HAL
open science

# Étude expérimentale et théorique de l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches sous pression de boue

Mohamed Amri

## To cite this version:

Mohamed Amri. Étude expérimentale et théorique de l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches sous pression de boue. Sciences de la Terre. Université Paris sciences et lettres, 2016. Français. NNT : 2016PSLEM095 . tel-02908810

**HAL Id: tel-02908810**

**https://pastel.hal.science/tel-02908810v1**

Submitted on 29 Jul 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

de l'Université de recherche Paris Sciences et Lettres
PSL Research University

**Préparée à MINES ParisTech**

# Étude expérimentale et théorique de l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches sous pression de boue

**Ecole doctorale n°398**

Géosciences, Ressources Naturelles et Environnement

**Spécialité** Géosciences et Géoingénierie

**COMPOSITION DU JURY :**

M. Alain MILLARD
CEA, Rapporteur

M. Pierre BÉREST (président du jury)
École Polytechnique, Rapporteur

M. Jacques LESSI
ExLog, Membre du jury

M. Gilles PELFRENE
Varel, Membre du jury

M. Michel TIJANI
Mines ParisTech, Membre du jury

M. Hedi SELLAMI
Mines ParisTech, Membre du jury

**Thèse confidentielle**
**(date de fin : 8/07/2020)**

**Soutenue par** Mohamed **AMRI**
**le 8 juillet 2016**

Dirigée par **Hedi SELLAMI**
**Gilles PELFRENE**

# Remerciements

Cette thèse, qui est le fruit d'un travail d'équipe, s'est déroulée au Centre de Géosciences de Mines ParisTech au sein de l'équipe Géologie de l'Ingénieur et Géomécanique. Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont aidé à sa réalisation.

Je voudrais tout d'abord remercier grandement Hedi SELLAMI. En tant que directeur de thèse, il m'a guidé dans mon travail et m'a aidé à trouver des solutions pour avancer.

J'exprime mes profonds remerciements à Gilles PELFRENE, le co-encadrant de cette thèse. Il a toujours fait preuve de disponibilité et de respect. Ses qualités humaines d'écoute et de compréhension m'ont beaucoup aidé à surmonter les moments les plus difficiles tout au long de ce travail.

J'exprime tout particulièrement ma profonde gratitude à Michel TIJANI, numéricien et responsable de la formation doctorale. Il m'a beaucoup appris. Je le remercie pour son implication dans la programmation des modules de calcul utilisés dans ce projet.

Je remercie Alain MILLARD et Pierre BÉREST d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse ainsi que Jacques LESSI d'avoir accepté d'en être l'examinateur.

Je désire grandement remercier Ahmed ROUABHI et Emad JAHANGIR, qui m'ont assisté et encouragé tout au long de ce travail. Je les remercie d'avoir voulu discuter avec moi de mes travaux. Ces discussions m'ont permis d'améliorer ma compréhension des problèmes de modélisation.

Je remercie Laurent GERBAUD et Michel ZANARDO qui m'ont beaucoup aidé à bien mener la campagne expérimentale de cette thèse.

Je remercie Alfazazi DOURFAYE, responsable R&D de la société Varel-Europe, pour son rôle actif dans la réalisation de cette étude.

Je remercie les nombreux doctorants et stagiaires pour les discussions intéressantes pendant les pauses cafés. J'aimerais également remercier Mohamed MAHJOUB et le personnel du service informatique (Charles, Christophe, Vincent) pour les mémorables parties de billard.

Enfin, je voudrais exprimer ma reconnaissance à mes parents et mes oncles Jamal et Mohieddine qui m'ont toujours assisté durant mes études.

# Résumé

L'optimisation des systèmes de forage nécessite une meilleure compréhension des vibrations indésirables comme le stick-slip. Ce phénomène vibratoire, qui affecte principalement les outils PDC (*Polycrystalline Diamond Compact*), met en péril l'intégrité des équipements de forage et réduit considérablement la vitesse de pénétration de l'outil. Plusieurs travaux ont été menés ces dernières années pour déterminer ses origines. Les observations réalisées en fond de puits montrent que ces oscillations s'accompagnent systématiquement d'une baisse du couple à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation. De nombreux groupes de recherche attribuent cette baisse de performance à l'occurrence du stick-slip.

L'objectif de ce travail est de développer un modèle élémentaire de coupe qui permet d'analyser l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches dans des conditions opératoires réalistes. Dans le cadre de cette thèse, nous avons réalisé une série d'essais de coupe en utilisant des taillants et des outils à échelle réelle dans trois roches de propriétés hydromécaniques différentes, et ceci à pression atmosphérique et sous pression de fluide. Les essais réalisés à pression atmosphérique montrent que les efforts élémentaires de forage augmentent avec la vitesse de coupe. Sous pression de boue, cet effet dépend largement de la perméabilité de la roche. En effet, nous avons observé que l'effet de la vitesse est relativement faible dans les formations de faible et de moyenne perméabilité sous pression de boue de 20 MPa. En revanche, cet effet augmente d'un ordre de grandeur dans les roches très perméables.

Afin de comprendre ces observations, nous avons développé un modèle hydromécanique d'interaction taillant-roche construit à partir de la théorie de la poroélastoplasticité. D'abord, le problème est résolu analytiquement en s'inspirant des travaux existants. Par la suite, nous avons apporté une résolution numérique aux éléments finis des équations de la promécanique appliquées à la coupe des roches sous pression de boue. Les deux modèles montrent que le phénomène de dilatance génère une baisse de la pression de pore qui augmente la résistance de la roche au forage. Cette chute de pression dépend de la vitesse de coupe ainsi que des caractéristiques hydrodynamiques de la roche. Les résultats théoriques ont été comparés aux nombreux résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de ce travail.

**Mots clés :** Coupe des roches, vibrations, stick-slip, vitesse de coupe, forabilité, dilatance, perméabilité, couplage hydromécanique.

# Abstract

The optimization of the drilling practice requires a better understanding of drill-string harmful vibrations such as stick-slip. This form of torsional vibrations is a typical problem of PDC (Polycrystalline Diamond Compact) drillbits. It can reduce the rate of penetration drastically and can raise fatigue of the drilling devices. Many attempts were carried out in the last years in order to determine the causes of stick-slip phenomenon. Field observations show that torque on bit decreases as a function of bit velocity during stick-slip oscillations. Hence, it is widely believed that this decreasing relationship is the root cause of stick-slip.

The purpose of this work is to examine cutting speed influence on rock drillability as a function of operating conditions and hydromechanical properties of the drilled formation. For this, a set of drilling tests was performed in three sedimentary rocks of different permeability using a full scale PDC drillbit and a single PDC cutter. In the first step, dry tests were carried out at atmospheric pressure. As previously observed in literature, single-cutter tests showed that drilling forces increase with cutting velocity. In a second step, we performed the same experiments at 20 MPa bottom-hole pressure. It appears that rate effect on cutting forces in the medium and low-permeability rocks is relatively low. By contrast, rate effect in the highly permeable rock increases by one order of magnitude in comparison with dry experiments.

In order to understand this phenomenon, a steady state solution of the cutting model is derived in the framework of the theory of poroelastoplasticity. The problem is firstly solved analytically using some assumptions derived from previous works. Then, a numerical resolution based on finite element method is presented to solve the fully coupled problem ensuring the satisfaction of poro-material physics basic equations. Using these two different approaches, we show that pore pressure in shear-dilatant rocks decreases as a function of cutting velocity depending on rock permeability and interstitial fluid properties. This change has a hardening effect resulting in an increase of rock drilling resistance. Comparison between theory and experience shows good agreements.

**Keywords :** Rock cutting, stick-slip, rate effect, drillability, dilatancy, permeability, hydromechanical coupling.

# Table des matières

**Remerciement** **ii**

**Résumé** **iii**

**Abstract** **iv**

**Table des matières** **viii**

**Liste des figures** **xii**

**Liste des tableaux** **xiii**

**Introduction générale** **1**

**1 Problématique du stick-slip** **3**
1.1 Introduction . . . . . 4
1.2 Généralités sur le forage pétrolier . . . . . 4
1.2.1 Principes du forage rotary . . . . . 4
1.2.2 Les outils de forage de type PDC . . . . . 5
1.2.3 Le fluide de forage . . . . . 6
1.2.4 Paramètres du forage . . . . . 7
1.2.5 Les vibrations en forage pétrolier . . . . . 7
1.3 Effet de l'interaction outil-roche sur le stick-slip . . . . . 9
1.3.1 Phénomène du stick-slip . . . . . 9
1.3.2 Modélisation du stick-slip . . . . . 11
1.3.2.1 Approche en torsion-pure . . . . . 11
1.3.2.2 Approche couplée axial-torsion . . . . . 13
1.3.3 Synthèse . . . . . 15
1.4 Rôle de la loi outil-roche dans le stick-slip . . . . . 16
1.4.1 Introduction . . . . . 16
1.4.2 Équation de mouvement normalisée . . . . . 17
1.4.3 Solution du problème . . . . . 17
1.4.4 Vitesse seuil et intensité du stick-slip . . . . . 18
1.4.5 Étude de sensibilité de l'effet de la loi d'interaction outil-roche . 19
1.4.6 Synthèse . . . . . 19
1.5 Conclusion . . . . . 20

**2 Étude expérimentale de l'effet de la vitesse de coupe des roches sous pression de fluide** **21**
2.1 Introduction . . . . . 22
2.2 Analyse bibliographique . . . . . 23

2.2.1 Principe des essais de coupe . . . . . 23
2.2.2 Effet de la vitesse de coupe à pression atmosphérique . . . . . 24
2.2.3 Effet de la pression du fluide de forage . . . . . 25
2.2.4 Effet de la vitesse de coupe sous pression de boue . . . . . 27
2.3 Étude expérimentale de l'effet de la vitesse de rotation à l'échelle d'un outil . . . . . 29
2.3.1 Introduction . . . . . 29
2.3.2 Dispositif expérimental . . . . . 29
2.3.2.1 Banc de forage . . . . . 29
2.3.2.2 Procédure expérimentale . . . . . 30
2.3.2.3 Caractéristiques des roches testées . . . . . 31
2.3.2.4 Conditions opératoires . . . . . 32
2.3.3 Résultats expérimentaux . . . . . 32
2.3.3.1 Effet de la vitesse sur la vitesse d'avancement . . . . . 32
2.3.3.2 Effet de la vitesse sur la profondeur de passe . . . . . 33
2.3.4 Discussion . . . . . 34
2.4 Étude expérimentale de l'effet de la vitesse de coupe à l'échelle élémentaire d'un taillant . . . . . 35
2.4.1 Introduction . . . . . 35
2.4.2 Dispositif expérimental . . . . . 35
2.4.2.1 Cellule de forabilité . . . . . 35
2.4.2.2 Procédure expérimentale . . . . . 37
2.4.2.3 Acquisition des données . . . . . 39
2.4.2.4 Traitement des données . . . . . 39
2.4.3 Résultats expérimentaux . . . . . 40
2.4.3.1 Caractéristique générale de tous les résultats . . . . . 41
2.4.3.2 Roche peu perméable : calcaire de Buxy . . . . . 41
2.4.3.3 Roche moyennement perméable : calcaire d'Anstrude . 43
2.4.3.4 Roche très perméable : grès des Vosges . . . . . 44
2.4.4 Discussion . . . . . 47
2.5 Conclusion . . . . . 47

**3 Analyse bibliographique des modèles d'interaction taillant-roche 49**
3.1 Introduction . . . . . 50
3.2 Théorie du couplage hydromécanique des milieux poreux saturés . . . . 50
3.2.1 Les milieux poreux . . . . . 50
3.2.1.1 Définition . . . . . 50
3.2.1.2 Spécificités des roches . . . . . 50
3.2.2 Principe du couplage hydromécanique . . . . . 51
3.2.2.1 Notion de contrainte effective en poroélasticité . . . . . 52
3.2.2.2 Notion de contrainte effective en poroélastoplasticité . 53
3.2.3 Modèle mécanique . . . . . 53
3.2.3.1 Loi d'équilibre mécanique . . . . . 53
3.2.3.2 Loi de comportement . . . . . 54
3.2.4 Modèle hydraulique . . . . . 56
3.2.4.1 Loi de conservation de la masse . . . . . 56
3.2.4.2 Loi d'écoulement hydraulique . . . . . 56
3.2.4.3 Équation de diffusion . . . . . 56
3.2.4.4 Régimes de fonctionnement . . . . . 57

3.2.5 Conclusion . . . . . 58
3.3 Modélisation de l'effet de la vitesse de coupe à pression atmosphérique 59
3.3.1 Principe général . . . . . 59
3.3.2 Modèle de Detournay et Defourny( 1992) . . . . . 60
3.3.3 Modèle de Gerbaud et al. (2006) . . . . . 62
3.3.4 Modèle de Pelfrene (2010) . . . . . 64
3.4 Modélisation de l'effet de la vitesse de coupe sous pression de fluide en labourage sous-marin . . . . . 66
3.4.1 Modèle de van Os et van Leussen (1987) . . . . . 66
3.4.2 Modèle de Palmer (1999) . . . . . 68
3.4.3 Synthèse . . . . . 71
3.5 Modélisation de l'effet de la vitesse de coupe des roches sous pression de fluide . . . . . 71
3.5.1 Modèle de Kolle (1993) . . . . . 71
3.5.2 Modèle de Detournay et Atkinson (2000) . . . . . 72
3.5.3 Modèle de Cardona (2011) . . . . . 74
3.6 Conclusion . . . . . 76

**4 Application de la poromécanique à la modélisation de la coupe des roches 77**
4.1 Introduction . . . . . 78
4.2 Modèle poromécanique d'interaction taillant-roche . . . . . 78
4.2.1 Données géométriques . . . . . 78
4.2.2 Problème hydraulique . . . . . 79
4.2.2.1 Hypothèse du régime stationnaire . . . . . 79
4.2.2.2 Implication sur l'équation de diffusion . . . . . 80
4.2.2.3 Domaine de validité . . . . . 80
4.2.2.4 Conditions aux limite et chargement hydraulique . . . 81
4.2.3 Problème mécanique . . . . . 82
4.2.3.1 Loi de comportement élastoplastique . . . . . 82
4.2.3.2 Critère de plasticité de Mohr-Coulomb . . . . . 82
4.2.3.3 Modélisation de la dilatance . . . . . 83
4.2.3.4 Stationnarité de l'écoulement plastique . . . . . 83
4.2.3.5 Chargements mécaniques . . . . . 84
4.2.4 Synthèse . . . . . 84
4.3 Solution analytique approchée . . . . . 85
4.3.1 Modèle de coupe . . . . . 86
4.3.1.1 Hypothèses . . . . . 86
4.3.1.2 Calcul des efforts . . . . . 87
4.3.1.3 Synthèse . . . . . 89
4.3.2 Modèle de diffusion . . . . . 90
4.3.2.1 Champ de pression de pore . . . . . 90
4.3.2.2 Résultats . . . . . 91
4.3.2.3 Discussion . . . . . 93
4.3.3 Conclusion . . . . . 94
4.4 Solution numérique . . . . . 94
4.4.1 Description du modèle numérique . . . . . 94
4.4.1.1 Résolution du problème hydromécanique couplé . . . . 95
4.4.1.2 Résolution du problème mécanique . . . . . 96

4.4.1.3 Résolution du problème hydraulique . . . . . 97
4.4.2 Paramètres d'entrée du modèle numérique . . . . . 98
4.5 Étude de sensibilité . . . . . 98
4.5.1 Paramètres de l'étude . . . . . 98
4.5.2 Création du copeau . . . . . 99
4.5.3 Champs de contraintes et de déformations à la rupture . . . . . 100
4.5.4 Étude paramétrique . . . . . 101
4.5.4.1 Cas d'étude . . . . . 101
4.5.4.2 Carte de la pression de pore . . . . . 102
4.5.4.3 Cas d'une roche non-dilatante . . . . . 103
4.5.4.4 Effet de $\lambda$ et de $\beta$ sur $p$ . . . . . 104
4.5.4.5 Effet de $\lambda$ et de $\beta$ sur $\sigma_0$ . . . . . 105
4.5.4.6 Effet de $\lambda$ et de $\beta$ sur $\alpha$ . . . . . 106
4.5.4.7 Discussion . . . . . 107
4.6 Confrontation du modèle et des essais de coupe . . . . . 107
4.6.1 Propriétés hydromécaniques du grès des Vosges . . . . . 108
4.6.2 Comparaison avec le modèle poromécanique . . . . . 108
4.6.2.1 Ajustement de $D$ et $\Delta\phi$ . . . . . 108
4.6.2.2 Ajustement de $k_b$ . . . . . 109
4.6.2.3 Confrontation des résultats expérimentaux avec le modèle poromécanique . . . . . 110
4.6.3 Synthèse . . . . . 113
4.7 Conclusion . . . . . 114

**Conclusion générale et perspectives** **116**

**Annexes** **I**

**A Solution du problème de stick-slip** **II**

**B Complément de l'étude expérimentale** **IV**
B.1 Étude de la pressurisation . . . . . V
B.2 Étude expérimentale de l'interaction taillant-roche . . . . . VII

**C Complément du modèle poromécanique** **IX**
C.1 Efforts de coupe . . . . . IX
C.2 Champ de la pression de pore . . . . . XII
C.3 Évolution de S en fonction de $\lambda$ . . . . . XIV
C.4 Modélisation de l'écoulement plastique stationnaire . . . . . XVI

**Références bibliographiques** **XIX**

# Liste des figures


1.1 Schéma de principe d'une installation de forage rotary . . . . . 5
1.2 Nomenclature d'un outil de forage (source : Varel) . . . . . 6
1.3 Mesures de la vitesse de rotation de l'outil [17] . . . . . 9
1.4 Couple à l'outil en fonction de la vitesse de rotation à différents poids à l'outil . . . . . 10
1.5 Représentation d'un modèle en torsion-pure [26] . . . . . 12
1.6 Modélisation du couple de frottement à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation . . . . . 13
1.7 Représentation d'un modèle couplé axial-torsion [47] . . . . . 14
1.8 Loi de Coulomb modifiée. . . . . 16
1.9 Les différentes solutions du problème . . . . . 17
1.10 Effet de la vitesse imposée en surface sur l'amplitude de la vitesse de rotation de l'outil . . . . . 18
1.11 Effet de la loi d'interaction outil-roche sur le stick slip . . . . . 19

2.1 Schématisation d'un essai de coupe à l'échelle du taillant . . . . . 23
2.2 Variations des efforts de forage avec la vitesse de coupe dans quatre roches à pression atmosphérique et à profondeur de passe $h = 0.4$ mm/tr (d'après [42]) . . . . . 25
2.3 Variations de l'énergie spécifique de coupe $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ avec la pression de pore initiale $p_0$ pour $p_b = 10$ MPa, d'après [15] . . . . . 26
2.4 Variations de l'énergie spécifique de coupe $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ avec la pression de fluide $p_b = p_0$ d'après [44] . . . . . 27
2.5 Variations de l'énergie spécifique de coupe $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de la pression différentielle $p_b - p_0$ d'après [2] . . . . . 27
2.6 Variations de la résistance au forage $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ avec la pression hydrostatique appliquée sur la roche pour trois vitesses de coupe à $h = 0.3$ mm/tr, d'après [29] . . . . . 28
2.7 Efforts de coupe en fonction de la vitesse dans deux sols de perméabilités différentes (Grinsted (1985), cité par [40]) . . . . . 28
2.8 Schéma de principe du banc de forage du Centre de Géosciences . . . . 30
2.9 Vitesse d'avancement de l'outil (ROP) fonction de sa vitesse de rotation (RPM) . . . . . 33
2.10 Profondeur de passe ($h$) fonction de la vitesse de rotation (RPM) . . . 34
2.11 Configuration de la cellule de forabilité . . . . . 36
2.12 Évolution du degré de saturation en fonction du temps dans le grès des Vosges . . . . . 38
2.13 Géométrie de coupe . . . . . 38
2.14 Spectre du signal mesuré . . . . . 40

2.15 Exemple de filtrage : l'effort normal en fonction du temps dans le grès des Vosges avec $h = 1$ mm/tr et RPM = 120 tr/min . . . . . 40
2.16 Évolution de l'effort normal et de la section de coupe (à partir du moment de contact avec la roche) en fonction du temps dans le grès des Vosges à $h = 1$ mm/tr pour une vitesse de 120 tr/min . . . . . 41
2.17 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire de Buxy, $P_{atm}$, $h = 1$ mm/tr . . . . . 42
2.18 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire de Buxy, $p_b = 20$ MPa, $h = 0.75$ mm/tr . . . . . 42
2.19 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire d'Anstrude, $P_{atm}$, $h = 1$ mm/tr . . . . . 43
2.20 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire d'Anstrude, $p_b = 20$ MPa, $h = 0.75$ mm/tr . . . . . 43
2.21 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le grès des Vosges, $P_{atm}$, $h = 1$ mm/tr . . . . . 44
2.22 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le grès des Vosges, $p_b = 20$ MPa, $h = 1$ mm/tr . . . . . 45
2.23 Évolution de l'effort normal en fonction de l'effort tangentiel dans le grès des Vosges, $p_b = 20$ MPa, $h = 1$ mm/tr pour différentes vitesses de rotation . . . . . 45
2.24 Genèse de copeaux lors des essais dans le grès des Vosges, $p_b = 20$ MPa, $h = 1$ mm/tr . . . . . 46

3.1 Description d'un matériau poreux saturé . . . . . 51
3.2 Schéma de principe des modèles élémentaires de coupe . . . . . 59
3.3 Diagramme (E,S) expérimental [13] . . . . . 61
3.4 Exemple de validation du modèle de [10] dans le grès des Vosges ($R_c = 45.7$ MPa, $\varphi = 34.1°$) . . . . . 62
3.5 Modèle élémentaire de coupe de [20] . . . . . 63
3.6 Problème de coupe de Pelfrene. . . . . 65
3.7 Modèle de diffusion de [39] . . . . . 67
3.8 Efforts de coupe en fonction de la vitesse dans deux sols de perméabilités différentes pour diverses profondeurs de passe $h$ (noté $H$) (Grinsted (1985), cité par [40]) . . . . . 70
3.9 Modèle de diffusion de [11] . . . . . 72
3.10 $g$ fonction de $\lambda$ pour différents angles $\alpha$ [11] . . . . . 73
3.11 Conditions aux limites et conditions initiales du modèle de [6]. BC (Boundary Condition) indique les conditions aux limites pour le sol (s) et le fluide (f) . . . . . 75
3.12 Variation de l'énergie spécifique de coupe en psi (1 psi = 0.00689 MPa) avec la pression de confinement d'après [6]. Les cercles représentent les mesures tirées de [44] et la ligne rouge discontinue représente les prédictions du modèle numérique de [6] . . . . . 75

4.1 Modèle géométrique de la coupe par un taillant de type PDC . . . . . 79
4.2 Énergie spécifique . . . . . 80
4.3 Phénomène de dilatance . . . . . 84
4.4 Chargements mécaniques . . . . . 84
4.5 Modèle élémentaire de coupe . . . . . 86
4.6 Définition de $S_b$ [35] . . . . . 88
4.7 Modèle de diffusion . . . . . 90
4.8 Variation de la pression de pore normalisée pour $\lambda = 1$ et $\alpha = 22.5°$ (le copeau est modélisé par le triangle) . . . . . 92
4.9 Variation de la dépression $|\bar{p} - p_0|$ normalisée avec $\lambda$ pour différentes valeurs de $\alpha$ . . . . . 93
4.10 Algorithme des simulations hydromécaniques totalement couplées . . . 96
4.11 Maillage du problème pour $h = 1$ mm/tr . . . . . 97
4.12 Format du copeau pour $\beta = 2$ et $\lambda = 1$ . . . . . 100
4.13 Résultats des simulations numériques pour $\beta = 2$ et $\lambda = 1$ . . . . . 101
4.14 Résultats des simulations numériques fortement couplées : variations de la pression de pore $p - p_0$ à la rupture pour différentes valeurs de $\beta$ et de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ . . . . . 103
4.15 Variations du changement de la pression de pore moyenne $\bar{p}$ et de $\sigma_0$ en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour $\beta = 1$ . . . . . 104
4.16 Variations en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ du changement de la pression de pore moyenne $\bar{p}$ sur le copeau pour les différentes méthodes de résolution . . 105
4.17 Variations de $\sigma_0$ en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour les différentes méthodes de résolution . . . . . 106
4.18 Variations de $\alpha$ avec $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour différentes valeurs de $\beta$ . . . . . 106
4.19 Variations de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ avec de $\lambda$ calculé théoriquement pour $\Delta\phi = 0.01$, $h = 1$ mm/tr et $p_b = 20$ MPa . . . . . 109
4.20 Diagramme (E,S) des essais élémentaires de coupe dans le grès des Vosges sous pression de fluide de 20 MPa . . . . . 110
4.21 Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 0.75$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . 111
4.22 Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . 111
4.23 Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.25$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . 112
4.24 Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.5$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . 112
4.25 Comparaison entre les modèles numériques, le modèle analytique et les mesures . . . . . 113
4.26 Pression de pore moyenne sur le copeau $\bar{p}$ pour une pression de pore initiale $p_0 = 20$ MPa . . . . . 114

B.1 Variations de l'épaisseur pressurisée avec le temps dans le grès des Vosges et le calcaire d'Anstrude pour différents fluides . . . . . V
B.2 Champ de pression de pore en MPa dans le calcaire d'Anstrude après 15 minutes de pressurisation avec la boue à base d'eau . . . . . VI
B.3 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges avec $p_b = 20$ MPa et $h = 0.75$ mm/tr . . . . . VII

B.4 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges avec $p_b = 20$ MPa et $h = 1.25$ mm/tr . . . . . VII
B.5 Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges avec $p_b = 20$ MPa et $h = 1.50$ mm/tr . . . . . VIII
B.6 Évolution de l'effort normal en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges saturé à pression atmosphérique et à $h = 1.00$ mm/tr . . . . . VIII

C.1 Géométrie de coupe . . . . . IX
C.2 Évolution de $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 0.75$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . XIV
C.3 Évolution de $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . XIV
C.4 Évolution de $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.25$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . XV
C.5 Évolution de $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.5$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa . . . . . XV
C.6 Champ de déformations plastiques volumiques . . . . . XVII
C.7 Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ . . . . . XVIII

# Liste des tableaux


2.1 Caractéristiques des roches testées . . . . . 31
2.2 Programme des essais réalisés à l'échelle de l'outil . . . . . 32
2.3 Caractéristiques de la cellule de forabilité . . . . . 36
2.4 Paramètres hyrodynamiques de l'huile de forage et de l'eau à température ambiante et à pression atmosphérique . . . . . 37
2.5 Programme des essais élémentaires de coupe . . . . . 41

4.1 Ordre de grandeur de $\lambda$ pour différents matériaux . . . . . 81
4.2 Synthèse des équations de base à résoudre pour le problème de coupe . 85
4.3 Valeurs de $k_b$ pour les diamètres standards de PDC [35] . . . . . 88
4.4 Paramètre d'entrée du modèle de coupe . . . . . 89
4.5 Paramètres d'entrée pour les logiciels VIPLEF et HYDREF . . . . . 98
4.6 Jeu de paramètres utilisé pour les simulations numériques . . . . . 99

B.1 Diffusivité du grès des Vosges et du calcaire d'Anstrude en $m^2/s$ pour différents fluides . . . . . V

# Introduction générale

Ce travail fait partie d'un vaste programme de recherche au Centre de Géosciences de Mines ParisTech sur la modélisation du comportement des systèmes de forage. Il s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec la société Varel-Europe, l'un des leaders dans la fabrication des outils de forage pétrolier. Ce travail vise à développer un modèle d'interaction taillant-roche qui permet de mieux traduire le comportement mécanique de l'outil et de mieux prédire et optimiser ses performances en fonction de plusieurs paramètres telles que la géométrie de coupe, les propriétés de la roche, la vitesse de coupe ou encore la pression interstitielle dans la roche.

Le modèle devrait également permettre de déterminer les causes du stick-slip qui affecte principalement les outils de forage de type PDC (*Polycrystalline Diamond Compact*). En effet, les mesures en forage montrent que ce mode de vibration s'accompagne systématiquement d'une baisse du couple à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation. Selon de nombreux auteurs, cette observation signifie que les efforts de forage sont fonctions de la vitesse de coupe. La littérature consacrée à la coupe des roches ne propose que très peu de modèles qui tiennent compte de cet effet. Leur applicabilité à la coupe des roches dans des conditions opératoires réalistes reste encore très limitée.

C'est dans ce but que nous présentons un nouveau modèle élémentaire de coupe qui traduit le rôle de la vitesse du taillant sur les efforts de coupe via une approche couplée hydromécanique. Cette démarche théorique est fondée sur une large campagne expérimentale qui a mis en évidence l'existence d'un effet de vitesse de coupe qui dépend de la pression du fluide de forage (pression de boue) et de la perméabilité de la roche forée.

## Plan de la thèse

Dans le chapitre 1, on présente d'abord des généralités sur les systèmes de forage pétrolier de type rotary. Ensuite, on introduit le phénomène de stick-slip et les différentes approches utilisées pour le modéliser. Nous montrons en particulier les divergences entre ces approches. Enfin, on présente une analyse du comportement dynamique d'une structure de forage en proposant un nouveau modèle de stick-slip. Une étude de sensibilité est réalisée pour illustrer le rôle de la loi d'interaction outil-roche sur l'occurrence et l'intensité du stick-slip.

Dans le chapitre 2, on présente les résultats d'une étude expérimentale axée d'une part sur l'effet de la vitesse de rotation sur les performances d'un outil de forage à l'échelle réelle, et d'autre part sur l'effet de la vitesse de coupe sur un taillant élémentaire de type PDC (un élément de coupe de l'outil de forage). Les essais sont réalisés

à pression atmosphérique et sous pression de boue. L'objectif de cette étude est de fournir un support expérimental qui viendra à l'appui du nouveau modèle développé dans le chapitre 4.

Le chapitre 3 porte sur une analyse bibliographique concernant les modèles élémentaires de coupe. Cette analyse est focalisée sur le rôle de la vitesse de coupe et de la pression de boue sur la forabilité des roches.

Dans le chapitre 4, nous présentons un modèle élémentaire de coupe qui tient compte de l'effet de la vitesse de coupe et de celui de la pression de boue. Ce modèle est construit à partir de la théorie de couplage hydromécanique. On introduit tout d'abord les principes de la promécanique pour en déduire les ingrédients mathématiques du problème de coupe. Une solution analytique approchée du problème de coupe est alors proposée. Ensuite, on présente une résolution numérique plus complète. Avec ces deux approches poromécaniques, on montre que le couplage hydromécanique permet d'expliquer l'influence de la vitesse de coupe sur les efforts de coupe. Enfin, l'approche poromécanique est confrontée aux résultats des essais expérimentaux réalisés dans le cadre de cette thèse.

# Chapitre 1

# Problématique du stick-slip

## 1.1 Introduction

Les vibrations des garnitures de forage mettent en péril l'intégrité mécanique des tiges de forage, des équipements électroniques embarqués et de la durée de vie des outils de forage. C'est, en particulier, le cas pour le phénomène de stick-slip qui est une forme de vibrations de torsion durant lesquelles l'outil de forage subit des cycles de blocage et de déblocage à basse fréquence. Ces vibrations sont auto-entretenues. En effet, quand la garniture entre en mode de stick-slip, ce phénomène persiste tant que le foreur n'agit pas sur les conditions opératoires. Ces vibrations ralentissent l'opération de forage et en augmentent le coût car pendant des phases sévères de stick-slip, la garniture et les équipements de forage peuvent subir des usures permanentes qui exigent leur remplacement.

Le stick-slip affecte principalement les outils PDC (*Polycrystalline Diamond Compact*). Différentes solutions techniques ont été développées au cours des trente dernières années pour diminuer l'occurrence de ce problème. Des systèmes d'asservissement ont été proposés pour détecter automatiquement le stick-slip et agir sur les conditions opératoires afin de minimiser son occurrence. En même temps, de nombreux travaux de recherche expérimentaux et théoriques ont été réalisés ces dernières années pour comprendre le rôle de la garniture de forage et du processus d'interaction outil-roche dans l'occurrence du stick-slip [30, 42, 48].

Ce chapitre introductif a pour but de présenter le phénomène de stick-slip et les approches utilisées pour le modéliser. Nous présentons tout d'abord des généralités sur les systèmes de forage pétrolier de type rotary. Puis, nous présentons une analyse bibliographique centrée sur les approches théoriques existantes du stick-slip des outils de forage de type PDC. Nous montrons en particulier les divergences entre ces approches. Nous terminons ce chapitre par une étude de sensibilité axée sur le rôle de la loi d'interaction outil-roche sur l'occurrence du stick-slip, et ceci à partir d'une approche en torsion pure.

## 1.2 Généralités sur le forage pétrolier

### 1.2.1 Principes du forage rotary

Le forage rotary consiste à faire tourner au fond du trou un outil de forage tout en lui appliquant une poussée. La figure 1.1 montre l'architecture de base utilisée pour creuser un puits. Un train de tiges métalliques transmet la rotation et la poussée à l'outil. Cette structure est composée de tiges et de masses-tiges au bout desquelles l'outil de forage est vissé. Un système de pompes hydrauliques permet de faire circuler la boue de forage à l'intérieur de la garniture et qui remonte à la surface, chargée de copeaux de roche, dans l'espace annulaire laissé entre la garniture et les parois du puits.

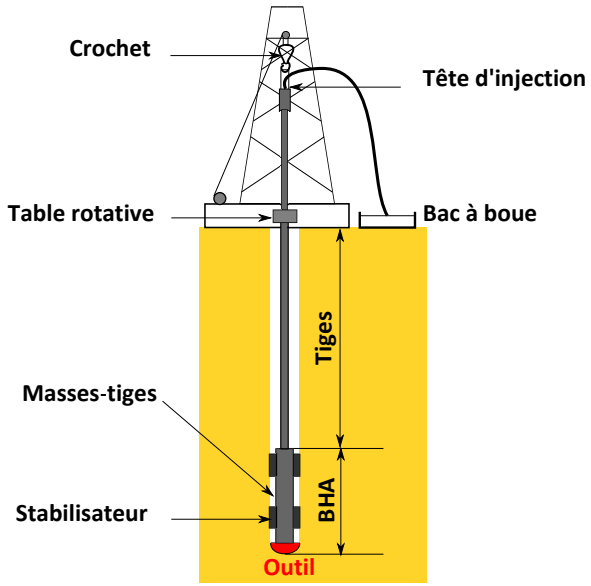



FIGURE 1.1 – Schéma de principe d'une installation de forage rotary

Les puits de pétrole peuvent avoir des trajectoires complexes d'une longueur de plusieurs kilomètres. Les puits horizontaux permettent d'augmenter la surface d'exposition du puits aux réservoirs grâce à une longueur de roche traversée nettement supérieure à celle des puits verticaux conventionnels [8].

### 1.2.2 Les outils de forage de type PDC

L'un des facteurs les plus cruciaux dans l'optimisation du forage est le choix de l'outil qui doit assurer une vitesse d'avancement optimale avec une durée de vie maximale. En effet, l'usure de l'outil peut avoir lieu dans les formations dures et/ou abrasives et en particulier dans des conditions de vibrations sévères. Cette usure peut exiger le remplacement de l'outil dans certains cas. Cette opération est très coûteuse car elle nécessite plusieurs heures de manœuvres de la garniture de forage.

Deux principaux types d'outils de forage sont utilisés :

- Les outils tricônes : ils sont constitués de trois molettes mobiles disposées avec un intervalle angulaire de 120°. Les éléments de coupe sont, soit des dents en acier, soit des inserts en carbure de tungstène pour les roches dures. Il est généralement admis que ces éléments de coupe abattent la roche par poinçonnement.
- Les outils monoblocs diamantés : ils sont constitués de taillants fixés sur le corps de l'outil. Ces outils peuvent être classés en trois catégories selon le matériau qui constitue les parties coupantes :
  - Diamant naturel ;
  - Diamant TSP (*Thermally Stable Polycrystalline*) ;
  - Diamant PDC (*Polycrystalline Diamond Compact*).

Il est généralement admis que le mode de coupe des roches par des outils PDC est le cisaillement. Ce mode d'abattage permet d'obtenir des vitesses d'avancement nettement supérieures aux outils tricônes en roches moyennement dures. Un outil de forage de type PDC est constitué des parties suivantes (figure 1.2) :

- **Taillants PDC** : les taillants sont constitués d'une fine couche de diamant synthétique d'une épaisseur de 1 à 3 mm, frittée sur un support en carbure de tungstène.
- **Buses** : la boue de forage circule à travers ces trous positionnés sur les lames de coupe. Le diamètre des buses dépend des spécificités hydrauliques du forage en cours.
- **Garde active** : elle est composée de pastilles tronquées, dites *trimmers*. Elle définit le diamètre nominal du trou.
- **Garde passive** : il s'agit de la partie stabilisante de l'outil. Elle permet notamment de contrôler le mouvement latéral de l'outil.
- **Absorbeurs de chocs** : ils sont fabriqués en diamant synthétique ou en carbure de tungstène. Ils servent à contrôler l'engagement de l'outil dans la roche. Ils permettent également de protéger les PDC contre les chocs pendant les vibrations axiales. Ces composants peuvent être positionnés au centre de l'outil pour limiter le couple ou bien lutter contre les vibrations latérales et axiales.

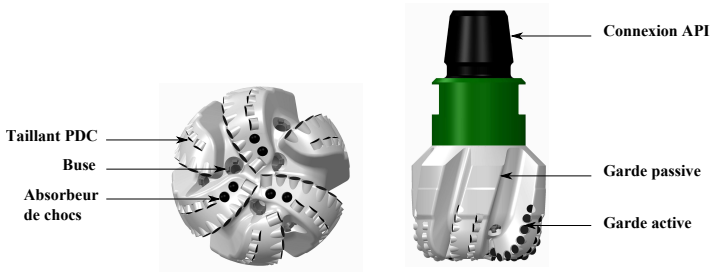



FIGURE 1.2 – Nomenclature d'un outil de forage (source : Varel)

### 1.2.3 Le fluide de forage

La boue de forage est injectée en surface à l'intérieur des tiges avec un débit et une pression contrôlés pour ressortir à travers les buses de l'outil et remonter dans l'espace annulaire pour atteindre les bacs à boue en surface. Puis repompée de nouveau, la boue effectue un circuit fermé. La pression de boue est mesurée à l'entrée des tiges et à la sortie de l'espace annulaire pour détecter les pertes de charge. La boue de forage doit assurer plusieurs rôles :

- Remonter les déblais de roche du fond du trou à la surface.
- Nettoyer le puits et refroidir l'outil de forage.
- Contrôler les pressions de fluides interstitielles des formations traversées pour éviter les éruptions.
- Assurer la stabilité mécanique des parois du puits en cours du forage.
- Remonter, sous forme de pulse de pression, les mesures des systèmes MWD (*Measurement While Drilling*) et LWD (*Logging While Drilling*).

Il existe principalement deux types de boue : les boues à base d'eau et les boues à base d'huile dans lesquelles des additifs peuvent être ajoutés [37] : produits viscosifiants, produits réducteurs de filtrat pour réduire les pertes de boue dans la formation, éléments alourdissant (Baryte, Hématite, Sidérite, Carbonate de Calcium) pour contrôler la densité de la boue, de la soude pour contrôler le ph ...

### 1.2.4 Paramètres du forage

Les paramètres du forage peuvent êtres classés en deux groupes [37] :

- **Les paramètres mécaniques** :
  - Vitesse d'avancement ou ROP (*Rate Of Penetration*) : cette grandeur est l'indicateur de la performance du système de forage (typiquement 10-15 m/h).
  - Vitesse de rotation ou RPM (*Revolutions Per Minute*) : il s'agit de la vitesse de rotation imposée à la garniture en surface. Elle varie généralement de 60 à 300 tr/min. La vitesse de l'outil de forage peut atteindre des valeurs beaucoup plus élevées si un moteur ou une turbine est placé au-dessus de l'outil de forage (jusqu'à 1000 tr/min).
  - Poids sur l'outil ou WOB (*Weight On Bit*) : il s'agit de l'effort appliqué sur l'outil selon la direction de son axe de révolution. Dans une première approximation, c'est le poids déjaugé de la garniture de forage dans le puits diminué de la tension appliquée au crochet en surface. Cette mesure permet de mieux contrôler le fonctionnement de l'outil de forage. Elle est réglée par le foreur en surface en retenant plus ou moins la garniture de forage. Le WOB est généralement de 50 à 100 kN selon l'outil de forage utilisé et la roche traversée.
  - Couple TOB (*Torque On Bit*) : c'est le moment nécessaire pour maintenir la rotation des tiges. Il est typiquement de l'ordre de 100-500 daN.m.
- **Les paramètres hydrauliques** :
  - Composition de la boue : le choix de la boue se fait en fonction des conditions du forage. Les boues à base d'huile sont plus efficaces que les boues à base d'eau dans les formations argileuses susceptibles de gonfler en présence d'eau. Elles causent le minimum de dommage aux formations productrices avec un minimum de perte. Elles assurent également des conditions de forage optimales en réduisant les frottements de la garniture sur les parois du puits et en augmentant la durée de vie de l'outil. La composition des boues à base d'huile est soumise à des réglementations législatives précises.
  - Paramètres mécaniques de la boue : le foreur règle la pression du fluide injecté pour vaincre les pertes de charge le long du circuit de circulation de la boue de forage (tiges, masses-tiges, outil, espace annulaire). Le débit est fixé en priorité pour assurer un nettoyage optimal des déblais de roche créés par l'outil. Il est mesuré en temps réel pour détecter toute perte ou venue de fluide dans le circuit de la boue.

### 1.2.5 Les vibrations en forage pétrolier

Au cours du forage, la garniture est toujours soumise à des vibrations dont l'intensité et la fréquence dépendent des paramètres géométriques et opératoires du forage, de l'outil utilisé et des formations rocheuses traversées. Ces vibrations, qui peuvent induire des chocs parfois violents entre l'outil et le fond du trou d'une part, et la garniture et les parois du puits d'autre part, ont des effets nuisibles sur l'intégrité de la structure et du système électronique embarqué, sur les performances du forage ainsi que sur la qualité des parois du puits. Elles se manifestent suivant trois modes :

1. Les vibrations axiales : elles apparaissent le plus souvent dans les puits verticaux lorsque les outils de forage tricônes traversent des roches dures. Dans leur forme la plus extrême, l'outil peut subir des déplacements verticaux périodiques allant jusqu'à la perte de contact complet de l'outil avec le fond du trou (*bit-bounce*). La fréquence caractéristique de ces vibrations est de l'ordre de 1 à 10 Hz.

2. Les vibrations latérales : elles prennent place du fait de l'existence d'un jeu entre la garniture et les parois du puits. Elles sont très importantes dans la partie basse de la garniture de forage (la BHA : *Bottom Hole Assembly*). Ces vibrations s'accompagnent souvent d'un contact permanent des tiges avec les parois du puits. Elles peuvent également conduire au phénomène redouté de précession de la BHA (*whirling*). Dans ce cas, les masses-tiges subissent un mouvement de précession autour de l'axe du puits. Typiquement, la fréquence des vibrations latérales est de l'ordre de 0.5 à 10 Hz. Si elles s'accompagnent du phénomène de précession, cette fréquence peut aller jusqu'à plusieurs centaines de Hz.

3. Les vibrations de torsion : elles se manifestent souvent à basse fréquence, typiquement entre 0.05 et 0.5 Hz. Ces oscillations peuvent engendrer des alternances auto-entretenues d'adhérence et de glissement de l'outil connu dans le monde de tribologie sous le nom de « stick-slip ». Comme les autres modes de vibration, les vibrations de torsion réduisent les performances de forage et augmentent la fatigue des tiges et l'usure de l'outil de forage.

Le phénomène de stick-slip affecte principalement les outils PDC mais il peut aussi apparaître dans le cas des outils tricônes [50]. Il est à l'origine de la chute de leurs performances en forages longs, surtout lorsque ceux-ci sont réalisés dans des formations dures. Trois remèdes peuvent être préconisés pour lutter contre le stick-slip :

— réduire le poids sur l'outil afin de diminuer son engagement dans la formation ;

— augmenter la vitesse de rotation pour empêcher le blocage de l'outil ;

— diminuer le frottement en jouant sur le fluide de forage.

Ces solutions peuvent réduire les performances du forage et affectent la vitesse d'avancement et la qualité des parois du puits. En effet, la diminution du poids à l'outil est de nature à engendrer une chute drastique de la vitesse d'avancement. L'augmentation de la vitesse de rotation risque de faire entrer la garniture et l'outil en mode de whirl qui est particulièrement néfaste.

Plusieurs travaux de recherche conduits au Centre de Géosciences de Mines ParisTech démontrent que la conception de l'outil de forage joue un rôle majeur dans l'occurrence des vibrations, en particulier celles de stick-slip pour lequel il n'existe pas encore aujourd'hui de solutions pratiques acceptables [42]. L'objectif à long terme de ces études est de prédimensionner une nouvelle génération d'outils PDC que l'on peut qualifier d'anti-stick-slip. Cette optimisation est basée sur de nouveaux critères de conception des outils permettant de choisir le profil, la forme et le schéma d'implantation des taillants PDC [1]. Nous présentons dans la suite quelques études théoriques axées sur le rôle de l'outil de forage sur l'occurrence du stick-slip.

## 1.3 Effet de l'interaction outil-roche sur le stick-slip

### 1.3.1 Phénomène du stick-slip

Le stick-slip est une forme de vibration de torsion auto-entretenue durant laquelle l'outil de forage subit des cycles de blocage qui s'accompagnent d'une accumulation d'énergie élastique de torsion dans la garniture. Cette énergie se libère soudainement sous forme d'énergie cinétique en causant la rotation de l'outil de forage à de hautes vitesses. La figure 1.3 montre un exemple de mesure de stick-slip (avec des instruments montés juste au-dessus de l'outil). Ces mesures sont réalisées à 50 Hz. La vitesse de l'outil subit des variations périodiques de blocage et de déblocage. Pendant les phases de déblocage, la vitesse de rotation de l'outil atteint 230 tr/min pour une vitesse imposée en surface de 92 tr/min seulement.

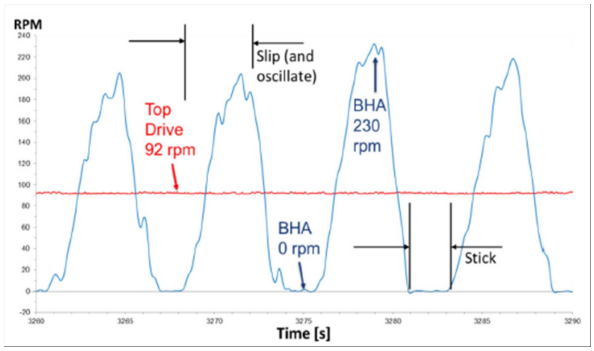
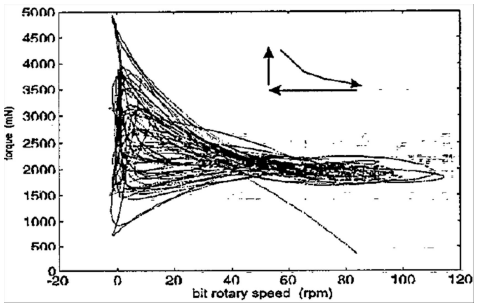
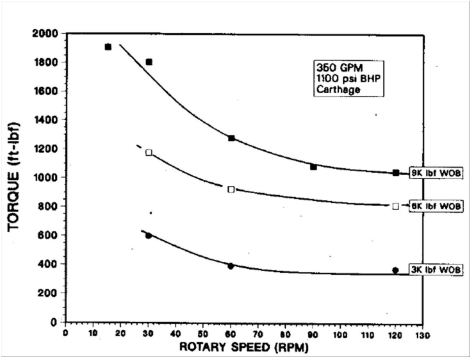



FIGURE 1.3 – Mesures de la vitesse de rotation de l'outil [17]

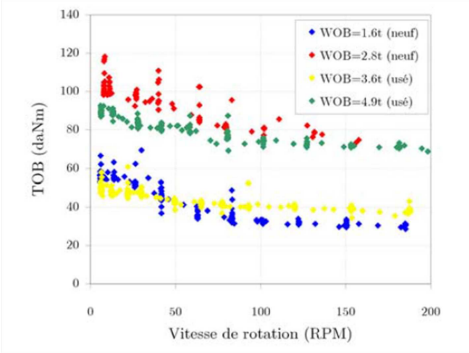
Le stick slip s'accompagne systématiquement d'une décroissance du couple à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation pour un poids sur l'outil constant. La figure 1.4(a) montre un exemple de ce phénomène. Cette décroissance a été observée pendant des essais en laboratoire sans présence de stick-slip comme l'illustrent les figures 1.4(b) et 1.4(c). Elle est associée à une diminution de l'avancement par tour de l'outil avec la vitesse de rotation. Selon nombreux auteurs, cette baisse de performance est due à la difficulté d'évacuer la roche broyée [5, 42].




(a) Mesures en chantier [41]




(b) Mesures en laboratoire [5]




(c) Mesures en laboratoire [42]

FIGURE 1.4 – Couple à l'outil en fonction de la vitesse de rotation à différents poids à l'outil

### 1.3.2 Modélisation du stick-slip

Le stick-slip peut avoir deux origines :

1. Le stick-slip de la BHA qui se produit potentiellement dans les puits horizontaux ;
2. Le stick-slip de l'outil qui se manifeste principalement dans les puits verticaux.

Nous nous intéressons particulièrement au stick-slip de l'outil de forage que nous considérons en lien avec la nature de l'interaction outil-roche. Plusieurs groupes de recherche se sont penchés sur cette question afin de comprendre l'effet de l'interaction outil-roche sur l'occurrence du stick-slip [5, 10, 16, 25, 26, 27, 30, 34, 41, 42, 48]. Une modélisation réaliste des vibrations de stick-slip devrait faire apparaître des paramètres d'optimisation qui peuvent contrôler l'occurrence et l'intensité du stick-slip à partir de la conception de l'outil de forage. Le stick-slip peut être étudié principalement selon deux approches :

- Approche en torsion-pure ;
- Approche en mode couplé axial-torsion.

Nous présentons dans la suite une analyse bibliographique des deux approches en montrant leurs hypothèses principales et leurs points de divergence.

#### 1.3.2.1 Approche en torsion-pure

**Modèle de Jansen (1993) [26]**

Dans l'approche torsion-pure, les vibrations de torsion sont découplées des autres modes d'oscillations, à savoir les vibrations axiales et les vibrations latérales. La loi d'interaction outil-roche est une donnée dans cette méthode. [26] fut parmi les premiers à développer ce type d'approche.

L'intégralité de la garniture de forage est réduite à un système équivalent de masse-ressort-amortisseur (figure 1.5). En effet, les vibrations de torsion se manifestent souvent dans le premier mode propre de la garniture de forage [26, 30]. L'inertie des tiges et de la BHA est concentrée au niveau de l'outil. Les tiges se comportent comme un ressort de torsion de raideur $R$. Le fluide de forage joue le rôle d'un amortissement visqueux dont le coefficient $c_v$ est une donnée. La roche exerce sur l'outil un couple résistant T qui dépend de la vitesse de rotation et du poids sur l'outil.

La vitesse de rotation de l'outil $\omega$ se décompose en une composante permanente de valeur $\omega_0$, qui correspond à la vitesse de rotation imposée en surface, et une composante transitoire due à la superposition des vibrations de torsion. Cette approche a été adoptée par de nombreux auteurs [5, 16, 25, 26, 34, 41, 42] car elle est capable de modéliser les vibrations mono-fréquentielles du stick-slip.

Les vibrations de torsion obéissent à une équation différentielle du second ordre dont la forme est la suivante :

$$J\ddot{\Phi} + c_v\dot{\Phi} = -R\left(\Phi - \omega_0 t\right) - \mathrm{T} \tag{1.1}$$

Avec :

$\Phi$ : le déplacement angulaire de l'outil

T : le couple à l'outil

$J$ : l'inertie du système

$c_v$ : l'amortissement visqueux

$R$ : la rigidité en torsion de la garniture

$\Phi$ et T sont des fonctions du temps $t$ et on note $\dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt}$ et $\ddot{\phi} = \frac{d\dot{\Phi}}{dt}$. Le terme $-R(\Phi - \omega_0 t)$ représente le couple élastique dû à la déformation de torsion des tiges. La quantité $\omega = \dot{\Phi}$ est la vitesse de rotation de l'outil.

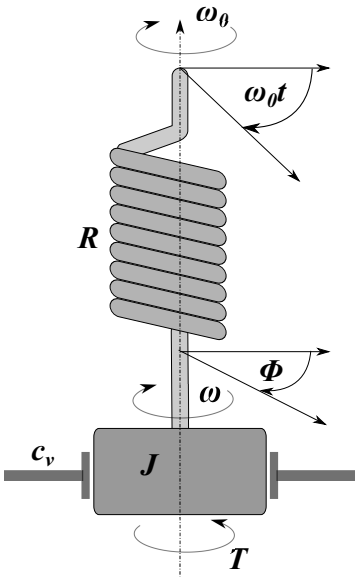


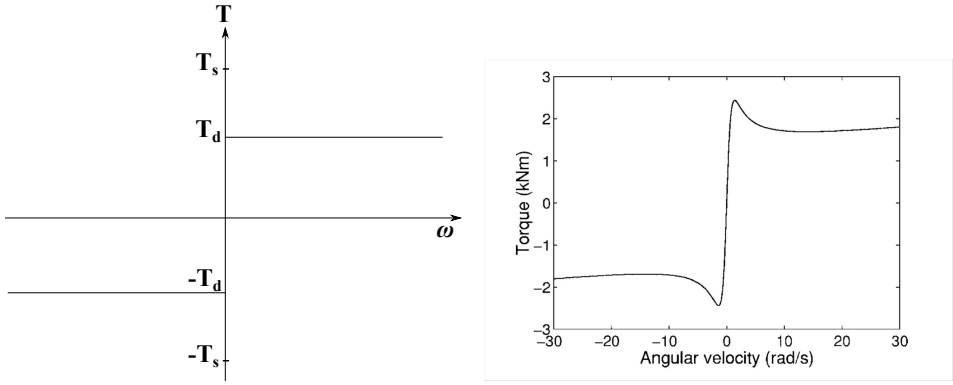

FIGURE 1.5 – Représentation d'un modèle en torsion-pure [26]

### Modélisation de l'interaction outil-roche

S'appuyant sur des données expérimentales, comme celles que nous avons présentées dans le paragraphe 1.3.1, certains auteurs modélisent la relation entre le couple à l'outil nécessaire au forage et sa vitesse de rotation. Dans l'approche en torsion-pure, cette relation peut être vue comme une caractéristique intrinsèque de l'interaction outil-roche. Par exemple, [26] modélise cette caractéristique par une loi de frottement de type Coulomb (figure 1.6(a)) définie par :

$$\begin{aligned} \mathrm{T} &= \mathrm{T}_d \mathrm{sgn}(\omega) \text{ si } \omega \neq 0 \\ |\mathrm{T}| &< \mathrm{T}_s \text{ pour } \omega = 0 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Les paramètres constants $\mathrm{T}_s \geq \mathrm{T}_d$ représentent le couple dû au frottement en statique $\mathrm{T}_s$ et en dynamique $\mathrm{T}_d$. D'autres auteurs ont fait appel à des lois de frottement issues du domaine de la tribologie (figure 1.6(b)) pour tenir compte de la présence de lubrifiants et de la nature des matériaux en interaction [42, 45, 46, 58]. Certains auteurs qui adoptent ce modèle le justifient plutôt par des raisons numériques : il s'agit d'éviter l'utilisation de la fonction discontinue de l'équation 1.2.




