



HAL
open science

Analyse de vitesse par migration : choix des paramètres utilisateurs et introduction des ondes transmises

Tianyou Zhou

► **To cite this version:**

Tianyou Zhou. Analyse de vitesse par migration : choix des paramètres utilisateurs et introduction des ondes transmises. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Paris sciences et lettres, 2020. Français. NNT : 2020UPSLM046 . tel-03135664

HAL Id: tel-03135664

<https://pastel.hal.science/tel-03135664>

Submitted on 9 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT

DE L'UNIVERSITÉ PSL

Préparée à MINES ParisTech

**Migration velocity analysis: selection of user parameters
and introduction of transmitted waves**

**Analyse de vitesse par migration : choix des paramètres
utilisateurs et introduction des ondes transmises**

Soutenue par

Tianyou ZHOU

Le 31 janvier 2020

École doctorale n°398

**Géosciences,
Ressources
Naturelles et
Environnement**

Spécialité

**Géosciences et
Géoingénierie**

Composition du jury :

| | |
|---|-------------------------------|
| M. Mark Noble Professeur, MINES ParisTech | <i>Président du jury</i> |
| M. Gilles Lambaré Ingénieur de recherche, CGG | <i>Rapporteur</i> |
| M. Romain Brossier Maître de Conférences, Univ. Grenoble Alpes | <i>Rapporteur</i> |
| Mme. Donnatienne Leparoux Directrice de recherche, IFSTTAR | <i>Examinatrice</i> |
| Mme. Céline Gélis Ingénieure de Recherche, IRSN | <i>Examinatrice</i> |
| M. Stéphane Operto Directeur de recherche, CNRS | <i>Examineur</i> |
| M. Hervé Chauris Professeur, MINES ParisTech | <i>Directeur de thèse</i> |
| M. François Audebert Chercheur, Total SA | <i>Invité</i> |

Résumé

L'imagerie sismique est une technique pour déterminer les structures du sous-sol en analysant les signaux des ondes acoustiques et élastiques. Ces ondes capables de parcourir de longues distances permettent d'imager des zones qui contiennent potentiellement des hydrocarbures. Dans l'acquisition des données sismiques, les sources et récepteurs sont en général placés à la surface. Dans un modèle de vitesse donné, on est capable de modéliser les données en résolvant l'équation des ondes. La détermination du modèle de vitesse constitue donc un problème inverse. La plupart des méthodes pour résoudre ce problème inverse se base sur la séparation du modèle de vitesse en deux parties : le macro-modèle contrôlant la cinématique de propagation et les perturbations de vitesse correspondant à la réflectivité.

Pour un macro-modèle donné, la réflectivité s'obtient par la méthode de migration. L'opérateur de la migration classique crée des artefacts, appelés « sourires de migration », car il est l'adjoint de l'opérateur de la modélisation. L'inverse de ce dernier, au sens asymptotique, a été développé comme une méthode de migration directe sans itération, appelée ici « inversion », tout en donnant des images de réflectivité plus propres.

Quant au macro-modèle, une des méthodes pour l'estimer est l'analyse de vitesse par migration (MVA). Elle nécessite l'introduction d'un paramètre additionnel qui étend le domaine image. La qualité du macro-modèle est mesurée par un critère de focalisation défini dans le domaine étendu. Il existe plusieurs possibilités d'extension. La version de MVA considérée dans cette thèse utilise comme paramètre additionnel l'offset en profondeur horizontal (appelé aussi *space lag*). L'analyse de vitesse est en 2D réalisée sur des panneaux de cohérence appelés Common Image Gathers (CIGs), fonction de la profondeur et de l'offset en profondeur. Nous définissons une fonction objective qui mesure la focalisation de l'énergie à zéro offset dans les CIGs, pour évaluer la qualité du macro-modèle. Le gradient de cette fonction objective par rapport au macro-modèle permet de mettre à jour ce dernier.

La MVA s'est vue améliorer depuis que la migration classique est remplacée par l'inversion : les gradients du macro-modèle comportent moins d'incohérence due aux sourires de migration. On appelle « l'analyse de vitesse par inversion » (IVA) cette variante améliorée de la MVA classique. Cependant, nous montrons ici que des résidus des sourires de migration subsistent dans les CIGs et qu'ils peuvent détériorer la qualité du

gradient du macro-modèle si les gammes d'offset en surface et de space lag ne satisfont pas certaines conditions. Par la suite, nous établissons des règles pratiques sur ces paramètres utilisateurs que nous appliquons au modèle Marmousi.

La migration et la MVA sont par construction associées aux ondes réfléchies. En réalité, il est également possible d'y incorporer les ondes transmises. Nous comparons plusieurs stratégies sur deux modèles simples et sur le modèle Marmousi. Nous proposons d'utiliser la MVA sur les ondes transmises seules puis l'IVA sur les ondes réfléchies seules.

Finalement, nous appliquons l'IVA sur un jeu de données réelles marines fournies par Total. En suivant un schéma de travail à trois étapes, nous appliquons les règles sur paramètres utilisateurs, et nous déterminons un modèle vitesse géologiquement plausible.

Les principales contributions de cette thèse sont de : (1) proposer des règles pratiques pour déterminer les paramètres utilisateur de l'IVA; (2) déterminer une stratégie optimale couplant l'IVA et la MVA classique appliquées sur les ondes transmises et réfléchies; (3) établir un schéma de travail général pour appliquer l'IVA sur les jeux de données réelles; (4) reconstruire un modèle de vitesse de bonne qualité à partir d'un jeu de données réelles marin.

Abstract

Seismic imaging is a technique for determining subsurface structures by analysing seismic wave signals. These waves are capable of travelling long distances, so that they allow to image areas that potentially contain hydrocarbons. In seismic acquisition, sources and receivers are usually located at the surface. Assuming a velocity model, we are able to model the seismic data by solving the wave equation. Determining the velocity model is therefore an inverse problem. Most of the methods for its resolution are based on the separation of the velocity model in two parts: the smooth part, called macromodel, controlling the kinematics of propagation and the velocity perturbation corresponding to reflectivity.

In a given macromodel, the reflectivity is obtained by the migration method. The classic migration operator creates artefacts, called "migration smiles", due to the fact that it is the adjoint of the modelling operator. The inverse of the latter, in the asymptotic sense, has been developed as a method of direct migration without iteration, called "inversion" in this work. It retrieves cleaner reflectivity images.

One of the methods of the estimation of the macromodel is the migration velocity analysis (MVA). It requires the introduction of an additional parameter that extends the image domain. The quality of the macro-model is measured by a focusing criterion defined in the extended domain. There are several possibilities for the extension. The additional parameter used in this work is the horizontal subsurface offset (also called *space lag*). Velocity analysis is performed in 2D on coherence panels called Common Image Gathers (CIGs), in the plane defined by depth and subsurface offset. We define an objective function that measures the energy focusing in CIGs around the zero space lag to evaluate the quality of the macro-model. The gradient of this objective function with respect to the macromodel is the main element for updating the latter. MVA has been improved since the classical migration operator is replaced by the inversion operator: the gradients of the macro-model contain less inconsistency due to migration smiles. This alternative of the classical MVA is called inversion velocity analysis (IVA). However, we show here that migration smile residuals remain in CIGs and can deteriorate the gradient quality if the ranges of surface offsets and space lags do not meet certain conditions. Subsequently, we establish guidelines on these user parameters that we apply to the Marmousi model.

Migration and MVA are by construction associated with reflected waves. In reality, it is also possible to incorporate the transmitted waves. We compare several workflows through two simple models and Marmousi model. We propose to apply MVA on the transmitted waves then IVA on the reflected waves.

Finally, we manage to apply the IVA to a real marine data set provided by Total. Following a three-step strategy, we apply the rules on user parameters, and determine a geologically plausible velocity model.

The main contributions of this thesis are: (1) proposing practical guidelines on the user parameters in IVA; (2) determining an optimal strategy coupling IVA and classic MVA applied on the transmitted and reflected waves; (3) establishing a general scheme for applying IVA on real data sets; (4) reconstructing a good velocity model from a real marine data set.

Remerciements

En 2016, j'ai pris la décision de suspendre mon contrat CDI avec Total pour effectuer un doctorat dans l'imagerie sismique, un domaine qui m'a toujours fasciné. Ainsi commença cette aventure de trois ans qui vient de se terminer avec ma soutenance réussie. Il y a tant de personnes à qui je suis reconnaissant!

Je voudrais d'abord remercier mon directeur de thèse Hervé Chauris pour son accompagnement patient et constructif, surtout face à des difficultés rencontrées au milieu de ma thèse. Je souhaite remercier également François Audebert, qui avait facilité mon accès à distance au supercalculateur de Total dès le début de ma thèse et des discussions techniques qui ont éclairé mon sujet sous des angles différents. Je remercie bien sûr Total, mon employeur, d'avoir financé ma thèse et d'avoir fourni les données réelles pour l'application concrète de ma méthodologie. Je remercie ici les autres employés de Total qui m'ont aidé à accélérer certaines étapes techniques: Mathieu Appé, Cyril Agut, Fuchun Gao, Laurent Sirgue, Bertrand Duquet.

Je voudrais remercier les membres du jury, Romain Brossier, Gilles Lambaré, Stéphane Operto, Donatienne Leparoux, Céline Gélis, Mark Noble pour avoir examiné mon manuscrit et pour avoir soulevé des remarques pertinentes et des questionnements enrichissants.

Je voudrais remercier Véronique Lachasse, secrétaire de l'équipe géoscience de Mines ParisTech, pour son accompagnement dans mes corvées administratives. Je remercie les thésards-vétérans Emmanuel Cocher, Yubing Li, Hao Jiang pour leurs aides précieuses, notamment au début de ma thèse. Je remercie Milad Farshad, un excellent futur chercheur, qui m'a donné beaucoup d'inspiration et d'encouragement. Je remercie aussi les autres membres de l'équipe Mark Noble, Alexandrine Gesret, Pierre Dublanquet, Nidhal Belayouni et Pierre-François Roux, Keurfon Luu, Tiago Barros, Jihane Belhadj, Alexandre Kazantsev, Yves-Marie Battany, Michelle Almakari, Rita Abou Jaoudé, Christine Houry, Jinlin Jiang, Carla Mocoila pour leur participation dans la bonne ambiance de l'équipe.

Je souhaite remercier d'autres personnes que j'ai côtoyées pendant ces trois années inoubliables (liste non-exhaustive): Laure Pizzella, Nicolas Seigneur, Marine Demangeot, Aurélien Soubeyran, Sébastien Drouyer, Jean-Baptiste Gasnier, Yuan Bian, Xiaomeng Xiao, Xinran Guo, Yingzhi Zhu, Renyu Wang, Tiantian Yin, Angélique Hus-

son, Jean Langanay, Robin Alais, Areski Chabani, Albane Borocco, Elodie Kaeshammer, Véronique Bresson, Michel Bille, Victor Machado, Catherine Vollet, Béatrice Le Loup, Lili Monet, Emmanuelle Rooses... Je souhaite enfin remercier mes parents (qui sont en Chine) et les Boivineau pour leurs soutiens continus.

Contents

| | |
|---|------------|
| Résumé | i |
| Abstract | iii |
| Remerciements | v |
| List of Figures | xi |
| 1 Introduction | 1 |
| 1.1 Vue d'ensemble du traitement sismique | 3 |
| 1.1.1 Données sismiques et pré-traitements | 3 |
| 1.1.2 Problème direct et loi de propagation | 6 |
| 1.1.3 Problème inverse et fonction coût | 8 |
| 1.1.4 Inversion multi-paramètres | 9 |
| 1.1.5 Post-traitement et interprétation | 9 |
| 1.2 Présentation générale des méthodes de l'estimation du modèle de vitesse | 9 |
| 1.2.1 Principe de la séparation d'échelle | 10 |
| 1.2.2 Classification des méthodes | 11 |
| 1.3 Méthodes d'obtention du modèle de vitesse utilisant l'ensemble des on- | |
| des | 15 |
| 1.3.1 Inversion des formes d'onde | 15 |
| 1.3.2 Problèmes de la FWI et ses alternatives | 16 |
| 1.4 Migration | 19 |
| 1.4.1 Migration itérative | 19 |
| 1.4.2 Migration directe | 20 |
| 1.5 Méthodes d'obtention du macro-modèle | 21 |
| 1.5.1 Méthodes d'obtention du macro-modèle développées dans le do- | |
| main des données | 21 |
| 1.5.2 Méthodes d'obtention du macro-modèle développées dans le do- | |
| main image | 24 |
| 1.6 Motivations et organisation de la thèse | 31 |
| 1.6.1 Impact des paramètres utilisateurs sur les résultats de l'IVA | 32 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1.6.2 | Stratégies d'utilisation des ondes transmises dans la MVA | 33 |
| 1.6.3 | Application de la MVA sur données réelles | 34 |
| 1.6.4 | Organisation de la thèse | 34 |
| 1.6.5 | Contributions | 35 |
| 2 | Estimation du modèle de vitesse | 37 |
| 2.1 | Outils | 39 |
| 2.1.1 | Equation d'onde acoustique à densité constante | 39 |
| 2.1.2 | Résolution par la méthode des différences finies | 40 |
| 2.1.3 | Fonction de Green | 41 |
| 2.1.4 | Séparation d'échelle et approximations | 42 |
| 2.1.5 | Résolution du problème inverse par la méthode de l'état adjoint | 43 |
| 2.2 | Inversion des formes d'onde et variantes | 44 |
| 2.2.1 | Inversion des formes d'onde classique | 44 |
| 2.2.2 | Alternatives de l'inversion des formes d'onde | 45 |
| 2.2.3 | Inversion des formes d'onde réfléchies | 47 |
| 2.2.4 | Tomographie combinant ondes transmises et réfléchies | 47 |
| 2.3 | Méthodes de migration | 48 |
| 2.3.1 | Migration classique et migration itérative | 48 |
| 2.3.2 | Migration quantitative | 49 |
| 2.3.3 | Migration dans le domaine étendu | 49 |
| 2.3.4 | Inversion dans le domaine étendu | 50 |
| 2.4 | Analyse de vitesse par migration et variantes | 52 |
| 2.4.1 | Analyse de vitesse par migration classique | 52 |
| 2.4.2 | Analyse de vitesse par inversion | 54 |
| 2.4.3 | Ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration | 55 |
| 2.4.4 | Combinaisons FWI-MVA | 56 |
| 2.5 | Conclusions | 57 |
| 3 | Impact des paramètres d'utilisateur dans l'IVA | 59 |
| 3.1 | Introduction | 61 |
| 3.2 | Theory | 63 |
| 3.2.1 | Inversion velocity analysis | 63 |
| 3.2.2 | Shape of events in the CIG | 65 |
| 3.2.3 | Necessary surface offset range and space lag range | 67 |
| 3.3 | Application on a simple model | 71 |
| 3.4 | Application on the Marmousi model | 75 |
| 3.4.1 | Model and IVA setup | 75 |
| 3.4.2 | Comparison of the final results of three different sets of parameters | 76 |
| 3.4.3 | Impact of parameters responsible for anomalies through iterations | 77 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.5 | Discussion | 84 |
| 3.5.1 | Variable ranges of surface offset and space lag | 84 |
| 3.5.2 | Normalisation of the objective function and modification of space lag range | 84 |
| 3.5.3 | Impact of the source frequency | 88 |
| 3.6 | Conclusion | 89 |
| 3.7 | Appendix A: Calculation of the shape of events in CIGs | 89 |
| 3.8 | Appendix B: Details of the choice of the ranges of surface offset and space lag for the Marmousi model | 91 |
| 4 | Stratégies d'incorporation des ondes transmises dans la MVA | 95 |
| 4.1 | Introduction | 96 |
| 4.2 | Methodology | 98 |
| 4.2.1 | Objective functions | 98 |
| 4.2.2 | Workflows | 100 |
| 4.3 | Practical aspects | 104 |
| 4.3.1 | Presentations of the models | 104 |
| 4.3.2 | Data separation | 108 |
| 4.3.3 | Pre-conditioner for the transmitted image | 112 |
| 4.3.4 | Pre-conditioner for the reflected image | 116 |
| 4.4 | Results of the different workflows | 117 |
| 4.4.1 | One-reflector model | 117 |
| 4.4.2 | Blocky model | 120 |
| 4.4.3 | Marmousi model | 121 |
| 4.5 | Discussion | 124 |
| 4.6 | Conclusion | 125 |
| 4.7 | Appendix A: modeling, migration and inversion | 125 |
| 5 | Application de l'IVA sur un jeu de données réelles | 129 |
| 5.1 | Introduction | 130 |
| 5.2 | Seismic data sets | 133 |
| 5.2.1 | Extraction of a 2D section from a 3D acquisition | 133 |
| 5.2.2 | Pre-processings | 133 |
| 5.3 | IVA on the reflected data | 135 |
| 5.3.1 | Prospected 2D section | 135 |
| 5.3.2 | Methodology | 136 |
| 5.3.3 | Initial setup and step 1 | 136 |
| 5.3.4 | Adjustments and step 2 | 141 |
| 5.3.5 | Higher frequencies and step 3 | 147 |
| 5.4 | Discussion | 147 |
| 5.5 | Conclusion | 152 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 5.6 | Appendix A: Inversion velocity analysis | 152 |
| 5.7 | Appendix B: Symmetrization of CIGs | 153 |
| 5.8 | Appendix C: Details of the choice of the ranges of surface offset and space lag | 154 |
| 6 | Conclusions et perspectives | 157 |
| 6.1 | Conclusions | 158 |
| 6.1.1 | Impact des paramètres utilisateurs dans l'IVA | 159 |
| 6.1.2 | Stratégies d'incorporation des ondes transmises dans la MVA . . | 160 |
| 6.1.3 | Application de l'IVA sur les données réelles | 161 |
| 6.2 | Perspectives | 162 |
| 6.2.1 | Incorporer les ondes transmises des données réelles | 162 |
| 6.2.2 | Séparation des données réfléchies et transmises dans le domaine image | 162 |
| 6.2.3 | Coût numérique | 162 |
| 6.2.4 | Outils théoriques | 165 |
| | References | 167 |

