de covariance (voir annexe A) :

$$\langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle \propto g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) \sum_{\mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \quad (3.56)$$

Contrairement au cas isoplanétique (Eq. 3.49), la diagonalisation de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  ne permet plus d'obtenir directement la loi d'aberration. Il faut alors subdiviser le champ de vision afin de respecter l'hypothèse d'isoplanétisme local puis procéder de la même manière que dans la section précédente. Afin de déterminer la dimension des aires d'isoplanétisme, il est nécessaire de considérer la matrice des corrélations  $\mathbf{C}$  dont les éléments s'expriment alors ainsi :

$$\begin{aligned} C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in}) &= \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rho^*(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') \\ & a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in} - (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}))} \end{aligned} \quad (3.57)$$

Sous les hypothèses  $N_r \gg 1$  et  $N_a \gg 1$ , cette matrice peut être approchée par sa matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$  et dans ce cas, les éléments prennent la forme suivante (voir Annexe A) :

$$\langle C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle = \left[ \sum_{\mathbf{u}} \langle A(\mathbf{u}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(\mathbf{u}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \exp \left( i \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}) \right) \right]^2 \quad (3.58)$$

Puis, en faisant intervenir le corrélateur  $f$  défini par l'équation 2.14, l'expression devient :

$$\begin{aligned} \langle C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle &= \left[ f(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \sum_{\mathbf{u}} \exp \left( i \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}) \right) \right]^2 \\ &= \left[ f(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \operatorname{sinc} \left( \frac{2\pi N A}{\lambda} \|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\| \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (3.59)$$

Tandis que le premier facteur est une fonction dont la largeur est donnée par la dimension latérale  $l_c$  d'une aire d'isoplanétisme, le deuxième facteur, lui, décroît beaucoup plus rapidement. Les éléments de la matrice tendent donc rapidement vers 0 lorsque  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$  augmente et il semble impossible de pouvoir estimer le paramètre  $l_c$  à l'aide la matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$ . Toutefois, des corrélations vont en réalité persister en dehors des éléments diagonaux. Celles-ci peuvent s'expliquer en étudiant l'écart entre la matrice  $\mathbf{C}$  et sa matrice de covariance. Pour cela, il faut passer par le calcul de l'estimation de la variance  $\langle |\delta \mathbf{C}|^2 \rangle = \langle |\mathbf{C} - \langle \mathbf{C} \rangle|^2 \rangle$ . Celle-ci s'écrit sous les mêmes hypothèses (voir Annexe A) :

$$\langle |\delta C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle = |f(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|)|^2 \sum_{\mathbf{u}, \mathbf{u}'} |g(\|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|)|^2 \quad (3.60)$$

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

Le largeur de la fonction  $g$  étant donnée par le paramètre  $u_c$  sur un domaine  $\mathcal{D}$ , il en résulte que le nombre de termes non-nuls de la dernière somme est proportionnel à  $(u_c/\mathcal{D})^2$  et finalement :

$$\langle |\delta C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle \propto |f(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|)|^2 \left(\frac{u_c}{\mathcal{D}}\right)^2 \quad (3.61)$$

La matrice  $\mathbf{C}$  présente ainsi des corrélations de longue portée dues à l'écart à la matrice de covariance. Ces corrélations, qui décroissent avec la quantité  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$  sur une distance caractéristique  $l_c$ , permettent de déterminer les dimensions des aires d'isoplanétisme. Afin de corriger les aberrations, il sera envisageable de segmenter le champ de vision et de corriger les différentes aires avec les lois d'aberration fournies par la SVD de chacune des sous-matrices. Tous ces résultats vont être mis en évidence dans la simulation qui suit.

Les paramètres de la source et de l'objectif du microscope ainsi que l'objet à imager sont les mêmes que dans la simulation précédente (Tab. 2.1). Les paramètres de l'écran de phase aberrateur sont donnés dans le tableau suivant :

paramètres	$N_x$	$\delta x$	$N_u$	$\delta u$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	61	4.25 $\mu\text{m}$	61	48 $\mu\text{m}$	5 mm	200 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 3.5 – Paramètres d'échantillonnage des plans d'émission et de réception et de l'écran de phase aberrateur pour la simulation numérique dans le régime de réflexion diffuse en présence de plusieurs aires d'isoplanétisme.

Avec ce jeu de paramètre le nombre d'aires d'isoplanétisme est donné par  $P \sim 8$  puisque la dimension latérale d'une aire d'isoplanétisme est donnée par  $l_c = 90 \mu\text{m}$ . Ainsi, nous sommes dans le cas d'un régime de réflexion diffuse en présence de plusieurs aires d'isoplanétisme. Avec une longueur de cohérence  $u_c = 360 \mu\text{m}$ , le nombre d'aires de cohérence est donné par  $N_a = 67 \gg 1$  et donc la matrice  $\mathbf{B}$  converge vers sa matrice de covariance dont l'expression est donnée à l'équation 3.56.

Dans un premier temps, nous allons essayer de corriger selon la méthode précédente. La diagonalisation de la matrice  $\mathbf{B}$  fournit un ensemble de vecteurs propres dont la distribution des valeurs propres est présentée à la figure 3.12 (b). Cette distribution met en évidence une valeur qui se distingue des autres associée à un vecteur  $\mathbf{U}_1$  avec lequel il serait possible de corriger la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{uu}$  selon l'équation 3.52. L'image corrigée obtenue (Fig. 3.12 c.) ne présente cependant aucune amélioration par rapport à l'image OCT confocale initiale (Fig. 3.12 a.). Ceci provient du fait que le vecteur fourni par la diagonalisation est en fait une loi d'aberration moyennée sur l'ensemble du champ de vision (Eq. 3.56). En présence de plusieurs aires d'isoplanétisme, la phase de ce vecteur moyen tend vers une constante et la correction apportée est minimale.

Afin de contourner ce problème, il faut segmenter le champ de vision et pour que cette segmentation soit optimale, il faut dégager le paramètre  $l_c$  de l'étude de la matrice des corrélations  $\mathbf{C}$ . La figure 3.13 présente les deux matrices  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$

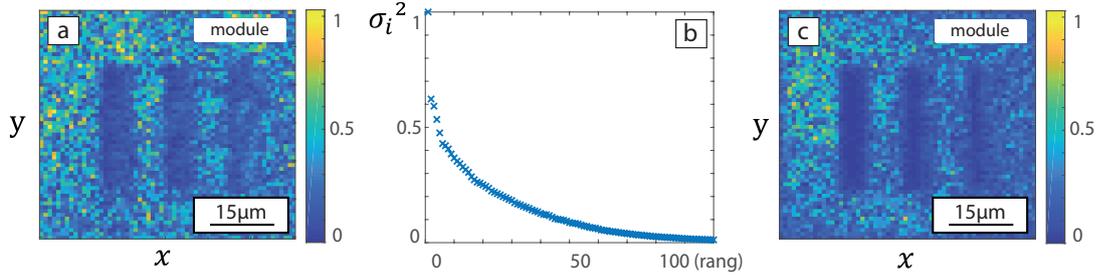


FIGURE 3.12 – Résultats des simulations en régime de réflexion diffuse en présence de plusieurs aires d’isoplanétisme. (a) image OCT confocale initiale. (b) Distribution des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{B}$ . (c) image OCT confocale après correction avec la phase du premier vecteur propres  $\mathbf{U}_1$  fourni par la diagonalisation de  $\mathbf{B}$ .

ainsi que le profil du module de leurs éléments en fonction des quantités respectives  $\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|$  et  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$ . La matrice  $\mathbf{B}$  (Fig. 3.13 a.) voit son module décroître avec  $\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|$  sur une distance caractéristique  $u_c$  (Fig. 3.13 c.) estimée à environ  $300 \mu\text{m}$  ce qui est en bon accord avec la valeur calculée théoriquement ( $360 \mu\text{m}$ ). La matrice  $\mathbf{C}$  est représentée est en échelle logarithmique afin de mettre

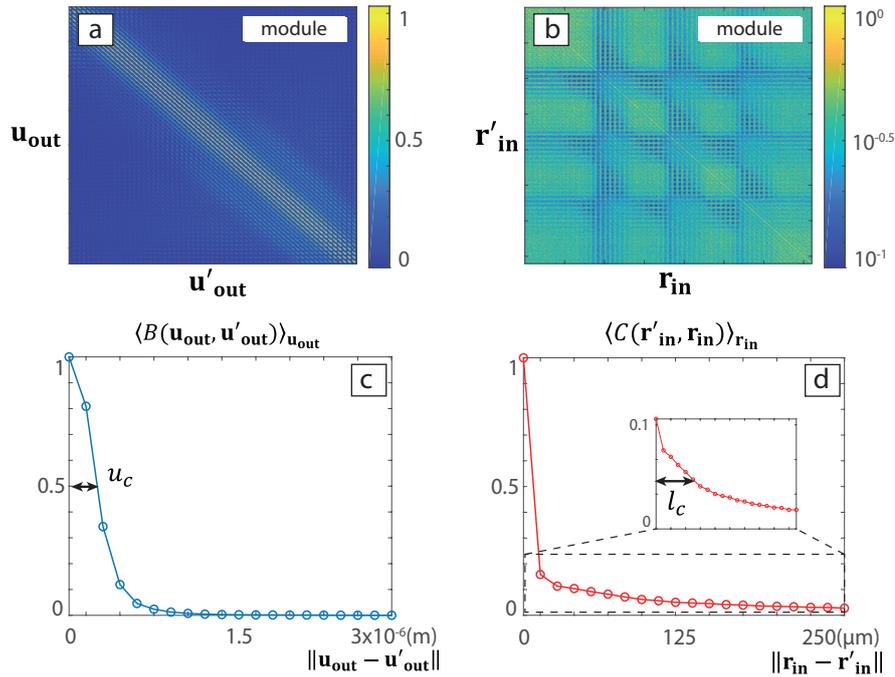


FIGURE 3.13 – Présentation des matrices des corrélations (a)  $\mathbf{B}$  et (b)  $\mathbf{C}$  dans le cas de la simulation en régime de réflexion diffuse en présence de plusieurs aires d’isoplanétisme. (c,d) Profils de leurs modules respectivement avec les quantités  $\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|$  et  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$ .

en évidence la persistance des corrélations en dehors des éléments diagonaux

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

(Fig. 3.13 b.). Ces corrélations proviennent de l'écart à la matrice de covariance (Eq. 3.61). Une estimation du paramètre  $l_c$  à l'aide de cette courbe donne une valeur de  $75 \mu\text{m}$ , proche de la valeur théorique ( $90 \mu\text{m}$ ). La dimension latérale du champ de vision étant de  $260 \mu\text{m}$ , il est judicieux de segmenter ce dernier en  $4 \times 4 = 16$  aires d'égale dimensions. Sur chacune de ces aires, l'hypothèse d'isoplanétisme est *a priori* respectée. Une matrice distorsion locale est donc construite pour chaque aire en ne conservant que les coordonnées  $\mathbf{r}_{in}$  contenues dans cette dernière. Ensuite, la matrice  $\mathbf{B}$  associée est calculée et sa diagonalisation fournit un vecteur  $\mathbf{U}_1$  dont la phase est celle de la loi  $A(\mathbf{u}_{out})$  locale. Pour chacune de

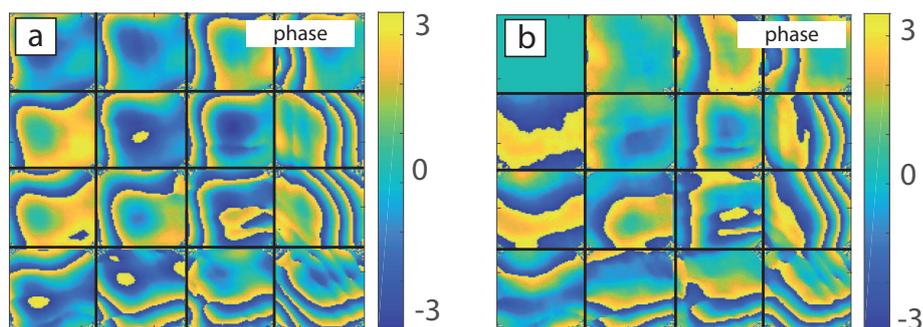


FIGURE 3.14 – (a) Présentation des phases des premiers vecteurs propres  $\mathbf{U}_1$  sous forme bidimensionnelles pour chacune des aires après segmentation du champ de vision. (b) Comparaison avec la phase du vecteur propre associé à l'aire situé en haut à gauche du champ de vision.

ces aires, ce vecteur a été calculé et la figure 3.14 (a) présente l'ensemble de ces 16 vecteurs associés au 16 aires d'isoplanétisme. Afin de mettre en évidence la variation de cette loi  $A(\mathbf{u}_{out})$  locale, la phase de chacun de ces vecteurs propres est comparée à la phase du vecteur propre obtenu pour l'aire située en haut à gauche (Fig. 3.14 b.). Cette figure met en évidence une rapide décorrélation entre les lois  $A(\mathbf{u}_{out})$  déterminées pour chacune des aires d'isoplanétisme. Une fois ces lois déterminées, la méthode de correction décrite par l'équation 3.52 est réalisée pour les matrices  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{u}}$  locales associées. Le résultat de la correction est locale est présentée à la figure 3.15 (b) et mise en comparaison avec l'image OCT confocale initiale (Fig. 3.15 a.). La correction est nettement meilleure que dans le cas de la correction avec le vecteur fourni en considérant l'ensemble du champ de vision (Fig. 3.12 c.). Afin de quantifier le gain en résolution, les taches focales moyennes sont présentées avant correction (Fig. 3.15 c.) et après correction (Fig. 3.15 d.). La dimension latérale de la première est estimée à  $40 \mu\text{m}$ , qui coïncide avec la valeur théorique ( $42 \mu\text{m}$ ), tandis que la tache focale après correction est de la taille de la cellule de résolution : la correction est optimale. On pourrait être tentés d'augmenter le nombre d'aires segmentées afin d'avoir une correction plus fine localement mais cela réduirait le nombre de coordonnées de focalisation  $\mathbf{r}_{in}$ . Si ce nombre  $N_x^2$  est trop faible, la somme sur les coordonnées  $\mathbf{r}_{in}$  apparaissant à l'équation 3.45 ne converge plus vers la fonction d'autocorrélation  $\gamma$  de la réflec-

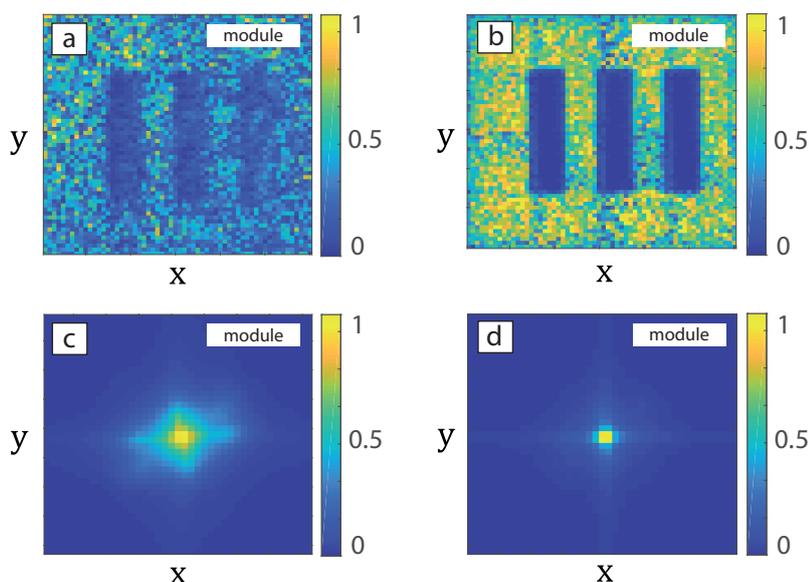


FIGURE 3.15 – Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse en présence de plusieurs d’aires d’isoplanétisme. (a) image OCT confocale initiale et (b) image OCT confocale après correction locale des aberrations. (c) Tache focale moyenne initiale et (d) tache focale moyenne après correction.

tivité de l’objet. Dans ce cas, il n’y a plus convergence de la matrice  $\mathbf{B}$  vers sa matrice de covariance. La correction dans le cas d’un régime de réflexion diffuse en présence de plusieurs aires d’isoplanétisme nécessite donc de trouver un compromis dans la segmentation du champ de vision. Cette segmentation sera alors donnée par le paramètre  $l_c$ .

### 3.4.2 Application aux données expérimentales

La première expérience permettant de mettre en application les résultats théoriques a été réalisée par Amaury Badon et consiste à imager une mire de résolution au travers d’un film plastique (Fig. 3.16 a.). La configuration est la même que lors la mesure  $\mathbf{R}_{ur}$  présentée au chapitre 2 mais cette fois la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{ur}$  est mesurée à l’aide de  $N_x^2 = 81 \times 81 = 6561$  ondes planes générées depuis un SLM situé dans le plan pupille ( $P_{E,u}$ ) qui permettent de balayer un champ de vision de  $52 \mu\text{m} \times 52 \mu\text{m}$  avec un pas  $\delta x = 880 \text{ nm}$ . L’objectif de microscope est un Olympus RMS X40 d’ouverture numérique  $NA = 0.65$ . Le plan de réception est composé de  $N_u \times N_u = 251 \times 251 = 63001$  pixels distants d’un pas spatial effectif  $\delta u = 18 \mu\text{m}$  sur la caméra en prenant en compte le grossissement  $G = 1.5$  du  $4f$  en sortie du montage. Les paramètres sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$\delta x$	$\delta u$
valeurs	800 nm	5 mm	0.65	880 nm	18 $\mu\text{m}$

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

TABLE 3.6 – Tableau résumant les paramètres de l’expérience d’imagerie de mire de résolution à l’aide du montage en éclairage cohérent.

Une fois la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  mesurée, la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$  est calculée en réalisant une transformée de Fourier en sortie suivant l’équation 2.24. L’image OCT confocale extraite de cette dernière est illustrée à la figure 3.16 (b) et un exemple de tache focale, pour une focalisation sur l’axe optique, est donné à la figure 3.18 (c). Cette dernière recouvre l’ensemble du champ de vision et donc  $\delta > L$  ici. L’hypothèse de régime de réflexion spéculaire n’est pas vérifiée. Regardons si celle de régime de réflexion diffuse l’est.

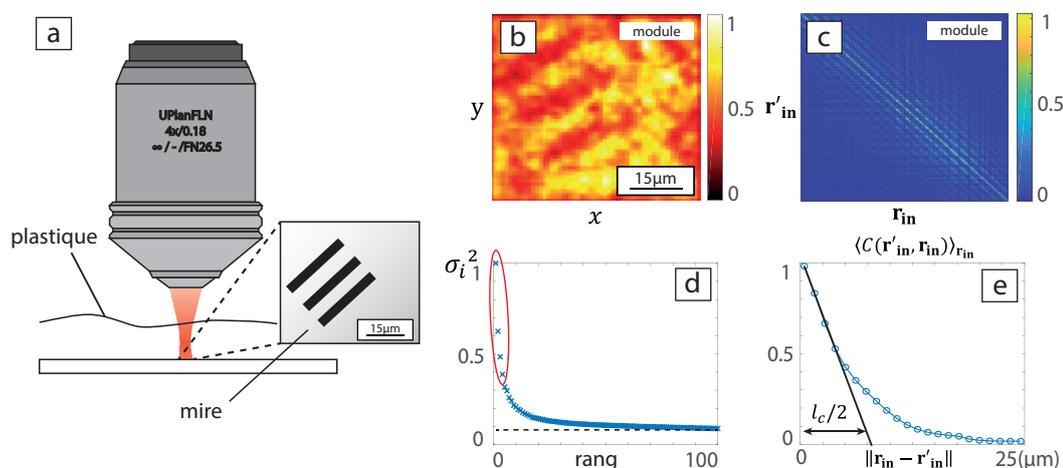


FIGURE 3.16 – Résultats expérimentaux de l’imagerie de mire de résolution à travers un film plastique : a) Schéma de la configuration expérimentale adoptée. b) Image OCT confocale. c) Matrice  $\mathbf{C}$ . d) Distribution des valeurs propres associée. e) Profil radial du module des éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  en fonction de  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$ .

La matrice distorsion  $\mathbf{D}_{ur}$  calculée à partir de la matrice  $\mathbf{R}_{ur}$  selon l’équation 3.3 est de taille  $63001 \times 6561$  et la SVD de cette dernière est particulièrement fastidieuse du fait de la grande dimension de sortie. A la place, on lui préfère la diagonalisation de la matrice  $\mathbf{C}$  (Fig. 3.16 a.) qui présente une taille  $6561 \times 6561$  plus réduite. La décroissance du module de cette matrice avec la quantité  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$  (Fig. 3.16 e.) est caractéristique de la présence de plusieurs aires d’isoplanétisme en régime de réflexion spéculaire. En régime de réflexion diffuse, la matrice  $\mathbf{C}$  aurait été quasiment diagonale (Fig 3.13 b,d). Nous ne sommes donc pas non plus dans un régime de réflexion diffuse.

Du fait de la nature déterministe de l’objet, nous préférons aborder la compensation des aberrations selon la méthode développée pour la réflexion spéculaire. La décroissance du module de la matrice  $\mathbf{C}$  est donnée par la fonction d’autocorrélation  $f^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|)$ . Cette décroissance est exponentielle et l’estimation de la longueur caractéristique de décroissance de cette fonction amène à une valeur du paramètre  $l_c = 15 \mu\text{m}$ . Le champ de vision contient donc approximativement 12 aires d’isoplanétisme qui sont associées aux premières valeurs propres de la

matrice  $\mathbf{C}$  dont la distribution est présentée à la figure 3.16 (e). La première étape de la méthode de compensation des aberrations consiste d'abord à extraire les premiers vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{C}$ .

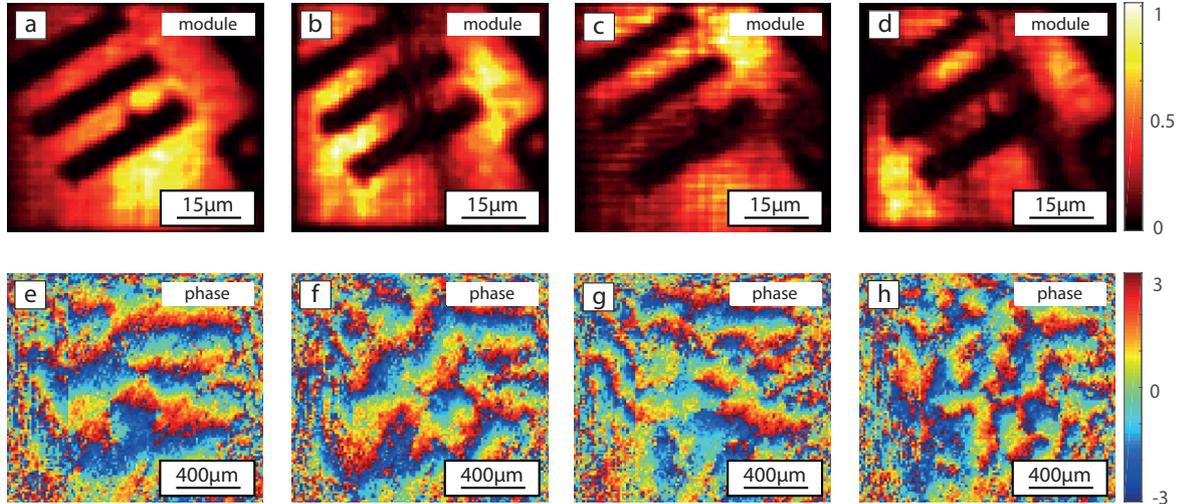


FIGURE 3.17 – Premiers vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  et  $\mathbf{U}_i$  représentés sous leurs formes bidimensionnelles dans le cas de l'imagerie d'une mire de résolution à travers un film plastique : a)  $V_1(\mathbf{r}_{in})$ , b)  $V_2(\mathbf{r}_{in})$ , c)  $V_3(\mathbf{r}_{in})$  et d)  $V_4(\mathbf{r}_{in})$ . e)  $U_1(\mathbf{u}_{out})$ , f)  $U_2(\mathbf{u}_{out})$ , g)  $U_3(\mathbf{u}_{out})$  et h)  $U_4(\mathbf{u}_{out})$ .

Les vecteurs propres associées aux quatre premières valeurs propres sont présentés à la figure 3.16. Comme prédit par l'analyse théorique, ces vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) (Fig. 3.16 a-d) sont associés à des modes, solutions de l'équation intégrale dont le noyau dépend de la fonction de l'autocorrélation  $f^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|)$  (Eq. 3.26 et 3.27). Les vecteurs propres associés dans le plan pupille  $\mathbf{U}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) (Fig. 3.16 e-h) ne présentent toutefois pas de symétrie centrale, caractéristique du régime de réflexion spéculaire. Le cas étudié ici est donc un cas hybride présentant des caractéristiques de la réflexion spéculaire (décomposition de la réflectivité de l'objet sur les vecteurs  $\mathbf{V}_i$ ) et diffuse (absence de symétrie des vecteurs  $\mathbf{U}_i$ ). Ceci peut s'expliquer par le fait que l'hypothèse  $L \gg \delta$  n'est pas vérifiée. Le calcul de l'entropie puis de la diversité de la distribution amène à la valeur  $S = 5.9$  et  $D = 350$ . Ces valeurs divergent par rapport aux prédictions. En effet, la distribution des valeurs propres ne semblent pas converger aussi rapidement vers 0 que dans le cas de la simulation numérique (Fig. 3.5) ce qui peut provenir du bruit expérimental. En ne conservant que 50 valeurs propres et en retranchant la valeur minimale, le calcul de l'entropie et de la diversité amènent à  $S = 2.7$  et  $D = 15$  qui coïncide avec le nombre d'aires d'isoplanétisme estimées. En sommant ces valeurs propres, l'amplitude de l'objet est fidèlement reconstruite et le contraste est retrouvé (Fig. 3.18 b.). Contrairement à ce qui avait été établi théoriquement (Sec. 3.3.3), il y a ici un net gain en résolution. Ceci peut provenir de l'avantage supplémentaire qu'offre la SVD dans le filtrage de la contribution de diffusion multiple. Afin de quantifier le gain apporté en correction, un exemple

### 3.4 Correction des aberrations en régime de réflexion diffuse

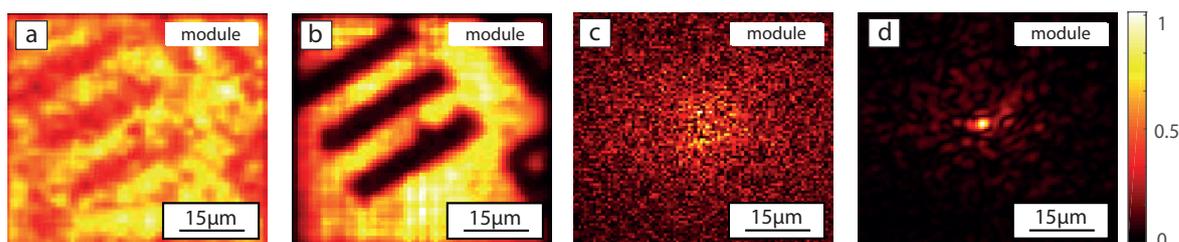


FIGURE 3.18 – Résultats de la correction des aberrations pour l'imagerie de la mire de résolution à travers un film plastique : a) Image OCT confocale avant correction et b) après correction. c) Exemple de tache focale avant correction et d) après correction avec le premier vecteur  $\mathbf{U}_1$ .

de taches focales avant et après correction est présenté aux figures 3.18 (c) et (d). La tache focale corrigée (Fig. 3.18 d.) est obtenue à partir d'une colonne de la matrice corrigée  $\mathbf{R}_{rr}^c$  (Eq. 3.39). Le rapport de Strehl (Eq. 1.29) peut aussi, de manière équivalente, s'exprimer ainsi :

$$S = \frac{\max (|R_{rr}(\cdot, \mathbf{r}_{in})|^2)}{\sum_{\mathbf{r}_{out}} |R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in})|^2} \quad (3.62)$$

En considérant cette quantité avant et après correction par le premier vecteur propre  $\mathbf{U}_1$ , nous notons un gain d'un facteur 123.

Un autre cas expérimental a été considéré. Il correspond à l'imagerie de mire de résolution au travers d'une cornée de singe présentant une forte opacité qui avait été initialement introduite au chapitre 2 (Fig. 3.19 a.). La configuration est la même que dans le cas précédent sauf qu'un objectif à immersion d'ouverture numérique  $NA = 0.8$  à cette fois été utilisé pour la mesure. Le reste des paramètres est résumé dans le tableau 3.6. L'opacité de la cornée est due à une maladie chez le singe dont on a prélevé la cornée. Elle est à l'origine d'une forte détérioration de l'image OCT confocale (Fig. 3.19 b.) dont il est presque impossible de discerner le motif de la mire censé représenté un "3" du groupe 2 de la mire USAF. (Fig. 3.19 a.).

De la même façon que précédemment, nous allons passer par la diagonalisation de la matrice  $\mathbf{C}$  (Fig. 3.19 c.). Le profil du module de ces éléments en fonction de  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$  est donnée à la figure 3.19 (e) et calcul du paramètre abouti à la valeur  $l_c = 5 \mu\text{m}$ . Bien que la cornée induise un bien plus grand niveau d'aberrations, la diagonalisation de la matrice  $\mathbf{C}$  fournit un ensemble de vecteurs propres portant la marque de la réflectivité de la mire. Les quatre premiers vecteurs propres sont présentés à la figure 3.20. La forte présence de diffusion multiple ne permet pas de prendre en compte le calcul de l'entropie et de la diversité. Finalement, un critère de contraste est avancé pour la reconstruction de l'objet. C'est la combinaison des 10 premiers vecteurs propres selon l'équation 3.29 qui permet de reconstruire l'image de la mire de résolution (Fig. 3.21 b.).

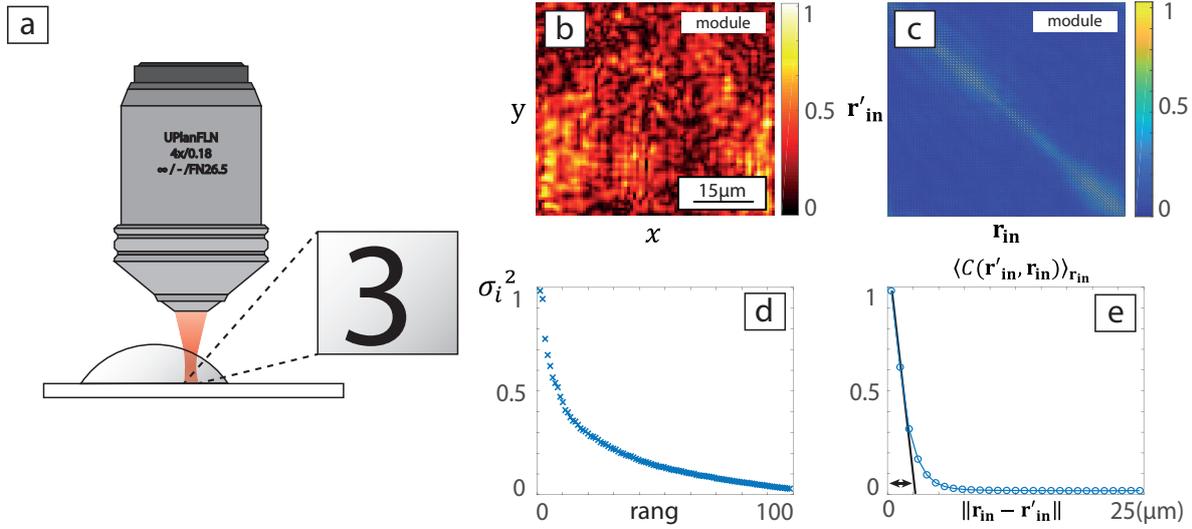


FIGURE 3.19 – Résultats expérimentaux de l’imagerie de mire de résolution à travers une cornée de singe malade : a) Schéma de l’expérience. b) Image confocale. c) Matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$ . d) Distribution des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{C}$  et e) courbe représentant la quantité  $\langle C(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle$  où la moyenne porte sur les  $\mathbf{r}_{in}$  en fonction de  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$ .

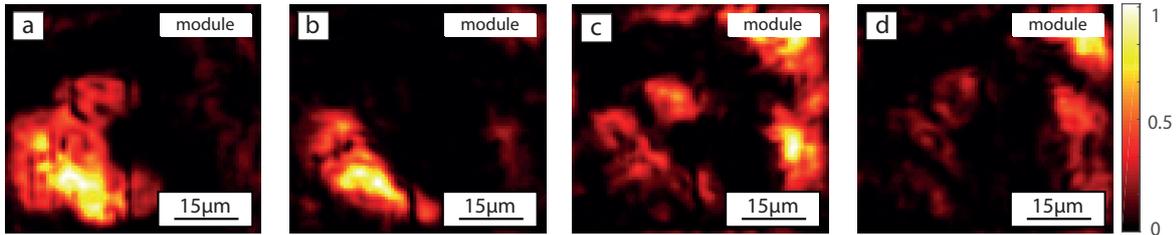


FIGURE 3.20 – Premiers vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  de la diagonalisation de  $\mathbf{C}$  représentés sous leurs formes bidimensionnelles : a)  $V_1(\mathbf{r}_{in})$ , b)  $V_2(\mathbf{r}_{in})$ , c)  $V_3(\mathbf{r}_{in})$  et d)  $V_4(\mathbf{r}_{in})$ .

### 3.5 Conclusion

Dans la continuité des travaux qui avait été réalisés sur l’opérateur de retournement temporel, nous avons introduit un nouvel opérateur matriciel, la matrice distorsion, qui distingue notre approche de l’état de l’art [43, 45]. Cet opérateur permet de quantifier localement la nature des aberrations sur l’ensemble du champ de vision mais aussi de dégager des paramètres statistiques comme la dimension de l’aire d’isoplanétisme ou la longueur de cohérence de l’aberration vue depuis le plan pupille.

En ce qui concerne la compensation des aberrations, une analyse des différents régimes de réflexion, spéculaire et diffus, a permis de mettre en évidence que l’étude de cet opérateur s’adaptait à tous les régimes rencontrés. Ces résul-

### 3.5 Conclusion

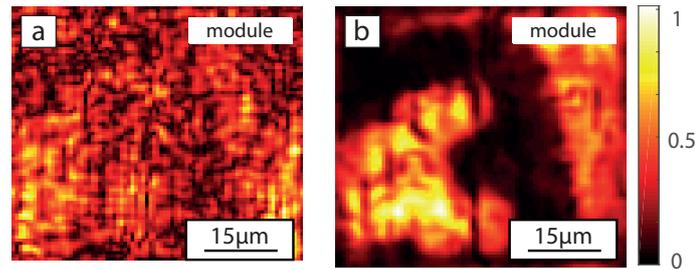


FIGURE 3.21 – Résultats de la correction : a) Image OCT confocale avant correction et b) après correction.

tats théoriques sur la correction des aberrations ont été présentés puis appuyés par des simulations numériques. L'application à des données expérimentales a permis de confirmer ces résultats et d'étendre la portée de la méthode à des régimes de réflexion hybrides et au filtrage de la diffusion multiple.

Afin de se rapprocher du cas de la réflexion diffuse présenté dans ce chapitre, il est préférable de s'intéresser à l'imagerie de tissus biologiques pour lesquels la présence de diffuseurs sous-résolus répartis aléatoirement permettrait d'atteindre ce régime de réflexion. Néanmoins, l'imagerie des tissus biologiques nécessite d'acquérir des images sur de grands champs de vision or, la méthode d'acquisition à l'aide du dispositif expérimental présenté à la fin du chapitre 2 ne permet pas une mesure rapide de la matrice de réflexion. En s'inspirant de la FFOCT, nous présenterons au chapitre 5 un dispositif expérimental permettant la mesure de la matrice de réflexion sous éclairage incohérent mais avant cela, nous allons introduire un formalisme analytique permettant de rendre compte de la manifestation des aberrations en FFOCT.

## CHAPITRE 3 : *La matrice distorsion*

# Chapitre 4

## Manifestation des aberrations en FFOCT

### Sommaire

---

4.1	Introduction . . . . .	111
4.2	Principe de la tomographie à cohérence optique plein champ . .	113
4.3	Formulation analytique du signal FFOCT . . . . .	117
4.4	Etude générale des effets des aberrations en FFOCT . . . . .	123
4.5	Conclusion . . . . .	134

---

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions la manifestation des aberrations en tomographie à cohérence optique, technique de microscopie à laquelle nous appliquerons ultérieurement l'approche matricielle détaillée dans les deux chapitres précédents. L'OCT est une technique d'imagerie des photons balistiques développée au début des années 90 [1], et ayant connu un développement très rapide, en particulier dans le domaine médical. La capacité de cette méthode à distinguer de manière non invasive les structures rétiniennes et cornéennes en ont rapidement fait un élément de diagnostic incontournable en ophtalmologie.