(a) Loi de frottement de Coulomb [26] (b) Loi de frottement théorique de [58]

FIGURE 1.6 – Modélisation du couple de frottement à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation

### Discussion

De nombreux auteurs ont observé une diminution du couple à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation pendant le stick-slip. Nous citons par exemple les mesures en laboratoire de [5, 25, 42] et les mesures sur chantier de [16, 34, 41]. Ces auteurs postulent que la décroissance du couple en fonction de la vitesse de rotation est une caractéristique intrinsèque qui dépend de l'outil et de la roche. Pour cette raison, on trouve dans la littérature l'approche en torsion-pure qui considère que la loi couple-vitesse de rotation est connue *a priori*.

Selon les défenseurs de l'approche en torsion-pure [5, 16, 25, 26, 34, 41, 42], la décroissance du couple à l'outil en fonction de la vitesse de rotation est la source de l'occurrence du stick-slip. D'autres spécialistes comme [22, 30, 48] supposent que la décroissance du couple en fonction de sa vitesse de rotation n'est observé que lors du stick-slip et elle est donc une conséquence de ce phénomène. Ces auteurs utilisent un modèle de vibration qui inclut les vibrations de torsion et les vibrations axiales afin d'expliquer et de reproduire le phénomène de stick-slip. Nous verrons ce modèle en détails dans le paragraphe suivant.

#### 1.3.2.2 Approche couplée axial-torsion

La figure 1.7 présente un schéma de principe du modèle axial-torsion de [47]. Ce modèle représente la garniture par un système équivalent masse-ressort à deux degrés de liberté : le mouvement axial de l'outil et son déplacement angulaire. Les tiges se comportent comme un ressort de torsion de raideur $R$. Le système est animé en surface d'une vitesse de consigne $\omega_0$ et axialement suivant un mouvement de corps rigide d'une quantité $U$ sous l'effet du poids $H_s - H_0 - \mathrm{W}$ avec $H_s$ le poids de la garniture et $H_0$ le poids retenu (au crochet) et $\mathrm{W} = \mathrm{WOB}$ le poids sur l'outil. Le moment d'inertie $J$ et la masse de la BHA $M$ sont concentrés au niveau des masses-tiges. L'interaction outil-roche est modélisée par le couple résistant $\mathrm{T} = \mathrm{TOB}$ et le poids sur l'outil W.

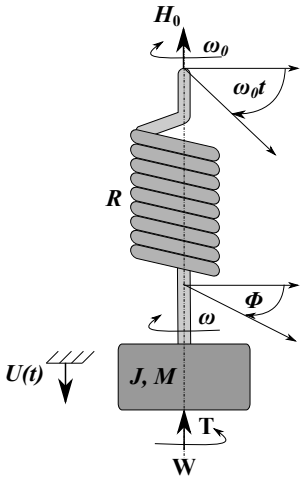



FIGURE 1.7 – Représentation d'un modèle couplé axial-torsion [47]

Les équations de mouvement s'écrivent :

$$\begin{aligned} J\ddot{\Phi} &= -R\left(\Phi - \omega_0 t\right) - \mathrm{T} \\ M\ddot{U} &= H_s - H_0 - \mathrm{W} \end{aligned} \tag{1.3}$$

### Modélisation de l'interaction outil-roche

L'auteur simplifie la structure de coupe en considérant un outil à $n$ lames uniformément espacées d'un angle $\frac{2\pi}{n}$. Chaque lame présente un méplat d'usure de longueur $l_n$ et est engagée dans la roche à une même profondeur de passe notée $h_n(t)$.

L'auteur s'inspire des travaux de [13] pour calculer les efforts d'interaction en fonction de l'énergie spécifique de coupe $\epsilon$, définie comme l'énergie nécessaire pour enlever un volume unitaire de roche, et de la contrainte normale sur le méplat d'usure $\sigma$ :

$$\begin{aligned} \mathrm{T} &= \frac{a^2}{2}(\epsilon h + \gamma \mu l \sigma) \\ \mathrm{W} &= a(\zeta \epsilon h + l\sigma) \end{aligned} \tag{1.4}$$

Avec :

$a$ : le rayon de l'outil

$l = nl_n$ : la longueur du méplat d'usure

$h = nh_n$ : la profondeur de passe équivalente

$\mu$ : le coefficient de frottement sous le méplat d'usure

$\zeta$ : le coefficient de frottement entre la face d'attaque du PDC et la roche

$\gamma$ : un paramètre qui dépend de l'outil de forage

Il est important de noter que le couple à l'outil T et le poids sur l'outil W sont couplés par l'intermédiaire de la contrainte $\sigma$ et de la profondeur de passe $h$.

Les variables dynamiques sont ensuite calculées numériquement à chaque instant $t_n$ en fonction des variables cinématiques ( $U$ et $\Phi$ ) en utilisant les conditions suivantes :

$$
\begin{aligned}
U(t) - U(t - t_n) &= h_n(t) \\
\Phi(t) - \Phi(t - t_n) &= \frac{2\pi}{n}
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

**Discussion**

L'approche couplée axial-torsion telle qu'elle est proposée par [48] présente plusieurs points forts. La prise en compte de l'interaction outil-roche est assurée avec un calcul instantané des efforts de coupe. Une généralisation de ce modèle a été proposée par [22] en utilisant un modèle structure-continue dans le cas particulier d'un puits vertical. Les déplacements $(U, \phi)$ sont fonctions du temps et de l'abscisse $x$.

Le modèle de [48] permet de reproduire les vibrations du stick-slip. L'auteur montre que pendant ces vibrations, la profondeur de passe équivalente de l'outil baisse en induisant une réduction du couple à l'outil. Dans certains cas, l'outil peut quitter la roche et se met à vibrer en mode axial (bit-bounce). [48] montre que la chute du couple à l'outil en fonction de la vitesse est causée par les vibrations auto-entretenues du stick-slip. Cette idée est d'ailleurs utilisée pour expliquer les vibrations auto-entretenues dans le domaine de la coupe des métaux. Par exemple, [56] explique les vibrations auto-entretenues qui apparaissent pendant l'usinage des métaux par l'existence d'un mécanisme de couplage entre deux modes propres de l'outil. Selon l'auteur, ces vibrations couplées engendrent un mouvement relatif elliptique entre la pièce et l'outil, ce qui cause la variation de l'épaisseur des copeaux et donc la variation des efforts de coupe.

[22, 48] négligent l'amortissement visqueux qui a un impact très important sur les régimes de fonctionnement, notamment les vibrations de torsion [26, 42]. Il est aussi probable que le phénomène de bit-bounce couplé au stick-slip [48] soit fortement affecté par l'amortissement visqueux.

[30] développe un modèle couplé axial-torsion basé sur les travaux de [48] qui inclut l'amortissement visqueux. Les simulations numériques de ce modèle montrent que les frottements visqueux jouent un rôle stabilisant, ce qui est en conformité avec [26, 42]. [30] montre que le stick-slip n'est pas dû aux vibrations axiales mais plutôt aux efforts d'interaction outil-roche. Cette étude s'appuie sur des essais expérimentaux en laboratoire à profondeur de passe et vitesse de rotation imposées [31]. Ces essais sont réalisés avec un ressort de torsion axialement rigide (pas de vibrations axiales). Les observations montrent que le stick-slip se manifeste en absence des vibrations axiales avec des variations très importantes du poids et du couple à l'outil. En l'absence du stick-slip, le poids et le couple à l'outil sont stables.

### 1.3.3 Synthèse

La modélisation des efforts de forage (T,W) diffère entre l'approche en torsion-pure et l'approche couplée axial-torsion. Dans l'approche couplée axial-torsion, les efforts de forage sont des inconnues du problème qui dépendent de la position angulaire de l'outil et de son déplacement axial [22, 30, 48]. L'occurrence du stick-slip est expliquée par l'existence d'un mécanisme de couplage entre les vibrations axiales et les vibrations de

torsion [22, 48] ou de la nature d'interaction outil-roche [30].

Dans l'approche en torsion-pure, la loi d'interaction outil-roche est une donnée du problème [26]. Le stick-slip est alors expliqué par l'existence d'un mécanisme de frottement radoucissant entre le couple à l'outil et sa vitesse de rotation à poids sur l'outil constant. Ceci signifie que la résistance de la roche au forage augmente avec la vitesse de rotation de l'outil [42]. La loi d'interaction outil-roche est déterminée à partir des essais sur chantier [25] ou en laboratoire [42].

Il existe des études expérimentales qui confirment la dépendance des efforts de forage par rapport à la vitesse, à la fois à l'échelle de l'outil comme à l'échelle des taillants [5, 25, 29, 41, 42]. Les essais en laboratoire à l'échelle d'un outil [31] montrent que le stick-slip se produit en absence de vibrations axiales, de sorte que de nombreux auteurs suggèrent qu'une loi outil-roche décroissante suffit à expliquer le stick-slip [5, 16, 25, 26, 29, 34, 41, 42]. Nous avons suivi l'approche en torsion-pure pour construire un modèle de vibration, ceci dans le but d'étudier l'influence des caractéristiques de la loi d'interaction outil-roche sur l'occurrence du stick-slip.

## 1.4 Rôle de la loi outil-roche dans le stick-slip

### 1.4.1 Introduction

Dans cette section, on présente une étude de sensibilité centrée sur le rôle de la loi outil-roche dans l'occurrence du stick-slip. On a choisi l'approche en torsion-pure qui est justifiée par de nombreuses observations in-situ et en laboratoire. On se place dans le cas d'un forage vertical ne présentant pas de points de contact entre les tiges et le puits. La décroissance du couple à l'outil est modélisée par une loi de frottement de type Coulomb simplifiée comme l'illustre la figure 1.8. Cette loi s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathrm{T} &= \mathrm{T}_d \mathrm{sgn}(\omega) + a\omega \text{ si } \omega \neq 0 \\ |\mathrm{T}| &\leq \mathrm{T}_s \text{ pour } \omega = 0 \end{aligned} \tag{1.6}$$

Cette loi est caractérisée par un couple statique $\mathrm{T}_s$ et un couple dynamique $\mathrm{T}_d$ ainsi qu'un paramètre $a \leq 0$ de sorte que le couple soit une fonction décroissante de $\omega$.

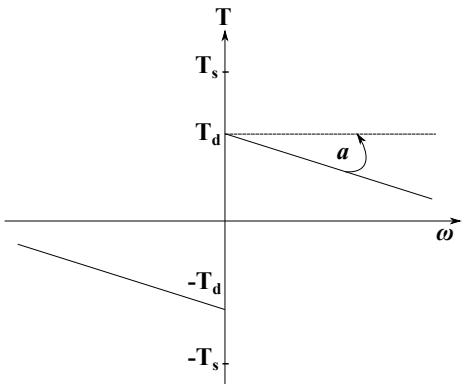



FIGURE 1.8 – Loi de Coulomb modifiée.

### 1.4.2 Équation de mouvement normalisée

Sachant que le terme $a\omega$ n'existe que durant les phases où $\omega$ est non nulle, on peut se ramener au cas avec $a = 0$, et ce en remplaçant $c_v$ par $c_v + a$ dans l'équation 1.1. Donc, on peut écrire le problème sous la forme :

- Inconnue $\Phi(t)$ : pour $t \geq 0$ et telle que $\Phi(0) = 0$ et $\omega(0) = \dot{\Phi}(0) = 0$
- Donnée : $\omega_0 > 0$, $J > 0$, $R > 0$, $c = c_v + a \in \mathbb{R}$ et $0 \leq \mathrm{T}_d \leq \mathrm{T}_s$
- Équation : $J\ddot{\Phi} + c\dot{\Phi} = -R\left(\Phi - \omega_0 t\right) - \mathrm{T}^*$
- $\mathrm{T}^* = \mathrm{T}_d \mathrm{sgn}(w)$ pour $\omega \neq 0$ et $|\mathrm{T}^*| \leq \mathrm{T}_s$ pour $\omega = 0$

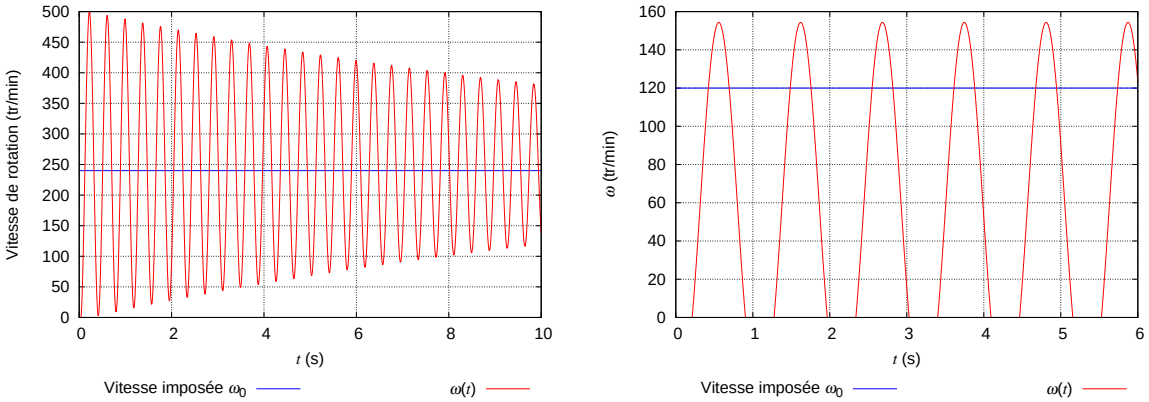
Afin de simplifier le problème, nous écrivons l'équation du mouvement sous sa forme normalisée. Pour ce faire, on introduit les variables adimensionnelles suivantes : $\hat{t} = tf_0$, $\xi = \frac{c}{2f_0 J}$, $\hat{\Phi} = \frac{f_0}{\omega_0}\Phi$, $\hat{\omega} = \frac{1}{\omega_0}\omega$ et $\hat{\mathrm{T}}^* = \frac{1}{f_0\omega_0 J}\mathrm{T}$ avec $f_0 = \sqrt{\frac{R}{J}}$ désigne la pulsation propre du système. On a alors :

$$\ddot{\hat{\Phi}} + 2\xi\dot{\hat{\Phi}} + \hat{\Phi} = \hat{t} - \hat{\mathrm{T}}^* \tag{1.7}$$

### 1.4.3 Solution du problème

Deux solutions sont possibles selon la configuration du système (annexe A). Si $\hat{\omega}$ ne s'annule plus à partir de $\hat{t} = \hat{\mathrm{T}}_s^* = \frac{1}{f_0\omega_0 J}\mathrm{T}_s$, alors le problème de stick-slip ne se reproduit pas et le système subit un régime de vibrations transitoires avant d'atteindre le régime permanent où la vitesse de l'outil est égale à la vitesse de consigne (figure 1.9(a)).

Si $\hat{\omega}$ s'annule une seule fois à partir de $\hat{t} = \hat{\mathrm{T}}_s^*$, alors le système entre dans un régime de vibrations auto-entretenues de blocage/déblocage (figure 1.9(b)).




(a) Solution de type 1 (b) Solution de type 2

FIGURE 1.9 – Les différentes solutions du problème

### 1.4.4 Vitesse seuil et intensité du stick-slip

L'un des remèdes classiques du stick-slip est l'augmentation de la vitesse de rotation en surface $\omega_0$. L'efficacité de cette solution pour atténuer les vibrations du stick-slip a été prouvée expérimentalement [16] et analytiquement [26]. Nous avons cherché à reproduire ce phénomène avec le modèle présenté plus haut. La figure 1.10 illustre l'effet de la vitesse en surface sur l'occurrence du stick-slip pour le jeu de paramètre suivant : $J = 150$ N.m.s/rad, $R = 400$ N.m/rad, $\xi = 10^{-4}$, $\mathrm{T}_s = 4000$ N.m, $\mathrm{T}_d = 3000$ N.m et $a = 0$.

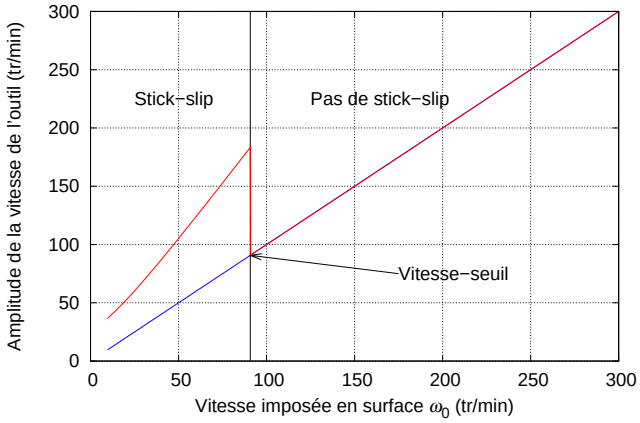



FIGURE 1.10 – Effet de la vitesse imposée en surface sur l'amplitude de la vitesse de rotation de l'outil (la courbe bleue représente la vitesse $\omega_0$ imposée en surface)

En commençant avec une vitesse de consigne $\omega_0 = 5$ tr/min, on a une solution de type 2. L'amplitude de la vitesse de l'outil est de 39 tr/min avec un facteur d'amplification $r = \frac{\omega_{max}}{\omega_0} \simeq 8$. En augmentant la vitesse du moteur, la période de blocage diminue en faveur de la période de glissement. Pendant cette phase, le facteur d'amplification $r$ décroît jusqu'à une vitesse-seuil (90 tr/min) où il devient égal à 1 et le stick-slip disparaît (solution de type 1). La vitesse-seuil marque la fin du domaine du stick-slip et le début d'un domaine que l'on peut qualifier de stable où le stick-slip n'existe plus.

Avant d'atteindre le seuil de vitesse, l'amplitude des vibrations peut atteindre des valeurs qui peuvent endommager la garniture de forage. Ce résultat montre que le remède classique contre le stick-slip qui consiste à augmenter la vitesse de rotation n'est pas toujours la bonne solution. Un foreur pourrait parfois préférer forer avec un peu de stick-slip de faible intensité plutôt que de chercher à s'en débarrasser en passant par des phases où l'intégrité de la garniture est mise en péril. Notons en outre qu'augmenter la vitesse de rotation de consigne peut parfois induire d'autres modes vibratoires indésirables, comme le whirling. Ainsi, pour se débarrasser du stick-slip, il convient à la fois de jouer sur la vitesse de rotation, mais aussi sur le poids sur l'outil.

Une approximation analytique de la vitesse-seuil peut être obtenue en s'inspirant des résultats de [26] :

$$\omega_{\text{seuil}} = \left( \frac{\sqrt{\pi\xi} - \xi}{\pi\xi - \xi^2} \right) \frac{\mathrm{T}_s - \mathrm{T}_d}{R} \tag{1.8}$$

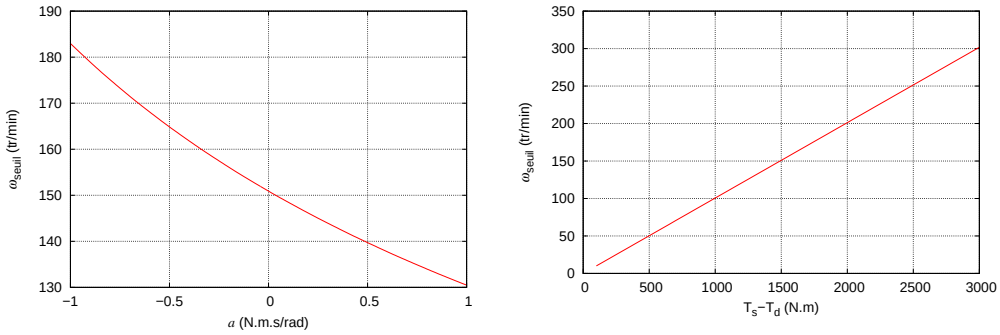
L'égalité 1.8 montre que l'on peut baisser la vitesse-seuil en diminuant les couples $T_s$ et $T_d$ et ce, en réduisant le poids sur l'outil.

### 1.4.5 Étude de sensibilité de l'effet de la loi d'interaction outil-roche

La figure 1.11(a) montre l'évolution de la vitesse-seuil, calculée numériquement à partir du modèle présenté dans le paragraphe précédent, en fonction du coefficient $a$ pour le jeu de paramètre suivant : $J = 1000$ N.m.s/rad, $R = 300$ N.m/rad, $c_v = 3,3$ N.s.m/rad, $T_s = 4000$ N.m et $T_d = 2500$ N.m. On constate que la vitesse-seuil est sensible à $a$. En effet, lorsque le système est en mode déblocage, le couple à l'outil décroît linéairement avec la vitesse à l'outil, ce qui rajoute une composante $a\omega$ qui réduit la valeur des frottements visqueux si $a$ est négatif. La diminution des frottements visqueux entre la garniture et le fluide de forage réduit la capacité du système à amortir les vibrations de torsion et cause l'occurrence du stick-slip.

Lorsque la valeur de la discontinuité $T_s - T_d$ est constante, l'effet de la variation de $T_s$ ou de $T_d$, qui correspond à une translation selon l'axe des ordonnées, est complètement absent. En revanche, lorsque $T_s - T_d$ augmente, la vitesse-seuil augmente linéairement comme le montrent la figure 1.11(b) et l'équation 1.8.

Si on considère que les paramètres décrivant la loi $T = f(\omega)$ sont des caractéristiques de l'outil de forage, les résultats suggèrent que le rôle de la conception de ce dernier est très important dans l'occurrence du stick-slip. Il reste alors à montrer que ces paramètres ont un lien avec la nature de l'outil utilisé et la roche forée. Ceci constitue l'objet principal de cette thèse.




(a) Effet de la pente $a$ pour $T_s - T_d = 1500$ N.m

(b) Effet de $T_s - T_d$ pour $a = 0$

FIGURE 1.11 – Effet de la loi d'interaction outil-roche sur le stick slip

### 1.4.6 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes approches utilisées pour modéliser la dynamique en torsion des garnitures de forage. On trouve d'abord l'approche en torsion-pure qui permet de reproduire le phénomène de stick-slip avec des lois d'interaction outil-roche imposées et connues *a priori*. On trouve également l'approche couplée axial-torsion dans laquelle les efforts d'interaction outil-roche sont calculés en

fonction des déplacements à chaque pas de temps.

Un modèle de la dynamique en torsion d'un système de forage vertical a été développé afin d'analyser le rôle de l'outil dans l'occurrence du phénomène du stick-slip. Ce modèle permet de reproduire le stick-slip en tenant compte du processus de forabilité décrit par une loi de frottement de type Coulomb qui relie le couple à l'outil et sa vitesse de rotation. Cette étude nous a permis d'identifier les paramètres de la loi d'interaction outil-roche qui favorisent les vibrations de stick-slip.

La loi de Coulomb utilisée limite le mécanisme de coupe aux frottements et ne prend donc pas en considération le processus de la rupture de la roche par l'action de l'outil de forage.

## 1.5 Conclusion

L'approche en torsion pure montre que l'interaction outil-roche a un effet très important sur le stick-slip. Selon ce modèle, le stick-slip est le résultat de la loi outil-roche caractérisée par un couple à l'outil décroissant en fonction de sa vitesse de rotation.

L'objectif de cette thèse est de fournir un modèle élémentaire de coupe des roches qui tient compte de l'effet de la vitesse de coupe. Ce modèle devrait permettre de prédire les efforts de forage encaissés par un taillant de l'outil en fonction d'un ensemble de paramètres tels que la géométrie du taillant, la profondeur de passe, la pression de la boue de forage, la vitesse de coupe et les propriétés de la roche à forer.

Pour bâtir les bases de cette modélisation, nous présentons dans la suite une étude expérimentale axée sur l'effet de la vitesse de coupe des roches, non seulement à pression atmosphérique, mais aussi sous pression de fluide, et ceci à l'échelle d'un taillant d'une part et d'un outil complet d'autre part.

# Chapitre 2

# Étude expérimentale de l'effet de la vitesse de coupe des roches sous pression de fluide

## 2.1 Introduction

Les outils de forage PDC sont constitués d'éléments de coupe appelés taillants. La composante de la vitesse du taillant tangentielle à la trajectoire de coupe est appelée vitesse de coupe. L'effet de cette vitesse sur le processus de forabilité des roches continue à faire l'objet de discussions [29, 42] alors que ce sujet a été largement traité dans le domaine du labourage des sols sous-marins [33, 39, 40]. Les études du processus de labourage des fonds de mer montrent que l'effet de la vitesse de coupe sous pression hydrostatique est très marqué par rapport à la coupe à pression atmosphérique. L'effet de la vitesse sous pression de fluide (boue et fluide interstitiel) reste cependant peu connu dans le domaine du forage pétrolier.

Afin d'apporter des éléments de réponse à cette question, nous avons conduit une première campagne expérimentale sur le banc de forage du Centre de Géosciences à Pau avec un outil de forage de type PDC de taille réelle dans trois roches de propriétés hydromécaniques différentes. Nous avons ensuite entrepris une compagne expérimentale sur une cellule de forabilité à l'échelle d'un taillant PDC pour tenter de valider les observations faites à l'échelle de l'outil.

L'objectif de ce travail est de fournir un support expérimental qui viendra à l'appui d'un nouveau modèle élémentaire de coupe qui prend en compte l'effet de la vitesse de coupe et de la pression de fluide sur la réponse mécanique du PDC. L'enjeu de ce travail est d'optimiser la conception des outils de forage de type PDC en vue d'augmenter leur vitesse d'avancement en minimisant l'occurrence des vibrations de type stick-slip.

Pour mener ces campagnes expérimentales, nous avons choisi trois roches de caractéristiques hydromécaniques différentes : un grès des Vosges très perméable, un calcaire d'Anstrude moyennement perméable et un calcaire de Buxy très peu perméable. Un outil de forage PDC a été utilisé pour conduire les essais sur le banc de forage à vitesse de rotation et à poussée imposées. Les essais élémentaires de coupe de la dernière campagne sont réalisés avec des taillants cylindriques industriels en PDC, à vitesse de coupe et à profondeur de passe imposées. Une première série de tests est effectuée sous pression atmosphérique sans présence de fluide pour étudier le rôle de la vitesse à sec et comparer les résultats aux données fournies par la littérature. Une deuxième série d'essais est réalisée sur des échantillons sous pression de boue.

Ce chapitre présente la procédure expérimentale retenue pour conduire l'ensemble des essais. La section 2.2 est consacrée à une analyse bibliographique des études expérimentales de l'effet de la vitesse de coupe et de la pression de fluide en forage pétrolier. Dans la section 2.3, nous détaillons les essais à l'échelle de l'outil. La section 2.4 présente les essais élémentaires de coupe. Pour chaque type d'essai, nous détaillons la procédure expérimentale et les principaux résultats obtenus.

## 2.2 Analyse bibliographique

Le forage est une opération complexe qui fait intervenir plusieurs paramètres qui incluent la roche, l'outil, la boue de forage, le fluide interstitiel de la roche et les conditions opératoires. Nous présentons dans cette partie une analyse bibliographique des études expérimentales de l'effet de la vitesse de coupe et de la pression de boue sur le processus de forabilité des roches par les taillants PDC dans des conditions opératoires contrôlées. Nous commençons tout d'abord par les études de l'effet de la vitesse de coupe à sec. Ensuite, nous présentons quelques études expérimentales de l'effet de la pression de boue sur les efforts de coupe. Finalement, nous analysons les résultats des rares campagnes expérimentales portant sur l'étude de l'effet de la vitesse de coupe sur la coupe des roches sous pression de fluide.

### 2.2.1 Principe des essais de coupe

Les essais de coupe peuvent être réalisés à l'échelle d'un outil complet où à l'échelle d'un taillant. Nous présentons dans la suite quelques résultats d'essais expérimentaux réalisés à l'échelle du taillant. Ces essais sont également appelés essais élémentaires de coupe dans la littérature de la coupe des roches.

La figure 2.1 présente un schéma de principe simplifié de ces essais. Le taillant attaque la roche avec un angle de coupe $\theta$ qui est généralement de l'ordre de 5-20°. Un fluide de forage peut être utilisé dans ce type d'essais pour simuler des conditions in-situ. Il exerce sur la roche une pression $p_b$.

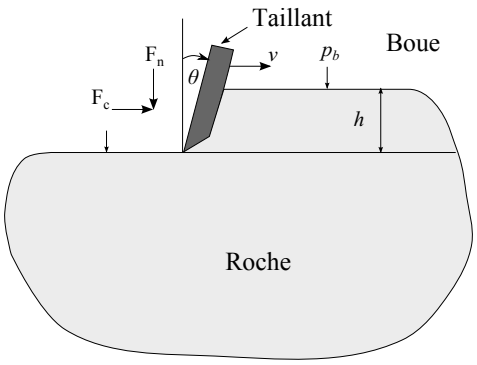



FIGURE 2.1 – Schématisation d'un essai de coupe à l'échelle du taillant

Il faut noter que les essais à l'échelle de l'outil sont généralement réalisés à vitesse de rotation et à poids sur l'outil constants. En revanche, les essais à l'échelle du taillant sont réalisés à vitesse $v$ et à profondeur de passe $h$ imposées. En effet, les essais de coupe à l'échelle du taillant visent le plus souvent à valider les modèles de coupe qui supposent une profondeur de passe constante.

L'essai élémentaire de coupe peut être réalisé sur un banc linéaire où le taillant est trainé avec une vitesse de coupe $v$ relativement faible (quelques cm/s) selon un mouvement linéaire. Dans ce cas, l'unité de la profondeur de passe $h$ est le mm. Pour atteindre des grandes vitesses représentatives du forage (jusqu'à 1.5 m/s), une cellule de forabilité peut être utilisée. Le principe de ce dispositif consiste à fixer le taillant sur

un arbre moteur qui coupe la roche selon un mouvement hélicoïdal avec une vitesse de rotation RPM et un pas constant $h$ qui représente autrement la profondeur de passe en mm/tr. Dans ce cas, la vitesse de coupe $v$ peut être calculée en fonction de la vitesse de rotation RPM (en tr/min) et du rayon de coupe $r_c$ selon l'expression suivante :

$$v = \frac{2\pi r_c}{60}\mathrm{RPM} \tag{2.1}$$

Pendant un essai, on impose la vitesse $v$ (ou éventuellement une vitesse de rotation RPM) et la profondeur $h$ et on mesure les efforts encaissés par le taillant : un effort de coupe $\mathrm{F_c}$, tangentiel au mouvement, un effort normal $\mathrm{F_n}$ et un effort radial $\mathrm{F_r}$. La composante $\mathrm{F_r}$ est négligeable si l'angle latéral du taillant est nul.

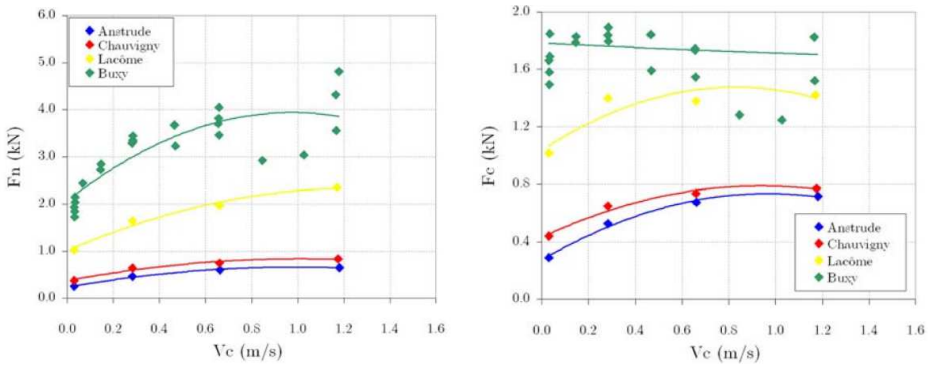
### 2.2.2 Effet de la vitesse de coupe à pression atmosphérique

A notre connaissance, il existe deux études expérimentales en laboratoire de l'effet de la vitesse de coupe sur les efforts de forage à pression atmosphérique et à sec. La première étude est celle de [4]. L'auteur réalise des essais de sciage utilisant une meule à des vitesses comprises entre 0.01 m/s et 0.94 m/s, dans le grès tendre de Castlegate ($R_c = 15$ MPa), avec des taillants usés de forme rectangulaire d'une largeur de 10 mm. L'auteur observe que l'effet de la vitesse de coupe est absent dans l'ensemble des tests conduits sous pression atmosphérique et à sec.

D'autre part, [42] réalise une campagne à pression atmosphérique sur une cellule de forabilité à sec sur quatre roches : un calcaire d'Anstrude ($R_c = 30$ MPa), un calcaire de Chauvigny ($R_c = 35$ MPa), un calcaire de Lacôme ($R_c = 60$ MPa) et un calcaire de Buxy ($R_c = 100$ MPa), en utilisant des taillants PDC neufs, chanfreinés et non chanfreinés, à des vitesses de coupe allant de 0.06 à 1.2 m/s (la vitesse de rotation varie de 6 à 240 tr/min). Cette étude expérimentale réalisée au Centre de Géosciences de Mines ParisTech a permis de mettre en évidence l'existence d'une relation croissante entre les efforts de coupe et la vitesse de coupe pour plusieurs profondeurs de passe comprises entre 0.1 et 1.6 mm/tr.

La figure 2.2 montre un exemple d'essais de [42] illustrant l'évolution en fonction de la vitesse de coupe de l'effort normal et de l'effort tangentiel encaissés par un taillant chanfreiné présentant un angle de coupe de 15°. L'auteur montre que la vitesse de coupe a un effet très important sur l'effort normal lorsque le taillant est chanfreiné. Cet effet est accentué avec l'augmentation de la profondeur de passe. L'auteur montre que le rapport de l'effort normal sur l'effort tangentiel est une fonction croissante de la vitesse de coupe et il est strictement supérieure à l'unité. Cet effet apparaît dans toutes les roches.

L'auteur montre que l'effet de la vitesse dépend de la nature de la roche. Par exemple, les efforts dans le calcaire de Buxy sont plus sensibles à la vitesse que les efforts dans le calcaire d'Anstrude. L'auteur explique ce phénomène par le comportement d'une couche limite à l'interface taillant/roche, dite *zone broyée*. Cette couche est le siège d'un mécanisme de frottement dynamique. Les détails de ce modèle sont fournis dans 3.3.4.




(a) Effort normal $F_n$ (b) Effort tangentiel $F_c$

FIGURE 2.2 – Variations des efforts de forage avec la vitesse de coupe dans quatre roches à pression atmosphérique et à profondeur de passe $h = 0.4$ mm/tr (d'après [42])

[42] réalise également des essais de coupe avec des outils de forage à pression atmosphérique dans le but de valider les observations à l'échelle d'un outil complet (voir figure 1.4(c)). L'auteur montre que le couple à l'outil chute en fonction de la vitesse de rotation pour différentes conditions opératoires. L'auteur démontre que la modélisation à l'échelle élémentaire permet d'expliquer l'effet observé à l'échelle d'un outil.

**Discussion**

Les expériences de [42], réalisées à sec et à pression atmosphérique, révèlent la dépendance des efforts de forage à la vitesse de coupe à l'échelle élémentaire. Cette dépendance est attribuée à l'occurrence d'un phénomène de frottement dynamique entre le taillant et la roche. Ce résultat n'est pas en cohérence avec les essais de [4]. Cette contradiction est probablement due à la différence des conditions opératoires des deux campagnes. En effet, les expériences de [4] sont réalisées à faibles profondeurs de passe comprises entre 0.35 et 0.6 mm/tr. En plus, [42] étudie quatre roches carbonates alors que [4] étudie un grès.

L'étude de [42] a été réalisée à sec et sous pression atmosphérique. Ces conditions ne sont pas représentatives d'un forage pétrolier où la roche est soumise à la pression du fluide de forage et à sa pression interstitielle. Nous présentons dans la suite des travaux axés sur le rôle de la vitesse de coupe et de la pression de boue sur la forabilité des roches. Évidemment, les essais à sec sont nécessaires et utiles pour mieux cerner le rôle de la vitesse de coupe qui peut être dû à divers mécanismes : la coupe elle-même, la pression de boue, la pression de pore ...

### 2.2.3 Effet de la pression du fluide de forage

[53] réalise des essais élémentaires de coupe dans deux roches dures de faible perméabilité (le calcaire de Buxy et le calcaire de Saint-Anne) sous pression de boue allant jusqu'à 30 MPa. L'auteur constate que les efforts de coupe sont des fonctions croissantes de la pression de boue.

[15] réalise des essais de coupe dans des argilites très peu perméables saturées à différentes pressions $p_0$ sous une pression de boue de 10 MPa. La figure 2.3 montre

un exemple de résultats expérimentaux qui illustre la variation de la quantité $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ avec la pression de pore initiale $p_0$, avec $\mathrm{F_c}$ l'effort de coupe et $S_c$ la section de coupe. Les auteurs montrent que les efforts de coupe ne dépendent pas de la pression de pore initiale $p_0$. Ils expliquent cette observation par une chute de la pression de pore dans les formations peu perméables due à la dilatance qui est définie en général comme l'augmentation du volume de pore au niveau du plan de glissement pendant le cisaillement des roches par le taillant. Pour ces roches, on considère que la coupe se fait en régime non-drainé caractérisé par une baisse très importante de la pression interstitielle. Une explication théorique détaillée est fournie dans [11].

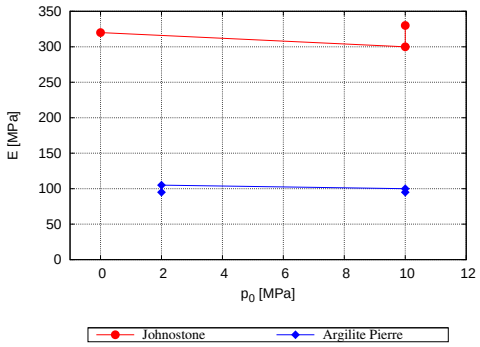



FIGURE 2.3 – Variations de l'énergie spécifique de coupe $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ avec la pression de pore initiale $p_0$ pour $p_b = 10$ MPa, d'après [15]

La figure 2.4 présente des essais de forage conduits par [44] sous pression de fluide dans deux roches avec une vitesse de rotation de 72 tr/min à une profondeur de passe allant de 0.5 à 1.25 mm/tr. La première roche est un marbre de Carthage très peu perméable ($R_c = 100$ MPa, $k = 5\ 10^{-17}$ m$^2$, $k$ étant la perméabilité intrinsèque). La deuxième roche est un calcaire d'Indiana moyennement perméable ($R_c = 45$ MPa, $k = 10^{-14}$ m$^2$). Les essais sont effectués sous pression de fluide allant de 0 à 6.8 MPa avec une huile minérale de viscosité dynamique $\mu = 45\ 10^{-9}$ MPa.s. La pression de pore initiale dans la formation rocheuse est équilibrée avec la pression de fluide extérieure avant chaque essai ($p_b = p_0$). Les auteurs observent une augmentation rapide et non-linéaire des efforts de coupe pour des pressions inférieures à 0.7 MPa dans les deux roches.

L'étude de [2] s'intéresse à l'effet de la pression différentielle sur la forabilité des roches avec les taillants PDC. Les auteurs effectuent une série d'essais dans un grès de Torrey Buff tendre et moyennement perméable ($R_c = 34$ MPa, $k = 4\ 10^{-16}$ m$^2$). Dans ces essais, la pression différentielle est définie comme la différence entre la pression de boue $p_b$ appliquée sur l'échantillon sans jaquette et la pression de pore initiale $p_0$. La roche est initialement pressurisée [1] à 2.8 MPa pendant une dizaine de minutes. Ensuite, la pression de boue $p_b$ est réglée rapidement jusqu'à la valeur désirée avant de démarrer l'essai de coupe. Les essais sont réalisés à une vitesse constante de 60 tr/min et à profondeur de coupe $h = 2.54$ mm/tr. La figure 2.5 présente un exemple de résultats et montre une légère tendance à l'augmentation de l'énergie spécifique de coupe en

1. Dans ce contexte, la pressurisation est l'opération qui consiste à équilibrer la pression interstitielle dans les pores de la roche (supposée saturée) avec la pression extérieure imposée par le fluide de forage.

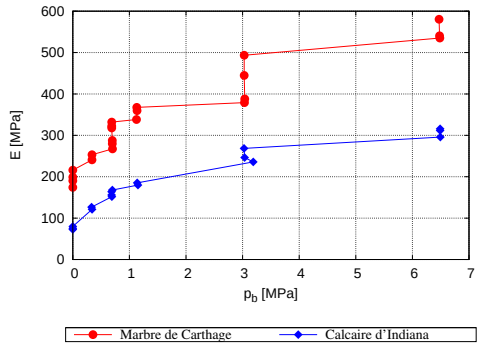



FIGURE 2.4 – Variations de l'énergie spécifique de coupe $E = \frac{F_c}{S_c}$ avec la pression de fluide $p_b = p_0$ d'après [44]

fonction de la pression différentielle $\Delta p = p_b - p_0$.

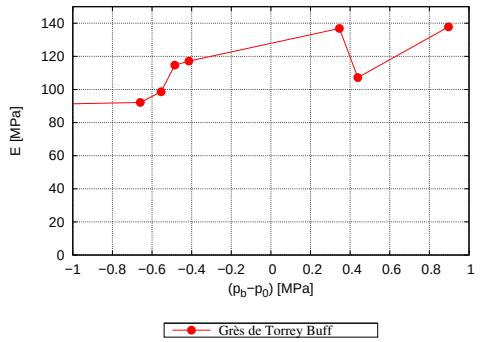


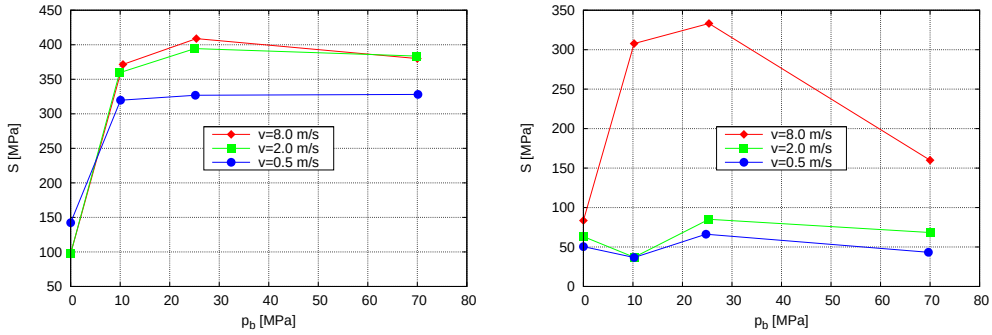

FIGURE 2.5 – Variations de l'énergie spécifique de coupe $E = \frac{F_c}{S_c}$ en fonction de la pression différentielle $p_b - p_0$ d'après [2]

### 2.2.4 Effet de la vitesse de coupe sous pression de boue

[29] réalise des essais de coupe dans cinq roches de caractéristiques hydromécaniques différentes afin d'étudier l'effet de la vitesse de coupe. L'auteur utilise un taillant TSD (*Thermally Stabilized Diamon*d) pour réaliser des expériences de coupe à faible profondeur de passe ($h = 0.3$ mm/tr), à des vitesses de coupe comprises entre 0.5 et 8 m/s. L'eau est utilisée afin de saturer les échantillons et pour appliquer une pression hydrostatique sur l'échantillon variant de 0 à 70 MPa.

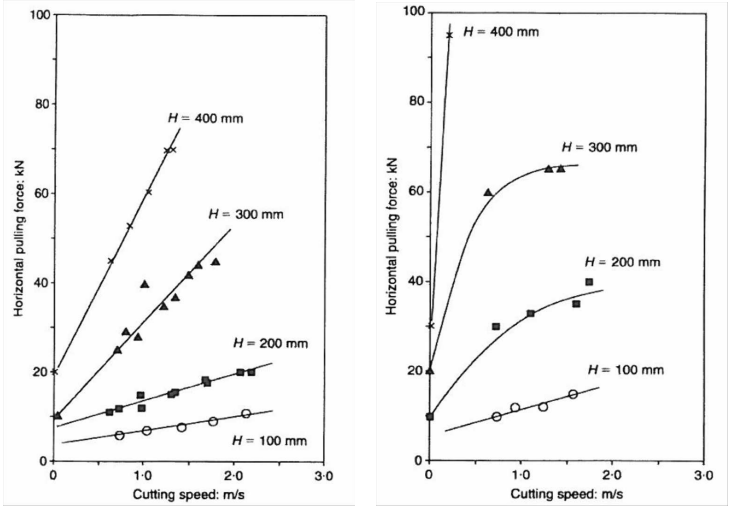
La figure 2.6 illustre la variation de la résistance au forage, définie comme le rapport de l'effort normal par la section de coupe, en fonction de la pression de boue pour différentes valeurs de la vitesse de coupe. On observe un effet de vitesse relativement faible dans la Dolomie de Bonne Terre ($R_c = 156$ MPa, $k = 10^{-16}$ m$^2$). Ce phénomène a été également observé dans le cas des roches de faible perméabilité ($k < 10^{-17}$ m$^2$). En revanche, les efforts de forage augmentent considérablement avec la vitesse dans le grès perméable de Berea ($R_c = 59$ MPa, $k = 5\ 10^{-15}$ m$^2$). Ce résultat montre que la performance des TSD à faible profondeur de passe est affectée par l'augmentation de la vitesse de coupe. Ce résultat est en cohérence avec les essais de GRINSTED

(1987) (cité par [40]) où l'augmentation de la vitesse fait croître fortement les efforts de coupe pendant le labourage dans des sols saturés sous pression hydrostatique à grandes profondeurs de passe (figure 2.7).




(a) Dolomie de Bonne Terre (b) Grès de Berea

FIGURE 2.6 – Variations de la résistance au forage $S = \frac{F_n}{S_c}$ avec la pression hydrostatique appliquée sur la roche pour trois vitesses de coupe à $h = 0.3$ mm/tr, d'après [29]




(a) Sable siliceux (b) Sable de plage

FIGURE 2.7 – Efforts de coupe en fonction de la vitesse dans deux sols de perméabilités différentes (GRINSTED (1985), cité par [40])

## Discussion

Les résultats expérimentaux présentés montrent l'importance de la pression de boue et de la pression de pore sur le processus de forabilité des roches. Ces observations laissent penser que le comportement hydraulique de la roche est un aspect fondamental dans la compréhension du processus de coupe des roches. Soulignons cependant que l'étude expérimentale du rôle de la perméabilité de la roche est délicate à réaliser car pour la faire varier, on doit prendre plusieurs roches et du coup on fait varier aussi d'autres paramètres tels que la résistance, la taille des grains ...

A notre connaissance, la seule analyse expérimentale portant sur le rôle de la vitesse de coupe sous pression de boue est celle de [29]. Cette étude montre que l'effet de la vitesse de coupe dépend de la roche, très probablement en premier lieu de sa perméabilité. L'auteur montre que les efforts de coupe augmentent avec la vitesse de coupe dans une roche très perméable, ce qui confirme les observations issues du domaine du labourage sous-marin [39, 40]. Les essais de coupe de [29] sont réalisés à faible profondeur de passe à l'échelle d'un taillant.

Nous proposons dans la suite une étude expérimentale à l'échelle de l'outil et à l'échelle élémentaire dans des conditions de forage assez représentatives de la réalité du forage pétrolier.

## 2.3 Étude expérimentale de l'effet de la vitesse de rotation à l'échelle d'un outil

### 2.3.1 Introduction

Nous présentons une campagne expérimentale réalisée dans le cadre de cette thèse en collaboration avec la société Varel afin d'explorer le rôle de la vitesse de rotation sur la forabilité des roches sous pression de fluide à l'échelle d'un outil réel. L'objectif est d'analyser la réponse mécanique d'un outil de forage dans des conditions opératoires contrôlées. Ces essais sont centrés sur l'effet de la vitesse de rotation (RPM) sur la vitesse d'avance (ROP) et sur la profondeur de passe de l'outil ($h$). Nous présentons dans la suite les moyens expérimentaux mobilisés dans cette campagne, la procédure expérimentale et les propriétés hydromécaniques des roches testées ainsi que les résultats obtenus.

### 2.3.2 Dispositif expérimental

#### 2.3.2.1 Banc de forage

La figure 2.8 présente le schéma de principe du banc de forage du Centre de Géosciences à Pau. Ce dispositif expérimental permet de réaliser des essais de forage avec des outils de diamètres réels sous pression de fluide allant jusqu'à 70 MPa. Les essais peuvent être effectués à vitesse d'avancement (ROP) constante ou à poids sur l'outil (WOB) imposé constant. Des jauges de déformation montées sur l'arbre de forage permettent de mesurer en temps réel le couple et le poids sur l'outil. La mesure de la vitesse de rotation et du déplacement axial de l'arbre se font par l'intermédiaire respectivement d'un tachymètre et d'un capteur magnétorésistif.

Nous avons réalisé les essais à poids (WOB) et à vitesse de rotation (RPM) imposés pour s'approcher du mode de forage réel. Le poids sur l'outil et la vitesse de rotation sont maintenus constants grâce à un asservissement automatique. Il faut noter que l'arbre moteur est suffisamment épais pour être considéré comme rigide.

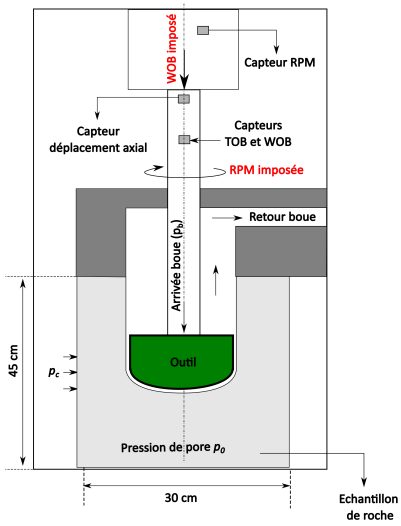



FIGURE 2.8 – Schéma de principe du banc de forage du Centre de Géosciences

#### 2.3.2.2 Procédure expérimentale

Pour tester l'effet de la vitesse de rotation de l'outil sur les performances de forage, nous imposons des paliers de vitesse de rotation entre 10 et 240 tr/min pendant le même essai. L'essai de forage peut durer quelques minutes. Nous avons utilisé une fréquence d'échantillonnage de 200 Hz pour optimiser la taille des données et faciliter leur traitement. Les données sont lissées avec un filtre passe-bas à une fréquence de coupure de 0.5 Hz.

L'outil de forage utilisé a été fourni par la société Varel. Il est de diamètre 6" (15.24 cm), il est composé de neuf lames de profil parabolique, et de 50 taillants PDC neufs de diamètre 9 mm.

Une pompe hydraulique permet d'injecter, sous un débit et une pression donnés, la boue de forage de façon à simuler le circuit hydraulique d'un forage à une profondeur donnée. Les tests ont été conduits avec comme fluide de forage de l'eau, de même qu'avec une boue à base d'eau qui seront libellées w et wbm, respectivement. La boue à base d'eau est composée de 1.7 $m^3$ d'eau, de 300 kg de Baryte et de 90 kg de Bentonite, d'une densité 1.06 et d'une viscosité dynamique de 3.4 $10^{-6}$ MPa.s, sachant que la viscosité dynamique de l'eau est de $10^{-9}$ MPa.s.

Les échantillons de roches sont tout d'abord séchés dans un four électrique à une température de 105° jusqu'à poids constant avant d'être déposés à l'intérieur du banc de forage. Ce dispositif expérimental permet d'appliquer une pression latérale $p_c$ sur l'échantillon pour simuler la pression géostatique du terrain, ainsi qu'une pression de pore $p_0$ et une pression de boue $p_b$. Nous avons choisi de réaliser les essais avec une pression hydrostatique ($p_c = p_b = p_0$). En effet, le dispositif qui permet de séparer les pressions ($p_c \neq p_b \neq p_b$) n'était pas opérationnel pendant la réalisation de cette campagne expérimentale. Nous rappelons qu'en forage réel, on préfère travailler à pression de boue supérieure à la pression de pore pour éviter les problèmes d'éruption.

Nous avons réalisé des essais à pression atmosphérique et des essais sous pression hydrostatique $p_b$. En principe, le banc de forage permet d'atteindre des pressions jusqu'à 70 MPa. Nous avons choisi une pression modérée de 20 MPa afin de préserver l'intégrité des circuits hydrauliques.

Avant le début de chaque essai sous pression de boue, l'échantillon de roche est soumis à la pression hydrostatique $p_b$ pendant une durée donnée pour équilibrer la pression de pore initiale $p_0$ avec la pression du fluide. Nous avons adopté une durée de pressurisation de quinze minutes.

La pression de pore initiale n'était pas directement mesurée. Nous avons donc réalisé des simulations numériques pour étudier la durée de pressurisation pour plusieurs fluides : eau, huile et boue à base d'eau.

Les résultats des simulations numériques sont présentés dans l'annexe B.1. Nous avons trouvé que le grès des Vosges se pressurise très rapidement avec les différents fluides. En revanche, nous avons trouvé que la pressurisation du calcaire d'Anstrude est plus lente et qu'il n'est pas possible de pressuriser tout l'échantillon dans une durée raisonnable. Toutefois, nous avons trouvé qu'une couche de quelques millimètres atteint la pression désirée après quelques secondes. Nous pensons que la hauteur de cette couche reste constante grâce à l'injection du fluide d'une manière permanente à travers les buses de l'outil pendant le forage.

#### 2.3.2.3 Caractéristiques des roches testées

Trois roches de différentes caractéristiques hydromécaniques ont été utilisées dans les essais de forage : un calcaire de Buxy peu perméable, un calcaire d'Anstrude moyennement perméable et un grès des Vosges très perméable. Les propriétés physiques de ces roches sont résumées dans le tableau 2.1.

| Propriété | Grès des Vosges | Calcaire d'Anstrude | Calcaire de Buxy |
|---|---|---|---|
| Densité | 2.14 | 2.15 | 2.16 |
| Porosité $\phi$ [%] | 20 | 17 | 2 |
| Perméabilité $k$ [m$^2$] | 5 $10^{-13}$ | 9 $10^{-16}$ | - |
| Young $E_0$ [GPa] | 10.9 | 10 | 40 |
| Résistance $R_c$ [MPa] | 36 | 30 | 100 |
| Frottement $\varphi$ [°] | 35 | 38 | 35 |

Tableau 2.1 – Caractéristiques des roches testées

Le grès des Vosges et le calcaire d'Anstrude ont des résistances à la compression et des porosités proches. Cependant, le grès des Vosges est beaucoup plus perméable que le calcaire d'Anstrude. Cette différence est due au fait que les deux roches n'ont pas la même taille et géométrie des pores. Des mesures au porosimètre à base de mercure nous ont montré que la taille moyenne des pores du grès des Vosges est de 10 $\mu$m alors que celle du calcaire d'Anstrude est de 1 $\mu$m. Le calcaire de Buxy est une roche très peu perméable de seulement 2% de porosité.