List of Figures

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Différentes configurations d'acquisition sismique : (a) en surface, terrestre à gauche, marine à droite (d'après Danish Energy Agency); (b) VSP (d'après Labo, 1987); (c) entre puits (d'après Labo, 1987); (d) OBC (d'après Labo, 1987). | 4 |
| 1.2 | Exemple synthétique de données sismiques dans le cadre d'une acquisition marine à la surface : (a) trajectoires d'ondes transmises dans le modèle; (b) trajectoires d'ondes réfléchies/diffractées dans le modèle; (c) sismogramme. Le point rouge indique la position de la source. Dans (a), les lignes solides, pointillées et coupées désignent respectivement les ondes directes, plongeantes et réfractées. Dans (b), les lignes solides, pointillées et coupées désignent respectivement les ondes réfléchies primaires, les réfléchies multiples et les diffractées multiples. D'après Li (2018) | 7 |
| 1.3 | Décomposition du modèle de vitesse en macro-modèle (basse fréquence, obtenu par tomographie) et la réflectivité (haute fréquence, obtenue par migration). D'après Billette, 1998 | 10 |
| 1.4 | Progrès de la résolution atteinte par la tomographie et la migration d'après Lambaré et al. (2014) , basé sur Claerbout (1985) | 11 |
| 1.5 | Relation entre les nombres d'onde et l'angle d'ouverture en un point de l'image (Devaney, 1982). | 16 |
| 1.6 | Illustration du problème de saut de phase. (a) L'optimisation par gradient (flèches noires) fait converger la fonction objective vers son minimum global (carré orange) quand l'écart entre données modélisées et observées est petit (rond rose). Quand cet écart est plus grand (étoile rouge), elle converge vers un autre minimum local. (b) La même que (a) sauf que l'on utilise une fréquence caractéristique plus basse et que l'on réussit à converger vers le minimum local en partant du troisième modèle. D'après Li (2018) | 17 |
| 1.7 | Schémas de l'analyse de vitesse par migration : (a) une seule boucle avec une seule itération de migration ou avec l'approche directe; (b) deux boucles, avec la migration itérative. | 26 |

| | | |
|------|--|----|
| 1.8 | Résultat 2D obtenu en migrant chaque classe d'offsets en surface indépendamment. Un exemple de CIG est à la position en surface $x = 6200$ m. L'horizontalité des événements montre que la vitesse testée est correcte. D'après Chauris et al., 2002 | 28 |
| 1.9 | Introduction du <i>space lag</i> h dans l'image migrée (d'après Cocher, 2017) | 29 |
| 1.10 | CIGs (en haut) et gradient (en bas) obtenus par migration classique pour trois modèles de vitesse homogènes différents : (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s, (c) 2300 m/s; la vitesse exacte étant 2000 m/s. D'après Lameloise, 2015 | 30 |
| 1.11 | Le même que la Figure 1.10 pour la migration quantitative. D'après Lameloise, 2015 | 31 |
| 1.12 | Un exemple de gradients obtenus par la méthode d'analyse de vitesse par inversion, pour une vitesse testée inférieure à la vitesse exacte, avec la fonction coût classique (en haut) et avec la fonction modifiée (en bas). D'après Chauris and Cocher (2017) | 32 |
| 1.13 | Les gradients et les CIG pour des valeurs maximales de l'offset H_{\max} en surface de plus en plus petites : à gauche (a) $H_{\max} = 236$ m; à droite (b) $H_{\max} = 118$ m. Le macro-modèle homogène exact $v_e = 3000$ m/s. Vitesse du macro-modèle testée $v_0 = 2500$ m/s. Le reste des paramètres est identique. On s'attend à une valeur négative (bleu) comme à gauche. D'après Zhou et al. (2019a) | 33 |
| 3.1 | Schematic illustration of the simple 2D model, extended by the space lag h | 66 |
| 3.2 | (a) Example of a CIG in the case of an underestimated velocity $v_0 < v_e$ and a large range of surface offsets H_{\max} . The left image displays the offset-associated curves (solid lines, equation 3.8), tangent on the specular curve (dashed line, equation 3.10). The middle image displays the CIG superposed by the specular curve (dashed line) and the curves corresponding to the extreme offset values. The right image zooms on the specular portion of the middle image. The bounds of the specular portion (yellow dots) correspond to $(h = \pm\beta H_{\max}/2, \sigma = 0)$. The apex of the specular curve (blue dot) corresponds to $h = 0$ and $\sigma = 0$. The lower bound of the central positive signal (green dot), corresponds to a value of σ such that $S_{\text{spec}}(\sigma) = 0$. (b) Same as (a) but for a reduced range of surface offsets so that the depth of the yellow dots is between the blue and green dots. (c) Specular wavelet S_{spec} in function σ for an underestimated velocity case, with corresponding dots of the same colours as the previous. Positive values are filled with the red colour and negative values with the blue colour. | 68 |
| 3.3 | Same as Figure 3.2 but for an overestimated velocity $v_0 > v_e$ | 69 |

- 3.4 Velocity gradients (left) and CIGs at the central position $x = 3$ km (right) in an underestimated velocity case (the model velocity $v_0 = 2500$ m/s; the exact velocity $v_e = 3000$ m/s) for different ranges of surface offset: (a) $H_{\max} = 1.6$ km, (b) $H_{\max} = 1$ km, (c) $H_{\max} = 0.4$ km respectively. The space lag range h_{\max} is fixed at 0.6 km and the reflector depth z_e at 0.8 km. The gradients share the same colour scale: positive values are in red; negative values (expected here) in blue. The central zone used for Figure 3.5 is illustrated in (a) by the dashed line frame. 72
- 3.5 Maps of the cubic root of the average value in the central area of the gradient, for a single reflector at variable depths z_e and for variable surface offset ranges H_{\max} . Positive values are in red; negative values (expected here) in blue, The black curves are derived by equation 3.17 respectively for (a) $v_0 = 2500$ m/s, $v_e = 3000$ m/s; (b) $v_0 = 1500$ m/s, $v_e = 2000$ m/s; (c) $v_0 = 3000$ m/s, $v_e = 2500$ m/s. We display here with adimensional variables $z'_e = z_e/\lambda_e$ and $H'_{\max} = z_e/\lambda_e$ in the same scales ($\lambda_e = v_e/f_{\max}$ is the wavelength in the exact model). 73
- 3.6 Same as for Figure 3.4, but here we decrease the space lag range, in an underestimated velocity case (the model velocity $v_0 = 1500$ m/s; the exact velocity $v_e = 2000$ m/s): (a) $h_{\max} = 0.6$ km; (b) $h_{\max} = 0.4$ km (corresponding to the limit in equation 3.18); (c) $h_{\max} = 0.2$ km; (d) $h_{\max} = 0.1$ km. The surface offset range H_{\max} is fixed at 1.8 km. The reflector depth z_e is fixed at 0.8 km. The grey areas in (b)(c) and (d) mean that the values are null inside, as the CIGs have been calculated with a smaller range of space lag. 74
- 3.7 The full Marmousi velocity model v (a) which is split into the exact background velocity model v_e (b) and its perturbations δv represented by the reflectivity $\xi = -2\delta v/v_e^3$ in (c). The initial background velocity model used in IVA is represented by (d). The colour bar in (a) (b) and (d) indicates the velocity in km/s. (c) is in km/s^{-2} . The vertical black lines in (b) and (c) at $x = 1, 3, 6, 8.5$ km indicate the position where the velocity profiles are extracted as a priori knowledge of the exact model. 78
- 3.8 Qualitative schematic illustration of the choice of the surface offset range H_{\max} (red dashed line) and the space lag range h_{\max} (green dashed line). The solid lines indicate the theoretical limits that depend on the current macromodel. 79

- 3.9 IVA results after 20 iterations using the surface offset range $H_{\max} = 4000$ m and the space lag range $h_{\max} = 1220$ m. (a) The full velocity model is the sum of (b) the background velocity model v_0 and (c) the reflectivity multiplied by $-v_0^3/2$. The black vertical lines in (b) and (c) correspond to the positions where the CIGs in (d) are extracted ($x = 1, 3, 6, 8.5$ km). The velocity models (a) and (c) use the same colour scale as Figure 3.7a; the reflectivity (b) and CIGs (d) use the same colour scale as Figure 3.7c. 80
- 3.10 Same as the Figure 3.9, but for a smaller surface offset range case: $H_{\max} = 2000$ m, $h_{\max} = 1220$ m. 81
- 3.11 Same as the Figure 3.9, but for a smaller space lag range case: $H_{\max} = 4000$ m, $h_{\max} = 420$ m. The CIGs (d) are plotted with the same scale as the Figure 3.9. The grey areas in (d) mean that the values are null inside, as the CIGs have been calculated with a smaller range of space lag. . . . 82
- 3.12 (a) The evolution of the objective function value J^{norm} (divided by the initial value $J^{\text{norm}}(1)$) through iterations for the correct parameters of Figure 3.9 (black solid line), for the smaller surface offset range of Figure 3.10 (red solid line) and for the smaller space lag range of Figure 3.11 (blue solid line). The dots of respective colours correspond to the effective iterations in ℓ -BFGS method. The dashed horizontal lines represent the objective function values when using the exact macro-model for the inversion corresponding to the CIGs below: (b) with correct parameters, (c) with the smaller surface offset range, (d) with the smaller space lag range. 85
- 3.13 Iterations 13 in the case of the smaller surface offset range: (a) macro-model at the beginning of iteration 13; (b) CIGs extracted at $x = 3, 3.6, 4.3$ and 9.1 km (black vertical lines in other subfigures); (c) gradient before smoothing and mask; (d) smoothed and masked gradient; (e) updated macromodel after iteration 13 (then used by iteration 14). . . . 86
- 3.14 Same as Figure 3.13 but for iteration 8 in the case of the smaller space lag range. The CIGs (b) are extracted at $x = 3.9, 4.5, 5.4$ and 8.6 km. . . 87
- 3.15 (a) Velocity profiles and (b) vertical mean velocity profiles of the exact model (in black) extracted at $1, 3, 6$ and 8.5 km, compared with the initial velocity model corresponding to equation 3.30 in red lines. The green line represents the homogeneous model equal to 1500 m/s, considered as the lower limit for the determination of the space lag range. The blue line corresponds to equation 3.35, considered as the upper limit. 94
- 4.1 Workflow 1: full wavefield MVA. The red lines and arrows indicate the iterative loop. 100

| | | |
|------|--|-----|
| 4.2 | Workflow 2: transmitted data MVA. The red lines and arrows indicate the iterative loop. | 101 |
| 4.3 | Workflow 3: reflected data IVA. The red lines and arrows indicate the iterative loops. | 102 |
| 4.4 | Workflow 4 (two steps): first step, MVA with the transmitted data (equivalent to workflow 2); second step, IVA with the reflected data starting from final macromodel of the first step. The red lines and arrows indicate the iterative loops. | 103 |
| 4.5 | (a): the one-reflector model, split into (b): the exact velocity perturbation and (c): the exact macromodel. (d): The initial model. | 106 |
| 4.6 | (a) The blocky model, split into (b) the exact velocity perturbation and (c) the exact macromodel. | 106 |
| 4.7 | Same as Figure 4.5, but for the Marmousi model. | 107 |
| 4.8 | (a): central shot gather of the synthetic data of the one-reflector model. (b): the transmitted data. (c): the reflected data. | 109 |
| 4.9 | Same as Figure 4.8, but for the blocky model. | 110 |
| 4.10 | (a): shot gathers for the synthetic data of the Marmousi model (located respectively at 2, 4.5, 7 km). (b): transmitted data for the same shot gathers. (c): the reflected data for the same shot gathers. | 111 |
| 4.11 | Impact of the pre-conditioner applied on the transmitted image. The first row (a) (b) (c) (d) corresponds to the case of the constant gradient model with $v_{\text{bott},e} = 4000$ m/s and $v_{\text{bott},0} = 3000$ m/s. The second row (e) (f) (g) (h) is the same as the first row but for $v_{\text{bott},e} = 2000$ m/s and $v_{\text{bott},0} = 3000$ m/s. The first column (a) (e) represents the central velocity profiles (the exact model is shown with the black line and the initial model the red line). The second column (b) (f) corresponds to the central CIGs for each case (the black dashed line marks the pre-conditioner). The third column (e) (g) shows the gradients derived from non-pre-conditioned reflectivity. The fourth column (d) (h) represents the gradient derived from pre-conditioned reflectivity. | 112 |
| 4.12 | Maps in the plane (λ_m, γ_m) of the cubic roots of the average values in respectively the upper (left column) and lower (right column) parts of the gradients, for the tests conducted for constant gradient models without reflectors. The first row (a) (b) represents the gradients derived from non-pre-conditioned transmitted image. The second row (c) (d) represents those derived from pre-conditioned transmitted image. | 113 |
| 4.13 | Impact of the pre-conditioner Q_r applied on the reflected image. The first row is for the cases without pre-conditioner: (a) (b) are respectively the central CIG and gradient for the case without the pre-conditioner Q_r . (c) (d) are the same as (a) (b) but for the case with pre-conditioner. | 115 |
| 4.14 | Same as Figure 4.13, but for the blocky model. | 115 |