Le principe de l'OCT peut être vu comme un analogue de l'échographie pour la lumière. En échographie, la réflectivité d'un point est mesurée grâce au temps de vol d'une onde ultrasonore réfléchi par le milieu étudié sous forme d'écho. L'OCT repose sur la même approche ; cependant, il n'existe pas de détecteur photosensible et d'électronique suffisamment rapides pour faire une mesure directe de temps de vol en optique. L'idée est donc d'utiliser une méthode optique permettant de marquer les photons balistiques provenant d'un volume élémentaire donné : on utilise pour cela l'interférométrie à faible longueur de cohérence. L'utilisation d'une source à large spectre permet de détecter les photons balistiques ne provenant que d'un volume de cohérence dont la dimension axiale est limitée

par la longueur de cohérence temporelle de la source. L'OCT utilise donc cette propriété pour effectuer un sectionnement optique par filtrage temporel. En balayant ce volume de cohérence sur tout l'échantillon étudié, une image tridimensionnelle de ce dernier est recouverte. Contrairement à la microscopie confocale, les résolutions axiales et transverses sont découplées en OCT : la résolution axiale est définie par les propriétés spectrales de la source (LED, diode superluminescente ou SLD, laser femtoseconde, halogène) pour des valeurs typiques allant de 1 à 10  $\mu\text{m}$ , la résolution transverse par l'ouverture de l'optique d'imagerie sélectionnée. La méthode permet d'obtenir de très bonnes sensibilités, du fait de la multiplication du signal de rétrodiffusion très faible par une référence plus élevée : typiquement des coefficients de réflexion de  $10^{-9}$  en intensité soit -90dB sont détectables en OCT.

A la fin des années 1990, l'OCT a connu un développement majeur avec le développement de l'OCT fréquentiel ou SD-OCT [55, 93, 94] qui consiste à enregistrer le spectre du signal d'interférence. Par transformée de Fourier, il est alors possible de reconstruire l'image de l'échantillon sans balayage de la voie de référence, ce qui permet une réduction significative du temps d'acquisition. Toutefois, la limitation principale de cette approche spectrale de l'OCT est sa résolution : en effet pour pouvoir acquérir un profil axial en parallèle et conserver une image nette selon cet axe, il est nécessaire d'utiliser des optiques de grande profondeur de champ et donc d'ouverture numérique faible, ce qui conduit à une résolution transverse dégradée.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes donc focalisés sur une autre variante qu'est l'OCT plein champ. Elle permet en effet d'accéder à de hautes résolutions par acquisition en parallèle du champ réfléchi par l'échantillon. Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, cette méthode d'acquisition sied en outre particulièrement bien à l'approche matricielle développée dans cette thèse. La tomographie à cohérence optique plein champ a été inventée à la fin des années 90 à l'ESPCI par Claude Boccara et son équipe [95]. Par rapport aux méthodes conventionnelles d'OCT, l'idée est ici d'utiliser un éclairage plein champ à l'aide d'une source incohérente à la fois spatialement et temporellement, et d'effectuer la détection du signal interférométrique à l'aide d'un capteur bidimensionnel (caméra CCD ou CMOS), pour tous les points du champ en parallèle, donc sans balayage. Enfin, il a été montré récemment qu'elle était particulièrement robuste aux aberrations, notamment au défaut de mise au point [68]. Cette observation expérimentale surprenante a motivé les travaux de modélisation des aberrations en OCT plein champ décrits dans ce chapitre qui ont permis de donner les hypothèses sous lesquelles une robustesse aux aberrations est manifeste et de considérer où les effets des aberrations sont particulièrement marqués. L'analyse des aberrations réalisée dans ce chapitre justifiera l'approche matricielle de l'OCT plein champ développée dans les chapitres suivants.

Une fois le dispositif expérimental et la méthode d'acquisition à décalage de phase introduits, ce chapitre présentera un formalisme très similaire aux chapitres précédents permettant de donner une formulation analytique au signal me-

## 4.2 Principe de la tomographie à cohérence optique plein champ

suré en FFOCT. Ces expressions permettront de mettre en évidence la façon dont les aberrations, mais aussi la nature de l'objet, affectent la qualité des images. Des simulations numériques et des résultats expérimentaux viendront illustrer le propos et permettront de déterminer quantitativement la sensibilité de la FFOCT aux différents types d'aberrations.

## 4.2 Principe de la tomographie à cohérence optique plein champ

### 4.2.1 L'interféromètre de type Linnik

Le dispositif expérimental de l'OCT plein champ est fondé sur un interféromètre de Michelson avec des objectifs de microscope placés dans ses deux bras, configuration dite de Linnik. Il utilise une source de lumière spatialement incohérente à large spectre placée dans le plan ( $P_E$ ) sur la figure 4.1. Cette configuration sera celle utilisée pour présenter le formalisme avec nous expliquerons la façon dont se manifestent les aberrations. Des certains cas, l'image de la source est située dans le plan pupille de l'objectif du microscope, en illumination dite Kohler, de sorte que l'éclairage soit le plus homogène possible dans le plan de l'échantillon. La lumière issue de cette source est collimatée par une première lentille (L1). En arrivant sur le cube séparateur (BS), elle est séparée en deux faisceaux. Le faisceau transmis par le cube séparateur empruntant le bras échantillon est illustré en rouge tandis que le faisceau réfléchi par le cube séparateur empruntant le bras de référence est représenté en bleu. Dans le bras échantillon, la lumière est focalisée à l'aide d'un objectif de microscope (MO2) dans un plan de l'échantillon à imager. Dans ce dispositif, la lumière peut subir des aberrations induites soit par le système optique lui-même, soit par la présence d'inhomogénéités de l'indice optique entre l'objectif du microscope et le plan échantillon. La lumière réfléchie par l'échantillon est à nouveau collectée par le même objectif de microscope (MO2). L'onde réfléchie est ensuite focalisée dans le plan de la caméra CCD ( $P_R$ ) à l'aide de la lentille (L2) après réflexion sur le cube séparateur. En ce qui concerne la lumière empruntant le bras de référence, elle est d'abord focalisée par l'objectif de microscope (MO1) sur un miroir plan (M1) monté sur un composant piézoélectrique (PZE). Après réflexion par ce dernier, elle est à nouveau collectée par le même objectif puis se propage par transmission à travers le cube séparateur avant d'être focalisée dans le plan ( $P_R$ ) de la caméra CCD par la lentille (L2).

La source étant à large spectre, elle possède une faible longueur de cohérence temporelle. Typiquement, pour une diode électroluminescente dont la longueur d'onde centrale est de 850 nm et dont la largeur spectrale est de 50 nm, la longueur de cohérence temporelle  $l_\tau$  (Eq. 1.3) est d'environ 10  $\mu\text{m}$ . Seuls les photons du bras échantillon ayant parcouru la même distance que ceux issus du bras de référence à une longueur de cohérence temporelle près pourront interférer avec

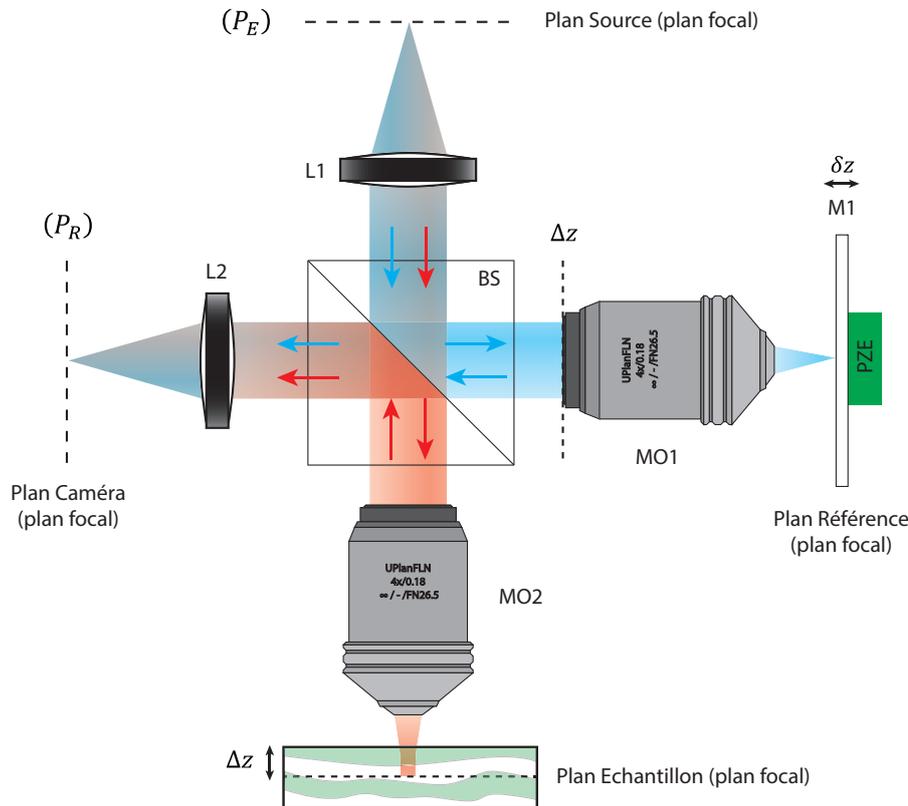


FIGURE 4.1 – Montage de tomographie à cohérence optique plein champ. Le trajet de la lumière dans le bras échantillon est représenté en rouge, et le trajet dans le bras de référence, en bleu.

ces derniers. Le volume de cohérence est défini comme étant le volume d'où proviennent les photons balistiques qui peuvent interférer avec le faisceau du bras de référence. Le fenêtrage temporel définit donc la résolution axiale du système optique. L'incohérence (ou cohérence partielle) spatiale de la source permet elle de discriminer spatialement les photons réfléchis. Il sera démontré par la suite qu'elle agit comme un diaphragme confocal dont la dimension dépend de la longueur de cohérence spatiale du champ incident.

Afin de régler le dispositif expérimental, un miroir plan est d'abord placé dans le plan échantillon et le cube séparateur est aligné de sorte à ce que les deux images de la source provenant des deux bras soit parfaitement superposées. Ensuite, la source est traduite parallèlement à l'axe optique afin que l'éclairage soit le plus homogène possible sur les surfaces de ces deux miroirs (celui placé dans le plan échantillon et le miroir (M1) du bras de référence). Le système composé de l'objectif du microscope (MO1) et du miroir (M1) est ensuite traduit colinéairement à l'axe optique, de sorte à optimiser le signal d'interférence. Lorsque le contraste de la figure d'interférence mesurée par la caméra CCD est maximal, le volume de cohérence coïncide avec la surface du miroir placé dans le plan échantillon. Le miroir est ensuite remplacé par un échantillon à imager de sorte à ce que

## 4.2 Principe de la tomographie à cohérence optique plein champ

la surface coïncide avec le plan focal de l'objectif du microscope comme illustré sur la figure 4.2 (a). A l'issue de cette étape de calibration, le dispositif est donc réglé pour imagier de manière optimale la surface de l'échantillon.

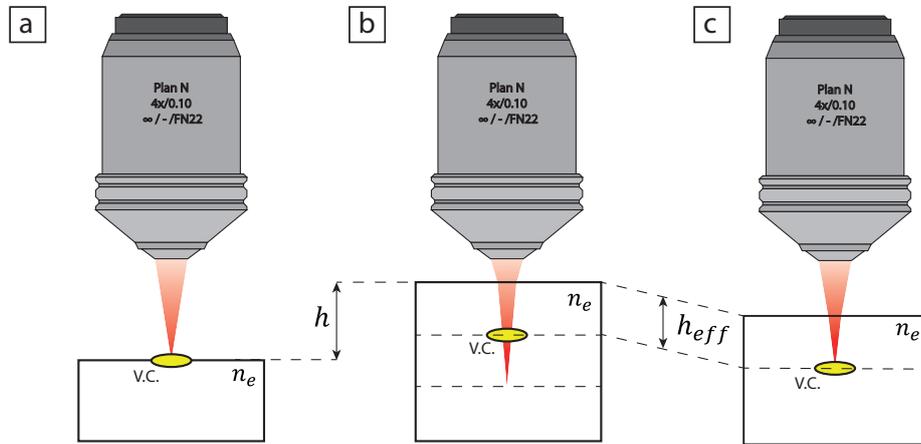


FIGURE 4.2 – Imagerie volumétrique d'un échantillon diffusant. a) En surface de l'échantillon, le point de focalisation est contenu dans le volume de cohérence (V.C). b) Au sein de l'échantillon en présence d'une rupture d'indice de réfraction, le plan de focalisation et le volume de cohérence ne coïncident plus. c) Il faut compenser en tradant l'échantillon et en allongeant le chemin optique dans le bras de référence.

Il est alors ensuite possible de tradater l'échantillon d'une longueur  $h$  colinéairement à l'axe optique afin d'imagier en profondeur. Cependant, en présence d'un milieu d'indice de réfraction  $n_e > n_{air}$ , le volume de cohérence ne coïncide plus avec le plan de focalisation (Fig. 4.2 b.). La profondeur effective  $h_{eff}$  à laquelle le milieu est imagé est en fait inférieure à  $h$ . De plus, le plan de focalisation est situé plus profond dans l'échantillon que la profondeur  $h$ . Ces deux effets se cumulent et sont à l'origine d'une chute du signal. L'aberration induite correspond à un défaut de mise au point qui s'ajoute aux aberrations engendrées par les hétérogénéités du milieu. Il est tout de même possible de compenser ce défaut en tradant l'échantillon puis le système composé de l'objectif (MO1) et du miroir (M1) (Fig. 4.2 c.). En rallongeant le chemin optique dans le bras de référence, on pourra alors faire coïncider le volume de cohérence avec le plan de focalisation à la profondeur  $h_{eff}$  souhaitée [96].

### 4.2.2 Mesure de l'image FFOCT

L'OCT « plein champ » ou FFOCT utilise une source de lumière spatialement incohérente. La nature de cette source nous permet d'acquérir une image OCT « en face » en une seule acquisition par superposition des champs issus des bras échantillon et de référence sur l'ensemble du plan focal puis par extraction du terme d'interférence par interférométrie à décalage de phase. Nous posons  $E_0(\mathbf{r})$ ,

le champ dans le plan de la source,  $E_a(\mathbf{r})$  le champ réfléchi par l'échantillon, filtré temporellement, mesuré sur la caméra (en rouge sur la figure 4.1) et  $E_{ref}(\mathbf{r})$  le champ transmis par le bras de référence (en bleu). L'incohérence spatiale du champ dans le plan de la source s'exprime mathématiquement de la manière suivante :

$$\langle E_0(\mathbf{r})E_0^*(\mathbf{r}') \rangle = I_0\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (4.1)$$

où la moyenne est une moyenne d'ensemble sur les différentes réalisations du champ dans le plan de la source et où  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$  sont des coordonnées du plan source. La source peut être vue comme un ensemble de sources ponctuelles émettant des trains d'onde dont les phases sont décorrélatées spatialement. On fera une hypothèse d'ergodicité qui permettra alors de confondre moyennes d'ensemble et temporelle et nous utiliserons la notation commune  $\langle . \rangle$ . En faisant varier la position du miroir plan (M1) d'une distance  $\delta z$  à l'aide du composant piézoélectrique (PZE), il est possible de moduler d'une phase  $\theta$  le champ issu du bras de référence au niveau de la caméra CCD. Les champs issus des bras échantillon et de référence interfèrent au niveau de la caméra et l'intensité résultante, en moyennant temporellement, s'écrit alors ainsi :

$$\begin{aligned} I_\theta(\mathbf{r}) &= \langle |E_a(\mathbf{r}) + E_{ref}(\mathbf{r})e^{i\theta}|^2 \rangle \\ &= \langle |E_a(\mathbf{r})|^2 \rangle + \langle |E_{ref}(\mathbf{r})|^2 \rangle + 2\Re(\langle E_a(\mathbf{r}) \cdot E_{ref}^*(\mathbf{r})e^{-i\theta} \rangle) \end{aligned} \quad (4.2)$$

La moyenne est temporelle ici mais assimilée à une moyenne d'ensemble. Le principe de la mesure de l'image FFOCT consiste ensuite à extraire le terme d'interférence :

$$\langle E_a(\mathbf{r}) \cdot E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle = \langle |E_a(\mathbf{r})| \cdot |E_{ref}(\mathbf{r})| \rangle e^{i\Delta\phi(\mathbf{r})} \quad (4.3)$$

où  $\Delta\phi(\mathbf{r})$  est le déphasage initial, en l'absence de modulation, entre les champs  $E_a(\mathbf{r})$  et  $E_{ref}(\mathbf{r})$ . Ce terme d'interférence peut être isolé par interférométrie à décalage de phase [97]. En modulant le déphasage  $\theta$ , il est possible reconstruire le terme d'interférence complexe en mesurant l'intensité pour les déphasages suivants  $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ . En mesurant l'intensité obtenue pour chacun de ces déphasages, il est alors possible de calculer le terme d'interférence en les combinant de la façon suivante :

$$\langle E_a(\mathbf{r})E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{4}(I_{\theta=0}(\mathbf{r}) - I_{\theta=\pi}(\mathbf{r})) + \frac{i}{4}(I_{\theta=\pi/2}(\mathbf{r}) - I_{\theta=3\pi/2}(\mathbf{r})) \quad (4.4)$$

Cette méthode à quatre mesures sera utilisée lors de la présentation des résultats expérimentaux. D'autres méthodes d'interférométrie à décalage de phase existent. Certaines utilisent des mesures à cinq phases [98], plus robustes aux vibrations. D'autres se basent sur une modulation sinusoïdale de la position du composant piézoélectrique [99].

## 4.3 Formulation analytique du signal FFOCT

### 4.3.1 Réponse impulsionnelle du système d'imagerie

Afin de donner une expression analytique au signal FFOCT, il est nécessaire de définir au préalable les opérateurs de propagation entre les différents plans optiques de l'interféromètre (Fig. 4.1). La propagation depuis le plan source jusqu'au plan échantillon peut être modélisée par une fonction  $h$  qui donne la réponse impulsionnelle  $h(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$  entre un point du plan source à la coordonnée  $\mathbf{r}''$  et un point du plan échantillon  $\mathbf{r}'$ .

En absence d'aberration, la réponse impulsionnelle est une tache d'Airy dont les dimensions dépendent de l'ouverture numérique du système optique, centrée sur la coordonnée  $-\mathbf{r}''$  en faisant l'hypothèse d'un grossissement  $G=-1$ . En présence d'aberration, la réponse impulsionnelle est la tache focale  $h(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'', \mathbf{r}'')$  où  $a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'', \mathbf{r}'')$  est la transformée de Fourier spatiale de la transmittance de l'aberrateur  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}'')$  vu depuis le plan pupille (Eq. 2.10). La dimension latérale  $\delta$  de la tache focale dépend du paramètre  $u_c$  (Eq. ..) de la loi d'aberration  $A$ . A des fins d'illustration, une simulation a été réalisée en considérant un écran de phase aberrateur entre le plan échantillon et l'objectif de microscope (MO2) de la figure 4.1 situé à une distance  $d$  du plan échantillon. La phase de la transmittance complexe de l'écran de phase suit une loi gaussienne de variance  $\sigma_\phi^2$  spatialement corrélée sur une longueur  $l_\phi$  dont les paramètres sont résumés dans le tableau 4.1. La longueur d'onde  $\lambda$  de la source utilisée est fixée à 850 nm et l'objectif du microscope possède une distance focale de  $f$  de 18 mm.

paramètres	$\lambda$	$f$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	850 nm	18 mm	6 mm	150 $\mu\text{m}$	3 rad

TABLE 4.1 – Paramètres de l'éclairage et de l'écran de phase aberrateur pour la simulation numérique de la réponse impulsionnelle du système optique.

Pour ces paramètres de l'aberration (Table 4.1), la dimension  $\delta$  de la tache focale est estimée à 68  $\mu\text{m}$  et la longueur de cohérence spatiale  $u_c$  de la loi d'aberration vue depuis la plan pupille est de 220  $\mu\text{m}$ . La réponse impulsionnelle entre un point à la coordonnée  $\mathbf{r}''$  du plan source et un point à la coordonnée  $\mathbf{r}'$  du plan échantillon est représenté en module sur la figure 4.3 (a). A cette tache focale correspond une loi d'aberration  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}'')$  vue depuis le plan pupille, représentée en phase sur la figure 4.3 (b).

Par souci de clarté et de simplicité, nous allons faire l'hypothèse dans la suite de ce chapitre d'une réciprocity des trajets aller (plan source au plan échantillon) et retour (plan échantillon au plan récepteur) de la lumière dans le dispositif de la figure 4.1. La même réponse impulsionnelle sera donc considérée pour chacun de ces trajets. De plus, nous nous placerons dans un cas isoplanétique afin d'alléger les notations et donc  $h(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')$ .

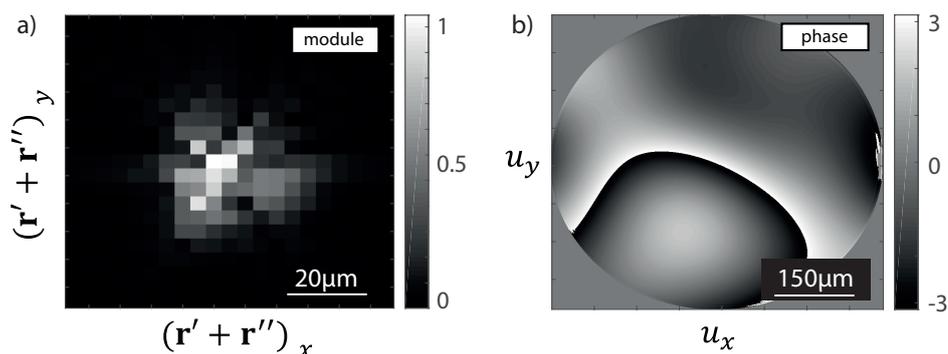


FIGURE 4.3 – (a) Réponse impulsionnelle  $a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'', \mathbf{r}'')$  entre un point à la coordonnée  $\mathbf{r}''$  du plan source et un point à la coordonnée  $\mathbf{r}'$  du plan échantillon représentée en module. (b) Loi d'aberration  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}'')$  correspondante représentée en phase.

### 4.3.2 Image conventionnelle et image FFOCT

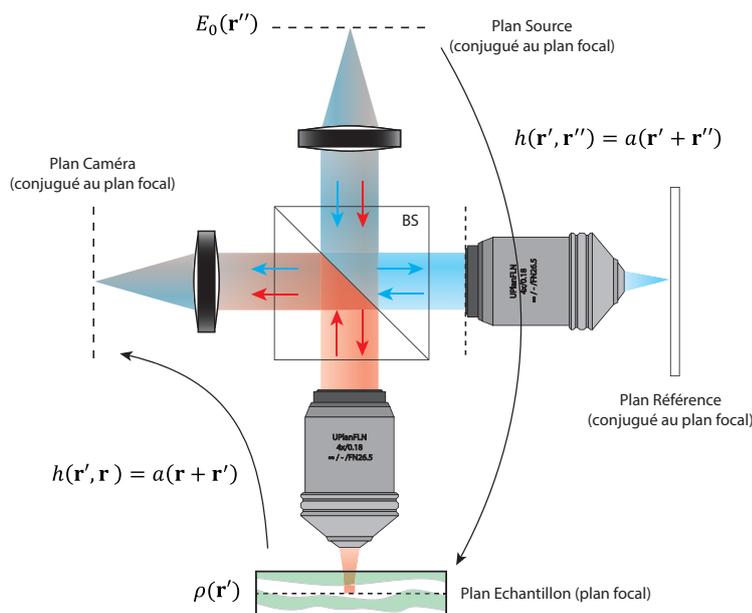


FIGURE 4.4 – Décomposition du champ issu du bras échantillon

Nous cherchons maintenant à établir l'expression analytique du signal d'interférence (Eq. 4.3). Pour cela, il est nécessaire d'exprimer le champ issu du bras échantillon. Le trajet de la lumière par ce bras-là est représenté en rouge sur la figure 4.4. A l'aller, le champ incident dans le plan échantillon,  $E_i(\mathbf{r}')$ , s'exprime comme la convolution du champ émis depuis le plan source,  $E_0(\mathbf{r}'')$ , avec la réponse impulsionnelle  $h(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ . Le champ alors obtenu à la coordonnée  $\mathbf{r}'$  du plan

### 4.3 Formulation analytique du signal FFOCT

échantillon est donné par :

$$\begin{aligned} E_i(\mathbf{r}') &= \int h(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') E_0(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \\ &= \int a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'') E_0(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \end{aligned} \quad (4.5)$$

Sous l'hypothèse d'un champ  $E_0(\mathbf{r}'')$  spatialement incohérent dans le plan de la source (Eq. 4.1), le calcul de l'autocorrélation du champ  $E_i(\mathbf{r}')$  permet de mettre en évidence la façon dont les aberrations affectent la cohérence spatiale du champ qui se propage dans le système optique :

$$\begin{aligned} \langle [a * E_0](\mathbf{r}) [a * E_0]^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \rangle &= \langle \iint a(\mathbf{r} + \mathbf{r}') E_0(\mathbf{r}') a^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} + \mathbf{r}'') E_0^*(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' \rangle \\ &\propto \int a(\mathbf{r} + \mathbf{r}') a^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} + \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &\propto [a \otimes a](\Delta\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

$\otimes$  signifie le produit de corrélation. L'autocorrélation du champ dans le plan échantillon, avant réflexion, est donc donné par la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle. Dans le domaine de Fourier, on obtient :

$$TF^{-1}(a \otimes a) = |A(\mathbf{u})|^2 \quad (4.7)$$

Dans la suite du chapitre, les aberrations rencontrées seront de module 1 sur un support défini par l'ouverture numérique  $NA$  du système optique. Dans ce cas, on peut écrire :

$$|A(\mathbf{u})|^2 = \mathbb{1}_{|\mathbf{u}| < f.NA} \quad (4.8)$$

Finalement, la fonction d'autocorrélation du champ  $E_i(\mathbf{r}')$  dans le plan de l'échantillon est la tache d'Airy :

$$\langle E_i(\mathbf{r}') E_i(\mathbf{r}' + \Delta\mathbf{r}') \rangle \propto \frac{J_1(\pi \|\Delta\mathbf{r}'\| / (\lambda NA))}{\|\Delta\mathbf{r}'\|} \quad (4.9)$$

où  $J_1$  est la fonction de Bessel du premier ordre. La longueur de cohérence spatiale du champ  $E_i(\mathbf{r}')$  est donc inversement proportionnelle à l'ouverture numérique du système optique. Afin de simplifier les notations, nous introduisons la réponse impulsionnelle en absence d'aberration notée  $a_{ref}$ . Celle-ci définit aussi la réponse impulsionnelle dans le bras de référence. Ainsi l'autocorrélation du champ  $E_i(\mathbf{r})$  s'écrit :

$$\langle E_i(\mathbf{r}') E_i(\mathbf{r}' + \Delta\mathbf{r}') \rangle \propto a_{ref}(\Delta\mathbf{r}') \quad (4.10)$$

Le champ  $E_i(\mathbf{r}')$  est ensuite réfléchi par l'objet, ce qui, sous l'hypothèse de diffusion simple, se traduit par une simple multiplication par la réflectivité  $\rho(\mathbf{r}')$  de l'objet dans le plan focal de l'objectif du microscope :

$$E_r(\mathbf{r}') = \rho(\mathbf{r}') E_i(\mathbf{r}') \quad (4.11)$$

Puis, le champ réfléchi se propage à nouveau à travers le système optique avant d'atteindre la caméra. Sous l'hypothèse de réciprocity des trajets aller et retour dans le bras échantillon, le champ obtenu à la coordonnée  $\mathbf{r}$  du plan de la caméra est alors :

$$\begin{aligned} E_a(\mathbf{r}) &= \int h(\mathbf{r}', \mathbf{r}) E_r(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &= \int a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}') E_i(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (4.12)$$

En utilisant la fonction d'autocorrélation du champ  $E_i(\mathbf{r}')$  (Eq. 4.10), il est maintenant possible de donner une expression analytique de l'intensité moyenne du champ transmis par le bras échantillon (Eq. 4.12) :

$$\begin{aligned} \langle |E_a(\mathbf{r})|^2 \rangle &= \langle \iint a(\mathbf{r} + \mathbf{r}') a^*(\mathbf{r} + \mathbf{r}'') \rho(\mathbf{r}') \rho^*(\mathbf{r}'') E_i(\mathbf{r}') E_i^*(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' \rangle \\ &\propto \iint a(\mathbf{r} + \mathbf{r}') a^*(\mathbf{r} + \mathbf{r}'') \rho(\mathbf{r}') \rho^*(\mathbf{r}'') a_{ref}(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'') d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' \end{aligned} \quad (4.13)$$

En supposant que le support de la fonction  $a_{ref}$  est petite devant la dimension du support de la fonction  $a$  (en présence d'aberration), et devant les fluctuations spatiales de la réflectivité de l'objet (ce qui est le cas puisqu'il n'est pas nécessaire d'imager des objets dont les fréquences spatiales sont supérieures à la limite de la diffraction), l'expression 4.13 devient :

$$\langle |E_a(\mathbf{r})|^2 \rangle \propto \int |a(\mathbf{r} + \mathbf{r}')|^2 |\rho(\mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' \quad (4.14)$$

A partir de cette expression, nous posons ce que nous appelons l'image "conventionnelle" la quantité  $E_{conv}$  qui est la racine carré de l'expression de l'équation 4.14 :

$$E_{conv}(\mathbf{r}) = \sqrt{\langle |E_a(\mathbf{r})|^2 \rangle} \propto \sqrt{\int |a(\mathbf{r} + \mathbf{r}')|^2 |\rho(\mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}'} \quad (4.15)$$

qui est bien proportionnelle à la réflectivité de l'objet en absence d'aberrations.

Dans le bras de référence, nous faisons l'hypothèse d'une absence d'aberrations et que la réflexion se fait sur un miroir supposé parfait. La réponse impulsionnelle  $a_{ref}$  entre le plan source et le plan échantillon est uniquement dépendante de l'ouverture numérique du système. Physiquement, la fonction correspond à une tache d'Airy. Finalement, c'est la même fonction qui caractérise la propagation entre le plan de la source et le plan de la caméra. Le champ issu du bras de référence s'écrit alors :

$$E_{ref}(\mathbf{r}) = \int a_{ref}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') E_0(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}'' \quad (4.16)$$

Afin d'écrire l'expression de l'image "FFOCT" (Eq. 4.3), il faut réécrire le champ issu du bras échantillon en faisant intervenir  $E_0(\mathbf{r}'')$ . En réinjectant les équations 4.5, 4.11 dans l'équation 4.12, le champ  $E_a(\mathbf{r})$  s'écrit :

$$E_a(\mathbf{r}) = \iint a(\mathbf{r} + \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'') E_0(\mathbf{r}'') d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' \quad (4.17)$$

### 4.3 Formulation analytique du signal FFOCT

L'image FFOCT est obtenue en faisant interférer le champ issu du bras échantillon (Eq. 4.17) et le champ issu du bras de référence (Eq. 4.16). Elle s'exprime donc analytiquement de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\langle E_a(\mathbf{r})E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle &= \iint a(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')\langle E_0(\mathbf{r}'')E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle d\mathbf{r}'d\mathbf{r}'' \\
&= \iiint a(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')a_{ref}^*(\mathbf{r} - \mathbf{r}''')\langle E_0(\mathbf{r}'')E_0^*(\mathbf{r}''') \rangle d\mathbf{r}'d\mathbf{r}''d\mathbf{r}''' \\
&\propto \iint a(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')a_{ref}^*(\mathbf{r} - \mathbf{r}'')d\mathbf{r}'d\mathbf{r}'' \quad (4.18)
\end{aligned}$$

L'intégration selon  $\mathbf{r}''$  ne fait en fait intervenir que le produit  $a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')a_{ref}^*(\mathbf{r} - \mathbf{r}'')$ . En fait, cette intégrale est la convolution des deux réponses impulsionnelles  $a$  et  $a_{ref}^*$ . Physiquement, la fonction  $a_{ref}$  étant paire, cette quantité caractérise la corrélation entre le champ au niveau de l'échantillon et le champ au niveau du miroir plan dans le bras de référence. Finalement, l'expression obtenue à l'équation 4.18 se réécrit :

$$\begin{aligned}
\langle E_a(\mathbf{r})E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle &\propto \int a(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\rho(\mathbf{r}') [a \otimes a_{ref}] (\mathbf{r}' + \mathbf{r})d\mathbf{r}' \\
&\propto \int (a \times [a \otimes a_{ref}]) (\mathbf{r}' + \mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \quad (4.19)
\end{aligned}$$

L'image FFOCT est donc le produit de convolution entre la réflectivité de l'objet  $\rho$  et la réponse impulsionnelle "FFOCT" donnée par la fonction  $a \times [a \otimes a_{ref}]$ .

Dans le domaine de Fourier, l'expression analytique de l'image FFOCT obtenue à l'équation 4.19 devient :

$$\begin{aligned}
P_F(\mathbf{u}) &= TF^{-1} \left( \langle E_a(\mathbf{r})E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle \right) \\
&= \left[ A * \left( A \times A_{ref}^* \right) \right] (\mathbf{u}) \times P(\mathbf{u}) \quad (4.20)
\end{aligned}$$

où  $A_{ref}(\mathbf{u})$  est la transformée de Fourier inverse spatiale de la réponse impulsionnelle de référence (la tache d'Airy) :

$$A_{ref}(\mathbf{u}) = \mathbb{1}_{|\mathbf{u}| < f.NA} \quad (4.21)$$

Afin d'éviter les inversions de signe, nous avons choisi de définir  $P_F$  comme étant la transformée de Fourier inverse du signal d'interférence et  $P$  la transformée de Fourier directe de l'objet. En règle générale, les supports des deux fonctions  $A$  et  $A_{ref}$  sont les mêmes et sont seulement limités par l'ouverture numérique du système optique. L'hypothèse est faite que  $A \times A_{ref}^* = A$ . Dans ce cas, l'expression analytique de l'image FFOCT obtenue à l'équation 4.19 se simplifie de la manière suivante :

$$\langle E_a(\mathbf{r})E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle \propto \int a^2(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \quad (4.22)$$

Cette expression amène aussi à une nouvelle interprétation de l'image FFOCT. Imaginons un point source situé à la coordonnée  $\mathbf{r}_0$  du plan source de telle sorte que  $E_0(\mathbf{r}'') = E_0\delta(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}_0)$ . En injectant cette expression dans l'équation 4.17, le champ transmis par le bras de référence devient :

$$E_a(\mathbf{r}) \propto \int a(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}_0)d\mathbf{r}' \quad (4.23)$$

Lorsque le champ est mesuré dans la caméra à la coordonnée  $\mathbf{r}_0$  conjuguée à la coordonnée d'émission, l'expression devient alors :

$$E_a(\mathbf{r}_0) \propto \int a^2(\mathbf{r}' + \mathbf{r}_0)\rho(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \quad (4.24)$$

qui est l'expression obtenue à l'équation 4.22 à une constante multiplicative près. L'incohérence spatiale de la source joue ainsi le rôle d'un diaphragme confocal. Dans le domaine de Fourier, l'expression de l'image FFOCT se traduit aussi :

$$\begin{aligned} P_F(\mathbf{u}) &= TF^{-1}(\langle E_a(\mathbf{r})E_0^*(\mathbf{r}) \rangle) \\ &= [A * A](\mathbf{u}) \times P(\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Dans la suite du chapitre, nous appellerons "fonction de transfert FFOCT" (FFOCT-TF) l'opérateur  $A * A$  agissant sur les fréquences spatiales de l'objet. Cet opérateur sera au cœur de l'analyse des effets des aberrations sur l'image FFOCT.

### 4.3.3 Comparaison dans le cas de l'objet ponctuel

Le cas particulier de l'objet ponctuel situé dans le plan de l'échantillon est d'abord considéré afin de quantifier le gain en résolution de l'image FFOCT par rapport à l'image conventionnelle. Un objet ponctuel est donc considéré à la coordonnée  $\mathbf{r}_0$  du plan échantillon, ce qui peut être réalisé expérimentalement à l'aide d'une nanoparticule d'or par exemple. Dans ce cas,  $\rho(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ . Un isoplanétisme rigoureux est supposé pour s'affranchir de la dépendance de la fonction de transfert  $a$  du bras échantillon selon sa deuxième variable. En injectant l'expression de la réflectivité de l'objet ponctuel dans l'équation 4.18, il vient finalement :

$$\begin{aligned} \langle E_a(\mathbf{r})E_{ref}^*(\mathbf{r}) \rangle &\propto \int a^2(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)d\mathbf{r}' \\ &\propto a^2(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

L'image obtenue est une tache focale centrée autour de la coordonnée  $-\mathbf{r}_0$  et de largeur  $\delta/2$ . En comparaison, le calcul de l'image conventionnelle (Eq. 4.15) aboutit à l'expression suivante :

$$\begin{aligned} E_{conv}(\mathbf{r}) &\propto \sqrt{\int \int | \int a(\mathbf{r}' + \mathbf{r})\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')d\mathbf{r}'|^2 d\mathbf{r}''} \\ &\propto |a(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r})| \sqrt{\int |a(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}'')|^2 d\mathbf{r}''} \\ &\propto |a(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r})| \end{aligned} \quad (4.27)$$

#### 4.4 Etude générale des effets des aberrations en FFOCT

Le module de l'image FFOCT, étant le carré de celui de l'image conventionnelle, est alors une fonction plus piquée. Dans le cas d'un faisceau gaussien, il y a un gain de résolution latérale d'un facteur  $\sqrt{2}$ . Toutefois, les résultats de l'équipe de Claude Boccara ont mis en évidence une robustesse bien plus prononcée dans le cas du défaut de mise au point. Il convient de réaliser une étude plus poussée des effets des différents types d'aberrations (défaut de mise au point, coma,...) qui sera illustrée par des simulations numériques s'appuyant sur les résultats analytiques et par des expériences. Il est toutefois important de préciser que les comparaisons entre l'image conventionnelle et FFOCT sont valables dans la mesure où nous considérons ici des objets binaires comme des mires de résolution ou l'objet ponctuel ( $|\rho|^2 = \rho$ ).