#### 2.3.2.4 Conditions opératoires

Huit essais ont été effectués sous différentes conditions opératoires en faisant varier la vitesse de rotation RPM et le poids sur l'outil WOB, à pression atmosphérique et sous pression de fluide de 20 MPa. La boue de forage à base d'eau a été utilisée dans la plupart des essais. Le tableau 2.2 donne le programme des essais réalisés.

| Nom | $p_b$ [MPa] | WOB [kN] | Boue |
|---|---|---|---|
| **grès des Vosges** | | | |
| T1 | $P_{atm}$ | 9 | WBM |
| T2 | 20 | 9 | WBM |
| T3 | 20 | 6 | W |
| **calcaire d'Anstrude** | | | |
| T4 | $P_{atm}$ | 11 | WBM |
| T5 | 20 | 15 | WBM |
| T6 | 20 | 26 | WBM |
| **calcaire de Buxy** | | | |
| T7 | 20 | 33 | WBM |
| T8 | 20 | 53 | WBM |

TABLEAU 2.2 – Programme des essais réalisés à l'échelle de l'outil

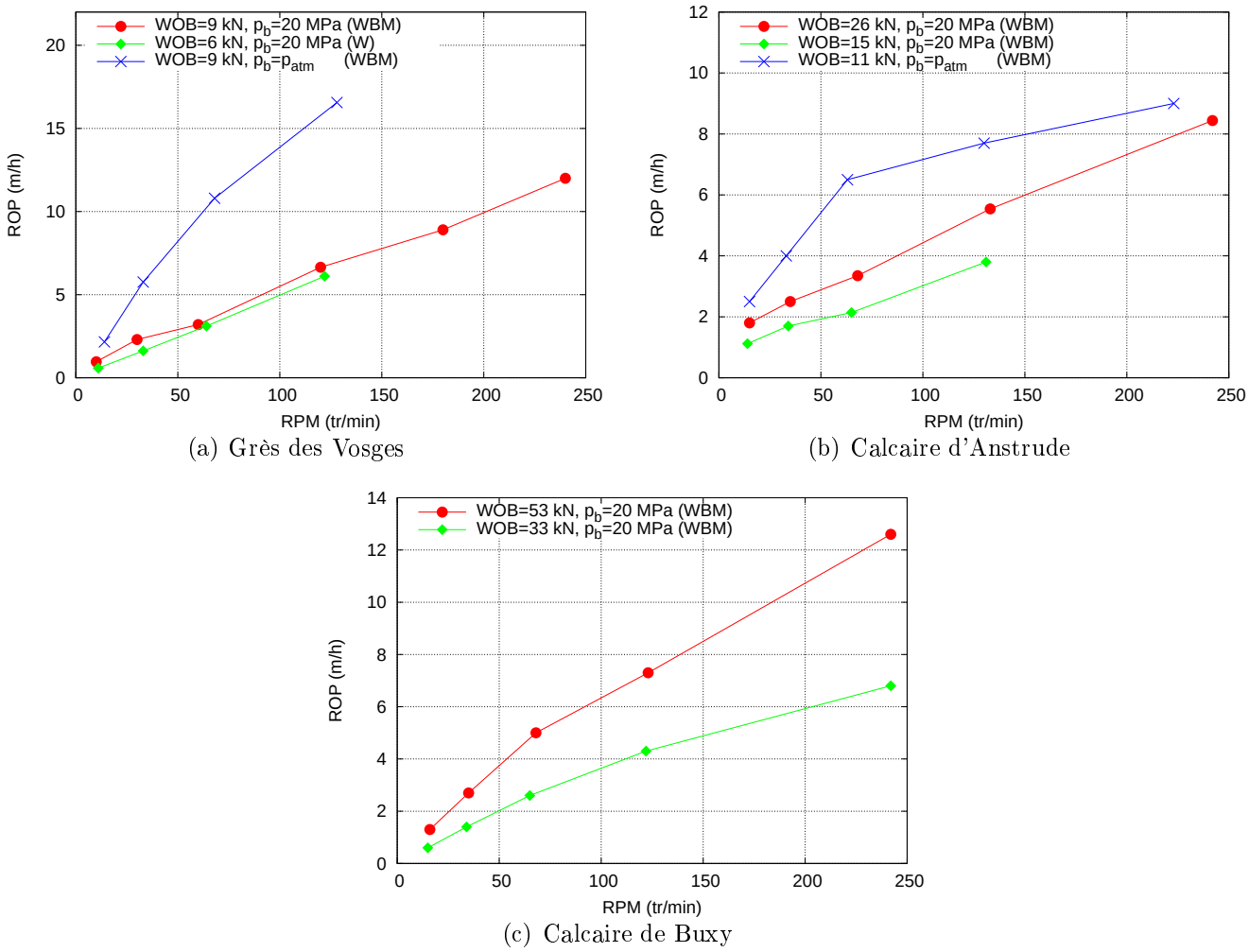
### 2.3.3 Résultats expérimentaux

Nous examinons l'effet de la vitesse de rotation sur les performances du forage. Cette étude est focalisée sur deux grandeurs particulièrement importantes : la vitesse d'avance ROP (m/h) et la profondeur de passe (mm/tr) en fonction de la vitesse de rotation de l'outil.

#### 2.3.3.1 Effet de la vitesse sur la vitesse d'avancement

La figure 2.9 présente les variations de la vitesse d'avancement de l'outil avec sa vitesse de rotation pour l'ensemble des essais. Cette grandeur est calculée en dérivant numériquement l'avancement de l'outil par rapport au temps. La vitesse d'avancement est une fonction croissante du poids à l'outil.

On observe également que la vitesse d'avancement dépend de la nature de la roche. Dans le grès des Vosges, la vitesse d'avancement est très élevée sous pression atmosphérique comparée à celle sous pression de fluide de 20 MPa lorsque le poids sur l'outil est de 9 kN. Cette observation est cohérente avec les résultats dans le calcaire d'Anstrude où la vitesse d'avancement à pression atmosphérique à WOB = 11 kN est beaucoup plus élevée que celle sous pression de 20 MPa même avec des WOB de 15 et de 26 kN.




(a) Grès des Vosges

(b) Calcaire d'Anstrude

(c) Calcaire de Buxy

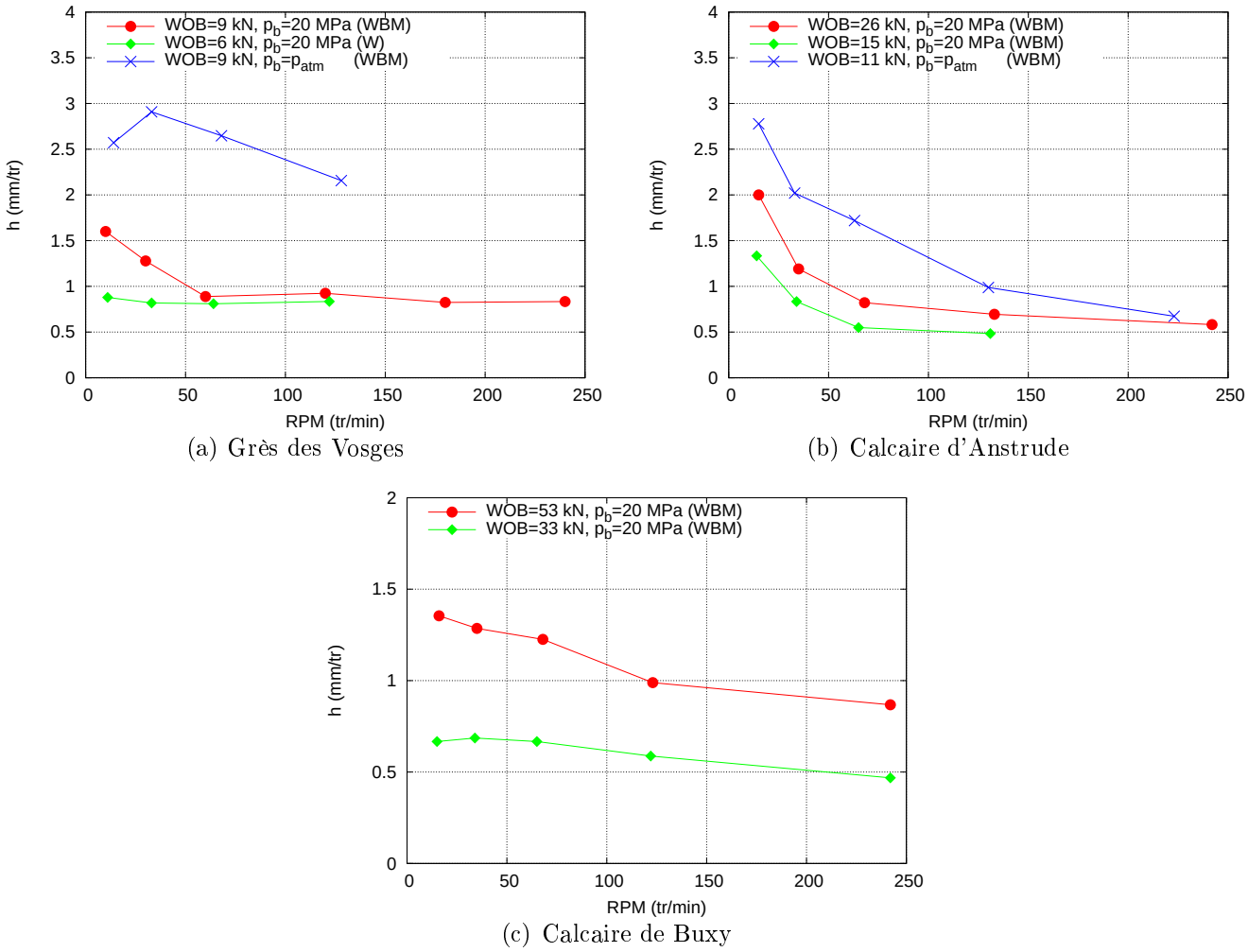
FIGURE 2.9 – Vitesse d'avancement de l'outil (ROP) fonction de sa vitesse de rotation (RPM)

#### 2.3.3.2 Effet de la vitesse sur la profondeur de passe

Afin d'analyser l'effet de la vitesse de rotation sur le processus de forage, nous présentons sur la figure 2.10 l'évolution de la profondeur de passe de l'outil avec sa vitesse de rotation pour l'ensemble des essais. La profondeur de passe $h$ correspond à l'enfoncement des taillants dans la roche par tour de l'outil. Il est calculé par le ratio de la vitesse d'avance (ROP) avec la vitesse de rotation (RPM) :

$$h = \frac{10^3}{60}\frac{\text{ROP}}{\text{RPM}} \text{ (ROP en m/h et RPM en tr/min)} \tag{2.2}$$

Globalement, on observe que la profondeur de passe dans les deux calcaires diminue avec la vitesse de rotation. Dans le grès des Vosges, cette tendance n'est pas aussi marquée.




(a) Grès des Vosges

(b) Calcaire d'Anstrude

(c) Calcaire de Buxy

FIGURE 2.10 – Profondeur de passe ($h$) fonction de la vitesse de rotation (RPM)

### 2.3.4 Discussion

Rappelons que les essais de forage ont été réalisés à poids constant sur l'outil au cours d'un même essai. Lorsque la pénétration par tour de l'outil diminue avec l'augmentation de la vitesse de rotation, cela traduit que les taillants pénètrent moins la roche à hautes vitesses de rotation qu'à faibles vitesses. Ceci ne peut s'expliquer que par le fait que la roche oppose une résistance à la pénétration du taillant d'autant plus forte que la vitesse de coupe est grande. Cela veut dire que si l'essai était réalisé de sorte à ce que la profondeur de passe reste constante, nous aurions mesuré un effort normal fonction croissante de la vitesse de rotation.

La lourdeur de ces essais ainsi que le peu de disponibilité des équipements pour nos travaux ne nous ont pas permis de multiplier les essais afin de confirmer de telles affirmations. C'est pour cette raison que nous avons décidé d'analyser le processus de forage à l'échelle du taillant élémentaire en mettant en place un équipement expérimental dédié.

## 2.4 Étude expérimentale de l'effet de la vitesse de coupe à l'échelle élémentaire d'un taillant

### 2.4.1 Introduction

Les essais de forage montrent que la vitesse de rotation peut avoir un impact sur les performances du forage selon les caractéristiques hydrodynamiques de la formation forée. Pour mieux comprendre ce phénomène, nous avons réalisé une campagne expérimentale dans les trois roches précédemment testées en utilisant la cellule de forabilité du Centre de Géosciences. L'objectif de ce travail expérimental est de fournir un support expérimental pour l'analyse des effets de la vitesse et de la pression de fluide dans des conditions réalistes de fond de puits [3].

Les essais de coupe sont réalisés avec de vrais taillants cylindriques de type PDC, à vitesse de coupe et à profondeur de passe imposées. Une première série de tests est effectuée sous pression atmosphérique sans présence de fluide pour étudier le rôle de la vitesse de coupe à sec et comparer les résultats à ceux rencontrés dans la littérature concernant la coupe des roches [4, 42]. Une deuxième série d'essais est réalisée sur des échantillons saturés sous pression de fluide. Ces expériences seront utiles pour étudier la validité du modèle élémentaire de coupe proposé dans le chapitre 4.

### 2.4.2 Dispositif expérimental

#### 2.4.2.1 Cellule de forabilité

La cellule de forabilité est installée sur le site de forage du Centre de Géosciences à Pau en France. Elle permet d'effectuer des essais de coupe sous des conditions cinématiques (profondeur de passe et vitesse de rotation) et des conditions de pression (pression de boue et pression de confinement) imposées. L'avantage de ce dispositif expérimental est la possibilité d'atteindre des vitesses et des pressions représentatives d'un forage réel.

La figure 2.11 illustre le schéma de principe de cet instrument. L'échantillon de roche mesure 16 cm de diamètre. Il est initialement fixé à l'intérieur du dispositif. Le taillant, fixé sur l'arbre d'un moteur électrique, est mis en mouvement hélicoïdal à pas constant $h$ (la roche est posée sur un système d'équilibrage qui garantit la constance de $h$). La vitesse de rotation et le déplacement axial de l'arbre sont contrôlés automatiquement.

Des pompes électriques permettent d'appliquer une pression de fluide pouvant aller jusqu'à 100 MPa. La vitesse de rotation varie de 6 à 300 tr/min. Le rayon de coupe est de 4.5 cm. Le tableau 2.3 résume les caractéristiques de la cellule de forabilité ainsi que les limites des capteurs d'efforts.

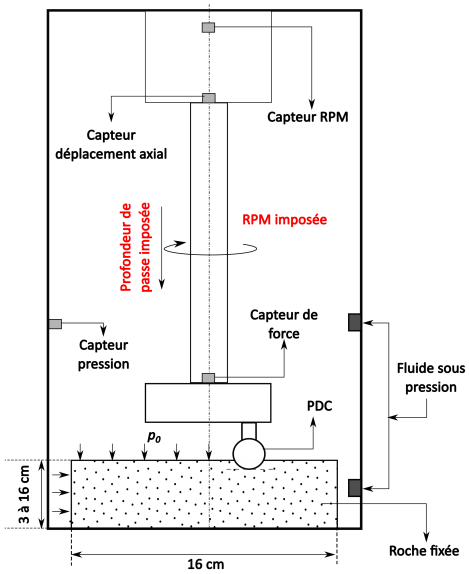



FIGURE 2.11 – Configuration de la cellule de forabilité

| | |
|---|---|
| Vitesse de rotation | $6 - 300$ tr/min |
| Pression de fluide | $1 - 100$ MPa |
| Effort normal | $0 - 50$ kN |
| Effort tangentiel /radial | $0 - 20$ kN |

TABLEAU 2.3 – Caractéristiques de la cellule de forabilité

#### 2.4.2.2 Procédure expérimentale

Les essais de coupe ont été effectués dans les mêmes roches que celles qui ont été testées sur le banc de forage et dont les caractéristiques sont décrites dans le paragraphe 2.3.2.3. Nous avons tout d'abord effectué des essais de coupe élémentaires à sec afin de nous positionner par rapport aux travaux de [4, 42]. Dans une seconde partie, nous avons reproduit les mêmes essais sous pression de fluide sans poser de jaquette sur l'échantillon de roche.

Nous avons effectué les essais avec un fluide différent de ceux utilisés sur le banc de forage. En effet, l'utilisation des boues à base d'eau risque d'endommager la machine et peut générer des réactions chimiques avec les roches. Nous avons donc utilisé une huile minérale de faible réactivité chimique. La viscosité dynamique de l'huile dépend de la température et sa compressibilité $C_f$ dépend de la pression. Les propriétés hydrodynamiques sont illustrées dans le tableau 2.4.

| Caractéristique | Huile | Eau |
|---|---|---|
| Masse volumique [kg.m$^{-3}$] | 817 | 1000 |
| Viscosité Dynamique [MPa.s] | 2 $10^{-7}$ | $10^{-9}$ |
| Compressibilité [MPa$^{-1}$] | 6.25 $10^{-4}$ | 5 $10^{-4}$ |

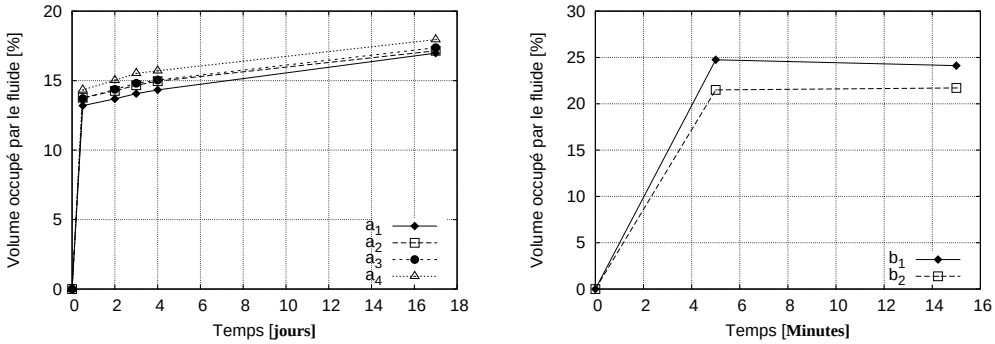
Tableau 2.4 – Paramètres hyrodynamiques de l'huile de forage et de l'eau à température ambiante et à pression atmosphérique

Les essais élémentaires de coupe ont été réalisés avec une pression de boue égale à la pression de pore initiale. Pour régler la pression de pore initiale, nous avons tout d'abord saturé les échantillons et nous les avons pressurisés par la suite dans la cellule de forabilité.

Les échantillons de roches sont tout d'abord séchés dans un four électrique à une température de 105° jusqu'à poids constant avant d'être déposés à l'intérieur de la cellule de forabilité. Nous avons suivi l'évolution de la saturation de quelques échantillons dans l'huile en fonction du temps en pesant l'échantillon avec une balance de précision ±100 mg (la masse de l'échantillon avant et après saturation est de l'ordre de 1200 g et de 1350 g, respectivement). Nous avons alors montré que la saturation sous pression atmosphérique n'est pas efficace. En effet, 15 jours n'étaient pas suffisants pour stabiliser la masse de l'huile absorbée dans le grès des Vosges qui est pourtant une roche poreuse et très perméable (voir figure 2.12(a)). Nous avons trouvé que le degré de saturation présente une augmentation rapide dans les premières heures à pression atmosphérique. Ceci correspond au remplissage de la macro-porosité de la roche. La courbe de saturation à pression atmosphérique ne cesse de croître, ce qui signifie que les vides ne sont pas totalement remplis par l'huile, même après deux semaines.

Nous avons donc saturé les échantillons sous pression de fluide de 20 MPa. La figure 2.12(b) montre l'état de saturation de quelques échantillons de grès des Vosges sous

pression avant de procéder à la réalisation de l'essai de coupe. Le degré de saturation se stabilise autour de $\sim 22.5\%$ après 5 minutes seulement et dépasse la porosité initiale de la roche qui est de 20%. Cette augmentation peut être due à une ouverture de la micro-porosité de la roche sous pression ou à une mauvaise estimation de la porosité. En effet, les échantillons ne présentent pas de fissures macroscopiques après saturation sous pression. Nous avons observé le même résultat pour le calcaire d'Anstrude (porosité = 17%). Le calcaire de Buxy est très faiblement perméable.




(a) Saturation sous pression atmosphérique (b) Saturation sous pression de 20 MPa

FIGURE 2.12 – Évolution du degré de saturation en fonction du temps dans le grès des Vosges

Un taillant en PDC de diamètre 13 mm et d'angle de coupe $\theta = 15°$ a été utilisé pour réaliser les essais élémentaires. Le rayon de coupe est de 4.5 cm. Le taillant présente un chanfrein faisant un angle $\theta_{ch} = 45°$ avec l'horizontale. Il est caractérisé par sa largeur $l_{ch} = 0.31$ mm (figure 2.13). La forme cylindrique, l'angle de coupe et le chanfrein choisis correspondent à ceux utilisés dans la pratique. Dans les essais humides, une pression hydrostatique de fluide $p_b$ est appliquée sur l'échantillon de roche sans jaquette.

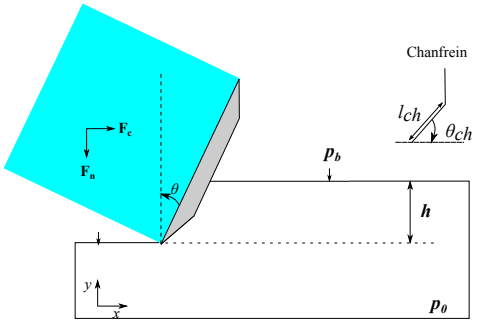



FIGURE 2.13 – Géométrie de coupe

Nous ne disposons pas de mesure directe de la pression de pore initiale dans les échantillons. Une analyse aux éléments finis a été effectuée afin de vérifier la durée de pressurisation des roches avant le début des essais de coupe. Nous rappelons que la durée de pressurisation correspond au temps nécessaire pour que la pression de pore soit homogène dans la roche.

Les simulations numériques à l'aide du logiciel HYDREF ont montré que la pressurisation dans le grès des Vosges nécessite moins de 0.01 s et celle dans le calcaire

d'Anstrude 0.4 s. Dans le cadre de nos essais, les échantillons ont été saturés et soumis à une pression durant 15 min.

#### 2.4.2.3 Acquisition des données

Un ensemble de capteurs a été utilisé pour contrôler le fonctionnement du système et mesurer les grandeurs suivantes :

- Des jauges de déformations pour mesurer les efforts sur le PDC au cours de la coupe : l'effort normal $F_n$, l'effort tangentiel $F_c$ et l'effort radial $F_r$
- Un capteur LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*) pour mesurer le déplacement axial de l'arbre
- Un tachymètre pour mesurer la vitesse de rotation RPM
- Des capteurs de pression relative et absolue pour mesurer la pression d'huile imposée $p_b$

la profondeur de passe, la vitesse de rotation et la pression de fluide sont asservis à l'aide du programme LabView.

#### 2.4.2.4 Traitement des données

Les signaux sont échantillonnés à une fréquence $f_s$ qui varie de 5 kHz à 15 kHz selon la vitesse de coupe pour avoir une résolution et une taille de fichiers acceptable pour le traitement et ce sans perte d'information. La distance d'échantillonnage est de 9 $\mu$m pour une vitesse de rotation de 10 tr/min, ce qui correspond à une vitesse linéaire de 4.7 cm/s. Pour la vitesse maximale atteinte de 240 tr/min (1.13 m/s), la distance d'échantillonnage est de 70 $\mu$m. Cette distance est acceptable puisqu'elle est très petite par rapport à la profondeur de passe qui est de l'ordre de 1 mm/tr.

Bien qu'imposés, les déplacements et les pressions enregistrés sont accompagnés de fluctuations à haute et à basse fréquences. Ce phénomène est habituel dans les essais de coupe [29, 44]. Ces fluctuations peuvent être dues au bruit électronique des instruments de mesure et/ou aux phénomènes de vibration.

Il est généralement admis que la bande passante du processus de coupe est située entre 0 et 10 Hz quand la profondeur de passe est supérieure à la taille des grains [49]. Des phénomènes à hautes fréquences sont possibles pour des petites profondeurs de passe [49]. Afin d'éliminer le bruit du signal brut, [49] utilise un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure de 10 Hz pour des essais réalisés à faible vitesse de rotation ($<$ 10 tr/min). Une autre technique de filtrage a été utilisée dans le présent travail. La figure 2.14 présente le spectre de l'effort normal d'un signal à vide et d'un signal pendant un essai de coupe dans le grès des Vosges à $h = 1$ mm/tr, RPM = 120 tr/min, et $p_b = 20$ MPa. On constate que le signal à vide présente un pic à 0 Hz et des pics à 50, 150, 250 ... Hz. Ces composantes correspondent à la fréquence principale et aux harmoniques du courant électrique. L'étude du spectre de l'essai de coupe montre que la bande passante principale est située entre 0 et 10 Hz ce qui confirme les résultats de [49]. Ce signal a les mêmes pics que le bruit. Le même phénomène a été observé pour le reste des essais. Nous postulons que ces pics réguliers sont dûs au bruit du capteur et non aux phénomènes de vibrations.

Nous avons utilisé une procédure de filtrage pour minimiser le bruit. L'idée consiste à utiliser une série de filtres « coupe-bande » pour supprimer les composantes de $50, 150, 250\ldots$ Hz avec une fenêtre de 5 Hz. La figure 2.15 montre un exemple de ce traitement (grès des Vosges, $h = 1$ mm/tr, RPM = 120 tr/min, $p_0 = 20$ MPa). Cette méthode de filtrage permet d'éliminer le bruit et de fournir un signal moyen des grandeurs traitées. On constate que la courbe filtrée est décalée en temps par rapport au signal brut. Ce retard est dû au filtrage mais affecte peu les résultats.

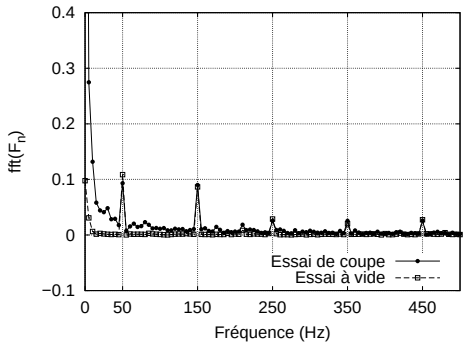



FIGURE 2.14 – Spectre du l'effort normal

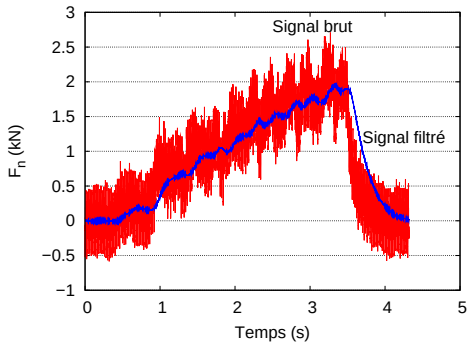



FIGURE 2.15 – Exemple de filtrage : l'effort normal en fonction du temps dans le grès des Vosges avec $h = 1$ mm/tr et RPM = 120 tr/min

### 2.4.3 Résultats expérimentaux

Dans la suite, nous exposons les résultats de la campagne expérimentale menée dans le calcaire de Buxy, le calcaire d'Anstrude et le grès des Vosges sous des conditions cinématiques et des pressions de fluide imposées. Le tableau 2.5 résume la matrice des essais. Pour chaque essai élémentaire de coupe, on s'intéresse à l'évolution de l'effort normal $F_n$ et de l'effort tangentiel $F_c$ en fonction de la position verticale du taillant (enfoncement du taillant dans la roche). L'effort radial $F_r$ est nul dans tous les essais car l'angle de coupe latéral du taillant est nul.

Nous avons répété 2 à 4 fois les essais afin d'estimer la reproductibilité des mesures et leur dispersion. Celle-ci est relativement élevée (20 %) lorsque les efforts de coupe sont inférieurs à 0.5 kN. L'incertitude de mesure est de 5 % lorsque les efforts sont

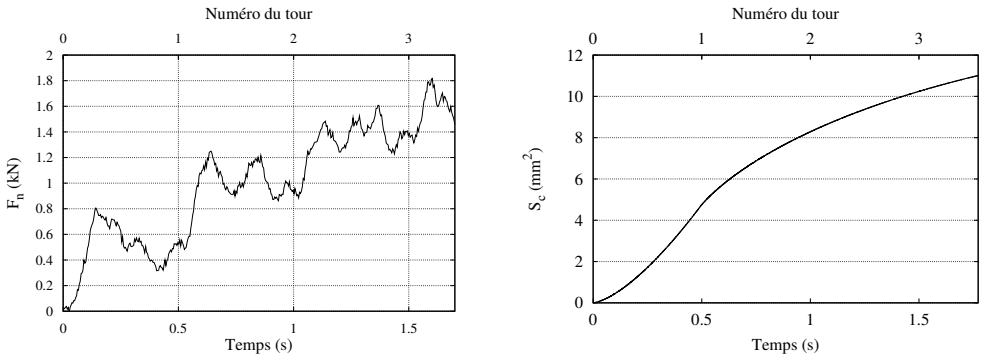
plus élevés. L'erreur moyenne de tous les essais répétés est de 10 %. Ces résultats sont conformes à ceux décrits dans la littérature relative aux essais de coupe des roches [53].

| Roche | $p_b$ [MPa] | $h$ [mm/tr] | RPM |
|---|---|---|---|
| Calcaire de Buxy | 0 (sec) | 1.00 | 10, 60, 120 |
| | 20 | 0.75 | 10, 120 |
| Calcaire d'Anstrude | 0 (sec) | 1.00 | 10, 60, 120 |
| | 20 | 0.75 | 10, 120 |
| Grès des Vosges | 0 (sec) | 1.00 | 10, 60, 120 |
| | 20 | 0.75, 1.00 | 10, 30, 60, 120, 180, 240 |
| | | 1.25, 1.50 | 10, 30, 60, 120, 180 |

TABLEAU 2.5 – Programme des essais élémentaires de coupe

#### 2.4.3.1 Caractéristique générale de tous les résultats

La figure 2.16(a) illustre l'évolution de l'effort normal en fonction du temps. On note que l'effort augmente au cours de l'essai car la section de coupe (surface de contact entre le PDC et la roche) augmente avec le temps lorsque le taillant de format cylindrique s'enfonce dans la roche (voir figure 2.16(b)). On retrouvera donc ce même phénomène pour tous les autres essais.




(a) Effort normal (b) Section de coupe $S_c$

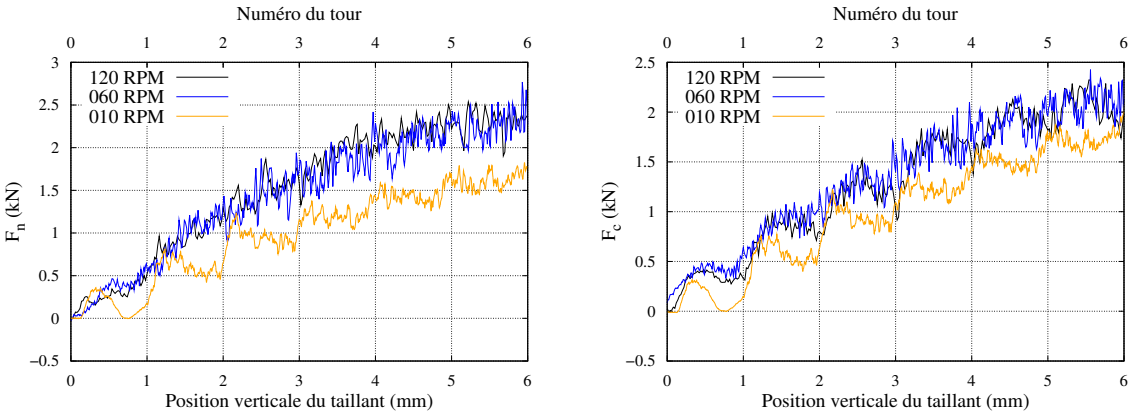
FIGURE 2.16 – Évolution de l'effort normal et de la section de coupe (à partir du moment de contact avec la roche) en fonction du temps dans le grès des Vosges à $h = 1$ mm/tr pour une vitesse de 120 tr/min

#### 2.4.3.2 Roche peu perméable : calcaire de Buxy

Les figures 2.17 et 2.18 montrent un exemple d'essai de coupe effectué dans le calcaire de Buxy ($R_c = 100$ MPa) à pression atmosphérique et sous pression de fluide

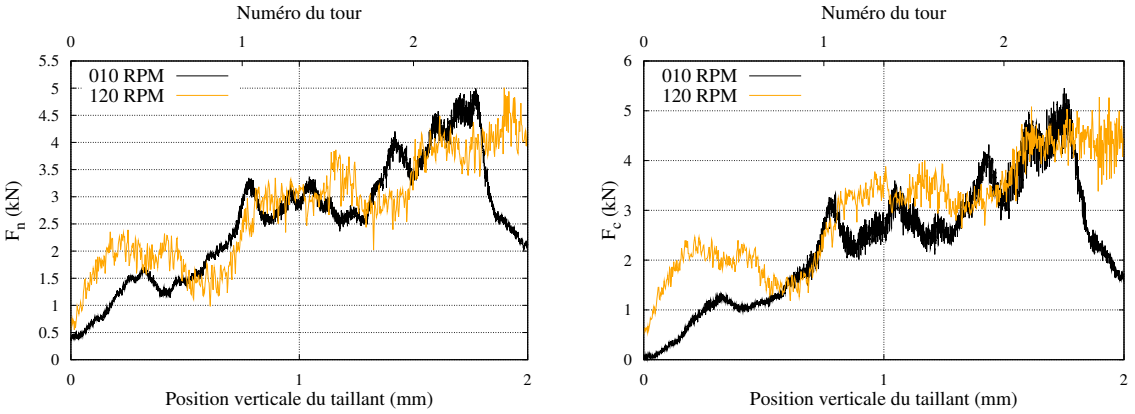
de 20 MPa. Les essais à pression atmosphérique sont réalisés à sec sans lubrification à $h = 1$ mm/tr. Les tests à 20 MPa sont effectués à $h = 0.75$ mm/tr seulement, à cause du niveau très élevé des efforts sous haute pression de fluide. Ces résultats portent sur deux tours seulement. En effet, l'essai est programmé pour être interrompu lorsque la valeur de la force dépasse les 7 kN afin de préserver la tenue du dispositif expérimental. La figure 2.18 montre que les efforts diminuent après deux tour ce qui signifie que le taillant a quitté la roche après deux tours seulement.

Les résultats montrent que les efforts de coupe augmentent avec la vitesse de coupe à pression atmosphérique et à sec. Par exemple, l'effort normal $F_n$ augmente de 40 % quand la vitesse passe de 10 à 60 tr/min. La composante tangentielle $F_c$ augmente de 10 % seulement. Les niveaux de $F_n$ et $F_c$ sont proches. L'effet de la vitesse dans le calcaire de Buxy diminue sous pression de fluide. $F_n$ augmente de 15 % quand la vitesse passe de 10 à 120 tr/min. Le rapport $F_n/F_c = 0.95$ semble être constant dans les essais sous pression. Les copeaux observés après l'essai sous pression atmosphérique et sous pression de fluide de 20 MPa sont des rubans continus de roche.




(a) Effort normal (b) Effort tangentiel

FIGURE 2.17 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire de Buxy, $P_{atm}$, $h = 1$ mm/tr



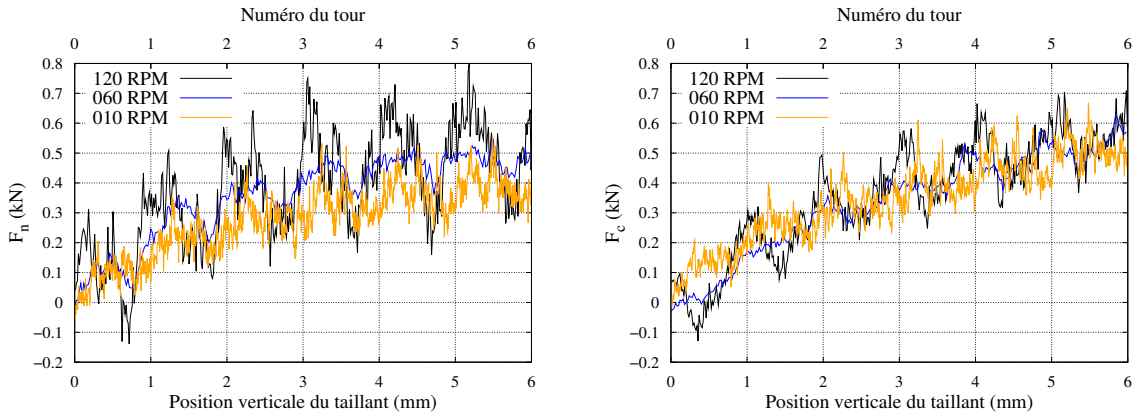

(a) Effort normal (b) Effort tangentiel

FIGURE 2.18 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire de Buxy, $p_b = 20$ MPa, $h = 0.75$ mm/tr

#### 2.4.3.3 Roche moyennement perméable : calcaire d'Anstrude

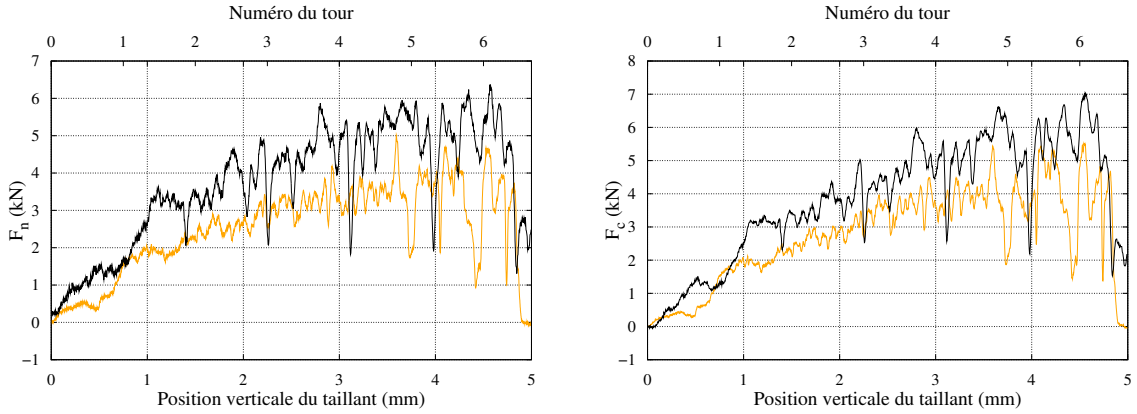
Les figures 2.19 et 2.20 illustrent les évolutions des efforts au cours des essais dans le calcaire d'Anstrude ($R_c = 30$ MPa) à pression atmosphérique et sous pression de 20 MPa. La vitesse de rotation semble jouer un rôle sur l'effort normal $F_n$ dans le calcaire d'Anstrude à pression atmosphérique. La vitesse de rotation n'a pas d'effet sur l'effort tangentiel $F_c$ . Les tests à 20 MPa sont effectués à $h = 0.75$ mm/tr seulement, à cause du niveau très élevé des efforts sous haute pression de fluide. L'effet de la vitesse dans le calcaire d'Anstrude sous pression est cette fois-ci bien prononcé. $F_n$ et $F_c$ augmentent en effet de 30 % quand la vitesse passe de 10 à 120 tr/min.

Pendant les essais de coupe à pression atmosphérique, on observe des copeaux sous forme de poudre contrairement aux essais sous pression de fluide de 20 MPa où on observe des rubans continus pour les différentes vitesses.




(a) Effort normal (b) Effort tangentiel

FIGURE 2.19 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire d'Anstrude, $P_{atm}$, $h = 1$ mm/tr



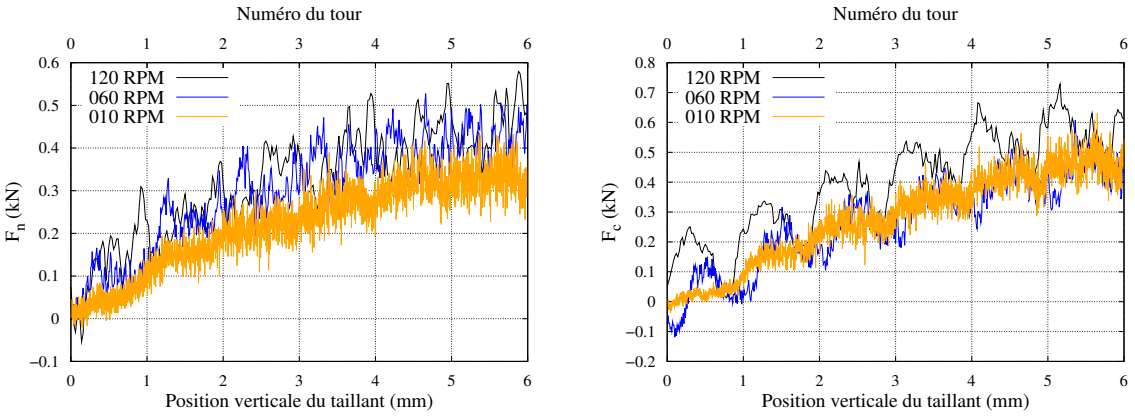

(a) Effort normal (b) Effort tangentiel

FIGURE 2.20 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le calcaire d'Anstrude, $p_b = 20$ MPa, $h = 0.75$ mm/tr

#### 2.4.3.4 Roche très perméable : grès des Vosges

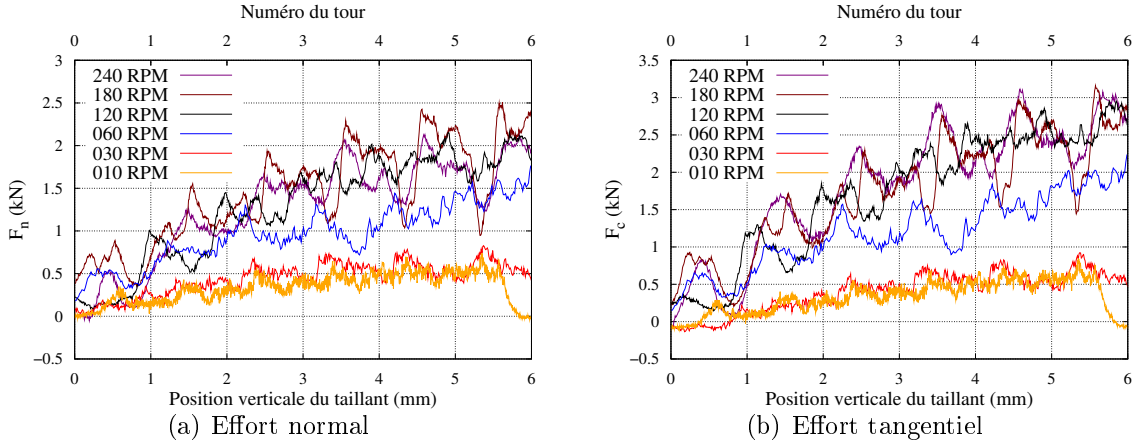
Les figures 2.21 et 2.22 présentent quelques résultats des essais dans le grès des Vosges ($R_c = 36$ MPa) à pression atmosphérique et sous pression de fluide de 20 MPa et à $h = 1$ mm/tr. Les efforts de coupe augmentent avec la vitesse de rotation à sec. L'effort normal $F_n$ et l'effort tangentiel $F_c$ augmentent en moyenne de 46 % et de 11 %, respectivement, quand la vitesse passe de 10 à 120 tr/min. L'effet de la vitesse de rotation devient considérable sous pression de fluide de 20 MPa. Par exemple, $F_n$ et $F_c$ sont multipliés par 5 et 6, respectivement, quand la vitesse croît de 10 à 120 tr/min. L'effet de la vitesse semble s'estomper au-delà de 120 tr/min. Cette augmentation des efforts en fonction de la vitesse de rotation a été observée dans d'autres essais pour $h = 0.75$ mm/tr. Cependant, l'effet de la vitesse dans le grès des Vosges sous pression de 20 MPa devient moins important quand la profondeur de passe augmente (cas de $h = 1.25$ et 1.5 mm/tr, voir annexe B.2).

Pendant les essais de coupe à pression atmosphérique, on observe des copeaux sous forme de poudre. La rhéologie des copeaux sous pression de fluide dépend de la profondeur de passe et de la vitesse de coupe. Les observations sous pression de 20 MPa sont différentes. Pour des profondeurs de passe et des vitesses faibles, on observe des copeaux sous forme de poudre. En revanche, lorsque la vitesse de coupe et la profondeur de passe augmentent, on observe plutôt des rubans continus (figure 2.24).




(a) Effort normal (b) Effort tangentiel

FIGURE 2.21 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le grès des Vosges, $P_{atm}$, $h = 1$ mm/tr




(a) Effort normal (b) Effort tangentiel

FIGURE 2.22 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses de rotation dans le grès des Vosges, $p_b = 20$ MPa, $h = 1$ mm/tr

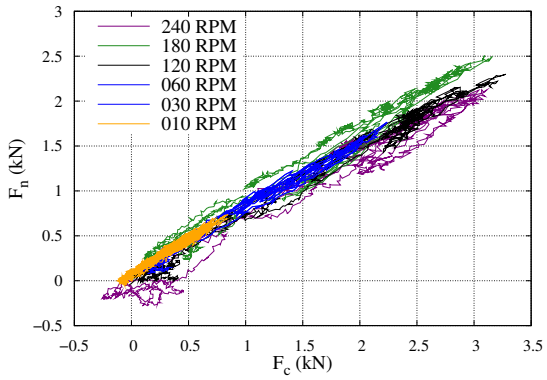



FIGURE 2.23 – Évolution de l'effort normal en fonction de l'effort tangentiel dans le grès des Vosges, $p_b = 20$ MPa, $h = 1$ mm/tr pour différentes vitesses de rotation

(a) RPM = 10 tr/min

(b) RPM = 30 tr/min

FIGURE 2.24 – Genèse de copeaux lors des essais dans le grès des Vosges, $p_b = 20$ MPa, $h = 1$ mm/tr

### 2.4.4 Discussion

Les essais à sec montrent que les efforts de coupe sont de même ordre de grandeur dans le grès des Vosges et le calcaire d'Anstrude qui ont des caractéristiques mécaniques proches, et sont plus élevés dans le calcaire de Buxy. La vitesse de coupe a un effet très significatif sur l'effort normal. L'effet de la vitesse se manifeste de manière analogue dans les trois roches.

Les essais réalisés sous pression de fluide de 20 MPa donnent des résultats très différents de ceux obtenus à sec. En effet, l'effet de la vitesse de rotation est peu significatif dans le calcaire de Buxy peu perméable et le calcaire d'Anstrude moyennement perméable. L'effet de la vitesse dans le calcaire de Buxy est moins prononcé que celui observé à pression atmosphérique. Il se peut donc que l'huile joue un rôle de lubrification qui minimise l'effet de la vitesse de coupe. Le comportement du grès des Vosges sous pression est très dépendant de la vitesse de coupe et de la profondeur de passe. $F_n$ et $F_c$ sont multipliés par 5 et 6 respectivement quand la vitesse augmente de 10 à 120 tr/min à $h = 1$ mm/tr. Cette observation dans le grès des Vosges de perméabilité intrinsèque $k = 5\ 10^{-15}$ m$^2$ confirme les essais de [29] conduits dans le grès de Berea très perméable ($k = 5\ 10^{-15}$ m$^2$), et a été notifiée par Grinsted en 1983 (cité par [40]) dans deux sables très perméables ($k = 4.1\ 10^{-12}$ et $4.2\ 10^{-11}$ m$^2$).

Le grès des Vosges qui a pourtant une dureté et une porosité proche du calcaire d'Anstrude exhibe un comportement différent sous pression de fluide. Nous avons réalisé plusieurs essais de coupe supplémentaires dans le grès des Vosges saturé mais sous pression atmosphérique. Ces essais montrent que l'effet de la vitesse de coupe sur les efforts est faible (annexe B.6). Cependant, sous pression de fluide de 20 MPa, l'effet de la vitesse est 10 fois plus élevé que sous pression atmosphérique. Ce résultat montre clairement que l'effet de la vitesse sur les efforts de coupe dépend de la perméabilité de la roche. Nous avons également constaté que la vitesse de coupe n'a aucun effet sur le rapport $F_n/F_c$ dans le grès des Vosges sous pression de fluide de 20 MPa. Ce rapport vaut en moyenne 0.8. Plusieurs essais à différentes profondeurs de passe ont confirmé ce résultat.

## 2.5 Conclusion

Pour étudier le rôle de la vitesse de coupe, nous avons réalisé une campagne expérimentale à l'échelle de l'outil et à l'échelle du taillant dans trois roches de différentes caractéristiques hydromécaniques. Cette première campagne expérimentale a apporté des observations nouvelles sur l'influence de la vitesse de coupe sur le comportement du PDC lors d'essais dans des conditions de forage réalistes.

Les roches choisies représentent différentes formations géologiques rencontrées en forage pétrolier. L'outil de forage et les taillants utilisés dans cette campagne correspondent à des équipements industriels qui nous ont été fournis par la société Varel. Les essais sont réalisés à pression atmosphérique et sous pression de fluide de 20 MPa. La procédure de pressurisation retenue permet de garantir une saturation et une pressurisation homogène du volume de roche dans lequel l'essai de coupe est réalisé.

Les essais réalisés sur le banc de forage présentent des tendances assez variées. Ces

essais laissent penser que la performance d'un forage dépend de la pression de boue ainsi que de la vitesse de rotation de l'outil et de la roche forée. Cette hypothèse a été validée à partir des essais de coupe avec un taillant élémentaire qui ont montré que l'effet de la vitesse du taillant sur les efforts de coupe dépend des caractéristiques hydrodynamiques de la roche ainsi que de la pression de fluide.

Nous avons noté un couplage fort entre la vitesse de coupe, la pression du fluide et la perméabilité de la roche. C'est en vue d'expliciter ce couplage que nous allons développer un modèle élémentaire de coupe basé sur la théorie de la poromécanique, ceci après avoir discuté les principaux modèles existants qui abordent ce sujet.

# Chapitre 3

# Analyse bibliographique des modèles d'interaction taillant-roche

## 3.1 Introduction

Les essais de coupe présentés dans le chapitre précédent montrent que les efforts de coupe dépendent de la vitesse de coupe à pression atmosphérique et que cet effet est accentué dans les roches perméables en particulier en coupe sous pression de boue.

La dépendance des efforts à la vitesse de coupe peut être attribuée à plusieurs origines :

1. au comportement viscoplastique de la roche ;
2. aux forces d'inertie ;
3. aux forces de frottement ;
4. aux écoulements du fluide interstitiel ...

A notre connaissance, la première origine n'a jamais encore été étudiée. On ne rencontre pas non plus dans la littérature de la coupe des roches des études axées sur l'effet des forces d'inertie. Nous pensons que ces effets sont négligeables dans la coupe des roches dans laquelle les vitesses de coupe restent modérées. En revanche, les deux dernières origines ont fait l'objet de nombreux travaux de modélisation [6, 11, 28, 39, 40, 42].

Nous présentons dans la suite une analyse bibliographique focalisée sur le rôle de la vitesse de coupe et de la pression de boue sur le processus de forabilité des roches. Cette partie est enrichie par des modèles de coupe issus du domaine du labourage sous-marin. Mais tout d'abord, nous rappelons succinctement la théorie du couplage hydromécanique des milieux poreux saturés dans le but de faciliter la compréhension des modèles hydromécaniques existants.

## 3.2 Théorie du couplage hydromécanique des milieux poreux saturés

### 3.2.1 Les milieux poreux

#### 3.2.1.1 Définition

La figure 3.1 montre une schématisation d'un milieu poreux qui est composé de deux phases : un squelette et une phase poreuse qui peut être occupée par un ou plusieurs fluides. Le fluide peut être piégé dans des pores occlus. Mais nous considérons que les pores occlus font partie du squelette et la phase poreuse est l'ensemble des vides connectés. La porosité $\phi$ est définie comme le ratio du volume des pores connectés par le volume total. La perméabilité intrinsèque $k$ est la grandeur physique utilisée pour caractériser la capacité du fluide à circuler dans l'espace poral. Cette grandeur qui s'exprime en [m$^2$] dépend de la géométrie des pores et de la porosité.

#### 3.2.1.2 Spécificités des roches

Une roche est constituée de minéraux qui forment la phase solide. L'organisation spatiale des minéraux délimite des vides qui peuvent être saturés de plusieurs fluides comme le gaz, l'eau et les hydrocarbures. La taille des minéraux, appelés aussi grains,

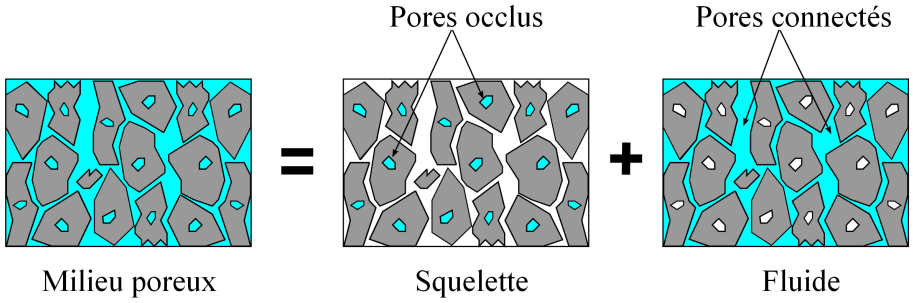



FIGURE 3.1 – Description d'un matériau poreux saturé

peut varier de quelques micromètres à des centimètres. Les roches sont généralement réparties en trois grandes familles [32] :

1. **Les roches sédimentaires** : elles se sont formées suite à la désagrégation des roches existantes. Elles peuvent être catégorisées en plusieurs classes selon leur faciès sédimentaire et leur composition chimique. Nous citons par exemple ces trois catégories très fréquentes en forage pétrolier :

   (a) **Roches siliceuses** : elles contiennent essentiellement des grains de quartz comme les grès et les quartzites.

   (b) **Roches carbonatées** : il s'agit typiquement des calcaires et des dolomies qui contiennent des carbonates de calcium ou de magnésium.

   (c) **Roches argileuses** : elles sont constituées de minéraux argileux qui s'organisent en couches parallèles, comme les argilites, entre lesquelles une grande quantité de fluide peut se loger.

2. **Les roches magmatiques** : ces roches se forment suite au refroidissement d'un magma provenant de la fusion d'autres roches.

