



Développement de métamatériaux super-absorbants pour l'acoustique sous-marine

Margaux Thieury

► To cite this version:

Margaux Thieury. Développement de métamatériaux super-absorbants pour l'acoustique sous-marine. Physique [physics]. Université Paris sciences et lettres, 2020. Français. NNT : 2020UPSLS004 . tel-03132690

HAL Id: tel-03132690

<https://pastel.hal.science/tel-03132690>

Submitted on 5 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PSL

Préparée à l'École supérieure de physique et de chimie industrielles
de la ville de Paris

À l'institut Langevin - Ondes et Images et au laboratoire Matière et Systèmes
Complexes

**Développement de métamatériaux super-absorbants pour
l'acoustique sous-marine**

Soutenue par

Margaux Thieury

Le 3 juin 2020

École doctorale n°564

Physique en Île-de-France

Spécialité

Physique

Composition du jury :

Claire Prada

Directrice de recherche CNRS-ESPCI Paris *Présidente*

Thomas Brunet

Maître de conférence (HDR), Université de Bordeaux *Rapporteur*

Philippe Roux

Directeur de recherche CNRS, Université Grenoble Alpes *Rapporteur*

Anne-Christine Hladky

Directrice de Recherche CNRS, IEMN Lille *Examinatrice*

Valentin Leroy

Directeur de recherche CNRS, Université de Paris *Co-Directeur de thèse*

Arnaud Tourin

Professeur à l'ESPCI Paris *Directeur de thèse*

Remerciements

Il y a trois ans, une amie m'a dit : "tu peux foncer les yeux fermés faire une thèse avec Arnaud Tourin et Valentin Leroy". Alors c'est ce que j'ai fait. Et il semble effectivement qu'elle ne se soit pas trompée; Arnaud et Valentin se sont révélés être des directeurs de thèse idéaux sur tous points et complémentaires dont le soutien et la bienveillance constants m'ont permis de prendre confiance en moi pour arriver au bout de la thèse.

Aussi je voudrais remercier infiniment Valentin pour m'avoir transmis sa passion des bulles et dont la persévérance a été un modèle à suivre tout au long de ce projet. Un tout aussi grand merci à Arnaud, qui malgré son poste de directeur à l'institut Langevin a toujours trouvé le temps de discuter, de partager et de porter un regard neuf sur les questions que l'on s'est posés.

La bonne ambiance de travail que j'ai trouvé au sein de l'Institut Langevin compte tout autant que l'exceptionnel encadrement scientifique dont j'ai pu bénéficier. Et je remercie pour cela tous les membres de l'institut Langevin et en particulier toute la petite famille de doctorants et post-doctorants. En commençant par mes camarades du bureau R32 qui se sont relayés : Elodie, Samuel, Simon, Philipp, Claire, Vincent, Mathieu, Loubnan, Clément. Merci à Romain pour ses cours d'origami, à Léo pour sa bonne humeur communicative malgré son manque d'ouverture cinématographique, merci à Kass en lui souhaitant bonne chance avec tous ces garçons, et merci à Max pour l'organisation de ces vacances épiques. Un merci également aux bureaux d'à côté : Jules, Maxime, François, William, Jeanne, Noet, Camilo.

Je n'oublie pas de remercier l'équipe "support" de l'institut pour son aide quotidienne qui ont largement contribué à me faciliter le travail durant ces trois ans.

Je remercie Thales DMS pour avoir financé ces travaux et toute l'équipe que j'ai côtoyée pendant mes courts séjours en entreprise. Surtout merci à Jean Dasse, mon tuteur scientifique, pour son suivi tout au long de la thèse et son aide indispensable pour me lancer dans les simulations numériques.

REMERCIEMENTS

Je souhaite également profiter des ces lignes pour remercier chaleureusement mes deux rapporteurs, Thomas Brunet et Philippe Roux, qui ont lu minutieusement mon manuscrit ainsi que Anne-Christine Hladky et Claire Prada qui m'ont accordé l'honneur de participer à mon jury de soutenance.

Enfin je remercie tous mes amis qui m'ont épaulé durant cette thèse, ceux de la cité universitaire, ma famille "cheval", et bien sûr Camille pour m'avoir lancée dans cette aventure et à qui je pardonne volontiers cette folie. Pour finir, un immense merci à ma famille, qui malgré l'éloignement a toujours été là quand il le fallait.

Table des matières

Remerciements	1
Introduction	7
1 Contexte de l'étude et état de l'art	11
1.1 Contexte	12
1.1.1 Anéchoïsme et masquage	12
1.1.2 Caractéristiques recherchées pour un revêtement anéchoïque	13
1.2 Revêtements anéchoïques pour l'acoustique sous-marine	14
1.2.1 Matériaux macro-inclusionnaires	14
1.2.2 Matériaux micro-inclusionnaires	15
1.2.3 Autres solutions possibles pour améliorer l'anéchoïsme du sous marin	16
1.3 Métamatériaux	16
1.4 Méta-écrans bulleux	17
2 Modèle analytique pour les méta-écrans bulleux	19
2.1 Diffusion acoustique par une bulle unique	20
2.1.1 Résonance de Minnaert d'une bulle dans l'eau	20
2.1.2 Amplitude de diffusion	21
2.1.3 Sources d'amortissement	21
2.1.4 Cas général : une bulle dans un matériau viscoélastique	23
2.2 Plan de bulles	24
2.2.1 Réflexion sur un plan de bulles	24
2.2.2 Condition de couplage critique	27
2.3 Plan de bulles sur un réflecteur	30
2.3.1 Nouvelle condition de couplage critique	30
2.3.2 Optimisation de l'absorption pour une rhéologie donnée	31
2.3.3 Prise en compte d'interfaces supplémentaires	34
2.4 Conclusion	37

3	Validation numérique et expérimentale du modèle analytique	39
3.1	Validation numérique	41
3.1.1	Description synthétique du modèle numérique	41
3.1.2	Validation du modèle analytique	42
3.2	Combinaison du modèle analytique avec un modèle rhéologique réaliste . .	43
3.2.1	Modèle de Zener fractionnaire	43
3.2.2	Exemple d'optimisation à basses fréquences	46
3.3	Validation expérimentale	47
3.3.1	Fabrication des méta-écrans bulleux	48
3.3.2	Montage expérimental	51
3.3.3	Validation du dispositif expérimental	56
3.3.4	Mesures acoustiques sur les méta-écrans	61
3.3.5	Mesures rhéologiques	64
3.3.6	Comparaison avec le modèle analytique	69
3.4	Conclusion	73
4	Prise en compte des effets de la pression statique et de la température	75
4.1	Étude analytique et numérique des effets de la pression statique et de la température	77
4.1.1	Effet de la pression	77
4.1.2	Effet de la température	90
4.1.3	Proposition d'optimisation pour une température et une pression données	91
4.2	Mesures sur des méta-écrans comprimés	94
4.2.1	Dispositif expérimental	94
4.2.2	Mesures du coefficient de transmission à pression nulle	95
4.2.3	Procédure de calibration de la pression appliquée	97
4.2.4	Résultats des mesures en transmission sous pression	98
4.2.5	Influence de la forme cylindrique des inclusions et de leur position dans l'épaisseur du méta-écran	100
4.3	Conclusion	103
5	Prise en compte de l'effet de la forme des inclusions	105
5.1	Modèle phénoménologique pour un méta-écran à inclusions cylindriques aplaties	106
5.1.1	Diffusion par un cylindre unique	107
5.1.2	Réflexion sur un réseau de cylindres	114
5.1.3	Optimisation d'un méta-écran bulleux à inclusions cylindriques apla- ties	117
5.1.4	Test de la méthode sur un élastomère à rhéologie complexe	118

5.2	Le méta-écran à cavités cylindriques sous pression	119
5.2.1	Les cylindres sous pression	119
5.2.2	Comportement acoustique du méta-écran à cavités cylindriques en compression	121
5.3	Conclusion	124
Conclusion		125
Bibliographie		131

TABLE DES MATIÈRES

Introduction

Contrairement aux ondes électromagnétiques, les ondes sonores se propagent dans l'eau sur de très grandes distances. C'est ce qui a permis à Paul Langevin, Professeur de physique à l'ESPCI, d'imaginer le premier dispositif de détection des sous-marins exploitant les échos que ceux-ci renvoient lorsqu'ils sont insonifiés par une onde acoustique incidente. C'est en 1916, c'est-à-dire dans le contexte de la première guerre mondiale, que lui-même et l'ingénieur Constantin Chilowski ont déposé la demande de brevet décrivant un tel dispositif. Ils ont ainsi ouvert la voie au développement, dans sa version active, de ce que l'armée américaine baptisera plus tard le SONAR (SOund NAvigation and Ranging). Les premiers sonars utilisés par les marines alliées à la fin de la première guerre mondiale étaient toutefois passifs : n'émettant aucun son, ils écoutaient le bruit que les sous-marins produisaient et qui trahissait ainsi leur présence.

Les premiers sonars actifs ont été mis au point et testés par la Royal Navy dans l'entre-deux-guerres, puis utilisés durant la seconde guerre mondiale sous la dénomination ASDIC pour "Allied Submarine Detection Investigation Committee". C'est également pendant la seconde guerre mondiale que les Allemands ont conçu le premier revêtement anti-ASDIC. Baptisé "Alberich", du nom d'un personnage de la mythologie germanique qui avait fabriqué une cape d'invisibilité, il est le fruit du travail d'un acousticien allemand E. Meyer et de son groupe en 1943. Criblé de multiples trous de différents diamètres, ce revêtement en caoutchouc était capable d'absorber les ondes des ASDIC alliés, ce qui rendait indétectable le sous-marin U-boot qui en était équipé.

Aujourd'hui, les sonars sont bien plus performants qu'à l'époque. Surtout, les fréquences qu'ils utilisent sont bien plus basses que celles des premiers ASDIC dont la bande s'étalait entre 14 et 22 kHz. À l'état de l'art, les matériaux anéchoïques actuellement disponibles et répondant aux contraintes d'utilisation en milieu sous-marin (faible épaisseur, faible compressibilité, tenue à l'environnement chimique et mécanique) sont relativement efficaces pour des fréquences supérieures à ≈ 5 kHz avec un ratio "épaisseur sur longueur d'onde dans l'eau" de l'ordre de $1/4$. Pour améliorer la portée de détection, les fréquences d'émission des sonars actifs peuvent toutefois descendre à des fréquences bien inférieures à 5 kHz pour lesquelles l'efficacité des revêtements est faible pour des épais-

seurs raisonnables. Il faut donc concevoir de nouveaux types de revêtements performants en basse fréquence pour lesquels on saura minimiser la dépendance des caractéristiques avec l'immersion. La mise au point de tels revêtements super-absorbants est un enjeu important, non seulement pour réduire la signature acoustique du sous-marin, mais aussi pour améliorer l'efficacité des systèmes de sonar embarqués ; placés dans l'environnement des antennes, ces revêtements dédiés doivent en effet permettre de diminuer les réflexions parasites venant perturber les signaux qu'elles reçoivent. C'est dans ce contexte que s'est inscrit ce travail de thèse CIFRE financé par la société Thales (Defense Mission Systems) et mené au sein de deux laboratoires parisiens : l'Institut Langevin (ESPCI Paris, Université PSL, CNRS) et le laboratoire Matière et Systèmes Complexes (Université de Paris, CNRS).

Il s'est agi de définir une nouvelle stratégie pour déterminer les caractéristiques de revêtements anéchoïques qui tiennent compte de fréquences d'insonification basses, des effets de l'immersion (augmentation de la pression statique et modification de la température) et de la nature de matériaux élastomères choisis pour être compatibles avec les contraintes liées à l'environnement sous-marin (chimique, mécanique, UV, ...).

Le contexte de l'étude sera plus amplement exposé dans le **chapitre 1**. On y présentera brièvement l'état de l'art, en insistant sur les contraintes à respecter dans l'élaboration de tels revêtements anéchoïques. Deux types de matériaux se sont imposés jusqu'ici : les revêtements macro-inclusionnaires (Alberich), d'une part, les matériaux micro-inclusionnaires, d'autre part. Compte tenu de l'évolution des sonars, les performances de ces matériaux doivent être améliorées et des solutions alternatives sont aussi à l'étude. Pour notre part, nous avons choisi de revisiter le concept de revêtement de type Alberich sous l'angle des métamatériaux, un métamatériau pouvant se définir comme un assemblage de résonateurs ("méta-atomes") dont la longueur d'onde à résonance est beaucoup plus grande que leur dimension physique.

Le métamatériau que nous présenterons dans le **chapitre 2** repose sur l'utilisation de résonateurs très communs mais pourtant très efficaces : les bulles d'air. Dans l'eau, celles-ci possèdent une résonance très basse fréquence, particularité qui avait été mise en lumière par Minnaert dès 1933 [39]. En les positionnant périodiquement dans une matrice visco-élastique, il est possible d'élaborer un écran de bulles absorbant de faible épaisseur devant la longueur d'onde (un "méta-écran superabsorbant") dont un modèle analytique permet de décrire le comportement acoustique [33]. Avec ce modèle, il est très simple de déterminer les paramètres du "méta-écran" qui optimisent son pouvoir absorbant à la fréquence choisie.

Dans le **chapitre 3**, nous validerons ce modèle, tout d'abord en confrontant ses prédictions avec des résultats de simulations numériques. La géométrie périodique du plan de bulles autorise la réalisation de simulations par éléments finis sous le logiciel Comsol Multiphysics®. Il est en effet possible de réduire l'étude à une unique maille élémentaire et d'appliquer des conditions périodiques sur les frontières. Dans un second temps, nous présenterons une validation expérimentale de ce modèle à fréquences dites "intermédiaires" entre 40 et 120 kHz. À cette fin, des méta-écrans optimisés pour ces fréquences ont été fabriqués au laboratoire et des expériences ont été réalisées dans une cuve remplie d'eau de petites dimensions pour caractériser la réflexion et la transmission de plaques rigides recouvertes de ces méta-écrans.

Un des points sensibles des revêtements d'élastomère à inclusions d'air est la dépendance de leurs propriétés acoustiques à la pression d'immersion et la température. En effet, sous l'effet de l'augmentation de la pression, ces revêtements se déforment et la fraction volumique d'air diminue, ce qui modifie leurs propriétés d'absorption. De même, une baisse de la température affecte les propriétés rhéologiques de l'élastomère, augmentant sa raideur. Peu d'études ont été menées jusqu'à présent pour quantifier ces effets. Dans le **chapitre 4**, nous avons mené une étude numérique qui nous a permis de modifier notre modèle analytique afin qu'il tienne compte de l'évolution de la température et de la pression. Nous sommes ainsi en mesure de proposer une géométrie de méta-écran optimisée à une pression et à une température données. La mise en place d'expériences en compression requiert une infrastructure lourde. Nous nous sommes donc contentés de réaliser des expériences à petite échelle et à "fréquences intermédiaires", expériences dans lesquelles le méta-écran est simplement comprimé entre deux plaques avant de mesurer la transmission de l'ensemble.

Dans le **chapitre 5**, nous étendrons le modèle au cas de méta-écrans à inclusions cylindriques. Le modèle de base suppose des inclusions sphériques. Or, pour des questions pratiques, il est plus facile de fabriquer des revêtements à inclusions cylindriques. Qui plus est, "aplatir" les cylindres est un moyen de diminuer l'épaisseur des revêtements. Il est donc intéressant de modéliser des revêtements comportant des inclusions cylindriques très aplaties. Bien que le volume de telles inclusions varie davantage que celui d'une sphère sous l'effet de la pression, nous verrons que les propriétés absorbantes de tels revêtements sont pourtant plutôt moins affectées que celles de revêtements à inclusions sphériques.

Chapitre 1

Contexte de l'étude et état de l'art

Sommaire

1.1	Contexte	12
1.1.1	Anéchoïsme et masquage	12
1.1.2	Caractéristiques recherchées pour un revêtement anéchoïque . .	13
1.2	Revêtements anéchoïques pour l'acoustique sous-marine . . .	14
1.2.1	Matériaux macro-inclusionnaires	14
1.2.2	Matériaux micro-inclusionnaires	15
1.2.3	Autres solutions possibles pour améliorer l'anéchoïsme du sous marin	16
1.3	Métamatériaux	16
1.4	Méta-écrans bulleux	17

Dans ce chapitre, nous exposerons brièvement le contexte de l'étude en commençant par définir la problématique des revêtements anéchoïques en acoustique sous-marine. Après avoir précisé les conditions qu'ils doivent remplir, nous présenterons quelques exemples de revêtement, dont les revêtements de type Alberich. Puis, nous introduirons le concept de métamatériaux sur lequel nous nous sommes appuyés au cours de cette thèse pour revisiter les revêtements de type Alberich.

1.1 Contexte

1.1.1 Anéchoïsme et masquage

Il existe deux types de SONAR utilisés pour la détection des sous-marins : les uns, passifs, écoutent les bruits générés par le sous-marin lui-même, tandis que les autres, actifs, exploitent la réflexion des ondes sonores sur la coque. Pour ne pas révéler sa présence, un sous-marin doit donc générer le moins de bruit possible (propriété de **discrétion**) et ne pas réfléchir les ondes acoustiques (propriété de **furtivité**). Pour réduire la transmission des bruits internes du sous-marin dans le milieu environnant, on peut faire appel à des revêtements dits de **masquage** (1.1.a). Pour absorber les ondes acoustiques incidentes, on utilise des revêtements **anéchoïques** (1.1.b).

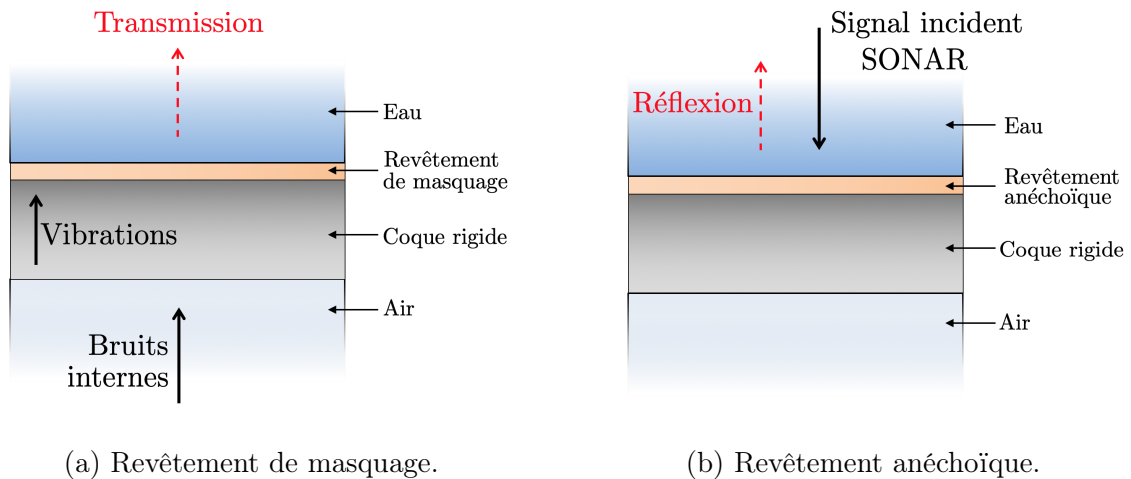


FIGURE 1.1: Principes d'un revêtement (a) de masquage, et (b) anéchoïque. Notons que, dans le cas du masquage, le revêtement peut également être placé en interne pour jouer le rôle d'une barrière acoustique.

Les revêtements acoustiques absorbants sont également nécessaires en environnement d'antennes. Comme illustré sur la figure 1.2, ils permettent en effet de diminuer l'impact des signaux parasites provenant des échos produits par les réflexions du signal incident. C'est un sujet qui intéresse tout particulièrement la société Thalès pour les systèmes

sonars qu'elle développe. C'est dans ce contexte que s'inscrit mon travail de thèse qui vise à développer un modèle semi-analytique pour guider la conception de revêtements anéchoïques pour l'environnement d'antennes.

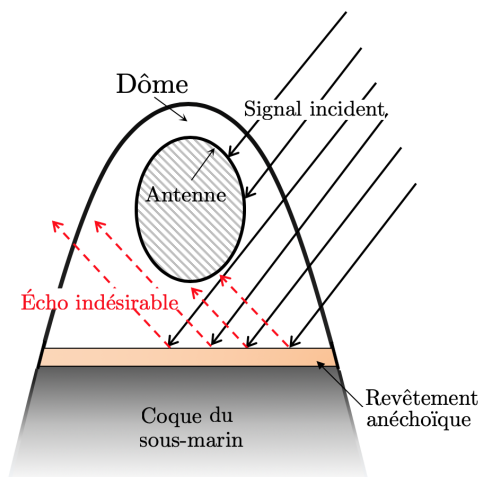


FIGURE 1.2: Illustration d'utilisation d'un revêtement absorbant dans un environnement d'antenne.

1.1.2 Caractéristiques recherchées pour un revêtement anéchoïque

La première donnée d'entrée pour la conception d'un revêtement anéchoïque est la fréquence autour de laquelle son pouvoir absorbant doit être optimal. À cette fréquence correspond une longueur d'onde, λ , qui définit *a priori* l'échelle de longueur sur laquelle on peut espérer dissiper efficacement l'énergie acoustique. Dans le cas d'un matériau absorbant homogène, il faut en effet une épaisseur de revêtement qui soit au moins de l'ordre de λ . Plus la fréquence visée est basse, plus l'épaisseur du revêtement doit donc être importante. À une fréquence de 20 kHz, il faut une épaisseur d'au moins $\lambda = 7.5$ cm. Lorsque l'on passe à 2 kHz, la longueur d'onde est de 75 cm, ce qui rend difficilement envisageable l'usage d'un matériau homogène. Il faut donc concevoir des revêtements capables d'absorber l'énergie acoustique incidente sur une épaisseur plus faible que λ . Les performances d'un tel revêtement, dit "super-absorbant", sont caractérisées par deux indicateurs : la réduction de la réflexion à laquelle il conduit, et le rapport e/λ de son épaisseur sur la longueur d'onde.

Au-delà de cette contrainte d'épaisseur, un revêtement anéchoïque pour l'acoustique sous-marine doit satisfaire plusieurs autres contraintes liées à ses conditions d'utilisation. Ainsi :

- il doit être composé de matériaux capables de résister aux conditions chimiques (sel, rayonnement ultraviolet...) et mécaniques (pressions élevées) propres à l'environnement sous-marin ;

- il doit être aussi peu compressible que possible. En effet, un sous-marin se déplace suivant l'axe vertical en modifiant son volume (via ses ballasts). L'ajout d'éléments compressibles peut conduire à une dégradation de sa navigabilité ;
- il doit conserver ses performances d'absorption acoustique lorsque la pression et/ou la température varient. Nous verrons que dans le cas des revêtements à l'étude au cours de cette thèse (élastomères contenant des cavités d'air), cette contrainte est particulièrement importante.

1.2 Revêtements anéchoïques pour l'acoustique sous-marine

Les revêtements anéchoïques pour l'acoustique sous-marine consistent souvent en des matériaux élastomères incluant des cavités d'air. On distingue en général les matériaux macro-inclusionnaires des matériaux micro-inclusionnaires. Pour une bibliographie détaillée, nous renvoyons le lecteur à la thèse de Pierre Méresse [37].

1.2.1 Matériaux macro-inclusionnaires

Les matériaux macro-inclusionnaires sont formés d'une matrice d'élastomère dans laquelle sont distribuées périodiquement des macro-cavités d'air (dont la taille peut aller de quelques millimètres à quelques centimètres). L'exemple historique est le revêtement de type Alberich développé par les Allemands durant la seconde guerre mondiale [38]. Le Unterseeboot 480 (U-480) qui fut recouvert de ces tuiles d'Alberich demeura indétectable aux sonars ASDIC alliés. Son épave fut retrouvée en 1998, avec une bonne partie de son revêtement encore visible (figure 1.3).



FIGURE 1.3: Tuiles d'Alberich retrouvées sur le U-480 allemand.

Ce type de revêtement est encore utilisé aujourd'hui et fait toujours l'objet d'études académiques. La réduction de l'écho d'un support en acier pourvu d'un tel revêtement est liée à la mise en résonance des cavités cylindriques d'air. Ainsi, Gaunard et Lane [12, 27] ont mis en évidence l'importance des oscillations radiales des parois latérales des cavités ainsi que des oscillations "en peau de tambour" des parois à la base du cylindre dans le processus de dissipation. Hladky-Hennion et Decarpigny [19] ont ensuite développé une simulation par éléments finis pour calculer la transmission du son à travers un matériau de type Alberich. Des conditions de Bloch ont été imposées aux frontières de la cellule unitaire pour simuler la périodicité structurelle. Easwaran et Munjal ont proposé une étude numérique similaire qui visait cette fois à étudier la réflexion sur un revêtement de type Alberich en réduisant le maillage nécessaire au quart de la cellule unitaire [10]. Calvo *et al.* [7, 8] ont également étudié numériquement et expérimentalement la transmission d'une onde plane à travers un tel revêtement. Ils ont mené des études paramétriques pour identifier l'effet du rapport d'aspect des cavités cylindriques sur la résonance de la cavité, dans le but de développer un revêtement acoustique plus fin pour une gamme de fréquences donnée.

Peu d'études analytiques ont été menées. On peut citer celle dans laquelle Gaunard a développé un modèle unidimensionnel reposant sur l'hypothèse de cavités suffisamment espacées pour éviter tout couplage entre elles. Ivansson a, quant à lui, utilisé une méthode semi-analytique LMS (Layer Multiple Scattering method) pour étudier le comportement acoustique d'un revêtement à inclusions cylindriques [21]. Il s'est ensuite intéressé à d'autres formes d'inclusions telles que des cavités ellipsoïdales bi-disperses [22] ou encore des inclusions cylindriques de longueurs infinies [23]. Ce dernier cas a fait l'objet d'une étude analytique par Sharma *et al.* [50]

1.2.2 Matériaux micro-inclusionnaires

Les matériaux micro-inclusionnaires sont constitués de micro-cavités d'air (de quelques dizaines de μm) réparties aléatoirement dans une matrice d'élastomère (généralement des polyuréthanes). Les micro-cavités sont généralement encapsulées dans des coques en matériau viscoélastique qu'on appelle micro-ballons. L'ajout de micro-inclusions modifie significativement les propriétés de l'élastomère. Il conduit à une diminution des vitesses effectives des ondes longitudinales et à un accroissement de l'absorption du matériau. L'ajout de particules denses peut également être utilisé pour ajuster la densité du matériau.

1.2.3 Autres solutions possibles pour améliorer l'anéchoïsme du sous marin

Howarth *et al.* [20] et Lafleur *et al.* [26] ont proposé le principe d'un système d'atténuation actif dans lequel des matériaux piezoélectriques génèrent une onde en opposition de phase avec l'onde incidente. Une telle solution permettrait de s'affranchir des contraintes d'épaisseur et de celles liées à la pression d'immersion.

Pour pallier la difficulté d'absorber les basses fréquences, Guo *et al.* [15] ont, quant à eux, proposé d'exploiter des phénomènes non linéaires pour convertir les basses fréquences en hautes fréquences, plus faciles à dissiper. En pratique, cette solution ne paraît adaptée que pour des ondes incidentes d'amplitude suffisamment grande pour que la non-linéarité du milieu puisse s'exprimer.

1.3 Métamatériaux

Un métamatériau est un matériau composite artificiel réalisé à partir de l'assemblage de résonateurs ("méta-atomes") dont la longueur d'onde à résonance est beaucoup plus grande que leur dimension physique. A l'échelle macroscopique, un métamatériau est susceptible de présenter des propriétés que l'on ne rencontre pas dans la nature. Ce concept trouve son origine dans les travaux théoriques, longtemps restés dans l'ombre, d'un physicien soviétique, Veselago [52]. En partant des équations de l'électrodynamique, celui-ci a montré qu'un matériau pouvait présenter un indice de réfraction négatif pour autant que sa permittivité diélectrique et sa perméabilité magnétique soient toutes les deux négatives. Si les métaux présentent une permittivité négative aux fréquences optiques, il n'existe pas de matériau naturel avec une perméabilité négative.

Une première étape importante dans la quête de matériaux à indice de réfraction négatif a été franchie en 1996 par John Pendry [43]. Celui-ci a montré qu'un réseau de fils métalliques parallèles présentait une permittivité négative à des fréquences bien plus basses que la fréquence de plasma du métal en volume, ce qui a ouvert la voie à la conception de matériaux présentant des propriétés de négativité dans le domaine des micro-ondes. Peu après, le même John Pendry a montré qu'un milieu composé de petits anneaux conducteurs fendus ("split ring resonators") pouvait présenter une perméabilité négative. C'est en reprenant ces idées, que D. Smith *et al.* ont fabriqué le premier métamatériau à indice de réfraction négatif; il a été conçu comme un réseau périodique de cellules élémentaires [51], ladite cellule étant composée d'une tige métallique et d'un anneau conducteur fendu. A l'interface entre un tel matériau et un matériau à indice de réfraction positif, une onde électromagnétique est réfractée du "mauvais côté de la normale" et la vitesse de groupe et la vitesse de phase sont anti-colinéaires. Autrement dit, le trièdre $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ devient indirect. C'est pourquoi un matériau à indice de réfraction négatif est-il qualifié de "gau-

cher" ("left handed material"). Il permet de réaliser une lentille plate, dite "lentille de Pendry" [42].

Depuis lors, le domaine des métamatériaux a connu un formidable engouement. En acoustique, le premier métamatériau (présentant une densité de masse négative) a été conçu dans l'équipe de Ping Sheng [35] et la première lentille plate pour la gamme de l'audible a été réalisée à l'Institut Langevin [24]. Au-delà des efforts consentis pour concevoir des matériaux dont l'un au moins des paramètres effectifs est négatif, l'idée très générale de contrôler ces paramètres à des échelles sub-longueur d'onde a également conduit au développement de l'optique, puis de l'acoustique, transformationnelle. Fondée sur l'invariance des équations fondamentales de l'électromagnétisme par rapport aux déformations de l'espace, elle a notamment conduit Pendry à proposer une "cape d'invisibilité" [44] : des ondes incidentes sur une telle cape la contournent pour se reformer ensuite inchangées, comme si de rien n'était. Des capes d'invisibilité ont été mises au point pour les ondes électromagnétiques [49], les ondes sismiques [6] et les ultrasons [58].

Si le sujet des métamatériaux reste d'actualité, bien des applications promises tardent à voir le jour. Les métamatériaux tirant leurs propriétés des résonateurs qui les composent sont en effet sujets à des pertes importantes. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle la quête de métamatériaux super-absorbants (absorbant parfaitement une onde incidente sur une épaisseur bien plus petite que la longueur d'onde), notamment en acoustique pour l'isolation phonique [56], est devenu un domaine de recherche très actif.

1.4 Méta-écrans bulleux

Depuis quelques années, des chercheurs de l'Institut Langevin (Arnaud Tourin, Fabrice Lemoult) et du laboratoire Matière et Systèmes Complexes (Valentin Leroy) travaillent à la mise au point de métamatériaux localement résonants présentant des propriétés de transmission ajustables. La cellule élémentaire de ces métamatériaux consiste en une simple bulle d'air. Une bulle d'air dans l'eau présente une résonance basse fréquence, dite résonance de Minnaert, à laquelle correspond une longueur d'onde dans l'eau 500 fois plus grande que son rayon. On peut mettre à profit cette résonance pour réaliser des méta-écrans de bulles (c'est-à-dire des arrangements bi-dimensionnels de bulles) capables d'absorber jusqu'à 50% de l'énergie acoustique incidente [5].

En pratique, ces bulles ne peuvent évidemment pas être maintenues immobiles dans l'eau. Mais il a été montré que des bulles emprisonnées dans un fluide à seuil [34] ou dans un solide mou [30] se comportaient de façon similaire, à la nuance près que la résonance de Minnaert dépend alors aussi des propriétés viscoélastiques de la matrice hôte.

De tels méta-écrans bulleux ont pu être fabriqués en utilisant des techniques de photolithographie douce pour piéger des cavités cylindriques dans du PDMS [30]. Pourvu que le rapport d'aspect des cylindres reste proche de 1, une cavité cylindrique se comporte

acoustiquement de façon très similaire à une bulle sphérique de même volume. On peut alors disposer d'une expression analytique simple pour prédire les coefficients de transmission et de réflexion du méta-écran [34]. On peut ainsi, d'une part, mieux comprendre les processus physiques à l'origine de la dissipation acoustique et, d'autre part, déterminer les paramètres conduisant à une absorption optimale. Ainsi, il a été montré théoriquement, et vérifié expérimentalement dans la gamme du MHz, qu'une plaque rigide immergée dans l'eau pouvait être rendue invisible lorsqu'elle était recouverte d'un méta-écran dont les paramètres géométriques et rhéologiques avaient été optimisés pour remplir la condition dite de couplage critique [33].

Ce sont ces travaux qui nous ont incités à revisiter, au cours de cette thèse, le concept de revêtement de type Alberich. En prenant comme point de départ le modèle analytique que nous présenterons dans le prochain chapitre, nous avons bâti un modèle analytique qui tient compte des contraintes inhérentes à l'environnement sous-marin. C'est ce que nous décrirons dans les chapitres 3, 4 et 5.

Chapitre 2

Modèle analytique pour les méta-écrans bulleux

D'ordinaire, une onde est très peu diffusée par un objet petit par rapport à sa longueur d'onde (diffusion de *Rayleigh*). Mais le cas de la bulle est bien différent : une bulle d'air de 3 mm de rayon dans l'eau possède une fréquence de résonance de 1 kHz, ce qui correspond à une longueur d'onde dans l'eau de 1.5 m, c'est-à-dire 500 fois la taille de la bulle. Dans ce chapitre, nous donnons les équations principales permettant de prédire le comportement acoustique d'une bulle, puis d'un réseau bi-dimensionnel de bulles, que l'on appelle "méta-écran bulleux". On montre ensuite que disposer d'une expression analytique des coefficients de transmission et de réflexion du méta-écran permet de déterminer la géométrie optimale pour absorber un maximum d'énergie acoustique. Pour un méta-écran seul, on ne peut absorber plus de la moitié de l'énergie incidente, mais dans le cas d'un méta-écran placé devant un réflecteur rigide, une absorption théorique de 100% est possible.

Sommaire

2.1	Diffusion acoustique par une bulle unique	20
2.1.1	Résonance de Minnaert d'une bulle dans l'eau	20
2.1.2	Amplitude de diffusion	21
2.1.3	Sources d'amortissement	21
2.1.4	Cas général : une bulle dans un matériau viscoélastique	23
2.2	Plan de bulles	24
2.2.1	Réflexion sur un plan de bulles	24
2.2.2	Condition de couplage critique	27
2.3	Plan de bulles sur un réflecteur	30
2.3.1	Nouvelle condition de couplage critique	30
2.3.2	Optimisation de l'absorption pour une rhéologie donnée	31

2.3.3	Prise en compte d'interfaces supplémentaires	34
2.4	Conclusion	37

2.1 Diffusion acoustique par une bulle unique

Avant de considérer un réseau de bulles, nous nous intéresserons à la diffusion par une bulle unique, d'abord plongée dans l'eau, puis dans un matériau viscoélastique, constituant principal du méta-écran bulleux.

2.1.1 Résonance de Minnaert d'une bulle dans l'eau

Généralement, un diffuseur petit devant la longueur d'onde ne perturbe que faiblement la propagation d'une onde (diffusion de *Rayleigh*). Mais, notre diffuseur d'intérêt, la bulle d'air, va interagir de façon résonante avec une onde de longueur d'onde bien plus grande que sa dimension. Cette spécificité s'explique simplement si l'on compare la bulle d'air plongée dans l'eau à un oscillateur harmonique.

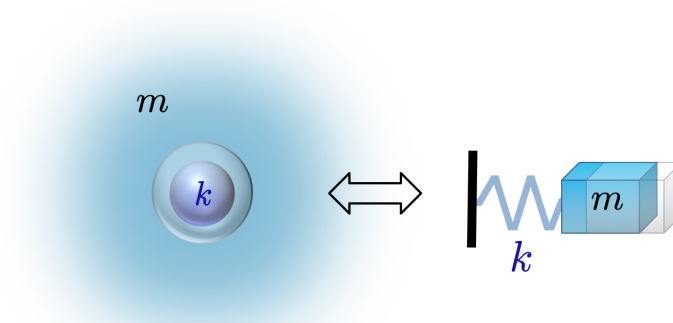


FIGURE 2.1: Analogie entre l'oscillation d'une bulle d'air dans l'eau et celle d'un système masse-ressort

L'oscillation de la bulle à sa fréquence propre est analogue à celle d'un système masse-ressort (cf figure 2.1) : la bulle oscille autour de sa position d'équilibre comme le ferait une masse accrochée à un ressort que l'on comprime avant de le relâcher. Comme pour un système masse-ressort, la pulsation propre est donnée par la formule $\sqrt{k/m}$ où k est la raideur du ressort et m la masse. Dans notre cas, la raideur k est donnée par la compressibilité de l'air et la masse m par l'inertie de l'eau. Puisque le gaz présent est particulièrement compressible (k petit) et que la masse est particulièrement importante, la résonance est très basse fréquence.

Appelée fréquence de Minnaert [1], elle est donnée par :

$$\omega_M = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho_e}}, \quad (2.1)$$

où a est le rayon de la bulle, γ le rapport des chaleurs spécifiques du gaz, P_0 la pression du gaz et ρ_e la densité de l'eau.

2.1.2 Amplitude de diffusion

Lorsqu'une bulle de rayon a est excitée par une onde plane incidente $p_{\text{inc}} e^{i(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t)}$, le champ de pression se décompose en deux parties. La première est la pression acoustique associée à l'onde se propageant comme si la bulle n'était pas présente. La seconde est la pression diffusée prenant la forme d'une onde sphérique pondérée par l'amplitude de diffusion monopolaire f de la bulle et l'amplitude p_{inc} de la pression incidente : $p_{\text{inc}} f e^{i(k_0 r - \omega t)} / r$. L'amplitude de diffusion monopolaire [1, 29] est donnée par :

$$f(\omega) = \frac{a}{\left(\frac{\omega_M}{\omega}\right)^2 - 1 - i\delta^{\text{tot}}} \quad (2.2)$$

Le terme δ^{tot} regroupe les différents termes d'amortissement. C'est lui qui va déterminer la largeur de la résonance. Il regroupe plusieurs mécanismes d'amortissement qui seront mis à profit pour maximiser l'absorption.

2.1.3 Sources d'amortissement

On distingue trois contributions à l'amortissement des oscillations de la bulle qui sont regroupées dans le terme δ^{tot} .

$$\delta^{\text{tot}} = \delta^{\text{rad}} + \delta^{\text{vis}} + \delta^{\text{th}} \quad (2.3)$$

La **contribution radiative à l'amortissement** $\delta^{\text{rad}} = k_0 a$ correspond à l'énergie rayonnée lorsque la bulle oscille.

S'y ajoutent deux sources de dissipation :

- un **amortissement visqueux** δ^{vis} lié à la viscosité η du fluide environnant :

$$\delta^{\text{vis}} = \frac{4\eta}{\rho_e a^2 \omega} \quad (2.4)$$

- **un amortissement d'origine thermique** δ^{th} qui traduit des échanges thermiques entre l'air et le fluide environnant [46] :

$$\delta^{\text{th}} = \frac{1}{3\gamma} \left(\frac{\omega_M}{\omega} \right)^2 \text{Im} \left\{ \frac{3\gamma}{1 + 3(\gamma - 1)i \left(\frac{l_D}{a} \right)^2 \left[1 - \sqrt{i} \frac{a}{l_D} \coth \left(\sqrt{i} \frac{a}{l_D} \right) \right]} \right\}, \quad (2.5)$$

où $l_D = \sqrt{D/\omega}$ est la longueur de pénétration thermique, avec $D = K/\rho_e C_{pe}$ le coefficient de diffusion thermique, K la conductivité thermique du gaz et C_{pe} la capacité thermique massique.

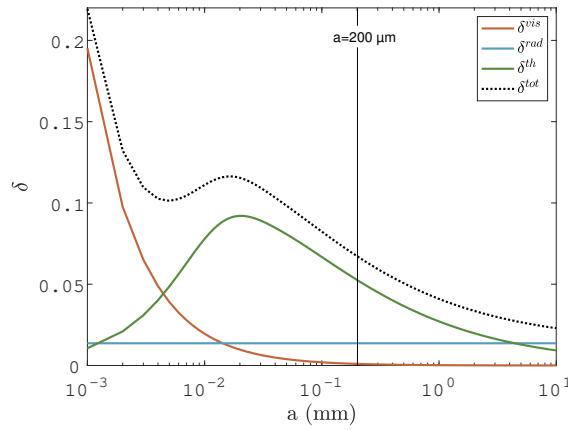


FIGURE 2.2: Les trois contributions à l'amortissement des oscillations d'une bulle dans l'eau à résonance en fonction de son rayon.

Sur la figure 2.2, on se place dans le cas où le fluide environnant est l'eau et on compare l'évolution de ces trois coefficients d'amortissement à résonance en fonction du rayon de la bulle. Pour des bulles très petites, la principale source d'atténuation est d'origine visqueuse, tandis que le coefficient d'amortissement thermique devient prédominant par la suite en passant par un maximum pour des bulles de l'ordre de $10 \mu\text{m}$.

Pour l'application visée, on s'intéresse à des bulles de rayon plus important présentant des résonances plus basses fréquences. En prenant l'exemple d'une bulle de rayon $a = 200 \mu\text{m}$ qui a pour fréquence de résonance 16.3 kHz , c'est le coefficient d'amortissement thermique qui domine les deux autres. On donne ici les ordres de grandeur des trois coefficients :

$$\begin{aligned} \delta^{\text{th}} &\simeq 5 \times 10^{-2}, \\ \delta^{\text{rad}} &\simeq 1 \times 10^{-2}, \\ \delta^{\text{vis}} &\simeq 0.1 \times 10^{-2}. \end{aligned}$$

2.1.4 Cas général : une bulle dans un matériau viscoélastique

Nous avons d'abord présenté le cas d'une bulle dans l'eau. On s'intéresse maintenant au cas plus général où la bulle se retrouve plongée dans un matériau viscoélastique.

Lorsqu'il est soumis à une contrainte, un matériau viscoélastique combine les propriétés d'un solide purement élastique à celles d'un fluide purement visqueux. Le comportement des matériaux viscoélastiques peut être décrit en utilisant le module de cisaillement complexe $G^*(\omega) = G'(\omega) - iG''(\omega)$ ¹. G' , partie réelle de G^* , est le module de stockage qui caractérise la rigidité du matériau viscoélastique ; il décrit le comportement élastique du matériau. G'' , partie imaginaire de G^* , est le module de pertes ou module de dissipation. Il caractérise, quant à lui, le comportement visqueux. Il est relié à la viscosité dynamique via $G'' = \eta\omega$.

Nous décrirons avec plus de précision par la suite les modèles rhéologiques que nous utiliserons pour décrire les comportements des matériaux viscoélastiques d'intérêt.

Si on reprend l'analogie avec le système masse-ressort présenté dans la partie 2.1.1, lorsque nous passons dans une matrice viscoélastique, il faut donc rajouter un terme de raideur k' à notre ressort qui est relié à la partie réelle du module de cisaillement du matériau hôte G' . Ce qui va avoir pour effet de décaler la fréquence de résonance vers les hautes fréquences. La fréquence de Minnaert modifiée s'écrit alors [1] :

$$\omega_M = \sqrt{\frac{k + k'}{m}} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{3\gamma P_0 + 4G'}{\rho}}, \quad (2.6)$$

où ρ est la densité du milieu hôte.

Le passage à une matrice hôte viscoélastique va également avoir un impact sur l'amortissement visqueux qui, on l'a vu, dépend de la viscosité dynamique. Si on prend pour exemple un élastomère avec une viscosité 1000 fois plus élevée que celle de l'eau ($\eta = 10^{-3}$ Pa.s), l'amortissement visqueux devient alors la principale source de pertes si on reprend notre exemple de la bulle de rayon $a = 200 \mu\text{m}$ avec un $\delta^{\text{vis}} = 100 \times 10^{-2}$ (selon (2.4)). L'amortissement radiatif ainsi que le terme de perte thermique ne changent quasiment pas si l'on considère que le gaz reste le même. Nous pouvons alors négliger ces deux autres sources d'amortissement. Cependant, nous verrons dans le prochain paragraphe que, si l'amortissement dû au rayonnement d'une unique bulle est négligeable, celui issu du couplage d'une multitude de bulles pourra ne pas l'être.

1. Étant donné la convention $e^{-i\omega t}$ adoptée dans cette thèse, la partie imaginaire de G^* est négative, ce que l'on obtient en définissant $G'' = -\text{Im}(G^*)$ avec un $G'' > 0$

2.2 Plan de bulles

Des études récentes ont mis en avant le caractère potentiellement super-absorbant d'un plan de bulles dans un milieu viscoélastique [33]. Des bulles d'air réparties de façon périodique sont emprisonnées dans une matrice et interagissent entre elles. Le couplage a été étudié et la réflexion décrite de façon analytique en fonction des paramètres rhéologiques du milieu hôte et géométriques des bulles. Ce modèle analytique va nous permettre de jouer facilement avec les paramètres pour optimiser l'absorption.

2.2.1 Réflexion sur un plan de bulles

Considérons une onde plane $p_{\text{inc}}e^{ik_0z}$ arrivant sur un plan de bulles (en $z = 0$) organisé suivant un réseau carré de paramètre de maille d comme le montre la figure 2.3. Ce plan de bulles donne alors naissance à deux ondes, une en e^{ik_0z} et une autre en e^{-ik_0z} . On va chercher à déterminer les amplitudes complexes de ces ondes.