## 4.4 Etude générale des effets des aberrations en FFOCT

### 4.4.1 Effet du temps d'intégration

Dans les expressions de l'image conventionnelle et de l'image FFOCT respectivement données par les équations 4.15 et 4.22 apparaissent des moyennes temporelles. Il n'existe en effet pas de détecteur photosensible et d'électronique suffisamment rapides pour faire une mesure directe de l'amplitude et de la phase de l'onde lumineuse. Un détecteur optique ne peut mesurer qu'une intensité lumineuse intégrée sur un temps donné. Une simulation a été réalisée pour étudier la convergence du signal FFOCT en fonction de ce temps d'intégration. L'objet à imager est une mire de résolution légèrement défocalisée d'une distance de  $d = 2 \mu\text{m}$  et l'objectif considéré ici possède une ouverture numérique  $NA = 0.8$ . Le champ de vision est composé de  $400 \times 400$  pixels et la distance interpixel est de  $410 \text{ nm}$  ce qui correspond à la limite de diffraction pour la source considérée dont la longueur d'onde est de  $660 \text{ nm}$ . Les paramètres de la simulation sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$\lambda$	$f$	$d$	$\delta x$
valeurs	660 nm	4.5 mm	2 mm	410 nm

TABLE 4.2 – Paramètres de l'éclairage, de l'échantillonnage du plan focal et du défaut de mise au point pour la simulation sur l'effet du temps d'intégration.

Afin de modéliser l'incohérence spatiale de la source, un champ incident aléatoire  $E_{0,i}(\mathbf{r})$  est généré numériquement dans le plan source à chaque itération et le champ réfléchi  $E_{a,i}(\mathbf{r})_i$  correspondant est calculé dans le plan de la caméra. Les

deux images conventionnelle et FFOCT sont alors définies de la façon suivante :

$$\sqrt{\langle |E_a(\mathbf{r})|^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i |E_{a,i}(\mathbf{r})|^2}$$

$$\langle E_a(\mathbf{r}) E_0^*(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{N} \sum_i E_{a,i}(\mathbf{r}) E_{0,i}^*(\mathbf{r})$$

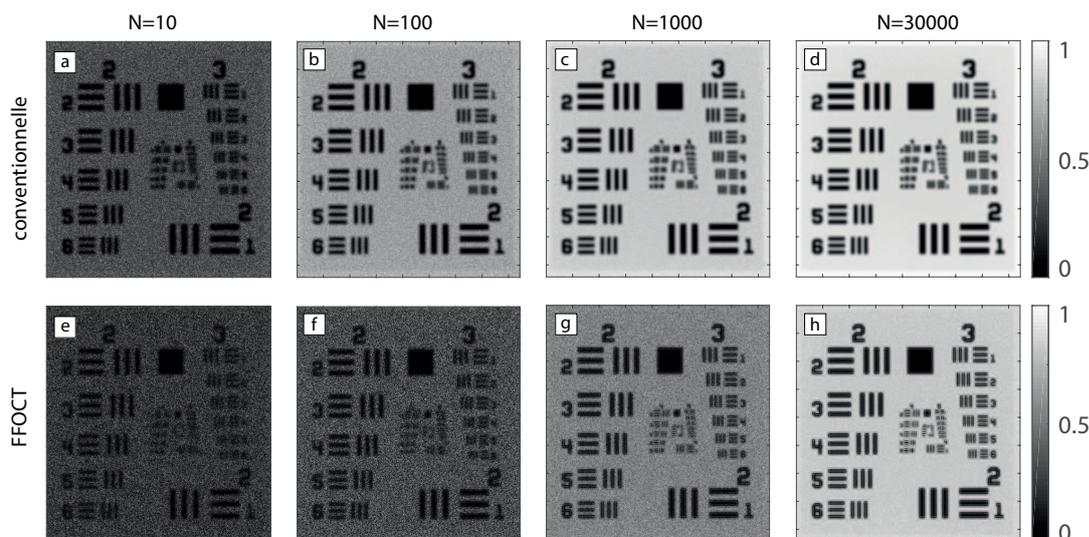


FIGURE 4.5 – Étude numérique de la convergence de l'image conventionnelle et FFOCT avec le temps d'intégration du détecteur. (a-d) Image conventionnelle et (e-h) image FFOCT pour un nombre de réalisations  $N = 10, 100, 1000, 30000$ .

Les résultats obtenus pour plusieurs nombres  $N$  de réalisations sont illustrés sur la figure 4.5. Une première remarque est que dans le cas de l'image conventionnelle la convergence est plus rapide. Ceci vient du fait que la moyenne fait intervenir des quantités réelles. Dans le cas de l'image FFOCT, la moyenne porte sur une quantité complexe, le champ  $E_{0,i}(\mathbf{r})$  multiplié à  $E_{a,i}(\mathbf{r})$ , et donc nécessite plus de réalisations afin de converger vers sa moyenne ce qui explique le caractère encore légèrement granuleux de l'image même après 30000 réalisations (Fig. 4.5 h.).

Une deuxième remarque est que l'image "FFOCT" semble mieux résolue que l'image "conventionnelle". Afin de mettre en évidence cet effet, un zoom est réalisé sur une partie commune des deux images. Sur la figure 4.6 (d), le gain en résolution dans le cas de l'image FFOCT apparaît nettement par rapport au cas de l'image conventionnelle (Fig. 4.6 b.). L'image FFOCT présente donc une certaine robustesse au défaut de mise au point. On retrouve ici l'effet mis en évidence expérimentalement par Peng Xiao et Claude Boccara. Dans la prochaine section, une étude est menée pour établir les conditions sous lesquelles l'image FFOCT reste peu sensible aux aberrations.

#### 4.4 Etude générale des effets des aberrations en FFOCT

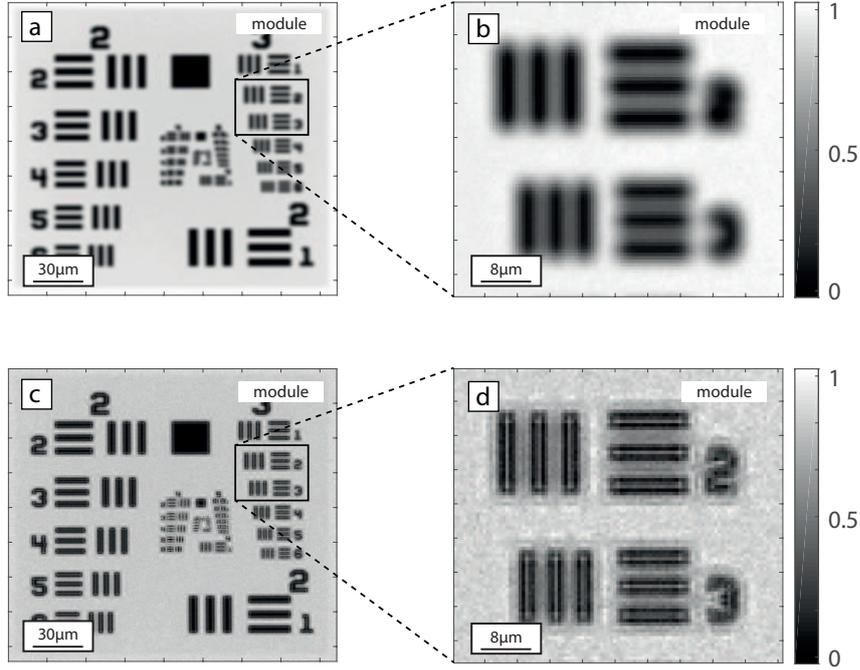


FIGURE 4.6 – Comparaison des images (a) conventionnelle et (c) FFOCT et de leurs zooms respectifs (b,d).

#### 4.4.2 Effet des symétries de la fonction de transfert

Afin de mieux comprendre les mécanismes qui rendent la technique d'imagerie FFOCT parfois plus robuste aux aberrations, il est nécessaire de s'intéresser aux propriétés de symétrie de la fonction de transfert  $A$  et les effets que celles-ci vont avoir sur la FFOCT-TF. En FFOCT, l'aberration consiste en une multiplication de la transformée de Fourier  $P$  de l'objet par la FFOCT-TF qui se comporte donc comme un filtre fréquentiel linéaire en phase et en module.

Une première analyse permet de caractériser l'effet des aberrations suivant que la phase est une fonction symétrique ou antisymétrique par rapport à l'axe optique. En effet la FFOCT-TF du système optique définie dans l'équation 4.25, peut s'exprimer de la suivante dans le plan pupille :

$$(A * A)(\mathbf{u}) = \int A(\mathbf{u} - \mathbf{u}') A(\mathbf{u}') d\mathbf{u}' \quad (4.28)$$

Afin de discuter des propriétés de symétrie liée à la phase, nous introduisons une fonction  $\Phi$ , correspondant à la phase de la fonction de transfert de telle sorte que  $A(\mathbf{u}) = \exp(i\Phi(\mathbf{u}))$ .

Dans le cas où la phase de la loi d'aberration est antisymétrique ( $\Phi(-\mathbf{u}) = -\Phi(\mathbf{u})$ ), alors la fonction de transfert vérifie la propriété  $A(-\mathbf{u}) = A^*(\mathbf{u})$  et alors l'expression de la FFOCT-TF (Eq. 4.28) prend la forme suivante

$$(A * A)(\mathbf{u}) = \int A^*(\mathbf{u}' - \mathbf{u}) A(\mathbf{u}') d\mathbf{u}' \quad (4.29)$$

Cette expression s'identifie à la fonction d'autocorrélation de la fonction de transfert. Dans le cas où la phase de la loi d'aberration est symétrique ( $\Phi(-\mathbf{u}) = \Phi(\mathbf{u})$ ), l'expression de la FFOCT-TF (Eq. 4.28) ne présente pas de simplification évidente. Il faut alors considérer spécifiquement les différentes fonctions de transfert.

Ces deux catégories d'aberration sont présentes dans les polynômes de Zernike (Fig. 4.7). Ces derniers vont nous servir de base d'investigation pour illustrer la façon dont se manifestent les aberrations en FFOCT. Ce choix est considéré

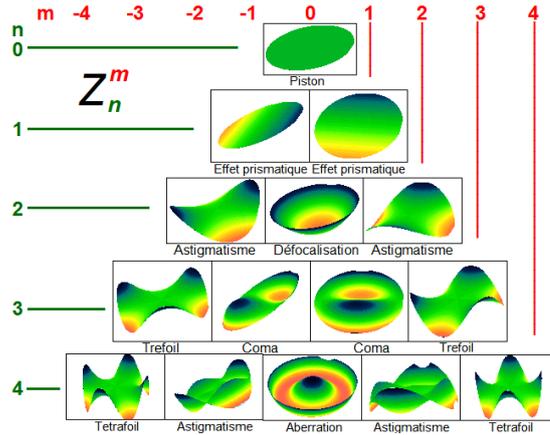


FIGURE 4.7 – Quelques exemples de polynômes de Zernike indexés par deux indices  $n$  et  $m$ .

parce que ces polynômes forment aussi une base orthonormée naturelle pour les systèmes à symétrie de révolution au tour de l'axe optique puisqu'ils sont unitaires et orthogonaux sur le disque unité. Ils sont indexés par deux indices : le premier caractérisant l'évolution radiale du polynôme et le deuxième, son évolution angulaire. Ces polynômes s'écrivent ainsi [62] :

$$Z_n^m(r, \theta) = R_n^m(r) \cos(m\theta)$$

$$Z_n^{-m}(r, \theta) = R_n^m(r) \sin(m\theta)$$

où  $n \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{N}^*$  avec  $m \leq n$  et  $(r, \theta) \in [0, 1] \times [0, 2\pi[$ . Ces polynômes sont définis pour  $n - m$  pair uniquement avec :

$$R_n^m(r) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} r^{n-2k}$$

La phase de la fonction de transfert  $A$  pourra alors se décomposer dans cette base de polynômes de sorte que  $\arg(A(\mathbf{u}, \mathbf{r})) = \sum_{n,m} a_{n,m}(\mathbf{r}) Z_n^m(\mathbf{u})$  où les coefficients  $a_{n,m}(\mathbf{r})$  pondèrent chacun de ces polynômes unitaires et dépendent de  $\mathbf{r}$  en présence de plusieurs aires d'isoplanétisme. Le défaut de mise au point est une

#### 4.4 Etude générale des effets des aberrations en FFOCT

aberration définie dans le plan pupille par  $\arg(A(\mathbf{u}, \mathbf{r})) = a_{2,0}Z_2^0(\mathbf{u})$  qui est une fonction purement radiale dans le plan pupille. L'absence de dépendance en  $\mathbf{r}$  du coefficient indique que cette loi d'aberration est la même pour tous les points du plan focal : il n'y a qu'une seule aire d'isoplanétisme. Ce cas-là a été traité dans la section précédente.

##### 4.4.3 Cas du défaut de mise au point

Le défaut de mise au point est l'aberration la plus courante en optique. Elle correspond à un écart entre le plan de focalisation et le plan échantillon. Cette aberration est associée au polynôme de Zernike  $Z_2^0$  dont l'expression est la suivante :

$$Z_2^0(\mathbf{u}) = Z_2^0(u_x, u_y) = \sqrt{3} \left( 2 \left( \frac{u_x^2 + u_y^2}{(fNA)^2} \right) - 1 \right) \quad (4.30)$$

C'est une fonction symétrique et radiale. Dans le cas du défaut de mise au point, une simulation numérique d'imagerie de mire de résolution a été réalisée avec les paramètres de la source et de l'objectif du microscope définis dans le tableau 4.3. Cette fois-ci, le défaut de mise au point est de  $9 \mu\text{m}$  et le pas spatial d'échantillonnage du plan focal est de  $220 \text{ nm}$  pour un champ de vision de  $1440 \times 1400$  pixels. La fonction de transfert classique, ou loi d'aberration vue depuis le plan pupille  $A$ , est illustrée sur la figure 4.8 (a).

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$\delta x$
valeurs	660 nm	4.5 mm	0.8	220 nm

TABLE 4.3 – Paramètres de l'éclairage, de l'échantillonnage du plan focal pour les simulations et expériences dans le cadre de l'étude de la manifestation des aberrations de type Zernike.

Etant donné les paramètres du système optique, l'ouverture numérique donne un diaphragme de diamètre  $7.2 \text{ mm}$ . La FFOCT-TF du système est respectivement représentée en module et en phase sur les figures 4.8 (b) et (c). La FFOCT-TF étant l'autoconvolution de la fonction de transfert classique, son support possède une superficie double. Ceci est en lien avec le gain en résolution qui avait été mis en évidence lors de la formulation analytique de l'image FFOCT.

L'image conventionnelle, n'ayant pas d'expression analytique faisant intervenir un produit de convolution dans le domaine réel ou une multiplication par une fonction de transfert dans le domaine de Fourier, a été simulée (Fig. 4.8 d.) de la même manière que dans la simulation précédente, à l'aide de  $N = 1000$  réalisations. Les motifs dont la période spatiale est inférieure à la dimension latérale de la tache focale, estimée à environ  $20 \mu\text{m}$ , ne sont pas discernables. La simulation de l'image FFOCT (Fig. 4.8 e.) a été réalisée en multipliant simplement la transformée de Fourier de la mire de résolution par la FFOCT-TF du système. Contrairement à l'image conventionnelle, l'image FFOCT présente une grande

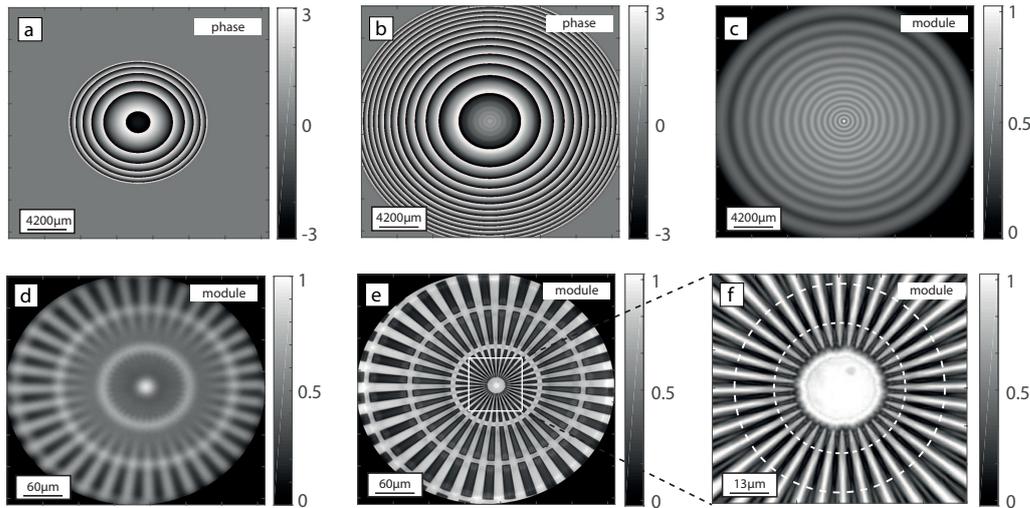


FIGURE 4.8 – Résultats de la simulation numérique de l'image FFOCT dans le cas d'un défaut de mise au point. (a) Fonction de transfert ou aberration vue depuis le plan pupille. (b) FFOCT-TF représentée en phase et (c) en module. Simulations de (d) l'image conventionnelle et de (e) l'image FFOCT. (f) Zoom sur la partie centrale de l'image FFOCT.

robustesse au défaut de mise au point. Un zoom sur la partie centrale de l'image obtenue (Fig. 4.8 f.) permet de mettre en évidence un phénomène de brouillage du contraste. En dehors du plus grand cercle en pointillé, des lobes apparaissent au sein des franges sombres tandis qu'à l'intérieur des deux cercles, où les motifs sont plus petits, le contraste est retrouvé. A l'intérieur du plus petit cercle en pointillé, les lobes réapparaissent. Ceci peut être expliqué par le fait que FFOCT-TF possède un module non uniforme et oscillant légèrement radialement, tout en décroissant. Ce phénomène brouille progressivement les fréquences élevées de manière périodique. Une autre exemplification pourrait provenir du déphasage des fréquences spatiales dû à la phase de la FFOCT-TF.

Ces résultats ont aussi été mis en évidence expérimentalement à l'institut Langevin lors d'une expérience menée par Jules Scholler. Les paramètres expérimentaux sont exactement les mêmes que ceux de la simulation. Dans cette configuration, l'image conventionnelle voit bien sa résolution dégradée (Fig. 4.9 a.) tandis que l'image FFOCT ne semble pas affectée par cette aberration (Fig. 4.9 d.). La phase de la quantité  $P_F(\mathbf{u}) \times P^*(\mathbf{u})$  est présentée sur la figure 4.9 (b). Cette quantité doit coïncider en phase avec la FFOCT-TF. Ici, elle coïncide avec le résultat obtenu par le calcul sur les données simulées (Fig. 4.9 c.) ainsi qu'avec le calcul direct de la FFOCT-TF (Fig. 4.8 b.). Les données expérimentales étant bruitées, la phase est difficilement déterminable pour les hautes fréquences des images obtenues. Bien que la FFOCT-TF affecte la phase des fréquences spatiales de l'image FFOCT, la robustesse au défaut de mise au point s'explique surtout par le fait qu'elle possède un large support permettant de conserver les hautes fréquences spatiales de la réflectivité de l'objet. En comparaison, les hautes fréquences spa-

#### 4.4 Etude générale des effets des aberrations en FFOCT

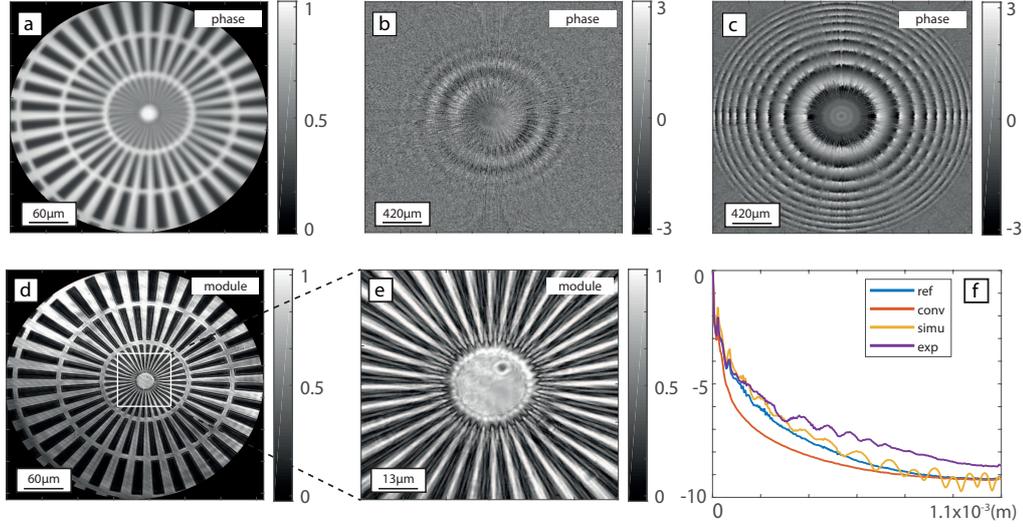


FIGURE 4.9 – Résultats expérimentaux et comparaison à la simulations dans le cas d’un défaut de mise au point. (a) Image conventionnelle. (b) Phase de  $P_F \times P^*(\mathbf{u})$  d’après les résultats expérimentaux et (c) d’après les données simulées. (d) Image FFOCT et (e) Zoom sur la partie centrale de l’image FFOCT. (f) Comparaison du profil radial de la transformée de Fourier de l’image conventionnelle sans défaut de mise au point (en bleu), de l’image conventionlle avec défaut de mise au point (en rouge), de l’image FFOCT simulée (en jaune) et de l’image FFOCT expérimentale (en violet) en échelle logarithmique.

tiales de l’objet sont fortement affectées dans le cas de l’image conventionnelle. Pour mettre en évidence ce filtrage des fréquences spatiales, nous introduisons la moyenne quadratique angulaire d’une transformée de Fourier  $P(\mathbf{u}) = P(u, \theta)$  définie de la façon suivante :

$$P_{m,r}(u) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |P(u, \theta)|^2 d\theta} \quad (4.31)$$

où  $u = \|\mathbf{u}\|$ . Le profil de cette moyenne renseigne donc sur la richesse spectrale d’une fonction. Il a été calculé pour l’image conventionnelle sans et avec défaut de mise au point, pour l’image FFOCT simulée, pour l’image FFOCT expérimentale (Fig. 4.8 f.). Tandis que les fréquences spatiales de l’image conventionnelle (en rouge) sont fortement atténuées par le défaut de mise au point, l’image FFOCT simulée (en jaune) conserve quasiment la même richesse spectrale que l’image de référence. Elle s’en écarte légèrement du fait que le module de la FFOCT-TF n’est pas homogène et présente un caractère ondulant. Ce caractère se retrouve sur le profil associé à l’image FFOCT expérimentale (en violet). L’ondulation du profil est toutefois plus rapide que dans la simulation et laisse penser que le défaut de mise au point est légèrement supérieure à  $9 \mu\text{m}$ . Au-delà de  $400 \mu\text{m}$  de l’axe optique, le profil associé à l’image FFOCT expérimentale semble diverger des résultats de la simulation. Cet écart concerne des motifs dont la taille caracté-

téristique est inférieure au micromètre et est dû à une démodulation imparfaite, des phénomènes d'interférences avec des poussières, un faible contraste, etc.

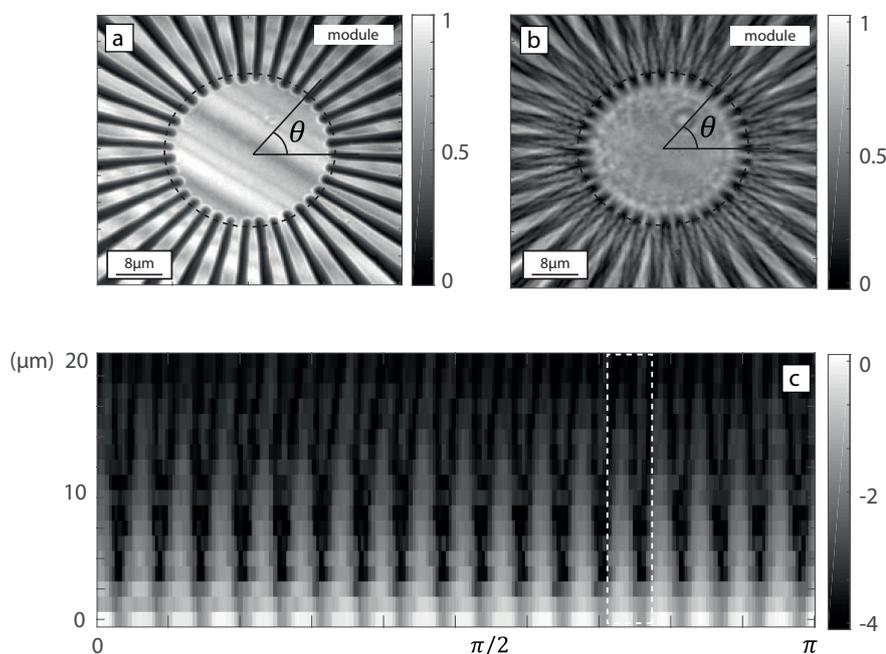


FIGURE 4.10 – (a) Zoom sur l'image FFOCT de référence en absence d'aberration (b) et en présence d'un défaut de mise au point de  $20\ \mu\text{m}$ . (c) Profil angulaire du signal FFOCT en échelle logarithmique pour différentes valeurs de défaut de mise au point.

Un autre phénomène intéressant est l'inversion de contraste observée pour les hautes fréquences spatiales de l'objet. En effet, bien que le module de la transformée de Fourier se conserve dans le cas du défaut de mise au point, les fréquences se déphasent les unes par rapport aux autres entraînant une inversion de contraste. Cette inversion est observable sur la figure 4.10 (b) pour un défaut de mise au point de  $20\ \mu\text{m}$  en comparaison au cas sans aberration (Fig. 4.10 a.). Afin de mieux rendre compte du phénomène, le profil angulaire du signal sur le cercle en pointillés noirs a été mesuré pour plusieurs valeurs de défauts de mise au point puis affiché en échelle logarithmique (Fig. 4.10 c.). En regardant de plus près pour la valeur  $\theta \simeq 134^\circ$ , la partie de l'image qui était la plus brillante sans défaut de mise au point devient la plus sombre pour un défaut de mise au point de  $20\ \mu\text{m}$ .

Tous ces résultats démontrent la robustesse de la tomographie à cohérence optique plein champ dans le cas du défaut de mise au point. Ils valident aussi les résultats théoriques et les résultats des simulations numériques et permettent donc de considérer de nouveaux exemples d'aberrations et d'objet à imager.

#### 4.4 Etude générale des effets des aberrations en FFOCT

##### 4.4.4 Cas de la coma

Le cas de la coma est intéressant puisque c'est une fonction antisymétrique qui se distingue du cas du défaut de mise au point qui était une fonction purement radiale. Elle est associée au paramètre  $n = 3$ . Il existe deux types de coma associées aux paramètres  $m = -1$  et  $m = 1$ , qui diffèrent d'une rotation d'un angle à  $45^\circ$ . La seule valeur  $m = 1$  sera considérée ici. L'expression du polynôme associé notée  $Z_{3,1}$  est la suivante :

$$Z_3^1(\mathbf{u}) = Z_3^1(u_x, u_y) = \left( 3 \left( \frac{u_x^2 + u_y^2}{(fNA)^2} \right) - 2 \right) \frac{u_x}{fNA} \quad (4.32)$$

L'aberration depuis le plan pupille dont la phase est proportionnelle au polynômes  $Z_3^1$  est définie ainsi :

$$A(\mathbf{u}) = \exp \left( ipZ_3^1(\mathbf{u}) \right) \mathbb{1}_{|\mathbf{u}| < f.NA} \quad (4.33)$$

Cette fonction de transfert possède une phase antisymétrique. Ainsi, la FFOCT-

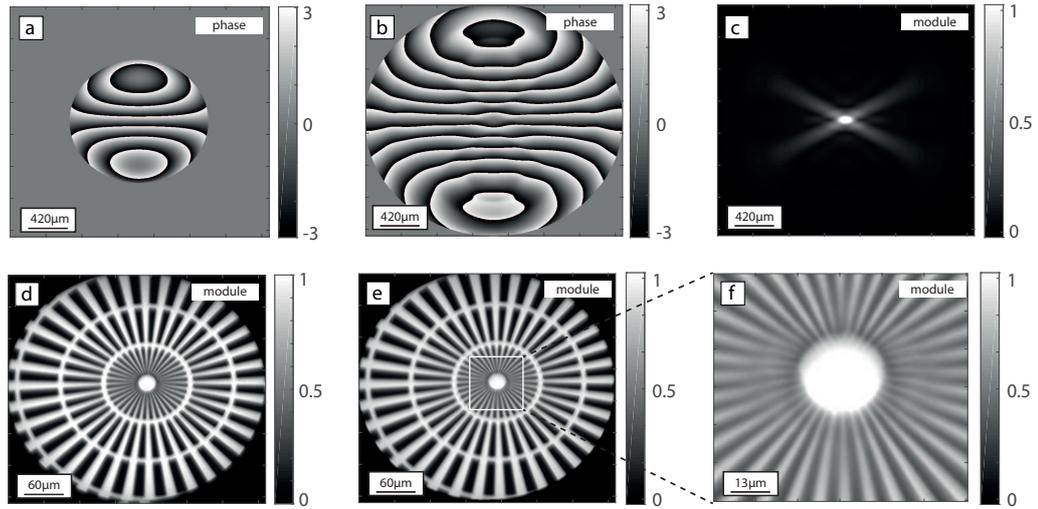


FIGURE 4.11 – Résultats de la simulation numérique de l'image FFOCT dans le cas de la coma. (a) Fonction de transfert ou aberration vue depuis le plan pupille. (b) FFOCT-TF représentée en phase et (c) en module. Simulations de (d) l'image conventionnelle et de (e) l'image FFOCT. (f) Zoom sur la partie centrale de l'image FFOCT.

TF est la fonction d'autocorrélation de cette fonction de transfert. Afin d'illustrer les effets de cette aberration sur l'image FFOCT, une simulation est réalisée dans la même configuration que pour l'expérience conduite par Jules Scholler sur le défaut de mise au point et le même objet est considéré. En ce qui concerne l'aberration, le paramètre  $p$  de l'équation 4.33 a été fixé à 30. La fonction de transfert  $A$  est représentée en phase sur la figure 4.11 (a). La FFOCT-TF associée va

filtrer en phase (Fig. 4.11 b.) mais cette fois-ci aussi en amplitude (Fig. 4.11 c.). Cette fois-ci les deux images, conventionnelle (Fig. 4.11 d.) et FFOCT (Fig. 4.11 e.) sont affectée par l'aberration. L'objet étant étendu et d'une forte richesse spectrale, un zoom est réalisé (Fig. 4.11 f.) pour illustrer les effets de l'aberration. Dans le cas de la coma, la FFOCT-TF est fortement anisotrope, en module et en phase, ce qui vient filtrer un ensemble de fréquences spatiales de l'objet en fonction de l'orientation des motifs.

Ce cas particulier montre que dans certains cas, l'image FFOCT ne présente pas de gain de résolution par rapport à l'image conventionnelle. Une étude expérimentale est à venir afin de valider ces résultats numériques.

#### 4.4.5 Autres exemples

D'autres polynômes de Zernike sont considérés dans cette section. Les fonctions de transfert et les FFOCT-TF associées sont présentées à la figure 4.12. Les

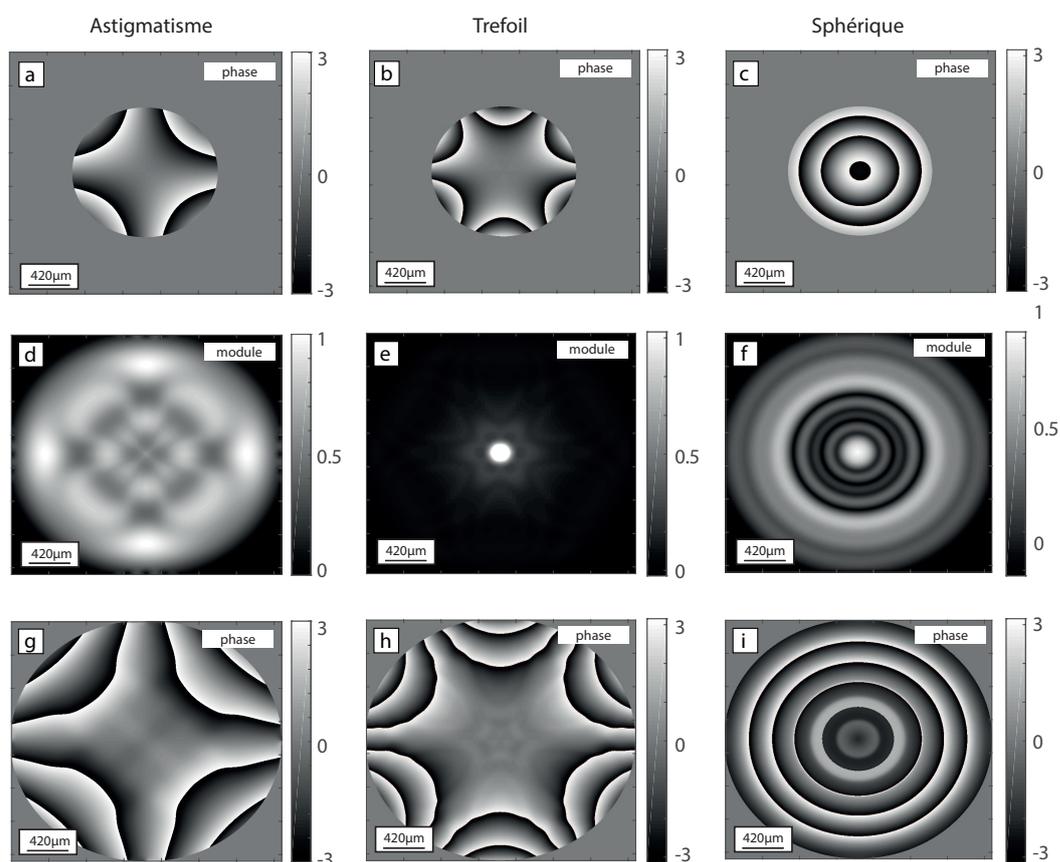


FIGURE 4.12 – Calculs numériques de FFOCT-TF (a-c) Fonctions de transfert pour les aberrations suivantes : astigmatisme, trefoil et aberration sphérique. (d-f) Modules des FFOCT-TF associées. (g-i) Phases des FFOCT-TF associées.

FFOCT-TF sont obtenues par calcul direct de l'autoconvolution des fonctions

#### 4.4 Etude générale des effets des aberrations en FFOCT

de transfert. Les paramètres pris pour les calculs sont toujours les mêmes que celles de la simulation précédente. Nous allons ici considérer les trois aberrations suivantes : l'astigmatisme  $((n, m) = (2, 2))$  Fig. 4.12 a.) avec  $p = 30$ , le "trefoil"  $((n, m) = (3, -3))$  Fig. 4.12 b.) avec  $p = 30$  et l'aberration sphérique  $((n, m) = (4, 0))$  Fig. 4.12 c.) avec  $p = 20$ . Les paramètres  $p$  sont choisis de sorte que la phase des fonctions de transfert soient approximativement de même longueur de cohérence. Les FFOCT-TF de ces loi d'aberrations présentent des comportements très différents. Le résultat à mettre en évidence est que la FFOCT-TF des fonctions de transferts dont la phase est antisymétrique comme la coma (Fig. 4.11 a.) ou le "trefoil" possède un module qui décroît bien plus rapidement avec  $u = \|\mathbf{u}\|$  que dans les cas où la phase est symétrique. La FFOCT-TF du "trefoil" est présenté à la figure 4.12 (e) en module. La décroissance est bien plus rapide que dans le cas de l'astigmatisme (Fig. 4.12 d.) alors que la phase des fonctions de transferts ont sensiblement la même longueur de cohérence spatiale. Ceci est du fait que dans le cas d'aberration dont la phase est antisymétrique, l'autoconvolution s'identifie à l'autocorrélation de la fonction de transfert. Ainsi, en première approximation, la largeur de la FFOCT-TF est en fait donné par la longueur de cohérence spatiale de la fonction de transfert.

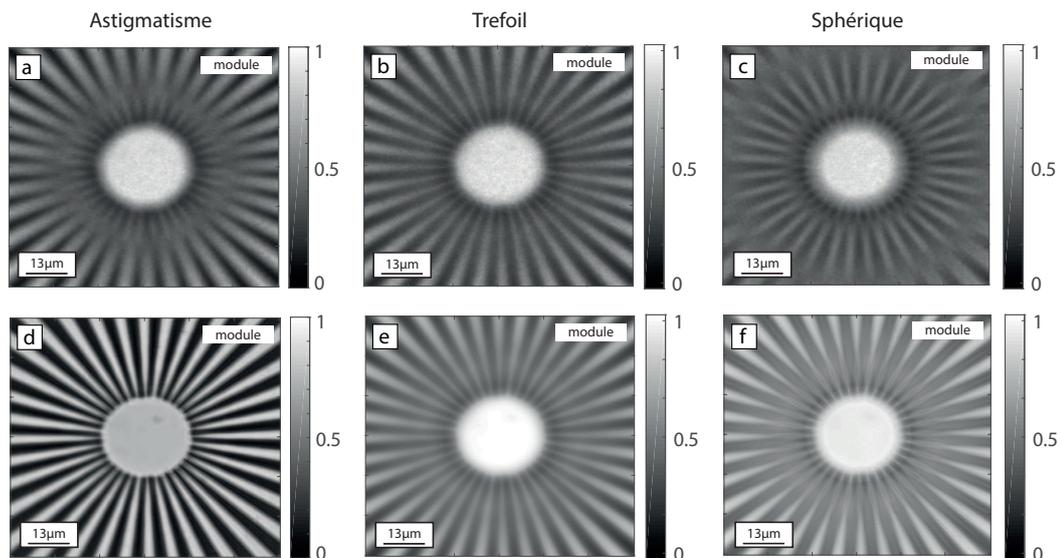


FIGURE 4.13 – Comparaison des images conventionnelles et FFOCT pour l'astigmatisme, le trefoil et l'aberration sphérique. (a-c) Images conventionnelles. (d-f) Images FFOCT.