- 4.15 Results of workflows 1 and 2 for the one-reflector model. The first row is for workflow 1, applying MVA on the full data. (a): the central CIG of the initial iteration. (b): the CIG of the final iteration. (c) is the final macromodel. (d): the central velocity profiles of respectively the initial macromodel in red solid line, the exact macromodel in black solid line, the final macromodel in blue dashed line. The second row is the same as the first row but for workflow 2, applying MVA on the transmitted data. 118
- 4.16 Results of workflows 3 and 4 for the one-reflector model. The first row is for workflow 3, applying IVA on the reflected data starting from the model of Figure 4.5d. (a): the CIG of the final iteration. (b): the final macromodel. (c): the central velocity profiles of respectively the initial macromodel in red solid line, the exact macromodel in black solid line, the final macromodel in blue dashed line. (d): the same as (c) but for full velocity model. The second row is the same as the first row but for workflow 4, but starting from the model of Figure 4.15g, the final macromodel of workflow 2. 119
- 4.17 Same as Figure 4.15 but for the blocky model. 120
- 4.18 Same as Figure 4.16 but for the blocky model. 121
- 4.19 Results of workflows 1 and 2 for the Marmousi model. The first row is for workflow 1: (a) final macromodel; (b) the CIGs extracted from $x = 1.4, 3, 4.5, 6, 8$ km. The black vertical lines in (a) correspond to the positions where the CIGs are extracted. The second row is the same as the first row, but for workflow 2. 122
- 4.20 Results of workflows 3 and 4 for the Marmousi model. The first row is for workflow 3: (a) the final macromodel; (b) the CIGs extracted from $x = 1.4, 3, 4.5, 6, 8$ km; (c) is the final velocity perturbation; (d) the final full velocity model. The black vertical lines in (a) correspond to the positions where the CIGs are extracted. The second row is the same as the first row, but for workflow 4. 123
- 5.1 (a) The boat trajectories viewed from above. (b) Zoom on the selected trajectory. The position of the selected 2D section is highlighted by the dashed red line in (a) and (b). The selected streamer is highlighted by the dashed orange line in (b). 134
- 5.2 Shot gathers of the shots located at $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km, extracted from (a) the original data, (b) the filtered data with a high cut at 5 Hz, (c) the filtered data with a high cut at 10 Hz. The mute for removing transmitted data is applied in (b) and (c). 137

| | | |
|------|--|-----|
| 5.3 | IVA results for the non-adjusted data at iteration 1 (a, b), iteration 10 (c, d, e, f). (a), and (c) are the macromodels. (b), (d) are the CIGs extracted from $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km. (e) is the velocity perturbation at iteration 10. (f) is the full velocity equal to the sum of (c) and (e). The black vertical lines in (a, c, e, g) correspond to the positions where the CIGs are extracted. | 138 |
| 5.4 | Coefficients of multiplication for adjusting the amplitude of each shot, displayed in function of the shot location. | 139 |
| 5.5 | (a) Original common offset gather for the 300 m surface offset. (b) The same gather but muted in the deeper part. | 141 |
| 5.6 | Influence of the smoothing parameters: (a) Original gradient of iteration 1 in the first test. (b) The smoothed version of (a) using the Gaussian smoothing of 800 m in the horizontal direction and 800 m in the vertical direction. (c) Same as (b) but for the Gaussian smoothing of 1250 m in the horizontal direction and 200 m in the vertical direction. | 143 |
| 5.7 | Same as Figures 5.3c, 5.3d, 5.3e, 5.3f but for the adjusted data and the enhanced process with the modified user parameters ($H_{\max} = 5375$ m, $h_{\max} = 1775$ m), at iteration 10. | 144 |
| 5.8 | (a) Original gradient of iteration 1 in the second test. (b) The smoothed version of the same gradient using the Gaussian smoothing of 5000 m in the horizontal direction and 200 m in the vertical direction. | 145 |
| 5.9 | Same as Figure 5.7 but for optimised user parameters ($H_{\max} = 5375$ m, $h_{\max} = 1025$ m), at iteration 20. | 146 |
| 5.10 | Evolution of the cost function value through iterations for the test of Figure 5.9. | 146 |
| 5.11 | Same as Figure 5.9, but for a maximum frequency equal to 10 Hz, at iteration 20. | 148 |
| 5.12 | Same as Figure 5.11, but for the process starting from the final macromodel of step 2 (Figure 5.9a). The space lag range is reduced to 400 m. | 148 |
| 5.13 | Final velocity model of Figure 5.12 where the gray-scale velocity perturbation model is superimposed onto the macromodel. | 149 |
| 5.14 | Data modeled respectively in (a) the initial model of Figure 5.3 and (b) in the final model of Figure 5.12. These shot gathers correspond to the sources located at $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km, represented by the traces of offsets $H = 0.4, 1.0, 1.8, 2.4, 3.2, 4.0$ km. The black and red curves are respectively the observed data and the modeled data. The green lines in the panels correspond to the model bottom in the time domain. The data cannot be modeled under the green lines. | 151 |

- 5.15 (a) Velocity profiles and (b) vertical mean velocity profiles extracted at every kilometer in lateral positions from the initial model (red lines) and from the final macromodel of the first test of Figure 5.3c (green lines). (c): the necessary ranges of space lags according to the rule in [Zhou et al. \(2019a\)](#) calculated from the mean velocity profiles in (b) for every kilometer (red lines). The black dashed lines represent the space lag range chosen in the test 2 of Figure 5.7. The blue solid lines represent the space lag range chosen in the test 3 of Figure 5.11. 156
- 5.16 Maps of the cubic roots of the average gradient values above the reflector in the two series of tests conducted in simple homogeneous model with a reflector. In (a), the exact velocity is 4000 m/s, the tested velocity is 3500 m/s. In (b), the exact velocity is 3500 m/s, the tested velocity is 4000 m/s. 156
- 6.1 Résultats après 30 itérations de l'application de la MVA sur la partie des ondes transmises dans le jeu de données réelles. La gamme d'offset en surface $H_{\max} = 5000$ m. La gamme de space lag $h_{\max} = 2000$ m. (a) Macro-modèle. (b) CIGs des positions $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km, correspondant aux lignes verticales noires dans (a). 163
- 6.2 Gradient (original, non lissé) et CIG d'un modèle homogène à un seul réflecteur, vitesse exacte 3000 m/s, vitesse utilisée 2500 m/s. (a) Une source sur 5 est utilisée. (b) Une source sur 10 est utilisée. 164

Chapter 1

Introduction

Contents

| | | |
|-------|--|-----------|
| 1.1 | Vue d'ensemble du traitement sismique | 3 |
| 1.1.1 | Données sismiques et pré-traitements | 3 |
| 1.1.2 | Problème direct et loi de propagation | 6 |
| 1.1.3 | Problème inverse et fonction coût | 8 |
| 1.1.4 | Inversion multi-paramètres | 9 |
| 1.1.5 | Post-traitement et interprétation | 9 |
| 1.2 | Présentation générale des méthodes de l'estimation du modèle de vitesse | 9 |
| 1.2.1 | Principe de la séparation d'échelle | 10 |
| 1.2.2 | Classification des méthodes | 11 |
| 1.3 | Méthodes d'obtention du modèle de vitesse utilisant l'ensemble des ondes | 15 |
| 1.3.1 | Inversion des formes d'onde | 15 |
| 1.3.2 | Problèmes de la FWI et ses alternatives | 16 |
| 1.4 | Migration | 19 |
| 1.4.1 | Migration itérative | 19 |
| 1.4.2 | Migration directe | 20 |
| 1.5 | Méthodes d'obtention du macro-modèle | 21 |
| 1.5.1 | Méthodes d'obtention du macro-modèle développées dans le domaine des données | 21 |
| 1.5.2 | Méthodes d'obtention du macro-modèle développées dans le domaine image | 24 |

| | | |
|-------|---|----|
| 1.6 | Motivations et organisation de la thèse | 31 |
| 1.6.1 | Impact des paramètres utilisateurs sur les résultats de l'IVA . | 32 |
| 1.6.2 | Stratégies d'utilisation des ondes transmises dans la MVA . . | 33 |
| 1.6.3 | Application de la MVA sur données réelles | 34 |
| 1.6.4 | Organisation de la thèse | 34 |
| 1.6.5 | Contributions | 35 |

1.1 Vue d'ensemble du traitement sismique

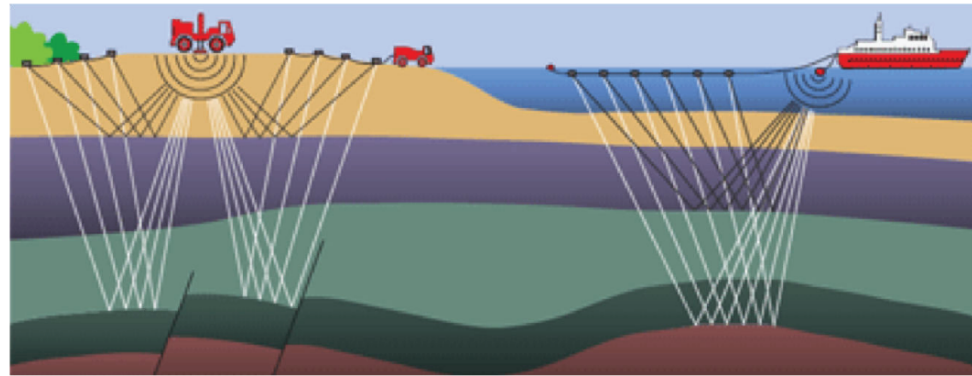
Dans le contexte de l'exploration pétrolière, l'imagerie sismique est la principale méthode utilisée pour déterminer les paramètres du sous-sol. En effet, pour des fréquences caractéristiques autour de la dizaine de Hertz, les ondes sismiques sont capables de parcourir de longues distances dans le sous-sol jusqu'à une profondeur de l'ordre de quelques kilomètres. Les structures géologiques du sous-sol réfléchissent et diffractent ces ondes émises par des sources, vers des récepteurs placés généralement à la surface. Ces enregistrements sont ensuite traités afin de faire ressortir les structures du sous-sol (Yilmaz, 1987, Sheriff and Geldart, 1995). Finalement, l'interprétation sismique permet d'identifier les structures géologiques.

Dans cette partie, nous présentons les principales étapes de l'imagerie sismique dans le contexte de l'exploration pétrolière. Après l'acquisition des données vient le pré-traitement des signaux qui consiste à séparer le signal du bruit. La troisième phase, l'estimation du modèle de vitesse est une étape clé. Elle consiste à transformer les données initialement en temps, en une image des structures du sous-sol en profondeur. Le modèle de vitesse de propagation des ondes joue un rôle central dans cette transformation. La quatrième étape, le post-traitement et l'interprétation, vise à mettre en lumière les structures géologiques susceptibles de contenir des hydrocarbures. Notre travail concerne l'estimation du modèle de vitesse, qui nécessite une analyse du problème direct (la propagation des ondes) et du problème inverse (retrouver les meilleurs paramètres).

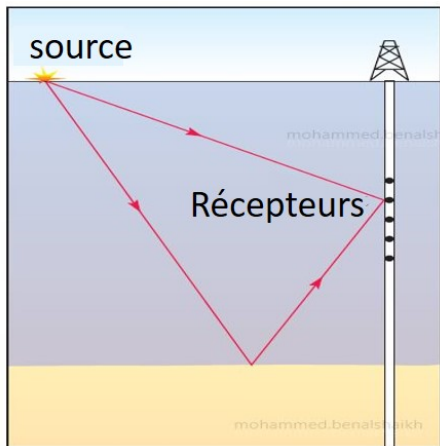
1.1.1 Données sismiques et pré-traitements

L'acquisition sismique est principalement effectuée à partir de la surface (Figure 1.1a) dans le cadre terrestre ou marin (Sheriff and Geldart, 1995). Sur terre, la source est en général un camion vibreur. Les récepteurs, appelés *géophones*, se répartissent en une grille pour couvrir toute une parcelle. En mer, ce sont des canons à air qui produisent les ondes. Les récepteurs, nommés *hydrophones*, sont répartis sur des lignes (des *streamers*), et trainés par un bateau conçu à cet effet. Le bateau sillonne des trajectoires sur l'océan pour couvrir une zone entière.

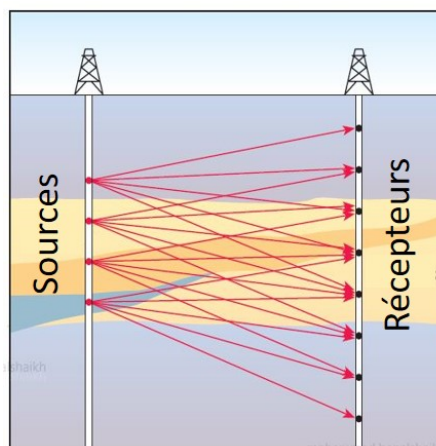
Des sources et des récepteurs peuvent aussi être installés dans les puits pour avoir une illumination différente du sous-sol. On parle de VSP (*Vertical Seismic Profiling*) si les sources sont à la surface et que les récepteurs sont dans les puits (Figure 1.1b, Balch and Lee, 1984; Hardage, 1985; Soni and Verschuur, 2014). Les sources et les récepteurs peuvent aussi être respectivement dans deux puits différents (Rector III, 1995; Zhou et al., 2015; Plessix et al., 2000). Il s'agit d'acquisition entre puits, ou *crosswell* (Figure 1.1c). En sismique marine, on peut également poser les récepteurs multi-composants au fond de la mer, ce qui donne lieu à la configuration dite OBC ou OBN (*Ocean Bottom Cable* ou *Ocean Bottom Node*, Figure 1.1d, MacLeod et al., 1999; Plessix and Perkins, 2010).



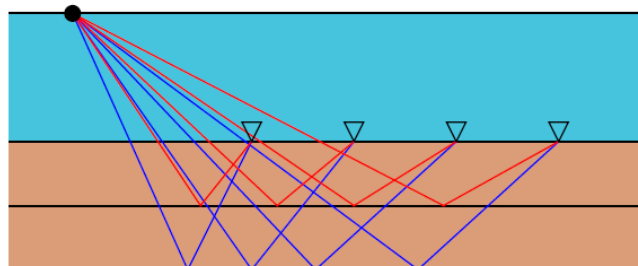
a



b



c



d

Figure 1.1: Différentes configurations d'acquisition sismique : (a) en surface, terrestre à gauche, marine à droite (d'après Danish Energy Agency); (b) VSP (d'après Labo, 1987); (c) entre puits (d'après Labo, 1987); (d) OBC (d'après Labo, 1987).

Les données enregistrées par les récepteurs sont une fonction du temps, appelée *trace*. L'ensemble de traces peut être représenté avec le temps en ordonnées, et en abscisses la distance entre sources et récepteurs (appelée *surface offset*). Ce type de représentation est appelée *sismogramme*. Les panneaux de données triées selon la source commune ou le récepteur commun sont appelés respectivement *shot gather* ou *receiver gather*.

Les données sismiques peuvent se répartir en deux groupes principaux : les ondes de surface et les ondes de volume. Pour les paragraphes suivants qui présentent les différentes catégories d'ondes, le lecteur peut se référer au Tableau 1.1 et à la Figure 1.2.

Les ondes de surface sont des ondes énergétiques se propageant à la surface, utiles pour la sismologie pour caractériser la structure superficielle (Xia et al., 1999; Socco and Strobbia, 2004; Shapiro et al., 2005; Pérez Solano, 2013). Considérées comme bruits dans la sismique d'exploration profonde, elles sont éliminées au cours du pré-traitement. Nous ne discutons pas de ces ondes dans notre travail.

Parmi les ondes de volume on distingue deux catégories selon la polarisation (Aki and Richards, 2002) : les ondes de compression (ondes P) et les ondes de cisaillement (ondes S). La plupart des méthodes privilégient les ondes P, négligent ou éliminent les autres ondes au préalable.

On distingue aussi selon les trajectoires de propagations : les ondes transmises (*transmitted waves*, Figure 1.2a) et les ondes réfléchies et diffractées (*scattered waves*, Figure 1.2b). Figure 1.2c montre un exemple de jeu de données synthétiques pour lequel les ondes transmises, réfléchies et diffractées ont été modélisées (sans les ondes de surface).

Les ondes transmises incluent les ondes directes, plongeantes et réfractées. Les ondes directes (*direct waves*) se propagent directement de la source au récepteur dans la partie superficielle du volume. Les ondes plongeantes (*diving waves*) correspondent à des trajectoires courbées entre la source et récepteur dans une configuration spéciale où la vitesse est croissante en fonction de la profondeur. Aux grands offsets, leurs temps d'arrivées peuvent être plus courts que ceux des ondes directes. Les ondes réfractées (*refracted waves* ou *head waves*) se propagent le long des interfaces, puis retournent à la surface.

D'un autre côté, les ondes réfléchies/diffractées incluent les ondes diffractées (*diffracted waves*) et les ondes réfléchies (*reflected waves*). Les ondes réfléchies ou diffractées primaires, ou simplement ondes réfléchies par abus de langage, sont celles qui ont subi une seule réflexion sur des interfaces. Les ondes multiples sont celles qui ont subi plusieurs réflexions ou diffractions entre différentes interfaces (les multiples internes) ou entre des interfaces et la surface (les multiples de surface). Elles sont en général négligées ou éliminées dans le pré-traitement (Verschuur et al., 1992; Verschuur, 2006).