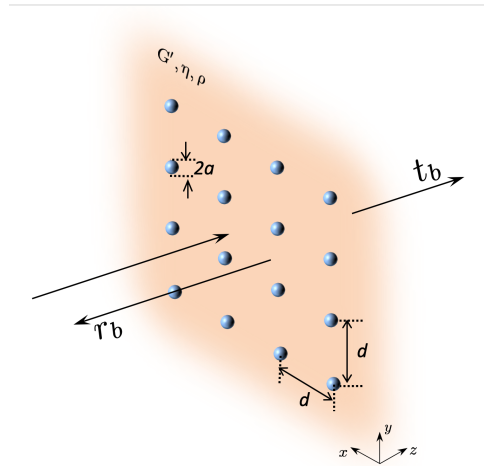


FIGURE 2.3: Le plan de bulles périodique.

Lorsque l'onde incidente arrive sur le plan de bulles, celui-ci génère de la diffusion multiple importante, ce qui rend le calcul du champ de pression complexe si l'on prend en compte tous les chemins possibles entre chaque diffuseur [11, 57]. Dans notre cas simple d'un plan à répartition périodique, une simplification peut être faite : puisque toutes les bulles sont équivalentes, elles vont toutes ressentir le même champ moyen p_{tot} , c'est-à-dire la somme du champ balistique et des champs diffusés par les autres bulles.

La pression mesurée en un point M à une distance z du plan de bulles (cf. figure 2.4) se calcule en prenant en compte la somme des contributions générées par toutes les bulles j :

$$p(z) = p_{\text{inc}} e^{ik_0 z} + \sum_j p_{\text{tot}} f \frac{e^{ik_0 r_j}}{r_j}, \quad (2.7)$$

r_j désignant la distance du point M à la bulle j .

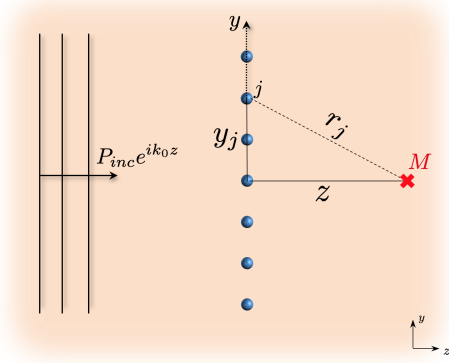


FIGURE 2.4: On cherche à déterminer le champ de pression au point M lorsqu'une onde plane incidente arrive sur le plan de bulles. À noter que les fronts d'onde ne sont pas à l'échelle : la longueur d'onde de l'onde incidente est bien supérieure à la taille des bulles.

On évalue la somme discrète en passant à une intégrale continue, en considérant une répartition uniforme de bulles dans le plan avec une densité $n_s = 1/d^2$ et en introduisant un système de coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) .

$$\sum_j \frac{e^{ik_0 r_j}}{r_j} = \int_{\rho=0}^{+\infty} 2\pi \rho n_s \frac{e^{ik_0 r(\rho)}}{r(\rho)} d\rho, \quad (2.8)$$

et en posant $r = \sqrt{z^2 + \rho^2}$, on réécrit la somme

$$\begin{aligned} \sum_j \frac{e^{ik_0 r_j}}{r_j} &= \int_{r=z}^{+\infty} 2\pi r n_s \frac{e^{ik_0 r}}{r} dr \\ &= iK e^{ik_0 z}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec

$$K = \frac{2\pi n_s}{k_0} = \frac{2\pi}{k_0 d^2}. \quad (2.10)$$

On peut donc réécrire la pression transmise comme :

$$\begin{aligned} p(z) &= p_{\text{inc}} e^{ik_0 z} + f p_{\text{tot}} iK e^{ik_0 z} \\ &= p_{\text{inc}} e^{ik_0 z} \left(1 + iK \frac{p_{\text{tot}}}{p_{\text{inc}}} f \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ce qui nous permet de déterminer l'expression du coefficient de transmission à travers le plan de bulles :

$$t_b = 1 + iK \frac{p_{\text{tot}}}{p_{\text{inc}}} f \quad (2.12)$$

Il nous reste à définir p_{tot} . Pour cela, on se place en $z=0$ et on s'intéresse au champ reçu par une bulle unique i du plan.

$$p_{\text{tot}} = p_{\text{inc}} + \sum_{i \neq j} p_{\text{tot}} f \frac{e^{ik_0 r_{ij}}}{r_{ij}}, \quad (2.13)$$

où r_{ij} est la distance entre la bulle i et la bulle j .

Comme précédemment, on évalue la somme en passant à une intégrale continue :

$$\sum_{i \neq j} \frac{1}{r_{ij}} e^{ik_0 r_{ij}} = \frac{1}{i} \int_b^{+\infty} e^{ik_0 r} 2\pi n_s dr = K e^{ik_0 b} \quad (2.14)$$

Mais il reste à déterminer b , la longueur de coupure de l'intégrale. Celle-ci correspond à la distance en-deçà de laquelle on ne peut trouver une autre bulle. Pour un milieu désordonné de diffuseurs ponctuels, on peut prendre $b = 0$. Dans le cas du plan de bulles à répartition périodique, chaque diffuseur est au nœud d'un réseau périodique. On prend alors $b = d/\sqrt{\pi}$, c'est-à-dire que la surface à exclure de l'intégrale est celle d'un disque de surface égale à l'aire de la maille élémentaire. Une validation expérimentale de ce choix a été apportée dans [34].

$$K e^{ik_0 d/\sqrt{\pi}} \simeq K \left(1 + i \frac{k_0 d}{\sqrt{\pi}} \right) \quad (2.15)$$

On a donc :

$$\frac{p_{\text{inc}}}{p_{\text{tot}}} = 1 - iK f \left(1 + i \frac{k_0 d}{\sqrt{\pi}} \right) \quad (2.16)$$

En remplaçant dans l'équation (2.12), on trouve pour le coefficient de transmission :

$$t_b = 1 + \frac{iK f}{1 - iK f \left(1 + i \frac{k_0 d}{\sqrt{\pi}} \right)} \quad (2.17)$$

En considérant que $t_b = 1 + r_b$ (par continuité de la pression à la surface), le coefficient de réflexion s'écrit :

$$r_b = \frac{iK f}{1 - iK f \left(1 + i \frac{k_0 d}{\sqrt{\pi}} \right)} \quad (2.18)$$

Si on introduit l'expression de l'amplitude de diffusion pour une bulle unique (2.2), le coefficient de réflexion s'écrit finalement :

$$r_b = \frac{iKa}{\frac{\omega_M^2}{\omega^2} - I - i(\delta + Ka)}, \quad (2.19)$$

avec $K = 2\pi/k_0 d^2$, $I = 1 - 2\sqrt{\pi}a/d$ et δ le coefficient d'amortissement dissipatif ($\delta = \delta^{\text{vis}} + \delta^{\text{th}}$).

L'amortissement radiatif d'une bulle unique, $k_0 a$, est remplacé ici par Ka interprété comme le rayonnement du plan de bulles. Celui-ci varie comme le nombre de bulles oscillant en phase dans un carré d'arrête λ . On peut en effet estimer ce nombre par $N = (\lambda/d)^2$, ce qui permet d'écrire $Ka = Nk_0 a/(2\pi)$, soit un terme d'amortissement proportionnel à N fois l'amortissement radiatif d'une bulle seule.

Le couplage entre bulles se traduit aussi par l'apparition d'un nouveau terme, I , qui conduit à un décalage de la fréquence de résonance du système vers les hautes fréquences :

$$\omega_{\text{res}} = \frac{\omega_M}{\sqrt{I}} = \frac{\omega_M}{\sqrt{1 - 2\sqrt{\pi}(a/d)}} \quad (2.20)$$

Dans ce modèle, nous avons considéré uniquement la réponse monopolaire des bulles. Le modèle n'est plus applicable lorsque la concentration du plan de bulles devient trop importante et que les bulles sont trop rapprochées les unes des autres ($d/a < 5$) [34]. Lorsque les bulles sont assez espacées, on peut considérer que leurs oscillations sont isotropes et ne prendre donc en compte que leur mode de "respiration". Mais dans le cas où les bulles sont serrées, il résulte des interactions à courte portée que l'oscillation des bulles n'est plus isotrope. Les modes d'oscillation d'ordre supérieur doivent être pris en compte. C'est un sujet que nous avons abordé dans un article récent [31] qui prend alors en compte dans le modèle la réponse dipolaire des bulles. Il s'avère que ce n'est pas encore suffisant pour prédire la transmission à travers un plan de bulles dont la concentration est élevée ($d/a < 5$) mais que d'autres modes de déformation doivent être ajoutés pour avoir un modèle fiable. Pour l'étude de nos méta-écrans bulleux, nous avons toujours considéré des concentrations telles que $d/a > 5$. Nous n'avons donc pas eu besoin de modifier le modèle pour tenir compte de concentrations plus élevées.

2.2.2 Condition de couplage critique

En utilisant le modèle que nous venons d'introduire, on peut ajuster les paramètres du méta-écran pour faire varier ses propriétés de transmission. En particulier, nous allons voir qu'en choisissant le bon pas de réseau, il nous est possible de maximiser l'absorption du méta-écran. Notre point de départ est le travail de V.Leroy *et al.* de 2015 [33] qui avait pour but d'étudier les performances d'absorption d'un plan de bulles.

L'équation (2.20) montre qu'à la résonance du plan de bulle, ω_{res} , le coefficient de réflexion n'est fonction que de δ , le taux d'amortissement dissipatif d'une bulle, et de Ka le taux d'amortissement radiatif du plan de bulles :

$$r = -\frac{Ka}{\delta + Ka} \quad (2.21)$$

Grâce à la condition de conservation de l'énergie, $A = 1 - |r|^2 - |t|^2$, l'absorption se calcule alors avec la formule suivante à ω_{res} :

$$A = \frac{2\delta Ka}{(\delta + Ka)^2} \quad (2.22)$$

Le maximum d'absorption vaut donc 1/2 et s'obtient lorsque :

$$\delta = Ka, \quad (2.23)$$

c'est-à-dire quand l'amortissement radiatif est égal à l'amortissement dissipatif (ici $\delta = \delta^{\text{vis}} = 4\eta/\rho a^2\omega$).

La géométrie du plan de bulles et ses propriétés peuvent nous rappeler des dispositifs similaires en optique comme les films métalliques perforés qui conduisent à une transmission extraordinaire pour certaines fréquences ou angles d'incidence. On peut se demander s'il existe une équivalence entre les deux. Pour avoir de tels phénomènes, en optique ou en acoustique, il faut que l'onde incidente se couple avec les résonateurs. Si c'est bien le cas avec les bulles qui sont des résonateurs basse-fréquences qui se couplent naturellement avec l'onde incidente, ce n'est pas le cas en plasmonique où il faut d'abord convertir l'onde entrante en onde évanescente ; conversion faite par la structure périodique de surface vue comme un réseau de diffraction. Si on peut noter cette différence avec la plasmonique, il est néanmoins intéressant de voir que le modèle de Bliokh *et al.* [3] basé sur le concept de résonateur ouvert décrit tout à fait la physique de l'absorption par le plan de bulles. Celui-ci peut-être vu comme un résonateur ouvert unique. Bliokh décrit les pertes dans ledit résonateur grâce à un facteur de qualité Q dont l'inverse se décompose en un terme de fuite $Q_{\text{fuite}}^{-1} = Ka$ et un terme de dissipation $Q_{\text{diss}}^{-1} = \delta$. La condition $\delta = Ka$ pour maximiser l'absorption est analogue à la condition dite de "couplage critique" dans la théorie des guides d'ondes [54, 55].

Cette condition est atteinte à résonance mais reste valable sur une bande de fréquences très large puisque les deux termes d'amortissement (radiatif et visqueux) ont la même dépendance en fréquence. Les pertes visqueuses dépendent de la rhéologie de la matrice viscoélastique tandis que les pertes radiatives dépendent de sa géométrie (taille des bulles a et pas entre les bulles d). Dans la pratique, il est donc possible de déduire de l'équation (2.23) une condition sur le pas du réseau qui assure une absorption maximale de 1/2 à

résonance :

$$d = \sqrt{\frac{\pi a^3 \rho c}{2\eta}}. \quad (2.24)$$

La figure 2.5 montre l'exemple d'un plan dont on fixe la taille des bulles (un rayon de $200 \mu\text{m}$) et pour lequel on fait varier le paramètre de maille entre les trois graphes. Ici, on a pris un matériau avec un module de stockage $G' = 1 \text{ MPa}$ indépendant de la fréquence (comme dans le modèle de Kelvin-Voigt présenté dans le prochain paragraphe), une viscosité de 1 Pa.s et une impédance $Z = \rho c = 1.5 \text{ MRay}$, égale à celle de l'eau. On néglige donc la réflexion à l'interface entre l'eau et le méta-écran. On montre pour chaque configuration les coefficients de réflexion, de transmission et d'absorption. Si le plan de bulles est trop concentré, on privilégie la réflexion ; *a contrario*, un plan de bulle trop dilué verra sa transmission augmenter.

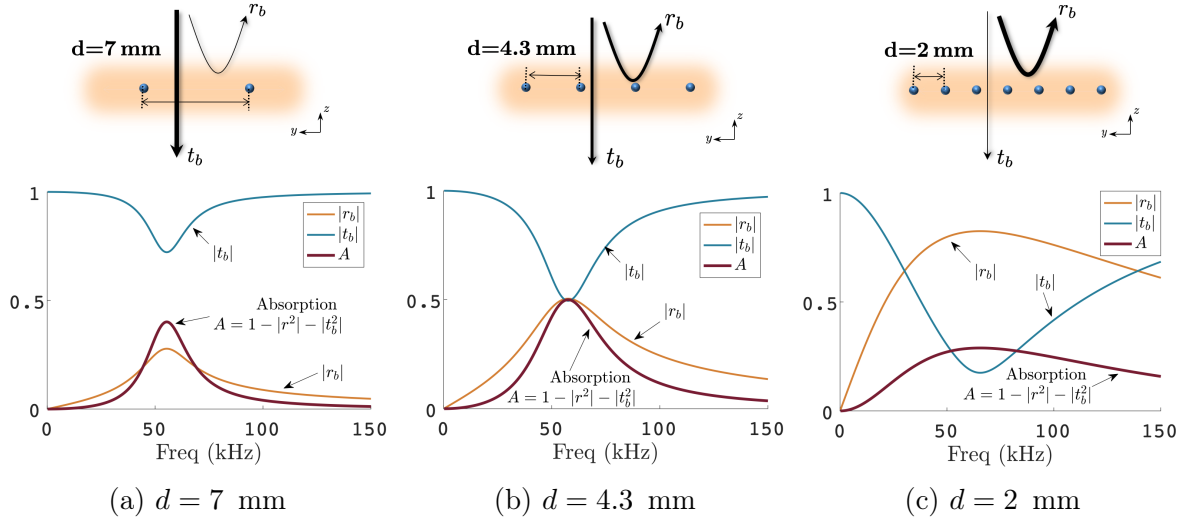


FIGURE 2.5: Tracé de $|r_b|$, $|t_b|$ et $A = 1 - |r_b|^2 - |t_b|^2$ pour trois paramètres de maille d du plan de bulles avec un rayon de bulles inchangé de $200 \mu\text{m}$. (a) $d = 7 \text{ mm}$: densité de bulles faible b) $d = 4.3 \text{ mm}$: distance optimale c) $d = 2 \text{ mm}$: forte concentration de bulles.

Pour la figure 2.5b, le paramètre de maille d est optimisé afin d'obtenir une absorption maximale de $A = 1/2$. On trouve une distance optimale de $d = 4.3 \text{ mm}$ pour des bulles de rayon $200 \mu\text{m}$. Le coefficient de réflexion atteint son maximum de $1/2$ alors que le coefficient de transmission atteint son minimum de $1/2$.

Si l'on augmente l'espace entre les bulles ($d = 7 \text{ mm}$), comme sur la figure 2.5a, on privilégie la transmission et diminue par conséquent la réflexion puisque la densité de bulles diminue. Au contraire, si la concentration en bulles augmente ($d = 2 \text{ mm}$), comme on le voit sur la figure 2.5c, c'est la réflexion qui devient trop forte et la transmission trop faible pour que l'atténuation dans la matrice viscoélastique soit efficace ; l'absorption n'atteint alors qu'un maximum de 0.3.

D'après ces résultats, un plan de bulles ne permet de dissiper que la moitié de l'énergie incidente. Mais nous allons voir qu'en plaçant ce plan de bulles devant un réflecteur parfait, il est possible d'atteindre une absorption totale.

2.3 Plan de bulles sur un réflecteur

2.3.1 Nouvelle condition de couplage critique

On peut calculer la réflexion totale r_{tot} sur un plan de bulles dans le cas simple où l'on ne considère que la réflexion directe sur le plan de bulles et les réflexions multiples entre le plan et le réflecteur comme schématisé sur la figure 2.6, ce qui donne [33] :

$$r_{\text{tot}} = r_b + \frac{r'_b t_b^2 e^{2ik_0 h}}{1 - r_b r' e^{2ik_0 h}} \quad (2.25)$$

où r' est le coefficient du réflecteur et h la distance entre les bulles et le réflecteur.

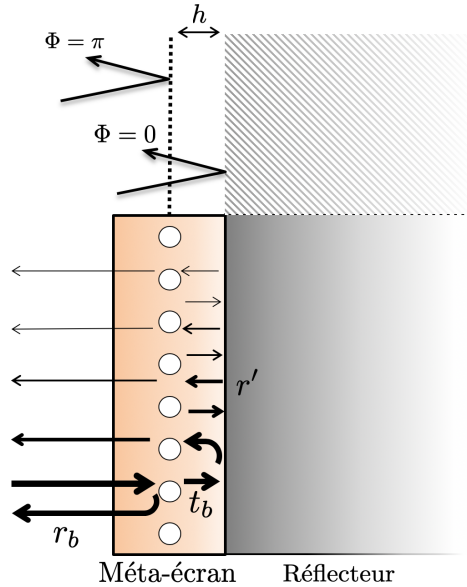


FIGURE 2.6: Réflexions entre le plan de bulles et un réflecteur semi-infini

La réflexion directe sur le plan de bulles entraîne un déphasage de π (cf équation 2.19 à résonance), alors que la réflexion sur le réflecteur rigide n'entraîne aucun déphasage comme illustré dans la partie supérieure de la figure 2.6. En conséquence, il existe une interférence destructive entre les deux chemins pour autant que h soit petit comparé à la longueur d'onde (le décalage de phase induit par la propagation sur cette distance h peut alors être négligé). On s'attend donc à pouvoir annuler la réflexion.

En notant que $t_b = 1 + r_b$, la réflexion totale se réduit alors à :

$$r_{\text{tot}} = \frac{r_b + r' + 2r_b r'}{1 - r_b r'} \quad (2.26)$$

L'objectif étant d'atteindre une réflexion nulle $r_{\text{tot}} = 0$, le coefficient de réflexion du plan de bulles doit vérifier :

$$r_b = -\frac{r'}{1 + 2r'} \quad (2.27)$$

Et dans le cas d'un réflecteur parfaitement rigide pour lequel $r' = 1$, on a :

$$r_b = -1/3 \quad (2.28)$$

Nous remarquons que nous avons un coefficient de réflexion négatif, ce qui est attendu pour un méta-écran comportant des inclusions gazeuses (baffle mou). D'après l'équation (2.21), un tel coefficient s'obtient lorsque $2Ka = \delta$, soit pour un nouveau pas du réseau :

$$d = \sqrt{\frac{\pi a^3 \rho c}{\eta}} \quad (2.29)$$

2.3.2 Optimisation de l'absorption pour une rhéologie donnée

Dans cette partie, on propose un exemple d'optimisation pour lequel les bulles sont emprisonnées dans un matériau viscoélastique linéaire avec une rhéologie très simple décrite par le modèle de Kelvin-Voigt.

Nous avons rappelé qu'un matériau viscoélastique linéaire combinait les propriétés d'un matériau purement élastique et celles d'un liquide purement visqueux (section 2.1.4). Il existe de nombreux modèles rhéologiques [47] pour décrire ce type de comportement. Les modèles les plus simples font intervenir deux éléments de base :

Le ressort qui décrit un comportement mécanique purement élastique où tout effet d'inertie est négligé. La raideur k correspond au coefficient de proportionnalité entre la contrainte σ et la déformation ϵ :

$$\sigma = k\epsilon \quad (2.30)$$

L'amortisseur qui représente le comportement visqueux ; contrairement au ressort, il ne peut réagir instantanément à une sollicitation. Son comportement est caractérisé par la vitesse à laquelle il se déforme. Il existe alors une relation entre contrainte et vitesse de déformation où η est le coefficient de viscosité :

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} \quad (2.31)$$

La combinaison que l'on va ici utiliser définit le modèle de Kelvin-Voigt. Il correspond à la mise en parallèle d'un ressort de raideur k et d'un amortisseur de coefficient d'amortissement η .

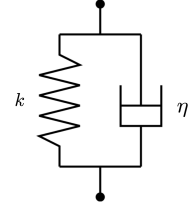


FIGURE 2.7: Modèle de Kelvin-Voigt

Dans le modèle de Kelvin-Voigt, la déformation du ressort est la même que celle de l'amortisseur et la contrainte totale est la somme des contraintes du ressort et de l'amortisseur. On a donc :

$$\sigma = k\epsilon + \eta\dot{\epsilon}, \quad (2.32)$$

avec $k = G_0$.

Le module de cisaillement complexe associé est :

$$G^* = G_0 - i\omega\eta. \quad (2.33)$$

Ce modèle rhéologique très simple suppose un module de stockage indépendant de la fréquence $G'(\omega) = G_0$ alors que son module de pertes présente une dépendance linéaire avec la fréquence $G''(\omega) = \eta\omega$.

Nous allons comparer deux matériaux qui possèdent le même module élastique $G_0 = 1$ Mpa mais qui présentent deux viscosités différentes, le premier avec une viscosité $\eta_1 = 1$ Pa.s, le second avec une viscosité 10 fois plus importante, soit $\eta_2 = 10$ Pa.s. Les deux matériaux ont une masse volumique $\rho = 1000$ kg/m³, une vitesse des ondes longitudinales $v_L = 1500$ m/s et un module de compressibilité $K = \rho v_L^2 - 4G/3 \approx 2.2$ GPa

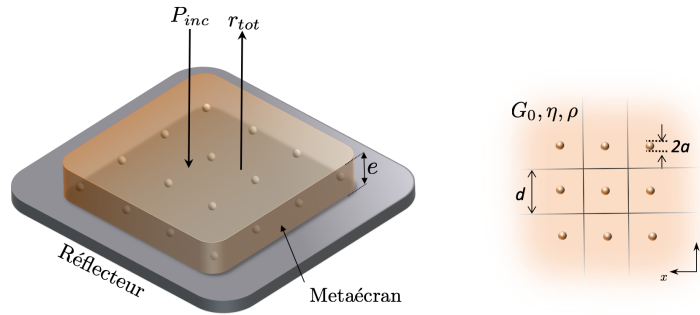


FIGURE 2.8: Plan de bulles placé devant un réflecteur

Dans la situation présentée sur la figure 2.8, en plaçant le méta-écran sur un réflecteur dur, on va chercher à optimiser l'absorption autour d'une fréquence d'intérêt. Nous avons élaboré un code pour permettre une optimisation rapide en fonction du matériau utilisé et de la fréquence visée.

- Le rayon des bulles va être fixé par la fréquence à laquelle nous voulons que le méta-écran soit efficace, soit la fréquence de résonance de nos bulles ω_M . Il est donc calculé en inversant la formule de la fréquence de Minnaert (équation (2.6)) :

$$a = \frac{1}{\omega_M} \sqrt{\frac{3\gamma P_0 + 4G'}{\rho}}. \quad (2.34)$$

Si nous visons par exemple une fréquence aux alentours de 40 kHz (conforme à celles de nos mesures au chapitre 3), cela nous donne un rayon de bulles $a \approx 300 \mu\text{m}$.

- La condition de couplage critique ($\delta = 2Ka$) va permettre de trouver le pas optimal par la formule (2.29) qui dépend de la viscosité de la matrice :

$$d = \sqrt{\frac{\pi a^3 \rho c}{\eta}} \quad (2.35)$$

On trouve alors un pas $d_1 = 11.2 \text{ mm}$ pour le méta-écran 1 avec une viscosité $\eta_1 = 1 \text{ Pa.s}$ et $d_2 = 3.5 \text{ mm}$ pour le méta-écran 2 avec une viscosité $\eta_2 = 10 \text{ Pa.s}$. Un matériau plus visqueux nécessite une concentration de bulles plus grande pour être aussi efficace. Cependant, même dans ce cas là, la concentration reste très faible ($< 0.3\%$) si l'on considère par exemple une épaisseur totale de $e = 2 \text{ mm}$ (c'est-à-dire de l'ordre de quelques rayons de bulle).

	G_0 (MPa)	η (Pa.s)	a (μm)	d (mm)
Méta-écran 1	1	1	300	11.2
Méta-écran 2	1	10	300	3.5

TABLE 2.1: Caractéristiques rhéologiques et géométriques des deux méta-écrans pris en exemple.

La figure 2.9 montre les coefficients de réflexion pour les deux rhéologies. On a un creux en réflexion, où l'on atteint pratiquement une réflexion nulle, vers 40 kHz pour le méta-écran 1 (courbe rouge). Et on observe un creux bien plus large bande et décalé vers les hautes fréquences pour le méta-écran 2 (courbe bleu). Le décalage vers les hautes fréquences est dû au couplage entre bulles, un décalage d'autant plus grand que d est petit (équation (2.20)). Si l'on veut une optimisation à une fréquence très précise, il faudra

prendre en compte ce décalage dû au couplage. L'échelle e/λ sur la figure nous permet d'apprécier la nature sub-longueur d'onde du méta-écran. À résonance, les deux méta-écrans sont bien plus fins que la longueur d'onde dans l'eau ($\lambda \simeq 20e$).

Pour l'application visée, nous allons chercher à avoir un effet le plus large bande possible, donc une résonance moins piquée. La comparaison des deux matériaux nous montre qu'avec un élastomère plus visqueux, on obtient un effet bien plus large bande. Cela étant, le choix du matériau est évidemment conditionné par d'autres critères. On ne pourra pas donc pas choisir un matériau aussi visqueux que l'on veut.

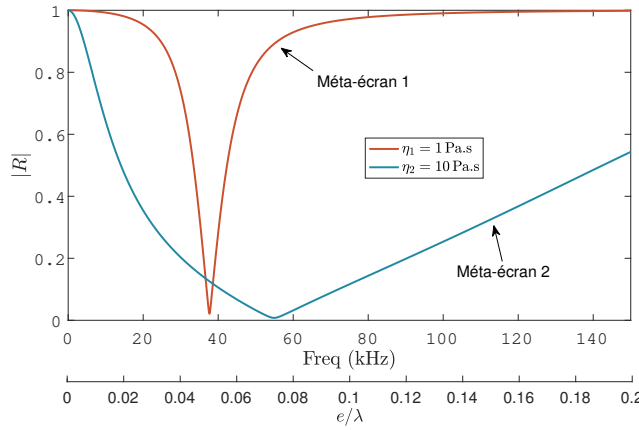


FIGURE 2.9: Réflexion après optimisation de deux méta-écrans ayant des viscosités différentes.

2.3.3 Prise en compte d'interfaces supplémentaires

À ce stade, le modèle ne prend pas en compte la différence d'impédance entre l'eau et le matériau visco-élastique qui emprisonne les bulles d'air. Dans la pratique, cette légère désadaptation d'impédance va créer une interface supplémentaire à travers laquelle la transmission ne sera pas totale. Par ailleurs la taille finie du réflecteur va créer une autre interface supplémentaire à travers laquelle la transmission sera non nulle. Afin de pouvoir prendre en compte le rôle joué par ces deux interfaces, nous avons donc complété notre modèle analytique précédent. À cette fin, nous avons réalisé un calcul très général qui permet de prédire la transmission à travers un système de n couches successives. Ainsi, le cas échéant, nous pourrions aussi tenir compte du fait que le méta-écran peut être lui-même composé de plusieurs plans de bulles.

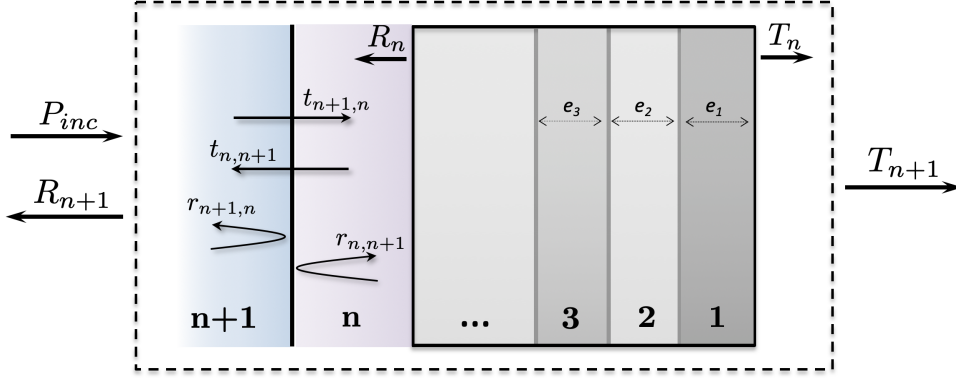


FIGURE 2.10: Calcul de la transmission et de la réflexion à travers une succession de couches.

La figure 2.10 présente le schéma pour le calcul à travers un multicouche en incidence normale. A travers $n+1$ couches, les coefficients de transmission et de réflexion s'écrivent :

$$T_{n+1} = \frac{t_{n+1,n} T_n e^{ik_n e_n}}{1 - r_{n,n+1} R_n e^{2ik_n e_n}}, \quad (2.36)$$

$$R_{n+1} = r_{n+1,n} + \frac{t_{n+1,n} t_{n,n+1} R_n e^{2ik_n e_n}}{1 - r_{n,n+1} R_n e^{2ik_n e_n}}. \quad (2.37)$$

Le calcul de la transmission et de la réflexion à l'interface du milieu $n+1$ d'impédance Z_{n+1} et du milieu n d'impédance Z_n se détermine via les expressions classiques :

$$t_{n+1,n} = \frac{2Z_n}{Z_n + Z_{n+1}}, \quad (2.38)$$

$$r_{n+1,n} = \frac{Z_n - Z_{n+1}}{Z_n + Z_{n+1}}. \quad (2.39)$$

Le méta-écran d'épaisseur, e , est vu ici comme deux couches distinctes, d'épaisseur $e_1 = e_2 = e/2$, de même impédance séparées par une interface bulleuse. À cette interface bulleuse, le coefficient de réflexion prend donc la valeur de r_b calculée avec l'équation (2.19) et $t_b = 1 + r_b$ (cf figure 2.11).

$$t_{n+1,n} = t_{n,n+1} = t_b \quad (2.40)$$

$$r_{n,n+1} = r_{n+1,n} = r_b \quad (2.41)$$

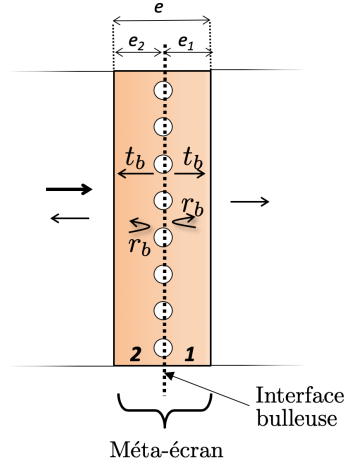


FIGURE 2.11: Calcul de la transmission et de la réflexion à travers un méta-écran. Le méta-écran est vu comme deux couches distinctes de même impédance séparées par une interface bulleuse.

Nous pouvons reprendre l'exemple précédent (2.3.2) et regarder ce qui se passe lorsque l'on remplace un réflecteur semi-infini par une plaque d'épaisseur finie derrière le méta-écran.

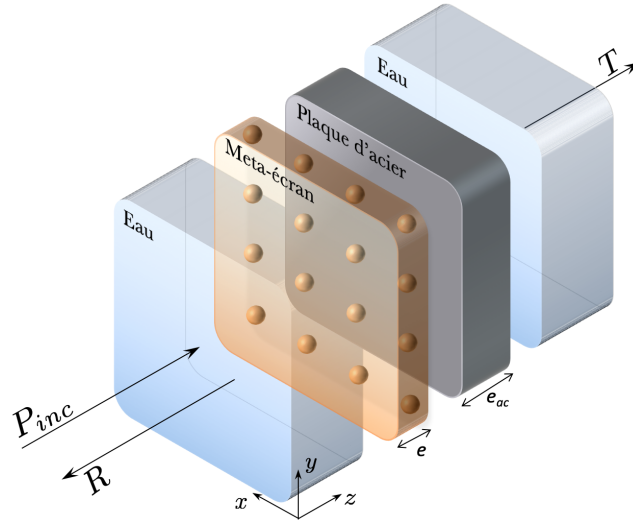


FIGURE 2.12: Schéma des différentes couches prises en compte dans le calcul de la réflexion et de la transmission.

On prend en compte dans notre code cinq couches, sachant que le méta-écran compte pour deux couches séparées par une interface bulleuse placée en son centre (cf figure 2.12). La plaque d'acier, sur laquelle est placé le méta-écran, a une épaisseur de $e_{ac} = 50$ mm, il a une masse volumique $\rho_{ac} = 7800$ kg/m³ et une vitesse des ondes longitudinales $v_{Lac} = 5900$ m/s.

On reprend les deux matériaux décrits dans la section 2.3.2. Pour rappel :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Méta-écran 1 : } \eta_1 = 1 \text{ Pa.s; } a = 300 \mu\text{m; } d_1 = 11.2 \text{ mm} \\ \text{Méta-écran 2 : } \eta_2 = 10 \text{ Pa.s; } a = 300 \mu\text{m; } d_2 = 3.5 \text{ mm} \end{array} \right.$$

Les résultats sont tracés sur la figure 2.13. Le creux à résonance du plan de bulles est toujours bien présent, creux beaucoup plus large bande dans le cas d'un matériau plus visqueux. Mais on peut voir apparaître les effets de la plaque d'acier d'épaisseur finie lorsqu'elle est entourée d'eau. À basse fréquence, la plaque est transparente acoustiquement : le coefficient de réflexion tend donc vers 0. À 59 kHz, nous avons un creux correspondant au premier mode d'épaisseur de la plaque suivi du second mode d'épaisseur à 118 kHz.

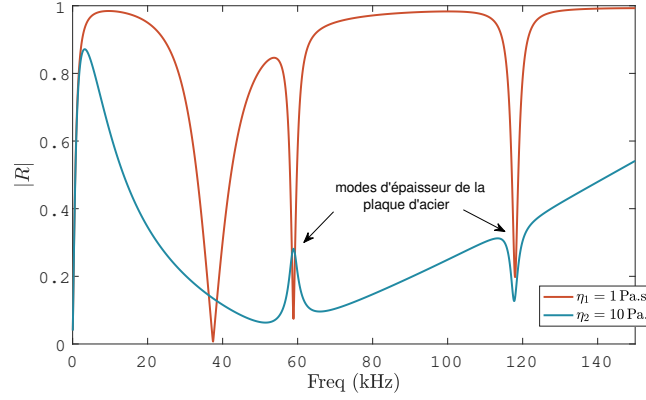


FIGURE 2.13: Réflexion après optimisation du plan de bulles placé sur une plaque d'acier d'épaisseur finie $e_{ac} = 50$ mm pour des matrices de deux viscosités différentes.

2.4 Conclusion

Disposer d'une formule analytique permet d'éviter le recours massif à des simulations numériques coûteuses en temps de calcul, et de pouvoir facilement faire varier les paramètres pour ajuster la réponse du méta-écran en fonction de nos attentes. Nous avons ici décrit les étapes pour optimiser le méta-écran dépendant de paramètres clés : la taille des bulles d'air, la distance les séparant et les caractéristiques de l'élastomère. L'étape suivante sera de valider notre modèle analytique.

Chapitre 3

Validation numérique et expérimentale du modèle analytique

Le modèle analytique présenté au chapitre précédent a été validé expérimentalement et numériquement dans la gamme du MHz dans des travaux antérieurs [33]. On s'attachera dans ce chapitre à le valider à plus basses fréquences, d'abord avec des simulations numériques. Ces dernières sont indispensables non seulement pour la validation du modèle mais également pour connaître ses limites d'utilisation et tester des configurations plus complexes qu'il ne peut pas traiter.

La validation expérimentale basses fréquences nécessite l'utilisation de bassins de grandes dimensions. Thales possède l'infrastructure nécessaire dans ses locaux mais, pour des raisons de temps et de coût, ces mesures sont, en général, faites en fin de processus de développement pour validation. Nous avons donc réalisé des mesures à fréquences "intermédiaires" entre 40 et 120 kHz dans une cuve de petites dimensions ($120 \times 60 \times 46 \text{ cm}^3$) dans les locaux du laboratoire "Matière et Systèmes Complexes". Un tel dispositif permet de faire des mesures rapidement, et par conséquent de tester de nombreuses configurations de méta-écrans à des fréquences telles que l'on rencontre déjà les problèmes expérimentaux auxquels on est confronté à très basses fréquences.

Sommaire

3.1	Validation numérique	41
3.1.1	Description synthétique du modèle numérique	41
3.1.2	Validation du modèle analytique	42
3.2	Combinaison du modèle analytique avec un modèle rhéologique réaliste	43
3.2.1	Modèle de Zener fractionnaire	43
3.2.2	Exemple d'optimisation à basses fréquences	46
3.3	Validation expérimentale	47
3.3.1	Fabrication des méta-écrans bulleux	48
3.3.2	Montage expérimental	51
3.3.3	Validation du dispositif expérimental	56
3.3.3.1	Caractérisation des plaques avec des mesures hautes fréquences	56
3.3.3.2	Mesures des coefficients de transmission et réflexion entre 40 et 120 KHz	58
3.3.4	Mesures acoustiques sur les méta-écrans	61
3.3.4.1	Mise en place et reproductibilité	61
3.3.4.2	Mesures en réflexion sur des méta-écrans bulleux	63
3.3.5	Mesures rhéologiques	64
3.3.5.1	Principe de la mesure haute fréquence par ondes de cisaillement	64
3.3.5.2	Résultats pour les deux PDMS	65
3.3.6	Comparaison avec le modèle analytique	69
3.3.6.1	Choix de la rhéologie	69
3.3.6.2	Influence de l'épaisseur du méta-écran et de la forme et de la position des inclusions	70
3.4	Conclusion	73

3.1 Validation numérique

Nous avons utilisé des simulations par la méthode des éléments finis (FEM) pour valider le modèle. Les simulations par FEM ne sont pas adaptées au processus d'optimisation en raison de leur coût important en temps de calcul et en mémoire, d'autant plus si le nombre de variables sur lesquelles on peut jouer est important. Mais elles sont utiles, d'une part, pour valider notre modèle analytique, et d'autre part, pour étudier des paramètres qui sont difficiles à prendre en compte dans celui-ci.

La périodicité des méta-écrans permet de réduire le modèle simulé à une unique maille élémentaire. Hladky-Hennion *et al.* ont été les premiers à développer un code de simulations par éléments finis pour étudier la diffusion d'ondes planes sur des structures périodiques immergées telles que les revêtements anéchoïques de type Alberich en utilisant la théorie de Bloch-Floquet [19].

3.1.1 Description synthétique du modèle numérique

Les simulations numériques sont réalisées avec le logiciel de simulation par éléments finis COMSOL Multiphysics (v5.4). Le modèle est composé de deux domaines : un domaine semi-infini d'eau et, en dessous, le méta-écran. Grâce à la périodicité des méta-écrans, on peut réduire notre modèle à une maille élémentaire de côté d . Au centre du méta-écran est modélisée une cavité remplie d'air (figure 3.1).

On présente ici le cas simple où le méta-écran bulleux est positionné contre un réflecteur parfait, ce que l'on traduit par une condition de déplacement nul dans la direction oz sur la surface inférieure du méta-écran en $z = 0$. Le méta-écran bulleux est excité par une onde incidente plane normale au méta-écran et d'amplitude 1 Pa. Des conditions d'interface acoustique-structure sont appliquées aux limites des domaines solide et fluide pour décrire l'interaction entre ces milieux ; à ces interfaces fluide/solide, le modèle prend en compte la pression du fluide sur la structure et l'accélération du fluide due à la structure. Des conditions aux limites périodiques de type Bloch-Floquet sont appliquées sur toutes les faces latérales pour simuler la périodicité du modèle. Une PML ("Perfectly Matched Layer") est appliquée à la limite extérieure du domaine de l'eau afin d'absorber les ondes sortantes.

Le champ de pression réfléchi est alors défini comme la différence entre le champ de pression total et le champ de pression incident et moyenné sur toute la surface de l'élastomère.

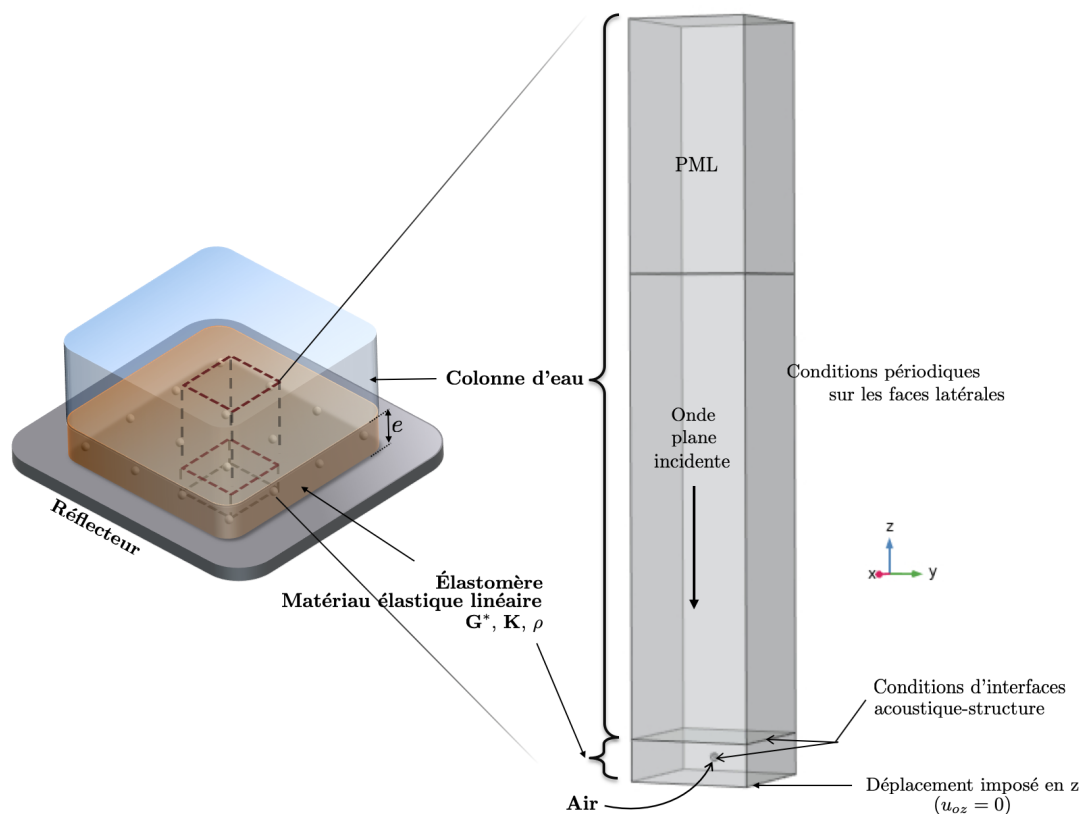


FIGURE 3.1: Schéma du modèle numérique.

3.1.2 Validation du modèle analytique

Nous avons simulé sous Comsol la même configuration que celle considérée dans la section 2.3.2 avec un élastomère possédant une rhéologie simple (modèle de Kelvin-Voigt). Dans le tableau 3.1, on rappelle les paramètres des deux méta-écrans d'épaisseur $e = 2$ mm.

	G_0 (MPa)	η (Pa.s)	ρ (kg/m ³)	K (GPa)	a (μ m)	d (mm)
Méta-écran 1	1	1	1000	2.2	300	11.2
Méta-écran 2	1	10	1000	2.2	300	3.5

TABLE 3.1: Caractéristiques rhéologiques et géométriques des deux méta-écrans pris en exemple.

On maille une cellule élémentaire carrée de côté d et d'épaisseur $e = 2$ mm, au centre de laquelle est placée une sphère de rayon a remplie d'air. Et au dessus de l'élastomère, on maille un volume d'eau d'épaisseur 4λ .

3.2. COMBINAISON DU MODÈLE ANALYTIQUE AVEC UN MODÈLE RHÉOLOGIQUE RÉALISTE

La figure 3.2 compare la réflexion prédite par le modèle analytique à celle prédite par la simulation par éléments finis. Les deux coefficients de réflexion pour les deux modèles se superposent bien, ce qui valide le modèle analytique.