Le deuxième résultat, qui découle du premier, est que la résolution des images FFOCT est nettement meilleure que celle des images conventionnelles pour des aberrations symétriques. Ce phénomène est mis en évidence pour l'astigmatisme entre l'image conventionnelle (Fig. 4.13 a.) et l'image FFOCT (Fig. 4.13 d.) mais aussi pour l'aberration sphérique (Fig. 4.13 b. et e.). En comparaison, il n'y a aucun gain de résolution dans le cas du trefoil, comme c'était le cas pour la coma.

## 4.5 Conclusion

Le principe de la FFOCT repose sur l'interférence du champ issu du bras échantillon avec le champ issu du bras de référence en éclairage incohérent. En agissant comme un diaphragme confocal, l'incohérence spatiale du champ permet d'obtenir en une seule mesure du signal d'interférence l'équivalent d'une image confocale fenêtrée temporellement. Mise en évidence par des expériences réalisées à l'Institut Langevin, la robustesse aux aberrations de cette technique d'imagerie a fait l'objet d'une étude poussée qui a permis de formuler le problème analytiquement. Il est apparu que le spectre fréquentiel d'un objet à imager n'est pas affecté par la fonction de transfert mais par son autoconvolution. Comprendre ce phénomène a ensuite permis de simuler numériquement différentes aberrations dans la base des polynômes de Zernike.

La technique d'imagerie a montré qu'elle était très peu sensible aux aberrations modélisées par des fonctions de transfert dont la phase est symétrique et particulièrement pour le défaut de mise au point qui est l'aberration qui avait été la première à être testée expérimentalement. Toutefois, pour des aberrations dont la fonction de transfert est antisymétrique, il n'y a pas de gain en résolution. Ces résultats théoriques et numériques sont en voie d'être comparés à des résultats expérimentaux menés par Claude Boccara et son équipe. S'ils viennent confirmer cette étude, cela légitimera la mise au point d'une méthode matricielle de compensation des aberrations subies par la lumière en éclairage incohérent.

La précédente technique d'acquisition en éclairage cohérent développée dans le chapitre 2 permet de mesurer des matrices de réflexion par balayage du champ de vision. Ainsi, pour obtenir l'image confocale, il faut autant d'acquisitions que de cellules de résolution du champ de vision. Nous avons vu que la FFOCT permettait d'obtenir cette image en une seule acquisition. Dans le prochain chapitre, nous allons utiliser la propriété d'incohérence spatiale de la source afin de décupler la vitesse d'acquisition de matrices de réflexion. Il sera alors possible d'appliquer la méthode de correction à l'imagerie de tissus biologiques, à différentes profondeurs, sur de grands champs de vision.

# Chapitre 5

## Approche matricielle de l'OCT plein champ

### Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	135
5.2	Dispositif expérimental . . . . .	136
5.3	Mesure des matrices réflexion et distorsion . . . . .	140
5.4	Application à la caractérisation et à la correction des aberrations	148
5.5	Application aux tissus biologiques . . . . .	160
5.6	Conclusion . . . . .	167

---

### 5.1 Introduction

Comme montré au chapitre 2, le temps d'acquisition des matrices de réflexion mesurées sous éclairage cohérent (Fig. 2.15) ne permettait pas d'imager des champs de vision suffisamment grands pour appliquer l'approche matricielle à de manière convaincante à l'imagerie de tissus biologiques. En FFOCT, il a été démontré que l'incohérence spatiale de la source joue le rôle de diaphragme confocal. Ainsi, cette méthode d'imagerie permet d'obtenir, en une seule acquisition, l'ensemble des éléments diagonaux de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$ . Dans ce chapitre, nous montrerons qu'il est possible d'utiliser cette propriété d'incohérence spatiale pour mesurer la matrice de réflexion sous-diagonale par sous-diagonale et non plus colonne par colonne comme réalisé par le dispositif cohérent du chapitre 2. Cette méthode de mesure présente alors deux avantages majeurs.

Premièrement, elle permet la mesure en configuration plein champ de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  pour laquelle les plans d'émission et de réception sont conjugués au plan échantillon, ce qui optimisera l'application à l'imagerie. Deuxièmement, la matrice de réflexion est parcimonieuse dans la base focalisée. La dimension latérale de la tache focale étant généralement bien plus petite que celle du champ de vision, la plupart de l'énergie rétrodiffusée apparaît en effet sur les

éléments proches de la diagonale de  $\mathbf{R}_{rr}$ . Le temps d'acquisition peut donc être considérablement diminué en configuration plein champ puisque l'ensemble de l'information contenu dans cette matrice pourra être obtenu à partir de la mesure des diagonales principales de celle-ci. Nous pourrions donc avoir désormais accès à de grands champs de vision (de dimension latérale de l'ordre du millimètre). Comme nous le verrons, cette augmentation spectaculaire du nombre de degrés de liberté spatiaux ou angulaires rend d'autant plus puissante l'approche matricielle développée aux chapitres 2 et 3.

Dans ce chapitre, un nouveau dispositif expérimental de mesure de la matrice de réflexion sous éclairage incohérent est présenté. À l'aide du formalisme du chapitre 4, il sera démontré que cette mesure permet d'obtenir les mêmes objets (matrices de réflexion, matrices distorsion) que ceux définis au cours des chapitres 2 et 3. Du fait de la parcimonie de la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$  et du nouveau dispositif expérimental, un nouveau mode de représentation pour cette dernière est introduit. Les méthodes de correction des aberrations sont également reformulées dans cette nouvelle base. Une première preuve de concept expérimentale consiste en l'imagerie d'une mire de résolution à travers une cornée malade. Puis la méthode est appliquée au cas de l'imagerie tri-dimensionnelle des tissus biologiques, notamment celui de la cornée. L'approche matricielle permet notamment de : (i) cartographier les aberrations à partir d'une mesure locale de la qualité de focalisation; (ii) améliorer significativement le contraste et la résolution des images obtenues en corrigeant ces aberrations à partir de la matrice distorsion; (iii) caractériser la cornée en mesurant localement le libre parcours moyen de diffusion.

## 5.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental développé au cours de cette thèse est présenté sur la figure 5.1. Il permet de mesurer la matrice de réflexion sous éclairage incohérent dans une configuration plein champ. Il comporte un interféromètre de Linnik tel qu'utilisé en OCT plein champ. L'originalité réside en ce que ce dernier est éclairé par deux faisceaux incohérents identiques inclinés l'un par rapport à l'autre. Ces deux faisceaux sont produits en amont à l'aide d'un interféromètre de Michelson. La compacité du montage provient de l'utilisation de composants polarisés dont l'idée revient à Claude Boccara. De plus, associés de manière ingénieuse à des lames quart d'onde, ces éléments permettent de limiter les réflexions parasites. Afin de comprendre comment se comportent ce dispositif, nous allons maintenant décrire le trajet de la lumière dans chacun de ces interféromètres.

### 5.2.1 Interféromètre de Michelson

Sur la figure 5.1, le montage I est un interféromètre de Michelson. Pour ce dispositif expérimental, nous avons utilisé une LED (diode électroluminescente)

## 5.2 Dispositif expérimental

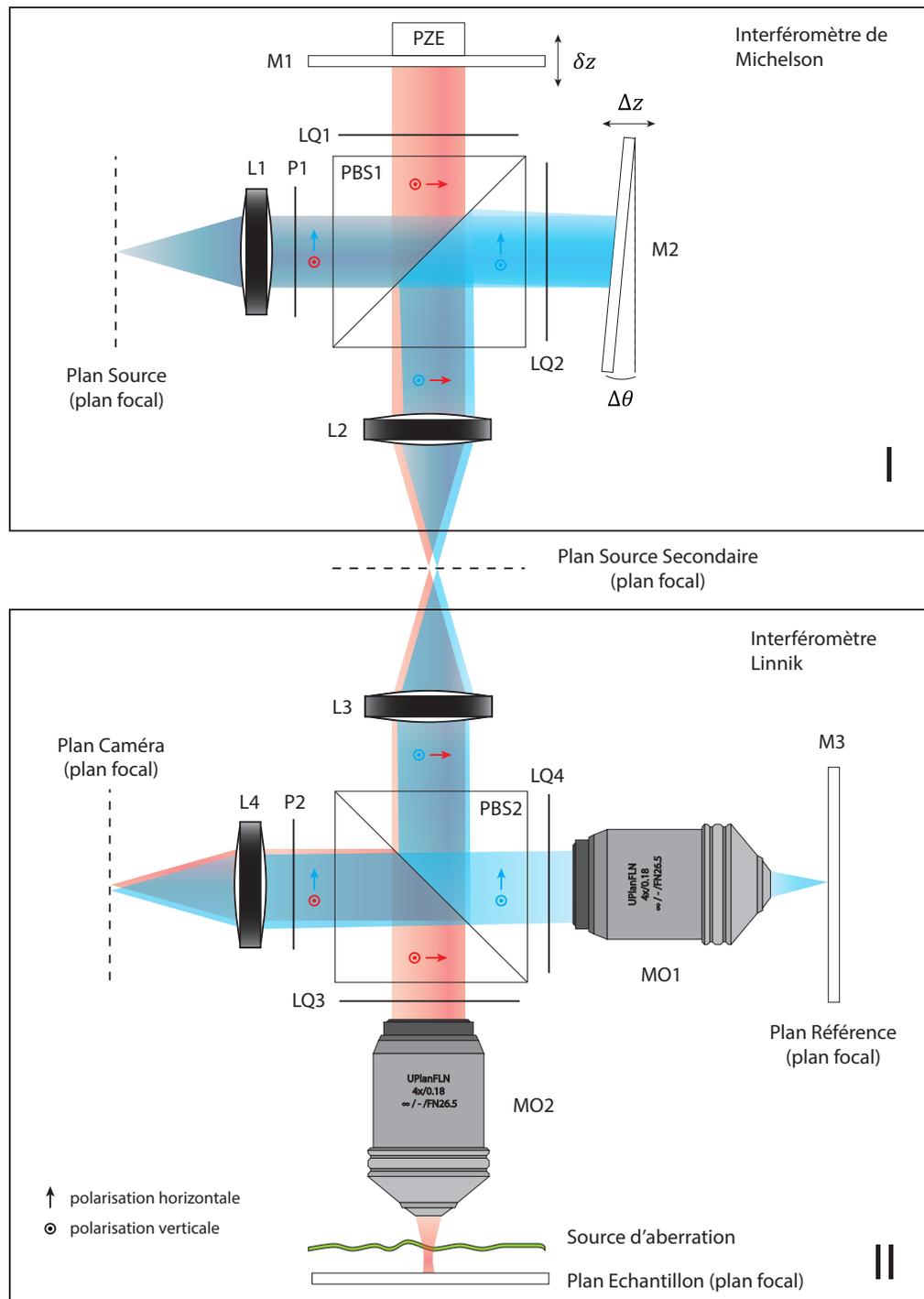


FIGURE 5.1 – Dispositif expérimental d’acquisition de matrice de réflexion en éclairage incohérent. Le trajet de la lumière issue d’un point de la source est illustré en rouge pour la lumière empruntant le bras échantillon et en bleu pour celle empruntant le bras de référence.

Thorlabs M850L3 de longueur d'onde centrale à 850 nm et de largeur spectrale de 30 nm. Cette source de lumière nous assure une longueur de cohérence temporelle  $l_\tau$  (Eq. 1.3) de 10  $\mu\text{m}$ . La lumière provenant de la LED est collimatée à l'aide d'une lentille convergente (L1) de distance focale 50 mm. Le faisceau transmis au travers de cette lentille est polarisée rectilignement à  $45^\circ$  à l'aide du polariseur (P1) afin qu'il soit équitablement réfléchi et transmis par le cube séparateur de front d'onde polarisé (PBS1). Le faisceau réfléchi par le cube séparateur, polarisé verticalement, traverse une lame quart d'onde (LQ1), est réfléchi par un miroir plan (M1) monté sur un composant piezoélectrique (PZE) puis retransverse la lame quart d'onde (LQ1). L'enchaînement de ces opérations permet de réaliser une rotation à  $90^\circ$  de la polarisation de la lumière. Elle est donc transmise à travers le cube séparateur (PBS1) avec une polarisation horizontale et finalement focalisée dans un plan source secondaire conjugué au plan de la source à l'aide de la lentille (L2) de distance focale 60 mm. En ce qui concerne la lumière polarisée horizontalement en sortie du polariseur (P1), celle-ci est transmise à travers le cube séparateur (PBS1), traverse une autre lame quart d'onde (LQ2), est réfléchi par un miroir plan (M2) monté sur une monture dotée de deux moteurs linéaires. Ces moteurs permettent une rotation du miroir (M2) d'un angle  $\Delta\theta = (\Delta\theta_x, \Delta\theta_y)$  selon deux axes afin d'incliner le faisceau. Il est aussi possible de régler le contact optique de l'interféromètre à l'aide d'un moteur permettant de translater le miroir (M2). Le faisceau alors réfléchi par le miroir (M2) traverse à nouveau la lame quart d'onde (LQ2), ce qui réalise une rotation à  $90^\circ$  de la polarisation de la lumière et est donc réfléchi par le cube séparateur (PBS1) avant d'être focalisé par la lentille (L2). Finalement, dans le plan source secondaire se trouve deux images de la source polarisées orthogonalement et translattées l'une par rapport à l'autre en raison de l'inclinaison du miroir (M2). Il est à noter que le plan focal image de la lentille (L1) est conjugué au plan focal image de la lentille (L2) afin de compenser les effets de la propagation. Lorsque ces deux images sont parfaitement superposées (à cause de l'incohérence spatiale) et que la différence de marche optique entre les deux bras est nulle (à cause de l'incohérence temporelle), des interférences peuvent apparaître en projetant les deux composantes orthogonales du champ à l'aide d'un analyseur réglé à  $45^\circ$ .

### 5.2.2 Interféromètre de type Linnik

En aval de l'interféromètre de Michelson, ces deux faisceaux polarisés orthogonalement entrent dans l'interféromètre de type Linnik (montage II Fig. 5.1). Ils sont à nouveau collimatés par la lentille (L3) de distance focale 60 mm. Les deux lentilles (L2) et (L3) constituent un montage  $4f$  qui permet de compenser les effets de la propagation entre les deux interféromètres.

La lumière polarisée horizontalement est transmise par le cube séparateur de front d'onde polarisé (PBS2), traverse une lame quart d'onde (LQ3) avant d'être focalisée sur l'échantillon par l'objectif du microscope CFI Plan Apo Lambda 4X (MO1). L'ouverture numérique est fixée à  $NA = 0.2$ , ce qui nous assure une li-

## 5.2 Dispositif expérimental

mite de résolution théorique de  $2.13\ \mu\text{m}$  dans la limite de diffraction. La lumière réfléchiée par l'échantillon est ensuite à nouveau collectée par l'objectif du microscope (MO1) et traverse à nouveau la lame quart d'onde (LQ3). Ces opérations réalisent une rotation à  $90^\circ$  de la lumière diffusée simplement par l'échantillon. Cette lumière se retrouve donc polarisée verticalement et est réfléchiée par le cube séparateur (PBS2) avant d'être focalisée dans le plan de la caméra à l'aide de la lentille convergente (L4) de distance focale 180 mm. Pour cette lentille combinée à l'objectif de microscope, le grossissement est alors de 4. Cette lumière est dite issue du "bras échantillon".

En ce qui concerne le faisceau polarisé verticalement en sortie de la lentille (L3), celui-ci est réfléchi par le cube séparateur (PBS2), traverse une lame quart d'onde (LQ4) avant d'être focalisé par l'objectif de microscope (MO2) identique à (MO1). La lumière est alors réfléchiée par le miroir plan (M3) avant d'être collectée à nouveau par le même objectif de microscope (MO1). La lumière traverse la lame quart d'onde (LQ4), ce qui réalise une rotation à  $90^\circ$  de la polarisation. Le faisceau alors polarisé horizontalement est transmis à travers le cube séparateur (PBS2) et focalise sur la caméra à l'aide de la lentille (L4). Cette lumière est dite issue du "bras de référence".

L'analyseur (P2) permet d'obtenir des interférences entre les photons réfléchis par l'échantillon ayant le même temps de vol que les photons issus du bras de référence. Ces derniers sont focalisés par la lentille (L4) au foyer de laquelle leur figure d'interférence est mesurée par la CCD. Lorsque la même quantité de lumière cohérente provient des deux bras, une inclinaison à  $45^\circ$  de l'analyseur (P2) permet d'obtenir un contraste maximal des franges d'interférence. Dans le cas où la lumière issue du bras échantillon est réfléchiée par un tissu biologique par exemple, de moins grande réflectivité, il est alors intéressant d'orienter la direction de l'analyseur (P2) en faveur de la polarisation issue du bras échantillon afin d'augmenter le contraste des franges d'interférence. La caméra utilisée est une caméra CCD (charge-coupled device) Photonfocus MV1-D1024E-160-CL. Pour le grossissement considéré, la taille d'un pixel de la caméra étant de  $10.6\ \mu\text{m}$ , la résolution est de  $2.65\ \mu\text{m}$  ce qui coïncide avec la résolution idéale dans la limite de diffraction ( $2.13\ \mu\text{m}$ ).

Le volume de l'échantillon dont proviennent les photons cohérents est appelé le "volume de cohérence". Celui-ci peut en fait être considéré comme un plan (de faible épaisseur  $l_\tau$ ), les couches superficielles de l'échantillon agissant comme une source d'aberration entre le plan échantillon et l'objectif de microscope. Dans un échantillon volumétrique, dont l'indice de réfraction est supérieur à celui de l'air ( $n_e > n_{\text{air}}$ ), le volume de cohérence ne coïncide plus avec le plan de focalisation (Fig. 4.2). Ce défaut de mise au point s'ajoute aux aberrations engendrées par les hétérogénéités du milieu. Il est toutefois possible de le compenser en translatant le miroir (M2). En rallongeant le chemin optique dans le bras de référence, on pourra alors faire coïncider le volume de cohérence avec le plan de focalisation.

### 5.2.3 Mesure de l'image FFOCT

Lorsque l'inclinaison du miroir (M2) est nulle ( $\Delta\theta = \mathbf{0}$ ), les faisceaux issus de l'interféromètre de Michelson se superposent parfaitement au niveau du plan source secondaire (Fig. 5.1). Au contact optique, la propagation selon les deux bras de l'interféromètre de Michelson est donc parfaitement symétrique. Ces deux faisceaux polarisés orthogonalement se propagent ensuite dans les deux bras de l'interféromètre de type Linnik puis, après passage dans l'analyseur (P2), vont interférer au niveau de la caméra CCD. Une mesure du terme d'interférence par interférométrie à décalage à l'aide du composant piezoélectrique (PZE) sur lequel est monté le miroir plan (M1) permet d'obtenir l'image que l'on aurait obtenue en FFOCT.

## 5.3 Mesure des matrices réflexion et distorsion

### 5.3.1 Mesure des éléments de la matrice de réflexion

Dans cette section, nous faisons l'hypothèse que l'incohérence spatiale du champ au niveau de la source est transmise dans le plan source secondaire. Notons  $E_0(\mathbf{r}_2)$  et  $E_0(\mathbf{r}_2 + \Delta\mathbf{r})$  les champs respectivement réfléchi par les miroirs (M1) et (M2) et mesurés dans le plan de la source secondaire (Fig. 5.1) pour une inclinaison  $\Delta\theta$  du miroir (M2). La relation entre l'inclinaison  $\Delta\theta$  du miroir (M2) et la translation  $\Delta\mathbf{r}$  du champ est donnée par  $\Delta\mathbf{r} \simeq f\Delta\theta$  (pour de petits angles). L'incohérence spatiale des champs transmis se traduit ainsi :

$$\langle E_0(\mathbf{r}_2)E_0^*(\mathbf{r}_2 + \Delta\mathbf{r}) \rangle = |E_0(\mathbf{r}_2)|^2\delta(\Delta) \quad (5.1)$$

où la moyenne  $\langle \cdot \rangle$  porte sur l'ensemble des réalisations du champ dans le plan de la source. Bien que ces champs sont orthogonaux, nous conservons l'écriture scalaire puisque l'analyseur (P2) permet de faire interférer ces champs en sortie de l'interféromètre Linnik.

Dans l'hypothèse d'une source spatialement incohérente dans le plan source secondaire, l'image FFOCT ( $\Delta\theta = \mathbf{0}$ ) correspond aux éléments diagonaux de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}$  (image confocale fenêtrée temporellement). En effet, l'équation 4.22 obtenue au chapitre 4 n'est rien d'autre que la version continue de l'expression 2.27 obtenue au chapitre 2 sous forme discrète.

L'expression du champ  $E_a(\mathbf{r})$  issu du bras échantillon sur la caméra CCD a déjà été dérivé au chapitre 4 (Eq. 4.17) sous une hypothèse isoplanétique. Dans le cas général,  $E_a(\mathbf{r})$  s'exprime ainsi :

$$E_a(\mathbf{r}) = \iint a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)\rho(\mathbf{r}_1)a(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)E_0(\mathbf{r}_2)d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}_2 \quad (5.2)$$

Le champ  $E_{ref}(\mathbf{r})$  a lui aussi déjà été exprimé au chapitre précédent (Eq. 4.16). Toutefois, nous devons prendre en compte ici du fait que le champ incident est

### 5.3 Mesure des matrices réflexion et distorsion

translaté de  $\Delta \mathbf{r}$  par rapport au bras échantillon du fait de l'inclinaison  $\Delta \theta$  du miroir (M2) sur la figure (Fig. 5.1) :

$$E_{ref}(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) = \int a_{ref}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) E_0(\mathbf{r}_2 + \Delta \mathbf{r}) d\mathbf{r}_2 \quad (5.3)$$

Le terme d'interférence entre les deux champs peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \langle E_a(\mathbf{r}) E_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) \rangle \\ = \iiint a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_1) a(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) a_{ref}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_3) \langle E_0(\mathbf{r}_2) E_0^*(\mathbf{r}_3 + \Delta \mathbf{r}) \rangle d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 \end{aligned} \quad (5.4)$$

En utilisant l'incohérence du champ (Eq. 5.1), il vient ensuite :

$$\langle E_a(\mathbf{r}) E_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) \rangle \propto \iint a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_1) a(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) a_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r} - \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \quad (5.5)$$

Dans cette équation, nous allons d'abord isoler l'intégrale selon la variable  $\mathbf{r}_2$  :

$$\int a(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) a_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r} - \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_2 = \int a(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) a_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r} + \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_2 \quad (5.6)$$

La transformée de Fourier inverse de ce terme est le produit entre la fonction de transfert du bras échantillon,  $A(\mathbf{u}, \mathbf{r}_1)$ , de celle du bras de référence,  $A_{ref}(\mathbf{u})$  :

$$TF^{-1} \left( a(\cdot, \mathbf{r}_1) * a_{ref}^* \right) (\mathbf{u}) = A(\mathbf{u}, \mathbf{r}_1) \times A_{ref}^*(\mathbf{u}) \quad (5.7)$$

Puisque fonction de transfert  $A_{ref}(\mathbf{u})$  est constante sur le support défini par l'ouverture numérique des objectifs de microscope, contenant celui de la fonction de transfert du bras échantillon, l'expression se simplifie à :

$$TF^{-1} \left( a(\cdot, \mathbf{r}_1) * a_{ref}^* \right) (\mathbf{u}) = A(\mathbf{u}, \mathbf{r}_1) \quad (5.8)$$

Finalement, l'expression du terme d'interférence obtenue à l'équation 5.5 devient :

$$\begin{aligned} \langle E_a(\mathbf{r}) E_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) \rangle &\propto \int a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_1) a(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1 \\ &= R_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (5.9)$$

qui coïncide avec l'expression 2.26. En d'autres termes, pour une inclinaison du miroir (M2) donnée, il est possible de mesurer simultanément tous les éléments d'une sous-diagonale de  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$ . Chaque sous-diagonale de cette matrice est en effet définie par une position relative entre les points entrée et sortie constante  $\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}_{out} = \Delta \mathbf{r}$ .

### 5.3.2 Effet de la cohérence spatiale du champ incident

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré le champ incident en entrée de l'interféromètre de Linnik sur la figure 5.1 comme parfaitement incohérent incohérent spatialement. Nous allons maintenant analyser les effets de la cohérence partielle du champ sur la mesure de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}$ . Cette cohérence du champ peut être quantifiée par la fonction d'autocorrélation  $\Gamma$  :

$$\langle E_0(\mathbf{r})E_0^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \rangle = \Gamma(\Delta\mathbf{r}) \quad (5.10)$$

Nous avons vu que ce corrélateur peut par exemple être une tache d'Airy dans le cas où le champ initialement totalement incohérent dans le plan de la source s'est par la suite propagé dans le système à ouverture numérique limitée (Eq. 4.9). Dans le montage de la figure (Fig. 5.1), le même phénomène peut se produire et le champ incident peut être considéré comme partiellement cohérent dans le plan source secondaire.

Le calcul de l'expression des éléments de la matrice de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  prenant en compte la cohérence partielle du champs est fastidieux et donc relégué à l'annexe B. Nous en donnons ici les résultats principaux. La cohérence partielle du champ peut en fait se modéliser par une réponse impulsionnelle effective  $\tilde{a}_{in}$  entre le plan de la source secondaire et le plan échantillon :

$$\tilde{a}_{in}(\cdot, \mathbf{r}) = a(\cdot, \mathbf{r}) * (a_{ref} \otimes \Gamma) \quad (5.11)$$

où  $*$  et  $\otimes$  signifient respectivement le produit de convolution et d'autocorrélation. Dans le domaine de Fourier et en notant  $\hat{\Gamma}$  la transformée de Fourier inverse de  $\Gamma$ , l'équation 5.11 devient :

$$TF^{-1}(\tilde{a}_{in}(\cdot, \mathbf{r})(\mathbf{u})) = A(\mathbf{u}, \mathbf{r}) \times A_{ref}(\mathbf{u}) \times \hat{\Gamma}^*(\mathbf{u}) \quad (5.12)$$

En général, le champ incident gagne en cohérence en se propageant dans le Michelson à cause de la faible ouverture numérique des composants optiques et la fonction d'autocorrélation est donnée par la tache d'Airy (Eq. 4.9). Dans le cas où l'ouverture numérique du Michelson est plus faible que celle du Linnik alors  $\hat{\Gamma}^* \times A_{ref} = \hat{\Gamma}^*$ . La fonction  $\Gamma$  et donc la cohérence partielle du champ dans le plan de la source jouent le rôle d'un filtre de fréquences spatiales en entrée du système optique.

Dans la suite du chapitre, nous ferons l'hypothèse que le support de la fonction  $\hat{\Gamma}$  est plus grand que ceux des fonctions  $A$  et  $A_{ref}$  de sorte que le champ puisse être considéré comme totalement incohérent dans le plan source secondaire. Cette hypothèse sera valable pour des objectifs de microscope de faible ouverture numérique dans l'interféromètre Linnik.

### 5.3.3 Construction de la matrice de réflexion

D'un point de vue pratique, il faut que le pas de translation du champ issu du bras de référence coïncide avec l'échantillonnage du champ dans le plan de

### 5.3 Mesure des matrices réflexion et distorsion

la caméra. Par souci de clarté, nous allons supposer que le grossissement entre le plan échantillon et le plan de la caméra égal à 1. Dans ce cas, le pas d'échantillonnage du champ de vision coïncide avec la distance interpixel de la caméra. On les note donc tous les deux  $\delta x$ . Il faut alors calibrer les moteurs de translation linéaire accolés au miroir (M2) de sorte qu'un incrément  $\delta\theta$  d'inclinaison de ce dernier induise une translation  $\delta x$  du champ de référence dans le plan de la caméra. Dans ce cas, lorsque le champ de référence est translaté d'une quantité  $\Delta\mathbf{r} = (l\delta x, m\delta x)$ , la mesure du terme d'interférence (Eq. 5.9) donne accès aux éléments  $(R_{\mathbf{rr}}(i + (j - 1) \times N_x, i + l + (j + m - 1) \times N_x))_{(i,j) \in \llbracket 1, N_x^2 \rrbracket}$  où  $N_x^2$  est le nombre de pixels de la caméra CCD. Un réarrangement approprié des éléments permet alors de construire la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$ . Afin de construire celle-ci entièrement, il est nécessaire que les translations  $\Delta\mathbf{r} = (l\delta x, m\delta x)$  permettent de mesurer tous les éléments de la matrice de réflexion ce qui nécessite que les indices  $(l, m)$  prennent autant de valeurs que le nombre de pixels contenus dans la camera. On pourrait se restreindre à un certain nombre de pixels de la caméra et ne conserver que les réponses impulsionnelles contenus dans la matrice de réflexion mais nous allons voir qu'il est possible de contourner ce problème en ne réalisant qu'un nombre limité de mesure et en réarrangeant astucieusement les éléments de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$ .

#### 5.3.4 La matrice distorsion en base focalisée

Dans les chapitres 2 et 3, nous avons introduit les concepts de matrices de réflexion et de distorsion par le biais de la mesure expérimentale de la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{ur}}$  à l'aide du dispositif sous éclairage cohérent (Fig. 2.15). En mesurant le champ  $R_{\mathbf{ur}}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  dans le plan pupille pour chaque coordonnée de focalisation  $\mathbf{r}_{in}$ , nous avons vu qu'il est possible de construire la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{ur}}$  colonne par colonne. Une opération de transformée de Fourier numérique nous permet ensuite de calculer la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$ . Chaque élément de cette matrice donne la réponse impulsionnelle entre un plan d'émission et un plan de réception tous deux conjugués au plan échantillon (Fig. 2.12). Pour chaque coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$ , le champ  $R_{\mathbf{rr}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{in})$  est une tache focale de dimension latérale  $\delta$  centrée autour de la coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$ . Ainsi, pour un champ de vision dont la dimension latérale est bien plus grande que  $\delta$ , la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  est parcimonieuse :

$$R(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \simeq 0 \quad \forall \Delta\mathbf{r}, \|\Delta\mathbf{r}\| > \delta \quad (5.13)$$

Dans ce cas, le nombre de mesures nécessaires à l'aide du dispositif expérimental incohérent est limité par le nombre de cellules de résolution contenus dans le support de la tache focale et non plus par le nombre de cellules de résolution du champ de vision. Ainsi, l'ordre de grandeur du nombre  $N^2$  de mesures sera donné par :

$$N^2 \sim \left( \frac{\delta}{\delta x} \right)^2 \quad (5.14)$$

Avec les objectifs de microscope Olympus RMSX4, d'ouverture numérique  $NA = 0.1$ , la résolution dans la limite de diffraction est donnée par  $\delta x = 2.13 \mu\text{m}$ . Ainsi, pour une tache focale aberrée de  $20 \mu\text{m}$ , ce qui correspondrait par exemple à un défaut de mise au point de  $50 \mu\text{m}$ , le nombre de mesures nécessaires est théoriquement  $N^2 \sim 100$ . Si nous considérons un champ de vision composé de  $1000 \times 1000 = 10^6$  cellules de résolution, il est donc possible de gagner un facteur  $10^4$  entre les deux méthodes d'acquisition de matrices de réflexion. Cependant, pour de tels champs de vision, il faudrait créer une matrice composée de  $10^6 \times 10^6 = 10^{12}$  éléments, ce qui nécessiterait plusieurs milliers de gigaoctets de mémoire. Heureusement, il est possible de contourner le problème.

Nous allons illustrer le propos à l'aide d'une simulation numérique d'imagerie de mire de résolution. Le champ de vision est composé de  $N_x \times N_x$  cellules de résolution avec  $N_x = 400$  et  $\delta x = 2.13 \mu\text{m}$ . Les paramètres de la source, de l'objectif du microscope et de l'écran de phase aberrateur (Fig. 2.6 a.) sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$\delta x$	$N_x$	$N$	$d$	$l_\phi$	$\sigma_\phi$
valeurs	850 nm	45 mm	0.2	$2.13 \mu\text{m}$	400	31	7.5 mm	$200 \mu\text{m}$	1

TABLE 5.1 – Paramètres de l'éclairage, de l'échantillonnage du plan focal et de l'écran de phase aberrateur pour la simulation numérique de la matrice distorsion en base focalisée (Fig. 5.2).

Plutôt que de stocker les éléments dans la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  (Fig. 5.2 a.), il est plus intéressant de recentrer la coordonnée d'entrée  $\mathbf{r}_{in}$  sur la coordonnée de sortie  $\mathbf{r}_{out}$ , et de poser  $\tilde{\mathbf{r}}_{in} = \mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}_{out}$ . Cela revient à prendre le champ bidimensionnel  $R_{\mathbf{rr}}(\mathbf{r}_{out}, \cdot)$  associé à chaque ligne  $\mathbf{r}_{out}$  de  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  et de le recentrer sur la coordonnée  $\mathbf{r}_{in}$  correspondante. De ce champ bidimensionnel initialement de taille  $N_x \times N_x$ , nous ne conservons qu'un champ de taille  $N \times N$  centré sur  $\mathbf{r}_{out}$  (Fig. 5.2 c.). Finalement, chaque champ bidimensionnel est converti en vecteur ligne et stocké dans la "matrice distorsion en base focalisée"  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}$  dont les éléments sont définis ainsi :

$$D_{\mathbf{rr}}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in}) = R_{\mathbf{rr}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{out} + \tilde{\mathbf{r}}_{in}) \quad (5.15)$$

Par souci d'illustration, nous représentons la transposée de cette matrice, de taille  $N^2 \times N_x^2$  (Fig. 5.2 d.). La mesure de la matrice se fait ainsi dans des plans d'émission et de réception qui sont confondus. Nous verrons plus loin comment cette matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}$  est reliée à la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$  étudiée au chapitre 3.

Pour le dispositif incohérent de la figure 5.1, la construction de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}$  est bien plus naturelle que celle de  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$  puisque pour chaque translation  $\Delta\mathbf{r}$ , la mesure du terme d'interférence donne directement accès à l'ensemble des éléments  $R(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{out} + \Delta\mathbf{r})$ , ce qui revient à construire la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}$  colonne par colonne.