Des progrès récents permettent d'utiliser les multiples (Cocher et al., 2015; Kumar et al., 2015; Verschuur and Berkhout, 2015). Les ondes transmises, quant à elles, font partie intégrante de l'inversion des formes d'onde (*Full Waveform Inversion* ou

| | | |
|------------------------------------|------------------------------|-------------------|
| Ondes de surface | | |
| Ondes de volumes (ondes P et S) | Ondes transmises | Ondes directes |
| | | Ondes plongeantes |
| | | Ondes réfractées |
| | Ondes réfléchies/diffractées | Primaires |
| | | Multiples |

Table 1.1: Catégories des ondes présentées dans la section 1.1

FWI), pour obtenir de meilleurs résultats dans la partie superficielle ([Virieux and Operto, 2009](#)).

1.1.2 Problème direct et loi de propagation

Une loi de propagation des ondes avec ses paramètres (vitesse, densité, ...) permet de générer des données synthétiques. Ce processus s'appelle le problème direct ou la modélisation. Le choix de la loi physique de propagation est primordial, car il détermine la représentativité de la modélisation et la complexité du problème. La loi générale pour les cas isotropes est l'équation d'onde viscoélastique qui inclut la densité, les atténuations des ondes P et S, ainsi que les coefficients d'élasticité. En pratique, des lois plus simples sont utilisées.

Dans ce travail, on considère que la loi acoustique est isotrope à densité constante. Même dans ce cas simplifié, le nombre d'inconnues est déjà suffisamment important, puisqu'elles sont fonction de l'espace. La résolution de l'équation d'onde peut s'obtenir par la méthode des différences finies ([Virieux, 1986](#); [Levander, 1988](#); [Etgen and O'Brien, 2007](#)), ou par la méthode des éléments finis ([Smith, 1975](#); [Marfurt, 1984](#)). Le lecteur peut se référer à [Virieux et al. \(2011\)](#) pour la comparaison entre ces approches. Dans ce travail, c'est la méthode des différences finies qui est utilisée.

Il est utile de noter que les données sismiques peuvent aussi être modélisées avec la théorie des rais, qui est basée sur l'approximation asymptotique à haute fréquence de l'équation d'onde ([Červený, 2005](#)). La propagation est identique aux lois utilisées dans l'optique ([Červený et al., 1977](#); [Chapman, 2004](#)). Les données modélisées avec cette théorie correspondent alors essentiellement aux temps d'arrivées des ondes. Il existe deux stratégies différentes de modélisation : soit par le tracé de rais ([Julian, 1977](#); [Červený, 1987](#)), soit par la résolution de l'équation d'Eikonal ([Vidale, 1988](#); [Podvin and Lecomte, 1991](#); [Qin et al., 1992](#)). On remarque que cette simplification suppose implicitement une séparation d'échelle que l'on présentera dans la section 1.2.1. Dans cette thèse, on utilise seulement la modélisation par l'équation d'onde.

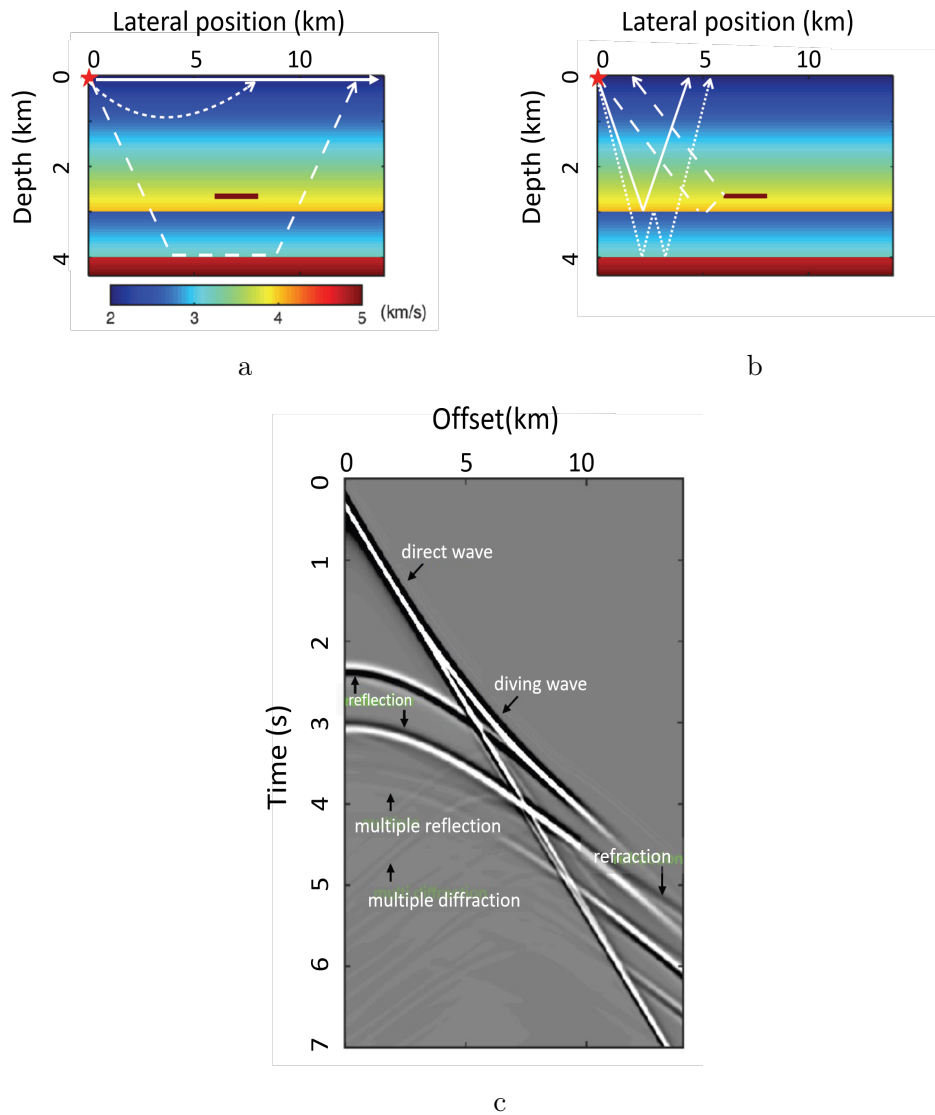


Figure 1.2: Exemple synthétique de données sismiques dans le cadre d'une acquisition marine à la surface : (a) trajectoires d'ondes transmises dans le modèle; (b) trajectoires d'ondes réfléchies/diffractées dans le modèle; (c) sismogramme. Le point rouge indique la position de la source. Dans (a), les lignes solides, pointillées et coupées désignent respectivement les ondes directes, plongeantes et réfractées. Dans (b), les lignes solides, pointillées et coupées désignent respectivement les ondes réfléchies primaires, les réfléchies multiples et les diffractées multiples. D'après [Li \(2018\)](#).

1.1.3 Problème inverse et fonction coût

Le problème inverse consiste à retrouver les paramètres physiques du milieu à partir des données enregistrées (Tarantola, 1984). Pour cela, on définit une fonction coût (ou fonction objective) qui mesure par exemple la valeur de l'écart entre les données observées et les données modélisées. Le bon modèle de paramètres devrait atteindre l'extremum global de cette fonction objective, à condition que les bruits soient faibles et que la loi physique choisie soit adéquate. Cette recherche de l'extremum est difficile dans le cas d'une fonction objective non-linéaire.

En pratique, l'extremum peut être très plat. On dit que le problème est mal-posé (*ill-posed*). Les causes sont diverses; on peut citer l'illumination imparfaite. Pour pallier à ces problèmes, un terme de régularisation peut être introduit dans la construction de la fonction coût (Tikhonov and Arsenin, 1977; Menke, 1984; Hansen, 2000; Asnaashari et al., 2013; Castellanos et al., 2014).

Le domaine des paramètres est souvent finement échantillonné. Par exemple, en 2D, un modèle avec 1000 points en position latérale x et 100 points en profondeur comporte au total 10^5 inconnues. De la même manière, le domaine des données est défini par le temps, les positions de sources et de récepteurs qui sont eux aussi composés d'un grand nombre d'échantillons. Par conséquent, la recherche directe de l'extremum global est difficile et coûteuse en puissance de calcul (Sen and Stoffa, 2013). On peut citer plusieurs approches qui ont été testées dans des problèmes inverses géophysiques : les méthodes de Monte Carlo (Jin and Madariaga, 1994; Sambridge and Mosegaard, 2002), les algorithmes génétiques (Gallagher et al., 1991; Sambridge and Drijkoningen, 1992; Jin and Madariaga, 1993) et le recuit simulé (*simulated annealing*, Ingber, 1989; Mosegaard and Vestergaard, 1991; Scales et al., 1992; Misra and Sacchi, 2008). Ces méthodes demandent de calculer la fonction objective un nombre très élevé de fois. On n'en utilise pas dans cette thèse.

On peut se contenter de chercher l'extremum avec des méthodes de gradient en partant d'un modèle initial assez proche du modèle exact, si la fonction coût est convexe et lisse dans un intervalle assez large (Beydoun and Tarantola, 1988; Pratt et al., 2008). Sinon (par exemple, dans le cas où les fréquences caractéristiques sont élevées), l'optimisation peut converger vers un minimum local et non global (Bunks et al., 1995). Parmi les méthodes qui calculent le gradient de la fonction objective, on peut citer les méthodes de plus grande pente (Lines and Treitel, 1984; Tarantola, 1984), du gradient conjugué non-linéaire (Fletcher and Reeves, 1964; Portniaguine and Zhdanov, 1999; Luo and Schuster, 1991), Gauss-Newton (Shin, 1988), quasi-Newton (Nocedal, 1980; Nash and Nocedal, 1991) et Newton ou Newton tronqué (Santosa et al., 1987; Pratt et al., 1998; Métivier et al., 2013). Ce sont les différentes manières d'approcher vers le minimum avec des directions et chemins différents, complétés par des informations sur la courbure.

Cette approche déterministe, moins coûteuse que l'approche globale, nécessite le

calcul du gradient de la fonction coût vis-à-vis des paramètres. Pour ce faire, la méthode de l'état adjoint (Chavent, 1974; Plessix, 2006; Chavent, 2009) s'avère être une méthode efficace. Par conséquent, notre travail utilise les méthodes de gradient calculé avec la méthode de l'état adjoint.

1.1.4 Inversion multi-paramètres

En théorie, on cherche tous les principaux paramètres qui régissent la propagation des ondes (on parle alors de l'inversion multi-paramètres) : vitesse des ondes P et S, densité, atténuation, anisotropie. Des stratégies de l'inversion multi-paramètres ont été proposées et étudiées par Operto et al. (2013), Prioux et al. (2013), He and Plessix (2017). Les différents paramètres peuvent s'interférer entre eux (*cross-talk*), c'est-à-dire qu'ils ont une signature couplée dans la réponse numérique. Une paramétrisation appropriée est essentielle pour réduire le phénomène de *cross-talk* (Operto et al., 2013; Zhou et al., 2015; He and Plessix, 2017).

1.1.5 Post-traitement et interprétation

Une fois que les paramètres sont reconstitués, on peut tenter de faire le lien avec le pétrophysique et de détecter des fluides. Par exemple, le rapport entre les vitesses des ondes P et S est un indicateur d'hydrocarbure (Tatham and Stoffa, 1976). D'autres paramètres mécaniques comme modules de Young et Poisson, calculés à partir des vitesses P et S, sont en corrélation avec la perméabilité et la porosité (Domenico, 1984). Les modèles donnés par l'imagerie sismique sont aussi combinés avec la connaissance géologique et les données diagraphiques (*logs*), par exemple soniques, rayon gamma et résistivité, afin de cartographier plus précisément l'ensemble des structures géologiques dans une zone (Mavko et al., 2009). Le post-traitement et l'interprétation ne sont pas inclus dans le cadre de ce travail.

Dans ce travail, nous avons choisi la loi de propagation acoustique pour la propagation d'onde, ce qui signifie que la seule inconnue est la vitesse de l'onde P, qu'on note $v(\mathbf{x})$, où $\mathbf{x} = (x, z)$ en 2D.

Maintenant que l'on a situé notre problème, dans la section suivante, nous allons donner un aperçu global des méthodes pour déterminer le modèle de vitesse des ondes P.

1.2 Présentation générale des méthodes de l'estimation du modèle de vitesse

Cette section introduit d'abord le principe de la séparation d'échelle, puis résume et regroupe les méthodes d'estimation du modèle de vitesse, afin de situer notre travail.

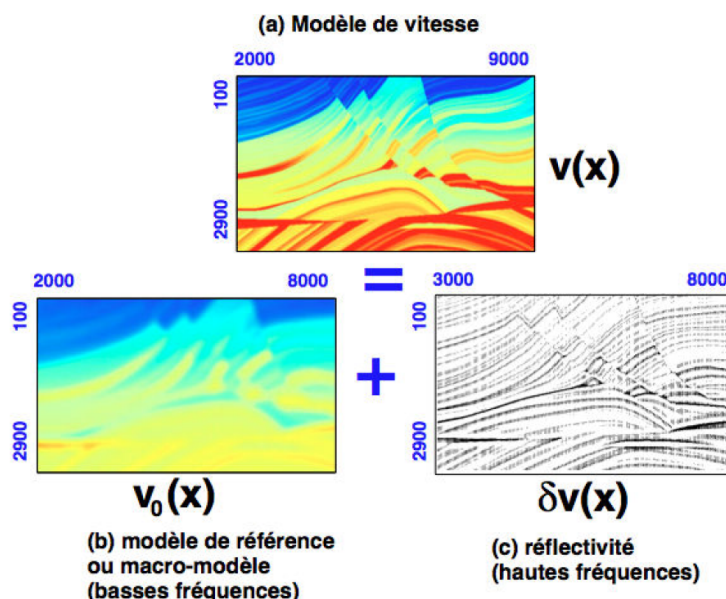


Figure 1.3: Décomposition du modèle de vitesse en macro-modèle (basse fréquence, obtenu par tomographie) et la réflectivité (haute fréquence, obtenue par migration). D'après [Billette, 1998](#).

1.2.1 Principe de la séparation d'échelle

Outre les méthodes qui cherchent à reconstruire le modèle de vitesse dans sa globalité (voir 1.2.2), l'obtention du modèle de vitesse peut aussi se faire en considérant deux échelles ([Claerbout, 1985](#); [Jannane et al., 1989](#)) :

- La composante lisse, à grande échelle, du modèle de vitesse contrôlant la cinématique de la propagation des ondes. On l'appelle le macro-modèle. On la note $v_0(\mathbf{x})$.
- A petite échelle, les changements rapides dans le modèle, apparentés à des discontinuités, entraînent des réflexions d'ondes. On les appelle les perturbations de vitesse. On la note $\delta v(\mathbf{x})$.

On peut écrire :

$$v(\mathbf{x}) = v_0(\mathbf{x}) + \delta v(\mathbf{x}). \quad (1.1)$$

où $\|\delta v\| \ll \|v_0\|$ (Figure 1.3). On définit aussi la réflectivité comme la perturbation de la lenteur au carré ($1/v_0^2$)

$$\xi(\mathbf{x}) = -\frac{2\delta v(\mathbf{x})}{v_0(\mathbf{x})^3}. \quad (1.2)$$

La séparation d'échelle est la base de beaucoup de méthodes d'imagerie sismique. Les algorithmes de migration permettent de retrouver un modèle de réflectivité δv ([Mora, 1989](#)). Or, ils supposent qu'on connaît *a priori* le macro-modèle v_0 , dont la détermination se réalise avec des approches tomographiques dans le domaine des données ([Bishop](#)

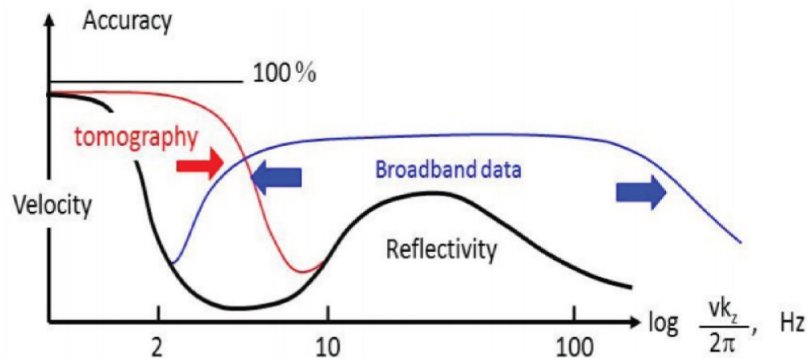


Figure 1.4: Progrès de la résolution atteinte par la tomographie et la migration d'après Lambaré et al. (2014), basé sur Claerbout (1985).

et al., 1985) ou dans le domaine image (Symes, 2008b). Par définition, la migration est un problème linéaire, tandis que l'estimation du macro-modèle ne l'est pas.