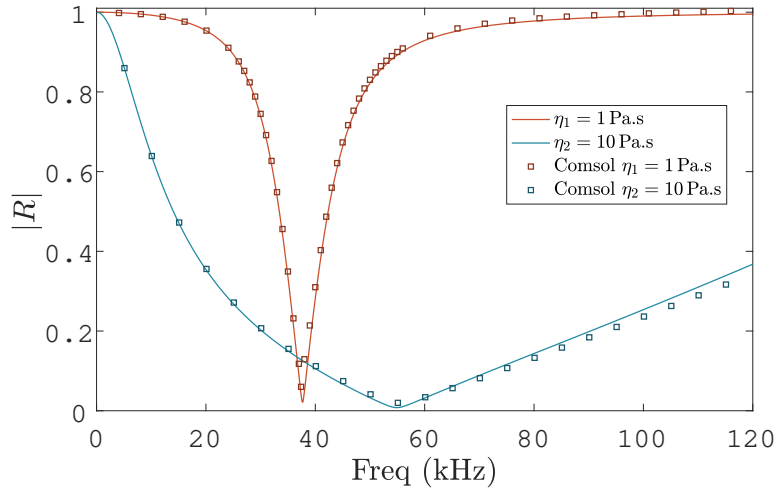


FIGURE 3.2: Comparaison du modèle analytique (traits pleins) aux simulations numériques (symboles) pour deux méta-écrans optimisés ayant des viscosités différentes.

3.2 Combinaison du modèle analytique avec un modèle rhéologique réaliste

3.2.1 Modèle de Zener fractionnaire

Pour valider notre modèle analytique en le confrontant à des résultats de simulation, nous avons utilisé comme données d'entrée les paramètres rhéologiques caractéristiques d'un modèle de Kelvin-Voigt : un module de stockage et une viscosité indépendants de la fréquence.

Dans la pratique, le module de stockage d'un matériau élastomère varie en fonction de la fréquence suivant une tendance illustrée sur la figure 3.3 [47]. On voit apparaître une zone de transition qui marque le passage de l'état vitreux à l'état caoutchoutique. Dans cet état, l'élastomère, bien qu'encore solide, se comporte comme un fluide non-newtonien quasi-incompressible et fortement visqueux [41]. Lorsque nous voudrions optimiser l'absorption du méta-écran autour d'une fréquence donnée, il faudra donc nourrir notre modèle analytique avec les bonnes valeurs de G' et de G'' à cette fréquence. Suivant les cas, celles-ci pourront être déterminées par des mesures expérimentales ou bien déduites d'un modèle décrivant fidèlement la rhéologie du matériau.

En l'occurrence, dans la suite du manuscrit, nous décrirons la rhéologie des élastomères utilisés par un modèle de Zener fractionnaire [2, 18]. C'est le modèle rhéologique utilisé par Thales qui présente le meilleur compromis réalisme-simplicité.

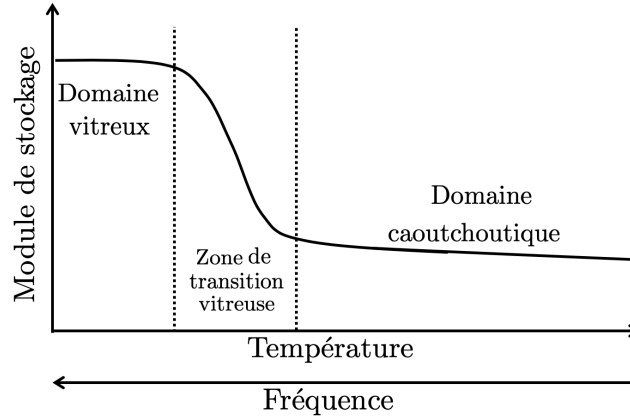


FIGURE 3.3: Variation du module de stockage en fonction de la température et de la fréquence pour un élastomère.

L'utilisation de la dérivée fractionnaire dans la loi de comportement consiste, non plus à associer à des éléments élastiques (ressort) un élément visqueux (amortisseur), mais un élément dissipatif particulier nommé "spring-pot" [25]. Ce dernier présente des caractéristiques intermédiaires entre un ressort (spring) et un amortisseur (dashpot).

La loi de comportement associée à l'élément "spring-pot" s'écrit [47] :

$$\sigma = \tau^\alpha G D^\alpha \epsilon \quad (3.1)$$

où D^α est l'opérateur différentiel temporel d'ordre fractionnaire, avec $0 \leq \alpha \leq 1$, G est le module de cisaillement et τ un temps caractéristique.

Le nom de "spring-pot" vient du fait que :

- pour $\alpha = 0$, le comportement est celui d'un élément élastique ("spring") :

$$\sigma = \tau^0 G D^0 \epsilon = G \epsilon. \quad (3.2)$$

- pour $\alpha = 1$, le comportement est celui d'un élément visqueux ("dash-pot") :

$$\sigma = \tau^1 G D^1 \epsilon = \tau G \dot{\epsilon}, \quad (3.3)$$

où $\tau = \eta/G$ est le temps de relaxation.

On utilise ici le modèle de Zener fractionnaire à quatre paramètres (figure 3.4) [45] dans lequel est introduit ce nouvel élément : le "spring-pot".

3.2. COMBINAISON DU MODÈLE ANALYTIQUE AVEC UN MODÈLE RHÉOLOGIQUE RÉALISTE

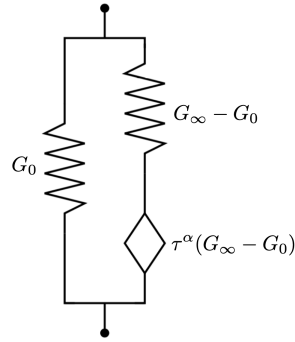


FIGURE 3.4: Modèle fractionnaire de Zener

La loi de comportement associée à ce modèle s'écrit :

$$\sigma + \tau^\alpha D^\alpha \sigma = G_0 \epsilon + \tau G_\infty D^\alpha \epsilon. \quad (3.4)$$

Le module de cisaillement complexe associé est :

$$G^* = \frac{G_0 + G_\infty (i\omega\tau)^\alpha}{1 + (i\omega\tau)^\alpha} \quad (3.5)$$

où les quatre paramètres à estimer sont donc :

- $G_0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} G^*(\omega)$, appelé module relaxé, correspond à la valeur du module de cisaillement à fréquence nulle
- $G_\infty = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} G^*(\omega)$ est le module non-relaxé, i.e. la valeur du module à hautes fréquences
- τ est le temps de relaxation qui va nous donner la fréquence de transition entre les deux régimes : G'' passe par un maximum pour une fréquence donnée par $1/(2\pi\tau)$.
- α est un paramètre compris entre $0 \leq \alpha \leq 1$.

Dans la pratique, le module de cisaillement peut être mesuré par la méthode DMA ("Dynamic Mechanical Analysis") jusqu'à des fréquences de l'ordre du kHz. Pour le déterminer à des fréquences plus hautes, on peut exploiter l'équivalence temps-température, mise en évidence par H. Leaderman en 1941 [28]. Il suggère que le comportement d'un matériau viscoélastique à haute température pour des fréquences de sollicitation élevées est équivalent à celui du même matériau à basse température, mais pour des fréquences plus faibles. En appliquant ce principe d'équivalence, il est alors possible de translater sur l'axe des fréquences des données mesurées à différentes températures pour obtenir des courbes maîtresses sur toute une gamme de fréquence à une température T choisie.

L'amplitude de cette translation de la température choisie T par rapport à la température T_{ref} est appelé le facteur de translation a_T et on écrit alors ce principe d'équivalence :

$$G^*(T_{ref}, \omega) = G^*(T, \omega a_T). \quad (3.6)$$

Une expression empirique de ce facteur de translation est donnée par l'équation de Williams-Landel-Ferry (WLF) [53] :

$$a_T = 10^{\frac{-C_1(T-T_{ref})}{C_2+T-T_{ref}}} \quad (3.7)$$

avec C_1 et C_2 des constantes qui dépendent de l'élastomère considéré.

3.2.2 Exemple d'optimisation à basses fréquences

Pour des raisons de confidentialité, nous présentons ci-après les résultats obtenus avec un matériau fictif que nous nommerons *FIC1*. Il est défini par un modèle fractionnaire de Zener. Les sept paramètres caractérisant la rhéologie de *FIC1* sont donnés dans le tableau 3.2. On trace la partie réelle G' et la partie imaginaire G'' du module de cisaillement sur la figure 3.5.

Nom	G_0 (MPa)	G_∞ (MPa)	τ (μ s)	α	T_{ref} ($^\circ$ C)	C_1 ($^\circ$ C)	C_2 ($^\circ$ C)
FIC1	1.5	100	3.5	0.6	0	10	100

TABLE 3.2: Paramètres du modèle fractionnaire de Zener pour un matériau fictif (*FIC1*).

Pour la densité et la vitesse longitudinale, on prendra respectivement $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ et $v_L = 1350 \text{ m/s}$ (valeur supposée indépendante de la fréquence). Le module de compressibilité a pour valeur $K \approx 2 \text{ GPa}$.

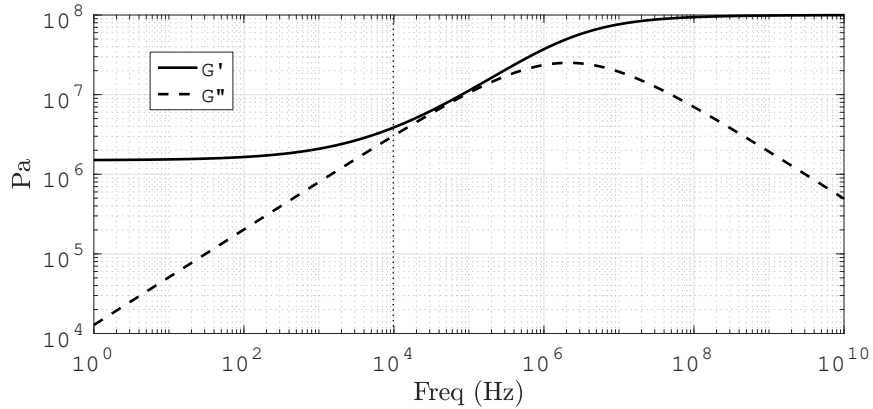


FIGURE 3.5: Module de stockage G' et module de perte G'' du matériau *FIC1* à $T = 20^\circ\text{C}$.

On montre sur la figure 3.6 le résultat d'une optimisation aux basses fréquences d'intérêt pour un méta-écran fabriqué à partir du matériau *FIC1*. En utilisant le modèle analytique, pour avoir une réflexion nulle à 2 kHz (c'est-à-dire une fréquence d'intérêt pour l'application sous-marine visée), on calcule que les bulles d'air doivent avoir un rayon de $a = 9$ mm et être placées tous les $d = 185$ mm. On choisit une épaisseur totale du matériau de quelques rayons de bulles : $e = 50$ mm.

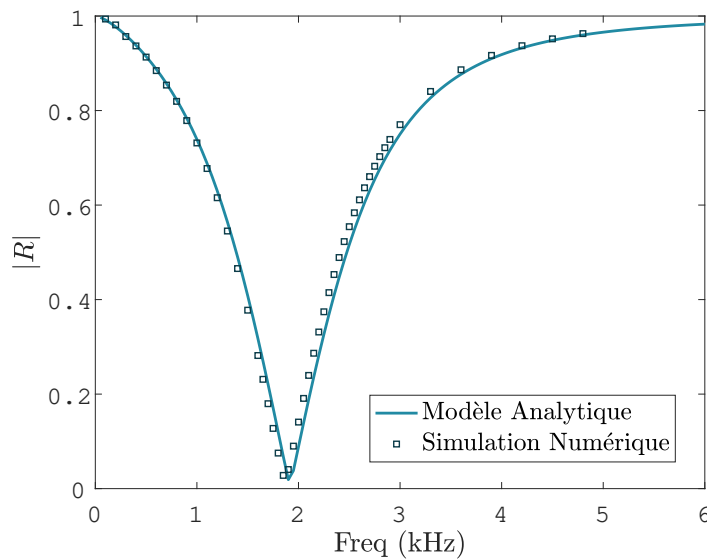


FIGURE 3.6: Coefficient de réflexion à $T = 20^\circ\text{C}$ du méta-écran conçu avec l'élastomère *FIC1*.

La réflexion prédite par le modèle analytique pour ce méta-écran est comparée avec celle obtenue par simulation numérique (représentée par des symboles sur la figure 3.6). La comparaison montre encore un bon accord entre le modèle analytique et la simulation numérique FEM.

3.3 Validation expérimentale

Dans une étude réalisée avant ma thèse [33], ce modèle a déjà été validé expérimentalement à hautes fréquences (MHz). Nous cherchons ici à vérifier sa validité à des fréquences plus basses. Les expériences sont réalisées à fréquences "intermédiaires", c'est-à-dire entre 40 et 120 kHz. Les mesures à ces fréquences présentent l'avantage de ne pas nécessiter un dispositif expérimental trop lourd contrairement aux mesures aux basses fréquences d'intérêt (< 5 kHz). Mais elles donneront une première idée du comportement auquel on pourrait s'attendre à très basses fréquences. Ces mesures sont effectuées en laboratoire dans une cuve de petites dimensions et peuvent être mises en place rapidement. La taille réduite des méta-écrans limite les coûts de fabrication, ce qui nous donne la possibilité de tester un nombre important d'échantillons.

Mott *et al.* en 2002 ont présenté des expériences du même type à basses fréquences (12.5 à 75 kHz) en cuve cylindrique de petites dimensions (0.724 m de diamètre sur 1.01 m de hauteur) avec un système de contrôle de la température de l'eau (3.9 à 33.6°C) élaboré par M. Hagelberg et R. Corsaro [16]. Ces mesures leur permettaient d'obtenir la vitesse du son et l'atténuation dans des échantillons de polyurethane de dimensions $35 \times 35 \text{ cm}^2$. Ces mesures faites à plusieurs températures, combinées aux mesures du module de cisaillement complexe avec un rhéomètre, ont permis aux auteurs de remonter au module de compressibilité complexe ($K^* = \rho c - \frac{4}{3}G^*$) sur une bande de fréquence de 10 kHz à 10 MHz grâce à l'équivalence temps-température et l'équation de Williams-Landel-Ferry.

Nous utiliserons de la même manière des mesures acoustiques, mais à température fixe, pour mesurer la vitesse du son et l'atténuation dans nos échantillons d'élastomères avant de mesurer la réflexion de méta-écrans fabriqués à partir de ces élastomères. Des mesures du module de cisaillement seront faites en parallèle pour que nous puissions avoir toutes les données d'entrée pour le modèle analytique.

3.3.1 Fabrication des méta-écrans bulleux

Les élastomères utilisés sont de deux types : les premiers sont les élastomères d'intérêt pour Thales. Ils nous sont fournis en plaque de 2 mm d'épaisseur que nous perçons nous-mêmes. Les seconds sont des polydiméthylsiloxanes (PDMS) achetés à l'état liquide que nous réticulons au laboratoire dans un moule.

Pour des raisons pratiques de fabrication, les caractéristiques des méta-écrans diffèrent de celles prises en compte dans notre modèle analytique par la forme des bulles et par leur position dans l'épaisseur de l'élastomère. Il est en effet plus évident de fabriquer des méta-écrans avec des cavités cylindriques que sphériques. La formule de Minnaert ne dépendant que du volume, le passage d'une bulle d'air sphérique à une bulle d'air cylindrique de même volume et de taille très sub-longueur d'onde ne devrait pas avoir un impact trop important sur la réponse attendue. Par ailleurs, il est plus facile de laisser les trous débouchants que de les placer au centre de l'élastomère. Cela nous dispense d'une étape supplémentaire consistant à rajouter une couche d'élastomère au dessus des bulles. Les trous débouchants seront placés directement contre la plaque de métal et, puisque nous avons des méta-écrans d'épaisseur très sub-longueur d'onde, la position des bulles ne devrait pas, non plus, influencer de façon drastique la réponse, tout du moins en première approximation. Des simulations numériques seront présentées par la suite pour vérifier ces hypothèses.

Nous discuterons de la fabrication des méta-écrans à partir des matériaux de Thales mais les mesures acoustiques et rhéologiques sur ces matériaux ne seront pas présentées par souci de confidentialité.

Nous avons reçu plusieurs plaques d'élastomères de Thales avec des rhéologies différentes. Cependant, le perçage de ces plaques a posé un réel problème. Il est vite apparu que percer les plaques d'élastomères avec des trous de cette dimension n'est pas chose facile. Un certain pourcentage de trous reste bouché comme le montre la photo sur la figure 3.7. Le pourcentage de trous percés dépend de l'élastomère. Certains se perçaient très bien alors que, pour d'autres, la totalité des trous était encore bouchée après le passage du forêt.

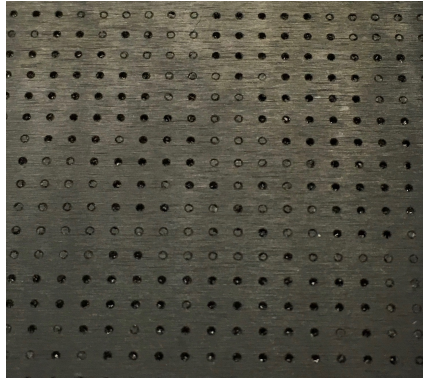


FIGURE 3.7: Photo après perçage d'une des plaques d'élastomères de Thales. On constate que certains trous sont bouchés.

On ne rencontre pas un tel problème avec la méthode de moulage (figure 3.8) utilisée pour fabriquer les échantillons de PDMS.

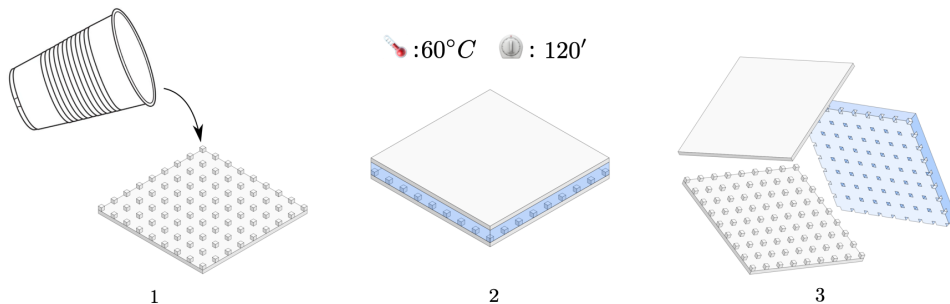


FIGURE 3.8: Réalisation d'un méta-écran avec du PDMS : (1) On verse le mélange PDMS/réticulant sur une surface texturée. (2) Après avoir scellé le moule, on laisse réticuler pendant 120 minutes à 60°C . (3) Après cuisson, le polymère devient solide et peut donc être démoulé.

Elle a été mise au point par A. Bretagne pendant sa thèse [4] puis réutilisée par M. Lanoy. Le PDMS s'y prête particulièrement bien puisqu'il réticule sous l'effet de la température. Le moule de dimensions $6 \times 6 \text{ cm}^2$, fabriqué à l'aide d'une fraiseuse à commande numérique, comporte des cylindres apparents avec les paramètres géométriques choisis (la taille des cylindres ainsi que le pas entre ces cylindres). Les inclusions des méta-écrans seront donc cylindriques.

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

Nous avons commandé deux PDMS (chez ACC Silicones Ltd) qui avaient, sur le catalogue, sensiblement les mêmes valeurs du module élastique mais avec des viscosités assez différentes :

- Le QLE1102 (PDMS A). Il est transparent et de masse volumique 970 kg/m^3 .
- Le SE3000 (PDMS B). Il est de couleur rose, et sa masse volumique est de 2300 kg/m^3 (sans doute chargé en particules).

Les PDMS liquides sont homogénéisés au mélangeur mécanique avant d'ajouter l'agent réticulant. Le mélange est dégazé à la cloche à vide pour supprimer les bulles apparues pendant le mélange puis versé dans le moule. On referme ce dernier en prenant soin d'ajuster l'épaisseur de la couche de PDMS finale. On laisse ensuite réticuler à 60°C pendant 120 minutes. Une fois la réticulation complète, on procède au démoulage.

Deux géométries de moules ont été utilisées, avec des concentrations et des tailles de cylindres différentes. Les caractéristiques des deux moules (de taille $6 \times 6 \text{ cm}^2$) sont données dans le tableau 3.3, comprenant la hauteur H et le diamètre D des cylindres ainsi que le pas entre chaque cylindre, d . À noter que les cylindres ne sont pas de rapport d'aspect égal à 1 (i.e., $H = D$) mais très légèrement aplatis avec un rapport d'aspect $D/H \approx 1.5$. Nous avons décidé de prendre deux géométries pour lesquelles l'approximation par le modèle analytique des coefficients de réflexion est très éloignée afin que le fort contraste entre les deux soit bien visible sur nos mesures acoustiques (photos sur la figure 3.9).

- La géométrie du premier moule a été choisie de sorte à maximiser l'absorption du méta-écran aux alentours de 70 kHz . Le plan de bulle réticulé d'une épaisseur totale de 2 mm contient une concentration volumique d'air très faible, de l'ordre de 0.03% .
- Le second moule n'a pas été optimisé pour une absorption maximale ; il a une concentration de bulles plus élevée (d plus petit) mais également une taille de bulles plus grande pour une concentration volumique d'air égale à 0.90% .

Moule 1	Moule 2
$H = 0.2 \text{ mm}$	$H = 0.44 \text{ mm}$
$D = 0.3 \text{ mm}$	$D = 0.61 \text{ mm}$
$d = 3.5 \text{ mm}$	$d = 1.95 \text{ mm}$

TABLE 3.3: Géométrie des moules utilisés pour la fabrication des méta-écrans d'épaisseur totale 2 mm. H est la hauteur des inclusions cylindriques, D leur diamètre et l'espacement entre elles est noté d .

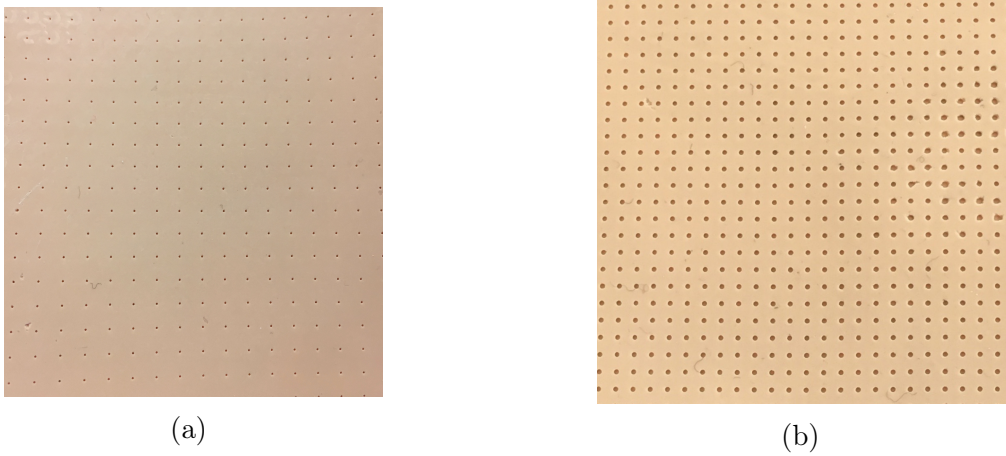


FIGURE 3.9: Photo après réticulation sur (a) le moule 1 qui est optimisé pour une bonne absorption dans la gamme de fréquence des mesures, (b) le moule 2 plus concentré, non optimisé.

3.3.2 Montage expérimental

Les mesures des coefficients de réflexion et de transmission sont réalisées dans une cuve d'eau de dimensions $120 \times 60 \times 46 \text{ cm}^3$ (figure 3.10).

Mesures en transmission

Le méta-écran bulleux et une plaque réfléchissante de dural de dimensions $6 \times 6 \text{ cm}^2$ sont centrés entre deux transducteurs plans, chacun à une distance L de la plaque. L'un est utilisé en tant qu'émetteur, le second joue le rôle de récepteur. Le transducteur émetteur émet une impulsion gaussienne qui est transmise à travers le méta-écran et la plaque pour être ensuite enregistrée par le transducteur récepteur. Les transducteurs et la plaque sont retenus par des tiges métalliques.

Des transducteurs avec des fréquences centrales différentes sont utilisés ; un transducteur de fréquence centrale $f_0 = 40 \text{ kHz}$ et de diamètre $D_T = 16 \text{ cm}$ et un autre de fréquence centrale $f_0 = 80 \text{ kHz}$ et de diamètre $D_T = 8 \text{ cm}$. Nous pouvons ainsi couvrir une bande de fréquence de 40 à 120 kHz.

On utilise un écran acoustiquement opaque percé d'un trou pour "collimater" le signal (en rouge sur la gauche de la figure 3.10 et en photo sur la droite). Le diamètre du trou vaut 5 cm de diamètre. Cet écran protecteur est placé devant l'échantillon afin de réduire les signaux parasites qui pourraient être diffractés par ses bords. Le coefficient de transmission est obtenu en calculant le rapport des transformées de Fourier (TF) des signaux transmis à travers l'échantillon et d'un signal de référence transmis à travers l'écran seul.

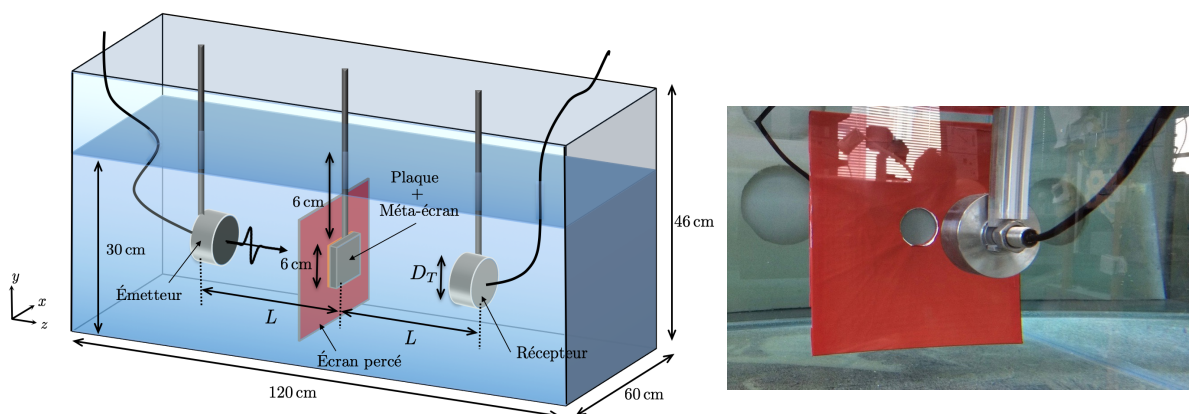


FIGURE 3.10: Schéma et photo du dispositif pour la mesure du coefficient de transmission. On place la plaque de dural et le méta-écran entre les deux transducteurs plans : un émetteur et un récepteur. Un écran protecteur (en rouge ici) percé d'un trou de 5 cm de diamètre permet de "collimater" le signal envoyé.

Mesures en réflexion

L'écran protecteur placé devant l'échantillon nous autorise à travailler avec des échantillons de petites tailles ($6 \times 6 \text{ cm}^2$). Cependant, pour les mesures en réflexion, on ne peut pas l'utiliser ; celui-ci induirait un biais trop important dans les résultats, puisqu'on ne pourrait différencier la réflexion sur la plaque de celle sur l'écran protecteur. Si nous voulons nous servir des moules de $6 \times 6 \text{ cm}^2$, il va falloir nous assurer que la diffraction sur ces échantillons n'est pas trop importante pour avoir des mesures fiables du coefficient de réflexion.

Pour les mesures en réflexion (figure 3.11), on utilisera qu'un seul transducteur plan placé à une distance L de la plaque. Le transducteur émet une impulsion gaussienne qui se réfléchit sur cette plaque et est enregistrée par ce même transducteur, faisant également office de récepteur. Deux mesures sont faites : une sur la plaque seule servant de référence et une autre lorsque le méta-écran est placé sur la plaque. Le coefficient de réflexion est obtenu en calculant le rapport des transformées de Fourier (TF) de ces deux signaux réfléchis.

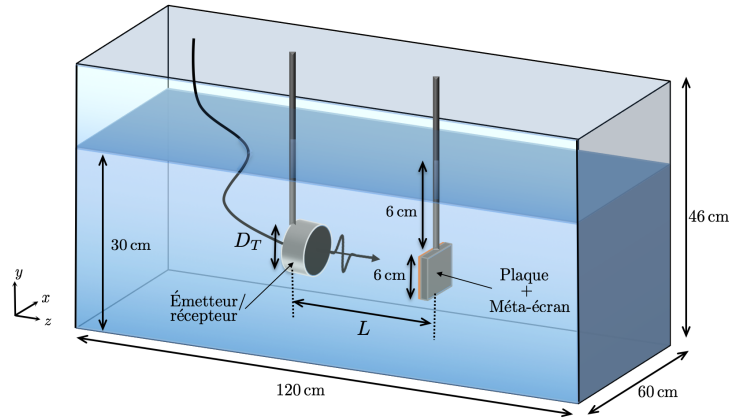


FIGURE 3.11: Schéma du dispositif pour la mesure du coefficient de réflexion.

Un générateur de fonction excite le transducteur avec une impulsion d'enveloppe gaussienne toutes les 30 ms. Un boîtier écrêteur est nécessaire pour ces mesures en réflexion. Pour chaque transducteur, une impulsion courte (1 période) de la même fréquence centrale d'utilisation que le transducteur est émise ainsi que des impulsions plus longues (6 périodes) de fréquences décalées sur les bords de la bande de fréquence à couvrir pour une meilleure précision. Un résumé des paramètres utilisés est présenté dans le tableau 3.4. À noter qu'un transducteur haute fréquence ($f_0 = 500 \text{ kHz}$) sera également utilisé pour la caractérisation des élastomères.

	$D_T(\text{cm})$	$L(\text{cm})$	Impulsions		Bande de fréquences
40 kHz <i>Hz Sensor SY-40</i>	16	22	1 longue	$f_0 = 50 \text{ kHz}$	[40 55]
			1 brève	$f_0 = 35 \text{ kHz}$	
80 kHz <i>Hz Sensor SY-80</i>	8	17	2 longues	$f_0 = 60 \text{ kHz}$ $f_0 = 100 \text{ kHz}$	[60 120]
			1 brève	$f_0 = 80 \text{ kHz}$	
500 kHz <i>Parametrics V391</i>	2.54	11	1 longue	$f_0 = 500 \text{ kHz}$	[200 700]

TABLE 3.4: Tableau récapitulatif des transducteurs utilisés, des impulsions émises et des bandes de fréquences couvertes.

La figure 3.12 montre les transformées de Fourier des impulsions de fréquences et de durées différentes envoyées. Cela nous permet de nous faire une idée de la bande de fréquence couverte par les mesures faites avec les deux transducteurs : transducteur de $f_0 = 40 \text{ kHz}$ à gauche (figure 3.12a) et transducteur de $f_0 = 80 \text{ kHz}$ à droite (figure 3.12b).

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

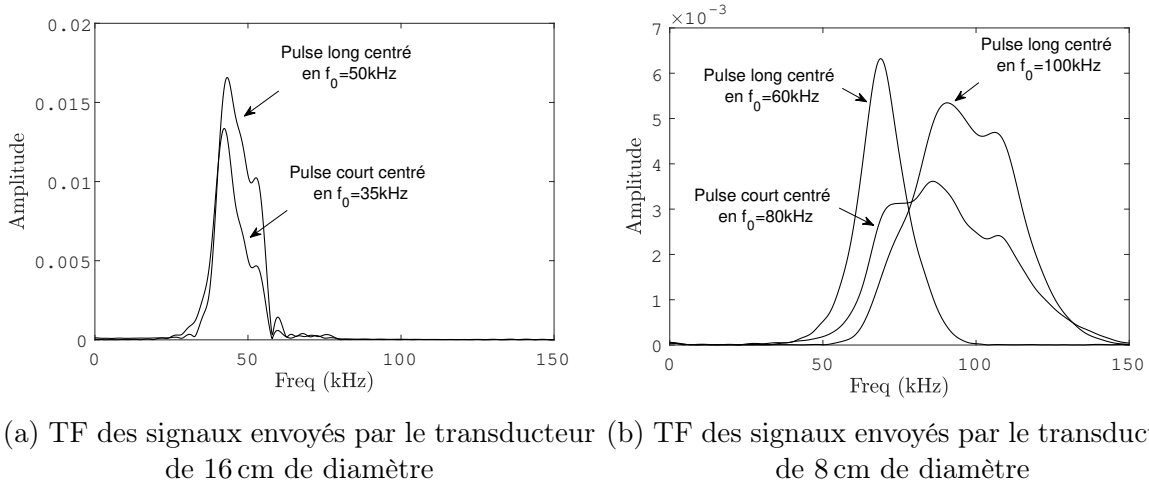


FIGURE 3.12: Transformées de Fourier des deux impulsions gaussiennes envoyées sur une plaque de dural avec le transducteur de 16 cm de diamètre à gauche et des 3 impulsions envoyées avec le transducteur de 8 cm de diamètre à droite.

On montre sur la figure 3.13 des exemples de signaux temporels reçus après réflexion sur une plaque de dural d'une épaisseur de 1 cm. À gauche, nous avons émis une impulsion courte centrée en $f = 35\text{ kHz}$ avec le transducteur SY-40, à droite une impulsion courte centrée en $f = 80\text{ kHz}$ avec le transducteur SY-80. Les pointillés délimitent le signal de la première réflexion, celle qui va nous intéresser.

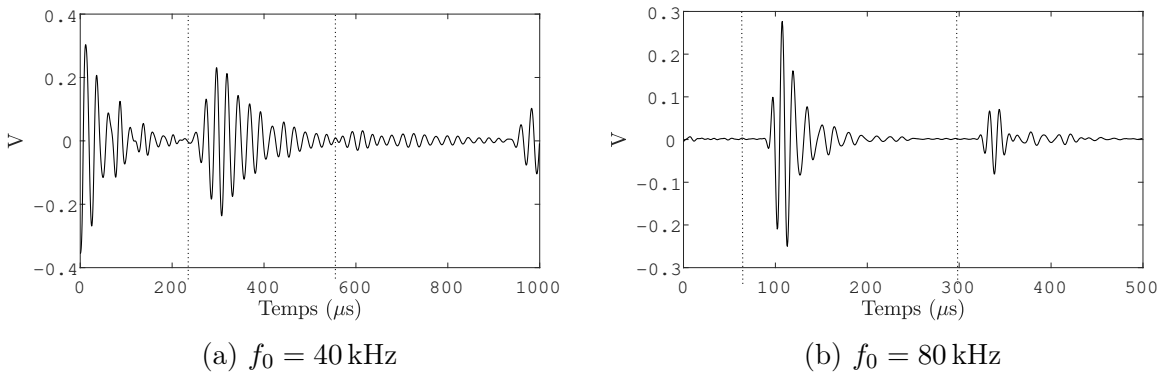


FIGURE 3.13: Signal temporel reçu après réflexion sur une plaque de dural de 1 cm d'épaisseur. (a) L'impulsion courte gaussienne de fréquence $f = 35\text{ kHz}$ est envoyée par le transducteur de fréquence centrale $f_0 = 40\text{ kHz}$, (b) l'impulsion courte gaussienne de fréquence $f = 80\text{ kHz}$ est envoyée par le transducteur de fréquence centrale $f_0 = 80\text{ kHz}$.

La distance L entre le transducteur et l'échantillon est choisie de sorte que l'échantillon se trouve en champ lointain. Si l'on se place trop proche du transducteur, le champ de pression est en effet très irrégulier, avec une succession de maxima et de zéros. La position du dernier maximum de pression est classiquement utilisée pour définir la limite basse du champ lointain. Sa position est approximée par la formule $z_F = (D/2)^2/\lambda$. Pour le

3.3. VALIDATION EXPÉRIMENTALE

transducteur SY-80 à la limite haute de la fourchette des fréquences ($f = 120$ kHz), $z_F = 12.8$ cm. Il faut donc placer l'échantillon à une distance supérieure sans toutefois le placer trop loin au risque d'avoir une divergence de faisceau trop importante dégradant notre signal.

La distance L choisie doit également être suffisante pour séparer les différents échos que l'on peut voir sur les deux signaux temporels. Si l'impulsion émise par l'émetteur a une durée τ , il faut que le signal réfléchi arrive après ce temps, ce qui se traduit par une distance L qui doit vérifier $2L/c_0 > \tau$. En pratique, pour les transducteurs de 8 cm de diamètre ($f_0 = 80$ kHz), il faut bien attendre $\tau \approx 200 \mu\text{s}$ pour que l'amplitude du signal émis soit proche de zéro (voir figure 3.13b), ce qui impose $L > 15$ cm. Les distances choisies sont également indiquées dans le tableau 3.4.

Aux fréquences auxquelles nous travaillons, la dimension des plaques (6×6 cm²) peut soulever des questions quant à la diffraction sur les bords de l'échantillon dans la gamme de fréquence de nos mesures. Le choix de ces dimensions nous permettait de pouvoir travailler avec des anciens moules de PDMS faits pendant la thèse de Maxime Lanoy.

Afin de quantifier le niveau de signal au bord de l'échantillon, nous avons effectué un scan à l'hydrophone au niveau de la plaque le long de l'axe Ox (présenté sur la figure 3.14). Pour cela, nous avons émis des impulsions longues centrées à 60 kHz et à 80 kHz avec le transducteur SY-80 et avons fait un scan selon l'axe Ox à une distance $L = 17$ cm, distance correspondant à la distance de mesure entre le transducteur et l'échantillon. Pour des mesures dans la fourchette haute des fréquences vers 80 kHz, ces dimensions de plaques devraient nous permettre d'obtenir des résultats assez fiables. Au bord de la plaque le signal a décru de 80% par rapport au centre. Pour 60 kHz, le faisceau devient relativement large comparé à la largeur de plaque (6 cm). Cela signifie qu'une part non négligeable du signal atteint les bords, d'où des problèmes potentiels de diffraction.

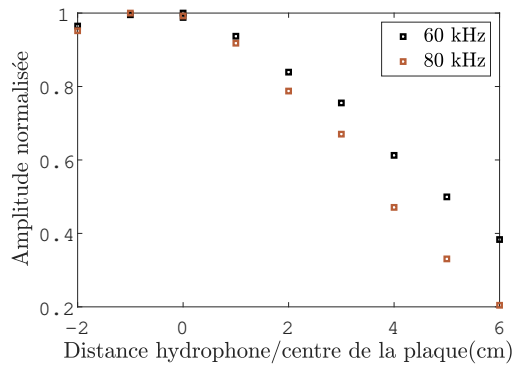


FIGURE 3.14: Mesure de la décroissance de l'amplitude selon l'axe Ox de la plaque grâce à un scan à l'hydrophone à une distance $L = 17$ cm du transducteur SY-80 qui émet des impulsions longues centrées à 60 kHz (en noir) et à 80 kHz (en rouge).

À 80 kHz, la longueur d'onde est de $\lambda = 1.9$ cm. La taille de la plaque vérifie donc le critère préconisé par Mott *et al.* [40] de travailler avec des échantillons de dimensions minimales égales à 3λ . En revanche pour travailler à 40 kHz, il faudrait une taille de plaque de 11 cm. Il n'est donc pas évident que l'on puisse interpréter nos mesures de coefficients de réflexion avec des formules établies pour des milieux de dimensions transverses infinies. On se propose de tester cela dans la partie suivante, avec des plaques homogènes d'impédance connue.

3.3.3 Validation du dispositif expérimental

Dans l'optique de valider notre méthode de mesure des coefficients de réflexion et de transmission à travers des plaques de dimensions 6×6 cm², nous avons effectué une série de mesures à travers quatre plaques de matériaux différents :

- deux plaques de métal : dural et inox
- deux plaques de polymères thermoplastiques : une de polyméthacrylate de méthyle (PMMA) et une autre d'acrylonitrile butadiène styrène (ABS).

Des plaques de dural et de PMMA de dimensions 12×12 cm², c'est-à-dire supérieures à 3λ , comme préconisé par Mott *et al.*, ont également été fabriquées pour vérifier si les mesures acoustiques sur des plaques plus grandes pouvaient améliorer de façon significative les résultats.

Les mesures faites en réflexion et en transmission entre 40 et 120 kHz seront comparées avec la transmission théorique pour une onde plane en incidence normale. Mais avant cela, nous allons mesurer les caractéristiques des plaques qui sont nécessaires pour le calcul : les masses volumiques, les vitesses des ondes longitudinales et les atténuations dans ces plaques. Les valeurs des vitesses longitudinales, v_L , et des atténuations, at_L , sont tirées de mesures de transmission acoustique à haute fréquence (500 kHz).

3.3.3.1 Caractérisation des plaques avec des mesures hautes fréquences

Des mesures en transmission à plus hautes fréquences ont été effectuées sur les quatre plaques avec des transducteurs plans de fréquence centrale 500 kHz (*Parametrics V391*, 2.54 cm de diamètre, distance de transition entre le champ proche et le champ lointain à 5.4 cm dans l'eau à 500 kHz).

L'émetteur et le transducteur sont placés à une distance $L = 11$ cm de chaque côté de la plaque testée. Une mesure à vide est préalablement réalisée pour nous servir de référence. Dans cette configuration à hautes fréquences, où les problèmes de diffraction sont moindres, l'écran protecteur n'est pas nécessaire.

On adapte les paramètres v_L et at_L des plaques pour ajuster les courbes analytiques du module du coefficient de transmission à nos mesures (figure 3.15) en s'assurant aussi

3.3. VALIDATION EXPÉRIMENTALE

d'un bon accord avec la phase. L'eau est à une température de $T = 20^\circ\text{C}$. L'atténuation est prise en compte en prenant un nombre d'onde : $k = \frac{\omega}{v_L}(1 + i at_L)$.

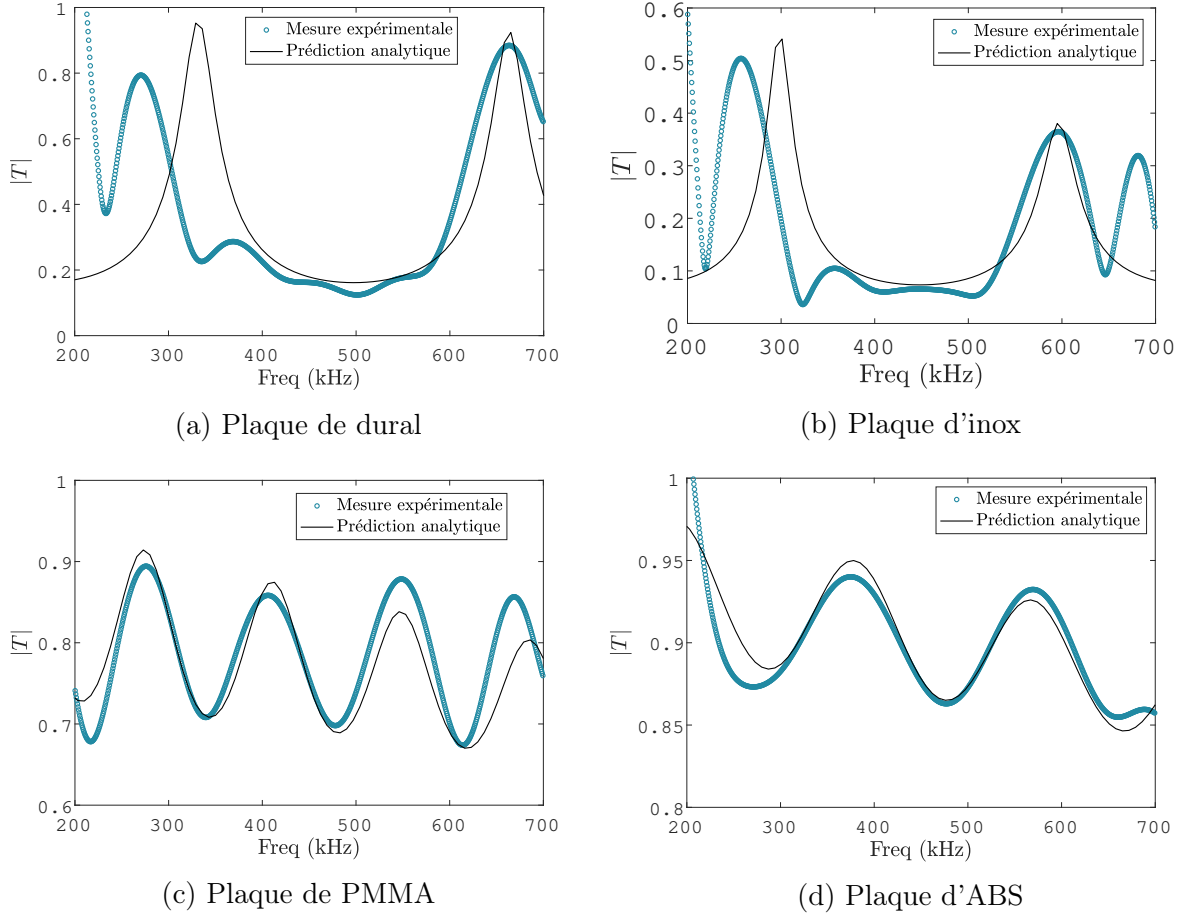


FIGURE 3.15: Recherche des paramètres caractéristiques des plaques par ajustement des mesures en transmission à 500 kHz.

Les valeurs ajustées sont présentées dans le tableau 3.5.

	Dural		Inox		PMMA		ABS	
	Mesure	Litt.	Mesure	Litt.	Mesure	Litt.	Mesure	Litt.
$e(\text{mm})$	9.8		9.2		10		5.7	
$\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$	2835 ± 50	2700	7360 ± 140	7800	1195 ± 25	1200	1070 ± 25	1000
$v_L(\text{m}/\text{s})$	6500 ± 30	6400	5490 ± 20	5900	2720 ± 20	2600	2160 ± 20	2230
at_L	0.003 ± 0.001		0.02 ± 0.001		0.010 ± 0.001		0.0075 ± 0.0005	

TABLE 3.5: Paramètres caractéristiques des plaques mesurés comparés aux données trouvées dans la littérature.