Contrairement à la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{rr}}$ , dont il fallait prendre les éléments diagonaux pour construire l'image confocale, il faut ici considérer la colonne cen-

### 5.3 Mesure des matrices réflexion et distorsion

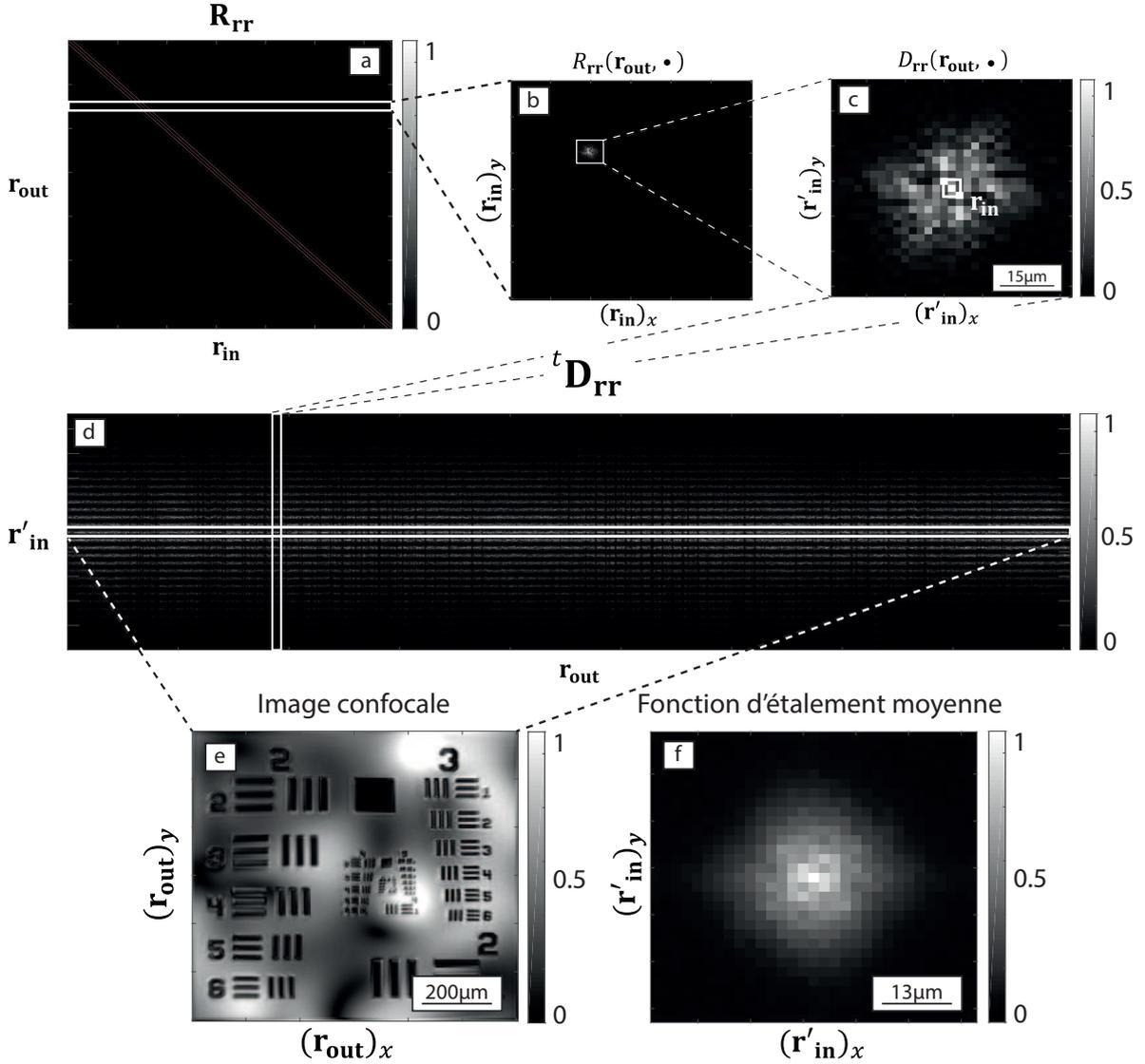


FIGURE 5.2 – Résultat de la simulation numérique dont les paramètres sont donnés dans le tableau 5.1. a) Module de la matrice  $\mathbf{R}_{rr}$ . b) Module du champ  $R_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \cdot)$  pour une coordonnée  $\mathbf{r}_{out}$ . c) Module du champ  $D_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \cdot)$  obtenu en recentrant le champ précédent. d) Module de la transposée de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$ . e) Image en-face obtenue en prenant la colonne centrale de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$ . f) Fonction d'étalement moyenne obtenue en moyennant les champs  $D_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \cdot)$  sur  $\mathbf{r}_{out}$  de manière incohérente.

trale de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$  (Fig. 5.2 d,e) :

$$\hat{\rho}(\mathbf{r}_{out}) = D_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in} = \mathbf{0}) \quad (5.16)$$

Celle-ci correspond en effet à la coordonnée  $\tilde{\mathbf{r}}_{in} = \mathbf{r}_{out} - \mathbf{r}_{in} = \mathbf{0}$ . Un autre avantage de cette représentation est que la fonction d'étalement associée à chaque point de de l'image apparaît sur chaque ligne de  $\mathbf{D}_{rr}$ . L'extension spatiale de

l'énergie réfléchié autour de l'élément central donne donc une estimation de la résolution locale de l'image et caractérise le niveau local des aberrations. Afin de gommer les fluctuations liées au speckle et à la réflectivité de l'objet, il est nécessaire cependant de moyennner le module de cette fonction d'étalement :

$$F(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r}) = \langle |D_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \Delta\mathbf{r})|^2 \rangle_{\|\mathbf{r}_{out}-\mathbf{r}\| < W} \quad (5.17)$$

où  $\langle . \rangle$  désigne une moyenne sur l'ensemble des points contenus dans un disque de rayon  $W$  et centré sur la position  $\mathbf{r}$ .  $F(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})$  désigne la fonction d'étalement en chaque point de l'image. La dimension  $W$  de la fenêtre spatiale sur laquelle est moyennnée la tache focale doit être idéalement de l'ordre de la dimension  $l_c$  d'une aire d'isoplanétisme. Dans le cas de la simulation numérique de la figure 5.2, la fonction d'étalement est moyennnée sur une aire d'isoplanétisme contenue dans le champ de vision (Fig. 5.2 f.). On retrouve l'extension de la tache focale attendue :  $\delta \sim \lambda d / l_c \sim 23 \mu\text{m}$ .

### 5.3.5 Calcul de la matrice distorsion $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$

A partir de  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$ , il est délicat d'obtenir directement la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{u}\mathbf{r}}$  qui avait été introduite au chapitre 3 (Eq. 3.3). Par contre, un simple produit matriciel permet d'obtenir la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  à partir de cette nouvelle matrice. La matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  peut être construite à partir de la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$ . Cette dernière contient l'ensemble des réponses impulsionnelles entre le plan d'émission ( $P_{E,\mathbf{u}}$ ) et le plan de réception ( $P_{R,\mathbf{r}}$ ) (Fig. 2.2). Comme les éléments de  $\mathbf{R}_{\mathbf{u}\mathbf{r}}$  (Eq. 2.23), ceux de  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  peuvent s'exprimer à l'aide l'opérateur aberration  $\mathbf{A}$  (Eq. 2.9) et de la réflectivité  $\rho(r)$  de l'échantillon dans le plan focal :

$$R_{\mathbf{r}\mathbf{u}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in}) = \sum_{\mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{in}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot \mathbf{r}} \quad (5.18)$$

La matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  est définie de la même manière que pour la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{u}\mathbf{r}}$  (Eq. 3.3) :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}} = \mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{u}} \circ \mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}^{0*} \quad (5.19)$$

où la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}^0$  est la matrice de réflexion obtenue dans un cas idéal sans aberration. Cette dernière équation s'écrit en terme de coefficients matriciels :

$$D_{\mathbf{r}\mathbf{u}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in}) = \sum_{\mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{in}, \mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})} \quad (5.20)$$

Le lien avec la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  peut être établi en introduisant l'opérateur matriciel  $\mathbf{G}'$  de transformée de Fourier :

$$G'(\mathbf{u}_{in}, \tilde{\mathbf{r}}_{in}) = e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \tilde{\mathbf{r}}_{in}} \quad (5.21)$$

### 5.3 Mesure des matrices réflexion et distorsion

En effet, la transformée de Fourier des lignes de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  (Eq. 5.15) aboutit à la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  :

$$\begin{aligned}
 \sum_{\tilde{\mathbf{r}}_{in}} D_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in}) G'(\mathbf{u}_{in}, \tilde{\mathbf{r}}_{in}) &= \sum_{\tilde{\mathbf{r}}_{in}} R_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{out} + \tilde{\mathbf{r}}_{in}) G'(\mathbf{u}_{in}, \tilde{\mathbf{r}}_{in}) \\
 &= \sum_{\tilde{\mathbf{r}}_{in}, \mathbf{r}} a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out} + \tilde{\mathbf{r}}_{in}, \mathbf{r}) e^{i \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{in}} \\
 &= \sum_{\mathbf{r}} A(\mathbf{u}_{in}, \mathbf{r}) a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})} \\
 &= D_{\mathbf{r}\mathbf{u}}(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in})
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Cette dernière équation peut être réécrite sous un formalisme matriciel :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}} = \mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}} \times \mathbf{G}'^\dagger \tag{5.23}$$

Expérimentalement, la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  est de taille  $N_x^2 \times N^2$ . L'opérateur  $\mathbf{G}'$  est donc en pratique de dimension  $N^2 \times N^2$ . La matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  mesurée dans la base focalisée nous permet d'accéder aisément à la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  dans la base de Fourier. Nous allons donc pouvoir reprendre l'approche matricielle de correction des aberrations développée au chapitre 3. La différence réside dans un champ de vision qui va maintenant pouvoir être beaucoup plus vaste.

#### 5.3.6 Décomposition en valeurs singulières

Pour garder une certaine consistance avec les notations introduites au chapitre 3, nous écrirons la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  de la façon suivante :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}} = \mathbf{V}^* \times {}^t\mathbf{S} \times {}^t\mathbf{U} \tag{5.24}$$

Les matrices unitaires  $\mathbf{V}$  et  $\mathbf{U}$  contiennent respectivement les vecteurs propres de sortie et d'entrée de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$ . La SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  est cependant trop gourmande en terme de mémoire et n'est donc pas réalisable numériquement. Une façon de contourner le problème est de diagonaliser dans un premier temps la matrice  $\mathbf{B}$  définie dans cette section par :

$$\mathbf{B} = \frac{1}{N^2} {}^t\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}} \times \mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}^* \tag{5.25}$$

qui possède une taille  $N^2 \times N^2$  et dont la diagonalisation est beaucoup plus abordable numériquement :

$$\mathbf{B} = \mathbf{U} \times \mathbf{S}_{\mathbf{u}}^2 \times \mathbf{U}^\dagger \tag{5.26}$$

où  $\mathbf{S}_{\mathbf{u}}^2$  est une matrice diagonale contenant les valeurs propres  $\sigma_i^2$  de  $\mathbf{B}$  qui sont réelles et positives. Les colonnes de la matrice  $\mathbf{U}$  fournissent un ensemble de vecteurs propres d'entrée  $(\mathbf{U}_i)_{i \in \llbracket 1, N^2 \rrbracket}$  de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  définis dans le plan pupille. Afin d'obtenir les vecteurs propres de sortie associés  $(\mathbf{V}_i)_{i \in \llbracket 1, N^2 \rrbracket}$ , il suffit de réaliser l'opération suivante :

$$\mathbf{V}_i = \sigma_i^{-1} \mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}^* \times \mathbf{U}_i \tag{5.27}$$

## 5.4 Application à la caractérisation et à la correction des aberrations

### 5.4.1 En régime de réflexion spéculaire

#### Présentation de l'expérience

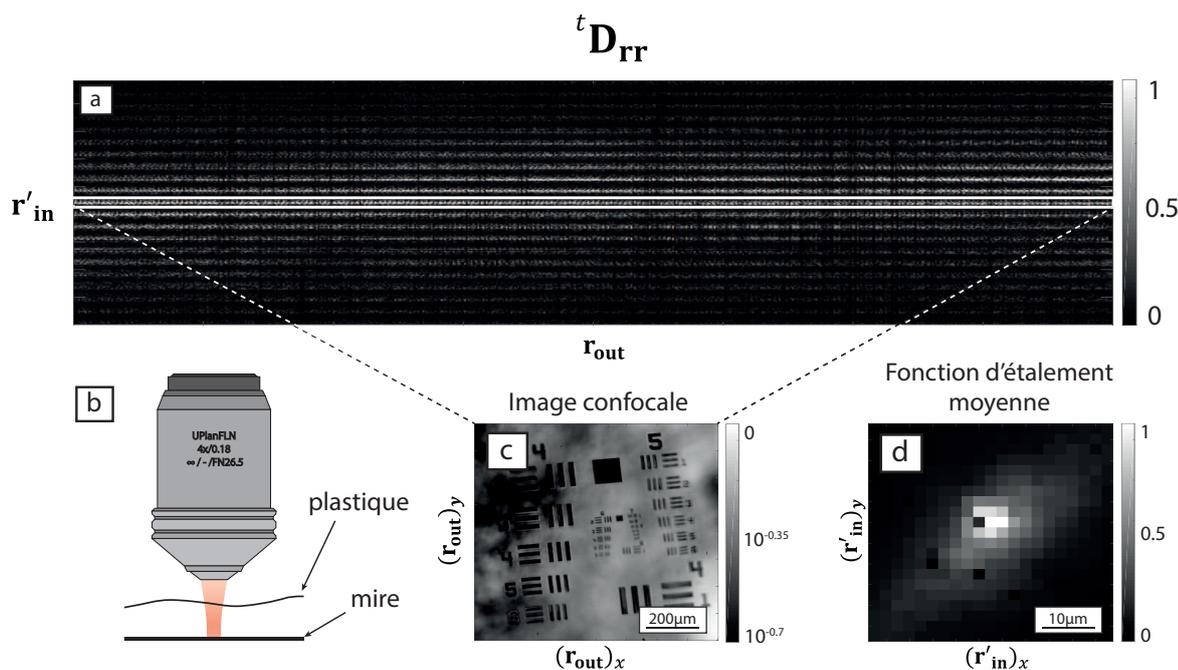


FIGURE 5.3 – Mesure de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$  et premiers résultats. a) Module de la transposée de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$ . b) Schéma de l'expérience d'imagerie de la mire de résolution à travers un film plastique. c) Image FFOCT obtenue en prenant la colonne centrale de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$  (en échelle logarithmique). d) Fonction d'étalement moyenne obtenue en moyennant sur les lignes de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$  selon l'équation 5.17.

Dans cette section, nous allons transposer la méthode de correction qui avait été proposée au chapitre 3 dans le cas de la réflexion spéculaire. L'expérience proposée ici est l'imagerie d'une mire de résolution à travers un film plastique sur un champ de vision millimétrique. Dans cette configuration, le film plastique introduit une distorsion du front d'onde entre l'objectif du microscope et la mire de résolution (Fig. 5.3 b). Les paramètres de la source (LED Thorlabs M850L3) et de l'objectif du microscope (CFI Plan Apo Lambda 4X) sont les mêmes que pour la simulation précédente (Tab. 5.1). Les paramètres d'échantillonnage sont eux résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$\delta x$	$N_x$	$N^2$
valeurs	2.65 $\mu m$	400	441

## 5.4 Application à la caractérisation et à la correction des aberrations

TABLE 5.2 – Paramètres d'échantillonnage du champ de vision et nombre  $N^2$  d'inclinaisons du miroir (M2) pour l'expérience d'imagerie de mire de résolution sur un champ de vision millimétrique.

La résolution provient ici de la distance interpixel de la caméra de  $10.6 \mu\text{m}$  et du grossissement  $X4$  en sortie du système optique. Le support de la fonction d'étalement moyenne (Fig. 5.3 d.) a été estimé au préalable en translatant les moteurs accolés au miroir (M2) (Fig. 5.1) jusqu'à ce que le signal rétrodiffusé cohérent soit nul. Le nombre de mesures du terme d'interférence (Eq. 5.9) est ainsi donné par  $N^2 = 21 \times 21 = 441$ . Le champ de vision est lui composé de 160000 cellules de résolution couvrant une surface de  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ . Le nombre de mesures nécessaires par rapport au dispositif en éclairage cohérent (Fig. 2.15) est donc divisé par d'un facteur 360.

La transposée de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{\text{rr}}$  est représentée à la figure 5.3 (a). La ligne centrale de cette matrice donne accès à l'image FFOCT classique (Fig. 5.3 c.). Du fait des aberrations induites par le film plastique, le contraste de l'image est particulièrement mauvais, particulièrement sur le côté gauche. En moyennant de manière incohérente sur l'ensemble des lignes de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{rr}}$  (Eq. 5.17), la fonction d'étalement moyenne est obtenue et présentée sur la figure (Fig. 5.3 d.). Cette tache présente un fort caractère anisotrope, et une étendue moyenne de  $15 \mu\text{m}$ . Dans un cas idéal, celle-ci devrait être inférieure à la dimension d'un pixel ( $\lambda/2NA = 2.13 \mu\text{m} < 2.65 \mu\text{m}$ ). Le rapport de Strehl idéalement égal à 1 (Eq. 1.29) n'est ici que de  $2 \times 10^{-4}$ .

### Estimation des paramètres statistiques de l'aberration

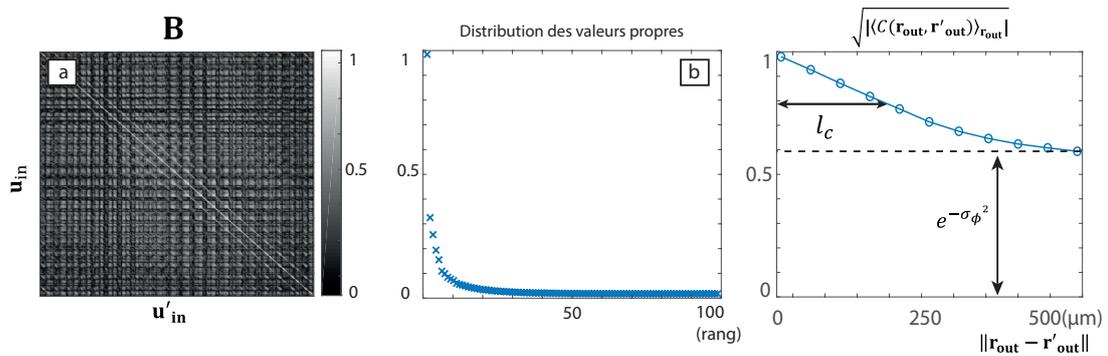


FIGURE 5.4 – Mise en évidence des corrélations de la matrice  $\mathbf{D}_{\text{ru}}$  mesurée expérimentalement (Fig 5.3). a) Module de la matrice  $\mathbf{B}$ . b) Distribution des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{B}$ . c) Moyenne des corrélations  $\sqrt{|\langle C(\mathbf{r}_{\text{out}}, \mathbf{r}'_{\text{out}}) \rangle_{\mathbf{r}_{\text{out}}}|}$  de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\text{ru}}$  en fonction de la position relative des points  $\mathbf{r}_{\text{out}}$  et  $\mathbf{r}'_{\text{out}}$ .

Une première étude sur les paramètres statistiques de l'écran de phase aberrateur (film plastique) peut être réalisée à partir de la matrice de corrélation  $\mathbf{C}$ . En régime spéculaire, les éléments de celle-ci donnent en effet accès à la fonction d'autocorrélation de l'aberrateur  $f^2(\|\mathbf{r}_{\text{out}} - \mathbf{r}'_{\text{out}}\|)$  dans le plan focal (Eq.

3.26 et 3.27). Ici, nous représentons la quantité  $\sqrt{|\langle C(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}'_{out}) \rangle|}$  (Fig. 5.4 c.). La décroissance de cette fonction vis à vis de la distance  $\|\mathbf{r}_{out} - \mathbf{r}'_{out}\|$  permet une estimation de la dimension de l'aire d'isoplanétisme  $l_c = 200 \mu\text{m}$ . Par ailleurs, cette fonction d'autocorrélation ne tend pas vers zéro pour  $\|\mathbf{r}_{out} - \mathbf{r}'_{out}\| \gg l_c$ , ce qui indique aussi la présence de corrélations longue portée, caractéristiques d'une faible variance  $\sigma_\phi^2$  de la loi de phase de l'écran de phase aberrateur [80]. Le paramètre  $\sigma_\phi$  est estimé en mesurant le rapport de la corrélation longue portée sur la corrélation maximale en  $\|\mathbf{r}_{out} - \mathbf{r}'_{out}\| = \mathbf{0}$  et amène  $\sigma_\phi = 0.65 \text{ rad}$ . Ensuite, nous pouvons remonter à une estimation de la longueur de corrélation  $l_\phi$  de la phase de l'aberrateur, relié aux deux autres quantités par l'équation 2.15. Le calcul aboutit à la valeur  $l_\phi = 120 \mu\text{m}$ . Le support de la fonction d'étalement moyenne  $\delta \sim \lambda d / l_c$  permet finalement d'estimer la position de l'écran de phase aberrateur  $d \sim 3.5 \text{ mm}$ . Cette distance  $d$  était en réalité de l'ordre de 3.5 mm. La valeur retrouvée est donc en bon accord qualitatif avec cette valeur réelle.

### Correction des aberrations

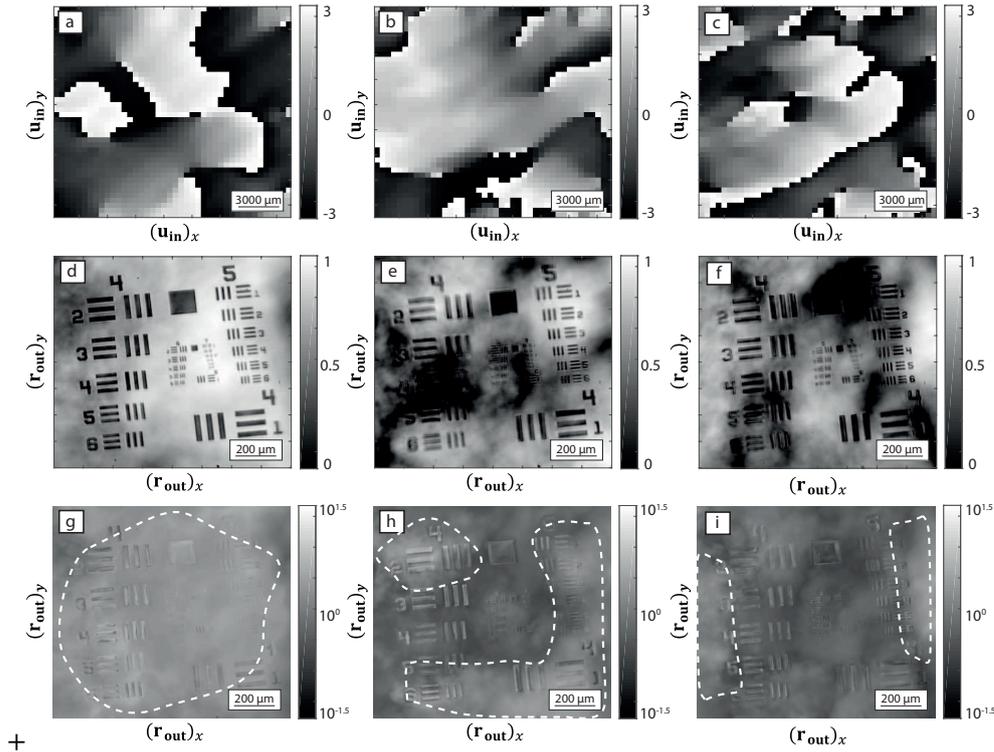


FIGURE 5.5 – Premiers vecteurs singuliers de la matrice  $\mathbf{D}_{ru}$ . Modules de a)  $|\mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{out})|^2$ , b)  $|\mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{out})|^2$  et c)  $|\mathbf{V}_3(\mathbf{r}_{out})|^2$ . Phases de d)  $\mathbf{U}_1(\mathbf{u}_{in})$ , e)  $\mathbf{U}_2(\mathbf{u}_{in})$  et f)  $\mathbf{U}_3(\mathbf{u}_{in})$ . (g-i) Cartes du gain en rapport de Strehl associées à chacun de ces vecteurs.

La première étape de compensation des aberrations repose sur le calcul de

#### 5.4 Application à la caractérisation et à la correction des aberrations

la matrice  $\mathbf{B}$  (Fig. 5.4 a.). Le calcul de la diversité (Eq. 3.32) de sa distribution des valeurs propres (Fig. 5.4 b.) aboutit à  $D = 13$ . La compensation des aberrations consiste donc à sommer les vecteurs propres associés aux  $D$  première valeurs propres selon la formule 3.29.

Les trois premiers vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  (définis dans le plan focal) associés aux vecteurs propres  $\mathbf{U}_i$  (définis dans le plan pupille) sont présentés sous forme de champs bidimensionnels sur les figures 5.5 (a-f). Le premier vecteur  $\mathbf{V}_1$  (Fig. 5.5 a.) couvre une grande aire centrée sur le champ de vision mais n'est pas suffisant pour restaurer un contraste homogène sur l'ensemble du champ de vision. Le deuxième vecteur  $\mathbf{V}_2$  corrige mieux la partie supérieure droite de l'image (Fig. 5.5 b.) que  $\mathbf{V}_1$ . Ils sont d'ailleurs associés à des lois d'aberrations  $\mathbf{U}_1$  (Fig. 5.5 d.) et  $\mathbf{U}_2$  (Fig. 5.5 e.) sensiblement différentes. De même, le vecteur  $\mathbf{V}_3$  (Fig. 5.5 c.) corrige mieux l'extrémité droite de l'image. La loi d'aberration  $\mathbf{U}_3$  associée est présentée sur la figure 5.5 (f). C'est la combinaison des  $D$  premiers vecteurs (Eq. 3.29) qui permet de reconstruire une image matricielle (Fig. 5.6 c.) d'excellente qualité. En plus de retrouver un contraste homogène sur tout le champ de vision, certaines régions gagnent nettement en résolution (Fig. 5.6 b,d).

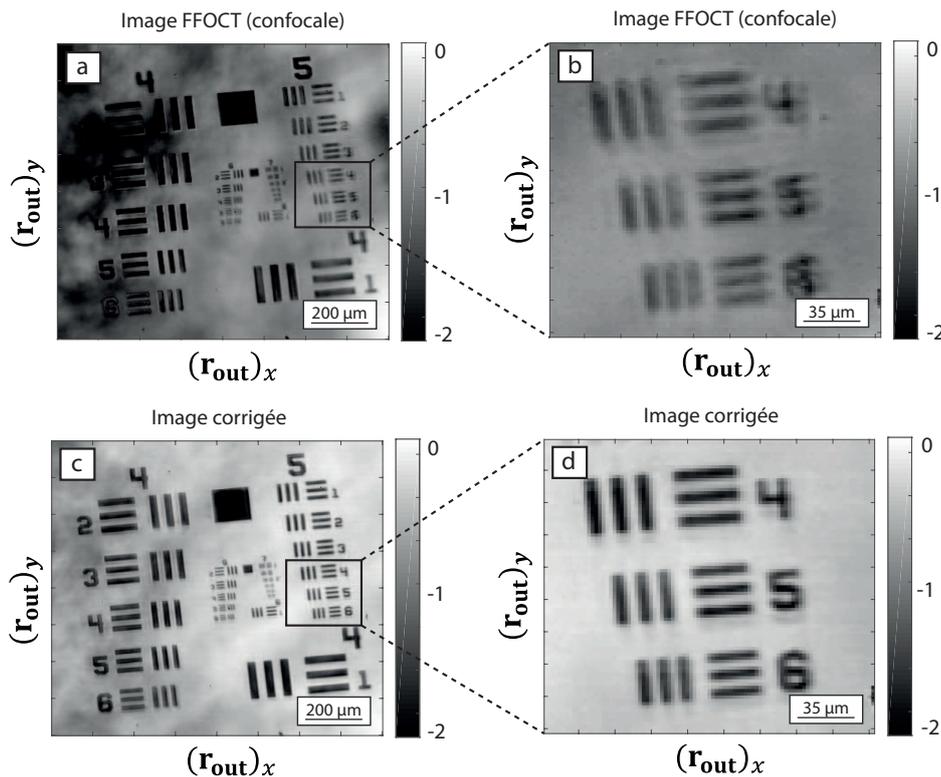


FIGURE 5.6 – Résultats expérimentaux de la correction des aberrations et comparaison à l'image initiale. a) Module de l'image FFOCT initiale et a) zoom sur une région de l'image. c) Module de l'image corrigée et a) zoom sur la même région de l'image.

Afin de quantifier le gain en résolution, on peut calculer le gain en rapport

de Strehl pour chacune des corrections. Ici, nous définissons le rapport de Strehl [100] de la manière suivante :

$$S = \frac{\max(|D_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \cdot)|^2)}{\sum_{\tilde{\mathbf{r}}_{in}} |D_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in})|^2} \quad (5.28)$$

Nous noterons  $S_c$  le rapport de Strehl calculée à partir de la matrice corrigée  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}^c$ . Cette dernière est obtenue en deux étapes. Premièrement, les vecteurs conjugués de  $\mathbf{U}_i$  sont appliqués à la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}$  :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}^c = \mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}} \times \text{diag}(\mathbf{U}_i^*) \quad (5.29)$$

Ensuite, la matrice corrigée  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}^c$  est obtenue par transformée de Fourier à l'aide de l'opérateur  $\mathbf{G}'$  en réalisant l'opération réciproque de l'équation 5.23 :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}^c = \mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}} \times \mathbf{G}' \quad (5.30)$$

Les cartes des gains en rapport de Strehl  $S_c/S$  sont présentées sur les figures 5.5 (g,h,i). Dans certaines régions (en pointillés blancs), on observe un gain de l'ordre de 30 pour le rapport de Strehl (Eq. 5.28).

## Discussion

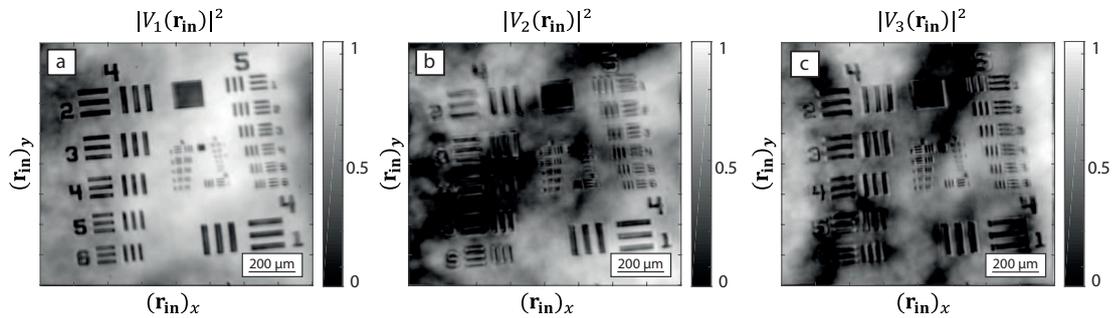


FIGURE 5.7 – Premiers vecteurs singuliers de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{u}\mathbf{r}}$ . Modules de a)  $|\mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{in})|^2$ , b)  $|\mathbf{V}_2(\mathbf{r}_{in})|^2$  et c)  $|\mathbf{V}_3(\mathbf{r}_{in})|^2$ .

Les résultats des figures 5.6 (b,d) diffèrent néanmoins des résultats théoriques obtenus pour le régime de réflexion spéculaire (Sec. 3.3.3) pour lequel un gain en résolution n'est pas systématique. Ceci s'explique par la méthode de mesure de la matrice de réflexion sous éclairage incohérent. Comme expliqué dans la section 5.3.2, la cohérence partielle du champ crée une réponse impulsionnelle effective  $\tilde{a}_{in}$  (Eq. 5.11) en entrée du système optique, différente de la réponse impulsionnelle  $a_{out}$  qui brise la symétrie entre entrée et sortie du système optique ( $A_{in} \neq A_{out}$ ). En effet, en régime de réflexion spéculaire, si les aberrations étaient les mêmes en entrée et en sortie du système optique alors les vecteurs propres  $\mathbf{U}_i$  donnerait accès aux lois  $A(\mathbf{u}_{out})A(-\mathbf{u}_{out})$  dont la phase est une fonction paire, or les vecteurs présentés (Fig. 5.5 d-f) ne possèdent pas cette symétrie.

## 5.4 Application à la caractérisation et à la correction des aberrations

Afin d'illustrer le propos, la SVD sur la matrice  $\mathbf{D}_{ur}$ , obtenue au moyen d'un procédé qui sera expliqué à la section 5.4.2, a été réalisée et les trois premiers vecteurs propres  $\mathbf{V}_i$  sont présentés sous la forme de champs bidimensionnelles sur la figure 5.7. Ces derniers sont associés aux mêmes aires que les vecteurs obtenus précédemment (Fig. 5.5 a-c). En regardant de plus près, on réalise qu'ils ne corrigent toutefois pas la réflectivité de la même manière. Considérons ici la par-

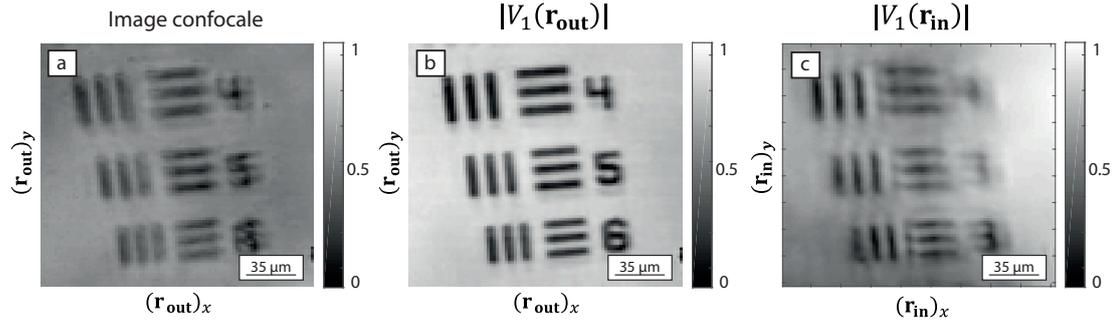


FIGURE 5.8 – Comparaison entre a) l'image FFOCT et les vecteurs propres b)  $|\mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{out})|$  et c)  $|\mathbf{V}_1(\mathbf{r}_{in})|$

tie du champ de vision des figures 5.6 (b,d). L'image confocale correspond à la convolution de la réflectivité de l'objet  $\rho$  par la fonction d'étalement  $a_{out}\tilde{a}_{in}$  (Eq. 2.27, Fig. 5.8 a.). Au contraire, les fonctions d'étalement associées aux vecteurs  $V_1(\mathbf{r}_{out})$  en sortie (Fig. 5.8 b.) et  $V_1(\mathbf{r}_{in})$  en entrée (Fig. 5.8 c.) sont respectivement données par  $|a_{out}|^2$  et  $|\tilde{a}_{in}|^2$ , respectivement (Eqs. 3.40, 3.41). Cette différence entre les images de la figure 5.8 peut donc s'expliquer par une fonction d'étalement beaucoup plus détériorée en entrée qu'en sortie. Cela est lié à la cohérence partielle résiduelle du champ incident dont l'impact a déjà été discuté à la section 5.3.2. Dans un montage FFOCT conventionnel, il faut donc accorder un soin particulier à conserver l'incohérence spatiale du champ. Dans le montage proposé dans ce chapitre, on voit qu'il est possible de s'affranchir de cette sensibilité à la cohérence du champ incident.

### 5.4.2 En régime de réflexion diffuse

#### Méthode de correction à partir de $\mathbf{D}_{rr}$ dans un cas isoplanétique

Nous allons maintenant étendre la méthode de correction des aberrations au régime de réflexion diffuse à partir de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$ . Il a été démontré dans le chapitre 3 que dans ce régime et sous une hypothèse isoplanétique, la phase du premier vecteur propre fourni par la matrice  $\mathbf{B}$  correspondait à la phase de la loi  $A(\mathbf{u}_{out})$  (Eq. 3.51). Ainsi, sous l'hypothèse que les aberrations sont identiques en entrée et en sortie du système optique, il est possible de corriger la matrice  $\mathbf{R}_{uu}$  en entrée et en sortie (Fig. 3.10), de calculer ensuite la matrice de réflexion  $\mathbf{R}_{rr}^c$  et d'en extraire l'image confocale corrigée (Eq. 3.52 et

3.52). Dans le cas général, en présence de plusieurs aires d'isoplanétisme, la diagonalisation de la matrice  $\mathbf{B}$  ne permet plus d'accéder aux fonctions de transfert des différentes aires (Eq. 3.56) mais il est possible de se ramener au cas précédent (isoplanétique) en considérant des sous-matrices de  $\mathbf{D}_{ur}$ .

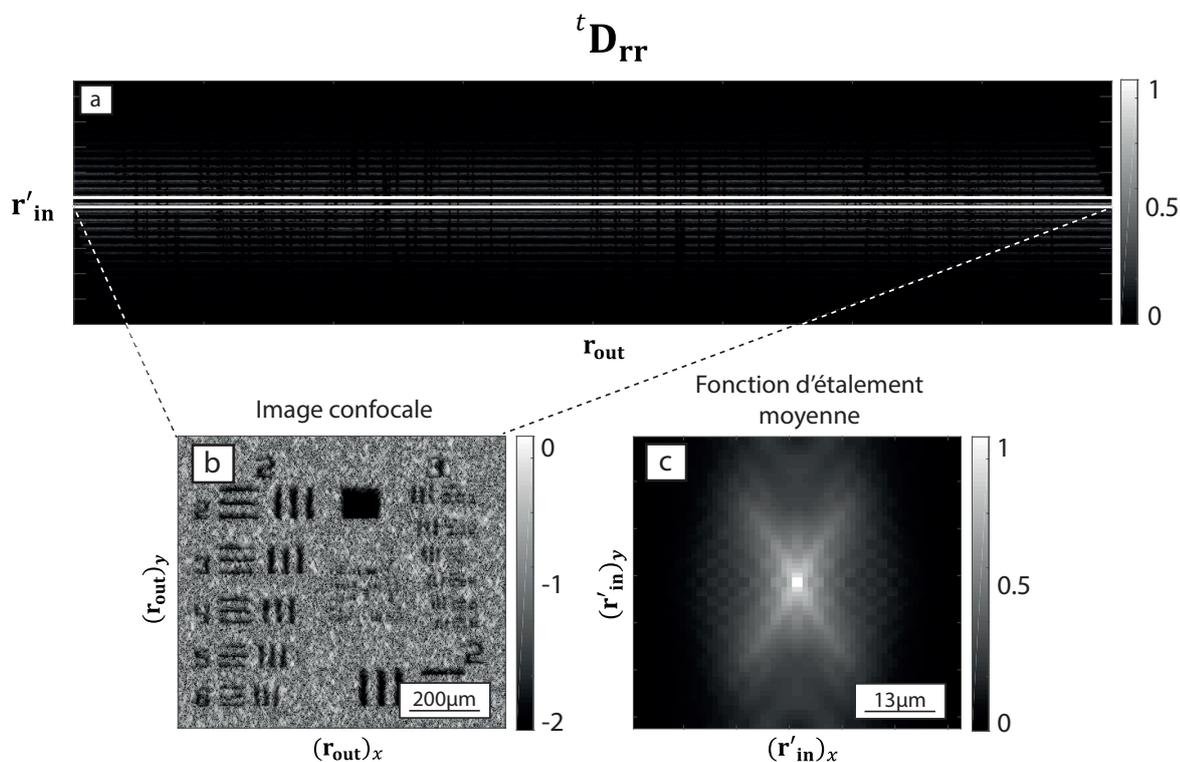


FIGURE 5.9 – Résultats de la simulation numérique de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$  dans le cas de l'imagerie d'une mire de résolution en régime de réflexion diffuse. a) Module de la transposée de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$ . b) Image FFOCT obtenue en prenant la colonne centrale de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$ . c) Fonction d'étalement moyenne obtenue en moyennant les champs  $D_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in})$  sur  $\mathbf{r}_{out}$  de manière incohérente.