3. **Les roches métamorphiques** : ce sont des roches sédimentaires cristallisées en une nouvelle roche sous l'action de la température et de la pression comme les marbres.

### 3.2.2 Principe du couplage hydromécanique

Le comportement d'un milieu poreux saturé par un seul fluide peut être traité par les modèles hydromécaniques ($\mathcal{HM}$) à l'échelle macroscopique en transformations isothermes [9, 24]. Dans ce type de modélisation, on admet l'existence d'un volume élémentaire représentatif qui permet de caractériser le milieu continu par ses propriétés macroscopiques. L'état du milieu poreux est caractérisé par :

- Partie mécanique :

  $\underline{\underline{\sigma}}$ : tenseur des contraintes totales de Cauchy ;

  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ : tenseur des déformations ;

- Partie hydraulique :

  $p$ : pression de pore ;

  $\vec{q}$ : vitesse de filtration des particules fluides.

La résolution du problème hydromécanique pour $(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}}, p, \vec{q})$ peut être entièrement ou partiellement couplée. On parle de couplage faible lorsque la pression de pore agit sur le squelette en étant indépendante de l'histoire des contraintes et des déformations. Dans un couplage fort, les contraintes totales dépendent de la pression de pore qui elle-même dépend de l'historique des contraintes et des déformations.

Pour chaque physique, deux lois indépendantes doivent être respectées simultanément pour les quatre inconnues du problème : deux inconnues : $(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}})$ pour la partie mécanique et $(p, \vec{q})$ pour la partie hydraulique. L'évolution mécanique du système est régie par un système d'équations qui utilisent ces deux lois de comportement ainsi que les lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. La loi d'équilibre concerne les contraintes totales $\underline{\underline{\sigma}}$. La loi de comportement fait intervenir les contraintes effectives $\underline{\underline{\hat{\sigma}}}$ qui contrôlent les déformations du squelette. Dans la suite, nous présentons les équations des modèles $\mathcal{HM}$ dans un cadre théorique simplifié en rappelant les hypothèses et les principes de base.

#### 3.2.2.1 Notion de contrainte effective en poroélasticité

La notion de contrainte effective a été introduite pour la première fois par Terzaghi afin d'étudier la consolidation des sols avec l'hypothèse de constituants solides incompressibles [9]. Ce modèle postule que la contrainte totale, qui vérifie l'équation d'équilibre du système (solide, fluide), est la somme de deux termes : (1) une contrainte effective $\underline{\underline{\hat{\sigma}}}$ qui contrôle les effets mécaniques s'exerçant sur le squelette et (2) la pression de pore $p$. Lorsque les compressions sont comptées négativement, cette relation s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\hat{\sigma}}} - p\underline{\underline{1}} \tag{3.1}$$

Cette théorie a été généralisée par Biot en 1941 pour prendre en compte les milieux poreux élastiques saturés par un seul fluide dont les constituants solides sont déformables [9]. Au delà des paramètres élastiques classiques $(E_0, \nu_0)$, deux nouveaux coefficients de couplage sont introduits : le coefficient et le module de Biot $b$ et $M$. Le coefficient de Biot $b \in [0, 1]$ permet de calculer la contrainte totale en fonction de la contrainte effective et de la pression interstitielle :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\hat{\sigma}}} - bp\underline{\underline{1}} \tag{3.2}$$

L'équation de Terzaghi est un cas particulier du modèle de Biot lorsque $b = 1$. En poroélasticité, $b$ peut être exprimé en fonction du module d'incompressibilité de la phase solide $K_s$ et du module d'incompressibilité drainé $K_0$ :

$$b = 1 - \frac{K_0}{K_s} \tag{3.3}$$

$K_s$ est à déterminer expérimentalement par un essai de compression avec un chargement isotrope. $K_0$ peut être mesurée lors d'un essai de compression isotrope drainé $(p = 0)$ :

$$K_0 = \frac{E_0}{3(1 - 2\nu_0)} \tag{3.4}$$

Le module de Biot $M$ caractérise la capacité du matériau perméable à emmagasiner du fluide. Il dépend de la compressibilité du fluide et de la porosité du milieu poreux :

$$\frac{1}{M} = N + C_f \phi_0 \tag{3.5}$$

Avec $\phi_0$ la porosité initiale, $N = \frac{\partial \phi}{\partial p}$ la *compressibilité* des pores et $C_f$ la compressibilité du fluide. En général, on prend $N = 0$ pour les roches.

#### 3.2.2.2 Notion de contrainte effective en poroélastoplasticité

Nous présentons ici l'extension des travaux de Biot à l'étude des matériaux poroélastoplastiques qui sera utilisée dans la modélisation de la coupe des roches saturées sous pression [9].

Le modèle poroélastoplastique ne prend pas en compte les vitesses des sollicitations (les effets de viscosité n'interviennent pas) dans la formulation des contraintes et des déformations. En revanche, le temps physique et les vitesses influencent l'écoulement du fluide interstitiel au sein du milieu poreux.

Les variables internes qui caractérisent les transformations irréversibles sont les déformations plastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ et les déformations irréversibles des pores $\phi^p$. L'état du milieu poreux est caractérisé par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \; ; \; \phi = \phi_0 + \phi^e + \phi^p \tag{3.6}$$

Où $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ est le tenseur des déformations élastiques réversibles, $\phi$ est la porosité, $\phi_0$ est la porosité initiale du milieu et $\phi^e$ est la variation réversible de $\phi$. La déformation plastique volumique peut être exprimée en fonction de la déformation volumique du squelette $\varepsilon_s^p$ et la variation plastique $\phi^p$ de la porosité selon l'expression suivante [9] :

$$\varepsilon^p = (1 - \phi_0)\varepsilon_s^p + \phi^p \tag{3.7}$$

La variation plastique $\phi^p$ peut être exprimée en fonction des déformations totales plastiques [9] :

$$\phi^p = \vartheta \varepsilon^p \tag{3.8}$$

Où $\vartheta \in [\phi_0, 1]$ peut être interprété comme le coefficient de Biot plastique. Dans la mécanique des roches et des sols, les déformations plastiques s'accompagnent souvent d'un glissement irréversible entre les grains qui constituent la matrice [9]. Les déformations irréversibles des grains sont négligeables ($\varepsilon_s^p = 0$). Ainsi, les déformations plastiques sont dues à une variation irréversible de la porosité. On a donc :

$$\phi^p = \varepsilon^p \tag{3.9}$$

Les coefficients de Biot $b$ et de Skempton $B_s$ peuvent être fonction de $\varepsilon^p$ mais la détermination expérimentale de ces fonctions est difficile. Alors, dans la pratique $b$ et $B_s$ sont constants [36, 43].

### 3.2.3 Modèle mécanique

#### 3.2.3.1 Loi d'équilibre mécanique

L'équilibre dynamique d'un corps peut être décrit par la loi de Newton de conservation de la quantité de mouvement. Cette loi postule que la résultante des forces appliquées sur un corps est égale à sa masse multipliée par son accélération (forces

d'inertie). La forme générale de cette loi, en chaque point $\vec{x}$ et à chaque instant $t$, en mécanique des milieux continus est :

$$\mathrm{div}\underline{\underline{\sigma}} + \vec{f} - \rho_s \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial^2 t} = \vec{0} \tag{3.10}$$

Avec $\vec{u}(\vec{x}, t)$ le champ des déplacements, $\rho_s$ la masse volumique du milieu poreux saturé, $\vec{f}$ la résultante des forces volumiques, et $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes totales de Cauchy. Lorsque les forces d'inertie et les forces volumiques sont négligeables, l'équation 3.10 se réduit à l'équation d'équilibre statique :

$$\mathrm{div}\underline{\underline{\sigma}} = \vec{0} \tag{3.11}$$

#### 3.2.3.2 Loi de comportement

Dans la suite, toutes les équations sont écrites sous l'hypothèse des petites déformations ($\|\underline{\underline{\varepsilon}}\| \lll 1$). Pour étudier l'évolution mécanique d'une structure à tout instant $t$, on fait appel à une loi de comportement $\mathcal{F}$ qui relie mathématiquement les contraintes et l'histoire des déformations $\varepsilon(\tau)_{\tau \leqslant t}$. Dans le cas général, cette relation s'écrit : $\underline{\underline{\sigma}}(t) = \mathcal{F}(T, \underline{\underline{\varepsilon}}(\tau))_{\tau \leqslant t}$. $T$ étant la température.

#### Détermination de la loi de comportement

Pour un matériau réel, la loi de comportement $\mathcal{F}$ ne peut pas être déterminée théoriquement en faisant simplement appel aux principes de la thermodynamique [54]. Pour contourner ce problème, une loi approchée $\mathcal{F}^*$ extrapole la vraie loi $\mathcal{F}$ à travers un nombre fini de paramètres $\mathcal{P}$. Il existe deux méthodes pour construire la fonction $\mathcal{F}^*_{\mathcal{P}}$ :

- Approche phénoménologique : les paramètres $\mathcal{P}$ sont déterminés empiriquement grâce à des essais sur des volumes élémentaires représentatifs pour une gamme de sollicitation restreinte. Le spécialiste doit s'assurer de la validité des observations pour assurer le bon ajustement de $\mathcal{P}$.
- Approche micro-macro : le spécialiste utilise la connaissance de la matière à petite échelle pour aboutir à une loi à l'échelle macroscopique dont les paramètres $\mathcal{P}$ sont corrigés pour assurer sa cohérence avec les observations à l'échelle du volume élémentaire représentatif.

L'approche micro-macro pose des problèmes dans le cas des roches à cause de leurs complexités à l'échelle microscopique. Les mécaniciens des roches cherchent souvent à caractériser le comportement d'un volume élémentaire représentatif en faisant abstraction de la microstructure de la roche [36].

#### Classes des lois de comportement

La structure peut subir différents types de déformations [36] :

1. L'élasticité : en élasticité linéaire, les déformations réversibles $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ s'expriment en fonction des contraintes totales selon la formule suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma_0}} = \underline{\underline{\underline{\underline{H}}}} : \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{ne}\right) - b(p - p_0)\underline{\underline{1}} \tag{3.12}$$

Avec $\underline{\underline{\underline{\underline{H}}}}$ le tenseur d'élasticité d'ordre 4 et $\underline{\underline{\varepsilon}}^{ne}$ le tenseur des déformations non-élastiques. L'état initial (état de référence) correspond à $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma_0}}$, $p = p_0$, $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{ne} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{p} = \underline{\underline{0}}$.

2. La plasticité : la structure peut subir des déformations permanentes instantanées $\underline{\underline{\varepsilon}}^{p}$. La théorie de la plasticité permet de déterminer l'évolution des déformations plastiques en fonction d'un critère de plasticité, d'une fonction d'écrouissage et d'un potentiel plastique.
3. La visco-plasticité : le matériau peut avoir un comportement différé qui dépend du temps et de la vitesse des déformations.
4. La dilatation thermique : la variation de la température $T$ par rapport à la température initiale $T_0$ introduit des déformations thermiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^{th}$ au sein de la structure.
5. Le gonflement : la structure peut subir des phénomènes de gonflement/retrait à cause de facteurs non-mécaniques. Il s'agit par exemple du cas des sols argileux qui peuvent gonfler sous l'action de l'eau. On note par $\underline{\underline{\varepsilon}}^{g}$ les déformations caractérisant le gonflement/retrait.

Les déformations totales de la structure s'écrivent :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^{e} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{p} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{vp} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{th} + \underline{\underline{\varepsilon}}^{g} \tag{3.13}$$

Dans ce travail, on s'intéresse particulièrement au modèle élastoplastique qui est souvent utilisé pour l'étude de la coupe des roches [52].

### Surface de rupture et potentiel plastique

On note par $\Sigma_p$ l'ensemble des contraintes plastiquement admissibles pour un matériau élastoplastique. Ce domaine est défini par une fonction scalaire $f$ telles que [51] :

$$\Sigma_p = \left\{ \left(\underline{\underline{\sigma}}, \xi_k\right) | f\left(\underline{\underline{\sigma}}, p, \xi_k\right) \leqslant 0 \right\} \tag{3.14}$$

Où $\xi_k$ sont les variables d'écrouissage. Le domaine élastique du matériau est le sous-espace $\mathrm{int}\left(\Sigma_p\right)$ défini par :

$$\mathrm{int}\left(\Sigma_p\right) = \left\{ \left(\underline{\underline{\sigma}}, p, \xi_k\right) | f\left(\underline{\underline{\sigma}}, p, \xi_k\right) < 0 \right\} \tag{3.15}$$

La surface de rupture est la frontière de $\Sigma_p$ :

$$\partial\left(\Sigma_p\right) = \left\{ \left(\underline{\underline{\sigma}}, \xi_k\right) | f\left(\underline{\underline{\sigma}}, p, \xi_k\right) = 0 \right\} \tag{3.16}$$

Lorsque $f$ ne dépend pas des variables d'écrouissage, on dit que le matériau est élastoplastique parfait. Cette hypothèse est généralement utilisée dans les modèles de coupe des roches classiques [14, 52].

Une fonction potentiel plastique $g$ est utilisée afin de déterminer l'évolution des déformations plastiques. Lorsque le critère de rupture coïncide avec le potentiel plastique ($f = g$), le critère est dit associé et le matériau est dit standard. Dans le cas contraire ($f \neq g$), le matériau est non-standard et le critère est dit non-associé. Le potentiel plastique est la fonction qui contrôle les variations des déformations plastiques (voir 4.2.3.3).

### 3.2.4 Modèle hydraulique

#### 3.2.4.1 Loi de conservation de la masse

On suppose que le milieu poreux est saturé d'un seul fluide peu compressible de type liquide (eau, huile, boue de forage ...). La loi de conservation de la masse postule que la quantité de fluide échangée avec l'extérieur est égale à la variation de la quantité de fluide à l'intérieur du milieu. Pour un fluide peu compressible, cette loi est donnée par l'équation suivante :

$$b\dot{\varepsilon}_v + \frac{1}{M}\dot{p} + \mathrm{div}\vec{q} = 0 \tag{3.17}$$

Avec $M = \frac{1}{\phi_0 C_f}$ le module de Biot du milieu, $\phi_0$ la porosité initiale et $C_f$ la compressibilité du fluide.

#### 3.2.4.2 Loi d'écoulement hydraulique

L'écoulement du fluide dans un milieu poreux est généralement représenté par la loi de Darcy. Il s'agit d'une relation empirique qui relie la vitesse de filtration du fluide $\vec{q}$ à la pression de pore $p$. Pour un milieu anisotrope, cette loi s'écrit :

$$\vec{q}(\vec{x},t) = -\frac{1}{\mu}\underline{\underline{k}}\vec{\nabla}\left(p(\vec{x},t) - \rho\vec{g}.\vec{x}\right) \tag{3.18}$$

Où $\underline{\underline{k}}$ est le tenseur de perméabilité intrinsèque, $\mu$ est la viscosité dynamique du fluide qui peut être fonction de la pression $p$, et $\vec{g}$ est l'accélération de la pesanteur. Il est généralement admis que $\underline{\underline{k}}$ est une caractéristique intrinsèque du milieu poreux qui dépend uniquement de la géométrie et de la connectivité des pores [12].

La littérature de la poromécanique fournit plusieurs modèles qui expriment la perméabilité en fonction des déformations et des contraintes [18]. Dans le cadre de l'hypothèse de petits déplacements, il est généralement admis que $\underline{\underline{k}}$ est indépendante de l'état de contraintes [12]. Lorsque les forces de pesanteur sont négligeables, l'équation 3.18 s'écrit pour un milieu poreux isotrope :

$$\vec{q} = -\frac{K}{\rho g}\vec{\nabla}p \tag{3.19}$$

Où $K$ est la conductivité hydraulique du milieu. Ce paramètre, qui a la dimension d'une vitesse, caractérise la capacité du fluide à circuler dans le milieu poreux. Il dépend de la perméabilité intrinsèque $k$ et de la nature du fluide saturant :

$$K = \frac{\rho g}{\mu}k \tag{3.20}$$

#### 3.2.4.3 Équation de diffusion

**Forme Lagrangienne**

L'équation de diffusion peut être obtenue en remplaçant $\vec{q}$ par son expression 3.19 dans l'équation de conservation de la masse 3.17 :

$$b\dot{\varepsilon}_v + \frac{1}{M}\dot{p} - \frac{1}{\rho g}\mathrm{div}(K\vec{\nabla}p) = 0 \tag{3.21}$$

Lorsque la conductivité hydraulique $K$ est constante, l'équation de diffusion devient :

$$K\vec{\nabla}^2 p - \frac{\rho g}{M}\dot{p} = (\rho g b)\dot{\varepsilon}_v \tag{3.22}$$

Où $\vec{\nabla}^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2$ désigne l'opérateur laplacien.

Le second membre de l'équation 3.22 peut être interprété comme un terme source de l'équation de diffusion. Le couplage $\mathcal{H} \leftarrow \mathcal{M}$ se fait par l'intermédiaire de ce terme source mais aussi à travers la conductivité hydraulique $K$, qui peut dépendre de l'historique des contraintes et des déplacements (dans ce cas, on remplace $K\vec{\nabla}^2 p$ par $\mathrm{div}(K\vec{\nabla} p)$ dans 3.22).

**Forme Eulérienne**

Pour prendre en compte la vitesse de déplacement $\vec{v}$ du domaine matériel fluide $\Omega$ par rapport à un observateur fixe, nous introduisons la notion de dérivée particulaire $d_t$. Pour un champ scalaire quelconque $\Phi$ :

$$d_t\Phi = \dot{\Phi} + \vec{v}.\vec{\nabla}\Phi \tag{3.23}$$

La quantité $\vec{v}.\vec{\nabla}\Phi$ représente le terme convectif dans l'équation de diffusion de la grandeur $\Phi$. Compte tenu de 3.23, l'équation de diffusion 3.22 devient :

$$K\vec{\nabla}^2 p - \frac{\rho g}{M}\left(d_t p - \vec{v}.\vec{\nabla}p\right) = (\rho g b)\left(d_t\varepsilon_v - \vec{v}.\vec{\nabla}\varepsilon_v\right) \tag{3.24}$$

En régime stationnaire ($d_t = 0$), l'équation de diffusion du fluide devient :

$$K\vec{\nabla}^2 p + \frac{\rho g}{M}\vec{v}.\vec{\nabla}p = -(\rho g b)\vec{v}.\vec{\nabla}\varepsilon_v \tag{3.25}$$

**Analyse adimensionelle**

L'équation 3.25 peut être écrite sous une forme normalisée en introduisant une longueur caractéristique du milieu $h$. On admet que le mouvement du fluide est uniforme selon l'axe $(Ox)$ de vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$. L'équation de diffusion dans sa forme réduite s'écrit :

$$\vec{\nabla}^2 p + 2\lambda\partial_x p = -(2\lambda b M)\partial_x\varepsilon_v \tag{3.26}$$

Où $\lambda = \frac{\rho g h v}{2MK} = \frac{vh}{2D}$ et $D = \frac{MK}{\rho g}$ est la diffusivité du milieu poreux. Le paramètre adimensionnel $\lambda$ peut être interprété comme le rapport du temps caractéristique du transfert par diffusion $\tau_d = \frac{h^2}{2D}$ par le temps caractéristique de transfert par convection $\tau_c = \frac{h}{v}$. Il est donc analogue au nombre de Péclet utilisé dans la modélisation des problèmes de transfert thermique [38].

#### 3.2.4.4 Régimes de fonctionnement

Le milieu poreux peut avoir plusieurs modes d'interaction avec son environnent extérieur. On parle de mode drainé lorsque le milieu est ouvert et peut faire des échanges de masse fluide avec l'environnement extérieur. Dans le cas opposé (mode non-drainé), le système est fermé et ne fait pas d'échange de matière avec l'extérieur. Il existe également un régime intermédiaire entre le mode drainé et le mode non-drainé.

#### Régime drainé

Lorsque $\lambda \sim 0$, le transfert de fluide se fait en mode drainé. C'est typiquement le cas des roches et des sols très perméables et le cas où le domaine d'étude $\Omega$ se déplace avec une vitesse quasi-nulle. Dans ce cas, l'équation de diffusion se réduit à l'équation de Laplace :

$$\vec{\nabla}^2 p = 0 \tag{3.27}$$

#### Régime pseudo-drainé

Il s'agit d'un régime *transitoire* intermédiaire entre le régime drainé et le régime non-drainé.

#### Régime non-drainé

Le régime non-drainé peut avoir lieu lorsque la perméabilité est très faible ou lorsque la vitesse de coupe est très élevée ($\lambda \gg 1$). Afin de résoudre un problème hydromécanique en régime non-drainé, il existe deux approches classiques :

1. réaliser des essais non-drainés pour déterminer le comportement mécanique total du matériau en supposant qu'il est composé d'une seule phase.
2. déterminer les propriétés non-drainées à partir des équations de la poromécanique et des paramètres élastoplastiques mesurés pendant des essais drainés [36].

La deuxième approche permet d'avoir la réponse du matériau non-drainé sans avoir besoin d'effectuer des essais de caractérisation non-drainés difficiles à mettre en œuvre. Le régime non-drainé est caractérisé par un débit nul : $\vec{\nabla} p = \vec{0}$. En utilisant l'équation 3.22 ou l'équation 3.25, on obtient :

$$dp = -bM d\varepsilon_v \tag{3.28}$$

La variation de la pression de pore est donc proportionnelle à la variation de la déformation volumique $\varepsilon_v$. La pression interstitielle $p$ est indépendante de la perméabilité $K$ et de la vitesse de coupe $v$.

Pendant ce régime, une cavitation peut se produire dans le matériau poreux, ce qui donne lieu à une désaturation caractérisée par l'apparition d'une phase gazeuse du liquide saturant. Nous renvoyons le lecteur vers les travaux de [43] pour trouver une synthèse bibliographique des modèles poromécaniques des milieux non-saturés.

### 3.2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans cette section les principes du couplage hydromécanique dans un milieu poreux saturé. L'équation normalisée de diffusion du fluide interstitiel traduit l'existence de plusieurs régimes d'écoulement selon les propriétés hydrauliques de la roche ainsi que la vitesse de coupe et la profondeur de passe. Dans la suite, nous présentons les approches existantes de l'interaction taillant roche ainsi que les modèles hydromécaniques couplés issus du domaine du labourage des fonds marins en se focalisant sur le rôle de la vitesse sur le processus de coupe.

## 3.3 Modélisation de l'effet de la vitesse de coupe à pression atmosphérique

### 3.3.1 Principe général

Les modèles théoriques d'interaction taillant-roche permettent d'exprimer les efforts de coupe nécessaires à la création d'un copeau de roche lors de l'attaque par un taillant en PDC et ceci en fonction des paramètres suivants :

- la géométrie de coupe : le taillant, généralement cylindrique, est caractérisé par son diamètre ; il attaque la roche avec un angle de coupe $\theta$ et peut présenter un chanfrein afin de limiter l'écaillage du PDC.
- la surface d'usure : cette surface est appelée méplat d'usure dans la littérature de la coupe des roches.
- la rhéologie de la roche : la plupart des modèles de coupe décrivent la roche comme un matériau de comportement plastique parfait avec le critère de rupture de type Mohr-Coulomb [10, 13, 21, 35, 52] ; la roche est donc caractérisée par sa résistance à la compression simple, $R_c$, et son angle de frottement interne $\varphi$.
- la pression de boue : la boue de forage exerce une pression $p_b$ sur la roche.
- la pression de pore : la roche est un milieu poreux caractérisé par un champ de pression interstitielle $p$.

Dans la pratique, on simule au laboratoire le fonctionnement des taillants PDC selon deux modes : on maintient constante, soit la force normale $\mathrm{F_n}$, soit la profondeur de passe $h$. Les modèles de coupe sont construits et validés sur la base d'essais où la profondeur de passe est imposée et l'effort normal est mesuré. Il est intéressant de noter qu'en forage réel, les taillants pénètrent la roche sous l'effet d'un poids imposé à l'outil de forage.

La figure 3.2 présente un schéma de principe des modèles élémentaires de coupe. L'effort $\vec{\mathrm{F}}$ exercé par le taillant sur la roche est décomposé en un effort tangentiel $\mathrm{F_c} = \vec{\mathrm{F}}.\vec{x}$ et un effort normal $\mathrm{F_n} = -\vec{\mathrm{F}}.\vec{y}$ avec $\vec{x}$ le vecteur unitaire de la direction de la vitesse de coupe $\vec{v}$ et $\vec{y}$ le vecteur unitaire normal à $\vec{x}$.

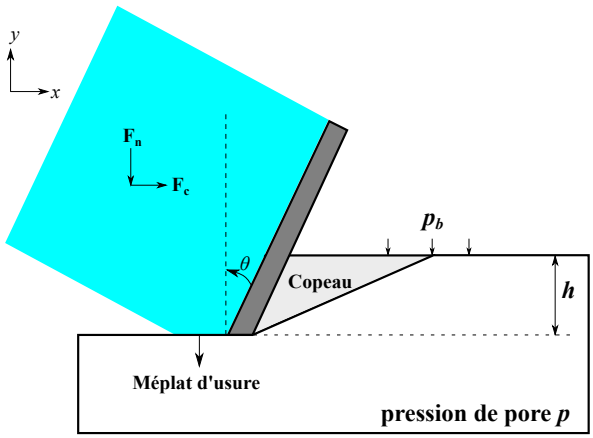



FIGURE 3.2 – Schéma de principe des modèles élémentaires de coupe

La force $\vec{\mathrm{F}}$ peut être également décomposée en un effort de coupe pure $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}$ nécessaire à la création du copeau et un effort de frottement $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{f}}$. On a donc :

$$\begin{aligned} \mathrm{F_c} &= \mathrm{F_c^c} + \mathrm{F_c^f} \\ \mathrm{F_n} &= \mathrm{F_n^c} + \mathrm{F_n^f} \end{aligned} \tag{3.29}$$

La plupart des modèles de coupe existants proposent une relation linéaire entre la section de coupe $S_c$, et l'effort de coupe pur $\mathrm{F_c^c}$ :

$$\mathrm{F_c^c} = \epsilon S_c \tag{3.30}$$

La différence entre les modèles élémentaires de coupe réside dans la détermination du coefficient de proportionnalité $\epsilon$. Nous citons ici quelques modèles de coupe pour illustrer les différentes approches utilisées pour la détermination de $\epsilon$ qui s'apprête à une résistance équivalente de la roche.

### 3.3.2 Modèle de Detournay et Defourny( 1992) [13]

Inspiré des travaux de Merchant (1945) dans le domaine de coupe des métaux, le modèle de [13] modélise les efforts de coupe encaissés par un taillant qui pénètre la roche à une profondeur de passe donnée. Les auteurs admettent deux mécanismes d'interaction entre le PDC et la roche. Le premier mode d'interaction est associé à la création du copeau (coupe pure) tandis que le deuxième mode est lié aux forces de frottement sous le méplat d'usure du taillant. Le calcul des efforts de coupe pure $\mathrm{F_c^c}$ et $\mathrm{F_n^c}$ est basé sur les hypothèses suivantes :

1. la roche obéit au critère de rupture de Mohr-Colomb avec une cohésion $c$ et un angle de frottement interne $\varphi$.
2. la face d'attaque taillant/roche est le siège d'un frottement de type Coulomb dont l'angle de frottement est $\theta_f$.
3. la pression de boue $p_b$ joue le rôle d'un chargement hydrostatique. Le modèle de [52, 53] est le premier à incorporer l'effet de la pression de boue sur le processus de forabilité et le valider expérimentalement.
4. la pression de pore $p$ est uniforme dans la roche. Cette hypothèse permet une formulation analytique des efforts de coupe (voir annexe C.1 par exemple).

Le coefficient de proportionnalité $\epsilon$ est déterminé via une approche basée sur la théorie d'équilibre limite (un exemple de calcul est développé dans l'annexe C.1). Le paramètre $\epsilon$ est considérée comme une propriété intrinsèque de la roche. Par ailleurs, $\epsilon$ est appelée énergie spécifique de coupe *intrinsèque* car elle a la dimension d'une énergie divisée par un volume. Elle représente, selon les auteurs, l'énergie nécessaire pour couper un volume unitaire de roche. Ceci étant, dans la réalité, la grandeur $\epsilon$ intervient par un raisonnement d'équilibre limite du copeau et donc en tant que rapport d'une force par une section (voir équation 3.29). Son expression est donnée par :

$$\epsilon = \frac{2\cos\varphi\cos(\theta+\theta_f)}{1-\sin(\theta+\theta_f+\varphi)}\left(c+(p_b-p)\tan\varphi\right) \tag{3.31}$$

Le terme $(p_b - p)$ peut être assimilé à un confinement qui augmente avec la pression de boue $p_b$ et diminue lorsque la pression interstitielle $p$ augmente. Les efforts de coupe pure sont donnés par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \mathrm{F_c^c} &= \epsilon S_c \\ \mathrm{F_n^c} &= \zeta\epsilon S_c \end{aligned} \tag{3.32}$$

Avec $\zeta = \tan(\theta + \theta_f)$.

Afin de modéliser le mécanisme de frottement sur le méplat d'usure, les auteurs admettent un frottement de type Coulomb avec un coefficient de frottement $\mu$ et une cohésion nulle :

$$\mathrm{F_c^f} = \mu \mathrm{F_n^f} \tag{3.33}$$

Pour simplifier l'analyse, les auteurs introduisent deux grandeurs génériques qui ont la dimension d'une contrainte : l'énergie spécifique $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ et la résistance au forage $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$. Les deux grandeurs respectent la relation linéaire suivante :

$$\begin{aligned} \mathrm{E} &= \mathrm{E}_0 + \mu \mathrm{S} \\ \mathrm{E}_0 &= (1-\mu)\epsilon \end{aligned} \tag{3.34}$$

Il est important de noter que l'énergie spécifique de coupe $\epsilon$ et l'énergie spécifique E sont égales lorsque le taillant ne présente pas de méplat d'usure ($\mu = 0$). Afin d'étudier la validité de leur modèle, les auteurs reprennent les essais de coupe élémentaires réalisés par Glowka (cité par [13]) dans le Grès de Berea ($R_c = 49$ MPa, $\varphi = 38°$) à profondeur de passe imposée, à une vitesse constante de 5.6 cm/s et à pression atmosphérique. Glowka utilise huit taillants cylindriques avec différents degrés d'usure et un angle de coupe $\theta = 20°$. Le diamètre des PDC varie de 12.7 à 19.1 mm. La figure 3.3 présente, dans un diagramme (E,S), les valeurs expérimentales obtenues à partir de 212 essais. Les valeurs s'alignent toutes sur une ligne de pente $\mu = 0.82$. Les angles de frottement sur les deux surfaces d'interaction de la pastille avec la roche (face d'attaque et méplat d'usure) sont ensuite déduits à partir des résultats expérimentaux. L'angle de frottement entre le PDC et la roche a été évalué à $\theta_f = 19°$, tandis que l'angle de frottement entre le méplat d'usure et la roche à 39°. Pour expliquer cette différence, les auteurs proposent de considérer que le frottement sous le méplat se produit au sein de la roche, ce qui permet d'assimiler l'angle de frottement méplat-roche au frottement interne de la roche. Donc $\mu$ est de l'ordre de $\tan(\varphi)$.

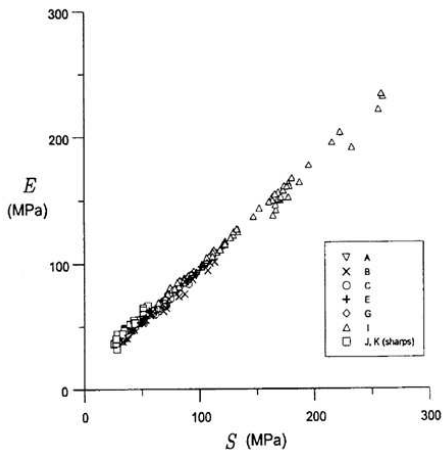



Figure 3.3 – Diagramme (E,S) expérimental [13]

**Discussion**

Le modèle de [13] caractérise le frottement entre le PDC et la roche au niveau du méplat d'usure et de la face d'attaque à partir du diagramme (E,S). Cette démarche a été adoptée par plusieurs auteurs. Par exemple, ADACHI (1996) (cité par [35]) a conduit des essais avec des pastilles PDC rectangulaires neuves et usées dans le grès de Wildmoor ($R_c = 21$ MPa, $\varphi = 30°$) en vue d'analyser la validité du diagramme (E,S).

[10] utilise le modèle de [13] afin de déterminer les forces d'interaction entre un taillant usé et une roche pendant des essais à force normale imposée. L'auteur retient la même formulation des efforts de coupe pure que celle proposée par [13]. Pour calculer les efforts sur le méplat d'usure, [10] suppose l'existence d'une couche *limite* de roche juste en dessous du méplat d'usure qualifiée de troisième corps. La contrainte normale sur le méplat d'usure $\sigma^*$ a été approchée par une loi de frottement exponentielle, les efforts sur le méplat d'usure ont été exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} \mathrm{F}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{f}} &= \mu\sigma_{\mu}^{*}S_f \\ \mathrm{F}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{f}} &= \sigma_{\mu}^{*}S_f \\ \sigma_{\mu}^{*} &= d_1\left(R_c - R_t\right)\exp(-d_2\mu) + R_t \end{aligned} \tag{3.35}$$

Où $d_1$ et $d_2$ sont des coefficients d'ajustement et $R_c$ et $R_t$ sont les résistances à la compression et à la traction de la roche. Cette formulation empirique a été confrontée à des essais dans plusieurs roches qui mettent en évidence l'existence du troisième corps et qui valident cette approche. La figure 3.4 en montre un exemple. Ces essais ont été conduits à vitesse constante et à pression atmosphérique. Ce type de modélisation [10, 13] n'inclut pas l'effet de la vitesse de coupe. La majeure partie de ces modèles a été en fait validée sur des essais réalisés à faible vitesse de coupe (inférieure = 10 cm/s). Rappelons ici que nos essais mono-taillant effectués avec une vitesse de rotation de 120 tr/min correspondent à une vitesse de coupe supérieure à 56 cm/s.

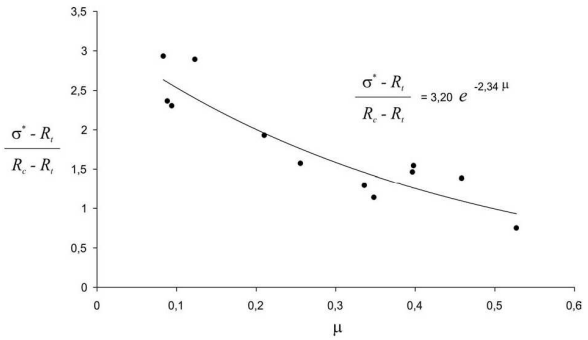



FIGURE 3.4 – Exemple de validation du modèle de [10] dans le grès des Vosges ($R_c = 45.7$ MPa, $\varphi = 34.1°$)

### 3.3.3 Modèle de GERBAUD et al. (2006) [20]

La figure 3.5 présente une schématisation du modèle de [20]. Ce modèle traite le cas général d'un taillant présentant un méplat d'usure, soit pour simuler l'usure du PDC,

soit pour simuler le frottement des trimmers de la garde active de l'outil de forage. À l'instar de [35], [20] suppose l'existence d'une zone broyée au contact du PDC qui transmet les efforts du taillant au reste de la roche.

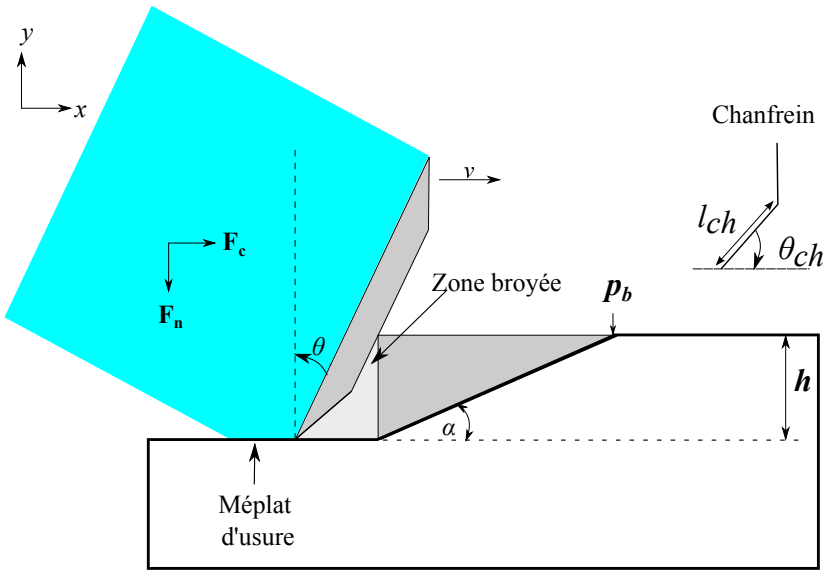



FIGURE 3.5 – Modèle élémentaire de coupe de [20]

[20] calcule d'abord le coefficient de proportionnalité $\epsilon$ en considérant l'équilibre statique d'un copeau délimité par la droite $y = 0$, l'interface de la zone broyée/roche et le plan de rupture faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale [53]. Pour des raisons de simplification, l'interface zone broyée/copeau est considérée verticale (d'équation $x = 0$) dans ce modèle. Le coefficient $\epsilon$ est appelé résistance équivalente de la roche. Son expression est donnée par :

$$\epsilon = \frac{c + (p_b - p)\left(\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha\tan\varphi\right)}{\left(1 - \tan\theta_f\tan\varphi\right)\left(\sin\alpha\cos\alpha - \tan\left(\theta_f + \varphi\right)\sin^2\alpha\right)} \tag{3.36}$$

L'expression de $\alpha$ est déterminée par minimisation de l'expression 3.36 :

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta_f + \varphi}{2} \tag{3.37}$$

[20] suppose l'existence de quatre frottements différents :

1. contact zone broyée / fond de la saignée : inspiré des travaux de CAQUOT et KÉRIZEL sur les matériaux granulaires (cité par [53]), l'auteur suppose que l'interface entre la zone broyée et la saignée est le siège d'un frottement de type Coulomb dont le coefficient de frottement est $\tan\varphi' = \frac{2}{\pi}\tan\varphi$, où $\varphi$ est l'angle de frottement interne de la roche et $\varphi'$ représente l'angle de frottement zone broyée / roche saine.
2. interface zone broyée/copeau : l'effort est transmis du PDC au futur copeau à travers la zone broyée ; l'angle de frottement entre les deux corps est $\theta_f$.
3. interface taillant / face d'attaque et interface méplat d'usure /roche : à l'instar de [13] et [53], [20] suppose que les contraintes normales et tangentielles sur ces surfaces sont liées par une loi de frottement solide de Coulomb avec un angle $\delta_f$.

4. contact chanfrein / zone broyée : la formulation des efforts sur le chanfrein est reprise des travaux de [21]. Pour des profondeurs de passe supérieures à la hauteur du chanfrein, ce dernier est le siège d'un frottement d'angle $\varphi'$, dans le cas opposé, le chanfrein joue le rôle d'une face d'attaque avec un angle de coupe élevé $\theta_{ch}$.

Ceci permet d'exprimer les efforts encaissés par le taillant de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathrm{F_c} &= \epsilon\left((1 + k_b \tan\theta \tan\varphi')S_c + S_{ch}\tan\varphi' + S_f \tan\delta_f\right) \\ \mathrm{F_n} &= \epsilon\left((\tan\theta_f + k_b \tan\theta)S_c + S_{ch} + S_f\right) \end{aligned} \tag{3.38}$$

Avec :

$k_b$ un paramètre d'ajustement qui dépend du diamètre du PDC

$S_{ch}$ la section du chanfrein

$S_f$ la section du méplat d'usure

**Discussion**

Le modèle de [20] est l'un des derniers modèles de coupe élémentaires développés au Centre de Géosciences de Mines ParisTech. Il permet de modéliser les taillants chanfreinés en utilisant le concept de zone broyée. Les efforts de coupe sont calculés en considérant l'équilibre limite du copeau à l'instar de [14].

Comme les modèles cités précédemment, ce modèle ne rend pas compte l'effet de la vitesse de coupe.

### 3.3.4 Modèle de Pelfrene (2010) [42]

L'auteur propose un modèle semi-empirique d'interaction taillant-roche à partir d'une campagne de mesure réalisée à pression atmosphérique sur 4 calcaires avec des taillants rectangulaires neufs chanfreinés et non chanfreinés. Cette étude expérimentale a mis en évidence une dépendance des efforts à la vitesse de coupe.

La figure 3.6 présente la schématisation du problème de coupe de [42]. Le taillant attaque la roche selon une vitesse $v$, une profondeur de passe $h = h_c$ et un angle de coupe $\theta$ (noté $\omega_c$). À l'instar de [35], [42] admet l'existence d'une zone de roche broyée entre le chanfrein et la roche. L'auteur cherche à relier les efforts encaissés par le PDC à la vitesse de coupe et à la profondeur de passe pour une roche donnée. Les efforts de coupe sont décomposés en deux parties :

— efforts de coupe pure de composantes $(\mathrm{F_c^c}, \mathrm{F_n^c})$

— efforts exercés par la zone broyée sur le taillant $(\mathrm{F_c^b}, \mathrm{F_n^b})$

Les efforts de coupe pure sont calculés en se basant sur les travaux de [21, 35, 53]. Afin de déterminer les efforts générés par la zone de roche broyée sur le taillant, l'auteur suppose que le frottement entre la zone broyée et le fond de la saignée obéit à une loi de frottement de type troisième corps qui dépend de la vitesse de coupe. Cette loi s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathrm{F_c^b} &= \sigma_{gran} S_c \\ \mathrm{F_n^b} &= \mu_{gran}\sigma_{gran} S_c \\ \sigma_{gran} &= \sigma_{stat}\left[1 + A_{gran}\log\left(1 + \frac{v}{v_{gran}}\right)\right] \end{aligned} \tag{3.39}$$

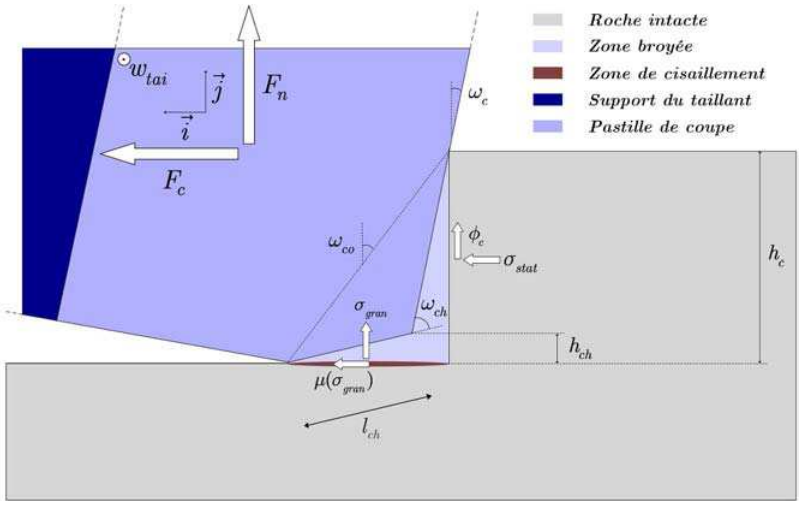



FIGURE 3.6 – Problème de coupe de Pelfrene [42]

Avec $\sigma_{stat}$, $A_{gran}$ et $v_{gran}$ des paramètres d'ajustement à déterminer pour chaque roche. $S_c$ est une constante qui a la dimension d'une surface et qui est calculée en fonction de la géométrie de coupe. $\mu_{gran}$ est le coefficient de frottement sur le contact entre la zone broyée et le fond de la saignée et qui dépend de trois paramètres d'ajustement $(\mu^+, \mu^-, k_\mu)$ selon la relation suivante :

$$\mu_{gran} = (\mu^+ - \mu^-)\exp(-k_\mu \sigma_{gran}) + \mu^- \tag{3.40}$$

[42] propose une extension de ce modèle à la coupe sous pression de boue. L'auteur postule que la roche est le siège d'un confinement dynamique. Cet effet est modélisé par une relation linéaire entre $\sigma_{stat}$ et la vitesse de coupe $v$ :

$$\sigma_{stat}(p_b, v) = \sigma_{stat}(p_b)(1 + k_p v) \tag{3.41}$$

où $p_b$ est la pression de boue et $k_p$ est un paramètre d'ajustement.

### Discussion

Le modèle de [42] vise à incorporer le rôle de la vitesse de coupe dans la modélisation du processus de forabilité des roches par les taillants PDC. L'auteur, s'inspirant des modèles établis précédemment au Centre de Géosciences [21, 35, 53], fait la distinction entre les efforts de rupture, considérés comme indépendants de la vitesse de coupe et un mécanisme de frottement sous la zone broyée qui lui dépend de la vitesse de coupe. Les coefficients de la loi de frottement sont ajustés sur les mesures.

Ce modèle est construit autour de 8 paramètres déterminés à partir de 28 essais de coupe effectués à pression atmosphérique pour 4 types de roche. L'auteur étend ensuite son modèle d'interaction PDC-roche au niveau d'un outil de forage et compare les prédictions théoriques à des mesures sur le banc afin d'analyser le comportement des outils de type PDC en fonction de leur conception sous différents paramètres de forage tels que le poids sur l'outil et sa vitesse de rotation. L'auteur introduit ensuite quelques corrections supplémentaires pour ajuster le modèle proposé. Les nombreux tests réalisés ont montré l'influence importante de la vitesse de coupe, de la géométrie

des taillants et de la conception de l'outil sur les performances de forage.

Ce travail propose le premier modèle d'interaction outil-roche qui permet d'expliquer le rôle du processus de forabilité dans l'occurrence du stick-slip de l'outil. Il propose plusieurs pistes permettant d'optimiser la conception de l'outil de forage pour minimiser le phénomène de stick-slip.

Cependant, un calage empirique est nécessaire pour généraliser le modèle à d'autres types de roches tels que les argilites et les grès fréquemment rencontrées en forage pétrolier. En plus, ce modèle laisse de côté le rôle de la pression de pore qui s'avère très important pour modéliser un forage dans des conditions réalistes [11, 28]. Nous présentons dans la suite des exemples de modèles incorporant l'effet de la pression de pore dans le domaine du labourage sous-marin et dans la coupe des roches sous pression de fluide.

## 3.4 Modélisation de l'effet de la vitesse de coupe sous pression de fluide en labourage sous-marin

L'effet de la vitesse de coupe est l'un des axes de recherche principaux dans le domaine du labourage des fonds marins sous pression hydrostatique [33]. Nous avons choisi de présenter deux modèles de ce domaine car les sols et les roches sont deux milieux poreux dont le comportement peut être approché à l'aide du concept de la poromécanique.

Dans cette activité, les industriels cherchent à creuser une tranchée dans le fond marin afin de poser des pipelines pour le transport des hydrocarbures. L'un des défis majeurs de ce type de projet est l'estimation du temps de réalisation. Ce temps est fonction des efforts de coupe nécessaires pour déplacer l'outil de labourage. Les observations sur chantier montrent que la vitesse de translation joue un rôle très significatif sur les efforts de coupe [33, 39, 40].

Des études en laboratoire et en conditions réelles ont montré que la vitesse peut augmenter les efforts de coupe selon la perméabilité et la densité du sol [40]. Cet effet est absent dans les essais conduits à sec. Nous verrons dans la suite deux exemples de modèle théorique visant à expliquer l'effet de la vitesse de labourage.

### 3.4.1 Modèle de van Os et van Leussen (1987) [39]

Ce modèle est le fruit des premiers travaux portant sur la problématique de l'effet de la vitesse de coupe sur le comportement des sols saturés sous pression hydrostatique. La figure 3.7 montre une schématisation bidimensionnelle du problème de diffusion de [39]. La lame attaque la roche avec un angle $\theta$, une profondeur de passe constante $h$ et une vitesse de translation $v$.

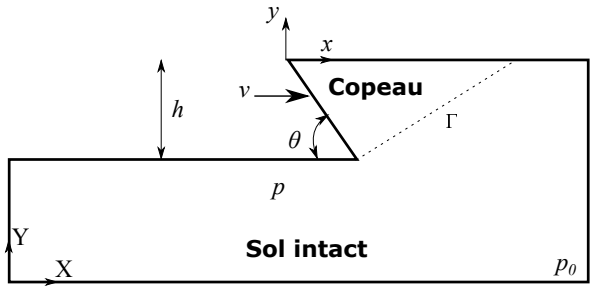



FIGURE 3.7 – Modèle de diffusion de [39]

Le sol obéit au critère de rupture de Mohr-Coulomb avec une cohésion $c$ et un angle de frottement interne $\varphi$. Afin de modéliser les efforts de coupe, les auteurs proposent de déterminer le champ de pression de pore à l'aide de simulations numériques par la méthode des éléments finis. Les auteurs admettent que le fluide interstitiel est de faible compressibilité. Ainsi, la pression de pore obéit à l'équation de consolidation suivante :

$$\frac{K}{\rho g}\left(\partial_x^2 p + \partial_y^2 p\right) = \frac{1}{1-\phi_0}\dot{\phi} = \frac{1}{1-\phi_0}\left(\partial_t \phi - \vec{v}.\vec{\nabla}\phi\right) \tag{3.42}$$

Avec :

$K$ : la conductivité hydraulique du sol qui a la dimension d'une vitesse

$\rho g$ : le poids volumique du fluide

$\phi_0$ : la porosité initiale du sol

$\phi$ : la porosité

$\dot{\phi}$ : la vitesse de variation de la porosité

Selon les auteurs, la porosité $\phi$ est constante par morceau dans les deux domaines séparés par la ligne de coupe $\Gamma$ : (1) le sol intact a une porosité constante égale à la porosité initiale $\phi_0$ et (2) le copeau est caractérisé par une augmentation de porosité uniforme $\Delta\phi$ due au phénomène de dilatance. L'augmentation de porosité $\Delta\phi$ est calée empiriquement sur des essais de labourage.

Afin de simplifier le problème, [39] suppose que l'écoulement se fait en régime stationnaire ($\partial_t \phi = 0$). Le terme source de l'équation 3.42 est nul partout sauf sur la ligne de coupe $\Gamma$ où il est approximé par la relation suivante :

$$-\frac{1}{1-\phi_0}\vec{v}.\vec{\nabla}\phi \simeq -\frac{1}{1-\phi_0} v \frac{\Delta\phi}{\Delta\xi} \tag{3.43}$$

Où $\Delta\xi$ est l'épaisseur de la zone de glissement et $v$ est la vitesse de coupe selon la direction du mouvement du soc. L'équation d'écoulement simplifiée du modèle de [39] s'écrit alors :

$$\begin{aligned} &\partial_x^2 p + \partial_y^2 p = -\frac{\rho g}{K}\frac{v\Delta\phi}{1-\phi_0}\frac{1}{\Delta\xi} \quad \text{sur la zone de cisaillement} \\ &\partial_x^2 p + \partial_y^2 p = 0 \text{ , si non} \end{aligned} \tag{3.44}$$

Les conditions aux limites retenues sont :

$$\begin{aligned} p &= 0 \text{ sur le bord du domaine étudié} \\ \partial_n p &= 0 \text{ sur la face d'attaque} \end{aligned} \tag{3.45}$$

Le modèle prédit la possibilité d'apparition du phénomène de cavitation, et ceci selon le paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{k}\rho g \Delta\phi$. La cavitation correspond à une chute de pression de pore qui peut s'accompagner de l'apparition d'une phase gazeuse de fluide saturant. Cette analyse a été confrontée à des mesures en laboratoire qui montrent l'existence de trois régimes de fonctionnement selon $\lambda$ :

(i) Régime sans cavité : $\lambda$ est très faible ; la chute de pression de pore est faible

(ii) Régime intermédiaire : les efforts de coupe dépendent de $\lambda$

(iii) Régime de cavité : lorsque $\lambda$ est très grand, la chute de la pression de pore est maximale ; les efforts de coupe sont indépendants de la vitesse.

**Discussion** L'approche de [39] permet de prédire les efforts de labourage en fonction de la vitesse, de la profondeur de passe et de la nature du sol traversé en connaissant la carte de pression interstitielle. Le problème hydromécanique est faiblement couplé. Tout d'abord, la résolution de l'équation de diffusion est réalisée numériquement en fonction des propriétés hydrodynamiques du matériau pour déterminer le champ de pression interstitielle $p$ en se donnant $\Delta\xi$ et $\Delta\phi$ *a priori*. Ensuite, $p$ est utilisée pour déduire les efforts de coupe. Cette modélisation montre clairement que la vitesse de coupe agit sur les efforts de labourage à travers son effet sur la pression de pore.

Il est important de noter que le modèle de diffusion de [39] laisse de côté un terme de transport qui est dû au mouvement du domaine matériel fluide (voir équation 3.25). Ce terme a été réintégré dans le modèle de [40] qu'on présentera dans le paragraphe suivant.

### 3.4.2 Modèle de Palmer (1999) [40]

Le modèle de [39] nécessite des moyens numériques afin de résoudre l'équation de diffusion. [40] propose une approche analytique simplifiée. L'auteur s'appuie sur le travail expérimental de Grinsted (1985) (cité par [40]) pour valider son modèle. Ces essais de labourage sont conduits en laboratoire à vitesse et à profondeur de passe contrôlées dans des sols sous pression hydrostatique. La vitesse de labourage varie de 0.1 m/s à 2 m/s et la profondeur de coupe H varie de 100 à 400 mm. Les deux sols testés ont une conductivité hydraulique de 4.1 $10^{-5}$ m/s et de 4.2 $10^{-4}$ m/s. Ces observations montrent que les efforts de coupe augmentent avec la vitesse de coupe d'une manière significative lorsque le sol est sous pression hydrostatique. L'amplitude de ce phénomène dépend principalement de la perméabilité lorsque le sol est intialement sous pression hydrostatique. En revanche, dans le cas où le sol est sec, Grinsted (1985) n'observe aucune influence de la vitesse de coupe.

[40] étudie le cas d'un sol initialement en équilibre hydraulique avec une pression uniforme $p_0$. L'outil de labourage, appelé soc, est de géométrie triangulaire. Dans ce modèle, le sol est considéré comme un milieu poreux de conductivité hydraulique uniforme $K$ et d'indice des vides $e = \frac{\phi}{1-\phi}$ où $\phi$ est la porosité.