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

Avec ces valeurs déterminées à 500 kHz, où les effets de diffraction au bord sont *a priori* moins gênants, on peut maintenant vérifier si les mesures à plus basses fréquences ont du sens.

3.3.3.2 Mesures des coefficients de transmission et réflexion entre 40 et 120 KHz

Transmission

On mesure la transmission à travers les plaques de matériaux différents (inox, PMMA, dural et ABS). On a des plaques de $6 \times 6 \text{ cm}^2$ pour chacun des matériaux plus deux de $12 \times 12 \text{ cm}^2$ pour le PMMA et le dural. Les mesures sont réalisées avec l'écran protecteur. Une mesure de référence est faite avec l'écran seul. La figure 3.16 résume toutes les mesures faites sur ces six plaques ; en haut, on trace l'amplitude et en bas, la phase du coefficient de transmission.

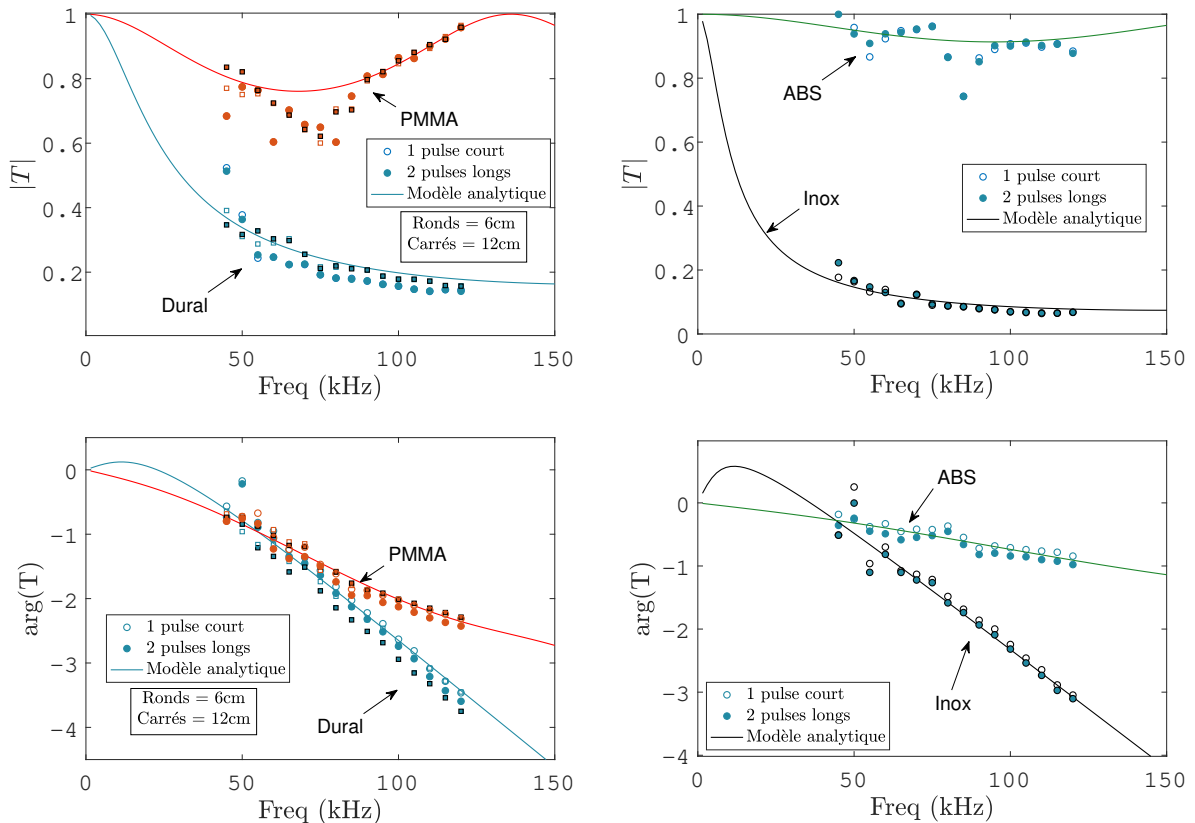


FIGURE 3.16: Module (en haut) et phase (en bas) du coefficient de transmission à travers des plaques de dural et PMMA (gauche), inox et ABS (droite), avec l'écran protecteur. Les disques correspondent à des mesures s avec des plaques de 6 cm de côté, les carrés à des mesures avec des plaques de 12 cm de côté (uniquement pour PMMA et dural). Les symboles pleins viennent de la TF de deux signaux longs (temporellement), et les vides de celle d'un seul signal plus court.

Les modules de la transmission montrent un bon accord avec les prédictions analytiques pour les deux métaux mais on observe des "accidents" sur les courbes des deux plastiques : un creux vers 75 kHz pour le PMMA et deux creux vers 55 et 90 kHz pour l'ABS. Par contre, pour la phase, l'ajustement des mesures et du modèle est bon ; les perturbations sont moins visibles.

Plusieurs hypothèses pour expliquer ces sauts ont été étudiées. On ne remet pas en cause les transducteurs ou la diffraction puisque, pour l'inox et le dural, on n'observe pas de tels sauts. L'explication éventuelle d'une apparition de modes de plaque n'est pas non plus retenue puisqu'il n'y a pas de décalage de l'accident pour des tailles de plaques différentes (6 et 12 cm pour le PMMA).

L'unique explication que nous avons pour le moment, puisque le problème n'est visible que pour les matériaux les moins rigides, est une contribution des ondes de cisaillement dans la plaque qui se propageraient dans l'épaisseur. Travailler avec des ondes planes en incidence normale ne génère normalement pas d'ondes transverses, mais un faisceau de taille finie n'est jamais complètement plan.

Les mesures avec des plaques de 12 cm par rapport à celles de 6 cm ne montrent pas d'amélioration évidente pour le PMMA et seulement une très légère correction sur le module de transmission de la plaque de dural. Mais c'est surtout sur les mesures en réflexion qu'il faudra regarder l'effet de la dimension des plaques car l'usage de l'écran protecteur n'est pas possible.

Réflexion

Des mesures en réflexion ont été réalisées sur les mêmes plaques. Une référence à vide n'étant pas faisable, il nous faut prendre comme référence la réflexion sur une plaque choisie de façon arbitraire. On choisit la plaque de dural. On rappelle que les mesures en réflexion se font sans écran protecteur, puisqu'il serait impossible de séparer les réflexions sur l'écran et sur les plaques ; les problèmes de diffraction dus à la taille finie des plaques sont donc susceptibles d'apparaître.

On trace sur la figure 3.17 le rapport des TF des signaux réfléchis par les quatre plaques sur la TF du signal réfléchi par la plaque de dural : la plaque d'ABS de 6 cm (figure 3.17a) et la plaque d'inox de 6 cm (figure 3.17b) et les deux plaques de PMMA de 6 cm et 12 cm (figure 3.17c).

Les mesures à plus hautes fréquences avec le transducteur SY-80 coïncident bien avec la prédiction analytique, celles à plus basses fréquences semblent un peu plus chahutées.

La forte diffraction à 40 kHz a évidemment une conséquence sur les mesures, mais bien que l'erreur induite semble plus importante que pour les mesures à 80 kHz, les résultats obtenus ne sont pas aberrants (précision de l'ordre de ± 0.2).

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

Les mesures sur le PMMA révèlent les mêmes problèmes que pour la transmission : on voit une bosse vers 75 kHz. La taille des plaques (6 cm en ronds bleus et 12 cm en carrés noirs) ne semble pas avoir une incidence majeure sur la réflexion.

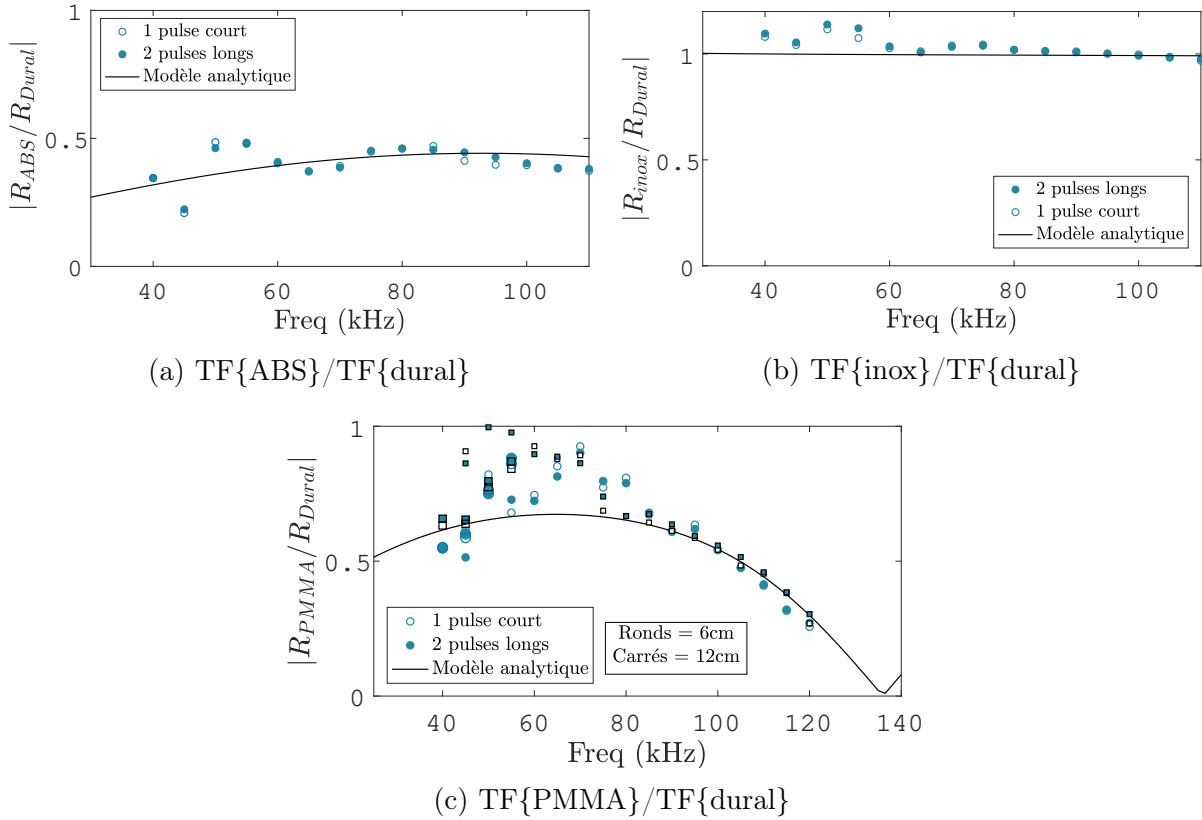


FIGURE 3.17: Module du rapport entre les coefficients de réflexion sur des plaques (a) d'ABS et de dural pour des plaques de 6 cm, (b) d'inox et de dural pour des plaques de 6 cm, (c) de PMMA et de dural, pour des plaques de 6 cm (ronds bleus) et de 12 cm (carrés noirs). Les symboles pleins viennent de la FFT de deux signaux longs, et les vides de celle d'un seul signal plus court. Les gros symboles viennent de mesures avec le transducteur SY-40, les plus petits avec le SY-80.

Cette série de mesures avec des plaques homogènes de différents matériaux nous permet d'affirmer que notre dispositif expérimental peut-être utilisé pour mesurer des coefficients de transmission et de réflexion, malgré les dimensions réduites ($6 \times 6 \text{ cm}^2$) des plaques. Certes, la précision des mesures n'est pas très bonne, mais elle permet de différencier nettement les comportements des différents matériaux : on retrouve par exemple que l'ABS est un bon transmetteur (mauvais réflecteur) tandis que l'inox est un bon réflecteur (mauvais transmetteur). On peut donc utiliser ce dispositif pour tester les méta-écrans. Les méta-écrans peu performants donneront sans doute des résultats impossibles à bien interpréter étant donné les barres d'erreur. Mais les méta-écrans performants (qui sont ceux qui nous intéressent) pourront être identifiés grâce à ce type de mesures.

3.3.4 Mesures acoustiques sur les méta-écrans

Maintenant que nous avons validé notre dispositif expérimental et que nous avons une idée des limites de précision des mesures qu'il permet, nous pouvons entreprendre l'étude de la réflexion sur les quatre méta-écrans fabriqués à partir des PDMS (les deux moules en PDMS A et les deux moules en PDMS B). Cependant, avant cela, des questions se sont posées sur le maintien de ces méta-écrans sur la plaque. Nous détaillerons donc notre protocole de pose des méta-écrans avant de présenter les résultats de nos mesures.

3.3.4.1 Mise en place et reproductibilité

Les méta-écrans sont immergés et placés sur la plaque de dural, en plaçant les trous débouchants côté plaque. Nous n'utilisons pas de colle pour maintenir le méta-écran sur la plaque, c'est une question sur laquelle nous ne nous sommes pas penchés, nous concentrant sur le matériau en lui-même. Nous avons tenté des mesures avec du scotch double face mais la pose de cette couche supplémentaire altère les mesures du coefficient de réflexion et rend les résultats fluctuants d'une mesure à l'autre. Malgré les soins pris pour les éviter, le scotch emprisonne très certainement des microbulles d'air qui ont un effet non négligeable sur les mesures. Nous avons donc simplement posé le méta-écran sur le dural, puisqu'on s'est aperçu qu'il tenait en place le temps nécessaire à nos mesures acoustiques.

Cependant, le coefficient de réflexion mesuré est très sensible à la manière de placer le méta-écran. Nous avons fait plusieurs mesures sur un échantillon de Thales qui illustrent les précautions à prendre pour placer le méta-écran sur la plaque (figure 3.18a). La mesure de référence est faite sur la plaque de dural seule.

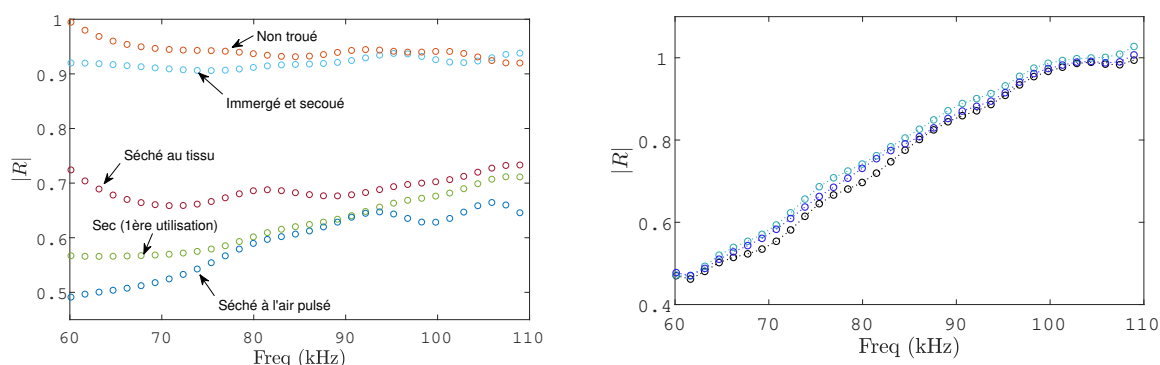
Il n'est pas possible d'appliquer le méta-écran sur la plaque de dural hors de l'eau : il se décolle lorsqu'on plonge le tout dans l'eau. Il faut donc placer le méta-écran sur la plaque déjà immergée.

Nous nous sommes vite rendus compte que, malgré la petite taille des cylindres, l'eau pénétrait à l'intérieur si nous ne prenions aucune précaution. Au premier essai, nous avons plongé l'échantillon dans l'eau et l'avons secoué (de manière à évacuer d'éventuelles bulles d'air sur la surface). Les trous se sont remplis d'eau et le méta-écran se comportait alors comme un élastomère plein (courbe en bleu clair sur la figure 3.18a). Le méta-écran sec doit être plongé délicatement dans la cuve et placé le plus rapidement possible sur la plaque de dural. On doit s'assurer d'un séchage optimal avant la pose. Un séchage avec un tissu (courbe rouge) n'est pas suffisant pour sécher l'intérieur des trous ; un séchage à l'air pulsé est bien plus efficace (courbe bleu foncé).

Les expériences étant très sensibles à plusieurs paramètres, se pose alors la question de la reproductibilité des mesures. On montre sur la figure 3.19, la photo d'un méta-écran et

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

d'une plaque immergés sur lesquels sont effectuées les mesures de réflexion. Trois mesures ont été faites sur un des méta-écrans PDMS faits à partir du moule 1 ; elles sont rassemblées sur la figure 3.18b. A chaque mesure, le méta-écran est sorti de l'eau, séché à l'air pulsé puis replacé sur la plaque. En suivant correctement le protocole, les mesures sont reproductibles avec une faible dispersion.



(a) Essais de pose du méta-écran sur le dural.

(b) Reproductibilité de la mesure.

FIGURE 3.18: (a) Expériences-essais pour le protocole de mise en place de l'élastomère sur la plaque de dural. Il s'agit ici d'un méta-écran obtenu par perçage d'un échantillon fourni par Thales. (b) Réalisation de trois mesures en suivant le protocole d'un séchage avec l'air pulsé avant une pose rapide sur la plaque immergée. Il s'agit ici d'un méta-écran de PDMS fabriqué à partir du moule 1.

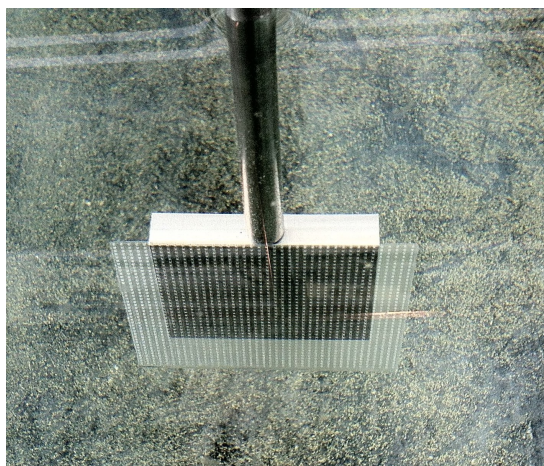


FIGURE 3.19: Photo d'un méta-écran de PDMS posé sur la plaque de dural immergée dans la cuve.

Une fois le protocole mis en place, des mesures acoustiques peuvent être faites sur les différents échantillons.

3.3.4.2 Mesures en réflexion sur des méta-écrans bulleux

Nous avons réalisé des mesures de réflexion sur les quatre méta-écrans réalisés à partir de PDMS (figure 3.20). On présente à chaque fois les mesures sur une plaque d'élastomère homogène (symboles noirs), celles avec les méta-écrans faits à partir du moule 1 (symboles bleus) et celles avec les méta-écrans faits à partir du moule 2 (symboles rouges).

Les mesures sur le PDMS B (à droite) sont moins propres en comparaison de celles faites avec le PDMS A. En particulier, les mesures diffèrent selon l'impulsion envoyée. On explique cela par des problèmes de stabilité pendant nos mesures. Il est difficile de faire tenir les méta-écrans de PDMS B qui sont très lourds ($\rho = 2300 \text{ kg/m}^3$). En effet, ils ne tiennent qu'un temps très court sur le dural avant de glisser, rendant l'enregistrement des signaux plus compliqué.

Les deux géométries ont une réponse complètement différente. La géométrie 1 montre un fort creux dans la réflexion vers 50 kHz, alors que la géométrie 2, plus concentrée en air, n'a qu'un effet très faible sur la réflexion par rapport à une plaque d'élastomère homogène. En dépit des soucis rencontrés avec le PDMS B, la différence de réflexion apparaît flagrante entre le méta-écran 1 (qui se trouve être un très bon candidat pour la super-absorption), et le méta-écran 2 (qui a une réflexion pratiquement égale à 1 et qui est même plus importante que la plaque de PDMS homogène).

La comparaison de ces mesures avec notre modèle analytique suppose la connaissance précise de la rhéologie des PDMS aux fréquences de mesures, ce que nous chercherons à déterminer dans la section suivante.

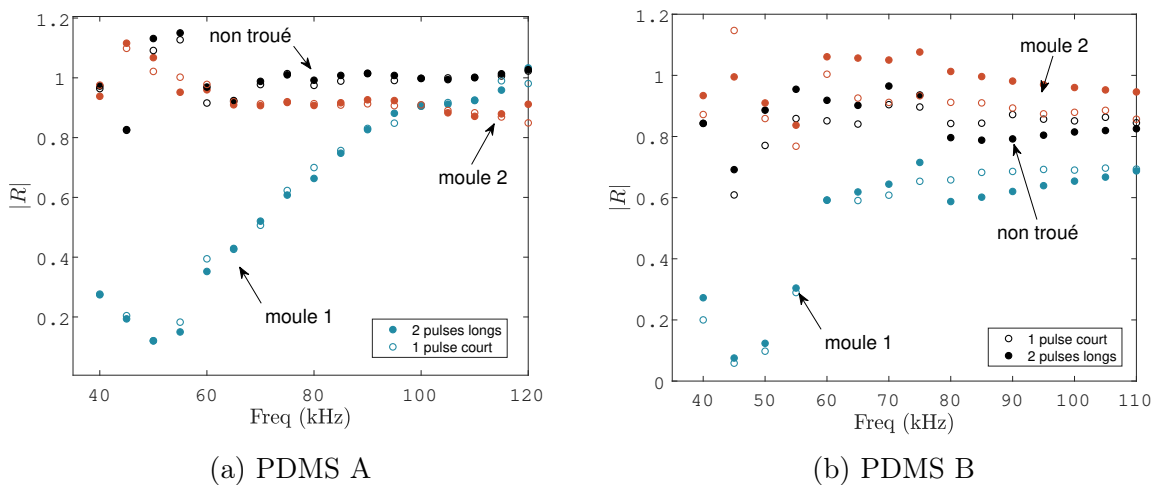


FIGURE 3.20: Mesures de réflexion sur différents méta-écrans, sans trous (en noir) réalisés à partir du moule 1 (en bleu) et réalisés à partir du moule 2 (en rouge), (a) pour le PDMS A, (b) pour le PDMS B. Les symboles pleins viennent de la TF de deux signaux longs et les vides de celle d'un seul signal plus court.

3.3.5 Mesures rhéologiques

Pour prédire le comportement de nos méta-écrans, la connaissance de la rhéologie de l'élastomère dans lequel les bulles sont emprisonnées est primordiale. Nos mesures acoustiques ont été réalisées entre 40 et 120 kHz. Il nous faut donc accéder dans cette gamme de fréquences au module de cisaillement des deux PDMS utilisés. Des mesures ont été réalisées par la société Thalès en utilisant la technique DMA (Dynamic Mechanical Analysis) qui consiste à appliquer une déformation sinusoïdale à l'échantillon et à mesurer la force résultante. Les fréquences accessibles (1 Hz-1000 Hz) sont beaucoup plus basses que celles visées mais le principe d'équivalence temps/température permet a priori d'accroître la gamme de fréquences accessibles. Parallèlement, nous avons mis en place au laboratoire une méthode qui permet de mesurer le module de cisaillement à des fréquences au-delà de 100 kHz. En rapprochant ces deux types de mesures, nous espérons ainsi déterminer les propriétés rhéologiques des deux PDMS dans la bande de fréquences qui nous intéresse (40-120 kHz).

3.3.5.1 Principe de la mesure haute fréquence par ondes de cisaillement

La méthode exploite la réflexion des ondes de cisaillement pour accéder au module de cisaillement d'un matériau à hautes fréquences [32]. Le schéma du dispositif est présenté sur la figure 3.21. Un transducteur piézoélectrique transverse (fréquence centrale de 300kHz) est monté sur la paroi latérale d'une enclume en acrylique, de façon à générer une onde plane arrivant sur la surface avec un angle d'incidence θ_i . L'onde réfléchie subit deux autres réflexions avant d'être enregistrée par le même transducteur. En comparant le signal obtenu avec et sans matériau sur l'enclume (dans le cas de l'air on a une réflexion parfaite), on obtient un facteur de réflexion $\mathcal{R}$ qui s'exprime de la façon suivante :

$$\mathcal{R} = \left[\frac{Z_{ac} \cos \theta_i - Z \cos \theta_r}{Z_{ac} \cos \theta_i + Z \cos \theta_r} \right]^2, \quad (3.8)$$

où Z_{ac} désigne l'impédance (transverse) de l'acrylique ($Z_{ac} = 1.62 \text{ MRayl}$), Z celle du matériau que l'on cherche à caractériser, et θ_r l'angle de réfraction dans le matériau. Ce dernier angle est donné par la relation de Snell-Descartes : $\sin \theta_r = v \sin \theta_i / v_{ac}$. Comme on s'intéresse en général à des matériaux bien plus mous que l'acrylique, $v/v_{ac} \ll 1$ et $\cos \theta_r \simeq 1$. Notons que le seul intérêt d'utiliser une incidence oblique est d'avoir une "impédance effective" de l'acrylique plus faible, et donc une meilleure sensibilité de la mesure aux matériaux mous. En pratique, on utilise un angle de 76° , ($\cos \theta_i \simeq 0.24$).

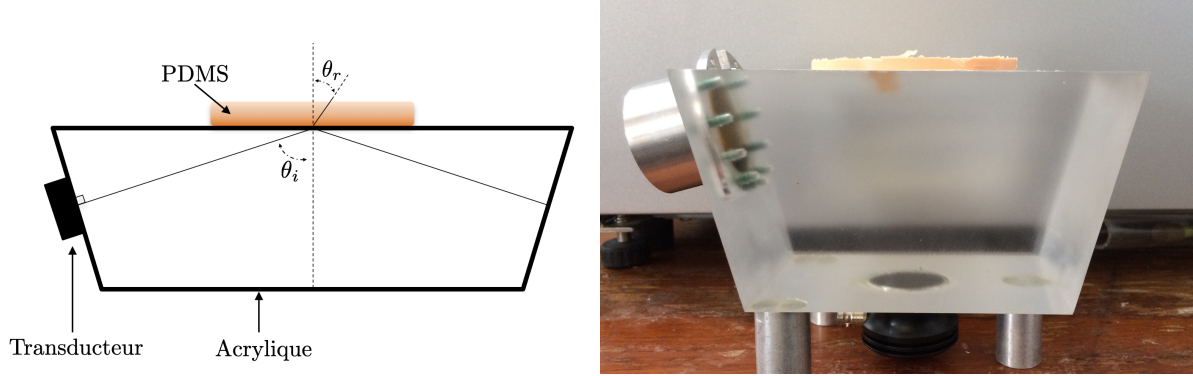


FIGURE 3.21: Schéma et photo du dispositif. L'élastomère à tester (en orange sur la photo) est placé sur une enclume en acrylique.

À partir de (3.8), on peut exprimer l'impédance de l'échantillon en fonction du facteur de réflexion mesuré :

$$Z = Z_{ac} \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_r} \left(\frac{1 - \sqrt{R}}{1 + \sqrt{R}} \right)^2, \quad (3.9)$$

et, si l'on connaît la densité ρ du matériau, on a accès au module de cisaillement

$$G = Z^2 / \rho. \quad (3.10)$$

Cette technique est analogue à celle de Longin *et al.* [36], mais à plus basse fréquence (1.5 MHz) et avec de l'acrylique au lieu du quartz.

3.3.5.2 Résultats pour les deux PDMS

On rappelle que nous avons deux PDMS avec des masses volumiques et des viscosités assez différentes (sur le catalogue) : le QLE1102 (PDMS A) de masse volumique 970 kg/m^3 et le SE3000 (PDMS B), plus lourd, de masse volumique 2300 kg/m^3 .

Le gros défaut de la technique de mesure rhéologique par ondes de cisaillement est qu'il faut s'assurer d'avoir un bon contact entre l'enclume et l'échantillon. S'il reste des poches d'air entre les deux, le coefficient de réflexion sera affecté, et la mesure de G' , G'' faussée. L'avantage de travailler avec nos PDMS, par rapport aux élastomères de Thales, est que l'on peut préparer les échantillons sur l'enclume : on verse le PDMS liquide sur la surface et on laisse durcir. On est ainsi certain d'avoir un bon contact. On mesure ensuite la référence après avoir décollé le bout de PDMS.

La figure 3.22 montre les modules de cisaillement obtenus. On remarque que les mesures avec le PDMS A sont bien répétables. Pour le PDMS B, en revanche, les deux séries de mesures ne sont pas en bon accord. Celle du 3 avril donne des G' et G'' croissants avec la fréquence, tandis que celle du 5 avril donne un G' décroissant, et un G'' qui est très étonnamment parfois négatif.

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

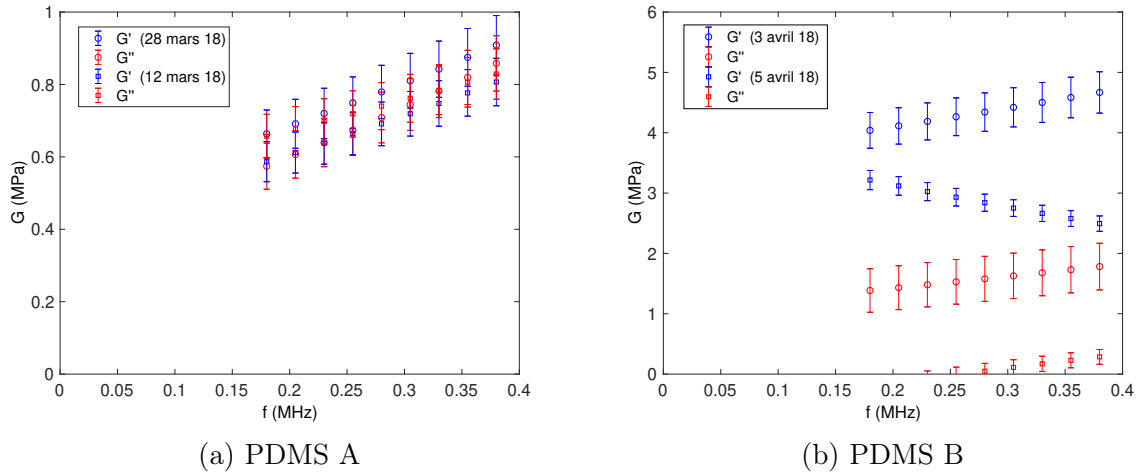


FIGURE 3.22: Résultats des mesures pour des échantillons durcis sur l'enclume, pour le PDMS A (à gauche) et le PDMS B (à droite). Les G' sont en bleu et les G'' en rouge. Deux répliques, à des dates différentes, sont montrées à chaque fois. On voit que la mesure pour le PDMS B n'est pas reproductible.

Il faut ensuite comparer les résultats de la figure 3.22 à ceux de la figure 3.23, qui montre ce qu'on obtient avec des plaques homogènes déjà démoulées que l'on s'efforce de déposer sur l'enclume en s'assurant du meilleur contact possible. Pour cela, l'échantillon est laissé dans l'étuve pour qu'il soit à la même température que l'enclume avant de le déposer dessus en essayant de faire partir toutes les bulles. Notons que pour le PDMS A, qui est transparent, on peut s'assurer visuellement d'un bon contact, ce qui n'est pas le cas pour le PDMS B.

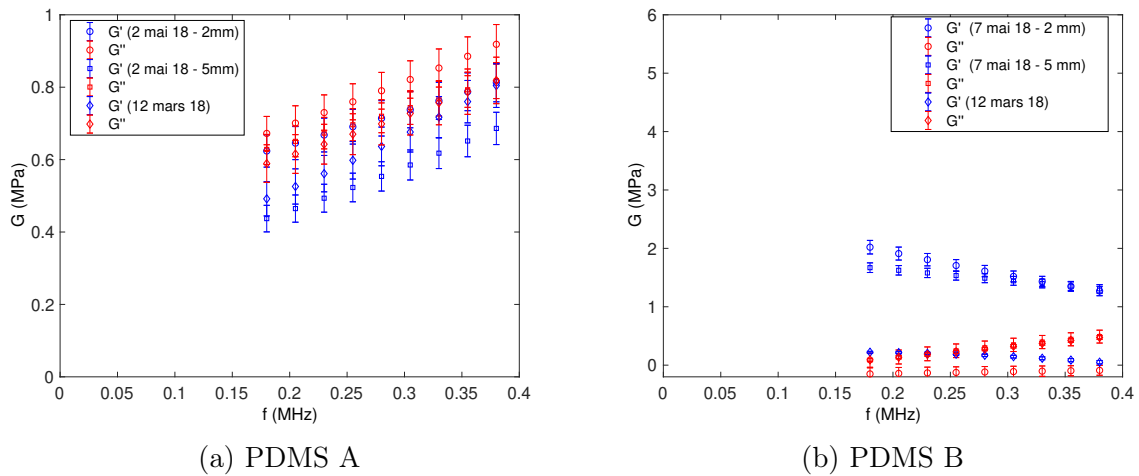


FIGURE 3.23: Résultats des mesures sur des plaques de PDMS posées sur l'enclume pour le PDMS A (à gauche) et le PDMS B (à droite). Les G' sont en bleu et les G'' en rouge. On a trois plaques à chaque fois : deux plaques faites en mai, issues de la même préparation, de 2 et 5 mm d'épaisseur, et une troisième fabriquée en mars.

Pour le PDMS A, la comparaison entre les deux techniques est encourageante : on retrouve la même tendance. Pour le PDMS B, c'est encore une fois assez dispersé avec des résultats étonnants que nous avons déjà rencontrés sur la figure 3.22 avec un G'' parfois négatif.

L'objectif étant d'obtenir le module de cisaillement des PDMS sur la bande de fréquences des mesures acoustiques (40-120 kHz), les mesures de DMA vont permettre d'avoir une idée fiable très basses fréquences de ce module afin d'extrapoler le comportement rhéologique des PDMS entre ces deux mesures rhéologiques. Les mesures DMA sont réalisées à différentes températures, ce qui nous permet d'utiliser l'équivalence temps-température et d'obtenir une courbe maîtresse du module de cisaillement sur une plus large bande de fréquences. Les mesures DMA sont réalisées tous les 10°C sur une échelle de température de -70 à 30°C pour le PDMS A et de -70 à 0°C pour le PDMS B.

Les résultats sont présentés sur la figure 3.24. On montre sur le graphe les données mesurées à 20°C pour le PDMS A et à 0°C pour le PDMS B, valeurs de température les plus proches de la température de nos mesures hautes fréquences (25°C). Les mesures DMA sur le PDMS A ont permis d'obtenir une courbe maîtresse à partir de laquelle les paramètres d'une loi de Zener fractionnaire ont pu être déterminés. Ces paramètres sont résumés dans le tableau 3.6. La courbe associée au modèle de Zener à une température $T = 20^\circ\text{C}$ est tracée sur la figure. Cependant, les mesures sur le PDMS B ne permettent pas d'avoir une courbe maîtresse exploitable. On décide donc d'ajuster des paramètres d'un modèle de Zener fractionnaire aux données mesurées à 0°C (tableau 3.6).

Nom	G_0 (MPa)	G_∞ (MPa)	τ (μs)	α	T_{ref} ($^\circ\text{C}$)	C_1 ($^\circ\text{C}$)	C_2 ($^\circ\text{C}$)
PDMS A	0.788	6	179	0.358	-70	10	145
PDMS B	2.3	30	320	0.43	-70	10	145

TABLE 3.6: Modèle de zener fractionnaire associé aux PDMS A et PDMS B.

Les données des mesures hautes fréquences après réticulation sur l'enclume sont tracées à nouveau sur ce graphe, en prenant les données du 3 avril pour le PDMS B et du 28 mars pour le PDMS A. Les paramètres d'une régression linéaire de ces mesures hautes fréquences ("*shear*") sont regroupés dans le tableau 3.7 :

Nom	G' (Pa)	G'' (Pa)
PDMS A	$0.48 \cdot 10^6 + 0.8 f$	$0.47 \cdot 10^6 + 1.07 f$
PDMS B	$3.5 \cdot 10^6 + 3.1 f$	$1 \cdot 10^6 + 2 f$

TABLE 3.7: Module de stockage et module de pertes des PDMS A et B obtenus par régression linéaire à partir des mesures hautes fréquences par ondes de cisaillement.

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

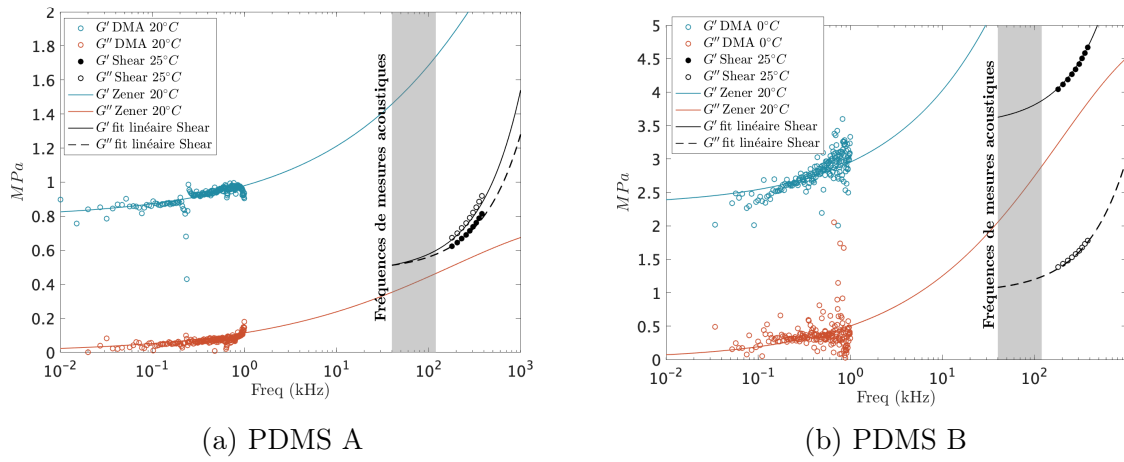


FIGURE 3.24: Comparaison entre les résultats de mesure DMA (G' en bleu et G'' en rouge) et les mesures en ondes de cisaillement (symboles noirs) pour des plaques de PDMS A (a), et de PDMS B (b). En traits pleins noirs sont représentées les régressions linéaires associées aux mesures en ondes de cisaillement et en traits pleins rouges et bleus, le modèle de Zener associé aux mesures DMA. La zone grisée représente les fréquences auxquelles sont effectuées les mesures acoustiques.

Il y a clairement un désaccord entre les deux techniques. La DMA est *a priori* la méthode la plus directe et la plus fiable. Sur les élastomères de Thales comme pour le PDMS A, les résultats sont très convaincants et l'équivalence temps-température permet de déterminer les paramètres d'une loi de Zener fractionnaire. Pour le PMDS B, il faut remarquer que les mesures reportées ici ont été faites à 0°C. À 25°C, le module de cisaillement serait peut-être plus faible. Mais pour le PDMS A, on est à une température très proche pour les deux méthodes, et il faut noter que les mesures de DMA et de cisaillement HF ont été faites sur les mêmes échantillons.

Il ressort de cette analyse que le résultat le plus troublant est le mauvais accord obtenu sur le PDMS A. Le PDMS B, quant à lui est très difficile à caractériser que ce soit avec l'une ou l'autre des méthodes. Avec la méthode des ondes de cisaillement, les résultats sont très fluctuants et certains très étonnants avec un G'' pouvant être négatif. Et pour les mesures DMA, il a été impossible d'appliquer l'équivalence temps-température. La comparaison du modèle analytique avec les mesures acoustiques va nous aider à y voir plus clair quant à la rhéologie la plus apte à rendre compte de nos mesures.

Afin de pouvoir utiliser notre modèle analytique, il va nous manquer la vitesse de propagation des ondes longitudinales à l'intérieur des deux PDMS. Elle est évaluée à partir des mesures acoustiques à 500 kHz, méthode décrite dans la section 3.3.3.1.

Les plaques de PDMS homogènes faites dans des moules non texturés de 4.9 mm d'épaisseur pour le PDMS A et de 2 mm d'épaisseur pour le PDMS B sont positionnés entre deux transducteurs de fréquence centrale $f_0 = 500$ kHz à une distance $L = 11$ cm.

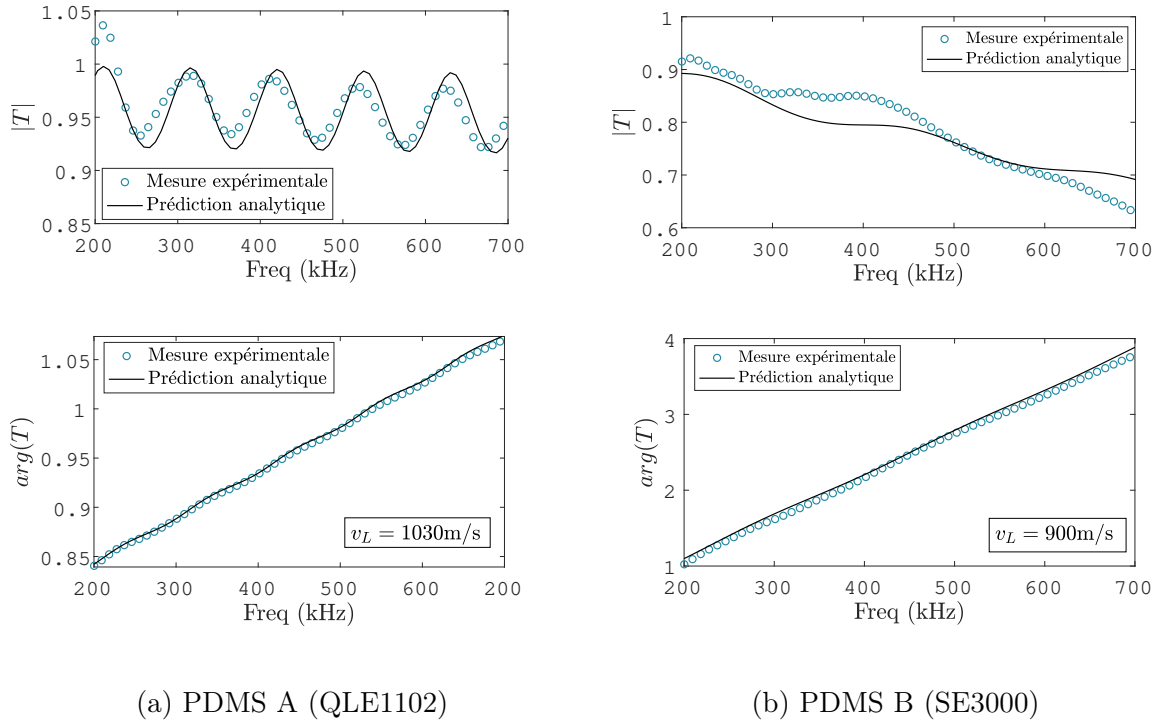


FIGURE 3.25: Module (en haut) et phase (en bas) de la transmission à travers des plaques homogènes (a) de PDMS A d'une épaisseur de 4.9 mm et (b) de PDMS B d'une épaisseur de 2 mm. En traits pleins noirs les ajustements des courbes analytiques.

La mesure de référence est faite à vide. On trace sur la figure 3.25 le module et la phase de la transmission à travers le PDMS A (à gauche) et le PDMS B (à droite). L'ajustement des courbes donne $v_L = 1030 \text{ m/s}$ pour le PDMS A sans atténuation et $v_L = 900 \text{ m/s}$ pour le PDMS B avec une atténuation de $aT_L = 0.035$.

3.3.6 Comparaison avec le modèle analytique

3.3.6.1 Choix de la rhéologie

Nous avons calculé le coefficient de réflexion avec les deux rhéologies différentes. Le bon accord avec l'une ou l'autre pourrait nous donner des indices quant à la rhéologie des élastomères à ces fréquences. On présente sur la figure 3.26 en traits pointillés les prédictions du modèle analytique avec la rhéologie du modèle de Zener fractionnaire découlant des mesures DMA ("Zener") et en traits pleins les prédictions du modèle analytique avec la rhéologie découlant des mesures en ondes de cisaillement ("shear"), à chaque fois pour les deux moules.

Le matériau fabriqué à partir du moule 2 (non optimisé) avec une réflexion proche de 1, ne donne pas beaucoup d'informations. On va plutôt s'intéresser à la réflexion sur les

matériaux fabriqués à partir du moule 1 qui donnent plus de matière à analyser. Pour les deux PDMS, il apparaît que le résultat du modèle analytique avec la rhéologie shear est plus proche que celui obtenu avec le modèle de Zener. Pour le PDMS B (3.26b), dont la fiabilité de la rhéologie reste douteuse, la prédiction du modèle analytique est toutefois très éloignée des mesures. Par contre pour le PDMS A (3.26a), la prédiction du modèle avec la rhéologie shear se rapproche des mesures avec cependant une résonance légèrement plus haute fréquence.

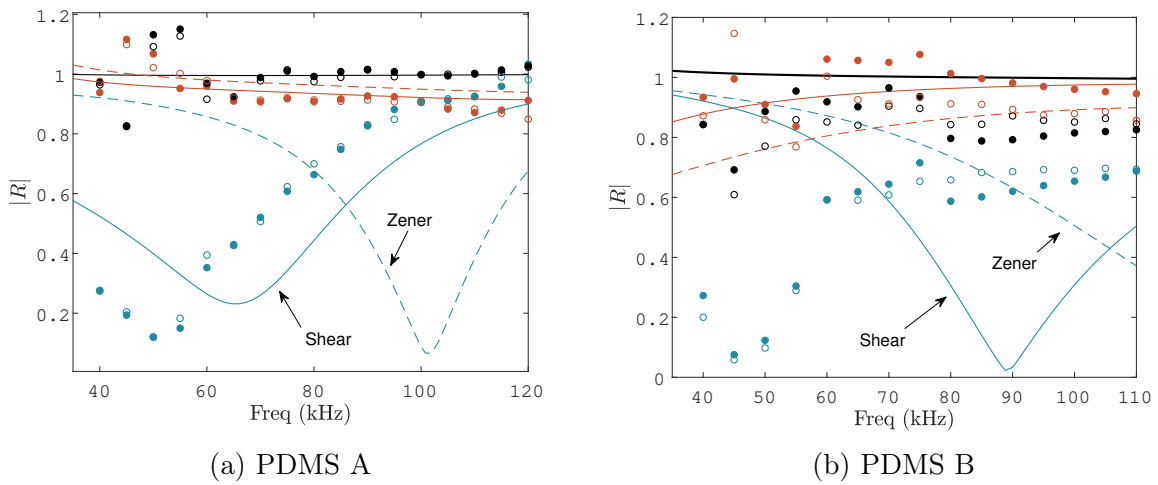


FIGURE 3.26: Comparaison des mesures et des prédictions du modèle analytique avec la rhéologie du modèle de Zener fractionnaire découlant des mesures DMA (en traits pointillés) et les prédictions du module analytique avec la rhéologie découlant des mesures en ondes de cisaillement (en traits pleins). Les trois méta-écrans sont présentés : sans trous (en noir), le méta-écran réalisé à partir du moule 1 (en bleu) et le méta-écran réalisé à partir du moule 2 (en rouge).