A partir de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$ , l'opération est légèrement plus délicate. Nous allons illustrer les différentes étapes à l'aide d'une simulation numérique dans un cas isoplanétique. L'objet est une mire de résolution et la phase de sa réflectivité suit une distribution uniforme sur  $[0, 2\pi]$  spatialement décorrélée. Les paramètres de la simulations sont résumés dans le tableau suivant :

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$\delta x$	$N_x$	$N$
valeurs	850 nm	45 mm	0.2	2.13 μm	400	31

TABLE 5.3 – Paramètres de la source, de l'échantillonnage du plan focal pour la simulation de l'expérience de correction des aberrations en régime de réflexion diffuse.

#### 5.4 Application à la caractérisation et à la correction des aberrations

L'aberration appliquée dans cette simulation est une coma (Eq. 4.32) et le paramètre  $p$  de l'équation 4.33 est fixé à 1. La matrice générée est illustrée à la figure 5.9. Le cas de la coma a ici été considéré car nous avons vu au chapitre précédent que l'image FFOCT n'apporte pas de gain de résolution en présence de cette aberration (Fig. 4.11). La méthode de correction des aberrations est donc totalement légitime dans ce cas là. La matrice  $\mathbf{D}_{rr}$  est illustrée sur la figure 5.9 (a). L'image FFOCT obtenue (Fig. 5.9 b.) est fortement dégradée par l'aberration considérée. La fonction d'étalement moyenne (Fig. 5.9 c.) est anisotrope et sa dimension latérale est estimée à  $25 \mu\text{m}$ . Les hypothèses de régime de réflexion diffuse sont donc réunis pour appliquer la méthode de correction développée au chapitre 3.

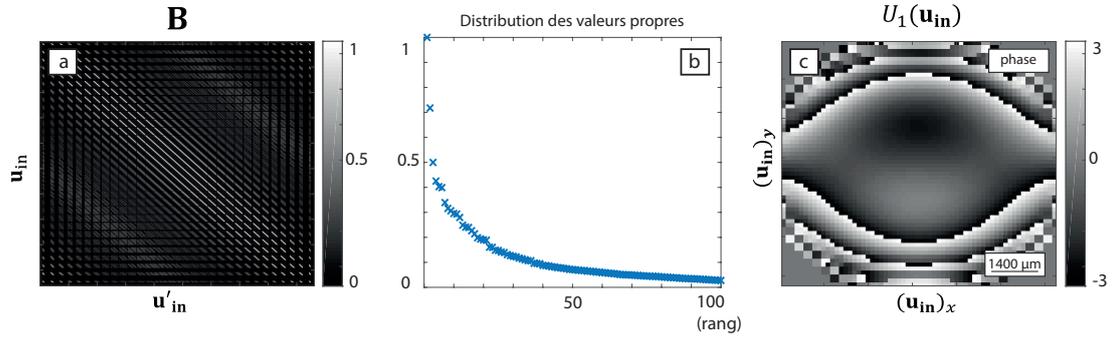


FIGURE 5.10 – Décomposition en valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{D}_{ru}$ . a) Module de la matrice  $\mathbf{B}$ . b) Distribution des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{B}$ . c) Module de la moyenne des éléments  $C(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}_{out})$  moyenné sur l'ensemble des coordonnées  $\mathbf{r}_{out}$ .

A partir de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$ , on construit la matrice  $\mathbf{B}$  (Fig. 5.10 a.) dont le module est une fonction décroissante exclusivement de la variable  $\|\mathbf{u}_{in} - \mathbf{u}'_{in}\|$  sur une distance caractéristique donnée par la longueur de cohérence spatiale  $u_c$  de la fonction de transfert  $A(\mathbf{u}_{in})$ . La distribution de ses valeurs propres (Fig. 5.10 b.) dépend uniquement de la fonction d'autocorrélation  $g$  de l'aberration. Dans un cas isoplanétique, le premier vecteur propre  $\mathbf{U}_1$  (Fig. 5.10 c.) est donné par la multiplication de la loi  $A(\mathbf{u}_{in})$  avec la première solution  $\mathbf{W}_1$  de l'équation intégrale dont  $g$  est le noyau (Eq. 3.50). Cette solution n'affecte en tout cas pas la phase du vecteur  $\mathbf{U}_1$  qui correspond à celle de la fonction de transfert  $A(\mathbf{u}_{in})$  en entrée du système (Eq. 3.51). En appliquant le conjugué du vecteur  $\mathbf{U}'_1 = e^{i\arg(\mathbf{U}_1)}$  à l'ensemble des lignes de la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{ru}$ , on obtient la matrice distorsion corrigée  $\mathbf{D}_{ru}^c$  dont les éléments s'écrivent ainsi :

$$\begin{aligned} D_{ru}^c(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{u}_{in}) &= U_1'^*(\mathbf{u}_{in}) A(\mathbf{u}_{in}) \sum_{\mathbf{r}} a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}) \rho(\mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})} \\ &= \sum_{\mathbf{r}} a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out}) \rho(\mathbf{r}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{in} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{out})} \end{aligned} \quad (5.31)$$

en supposant que la fonction de transfert est de module 1. La matrice corrigée à entrée  $\mathbf{D}_{rr}^c$  est ensuite calculée en appliquant l'opérateur  $\mathbf{G}'$  (Eq. 5.21) à droite de

la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{u}}^c$ . Ses éléments s'écrivent :

$$D_{\mathbf{r}\mathbf{r}}^c(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in}) = a(-\tilde{\mathbf{r}}_{in})\rho(-(\mathbf{r}_{out} + \tilde{\mathbf{r}}_{in})) \quad (5.32)$$

L'image construite à partir des éléments de la ligne centrale est le résultat d'une correction en entrée du système optique (Fig. 5.11 a.). L'image obtenue est nettement mieux résolue puisque les aberrations sont parfaitement corrigées en entrée. Toutefois, la fonction d'étalement moyenne (Fig. 5.11 b.) garde encore la signature de l'aberration en sortie du système optique.

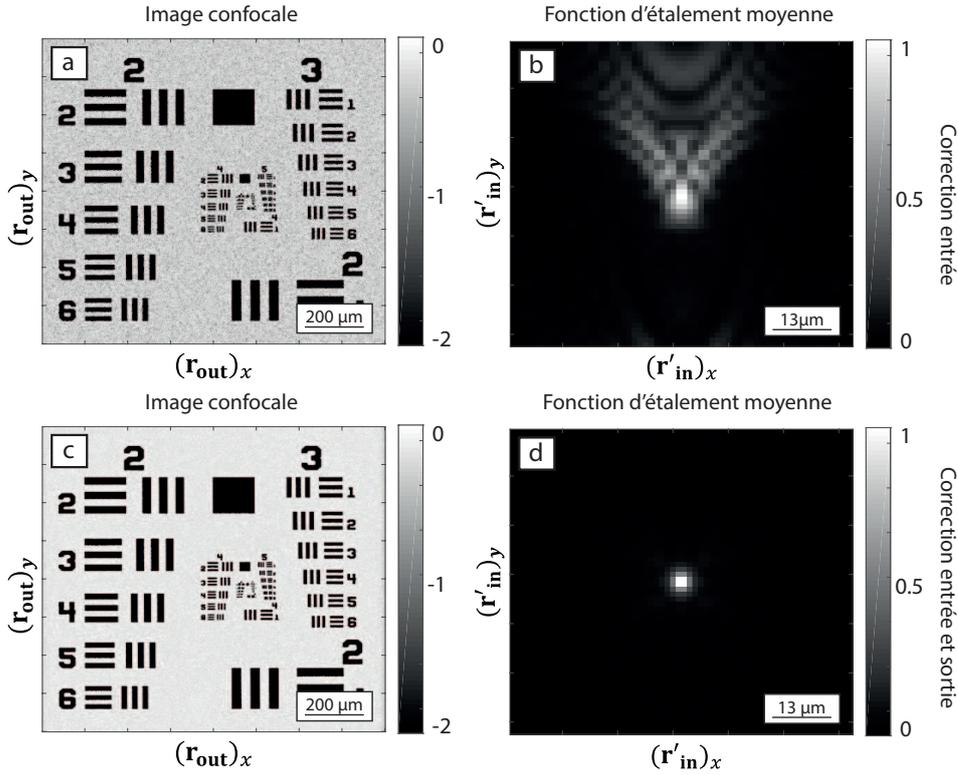


FIGURE 5.11 – Résultats de la correction des aberrations pour la simulation numérique en régime de réflexion diffus. a) Module de l'image FFOCT corrigée et b) fonction d'étalement moyenne pour une correction en entrée. c) Module de l'image FFOCT corrigée et d) fonction d'étalement moyenne pour une correction en entrée et en sortie.

L'idée serait de pouvoir appliquer la correction en sortie du système optique. Pour cela il faut calculer la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{u}\mathbf{r}}$  qui est celle avec laquelle nous avons introduit le concept de matrice distorsion au chapitre 3. Cette matrice s'obtient à partir de la matrice  $\mathbf{D}'_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  dont les éléments sont définis ainsi :

$$D'_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\tilde{\mathbf{r}}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = R_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\tilde{\mathbf{r}}_{out} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) \quad (5.33)$$

Pour passer de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$  à la matrice  $\mathbf{D}'_{\mathbf{r}\mathbf{r}}$ , il faut permuter les éléments de cette première. En effet, il existe la relation suivante entre les éléments de ces deux

#### 5.4 Application à la caractérisation et à la correction des aberrations

matrices :

$$D'_{\mathbf{rr}}(\tilde{\mathbf{r}}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = D_{\mathbf{rr}}(\tilde{\mathbf{r}}_{out} + \mathbf{r}_{in}, -\tilde{\mathbf{r}}_{out}) \quad (5.34)$$

La matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}$  se calcule en multipliant la matrice  $\mathbf{D}'_{\mathbf{rr}}$  à gauche par la matrice  $\mathbf{G}'^*$ .

$$\mathbf{D}_{\mathbf{ru}} = \mathbf{G}'^* \times \mathbf{D}_{\mathbf{ur}} \quad (5.35)$$

Dans le cas présent, après correction en entrée, les éléments de la matrice  $\mathbf{D}'_{\mathbf{rr}}{}^c$  après permutation des éléments de la matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}{}^c$  (Eq. 5.32) selon l'équation 5.34 s'écrivent :

$$D'_{\mathbf{rr}}{}^c(\tilde{\mathbf{r}}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = a(\tilde{\mathbf{r}}_{out})\rho(-\mathbf{r}_{in}) \quad (5.36)$$

La matrice corrigée  $\mathbf{D}_{\mathbf{ur}}{}^c$  s'obtient à partir de l'équation 5.35 et ses éléments s'expriment de la façon suivante :

$$D_{\mathbf{ur}}{}^c(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = A(\mathbf{u}_{out})\rho(-\mathbf{r}_{in}) \quad (5.37)$$

En appliquant le conjugué de  $\mathbf{U}'_1$  en sortie de cette matrice puis en réalisant les opérations réciproques de l'équation 5.35 puis de l'équation 5.34, nous arrivons à la matrice distorsion  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}{}^{cc}$  en base focalisée, corrigé en entrée et en sortie, dont les éléments s'expriment comme :

$$D_{\mathbf{rr}}{}^{cc}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in}) = a_{ref}(-\mathbf{r}_{out})\rho(-(\mathbf{r}_{out} + \tilde{\mathbf{r}}_{in})) \quad (5.38)$$

où  $a_{ref}$  est la tache d'Airy associée à l'ouverture numérique  $NA$  des objectifs du microscope considérés. L'image corrigée construite à partir de la colonne centrale de cette matrice est présentée sur la figure 5.11. La réflectivité est totalement retrouvée et la fonction d'étalement moyenne est réduite à la tache d'Airy ce qui signifie que la correction des aberration a été optimale.

#### Méthode de correction à partir de $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}$ dans un cas général

Dans un cas plus général en présence de plusieurs aires d'isoplanétisme, la méthode diffère légèrement puisque la diagonalisation de la matrice  $\mathbf{B}$  ne permet plus de déterminer les fonctions de transfert associées aux aires d'isoplanétisme. Dans ce cas-là il faut avoir recours à une segmentation du champ de vision. Pour cela, il faut déterminer la dimension latérale moyenne des aires d'isoplanétisme. Afin d'illustrer la méthode, nous avons réalisé une simulation numérique avec le même écran de phase aberrateur que dans le cas de la réflexion spéculaire. Les paramètres de la simulation sont tous résumés dans le tableau 5.1.

La matrice  $\mathbf{D}_{\mathbf{rr}}$  est présentée sur la figure 5.12 (a). L'image confocale construite à l'aide de sa colonne centrale ne fait pas apparaître de fluctuations de contraste comme c'était le cas en régime de réflexion spéculaire (Fig. 5.2 e.). L'échelle spatiale caractéristique de cette variation donnait une bonne approximation de la dimension des aires d'isoplanétisme. Dans le cas présent, le module de la réflectivité est décorrélié spatialement. La fonction d'étalement moyenne est estimée à

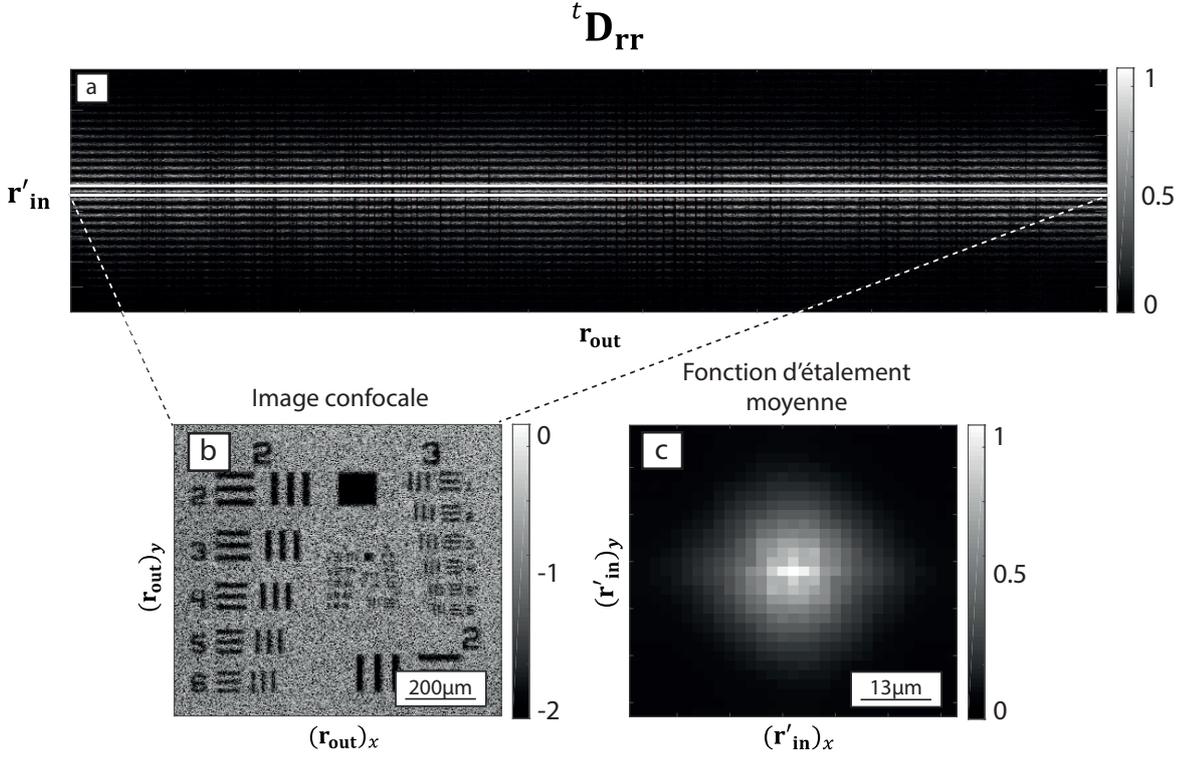


FIGURE 5.12 – Résultats de la simulation numérique de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$  dans le cas de l'imagerie d'une mire de résolution en régime de réflexion diffuse. a) Module de la transposée de la matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$ . b) Image FFOCT obtenue en prenant la colonne centrale de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$ . c) fonction d'étalement moyenne obtenue en moyennant les champs  $D_{rr}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in})$  sur  $\mathbf{r}_{out}$  de manière incohérente.

36  $\mu\text{m}$  ce qui valide l'hypothèse de régime de réflexion diffuse ( $L \ll \delta < l_c$ ). La convergence de la matrice  $\mathbf{B}$  (Fig. 5.13 a.) vers sa matrice de covariance provient du fait que  $N_x^2 = 160000 \gg 1$ . En présence de plusieurs aires d'isoplanétisme, l'expression des éléments de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  est donnée par l'équation 3.56. Le premier vecteur propre fourni par la diagonalisation de la matrice  $\mathbf{B}$  est présenté à la figure 5.13 (b). Celui-ci possède une phase homogène qui n'est pas représentative de la longueur de cohérence spatiale de la fonction de transfert  $u_c$  (Eq. 2.12) qui est théoriquement de 280  $\mu\text{m}$ . En appliquant le vecteur  $\mathbf{U}'_1 = e^{i\text{arg}(\mathbf{U}_1)}$  en entrée et en sortie, la correction obtenue est vraiment médiocre (Fig. 5.13 c.).

Pour s'affranchir de ce problème, l'idée est donc de subdiviser le champ de vision en différentes zones ne comprenant qu'une seule aire d'isoplanétisme. Pour déterminer la dimension optimale de ces zones, le paramètre  $l_c$  doit être estimé. Il faut donc passer par le calcul de l'écart-type  $\sqrt{\langle |C(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}'_{out})|^2 \rangle_{\mathbf{r}_{out}}}$  sur l'ensemble des coordonnées  $\mathbf{r}_{out}$  (Fig. 5.13 d.). Cette quantité ne dépend que de la distance  $\|\mathbf{r}_{out} - \mathbf{r}'_{out}\|$  et permet d'accéder à la dimension latérale de l'aire d'isoplanétisme

## 5.4 Application à la caractérisation et à la correction des aberrations

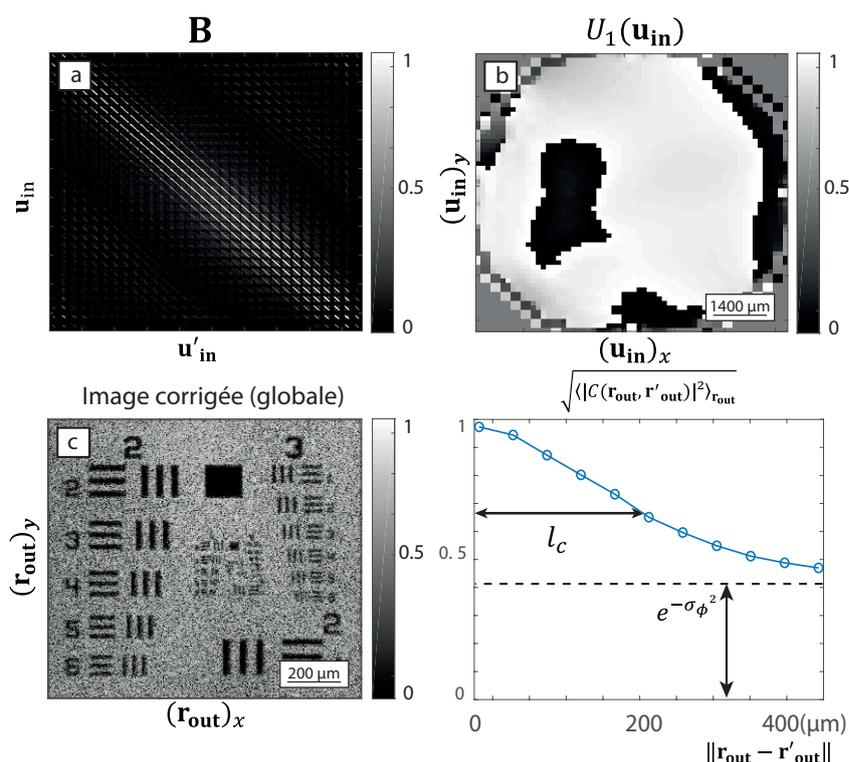


FIGURE 5.13 – Décomposition en valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{D}_{ru}$ . a) Module de la matrice  $\mathbf{B}$ . b) Distribution des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{B}$ . c) Ecart-type  $\sqrt{\langle |C(\mathbf{r}_{out}, \mathbf{r}'_{out})|^2 \rangle_{\mathbf{r}_{out}}}$  sur l'ensemble des coordonnées  $\mathbf{r}_{out}$ .

$l_c$  (Eq. 3.61). La valeur estimée est de  $200 \mu\text{m}$  ce qui est proche de la valeur théorique de  $280 \mu\text{m}$ . Un calcul similaire à la section 5.4.1 nous donne  $\sigma_\phi \sim 1$  ce qui correspond à la valeur du paramètre de la simulation.

Le nombre d'aires d'isoplanétisme est d'environ 18. L'idée est donc de subdiviser le champ de vision en 5 cellules et d'appliquer la méthode de correction en régime de réflexion diffuse isoplanétique. Le résultat est présenté à la figure 5.14 (b). La méthode retrouve la réflectivité de l'objet avec une très bonne fidélité. Toutefois, dans certaines cellules, l'aspect granulaire de l'image initiale n'est pas totalement gommé. En itérant le procédé sur des zones de champ de vision deux fois plus petites, il est possible d'améliorer encore la correction (Fig. 5.14 c.). Un agrandissement sur une zone contenant des détails fins est présenté sur les figures 5.14 (d,e,f), le gain en résolution est frappant. Sur la figure 5.14 (f) met en évidence qu'une itération de la correction des aberrations était nécessaire pour retrouver la netteté dans la partie supérieure gauche de l'image. La comparaison des figures 5.14 (a) et (c) permet ainsi de montrer l'apport de l'approche matricielle par rapport à la FFOCT conventionnelle.

La correction est largement meilleure dans le cas du régime de réflexion diffuse alors qu'il semble *a priori* plus compliqué. Tous ces exemples ont permis de mettre en évidence la polyvalence et la force de la méthode matricielle de correc-

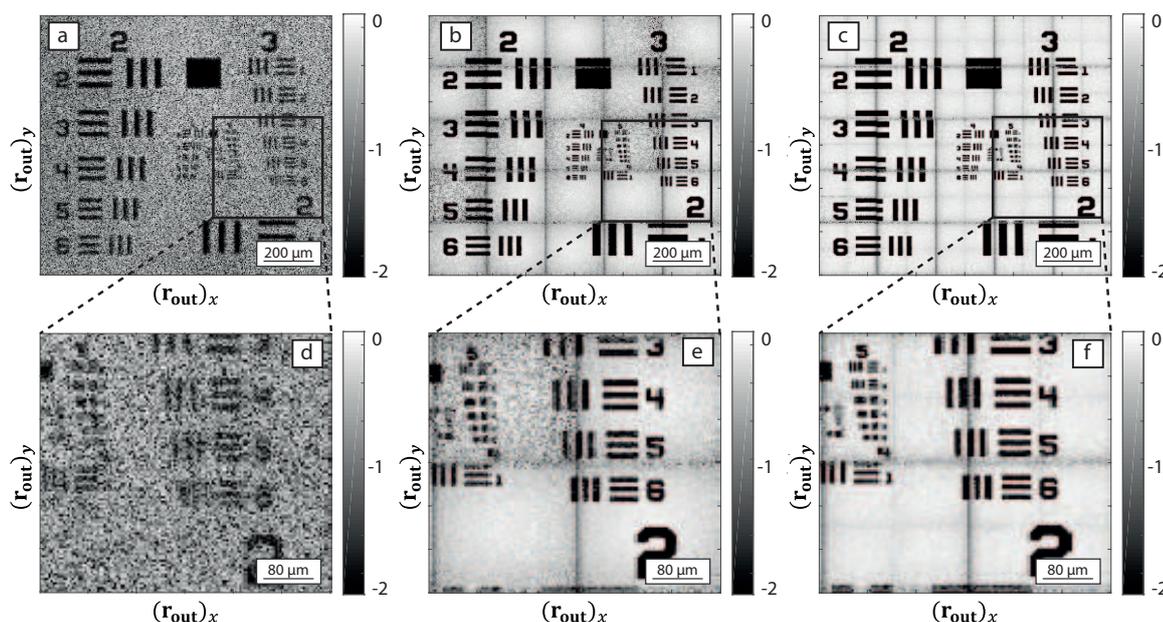


FIGURE 5.14 – Résultats de la correction des aberrations pour la simulation numérique en régime de réflexion diffus. a) Module de l'image FFOCT initiale, b) module de l'image FFOCT corrigée en subdivisant le champ de vision en 25 zones et c) module de l'image FFOCT corrigée en itérant le procédé sur 100 zones. d-f) Zooms respectifs sur des détails fins des images.

tion des aberrations et d'estimation des paramètres statistiques de l'aberrateur. Dans la section suivante, nous allons enfin appliquer tous les concepts développés jusqu'à maintenant à l'imagerie 3D d'un tissu biologique : la cornée.

## 5.5 Application aux tissus biologiques

### 5.5.1 Correction des aberrations

Dans cette section, nous allons appliquer l'ensemble des résultats théoriques à l'imagerie et à la caractérisation de tissus biologiques. Dans le cadre du financement de la recherche sur les maladies de l'œil par l'ERC Helmholtz, notre priorité a été d'appliquer l'approche matricielle à la cornée. L'expérience que nous présentons ici est l'imagerie d'une cornée sur un champ de vision composé de  $10^6$  cellules de résolution. L'échantillon considéré est la cornée de singe qui avait déjà servi de source d'aberration dans le cas de l'imagerie de mire de résolution au chapitre 3. Cette fois-ci, elle l'objet que l'on cherche à imager. Les paramètres de la source de lumière, de l'objectif du microscope et d'échantillonnage spatial sont présentés dans le tableau suivant :

### 5.5 Application aux tissus biologiques

paramètres	$\lambda$	$f$	$NA$	$\delta x$	$N_x$	$N$
valeurs	850 nm	45 mm	0.2	2.65 $\mu\text{m}$	1000	21

TABLE 5.4 – Paramètres de la source, de l’objectif du microscope et de l’échantillonnage du plan focal pour l’expérience d’imagerie d’une cornée de singe à une profondeur de 700  $\mu\text{m}$ .

La cornée humaine possède un libre parcours moyen d’une centaine de micromètres. Ici, nous ferons l’hypothèse que la cornée de singe possède le même libre parcours moyen. A une profondeur de 700  $\mu\text{m}$ , l’intensité lumineuse a été divisée d’un facteur  $10^6 - 10^7$ . La configuration adoptée ici utilise le même objectif

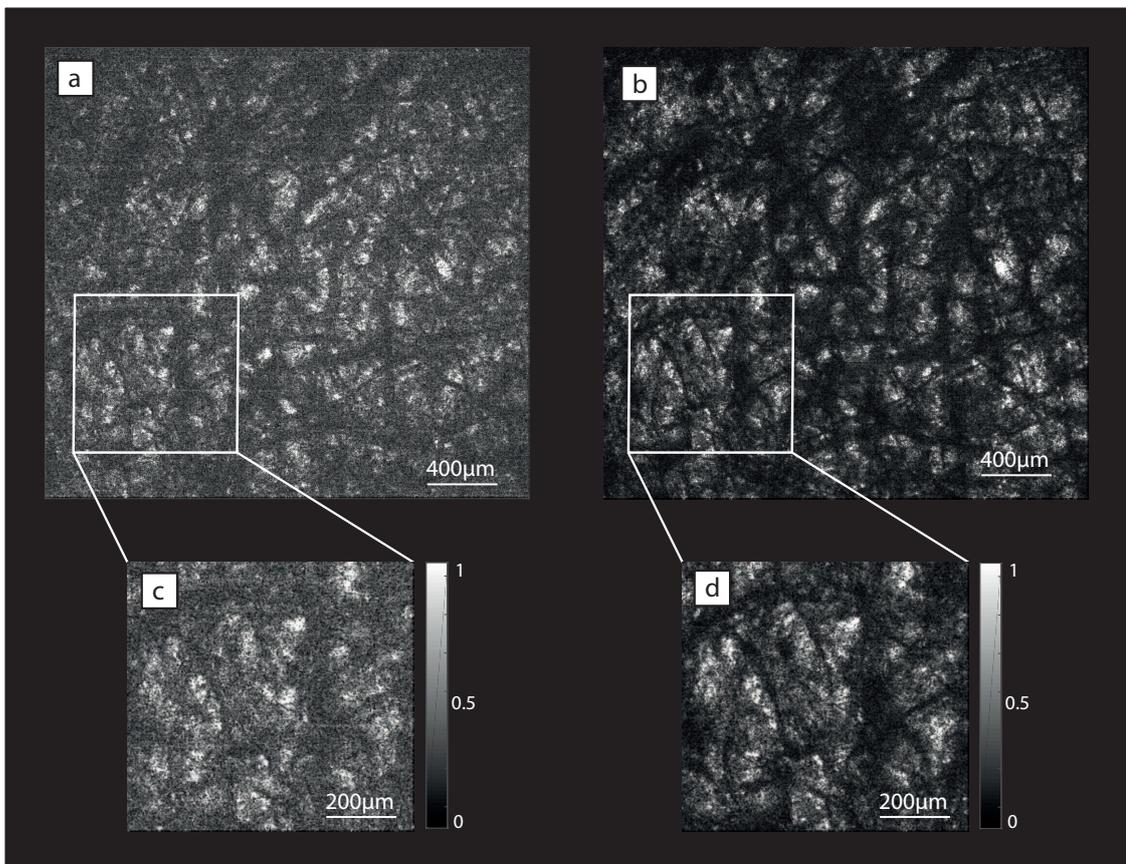


FIGURE 5.15 – Résultats de la correction des aberrations dans le cas de l’imagerie de la cornée de singe malade à 700  $\mu\text{m}$  de profondeur. a) Image FFOCT initiale et c) zoom sur une partie de l’image. c) Image FFOCT corrigée et d) zoom sur une partie de l’image.

de microscope à air que dans l’expérience d’imagerie de mire de résolution, afin que l’approche soit la moins invasive possible (Fig. 5.18 a.) Afin de limiter les effets liés à la rupture d’indice entre l’air et la cornée ( $n \sim 1.37$  en supposant que les indices optiques de la cornée humaine de la cornée du singe sont identiques [101]), la bras de référence est allongé en translatant le miroir (M2) (Fig 5.1)

de sorte à faire coïncider au mieux le volume de cohérence et le point de focalisation (Fig 4.2). L'image FFOCT originale est présentée à la figure 5.15 (a). Bien que les structures soient discernables, le bruit expérimental et la diffusion multiple détériorent le contraste. Une fois la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$  mesurée, il est possible de supprimer au préalable ces contributions en filtrant les valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{D}_{ru}$ .

La présence de structures d'échelles variables, comme les kératocytes ainsi que la matrice extracellulaire contenant des protéoglycannes et des fibrilles de collagène (d'environ quelques dizaines de nanomètres) [102], nous aurait fait penser que nous sommes en régime de réflexion diffuse. Or, la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{ru}$  fournit un ensemble de vecteurs propres  $\mathbf{U}_i$  corrigeant la matrice comme si l'on était en régime de réflexion spéculaire : après correction en entrée par la phase des vecteurs  $\mathbf{U}_i$ , la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{ur}^c$  fournit des vecteurs singuliers  $\mathbf{U}_i$  dont la phase est constante (Eq. 3.38). Le même résultat a été observé dans d'autres tissus biologiques comme des feuilles d'arbre notamment. La question de savoir pourquoi le régime de réflexion diffuse n'est pas atteint reste une question ouverte. L'une des explications possibles est que les zones les plus réfléchissantes (i.e celles qui dominent la SVD de  $\mathbf{D}_{ru}$ ) sont celles qui induisent une réflexion spéculaire.

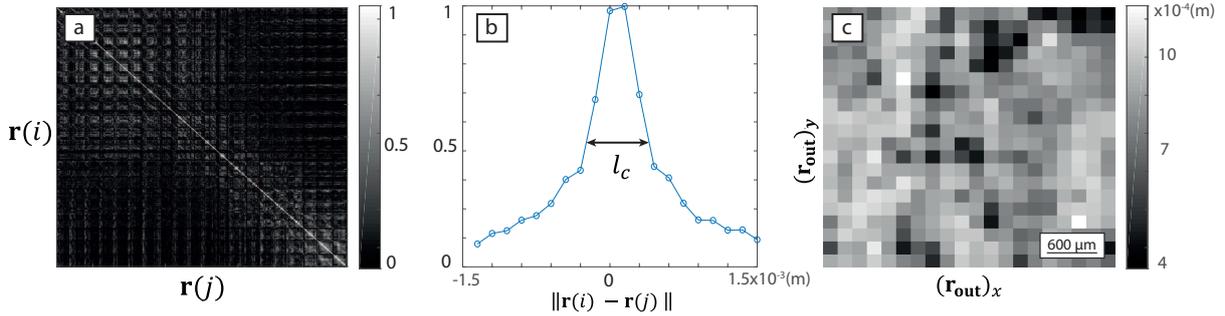


FIGURE 5.16 – Détermination de l'aire d'isoplanétisme. a) Matrice des corrélations entre les aires segmentées dont l'expression est donnée à l'équation 5.39. b) Profil moyen de la corrélation en fonction de  $\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{r}(j)\|$ . c) Détermination locale du paramètre  $l_c$ .

La matrice  $\mathbf{D}_{rr}$  étant beaucoup trop grande pour y appliquer la méthode de correction, une segmentation du champ de vision doit être entreprise. Pour que celle-ci soit optimale, il faut que chaque sous-région soit de dimension inférieure à l'aire d'isoplanétisme. Pour déterminer le paramètre  $l_c$ , une segmentation du champ de vision est d'abord réalisée. Celui-ci est divisé en  $20 \times 20$  aires égales. Dans chacune de ces aires, on réalise la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{ru}$  associée. Le premier vecteur  $\mathbf{U}_1$  est le vecteur le plus représentatif de la loi d'aberration vue depuis le plan pupille de l'aire considérée. Ensuite, on calcule la corrélation entre chacun de ces vecteurs :

$$\text{Corr}(\mathbf{U}_{1,i}, \mathbf{U}_{1,j}) = \sum_{\mathbf{u}_{out}} e^{i \arg(U_{1,i}(\mathbf{u}_{out}))} e^{-i \arg(U_{1,j}(\mathbf{u}_{out}))} \quad (5.39)$$

## 5.5 Application aux tissus biologiques

où  $\mathbf{U}_{1,i}$  et  $\mathbf{U}_{1,j}$  sont les premiers vecteurs singuliers (définis dans le plan pupille) des matrices  $\mathbf{D}_{ru}$  associées aux  $i$ -ème et  $j$ -ème aires (repérées par leur centres de coordonnées respectives  $\mathbf{r}(i)$  et  $\mathbf{r}(j)$ ). La matrice des corrélations est présentée à la figure 5.16 (a). Le profil de ces éléments décroît avec la quantité  $\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{r}(j)\|$  (Fig. 5.16 b.). Comme il ne semble pas y avoir de corrélation longue portée, le paramètre  $l_c$  est choisi comme étant la largeur à mi-hauteur de la corrélation moyenne en fonction  $\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{r}(j)\|$  et donc  $l_c \sim 750 \mu\text{m}$ . Il est aussi possible de déterminer localement le paramètre  $l_c$  en étudiant la décroissance de la corrélation à  $\mathbf{r}(i)$  fixé en fonction de  $\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{r}(j)\|$  (Fig. 5.16 c.). Les zones sombres (de faibles  $l_c$ ) correspondent aux aires de l'objet très peu réfléchissantes (Fig. 5.15 a.). La SVD ne permet d'isoler complètement la loi d'aberration du bruit expérimental et le vecteur  $\mathbf{U}_1$  associé à cette région se retrouve décorrélé des autres vecteurs. En dehors, les valeurs prises par le paramètre  $l_c$  sont proches de la valeur précédente.

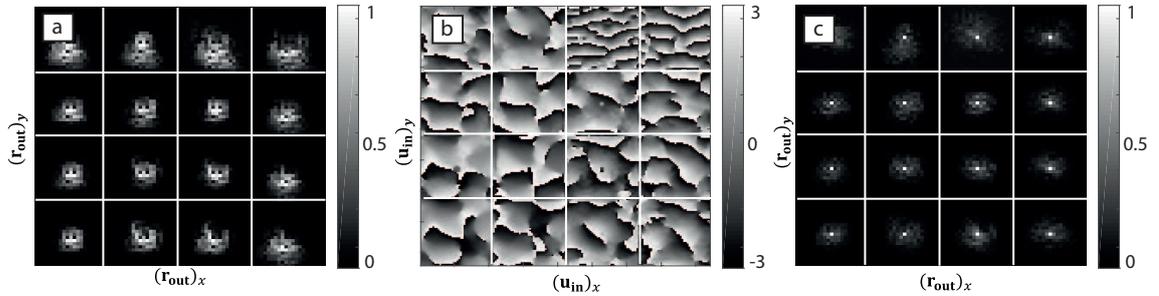


FIGURE 5.17 – a) Mise en comparaison des 16 fonctions d'étalement moyenne pour chacune des zones. b) Comparaison des vecteurs  $\mathbf{U}_1$  obtenus par la SVD dans chacune des zones. c) Mise en comparaison des 16 fonctions d'étalement moyenne après correction.