L'outil attaque le sol avec une vitesse $v$ et une profondeur de passe constante $h$. L'action de l'outil provoque la rupture du sol par cisaillement. Cette action s'accompagne, selon l'auteur, d'une variation $\Delta e$ de l'indice des vides au niveau du plan de cisaillement. $\Delta e$ est positive car le sol est dilatant sous l'action du< cisaillement. La loi

de conservation de la masse permet d'introduire la condition suivante sur le débit normal $q$ sur le plan de cisaillement $\Gamma$ de normale $\vec{n}$ en fonction de la vitesse de labourage $v$ :

$$q = -\frac{K}{\rho g}[\![\vec{\nabla} p]\!].\vec{n} = \frac{\Delta e}{1+e} v \qquad \text{sur } \Gamma \tag{3.46}$$

Afin de déterminer le changement de la pression de pore $p$, l'auteur considère l'équation de diffusion en régime stationnaire. Pour compléter l'énoncé du problème, l'auteur ajoute la condition aux limites $p = 0$ sur la surface libre d'équation $y = 0$ en prenant comme référence la pression de pore initiale $p_0$. Le problème d'écoulement tridimensionnel du fluide interstitiel en régime stationnaire s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial_x^2 p + \partial_y^2 p + d_z^2 p &= -\frac{1}{D}\vec{v}.\vec{\nabla} p \\ q &= -\frac{K}{\rho g}[\![\vec{\nabla} p]\!].\vec{n} = \frac{\Delta e}{1+e} v \text{ sur } \Gamma \\ p &= 0 \text{ pour } y = 0 \end{aligned} \tag{3.47}$$

Avec $D = \frac{K}{\rho g C_f \phi}$ le coefficient de diffusion du milieu poreux et $C_f$ la compressibilité du fluide. Il s'agit donc du problème de points sources $(x_0, y_0, z_0)$, situés sur le plan de cisaillement $\Gamma$, qui se déplacent avec une vitesse $\vec{v} = v\vec{x}$ dans un espace semi-infini $y \leqslant 0$ [7]. La solution de ce problème est déterminée grâce aux travaux de [7] sur la modélisation des problèmes thermiques qui obéissent à la même équation de diffusion-convection. Cette solution s'écrit :

$$\begin{aligned} p &= -\frac{\rho g}{4\pi k}\frac{v\Delta e}{1+e}(p_1 - p_2) \\ p_1 &= \int \frac{1}{R}\exp[-\lambda\frac{(R-(x-x_0)}{h}]dA \\ p_2 &= \int \frac{1}{R'}\exp[-\lambda\frac{(R'-(x-x_0)}{h}]dA \end{aligned} \tag{3.48}$$

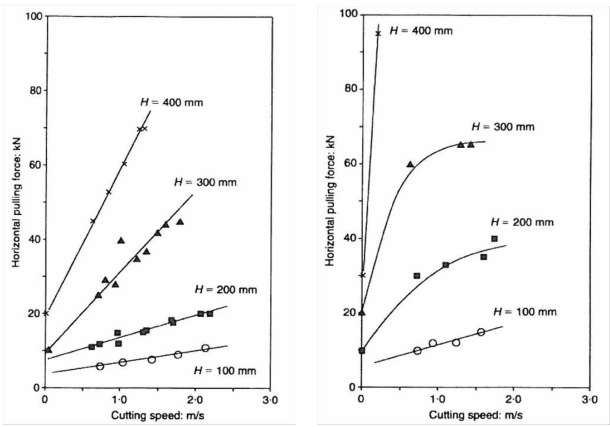
Avec $R^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$ et $R'^2 = (x-x_0)^2 + (y+y_0)^2 + (z-z_0)^2$ et $\lambda = \frac{vh}{2D}$. Lorsque $\lambda$ est petit devant 1, l'augmentation de l'effort de coupe $\mathrm{F_c}$ est proportionnelle à $\frac{vh^3}{D}\frac{v\Delta e}{1+e}$. Quand le coefficient adimensionnel $\lambda$ est très grand par rapport à 1, la pression du liquide interstitiel décroît et peut s'accompagner dans certains cas de l'apparition d'une phase gazeuse. Il s'agit du phénomène de cavitation. Pour ce régime de fonctionnement, l'effort de coupe $\mathrm{F_c}$ exercé sur l'outil est donné à partir de la relation suivante :

$$\mathrm{F_c} = 5h^2(p_{amb} - p_{cav})\tan\varphi\cot\theta \tag{3.49}$$

Avec $\varphi$ l'angle de frottement interne du sol, $\theta$ l'angle de coupe, $p_{amb}$ la contrainte totale moyenne à l'état de référence quand le sol est soumis à la même action à sec et $p_{cav}$ la pression de cavitation (négative).

La figure 3.8 montre une comparaison entre les mesures (les points) et la théorie (ligne continue) dans un sable siliceux de conductivité hydraulique $K = 4.1\ 10^{-5}$m/s et un sable de plage de conductivité hydraulique $K = 4.2\ 10^{-4}$ m/s. La vitesse de coupe joue un rôle important sur la variation des efforts de coupe pour plusieurs gammes de profondeurs de coupe et pour des vitesses allant de 0.1 m/s à 2.5 m/s. Les mesures

montrent que l'effort $F_c$ exercé sur l'outil est proportionnel à $v$ dans le cas du sable siliceux très perméable. Pour le sable de plage, on observe que $F_c$ exercé sur l'outil devient indépendant de la vitesse $v$ à partir d'un certain seuil. D'après [40], ceci est dû au phénomène de cavitation. L'auteur ne mentionne pas les valeurs de $e$ pour chacun des deux sols ainsi que les $\Delta e$ qui ont permis de faire le calage. Cependant, il donne un ordre de grandeur pour un autre sable étudié par [39] de conductivité hydraulique $K = 1.17\ 10^{-5}$ m/s : $e = 0.515$ et $\Delta e = 0.274$.




(a) Sable siliceux (b) Sable de plage

FIGURE 3.8 – Efforts de coupe en fonction de la vitesse dans deux sols de perméabilités différentes pour diverses profondeurs de passe $h$ (noté $H$) (GRINSTED (1985), cité par [40])

### Discussion

Le modèle de diffusion de PALMER fait intervenir l'écoulement du fluide interstitiel pour expliquer le rôle de la vitesse de coupe sur les efforts de labourage sous-marin dans des sols saturés sous pression hydrostatique. Le calcul de la pression de pore se fait en régime stationnaire en 3D pour rendre compte de la géométrie de coupe des socs. Les efforts de coupe sont par la suite calculés en fonction de la pression de pore. L'auteur distingue trois régimes de fonctionnement en fonction du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$ :

(i) Régime drainé : pour $\lambda \ll 1$, le changement de la pression de pore est faible et est proportionnel à $\lambda$.

(ii) Régime pseudo-drainé : la pression de pore chute à cause de l'augmentation de la vitesse de coupe ou de la profondeur de coupe pour un sol donné. Cette chute s'accompagne d'une augmentation des contraintes effectives dans le sol en causant une augmentation des efforts de coupe.

(iii) Régime non-drainé : ce régime est caractérisé par une baisse maximale de la pression de pore qui peut s'accompagner de l'apparition d'une nouvelle phase gazeuse.

[40] s'appuie sur les observations en laboratoire de (Grinsted, 1985) pour valider son approche analytique. Ce travail a été élaboré comme une suite du modèle numérique de [39]. Le modèle de [40] permet un calcul direct des efforts de coupe en fonction de la vitesse et de la profondeur de passe pour un milieu poreux donné.

### 3.4.3 Synthèse

La littérature sur la mécanique des sols fournit plusieurs supports expérimentaux et théoriques pour comprendre l'effet de la vitesse sur les efforts de coupe. Les différents modèles montrent que le champ de pression de pore dépend du paramètre $\lambda = \frac{vh}{2D}$ où $D$ est la diffusivité du milieu. Ce paramètre varie entre 0 et 20 pour des conditions de labourage typiques ($v = 1$m/s, H = 200 mm, $K = 10^{-6}$ à $10^{-3}$ m/s). Nous verrons que ce paramètre a la même plage de valeurs dans le cas de la coupe des roches.

## 3.5 Modélisation de l'effet de la vitesse de coupe des roches sous pression de fluide

### 3.5.1 Modèle de Kolle (1993) [28]

[28] propose une démarche différente de [39] et [40] pour modéliser l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches sous pression de boue. L'auteur considère la coupe d'une roche de perméabilité intrinsèque $k$ et de porosité initiale $\phi_0$. La roche est initialement saturée d'un fluide de viscosité $\mu$ et de compressibilité $C_f$. Le taillant attaque la roche avec une profondeur de passe $h$ et une vitesse $v$. L'auteur admet que la roche, dont le comportement est dilatant, est soumise à un confinement dynamique $P_{co}$ qui est décomposé en deux parties : (1) une surpression $\Delta P_e$ due à la compression à cause des déformations élastiques (2) une dépression $\Delta P_p$ due à la dilatance de la roche à cause des déformations plastiques :

$$\begin{aligned} P_{co} &= -\left(\Delta P_e + \Delta P_p\right) \\ \Delta P_e &= \frac{B_s}{3}\mathrm{tr}\underline{\underline{\sigma}} \\ \Delta P_p &= \frac{\epsilon_v^p}{\phi_0 C_f} \end{aligned} \tag{3.50}$$

Avec $B_s$ le coefficient de Skempton, $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes totales de Cauchy et $\epsilon_v^p$ la déformation volumique plastique en régime non-drainé. La pression de pore est donnée par :

$$\begin{aligned} p &= \min(P_{co}, p_0)\mathrm{erf}\left(\frac{t_d}{t_f}\right) \\ \mathrm{erf}(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z \exp(-u^2)du \end{aligned} \tag{3.51}$$

Où $t_d = \frac{h^2\mu\phi_0 C_f}{4k}$ est le temps caractéristique de la diffusion, $t_f = \frac{\varepsilon_v^p h}{v}$ est le temps caractéristique de la rupture et $\varepsilon_v^p$ est la déformation plastique, et $p_0$ est la pression de pore initiale. Ce modèle a été confronté à des essais de coupe à l'aide de meules travaillant à profondeur de passe et à vitesse de coupe constantes dans 5 roches de différentes perméabilités [29]. Tous les essais de coupe sont conduits sous pression hydrostatique dans l'eau allant de 0 à 70 MPa à des vitesses allant de 0.2 à 8 m/s. L'auteur observe un faible effet de vitesse dans les roches de faible perméabilité ($k < 3\ 10^{-16}$ m$^2$). En revanche, l'effet est important dans le grès perméable de Berea ($k = 5\ 10^{-15}$ m$^2$).

**Discussion**

KOLLE (1993) [28] propose une approche originale pour modéliser l'effet de la pression de pore et de la vitesse de coupe sur les efforts de forage. Le modèle prédit que le confinement dynamique dans la roche augmente avec la vitesse de coupe, ce qui augmente les efforts de coupe.

### 3.5.2 Modèle de DETOURNAY et ATKINSON (2000) [11]

Les auteurs proposent une formulation basée sur l'équilibre limite qui permet de déterminer les efforts de coupe en fonction de la pression différentielle $p_b - p$ et de la vitesse de coupe. Le champ de pression de pore est déterminé à partir d'un modèle analytique de diffusion. Les hypothèses principales de ce modèle sont similaires au formalisme de [40] sauf que l'approche ici est bidimensionnelle.

La figure 3.9 illustre le problème de coupe-diffusion de [11]. Le PDC attaque la roche avec un angle de coupe $\theta$, une profondeur de passe constante $h$ et une vitesse $\vec{v} = v\vec{x}$.

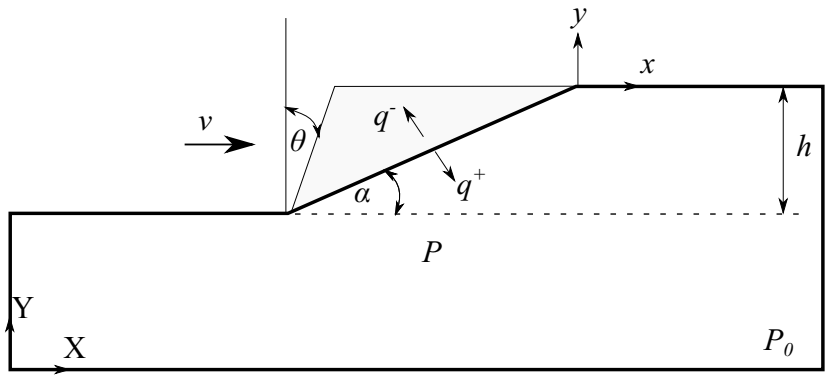



FIGURE 3.9 – Modèle de diffusion de [11]

Les efforts des coupe sont calculés en fonction de l'énergie spécifique de coupe selon la démarche de [13] (voir 3.3.2) :

$$\begin{aligned} \mathrm{F_c^c} &= \epsilon S_c \\ \mathrm{F_n^c} &= \tan(\theta + \theta_f)\, \epsilon S_c \\ \epsilon &= \frac{2\cos\varphi\cos(\theta+\theta_f)}{1-\sin(\theta+\theta_f+\varphi)}\left(c + (p_b - \bar{p})\tan\varphi\right) \end{aligned} \tag{3.52}$$

Avec :

$S_c$ : la surface de coupe

$\theta$ : l'angle de coupe

$\theta_f$ : l'angle de frottement PDC-roche

$\varphi$ : l'angle de frottement interne de la roche

$c$ : la cohésion de la roche

$p_b$ : la pression de boue

$\bar{p}$ : la pression de pore moyenne sur le plan de rupture

L'obtention de cette expression analytique était possible car les auteurs admettent que la pression de pore dans la roche est constante et est égale à la pression de pore moyenne sur la ligne de coupe (un exemple de calcul est développé dans l'annexe C.1).

Avant l'action du taillant, la roche est en équilibre hydraulique avec une pression initiale $p_0$. La rupture de la roche par cisaillement sous l'action du PDC induit une augmentation locale de la porosité au niveau de la ligne de rupture $\Gamma$ (problème 2D) qui fait un angle $\alpha$ avec l'horizontale. Le changement de porosité $\Delta\phi$ sur $\Gamma$ est positif car la roche a un comportement dilatant. Ce changement perturbe l'équilibre hydraulique du milieu poreux. Selon les auteurs, le changement de pression de pore $p$ obéit à l'équation de diffusion-convection normalisée en régime stationnaire (voir paragraphe 4.2.2.4) :

$$\partial_x^2 p + \partial_y^2 p = -2\lambda \partial_x p \tag{3.53}$$

Où $\lambda = \frac{vh}{2D}$ est un paramètre adimensionnel et $D$ représente la diffusivité de la roche. Il s'agit du problème de ligne source qui se déplace avec une vitesse $\vec{v} = v\vec{x}$ dans un plan infini [7].

Les auteurs [11] aboutissent au résultat suivant :

$$p(x, y) = -\frac{\Delta\phi}{1-\phi_0}\frac{1}{C_f\phi_0}g(\lambda, \alpha) \tag{3.54}$$

La fonction $g$ (figure 3.10) permet de distinguer trois régimes de fonctionnement selon la valeur de $\lambda$ comme dans l'approche de [39, 40] :

(i) Régime drainé ($0<\lambda<0.01$) : lorsque la vitesse est suffisamment faible, la variation de pression est nulle et la coupe se fait dans des conditions drainées

(ii) Régime transitoire ($0.01<\lambda<10$) : $p$ dépend de $\lambda$

(iii) Régime non-drainé ($10<\lambda$) : la chute de la pression de pore est maximale et une cavitation peut se produire tout au long du plan de cisaillement

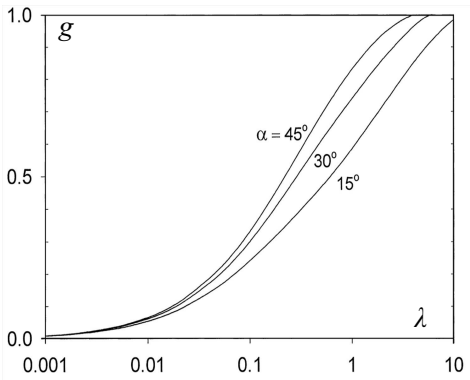



FIGURE 3.10 – $g$ fonction de $\lambda$ pour différents angles $\alpha$ [11]

### Discussion

Le modèle de diffusion de [11] n'est valable que pour les situations très proches du mode non-drainé ($\lambda \gg 1$). Cette approche analytique peut être pratique pour l'étude

des roches imperméables. Les simplifications introduites dans les hypothèses ne permettent pas de modéliser la pression de pore dans les roches perméables où la coupe se fait en mode pseudo-drainé ou drainé.

Par ailleurs, cette solution ne permet pas d'imposer des conditions aux limites réalistes. Par exemple, le modèle de [11] ne permet pas d'imposer $p = p_0$ sur la frontière supérieure du domaine d'étude lorsqu'on étudie un forage avec $p_b = p_0$.

### 3.5.3 Modèle de Cardona (2011) [6]

[6] propose un modèle de coupe poromécanique pour étudier l'effet de la pression de pore sur les efforts de forage. L'objectif de ce modèle est de prédire la pression de pore en fonction des efforts de coupe encaissés par le taillant. Pour ce faire, l'auteur propose un modèle hydromécanique fortement couplé en régime transitoire. Pour modéliser le processus de coupe, l'auteur retient les hypothèses suivantes :

1. la perméabilité $K$ et la porosité $\phi$ sont uniformes
2. la roche a un comportement élastique (poroélasticité)
3. la pression de pore initiale est uniforme

Les équations de la poroélasticité sont données par :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \underline{\underline{\underline{\underline{H}}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e - bp\underline{\underline{1}} \\ \frac{K}{\rho g}\left(\partial_x^2 p + \partial_y^2 p\right) &= \frac{1}{M}\dot{p} + b\dot{\varepsilon}_v \end{aligned} \tag{3.55}$$

Avec :

$\underline{\underline{\sigma}}$ : le tenseur de Cauchy des contraintes totales

$\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ : le tenseur des déformations élastiques

$\varepsilon_v = \mathrm{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^e)$ : la déformation volumique élastique

$p$ la pression de pore

$\underline{\underline{\underline{\underline{H}}}}$ : le tenseur d'élasticité

$b$ : le coefficient de Biot

$M$ : le module de Biot

$\rho g$ : le poids volumique

$K$ : la conductivité hydraulique de la roche

$\frac{K}{\rho g} = \frac{k}{\mu}$

$k$ : perméabilité intrinsèque

$\mu$ : viscosité dynamique du fluide

La figure 3.11 présente les conditions aux limites et les conditions initiales du modèle hydromécanique de [6]. A $t = 0$, le champ de pression de pore est égal à la pression de pore dans la roche vierge.

Le modèle de [6] est résolu numériquement en régime transitoire à l'aide du logiciel ComSol. L'auteur utilise les résultats des simulations en poroélasticité pour déterminer les zones où le critère de Mohr-Coulomb est atteint. Selon l'auteur, les efforts de coupe

coïncident avec le moment où le critère est atteint sur une zone délimitant un copeau.

Ce modèle ne prédit pas correctement les efforts de coupe mesurés par [44] (figure 3.12). L'auteur explique cette différence par les limites de l'approche poroélastique qui ne prend pas en compte les déformations plastiques de dilatance induites par le mécanisme de cisaillement.

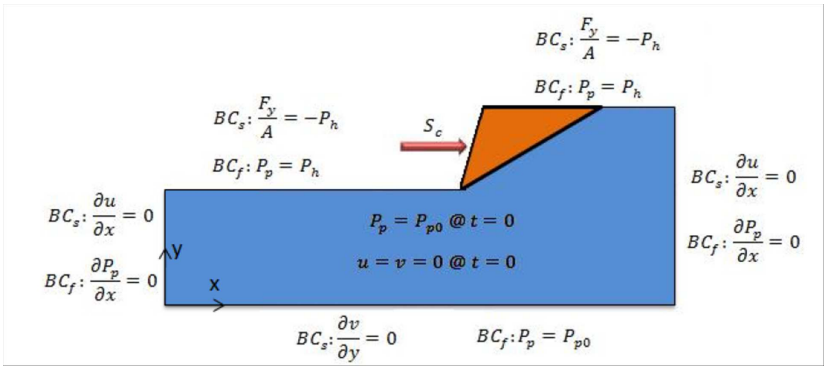



FIGURE 3.11 – Conditions aux limites et conditions initiales du modèle de [6]. BC (Boundary Condition) indique les conditions aux limites pour le sol (s) et le fluide (f)

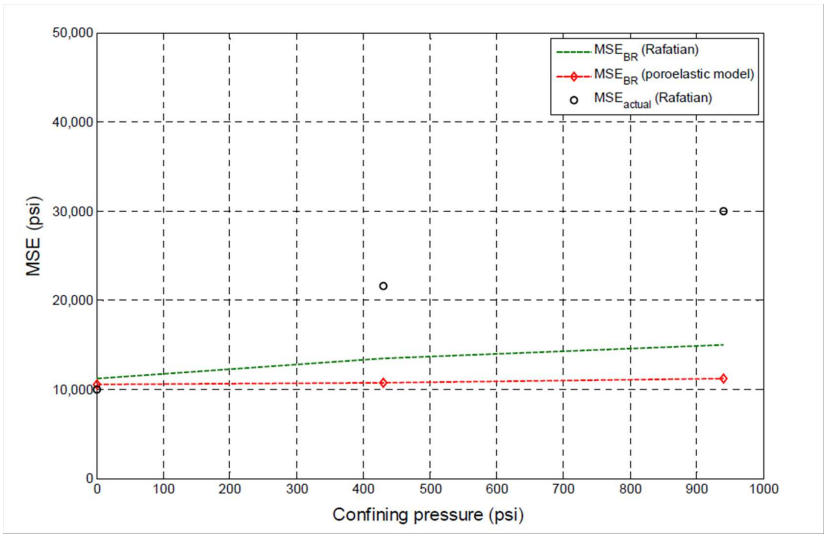



FIGURE 3.12 – Variation de l'énergie spécifique de coupe en psi (1 psi = 0.00689 MPa) avec la pression de confinement d'après [6]. Les cercles représentent les mesures tirées de [44] et la ligne rouge discontinue représente les prédictions du modèle numérique de [6]

**Discussion**

[6] propose une approche poroélastique en régime saturé et transitoire totalement couplé afin de modéliser l'effet de la pression de pore sur les efforts de coupe. La vitesse de coupe agit sur le comportement mécanique de la roche à travers les écoulements hydrauliques.

Bien que ce modèle soit relativement complet (le caractère transitoire, le couplage total ...), il est loin de pouvoir rendre compte des résultats des essais de coupe. L'auteur suggère d'améliorer le modèle en introduisant les déformations plastiques ce qui rejoint [11] ; c'est ce que nous allons développer dans le chapitre suivant.

## 3.6 Conclusion

Les essais expérimentaux présentés dans le chapitre 2 montrent que la vitesse de coupe peut avoir un effet très significatif sur les efforts de forage selon le niveau de la pression de boue. Cet effet a été observé à l'échelle de l'outil et à l'échelle du taillant. Les hypothèses retenues dans la plupart des modèles de coupe [6, 11, 29, 39, 40, 42] ne permettent pas toujours d'expliquer l'effet de la vitesse de coupe dans les conditions réalistes de forage.

[42] utilise un modèle d'interaction taillant-roche faisant intervenir la vitesse de coupe à travers les frottements qui règnent dans la roche juste en dessous du taillant. Cette approche permet d'étudier la coupe des roches à pression atmosphérique. Cependant, elle n'introduit pas l'effet de la pression interstitielle.

[11] modélisent l'effet de la vitesse de coupe sur la pression de pore. Ces travaux montrent que la vitesse de coupe peut agir sur les efforts de forage par l'intermédiaire des écoulements hydrauliques dans les roches à comportement dilatant. La validité des hypothèses utilisées dans ce modèle n'a pas encore été établie.

[6] propose un modèle de coupe hydromécanique totalement couplé mais il considère que le squelette est élastique et ne tient pas donc compte de la dilatance qui est responsable de l'effet de la vitesse de coupe selon [11, 29, 39, 40].

Afin d'améliorer les modèles existants [6, 11, 28, 42], nous proposons dans le chapitre suivant un modèle élémentaire de coupe basé sur les équations fondamentales de la poroélastoplasticité. Ce modèle permet de modéliser finement le phénomène de dilatance en incluant l'effet de la vitesse de coupe et de la pression de boue.

# Chapitre 4

# Application de la poromécanique à la modélisation de la coupe des roches

## 4.1 Introduction

NOUS avons vu dans le chapitre 2 que pour les différentes roches étudiées, la vitesse de coupe à pression atmosphérique a une influence sur les efforts élémentaires de coupe. Sous pression de boue, cet effet peut diminuer ou augmenter selon la nature de la roche forée.

Par analogie avec les travaux issus du domaine de labourage sous-marin [39, 40] et aux modèles élémentaires de coupe de [11, 28], nous postulons que l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches sous pression de boue peut être expliqué en grande partie par le couplage mécanique-écoulement au sein de la roche en tant que milieu poreux. L'objectif de ce chapitre est d'élaborer un modèle élémentaire de coupe qui permet d'expliquer les observations expérimentales. Ce modèle est une amélioration des travaux existants [6, 11, 28, 42].

Ce chapitre est scindé en six sections :

1. La **section 4.2** présente l'application de la poromécanique à la coupe des roches saturées sous pression de fluide. Nous présentons les hypothèses retenues pour modéliser le problème de coupe ainsi que les ingrédients mathématiques du nouveau modèle de coupe poromécanique.
2. La **section 4.3** est consacrée au développement d'une solution analytique approchée du problème de coupe avec couplage faible. Étant analytique, cette solution permet un calcul rapide des efforts de forage et peut être intégrée dans les simulateurs d'outil de forage.
3. La **section 4.4** présente une résolution numérique du problème de coupe avec couplage hydromécanique fort. Cette résolution permet d'étudier la validité de l'approche analytique présentée dans la section 4.3 ainsi que les travaux de [6, 11].
4. La **section 4.5** présente une étude paramétrique centrée sur le rôle de la vitesse de coupe sur les efforts de forage en utilisant le nouveau modèle poromécanique .
5. Dans la **section 4.6**, nous présentons une comparaison entre l'approche poromécanique élaborée dans ce chapitre et les résultats des essais élémentaires de coupe.

## 4.2 Modèle poromécanique d'interaction taillant-roche

Les modèles élémentaires de coupe permettent de calculer les efforts encaissés par un taillant de l'outil de forage en fonction des caractéristiques de la roche et des conditions opératoires [6, 13, 52]. Le principe de ces modèles consiste à calculer les efforts nécessaires à la rupture et la création d'un seul copeau de roche.

Nous présentons dans cette section les données géométriques utilisées pour la modélisation de la création d'un copeau ainsi qu'une mise en équation de la poromécanique adaptée au problème de la coupe.

### 4.2.1 Données géométriques

De manière générale, le problème de coupe des roches est modélisé en état plan de déformation [6, 10, 11, 14, 20, 35, 42, 52, 53, 57]. Le plan considéré est tangent

à la trajectoire circulaire décrite par le taillant lors de la rotation de l'outil [57]. En effet, la largeur de coupe des taillants des outils de forage (de l'ordre de 1-10 mm) est supérieure à la profondeur de passe (de l'ordre de 0.1-1 mm/tr). L'angle d'inclinaison latérale de ces taillants est généralement faible ($< 5°$). La figure 4.1 illustre le schéma de principe d'un modèle de coupe des roches.

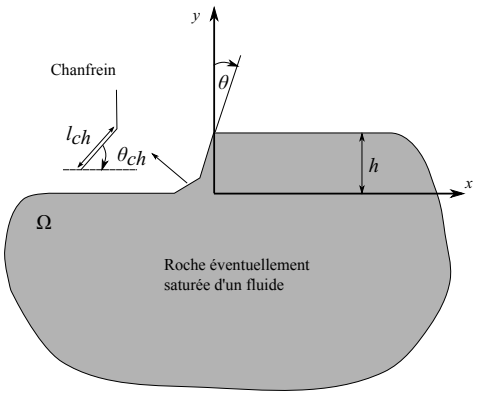



FIGURE 4.1 – Modèle géométrique de la coupe par un taillant de type PDC

Pour modéliser la création du copeau lors de l'attaque d'une roche par un taillant, on utilise de manière classique les données suivantes :

- Le domaine d'étude $\Omega$ appartenant au plan $(x, y)$ qui est fini et délimité par la frontière $\partial\Omega$
- La profondeur de passe $h > 0$ est constante
- La largeur du copeau dans la troisième direction est $l > 0$
- La face d'attaque du taillant fait un angle $\theta$ avec l'axe des $y$
- Le taillant peut éventuellement présenter un chanfrein caractérisé par sa largeur $l_{ch}$ et son angle $\theta_{ch}$

## 4.2.2 Problème hydraulique

### 4.2.2.1 Hypothèse du régime stationnaire

L'écriture de l'équation de diffusion peut être effectuée dans un repère fixe $(X, Y)$ lié à un observateur extérieur immobile ou dans un repère mobile $(x, y)$ qui suit le mouvement du taillant telles que :

$$\vec{X} = \vec{x} + \vec{v}t \tag{4.1}$$

Le domaine d'étude $\Omega$ a une vitesse $\vec{v}$ parallèle à l'axe des $X$. Pour un matériau isotrope et homogène, l'équation de diffusion-convection dans le repère mobile $(x, y)$ s'écrit (voir le paragraphe 3.2.4.3) :

$$K\vec{\nabla}^2 p - \frac{\rho g}{M}\left(d_t p - \vec{v}.\vec{\nabla}p\right) = (\rho g b)\left(d_t \varepsilon_v - \vec{v}.\vec{\nabla}\varepsilon_v\right) \tag{4.2}$$

Le transfert de masse fluide se fait donc simultanément par diffusion et par convection. Nous admettons que le processus de coupe des roches se fait en régime stationnaire [10, 11, 14, 52, 53]. Cette hypothèse implique un copeau continu comme en coupe des

métaux de comportement plastique parfait.

L'hypothèse du régime stationnaire est justifiée par les essais de coupe à l'échelle du taillant (section 2.4). La figure 4.2 montre l'évolution de l'énergie spécifique E (rapport de l'effort tangentiel par la section de coupe) en fonction de la position verticale du taillant pendant un essai de coupe dans le grès des Vosges à une profondeur de passe $h = 1$ mm/tr, à une vitesse de rotation de 120 tr/min et sous pression hydrostatique de 20 MPa. On constate que cette énergie subit un régime transitoire lors du premier tour avant de se stabiliser autour d'une valeur constante à partir du deuxième tour. Nous avons observé ce phénomène pour l'ensemble des essais et nous pensons que l'hypothèse du régime stationnaire est justifiée dans le cas de nos essais. Il est important de noter que cette hypothèse est déjà utilisée dans la plupart des modèles élémentaires de coupe existants [14, 52].

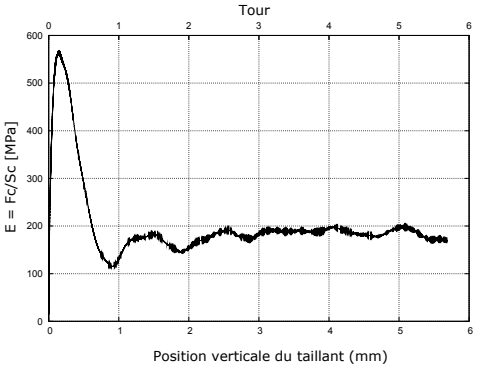



FIGURE 4.2 – Énergie spécifique

#### 4.2.2.2 Implication sur l'équation de diffusion

L'hypothèse de régime stationnaire a un effet direct sur la loi d'écoulement hydraulique. Le terme transitoire dans l'équation 4.2 peut être négligé. Cette simplification a déjà été utilisée par de nombreux auteurs pour modéliser la diffusion du fluide interstitiel pendant la coupe dans les roches saturées [11, 29] ou pour modéliser la diffusion dans des sols saturés durant le labourage sous-marin [39, 40]. Le problème de diffusion-convection dans sa forme adimensionnelle ($x$ et $y$ sont normalisés par $h$) s'écrit alors :

$$\vec{\nabla}^2 p = \partial_x^2 p + \partial_y^2 p = -2\lambda \partial_x \left(p + \varpi\right) \tag{4.3}$$

Avec $\lambda = \frac{\rho g v h}{2KM}$ et $\varpi = (bM\varepsilon_v)$. Le couplage $\mathcal{M} \to \mathcal{H}$ se fait uniquement à travers le terme $\varpi$ qui est un champ scalaire continûment dérivable presque partout dans $\Omega$ et peut présenter des discontinuités $[\![\varpi]\!]$ à travers des lignes $\Gamma \subset \Omega$. L'inconnue principale du problème hydraulique est la pression de pore $p(x, y)$. Le champ de pression $p$ est deux fois dérivable presque partout dans $\Omega$.

#### 4.2.2.3 Domaine de validité

Lorsque le milieu est saturé, la pression interstitielle du liquide $p$ est positive. Le phénomène de cavitation se produit lorsque la pression du liquide $p$ devient nulle ou négative. Dans ce cas, il y a apparition d'une nouvelle phase gazeuse qui partage l'espace

poral avec la phase liquide. La validité de cette étude est restreinte aux milieux saturés. Le tableau 4.1 donne un ordre de grandeur de $\lambda = \frac{vh}{2D} = \frac{vhC_f\phi_0\mu}{2k}$ pour différents groupes de roches lorsque le fluide saturant est l'eau ($C_f = 5\ 10^{-4}$ MPa$^{-1}$, $\mu = 10^{-9}$ MPa.s) pour des conditions de forage typiques ($h = 1$ mm/tr et $v = 1$ m/s) en admettant une porosité $\phi_0 = 0.2$. Comme nous le verrons plus tard, la désaturation se produit en régime non-drainé pour de grandes valeurs de $\lambda$.

| Matériaux | $k$ [m$^2$] [9] | $\lambda$ |
|---|---|---|
| | **Sols** | |
| Sables et graviers | $10^{-9} - 10^{-12}$ | $10^{-7} - 10^{-4}$ |
| Vases et sables fins | $10^{-12} - 10^{-16}$ | $10^{-4} - 1$ |
| | **Roches** | |
| Calcaires | $10^{-12} - 10^{-16}$ | $10^{-4} - 1$ |
| Grès | $10^{-11} - 10^{-17}$ | $10^{-5} - 10$ |
| Argilites | $10^{-16} - 10^{-20}$ | $1 - 10^5$ |
| Granites et basaltes | $10^{-16} - 10^{-20}$ | $1 - 10^5$ |
| Bétons | $10^{-16} - 10^{-21}$ | $1 - 10^6$ |

TABLEAU 4.1 – Ordre de grandeur de $\lambda$ pour différents matériaux

#### 4.2.2.4 Conditions aux limite et chargement hydraulique

Nous rappelons que l'objectif de ce modèle est d'expliquer les essais de coupe à l'échelle du taillant présentés dans la section 2.4. Ces essais sont réalisés sous pression hydrostatique $p_b = p_0 = 20$ MPa. Initialement et avant l'action du taillant, la pression de pore est uniforme et est égale à $p_0$ dans le domaine fluide $\Omega$. On admet que la pression de pore reste constante sur la frontière $\partial\Omega$ ($p - p_0 = 0$) pendant l'action du taillant.

Dans la suite nous présentons deux types de modélisation. Dans un premier temps et à l'instar de [11, 39, 40], nous supposons que le porosité est constante par morceau dans le domaine d'étude $\Omega$. Nous admettons qu'elle est égale à la porosité initiale $\phi_0$ dans la roche saine et subit une augmentation uniforme $\Delta\phi$ dans la zone du copeau. Ceci revient à imposer une discontinuité de débit (due à la discontinuité de la porosité) sur la ligne de rupture sans prise en compte du terme source de l'équation de diffusion ($-2\lambda\partial_x\varpi \simeq 0$).

Dans un deuxième temps, le terme source est réintégré dans l'équation de diffusion sans imposer une discontinuité de débit. Cette analyse nécessite une résolution numérique à cause de la non-uniformité du terme source dans la structure comme nous le verrons plus tard.

Pour calculer la discontinuité du débit utilisée dans le premier type de résolution, on désigne par $\vec{n}$ la normale à $\Gamma$ et par $[\![\varpi]\!]$ la discontinuité de $\varpi = bM\varepsilon_v$ à travers $\Gamma$. L'équation de diffusion peut s'écrire :

$$\vec{\nabla}.\vec{\Psi} = 0 \tag{4.4}$$

Avec $\vec{\Psi} = \vec{\nabla}p + 2\lambda(p + \varpi)\vec{i}$ et $\vec{i}$ la direction de la vitesse. La fonction $\vec{\Psi}$ est continue dans tout le domaine d'étude $\Omega$ et en particulier sur la ligne de coupe $\Gamma$. Alors :

$$[\![\vec{\nabla}p + 2\lambda(p + \varpi)\vec{i}]\!].\vec{n} = 0 \text{ sur } \Gamma \tag{4.5}$$

Comme la pression $p$ est continue sur $\Gamma$, on peut écrire :

$$[\![\vec{\nabla}p]\!].\vec{n} = -2\lambda[\![\varpi]\!]n_x \text{ sur } \Gamma \tag{4.6}$$

### 4.2.3 Problème mécanique

#### 4.2.3.1 Loi de comportement élastoplastique

Nous admettons que le milieu poreux a un comportement élastoplastique ce qui est typiquement le cas des roches [52]. L'expression des contraintes totales d'un matériau élastoplastique est donnée par l'équation 4.7 :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma_0}} = \underline{\underline{\underline{\underline{H}}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) - b(p - p_0)\underline{\underline{1}} \tag{4.7}$$

Pour un matériau isotrope, la relation 4.7 devient :

$$\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma_0}} = \frac{E_0}{1+\nu_0}\left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p\right) + \frac{\nu_0 E_0}{(1+\nu_0)(1-2\nu_0)}\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p\right)\underline{\underline{1}} - b(p - p_0)\underline{\underline{1}} \tag{4.8}$$

Où $E_0$ et $\nu_0$ sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson du squelette évalués à partir d'essais de compression simple.

#### 4.2.3.2 Critère de plasticité de Mohr-Coulomb

Afin de modéliser la création de copeau lors de l'attaque d'une roche par un taillant, on admet que la roche obéit au critère de Mohr-Coulomb avec une cohésion $c \geqslant 0$ et un angle de frottement $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ qui doit être vérifié en tout point de la roche en termes de contraintes effectives :

$$\underline{\underline{\hat{\sigma}}} = \underline{\underline{\sigma}} + bp\underline{\underline{1}} \tag{4.9}$$

Ce critère s'énonce en disant qu'en tout point $\vec{x}$ de la roche et pour tout vecteur $\vec{n}$ normé ($\|\vec{n}\| = 1$), on a :

$$\|\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\vec{n} - (\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\vec{n}.\vec{n}).\vec{n}\| \leq c - (\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\vec{n}.\vec{n})\tan\varphi \tag{4.10}$$

Les paramètres $c$ et $\varphi$ sont déterminés expérimentalement par des essais de compression. L'inégalité 4.10 doit être vérifiée pour tout vecteur arbitraire $\vec{n}$. Alors les contraintes effectives principales ($\hat{\sigma}_1 \geqslant \hat{\sigma}_2 \geqslant \hat{\sigma}_3$) doivent respecter la condition suivante :

$$
\begin{aligned}
f\left(\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\right) &= \kappa\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_3 - R_c \leqslant 0 \\
\kappa &= \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \\
R_c &= \frac{2c\cos\varphi}{1-\sin\varphi}
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

Où $f\left(\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\right)$ est le critère de plasticité du squelette.

#### 4.2.3.3 Modélisation de la dilatance

La dilatance est le phénomène d'augmentation des déformations plastiques volumiques $\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\varepsilon}}^p\right)$ (voir figure 4.3(a)). Afin de modéliser la dilatance, nous utilisons un potentiel plastique (voir 3.2.3.2) de type Coulomb généralisé :

$$
g\left(\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\right) = \beta\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_3 \tag{4.12}
$$

Pour un matériau standard, on a : $\beta = \kappa$. Connaissant l'expression de $g$, la vitesse des déformations plastiques est :

$$
\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\ell}\frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\hat{\sigma}}}} \tag{4.13}
$$

Avec $\dot{\ell} > 0$ le multiplicateur plastique. L'expression des déformations plastiques volumiques du squelette est immédiate à partir de la relation 4.13 :

$$
\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p\right) = \dot{\ell}(\beta - 1) \tag{4.14}
$$

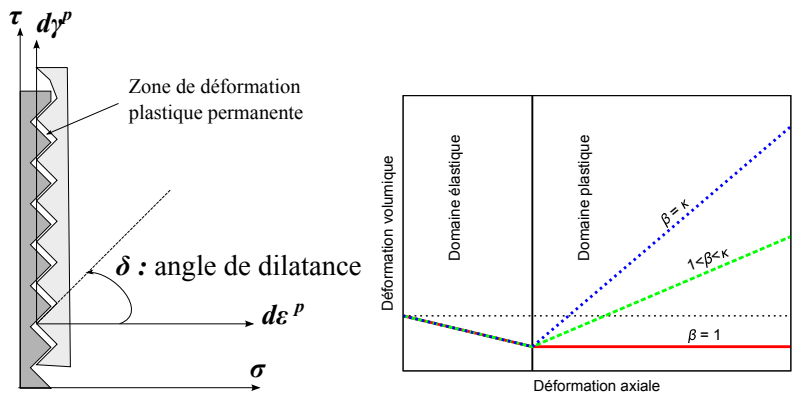
Pendant un essai de compression, les déformations volumiques de l'éprouvette sont négatives jusqu'à la limite élastique. Au-delà de cette limite s'ajoutent les déformations plastiques (voir figure 4.3(b)). Leur évolution est fonction de $\beta$. Quand $\beta = 1$, on a $\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p\right) = 0$ et le matériau est incompressible plastiquement. Quand $\beta > 1$, on a $\mathrm{tr}\left(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p\right) > 0$ et le matériau est dilatant. En pratique, $\beta$ correspond au double du coefficient de Poisson plastique [36]. Il est fonction de l'angle de dilatance $\delta \in [0, \varphi]$ :

$$
\beta = \frac{1+\sin\delta}{1-\sin\delta} \tag{4.15}
$$

Le coefficient $\beta$ permet de modéliser la dilatance du matériau d'une manière purement théorique contrairement à l'approche classique où la définition de la dilatance est empirique [11, 39, 40] (voir 3.4 et 3.5 où il est question de variation de la porosité calée sur les essais de coupe). Ce phénomène est au cœur des phénomènes dynamiques qui seront présentés à la fin de ce chapitre.

#### 4.2.3.4 Stationnarité de l'écoulement plastique

La stationnarité du problème de coupe n'implique pas seulement que les dérivées partielles sont nulles dans l'équation de diffusion, mais aussi que la zone plastique se reproduit à l'identique au cours du temps [19]. Précisons qu'alors que pour le problème hydraulique, nous avons bien tenu compte du caractère stationnaire, mais cela n'a pas été le cas pour le calcul mécanique (*statique*). Nous avons fait cette remarque qu'à la fin de cette thèse. Mais cette insuffisance n'a pas un impact important sur les résultats de notre modélisation. En effet, nous avons réalisé des simulations numériques qui montrent que les résolutions mécaniques en statique et en stationnaire donnent les mêmes résultats en terme d'efforts de coupe ce qui est très satisfaisant (annexe C.4).




(a) Principe de la dilatance [9] (b) Essai de compression simple théorique

FIGURE 4.3 – Phénomène de dilatance

#### 4.2.3.5 Chargements mécaniques

La figure 4.4 illustre les deux actions externes subies par la structure :

1. La pression de boue : on suppose qu'il n'y a pas d'échange de fluide entre la boue de forage et le fluide interstitiel. On admet que la pression de boue $p_b$ est uniforme. On pose $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - p_b\underline{\underline{1}}$. L'expression de la contrainte effective est :

$$\underline{\underline{\hat{\sigma}}} = \underline{\underline{s}} - (p_b - bp)\,\underline{\underline{1}} \tag{4.16}$$

   Le problème est résolu en remplaçant la contrainte totale par la contrainte $\underline{\underline{s}}$ qui vérifie l'équilibre local ($\mathrm{div}\left(\underline{\underline{s}}\right) = \vec{0}$). La pression de boue est prise en compte dans l'expression modifiée de la contrainte effective.

2. L'action du taillant : le taillant possède un angle d'attaque $\theta$. Il agit sur la roche sur une partie de la surface $\Sigma(\theta)$ inclinée de l'angle $\theta$ par rapport à la verticale. L'interface taillant-roche est le siège d'un frottement de type Coulomb avec un angle $\theta_f$. La force de coupe $\vec{\mathrm{F}}$ se décompose en un effort tangentiel $\mathrm{F_c}$ et un effort normal $\mathrm{F_n}$.

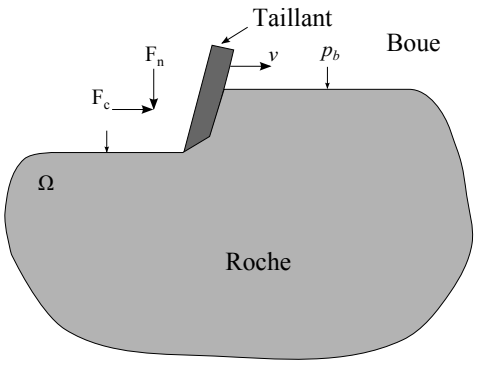



FIGURE 4.4 – Chargements mécaniques

### 4.2.4 Synthèse

Le tableau 4.2 récapitule l'ensemble des équations à résoudre pour le problème de coupe dans un milieu poreux. Cette modélisation est basée sur les hypothèses classiques

de la coupe des roches avec une deuxième physique mise en jeu qui est l'écoulement hydraulique. Ce travail ressemble au modèle de [6]. La différence majeure entre les deux modèles est l'hypothèse de régime transitoire dans [6] à l'opposé de l'hypothèse du régime stationnaire retenue dans le nouveau modèle de coupe. Il convient de souligner que dans [6], le régime transitoire n'est pas parfaitement modélisé puisque les copeaux ne sont pas supprimés au fur et à mesure du processus de coupe. En plus, [6] néglige les déformations plastiques qui sont prises en compte dans notre modèle.

Nous proposons dans la suite une solution analytique approchée du problème de coupe sous l'hypothèse de couplage faible. Ensuite, nous exposons une résolution numérique des équations fondamentales avec couplage fort.

| **Nature** | **Équation** |
|---|---|
| Équation d'équilibre | $\mathrm{div}\left(\underline{\underline{s}}\right) = \vec{0}$ |
| Décomposition des contraintes | $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\hat{\sigma}}} + (p_b - bp)\,\underline{\underline{1}}$ |
| Loi de comportement | $\underline{\underline{\hat{\sigma}}} = \underline{\underline{\underline{\underline{H}}}} : \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p\right)$ |
| Critère de rupture | $f\left(\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\right) = \kappa\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_3 - R_c \leqslant 0$ |
| Potentiel plastique | $g\left(\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\right) = \beta\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_3$ avec $1 \leqslant \beta \leqslant \kappa$ |
| Équation de diffusion | $\vec{\nabla}^2 p = -2\lambda\partial_x\left(p + \varpi\right)$ |
| Condition à la limite | $p - p_0 = 0$ sur $\partial\Omega$ |
| Lignes de discontinuité de $\varpi$ | $[\![\vec{\nabla}p]\!].\vec{n} = -2\lambda[\![\varpi]\!]n_x$ sur $\Gamma$ |

TABLEAU 4.2 – Synthèse des équations de base à résoudre pour le problème de coupe

Il est important de signaler que la dernière condition du tableau 4.2, portant sur la discontinuité de $\varpi$, n'est prise en compte que dans le cadre des résolutions faiblement couplées où on impose une discontinuité de porosité sans prise en compte du terme source (voir paragraphe 4.2.2.4).

## 4.3 Solution analytique approchée

Dans un premier temps, nous développons un nouveau modèle analytique de coupe-diffusion à l'échelle élémentaire. Ce modèle consiste à calculer les efforts à la rupture en fonction de la pression de pore qui est déterminée par la suite en résolvant l'équation de diffusion. Nous présentons tout d'abord les différentes hypothèses et la solution approchée du modèle de coupe mécanique qui s'inspire des travaux de [20]. Dans une seconde partie, nous présentons une solution améliorée du modèle de diffusion de [11].

### 4.3.1 Modèle de coupe

Le modèle élémentaire de coupe de [42] a été récemment développé au Centre de Géosciences de Mines ParisTech pour élucider le rôle de la vitesse de coupe sur le processus de forabilité des roches par les taillants PDC. Cependant, ce modèle basé sur l'existence d'un mécanisme de frottement dynamique sous le méplat d'usure reste difficilement justifiable sous pression. Nous avons donc choisi de formuler un nouveau modèle présenté ci-après.

#### 4.3.1.1 Hypothèses

La figure 4.5 montre les différents paramètres du modèle de coupe. Le taillant attaque la roche selon un angle de coupe $\theta$ et une profondeur de passe constante $h$. Le taillant peut également présenter un chanfrein de largeur $l_{ch}$ faisant un angle $\theta_{ch}$ avec l'horizontale. Le modèle de coupe reprend les hypothèses principales du modèle de [20] présenté dans le paragraphe 3.3.3. Nous admettons que les efforts de coupe sont transmis du taillant à la roche par l'intermédiaire d'une zone de roche broyée. Nous supposons que le futur copeau est délimité par les surfaces $\Sigma(0)$ et $\Sigma(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ où $\alpha$ est l'angle que fait avec $(Ox)$ la ligne de rupture.

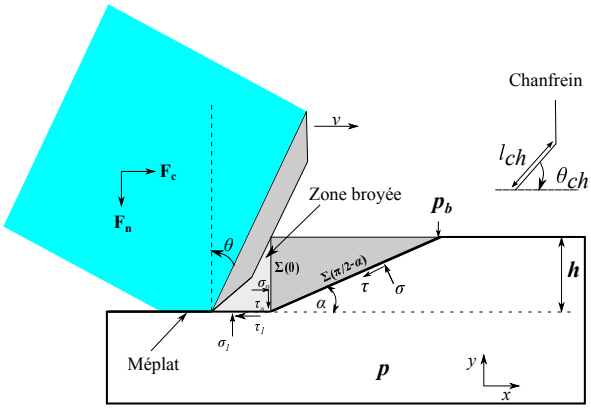



FIGURE 4.5 – Modèle élémentaire de coupe

Dans la suite, nous proposons de calculer l'effort de coupe $\vec{\mathrm{F}} = \mathrm{F_c}\vec{e}_x - \mathrm{F_n}\vec{e}_y$ exercé par le taillant pour créer un copeau de roche en nous basant sur le modèle de [20]. Nous distinguons les interfaces de contact suivantes [20] :

— interface taillant/zone broyée : le taillant présente un un angle d'inclinaison $\theta$ par rapport à la verticale qui est en outre l'angle de coupe. L'angle de frottement caractéristique de cette interface est noté $\theta_f$.

— interface zone broyée/fond de la saignée [1] : ce contact est modélisé par un frottement sec de type Coulomb avec un angle $\varphi'$. On désigne par $\sigma_1$ et $\tau_1$ les contraintes normale et tangentielle à cette interface.

— interface chanfrein/zone broyée : ce contact est également modélisé par un frottement de type Coulomb avec un angle $\varphi'$.

— interface méplat d'usure/fond de la saignée : pour un taillant usé, nous considérons que le coefficient de frottement caractéristique de ce contact est $\mu$.

1. La saignée est la partie de la roche située derrière le taillant.

— interface zone broyée/copeau : On désigne par $\sigma_0$ et $\tau_0$ les contraintes normale et tangentielle à cette interface. Ce contact est modélisé par une loi de frottement sec de type Coulomb avec un angle $\theta_f$.

Avant de déterminer les expressions de $\mathrm{F_n}$ et $\mathrm{F_c}$, nous calculons tout d'abord la contrainte $\sigma_0$ à la rupture en modélisation la création d'un copeau de roche provoquée par l'action de la zone broyée sur la roche saine.