Claerbout (1985) (la courbe noire dans Figure 1.4) montre qu'en utilisant les ondes réfléchies seules, l'estimation du macro-modèle (*velocity* dans Figure 1.4) permet de trouver les contenus fréquentiels de 1-2 Hz, tandis que la migration (*reflectivity* dans Figure 1.4) reconstruit ceux de 10-100 Hz. Donc, dans la reconstruction du modèle de vitesse manque la partie des longueurs d'onde intermédiaire, ce qui entraîne la non-unicité des solutions (Jannane et al., 1989). Ce gap fréquentiel est aujourd'hui progressivement comblé (Nichols, 2012; Lambaré et al., 2014), grâce à des améliorations dans les méthodes d'estimation du macro-modèle (la courbe rouge et *tomography* dans Figure 1.4) et des progrès du système d'acquisition (la courbe bleue et *broadband data* dans Figure 1.4).

1.2.2 Classification des méthodes

Nous classons les différentes méthodes d'estimation du modèle de vitesse (Tableaux 1.2, 1.3, 1.4). Ces trois tableaux composent un tableau plus général et plus grand à l'origine, ici coupé pour plus de visibilité.

Pour chaque catégorie de méthodes, les références principales sont inscrites dans le tableau. L'objectif est de donner une vision globale. Ces tableaux sont commentés dans les parties suivantes.

Dans 1.3, nous allons traiter d'abord la méthode dite d'inversion des formes d'onde (*Full Waveform Inversion*, ou FWI) qui utilise le champ complet des données pour retrouver le modèle de vitesse (voir les références du Tableau 1.2).

Nous verrons dans 1.4 les méthodes de migration qui permettent de trouver la réflectivité pour un macro-modèle donné. Il existe des approches itératives et directes (voir les références du Tableau 1.3).

| Obtention de v | FWI | Theorie des rais (pointé) | Equation d'onde | |
|------------------------|-----|---------------------------|-----------------|--|
| | | | Réfléchies | Réfléchies+Transmises |
| Alternatives de la FWI | | | | Lailly (1983); Tarantola (1984) Pratt (1990); Pratt et al. (1998) Virieux and Operto (2009); Fichtner (2011) Bunks et al. (1995) Shipp and Singh (2002) Sirgue (2006) |
| | | | | Shin and Ho Cha (2009) Van Leeuwen and Mulder (2010) Méhivier et al. (2016) Bharadwaj et al. (2015) Luo and Schuster (1991) Wang et al. (2014); Luo and Sava (2011) Bozdag et al. (2011); Diaz and Sava (2015) Wu et al. (2014); Chi et al. (2014) Van Leeuwen and Herrmann (2013); Aghamiry et al. (2019) |

Table 1.2: Partie 1 (méthodes d'obtention du modèle de vitesse global) du tableau récapitulatif des catégories des méthodes et leurs références (non-exhaustives) présentées dans ce chapitre (voir les Tableaux 1.3, 1.4)

| | Theorie des rais (pointé) | Equation d'onde | |
|----------------------------|---|---|-----------------------|
| | | Réfléchies | Réfléchies+Transmises |
| Migration iterative | French (1975) Schneider (1978); Gray (1992) Beydoun and Mendes (1989) Thierry et al. (1999) Operto et al. (2000) Lambaré et al. (1992) Nemeth et al. (1999) Duquet et al. (2000) | Bamberger et al. (1988) Ehinger et al. (1996); Duquet (1996) Kühl and Sacchi (2003); Clapp et al. (2005) MacMechan (1983) Baysal et al. (1983); Biondi and Shan (2002) Mulder and Plessix (2004) Mulder and Leeuwen (2008); Gao and Symes (2009) Dai et al. (2012); Liu et al. (2013) Zhang et al. (2014); Xue et al. (2014) | |
| Obtention de δv | | Zhang et al. (2005) Zhang et al. (2007); Joncour et al. (2011) Op't Root et al. (2012); ten Kroode (2012) Qin et al. (2015); Hou and Symes (2015) Chauris and Cocher (2017) | |
| Migration directe | Beylkin (1985); Bleistein (1987) Jin et al. (1992); Lambaré et al. (1992) Lameloise et al. (2015) | | |

Table 1.3: Partie 2 (méthodes de migration) du tableau récapitulatif des catégories des méthodes et leurs références (non-exhaustives) présentées dans ce chapitre (voir les Tableaux 1.2, 1.4).

| | Theorie des rais (pointé) | Equation d'onde | |
|-----------|---|---|---|
| | | Réfléchies | Réfléchies+Transmises |
| Obtention | <p>Bishop et al. (1985); Farra and Madariaga (1988) Jacobs et al. (1992); Stork (1992) Lailly and Sinoquet (1996a); Liu (1997) Raynaud and Robein (1998); Červený (2005) Nguyen and Chauris (2008) Billette (1998) Lambaré (2008); Guillaume et al. (2013) Tavakoli F et al. (2017); Sambolian et al. (2019)</p> | <p>Zhao et al. (2000); Woodward et al. (2008) Lambaré (2008); Lambaré et al. (2014) Chavent et al. (1994); Plessix et al. (1995) Xu et al. (2012); Ma and Hale (2013) Brossier et al. (2015); Wu and Alkhalifah (2015) Chauris and Plessix (2012) Staal and Verschuur (2012)</p> | <p>Alkhalifah and Wu (2016)</p> |
| de v_0 | <p>Yilmaz (1987); Al-Yahya (1989) Symes and Carazzone (1991) Chauris et al. (2002); Liu (1997) Etgen et al. (2002) Biondi and Symes (2004) Sava and Biondi (2004)</p> | <p>Chauris and Noble (2001) Soubaras and Gratacos (2007); Li and Chauris (2017a) Yang and Sava (2011); Sava and Fomel (2006) Sava and Fomel (2003) Shen et al. (2003) Symes (2008b); ten Kroode (2012) Lameloise et al. (2015); Hou and Symes (2015) Chauris and Cocher (2017); Hou and Symes (2018)</p> | <p>Shen (2012) Shen (2013) Chauris et al. (2013) Lameloise and Chauris (2016)</p> |
| | <p>Analyse de vitesse par migration</p> | | |

Table 1.4: Partie 3 (méthodes d'obtention du macro-modèle) du tableau récapitulatif des catégories des méthodes et leurs références (non-exhaustives) présentées dans ce chapitre (voir les Tableaux 1.2, 1.3).

Dans 1.5, nous présenterons les méthodes d'estimation du macro-modèle (voir les références du Tableau 1.4) : les méthodes tomographiques (1.5.1.1) et l'analyse de vitesse par migration (1.5.2.4, MVA). L'incorporation des ondes transmises est mentionnée dans (1.5.1.1) pour la tomographie, et dans (1.6.2) pour l'analyse de vitesse par migration.

1.3 Méthodes d'obtention du modèle de vitesse utilisant l'ensemble des ondes

Cette section détaille la méthode de l'inversion des formes d'onde et ses variantes. Ces méthodes ont un point commun : trouver le modèle de vitesse par une fonction coût minimisant la différence entre l'ensemble des données observées et modélisées. L'idée est relativement ancienne et regagne la popularité grâce au progrès des puissances de calcul des ordinateurs modernes et grâce à une meilleure compréhension de l'approche. Nous donnons ici un aperçu du principe, des difficultés et des progrès de cette technique.

1.3.1 Inversion des formes d'onde

L'inversion des formes d'onde (*Full Waveform Inversion*, ou FWI) définit la fonction coût J qui mesure la différence entre les données calculées $d(v)$ et les données observées d^{obs} (Tarantola, 1984):

$$J(v) = \frac{1}{2} \|d(v) - d^{\text{obs}}\|^2. \quad (1.3)$$

La norme ici signifie l'intégration sur tous les sources, récepteurs et tout le temps. La résolution du problème inverse se fait de manière itérative (Virieux and Operto, 2009; Fichtner, 2011). Si cette méthode a été présentée par Lailly (1983), Tarantola (1984), elle a gagné de la popularité avec le progrès de la puissance de calcul. Cette méthode a son équivalent dans le domaine fréquentiel (Pratt, 1990).

La méthode devrait produire une image haute résolution, car elle utilise les données complètes. Le nombre d'onde \mathbf{k} au point diffractant \mathbf{x} en subsurface est lié à la fréquence ω et l'angle de diffraction θ par la relation (Devaney, 1982; Miller et al., 1987; Operto et al., 2000) :

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_r = \frac{\omega}{v(\mathbf{x})} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathbf{n}, \quad (1.4)$$

où \mathbf{k}_s est le nombre d'onde associé à la source, \mathbf{k}_r celui associé au récepteur; \mathbf{n} est le vecteur unitaire porté par $\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_r$ (Figure 1.5).

Cette méthode présente plusieurs problèmes détaillés dans la prochaine section.

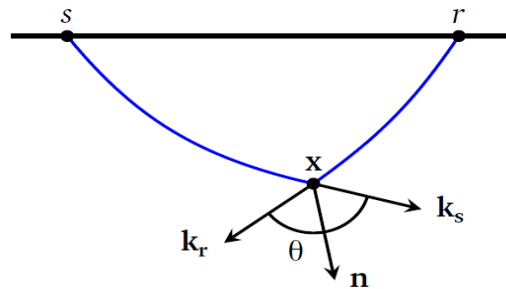


Figure 1.5: Relation entre les nombres d'onde et l'angle d'ouverture en un point de l'image (Devaney, 1982).

1.3.2 Problèmes de la FWI et ses alternatives

Comme mentionné dans la section 1.1.3, les méthodes globales de recherche du minimum sont difficilement réalisables, car on doit évaluer de nombreuses fois la fonction coût et que le problème direct est très coûteux. Si le modèle initial n'est pas très éloigné du modèle exact, on peut procéder à une recherche de minima locaux par la méthode du gradient. Cette étape passe par l'obtention du gradient de la fonction objective par rapport aux paramètres d'intérêt.

Le problème majeur dans cette recherche est le saut de phase (*cycle skipping*, Virieux and Operto, 2009). En effet, la fonction objective possède une multitude de minima locaux, parfois loin du minimum global, même en absence de bruit (Gauthier et al., 1986). On peut illustrer ce problème avec l'introduction de trois décalages différents pour les données modélisées (Figure 1.6a) : moins d'une demi-période (point rond), sans décalage (carré), et plus d'une demi-période (étoile). Les demi-périodes ici correspondent à une erreur de phase de π . Le premier correspond à une valeur de fonction coût suffisamment proche du minimum global pour y converger. Le deuxième est le minimum global. Le troisième n'est pas loin du minimum global, pourtant la convergence vers le minimum global est impossible : il existe un saut de phase. Quand on utilise une fréquence plus basse (Figure 1.6b), l'exigence sur le modèle initial est moins grande: le troisième cas présenté dans Figure 1.6a converge aussi vers le minimum global. Donc, une idée pour améliorer la FWI consiste à effectuer l'inversion plusieurs fois : la première fois avec de très basses fréquences, puis on augmente la fréquence à chaque fois (Bunks et al., 1995; Pratt et al., 1998; Shipp and Singh, 2002; Sirgue, 2006; Virieux and Operto, 2009; Wang et al., 2014).

Par conséquent, une bonne performance de l'inversion des formes d'onde nécessite l'acquisition des basses fréquences, voire très basses fréquences, c'est-à-dire inférieur à 1 Hz (Bunks et al., 1995; Pratt et al., 1996), qui ne sont guère acquises avec la technologie actuelle dans le contexte de l'exploration pétrolière (Díaz et al., 2013).

A cause des sauts de phases et du manque d'acquisition à basse fréquence, la FWI

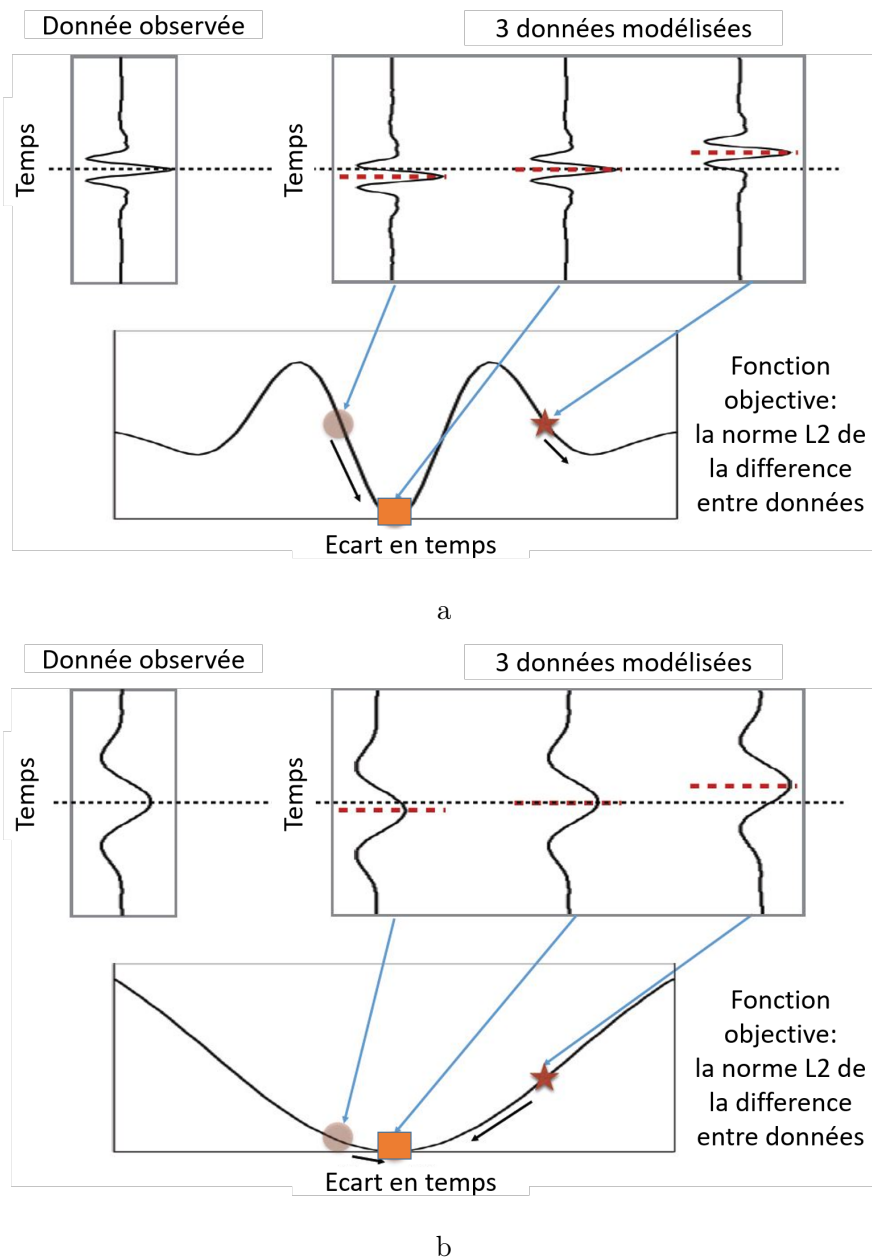


Figure 1.6: Illustration du problème de saut de phase. (a) L'optimisation par gradient (flèches noires) fait converger la fonction objective vers son minimum global (carré orange) quand l'écart entre données modélisées et observées est petit (rond rose). Quand cet écart est plus grand (étoile rouge), elle converge vers un autre minimum local. (b) La même que (a) sauf que l'on utilise une fréquence caractéristique plus basse et que l'on réussit à converger vers le minimum local en partant du troisième modèle. D'après [Li \(2018\)](#).

couplée à une méthode de gradient requiert un modèle initial suffisamment proche du modèle réel. Des alternatives consistent à définir d'autres fonctions coût pour augmenter la convexité du bassin d'attraction autour du modèle exact. Par exemple, on peut utiliser une fonction dite *bump* (Bharadwaj et al., 2015). On peut utiliser d'autres distances que la norme l_2 , par exemple la méthode du transport optimal (Métivier et al., 2016). Il existe des méthodes qui réussissent à construire des modèles lisses dans le domaine Laplace-Fourrier (Shin and Ho Cha, 2009). Donno et al., 2013 ont proposé la méthode d'intégration normalisée, qui procède à l'intégration des carrés des signaux, comme une accumulation d'énergie, ce qui donne une fonction coût plus convexe.