La dimension latérale du champ de vision étant de 2.65 mm, celui-ci est segmenté en  $4 \times 4 = 16$  égales. Sur chacune de ces aires, la SVD de la matrice  $\mathbf{D}_{ru}$  permet d'extraire le vecteur  $\mathbf{V}_1$  (défini dans le plan focal). En juxtaposant ensuite chacun de ces vecteurs, on reconstruit l'ensemble du champ de vision (Fig. 5.4 b.). Le contraste est drastiquement amélioré. Un agrandissement sur une région de l'image permet de comparer à l'image FFOCT initiale (Fig. 5.4 c,d).

Afin d'illustrer la notion d'aire d'isoplanétisme, les 16 vecteurs  $\mathbf{U}_1$  sont représentés en phase sous forme de champs bidimensionnels à la figure 5.17 (b). D'une zone à l'autre, ces vecteurs présentent de fortes corrélations ce qui confirme la valeur de  $l_c$  déterminée précédemment ( $750 \mu\text{m}$ ). Pour quantifier le gain en résolution, on compare l'ensemble des fonctions d'étalement moyenne avant (Fig. 5.17 a.) et après correction (Fig. 5.17 c.). En moyenne, le gain en rapport de Strehl est d'un facteur 100.

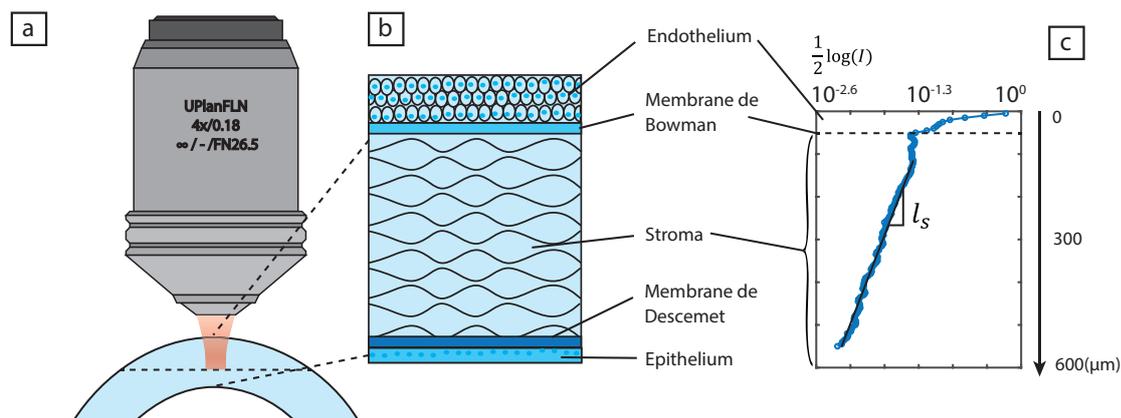


FIGURE 5.18 – Schéma de l'expérience de caractérisation de la cornée humaine. a) Configuration expérimentale adoptée. b) Structure anatomique de la cornée. c) Profil d'intensité confocale (image FFOCT) moyenne avec la profondeur, en échelle logarithmique. Les ruptures de pente sont caractéristiques d'un changement de couche. Chacune peut être caractérisée par un libre parcours moyen  $l_s$ .

## 5.5.2 Imagerie quantitative des tissus biologiques

Dans cette section, nous allons traiter le cas de la caractérisation et de l'imagerie en section verticale d'un tissu biologique. Cet échantillon est la cornée de singe fortement opaque de la section précédente. L'expérience consiste à mesurer une matrice distorsion en base focalisée  $\mathbf{D}_{rr}$  tous les  $5 \mu\text{m}$  entre la surface et jusqu'à  $600 \mu\text{m}$  de profondeur dans la cornée. Le choix d'échantillonner la cornée tous les  $5 \mu\text{m}$  de profondeur vient du fait que la longueur de cohérence temporelle de la source est de  $10 \mu\text{m}$ . Afin de gagner en temps d'acquisition, la mesure de chaque matrice distorsion n'a nécessité au plus que 169 mesures. Dans cette expérience, plutôt que de s'intéresser aux images *en face* qui sont des sections horizontales (en rouge Fig. 5.19), nous allons présenter les résultats sous la forme de "B-scan", de sections verticales (en bleu Fig. 5.19).

La cornée n'est pas un tissu homogène et se décompose en plusieurs couches distinctes séparées par des membranes (Fig. 5.18 a.). Elle compte trois couches (épithélium, stroma et endothélium) séparées par deux membranes (membrane de Bowman et membrane de Descemet) [102]. Chez un patient sain, la cornée est un tissu transparent mais dans le cas présent, la personne souffrait d'une opacification de la cornée. Dans cette section, nous allons appliquer la méthode matricielle afin d'augmenter la profondeur de pénétration et afin de déterminer localement les paramètres statistiques de diffusion comme le libre parcours moyen, l'aire d'isoplanétisme et le rapport de Strehl.

La figure 5.20 (a) présente une section verticale de la cornée imagée formée à partir des images FFOCT acquise pour chaque profondeur. L'image est tracée en échelle logarithmique et le minimum de l'échelle de couleur correspond au niveau de bruit. Le rapport de Strehl a été mesuré localement et moyenné sur 50 coordonnées voisines (Fig. 5.20 c. en échelle logarithmique). A une coordonnées

## 5.5 Application aux tissus biologiques

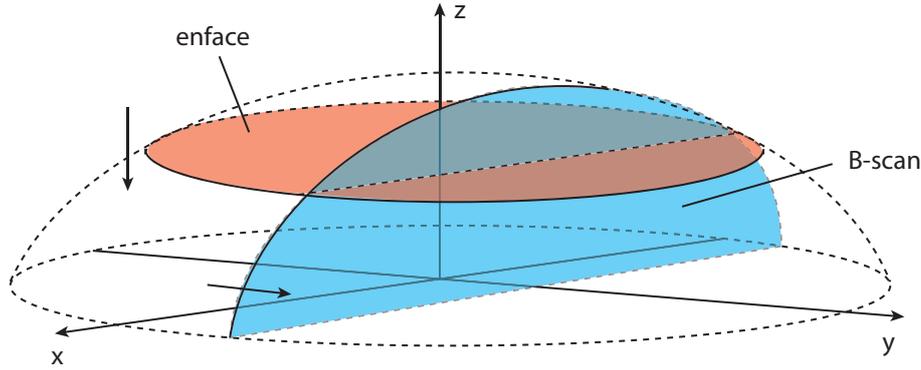


FIGURE 5.19 – Schéma représentant la différence entre une section horizontale ou image *en face* (en rouge) et une section verticale, aussi appelée B-scan (en bleu).

$\mathbf{r}_{out} = (x, y, z)$  dans l'échantillon, le rapport de Strehl en intensité est calculé selon l'équation 5.28. C'est la décroissance rapide de ce rapport avec la profondeur qui fait diminuer le rapport signal sur bruit et qui est à l'origine de la chute de contraste de l'image FFOCT conventionnelle.

La méthode appliquée pour compenser les aberrations dans cet exemple est la méthode en régime de réflexion spéculaire. En effet, les structures réfléchissantes dans la cornée n'ont pas permis de mettre en évidence le régime de réflexion diffuse. L'image obtenue après correction selon cette méthode est présentée à la figure 5.20 (b) en échelle logarithmique. Le niveau de bruit a été largement diminué ce qui permet de mettre en évidence des structures contrastées. L'image obtenue permet de discerner des structures jusqu'à la dernière profondeur de  $600 \mu\text{m}$  (en pointillés blancs). A cette profondeur, cependant, la mesure aurait du faire apparaître la dernière couche de la cornée, l'endothélium, mais la cornée ayant passé beaucoup de temps en solution, son épaisseur en a été affectée. La performance de la correction est illustrée à la figure 5.20 (d). Cette figure a été réalisée en calculant le quotient  $S_c/S$  des rapports de Strehl après et avant correction et en traçant ce quotient en échelle logarithmique. A une profondeur de  $600 \mu\text{m}$ , le gain en rapport de Strehl est d'un facteur 50 en moyenne voire 100 par endroit. En supposant que l'intensité totale  $\sum_{\tilde{\mathbf{r}}_{in}} |D_{\mathbf{r}\mathbf{r}}(\mathbf{r}_{out}, \tilde{\mathbf{r}}_{in})|^2$  (Eq. 5.28) se conserve, l'intensité maximale est donc jusqu'à 100 fois plus forte :

$$\frac{S_c}{S} \sim e^{\frac{2\Delta z}{l_s}} \quad (5.40)$$

où  $\Delta z$  est le gain en profondeur. Théoriquement, un gain d'un facteur 100 en ordre de grandeur permettrait d'allonger la profondeur de pénétration d'une distance  $\Delta z = 2 - 3l_s$ .

Le libre parcours moyen a aussi été évalué en calculant le gradient de l'intensité avec la profondeur (Fig. 5.20 e.). En effet, en négligeant les phénomènes d'absorption dans les tissus biologiques [103], l'intensité confocale décroît en  $e^{-2z/l_s}$  [50]. En calculant la dérivée logarithmique, on peut déterminer localement

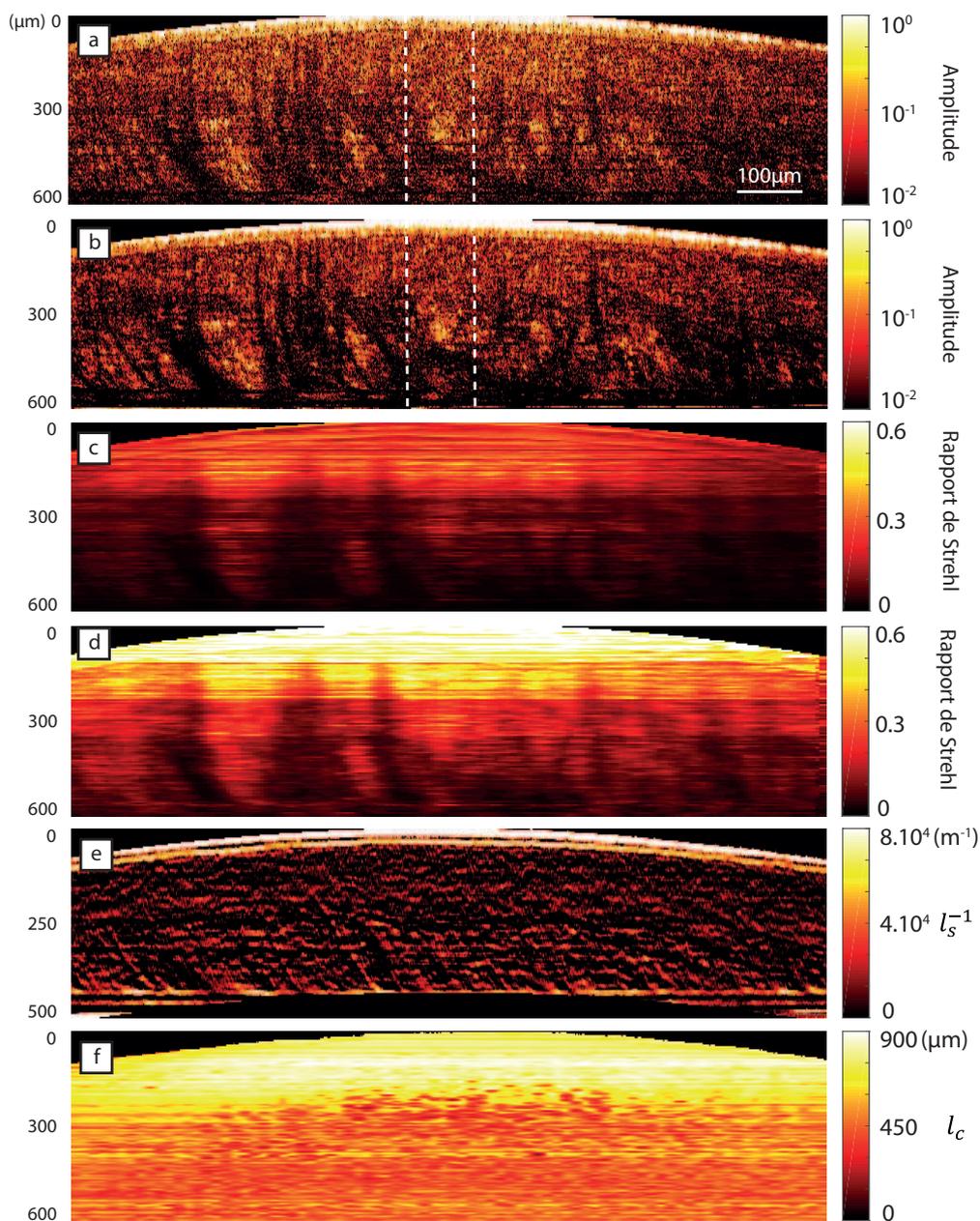


FIGURE 5.20 – Résultats de la correction des aberrations pour différentes profondeurs dans la cornée de singe. a) Module de l'image FFOCT corrigée et b) fonction d'étalement moyenne pour une correction en entrée. c) Module de l'image FFOCT corrigée et d) fonction d'étalement moyenne pour une correction en entrée et en sortie.

le libre parcours moyen. Cette quantité permet de mettre en évidence des inhomogénéités d'indice dans la cornée. En effet, sur une épaisseur de  $100\mu\text{m}$  en dessous de la surface de la cornée, correspondant à l'épithélium, le libre parcours

## 5.6 Conclusion

moyen est estimée à  $25\ \mu\text{m}$  tandis que sur l'ensemble de la cornée, le libre parcours moyen est d'environ  $l_s = 120\ \mu\text{m}$ . La résolution est nettement meilleure qu'en tomographie optique diffuse puisque l'on s'intéresse à la décroissance de la partie balistique plutôt que celle de la partie diffuse. En plus d'imager, nous avons maintenant un instrument précis de mesure de l'opacité.

L'aire d'isoplanétisme a été évaluée de la même manière que dans la section précédente en extrayant localement les vecteurs  $\mathbf{U}_1$  pour chaque sous région de l'objet. En calculant les corrélations interzones (Eq. 5.39), on peut estimer localement la largeur de la fonction d'autocorrélation  $f$  et déterminer le paramètre  $l_c$  (Fig. 5.20 f.). Ce paramètre nous permet de distinguer deux zones : la première située juste sous la cornée où les aberrations sont dominés par les effets de la géométrie sphérique de la cornée et au delà de  $300\ \mu\text{m}$  où s'ajoute les effets des inhomogénéités des couches superficielles.

## 5.6 Conclusion

En s'aidant des propriétés d'incohérence de la source de la lumière utilisée (LED), nous avons montré comment accéder à des matrices de réflexion de dimensions bien plus grandes que tout ce qui avait été réalisé jusqu'à présent. Ces dimensions permettent dorénavant d'appliquer la méthode matricielle à l'imagerie d'échantillons en volume avec une précision micrométrique sur des champs de vision et des profondeurs de l'ordre du millimètre. L'application à la correction des aberrations a montré de remarquables résultats en termes de gains de contraste et de rapport de Strehl. Celle-ci permet de doubler la profondeur de pénétration dans les cas que nous avons rencontré. En parallèle, l'approche matricielle permet de réaliser une imagerie quantitative du milieu étudié en dressant une carte d'un ensemble de paramètres permettant de caractériser son opacité et son inhomogénéité. En plus de la simple réflectivité optique, nous avons montré comment évaluer le libre parcours moyen  $l_s$ , la dimensions de la fonction d'étalement  $\delta$ , le rapport de Strehl  $S$ , la longueur de cohérence de la loi d'aberration  $u_c$  et la dimension de l'aire d'isoplanétisme  $l_c$ ; et ceci de manière locale.

Le dispositif expérimental présenté dans ce chapitre a permis de démontrer que l'utilisation d'une source incohérente (LED) nettement moins couteuse qu'un laser femtoseconde, permettait de multiplier la vitesse d'acquisition de matrices de réflexion d'un facteur de l'ordre  $10^3$  tout en obtenant des gains similaires en terme de contraste et de résolution. Ces résultats ouvrent la voie vers l'application de l'approche matricielle à des expériences d'imagerie *in vivo*.

## CHAPITRE 5 : *Approche matricielle de l'OCT plein champ*

# Conclusion et perspectives

Initialement, les objectifs de cette thèse portaient la proposition d'un formalisme analytique à l'approche matricielle de l'imagerie en réflexion et à l'extension expérimentale de cette approche au domaine de l'OCT plein champ afin de pouvoir bénéficier des grands champs de vision qu'offre cette technique tout en optimisant les temps de mesure de matrice de réflexion.

Le chapitre d'introduction a permis de poser les bases nécessaires à la compréhension des concepts d'imagerie optique. Il a permis également de décrire l'état de l'art de l'approche matricielle de la propagation des ondes lumineuses en milieux complexes. Cette dernière n'ayant été que très peu appliquée à l'imagerie en réflexion, il était important de pouvoir construire un formalisme rigoureux afin de modéliser les effets des aberrations sur les éléments de la matrice de réflexion (Chap. 2). La particularité de l'approche présentée tout au long du manuscrit est qu'elle repose sur un nouvel opérateur matriciel : la matrice distorsion (Chap. 3). Celui-ci permet de discriminer l'effet des aberrations des effets de la diffraction. Le formalisme développé a ainsi permis d'appliquer l'analyse matricielle à la correction des aberrations mais aussi à la quantification de paramètres statistiques des inhomogénéités du milieu. Afin d'étendre cette approche à des champs de vision millimétriques, nous avons eu recours à la configuration plein champ permise par un éclairage spatialement et temporellement incohérent associé à une mesure interférométrique du champ réfléchi. Cette étude de l'incohérence spatiale du champ incident (Chap. 4) nous a permis de mieux comprendre les phénomènes physiques en jeu en OCT plein champ, notamment sur la manière dont les aberrations se manifestent dans ce cas. Au dernier chapitre, nous avons finalement associé l'approche matricielle à l'imagerie interférométrique sous éclairage incohérent afin de construire une approche matricielle de l'OCT plein champ. Nous avons ainsi pu nous intéresser à la correction des aberrations dans le cadre de l'imagerie de tissus biologique en volume. En plus d'augmenter le rapport de Strehl d'un facteur 100 et ainsi doubler la profondeur de pénétration de l'OCT plein champ, l'approche matricielle permet une imagerie quantitative du milieu étudié. La décroissance de l'intensité confocale avec la profondeur permet de quantifier l'opacité du milieu en dressant une carte du libre parcours moyen de diffusion  $l_s$ . L'étude matricielle des aberrations permet de quantifier l'amplitude des fluctuations de l'indice optique ainsi que leur distribution spatiale (aire d'isoplanétisme). Ces résultats ouvrent ainsi la voie à l'imagerie quantitative en OCT

plein champ.

La grande question qui persiste à la fin de cette thèse reste de savoir quels tissus biologiques permettent d'atteindre le régime de réflexion diffuse. Ce dernier offre potentiellement un pouvoir de correction maximal. Bien qu'il n'ait pas été observé en optique, l'étude menée sur la matrice distorsion dans ce régime a permis d'appliquer la méthode de correction développée à d'autres domaines de la physique. En acoustique, William Lambert l'applique à l'imagerie échographique pour laquelle les diffuseurs des tissus qu'il image sont de dimensions bien inférieures à la longueur d'onde des ultrasons. En sismologie, Thibaud Blondel utilise la correction en régime de réflexion diffuse pour l'imagerie sismique. Une autre manière d'atteindre ce régime en optique serait de considérer l'imagerie de milieux dynamiques *in vivo*. La décorrélation temporelle du milieu à imager permettrait de créer artificiellement un objet dont la réflectivité serait décorrélée spatialement.

Dans le cadre de la thèse de Paul Balondrade, il est question d'étendre l'application de la matrice distorsion à la focalisation dans des milieux complexes comme des tissus biologiques en la combinant à une approche d'optique adaptative. La détermination de la loi d'aberration pourrait se faire en balayant une aire d'isoplanétisme dans laquelle le régime de réflexion diffuse est supposé, mais aussi en mettant à profit les propriétés de décorrélation temporelle du milieu à imager. Une fois déterminée, cette loi permettrait de compenser les aberrations en entrée et en sortie du système optique afin d'optimiser la focalisation dans des tissus biologiques à des fins thérapeutiques.

Un autre aspect de sa thèse résidera dans la mise au point d'un dispositif expérimental de mesure de matrices de réflexion inspiré des techniques d'OCT plein champ utilisant une source à balayage. Cette dernière technique s'est déjà révélée prometteuse dans l'imagerie d'échantillon en volume puisqu'elle permet d'atteindre la résolution axiale dont bénéficie l'OCT de Fourier (SD-OCT) tout en profitant de la configuration d'éclairage de l'OCT plein champ. Cette technique permettrait de tendre vers une approche matricielle d'imagerie qualitative et quantitative *in vivo*.

# Annexe A

## Convergence des matrices de corrélation

### Sommaire

---

A.1 Introduction . . . . .	171
A.2 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion spéculaire . . . . .	172
A.3 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion diffuse . . . . .	177

---

### A.1 Introduction

Cet annexe propose une démonstration des conditions sous lesquelles les matrices des corrélations **B** et **C** convergent vers leurs matrices de covariance respectives. Les démonstrations reposent sur l'hypothèse que la fonction de transfert  $A = A(\mathbf{u}, \mathbf{r})$  est une variable aléatoire complexe gaussienne centrée (de moyenne nulle). De plus, elle est supposée corrélée spatialement dans le plan pupille repéré par la coordonnée  $\mathbf{u}$  et dans le plan focal repéré par la coordonnée  $\mathbf{r}$ . Les corrélateurs respectifs sont notés  $g$  (Eq. 2.11) et  $f$  (Eq. 2.14). L'hypothèse supplémentaire est qu'il n'existe cependant pas de corrélation entre les coordonnées du plan pupille et du plan focal ce qui est discutable. La particularité des variables aléatoires gaussiennes centrées est qu'elles sont faciles à manipuler. Nous invoquerons le théorème de Wick afin de développer l'espérance d'un produit de variables aléatoires gaussiennes selon la formule suivante [104] :

$$\langle X_1 X_2 X_3 X_4 \rangle = \langle X_1 X_2 \rangle \langle X_3 X_4 \rangle + \langle X_1 X_3 \rangle \langle X_2 X_4 \rangle + \langle X_1 X_4 \rangle \langle X_2 X_3 \rangle \quad (\text{A.1})$$

où  $(X_1, X_2, X_3, X_4)$  sont quatre variables aléatoires gaussiennes centrées potentiellement corrélées. Nous utiliserons cette propriété pour faire intervenir les corrélateurs de la fonction de transfert dans le calcul des matrices de covariance. Nous ferons aussi intervenir le corrélateur  $\gamma$  (Eq. 3.11) de la réflectivité de l'objet.

Afin de déterminer les conditions de convergence des matrices  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  vers les matrices de covariances respectives  $\langle \mathbf{B} \rangle$  et  $\langle \mathbf{C} \rangle$ , nos démonstrations reposeront sur des principes d'estimation des variances respectives :

$$\langle |\delta \mathbf{B}|^2 \rangle = \langle |\mathbf{B}|^2 \rangle - |\langle \mathbf{B} \rangle|^2 \quad (\text{A.2})$$

$$\langle |\delta \mathbf{C}|^2 \rangle = \langle |\mathbf{C}|^2 \rangle - |\langle \mathbf{C} \rangle|^2 \quad (\text{A.3})$$

L'idée sera donc d'estimer ces quantités et de définir ensuite les conditions sous lesquelles ces quantités sont respectivement négligeables devant  $|\langle \mathbf{B} \rangle|^2$  et  $|\langle \mathbf{C} \rangle|^2$ .

## A.2 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion spéculaire

### A.2.1 Conditions de convergence de la matrice $\mathbf{C}$ vers sa matrice de covariance

Dans l'hypothèse de régime spéculaire, les éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  prennent la forme suivante :

$$\mathbf{C}(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) = \frac{1}{N_u^2} \rho(-\mathbf{r}_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}'_{in}) \sum_{\mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \quad (\text{A.4})$$

Cette matrice peut être vue comme un estimateur de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle = \langle \mathbf{D}_{ur} \mathbf{D}_{ur}^\dagger \rangle$  où la moyenne porte sur l'ensemble des réalisations de la loi d'aberration ayant les mêmes propriétés statistiques. On peut alors décomposer la matrice  $\mathbf{C}$  de la façon suivante :

$$\mathbf{C} = \langle \mathbf{C} \rangle + \delta \mathbf{C} \quad (\text{A.5})$$

où  $\delta \mathbf{C}$  est l'erreur par rapport à l'estimation. Afin de quantifier cet écart, il faut calculer la variance des éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  :

$$\langle |\delta \mathbf{C}|^2 \rangle = \langle |\mathbf{C} - \langle \mathbf{C} \rangle|^2 \rangle = \langle |\mathbf{C}|^2 \rangle - |\langle \mathbf{C} \rangle|^2 \quad (\text{A.6})$$

Afin de faciliter la lecture des équations, on pose :

$$\tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) = A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \quad (\text{A.7})$$

et :

$$\Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) = \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}_{out}} \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \quad (\text{A.8})$$

Calculer la variance des éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  revient à calculer la variance de cette dernière quantité. Pour cela, il faut déjà estimer l'espérance des éléments

## A.2 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion spéculaire

$\Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})$ . En utilisant l'indépendance entre :

$$\begin{aligned}
 \langle \Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \right\rangle \\
 &= \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}_{out}} \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \langle A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\
 &= \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}_{out}} f^2 (\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \\
 &= f^2 (\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \tag{A.9}
 \end{aligned}$$

ou autrement formulé :

$$|\langle \Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle|^2 = f^4 (\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \tag{A.10}$$

Ensuite, il convient de calculer l'espérance du module carré des éléments  $\Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})$  :

$$\begin{aligned}
 \langle |\Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle &= \frac{1}{N_u^4} \left\langle \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \right\rangle \\
 &= \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\
 &= \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \langle \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\
 &\quad + \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \langle \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \tag{A.11}
 \end{aligned}$$

Le premier facteur du premier terme de la somme se simplifie de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle &= \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\
 &= \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \langle A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\
 &= f^2 (\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \tag{A.12}
 \end{aligned}$$

De même pour le deuxième facteur du premier terme :

$$\langle \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle = f^2 (\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \tag{A.13}$$

Par contre, le deuxième terme de la somme de l'équation A.11 ne se comporte pas de la même manière. En effet :

$$\begin{aligned}
 \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle &= \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(-\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \\
 &= \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \langle A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(-\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \\
 &\quad + \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(-\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \langle A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \\
 &= g^2 (\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2 (\|\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}\|) \tag{A.14}
 \end{aligned}$$

De la même façon, le deuxième facteur du deuxième terme de la somme s'écrit :

$$\langle \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle = g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2(\|\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}\|) \quad (\text{A.15})$$

Finalement, chaque somme portant sur  $N_u^2$  termes, l'expression de l'équation A.11 se ramènent à :

$$\begin{aligned} \langle |\Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle &= \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} f^4(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) + \left( g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2(\|\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}\|) \right)^2 \\ &= f^4(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) + \frac{1}{N_u^4} \sum_{\Delta \mathbf{u}_{out}, \Delta \mathbf{u}'_{out}} \left( g^2(\|\Delta \mathbf{u}_{out}\|) + g^2(\|\Delta \mathbf{u}'_{out}\|) \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

après avoir fait le changement de variable  $\Delta \mathbf{u}_{out} = \mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}$  et  $\Delta \mathbf{u}'_{out} = \mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}$ . La justification d'un tel changement de variable vient du fait que la fonction  $g$  est à support fini dans la mesure où on suppose  $\mathcal{D} > u_c$  (le cas contraire étant une absence d'aberrations). Dans ce cas-là, les bornes ne contraignent plus ce changement d'indice et la sommation peut se faire indépendamment sur  $\Delta \mathbf{u}_{out}$  et sur  $\Delta \mathbf{u}'_{out}$ . La double somme peut encore se simplifier :

$$\begin{aligned} &\sum_{\Delta \mathbf{u}_{out}, \Delta \mathbf{u}'_{out}} \left( g^2(\|\Delta \mathbf{u}_{out}\|) + g^2(\|\Delta \mathbf{u}'_{out}\|) \right)^2 \\ &= \sum_{\Delta \mathbf{u}_{out}, \Delta \mathbf{u}'_{out}} g^4(\|\Delta \mathbf{u}_{out}\|) + g^4(\|\Delta \mathbf{u}'_{out}\|) + 2 \left( \sum_{\Delta \mathbf{u}_{out}} g^2(\|\Delta \mathbf{u}_{out}\|) \right)^2 \\ &= 2 \left( \sum_{\Delta \mathbf{u}_{out}, \Delta \mathbf{u}'_{out}} g^4(\|\Delta \mathbf{u}_{out}\|) \right) + 2 \left( \sum_{\Delta \mathbf{u}_{out}} g^2(\|\Delta \mathbf{u}_{out}\|) \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

La largeur caractéristique de la fonction  $g$  étant donnée par la quantité  $u_c$ , celle de la fonction  $g^2$  est de  $u_c / \sqrt{2}$ , celle de  $g^4$  est de  $u_c / 2$  etc., il est possible d'estimer ces dernières sommes :

$$\frac{1}{N_u^4} \sum_{\Delta \mathbf{u}_{out}, \Delta \mathbf{u}'_{out}} \left( g^2(\|\Delta \mathbf{u}_{out}\|) + g^2(\|\Delta \mathbf{u}'_{out}\|) \right)^2 \sim \left( \frac{u_c}{\mathcal{D}} \right)^2 + \left( \frac{u_c}{\mathcal{D}} \right)^4 \quad (\text{A.18})$$

Ainsi, en soustrayant l'expression A.10 à l'équation A.16, et en injectant l'expression A.18, la variance des éléments  $\Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})$  s'écrit alors :

$$\langle |\delta \Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle \sim \left( \frac{u_c}{\mathcal{D}} \right)^2 + \left( \frac{u_c}{\mathcal{D}} \right)^4 \quad (\text{A.19})$$

Dans la mesure où  $\mathcal{D} > u_c$ , le deuxième terme sera négligé par rapport au premier et cette erreur décroît comme l'inverse de  $N_a$  (Eq. 3.25), nombre d'aires de cohérence de l'aberration vue depuis le plan pupille. Lorsque  $N_a \gg 1$ , les éléments  $\Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in})$  (Eq. A.2.1) convergent vers  $\langle \Phi(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle$  (Eq. A.9). En d'autres termes, la matrice  $\mathbf{C}$  tend vers la matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$  :

$$\langle \mathbf{C}(\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle = \rho(-\mathbf{r}_{in}) \langle \Phi(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \rho^*(-\mathbf{r}'_{in}) \quad (\text{A.20})$$

où  $\langle \Phi(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in}) \rangle$  est défini à l'équation A.9.

## A.2 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion spéculaire

### A.2.2 Conditions de convergence de la matrice $\mathbf{B}$ vers sa matrice de covariance

Dans l'hypothèse de régime spéculaire, les éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  prennent la forme suivante :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(-\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(-\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \quad (\text{A.21})$$

Cette matrice peut être vue comme une estimation de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle = \langle \mathbf{D}_{ur}^\dagger \mathbf{D}_{ur} \rangle$ , où la moyenne est une moyenne d'ensemble sur l'ensemble des réalisations de la réflectivité de l'objet et de la loi d'aberration ayant les mêmes propriétés statistiques. Elle peut donc se décomposer ainsi :

$$\mathbf{B} = \langle \mathbf{B} \rangle + \delta \mathbf{B} \quad (\text{A.22})$$

où  $\delta \mathbf{B}$  est l'erreur par rapport à l'estimation. Afin de quantifier cet écart, il faut calculer la variance des éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  :

$$\langle |\delta \mathbf{B}|^2 \rangle = \langle |\mathbf{B} - \langle \mathbf{B} \rangle|^2 \rangle = \langle |\mathbf{B}|^2 \rangle - |\langle \mathbf{B} \rangle|^2 \quad (\text{A.23})$$

En conservant les notations de l'équation A.7, du fait de l'indépendance entre la réflectivité et la loi d'aberration, l'expression de l'espérance des coefficients de la matrice  $\mathbf{B}$  s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \right\rangle \\ &= \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} \langle |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 \rangle \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

En utilisant le résultat de l'équation A.14, cette expression se simplifie :

$$\langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle = \langle |\rho|^2 \rangle \left( g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2(\|\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}\|) \right) \quad (\text{A.25})$$

et mise au carré :

$$|\langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle|^2 = \langle |\rho|^2 \rangle^2 \left( g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2(\|\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}\|) \right)^2 \quad (\text{A.26})$$

Ensuite, l'expression de l'espérance du module carré des coefficients de la matrice  $\mathbf{B}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle |B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 |\rho(-\mathbf{r}'_{in})|^2 \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \right\rangle \\ &= \frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \langle |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 |\rho(-\mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

## CHAPITRE A : Convergence des matrices de corrélation

Si l'objet est considéré comme presque constant, comme une mire de résolution positive par exemple, alors :

$$\langle |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 |\rho(-\mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle = \langle |\rho|^2 \rangle^2 \quad (\text{A.28})$$

En injectant les résultats obtenus aux équations A.12 et A.14, la moyenne d'ensemble sur le produit des loi d'aberration de l'équation A.27 prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \langle \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \tilde{A}(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \tilde{A}^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\ &= \left( g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2(\|\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}\|) \right)^2 + f^4(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Si la réflectivité de l'objet est une variable complexe gaussienne à moyenne nulle alors, en utilisant les propriétés d'autocorrélation de la réflectivité, la première moyenne d'ensemble sur le produit des réflectivités de l'équation A.27 se simplifie de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \langle |\rho(-\mathbf{r}_{in})|^2 |\rho(-\mathbf{r}'_{in})|^2 \rangle &= \langle \rho(-\mathbf{r}_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}_{in}) \rho(-\mathbf{r}'_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}'_{in}) \rangle \\ &= \langle \rho(-\mathbf{r}_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}_{in}) \rangle \langle \rho(-\mathbf{r}'_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}'_{in}) \rangle \\ &+ \langle \rho(-\mathbf{r}_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}'_{in}) \rangle \langle \rho(-\mathbf{r}'_{in}) \rho^*(-\mathbf{r}_{in}) \rangle \\ &= \langle |\rho|^2 \rangle^2 \left( 1 + \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Dans ce cas là, en sommant le produit des deux équations A.30 et A.29 sur les coordonnées  $\mathbf{r}_{in}$  et  $\mathbf{r}'_{in}$  puis en soustrayant l'expression du carré de l'espérance des éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  (Eq. A.27), on obtient :

$$\begin{aligned} \langle |\delta B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle &= \frac{\langle |\rho|^2 \rangle^2}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} f^4(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \left( 1 + \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \right) \\ &+ \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \left( g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2(\|\mathbf{u}_{out} + \mathbf{u}'_{out}\|) \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

La largeur de la fonction  $\gamma$  est donnée par le paramètre  $L$  et celui de la fonction  $f$  par le paramètre  $l_c$ . Dans la mesure où  $1 + \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \leq 2$ , on peut établir que :

$$\frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} f^4(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \left( 1 + \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \right) \sim \left( \frac{l_c}{\mathcal{A}} \right)^2 \quad (\text{A.32})$$

De la même manière :

$$\frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \sim \left( \frac{L}{\mathcal{A}} \right)^2 \quad (\text{A.33})$$

### A.3 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion diffuse

Finalelement, l'erreur tend vers 0 quand les deux conditions  $N_a \gg 1$  et  $N_r \gg 1$  sont réunies. Si l'objet est considéré comme constant, alors l'expression de la variance des éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  prend une forme bien plus simple :

$$\langle |\delta B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle \sim \left( \frac{l_c}{\mathcal{A}} \right)^2 \quad (\text{A.34})$$

Et dans ce cas, la convergence de la matrice  $\mathbf{B}$  vers la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  (Eq. A.25) est garantie dès lors que  $N_a \gg 1$ .