#### 4.3.1.2 Calcul des efforts

**Efforts de coupe pure**

Il s'agit de l'effort $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}$ nécessaire à la création du copeau. C'est l'effort maximal transmis au copeau par la zone de roche broyée. On admet que le contact entre la roche broyée et la roche vierge est le siège d'un frottement de type Coulomb d'angle $\theta_f$ [20]. L'effort de coupe pure se décompose en un effort tangentiel $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{t} = \mathrm{F}^{\mathrm{c}}\cos(\theta_f)$ et un effort normal $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n} = -\mathrm{F}^{\mathrm{c}}\sin(\theta_f)$. L'effort de coupe $\mathrm{F}^{\mathrm{c}}$ et l'angle du plan de cisaillement $\alpha$ sont calculés en se basant sur le critère de rupture de Mohr-Coulomb (voir annexe C.1) :

$$\begin{aligned} \mathrm{F}^{\mathrm{c}} &= \frac{2\bar{c}\cos\varphi}{1-\sin(\theta_f+\varphi)}S_c \\ \bar{c} &= c + (p_b - \bar{p})\tan\varphi \\ \alpha &= \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi+\theta_f}{2} \end{aligned} \tag{4.17}$$

Avec :

$\bar{p}$ : la pression de pore moyenne sur la ligne de rupture $\Gamma$

$S_c$ : l'aire de la surface $\Sigma(0)$

$c$ : la cohésion initiale de la roche

$\varphi$ : l'angle de frottement interne de la roche

Nous développons dans la suite l'expression des efforts de coupe selon le modèle de [20] en nous basant sur l'expression de la contrainte normale $\sigma_0$ sur l'interface roche broyée-copeau $\Sigma(0)$ qui est donnée par (voir annexe C.1) :

$$\sigma_0 = \frac{2\bar{c}\cos\varphi}{1-\sin(\theta_f+\varphi)} \tag{4.18}$$

**Efforts de frottement entre la zone broyée et le fond de la saignée**

Il s'agit de l'effort $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{b}}$ nécessaire pour vaincre le frottement entre la zone broyée et le fond de la saignée. Afin de modéliser le contact entre la zone broyée et la roche vierge du fond de la saignée, nous admettons l'hypothèse de Kerisel, cité par [23], qui stipule que l'angle de frottement $\varphi'$ entre un milieu pulvérulent et la roche intacte est donné par :

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \sigma_1 \tan\varphi' \\ \tan\varphi' &= \frac{2}{\pi}\tan\varphi \end{aligned} \tag{4.19}$$

$\sigma_1$ et $\tau_1$ sont respectivement les contraintes normale et tangentielle sur la zone de contact roche broyée-fond de la saignée. On admet que la surface de la zone broyée

peut être approximée par une surface rectangulaire de longueur $l_b$ et de largeur $h \tan\theta$ comme le montre la figure 4.6 [35] :

$$S_b = k_b S_c \tan\theta \tag{4.20}$$

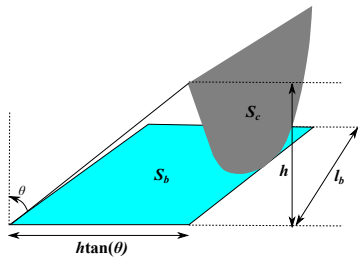



FIGURE 4.6 – Définition de $S_b$ [35]

Comme [35], on peut montrer que la constante $k_b$ dépend faiblement de l'angle de coupe $\theta$ et dépend uniquement du diamètre du taillant $D_{PDC}$. Les valeurs de $k_b$ pour les diamètres standards de taillant PDC sont données dans le tableau 4.3.

| $D_{PDC}$ (mm) | $k_b$ |
|---|---|
| 8 | 1.8 |
| 13 | 1.5 |
| 19 | 1.25 |

TABLEAU 4.3 – Valeurs de $k_b$ pour les diamètres standards de PDC [35]

En prenant $\sigma_1 = \sigma_0$ [20], les composantes tangentielle et normale de $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{b}}$ sont données par [35] :

$$\begin{aligned} \mathrm{F}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{b}} &= \sigma_0(1 + k_b \tan\varphi' \tan\theta) S_c \\ \mathrm{F}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{b}} &= \sigma_0(\tan\theta_f + k_b \tan\theta) S_c \end{aligned} \tag{4.21}$$

### Efforts sur le méplat d'usure

La présence d'un méplat d'usure génère des efforts de frottement additionnel. Ce frottement est généralement décrit par une loi de frottement solide de type Coulomb [14, 53]. Si $S_f$ est la surface de frottement et $\mu$ le coefficient de frottement, les efforts sur le méplat sont donnés par [20] :

$$\begin{aligned} \mathrm{F}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{f}} &= \sigma_0 \mu S_f \\ \mathrm{F}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{f}} &= \sigma_0 S_f \end{aligned} \tag{4.22}$$

### Efforts additionnels dus au chanfrein du PDC

Le chanfrein est présent dans tous les taillants PDC afin de les protéger pendant les chocs avec les formations dures. Deux mécanismes différents peuvent se produire

selon la profondeur de passe $h$. Si la profondeur de passe est inférieure à la hauteur du chanfrein ($h_{ch} = l_{ch}\sin(\theta_{ch} + \theta)$), le chanfrein joue le rôle de la face d'attaque avec un angle de coupe $\theta_{ch} + \theta$ et une profondeur de passe $h_{ch}$. Lorsque la profondeur de passe est supérieure à la hauteur du chanfrein $h_{ch}$, la contribution du chanfrein aux efforts peut être approchée par la relation suivante [20] :

$$\begin{aligned} \mathrm{F_c^{ch}} &= \sigma_0 S_{ch} \tan\varphi' \\ \mathrm{F_n^{ch}} &= \sigma_0 S_{ch} \end{aligned} \tag{4.23}$$

Où $S_{ch} = L_c l_{ch}$ est la surface du chanfrein en contact avec la roche [35]. $l_{ch}$ et $L_c$ sont respectivement la largeur et la longueur de contact du chanfrein avec la zone broyée. La largeur $l_c$ est généralement de l'ordre de 0.3 mm. La longueur $L_c$ peut être exprimée en fonction du rayon du taillant $R_{PDC}$ et de l'enfoncement du taillant dans la roche $h$ [35] :

$$L_c = 2R_{PDC}\cos^{-1}\left(\frac{R_{PDC} - h}{R_{PDC}}\right) \tag{4.24}$$

#### 4.3.1.3 Synthèse

En cas de présence de chanfrein, les efforts d'interaction taillant-roche se décomposent en une composante tangentielle $\mathrm{F_c}$ et une composante normale $\mathrm{F_n}$ :

$$\begin{aligned} \mathrm{F_c} &= \sigma_0\left[(1 + k_b\tan\varphi'\tan\theta)S_c + \mu S_f + S_{ch}\tan\varphi'\right] \\ \mathrm{F_n} &= \sigma_0\left[(\tan\theta_f + k_b\tan\theta)S_c + S_f + S_{ch}\right] \end{aligned} \tag{4.25}$$

Le tableau 4.4 résume les paramètres d'entrée du modèle qui sont tous connus *a priori* à l'exception de la pression de pore $p$ qui sera calculée *a posteriori* par le modèle de diffusion en admettant un angle de rupture $\alpha$ indépendant de la pression de pore.

| Paramètres | Symbole |
|---|---|
| Profondeur de passe | $h$ |
| Angle de coupe | $\theta$ |
| Cohésion de la roche | $c$ |
| Angle de frottement interne | $\varphi$ |
| Coefficient de frottement : méplat d'usure-roche | $\mu$ |
| Pression de boue | $p_b$ |
| Coefficient de Biot | $b$ |
| Pression de pore moyenne sur le plan de rupture | $\bar{p}$ |

TABLEAU 4.4 – Paramètre d'entrée du modèle de coupe

### 4.3.2 Modèle de diffusion

#### 4.3.2.1 Champ de pression de pore

Afin de déterminer la pression de pore $p$, on utilise la même hypothèse que [11, 40] selon laquelle, la porosité de la roche est discontinue à travers la ligne de cisaillement $\Gamma$. Le domaine d'étude est décomposé en deux parties : $\Omega = \Omega^+ \cup \Omega^-$ (figure 4.7). La porosité dans le domaine $\Omega^+$ est égale à la porosité initiale $\phi_0$. La porosité dans la région $\Omega^-$ est égale à $\phi_0 + \Delta\phi$. La ligne $\Gamma$ qui sépare le copeau $\Omega^-$ et le reste de la roche $\Omega^+$ est une ligne de discontinuité de porosité.

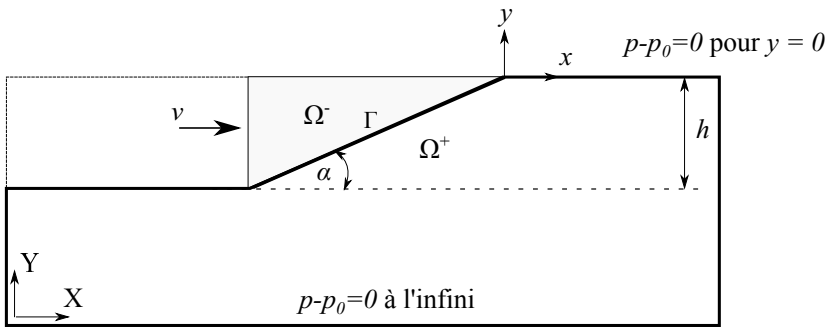



FIGURE 4.7 – Modèle de diffusion

La géométrie de la frontière $\partial\Omega$ rend impossible l'obtention d'une solution analytique à ce problème. Pour le simplifier, nous considérons le demi espace $y \leqslant 0$ avec la condition à la limite :

$$p - p_0 = 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et lorsque } \|\vec{x}\| \longrightarrow \infty \tag{4.26}$$

Afin de simplifier l'analyse, nous négligeons les déformations volumiques dans l'équation 4.2 [11, 39, 40]. L'équation de diffusion avec les nouvelles conditions aux limites devient :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2 p &= -2\lambda \partial_x p \text{ dans } \Omega \\ p - p_0 &= 0 \text{ pour } y = 0 \text{ et } \|\vec{x}\| \longrightarrow \infty \\ [\![\vec{\nabla} p]\!].\vec{n} &= -2\lambda [\![\varpi]\!] n_x = \frac{2\lambda b \Delta\phi \sin\alpha}{\phi_0 C_f (1-\phi_0)} \text{ sur } \Gamma \end{aligned} \tag{4.27}$$

Où $\lambda = \frac{\rho g h v}{2MK} = \frac{vh}{2D}$ et $\vec{n}\,(-\sin\alpha, \cos\alpha)$ est la normale unitaire à $\Gamma$. L'expression de $[\![\varpi]\!]$ est obtenue en égalant le taux de variation du volume de pore au taux de variation du volume de fluide [11, 39, 40]. Le paramètre $\Delta\phi$ représente le saut de porosité sur la ligne de rupture $\Gamma$ faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale.

L'équation de diffusion-convection 4.27 représente le problème d'une ligne source qui se déplace avec une vitesse $\vec{v}$ dans un milieu infini [7]. Sa solution est donnée par (annexe C.2) :

$$(p-p_0)(x,y) = -\frac{\lambda \sin\alpha}{\pi} \frac{b\Delta\phi}{\phi_0 C_f (1-\phi_0)} \int_\Gamma \exp[-\lambda(x-x_0)] \mathrm{K}_0 \left[\lambda\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}\right] \tag{4.28}$$

La solution du problème de ligne source se déplaçant dans un plan infini (équation 4.28) correspond, à une constante près, à la solution proposée par [11]. En effet, le calcul de la constante d'intégration de l'équation de diffusion dans [11] est basé sur le calcul du débit sur $\Gamma$ pour une roche peu perméable [11]. Dans le nouveau modèle, le calcul de la constante d'intégration est basé sur la continuité de la pression de pore dans le domaine d'étude $\Omega$ et est valable pour tout type de roche (voir annexe C.2).

Pour obtenir la solution du milieu semi-infini dans le demi-espace $y \leqslant 0$ qui vérifie $p = 0$ pour $y = 0$, nous utilisons la méthode des images [7] :

$$(p - p_0)(x, y) = -\frac{\lambda \sin \alpha}{\pi} \frac{b\Delta\phi}{\phi_0 C_f (1 - \phi_0)} \int_\Gamma \exp[-\lambda(x - x_0)] \left(\mathrm{K}_0 [\lambda r] - \mathrm{K}_0 [\lambda r^*]\right) \quad (4.29)$$

Avec $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ et $r^* = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y + y_0)^2}$.

Il est facile de démontrer que cette solution satisfait $p = p_0$ pour $y = 0$. La pression de pore moyenne sur la ligne $\Gamma$ de discontinuité de porosité est donnée par :

$$\bar{p}(\lambda, \alpha) = \frac{1}{l_\Gamma} \int_0^{l_\Gamma} p ds \quad (4.30)$$

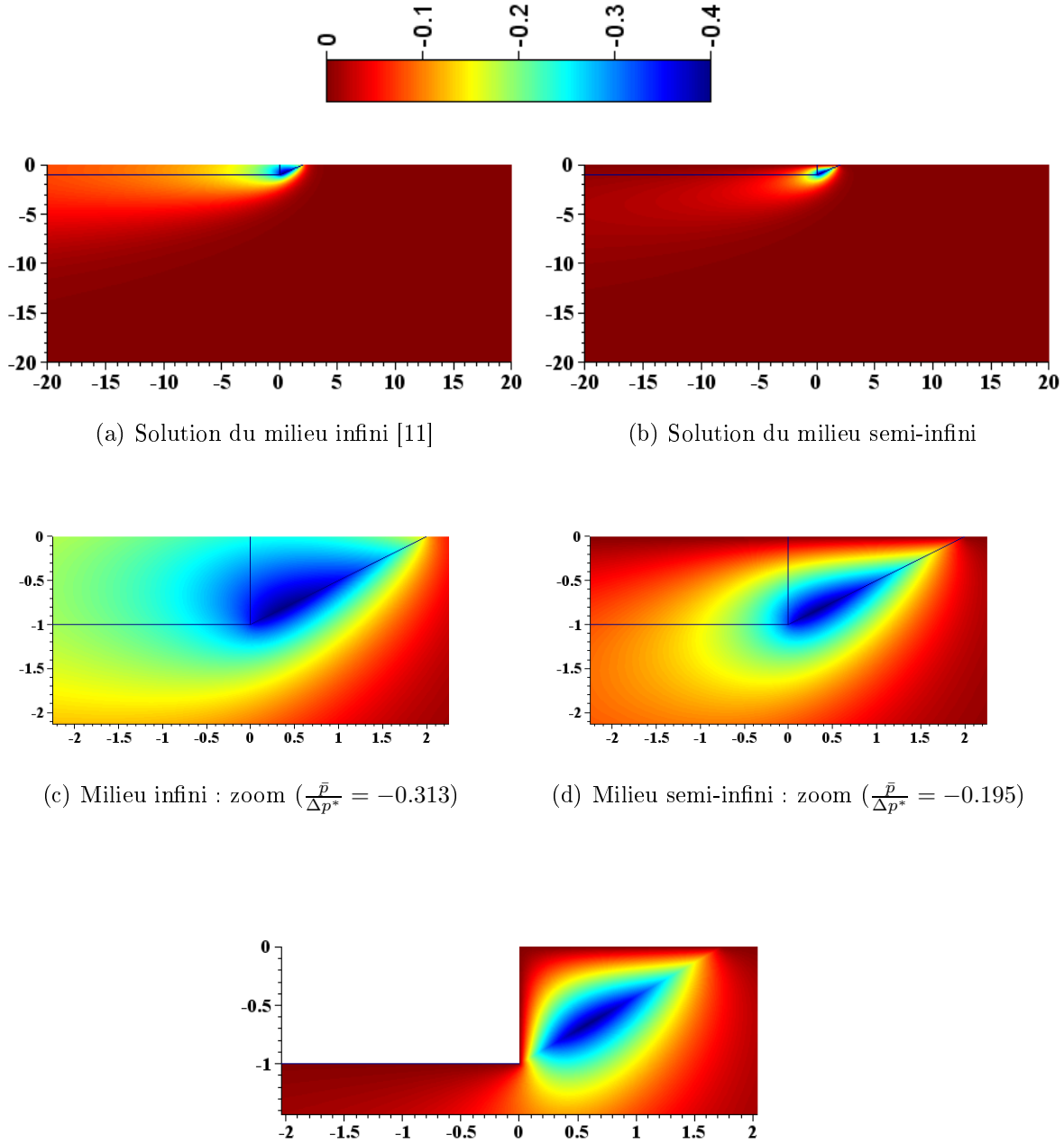
Avec $l_\Gamma$ la longueur de la ligne de coupe.

#### 4.3.2.2 Résultats

En suivant la même approche que [11, 40], le nouveau modèle que nous venons d'établir permet de calculer la pression de pore post-pic, autrement dit après la création d'un copeau. La solution du problème de coupe 4.25 et la solution du problème hydraulique 4.30 représentent la solution du problème hydromécanique faiblement couplé, pour lequel, en outre, l'angle de rupture $\alpha$ est supposé indépendant de la pression de pore.

La figure 4.8 montre un exemple de résultat du modèle de diffusion analytique dans le demi espace $y \leq 0$ pour $\lambda = 1$. La dépression $(p - p_0)$ est normalisée par $\Delta p^* = \frac{b\Delta\phi}{\phi_0 C_f (1-\phi_0)}$. La ligne source fait un angle $\alpha = 22.5°$ avec l'horizontale.

La variation de la pression de pore moyenne sur la ligne source est respectivement de -0.313 et -0.195 pour la solution du milieu infini (figure 4.8(a)) et la solution du milieu semi-infini (figure 4.8(b)). Nous avons comparé ces résultats à des simulations hydrauliques aux éléments-finis avec le logiciel HYDREF du centre de Géosciences (voir 4.4.1.3) en imposant $p - p_0 = 0$ sur $\partial\Omega$ et la même discontinuité $[\![\varpi]\!]$ sur la ligne de coupe $\Gamma$ (voir figure 4.8(e)). La pression de pore moyenne sur $\Gamma$ obtenue numériquement est de -0.188. Ce résultat montre que la solution du milieu infini, comme celle proposée par [11], surestime la baisse de la pression de pore. La solution du milieu semi-infini est plus réaliste.




(a) Solution du milieu infini [11]

(b) Solution du milieu semi-infini

(c) Milieu infini : zoom ($\frac{\bar{p}}{\Delta p^*} = -0.313$)

(d) Milieu semi-infini : zoom ($\frac{\bar{p}}{\Delta p^*} = -0.195$)

(e) Solution numérique : $p = 0$ sur $\partial\Omega$ ($\frac{\bar{p}}{\Delta p^*} = -0.188$)

FIGURE 4.8 – Variation de la pression de pore normalisée pour $\lambda = 1$ et $\alpha = 22.5°$ (le copeau est modélisé par le triangle)

On présente sur la figure 4.9 la variation de la chute de pression de pore moyenne sur la ligne $\Gamma$ normalisée par $\Delta p^*$ en fonction du paramètre adimensionnel $\lambda$ pour différents angles de rupture $\alpha$. On remarque tout d'abord que la dépression est une fonction croissante de $\lambda = \frac{vh}{2D}$. Autrement dit, la dépression augmente à mesure que l'on passe du régime drainé au régime non-drainé. Cette chute de pression a pour effet d'augmenter la pression différentielle $p_b - \bar{p}$ et s'accompagne donc d'une croissance des efforts de coupe encaissés par le taillant.

On constate également que la chute de pression de pore est une fonction décroissante de l'angle de rupture $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta_f + \varphi}{2}$. Ce paramètre est donné par le calcul mécanique. Bien que le paramètre $\varphi$ soit bien contraint, le paramètre $\theta_f$ est plutôt mal contraint puisqu'un seul coefficient de frottement est censé représenter la complexité du frottement taillant-roche broyée et roche broyée-roche vierge. Ainsi, le présent modèle est une amélioration de l'existant mais il reste quantitativement mal contraint.

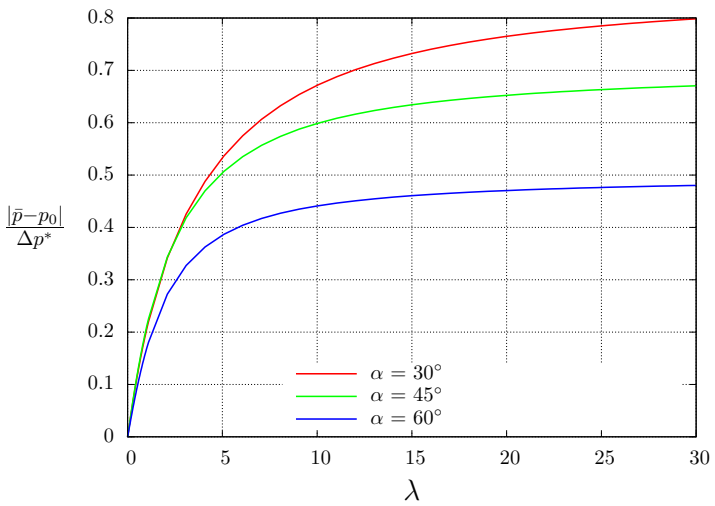



FIGURE 4.9 – Variation de la dépression $|\bar{p} - p_0|$ normalisée avec $\lambda$ pour différentes valeurs de $\alpha$

#### 4.3.2.3 Discussion

Le nouveau modèle analytique permet de calculer la pression de pore juste après la création d'un copeau. Afin d'obtenir les efforts de coupe, nous calculons tout d'abord la pression de pore moyenne sur la ligne $\Gamma$ de discontinuité de porosité en utilisant la formule 4.30. Ensuite, nous calculons la cohésion $\bar{c}$ en fonction de $\bar{p}$ afin de déduire la valeur de $\sigma_0$ (équation 4.18).

La nouvelle solution de l'équation de diffusion permet d'imposer une pression $p = p_0$ pour $y = 0$ contrairement à la solution du milieu infini qui tend à surestimer la valeur absolue de la dépression. Ce modèle montre que le phénomène de dilatance caractérisé par $\Delta\phi > 0$ cause toujours une dépression puisqu'on a toujours $p - p_0 \leqslant 0$.

Pour une roche donnée, ($D$ et $\alpha$ fixés), on peut distinguer trois régimes de fonctionnement [11, 39, 40] :

- **Régime drainé** : lorsque le produit $vh$ est suffisamment faible, la variation de $\bar{p}$ est négligeable. Les efforts de coupe sont indépendants de $vh$.
- **Régime pseudo-drainé** : la chute de pression de pore dépend du produit $vh$.
- **Régime non-drainé** : la chute de la pression de pore atteint une asymptote horizontale pour des $\lambda$ très grands. Les efforts de coupe sont indépendants de $vh$.

### 4.3.3 Conclusion

La chute de la pression de pore conduit à l'augmentation du *confinement dynamique* $(p_0 - \bar{p}) \tan\varphi$ en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$. Ce phénomène peut expliquer une partie importante de l'augmentation des efforts de coupe en fonction de la vitesse de coupe qui agit sur la pression de pore à travers $\lambda$. En revanche, ce modèle est faiblement couplé. De plus, la prise en compte de la dilatance ainsi que la représentation de la surface de rupture $\Gamma$ par une droite restent des hypothèses très simplifiées. Nous présentons dans la suite une résolution complète des équations fondamentales de l'hydromécanique en couplage fort afin d'étudier le domaine de validité de cette approche analytique.

## 4.4 Solution numérique

### 4.4.1 Description du modèle numérique

Les modèles de coupe analytiques proposés dans la littérature sont basés sur un formalisme simplifié qui ne rend pas compte de la complexité des mécanismes du couplage hydromécanique pendant la rupture. La résolution numérique du système d'équations aux dérivées partielles de la poromécanique avec les conditions aux limites imposées permet de déterminer les contraintes et la pression de pore en tout point $\vec{x}$ de $\Omega$. Les efforts de coupe s'obtiennent par intégration des contraintes normale et tangentielle sur la face d'attaque du taillant.

La méthode des éléments finis permet de résoudre ce problème puisque les deux phases du milieu poreux sont supposées continues. Le Centre de Géosciences de Mines ParisTech dispose de deux codes aux éléments finis qui permettent de résoudre le système d'équations aux dérivées partielles et les conditions aux limites : le code VIPLEF pour la partie mécanique et le code HYDREF pour la partie hydraulique avec la possibilité de les coupler.

L'un des aspects qu'on cherche à améliorer via l'approche numérique est la prise en compte du terme source dans l'équation de diffusion. En effet, ce terme a été simplifié dans le modèle analytique du paragraphe précédent en considérant une porosité constante par morceau dans le domaine d'étude (voir paragraphe 4.2.2.4). En outre, le terme source a été imposé d'une manière empirique. Ici, on cherche à modéliser ce terme source d'une manière théorique plus réaliste en utilisant la théorie de la plasticité : le terme source est obtenu à partir d'un calcul mécanique qui incorpore la déformabilité de la roche et la notion de la dilatance.

#### 4.4.1.1 Résolution du problème hydromécanique couplé

Le problème $\mathcal{HM}$ est résolu numériquement en couplage fort en utilisant une procédure itérative basée sur le problème de point fixe [55] qui est indépendante des équations physiques et des modèles de résolutions numériques. Selon cet algorithme, il existe deux fonctions $\Psi_{\mathcal{M}}$ et $\Psi_{\mathcal{H}}$ telles que la solution mécanique dépend de l'historique de la pression de pore : $\mathcal{M} = \Psi_{\mathcal{M}}(\mathcal{H})$ et la solution hydraulique est fonction de l'historique du champ des déformations : $\mathcal{H} = \Psi_{\mathcal{H}}(\mathcal{M})$. L'algorithme de résolution utilise les étapes suivantes (voir organigramme 4.10) :

1. Initialisation : les solutions $\mathcal{M}$ et $\mathcal{H}$ sont initialisées en effectuant un calcul hydraulique sans terme source et un calcul mécanique avec une pression de pore nulle. Le calcul mécanique est réalisé jusqu'à la création d'un copeau défini par une zone plastique qui atteint la frontière supérieure de la roche.
2. Problème hydraulique : le champ de pression de pore est calculé en fonction de $\lambda$ et des déformations volumiques du dernier calcul mécanique. On calcule l'écart $D_{\mathcal{H}}$ entre la dernière solution $\mathcal{H}$ et la solution actuelle. $D_{\mathcal{H}}$ est un scalaire utilisant une norme fixée par l'utilisateur (pression à un nœud donné, moyenne arithmétique de la pression de pore ...).
3. Problème mécanique : les équations de la mécanique sont résolues en fonction de la pression de pore obtenue à partir du dernier calcul hydraulique. On calcule l'écart $D_{\mathcal{M}}$ entre la dernière solution $\mathcal{M}$ et la solution actuelle. $D_{\mathcal{M}}$ est un scalaire utilisant une norme fixée par l'utilisateur (efforts de coupe ...).
4. Convergence : si les écarts $D_{\mathcal{H}}$ et $D_{\mathcal{M}}$ sont supérieurs à un critère de précision donné, le calcul est refait à partir de l'étape 2.

Cette méthode est facile à mettre en œuvre pour des codes de calculs $\mathcal{M}$ et $\mathcal{H}$ séparés. La convergence de cette méthode n'a pas été démontrée dans le cas général. Mais elle a été comparée à des solutions analytiques et aucune différence n'a été observée.

Le calcul mécanique est réalisé jusqu'à la formation d'une zone plastique qui délimite un copeau. Nous postulons que cette zone se forme lorsque le critère est atteint dans l'un des nœuds situés sur la frontière supérieure du domaine d'étude avec un seuil de déformations plastiques fixé par l'utilisateur.

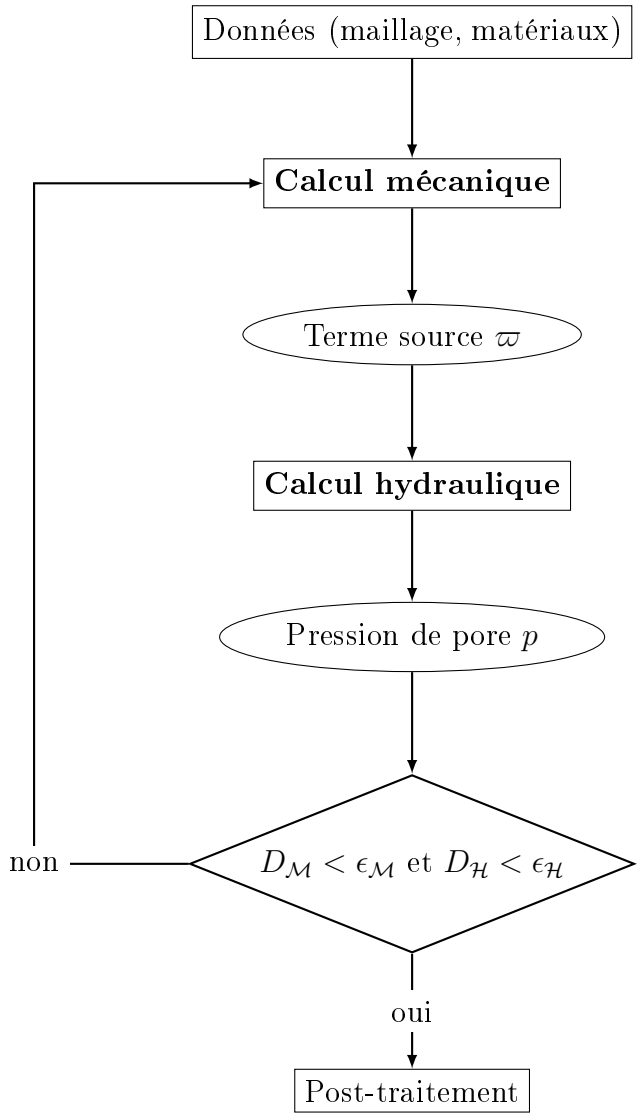



FIGURE 4.10 – Algorithme des simulations hydromécaniques totalement couplées

#### 4.4.1.2 Résolution du problème mécanique

- **Modèle géométrique** : le modèle fait 20 mm de largeur et 11 mm de hauteur. Il s'agit pratiquement des mêmes paramètres adoptés dans [6, 52, 57]. Nous supposons que les frontières sont suffisamment éloignées pour représenter correctement l'infini. Nous utilisons un maillage triangulaire de degrés deux à six nœuds. Nous avons choisi une concentration de maillage très importante dans la région du chanfrein. La densité de répartition des éléments décroît de l'interface taillant-roche vers la frontière (figure 4.11). Le nombre total des nœuds dépend de la profondeur de passe. Par exemple, pour une profondeur de coupe $h = 1$ mm/tr, on utilise 5339 nœuds avec 2596 éléments.

- **Propriétés des matériaux** : pour modéliser la roche, nous utilisons un matériau élastoplastique parfait obéissant au critère de Mohr-Coulomb (cohésion $c$, angle de frottement $\varphi$). Le potentiel plastique, qui est de type Coulomb, dépend du double coefficient de Poisson plastique $\beta$.
- **Conditions aux limites** : la frontière horizontale inférieure est bloquée ver-

ticalement tandis que les frontières latérales sont bloquées horizontalement. Un déplacement horizontal $u_0$ est appliqué au taillant.

- **Champ de pression de pore**.

Les trois premiers champs de données sont enregistrés dans un fichier texte dont le format est géré par le module LECVP du code VIPLEF. Le champ de pression de pore est enregistré à partir du logiciel HYDREF dans un fichier binaire compatible avec la norme de LECVP. Un solveur appelé CALVP est utilisé par la suite pour résoudre le problème avec la méthode des éléments finis.

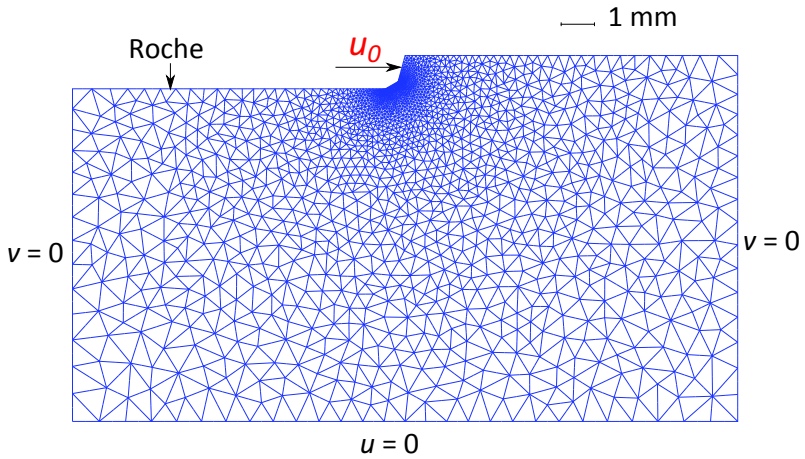



FIGURE 4.11 – Maillage du problème pour $h = 1$ mm/tr

#### 4.4.1.3 Résolution du problème hydraulique

La résolution numérique du problème hydraulique est gérée par le code HYDREF. Le modèle géométrique utilisé est le même que la partie mécanique. Le transfert hydraulique dans la roche est modélisé par le coefficient $\lambda = \frac{vh}{2D}$. Nous imposons la condition à la limite $(p - p_0 = 0)$ sur $\partial\Omega$. On se limite donc à l'étude des problèmes *"balanced"* où la pression de boue et la pression de pore vierge sont égales.

Le code HYDREF est initialement destiné à l'étude des problèmes d'écoulement hydraulique en régime transitoire sans terme convectif. Le solveur de ce logiciel n'est pas adapté aux problèmes d'écoulement convectifs. Afin d'utiliser HYDREF pour la résolution du problème de conduction-convection, on introduit le changement d'inconnue suivant : $\tilde{p} = p/w$ avec $w(x, y) = \exp(-\lambda x)$. Ce changement conduit à un nouveau problème :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2\tilde{p} - \lambda^2\tilde{p} &= -(2\lambda/w)\,\partial_x(\varpi) \\ \varpi &= \frac{b}{C_f\phi_0}\varepsilon_v \\ \tilde{p} - \tilde{p_0} &= 0 \text{ sur } \partial\Omega \end{aligned} \tag{4.31}$$

L'équation 4.31 peut être résolue par le code HYDREF puisqu'il s'agit d'un problème transitoire avec un pas d'intégration $1/\lambda^2$. Cette méthode a l'avantage d'être

rapide car il s'agit d'un problème linéaire avec un seul pas de calcul. Cependant, il n'est pas possible de résoudre avec cette méthode les problèmes d'écoulement où la perméabilité et le coefficient d'emmagasinement ne sont pas uniformes. Il est également impossible de résoudre avec cette méthode des problèmes dans lesquels la pression de boue est différente de la pression de pore initiale (*underbalanced* et *overbalanced*).

### 4.4.2 Paramètres d'entrée du modèle numérique

Le tableau 4.5 résume les propriétés hydromécaniques de la roche requises pour le modèle poromécanique. Le modèle mécanique exige la connaissance des propriétés de la roche obtenues à partir d'essais de compression. Les paramètres d'écoulement hydraulique sont représentés par le coefficient adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$.

| **Paramètres** | **Symbole** |
|---|---|
| **Paramètres mécaniques** | |
| Module d'Young | $E_0$ |
| Coefficient de Poisson | $\nu_0$ |
| Résistance à la compression simple | $R_c$ |
| Paramètre de rupture de Mohr-Coulomb | $\kappa$ |
| Double du coefficient plastique (Dilatance) | $\beta$ |
| **Paramètres hydrauliques** | |
| Vitesse adimensionnée | $\lambda$ |
| Pression de pore initiale | $p_0$ |
| **Paramètres du couplage hydromécanique** | |
| Coefficient de Biot | $b$ |
| Module de Biot | $M$ |

Tableau 4.5 – Paramètres d'entrée pour les logiciels VIPLEF et HYDREF

## 4.5 Étude de sensibilité

### 4.5.1 Paramètres de l'étude

Nous présentons une étude de sensibilité de l'effet du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$ et de la dilatance $\beta$ sur la pression interstitielle et les efforts de forage. Pour ce faire, nous avons choisi une géométrie de coupe simple qui ne présente ni chanfrein ni frottement sur l'interface taillant-roche.

Pour l'illustration graphique des résultats, on se limite à la portion de la roche affectée par l'action du taillant qui se trouve au voisinage de la pointe du taillant. Nous avons choisi d'étudier l'effet de $(\lambda, \beta)$ dans le cas du grès des Vosges. Nous avons choisi un angle de coupe nul et une profondeur de passe $h = 1$ mm/tr. Le nombre de nœuds utilisé est de 8542 avec 4185 éléments. Le jeu de paramètres de cette étude paramétrique est illustré dans le tableau 4.6 :

| **Paramètres** | **Symbole** | **Valeur** |
|---|---|---|
| **Paramètres géométriques** | | |
| Profondeur de passe (mm/tr) | $h$ | 1 |
| Angle de coupe (°) | $\theta$ | 0 |
| **Paramètres mécaniques** | | |
| Module d'Young (MPa) | $E_0$ | 10900 |
| Coefficient de Poisson | $\nu_0$ | 0.22 |
| Résistance à la compression simple (MPa) | $R_c$ | 36 |
| Paramètre de rupture de Mohr-Coulomb | $\kappa$ | 3 |
| Double du coefficient plastique (Dilatance) | $\beta$ | $[1, 3]$ |
| **Paramètres hydrauliques** | | |
| Vitesse adimensionnée | $\lambda$ | $[0, 5]$ |
| Pression de pore initiale | $p_0 = p_b$ | - |
| **Paramètres du couplage hydromécanique** | | |
| Coefficient de Biot | $b$ | 1 |
| Module de Biot (MPa) | $M$ | 7871 |

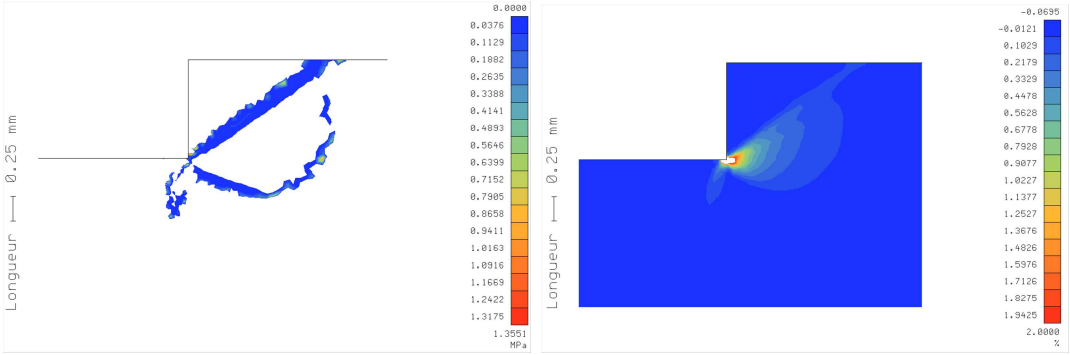
TABLEAU 4.6 – Jeu de paramètres utilisé pour les simulations numériques

### 4.5.2 Création du copeau

Nous analysons le comportement de la roche à la rupture. Pour créer un copeau, nous appliquons un déplacement $u_0$ sur la face d'attaque jusqu'à obtenir une zone plastique délimitant un copeau. On postule que le copeau est formé lorsque le critère de rupture est atteint dans l'un des nœuds situés sur la frontière supérieure de la roche (figure 4.12(a)) : $f\left(\underline{\hat{\sigma}}\right) = \varepsilon_c$ avec un seuil de déformation plastique minimal de 0.2%. $\varepsilon_c = \frac{R_c}{10}$ est la précision sur le critère fournie à VIPLEF. Ce choix est satisfaisant car il permet d'obtenir exactement le même résultat que $\varepsilon_c = \frac{R_c}{100}$ avec un temps de calcul considérablement réduit. Le déplacement $u_0$ nécessaire à la création du copeau est de l'ordre de 0.012 mm, ce qui est très petit devant la profondeur de passe $h = 1$ mm/tr.

La figure 4.12(b) montre les isovaleurs des déformations plastiques volumiques à la rupture pour $\beta = 2$ et $\lambda = 1$. Les déformations plastiques délimitent le copeau qui a une forme triangulaire, ce qui confirme les modèles analytiques comme [11, 52]. L'angle de rupture est de 35.2° relativement proche de la valeur théorique de 30° de l'équation 4.17.

On constate aussi que les déformations plastiques se propagent à l'intérieur de la roche en dessous du copeau pour atteindre une région plus lointaine qui atteint la frontière supérieure de la roche. Nous pensons que cette zone plastique secondaire définit le prochain front d'attaque caractérisé par un angle de coupe nul identique au premier copeau. Si cette hypothèse est vraie, alors l'hypothèse de régime stationnaire dans [10, 11, 21, 35, 52], qui est aussi adoptée dans cette thèse, est très justifiée puisque le même scénario de coupe se répète d'une manière identique.




(a) Critère de rupture $f\left(\underline{\underline{\hat{\sigma}}}\right)$ (b) Déformation plastique volumique $\varepsilon_v^p$

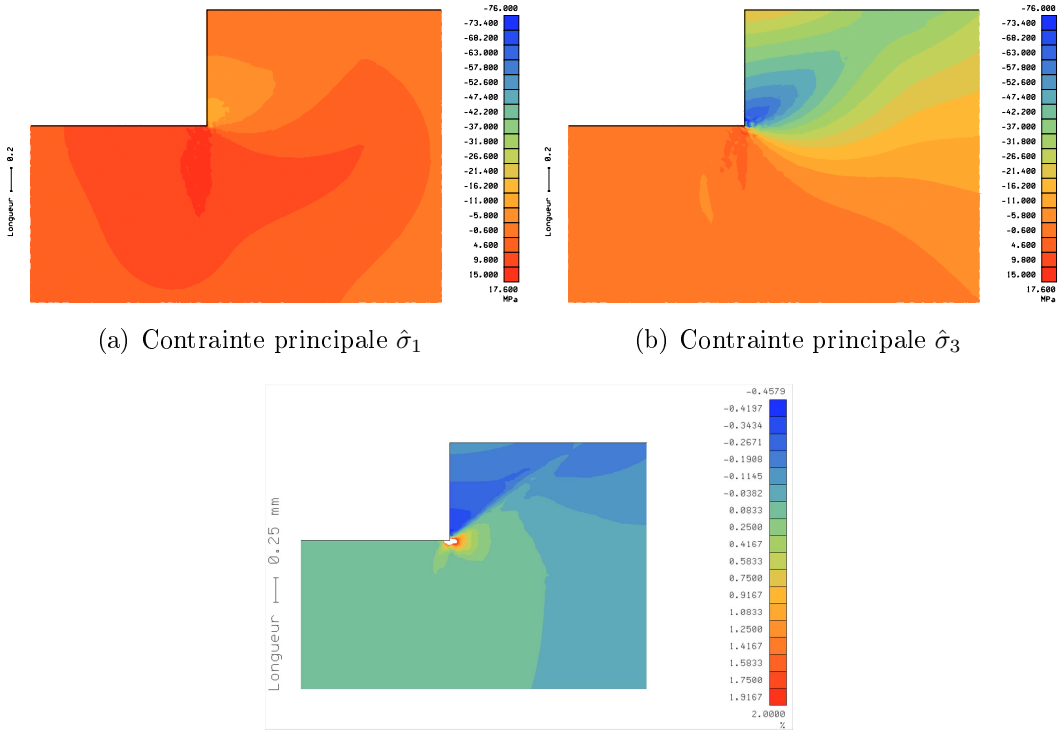
FIGURE 4.12 – Format du copeau pour $\beta = 2$ et $\lambda = 1$

### 4.5.3 Champs de contraintes et de déformations à la rupture

La figure 4.13 montre les isovaleurs des contraintes principales et des déformations volumiques à la rupture. Le maximum des contraintes totales est situé sous l'outil (valeurs positives). Le minimum des contraintes totales est situé aux alentours de la pointe de l'outil. Quasiment, tout le domaine est en compression, comme l'indiquent les valeurs négatives de la contrainte principale. En revanche, une traction se produit sous l'outil. Cette traction est due à l'avancement du taillant.

La figure 4.13(c) présente les isovaleurs de la déformation volumique $\varepsilon_v = \mathrm{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$. On constate que la déformation volumique dans la partie en dessous du taillant est positive. Cette augmentation des déformations est due à la traction et à la dilatance. En revanche, la partie du copeau au voisinage de la face d'attaque jusqu'à la frontière supérieure est en compression. Ce résultat n'est pas en cohérence avec le modèle de [11] qui admet que la porosité du copeau est supérieure à la porosité initiale de la roche. En effet, le présent modèle suppose un état de déformations initiales vierge. Cette hypothèse est très discutable. En effet, le calcul ne tient pas compte de l'histoire des déformations plastiques induites par les passages du taillant au passé. La figure 4.12(b) montre que la déformation plastique se propage dans la partie en dessous de la direction du taillant. Pour une modélisation réaliste, ces déformations doivent être prises en compte lors du prochain passage du taillant par cette zone.

Pour mieux clarifier cette critique de notre modélisation numérique, précisons qu'alors que pour le problème hydraulique, nous avons bien tenu compte du caractère stationnaire, mais cela n'a pas été le cas pour le calcul mécanique. Nous avons fait cette remarque à la fin de cette thèse et nous avons donc réalisé des nouvelles simulations en modifiant VIPLEF pour incorporer le régime stationnaire de l'écoulement plastique selon une méthode tout à fait classique [19] et simple à programmer et à utiliser, à condition seulement que le maillage soit sous la forme d'une grille parallèle aux axes. Nous avons trouvé que nos premières simulations hydromécaniques (avec écoulement plastique statique) donnent le même résultat que les nouvelles simulations hydromécaniques (avec écoulement plastique stationnaire) en terme d'efforts de coupe (voir annexe C.4).




(a) Contrainte principale $\hat{\sigma}_1$

(b) Contrainte principale $\hat{\sigma}_3$

(c) Déformation volumique $\varepsilon_v$

FIGURE 4.13 – Résultats des simulations numériques pour $\beta = 2$ et $\lambda = 1$

## 4.5.4 Étude paramétrique

### 4.5.4.1 Cas d'étude

On étudie les variations de la pression de pore moyenne $\bar{p} - p_0$ sur le copeau et la contrainte normale $\sigma_0$ sur la face d'attaque pour différentes valeurs de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ et de $\beta$. Pour simplifier la notation, $\bar{p} - p_0$ sera simplement notée $\bar{p}$. Nous avons choisi d'étudier différents scénarios :

- **Résolution numérique fortement couplée** pour $\beta = 1, 2$ et 3.
- **Résolution numérique faiblement couplée** : la pression de pore est calculée numériquement en régime stationnaire avec HYDREF sans terme source en imposant $p = 0$ sur $\partial\Omega$ et la discontinuité $[\![\vec{\nabla} p]\!].\vec{n} = -2\lambda[\![\varpi]\!]n_x$ sur $\Gamma$ identiquement

au modèle de diffusion analytique (voir tableau 4.2 ). Une fois déterminée, la carte de pression de pore est fournie à VIPLEF pour faire un seul calcul mécanique.

- **Solution analytique de [11]** : solution analytique d'une ligne source dans un milieu infini [11]. La pression de pore $p$ est donnée par l'équation 4.28.
- **Nouvelle solution analytique** : solution analytique d'une ligne source dans un milieu semi-infini $y \leq 0$. La pression interstitielle $p$ est donnée par l'équation 4.29.

La valeur du saut $[\![\varpi]\!] = \frac{\Delta\phi}{1-\phi_0} bM$ pour les solutions analytiques et la résolution numérique faiblement couplée est obtenue à partir d'un calcul numérique mécanique pur pour $\beta = 2$ : $\Delta\phi = 0.19\%$. Pour le cas $\beta = 3$ , on a $\Delta\phi = 0.39\%$. Nous avons choisi la valeur de 0.19% car elle permet un meilleur ajustement avec les solutions numériques fortement couplées (figure 4.16). Pour cette valeur de $\Delta\phi$, la dépression de référence est $\Delta p^* = \frac{b\Delta\phi}{\phi_0 C_f(1-\phi_0)} = \frac{bM\Delta\phi}{(1-\phi_0)} = 18.8$ MPa.

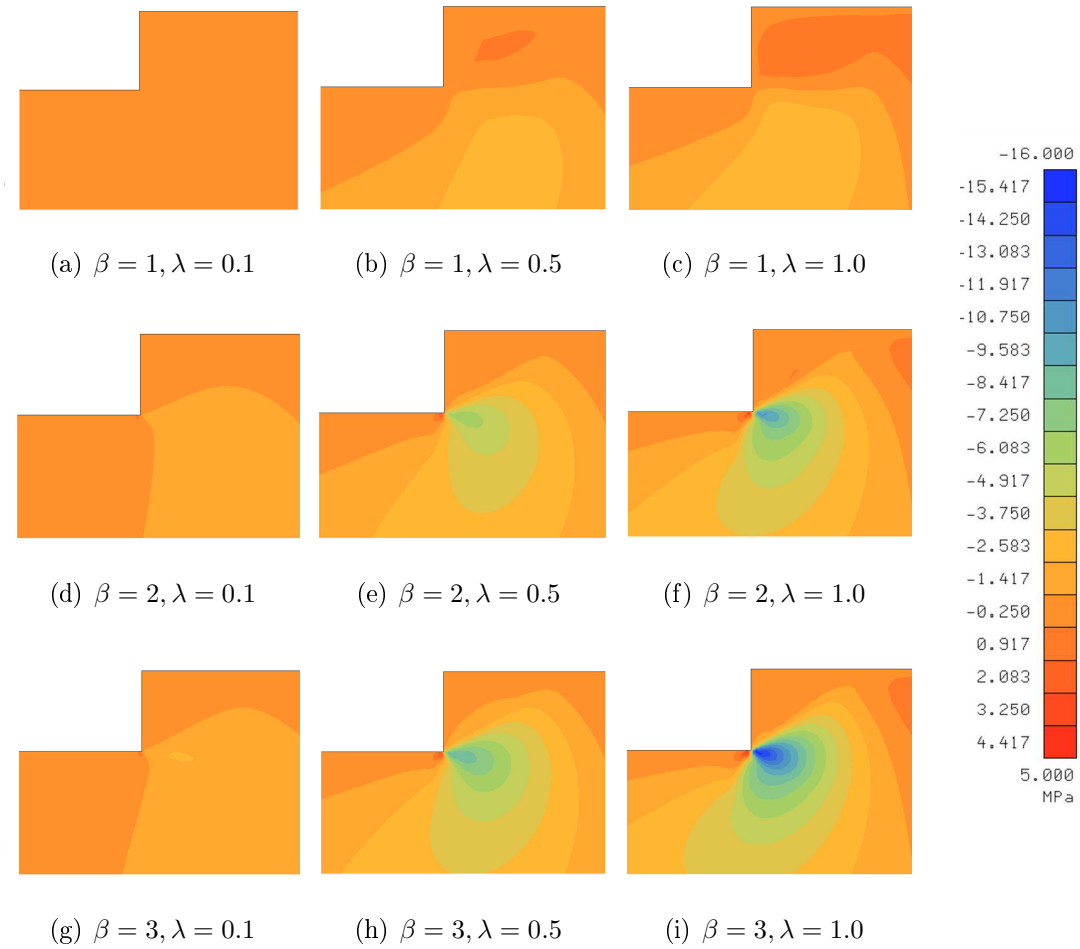
#### 4.5.4.2 Carte de la pression de pore

On présente sur la figure 4.14 les variations de la pression interstitielle pour différentes valeurs de dilatance $\beta$ et pour différentes valeurs de $\lambda$ obtenues à partir des simulations numériques fortement couplées. On envoie le lecteur à la figure 4.8 pour les autres solutions.

On constate que l'effet de $\lambda$ est relativement faible lorsque le matériau n'est pas dilatant, autrement dit lorsque $\beta = 1$. Pour ce cas de figure, on a souvent une surpression dans la zone devant l'outil et une légère dépression dans la partie vers le bas. Les dépressions sont dues aux changements positifs de la déformation volumique $\partial_x \varepsilon_v$. Les dépressions sont causées par les variations positives selon $x$ de la déformation volumique.

Lorsque le matériau est dilatant ($\beta > 1$) on observe une chute de pression de pore devant l'outil qui augmente avec $\lambda$, et qui est d'autant plus importante que $\beta$ est grand. Cette zone correspond quasiment à la zone où les déformations volumiques sont positives. La zone devant la pointe de l'outil subit une surpression dont l'intensité dépend de $\lambda$.

Les simulations numériques fortement couplées qui tiennent compte du comportement élastoplastique de la roche montrent que la variation de la pression de pore n'est pas systématiquement négative pour les différentes valeurs de $\beta$ et de $\lambda$. Par ailleurs, ces simulations montrent qu'il y a des zones de surpression. Ce résultat contredit les hypothèses de [11] ainsi que le nouveau modèle de diffusion 4.3.2 (voir figure 4.8).




(a) $\beta = 1, \lambda = 0.1$ (b) $\beta = 1, \lambda = 0.5$ (c) $\beta = 1, \lambda = 1.0$

(d) $\beta = 2, \lambda = 0.1$ (e) $\beta = 2, \lambda = 0.5$ (f) $\beta = 2, \lambda = 1.0$

(g) $\beta = 3, \lambda = 0.1$ (h) $\beta = 3, \lambda = 0.5$ (i) $\beta = 3, \lambda = 1.0$

FIGURE 4.14 – Résultats des simulations numériques fortement couplées : variations de la pression de pore $p - p_0$ à la rupture pour différentes valeurs de $\beta$ et de $\lambda = \frac{vh}{2D}$

#### 4.5.4.3 Cas d'une roche non-dilatante

La figure 4.15 présente l'évolution du changement de la pression de pore moyenne $\bar{p}$ et de $\sigma_0$ en fonction de $\lambda$ pour une roche modélisée par un matériau de comportement élastoplastique non dilatant ($\beta = 1$). On constate que la contrainte moyenne $\sigma_0$ sur la face d'attaque semble être indépendante de $\lambda$. La pression moyenne sur le copeau varie peu en fonction de $\lambda$. Ces variations minimes sont dues aux déformations élastiques induites par l'action du taillant. Globalement, on peut négliger l'influence des déformations élastiques sur le comportement hydromécanique de la roche.

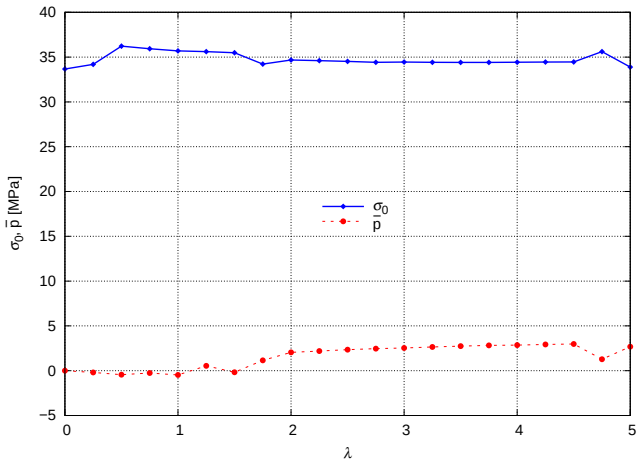



FIGURE 4.15 – Variations du changement de la pression de pore moyenne $\bar{p}$ et de $\sigma_0$ en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour $\beta = 1$

#### 4.5.4.4 Effet de $\lambda$ et de $\beta$ sur $p$

Nous étudions le comportement hydromécanique de la roche à la création d'un copeau. Dans la suite, on se limite au modèle dilatant ce qui est le cas des roches ($\beta > 1$). Lors du calcul du terme source, on tient seulement compte des déformations permanentes ce qui est en cohérence avec l'hypothèse du régime stationnaire. En effet, les déformations élastiques se déchargent lorsque le taillant passe d'une position à une autre. Seules les déformations plastiques restent inchangées. On a donc :

$$\varpi = bM\varepsilon_v \simeq bM\varepsilon_v^p \tag{4.32}$$

On présente sur la figure 4.16 les variations de la pression de pore moyenne $\bar{p}$ sur le copeau en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour les différentes méthodes de résolution détaillées dans 4.5.4.1. Pour les solutions analytiques, nous avons pris $\Delta\phi = 0.19\%$ et pour les simulations numériques avec couplage fort, nous avons étudié deux cas : $\beta = 2$ et $\beta = 3$. Les solutions numériques sont représentées par des lignes pointillées tandis que les solutions analytiques sont représentées par des lignes continues. Pour les solutions numériques, $\bar{p}$ est obtenue grâce au logiciel VIPLEF qui permet de calculer la moyenne d'une grandeur physique sur un segment.

On remarque tout d'abord que $\bar{p}$ diminue avec $\lambda$ pour les différentes méthodes de calcul. On constate que la chute de la pression de pore $\bar{p}$ s'accentue avec la dilatance $\beta > 1$. On observe aussi que le nouveau modèle analytique et la solution numérique faiblement couplée sont relativement proches. En effet, la résolution numérique permet d'imposer numériquement $p = 0$ sur $\partial\Omega$ alors que la solution analytique du problème de diffusion donnée par l'équation 4.29 permet d'imposer $p = 0$ sur la frontière supérieure $y = 0$. Les deux solutions ne sont pas en cohérence avec la solution de [11] qui surestime la chute de pression de pore (solution du milieu infini).

Il existe un écart entre les solutions numériques fortement couplées et le reste des solutions. Nous rappelons que le terme source dans les solutions numériques fortement couplées est calculé à partir des déformations plastiques. En revanche, dans le reste des

modèles, on suppose que la porosité subit un saut $\Delta\phi$ sur la ligne de discontinuité $\Gamma$. La figure 4.16 montre que nous pourrions chercher une valeur de $\beta$ pour $\Delta\phi$ donné.