3.3.6.2 Influence de l'épaisseur du méta-écran et de la forme et de la position des inclusions

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que la prédiction du modèle avec la rhéologie shear se rapproche des mesures même s'il prévoit une résonance à plus haute fréquence. On rappelle ici que le modèle ne prend pas en compte la forme cylindrique des inclusions ainsi que leurs positions au bord de l'échantillon, ce qui explique peut être ce décalage. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons simulé la configuration exacte de l'expérience avec Comsol pour les deux élastomères avec la rhéologie shear. Les simulations sont en noirs sur la figure 3.27b. On observe, par rapport au modèle, un décalage vers les basses fréquences d'environ 20 kHz pour les deux PDMS. L'accord avec les expériences n'est toujours pas bon pour le PDMS B (3.27b), ce que nous expliquons par la difficulté d'obtention d'une mesure fiable de la rhéologie. Mais pour ce qui est du PDMS A (3.27a), nous obtenons un accord plutôt bon entre simulations et mesures. Un léger désaccord persiste qui peut être dû à la connaissance imparfaite de la rhéologie ou du manque de

précision des mesures acoustiques.

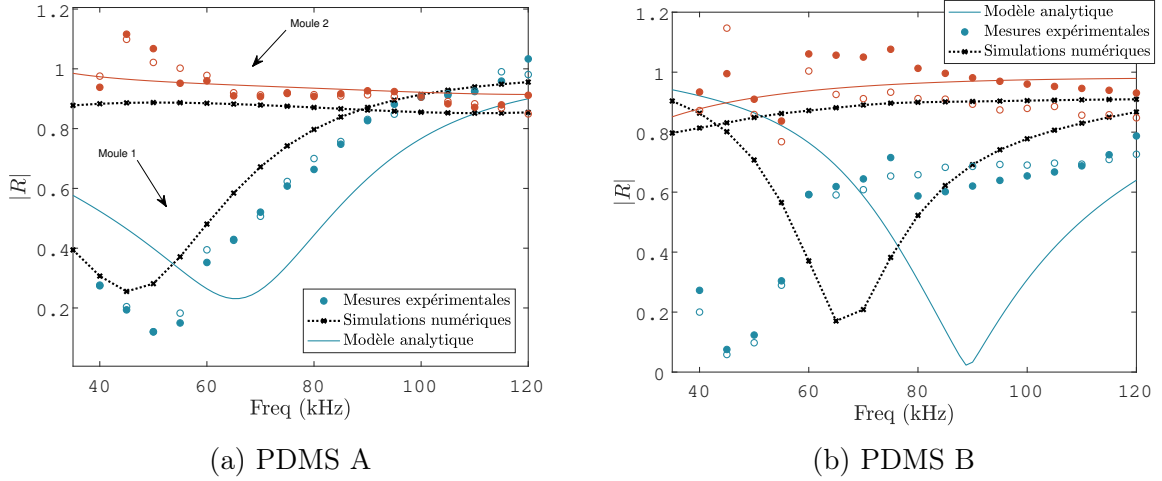


FIGURE 3.27: On présente ici les mesures de la réflexion en comparaison avec le modèle analytique et les simulations numériques sur le méta-écran réalisé à partir du moule 1 (en bleu) et le méta-écran réalisé à partir du moule 2 (en rouge). À gauche, pour le PDMS A et à droite pour le PDMS B. La rhéologie est celle mesurée par la méthode des ondes de cisaillement. Le modèle analytique est tracé en traits pleins, les simulations numériques sont en noirs et correspondent à la configuration des mesures acoustiques qui diffèrent par la forme cylindrique des inclusions et par leur position au bord du méta-écran.

Quoi qu'il en soit, la position des bulles et leur forme ont manifestement un effet non négligeable sur le coefficient de réflexion. Afin de mieux l'appréhender, nous avons entrepris une petite étude numérique incluant aussi l'effet de l'épaisseur d'élastomère autour des inclusions.

À cette fin, on prend une rhéologie plus simple avec un $G^* = 1e6 - i33\omega$, $K = 2$ GPa, $\rho = 1100$ kg/m³ et $v_L = 1350$ m/s. L'optimisation à 2 kHz nous donne des sphères de rayon $a = 4.5$ mm avec un pas $d = 125$ mm. On prend ici une épaisseur totale de $e = 35$ mm.

Nous nous sommes d'abord intéressés à l'effet de la forme de l'inclusion. Sur la figure 3.29, on met en parallèle les simulations faites avec des sphères et celles faites avec des cylindres de volume équivalent (avec la hauteur H égale au diamètre D : $H = D = 7.9$ mm). La simulation de référence a été faite avec des inclusions placées au centre d'un élastomère d'épaisseur $e = 35$ mm (carrés bleus vides). En comparant cette simulation au modèle analytique (trait plein), l'accord est très bon pour des inclusions sphériques sur la figure 3.29a mais un décalage vers les basses fréquences est visible quand on passe à des inclusions cylindriques (figure 3.29b).

Dans un deuxième temps on s'intéresse à la position de l'inclusion dans l'épaisseur mais également à l'épaisseur d'élastomère autour de ces inclusions. Dans l'expérience, nous avons des inclusions cylindriques débouchantes sur la plaque de dural. Nous avons

CHAPITRE 3. VALIDATION NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU MODÈLE ANALYTIQUE

donc simulé une telle situation.

Que ce soit pour des sphères ou des cylindres, placer les inclusions sur le bord (symboles rouges) va entraîner un décalage de la résonance vers les basses fréquences. Une diminution d'épaisseur $e = 35\text{ mm}$ à $e = 15\text{ mm}$ va avoir un effet important pour une inclusion centrée (symboles bleus) mais très peu lorsque celle-ci est sur le bord du méta-écran.

Si ces changements d'épaisseur, de géométrie ou de position ne sont pas inclus dans le modèle analytique on peut voir que, dans tous les cas, ils n'affectent pas les propriétés acoustiques de façon trop importante, mais entraînent toutefois un décalage ($\approx 17\%$) vers les basses fréquences. Ces effets ne sont donc pas défavorables, mais au contraire intéressants puisque la résonance n'en sera que plus basse fréquence.

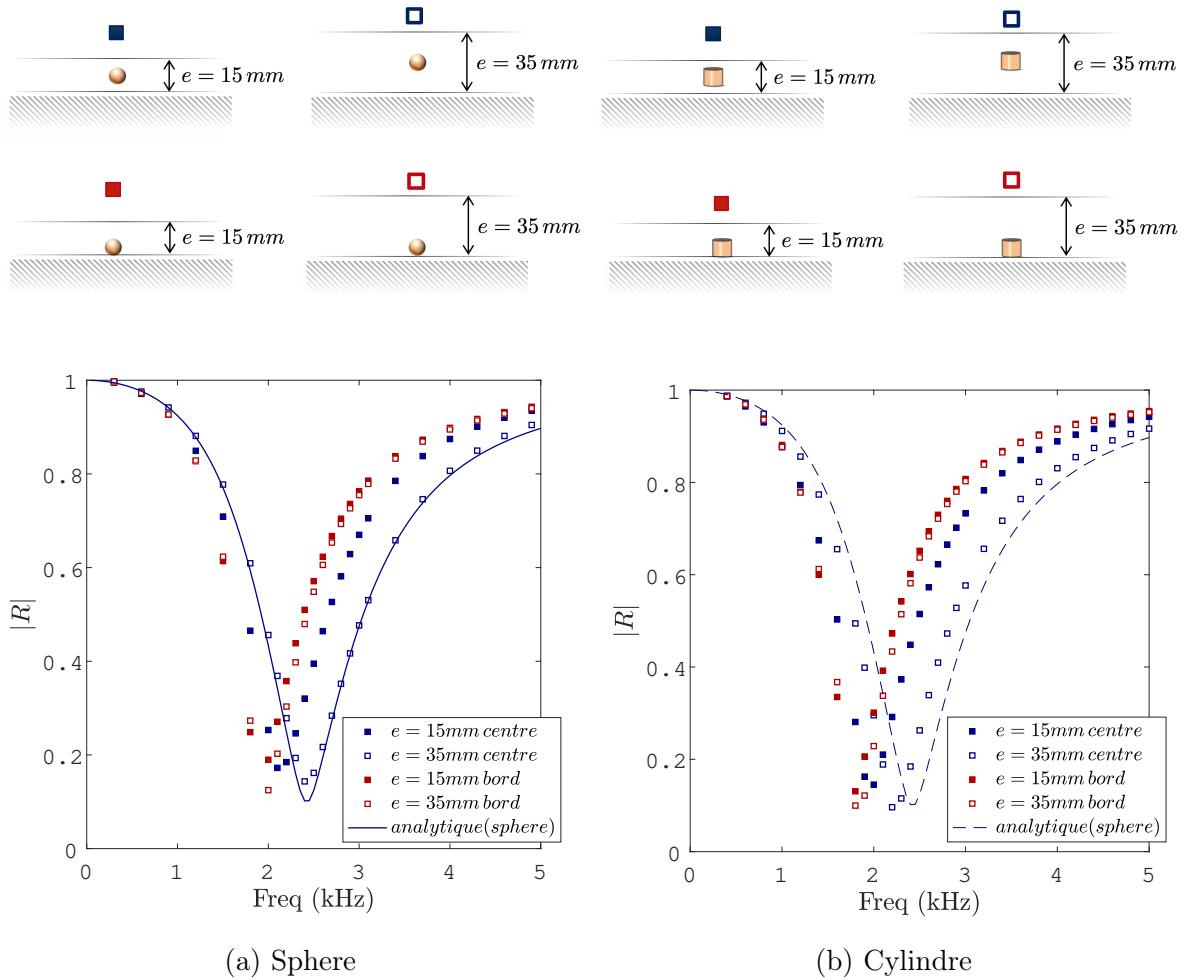


FIGURE 3.29: Effet de la position de l'inclusion et de l'épaisseur du méta-écran, à gauche pour des bulles sphériques et à droite pour des inclusions cylindriques.

3.4 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de valider le modèle analytique décrit au chapitre précédent en utilisant des simulations numériques et des expériences.

Toutes choses égales par ailleurs, les résultats de simulations numériques par éléments finis (avec Comsol Multiphysics) sont parfaitement ajustés par les prédictions du modèle analytique, ce qui valide ce dernier. Les simulations ont toutefois également mis en évidence certaines limites de ce modèle lorsqu'il s'agit de décrire certaines situations réalistes (non sphéricité des inclusions et position de celles-ci dans l'épaisseur du méta-écran).

Nous avons par ailleurs mis en place un dispositif expérimental pour tester la capacité du modèle à prévoir la transmission et la réflexion d'un méta-écran. Les mesures ont été menées à des "fréquences intermédiaires", c'est-à-dire entre les fréquences auxquelles le modèle avait déjà été testé (dans la gamme du MHz) et les fréquences d'intérêt pour Thalès (quelques kHz). Nous nous sommes ainsi affranchis des inconvénients inhérents à des mesures très basses fréquences. Plusieurs échantillons de petites dimensions ont été testés, certains fournis par la société Thalès, d'autres, en PDMS, fabriqués par nos soins par une technique de moulage. Le comportement super-absorbant de méta-écrans à base de PMDS a pu ainsi être mis en évidence malgré les imperfections du dispositif expérimental.

Un enseignement important de ces mesures est la nécessité, mais aussi parfois la difficulté, à bien connaître la rhéologie de l'élastomère aux fréquences d'intérêt. Pour les fréquences étudiées ici (40 – 120 kHz), ce sont des mesures hautes fréquences en ondes de cisaillement qui semblent fournir les données d'entrée les plus fiables pour notre modèle. Mais pour les fréquences d'intérêt en acoustique sous-marine ($< 5\text{kHz}$), on s'approche du domaine naturellement accessible par DMA, ce qui conforte l'utilisation de cette méthode pour les applications très basses fréquences.

Chapitre 4

Prise en compte des effets de la pression statique et de la température

Les élastomères dans lesquels sont fabriqués les méta-écrans étant relativement mous (G' de l'ordre de quelques MPa), nous pouvons nous attendre à ce que des variations importantes des conditions de pression et de température influencent ses performances acoustiques. En effet, l'augmentation de la pression statique peut générer une déformation et donc, en première analyse, une diminution du volume des inclusions d'air. En outre, le module de cisaillement de l'élastomère peut évoluer sous l'effet d'une augmentation de la pression statique ou d'une baisse de la température.

Peu d'études ont été rapportées sur l'effet de la pression statique sur les performances acoustiques de revêtements anéchoïques. G. Gaunard *et al.* ont étudié l'influence de la pression statique sur les propriétés statiques et dynamiques de matériaux micro-inclusionnaires [13, 14]. Ces matériaux comportent une quantité importante d'inclusions d'air de taille micrométrique réparties aléatoirement avec une fraction volumique d'air bien plus importante que dans les cas que nous considérons. En première analyse, nous utiliserons un modèle analytique proche pour estimer la diminution du volume des inclusions gazeuses sous l'effet d'une pression dans le cadre de l'élasticité linéaire.

Récemment, la société *Vibratec* a réalisé une étude numérique [9] de l'effet de l'augmentation de la pression et de la température sur la transmission à travers le revêtement de type Alberich considéré dans l'article de A.C. Hladky-Hennion [19]. Ils ont découplé le problème en une étude statique dans laquelle ils simulent la compression d'une cavité cylindrique puis une étude dynamique dans laquelle ils calculent la transmission acoustique à travers le matériau comprimé.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du modèle analytique développé pour prendre en compte les effets de la pression sur les performances absor-

CHAPITRE 4. PRISE EN COMPTE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

bantes d'un méta-écran en utilisant comme guide les simulations numériques. Dans la seconde partie, on présentera les expériences que nous avons menées pour observer les effets d'une compression sur des méta-écrans bulleux.

Sommaire

4.1	Étude analytique et numérique des effets de la pression statique et de la température	77
4.1.1	Effet de la pression	77
4.1.1.1	Compression homogène	77
4.1.1.2	Modèle élastique	78
4.1.1.2.1	Modèle hyperélastique	80
4.1.1.2.2	Simulations numériques	81
4.1.1.3	Compression uniaxiale du méta-écran	84
4.1.1.4	Réflexion acoustique sur un méta-écran comprimé	87
4.1.2	Effet de la température	90
4.1.3	Proposition d'optimisation pour une température et une pression données	91
4.2	Mesures sur des méta-écrans comprimés	94
4.2.1	Dispositif expérimental	94
4.2.2	Mesures du coefficient de transmission à pression nulle	95
4.2.3	Procédure de calibration de la pression appliquée	97
4.2.4	Résultats des mesures en transmission sous pression	98
4.2.5	Influence de la forme cylindrique des inclusions et de leur position dans l'épaisseur du méta-écran	100
4.3	Conclusion	103

4.1 Étude analytique et numérique des effets de la pression statique et de la température

L'objectif de cette section est de compléter notre modèle analytique en prenant en compte la déformation géométrique et les variations du module de cisaillement du méta-écran sur ses propriétés acoustiques. Pour cela, nous nous aiderons de simulations numériques pour valider les études analytiques sur le comportement non linéaire des élastomères en grande déformation. Une fois le modèle analytique complété, nous pourrons alors anticiper les effets de la pression et de la température afin d'optimiser les méta-écrans en conséquence.

4.1.1 Effet de la pression

Pour prendre en compte les effets d'une augmentation de la pression statique sur le comportement acoustique du méta-écran (figure 4.1), nous commencerons par étudier la déformation géométrique engendrée avant de nous intéresser dans un second temps à la modification du module de cisaillement. Nous partons de l'hypothèse que le principal effet de l'augmentation de la pression est une diminution du volume des cavités d'air. L'étude analytique de cette diminution lors d'une mise sous pression hydrostatique, c'est-à-dire l'application d'une pression uniaxiale, est compliquée. Nous partirons donc d'un cas plus simple où une coque d'élastomère qui enferme une cavité d'air sphérique subit une compression homogène.

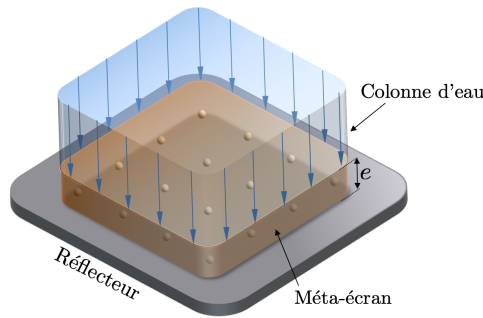


FIGURE 4.1: Méta-écran bulleux sujet à la pression statique uniaxiale.

4.1.1.1 Compression homogène

Nous étudions tout d'abord la compression homogène d'une coque sphérique d'élastomère enfermant une cavité. Cette configuration simple nous permet de disposer de modèles analytiques (élastique et hyperélastique) et de pouvoir les comparer aux simulations numériques. Nous cherchons à modéliser la perte de volume de l'inclusion sphérique d'air en fonction de la pression appliquée.

Nous considérons une inclusion sphérique contenant un gaz à la pression P_0 de rayon A , placée dans une boule d'élastomère de rayon B (cf figure 4.2). Une pression externe ΔP est alors appliquée, produisant une déformation que l'on cherche à calculer.

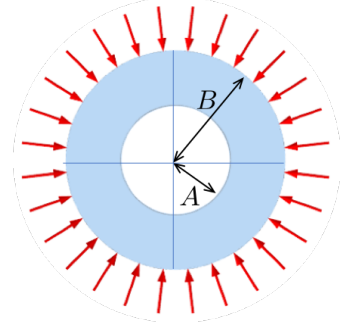


FIGURE 4.2: Compression homogène d'une inclusion d'air sphérique entourée d'une coque d'élastomère.

4.1.1.2 Modèle élastique

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, on suppose les déformations petites et on utilise la loi de Hooke pour lier contraintes et déformations :

$$\sigma_{ik} = G_{\text{stat}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \text{div} \vec{u} \right) + K \delta_{ik} \text{div} \vec{u}, \quad (4.1)$$

où G_{stat} est le module de cisaillement statique, K le module d'élasticité isostatique, et $\vec{u}$ le champ de déplacement. Étant donnée la symétrie du problème, on suppose que les déplacements sont uniquement radiaux, et ne dépendent que du rayon : $\vec{u} = u_r(r) \vec{e}_r$. On cherche une solution de la forme :

$$u_r = \frac{\alpha}{r^2} + \beta r, \quad (4.2)$$

avec α et β deux constantes, fixées par les conditions aux limites. En $r = B$, la continuité de la pression s'écrit :

$$\Delta P = -\sigma_{rr} = 4G_{\text{stat}} \frac{\alpha}{B^3} - 3K\beta \quad (4.3)$$

Et en notant ΔP_i la variation de pression interne, on trouve, en $r = A$:

$$\Delta P_i = \Delta P + 4G_{\text{stat}} \frac{\alpha}{A^3} (1 - (A/B)^3) \quad (4.4)$$

Par ailleurs, la surpression du gaz est liée au changement de volume de la cavité par la relation

$$\Delta P_i = -P_{\text{int}} \frac{\Delta V}{V}, \quad (4.5)$$

4.1. ÉTUDE ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

où P_{int} est la pression du gaz. On peut également exprimer α en fonction de cette variation relative de volume, en notant que $\Delta V/V \simeq 3u_r(r=A)/A$:

$$3\frac{\alpha}{A^3} = \left[\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta P}{K} \right] \times \left[1 + \frac{4G_{\text{stat}}A^3}{3KB^3} \right]^{-1} \quad (4.6)$$

En injectant (4.5) et (4.6) dans (4.4) on obtient, pour un élastomère ($G_{\text{stat}}/K \ll 1$)

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta P}{P_{\text{int}} + \frac{4}{3}G_{\text{stat}}(1 - (A/B)^3)}. \quad (4.7)$$

On constate que la fraction volumique d'air $\Phi = (A/B)^3$ intervient.

En écrivant que la pression interne $P_{\text{int}} = P_0V_0/V$ (en supposant que le gaz est initialement à la pression atmosphérique P_0), on a alors une relation entre la pression finale ($P_{\text{ext}} = P_0 + \Delta P$) et le volume de notre inclusion V :

$$\Delta P = P_0 \left(\frac{V_0}{V} - 1 \right) - \frac{4G_{\text{stat}}(1 - \Phi)}{3} \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (4.8)$$

Et dans le cas où nous considérons que l'inclusion est vide ($P_{\text{int}} = 0$), on a alors :

$$\Delta P = -\frac{4G_{\text{stat}}(1 - \Phi)}{3} \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (4.9)$$

Nous présentons un exemple avec une inclusion sphérique de rayon $A = 9$ mm, placée dans une coque d'élastomère de rayon $B = 2A$. On va considérer pour toute cette étude l'élastomère *FIC1* dont le comportement rhéologique a été décrit dans la section 3.2.2 par un modèle de Zener fractionnaire. Cependant, pour le moment, l'étude statique ne nécessite de connaître que la valeur du module de cisaillement à fréquence nulle, c'est-à-dire : $G_{\text{stat}} = 1.5$ MPa. On rappelle que le module de compressibilité isotherme a pour valeur $K = 2$ GPa et que la masse volumique $\rho = 1100$ kg/m³. On se place à une température $T = 20^\circ\text{C}$. La fraction de vide représente $\Phi = (A/B)^3 = 12.5\%$.

Sur la figure 4.3, on présente la diminution de volume de l'inclusion avec air (à partir de l'équation (4.8)) et d'une inclusion vide (à partir de l'équation (4.9)) en fonction de la pression appliquée. Ce calcul prévoit une diminution de 65% du volume initial V_0 de la bulle à 20 bars pour une inclusion d'air.

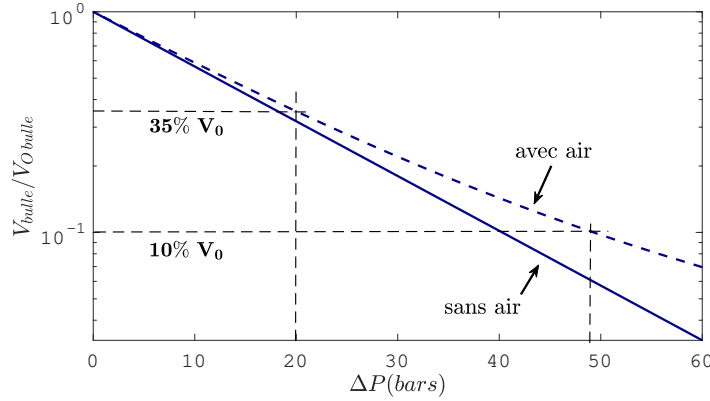


FIGURE 4.3: Prévision de la diminution de volume de l'inclusion avec et sans air avec le modèle élastique

4.1.1.2.1 Modèle hyperélastique

Un élastomère soumis à de grandes déformations nécessite l'utilisation de modèles hyperélastiques pour prédire son comportement non linéaire. Le comportement d'un matériel hyperélastique est défini à partir de sa densité d'énergie de déformation élastique W , qui est fonction de l'état de déformation élastique.

Dans un article de 1977, D.M. Haughton et R.W. Ogden [17] ont  etudi e le cas d'une coque sphérique élastique (isotrope et incompressible) subissant une pression interne P_{int} . La variation de pression ΔP peut alors être reliée à l'énergie élastique W fonction de l'étirement $\lambda = r/R$, où R est la position d'un point au repos qui se retrouve en r après déformation. On note a et b les nouvelles positions des bords interne et externe de la coque, en A et B à l'équilibre.

Les auteurs relient ΔP et W par la formule :

$$\Delta P = \int_{\lambda_b}^{\lambda_a} \frac{d\lambda}{\lambda^3 - 1} \frac{dW}{d\lambda}, \quad (4.10)$$

où, avec les notations de la figure 4.2, $\lambda_a = a/A$ et $\lambda_b = b/B$.

Il existe différents modèles de matériaux hyperélastiques définis par des expressions différentes de l'énergie de déformation élastique. Le modèle hyperélastique le plus simple est le modèle Neo-Hookéen où l'énergie élastique prend la forme :

$$W = \frac{G_{stat}}{2} (2\lambda^2 + \lambda^{-4} - 3) \quad (4.11)$$

En reportant alors (4.11) dans (4.10) et en multipliant par -1 puisque, D.M. Haughton et R.W. Ogden font gonfler leur coque avec une pression interne, on obtient :

$$\Delta P = 2G_{stat} (\lambda_a^{-1} - \lambda_b^{-1} + (\lambda_a^{-4} - \lambda_b^{-4})/4) \quad (4.12)$$

4.1. ÉTUDE ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

On peut relier λ_a et λ_b en utilisant l'hypothèse d'incompressibilité : $\lambda_b = (1 + \Phi(\lambda_a^3 - 1))^{1/3}$ où $\Phi = (A/B)^3$ est la fraction volumique occupée par l'inclusion gazeuse.

Si on considère à présent que l'inclusion n'est pas vide mais renferme un gaz, à la pression P_0 à l'équilibre, on rajoute un terme en $P_0(V_0/V - 1)$, ce qui donne :

$$\Delta P = 2G_{\text{stat}} (\lambda_a^{-1} - \lambda_b^{-1} + (\lambda_a^{-4} - \lambda_b^{-4}) / 4) - P_0(1 - \lambda_a^{-3}) \quad (4.13)$$

La figure 4.4 compare la perte de volume prédite par le modèle élastique à celle prédite par le modèle hyperélastique de D.M. Haughton en reprenant l'exemple utilisé au paragraphe précédent 4.1.1.2. On constate qu'on s'écarte de l'élasticité linéaire pour $\Delta P \leq 2$ bars. Au delà, le modèle élastique sur-estime la compression de la bulle d'air.

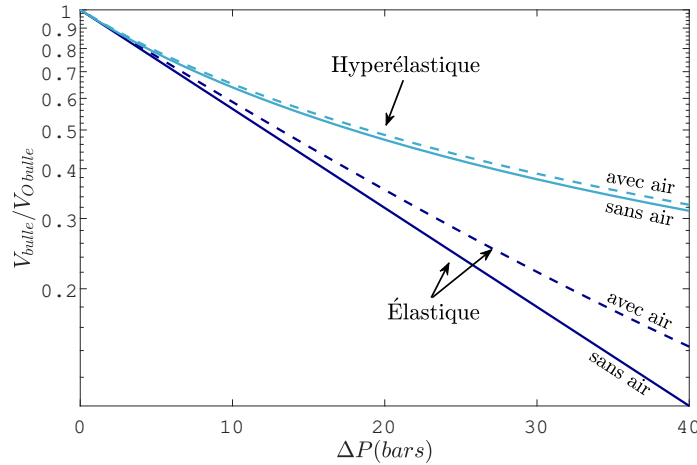


FIGURE 4.4: Modélisation hyperélastique de la diminution de volume de l'inclusion avec et sans air dans le cas d'un matériau néo-hookéen en comparaison de celle prédite par le modèle élastique.

4.1.1.2.2 Simulations numériques

On utilise les simulations numériques pour tester la validité des formules analytiques élastique et hyperélastique présentées auparavant.

Les simulations numériques sont réalisées sous *Comsol Multiphysics* via l'étude "Analyse précontrainte" qui permet, en deux étapes distinctes, d'étudier la réponse à une charge harmonique fluctuant autour d'une précharge statique. La première est l'étape, dite de compression, qui simule la déformation du maillage ainsi que les contraintes résiduelles susceptibles d'influencer les propriétés dynamiques de l'élastomère lors de la seconde étape : le calcul acoustique.

Un autre logiciel d'analyse par éléments finis, *Marc* de *MSC Software*, a été utilisé en parallèle à Comsol pour l'étape de compression. Ce logiciel ayant été développé pour ce genre de simulation non linéaire, il a été utilisé pour vérifier la solution fournie par Comsol.

Simulation sous Comsol *Multiphysics*

La géométrie étudiée est la même que précédemment : une sphère de rayon $A = 9\text{ mm}$ représentant la cavité entourée d'une coque d'élastomère de rayon $B = 2A$. Nous considérons que la cavité est vide. Seule l'épaisseur d'élastomère est donc maillée. On impose une taille maximale d'élément sur les deux surfaces des sphères : $A/3$ pour la sphère extérieure et $A/6$ sur la sphère interne (voir le maillage en figure 4.5). Le maillage 3D est ensuite extrapolé à partir de ce maillage de surface. La surface interne est libre alors que nous imposons sur la frontière externe une pression isostatique. Le calcul se fait par itérations ; plusieurs calculs sont faits avec une pression croissante jusqu'à atteindre une pression maximale de 10 bar. À chaque itération, on prend pour état initial la solution du calcul précédent, ce qui aide à la convergence en grandes déformations. Le pas entre chaque itération est fixé entre 0.2 et 0.5 bars suivant les cas. Pour éviter les modes de corps rigide, on a imposé des déplacements sur six points en les laissant libres dans la direction de compression comme présenté sur la figure 4.6.

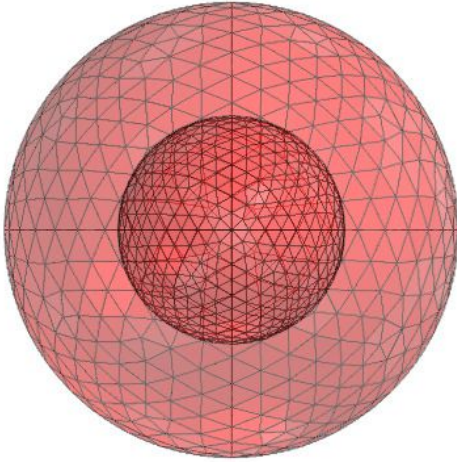


FIGURE 4.5: Maillage de surface

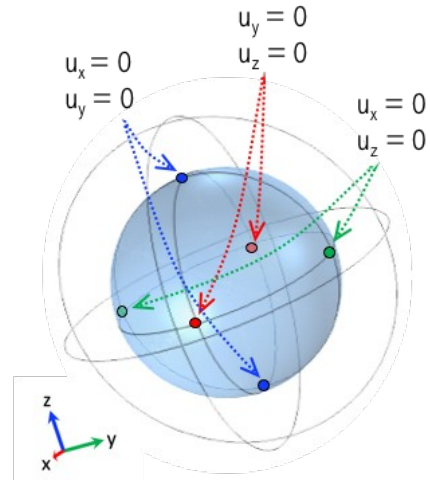


FIGURE 4.6: Déplacements imposés

Nous avons fait deux simulations : une compression avec un matériau élastique isotrope, la seconde, avec un matériau hyperélastique de type néo-hookéen.

Nous avons rencontré des difficultés de convergence avec les simulations hyperélastiques réalisées sous Comsol. Nous atteignons rapidement une limite de la pression appliquée qui dépend du module de stockage statique G_{stat} . Dans le cas étudié, Comsol refuse de converger après avoir atteint une déformation maximale correspondant à $V/V_0 \approx 0.6$.

4.1. ÉTUDE ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

Pour un matériau mou avec un $G_{\text{stat}} < 1$ MPa, on atteint très rapidement cette déformation en appliquant des pressions faibles. Dans notre cas test avec le matériau FIC1 ($G_{\text{stat}} = 1.5$ MPa), nous ne pouvons pas appliquer une pression supérieure à $P_{\text{max}} = 11$ bars correspondant à une déformation $V/V_0 = 0.62$. C'est pour cette raison que les analyses des pertes de volume des inclusions ne sont présentées par la suite que jusqu'à 10 bars. Différentes solutions ont été mises en oeuvre sans succès pour pallier cette limite : un maillage plus fin, un pas entre les itérations plus petit, l'application d'un déplacement de la surface à la place d'un chargement en pression. Ces problèmes de convergence nous ont conduits à mettre en question la fiabilité des résultats obtenus avec Comsol ; nous avons donc entrepris de les vérifier avec un autre logiciel, Marc de MSC *software*.

Simulation sous Marc de MSC Software

Le logiciel Marc développé par MSC Software est un logiciel spécialisé dans l'analyse non linéaire par éléments finis qui simule le comportement de matériaux soumis à de grandes déformations.

Les déplacements imposés sont les mêmes que sous Comsol et le chargement en pression est appliqué sur toutes les faces des éléments de frontières comme cela est présenté sur la figure 4.7. Nous avons testé la configuration avec un matériau hyperélastique néo-hookéen.

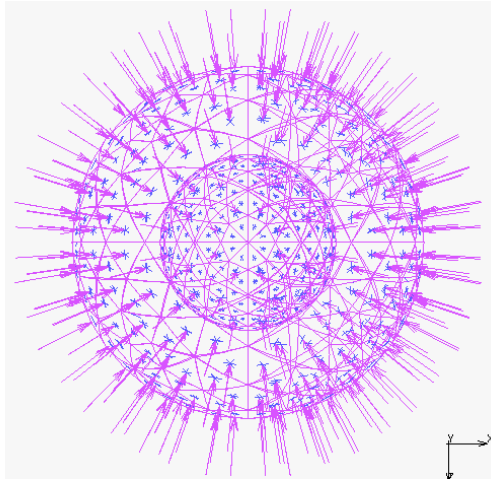


FIGURE 4.7: Chargement en pression sur les éléments de surface

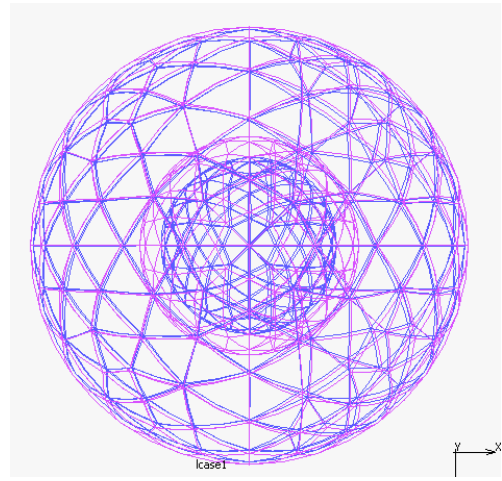


FIGURE 4.8: Exemple de compression hyperélastique à 10 bars

La figure 4.9 présente les résultats obtenus. La comparaison des simulations hyperélastiques avec les deux logiciels nous rassure quant aux résultats obtenus pour une compression hyperélastique avec Comsol ; les deux logiciels donnent le même résultat (symboles noirs pour Comsol et oranges pour MSC Marc). Il faut noter que les simulations avec Marc ne nous permettent pas d'atteindre une déformation plus importante que celle obtenue avec les simulations sous Comsol.

CHAPITRE 4. PRISE EN COMPTE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

Les résultats de simulations sont en très bon accord avec la loi hyperélastique. On observe, en revanche, un léger écart entre simulation et modèle dans le cas élastique, écart que nous n'expliquons pas à ce jour.

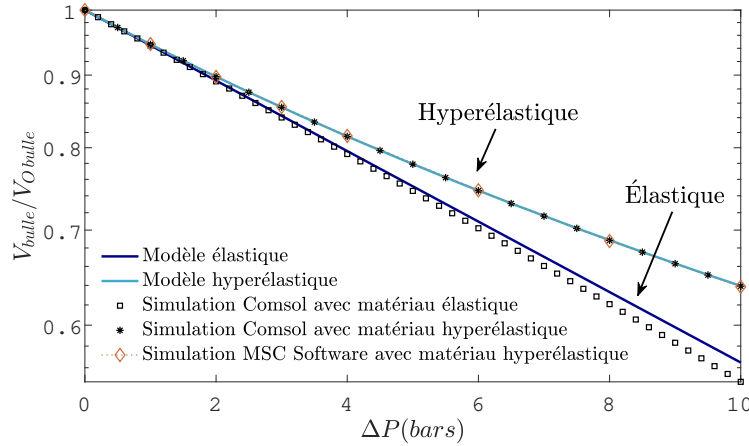


FIGURE 4.9: Étude numérique d'une compression homogène élastique et hyperélastique sous Marc de MSC Software en comparaison de celle réalisée avec Comsol *Multiphysics*.

Maintenant que nous avons des formules analytiques pour prédire la compression hyperélastique d'une cavité d'air sous contrainte homogène, nous allons passer au cas réel où le méta-écran bulleux placé sur un matériau rigide est soumis à une compression uniaxiale.

4.1.1.3 Compression uniaxiale du méta-écran

Nous nous intéressons ici au cas réel de la compression uniaxiale d'un méta-écran placé sur un matériau supposé parfaitement rigide.

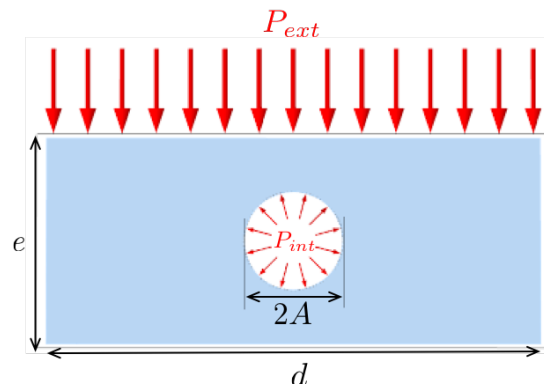


FIGURE 4.10: Maille élémentaire du méta-écran bulleux soumise à une pression uniaxiale.

Nous avons présenté deux modèles analytiques, un élastique et un hyperélastique, pour décrire la diminution de volume de l'inclusion dans le cas d'une compression homogène.

4.1. ÉTUDE ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

La première question à se poser est donc de savoir si on peut utiliser ces équations ainsi introduites pour une compression uniaxiale.

On rappelle l'équation décrivant l'évolution non linéaire du rayon de l'inclusion contenant de l'air (initialement à la pression atmosphérique P_0) en fonction de la pression extérieure autour d'une coque d'élastomère (décrit par un matériau hyper-élastique néo-hookéen).

$$\Delta P = 2G_{\text{stat}} (\lambda_a^{-1} - \lambda_b^{-1} + (\lambda_a^{-4} - \lambda_b^{-4}) / 4) - P_0(1 - \lambda_a^{-3}) \quad (4.14)$$

où $\lambda_a = a/A$ est la déformation isotrope de l'inclusion, $\lambda_b = (1 + \Phi(\lambda_a^3 - 1))^{1/3}$ et Φ est la fraction volumique de gaz.

Pour vérifier l'hypothèse selon laquelle la diminution du volume dans le cas de l'application d'une pression homogène est équivalente à celle observée lors de l'application d'une pression uniaxiale, nous simulons un exemple que nous comparons avec le modèle. Pour utiliser la formule (4.14) dans le cas uniaxial, il faut adapter la valeur de la fraction volumique d'air. Nous considérons une maille élémentaire du méta-écran étudié à la section 3.2 de dimensions $d \times d \times e$ (où $d = 185 \text{ mm}$ et $e = 50 \text{ mm}$). La bulle sphérique de rayon $A = 9 \text{ mm}$ est placée au centre. La fraction d'air considérée vaut alors $\Phi = V_{\text{air}}/V_{\text{élastomère}} = 0.2\%$. Une pression externe P_{ext} est appliquée sur la face supérieure (figure 4.10). La température est fixée à 20°C .

On compare le résultat donné par le modèle hyperélastique (équation (4.14)) avec le résultat d'une simulation Comsol. Celle-ci diffère de la simulation en configuration homogène non seulement par la géométrie mais aussi par la définition des conditions aux limites et la prise en compte de l'air dans l'inclusion.

- Conditions aux limites : déplacements bloqués suivant x et y sur les 4 faces latérales du pavé ($u_{ox} = u_{oy} = 0$), et déplacements bloqués suivant z sur la face inférieure ($u_{oz} = 0$) traduisant la présence d'une plaque rigide.
- Prise en compte de l'air : une pression équivalente est appliquée sur les faces intérieures de l'inclusion recalculée à chaque itération : $P_{\text{int}} = P_0 \left(\frac{V_0}{V} - 1 \right)$. Cette méthode est équivalente à un maillage complet de la cavité d'air mais s'avère moins coûteuse en termes de mémoire et de temps de calcul.

Sur la figure 4.11, on constate que la diminution de volume est identique que l'on applique une pression homogène (modèle hyperélastique en trait plein bleu clair) ou que l'on applique une pression uniaxiale (simulation Comsol avec un matériau hyperélastique en symboles noirs). À une pression de 10 bars, la bulle conserve 66% de son volume initial.

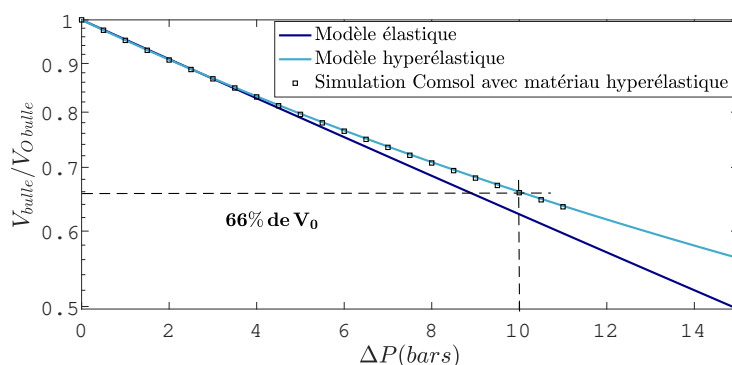


FIGURE 4.11: Diminution du volume de la bulle en fonction de la pression extérieure ($P = 1 \text{ bar} + \Delta P$) d'après le calcul linéaire (bleu foncé), le modèle hyperélastique (bleu clair) et la simulation numérique (symboles) en chargement uniaxial.

Pour les pressions maximales simulées, la dissymétrie de l'inclusion est très faible comme l'illustre la figure 4.12 qui montre la géométrie et les déplacements (en millimètres) de la bulle sous une pression de 10 bars. À noter que, avant compression, le volume d'air emprisonné ne représente que 0.2% du volume total du méta-écran, par conséquent, sous l'effet d'une pression, le volume total du méta-écran ne varie que de façon infime.

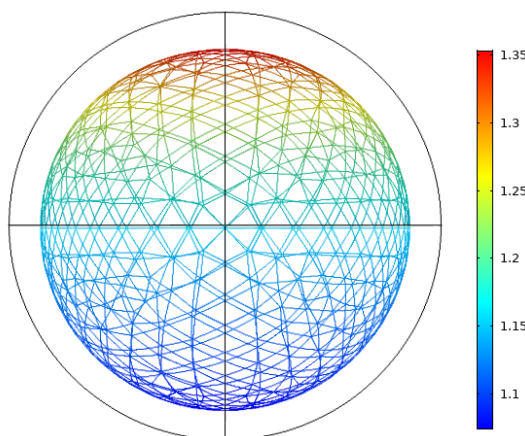


FIGURE 4.12: Forme de la bulle et déplacements (en mm) sous une pression uniaxiale de 10 bars.

Une fois la compression réalisée, les résultats des simulations de cette étape sont utilisés comme données initiales pour l'étude de la réflexion acoustique. En plus de la déformation du maillage, les contraintes résiduelles sont également transmises pour le calcul acoustique car comme nous allons le voir, elles peuvent avoir un effet sur la rhéologie de l'élastomère.

4.1.1.4 Réflexion acoustique sur un méta-écran comprimé

Pour le calcul acoustique, Comsol prend en compte les champs de déformations et de contraintes résultant de la pression appliquée. À cet effet, on applique un chargement harmonique à la frontière eau / élastomère qui modélise l'onde plane d'incidence normale. Le maillage déformé de l'élastomère est complété par un maillage de la colonne d'eau (terminé par une PML), ainsi que par celui de l'air dans l'inclusion. On suppose que le méta-écran est collé sur un matériau parfaitement rigide ($u_{oz} = 0$). Nous appliquons des conditions périodiques sur les faces latérales. La simulation est faite tout d'abord à pression atmosphérique ($\Delta P = 0$ bar, sans déformation) puis à 4 et à 10 bars.

Les symboles de la figure 4.13 montrent les résultats des simulations. Avec la montée en pression, le creux en réflexion se décale vers les plus hautes fréquences et, surtout, il est moins profond : on passe de -30 dB vers 2 kHz à -12 dB vers 2.5 kHz.

Qualitativement, on comprend cette évolution en notant que le volume des bulles diminue lorsque le méta-écran subit une pression croissante. Comme la fréquence de résonance est inversement proportionnelle au rayon des bulles, on conçoit que les performances soient décalées vers les hautes fréquences. Et puisque le choix de l'espacement optimal entre les bulles dépend de leur taille, on comprend que les performances du méta-écran se dégradent lorsque la taille change.