Dans le même état d'esprit, d'autres méthodes utilisent l'enveloppe du signal afin d'avoir moins d'oscillations (Bozdağ et al., 2011; Wu et al., 2014; Chi et al., 2014). Similairement, l'enveloppe de l'autocorrélation des données observées (Van Leeuwen and Mulder, 2010; Díaz and Sava, 2015) est une combinaison des deux approches précédentes. On peut également utiliser la cross-corrélation des données observées et modélisées comme fonction coût (Luo and Schuster, 1991; Wang et al., 2014). Elle atteint son maximum (et non minimum) pour modèle de vitesse correct. On peut mentionner aussi la DIW (*Dynamic Image Warping*), qui mesure la déformation entre les données observées et modélisées (Ma and Hale, 2013). La WRI (*Wavefield Reconstruction Inversion*, Van Leeuwen and Herrmann, 2013; Aghamiry et al., 2019) rajoute à la fonction objective de la FWI un terme de pénalité qui mesure la cohérence entre deux champs d'onde: celui modélisé à partir des sources et l'équation d'onde et celui trouvé à partir de la FWI classique.

Le phénomène de *cross-talk* est aussi susceptible d'apparaître pour les méthodes utilisant la corrélation, c'est-à-dire que certains événements qui ne correspondent pas à un réflecteur peuvent interférer et créer des minima locaux. On peut aussi utiliser la déconvolution à la place de la corrélation, ce qui donne une meilleure résolution (Luo and Sava, 2011) et moins sensible aux erreurs de l'ondelette source que la FWI (Warner and Guasch, 2014, 2015, 2016). Cette dernière s'appelle l'inversion de formes d'onde adaptative (*Adaptive Waveform Inversion*, ou AWI).

Ces méthodes alternatives diminuent la probabilité de sauts de phase mais produisent des modèles à résolution moindre que la FWI classique. Néanmoins, elles peuvent fournir un modèle de départ pour effectuer la FWI classique (Jiménez Tejero et al., 2015).

En pratique, l'obtention de structures larges à faibles nombres d'onde dans la partie proche de la surface est sensible aux basses fréquences et aux ondes transmises, surtout plongeantes (Shipp and Singh, 2002). A contrario, les ondes réfléchies et les hautes fréquences ont un impact essentiellement sur l'obtention de structures oscillantes à grands nombres d'onde dans la partie plus profonde (Mora, 1989), ce qui correspond au principe des méthodes de migration que l'on présente dans la prochaine partie.

1.4 Migration

La migration est l'ensemble des méthodes pour résoudre le problème linéarisé de la FWI présentée dans la section précédente. La recherche du minimum global peut être itérative ou directe. Ces deux approches sont présentées respectivement dans les sections 1.4.1 et 1.4.2.

1.4.1 Migration itérative

Sous l'approximation de Born, on peut linéariser la FWI en considérant que, dans la séparation d'échelle, le macro-modèle est fixé à $v_0(\mathbf{x})$. On détermine alors la fonction coût uniquement en fonction des perturbations de la vitesse δv (Ronen and Liner, 2000; Østmo et al., 2002). On appelle ce problème inverse l'inversion de formes d'onde linéarisée (*linearized waveform inversion*) ou migration itérative (*least-squares migration*). Sa résolution est linéaire et met à jour uniquement la partie à petites longueurs d'onde.

En pratique, pour ces méthodes, on peut faire plusieurs itérations ou une seule itération. En effet, lors de la première itération, le gradient de la fonction objective autour de $\delta v = 0$ équivaut à la cross-corrélation entre les champs d'onde des sources et des récepteurs, qui dépend du macro-modèle v_0 (Lailly, 1983; Tarantola, 1984; Østmo et al., 2002). On retrouve ici le concept de la condition d'imagerie (Claerbout, 1971). Dans ce concept, les interfaces sont les positions où un champ descendant coïncide avec un champ montant, en temps et en espace. En particulier, pour les méthodes de migration, le champ descendant est le champ des sources et le champ montant, celui des récepteurs.

Il existe plusieurs approximations de l'équation d'onde qui mènent à trois types de méthodes.

Les méthodes de rais utilisent l'approximation à haute fréquence. Parmi elles, les méthodes dites de rais+Kirchhoff ou de rais+Born considèrent uniquement les temps d'arrivées des ondes réfléchies (French, 1975; Schneider, 1978; Beydoun and Mendes, 1989; Jin et al. (1992); Lambaré et al. (1992); Thierry et al. (1999); Gray, 1992; Operto et al., 2000) : pour une source et un récepteur donnés, les points au sous-sol correspondant au temps de trajet enregistré d'une réflexion forment une courbe elliptique qu'on appelle isochrone. En traçant toutes les isochrones pour tous les points de source et récepteur, on retrouve les positions des réflecteurs. Ces méthodes sont efficaces pour des structures simples, mais imprécises pour les structures complexes avec des couches à fortes contrastes.

La migration *one-way* ou *wavefield extrapolation migration* (WEM) considère une approximation de l'équation d'onde selon l'axe vertical; les variations latérales sont localement négligées (Bamberger et al., 1988; Ehinger et al., 1996).

La migration *two-way*, ou *reverse time migration* (RTM) qui résout l'équation d'onde complètement, donc plus performante pour imager des structures complexes telles que les forts pendages (McMechan, 1983; Baysal et al., 1983; Biondi and Shan, 2002; Mulder and Plessix, 2004; Mulder and Leeuwen, 2008; Gao and Symes, 2009). Dans la méthode RTM, la cross-corrélation entre les champs sources et récepteurs définit l'opérateur de migration classique qui passe du domaine des données au domaine image. Il est l'adjoint (et non inverse) de l'opérateur de modélisation qui passe du domaine image au domaine des données (Claerbout, 1992). Par conséquent, à partir des images construites par la migration conventionnelle, on peut reproduire les positions des événements dans les données, mais l'amplitude n'est pas nécessairement conservée, même quand le macro-modèle est correct.

L'approche itérative consiste à ne pas se limiter à une seule itération, mais à minimiser itérativement la fonction objective de l'inversion de formes d'onde linéarisée. Cette approche a été implémentée dans la migration avec la théorie des rais (Lambaré et al., 1992; Nemeth et al., 1999; Duquet et al., 2000), dans la migration one-way (Duquet, 1996; Köhl and Sacchi, 2003; Clapp et al., 2005) et dans la migration two-way (Dai et al., 2012; Liu et al., 2013; Zhang et al., 2014; Xue et al., 2014).

Cette approche améliore considérablement la qualité des résultats (Nemeth et al., 1999; Østmo et al., 2002; Köhl and Sacchi, 2003; Zeng et al., 2017), mais consomme énormément de temps et de mémoire, vue la répétition des calculs (Zhou, 2016; Cocher et al., 2017). Des modifications telles que l'introduction des pré-conditionneurs ont été envisagées pour accélérer la convergence (Plessix and Mulder, 2004; Fomel, 2007; Dai et al., 2012; Cocher et al., 2017; Métivier et al., 2015).

1.4.2 Migration directe

L'approche, dite directe, consiste à trouver un opérateur inverse approximatif de l'opérateur de modélisation afin de migrer et conserver l'amplitude. Le principe est d'évaluer et d'appliquer l'inverse du Hessien (dérivée du second ordre) de la fonction objective sur son gradient (Ronen and Liner, 2000). Vue la complexité et la taille du Hessien, on utilise seulement une approximation basée sur des analyses asymptotiques. On peut appliquer un poids directement sur la fonction coût (Beylkin, 1985; Bleistein, 1987; ten Kroode, 2012; Hou and Symes, 2015) pour l'inversion en une itération. On peut appliquer comme un prédictionneur dans la migration itérative pour accélérer la convergence (Qin et al., 2015; Hou and Symes, 2016; Duprat and Baina, 2016; Cocher, 2017). L'inversion directe a été proposée dans les méthodes avec la théorie des rais (Beylkin, 1985; Bleistein, 1987; Jin et al., 1992; Lambaré et al., 1992; Lameloise, 2015), dans les méthodes one-way (Zhang et al., 2005; Zhang et al., 2007; Joncour et al., 2011) et dans les méthodes two-way (Op't Root et al., 2012; ten Kroode, 2012; Zhang et al., 2014; Hou and Symes, 2015; Lameloise and Chauris, 2014; Qin et al., 2015; Duprat and Baina, 2016; Chauris and Cocher, 2017).

Certaines méthodes demandent comme pré-requis un macro-modèle exact (Zhang et al., 2007; Zhang and Sun, 2009). D'autres méthodes n'ont pas cette exigence grâce à l'extention du domaine image par un paramètre supplémentaire (ten Kroode, 2012; Hou and Symes, 2015; Li and Chauris, 2017a), de sorte que la dimension du domaine image soit égale à la dimension du domaine des données.

Dans le cadre du domaine image étendu pour l'analyse de vitesse (voir section 2.4.2), ten Kroode (2012), Hou and Symes (2015), Qin et al. (2015), Chauris and Cocher (2017) proposent l'opérateur de l'inversion, développé grâce à la théorie des rais mais ne contient dans la formulation finale aucune quantité liée à cette théorie. Ce point a été expliqué dans Bleistein et al. (2005) par le fait que les facteurs de tracés géométriques sont astucieusement remplacés par un terme de changement de variable. On verra ce point en détail dans le chapitre 2.

1.5 Méthodes d'obtention du macro-modèle

Comme on vient de voir, les méthodes de migration reconstruisent la réflectivité en supposant un macro-modèle donné. L'estimation du macro-modèle (qui correspond au terme «tomographie» au sens large) est une autre étape (ces deux étapes forment un processus de mises à jour alternées). Il existe deux manières de l'estimer :

–La première consiste à revenir dans le domaine des données en calculant les données à partir de la réflectivité (l'image migrée), puis trouver un macro-modèle qui minimise une fonction coût concernant ces données modélisées (en général, la différence avec les données observées). On dit que ces méthodes ont été développées dans le domaine des données. Ces méthodes sont présentées dans la section 1.5.1.

–La deuxième manière consiste à rester dans le domaine de l'image (domaine image), et trouver un macro-modèle qui minimise une fonction coût mesurant certaines caractéristiques intrinsèques de l'image migrée elle-même. Ce sont les méthodes développées dans le domaine image. Ces méthodes sont présentées dans la section 1.5.2.

1.5.1 Méthodes d'obtention du macro-modèle développées dans le domaine des données

On a vu dans la section précédente les principes de la migration et de l'estimation du macro-modèle. Pour estimer le macro-modèle, la première approche, dite tomographique, utilise des versions asymptotiques de la fonction objective de la FWI. Cette section traite d'abord la tomographie des temps d'arrivées qui est la version simplifiée basée sur les temps d'arrivée. Ensuite, on verra les méthodes plus sophistiquées qui utilisent les formes d'onde au lieu des temps d'arrivées.

1.5.1.1 Tomographie des temps d'arrivées

La tomographie des temps d'arrivées utilise la théorie des rais basée sur l'approximation à haute fréquence de l'équation des ondes (Červený, 2005). La fonction de Green est alors considérée comme produit de trois termes (voir Chapitre 2, équation 2.23) : le premier caractérise la source ; le deuxième, l'amplitude ; le dernier, le temps d'arrivée. Seuls les temps d'arrivées (notés τ) de différents événements sont pris en compte dans la fonction objective :

$$J(v_0) = \frac{1}{2} \|\tau(v_0) - \tau^{\text{obs}}\|^2, \quad (1.5)$$

où $\tau(v_0)$ est le temps d'arrivées modélisées à partir d'un macro-modèle v_0 ; τ^{obs} est le temps d'arrivées pointé dans les données observées. Le temps du trajet satisfait l'équation d'Eikonal (Vidale, 1988; Podvin and Lecomte, 1991; Noble et al., 2014). Les temps d'arrivées sont soit associés aux données réfléchies soit aux données transmises.

La tomographie des premières arrivées utilise les ondes transmises, plus faciles à pointer que les ondes réfléchies. Elle est notamment appliquée en sismologie (Nolet, 1987; Zelt and Barton, 1998), en imagerie sismique de faible profondeur (Toomey et al., 1994), en imagerie entre les puits verticaux (Dines and Lytle, 1979; Peterson et al., 1985) et en imagerie entre les sources en surface et des récepteurs enterrés (Vi Nhu Ba, 2014).

Si la tomographie des ondes réfléchies suit le même principe (Bishop et al., 1985; Farra and Madariaga, 1988), le pointé des événements réfléchis est plus difficile car les signaux réfléchis sont en général faibles par rapport aux bruits dans les données. Les données peuvent être sommées (*stacked*, voir 1.5.2.1) pour améliorer le rapport signal sur bruit. On peut effectuer aussi une migration, pointer dans le domaine image puis revenir dans le domaine des données en effectuant la modélisation, aussi appelée *démigration* (Jacobs et al., 1992; Stork, 1992; Lailly and Sinoquet, 1996b; Liu, 1997; Raynaud and Robein, 1998; Nguyen and Chauris, 2008).

La stéréotomographie ajoute l'information sur les pentes des événements localement cohérents comme inconnues supplémentaires dans le problème inverse (Billette and Lambaré, 1998; Lambaré, 2008; Guillaume et al., 2013; Tavakoli F et al., 2017; Sambolian et al., 2019). L'avantage de cette approche est que l'on n'a pas besoin d'avoir un pointage continu couvrant tout l'espace des gathers, souvent difficile dans les méthodes tomographiques classiques. Le modèle de vitesse doit permettre de reconstruire à la fois les temps d'arrivées et les pentes des événements pointés.

Ces méthodes nécessitent en général des contraintes supplémentaires. Cela peut être l'introduction des données de puits (Le Stunff and Grenier, 1998), des données gravimétriques ou électromagnétiques (Lines et al., 1988) par exemple.

1.5.1.2 Tomographie utilisant des formes d'onde

Pour aller au-delà des temps d'arrivées, les méthodes ci-dessous utilisent les formes d'onde, avec la séparation d'échelle.

La méthode WETT (*Wave-Equation Traveltime Tomography*) est l'extension de la tomographie de temps d'arrivées classique en utilisant l'équation d'onde et donc une bande passante limitée (Zhao et al., 2000; Woodward et al., 2008; Lambaré, 2008; Lambaré et al., 2014). Elle produit des résultats plus réalistes que la tomographie classique, mais pouvant être biaisés par des erreurs dans l'évaluation des sources sismique (Van Leeuwen and Mulder, 2010).

La RWI (*Reflected Waveform Inversion*, Xu et al., 2012; Ma and Hale, 2013; Brossier et al., 2015; Wu and Alkhalifah, 2015) et la MBTT (*Migration-Based Traveltime Tomography*, Chavent et al., 1994; Plessix et al., 1995) sont deux dénominations de la même méthode. Dans un premier temps, elle reconstruit la réflectivité en utilisant seulement les courts offsets dans la fonction coût qui mesure la différence entre données modélisées et données observées. A partir de cette réflectivité, les traces sismiques sont ensuite modélisées pour tous les offsets et comparées avec les données observées. La migration est effectuée à chaque fois que les mises à jour itératives du macro-modèle convergent. La RWI peut s'étendre au modèle élastique (Guo and Alkhalifah, 2016) ou aux multiples (Staal, 2015; Zhou, 2016).

La JFWI (*Joint Full Waveform Inversion*, Zhou et al., 2015) rajoute à la précédente méthode l'inversion des ondes transmises, qui permettent de reconstruire la partie superficielle du modèle avec une meilleure résolution. Alkhalifah and Wu (2016) a proposé une idée similaire avec une fonction coût différente.

La DWI (*Differential Waveform Inversion*, Chauris and Plessix, 2012; Chauris and Plessix, 2013) reconstruit la réflectivité pour une source fixée. Partant de cette réflectivité, on modélise la trace sismique qui correspond à la source suivante. Les données modélisées sont comparées avec les données réelles. La mesure de leurs différences permet de mettre à jour le macro-modèle. On réitère cette procédure pour les sources suivantes. Cette méthode a l'avantage de pouvoir prendre en compte les multiples de surface. On remarque que la RWI migre avec des sources à petits offsets et démigre pour toutes les sources, alors que la DWI, quant à elle, migre avec une source puis démigre pour la source suivante.