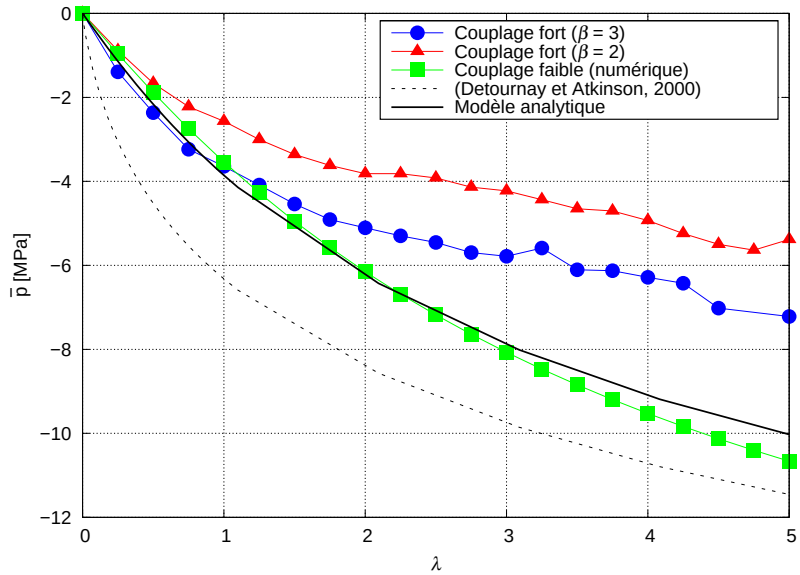



FIGURE 4.16 – Variations en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ du changement de la pression de pore moyenne $\bar{p}$ sur le copeau pour les différentes méthodes de résolution

#### 4.5.4.5 Effet de $\lambda$ et de $\beta$ sur $\sigma_0$

On trace sur la figure 4.17 les variations de la contrainte normale $\sigma_0$ sur la face d'attaque en fonction du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour les différentes approches de résolutions présentées dans 4.5.4.1. On constate que $\sigma_0$ est une fonction croissante de $\lambda$ pour toutes les courbes.

On constate un écart entre la résolution numérique faiblement couplée et le nouveau modèle analytique, bien que la pression de pore moyenne sur le copeau $\bar{p}$ déterminée par les deux modèles soit pratiquement la même. En effet, dans le nouveau modèle de diffusion analytique, on suppose que la pression de pore est uniforme et que sa valeur est égale à $\bar{p}$. En revanche, dans la résolution numérique faiblement couplée, le champ de pression de pore n'est pas uniforme. On constate également que la solution de [11] est très loin de la solution numérique faiblement couplée. Ainsi, on peut conclure que la nouvelle solution analytique (équation 4.29) est une amélioration du modèle de [11] (équation 4.28) mais elle ne représente pas la réalité.

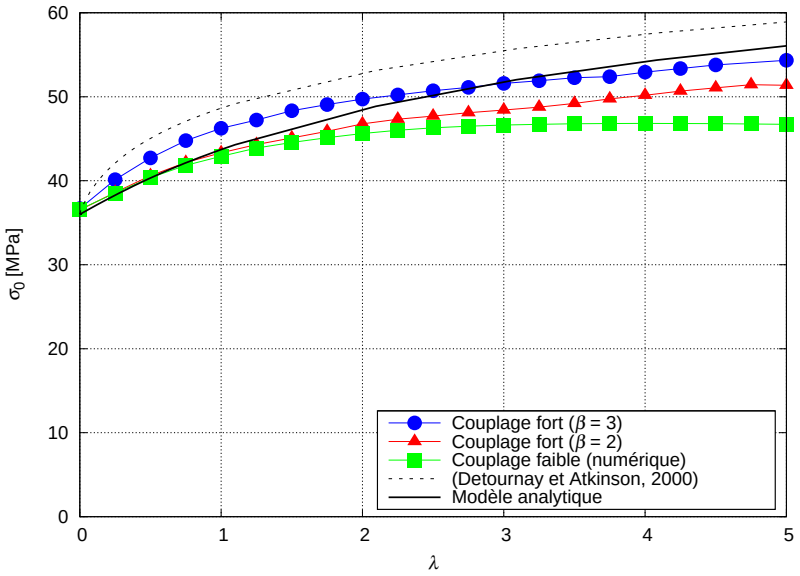



FIGURE 4.17 – Variations de $\sigma_0$ en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour les différentes méthodes de résolution

#### 4.5.4.6 Effet de $\lambda$ et de $\beta$ sur $\alpha$

La figure 4.18 montre l'évolution de l'angle de rupture $\alpha$ que fait le copeau avec l'horizontale en fonction du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D} \in [0, 5]$ et de $\beta$ pour les résolutions numériques fortement couplées. Cet angle est déduit à partir de l'intersection du copeau avec la frontière supérieure du domaine d'étude (voir figure 4.12(a)). Ces courbes ne sont pas lisses à cause de la discrétisation de l'espace qui ne permet pas d'avoir la position du copeau de manière exacte mais avec une incertitude de 1.5°.

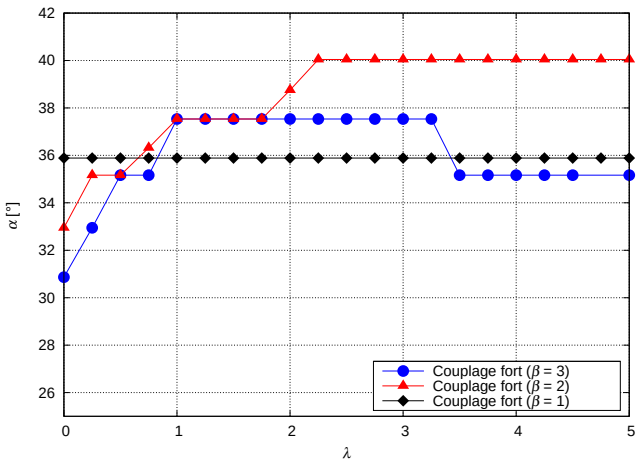



FIGURE 4.18 – Variations de $\alpha$ avec $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour différentes valeurs de $\beta$

La valeur théorique de $\alpha$ selon [11, 52] et le nouveau modèle de coupe présenté dans 4.3.1 est de 30° quelle que soit la valeur de $\lambda$. En effet, $\alpha$ est calculé via la théorie de l'équilibre limite en admettant un champ de pression de pore constant au voisinage

immédiat de la coupe sans prise en compte du paramètre de dilatance $\beta$ [11, 52]. En revanche, $\alpha$ vaut $35.8° \pm 1.5°$ pour les simulations numériques avec couplage complet pour $\beta = 1$. L'angle $\alpha$ augmente avec $\lambda$ jusqu'à atteindre une asymptote horizontale dans le cas des simulations numériques avec couplage complet pour $\beta = 2$.

#### 4.5.4.7 Discussion

Nous avons réalisé une étude de sensibilité afin de tester et de comparer les différentes méthodes de calcul sur les variations de la contrainte moyenne $\sigma_0$ sur la face d'attaque, la pression de pore et l'angle $\alpha$ du plan de rupture. Nous avons choisi une géométrie de coupe simple qui ne présente pas de chanfrein avec un angle de coupe nul. Cette étude paramétrique est axée sur le rôle du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{\rho g h v}{2\phi_0 C_f K} = \frac{vh}{2D}$ et de la dilatance via soit $\Delta\phi$ soit $\beta$ sur les efforts de coupe. Cette étude est restreinte pour les valeurs de $\lambda$ dans $[0, 5]$. En effet, des difficultés numériques surgissent lorsque $\lambda > 5$.

Afin de compléter la résolution numérique faiblement couplée et les solutions analytiques, nous avons déterminé le saut de porosité $\Delta\phi$ sur $\Gamma$ numériquement en utilisant les résultats d'une simulation mécanique pure de la coupe d'une roche de comportement élastoplastique dilatant avec $\beta = 2$. Nous avons trouvé une valeur de $\Delta\phi = 0.19\%$ qui permet d'avoir un ajustement plus précis que la valeur 1% [11].

Les différentes approches numériques et analytiques montrent que les efforts de coupe augmentent avec $\lambda$ lorsque la roche est de comportement dilatant. Ce phénomène est dû à la diminution de la pression interstitielle avec $\lambda$ quand la roche est dilatante. Ce résultat confirme l'hypothèse de confinement dynamique dû à la variation de la pression interstitielle [11, 29]. Cet effet de confinement s'accentue avec la dilatance. Quand le comportement de la roche est modélisé par un matériau plastiquement incompressible ($\beta = 1$), $\sigma_0$ et la pression de pore varient peu en fonction de $\lambda$.

Nous avons également étudié numériquement l'effet de $\lambda$ et de $\beta$ sur l'angle de rupture $\alpha$. Nous avons trouvé que cet angle est indépendant de $\lambda$ dans le cas $\beta = 1$. Lorsque $\beta > 1$, l'angle $\alpha$ varie en fonction de $\lambda$ contrairement aux précisions de [11, 52].

En résumé, les différents modèles étudiés montrent clairement que la vitesse de coupe a un effet très important sur les efforts de forage. Dans la suite, nous présentons une comparaison entre les modèles poromécaniques et les essais élémentaires de coupe de la section 2.4.

## 4.6 Confrontation du modèle et des essais de coupe

Afin d'étudier la validité de l'approche poromécanique, on présente dans cette section une comparaison entre les essais élémentaires de coupe réalisés sous pression d'huile de 20 MPa et les modèles développés dans ce chapitre. Nous renvoyons le lecteur vers l'étude de [42] pour l'explication de l'effet de la vitesse de coupe à pression atmosphérique (voir paragraphe 3.3.4). Nous avons restreint cette étude comparative au grès des Vosges. En effet, il s'agit de la seule roche où l'on a observé un effet de vitesse de coupe très important pendant les essais de coupe sous pression de fluide.

### 4.6.1 Propriétés hydromécaniques du grès des Vosges

Nous avons réalisé des essais de compression simple pour caractériser le grès des Vosges testés dans le chapitre 2. Nous avons trouvé les propriétés mécaniques suivantes :

- paramètres élastiques : $E_0 = 10900$ MPa, $\nu_0 = 0.22$
- paramètres du critère de rupture : $R_c = 36$ MPa, $\varphi = 35°$ ($\kappa = 3.69$)

Malheureusement, nous n'avons pas les données des déformations volumiques qui permettent de caractériser le potentiel plastique en déterminant la valeur de la dilatance $\beta$. Nous avons donc choisi de modéliser ce grès des Vosges par un matériau standard avec un potentiel associé : $\beta = \kappa$.

Les propriétés hydrauliques du grès des Vosges en présence de l'huile sont :

- perméabilité intrinsèque : $k = 5\ 10^{-13}$ m$^2$ (mesurée)
- porosité : $\phi_0 = 0.2$ (mesurée)
- incompressibilité de l'huile : $K_f = \frac{1}{C_f} = 1600$ MPa (donnée par le fabricant)
- viscosité dynamique : $\mu = 2\ 10^{-7}$ MPa.s (donnée par le fabricant)
- coefficient de Biot : nous supposons que $b$ vaut 1 car le grès des Vosges est une roche poreuse très perméable

### 4.6.2 Comparaison avec le modèle poromécanique

On néglige les frottements entre le taillant et la roche ($\theta_f = 0°$). Cette hypothèse est justifiée par la présence de l'huile qui joue un rôle de lubrifiant. On néglige également les frottements entre la zone de roche broyée et la roche saine ($\varphi' = 0°$) dans l'équation 4.25. Pour l'instant, on néglige les efforts additionnels dus au chanfrein.

#### 4.6.2.1 Ajustement de $D$ et $\Delta\phi$

La diffusivité du grès des Vosges est $D = \frac{k}{\mu C_f \phi_0} = 2\ 10^{-2}$ m$^2$/s. Les profondeurs de passe testées varient de 0.75 à 1.5 mm/tr. Les vitesses de coupe testées varient de 0.047 à 1.13 m/s. Ainsi, le paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$ varie de 0.0008 ($h = 0.75$ mm/tr et $v = 0.047$ m/s) à 0.042 ($h = 1.5$ mm/tr et $v = 1.13$ m/s). Pour ces valeurs de $\lambda$, nous ne trouvons pas d'effet de vitesse sur les efforts de coupe selon les différents modèles de coupe numériques et analytiques (figure 4.19).

Nous avons ajusté $D$ et le saut de porosité $\Delta\phi$ à partir des mesures expérimentales en utilisant le nouveau modèle analytique. Le calage de $D$ et $\Delta\phi$ est réalisé avec la fonction *datafit* du logiciel Scilab pour une série d'essais de coupe réalisée dans le grès des Vosges à $h = 1$ mm/tr et sous pression de fluide de 20 MPa. Les valeurs optimales de ce calcul sont :

- $D = 3.64\ 10^{-5}$ m$^2$/s ;
- $\Delta\phi = 6.4\ 10^{-3}$.

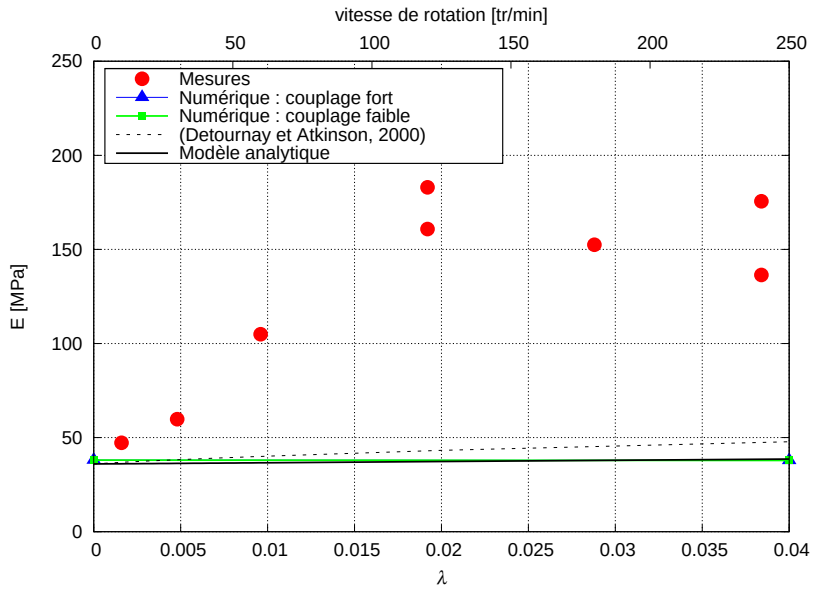



FIGURE 4.19 – Variations de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ avec de $\lambda$ calculé théoriquement pour $\Delta\phi = 0.01$, $h = 1$ mm/tr et $p_b = 20$ MPa

Cette valeur de diffusivité est très petite devant la valeur calculée théoriquement ($D = \frac{k}{\mu C_f \phi_0} = 2\ 10^{-2}$ m$^2$/s). Cette différence est probablement due aux effets d'échelle. En effet, la perméabilité intrinsèque $k$ est mesurée au gaz à partir d'échantillons de 3 cm de diamètre et de 6 cm de hauteur. Les mécanismes de diffusion dans la coupe des roches sont à échelles plus petites. En plus, la mesure de perméabilité ne tient pas compte de la viscosité de l'huile, sachant que les molécules du gaz sont beaucoup plus petites que celles de l'huile.

Le saut de porosité $\Delta\phi$ ajusté est en cohérence avec les résultats des simulations numériques. La variation de pression de référence est $\Delta p^* = \frac{bM\Delta\phi}{(1-\phi_0)} = 64$ MPa. En revanche, l'ajustement optimal de la pression de référence pour la résolution faiblement couplée donne $\Delta p^* = 200$ MPa ($\Delta\phi = 2\ 10^{-2}$). Comme nous l'avons expliqué avant, dans le nouveau modèle de diffusion analytique, on suppose que la pression de pore est uniforme et que sa valeur est égale à $\bar{p}$ dans toute la roche. En revanche, dans la résolution numérique faiblement couplée, le champ de pression de pore n'est pas uniforme. Il faut donc plus de dilatance pour approcher le modèle faiblement couplé des mesures.

#### 4.6.2.2 Ajustement de $k_b$

Nous avons déterminé $k_b$ à partir du diagramme (E,S) de la figure 4.20. Selon le modèle analytique 4.25, la pente de cette courbe est $(\tan\theta_f + k_b \tan\theta)$ avec $\theta_f = 0°$. Nous avons trouvé une valeur optimale de 2.88 au lieu de 1.5 proposée par [35]. Cet ajustement permet de reproduire les mesures d'une manière plus satisfaisante que la valeur de $\tan(\theta + \theta_f) = 0.26$ de [11].

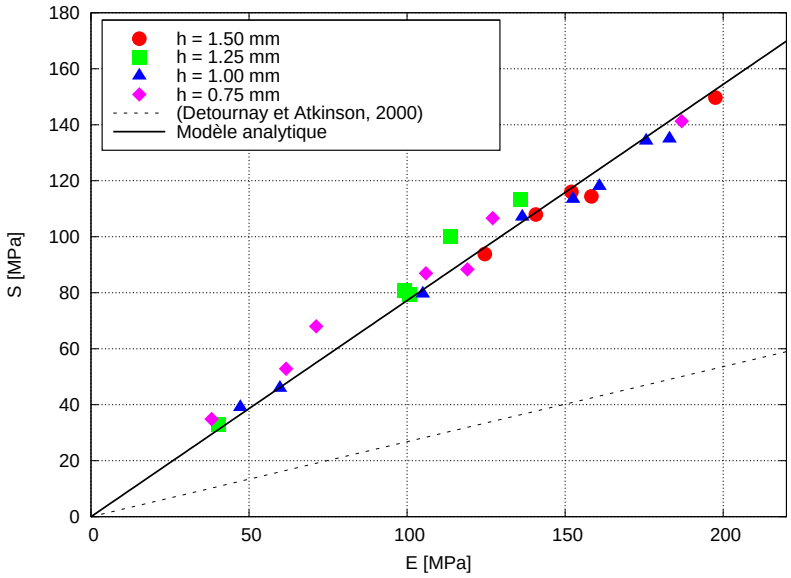



FIGURE 4.20 – Diagramme (E,S) des essais élémentaires de coupe dans le grès des Vosges sous pression de fluide de 20 MPa

#### 4.6.2.3 Confrontation des résultats expérimentaux avec le modèle poro-mécanique

On présente sur les figures 4.21, 4.22, 4.23 et 4.24 les variations de la quantité $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda = \frac{vh}{2D}$ (premier axe d'abscisses) et de la vitesse de rotation (deuxième axe) pour $h = 0.75$, 1, 1.25 et 1.5 mm/tr, respectivement. On rappelle que la diffusivité $D$ et le saut de porosité $\Delta\phi$ sont ajustées à partir des essais réalisés à $h = 1$ mm/tr uniquement.

La solution de [11] et la nouvelle solution analytique montrent que E augmente toujours avec la vitesse de rotation. Les essais élémentaires de coupe à $h = 0.75$, 1 et 1.25 mm/tr confirment ce résultat. Pour ces profondeurs de passe, la coupe se fait probablement en régime pseudo-drainé où les efforts de forage dépendent de la vitesse de coupe. Cependant, les mesures à $h = 1.5$ mm/tr montrent que E varie peu avec la vitesse de coupe. Ce résultat laisse penser que la coupe se fait en régime non drainé à hautes profondeurs de passe.

Nous avons également comparé les modèles analytiques avec les mesures de $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ (annexe C.3). Nous avons trouvé que la solution analytique donnée par l'équation 4.25 reproduit les mesures d'une manière acceptable.

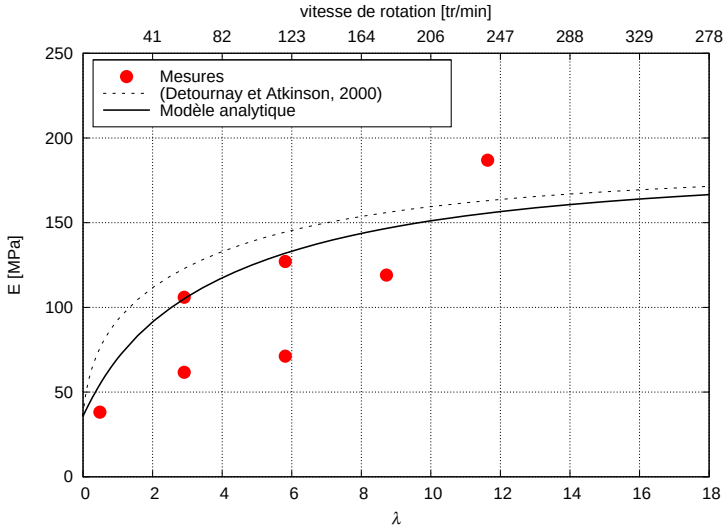



FIGURE 4.21 – Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 0.75$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

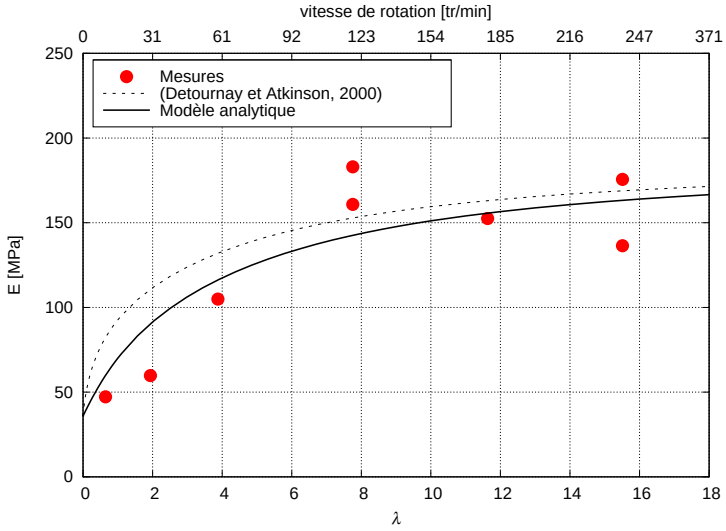



FIGURE 4.22 – Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

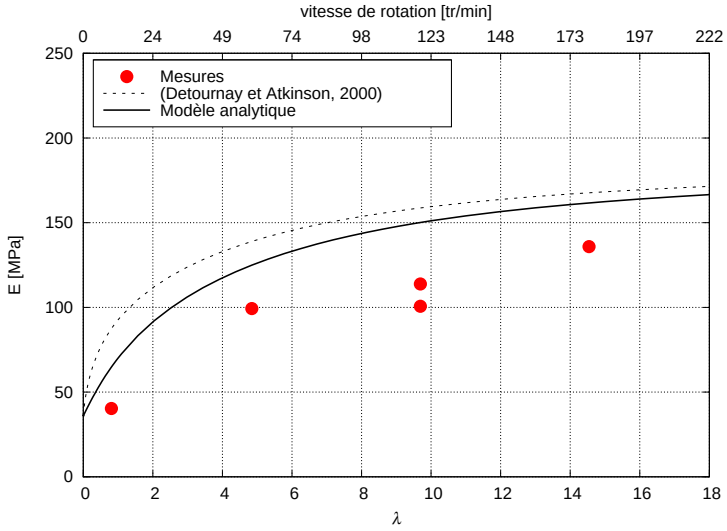



FIGURE 4.23 – Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.25$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

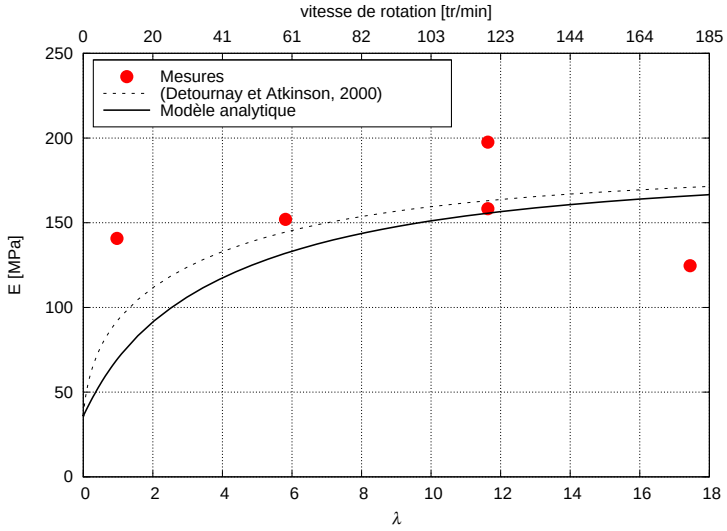



FIGURE 4.24 – Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.5$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

La figure 4.25 présente une comparaison entre les solutions numériques, les modèles analytiques et les mesures. On constate que les résultats du modèle numérique avec couplage faible sont plus proches des mesures au contraire du modèle numérique fortement couplé qui sous-estime la valeur de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$. L'écart entre les différents modèles de résolution est principalement dû à deux causes :

- dans les modèles fortement couplés, on tient compte du terme source $\varepsilon_v$ fourni par un calcul mécanique en élastoplasticité alors qu'on impose un saut de porosité $\Delta\phi$ dans le reste des modèles ;
- la condition à la limite hydraulique sur la frontière $\partial\Omega$ est respectée par les modèles numériques. En revanche, les modèles analytiques ne permettent pas d'imposer cette condition. Le nouveau modèle de diffusion pallie ce défaut en partie en imposant $p = p_0$ pour $y = 0$ et à l'infini.

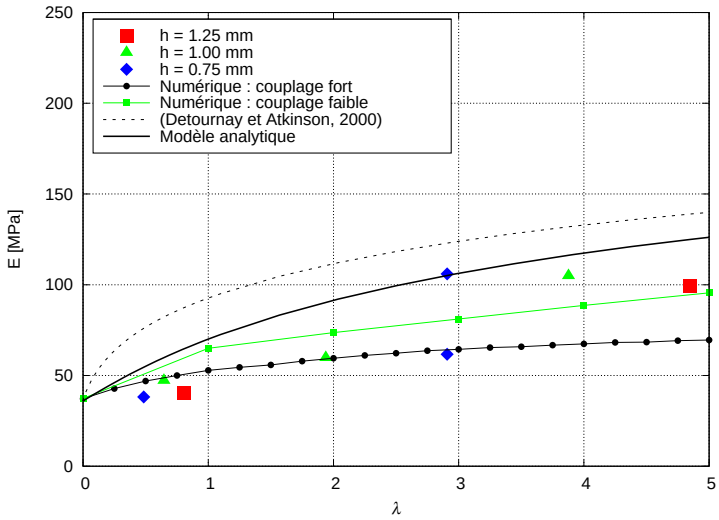



FIGURE 4.25 – Comparaison entre les modèles numériques, le modèle analytique et les mesures

### 4.6.3 Synthèse

Les modèles promécaniques permettent d'expliquer l'augmentation des efforts de coupe en fonction de la vitesse de coupe. Cette augmentation est expliquée par la chute de pression de pore qui augmente la résistance de la roche au forage. Ce résultat est en cohérence avec les travaux de [11, 39, 40].

La chute de pression peut causer une cavitation caractérisée par l'apparition d'une phase gazeuse du liquide saturant. Selon le modèle analytique illustré sur la figure 4.26, cet effet commence avant $\lambda = 2$. Ce phénomène de désaturation n'est pas pris en considération dans les différents modèles hydromécaniques. Mais nous pouvons considérer que cette approche est valable en admettant un taux de saturation proche de 1.

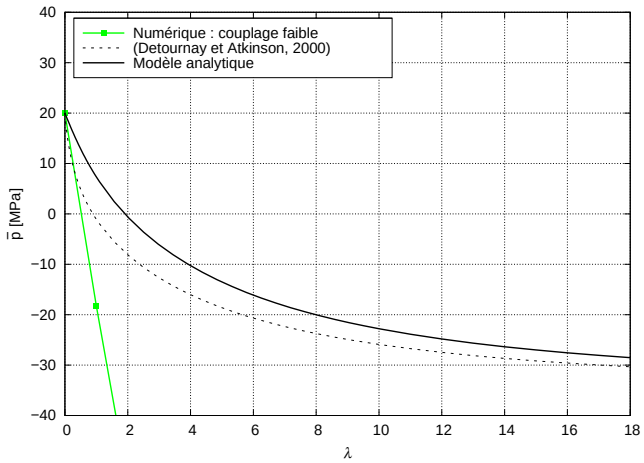



FIGURE 4.26 – Pression de pore moyenne sur le copeau $\bar{p}$ pour une pression de pore initiale $p_0 = 20$ MPa

## 4.7 Conclusion

Nous avons établi dans ce chapitre une application des équations de la poromécanique à la coupe des roches sous pression de boue. L'objectif de cette étude est d'expliquer l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches sous pression de fluide à travers le couplage mécanique-écoulement.

Nous avons tout d'abord développé une solution analytique approchée du problème de coupe qui améliore les modèles existants [11, 20]. La géométrie du copeau et les efforts de coupe sont déterminés en utilisant la théorie de l'équilibre limite avec une formulation simplifiée [11, 52]. Cette approche montre que les efforts de forage sont proportionnels à la pression différentielle ($\Delta p = p_b - \bar{p}$) avec $\bar{p}$ la pression de pore moyenne sur le copeau qui est inconnue. Ce modèle montre que l'angle de rupture $\alpha$ dépend uniquement de l'angle de frottement interne dans la roche $\varphi$ ainsi que l'angle de frottement taillant-roche $\theta_f$ et non de $\bar{p}$.

Pour déterminer $\bar{p}$, nous avons résolu le problème de diffusion en régime stationnaire. Nous avons supposé que la porosité du copeau augmente de $\Delta\phi$ suite à l'attaque de la roche par le taillant, conformément aux travaux de [11, 39, 40]. Ce modèle montre que la pression de pore diminue en fonction du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$, ce qui cause une augmentation de la pression différentielle qui joue un rôle de confinement dynamique de la roche.

Par la suite, nous avons résolu le problème poromécanique numériquement avec la méthode des éléments finis afin d'étudier la validité des hypothèses utilisées dans le modèle analytique. Ces simulations permettent de tenir compte de la déformabilité de la roche ainsi que du couplage hydromécanique qui se fait à travers la pression de pore et des déformations volumiques qui agissent sur le terme source de l'équation de diffusion.

Les simulations numériques en élastoplasticité montrent que le copeau généré par l'action du taillant est caractérisé par une baisse de porosité. De surcroît, nous montrons que l'angle de rupture $\alpha$ dépend du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$ ainsi que

de la dilatance de la roche $\beta$. Ce résultat contredit l'approche analytique ainsi que [11, 39, 40].

Les simulations numériques montrent que les efforts de coupe augmentent avec le paramètre adimensionnel $\lambda$ lorsque la roche a un comportement dilatant. Cette augmentation des efforts de forage s'accompagne systématiquement d'une baisse de la pression de pore moyenne sur le copeau. Ce résultat est en phase avec le modèle analytique et avec [11]. Cet effet de confinement dynamique a déjà été signalé par de nombreux auteurs [11, 28, 39, 40].

On a également montré que les efforts de forage dépendent de la variation de la pression de pore indépendamment de la valeur de la pression de pore à l'infini $p_0$ dans des conditions de type *balanced* ($p_b = p_0$). Mais nous n'avons pas étudié les cas où la pression de boue $p_b$ est différente de la pression interstitielle vierge $p_0$.

Finalement, nous avons comparé les résultats du modèle poromécanique avec les essais élémentaires de coupe dans le grès des Vosges sous pression de boue car il s'agit de la seule roche où l'effet de la vitesse est très important sous pression de boue.

Nous avons trouvé que la diffusivité théorique du grès des Vosges ne permet pas de reproduire les expériences, et ce tant pour le modèle analytique que pour le modèle numérique. Nous avons donc ajusté la diffusivité de cette roche en utilisant une série d'essais de coupe à $h = 1$ mm/tr pour différentes vitesses de coupe. La valeur de diffusivité calée a permis de reproduire les essais de coupe à $h = 0.75$, 1.25 et 1.5 mm/tr.

Le diagramme (E,S) expérimental montre clairement que la relation entre l'effort normal $F_n$ et l'effort tangentiel $F_c$ est linéaire. La pente de cette courbe est de 0.8 pour toutes les vitesses et pour toutes les profondeurs de passe testées. Cette relation linéaire confirme les modèles élémentaires de coupe [11, 52]. Cependant elle n'est pas cohérente avec les observations de [42] réalisées à pression atmosphérique et à sec avec des taillants de gros chanfreins.

# Conclusion générale et perspectives

Cette thèse fait partie intégrante du programme du Centre de Géosciences de Mines ParisTech visant à simuler les performances des systèmes de forage en terme d'avancement, de direction et de vibration. Notre travail s'inscrit dans le cadre d'un projet qui vise à comprendre le rôle de l'interaction outil-roche dans l'occurrence du phénomène du stick-slip au niveau de l'outil de forage. Le but recherché à long terme de ce travail est de déterminer des règles de conception qui permettent d'optimiser le design des outils.

Le stick-slip met en péril l'intégrité des systèmes de forage et ralentit la vitesse d'avancement, surtout en forages profonds, qui coûtent de plus en plus cher. Ce phénomène affecte principalement les outils monoblocs en diamant synthétique PDC. Plusieurs travaux de recherche ont été menés ces dernières années afin de modéliser cette forme de vibrations et déterminer ses origines. On espère obtenir grâce à ces modèles des remèdes efficaces qui minimisent le stick-slip sans affecter la vitesse de pénétration de l'outil qui est l'indicateur de performance d'un forage.

On peut rencontrer dans la littérature plusieurs études expérimentales montrant que le stick-slip s'accompagne d'une baisse du couple à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation. Les modèles couplés axial-torsion montrent que cette chute du couple se traduit par une baisse de l'avancement par tour de l'outil durant le stick-slip. Quelques modèles couplés axial-torsion montrent que le stick-slip peut se reproduire en absence des vibrations axiales à cause de la forme de la loi d'interaction outil-roche.

Un modèle simplifié en torsion-pure permet d'étudier le stick-slip. La garniture de forage est modélisée par un système équivalent masse-ressort-amortisseur à un seul degré de liberté. En effet, le stick-slip se produit autour de la fréquence de résonance principale de la garniture. L'interaction outil-roche est modélisée par un couple décroissant en fonction de la vitesse de rotation. Ce modèle permet d'expliquer comment et pourquoi le processus d'interaction outil-roche a un effet important sur le stick-slip.

Pour mieux cerner la loi de comportement de l'interaction outil-roche, nous avons réalisé une étude expérimentale axée sur le rôle de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches, non seulement à pression atmosphérique, mais aussi sous pression de fluide, et ceci à l'échelle du taillant et de l'outil complet. Nous avons choisi trois roches de caractéristiques hydromécaniques différentes. Les essais élémentaires de coupe montrent que les efforts de coupe augmentent avec la vitesse de coupe à sec et à pression atmosphérique. Ce résultat confirme d'autres observations de la littérature. Lorsque la coupe se passe sous pression de boue (20 MPa), nous avons observé que l'effet de la vitesse de coupe est relativement faible dans deux calcaires de faibles perméabilités. En revanche, l'effet de la vitesse de coupe augmente d'un ordre de grandeur dans un

grès très perméable.

Par analogie avec les travaux issus du domaine de labourage sous-marin, nous avons développé un modèle couplé hydromécanique de la coupe des roches sous pression de fluide. Pour ce faire, nous avons tout d'abord élaboré une solution analytique simplifiée en nous basant sur les modèles fournis par la littérature. La forme du copeau est idéalisée de par un prisme dont les paramètres sont fonctions de la profondeur de passe ainsi que l'angle de rupture qui est déterminé via la théorie de l'équilibre limite. Cette étude montre que les efforts de coupe sont des fonctions décroissantes de la pression de pore moyenne sur le copeau qui diminue lors du processus de coupe avec une intensité qui croît avec la vitesse de pénétration $vh$. Cette chute de la pression interstitielle est attribuée au phénomène de dilatance caractérisé par une augmentation de la porosité dans le copeau.

Pour étudier la validité des hypothèses utilisées dans le modèle analytique et qui sont inspirées de la littérature, nous avons résolu le problème poromécanique numériquement, en nous basant sur les principes fondamentaux de la théorie de couplage hydromécanique. Les simulations numériques en élastoplasticité montrent que le copeau généré par l'action du taillant est caractérisé par une baisse de porosité. En plus, nous montrons que l'angle de rupture dépend du paramètre adimensionnel $\lambda = \frac{vh}{2D}$ ainsi que du potentiel plastique de la roche (paramètre $\beta$). Ce résultat contredit l'approche analytique. En revanche, les simulations numériques restent en phase avec les approches analytiques en montrant que les efforts de coupe augmentent avec le paramètre adimensionnel $\lambda$ lorsque la roche a un comportement dilatant. Cette augmentation des efforts de forage s'accompagne systématiquement d'une baisse de la pression de pore moyenne sur le copeau.

Finalement, nous avons comparé les résultats du modèle poromécanique avec les essais élémentaires de coupe dans le grès des Vosges sous pression de boue, car il s'agit de la seule roche où l'effet de la vitesse est très important. Nous avons trouvé que la diffusivité calculée théoriquement ne permet pas de reproduire les expériences, et ce tant pour le modèle analytique que pour le modèle numérique. Nous avons donc ajusté la diffusivité de cette roche en utilisant une série d'essais de coupe à $h = 1$ mm à plusieurs vitesses de coupe. La valeur de diffusivité calée a permis de reproduire les essais de coupe à $h = 0.75$, 1.25 et 1.5 mm.

Ainsi, nous avons contribué au développement d'un modèle poromécanique d'interaction taillant-roche. Nous avons montré que le mécanisme de couplage mécanique-écoulement fait intervenir la vitesse de coupe à travers le terme convectif de l'équation de diffusion. Les essais élémentaires de coupe confirment l'existence d'un couplage entre la pression du fluide et la vitesse de coupe. Cependant, nous n'avons pas encore utilisé ce modèle pour étudier le phénomène de stick-slip. En effet, il faudra implémenter ce modèle élémentaire de coupe dans un simulateur d'outil de forage pour étudier la réponse mécanique de l'outil en fonction de sa vitesse de rotation, de l'effort normal imposé et de la roche.

### Perspectives

À notre connaissance, l'étude expérimentale que nous avons menée est la première étude sur l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches sous pression de boue avec un taillant et un outil industriels de dimensions réelles. Cette étude a été réalisée sur trois roches de caractéristiques hydromécaniques variées. Les deux modèles développés ont permis d'expliquer l'effet de la vitesse de coupe sur le processus de forabilité des roches. Nous pensons que l'intégration de ce modèle dans un simulateur de forage est maintenant possible pour déterminer la capacité de cette approche à prédire les efforts encaissés par un outil de forage et étudier la possibilité d'occurrence du stick-slip.

Cependant, cette modeste contribution à l'étude du forage pétrolier présente certaines limites :

- Les essais de coupe sont réalisés dans trois roches seulement, ce qui n'est pas représentatif de toutes les roches rencontrées en forage.
- Il manque des essais de coupe dans des conditions *underbalanced* et *overbalanced* où la pression de pore initiale est différente de la pression de boue.
- Le modèle de coupe est basé sur l'hypothèse de régime stationnaire qui n'est pas encore justifiée par les mesures des signaux des efforts de coupe.
- Le modèle poromécanique laisse de côté des effets dynamiques importants tels que le comportement viscoplastique de la roche et les efforts de frottement qui peuvent se produire même en présence de lubrifiants.
- La perméabilité et le coefficient d'emmagasinement sont supposés constants dans l'approche théorique. Cependant, nous avons démontré que la roche subit des déformations importantes à cause de l'action du taillant. Ces déformations peuvent induire des changements importants de la perméabilité par exemple.
- Notre approche poromécanique ne tient pas compte d'une manière rigoureuse du phénomène de désaturation (nos modélisations supposent que le milieu reste saturé même avec une pression de pore négative).

Toutes ces problématiques méritent l'attention du chercheur et de l'industriel car leurs résolutions permettent de mieux cerner la loi d'interaction outil-roche dans les conditions réelles du forage pétrolier.

# Annexes

# Annexe A

# Solution du problème de stick-slip

Reprenons l'équation 1.7 dans laquelle l'inconnue principale est la fonction $\hat{\Phi}(\hat{t})$ dérivable en tout instant $\hat{t}$ et dont la dérivée $\hat{\omega} = \dot{\hat{\Phi}}$ est dérivable mais peut présenter des discontinuités en un ensemble dénombrable d'instants $\hat{t}$. En introduisant la fonction $F(\hat{t}) = \hat{t} - \ddot{\hat{\Phi}} - 2\xi\dot{\hat{\Phi}} - \hat{\Phi}$, l'équation 1.7 devient :

$$F(\hat{t}) = \hat{\mathrm{T}}^* \tag{A.1}$$

Avec $|\hat{\mathrm{T}}^*| \leq \hat{\mathrm{T}}_s^*$ pour $\hat{\omega} = 0$ et $\hat{\mathrm{T}}^* = \hat{\mathrm{T}}_d^* \mathrm{sgn}(\hat{\omega})$ pour $\hat{\omega} \neq 0$. Dans les phases où $\hat{\omega} \neq 0$ est de signe constant, $\hat{\mathrm{T}}$ est une constante et donc $\dot{F} = 0$. D'où :

$$\ddot{\hat{\omega}} + 2\xi\dot{\hat{\omega}} + \hat{\omega} = 1 \tag{A.2}$$

Le polynôme caractéristique de cette équation différentielle est $x^2+2\xi x+1$. Lorsque $\xi \leq 1$, nous avons le résultat de notre problème sur les conditions de l'existence éventuelle du stick-slip. En revanche, dans le cas $\xi > 1$, nous avons besoin d'une analyse plus fine.

**Première phase :** Initialement, l'outil est en repos. A l'instant $\hat{t} = 0$, le moteur est mis en marche. Pour déterminer le comportement du système à cette date, il suffit d'examiner le signe de $\hat{\omega}^+ = \hat{\omega}(0^+)$ :

- Si $\hat{\omega}^+ > 0$, alors, on a $F = \hat{\mathrm{T}}_d^*$. Donc à $\hat{t} = 0^+$, on a $\ddot{\hat{\Phi}} = -2\xi\hat{\omega} - \hat{\mathrm{T}}_d^* < 0$. Il s'agit alors d'une phase de décélération où $\hat{\omega}$ diminue. Ceci est absurde car $\hat{\omega}^+ > 0$ et $\hat{\omega}(0) = 0$.
- Si $\hat{\omega}^+ < 0$, alors, on a $F = -\hat{\mathrm{T}}_d^*$. Donc à $\hat{t} = 0^+$, on a $\ddot{\hat{\Phi}} = -2\xi\hat{\omega} + \hat{\mathrm{T}}_d^* > 0$. Il s'agit alors d'une phase d'accélération où $\hat{\omega}$ augmente. Ceci est absurde car $\hat{\omega}^+ < 0$ et $\hat{\omega}(0) = 0$.
- La seule possibilité est donc $\hat{\omega} = 0$ et $F(\hat{t}) = \hat{t}$ pour $\hat{t} \in \left[0, \hat{\mathrm{T}}_s^*\right]$.

Par conséquent, au cours de la première phase de mouvement, la vitesse de rotation de l'outil est nulle jusqu'à $\hat{t} = \hat{\mathrm{T}}_s^*$.

**Deuxième phase :** A $\hat{t} = \hat{\mathrm{T}}_s^*$, on a $\hat{\Phi} = 0$ et $\hat{\omega} = 0$. Donc $\ddot{\hat{\Phi}} = \hat{\mathrm{T}}_s^* - \hat{\mathrm{T}}_d^*(\hat{\omega}) > 0$. Donc $\hat{\omega}$ augmente. Ainsi, cette vitesse deviendra positive.

**Les autres phases :** Toute phase de mouvement ($\hat{\omega} > 0$) commence à $\hat{t}_0$ (temps à partir duquel l'outil se débloque) avec $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\hat{t}_0)$ et $\hat{\omega}(\hat{t}_0) = 0$ et vérifie l'équation A.2. La solution générale du problème s'écrit alors :

$$\hat{\omega} = 1 + \hat{\omega}_h(t) \tag{A.3}$$

Où $\hat{\omega}_h$ désigne la solution homogène (transitoire) du problème. Il faut noter que si la vitesse de rotation $\hat{\omega}$ ne s'annule plus à partir de la première phase de mouvement, la vitesse de rotation subit des oscillations en régime pseudopériodique avant de se stabiliser autour de 1 à l'infini (la vitesse de rotation de l'outil est égale à la vitesse de rotation imposée). Donc le stick-slip ne se produit pas.

En revanche, si la vitesse de rotation de l'outil s'annule une seule fois à partir de la première phase de mouvement, le système entre en mode de stick-slip avec une durée phase de blocage :

$$\Delta_{\text{stick}} = \hat{\mathrm{T}}_s^* - \hat{\mathrm{T}}_d^* - \dot{\hat{\omega}} \tag{A.4}$$

Où $\dot{\hat{\omega}}$ est l'accélération à la fin de la phase du mouvement précédente. A chaque transition de mouvement-blocage, on a $\dot{\hat{\omega}} < 0$, donc $\Delta_{\text{stick}}$ existe toujours.

# Annexe B

# Complément de l'étude expérimentale

## B.1 Étude de la pressurisation

### Équation de diffusion en régime transitoire

L'équation de diffusion en régime transitoire de l'écoulement d'un fluide peu-compressible dans un milieu poreux homogène avec une perméabilité intrinsèque $k$ constante s'écrit :

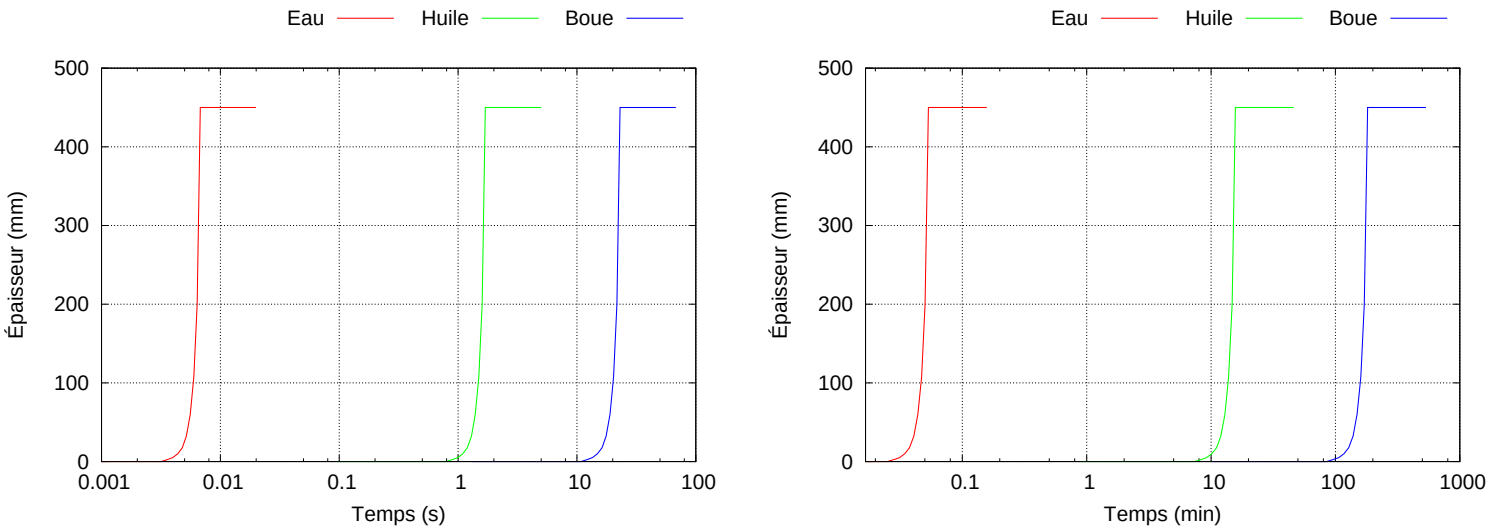
$$\vec{\nabla}^2 p = \frac{1}{D}\dot{p} \tag{B.1}$$

Avec $D = \frac{k}{\mu C_f \phi_0}$ la diffusivité de la roche, $\mu$ la viscosité dynamique du fluide, $C_f$ la compressibilité du fluide et $\phi_0$ la porosité initiale de la roche. Pour simplifier l'analyse, le problème est résolu numériquement en axisymétrie.

### Application aux essais réalisés sur le banc de forage

| Roche/Fluide | Eau | Huile | Boue à base d'eau |
|---|---|---|---|
| Grès des Vosges | 5 | $2\ 10^{-2}$ | $15\ 10^{-4}$ |
| Calcaire d'Anstrude | $1\ 10^{-2}$ | $3\ 10^{-5}$ | $3\ 10^{-6}$ |

TABLEAU B.1 – Diffusivité du grès des Vosges et du calcaire d'Anstrude en $m^2/s$ pour différents fluides




(a) Grès des Vosges (b) Calcaire d'Anstrude

FIGURE B.1 – Variations de l'épaisseur pressurisée avec le temps dans le grès des Vosges et le calcaire d'Anstrude pour différents fluides

Évidemment, les 6 courbes se retrouvent confondues si on porte en abscisse $\hat{t} = Dt$ et donc l'équation B.1 n'est résolue que pour le cas $D = 1$.