Nous cherchons à comparer les courbes issues des simulations Comsol avec celles obtenues avec le modèle analytique. Le modèle analytique est complété avec la loi hyperélastique présentée juste avant qui prédit la diminution de volume de la cavité d'air. Nous prenons donc en compte le passage du rayon A de la bulle avant compression au rayon déterminé par l'équation (4.14) après compression, a . Puis nous calculons le coefficient de réflexion par la formule :

$$r_b = \frac{iKa}{\frac{\omega_M^2}{\omega^2} - I - i(\delta + Ka)} \quad (4.15)$$

Ce changement de rayon influence également le terme $I = 1 - 2\sqrt{\pi}a/d$ et la résonance de Minnaert :

$$\omega_M = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{3\gamma P_0 + 4G'}{\rho}}, \quad (4.16)$$

Nous ne tenons, pour l'instant, pas compte dans le modèle analytique des contraintes résiduelles après déformations qui pourraient influencer la rhéologie dynamique ; on les a supposées jusqu'à présent trop faibles pour jouer un rôle important.

On voit sur la figure 4.13 que le modèle analytique rend plutôt bien compte de la dégradation des performances acoustiques du méta-écran avec l'augmentation de la pression.

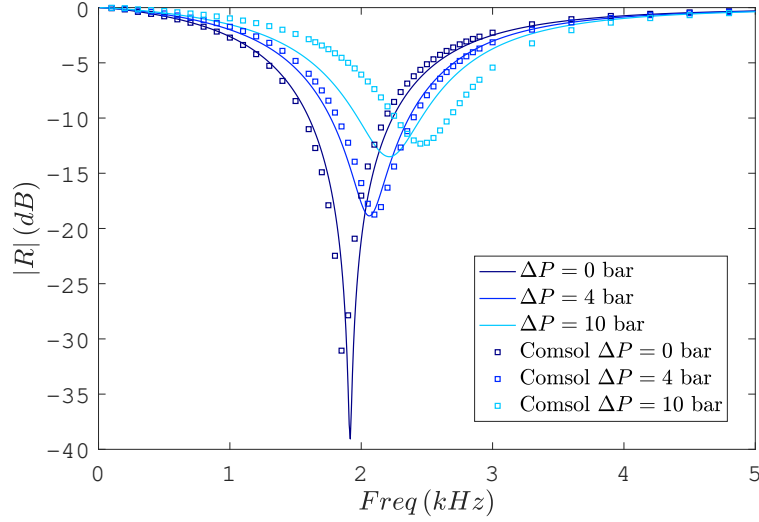


FIGURE 4.13: Coefficient de réflexion pour notre méta-écran déformé par une pression hydrostatique, prédit par le calcul analytique (traits pleins), et obtenu par Comsol (symboles).

Toutefois, à 10 bars, on note un décalage vers les hautes fréquences moins bien prédit par le modèle analytique.

On peut évoquer plusieurs pistes pour expliquer cet écart :

- un effet de la forme de la bulle, même si la figure 4.12 nous montre qu'elle reste relativement sphérique,
- un effet de sa position ; la bulle n'étant plus tout à fait centrée dans l'épaisseur du méta-écran,
- un effet des précontraintes sur l'élastomère qui le rendraient plus rigide.

Pour étudier les possibles effets de la géométrie de la bulle et de la position, nous avons simulé la réflexion sur le maillage déformé uniquement. Pour cela, nous avons importé le maillage déformé donné par Marc MSC après une compression de 10 bars dans Comsol et avons réalisé une simulation acoustique simple sur cette géométrie. La courbe obtenue est en rouge sur la figure 4.14. Nous retombons sur la prédiction du modèle analytique, écartant de ce fait la piste d'une responsabilité de la géométrie sur ce décalage vers les hautes fréquences. Ce qui nous laisse avec la piste d'un effet des contraintes résiduelles. Le modèle analytique capture donc parfaitement la déformation géométrique due à la compression mais pas encore les effets potentiels des contraintes résiduelles sur les propriétés dynamiques du méta-écran.

4.1. ÉTUDE ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

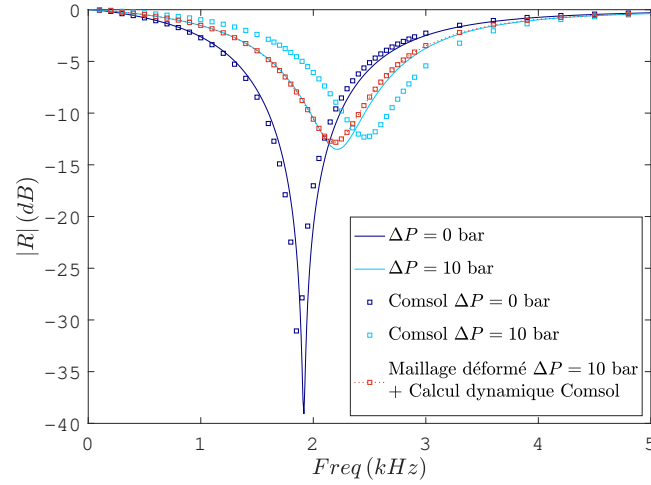


FIGURE 4.14: Comparaison de la simulation numérique avec Comsol en bleu (maillage déformé + contraintes résiduelles) et d'une simulation numérique avec uniquement le maillage déformé importé de Marc MSC en rouge.

Dans un second temps, on a donc essayé de tenir compte des contraintes induites par le chargement. Une piste consiste à considérer que la contribution élastique à la "raideur" qui intervient dans la résonance de Minnaert (le terme en $4G'$) change quand la bulle est comprimée. Cela peut se voir sur les courbes de variation de volume en fonction de ΔP , telle que celle de la figure 4.11. Pour le modèle élastique, on obtient une pente constante, ce qui correspond à une raideur qui reste constante, à $4G'$. Mais pour le modèle hyperélastique, la pente diminue, ce qui traduit qu'il est de plus en plus difficile de comprimer la bulle. En analysant la pente locale de cette courbe, on obtient la loi :

$$G_{\text{stat}}(a) = \frac{1}{2}G_{\text{stat}} \left[\frac{A}{a} + \left(\frac{A}{a} \right)^4 \right] + \frac{3}{4}P_0 \left[\left(\frac{A}{a} \right)^3 - 1 \right], \text{ pour } \Phi \ll 1. \quad (4.17)$$

Le calcul du nouveau G_{stat} que prévoit la formule à 10 bars donne $G_{\text{stat}}(a) = 2.27 \text{ MPa}$ avec un rayon après compression de $a = 7.75 \text{ mm}$. En appliquant ce changement à $G'(\omega)$, nous obtenons un nouveau coefficient de réflexion tracé en orange sur la figure 4.15.

La courbe obtenue montre un décalage vers les hautes fréquences, mais plus important que celui prévu par les simulations numériques. Nous avons fait le choix de modéliser l'influence de la déformation statique sur l'évolution des propriétés dynamiques du matériau par un changement sur G' , mais il se peut que les contraintes statiques aient une influence autre sur la rhéologie. Nous n'avons pas de réponse claire à ce jour. C'est une question très peu étudiée dans la littérature. Dupont *et al.* [9] ont choisi d'utiliser une méthode publiée par P.Saad [48] qui détermine le module de cisaillement d'un cylindre en élastomère sous forte déformation. Ils utilisent cette formulation dans leurs simulations numériques pour

le passage entre la déformation statique et la simulation acoustique que MSC Software ne gère pas. Les résultats présentés n'ont pas été validés par une comparaison. La question reste donc ouverte.

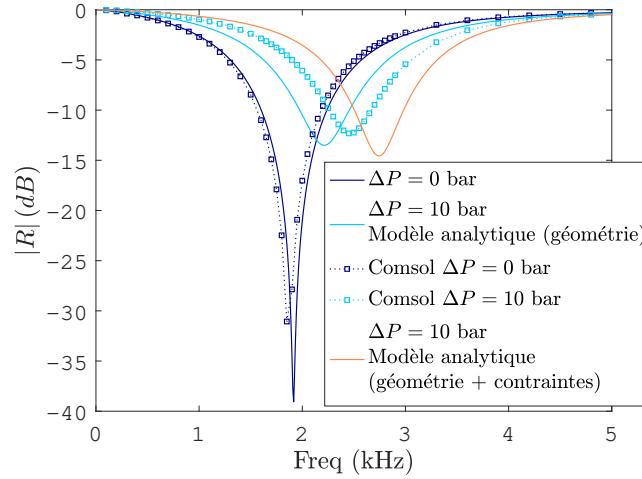


FIGURE 4.15: Modèle analytique prenant en compte les contraintes du chargement statique (en orange) après l'application d'une pression de 10 bars en comparaison du modèle prédictif de la déformation géométrique uniquement (en bleu clair). La simulation numérique qui prend en compte les deux aspects (géométriques et contraintes) est représentée avec des symboles (bleus clairs).

4.1.2 Effet de la température

La température a un effet direct sur la rhéologie de l'élastomère dans lequel le méta-écran est fabriqué. Une diminution de la température implique son raidissement (une augmentation du module G' visible sur la figure 4.16) et par conséquent va influencer les propriétés acoustiques du méta-écran. Cet effet de la température sur la transmission à travers des revêtements macro-inclusionnaires a déjà été étudié par J.-B. Dupont *et al.* [9].

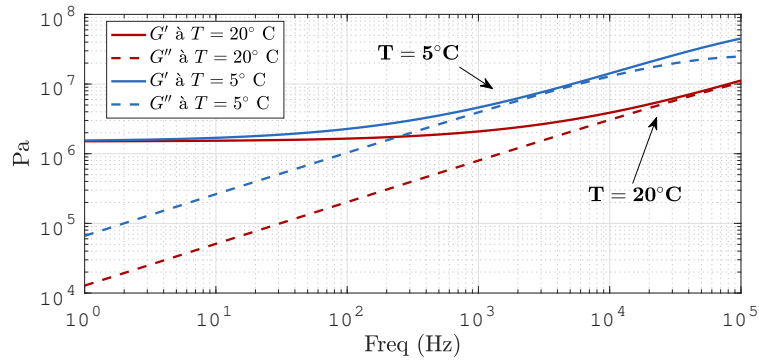


FIGURE 4.16: G' et G'' de l'élastomère FIC1 à $T = 20^\circ\text{C}$ (en rouge) et à $T = 5^\circ\text{C}$ (en bleu)

4.1. ÉTUDE ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

Dans le cadre de notre modèle rhéologique, le module de cisaillement G_{stat} ne dépend pas de la température. Un changement de température n'a donc pas d'effet sur l'étape de compression statique, seul le calcul acoustique va y être sensible.

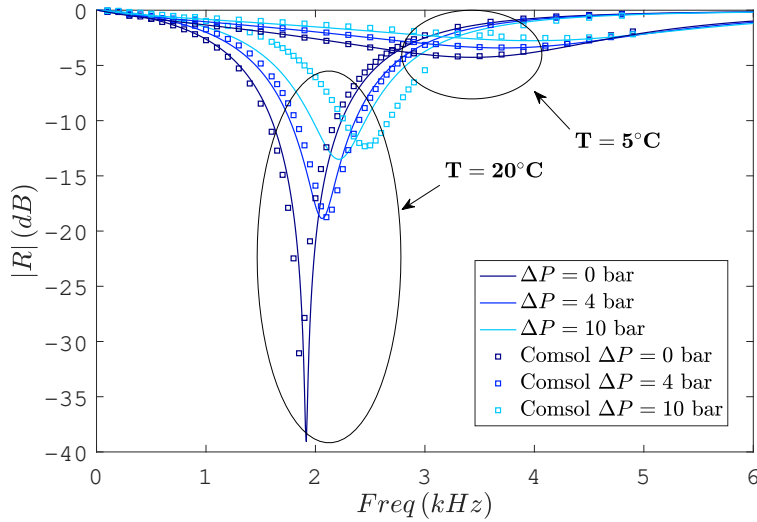


FIGURE 4.17: Etude de l'influence de la pression et de la température sur le coefficient de réflexion

On observe sur la figure 4.17 un changement de la fréquence de résonance qui passe de 2 kHz à 20°C à 3.5 kHz à 5°C . Mais l'effet le plus marquant est la forte réduction des propriétés anéchoïques, le creux en réflexion ne dépassant pas les 5 dB. L'effet de la température s'avère donc plus significatif que celui de la pression sur les propriétés du méta-écran.

4.1.3 Proposition d'optimisation pour une température et une pression données

Les formules analytiques qui prédisent les effets de pression et de température que nous avons détaillées dans la section précédente vont nous permettre d'anticiper ces effets afin d'optimiser l'absorption d'un méta-écran à une pression et à une température choisies.

Nous choisissons d'optimiser le méta-écran pour que celui-ci soit efficace après une compression à $P = 10$ bars et à une température de $T = 15^\circ\text{C}$.

La configuration présentée jusqu'à présent à pression atmosphérique nous permettait d'obtenir une diminution de ≈ 30 dB du coefficient de réflexion à 2 kHz. Afin d'atteindre la même efficacité à 15°C , il va falloir compenser la rigidification du matériau en augmentant légèrement la taille des inclusions ainsi que leur concentration.

CHAPITRE 4. PRISE EN COMPTE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

Les équations 2.34 et 2.35 nous donnent un rayon de $a = 10.2\text{ mm}$ et un pas de $d = 170\text{ mm}$.

Cette taille de bulle, a , est donc celle qu'il faudrait après une compression de 10 bars pour avoir une absorption maximale. On inverse donc la formule 4.14 qui nous donne le volume de la bulle en fonction de la pression appliquée, et on remonte ainsi à la taille qu'aurait notre inclusion avant d'être compressée à 10 bars. On obtient un $A = 11.8\text{ mm}$.

A (mm) Rayon de la bulle à P_0	a (mm) Rayon de la bulle à $P = 10\text{ bars}$	d (mm)
11.8	10.2	170

TABLE 4.1: Paramètres géométriques du méta-écran optimisé pour une absorption optimale à une pression de $P = 10\text{ bars}$ et à une température moyenne de $T = 15^\circ\text{C}$.

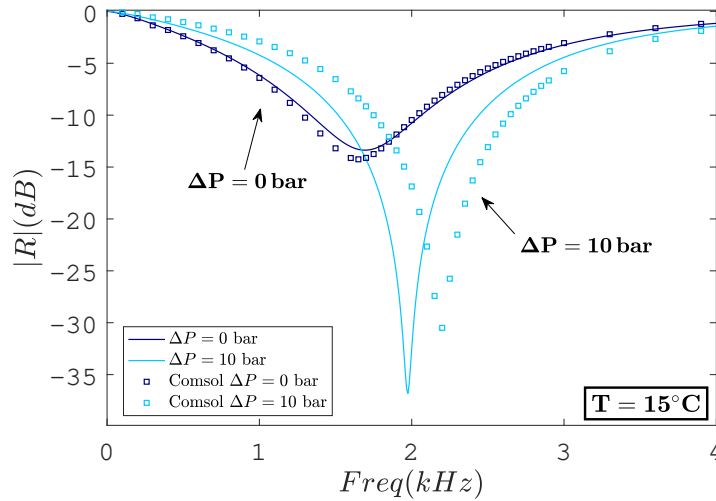


FIGURE 4.18: Optimisation du méta-écran pour une efficacité à $T = 15^\circ\text{C}$ et $\Delta P = 10\text{ bars}$

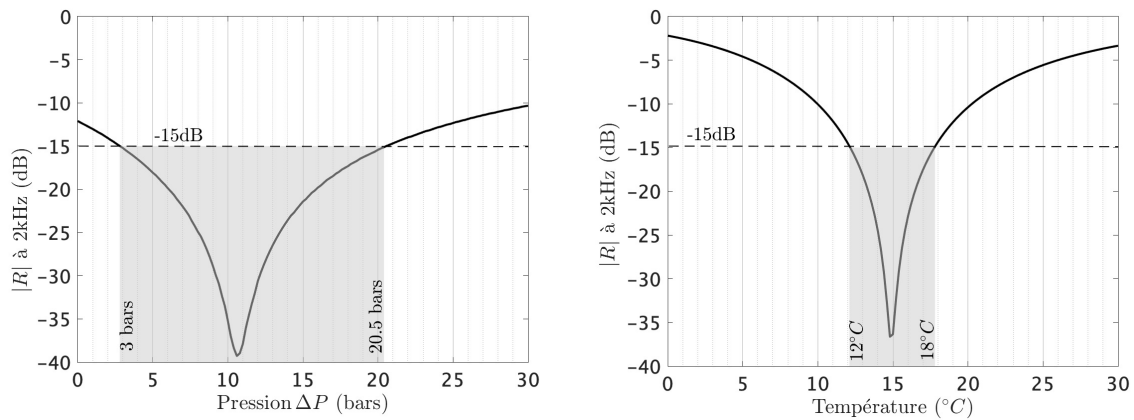
Sur la figure 4.18, on peut voir qu'avec notre nouvelle configuration optimisée à une pression et une température données, on réussit à obtenir les mêmes performances à une pression de 10 bars et une température de 15°C que le méta-écran de la section 4.1.1.4 à pression atmosphérique. On a dû, pour cela, augmenter la taille de l'inclusion de 30%.

On observe toujours un écart entre la prédiction analytique et le résultat de la simulation Comsol, écart que nous avons imputé à l'influence des contraintes résiduelles non prises en compte dans le modèle analytique.

4.1. ÉTUDE ANALYTIQUE ET NUMÉRIQUE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

Il peut être intéressant d'avoir une idée quantitative de la vitesse de dégradation des performances acoustiques du méta-écran suivant l'évolution de la pression et de la température à fréquence fixe. Pour cela, on a tracé sur la figure 4.19a) le coefficient de réflexion analytique à 2 kHz (fréquence d'optimisation visée) en fonction de l'évolution de la pression (entre 0 et 30 bars). On peut donc voir sur cette courbe la plage de pression sur laquelle les performances acoustiques restent bonnes ; on choisit arbitrairement comme valeur seuil -15 dB. Nous avons fait la même étude en fonction de la température (cf figure 4.19b).

Les courbes confortent nos conclusions précédentes. Considérant la matrice étudiée qui a une température de transition vitreuse ($T_g = 0^\circ\text{C}$) proche de la température d'observation, la variation de température fait chuter rapidement l'efficacité du méta-écran ; le coefficient de réflexion ne reste supérieur à 15 dB qu'entre 12°C et 18°C . L'effet de la pression est plus modéré : l'efficacité est sauvegardée sur une plage étendue entre 3 et 20 bars. À noter qu'on ne descend jamais en dessous d'un coefficient de réflexion de 10 dB sur toute la plage de pressions étudiée (entre 0 et 30 bars), montrant que les méta-écrans sont plutôt robustes à l'augmentation de pression.



(a) Coefficient de réflexion à 2 kHz en fonction de la pression (à $T = 15^\circ\text{C}$).

(b) Coefficient de réflexion à 2 kHz en fonction de la température (à $P = 10$ bars).

FIGURE 4.19: Évolution du coefficient de réflexion calculé avec le modèle analytique à 2 kHz en fonction (a) de la pression, (b) de la température. La partie grisée représente la zone où l'efficacité du méta-écran est supérieure à -15 dB.

4.2 Mesures sur des méta-écrans comprimés

Des mesures simples pour une étude de l'influence de la pression sur les performances acoustiques du méta-écran sont mises en place. Ne possédant pas de cuve pressurisée, nous mesurons le coefficient de transmission d'un méta-écran comprimé entre deux plaques. Nous reprenons le dispositif expérimental, à fréquences intermédiaires, présenté dans le chapitre 3.

Nous présenterons d'abord des mesures de transmission à pression nulle. Puis on expliquera la procédure de calibration utilisée avant de passer aux mesures sous compression. À la fin de ce chapitre, nous nous aiderons des simulations pour comprendre les désaccords observés entre modèle analytique et expériences.

4.2.1 Dispositif expérimental

Les méta-écrans fabriqués à partir des PDMS A et PDMS B (cf section 3.3.1) sont pris en sandwich entre deux plaques de dimensions $120 \times 120 \times 10 \text{ mm}^3$: une plaque de dural et une plaque de PMMA. Huit vis placées autour de l'échantillon permettent de comprimer le matériau. Le schéma du dispositif est présenté sur la figure 4.20. L'utilisation d'un tournevis dynamométrique, combinée à celle d'un capteur de pression, nous permet d'ajuster la valeur de la pression appliquée. Le procédé de calibration de la pression sera détaillé par la suite. Il faut toutefois noter que, dans ce cas, ce que nous appelons pression appliquée est un déplacement, ce qui diffère d'une réelle mise sous pression du méta-écran. L'application d'une pression via une compression de deux plaques n'entraînera pas les mêmes déformations des inclusions du méta-écran ; l'effet sera sûrement sous-estimé.

Les mesures acoustiques se font de la même manière que dans la section 3.3.2 dans une cuve d'eau de dimensions $120 \times 60 \times 46 \text{ cm}^3$. Des mesures en réflexion seraient faussées à cause de la réflexion sur les vis autour de l'échantillon et surtout à cause de la plaque de PMMA (cf figure 4.20) ; il serait difficile de différencier les réflexions sur ces différents éléments. Mais nous pouvons faire des mesures en transmission à condition d'utiliser l'écran protecteur qui, on le rappelle, permet de collimater le signal et de réduire les signaux parasites qui pourraient être diffractés par ses bords.

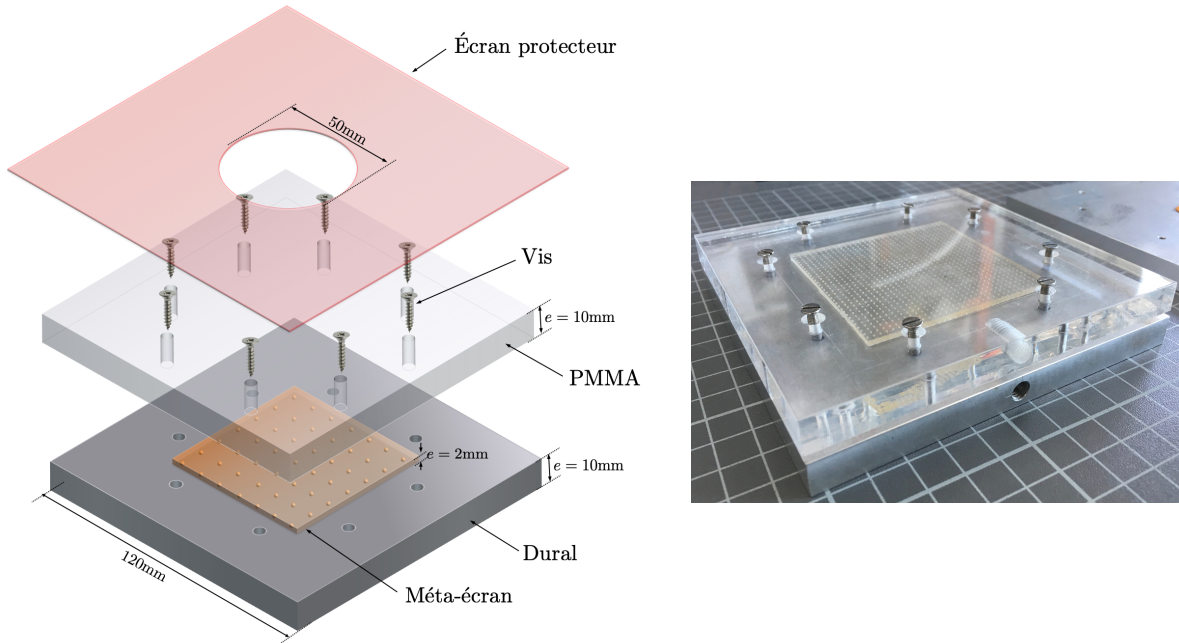


FIGURE 4.20: Dispositif expérimental de compression. L'échantillon est placé entre une plaque de dural et une plaque de PMMA qui sont vissées entre elles pour compresser le méta-écran.

4.2.2 Mesures du coefficient de transmission à pression nulle

Nous avons commencé par faire des mesures sans serrer les vis pour avoir le coefficient de transmission à travers le dispositif sans appliquer aucune pression sur le matériau. Le coefficient de transmission est mesuré à travers le système plaque de PMMA/échantillon de PDMS/plaque de dural. On place devant l'ensemble l'écran protecteur. On a ainsi mesuré la transmission à travers six échantillons : pour chacun des deux PDMS A et B, nous avons testé les méta-écrans fabriqués à partir des moules 1 et 2 et un échantillon homogène.

On rappelle que le moule 1 a été optimisé pour fabriquer un méta-écran présentant une superabsorption vers 60 kHz . Le méta-écran fabriqué à partir du moule 2, plus concentré en air (0.9% d'air contre 0.03% d'air pour le moule 1), n'est quant à lui pas optimisé. Il possède une réflexion proche de celle observée pour une plaque de PDMS homogène.

Les résultats sont présentés sur la figure 4.21 pour les échantillons en PDMS A (à gauche) et en PDMS B (à droite). Nous montrons le module du coefficient de transmission ainsi que la phase pour les trois échantillons (méta-écran 1 et 2 et échantillon homogène). Les mesures sont réalisées avec les transducteurs SY-80. Pour couvrir toute la bande de fréquences de 60 à 120 kHz on rappelle que différents signaux sont utilisés ; on fait émettre au transducteur source une impulsion courte de fréquence centrale 80 kHz et deux impulsions plus longues de fréquence centrale $f_0 = 60\text{ kHz}$ et $f_0 = 100\text{ kHz}$. Une

CHAPITRE 4. PRISE EN COMPTE DES EFFETS DE LA PRESSION STATIQUE ET DE LA TEMPÉRATURE

barre d'erreur permet de rendre compte de la dispersion de ces mesures avec différentes impulsions. Une mesure de référence est réalisée à vide dans l'eau entre les deux transducteurs.

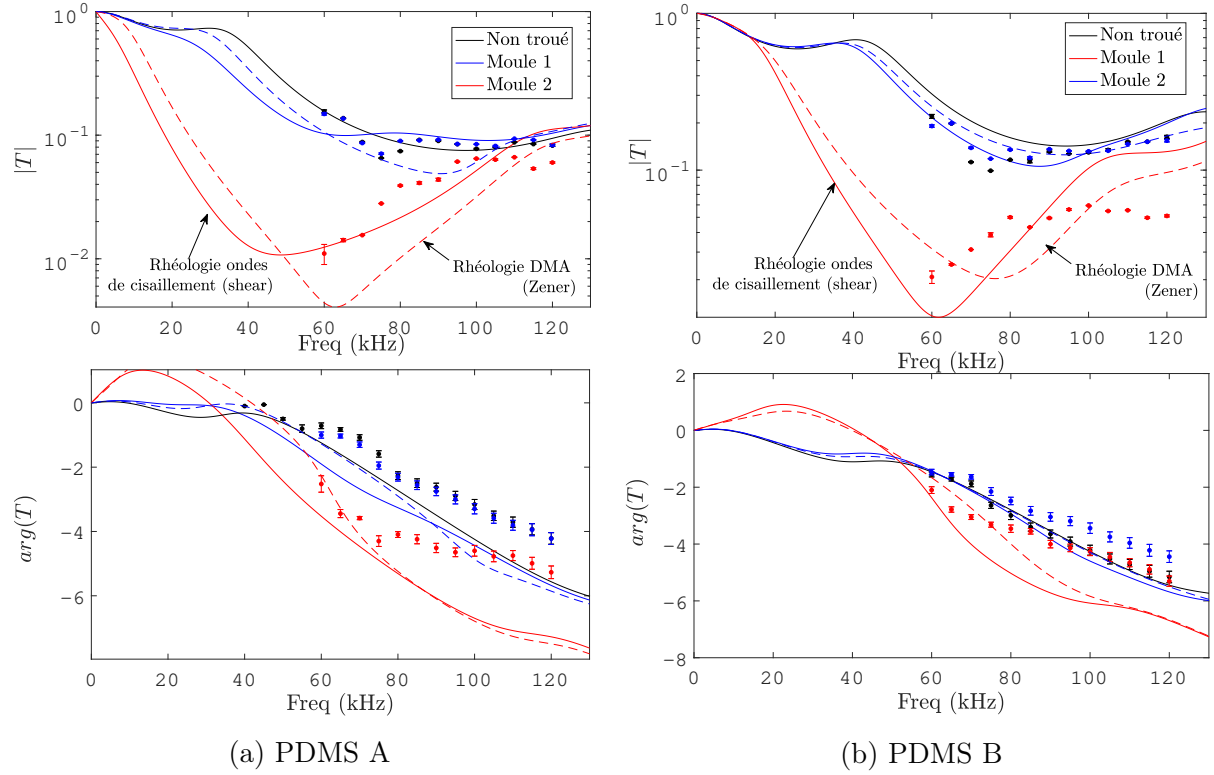


FIGURE 4.21: Module et phase du coefficient de transmission pour une pression appliquée nulle. On présente les mesures pour les méta-écrans (a) en PDMS A (b) en PDMS B. Avec des symboles noirs sont tracées les mesures sur un échantillon homogène de PDMS. En bleu, le méta-écran issu du moule 1, optimisé pour une réflexion faible vers les 60 kHz. En rouge, le méta-écran issu du moule 2 plus concentré en air qui a une efficacité plus importante pour réduire la transmission. On représente le coefficient de transmission prédit par le modèle analytique avec la rhéologie du modèle de Zener fractionnaire découlant des mesures DMA en traits pointillés et avec la rhéologie découlant des mesures en ondes de cisaillement en traits pleins.

Nous comparons ces résultats de mesures avec les résultats issus du modèle analytique en prenant les deux modules de cisaillements mesurés précédemment : celui du modèle de Zener fractionnaire ajusté à partir des mesures DMA (en traits pointillés) et celui découlant des mesures en ondes de cisaillement (en traits pleins). Les mesures en réflexion présentées au chapitre précédent dans la partie expérimentale 3.3.6 se rapprochaient davantage des coefficients de réflexion calculés à partir du module de cisaillement évalué par mesures hautes fréquences en ondes de cisaillement (shear). Les mesures en transmission à travers les méta-écrans en PDMS A tendent à confirmer ce constat : le coefficient de transmission calculé avec les modules de cisaillement provenant des mesures hautes fré-

quences correspond bien mieux aux mesures. Les mesures à travers les méta-écrans en PDMS B, quoique moins parlantes, vont dans le même sens.

Si les tendances observées sont plutôt bonnes, les écarts que l'on note entre le modèle et les mesures (comme pour les mesures en réflexion) peuvent provenir de plusieurs facteurs : les biais de mesure, l'évaluation du module de cisaillement des élastomères (surtout pour le PDMS B), mais également le fait que le modèle ne considère pas des cylindres débouchants comme dans l'expérience mais bien des sphères (de volume équivalent) centrées dans l'épaisseur du plan de bulles.

4.2.3 Procédure de calibration de la pression appliquée

Pour comprimer le méta-écran, nous utilisons un tournevis dynamométrique. Un capteur de force (de la marque *SingleTact*), d'épaisseur 0.35 mm, est placé entre le méta-écran et la plaque de dural munie d'une encoche de la taille du capteur (voir figure 4.22). Le capteur de force a un diamètre de 15 mm et permet de mesurer une force limite de 450 N. Ce capteur va mesurer la force ressentie par le méta-écran sous l'action des vis, ce qui va nous permettre de relier le couple de serrage appliqué à la pression exercée sur le méta-écran.

Les courbes sur la figure 4.23 sont les valeurs relevées par le capteur de force quand on applique un couple de serrage de 15 cN.m puis que l'on relâche la pression. Il n'y a pas de différences importantes entre les compressions d'un échantillon de PDMS homogène et d'un méta-écran ; on atteint un palier moyen au alentour de 320 N quand les huit vis sont serrées avec le même couple. Cette valeur de force reportée à la surface du capteur (de 15 mm de diamètre) correspond à une pression de 18.1 bars. Cette pression correspond à la valeur minimale du couple du tournevis dynamométrique. Des valeurs supérieures de pression ne peuvent pas être atteintes avec ce dispositif de serrage puisque un couple de force supérieur à 15 cN.m exercé sur les vis entraîne une flexion de la plaque, et relâche par la même occasion la pression exercée au centre de l'élastomère.

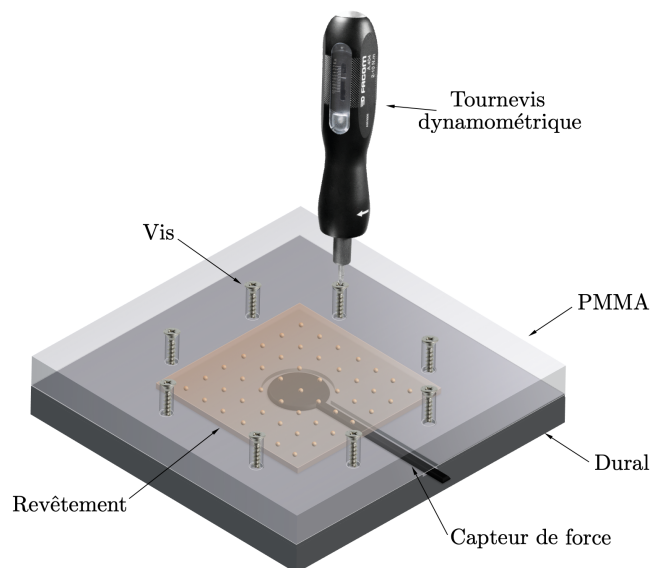


FIGURE 4.22: Schéma du dispositif de calibration de la pression exercée sur le méta-écran. Le capteur mesure la force exercée sur le méta-écran par l'action du serrage des vis maîtrisée par le tournevis dynamométrique.

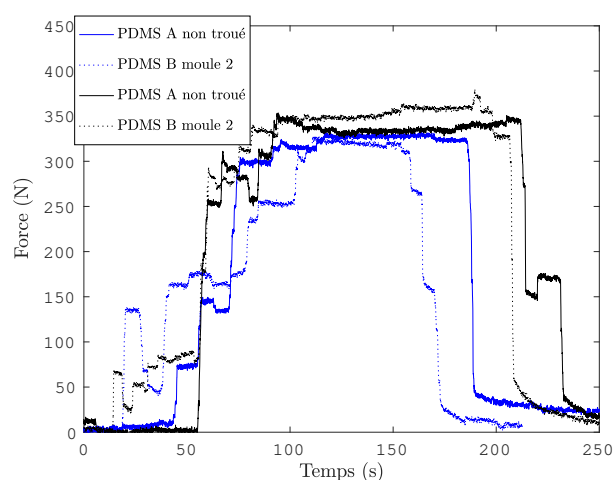


FIGURE 4.23: Force mesurée par le capteur *SingleTact* pendant la mise sous pression du méta-écran et le relâchement de la contrainte pour une valeur du couple de serrage des vis de 15 cN.m.

4.2.4 Résultats des mesures en transmission sous pression

Les résultats des mesures du module et de la phase du coefficient de transmission lorsque le méta-écran subit une compression de 18 bars sont présentés sur la figure 4.24. On les compare aux mesures précédentes à pression ambiante et également aux résultats du modèle analytique.

4.2. MESURES SUR DES MÉTA-ÉCRANS COMPRIMÉS

Les méta-écrans 1 qui ont un effet sur la transmission quasiment indissociable de celui d'un échantillon de PDMS homogène ne subissent logiquement quasiment pas de dégradation due à la pression. Mais pour les méta-écrans 2, plus concentrés en air, nous arrivons à voir une légère augmentation du coefficient de transmission (sans pression en rouge et après compression à 18 bars en orange). Pour les méta-écrans en PDMS A, on voit les mêmes tendances pour le module et la phase de la transmission entre le modèle analytique et les mesures avec une augmentation de la transmission après compression. Ces effets sont légèrement visibles sur les méta-écrans en PDMS B mais dans une moindre mesure puisque la matrice du PDMS B est plus dure. La déformation à 18 bars est bien plus importante pour le PDMS A qui a un $G_{\text{stat}} = 0.48 \text{ MPa}$ que celle du PDMS B avec un $G_{\text{stat}} = 3.5 \text{ MPa}$.

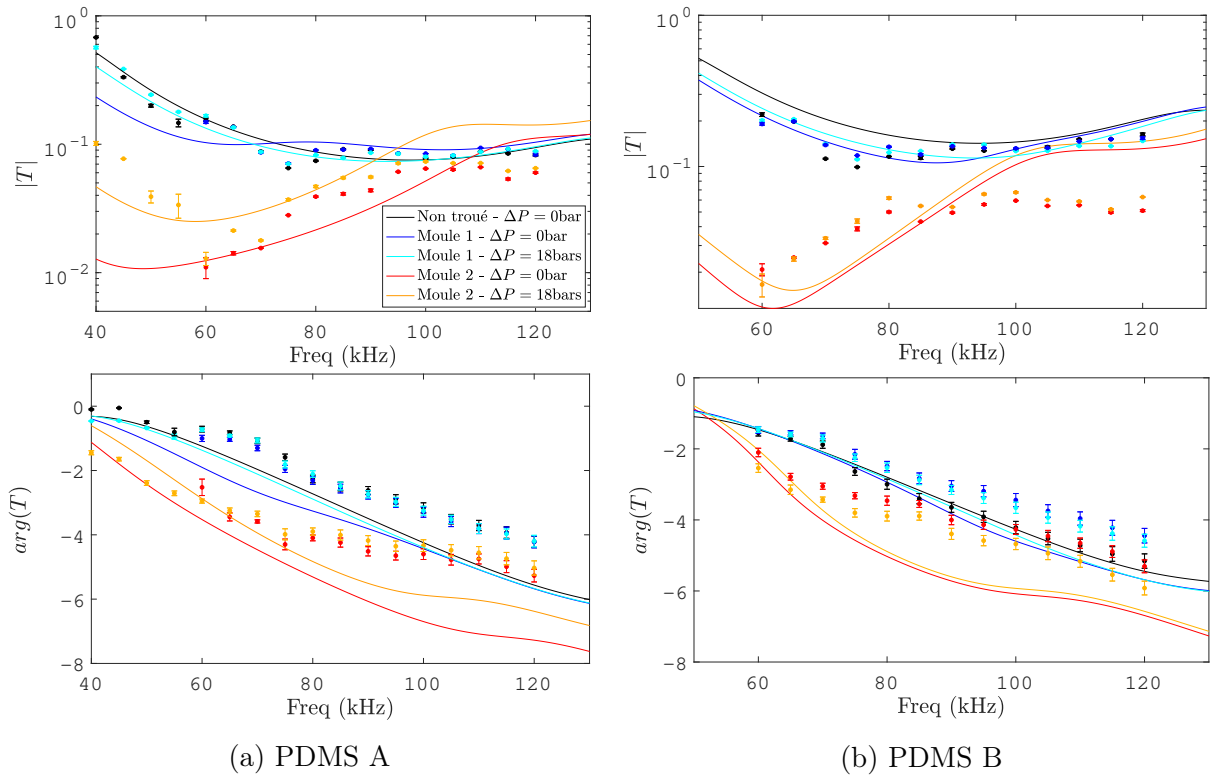


FIGURE 4.24: Mesures de la transmission avant et après compression à 18 bars (soit l'application d'un couple de serrage de 15 cN.m sur les huit vis) sur les méta-écrans (a) de PDMS A (b) de PDMS B.

Si l'on regarde de plus près le module du coefficient de transmission des méta-écrans en PDMS A (figure 4.24), l'effet de la pression sur la transmission prédit par le modèle analytique est plus important que celui mesuré expérimentalement. Un désaccord que l'on peut expliquer par le fait que la géométrie prise en compte dans le modèle analytique diffère de celle utilisée dans l'expérience. On rappelle, en effet, que le modèle analytique prédit

le comportement acoustique pour un méta-écran avec des inclusions sphériques centrées. Or, dans la pratique, les inclusions sont des cylindres débouchants sur la plaque, ce qui va nécessairement jouer un rôle que nous étudierons numériquement dans le prochain paragraphe.

4.2.5 Influence de la forme cylindrique des inclusions et de leur position dans l'épaisseur du méta-écran

Nous avons simulé le comportement acoustique après une compression des méta-écrans (présentées à la section 4.1.1). Les conditions de la simulation sont similaires au dispositif expérimental à ceci près que la plaque de PMMA (cf 4.20) n'est pas prise en compte et qu'on applique, non pas un déplacement, mais une pression. Pour cela on maille une cellule élémentaire du méta-écran posé sur une plaque de dural de 10 mm d'épaisseur et on maille de chaque côté une portion d'eau qui se finit par une PML. On applique les mêmes conditions aux limites que celles présentées au début de ce chapitre à la section 4.1.1. Les simulations numériques ont également l'avantage de pouvoir nous donner accès à la réflexion. Le champ de pression transmis est moyenné sur la surface inférieure de la plaque de dural et le champ de pression réfléchi est moyenné sur la surface de l'élastomère.

La compression maximale que nous avons réussi à atteindre avec les simulations numériques pour les méta-écrans en PDMS A (avec un très faible $G_{\text{stat}} = 0.48$ MPa) est de 2 bars passant d'une inclusion de rayon 0.313 mm à une inclusion de 0.274 mm pour un méta-écran issu du moule 2 avec inclusions sphériques. On atteint une déformation similaire pour les méta-écrans en PDMS B quand on applique une pression de 18 bars (rayon de 0.278 mm après compression à 18 bars).

La correspondance est plutôt bonne entre les coefficients de transmission et de réflexion prédits par le modèle et ceux issus des simulations d'un méta-écran avec inclusions cylindriques centrées (cf figure 4.25). En s'intéressant uniquement aux méta-écrans issus du moule 2 en transmission et aux méta-écrans issus du moule 1 en réflexion, il est plus facile de faire une analyse sur l'effet d'un passage des sphères centrées aux cylindres débouchants.

4.2. MESURES SUR DES MÉTA-ÉCRANS COMPRIMÉS

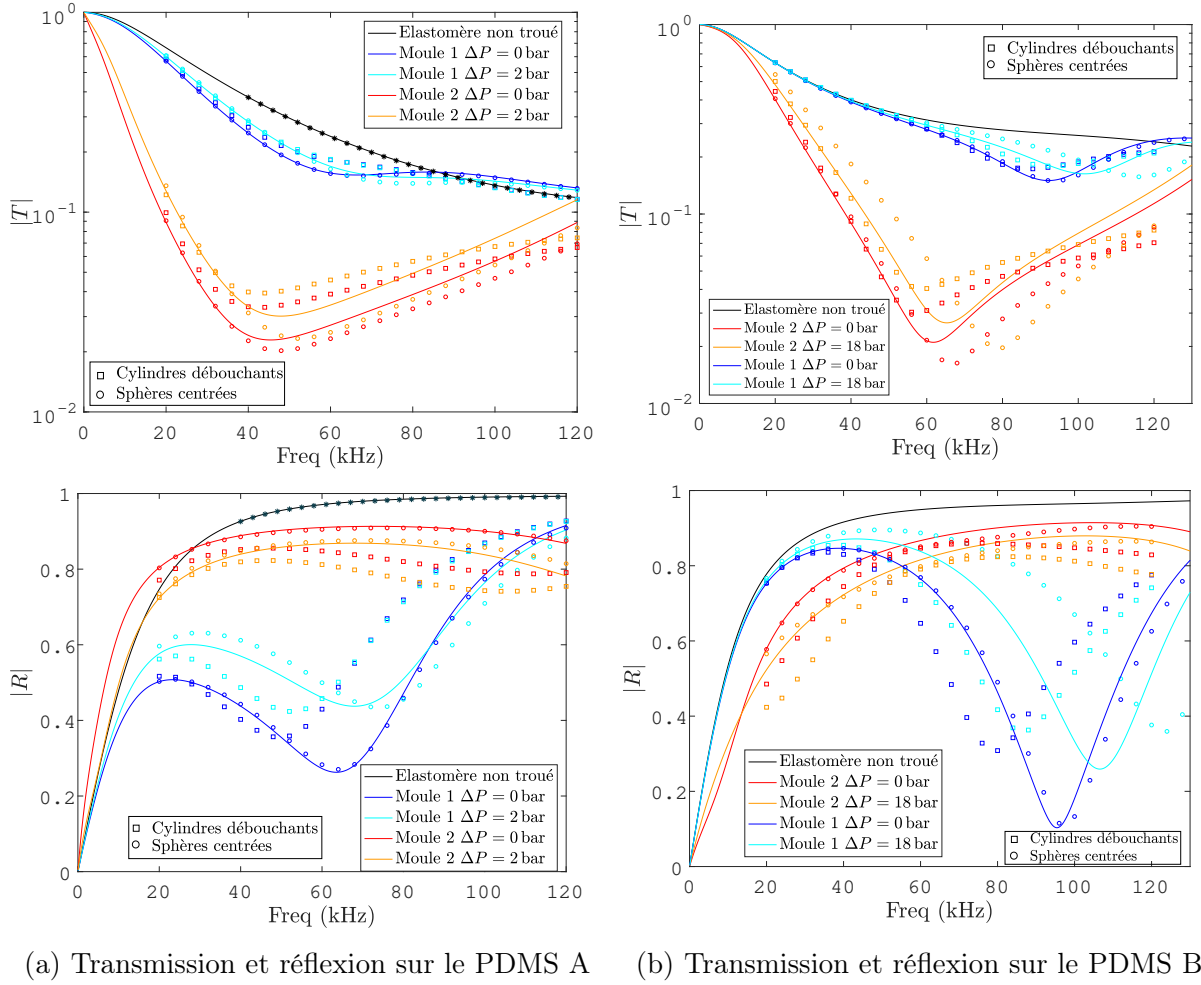


FIGURE 4.25: Étude numérique et analytique de la transmission et de la réflexion d'un méta-écran à inclusions sphériques (symboles ronds) et à inclusions cylindriques (symboles carrés) mis sous pression.