## A.3 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion diffuse

### A.3.1 Conditions de convergence de la matrice $\mathbf{B}$ vers sa matrice de covariance

#### Cas isoplanétique

Dans un cas isoplanétique, les éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  prennent la forme suivante :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}_{in}} \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - \mathbf{u}'_{out} \cdot (\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}))} \quad (\text{A.35})$$

En faisant les changements d'indice  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}$  et  $\mathbf{r}'_1 = \mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}$ , l'expression A.35 devient :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_{in}} \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) a(\mathbf{r}_1) a^*(\mathbf{r}'_1) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{u}'_{out} \cdot \mathbf{r}'_1)} \quad (\text{A.36})$$

La somme sur  $\mathbf{r}_{in}$  ne fait maintenant intervenir que la réflectivité. Posons :

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) = \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \quad (\text{A.37})$$

où  $N_x^2$  est le nombre de termes de la somme. Cette quantité peut être vue comme une estimation de la fonction d'autocorrélation  $\gamma = \langle \Gamma \rangle$  de la réflectivité de l'objet. Afin d'étudier la convergence des éléments  $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)$  vers  $\gamma(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1|)$ , il faut estimer la variance de cette quantité :

$$\langle |\delta \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)|^2 \rangle = \langle |\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)|^2 \rangle - |\langle \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) \rangle|^2 \quad (\text{A.38})$$

Le premier terme de l'équation A.38 s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \langle |\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)|^2 \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_{in}) \rho(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_{in}) \right\rangle \\
 &= \frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \langle \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_{in}) \rho(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\
 &= \frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \langle \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \rangle \langle \rho^*(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_{in}) \rho(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\
 &\quad + \langle \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_{in}) \rangle \langle \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_{in}) \rangle \quad (\text{A.39})
 \end{aligned}$$

En utilisant la définition de l'autocorrélation de la réflectivité de l'objet donnée à l'équation 3.11, l'équation A.39 se simplifie :

$$\begin{aligned}
 \langle |\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)|^2 \rangle &= \frac{\langle |\rho|^2 \rangle^2}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \gamma^2(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) + \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \\
 &= \langle |\rho|^2 \rangle^2 \gamma^2(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) + \frac{\langle |\rho|^2 \rangle}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \quad (\text{A.40})
 \end{aligned}$$

La largeur caractéristique de la fonction  $\gamma$  étant donnée par le paramètre  $L$ . Sous l'hypothèse que  $N_x \gg 1$ , la somme apparaissant dans l'équation A.40 peut être estimée ainsi :

$$\frac{\langle |\rho|^2 \rangle^2}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} \gamma^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \sim \left( \frac{L}{\mathcal{A}} \right)^2 \quad (\text{A.41})$$

où  $\mathcal{A}$  est la dimension latérale du champ de vision. L'espérance des éléments  $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)$  donne :

$$\begin{aligned}
 \langle \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \right\rangle \\
 &= \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} \langle \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \rangle \\
 &= \frac{\langle |\rho|^2 \rangle}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} \gamma(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) \\
 &= \langle |\rho|^2 \rangle \gamma(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) \quad (\text{A.42})
 \end{aligned}$$

ou autrement formulé :

$$\langle |\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)|^2 \rangle = \langle |\rho|^2 \rangle^2 \gamma^2(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) \quad (\text{A.43})$$

Ce qui démontre bien que  $\gamma = \langle \Gamma \rangle$ . Finalement en soustrayant cette expression à l'équation A.40, il est possible d'estimer la variance des éléments  $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)$  donnée par l'équation A.38 :

$$\langle |\delta\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1)|^2 \rangle \sim \left( \frac{L}{\mathcal{A}} \right)^2 \quad (\text{A.44})$$

### A.3 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion diffuse

Cette erreur décroît comme l'inverse du nombre  $N_r$  (Eq. 3.44) d'aires de cohérence de la réflectivité de l'objet. Dans le cas d'une réflexion diffuse ( $N_r \gg 1$ ), il est donc possible d'approcher la quantité  $\Gamma$  par la fonction d'autocorrélation  $\gamma$ . Les éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  (Eq. A.36) tendent alors vers les éléments de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  :

$$\langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle = \langle |\rho|^2 \rangle A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1} \gamma(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1|) a(\mathbf{r}_1) a^*(\mathbf{r}'_1) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{u}'_{out} \cdot \mathbf{r}'_1)} \quad (\text{A.45})$$

Dans l'hypothèse de réflexion diffuse, l'échelle de fluctuation spatiale de la réflectivité de l'objet est supposée très petite devant l'échelle de fluctuation spatiale de la tache focale ( $L \ll \delta$ ). Dans ce cas, l'expression A.45 prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle &= \langle |\rho|^2 \rangle A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}} |a(\mathbf{r})|^2 e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \cdot \mathbf{r}} \\ &= \langle |\rho|^2 \rangle A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{u}} A(\mathbf{u} + (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})) A^*(\mathbf{u}) \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Une dernière étape dans la simplification des éléments de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  est de considérer la somme de l'équation A.46 comme une estimation de la fonction d'autocorrélation  $g$  de l'aberration vue depuis le plan pupille. Posons :

$$G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}} A(\mathbf{u} + (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})) A^*(\mathbf{u}) \quad (\text{A.47})$$

où  $N_u^2$  est le nombre de cellules de résolution dans le plan pupille. Cette quantité peut être vue comme une estimation de la fonction d'autocorrélation  $g = \langle G \rangle$ . Afin d'étudier la convergence des éléments  $G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})$  vers  $g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|)$ , il faut estimer la variance de cette quantité :

$$\langle |\delta G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle = \langle |G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle - |\langle G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \rangle|^2 \quad (\text{A.48})$$

En utilisant les résultats de manière analogue aux équations A.39 et A.40, le premier terme de l'équation A.48 s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \langle |G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle &= \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{u}, \mathbf{u}'} g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + g^2(\|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|) \\ &= g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) + \frac{1}{N_x^4} \sum_{\mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}'_{in}} g^2(\|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|) \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

La largeur caractéristique de la fonction  $g$  étant donnée par le paramètre  $u_c$ , la somme apparaissant dans l'équation A.49 peut être estimée :

$$\frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{u}, \mathbf{u}'} g^2(\|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|) \sim \left( \frac{u_c}{D} \right)^2 \quad (\text{A.50})$$

où  $\mathcal{D}$  est la dimension latérale du diaphragme dans le plan pupille. L'espérance des éléments  $G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})$  donne :

$$\begin{aligned}
 \langle G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}} A(\mathbf{u} + (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})) A^*(\mathbf{u}) \right\rangle \\
 &= \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}} \langle A(\mathbf{u} + (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})) A^*(\mathbf{u}) \rangle \\
 &= \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}} g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) \\
 &= g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|)
 \end{aligned} \tag{A.51}$$

ou autrement formulé :

$$\langle |G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle = g^2(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) \tag{A.52}$$

Finalement en soustrayant cette expression à l'équation A.49, il est possible d'estimer la variance des éléments  $G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})$  donnée par l'équation A.48 :

$$\langle |\delta G(\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out})|^2 \rangle \sim \left( \frac{u_c}{\mathcal{D}} \right)^2 \tag{A.53}$$

Cette erreur décroît comme l'inverse du nombre  $N_a$  d'aires de cohérence de l'aberration vue depuis le plan pupille. Finalement, lorsque  $N_a \gg 1$ , les éléments de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{B} \rangle$  (Eq. A.46) prennent la forme suivante :

$$\langle B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) \rangle = A(\mathbf{u}_{out}) g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \tag{A.54}$$

La diagonalisation de cette matrice repose ensuite sur des analyses spectrales qui ont fait l'objet de nombreuses études [82,83,85–87]. Le nombre de valeurs propres significatives est donné par le paramètre  $N_a$ . Les vecteurs propres  $(\mathbf{U}_i)_{i \in \llbracket 1, N_a \rrbracket}$  de  $\langle \mathbf{B} \rangle$  sont le produit des solutions  $(\mathbf{W}_i)_{i \in \llbracket 1, N_a \rrbracket}$  de l'équation intégrales dont  $g$  est le noyau et de  $A(\mathbf{u}_{out})$ .

### Analogie avec le cas de l'objet ponctuel

Dans le cas où l'objet est un diffuseur ponctuel situé à la coordonnée  $\mathbf{r}_0$  du plan échantillon repéré par la coordonnée  $\mathbf{r}$ , la réflectivité de celui-ci s'écrit :

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \tag{A.55}$$

En supposant l'isoplanétisme et en réinjectant cet expression dans l'équation A.35, les éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  prennent la forme suivante :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} A(\mathbf{u}_{out}) A^*(\mathbf{u}'_{out}) \sum_{\mathbf{r}_{in}} |\rho_0|^2 |a(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{in})|^2 e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \cdot (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{in})} \tag{A.56}$$

### A.3 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion diffuse

Lorsque  $\|\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_{in}\| > \delta$ , la fonction  $|a|^2$  tend vers 0. Un changement de variable permet de parvenir à l'équation A.46 (première ligne) obtenue dans la section précédente et si le nombre de points de focalisation est suffisant pour échantillonner la tache focale  $|a|^2$ , alors il est possible d'identifier la somme à une transformée de Fourier discrète. Sous l'hypothèse de convergence de la somme sur  $\mathbf{u}$  vers la fonction d'autocorrélation  $g$ , les éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  s'identifient donc à ceux de la matrice de covariance dans un régime de réflexion diffuse.

#### Cas général

En considérant maintenant une multitude d'aires d'isoplanétisme, l'écriture des éléments de la matrice  $\mathbf{B}$  donne :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') \\ a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}') e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - \mathbf{u}'_{out} \cdot (\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}))} \quad (\text{A.57})$$

Dans un premier temps, l'hypothèse est faite que la tache focale est entièrement comprise dans l'aire d'isoplanétisme ( $\delta < l_c$ ), ainsi :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') \\ a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - \mathbf{u}'_{out} \cdot (\mathbf{r}' + \mathbf{r}_{in}))} \quad (\text{A.58})$$

En réalisant le même changement de variable que dans le cas isoplanétique, l'expression devient :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) \\ a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_{in}) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{u}'_{out} \cdot \mathbf{r}'_1)} \\ = \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1} \Gamma_2(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} (\mathbf{u}_{out} \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{u}'_{out} \cdot \mathbf{r}'_1)} \quad (\text{A.59})$$

où l'on a posé :

$$\Gamma_2(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) = \frac{1}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \rho(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{in}) \rho^*(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}_{in}) a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_{in}) \quad (\text{A.60})$$

La somme sur les  $\mathbf{r}_{in}$  porte cette fois-ci sur les lois d'aberration et taches focales selon leurs deuxièmes variables et sur la réflectivité de l'objet. La fonctions  $A$  et  $a$

sont corrélées mais statistiquement indépendantes de la fonction  $\rho$ . En appliquant le même raisonnement que dans le cas isoplanétique, si  $N_r \gg 1$ , alors on peut approcher cette somme par la quantité suivante :

$$\Gamma_2(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) = \frac{\langle |\rho|^2 \rangle}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}_{in}) \gamma(\|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1\|) \quad (\text{A.61})$$

La largeur caractéristique  $L$  de la fonction  $\gamma$  est, dans le cas de la réflexion diffuse, bien plus faible que la dimension  $\delta$  de la tache focale. Dans ce cas, la fonction  $\Gamma_2$  se simplifie ainsi :

$$\Gamma_2(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) = \frac{\langle |\rho|^2 \rangle}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) |a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_{in})|^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1) \quad (\text{A.62})$$

En réinjectant cette expression dans l'équation A.59, on obtient :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = \frac{\langle |\rho|^2 \rangle}{N_x^2} \sum_{\mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \sum_{\mathbf{u}} A(\mathbf{u} + (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}), \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}, \mathbf{r}_{in}) \quad (\text{A.63})$$

Lorsque  $N_a \gg 1$ , on peut approcher la somme sur  $\mathbf{u}$  par la fonction d'autocorrélation  $g$  de l'aberration qui ne dépend pas  $\mathbf{r}_{in}$  puisque l'aberration est supposée statistiquement invariante par translation dans le plan de l'échantillon :

$$B(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}) = g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|) \sum_{\mathbf{r}_{in}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) \quad (\text{A.64})$$

Dans ce cas là, une diagonalisation de la matrice  $\mathbf{B}$  ne permet pas d'obtenir la loi d'aberration. Une solution est de subdiviser le champ de vision afin de se ramener à un cas isoplanétique local.

### A.3.2 Conditions de convergence de la matrice $\mathbf{C}$ vers sa matrice de covariance

Afin de déterminer la dimension des aires d'isoplanétisme en régime de réflexion diffuse, il faut s'intéresser à la matrice  $\mathbf{C}$ . Ses éléments s'expriment dans le cas général de la façon suivante :

$$C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in}) = \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}') e^{-i \frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot ((\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}))} \quad (\text{A.65})$$

### A.3 Convergence des matrices de corrélation en régime de réflexion diffuse

Sous l'hypothèse que  $\delta < l_c$ , les éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in}) &= \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') \\ &\quad a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{out} \cdot ((\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}))} \end{aligned} \quad (\text{A.66})$$

Afin d'étudier les conditions de convergence de cette matrice vers sa matrice de covariance, il faut écrire la variance de ses éléments. Au préalable, nous écrivons l'espérance de son module carré :

$$\begin{aligned} \langle |C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in})|^2 \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{out} \cdot ((\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}))} \right. \\ &\quad \left. \sum_{\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{u}'_{out}} A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rho^*(\mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}'_1) a^*(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a(\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in}) e^{i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}'_{out} \cdot ((\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_{in}))} \right\rangle \\ &= \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1, \mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} \langle \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') \rho^*(\mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}'_1) \rangle \langle a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in}) a^*(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a(\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \\ &\quad A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}_{out} \cdot ((\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}))} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} \mathbf{u}'_{out} \cdot ((\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}'_1 + \mathbf{r}'_{in}))} \end{aligned} \quad (\text{A.67})$$

En régime de réflexion diffuse, nous faisons l'hypothèse que la réflectivité de l'objet est totalement décorrélée spatialement. Ainsi, le facteur faisant intervenir la réflectivité de l'objet se simplifie de la façon suivante :

$$\langle \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') \rho^*(\mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}'_1) \rangle = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1) + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_1) \quad (\text{A.68})$$

Le premier terme permet d'obtenir le module carré de l'espérance des éléments  $\langle |C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in})|^2 \rangle$ . Nous allons ici nous intéresser au deuxième terme puisque c'est lui qui donne accès à la variance :

$$\begin{aligned} \langle |\delta C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in})|^2 \rangle &= \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} \langle |a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in})|^2 |a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in})|^2 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \cdot ((\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}))} \rangle \\ &\quad A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \\ &= \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} \left\langle \left( \sum_{\mathbf{r}} |a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in})|^2 e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_f} (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in})} \right) \left( \sum_{\mathbf{r}'} |a(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in})|^2 e^{i\frac{2\pi}{\lambda_f} (\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}) \cdot (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in})} \right) \right\rangle \\ &\quad A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \end{aligned} \quad (\text{A.69})$$

Les sommes sur  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{r}'$  sont respectivement les transformées de Fourier directe et inverse de la fonction  $|a|^2$ . Sous l'hypothèse  $N_a \gg 1$ , ces sommes s'approchent par la fonction d'autocorrélation  $g$  de la loi d'aberration. Ainsi, l'expression A.69

se simplifie de la façon suivante :

$$\langle |\delta C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in})|^2 \rangle = \frac{1}{N_u^4} \sum_{\mathbf{u}_{out}, \mathbf{u}'_{out}} g(\|\mathbf{u}_{out} - \mathbf{u}'_{out}\|)^2 \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle \quad (\text{A.70})$$

La moyenne dans la somme de l'équation ci-dessus peut se simplifier en faisant intervenir le corrélateur  $f$  :

$$\langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A^*(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}_{in}) A(\mathbf{u}'_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle = f^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \quad (\text{A.71})$$

Finalement, en réinjectant l'équation A.71 dans l'expression A.70, la variance des éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  devient alors :

$$\langle |\delta C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in})|^2 \rangle \propto \left(\frac{u_c}{D}\right)^2 f^2(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \quad (\text{A.72})$$

Finalement, sous l'hypothèse  $N_a \gg 1$ , les éléments de la matrice  $\mathbf{C}$  tendent vers ceux de la matrice de covariance  $\langle \mathbf{C} \rangle$  dont les éléments sont définis ainsi :

$$\begin{aligned} \langle C(\mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}_{in}) \rangle &= \left\langle \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{u}_{out}} A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) \rho(\mathbf{r}) \rho^*(\mathbf{r}') a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}, \mathbf{r}_{in}) a^*(\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}, \mathbf{r}'_{in}) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot ((\mathbf{r} + \mathbf{r}_{in}) - (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'_{in}))} \right\rangle \\ &= \frac{1}{N_u^2} \sum_{\mathbf{u}, \mathbf{u}_{out}} \langle A(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}_{out}, \mathbf{r}'_{in}) A(\mathbf{u}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}', \mathbf{r}'_{in}) \rangle e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in})} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in})} \\ &= \frac{1}{N_u^2} \left( \sum_{\mathbf{u}} \langle A(\mathbf{u}, \mathbf{r}_{in}) A^*(\mathbf{u}, \mathbf{r}'_{in}) \rangle e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f} \mathbf{u}_{out} \cdot (\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in})} \right)^2 \propto \left( f(\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \text{sinc} \left( \frac{2\pi N A}{\lambda f} (\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|) \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{A.73})$$

Finalement, cette matrice est quasiment diagonale puisque ses éléments voient leurs modules tendre rapidement vers 0 quand la quantité  $\|\mathbf{r}_{in} - \mathbf{r}'_{in}\|$  augmente. Elle ne sera pas directement utile à la correction ni même à l'estimation de paramètres statistiques de la fonction de transfert. Il faudra aller chercher l'information relative à ces derniers dans l'écart de la matrice  $\mathbf{C}$  à sa matrice de covariance mis en évidence lors du calcul de la variance des éléments de  $\mathbf{C}$  (Eq. A.72).

## Annexe B

# Effet de la cohérence du champ incident sur la mesure de la matrice de réflexion

Dans le chapitre 5, le champ incident en entrée de l'interféromètre Linnik (Fig. 5.1) est supposé parfaitement incohérent spatialement. Nous allons maintenant analyser les effets de la cohérence partielle de ce champ sur la mesure de la matrice  $\mathbf{D}_{rr}$ . Cette cohérence peut être modélisée à l'aide de la fonction d'autocorrélation (ou cohérence mutuelle)  $\Gamma$  du champ  $E_0(\mathbf{r})$  :

$$\langle E_0(\mathbf{r})E_0^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \rangle = \Gamma(\Delta\mathbf{r}) \quad (\text{B.1})$$

Cette fonction d'autocorrélation peut prendre la forme d'une tâche d'Airy dans le cas où le champ initialement totalement incohérent dans le plan de la source s'est par la suite propagé dans un système à ouverture numérique limitée avant d'entrer dans l'interféromètre de type Linnik. Dans ce cas là, le champ dans le plan source secondaire (Fig. 5.1) peut être considéré comme partiellement cohérent.

Afin d'évaluer l'influence de cette cohérence partielle sur la mesure de  $\mathbf{R}_{rr}$  (et  $\mathbf{D}_{rr}$ ), il faut revenir au calcul des éléments de la matrice de réflexion en intégrant les expressions non simplifiées des champs  $E_a(\mathbf{r})$  et  $E_{ref}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})$ . Le terme d'interférence (Eq. 5.4) s'écrit :

$$\begin{aligned} & \langle E_a(\mathbf{r})E_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \rangle \\ &= \int a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)\rho(\mathbf{r}_1) \left( \iint a(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)a_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} - \mathbf{r}_3)\Gamma(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)d\mathbf{r}_2d\mathbf{r}_3 \right) d\mathbf{r}_1 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Le terme entre parenthèses peut être reformulé sous forme de produits de convo-

CHAPITRE B : *Effet de la cohérence du champ incident sur la mesure de la matrice de réflexion*

lution en réalisant les changements de variables adéquats :

$$\begin{aligned}
 & \iint a(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) a_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} - \mathbf{r}_3) \Gamma(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_2 d\mathbf{r}_3 \\
 &= \int a(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) [a_{ref} \otimes \Gamma](\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} - \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_2 \\
 &= (a(\cdot, \mathbf{r}_1) * [a_{ref} \otimes \Gamma]) (\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} + \mathbf{r}_1) \\
 &= \tilde{a}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \tag{B.3}
 \end{aligned}$$

où  $*$  et  $\otimes$  signifient respectivement le produit de convolution et d'autocorrélation, et où  $\tilde{a}$  est la réponse impulsionnelle effective entre le plan de la source secondaire et le plan échantillon (Fig.5.1) :

$$\tilde{a}(\cdot, \mathbf{r}) = a(\cdot, \mathbf{r}) * (a_{ref} \otimes \Gamma) \tag{B.4}$$

En effet, en réinjectant l'expression B.3 dans l'équation B.2, il vient :

$$\langle E_a(\mathbf{r}) E_{ref}^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \rangle = \int a(\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \rho(\mathbf{r}_1) \tilde{a}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r} + \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1 \tag{B.5}$$

Cette expression est à comparer avec l'équation 5.9 obtenue précédemment. La cohérence partielle du champ en entrée du Linnik est modélisée par une réponse impulsionnelle effective  $\tilde{a}$  en entrée du système optique.

Dans le domaine de Fourier et en notant  $\hat{\Gamma}$  la transformée de Fourier inverse de  $\Gamma$ , l'équation B.3 devient :

$$TF^{-1}(\tilde{a}(\cdot, \mathbf{r}')(\mathbf{u})) = A(\mathbf{u}, \mathbf{r}') \times A_{ref}(\mathbf{u}) \times \hat{\Gamma}^*(\mathbf{u}) \tag{B.6}$$

En général, le champ incident gagne en cohérence en se propageant dans le Michelson à cause de la faible ouverture numérique des composants optiques et la fonction d'autocorrélation est donnée par la tache d'Airy (Eq. 4.9). Dans le cas où l'ouverture numérique du Michelson est plus faible que celle du Linnik alors  $\hat{\Gamma}^* \times A_{ref} = \hat{\Gamma}^*$ . La fonction  $\Gamma$  et donc la cohérence partielle du champ dans le plan de la source jouent le rôle d'un filtre de fréquences spatiales en entrée du système optique.

# Bibliographie

- [1] D. Huang, E. A. Swanson, C. P. Lin, J. S. Schuman, W. G. Stinson, W. Chang, M. R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C. A. Puliafito, *et al.*, *science* **254**, 1178–1181 (1991).
- [2] A. F. Fercher, C. K. Hitzenberger, G. Kamp, and S. Y. El-Zaiat, *Optics communications* **117**, 43–48 (1995).
- [3] A. Dubois, L. Vabre, A.-C. Boccara, and E. Beaurepaire, *Applied optics* **41**, 805–812 (2002).
- [4] M. Wojtkowski, R. Leitgeb, A. Kowalczyk, T. Bajraszewski, and A. F. Fercher, *Journal of biomedical optics* **7**, 457–464 (2002).
- [5] A. Dubois, K. Grieve, G. Moneron, R. Lecaque, L. Vabre, and C. Boccara, *Applied optics* **43**, 2874–2883 (2004).
- [6] K. Grieve, A. Dubois, M. Simonutti, M. Paques, J. Sahel, J.-F. Le Gargasson, and C. Boccara, *Optics Express* **13**, 6286–6295 (2005).
- [7] B. Považay, A. Unterhuber, B. Hermann, H. Sattmann, H. Arthaber, and W. Drexler, *Optics Express* **14**, 7661–7669 (2006).
- [8] T. Bonin, G. Franke, M. Hagen-Eggert, P. Koch, and G. Hüttmann, *Optics letters* **35**, 3432–3434 (2010).
- [9] T. Klein, W. Wieser, C. M. Eigenwillig, B. R. Biedermann, and R. Huber, *Optics express* **19**, 3044–3062 (2011).
- [10] H. W. Babcock, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **65**, 229–236 (1953).
- [11] J. W. Hardy, *Adaptive optics for astronomical telescopes*, volume 16, Oxford University Press on Demand (1998).
- [12] J. M. Beckers, *Annual review of astronomy and astrophysics* **31**, 13–62 (1993).
- [13] R. Tyson, *Principles of adaptive optics*, CRC press (2010).
- [14] B. Platt and R. V. Shack, *Newsletter* **5**, 15 (1971).
- [15] L. Sherman, J. Ye, O. Albert, and T. Norris, *Journal of microscopy* **206**, 65–71 (2002).
- [16] N. Ji, D. E. Milkie, and E. Betzig, *Nature methods* **7**, 141 (2009).
- [17] O. Azucena, J. Crest, S. Kotadia, W. Sullivan, X. Tao, M. Reinig, D. Gavel, S. Olivier, and J. Kubby, *Optics letters* **36**, 825–827 (2011).

- [18] P. Vermeulen, E. Muro, T. Pons, V. Lorient, and A. Fragola, *Journal of Biomedical Optics* **16**, 076019 (2011).
- [19] S. A. Rahman and M. J. Booth, *Applied optics* **52**, 5523–5532 (2013).
- [20] C. Bourgenot, C. Saunter, G. Love, and J. Girkin, *Journal of the European Optical Society : rapid publications*. **8**, 13027 (2013).
- [21] S. Tuohy and A. G. Podoleanu, *Optics express* **18**, 3458–3476 (2010).
- [22] J. Wang, J.-F. Léger, J. Binding, A. C. Boccara, S. Gigan, and L. Bourdieu, *Biomedical optics express* **3**, 2510–2525 (2012).
- [23] D. Débarre, E. J. Botcherby, M. J. Booth, and T. Wilson, *Optics express* **16**, 9290–9305 (2008).
- [24] A. P. Mosk, A. Lagendijk, G. Lerosey, and M. Fink, *Nature photonics* **6**, 283 (2012).
- [25] I. M. Vellekoop and A. P. Mosk, *Opt. Lett.* **32**, 2309–2311 (2007).
- [26] C. Prada, F. Wu, and M. Fink, *J. Acoust. Soc. Am.* **90**, 1119–1129 (1991).
- [27] C. Prada and M. Fink, *Wave motion* **20**, 151–163 (1994).
- [28] C. Prada, S. Manneville, D. Spoliansky, and M. Fink, *J. Acoust. Soc. Am.* **99**, 2067–2076 (1996).
- [29] C. W. Beenakker, *Reviews of modern physics* **69**, 731 (1997).
- [30] S. Rotter and S. Gigan, *Reviews of Modern Physics* **89**, 015005 (2017).
- [31] H. Ammari, J. Garnier, W. Jing, H. Kang, M. Lim, K. Sølna, and H. Wang, in *Mathematical and Statistical Methods for Multistatic Imaging*, pages 145–161, Springer (2013).
- [32] S. M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 100601 (2010).
- [33] S. M. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan, *Nature Comm.* **1**, 1–5 (2010).
- [34] J. Pendry, *Physics* **1**, 20 (2008).
- [35] H. Yu, T. R. Hillman, W. Choi, J. O. Lee, M. S. Feld, R. R. Dasari, and Y. Park, *Physical review letters* **111**, 153902 (2013).
- [36] M. Tanter, J.-L. Thomas, and M. Fink, *The Journal of the Acoustical Society of America* **108**, 223–234 (2000).
- [37] A. Aubry and A. Derode, *J. Appl. Phys.* **106**, 044903 (2009).
- [38] A. Aubry and A. Derode, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 084301 (2009).
- [39] S. Shahjahan, A. Aubry, F. Rupin, B. Chassignole, and A. Derode, *Applied Physics Letters* **104**, 234105 (2014).
- [40] S. M. Popoff, A. Aubry, G. Lerosey, M. Fink, A.-C. Boccara, and S. Gigan, *Physical review letters* **107**, 263901 (2011).

## BIBLIOGRAPHIE

- [41] T. Zhang, P. C. Chaumet, E. Mudry, A. Sentenac, and K. Belkebir, *Inverse Problems* **28**, 125008 (2012).
- [42] T. Zhang, K. Unger, G. Maire, P. C. Chaumet, A. Talneau, C. Godhavarti, H. Giovannini, K. Belkebir, and A. Sentenac, *Optics express* **26**, 26093–26105 (2018).
- [43] A. Badon, D. Li, G. Lerosey, A. C. Boccara, M. Fink, and A. Aubry, *Science advances* **2**, e1600370 (2016).
- [44] S. Kang, S. Jeong, W. Choi, H. Ko, T. D. Yang, J. H. Joo, J.-S. Lee, Y.-S. Lim, Q.-H. Park, and W. Choi, *Nature Photonics* **9**, 253 (2015).
- [45] S. Kang, P. Kang, S. Jeong, Y. Kwon, T. D. Yang, J. H. Hong, M. Kim, K.-D. Song, J. H. Park, J. H. Lee, *et al.*, *Nature communications* **8**, 2157 (2017).
- [46] B. Judkewitz, R. Horstmeyer, I. M. Vellekoop, I. N. Papadopoulos, and C. Yang, *Nature physics* **11**, 684 (2015).
- [47] Y. Choi, T. R. Hillman, W. Choi, N. Lue, R. R. Dasari, P. T. So, W. Choi, and Z. Yaqoob, *Physical review letters* **111**, 243901 (2013).
- [48] J. Mertz, *Introduction to optical microscopy*, volume 138, Roberts (2010).
- [49] R. R. Anderson and J. A. Parrish, *Journal of investigative dermatology* **77**, 13–19 (1981).
- [50] A. Badon, A. C. Boccara, G. Lerosey, M. Fink, and A. Aubry, *Optics Express* **25**, 28914–28934 (2017).
- [51] M. Marvin, Microscopy apparatus (1961), uS Patent 3,013,467.
- [52] M. Rajadhyaksha, R. R. Anderson, and R. H. Webb, *Applied optics* **38**, 2105–2115 (1999).
- [53] J. W. Goodman, *Statistical optics*, John Wiley & Sons (2015).
- [54] W. Drexler and J. G. Fujimoto, *Optical coherence tomography : technology and applications*, Springer Science & Business Media (2008).
- [55] M. A. Choma, M. V. Sarunic, C. Yang, and J. A. Izatt, *Optics express* **11**, 2183–2189 (2003).
- [56] R. K. Wang, *Applied Physics Letters* **90**, 054103 (2007).
- [57] F. Zernike, *Physica* **5**, 785–795 (1938).
- [58] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier optics*, Roberts and Company Publishers (2005).
- [59] J.-Y. Zhang and J. Dainty, *Journal of Modern Optics* **39**, 2383–2404 (1992).
- [60] D. R. Neal, J. Copland, and D. A. Neal, in *Advanced Characterization Techniques for Optical, Semiconductor, and Data Storage Components*, volume 4779, pages 148–161, International Society for Optics and Photonics (2002).
- [61] J. C. Dainty, A. V. Koryabin, and A. V. Kudryashov, *Applied optics* **37**, 4663–4668 (1998).

- [62] R. J. Noll, *JOsA* **66**, 207–211 (1976).
- [63] C. Sheppard and T. Wilson, *Journal of microscopy* **124**, 107–117 (1981).
- [64] T. Wilson and C. Sheppard, *Theory and practice of scanning optical microscopy*, volume 180, Academic Press London (1984).
- [65] B. Hermann, E. Fernández, A. Unterhuber, H. Sattmann, A. Fercher, W. Drexler, P. Prieto, and P. Artal, *Optics letters* **29**, 2142–2144 (2004).
- [66] A. Roorda, F. Romero-Borja, W. J. Donnelly III, H. Queener, T. J. Hebert, and M. C. Campbell, *Optics express* **10**, 405–412 (2002).
- [67] P. Xiao, M. Fink, and A. C. Boccara, *Journal of biomedical optics* **21**, 121505 (2016).
- [68] P. Xiao, M. Fink, and A. C. Boccara, *Optics letters* **41**, 3920–3923 (2016).
- [69] T. Čižmár and K. Dholakia, *Nature communications* **3**, 1027 (2012).
- [70] P. del Hougne, M. Fink, and G. Lerosey, *Nature Electronics* **2**, 36 (2019).
- [71] O. Dorokhov, in *30 Years Of The Landau Institute—Selected Papers*, pages 234–237, World Scientific (1996).
- [72] J. Pendry, A. MacKinnon, and A. Pretre, *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications* **168**, 400–407 (1990).
- [73] B. Gérardin, J. Laurent, A. Derode, C. Prada, and A. Aubry, *Physical review letters* **113**, 173901 (2014).
- [74] S. Popoff, A. Goetschy, S. Liew, A. D. Stone, and H. Cao, *Physical review letters* **112**, 133903 (2014).
- [75] I. Freund, M. Rosenbluh, and S. Feng, *Physical review letters* **61**, 2328 (1988).
- [76] A. Badon, *Approche matricielle de l'imagerie optique des milieux diffusants*, Theses, Université Paris-Diderot - Paris VII (2016).
- [77] T. Čižmár and K. Dholakia, *Opt. Exp.* **19**, 18871–18884 (2011).
- [78] S. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A. C. Boccara, and S. Gigan, *New Journal of Physics* **13**, 123021 (2011).
- [79] K. Creath, *Progress in optics* **26**, 349–393 (1988).
- [80] J. Mertz, H. Paudel, and T. G. Bifano, *Applied optics* **54**, 3498–3506 (2015).
- [81] J.-L. Robert and M. Fink, *J. Acoust. Soc. Am.* **123**, 866–877 (2008).
- [82] R. G. Ghanem and P. D. Spanos, *Stochastic finite elements : a spectral approach*, Courier Corporation (2003).
- [83] G. E. Fasshauer and M. J. McCourt, *SIAM Journal on Scientific Computing* **34**, A737–A762 (2012).
- [84] A. Aubry, J. de Rosny, J.-G. Minonzio, C. Prada, and M. Fink, *The Journal of the Acoustical Society of America* **120**, 2746–2754 (2006).
- [85] S. Provencher, *The Journal of Chemical Physics* **64**, 2772–2777 (1976).

## BIBLIOGRAPHIE

- [86] F. Gori and C. Palma, *Journal of Physics A : Mathematical and General* **8**, 1709 (1975).
- [87] L. Jost, *Oikos* **113**, 363–375 (2006).
- [88] O. Roy and M. Vetterli, in *2007 15th European Signal Processing Conference*, pages 606–610, IEEE (2007).
- [89] L.-L. Wang, *J. Math. Study* **50**, 101–143 (2017).
- [90] J.-L. Robert, M. Burcher, C. Cohen-Bacrie, and M. Fink, *The Journal of the Acoustical Society of America* **119**, 3848–3859 (2006).
- [91] J.-L. Robert, *Estimation de fonctions de green dans les milieux complexes par décomposition de l'opérateur retournement temporel : application à l'imagerie médicale et à la correction d'aberration*, Ph.D. thesis, Paris 7 (2007).
- [92] J.-L. Robert and M. Fink, *The Journal of the Acoustical Society of America* **127**, 2904–2912 (2010).
- [93] S. Yun, G. Tearney, B. Bouma, B. Park, and J. F. de Boer, *Optics express* **11**, 3598–3604 (2003).
- [94] J. F. De Boer, B. Cense, B. H. Park, M. C. Pierce, G. J. Tearney, and B. E. Bouma, *Optics letters* **28**, 2067–2069 (2003).
- [95] E. Beaupaire, A. C. Boccara, M. Lebec, L. Blanchot, and H. Saint-Jalmes, *Optics letters* **23**, 244–246 (1998).
- [96] J. Binding, J. B. Arous, J.-F. Léger, S. Gigan, C. Boccara, and L. Bourdieu, *Optics express* **19**, 4833–4847 (2011).
- [97] J. Schwider, O. R. Falkenstoerfer, H. Schreiber, A. Zoeller, and N. Streibl, *Optical Engineering* **32**, 1883–1886 (1993).
- [98] G. Stoilov and T. Dragostinov, *Optics and Lasers in Engineering* **28**, 61–69 (1997).
- [99] A. Dubois, *JOSA A* **18**, 1972–1979 (2001).
- [100] V. N. Mahajan, *JOSA* **72**, 1258–1266 (1982).
- [101] E. Knop and N. Knop, in *Immune Response and the Eye*, volume 92, pages 36–49, Karger Publishers (2007).
- [102] A. Daxer, K. Misof, B. Grabner, A. Ettl, and P. Fratzl, *Investigative Ophthalmology and Visual Science* **39**, 644–647 (1998).
- [103] V. Ntziachristos, *Nature methods* **7**, 603 (2010).
- [104] W. Kutzelnigg and D. Mukherjee, *The Journal of chemical physics* **107**, 432–449 (1997).





## RÉSUMÉ

---

Les techniques de microscopie interférométrique présentent une sensibilité aux aberrations qui limite leurs pouvoirs de résolution et de pénétration dans les tissus biologiques. Initialement développées en astronomie, des méthodes d'optique adaptative ont été transposées en microscopie afin de compenser les effets dues aux aberrations. Celles-ci reposent principalement sur la mesure du front d'onde et sur la correction en boucle fermée des aberrations à l'aide de dispositifs de contrôle du front d'onde. Ces méthodes sont toutefois limitées par les cadences de mesure et de correction, et ne peuvent compenser que des aberrations d'ordres peu élevés.

L'objectif de cette thèse est de proposer une approche matricielle innovante reposant sur l'étude d'un nouvel opérateur, la matrice distorsion, permettant de quantifier localement les paramètres liés aux aberrations et à la diffusion, et de corriger les aberrations sur l'ensemble du champ de vision même en présence de plusieurs aires d'isoplanétisme. En parallèle, nous présentons un formalisme mathématique permettant d'expliquer la manifestation des aberrations en OCT plein champ et étendons le champ d'application de la méthode matricielle à de vastes champs de vision au moyen d'un dispositif expérimental de mesure de la matrice de réflexion inspiré de cette technique d'imagerie.

## MOTS CLÉS

---

Matrice de réflexion, matrice distorsion, aberrations, optique adaptative, tomographie à cohérence optique, OCT, OCT plein champ, FFOCT.

## ABSTRACT

---

Interferometric techniques of microscopy display sensitivity to aberrations affecting both resolution and depth of imaging in biological tissues. Formerly introduced in astronomy, different methods of adaptive optics have been applied to microscopy in order to compensate for these effects. Most of them rely on the measurement of the wave front and on a close-loop correction of the aberrations using wave-front control devices. These methods are nevertheless limited by the rates of measurement and correction and can only compensate for low-order aberrations.

The purpose of this thesis is to present an innovative matrix approach relying on the analysis of a new operator, the distortion matrix, allowing to locally quantify the scattering and aberration parameters, and to compensate for the aberrations over the whole field of view for different isoplanatic areas. Besides, we introduce a mathematical formalism in order to describe the effects of aberrations in full-field OCT and we extend the scope of the matrix approach to very large fields of view thanks to an experimental setup of reflection matrix measurement inspired by this technique of imaging.

## KEYWORDS

---

Reflection matrix, distortion matrix, aberrations, adaptive optics, optical coherence tomography, OCT, full-field OCT, FFOCT.