La JMI (*Joint Migration Inversion*, Staal and Verschuur, 2012) peut prendre en compte les multiples internes. Toujours en calculant la différence entre données modélisées et données observées, cette méthode utilise l'amplitude de cette différence pour mettre à jour la réflectivité, et utilise sa phase pour mettre à jour le macro-modèle.

1.5.2 Méthodes d'obtention du macro-modèle développées dans le domaine image

Dans la section précédente, la différence entre les données observées et les données modélisées sert de critère pour mesurer la qualité du macro-modèle. Dans cette section, la qualité du macro-modèle sera mesurée par certaines caractéristiques de l'image migrée.

Nous présentons d'abord l'analyse de vitesse dans le traitement classique. La mesure du macro-modèle est la focalisation de l'image en temps. Cette méthode a inspiré les méthodes d'analyses de vitesse par migration qui mesurent la focalisation de l'image en profondeur. Nous présenterons ces dernières dans un deuxième temps.

1.5.2.1 Analyses de vitesse dans le traitement sismique classique

La NMO (*Normal Move Out*) trie les traces sismiques en fonction du point milieu commun (des gathers CMP, *common mid-point*) entre sources et récepteurs, en supposant que les réflecteurs sont horizontaux et que le macro-modèle est très lisse. Les réflexions sont caractérisées par une forme hyperbolique sur le gather CMP. Un macro-modèle correct permet d'aplatir les hyperboles pour une focalisation optimale (Yilmaz, 1987).

En pratique, les gathers CMP ne contiennent pas seulement des hyperboles. On analyse un spectre de vitesse produit à partir du calcul de cohérence dans une fenêtre le long des tracés hyperboliques correspondant à une gamme de vitesse. Une fois qu'un profil de vitesse est trouvé pour aplatir les hyperboles en lignes horizontales, on fait la somme des traces le long de ces lignes horizontales du gather CMP pour obtenir une image dans le domaine (x, t) . Cette action de sommation s'appelle *stack*. Cette analyse de vitesse peut aussi se faire grâce à la transformée de Radon hyperbolique itérative (Hu et al., 2013; Nikitin et al., 2017; Gholami and Zand, 2017; Gholami and Sacchi, 2017; Gholami and Farshad, 2019).

Le *stack* et ces profils de vitesse ne prennent pas en compte les pendages des réflecteurs. La méthode DMO (*Dip Move Out*) vient en complément pour les réflecteurs pentés (Yilmaz, 1987).

On peut effectuer la tomographie de réflexion (voir 1.5.1.1) dans ce cas. On peut aussi effectuer une migration *post-stack* ou *zero-offset* en temps ou en profondeur, différente de la migration de la section 1.4 qui est la migration *pre-stack*.

Nous ne détaillerons pas les méthodes de migration *post-stack* qui ne font pas l'objet de cette thèse. Néanmoins, ce schéma d'imagerie est largement utilisée dans l'industrie et a inspiré les méthodes présentées dans les sections suivantes 1.5.2.2, 1.5.2.3 et 1.5.2.4.

1.5.2.2 Principe de l'analyse de vitesse par migration

L'analyse de vitesse par migration (*Migration Velocity Analysis*, ou MVA) est inspirée de la méthode précédente mais elle peut s'appliquer à des structures géologiques beaucoup plus complexes. Elle introduit un paramètre redondant dans le domaine image (Al-Yahya, 1989). L'ajout de dimensions égalise les dimensions des domaines de données et d'image, ce qui permet de ne pas perdre d'information dans le problème inverse.

À des positions en surface données, on obtient des images en profondeur qui dépendent du paramètre ajouté, appelée CIGs (*Common Image Gathers*). Leurs représentations ont pour axe vertical la profondeur, et pour axe horizontal, le paramètre en question, typiquement l'offset en surface ou la position du point de tir. Ils doivent montrer des événements horizontaux lorsque le modèle de vitesse est correct, car les images obtenues en migrant les différents sous-ensembles doivent être cohérents, ce qui revient à l'indépendance du modèle vis-à-vis du paramètre.

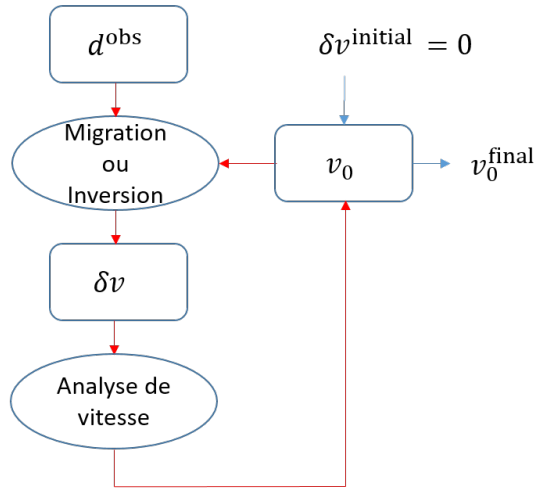
On peut ainsi définir une fonction coût dans le domaine image qui mesure de la cohérence des CIGs. Il existe des méthodes avec pointés sur les CIGs (Chauris et al., 2002, Chauris et al., 2018, Biondi and Sava, 1999). Les méthodes sans pointé mesurent directement l'énergie de l'image migrée (Toldi, 1989; Soubaras and Gratacos, 2007). La méthode DSO (*Differential Semblance Optimization*, Symes and Carazzone, 1991) calcule la différence d'amplitudes entre deux CIGs adjacents. A la place de la différence, on peut aussi calculer leur corrélation (Perrone et al., 2015). Le gradient de cette fonction coût par rapport au macro-modèle fournit la direction de la mise à jour de ce dernier.

Il existe trois manières de mettre à jour respectivement le macromodèle et la réflectivité. La première comporte une seule boucle (Figure 1.7a): à partir du macro-modèle nouveau, on effectue une seule itération de migration, puis le calcul du nouveau gradient et ainsi de suite. La deuxième, dite analyse de vitesse par migration itérative, comporte deux boucles (Figure 1.7b): chaque fois que le macro-modèle est mis à jour, on effectue plusieurs itérations de migration (voir 1.4.2), afin de conserver l'amplitude des données. Dans la troisième, l'introduction de l'opérateur d'inversion permet de réduire cette tâche à une seule itération, donc on revient à un schéma à une seule boucle (Figure 1.7a).

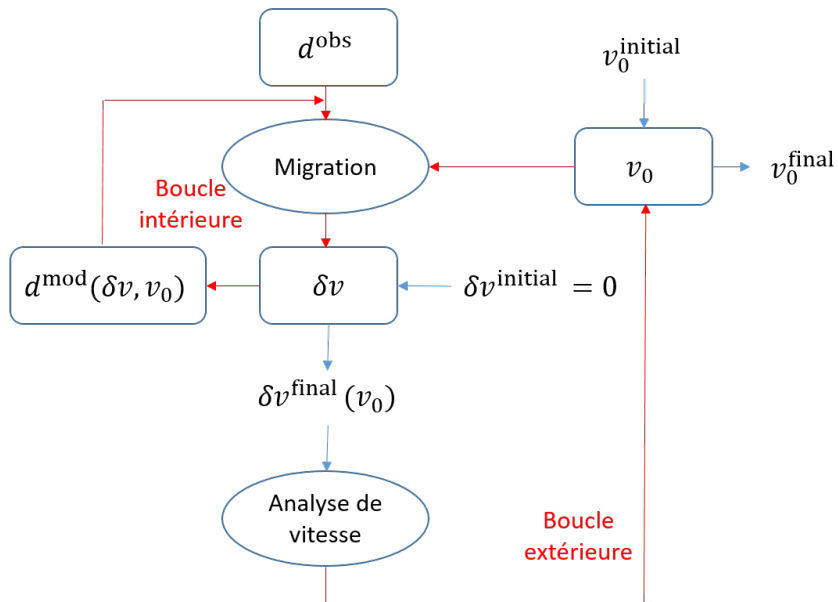
1.5.2.3 Méthodes avec pointé dans le domaine image

Chauris et al., 2002 proposent une alternative à la stéréotomographie (1.5.1.1) dans le domaine image. Il s'agit de pointer dans le domaine image les événements localement cohérents et leurs pentes. Au lieu de revenir dans le domaine des données, l'idée est de trouver le macro-modèle qui aplatit ces pentes dans le domaine image. Similairement, Liu (1997) propose le pointé d'événements continus dans le domaine image. Dans Etgen et al. (2002), des fenêtres autour des horizons dans les données migrées sont extraites et des analyses de semblance sont menées.

La méthode dite DRM (*Differential Residual Migration*, Biondi and Sava, 1999)



a



b

Figure 1.7: Schémas de l'analyse de vitesse par migration : (a) une seule boucle avec une seule itération de migration ou avec l'approche directe; (b) deux boucles, avec la migration itérative.

effectue la migration du résidu dans le domaine de fréquences-nombre d'onde (*migration résiduelle de Stolt*, Stolt, 1978). En effet, il existe une relation entre l'opérateur de migration et le rapport de vitesses testée et exacte (Al-Yahya, 1989). Les pointés des maxima sur la carte de semblance permet d'obtenir le rapport de vitesse optimal. On calcule la perturbation de l'image différentielle linéarisée pour l'optimiser. Cette méthode permet d'éviter le problème de saut de phase. L'opérateur associé à cette migration résiduelle applique différentes rotations de phase à l'image pour différents angles de réflexion et pendage (Sava and Biondi, 2004).

1.5.2.4 Méthodes sans pointé

Dans cette thèse, ce sont les méthodes sans pointé qui sont utilisées. Je vais les détailler dans cette section. Ce sont les méthodes de MVA au sens strict.

Analyse de vitesse par migration orientée surface

Les premières idées de l'optimisation de la semblance différentielle (*differential semblance optimization*, ou DSO) étaient orientées surface (Chauris and Noble, 2001). Elles effectuent la migration d'un sous-ensemble de données en fonction d'un paramètre lié aux positions de sources et récepteurs. Les CIGs sont donc triés par point de tir commun ou par offset commun (Figure 1.8). La méthode qui utilise l'énergie de l'image migrée (ou critère de semblance, Soubaras and Gratacos, 2007) n'a pas nécessairement une fonction coût assez convexe en fonction du macro-modèle (Chauris and Noble, 2001) malgré sa robustesse par rapport au bruit: on peut atteindre un maximum local qui n'est pas global.

Le critère de semblance différentielle consiste à dériver le CIG en fonction du paramètre redondant. L'évaluation de la fonction objective est sensible au bruit (Symes and Carazzone, 1991; Mulder and ten Kroode, 2002; Chauris and Noble, 2001). Or, vu que les CIGs sont construits à partir des sous-ensembles de données, le rapport signal sur bruit est plus faible. Pour la même raison, des artefacts peuvent apparaître dans les CIGs pour un champ d'onde complexe, à cause de la triplication des champs d'onde (Nolan and Symes, 1996; Prucha et al., 1999; Xu et al., 2001; Stolk and Symes, 2004). Les CIGs peuvent être non-horizontaux pour le bon modèle de vitesse. Ces artefacts cinématiques peuvent parfois être de la même amplitude que les événements et empêcher de reconstruire les réflecteurs.

Comme expliqué plus haut (sections 1.4.2 et 1.5.2.2), l'opérateur de migration classique peut être remplacé par celui d'inversion pour obtenir directement une image de réflectivité qui conserve l'amplitude des données. Ces méthodes sont appelées «l'analyse de vitesse par inversion» (*inversion velocity analysis*, IVA). Li and Chauris (2017a) a développé un opérateur d'inversion développé dans le domaine étendu par les positions sources.

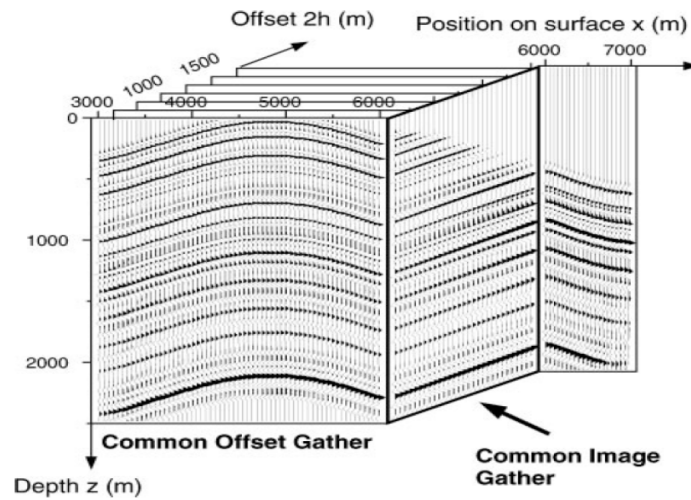


Figure 1.8: Résultat 2D obtenu en migrant chaque classe d'offsets en surface indépendamment. Un exemple de CIG est à la position en surface $x = 6200$ m. L'horizontalité des événements montre que la vitesse testée est correcte. D'après [Chauris et al., 2002](#).

Analyse de vitesse par migration orientée profondeur

On remarque que dans les méthodes orientées surface citées plus haut, le paramètre de redondance ne dépend que des paramètres d'acquisition, par exemple l'offset en surface. Le schéma de migration souffre du problème de triplication des champs d'onde ([Stolk and Symes, 2004](#)). L'idée des méthodes orientées profondeur est donc d'introduire une variable indépendante des paramètres d'acquisitions, par exemple le délai temporel ([Yang and Sava, 2011](#); [Sava and Fomel, 2006](#)), le délai spatial ([Shen et al., 2003](#)), ou encore l'angle de diffraction ([Sava and Fomel, 2003](#); [Biondi and Symes, 2004](#)). L'image migrée, avec ces dimensions supplémentaires, est appelé le modèle étendu (*extended domain*). On verra ces notions plus en détails dans le Chapitre 2.

Dans ce travail, on s'intéresse uniquement au délai spatial en profondeur ([Symes, 2008b](#)), aussi appelé *subsurface offset* ou *space lag*. Cette dernière appellation sera retenue pour la suite pour distinguer de l'offset en surface. On considère souvent uniquement un space lag horizontal ($\mathbf{h} = (h, 0)$ en 2D), ce qui rappelle le principe de sources et récepteurs enfouis (*sinken-survey*), énoncé par [Claerbout \(1971\)](#). La configuration est illustrée par la Figure 1.9. Dans certaines configurations géologiques complexes, la qualité des CIGs peut se détériorer en fonction du pendage. On peut définir le space lag en 2D dans ce cas.

Dans ce cas, les CIGs sont alors dans le plan (h, z) pour des valeurs de x fixés. Comparé aux CIGs dans la méthode d'offset en surface commun, pour un modèle de vitesse correct, ces nouveaux CIGs n'ont pas une apparence plate, mais ils se focalisent

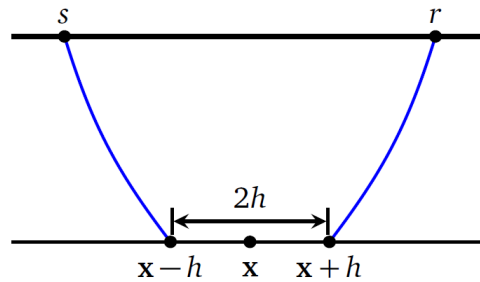


Figure 1.9: Introduction du *space lag* h dans l'image migrée (d'après Cocher, 2017)

autour de $h = 0$. Par conséquent, pour trouver le macro-modèle, on utilise des fonctions coût qui mesurent la focalisation de l'énergie sur les CIGs, notamment la semblance différentielle (DSO, Symes and Carazzone, 1991; Symes, 2008b). Malgré cette différence, toutes les méthodes d'analyses de vitesse utilisent le concept de focalisation qui s'exprime différemment selon le paramètre introduit.

Les méthodes de l'IVA développées dans le domaine étendu par l'offset en profondeur ont été développées par ten Kroode (2012), Lameloise (2015), Hou and Symes (2015); Chauris and Cocher (2017); Hou and Symes (2018).

Gradient de la fonction coût

Le calcul du gradient de la fonction coût par rapport à la vitesse du macro-modèle fait appel à la méthode de l'état adjoint (Fichtner et al., 2006; Plessix, 2006; Lameloise and Chauris, 2014; Yang and Sava, 2015). Comparée à la modélisation, ce calcul est aussi coûteux (pour l'opérateur de migration classique) ou deux fois plus coûteux (pour l'opérateur d'inversion), puisque certaines quantités doivent être recalculées (voir sections 2.4.1 et 2.4.2).