Sur la figure 4.26, on représente les mêmes résultats de simulations mais en ne gardant que la transmission à travers les méta-écrans issus du moule 2. Dans le cas du PDMS A comme celui du PDMS B, le passage des sphères aux cylindres implique un décalage vers les basses fréquences mais également une augmentation de la transmission. L'effet de la compression sur les méta-écrans avec sphères est à peu près similaire à celui sur un méta-écran avec cylindres en PDMS A (cf figure 4.26a). Mais sur un méta-écran en PDMS B (cf figure 4.26b), une compression à 18 bars sur le méta-écran avec sphères entraine un fort décalage vers les hautes fréquences non visible sur le méta-écran avec cylindres mais aussi une perte de transmission bien plus faible avec des cylindres.

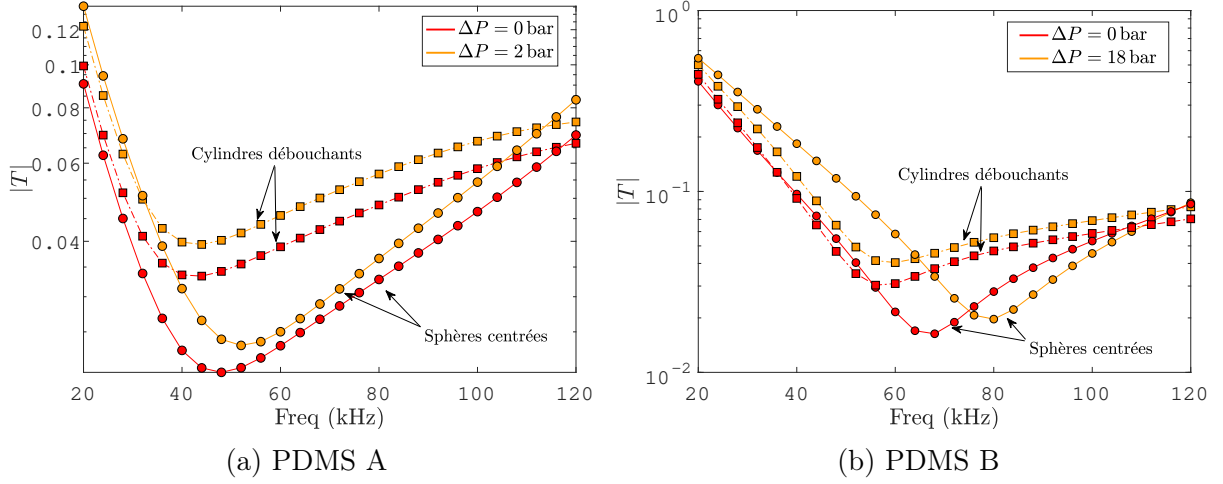


FIGURE 4.26: Étude numérique de la transmission à travers un méta-écran issu du moule 2 avec inclusions sphériques centrées (symboles ronds) et avec inclusions cylindriques débouchantes ((symboles carrés) soumis à compression. (a) Le méta-écran en PDMS A subit une compression de 2 bars, (b) le méta-écran en PDMS B subit une compression de 18 bars.

Ce constat se retrouve sur les données en réflexion sur les méta-écrans issus du moule 1 (figure 4.27). Les pressions appliquées sont suffisantes pour voir des effets importants sur le module du coefficient de réflexion du méta-écran optimisé (moule 1). Nous pouvons encore observer le décalage de la résonance des cylindres vers les basses fréquences, mais on constate surtout que les cylindres ont des comportements très différents sous pression. Un méta-écran à inclusions sphériques voit son absorption diminuer bien plus rapidement qu'un méta-écran à inclusions cylindriques et on note également que le décalage vers les hautes fréquences est plus minime pour les cylindres. D'après les simulations numériques, pour le méta-écran en PDMS A, sous une pression de 2 bars, le module du coefficient de réflexion augmente seulement de 19% à résonance pour des cylindres contre 60% pour des sphères (avec un décalage respectif vers les hautes fréquences de 8% contre 12%). La tendance est encore plus flagrante pour le méta-écran en PDMS B où l'application d'une pression de 20 bars sur des méta-écrans à inclusions sphériques a un impact très important (une augmentation de 212% du module et un décalage de 30%) alors que l'impact est bien plus modéré pour des inclusions cylindriques (une augmentation de 18% du module et un décalage de 10%).

De tels résultats montrent que l'utilisation des inclusions cylindriques est avantageuse pour la tenue à la pression en plus d'une résonance plus basse fréquence à volume équivalent. C'est ce qui nous a poussés à étudier les méta-écrans à inclusions cylindriques plus en détails dans le chapitre suivant.

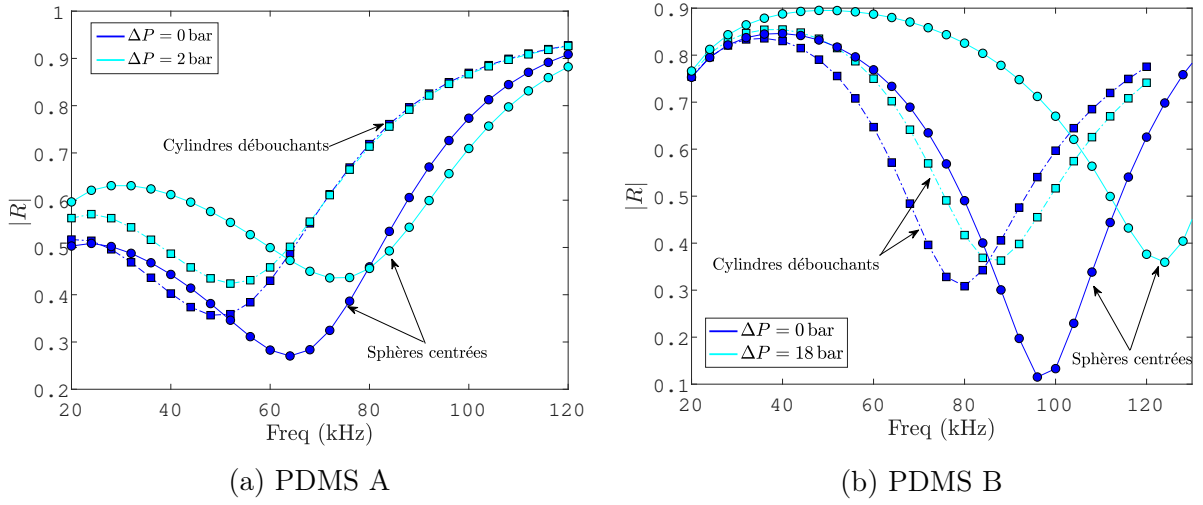


FIGURE 4.27: Étude numérique de la réflexion sur un méta-écran issu du moule 1 avec inclusions sphériques centrées (symboles ronds) et avec inclusions cylindriques débouchantes (symboles carrés) soumis à compression. (a) Le méta-écran en PDMS A subit une compression de 2 bars, (b) le méta-écran en PDMS B subit une compression de 18 bars..

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'influence des conditions de pression et de température sur les performances acoustiques des méta-écrans bulleux. Nous nous sommes appuyés sur des simulations numériques pour étudier la déformation des inclusions sous l'effet de la pression. La perte de volume des inclusions est la principale source de dégradation des capacités absorbantes du matériau. Si la taille des inclusions varie, l'optimisation n'est alors plus valable et les propriétés d'absorption du méta-écran se dégradent.

Grâce à la prédiction analytique des effets de la pression et de la température, nous pouvons déterminer les paramètres du méta-écran afin que son pouvoir absorbant soit optimal à une pression et à une température données. La réflexion sur le méta-écran reste très faible sur une plage de pressions importante. En revanche, la plage de température sur laquelle le méta-écran conserve un fort pouvoir absorbant est réduite.

Enfin, nous avons réalisé une étude expérimentale des effets d'une compression sur les propriétés acoustiques du méta-écran. Ces expériences confrontées à des simulations numériques ont notamment mis en évidence l'avantage de travailler avec des méta-écrans à inclusions cylindriques ; ces méta-écrans subissent en effet une dégradation de leurs pouvoir absorbant bien moindres que des méta-écrans à inclusions sphériques et également un plus faible décalage vers les hautes fréquences. La prise en compte de la forme des inclusions dans le modèle analytique fera l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 5

Prise en compte de l'effet de la forme des inclusions

Nous avons jusqu'à présent utilisé un modèle analytique permettant de déterminer les paramètres géométriques qui optimisent les performances d'un méta-écran à inclusions d'air sphériques tenant compte de la pression et de la température. Cependant, lorsque les trous ne sont pas sphériques (ce qui peut être le cas dans les applications pratiques), la solution analytique n'est *a priori* pas utilisable. Cependant, comme pour les bulles d'air dans les liquides, la réponse acoustique d'une cavité dans un élastomère est principalement gouvernée par son volume. Jusqu'à présent, on a assimilé une cavité cylindrique de diamètre D et de hauteur H à une sphère de rayon équivalent : $a = (3D^2H/16)^{1/3}$.

Toutefois, comme l'ont montré Calvo *et al.* [8], la réponse acoustique d'un cylindre peut notablement différer de celle d'une sphère pour des rapports d'aspect importants (de l'ordre de $D/H = 20$). Or, de tels cylindres aplatis sont intéressants d'un point de vue pratique. D'une part, la fabrication d'un méta-écran dont les inclusions sont cylindriques peut être plus aisée. D'autre part, comme discuté au chapitre précédent, "aplatir" un cylindre abaisse la fréquence de résonance et permet de réduire l'effet de la compression sur l'efficacité du méta-écran. Ajoutons enfin que l'épaisseur du méta-écran peut être d'autant plus réduite que les cylindres sont aplatis.

Nous nous sommes tout d'abord appuyés sur des simulations numériques 2D axisymétriques pour adapter la fonction de diffusion monopolaire bien connue d'une sphère au cas d'un cylindre dont l'aplatissement varie. Ce développement a permis de mettre en évidence l'apparition d'un troisième terme d'amortissement qui traduit le rayonnement d'ondes de cisaillement lorsque nous travaillons avec des cylindres.

Dans un deuxième temps, nous avons utilisé les résultats obtenus avec une cavité unique pour étudier la réflexion sur un plan de cavités cylindriques aplatis. Enfin nous nous sommes intéressés au comportement de ce dernier sous pression.

Sommaire

5.1	Modèle phénoménologique pour un méta-écran à inclusions cylindriques aplaties	106
5.1.1	Diffusion par un cylindre unique	107
5.1.2	Réflexion sur un réseau de cylindres	114
5.1.3	Optimisation d’un méta-écran bulleux à inclusions cylindriques aplaties	117
5.1.4	Test de la méthode sur un élastomère à rhéologie complexe . .	118
5.2	Le méta-écran à cavités cylindriques sous pression	119
5.2.1	Les cylindres sous pression	119
5.2.2	Comportement acoustique du méta-écran à cavités cylindriques en compression	121
5.3	Conclusion	124

5.1 Modèle phénoménologique pour un méta-écran à inclusions cylindriques aplaties

Notre objectif est ici de comparer le cas de cavités sphériques avec celui de cavités cylindriques de différents rapports d’aspect, $AR=D/H$. À cette fin nous avons réalisé des simulations Comsol pour déterminer le coefficient de réflexion de méta-écrans incluant des cavités de formes différentes mais de volumes équivalents sur la figure 5.1a.

On travaille avec un élastomère avec $G^* = 1e6 - i33\omega$, $K = 2$ GPa, $\rho = 1100$ kg/m³ et $v_L = 1350$ m/s. Les cavités sphériques sont vides et ont un rayon de $a = 4.5$ mm. Elles sont réparties sur un réseau carré avec un pas de $d = 125$ mm dans un élastomère d’épaisseur totale $e = 35$ mm.

Le modèle analytique (en trait plein noir) rend bien compte du coefficient de réflexion d’un plan de bulles sphériques, mais des trous cylindriques conduisent à une réponse différente. Quand on passe au cylindre, en première approximation, on se dit que c’est le volume du cylindre qui compte (pour fixer la fréquence de résonance). Effectivement, pour un cylindre avec un rapport d’aspect de 1 (en symboles roses) on obtient une courbe de réflexion un peu décalée en fréquence, mais assez similaire au cas des sphères. En revanche, quand on aplatit le cylindre, jusqu’à AR 10 (en symboles bleus) on a un comportement très différent. Donc l’aplatissement joue un rôle. Peut-on adapter notre modèle analytique pour en tenir compte ?

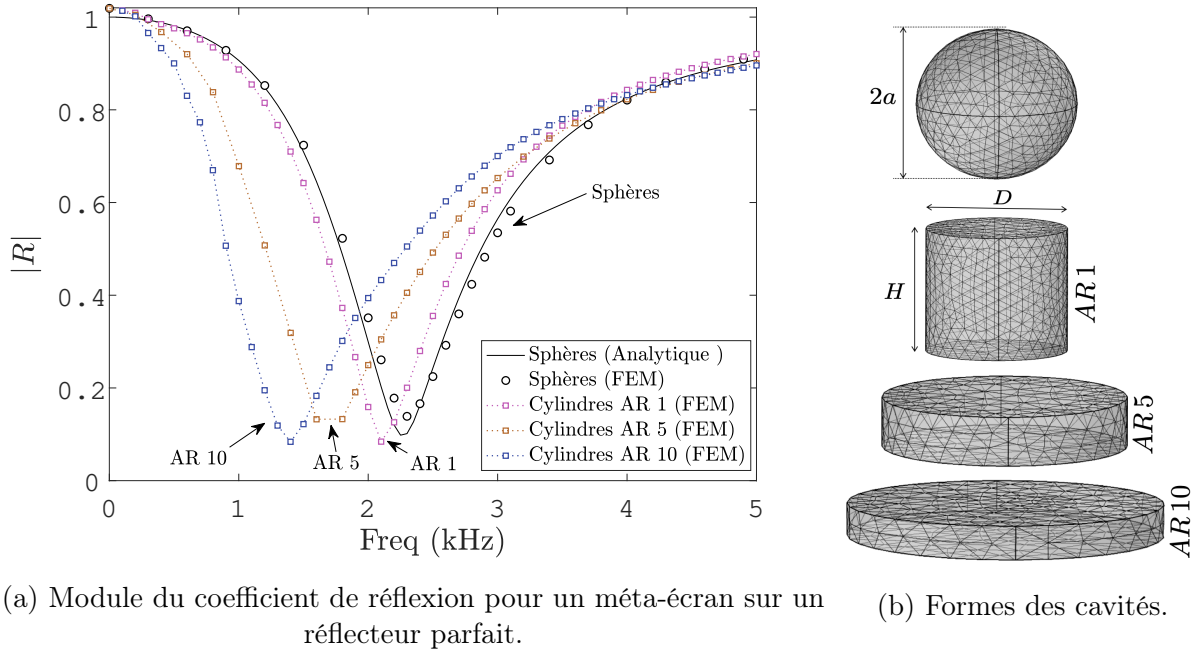


FIGURE 5.1: Effet de la forme cylindrique des cavités avec des rapports d'aspects différents sur la réflexion d'un méta-écran.

5.1.1 Diffusion par un cylindre unique

Pour comprendre l'effet du rapport de forme, nous revenons au cas d'un diffuseur cylindrique unique. On s'intéresse à sa fonction de diffusion monopolaire en fonction de son rapport d'aspect (AR) en gardant le volume constant (celui d'une bulle de rayon a). Comme dans le papier de Calvo *et al.* [8], nous utilisons une simulation en éléments finis 2D axisymétrique de Comsol Multiphysics pour étudier la pression diffusée par une bulle unique cylindrique dans un élastomère.

La géométrie simplifiée, les différents domaines et les conditions aux limites sont présentés sur la figure 5.2. L'onde incidente est simulée par une charge en pression d'amplitude $p_0 = 1$ Pa appliquée sur la surface intérieure de la cavité. En tenant compte de la symétrie du modèle, nous nous limitons à $z > 0$: on impose en $z = 0$ pour le solide une condition de déplacement nul dans la direction z ainsi que des contraintes de cisaillement nulles ("roller condition").

La fonction de diffusion monopolaire f_{scat} est liée à la pression diffusée p_{sc} sur une sphère placée à une distance de propagation L de la cavité :

$$p_{sc} = p_0 \frac{f_{scat}}{L} e^{i(k_p L - \omega t)}, \quad (5.1)$$

avec p_0 , la pression initiale et $k_p = \omega/v_L$, le vecteur d'onde.

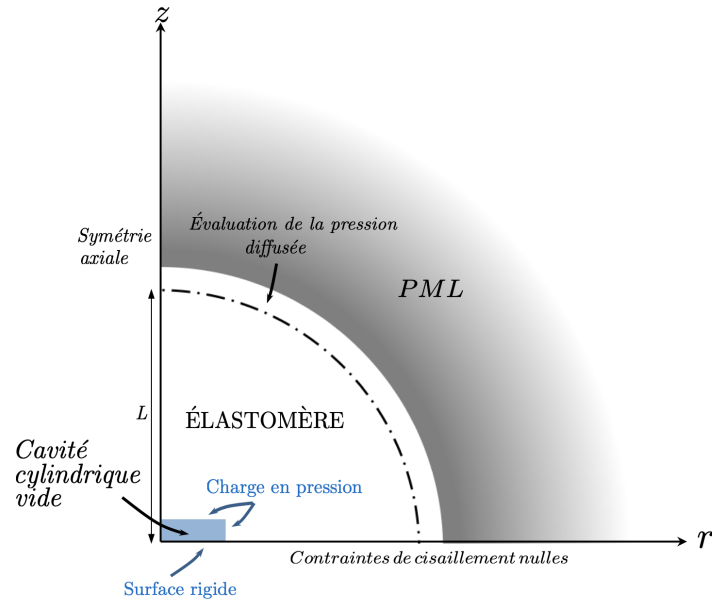


FIGURE 5.2: Schéma de la simulation 2D axisymétrique (non mis à l'échelle)

La figure 5.3 montre l'amplitude de cette fonction de diffusion pour $L = 140$ mm. Elle est représentée en fonction de la fréquence, pour une sphère de rayon $a = 4.5$ mm de rayon et pour des cylindres de même volume mais de AR différents. Pour la sphère, on retrouve que le résultat de simulation suit bien la prédiction du modèle en :

$$f_{\text{scat}} = \frac{a}{(\omega_0/\omega)^2 - 1 - i(\delta + ka)} \quad (5.2)$$

où ω_0 est la fréquence de résonance de Minnaert qui vaut dans le cas présent d'une bulle vide $\omega_0 = \sqrt{4G'/\rho}/a$, et le terme d'amortissement visqueux s'écrit $\delta = 4\eta/(\rho a^2\omega)$.

On constate que l'amplitude de diffusion pour le cylindre de AR 1 est assez proche de celle de la sphère, mais que les amplitudes de diffusion pour les autres cylindres en diffèrent significativement. Son maximum se décale vers les basses fréquences quand AR augmente ce qui explique le décalage du creux en réflexion vers les basses fréquences sur la figure 5.1a. On observe aussi que la valeur du maximum change avec AR, ainsi que la largeur de la résonance. Cela dit, même si les courbes changent, elles gardent sensiblement la même forme, ce qui donne l'idée d'essayer de les ajuster avec une loi du type :

$$f_{\text{scat}} = \frac{Aa}{(B\omega_0/\omega)^2 - 1 - i(C\delta + Dka)} \quad (5.3)$$

5.1. MODÈLE PHÉNOMÉNOLOGIQUE POUR UN MÉTA-ÉCRAN À INCLUSIONS CYLINDRIQUES APLATIES

On a donc quatre nouveaux paramètres sans dimension pour adapter la fonction de diffusion monopolaire aux effets de l'aplatissement du cylindre. A correspond à un changement de rayon, B à un décalage de la fréquence de résonance, C à une modification des pertes visqueuses, et D à un changement des pertes par rayonnement ¹.

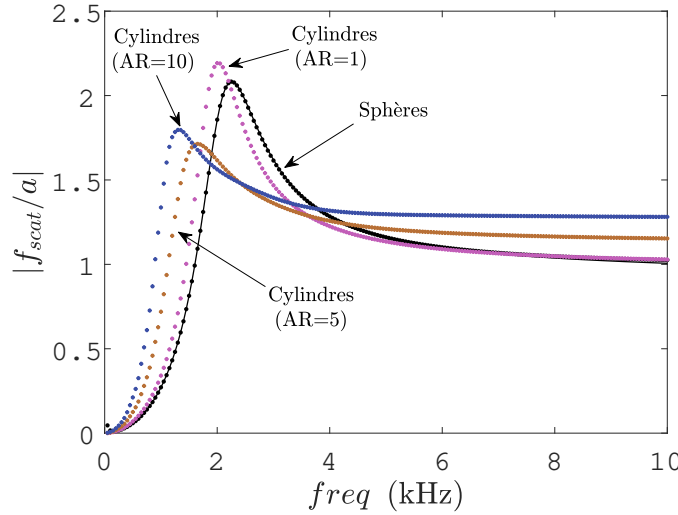


FIGURE 5.3: Amplitude de diffusion en fonction de la fréquence pour la sphère et des cylindres avec trois rapports d'aspect différents : 1, 5 et 10.

Pour déterminer ces quatre paramètres, on peut ré-écrire (5.3) sous la forme :

$$\operatorname{Re} \left[\frac{a}{f_{\text{scat}}} \right] = \frac{(B\omega_0/\omega)^2 - 1}{A}, \quad (5.4)$$

$$-\operatorname{Im} \left[\frac{a}{f_{\text{scat}}} \right] \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{4C}{A} + \frac{D}{A} \frac{\omega^2}{\omega_1\omega_2}, \quad (5.5)$$

avec $\omega_1 = \eta/(\rho a^2)$, $\omega_2 = v_L/a$ et v_L la vitesse des ondes longitudinales dans l'élastomère.

En traçant $\operatorname{Re} \left[\frac{a}{f_{\text{scat}}} \right]$ en fonction de $(\omega_0/\omega)^2$, on a une droite dont l'ordonnée à l'origine nous donne A et la pente B (figure 5.4a). Le tracé de $-\operatorname{Im} \left[\frac{a}{f_{\text{scat}}} \right] \frac{\omega}{\omega_1}$ en fonction de $\omega^2/(\omega_1\omega_2)$ donne aussi une droite qui permet de déterminer C et D (figure 5.4b).

Par interpolation linéaire (figure 5.4) nous pouvons étudier comment les paramètres A , B , C et D varient avec le rapport d'aspect AR . Notre hypothèse est que AR est le paramètre principal qui détermine le comportement acoustique d'un cylindre.

1. Nous utilisons la notation D ici pour une question de simplicité, qu'il ne faudra pas confondre avec le D du diamètre des cylindres.

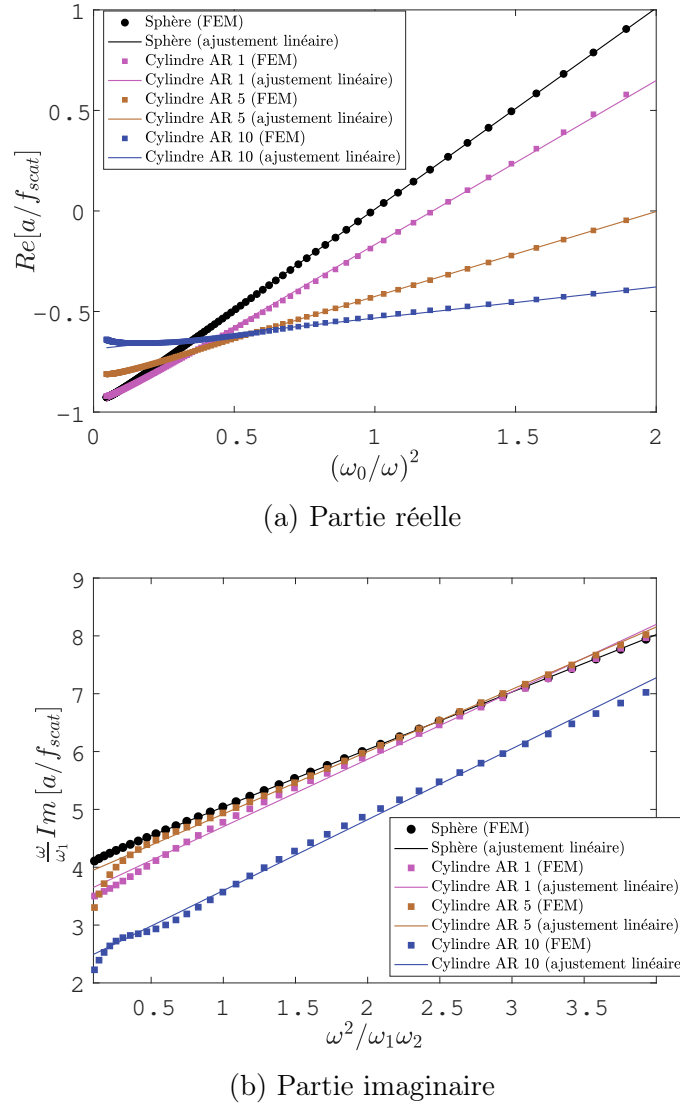


FIGURE 5.4: Simulations numériques(symboles) et résultats des interpolations linéaires pour différents AR.

Pour tester cette hypothèse, nous avons modifié les propriétés de la matrice dans la simulation. Par exemple, à partir de nos valeurs de référence de $G = 1$ MPa et $\eta = 33$ Pa.s, nous avons appliqué des facteurs multiplicatifs (notés $\tilde{G}$ et $\tilde{\eta}$ sur la figure 5.5) de 2 ou 3. Comme le montre la figure 5.5, les courbes donnant A , B et D en fonction de AR tendent à se superposer pour les différents paramètres rhéologiques. Cela confirme que, dans la gamme de paramètres que nous avons exploré, AR est bien le paramètre pertinent dont va dépendre la réponse acoustique. En particulier, nous constatons que B est une fonction décroissante de AR, ce qui est conforme à la diminution observée de la fréquence de résonance lorsqu'un cylindre est aplati (Fig. 5.3).

5.1. MODÈLE PHÉNOMÉNOLOGIQUE POUR UN MÉTA-ÉCRAN À INCLUSIONS CYLINDRIQUES APLATIES

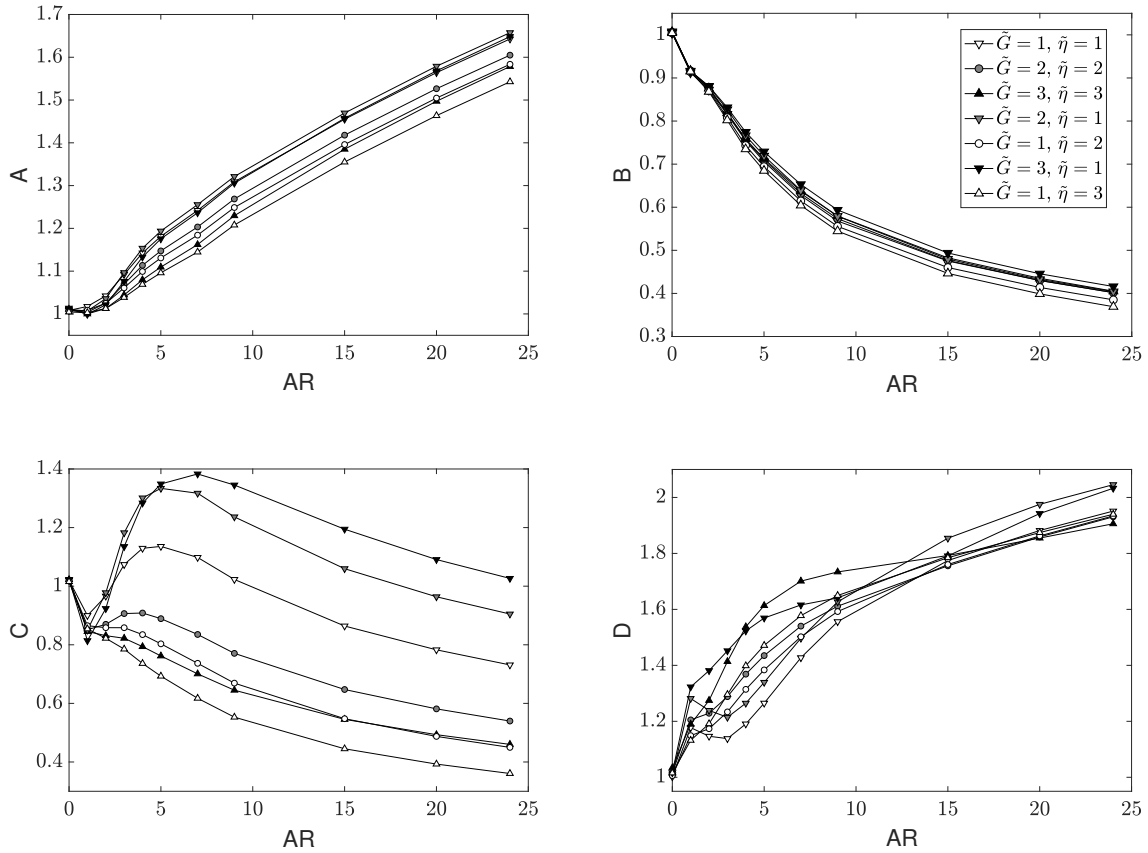


FIGURE 5.5: Paramètres d'ajustement de l'amplitude de diffusion d'un cylindre en fonction de AR. Gris foncé = G élevé, gris clair = G faible. Triangles vers le bas = viscosité faible, triangles vers le haut = viscosité forte

Pour C , cependant, la superposition n'est pas satisfaisante, signe qu'un autre phénomène est en jeu dans la réponse du cylindre. De plus, on s'attendrait à ce que C soit identique à B^2 parce que les deux termes de l'équation (5.3) qui font intervenir ces deux facteurs correspondent aux parties réelles et imaginaires de la même quantité complexe $4(G - i\omega\eta)/(\rho a^2 \omega^2)$. Cela signifie que $C\delta$ dans l'équation (5.3) doit être remplacé par $B^2\delta + \omega_3/\omega$, où ω_3 est une nouvelle fréquence angulaire. Nous pouvons l'évaluer en soustrayant B^2 à C : $\omega_3 = (C - B^2)4\eta/(\rho a^2)$. Comme le montre la figure 5.6, cela donne un bien meilleur recouvrement des différentes courbes.

Cela signifie que les cylindres ont une source d'amortissement supplémentaire par rapport à la sphère. On peut le vérifier lorsque l'on trace les cartes de champ et de déplacements dans l'élastomère au voisinage d'un cylindre quand celui-ci est soumis à une onde plane (Fig 5.7). Les déplacements induits par un cylindre de AR 1 sont radiaux mais on peut voir clairement des ondes de cisaillement qui sont émises par un cylindre plus aplati de AR 5.

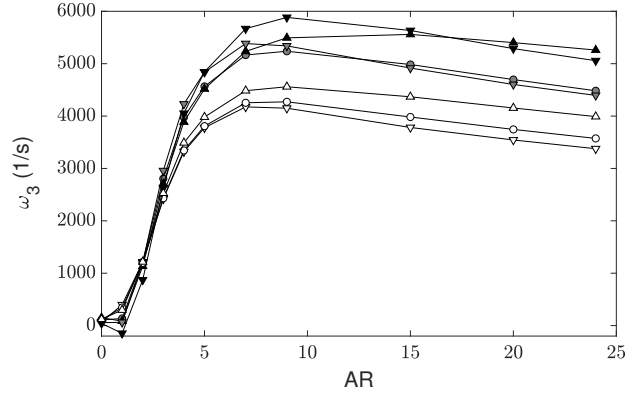


FIGURE 5.6: Évaluation de ω_3 vs AR pour une meilleure superposition des courbes du paramètre de départ C.

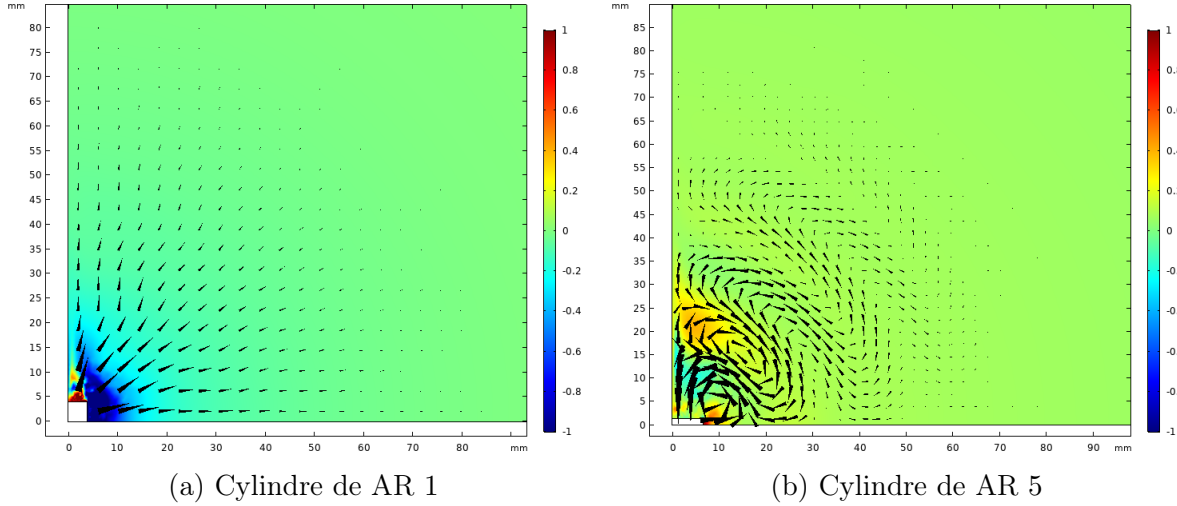


FIGURE 5.7: Champ de pression (en Pa) et de déplacement (traduit par les flèches) à 1.6 kHz pour (a) un cylindre de AR 1, (b) un cylindre de AR 5.

On remarque sur la figure 5.6 qu'il y a une légère dépendance du plateau de ω_3 avec G . On peut évaluer que le comportement est proche de $\omega_3 \sim G^{1/4}$. Par ailleurs, en faisant varier la taille du cylindre, on évalue que $\omega_3 \sim 1/a$. Au final, on propose une formule phénoménologique en :

$$f_{\text{scat}} = \frac{Aa}{\left(B\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1 - i(B^2\delta + \beta\frac{G^{1/4}}{a\omega} + Dka)} \quad (5.6)$$

avec

$$A = 1 + 0.029(AR - 1), \quad (5.7a)$$

$$B = 1/(1 + 0.079AR), \quad (5.7b)$$

$$D = 1 + \sqrt{AR}/5, \quad (5.7c)$$

$$\beta = \frac{AR^3}{40 + AR^{3.2}} \text{ m.Pa}^{-1/4}/\text{s}. \quad (5.7d)$$

5.1. MODÈLE PHÉNOMÉNOLOGIQUE POUR UN MÉTA-ÉCRAN À INCLUSIONS CYLINDRIQUES APLATIES

La figure 5.8 montre en rouge comment ces quatre lois empiriques capturent à peu près les tendances données par les interpolations linéaires. On a ajouté sur la figure, en gris foncé, la même étude pour une bulle plus grosse ($a = 9$ mm), cela nous permet de vérifier la robustesse du modèle phénoménologique à un changement de taille de la bulle.

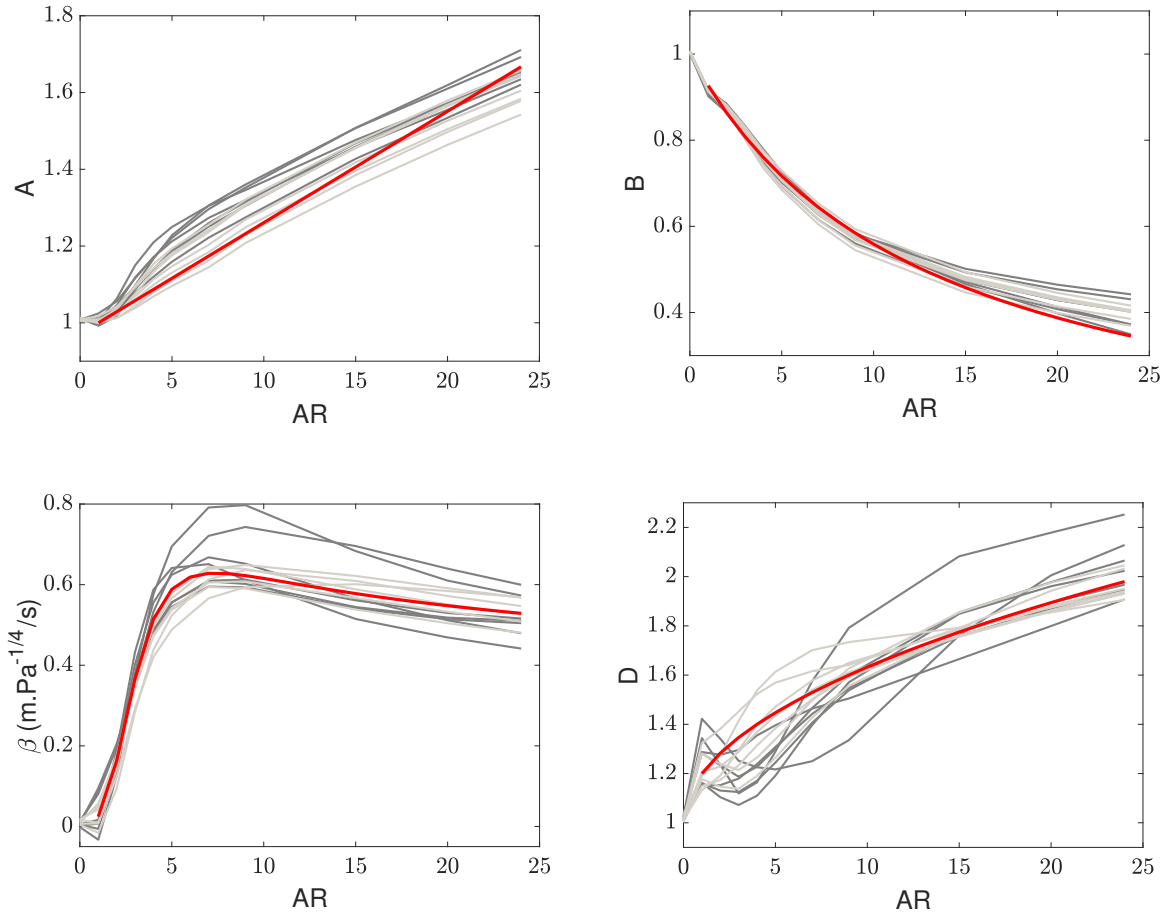


FIGURE 5.8: Superposition des courbes donnant l'évolution de A , B , β et D en fonction de AR pour différentes rhéologies. En gris clair pour $a = 4.5$ mm et gris foncé pour 9 mm. En rouge les lois empiriques (5.7).

Sur la figure 5.9, on trace l'amplitude de diffusion calculée à partir de la formule phénoménologique proposée par l'équation (5.6). Pour le cylindre AR 1, l'accord entre la formule et le résultat de simulation est très bon. Pour les cylindres plus aplatis AR 5 et AR 10, la formule phénoménologique prévoit très bien le décalage vers les basses fréquences ; on peut constater une sous-estimation de l'amplitude qui s'accroît avec le rapport d'aspect.

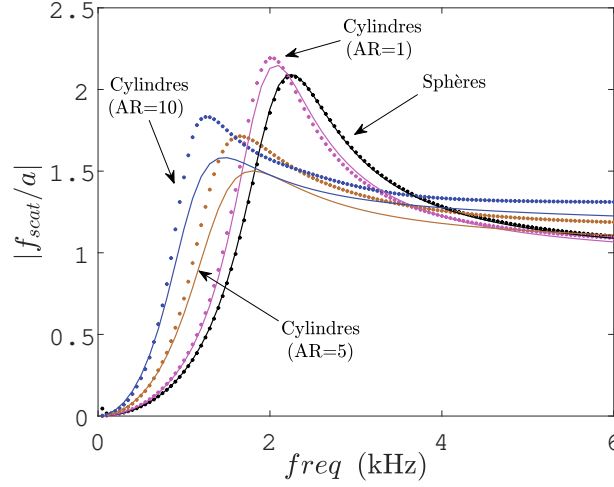


FIGURE 5.9: Amplitude de diffusion d'une sphère et de cylindres de rapport d'aspect 1, 5 et 10 calculée à partir de la formule phénoménologique (5.6).

5.1.2 Réflexion sur un réseau de cylindres

Une loi étant maintenant proposée pour l'amplitude de la fonction de diffusion d'une inclusion unique, il s'agit de vérifier qu'elle permet de prédire correctement le comportement acoustique d'un réseau de bulles cylindriques.

Pour passer du diffuseur individuel au plan de diffuseurs, on propose donc :

$$r_{cyl} = \frac{iK Aa}{\left(B \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - J - i\left(B^2 \delta + \beta \frac{G^{1/4}}{a\omega} + DKa\right)}, \quad (5.8)$$

$$t_{cyl} = 1 + r_{cyl}, \quad (5.9)$$

avec $J = 1 - KaD \sin(kd/\sqrt{\pi})$.

La figure 5.10 montre la réflexion sur un plan de bulles dans l'eau prédite par l'équation (5.8) en comparaison des simulations numériques. On compare la réflexion sur un réseau de bulles sphériques vides ($a = 4.5$, $d = 125$ mm et $e = 35$ mm) avec trois méta-écrans comprenant des cylindres de AR différents (AR 1, 5 et 10). Le modèle phénoménologique reproduit correctement les tendances observées. Il prévoit le même décalage vers les basses fréquences que les simulations numériques mais on observe une légère sous-estimation de l'amplitude (comme sur la figure 5.9).

La dernière étape est de vérifier ce que donne la formule phénoménologique lorsque le plan de bulles est posé sur un réflecteur parfait avec une réflexion donnée par l'équation (2.26) :

$$r_{tot} = \frac{1 + 3r_{cyl}}{1 - r_{cyl}} \quad (5.10)$$

Sur la figure 5.11, on rajoute les prédictions du modèle aux simulations présentées en introduction du chapitre (figure 5.1).

5.1. MODÈLE PHÉNOMÉNOLOGIQUE POUR UN MÉTA-ÉCRAN À INCLUSIONS CYLINDRIQUES APLATIES

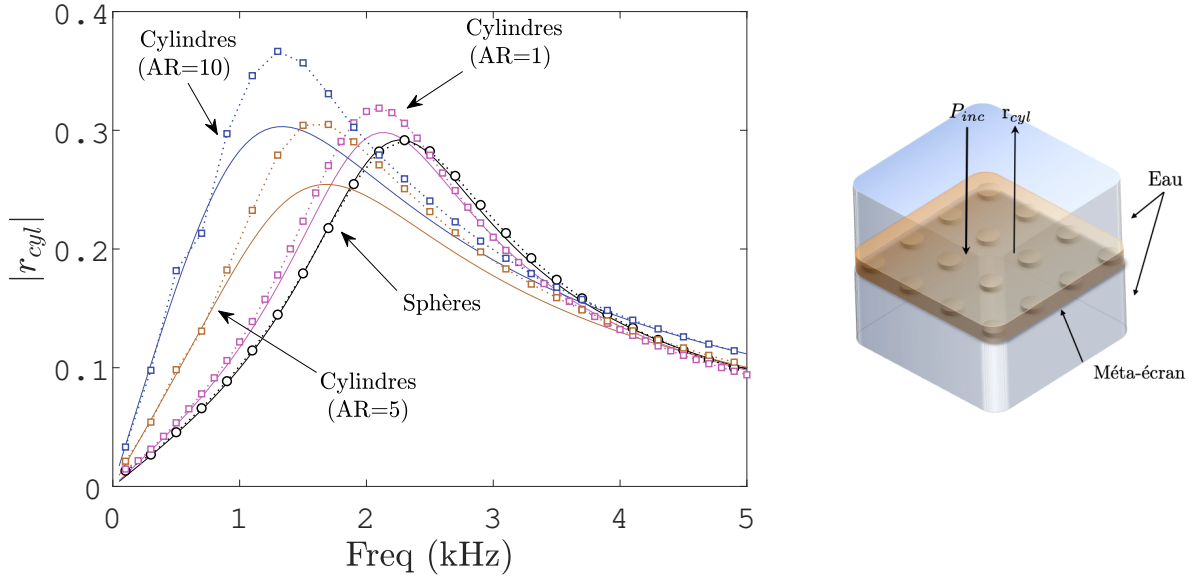


FIGURE 5.10: Réflexion sur un plan de bulles dans l'eau. Simulation numérique et formule phénoménologique pour un plan d'inclusions sphériques et d'inclusions cylindriques de rapports d'aspect 1, 5 et 10.