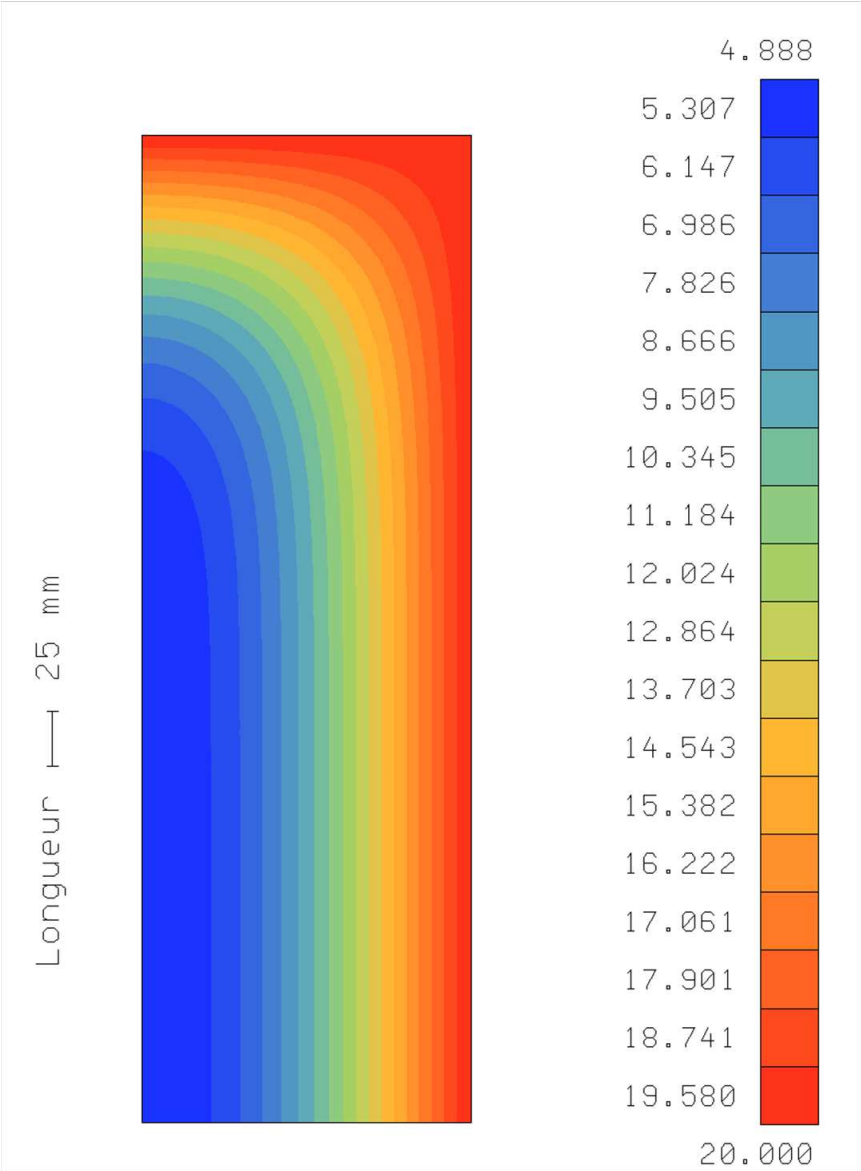
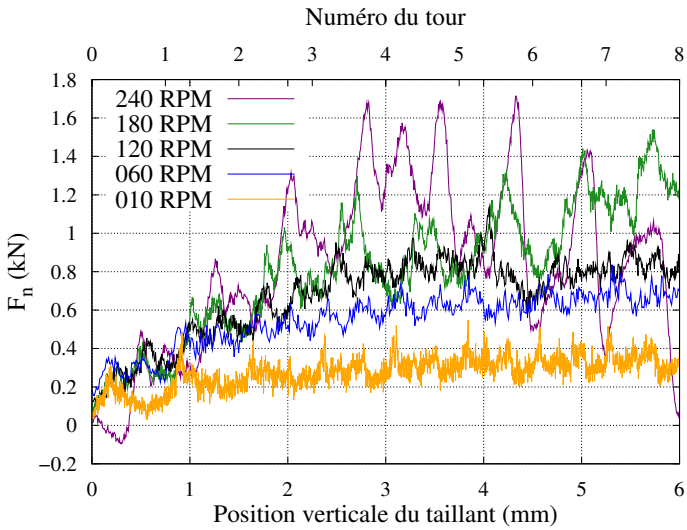
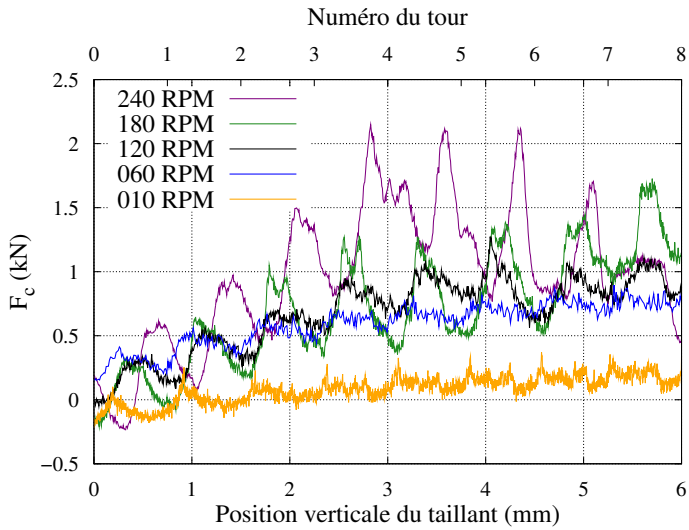



FIGURE B.2 – Champ de pression de pore en MPa dans le calcaire d'Anstrude après 15 minutes de pressurisation avec la boue à base d'eau

## B.2 Étude expérimentale de l'interaction taillant-roche

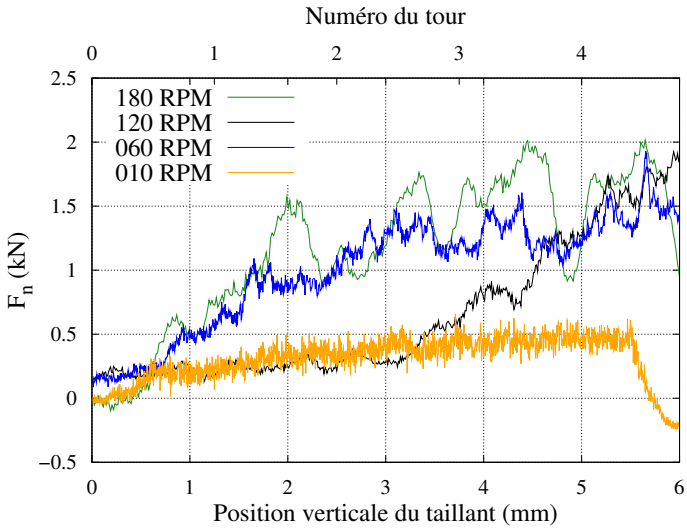



(a) Effort normal

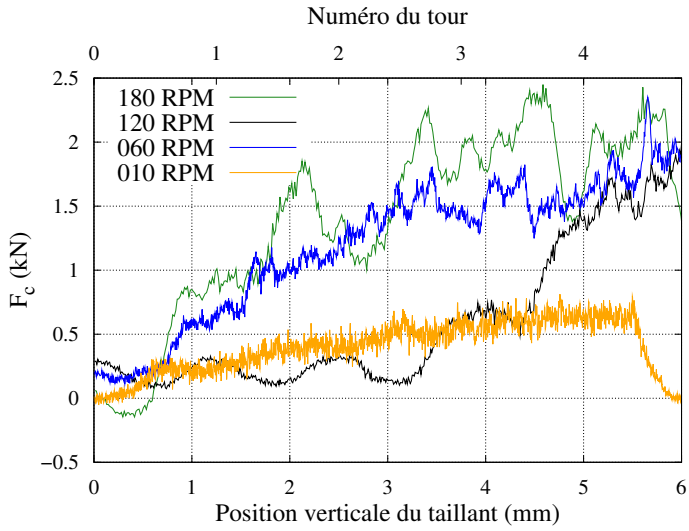



(b) Effort tangentiel

FIGURE B.3 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges avec $p_b = 20$ MPa et $h = 0.75$ mm/tr

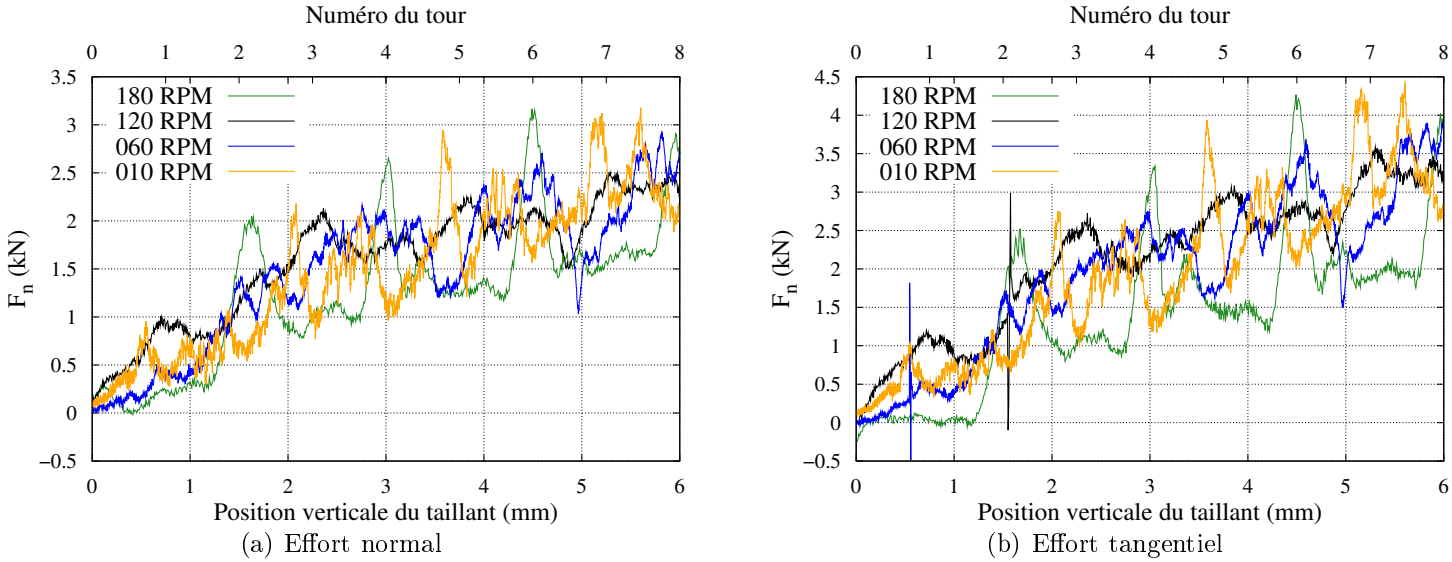



(a) Effort normal




(b) Effort tangentiel

FIGURE B.4 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges avec $p_b = 20$ MPa et $h = 1.25$ mm/tr




(a) Effort normal (b) Effort tangentiel

FIGURE B.5 – Évolution des efforts de coupe en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges avec $p_b = 20$ MPa et $h = 1.50$ mm/tr

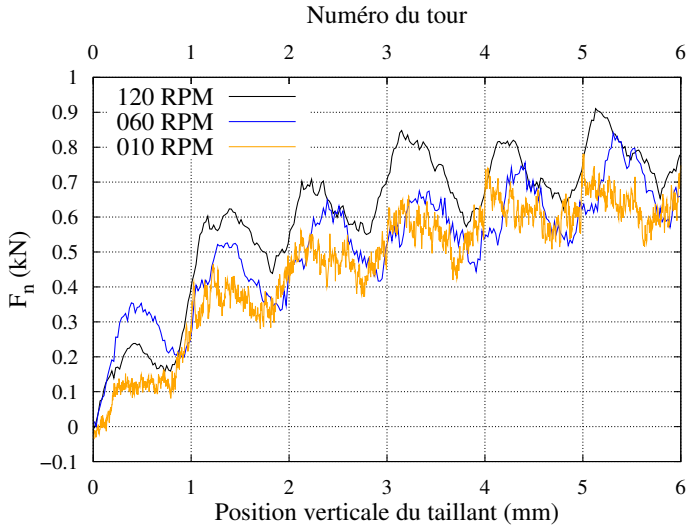



FIGURE B.6 – Évolution de l'effort normal en fonction de la position verticale du taillant pour différentes vitesses dans le grès des Vosges saturé à pression atmosphérique et à $h = 1.00$ mm/tr

# Annexe C

# Complément du modèle poromécanique

## C.1 Efforts de coupe

La figure C.1 représente une schématisation du modèle élémentaire de coupe. Le taillant attaque la roche selon un angle $\theta$ et une profondeur de passe constante $h$. On admet que la largeur dans la troisième direction est égale à $l$. Nous supposons que l'effort de coupe est exercé par le PDC par l'intermédiaire d'une zone de roche broyée. Dans cette annexe, nous développons l'expression de l'effort exercé par la zone broyée sur la roche et qui est nécessaire à la création d'un copeau et ce, en nous basant sur la théorie de l'équilibre limite.

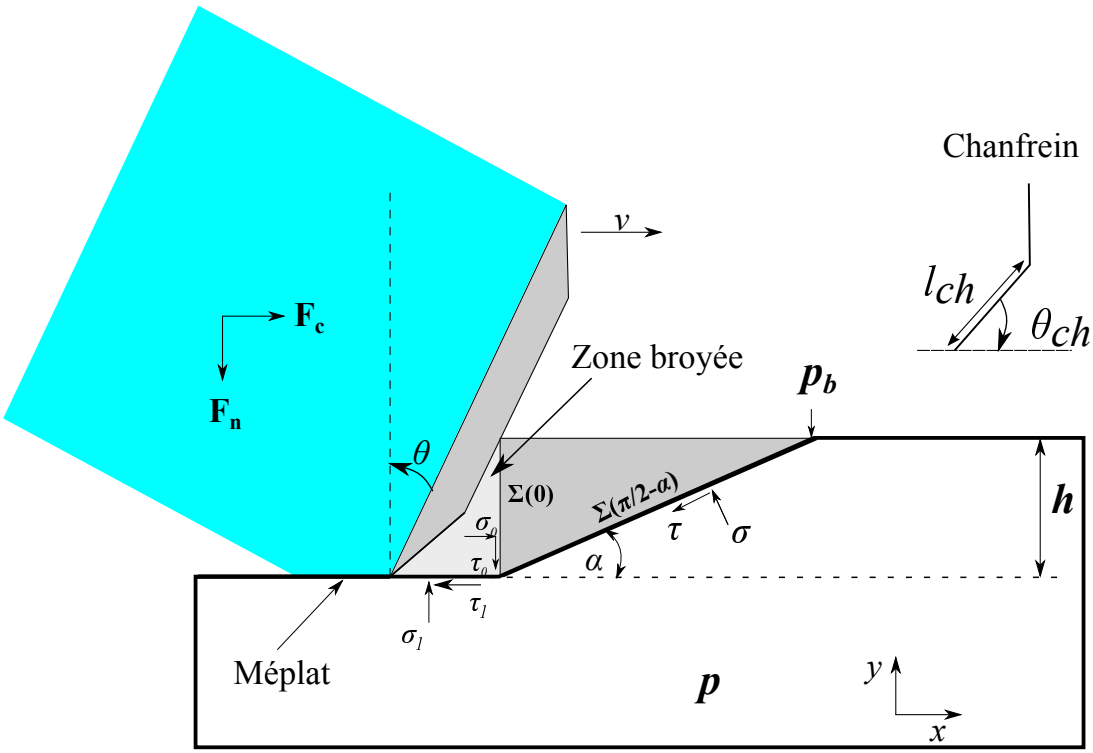



FIGURE C.1 – Géométrie de coupe

On suppose que la zone broyée agit sur la roche par l'intermédiaire de la surface $\Sigma(0)$ dont l'aire est égale à $S_c$. On introduit la notion de surfaces $\Sigma(\omega)$ où $\omega \in [0, \frac{\pi}{2}[$

telles que l'une d'elles délimite probablement un copeau. On admet que la surface $\Sigma(\omega)$ est plane présentant une inclinaison $\omega$ par rapport à $(Oy)$ et a comme aire :

$$A(\omega) = \frac{S_c}{\cos\omega} \tag{C.1}$$

La roche obéit au critère de rupture de Mohr-Coulomb avec une cohésion initiale $c$ et un angle de frottement interne $\varphi$. Les contraintes totales de Cauchy étant représentées par le tenseur $\underline{\underline{\sigma}}$ et la pression de boue étant $p_b$, on pose $\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - p_b\underline{\underline{1}}$. Alors, les contraintes effectives sont $\underline{\underline{\hat{\sigma}}} = \underline{\underline{s}} - (p_b - bp)\,\underline{\underline{1}}$ et en les remplaçant dans le critère de Coulomb, on obtient l'inégalité suivante qui doit être vraie pour tout vecteur $\vec{n}$ normé :

$$\|\underline{\underline{s}}\vec{n} - (\underline{\underline{s}}\vec{n}.\vec{n})\vec{n}\| \leqslant \bar{c} - (\underline{\underline{s}}\vec{n}.\vec{n})\tan\varphi \tag{C.2}$$

Où $\bar{c} = c + (p_b - bp)\tan\varphi$ est supposée constante connue en admettant l'homogénéité de la roche et l'uniformité de la pression de pore $p$. Ainsi, dans toute la suite, on cherche un champ de contrainte $\underline{\underline{s}}$ qui vérifie l'équilibre local $\mathrm{div}(\underline{\underline{s}}) = \vec{0}$ et l'inégalité (C.2) tout en restant compatible avec les efforts exercés par la zone broyée. La résultante des efforts exercés par la zone broyée sur la roche est :

$$\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}} = -\int_{\Sigma(0)} \underline{\underline{s}}\vec{n}dA \tag{C.3}$$

D'une manière classique, on admet que la géométrie de l'éventuel copeau est délimitée par les surfaces $y = h$ , $\Sigma(0)$, $\Sigma(\frac{\pi}{2} - \alpha)$, $z = 0$ et $z = l$ où $\alpha$ est l'angle que fait avec $Oy$ la surface de *rupture*. On suppose que la surface $\Sigma(0)$ est le siège d'un frottement de type Coulomb d'angle $\theta_f$. En utilisant les hypothèses du modèle, on trouve $\mathrm{F}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} = \mathrm{F}^{\mathrm{c}}\cos\theta_f$ (effort tangentiel) et $\mathrm{F}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{n}} = -\mathrm{F}^{\mathrm{c}}\sin\theta_f$ (effort normal) ainsi que $\mathrm{F}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{z}} = 0$ avec $\mathrm{F}^{\mathrm{c}} > 0$.

L'objectif est de déterminer un niveau de force $\mathrm{F}^{\mathrm{c}}$ qui cause la création d'un copeau ainsi que l'angle $\alpha$ qui caractérise la surface $\Sigma(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ qui délimite le copeau. En admettant que la résultante des efforts sur les deux faces $z = 0$ et $z = l$ est nulle, on peut déduire que la résultante des forces sur le copeau est :

$$\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}} + \int_{\Sigma(\frac{\pi}{2}-\alpha)} \underline{\underline{s}}\vec{n}dA = \vec{0} \tag{C.4}$$

En exploitant le fait que la surface $\Sigma(\omega)$ est plane ($\vec{n}$ est uniforme), on obtient les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma(\omega)} \underline{\underline{s}}\vec{n}.\vec{n}dA &= -\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n} \\ \int_{\Sigma(\omega)} [\underline{\underline{s}}\vec{n} - (\underline{\underline{s}}\vec{n}.\vec{n})\vec{n}]dA &= -\left[\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}} - (\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n})\vec{n}\right] \\ \|\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}} - (\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n})\vec{n}\| &\leqslant \int_{\Sigma(\omega)} \|\underline{\underline{s}}\vec{n} - (\underline{\underline{s}}\vec{n}.\vec{n})\vec{n}\|dA \end{aligned} \tag{C.5}$$

L'inégalité (C.2) impose donc à $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}$ la condition suivante :

$$\|\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}} - (\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n})\vec{n}\| - \vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n}\tan\varphi \leqslant \bar{c}A(\omega) \tag{C.6}$$

Selon l'égalité (C.4), le champ de contrainte $\underline{\underline{s}}$ est statistiquement admissible. De plus, $\underline{\underline{s}}$ vérifie le critère de Coulomb dans toute la roche. La condition (C.6) n'est pas suffisante pour déterminer l'effort de coupe à la rupture car l'inégalité dans (C.5) n'est une égalité que dans des cas particuliers (comme par exemple lorsque l'effort $\underline{\underline{s}}\vec{n}$ est uniforme sur $\Sigma(\omega)$). Pour estimer un majorant des chargements $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}$ admissibles, on procède donc à une approche par l'extérieur dans le cadre de la théorie de l'équilibre limite. Nous cherchons une condition sur $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}$ qui soit suffisante pour affirmer que $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}$ n'est pas admissible : il existe $\omega \in [0, \frac{\pi}{2}[$ tel que :

$$\|\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}} - (\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n})\vec{n}\| - \vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n}\tan\varphi > \bar{c}A(\omega) \tag{C.7}$$

On admet que l'effort tangentiel $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}}$ doit s'opposer au mouvement du copeau. Donc, il existe $\omega \in [0, \frac{\pi}{2}[$ tel que :

$$\begin{aligned} \vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{t} &< 0 \\ -\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{t} - \vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{n}\tan\varphi &> \bar{c}A(\omega) \end{aligned} \tag{C.8}$$

Où $\vec{t}(-\sin\omega, -\cos\omega)$ est le le vecteur tangent à la surface $\Sigma(\omega)$. On a $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{t} = \mathrm{F}^{\mathrm{c}}\sin(\theta_f - \omega)$. Pour que $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{t} < 0$, l'angle $\omega$ doit vérifier :

$$\omega > \theta_f \tag{C.9}$$

D'autre part, on a $\vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{t} + \vec{\mathrm{F}}^{\mathrm{c}}.\vec{t}\tan\varphi = \mathrm{F}^{\mathrm{c}}\sin(\theta_f + \varphi - \omega)$. D'où :

$$\mathrm{F}^{\mathrm{c}}\sin(\omega - (\theta_f + \varphi))\cos\omega > \bar{c}S_c \tag{C.10}$$

Pour $\omega$ vérifiant (C.9), l'argument du sinus varie de $-\varphi$ à $\frac{\pi}{2} - (\theta_f + \varphi)$. Donc, pour que (C.10) puisse avoir une solution, il faut que :

$$\frac{\pi}{2} - (\theta_f + \varphi) > 0 \tag{C.11}$$

Ainsi, il existe $\omega \in [\theta_f, \frac{\pi}{2}[$ telle que :

$$\mathrm{F}^{\mathrm{c}}\{\sin(2\omega - (\theta_f + \varphi)) - \sin(\omega + \theta_f)\} > 2\bar{c}S_c \tag{C.12}$$

Pour $\omega$ variant de $\theta_f$ à $\frac{\pi}{2}$, l'argument du premier sinus varie de $\theta_f - \varphi$ à $\pi - (\theta_f + \varphi)$ et compte tenu de (C.11), la dernière borne est supérieure à $\frac{\pi}{2}$. Il existe donc une valeur de $\omega$ notée $\omega_c$ telle que $\sin(2\omega_c - (\theta_f + \varphi)) = 1$. Soit :

$$\begin{aligned} \omega_c &= \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_f + \varphi}{2} \\ \alpha_c &= \frac{\pi}{2} - \omega_c = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta_f + \varphi}{2} \end{aligned} \tag{C.13}$$

Pour que C.12 ait une solution, il faut et il suffit que $\mathrm{F}^{\mathrm{c}} \geqslant \mathrm{F}^{\max}$ avec :

$$\mathrm{F}^{\max} = \frac{2S_c\bar{c}\cos\varphi}{1 - \sin(\theta_f + \varphi)} \tag{C.14}$$

Lorsque $\mathrm{F}^{\mathrm{c}} = \mathrm{F}^{\max}$, l'inégalité C.12 devient une égalité pour $\omega = \omega_c$ et s'inverse pour $\omega \neq \omega_c$. Donc $\Sigma(\omega_c)$ est la surface qui délimite le copeau.

## C.2 Champ de la pression de pore

Afin d'établir une solution analytique pour le problème de ligne source $\Gamma$ qui se déplace avec une vitesse $\vec{v}$ dans un milieu infini, on considère un seul point *source* $\mathrm{S}(x_0, y_0)$ de la ligne $\Gamma$. Nous cherchons une fonction $p(x, y)$ deux fois dérivable presque partout dans $\Omega$, qui satisfait l'équation de diffusion et les conditions aux limites. Afin de simplifier le problème, on introduit la fonction $w(x, y) = \exp(-\lambda(x - x_0))$. Le changement d'inconnue $\tilde{p} = p/w$ et $p = \tilde{p}w$ conduit à un nouveau problème :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}^2\tilde{p} - \lambda^2\tilde{p} = 0 \\ [\![\vec{\nabla}\tilde{p}]\!]\vec{n} = -2\lambda[\![\varpi]\!]n_x \text{ en } (x_0, y_0) \end{aligned} \tag{C.15}$$

En coordonnées cylindriques $(r, \theta)$, l'équation C.15 s'écrit :

$$\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\tilde{p}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial\theta^2} - \lambda^2\tilde{p} = 0 \tag{C.16}$$

Lorsque $\tilde{p}$ est invariante par rotation, le problème devient :

$$r^2\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial r^2} + r\frac{\partial\tilde{p}}{\partial r} - \lambda^2 r^2\tilde{p} = 0 \tag{C.17}$$

On pose le changement de variable $\hat{r} = \lambda r$. On a donc :

$$\hat{r}^2\frac{\partial^2\tilde{p}}{\partial\hat{r}^2} + \hat{r}\frac{\partial\tilde{p}}{\partial\hat{r}} - \hat{r}^2\tilde{p} = 0 \tag{C.18}$$

L'équation C.18 est l'équation de Bessel modifiée d'ordre 0 dont $\tilde{A}\mathrm{K}_0[\lambda r]$ est solution où la constante $\tilde{A}$ est arbitraire. La pression de pore $p = w\tilde{p} + p_0$ est donc telle que :

$$(p - p_0)(x, y) = \frac{\rho g A}{2\pi K}\exp\left[-\lambda(x - x_0)\right]\mathrm{K}_0\left[\lambda\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right] \tag{C.19}$$

La pression de pore $p$ totale en tout point $(x, y)$ est la somme des contributions de chaque point source :

$$(p - p_0)(x, y) = \frac{\rho g A}{2\pi K}\int_{(x_0,y_0)\in\Gamma}\exp\left[-\lambda(x - x_0)\right]\mathrm{K}_0\left[\lambda\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right] \tag{C.20}$$

La constante $A$ sera déterminée ci-dessous.

### Détermination de la constante d'intégration

Soit $\vec{s}$ le vecteur unitaire tangentiel à $\Gamma$ de normale $\vec{n}$. Dans la base $(\vec{s}, \vec{n})$, les points sources sont repérés par leurs coordonnées $(u, 0)$. Le passage entre les deux systèmes de coordonnées se fait avec une rotation d'angle $\alpha$ :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}\begin{Bmatrix} s \\ n \end{Bmatrix} \tag{C.21}$$

En coordonnées cartésiennes $(s, n)$, la pression de pore s'écrit :

$$(p - p_0)(s, n) = \frac{\rho g A}{2\pi K}\int_\Gamma \exp\left[-\lambda\left((s - u)\cos\alpha - n\sin\alpha\right)\right]\mathrm{K}_0\left[\lambda\sqrt{(s - u)^2 + n^2}\right]du \tag{C.22}$$

On a :

$$\vec{\nabla} p.\vec{n} = -\lambda p \sin\alpha - \frac{\rho g \lambda A}{2\pi K} i(s,n)$$
$$i(s,n) = \int_\Gamma \frac{n}{\sqrt{(s-u)^2+n^2}} \exp\left[-\lambda\left((s-u)\cos\alpha - n\sin\alpha\right)\right] \mathrm{K}_1\left[\lambda\sqrt{(s-u)^2+n^2}\right] du \tag{C.23}$$

Avec $\mathrm{K}_1$ la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1. Afin de trouver $A$, nous utilisons le fait que $p$ est continue dans $\Omega$ :

$$\begin{aligned} [\![\vec{\nabla} p]\!].\vec{n} &= -\lambda [\![p]\!] \sin\alpha - \frac{\rho g \lambda A}{2\pi K} [\![i(s,n)]\!] \\ [\![p]\!] &= 0 \text{ sur } \Gamma \\ [\![i(s,n)]\!] &= \frac{2\pi}{\lambda} \text{ sur } \Gamma \end{aligned} \tag{C.24}$$

On a donc :

$$-\frac{\rho g A}{K} = -2\lambda [\![\varpi]\!] n_x = +\frac{2\lambda b \Delta\phi \sin\alpha}{\phi_0 C_f (1-\phi_0)} \tag{C.25}$$

La pression de pore est donnée par l'égalité suivante :

$$(p-p_0)(x,y) = -\frac{\lambda \sin\alpha}{\pi} \frac{b\Delta\phi}{\phi_0 C_f (1-\phi_0)} \int_\Gamma \exp\left[-\lambda(x-x_0)\right] \mathrm{K}_0\left[\lambda\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}\right] \tag{C.26}$$

## C.3 Évolution de S en fonction de $\lambda$

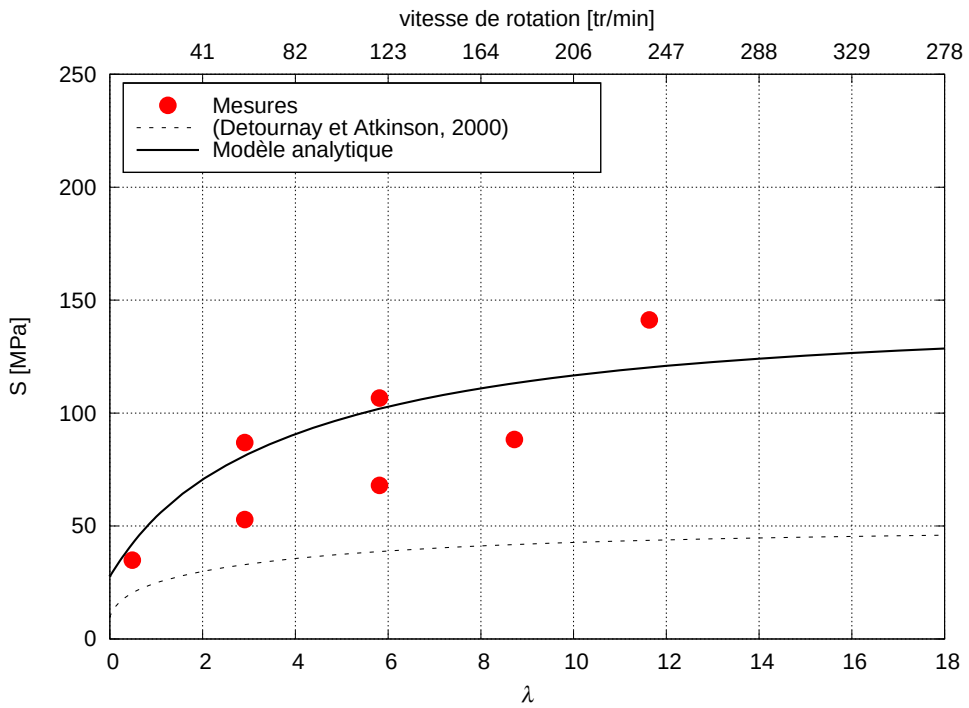



FIGURE C.2 – Évolution de $S = \frac{F_n}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 0.75$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

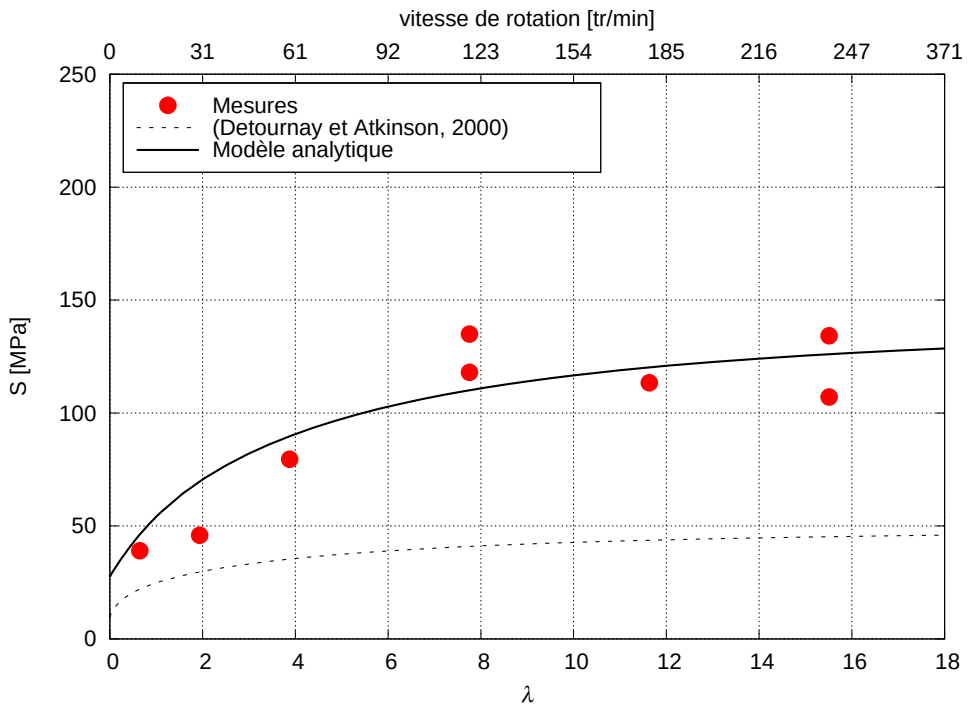



FIGURE C.3 – Évolution de $S = \frac{F_n}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

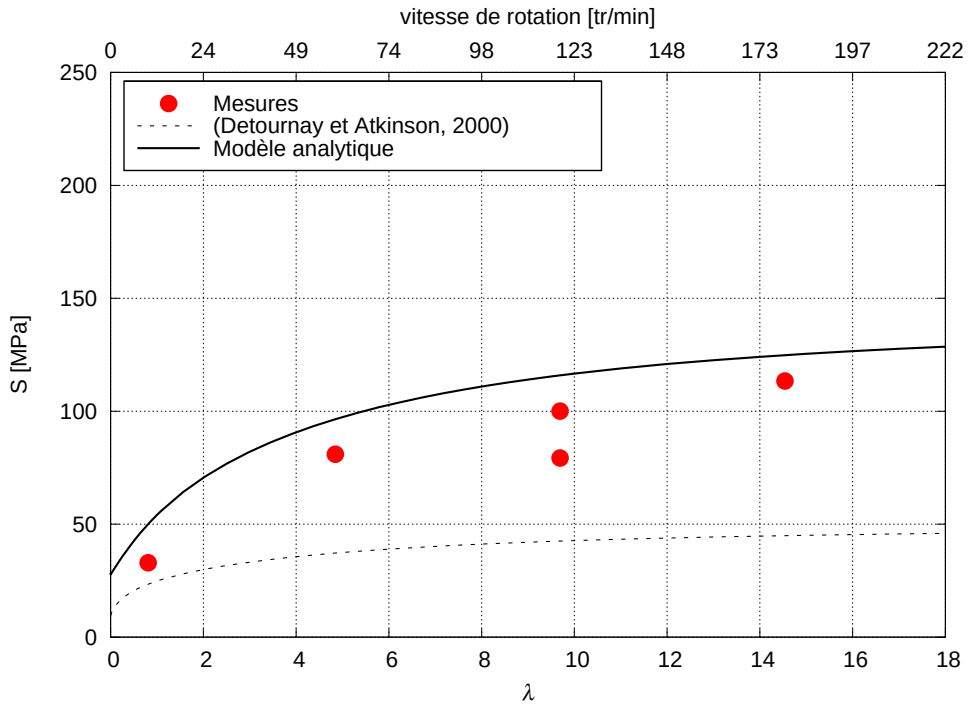



FIGURE C.4 – Évolution de $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.25$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

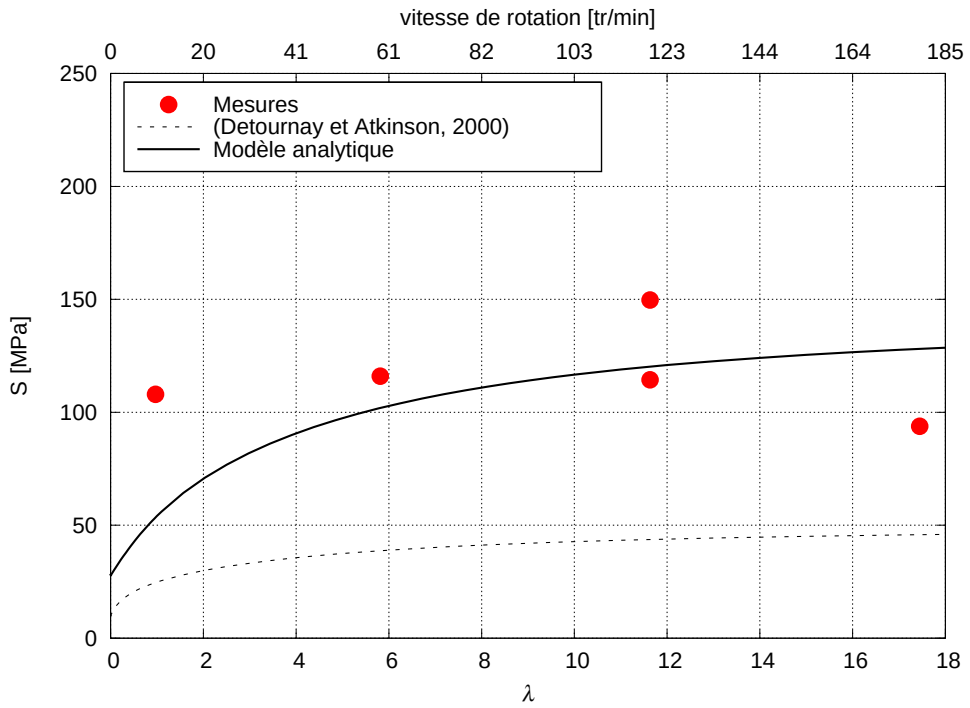



FIGURE C.5 – Évolution de $\mathrm{S} = \frac{\mathrm{F_n}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$ et de la vitesse de rotation à $h = 1.5$ mm/tr ; $p_b = 20$ MPa

## C.4 Modélisation de l'écoulement plastique stationnaire

### Équation d'écoulement en régime stationnaire

La loi d'écoulement plastique s'écrit :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\ell}\underline{\underline{a}}(\underline{\underline{\sigma}}, \xi_k) \tag{C.27}$$

Avec $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ le tenseur des déformations plastiques, $\ell$ le multiplicateur plastique et $\underline{\underline{a}}$ un champ tensoriel qui dépend du champ des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et des variables d'écrouissage $\xi_k$. Pour tout champ scalaire $f$, nous avons $\partial_t f = -\vec{v}.\vec{\nabla}\bar{f}$ en régime stationnaire avec $f(\vec{x}, t) = \bar{f}(\vec{x} - t\vec{v})$ et $\vec{v}$ le vecteur vitesse. Ainsi, l'équation d'écoulement en régime stationnaire s'écrit :

$$-\vec{i}.\vec{\nabla}\underline{\underline{\bar{\varepsilon}}}^p = \dot{\bar{\ell}}\underline{\underline{a}}(\underline{\underline{\bar{\sigma}}}, \bar{\xi_k}) \tag{C.28}$$

Avec $\vec{i}$ la direction de la vitesse.

### Approximation numérique

Nous avons intégré la formulation de l'équation d'écoulement plastique en régime stationnaire C.28 dans le code de calcul numérique VIPLEF du centre de Géosciences. Pour ce faire, nous avons utilisé l'approximation numérique suivante :

$$\underline{\underline{\bar{\varepsilon}}}^p(\vec{r}) \simeq \underline{\underline{\bar{\varepsilon}}}^p(\vec{r} + ds\vec{v}) + \dot{\bar{\ell}}^*\underline{\underline{a}}(\underline{\underline{\bar{\sigma}}}, \bar{\xi_k}) \tag{C.29}$$

Avec $\vec{r} = \vec{x} - t\vec{v}$ et $\dot{\bar{\ell}}^* = ds\dot{\bar{\ell}}$. L'intégration numérique de ce problème consiste à utiliser un maillage sous forme de grille parallèle aux axes. Le calcul commence par le bord le plus lointain (le *future*) où on a $\underline{\underline{\bar{\varepsilon}}}^p = \underline{\underline{0}}$ puis utiliser le schéma numérique C.29 pour déterminer le champ des déformations plastiques en régime stationnaire.

### Comparaison avec le calcul mécanique statique

Nous proposons une comparaison entre l'approche mécanique stationnaire et l'approche mécanique statique afin d'étudier la validité des simulations numériques présentées dans ce mémoire qui sont basées sur une modélisation statique des écoulements plastiques. La figure C.6 montre la déformation volumique plastique pour deux calculs couplés hydromécaniques avec $\lambda = \frac{vh}{2D} = 1$ et $\beta = 2$ en utilisant les propriétés du grès des Vosges listées dans le tableau 4.6 : dans le premier cas (figure en haut), le problème mécanique est statique tandis que dans le deuxième cas (figure en bas), le problème mécanique est stationnaire.

Le calcul mécanique stationnaire montre que la zone plastique se reproduit à l'identique dans la zone située derrière le taillant contrairement à la solution statique où les déformations plastiques sont localisées au voisinage du taillant. De plus, on remarque que les déformations plastiques dans le cas stationnaire dans la partie derrière le taillant dépendent uniquement de $y$ et non de $x$. Mais ce résultat a peu d'influence sur l'estimation des efforts de coupe en utilisant les deux méthodes.

La figure C.7 montre l'évolution du rapport $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de la vitesse adimensionnée $\lambda = \frac{vh}{2D}$ pour $\beta = 2$ en utilisant deux types de modélisation hydromécanique : problème mécanique statique et problème mécanique stationnaire. Pour les deux cas, le problème hydraulique est stationnaire. Les points représentent les mesures réalisées dans le grès des Vosges sous pression hydrostatique de 20 MPa. On constate qu'il existe un léger écart entre les calculs statique et stationnaire pour des $\lambda$ petits. En revanche, cet écart tend vers zéro quand $\lambda$ augmente. Mais globalement, on peut affirmer que les deux modèles donnent des résultats très proches en terme d'estimation des efforts de coupe.

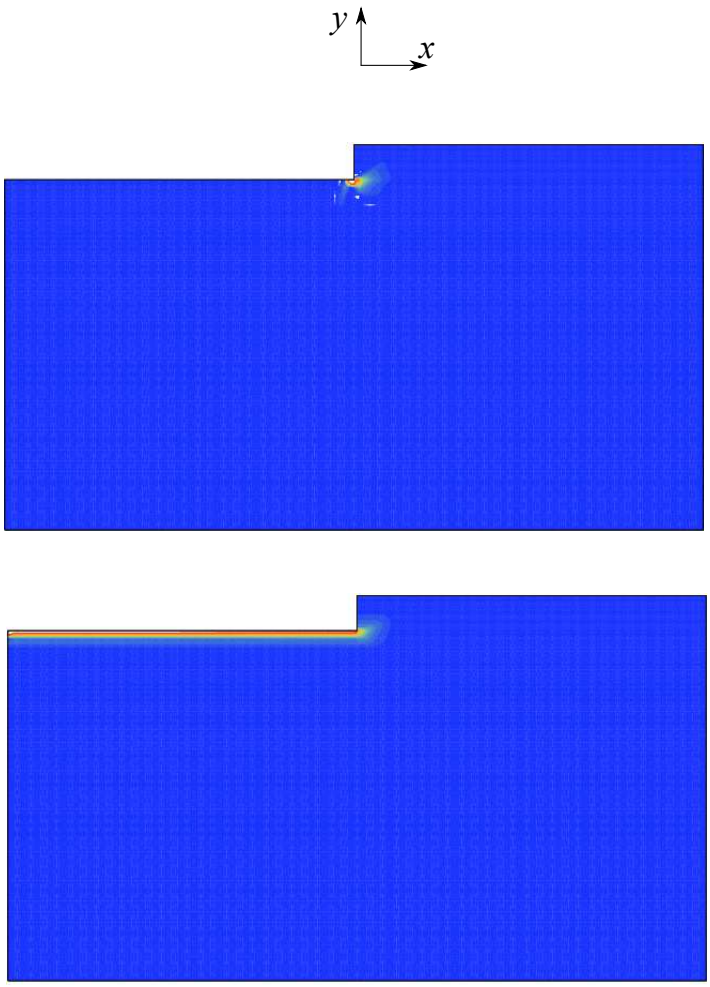



FIGURE C.6 – Champ de déformations plastiques volumiques

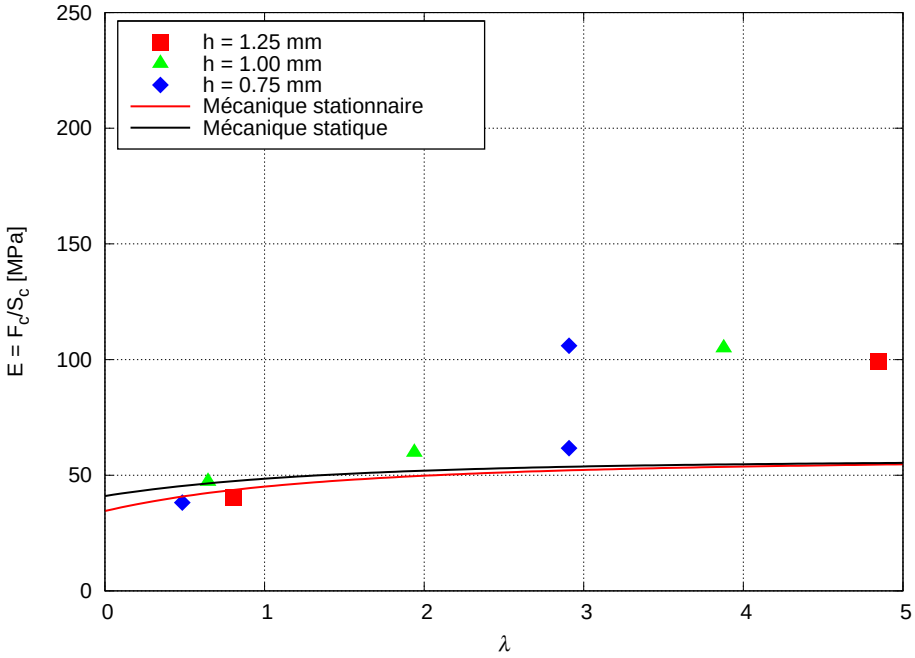



FIGURE C.7 – Évolution de $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{F_c}}{S_c}$ en fonction de $\lambda$

# Bibliographie


[1] « Fiche projet Varel-Armines, Citeph2014 » – Tech. report, 2014.

[2] B. Akbari, S. Miska, Y. Mengjiao et E. Ozbayoglu – « Effect of rock pore pressure on mechanical specific energy of rock cutting using single pdc cutter », *American Rock Mechanics Association* (2013), Conference paper.

[3] M. Amri, G. Pelfrene, L. Gerbaud, H. Sellami et M. Tijani – « Experimental investigations of rate effect on drilling forces under bottom-hole pressure », *Journal of Petroleum Science and Engineering* (2016), Accepté le 22 mai 2016, PETROL7717.

[4] B. Besselink – *Analysis and validation of self-excited drill string oscillations*, Mémoire, Technische Universiteit Eindhoven, Department of Mechanical Engineering, Dynamics and Control Group, 2008.

[5] J. Brett – « The genesis of bit-induced torsional drillstring vibrations », *Society of Petroleum Engineers* **7** (1992), p. 168 – 174, SPE-21943-PA.

[6] J. A. R. Cardona – « Fundamental investigation of pore pressure prediction during drilling from the mechanical behavior of rock », Thèse, Texas A&M University, 2011, p. 80–136.

[7] H. S. Carslaw et J. C. Jaeger – « Conduction of heat in solids », Oxford science publications, ch. 10, p. 255–281, Oxford science publications, Clarendon Press, 2 éd., 1986.

[8] P. Charlez et P. Baylocq – « Gaz et pétrole de schiste. . .en questions », p. 49–59, Éditions TECHNIP, 2014.

[9] O. Coussy – « Poromechanics », ch. 3, 8, John Wiley and Sons Ltd, 2004.

[10] F. Dagrain – « Étude des mécanismes de coupe des roches avec couteaux usés : Approche des mécanismes de frottement sous les couteaux par le concept du troisième corps », Thèse, Faculté Polytechnique de Mons, 2006.

[11] E. Detournay et C. Atkinson – « Influence of pore pressure on the drilling response in low-permeability shear-dilatant rocks », *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **37** (2000), p. 1091–1101.

[12] E. Detournay et A. Cheng – « Fundamentals of poroelasticity », *In Comprehensive Rock Engineering : Principles, Practice and Projects* **2** (1993), p. 1113–171.

[13] E. Detournay et P. Defourny – « A phenomenological model for the drilling action of drag bits », *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* **29** (1992), no. 1, p. 13 – 23.

[14] E. Detournay et A. Drescher – « Plastic flow regimes for a tool cutting a cohesive-frictional material », *Numerical Models in Geomechanics* (1992).

[15] E. Detournay et C. P. Tan – « Dependence of drilling specific energy on bottom-hole pressure in shales », *Society of Petroleum Engineers* (2002), SPE-78221-MS.

[16] M. P. Dufeyte et H. Henneuse – « Detection and monitoring of the slip-stick motion : Field experiments », *Society of Petroleum Engineers* (1991), SPE-21945-MS.

[17] F. Efteland, A. Creegan, L. Jordan et C. Caraway – « The significance of pro-active online monitoring with stick-slip mitigation », *Society of Petroleum Engineers* (2015), SPE-177950-MS.

[18] E. FJER, R. Holt, P. Horsrud, A. Raaen et R. Risnes – « Petroleum related rock mechanics », p. 418–27, Developments in Petroleum Science, 2 éd., 2008.

[19] H. Geoffroy – « Étude de l'interaction roche-outil de forage : influence de l'usure sur les paramètres de coupe », Thèse, École Polytechnique, 1996, p. 125-132.

[20] L. Gerbaud, S. Menand et H. Sellami – « Pdc bits : All comes from the cutter rock interaction », *SPE* (2006), SPE-98988.

[21] L. Gerbaud – « Optimisation de l'interaction pdc-roche : application à la conception d'outils pour forage pétrolier en petit diamètre », Thèse, Mines ParisTech, 1999, p. 38-50.

[22] C. Germay – « Modeling and analysis of self-excited drill bit vibrations », Thèse, Université de Liège, 2009.

[23] M. B. Hamida – « Analyse et validation du comportement directionnel des outils de forage couplés aux systèmes de forage dirigés », Thèse, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2013, p. 75-79.

[24] J. C. Jaeger, N. G. W. Cook et R. W. Zimmerman – « Fundamentals of rock mechanics », ch. 7, Blackwell Publishing, 4 éd., 2009.

[25] J. R. Jain, L. W. Ledgerwood, O. J.-M. Hoffmann, T. Schwefe et D. M. Fuselier – « Mitigation of torsional stick-slip vibrations in oil well drilling through pdc bit design : Putting theories on the test », *Society of Petroleum Engineers* (2011), SPE-146561.

[26] J. Jansen – « Nonlinear dynamics of oilwell drillstrings », Thèse, Delft University of Technology, 1993.

[27] J. M. Kamel et A. S. Yigit – « Modeling and analysis of stick-slip and bit bounce in oil well drillstrings equipped with drag bits », *Journal of Sound and Vibration* (2014).

[28] J. J. Kolle – « A model of dynamic confinement during drilling in pressurized boreholes », *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **30** (1993), p. 1215–1218.

[29] J. J. Kolle – « The effects of pressure and rotary speed on the drag bit drilling strength of deep formations », *Society of Petroleum Engineers* (1996), SPE-36434-MS.

[30] Y. Kovalyshen – « Understanding root cause of stick–slip vibrations in deep drilling with drag bits », *International Journal of Non-linear Mechanics* (2014).

[31] Y. Kovalyshen – « Experiments on stick-slip vibrations in drilling with drag bits », *American Rock Mechanics Association* (2014).

[32] E. Larive – « Étude expérimentale des roches à très faible perméabilité par la mise en œuvre d'un perméamètre de précision », Thèse, Université de Montpelier II, 2002, p. 13–37.

[33] K. Lauder – « The performance of pipeline ploughs », Thèse, University of Dundee, 2010.

[34] C. Mabile, J. Desplans et D. Pavone – « A new way of using surface measurements to detect down hole vibrations », *Society of Petroleum Engineers* (1996), SPE-36883-MS.

[35] S. Menand – « Analyse et validation d'un modèle de comportement directionnel des outils de forage monoblocs pdc », Thèse, École des Mines de Paris, 2001.

[36] B. Miehe – « Modélisation de la zone endomagée induite par le creusement du puits d'accès au laboratoire souterrain de meuse/haute-marne », Thèse, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004, p. 29–64.

[37] J. P. Nguyen – *Techniques d'exploitation pétrolières : le forage*, 1993.

[38] D. A. Nield et A. Bejan – « Convection in porous media », p. 33–35, Springer, 2 éd., 2006.

[39] A. G. van Os et W. van Leussen – « Basic research on cutting forces in saturated sand », *Journal of Geotechnical Engineering* **113** (1987), p. 1501–17.

[40] A. Palmer – « Speed effects in cutting and ploughing », *Géotechnique* **49** (1999), p. 285–294.

[41] D. Pavone et J. Desplans – « Application of high sampling rate downhole measurements for analysis and cure of stick-slip in drilling », *Society of Petroleum Engineers* (1994), SPE-28324-MS.

[42] G. Pelfrene – « Rôle du processus de forabilité des roches dans les vibrations de torsion des systèemes de forage pétrolier », Thèse, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2010.

[43] R. Plassart – « Modélisation hydromécanique du comportement des ouvrages souterrains avec un modèle élastoviscoplastique », Thèse, Institut national polytechnique de Lorraine, 2011, p. 33-55.

[44] N. Rafatian, S. Miska, L. W. Ledgerwood, R. Ahmed, M. Yo et N. Takach – « Experimental study of mse of a single pdc cutter under simulated pressurized conditions », *Society of Petroleum Engineers* (2010), SPE-119302-MS.

[45] H. Reckmann, P. Jogi et C. Herbig – « Using dynamics measurements while drilling to detect lithology changes and to model drilling dynamics », *American Society of Mechanical Engineers* (2007), ASME 2007 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering.

[46] T. Ricco – « Numerical analysis of the nonlinear dynamics of a drill-string with uncertainty modeling », Thèse, Université Paris-Est, 2010, p. 1-68.

[47] T. Richard, E. Detournay, M. Fear, B. Miller, R. Clayton et O. Matthews – « Influence of bit-rock interaction on stick-slip vibrations of pdc bits », *Society of Petroleum Engineers* (2002), SPE-77616.

[48] T. Richard – « Self-excited stick-slip oscillations of drag bits », Thèse, University of Minnesota, 2001.

[49] T. Richard, F. Dagrain, E. Poyol et E. Detournay – « Rock strength determination from scratch tests », *Engineering Geology* **147–148** (2012), no. 0, p. 91 – 100.

[50] E. Robnett, G. H. J.A. Hood et J. Macpherson – « Analysis of the stick-slip phenomenon using downhole drillstring rotation data », *Society of Petroleum Engineers* (1991), SPE-52821.

[51] A. Rouabhi – « Comportement et fragmentation dynamiques des matériaux quasi-fragiles », Thèse, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004, p. 31-36.

[52] H. Sellami, C. Fairhurst, E. D. P. et B. Delbast – « The role of in-situ rock stresses and mud pressure on the penetration rate of pdc bits », *International Symposium on Mechanics and Physics of Rocks at Great Depths* **2** (1989), p. 769–77.

[53] H. Sellami – « Étude du travail d'un outil stratapax en forage pétrolier profond : Rapport intermédiaire n° 1 », Tech. report, Centre de Géotechnique et d'exploitation du sous-sol, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1990.

[54] M. Tijani – « Contributions à l'étude thermomécanique des cavités réalisées par lessivage dans des formations géologiques salines », Habilitation à diriger des recherches, Université Pierre et Marie Curie, Avril 2008, p. 17–22.

[55] S.-M. Tijani et G. Vouille – « FEM analysis of coupled THM process in fractured media with explicit representation of joints », *Developments in Geotechnical Engineering* **79** (1999), p. 165–80.

[56] J. Tlusty et M. Polacek – « The stability of machine tools against self excited vibrations in machining », *International Research in Production Engineering* (1963), p. 465–474.

[57] X. Wang – « Modélisation numérique des problèmes avec localisation de la déformation en bande de cisaillement », Habilitation à diriger des recherches, Université de Liège, 1993, p. 205–54.

[58] A. S. Yigit et A. P. Christoforou – « Stick-slip and bit-bounce interaction in oil-well drillstrings », *American Society of Mechanical Engineers* (2006).

## Résumé

L'optimisation des systèmes de forage nécessite une meilleure compréhension des vibrations indésirables comme le stick-slip. Ce phénomène vibratoire, qui affecte principalement les outils PDC (*Polycrystalline Diamond Compact*), met en péril l'intégrité des équipements de forage et réduit considérablement la vitesse de pénétration de l'outil. Plusieurs travaux ont été menés ces dernières années pour déterminer ses origines. Les observations réalisées en fond de puits montrent que ces oscillations s'accompagnent systématiquement d'une baisse du couple à l'outil en fonction de sa vitesse de rotation. De nombreux groupes de recherche attribuent cette baisse de performance à l'occurrence du stick-slip.

L'objectif de ce travail est de développer un modèle élémentaire de coupe qui permet d'analyser l'effet de la vitesse de coupe sur la forabilité des roches dans des conditions opératoires réalistes. Dans le cadre de cette thèse, nous avons réalisé une série d'essais de coupe en utilisant des taillants et des outils à échelle réelle dans trois roches de propriétés hydromécaniques différentes, et ceci à pression atmosphérique et sous pression de fluide. Les essais réalisés à pression atmosphérique montrent que les efforts élémentaires de forage augmentent avec la vitesse de coupe. Sous pression de boue, cet effet dépend largement de la perméabilité de la roche. En effet, nous avons observé que l'effet de la vitesse est relativement faible dans les formations de faible et de moyenne perméabilité sous pression de boue de 20 MPa. En revanche, cet effet augmente d'un ordre de grandeur dans les roches très perméables.

Afin de comprendre ces observations, nous avons développé un modèle hydromécanique d'interaction taillant-roche construit à partir de la théorie de la poroélastoplasticité. D'abord, le problème est résolu analytiquement en s'inspirant des travaux existants. Par la suite, nous avons apporté une résolution numérique aux éléments finis des équations de la promécanique appliquées à la coupe des roches sous pression de boue. Les deux modèles montrent que le phénomène de dilatance génère une baisse de la pression de pore qui augmente la résistance de la roche au forage. Cette chute de pression dépend de la vitesse de coupe ainsi que des caractéristiques hydrodynamiques de la roche. Les résultats théoriques ont été comparés aux nombreux résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de ce travail.



## Mots Clés

Coupe des roches, vibrations, stick-slip, vitesse de coupe, forabilité, dilatance, perméabilité, couplage hydromécanique



## Abstract

The optimization of the drilling practice requires a better understanding of drillstring harmful vibrations such as stick-slip. This form of torsional vibrations is a typical problem of PDC (Polycrystalline Diamond Compact) drillbits. It can reduce the rate of penetration drastically and can raise fatigue of the drilling devices. Many attempts were carried out in the last years in order to determine the causes of stick-slip phenomenon. Field observations show that torque on bit decreases as a function of bit velocity during stick-slip oscillations. Hence, it is widely believed that this decreasing relationship is the root cause of stick-slip.

The purpose of this work is to examine cutting speed influence on rock drillability as a function of operating conditions and hydromechanical properties of the drilled formation. For this, a set of drilling tests was performed in three sedimentary rocks of different permeability using a full scale PDC drillbit and a single PDC cutter. In the first step, dry tests were carried out at atmospheric pressure. As previously observed in literature, single-cutter tests showed that drilling forces increase with cutting velocity. In a second step, we performed the same experiments at 20 MPa bottom-hole pressure. It appears that rate effect on cutting forces in the medium and low-permeability rocks is relatively low. By contrast, rate effect in the highly permeable rock increases by one order of magnitude in comparison with dry experiments.

In order to understand this phenomenon, a steady state solution of the cutting model is derived in the framework of the theory of poroelastoplasticity. The problem is firstly solved analytically using some assumptions derived from previous works. Then, a numerical resolution based on finite element method is presented to solve the fully coupled problem ensuring the satisfaction of poro-material physics basic equations. Using these two different approaches, we show that pore pressure in shear-dilatant rocks decreases as a function of cutting velocity depending on rock permeability and interstitial fluid properties. This change has a hardening effect resulting in an increase of rock drilling resistance. Comparison between theory and experience shows good agreements.



## Keywords

Rock cutting, stick-slip, rate effect, drillability, dilatancy, permeability, hydromechanical coupling.