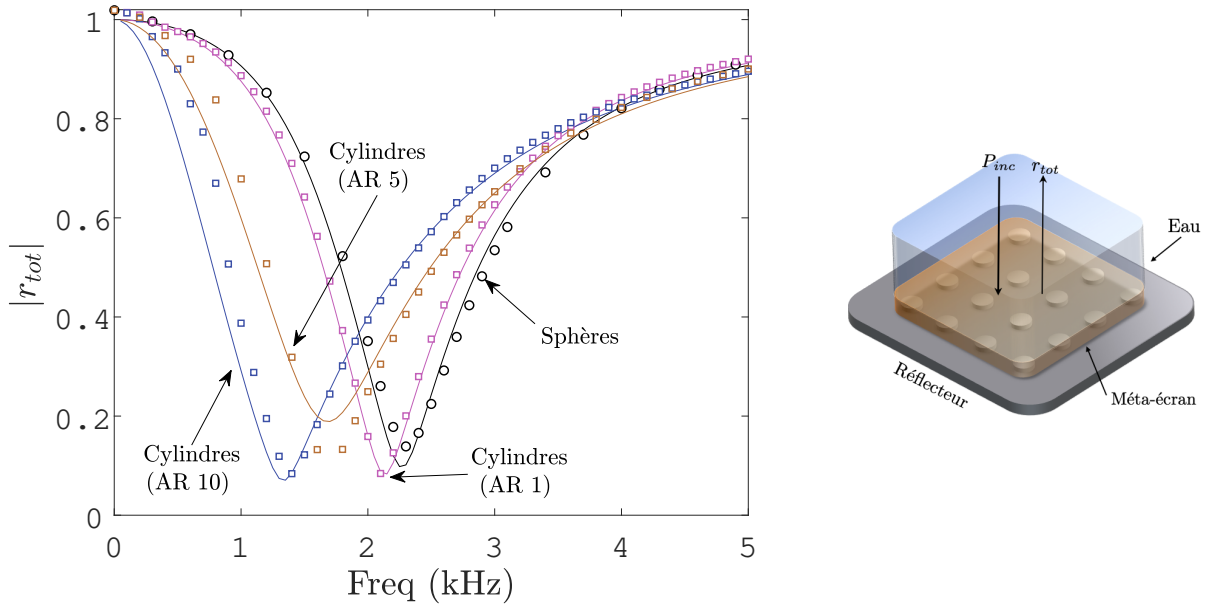


FIGURE 5.11: Réflexion sur un plan de bulles placé sur un réflecteur parfait. Simulation numérique et formule phénoménologique pour un plan d'inclusions sphériques et d'inclusions cylindriques de rapports d'aspect 1, 5 et 10.

Le modèle phénoménologique proposé capture bien le comportement d'un méta-écran avec des cylindres aplatis.

"Aplatir les inclusions" permet de diminuer l'épaisseur totale du méta-écran. Pour le cylindre aplati de AR10, sa hauteur est de $H = 1.7$ mm et son diamètre $D = 17$ mm, et l'épaisseur totale du matériau est de $e = 35$ mm.

Nous avons déjà abordé la question de l'épaisseur au chapitre 3 à la section 3.3.6. Nous avons alors étudié l'impact d'une diminution d'épaisseur combinée à un changement de position de l'inclusion dans l'épaisseur. D'après le modèle analytique, l'épaisseur ne joue pas tant qu'elle est bien plus petite que la longueur d'onde puisqu'elle induit alors un déphasage quasi nul. Elle peut toutefois avoir de légers effets comme le montrent les résultats de simulations menées pour différentes épaisseurs d'un méta-écran à cavités cylindriques aplaties de AR 10. Sur la figure 5.12, on présente les résultats pour cinq épaisseurs différentes : 10, 15, 20, 25, 30 mm.

Pour toutes les épaisseurs, le modèle capture globalement bien le comportement en réflexion. En dessous d'une épaisseur de $e = 20$ mm le creux en réflexion est toujours bien présent, mais l'accord entre simulations et modèle est imparfait.

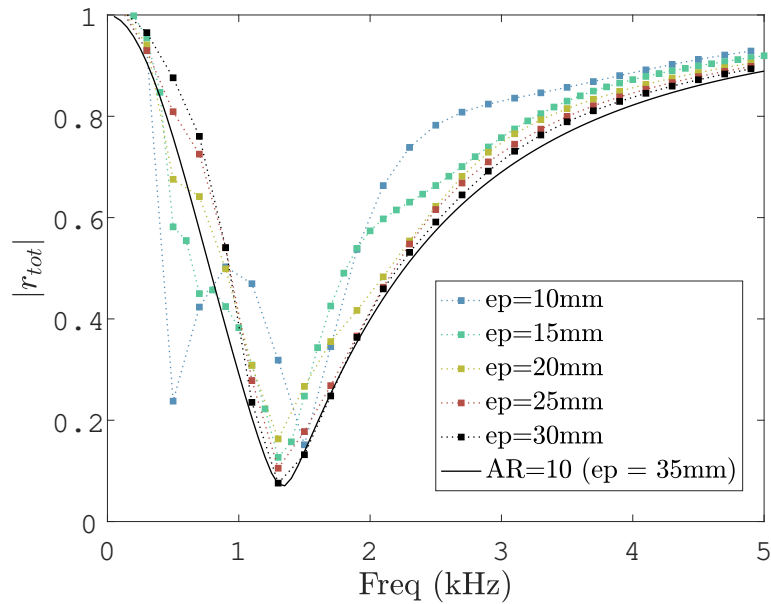


FIGURE 5.12: Effet de l'épaisseur totale sur la réflexion.

5.1.3 Optimisation d'un méta-écran bulleux à inclusions cylindriques aplaties

Le fait "d'aplatir" des cylindres apporte un terme d'amortissement supplémentaire. On peut essayer d'en tirer profit pour obtenir une absorption plus large bande.

On doit choisir un AR des cylindres qui maximise le paramètre β qui correspond à l'amortissement supplémentaire dû aux ondes de cisaillement obtenu pour des inclusions cylindriques. Comme on le voit sur la figure 5.8, il atteint très vite un maximum avant de décroître. On prend donc des cylindres avec un AR de l'ordre de 10.

Avec ce rapport d'aspect, la fréquence de résonance baisse, ce qui nous autorise à prendre un volume de cavité plus petit pour rester à la même fréquence de fonctionnement. Par ailleurs, puisque les pertes sont plus importantes (du fait des ondes de cisaillement générées par le cylindre), la condition de couplage critique s'obtient pour une concentration en diffuseur plus importante. En explorant la prédiction analytique pour différentes valeurs de a et d , on trouve que la combinaison $a = 2.7$ mm et $d = 75$ mm permet d'élargir la gamme de fréquences sur laquelle la réflexion est faible, comme illustré sur la figure 5.13. Ce méta-écran optimisé large bande d'une épaisseur que l'on prend égale à $e = 20$ mm (épaisseur minimale pour laquelle simulation et modèle sont en accord) est schématisé sur la figure 5.14a et est comparé à un méta-écran de départ optimisé avec des sphères de rayon $a = 4.5$ mm espacées tous les $d = 125$ mm, dans un élastomère d'épaisseur $e = 35$ mm (schématisé sur la figure 5.14b).

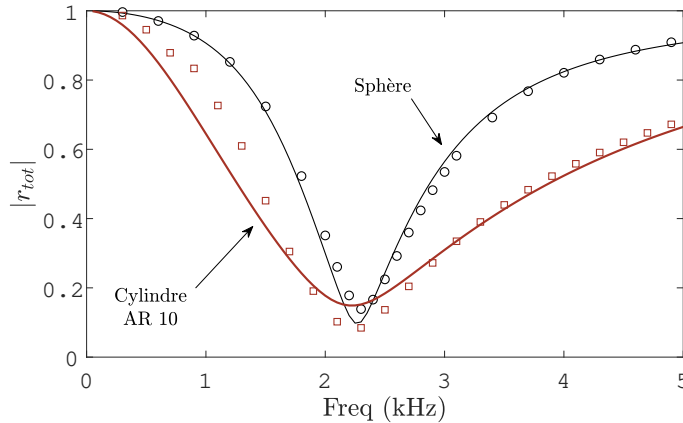


FIGURE 5.13: En rouge, résultats des simulations numériques (symboles) et du modèle analytique pour le méta-écran optimisé large bande composé de cylindres aplaties de AR 10 de volume équivalent à une sphère de rayon $a = 2.7$ mm ($D = 10.2$ mm et $H = 1.0$ mm) espacés tous les $d = 75$ mm et d'épaisseur totale $e = 20$ mm. En noir, on trace le comportement du méta-écran de départ avec des cavités sphériques de rayon $a = 4.5$ mm espacés tous les $d = 125$ mm, dans un élastomère d'épaisseur $e = 35$ mm.

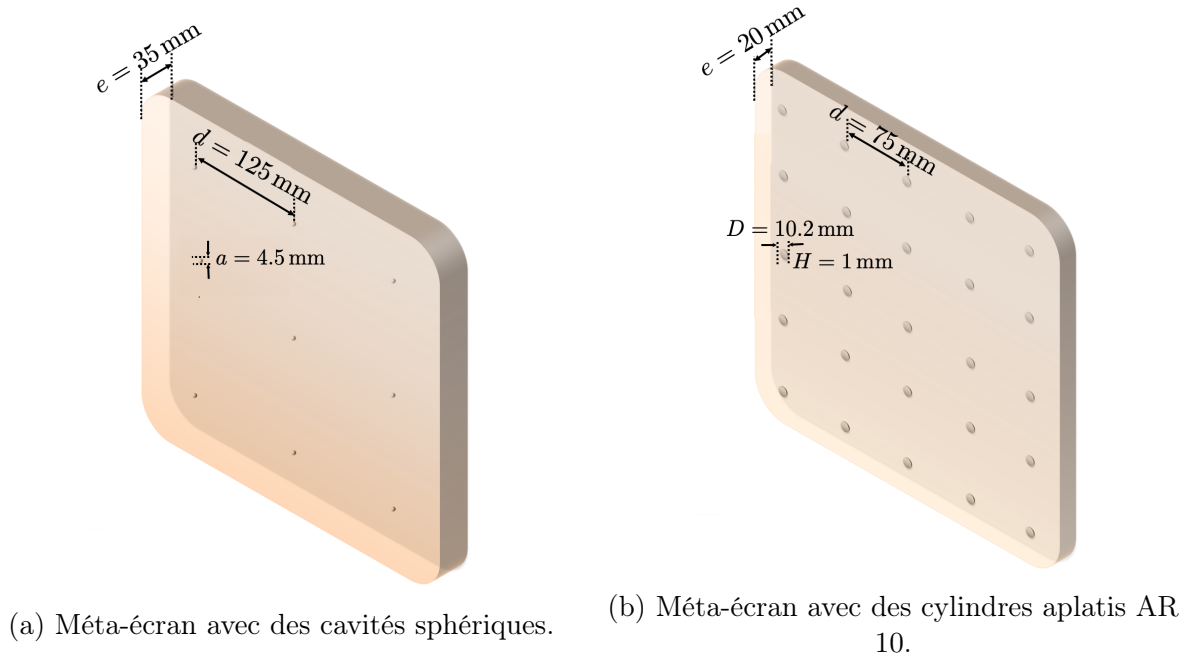


FIGURE 5.14: Schéma à l'échelle (a) du méta-écran avec des cavités sphériques, (b) du méta-écran optimisé large bande avec des cylindres aplatis AR 10.

5.1.4 Test de la méthode sur un élastomère à rhéologie complexe

La formule phénoménologique (5.6) proposée découle de simulations faites pour une rhéologie simple indépendante de la fréquence. Il se peut donc que le passage à une rhéologie plus compliquée soit délicat. Nous proposons de considérer le cas d'un méta-écran avec la rhéologie FIC1 (décrite au chapitre 3 section 3.2.2). Nous faisons des simulations pour un méta-écran avec des sphères vides de rayons $A = 9 \text{ mm}$, un pas $d = 185 \text{ mm}$ et une épaisseur totale $e = 50 \text{ mm}$. Les résultats de ces simulations sont comparés, sur la figure 5.15, à ceux de simulations menés sur des méta-écrans avec des cylindres de même volume mais de AR différents (AR 1 et AR 4).

La prédiction du modèle avec sphères correspond bien à ce que prédit la simulation numérique. Le comportement des méta-écrans avec cylindres est moins bien appréhendé par le modèle analytique. Il prédit bien un décalage vers les basses fréquences pour les cylindres AR 1 et AR4 mais en sous-estime l'importance. Il prédit aussi un creux en réflexion moins important pour les cylindres AR4, ce qui n'est pas le cas pour le numérique.

La prédiction de la formule phénoménologique proposée donne la bonne tendance mais a besoin d'être affinée en prenant en compte des rhéologies dépendantes de la fréquence. La loi générale (5.6) semble avoir la bonne forme mais les formules proposées pour les paramètres A , B , D et β devront être modifiées pour prendre en compte d'autres rhéologies.

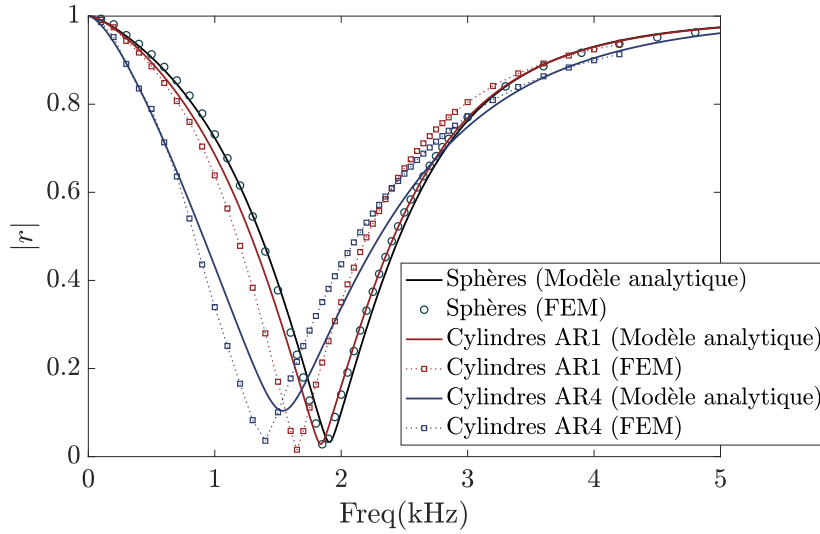


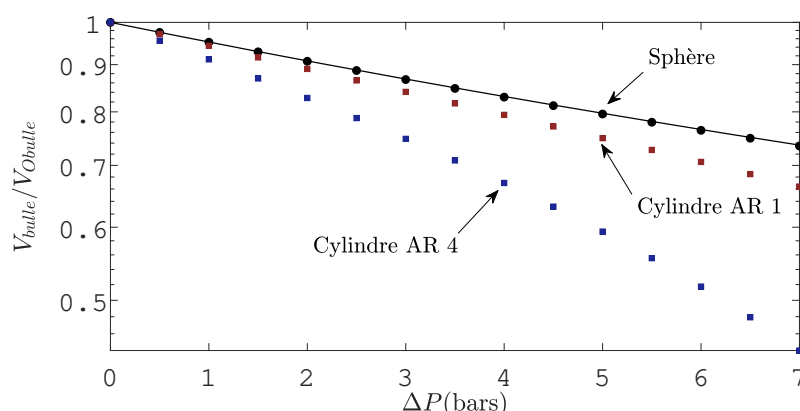
FIGURE 5.15: Études numérique (symboles) et analytique (traits pleins) d'un plan de bulles et de cylindres AR 1 et AR 4 dans un élastomère de rhéologie FIC1.

5.2 Le méta-écran à cavités cylindriques sous pression

Nous avons montré dans le chapitre 4 que les méta-écrans à cavités cylindriques de rapport d'aspect 1 pouvaient être plus robustes à une compression et voir leur capacité absorbante moins affectée que les méta-écrans à cavités sphériques. Nous donnons ici les premières pistes pour en comprendre les raisons.

5.2.1 Les cylindres sous pression

Comme pour les sphères, le principal impact d'une augmentation de la pression sur le méta-écran est une diminution de la taille de l'inclusion. Nous avons étudié la diminution du volume de l'inclusion sur la figure 5.16 en fonction de la pression pour une sphère de rayon $a = 9$ mm, un cylindre de volume équivalent de AR 1 et un autre plus aplati de AR 4. Les inclusions sont emprisonnées dans l'élastomère que nous avons nommé FIC1 décrit au chapitre 3 section 3.2.2. On applique une pression uniaxiale maximale de 7 bars sur les inclusions (qui sont ici vides) dont on montre la déformation sur les figures 5.16b, 5.16c et 5.16d. Il apparaît que les cylindres sont plus compressibles que la sphère, et que le cylindre plus plat se déforme bien plus facilement (diminution de plus de 55% de son volume initial contre seulement 27% pour une sphère). Intuitivement, il semble logique que le cylindre aplati voit ses deux faces, supérieure et inférieure, de grands diamètres, se déformer plus facilement.



(a) Diminution du volume de l'inclusion en fonction de la pression appliquée.

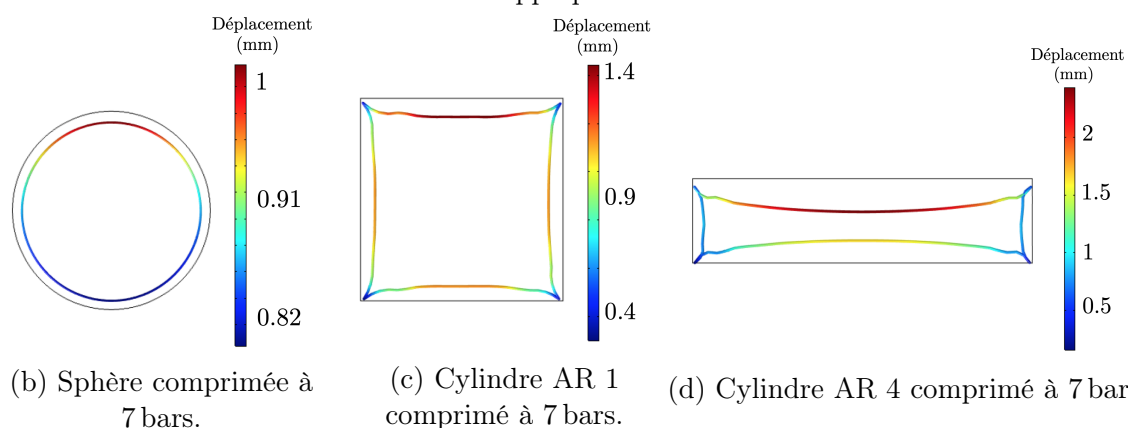


FIGURE 5.16: Diminution du volume de l'inclusion en fonction de la pression. On compare la diminution de volume d'une sphère de 9 mm de rayon et d'un cylindre AR 1 et d'un cylindre aplati AR 4. Les figures (b), (c) et (d) montrent la déformation des inclusions vides soumises à une pression de 7 bars.

Pour des méta-écrans à inclusions sphériques, c'est la seule variation du volume des bulles avec la pression qui influence le coefficient de réflexion. On pourrait s'attendre à ce qu'il en soit de même pour des cylindres. Or, à pression équivalente, les cylindres perdent un volume bien plus important. On pourrait donc s'attendre à ce que les propriétés d'absorption d'un méta-écran à inclusions cylindriques varient plus vite en fonction de la pression. Cependant, nous avons vu que ce n'était pas le cas pour les cylindres de AR 1.

5.2.2 Comportement acoustique du méta-écran à cavités cylindriques en compression

Nous avons auparavant déjà observé le comportement intéressant d'un méta-écran à inclusions cylindriques sous pression en section 4.2.4 (dégradation moindre du pouvoir absorbant des méta-écrans et un plus faible décalage vers les hautes fréquences). Qu'en est-il des méta-écrans avec des cylindres aplatis ?

La figure 5.17 montre les résultats des simulations du coefficient de réflexion sur un méta-écran à inclusions sphériques en comparaison du modèle analytique (résultats cohérents avec l'étude sous pression au chapitre 4). Avant la compression, un minimum profond de réflexion (environ -30 dB) est obtenu à 2 kHz. Le modèle analytique se trouve en accord avec la simulation (ligne continue). Lorsqu'une surpression de 7 bars est appliquée, les performances du méta-écran se dégradent : on atteint un minimum bien moins profond à -15 dB et un décalage vers les hautes fréquences (vers 2.3 kHz). Le modèle prédit raisonnablement le comportement après compression ; il sous-estime légèrement le décalage vers les hautes fréquences, décalage imputé à la non prise en compte de l'effet de la déformation statique sur la rigidité du matériau (cf section 4.1.1.4 au chapitre 4).

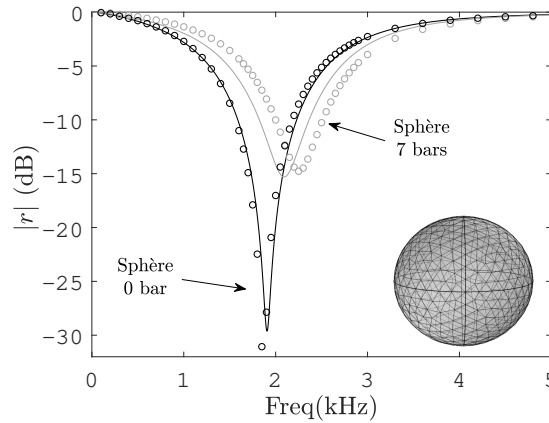


FIGURE 5.17: Résultats analytiques (traits pleins) et numériques (symboles) pour le coefficient de réflexion du méta-écran à inclusions sphériques ($A = 9$ mm, $d = 185$ mm et $e = 50$ mm) placé devant un réflecteur parfait, avant et après compression à 7 bars.

La même étude est faite sur des méta-écrans à inclusions cylindriques de AR 1 et AR 4 sur la figure 5.18. Pour les cylindres avant compression, le minimum de réflexion est décalé vers une fréquence inférieure par rapport au cas d'une sphère (voir Fig. 5.18a et 5.18b), ce qui est cohérent avec la compressibilité plus élevée des cylindres qui conduit à une variation de volume plus importante (figure 5.16).

Les simulations de compression des méta-écrans à inclusions cylindriques sont intéressantes : malgré leur plus grande perte de volume à iso-pression, ils ne présentent pas une dégradation plus importante de leurs performances acoustiques. En particulier, pour le cylindre plat, il n'y a pas de décalage de fréquence significatif du minimum du coefficient de réflexion lorsque la surpression passe de 0 à 7 bars. Une hypothèse pour expliquer cette observation est que la résonance acoustique des cylindres est dominée par la vibration de leurs surfaces supérieure et inférieure, dont le diamètre est peu affecté par la compression (voir sur la Fig. 5.16d).

Les courbes du coefficient de réflexion issues du modèle phénoménologique après compression sont faites à partir du volume trouvé par les simulations numériques après déformation à 7 bars (figure 5.16a)), et on propose, en première approximation, un cylindre idéalisé de même rapport d'aspect. La prédiction du modèle phénoménologique prévoit alors une dégradation bien plus forte que celle constatée sur le résultat des simulations (qu'il s'agisse de l'augmentation de la réflexion ou du décalage en fréquences). En fait c'est surtout la hauteur des cylindres qui varie alors que le diamètre ne change quasiment pas. Pour mieux tenir compte de la façon dont les cylindres se déforment, on propose un nouveau modèle de cylindre idéalisé en adaptant le rapport d'aspect, approche que l'on va illustrer sur la figure 5.19.

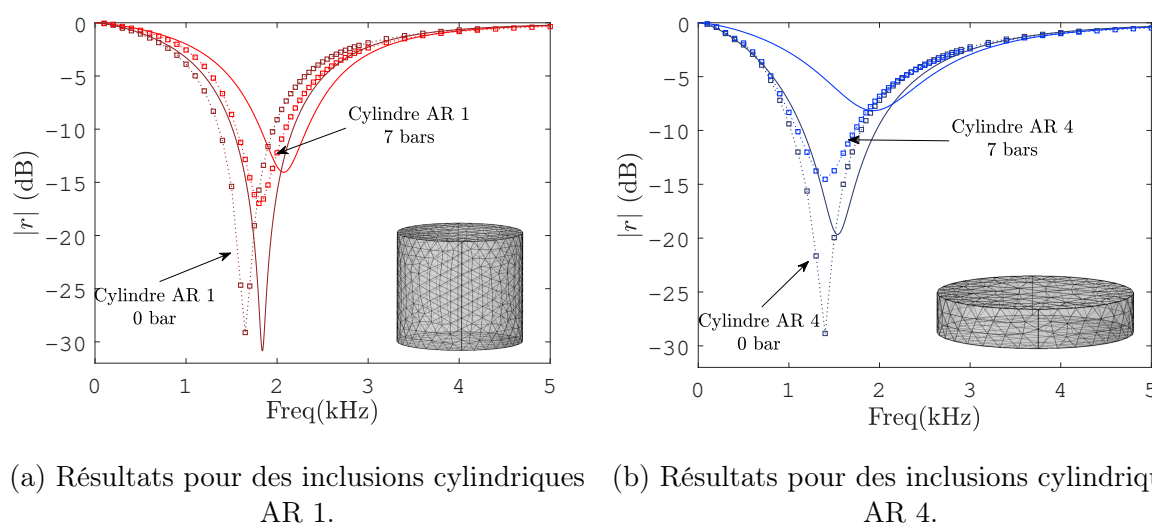


FIGURE 5.18: Résultats analytiques (traits pleins) et numériques (symboles) pour le coefficient de réflexion d'un méta-écran avec des cylindres de (b) AR 1 et (c) AR 4 placé devant un réflecteur parfait, avant et après compression à 7 bars. Le modèle analytique est calculé sur la base d'un cylindre de géométrie idéalisée après compression : il est construit à partir du volume donné par les simulations numériques pendant l'étude statique à 7 bars en conservant le même rapport d'aspect.

5.2. LE MÉTA-ÉCRAN À CAVITÉS CYLINDRIQUES SOUS PRESSION

Sur le graphique 5.19, on ajoute une courbe orange correspondant au coefficient de réflexion avec ce nouveau modèle de cylindre plus réaliste qui adapte le rapport d'aspect (figure 5.19b). Il est présenté en comparaison du premier modèle proposé qui utilise une géométrie de cylindre qui conserve le même rapport d'aspect (figure 5.19a). Les résultats avec le modèle de cylindre plus réaliste vont dans le bon sens : puisque nous avons un cylindre plus aplati, on ne décale plus vers les hautes fréquences, et on retrouve un creux qui ressemble bien plus à ce que donnent les simulations numériques.

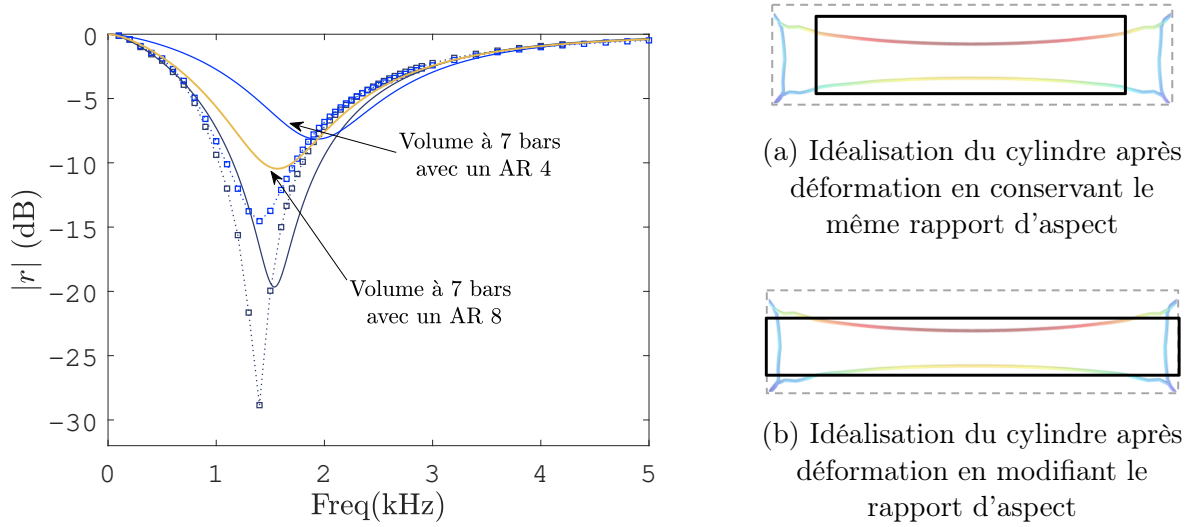


FIGURE 5.19: Étude numérique (symboles) et analytique (traits pleins) d'un plan d'inclusions cylindriques AR 4 dans un élastomère de rhéologie FIC1 avant et après compression à 7 bars. À partir du volume trouvé par les simulations numériques après déformation à 7 bars, on propose deux modèles de cylindres à géométrie idéalisée : b) l'un avec des cylindres de même rapport d'aspect 4 (en trait plein bleu clair), c) un autre avec des cylindres de rapport d'aspect 8 qui rendent mieux compte de la déformation donnée par simulation numérique(en trait plein orange).

5.3 Conclusion

Les méta-écrans à inclusions cylindriques aplaties apportent certains avantages par rapport aux méta-écrans avec des inclusions sphériques au-delà de leur plus grande facilité de fabrication : ils ont une résonance plus basse fréquence, permettent de diminuer l'épaisseur totale du méta-écran et leur pouvoir absorbant est moins affecté par la pression.

Dans ce chapitre, nous avons donc adapté le modèle analytique de façon empirique pour tenir compte de la forme des inclusions. Pour ce faire, nous avons profité du fait que l'amplitude de diffusion monopolaire des cylindres garde une forme proche de celle d'une sphère.

Ce travail d'adaptation du modèle a mis en lumière un terme d'amortissement supplémentaire lié à la génération d'ondes de cisaillement. Nous avons montré qu'il était possible d'en tirer profit pour proposer un méta-écran avec une absorption plus large bande. Le modèle phénoménologique auquel nous avons abouti est prometteur dans le cadre d'une rhéologie simple mais demande à être complété pour tenir compte d'une rhéologie plus complexe dépendante de la fréquence.

Enfin un travail de simulations numériques nous a donné une première piste pour affiner le modèle phénoménologique dans le but de mieux tenir compte de la façon dont les cylindres aplaties se déforment.

Conclusion générale

L'exploitation de la résonance basse fréquence des bulles d'air permet d'obtenir des méta-écrans fins aux propriétés anéchoïques particulièrement intéressantes pour une application à la furtivité sous-marine. En partant d'une structure simple d'un plan de bulles réparties selon un réseau de maille carré dans une matrice d'élastomère, nous avons montré qu'il était possible de piloter ses paramètres géométriques et rhéologiques avec un modèle analytique afin d'obtenir l'absorption totale d'une onde plane à une fréquence choisie.

Ce modèle avait déjà été validé à hautes fréquences (MHz) par des expériences et des simulations numériques. Cette thèse a été l'occasion de vérifier que sa validité s'étendait à des fréquences plus basses, d'intérêt pour l'acoustique sous-marine. Des simulations numériques ont par exemple confirmé la prédiction selon laquelle des bulles de 0.9 cm de rayon espacées de 18.5 cm étaient capables de réduire considérablement la réflexion à 2 kHz (longueur d'onde de 75 cm). Des expériences ont également été conduites, mais à des fréquences intermédiaires (40-120 kHz) afin de rester dans le cadre d'un dispositif de taille réduite, moins lourd à mettre en place. Cela a permis de tester un grand nombre de méta-écrans, dont plusieurs réalisés à partir de deux élastomères commerciaux. Le principal enseignement de ces expériences est l'importance, et la difficulté, de bien connaître les propriétés rhéologiques des matériaux utilisés.

Une grande partie de cette thèse a été consacrée à l'étude de l'influence des conditions de pression et de température sur les capacités acoustiques des méta-écrans bulleux. C'est un sujet très peu traité jusqu'à présent dans la littérature. Nous avons modifié le modèle pour prendre en compte ces effets dont le principal est la diminution de volume des inclusions d'air. Grâce à la prédiction analytique des effets de la pression mais également de la température nous pouvons déterminer les paramètres du méta-écran afin que son pouvoir absorbant soit optimal à une profondeur et à une température choisies. Si la réflexion sur le méta-écran reste très faible sur une plage de pressions importante, il n'en est pas de même pour l'effet de la température dont les variations affectent plus rapidement les propriétés du méta-écran.

CONCLUSION

Une autre partie importante de cette thèse a consisté à explorer le rôle de la géométrie des inclusions. Le modèle analytique ne considérait initialement que des bulles, c'est-à-dire des inclusions sphériques. Or, en pratique, les inclusions sont généralement cylindriques. Nous avons proposé une loi empirique permettant d'étendre le modèle à des plans de cylindres et avons montré que l'aplatissement des cylindres jouait un rôle important. En particulier, les cylindres suffisamment aplatis sont capables de convertir une partie de l'onde longitudinale incidente en onde de cisaillement, ce qui offre une source d'absorption supplémentaire, et donc une piste pour améliorer la performance des méta-écrans.

Nous avons commencé à regarder le comportement des cylindres aplatis sous compression. Malgré une plus grande compressibilité des cylindres, les performances acoustiques du méta-écran ne sont pas davantage dégradées. Prendre en compte cet effet est plus complexe que pour des sphères. Nous avons émis des pistes qu'il faudra creuser pour décrire le comportement exact de façon analytique.

D'autres perspectives se dessinent pour poursuivre le travail amorcé avec cette thèse. En particulier, la question des performances du méta-écran en incidence oblique n'a pas été abordée. C'est un point important pour la problématique de l'amélioration de l'environnement d'antenne. Des travaux préliminaires au sein de l'équipe, antérieurs à cette thèse, indiquaient que le modèle analytique pouvait facilement tenir compte de l'angle d'incidence. Jusqu'à des angles de 40 degrés, on trouvait que le coefficient de réflexion n'était que très peu modifié. Ces travaux mériteraient d'être approfondis dans le futur.

Une autre perspective concerne l'étude de méta-écrans multi-couches, qui permettraient d'élargir la gamme de fréquences sur laquelle le coefficient de réflexion est réduit. Le modèle présenté dans le chapitre 2 qui permet de calculer la réflexion et la transmission à travers n couches pourra servir de point de départ. Le nombre de paramètres à explorer pour l'optimisation augmentant avec le nombre de couches, les simulations numériques sont peu efficaces pour trouver la configuration idéale. La grande rapidité d'un calcul analytique, en revanche, permettrait de balayer l'ensemble des configurations en un temps raisonnable, un atout précieux pour guider le choix du méta-écran optimal.

Bibliographie

- [1] V. Alekseev and S. Rybak. Gas bubble oscillations in elastic media. *Acoustical Physics*, 45(5) :535–540, 1999.
- [2] R. L. Bagley and P. Torvik. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity. *Journal of Rheology*, 27(3) :201–210, 1983.
- [3] K. Y. Bliokh, Y. P. Bliokh, V. Freilikher, S. Savelev, and F. Nori. Colloquium : Unusual resonators : Plasmonics, metamaterials, and random media. *Reviews of Modern Physics*, 80(4) :1201, 2008.
- [4] A. Bretagne. *Manipulation d’ondes ultrasonores en milieux complexes : filtrage, guidage et focalisation*. PhD thesis, Université Paris-Diderot-Paris VII, 2011.
- [5] A. Bretagne, A. Tourin, and V. Leroy. Enhanced and reduced transmission of acoustic waves with bubble meta-screens. *Applied Physics Letters*, 99(22) :221906, 2011.
- [6] S. Brûlé, E. Javelaud, S. Enoch, and S. Guenneau. Experiments on seismic metamaterials : molding surface waves. *Physical review letters*, 112(13) :133901, 2014.
- [7] D. C. Calvo, A. L. Thangawng, and C. N. Layman. Low-frequency resonance of an oblate spheroidal cavity in a soft elastic medium. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(1) :EL1–EL7, 2012.
- [8] D. C. Calvo, A. L. Thangawng, C. N. Layman Jr, R. Casalini, and S. F. Othman. Underwater sound transmission through arrays of disk cavities in a soft elastic medium. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(4) :2537–2547, 2015.
- [9] J.-B. Dupont, P. Lamy, and Y. Renou. Transparence acoustique de revêtement type alberich sous forte pression d’eau : méthode de simulation couplée. In *24ème Congrès Français de mécanique*, 2019.
- [10] V. Easwaran and M. Munjal. Analysis of reflection characteristics of a normal incidence plane wave on resonant sound absorbers : A finite element approach. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 93(3) :1308–1318, 1993.

- [11] C. Feuillade. The attenuation and dispersion of sound in water containing multiply interacting air bubbles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(6) :3412–3430, 1996.
- [12] G. Gaunaurd. One-dimensional model for acoustic absorption in a viscoelastic medium containing short cylindrical cavities. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 62(2) :298–307, 1977.
- [13] G. Gaunaurd, E. Callen, and J. Barlow. Effect of pressure on the static and dynamic acoustic properties of porous rubber. Technical report, NAVAL SURFACE WEAPONS CENTER SILVER SPRING MD, 1983.
- [14] G. Gaunaurd, E. Callen, and J. Barlow. Pressure effects on the dynamic effective properties of resonating perforated elastomers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 76(1) :173–177, 1984.
- [15] X. Guo, V. E. Gusev, K. Bertoldi, and V. Tournat. Manipulating acoustic wave reflection by a nonlinear elastic metasurface. *Journal of Applied Physics*, 123(12) :124901, 2018.
- [16] M. P. Hagelberg and R. D. Corsaro. A small pressurized vessel for measuring the acoustic properties of materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(3) :1222–1228, 1985.
- [17] D. Haughton and R. Ogden. On the incremental equations in non-linear elasticity - ii. bifurcation of pressurized spherical shells. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 26(2) :111 – 138, 1978.
- [18] S. Havriliak and S. Negami. A complex plane representation of dielectric and mechanical relaxation processes in some polymers. *Polymer*, 8 :161–210, 1967.
- [19] A.-C. Hladky-Hennion and J.-N. Decarpigny. Analysis of the scattering of a plane acoustic wave by a doubly periodic structure using the finite element method : Application to alberich anechoic coatings. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(6) :3356–3367, 1991.
- [20] T. R. Howarth, V. K. Varadan, X. Bao, and V. V. Varadan. Piezocomposite coating for active underwater sound reduction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(2) :823–831, 1992.
- [21] S. M. Ivansson. Sound absorption by viscoelastic coatings with periodically distributed cavities. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119(6) :3558–3567, 2006.

- [22] S. M. Ivansson. Numerical design of alberich anechoic coatings with superellipsoidal cavities of mixed sizes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(4) :1974–1984, 2008.
- [23] S. M. Ivansson. Anechoic coatings obtained from two-and three-dimensional monopole resonance diffraction gratings. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(4) :2622–2637, 2012.
- [24] N. Kaina, F. Lemoult, M. Fink, and G. Lerosey. Negative refractive index and acoustic superlens from multiple scattering in single negative metamaterials. *Nature*, 525(7567) :77–81, 2015.
- [25] R. Koeller. Applications of fractional calculus to the theory of viscoelasticity. *Journal of applied mechanics*, 51(2) :299–307, 1984.
- [26] L. D. Lafleur, F. D. Shields, and J. E. Hendrix. Acoustically active surfaces using piezorubber. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(3) :1230–1237, 1991.
- [27] R. Lane. Absorption mechanisms for waterborne sound in alberich anechoic layers. *Ultrasonics*, 19(1) :28–30, 1981.
- [28] H. Leaderman. Textile materials and the time factor : I. mechanical behavior of textile fibers and plastics. *Textile Research*, 11(4) :171–193, 1941.
- [29] V. Leroy. *Bulles d’air dans l’eau : couplage d’oscillateurs harmoniques et excitation paramétrique*. PhD thesis, Université Paris-Diderot-Paris VII, 2004.
- [30] V. Leroy, A. Bretagne, M. Fink, H. Willaime, P. Tabeling, and A. Tourin. Design and characterization of bubble phononic crystals. *Applied Physics Letters*, 95(17) :171904, 2009.
- [31] V. Leroy, N. Chastrette, M. Thieury, O. Lombard, and A. Tourin. Acoustics of bubble arrays : Role played by the dipole response of bubbles. *Fluids*, 3(4) :95, 2018.
- [32] V. Leroy, K. M. Pitura, M. G. Scanlon, and J. H. Page. The complex shear modulus of dough over a wide frequency range. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165(9-10) :475–478, 2010.
- [33] V. Leroy, A. Strybulevych, M. Lanoy, F. Lemoult, A. Tourin, and J. H. Page. Superabsorption of acoustic waves with bubble metascreens. *Physical Review B*, 91(2) :020301, 2015.

- [34] V. Leroy, A. Strybulevych, M. Scanlon, and J. Page. Transmission of ultrasound through a single layer of bubbles. *The European Physical Journal E : Soft Matter and Biological Physics*, 29(1) :123–130, 2009.
- [35] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y. Zhu, Z. Yang, C. T. Chan, and P. Sheng. Locally resonant sonic materials. *science*, 289(5485) :1734–1736, 2000.
- [36] P. Longin, C. Verdier, and M. Piau. Dynamic shear rheology of high molecular weight polydimethylsiloxanes : comparison of rheometry and ultrasound1. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 76(1-3) :213–232, 1998.
- [37] P. Méresse. *Matériaux absorbants à structure périodique et inclusions résonantes pour l’acoustique sous-marine*. PhD thesis, Lille 1, 2015.
- [38] E. Meyer, W. Kuhl, H. Oberst, E. Skudrzyk, and K. Tamm. Sound absorption and sound absorbers in water. *Report NavShips*, 900 :164, 1950.
- [39] M. Minnaert. Xvi. on musical air-bubbles and the sounds of running water. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 16(104) :235–248, 1933.
- [40] P. H. Mott, C. M. Roland, and R. D. Corsaro. Acoustic and dynamic mechanical properties of a polyurethane rubber. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4) :1782–1790, 2002.
- [41] C. Oudet. *Polymère : Structure et propriétés*, ed, 1993.
- [42] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical review letters*, 85(18) :3966, 2000.
- [43] J. B. Pendry, A. Holden, W. Stewart, and I. Youngs. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Physical review letters*, 76(25) :4773, 1996.
- [44] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith. Controlling electromagnetic fields. *science*, 312(5781) :1780–1782, 2006.
- [45] T. Pritz. Analysis of four-parameter fractional derivative model of real solid materials. *Journal of Sound and Vibration*, 195(1) :103–115, 1996.
- [46] A. Prosperetti. Thermal effects and damping mechanisms in the forced radial oscillations of gas bubbles in liquids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 61(1) :17–27, 1977.
- [47] L. Rouleau. *Modélisation vibro-acoustique de structures sandwich munies de matériaux visco-élastiques*. PhD thesis, Paris, CNAM, 2013.

- [48] P. Saad. *Modélisation et identification du comportement non linéaire des cales en caoutchouc*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2003.
- [49] D. Schurig, J. J. Mock, B. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. *Science*, 314(5801) :977–980, 2006.
- [50] G. S. Sharma, A. Skvortsov, I. MacGillivray, and N. Kessissoglou. Acoustic performance of gratings of cylindrical voids in a soft elastic medium with a steel backing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(6) :4694–4704, 2017.
- [51] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical review letters*, 84(18) :4184, 2000.
- [52] V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Physics-Uspekhi*, 10(4) :509–514, 1968.
- [53] M. L. Williams, R. F. Landel, and J. D. Ferry. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical society*, 77(14) :3701–3707, 1955.
- [54] C. Wu, I. Burton Neuner, G. Shvets, J. John, A. Milder, B. Zollars, and S. Savoy. Large-area wide-angle spectrally selective plasmonic absorber. *Physical Review B*, 84(7) :075102, 2011.
- [55] Y. Xu, Y. Li, R. K. Lee, and A. Yariv. Scattering-theory analysis of waveguide-resonator coupling. *Physical Review E*, 62(5) :7389, 2000.
- [56] M. Yang, S. Chen, C. Fu, and P. Sheng. Optimal sound-absorbing structures. *Materials Horizons*, 4(4) :673–680, 2017.
- [57] Z. Ye and L. Ding. Acoustic dispersion and attenuation relations in bubbly mixture. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 98(3) :1629–1636, 1995.
- [58] S. Zhang, C. Xia, and N. Fang. Broadband acoustic cloak for ultrasound waves. *Physical review letters*, 106(2) :024301, 2011.

RÉSUMÉ

L'évolution constante des performances des sonars nécessite de nouveaux designs de revêtements absorbants pour l'acoustique sous-marine. De tels revêtements sont utilisés pour améliorer la furtivité des sous-marins, mais ils permettent également d'accroître l'efficacité des systèmes de détection embarqués. Les méta-écrans bulleux (lointains descendants des revêtements de type Alberich) représentent une solution possible pour répondre à cet enjeu. Ils sont constitués d'une distribution périodique bi-dimensionnelle de cavités d'air de taille sub-longueur d'onde emprisonnées dans une matrice viscoélastique. Lorsqu'elles sont excitées par une onde acoustique, les cavités se comportent comme des bulles d'air, et présentent une résonance basse fréquence, dite de "Minnaert". Sous certaines conditions, le méta-écran bulleux permet d'atteindre une absorption totale lorsqu'il est placé devant un réflecteur parfait. Ce travail de thèse a permis la mise au point d'un modèle phénoménologique, validé par des simulations numériques et des mesures en cuve, pour prédire les coefficients de réflexion et de transmission d'un méta-écran bulleux en fonction de ses caractéristiques géométriques et rhéologiques. Ce modèle prend en compte l'influence de la température et de la pression statique sur les performances du méta-écran, ainsi que celle de la forme des cavités.

MOTS CLÉS

métamatériau, revêtement super-absorbant, matériaux bulleux, sonar, résonance basse fréquence, détection sous-marine

ABSTRACT

The constant evolution of sonar performance requires new designs of absorbent coatings for underwater acoustics. Such coatings are used to improve stealth of submarines but can also improve the efficiency of on-board detection systems. Bubble meta-screens (reminiscent of the so-called Alberich coatings) are a possible solution to tackle this issue. A bubble meta-screen consists of a periodic distribution of sub-wavelength air cavities trapped in a visco-elastic matrix. The cavities acoustically behave as bubbles and exhibit a low frequency resonance, known as the Minnaert resonance. Under certain conditions, the meta-screen can achieve a total absorption when placed in front of a perfect reflector. This doctoral work allowed us to build a phenomenological model, validated by numerical simulations and experiments, which can predict the reflection and transmission coefficients of the meta-screen as a function of its geometric and rheological characteristics. Our model takes into account the influence of the temperature and static pressure on the performance of a meta-screen, as well as the role played by the shape of the cavities.

KEYWORDS

metamaterial, super-absorbent coating, air bubbles, sonar, low frequency resonance, underwater detection