La Figure 1.10 montre des CIGs et gradients correspondant aux trois cas de modèle homogènes où la vitesse est respectivement sous-évaluée, correcte et sur-évaluée. On remarque que les CIGs présentent des sourires de migration (surtout dans les deux premiers cas) qui se traduisent par des signes incohérents sur le gradient, alors que ce dernier est calculé correctement. En effet, on s'attend à ce que le gradient soit négatif quand la vitesse est sous-évaluée, positif quand elle est sur-évaluée.

En plus, le gradient présente des artefacts aux bords qui ne sont pas dus à la méthode de l'état adjoint, mais à la formulation de la fonction coût (Vyas et al., 2010; Fei and Williamson, 2010; Cocher, 2017). Par conséquent, on applique en général un lissage avant de mettre à jour le macro-modèle, du moins dans les premières itérations (Lameloise and Chauris, 2016).

On constate aussi un changement de signe au niveau du réflecteur et aux limites hor-

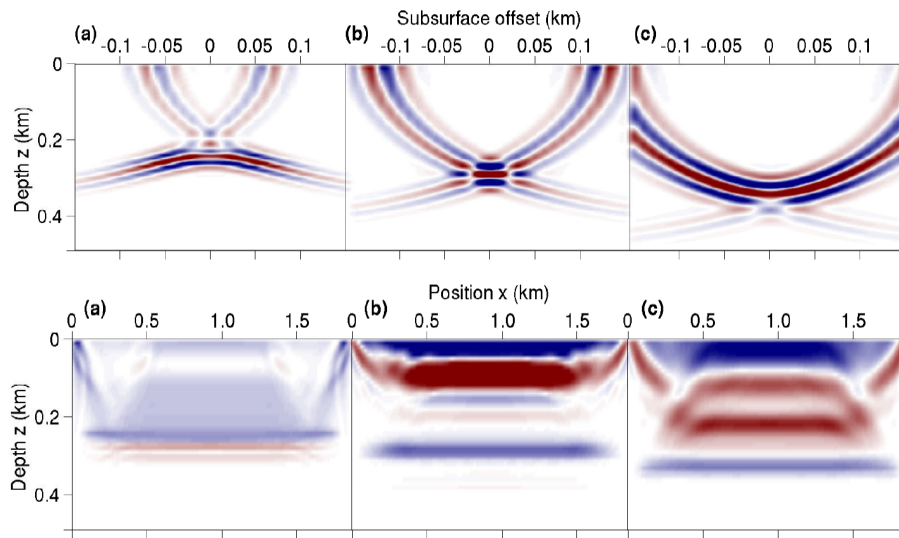


Figure 1.10: CIGs (en haut) et gradient (en bas) obtenus par migration classique pour trois modèles de vitesse homogènes différents : (a) 1700 m/s, (b) 2000 m/s, (c) 2300 m/s; la vitesse exacte étant 2000 m/s. D’après [Lameloise, 2015](#).

izontales du modèle. Le problème vient du fait que la migration est très loin d’une inversion ([Symes, 2015](#)). L’opérateur de l’inversion au sens asymptotique a été mentionné dans la section 1.4.2 et sera détaillé dans la section 2.4.2 où l’on verra que l’inversion apporte des améliorations très bénéfiques sur le gradient.

Une technique pour obtenir moins d’artefacts autour du réflecteur est appliquer un déphasage de 90° à l’image migrée en la dérivant par rapport au space lag h ([Fei and Williamson, 2010](#)), mais la raison de son succès reste obscure. Une des explications fait le rapprochement avec la contraction de CIGs dans la direction du space lag h ([Shen and Symes, 2015](#)), ce qui focalise plus d’énergie au centre. A noter qu’après l’introduction de ce déphasage, le gradient obtenu ne correspond plus à celui d’une fonction objective. Pour des modèles plus complexes, cette technique ne fonctionne pas toujours pour des anomalies lentes ([Chauris and Cocher, 2017](#)).

Dans le cadre de l’IVA, la Figure 1.11 montre les CIGs et gradients résultant de la migration directe ([Lameloise, 2015](#)), à comparer avec la migration classique de la Figure 1.10. On voit que cette modification réduit considérablement les sourires de migration qui sont présents dans la migration classique, ce qui fait que les gradients sont plus homogènes et cohérents avec les écarts de vitesses des trois cas respectifs. Cette modification corrige donc le biais présent dans la fonction coût de la semblance différentielle et le rend plus convexe.

Dans [Chauris and Cocher \(2017\)](#), pour les modèles simples, les oscillations dans le gradient autour de l’interface sont presque éliminées grâce à l’introduction d’un terme

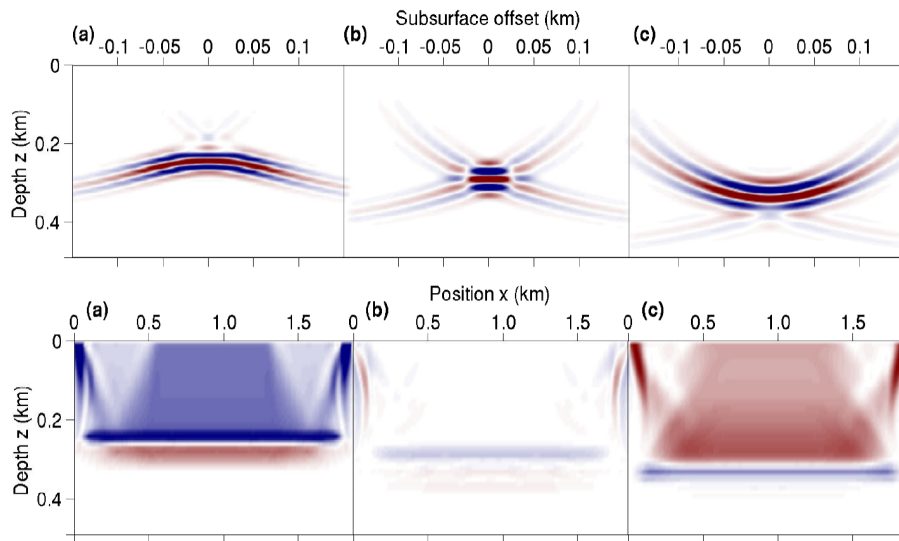


Figure 1.11: Le même que la Figure 1.10 pour la migration quantitative. D’après Lameloise, 2015.

(une puissance de vitesse plus précisément) dans la fonction coût de la semblance différentielle (Figure 1.12).

Similairement à l’étape de la migration pour retrouver la réflectivité, la connaissance du Hessien de la fonction objective de la DSO pourrait accélérer les itérations pour retrouver le macro-modèle. Pour le moment, ce calcul est encore en dehors de notre portée numérique. On peut néanmoins estimer la diagonale du Hessien (Liu et al., 2014; Shen and Symes, 2015; Soubaras and Gratacos, 2017).

1.6 Motivations et organisation de la thèse

Dans les sections précédentes, j’ai présenté les différentes méthodes d’obtention du modèle de vitesse selon différents axes. Dans le cadre de la séparation d’échelle et de la propagation acoustique à densité constante, j’ai détaillé les méthodes d’obtention du macro-modèle. Cette thèse traite les deux méthodes développées dans le domaine image : MVA et son extension IVA.

Je présente ici les motivations, l’organisation de la thèse et mes principales contributions.

Le premier objectif est *étudier l’impact des paramètres utilisateurs sur les résultats de l’IVA* qui s’avère considérable. Il est nécessaire d’avoir des règles pour choisir ces paramètres un point de vue pratique.

Le deuxième objectif est *trouver une stratégie optimale pour incorporer et utiliser*

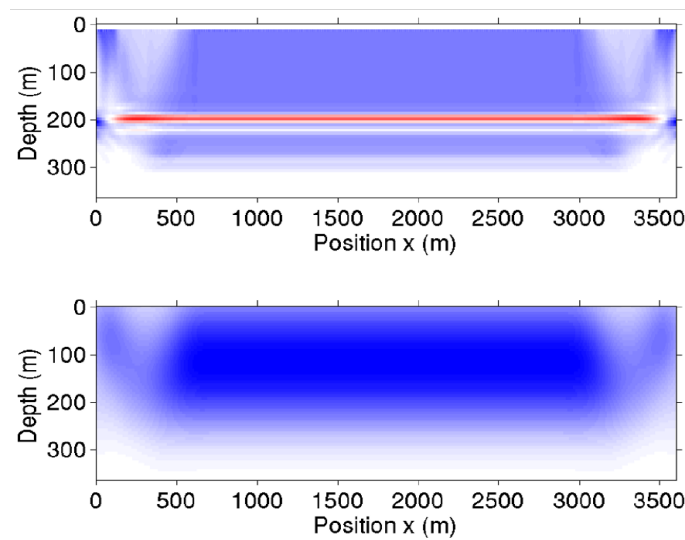


Figure 1.12: Un exemple de gradients obtenus par la méthode d’analyse de vitesse par inversion, pour une vitesse testée inférieure à la vitesse exacte, avec la fonction coût classique (en haut) et avec la fonction modifiée (en bas). D’après [Chauris and Cocher \(2017\)](#).

les ondes transmises dans la MVA en plus des ondes réfléchies. En effet, les ondes transmises sont plus énergétiques que les ondes réfléchies et sont utilisées dans les méthodes telles que la FWI et la tomographie classique. Il est intéressant de les inclure dans la MVA aussi.

Le troisième objectif est *appliquer sur un jeu de données réelles et élaborer une chaîne de traitement pour obtenir un résultat optimal*. En effet, les données réelles présentent de nombreux défis pour l’utilisation de la MVA, qui ont été rarement traités dans la littérature.

Il est important de noter que *la réduction du coût numérique de ces méthodes ne fait pas l’objet de ce travail*. Ce défi reste à traiter dans le futur.

1.6.1 Impact des paramètres utilisateurs sur les résultats de l’IVA

On applique ici l’IVA sur un cas simple en 2D avec modèle de vitesse homogène et un réflecteur horizontal à une profondeur z_e . On constate que, lorsqu’on diminue la gamme de l’offset en surface (H_{\max}), la qualité du gradient se dégrade, voire change de signe (Figure 1.13).

Cette situation correspond à des vitesses inférieures à la vitesse exacte. On observe que le signe du gradient et la courbure apparente du CIG central s’inversent avec la diminution de H_{\max} .

Nous verrons aussi dans le Chapitre 3 qu’en maintenant le reste des paramètres in-

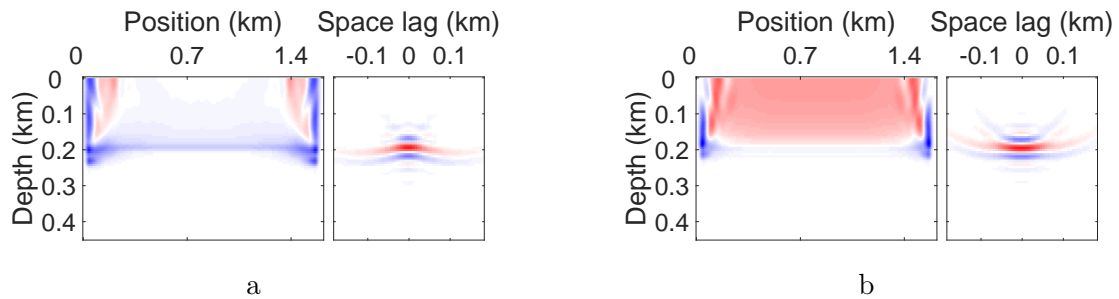


Figure 1.13: Les gradients et les CIG pour des valeurs maximales de l'offset H_{\max} en surface de plus en plus petites : à gauche (a) $H_{\max} = 236$ m; à droite (b) $H_{\max} = 118$ m. Le macro-modèle homogène exact $v_e = 3000$ m/s. Vitesse du macro-modèle testée $v_0 = 2500$ m/s. Le reste des paramètres est identique. On s'attend à une valeur négative (bleu) comme à gauche. D'après [Zhou et al. \(2019a\)](#).

changés, la diminution de la gamme de space lag peut dégrader aussi la qualité du gradient jusqu'à l'inversion de signe dans certains cas.

Dans ce travail, nous allons d'abord illustrer davantage ces phénomènes. Ensuite, nous allons comprendre d'un point de vue théorique sur les modèles simples. Nous allons établir des règles pratiques pour choisir les nombres d'offset en surface et de space lag pour garantir un gradient cohérent, donc une mise à jour du macro-modèle correct.

1.6.2 Stratégies d'utilisation des ondes transmises dans la MVA

Dans l'analyse de vitesse par migration classique, les ondes transmises sont enlevées au préalable même si elles ont une énergie importante (Figure 1.2) et qu'elles contiennent aussi des informations sur le modèle de vitesse ([Mulder and Leeuwen, 2008](#)). En effet, elles sont même des éléments essentiels dans la FWI. Par rapport à FWI, l'avantage de la MVA des ondes transmises est que les données à très basses fréquences, difficiles à acquérir, ne sont pas nécessaires pour l'estimation du macro-modèle. Les premières idées qui prennent en compte les ondes transmises dans la MVA ont été proposées par [Shen \(2012\)](#), [Shen \(2013\)](#), [Chauris et al. \(2013\)](#), [Lameloise and Chauris \(2016\)](#). On applique la migration sur le champ d'onde complet ou la partie qui contient majoritairement des ondes transmises. Il est important de noter qu'on n'utilise pas strictement l'approximation de Born dans ce cas. Par conséquent la «réflectivité» trouvée par la migration n'a pas de sens physique. Mais la focalisation de cette réflectivité au sens large permet toujours de mesurer la qualité du macro-modèle, en utilisant la même fonction objective que la MVA. Cette application apporte des informations supplémentaires pour mettre à jour la partie peu profonde du modèle.

Lameloise and Chauris (2016) a montré que dans la configuration cross-well (Figure 1.1c), les ondes transmises apportent une illumination meilleure et complémentaire à celle des ondes réfléchies. Ils proposent d'utiliser d'abord les ondes transmises pour avoir un macro-modèle proche de l'exact, puis de raffiner le modèle en utilisant les ondes réfléchies.

Dans cette thèse, on continue les travaux de Lameloise et al., 2015 sur les études des ondes transmises en appliquant la MVA et l'IVA sur des données complètes acquises en surface. On compare les résultats de plusieurs stratégies.

1.6.3 Application de la MVA sur données réelles

La MVA et ses extensions ont été peu appliquées sur données réelles : Symes and Carazzone (1991); Chauris and Noble (2001); Mulder and ten Kroode (2002); Shen and Symes (2008); Mulder (2014); Weibull and Arntsen (2014); Sun and Alkhalifah (2017). Ces expérimentations ont été menées dans des modèles relativement réduits et structurellement simples. Outre le coût numérique élevé, ce manque d'expérience est dû à deux causes :

- La MVA classique présentait des artefacts qui donnaient des gradients du macro-modèle peu utilisables car incohérents avec les écarts de vitesse, même s'ils sont mathématiquement corrects. Ces artefacts ont été depuis atténués par l'IVA.
- Les données réelles présentent des éléments qui pourraient perturber l'application de la MVA (ondes transmises, bruits), même après le pré-traitement.

Pour obtenir un modèle de vitesse correct à partir d'un jeu de données réelles, on propose ici un schéma de travail (*workflow*) à appliquer, en tenant compte des deux points précédents (choix de paramètres utilisateurs et ondes transmises).

1.6.4 Organisation de la thèse

Cette thèse est organisée de manière suivante:

- Le Chapitre 2 présente en détail la théorie des méthodes d'obtention du macro-modèle. On commence par la FWI, puis on présente les méthodes tomographiques et enfin les méthodes d'analyse de vitesse par migration.
- Le Chapitre 3 traite des choix des paramètres utilisateurs dans l'analyse de vitesse par migration.
- Le Chapitre 4 étudie les différentes stratégies pour incorporer et combiner les données transmises et réfléchies dans l'analyse de vitesse par migration.
- Le Chapitre 5 est une application à un jeu de données réelles. Les conclusions du Chapitre 3 sont mises en œuvre.
- Le Chapitre 6 récapitule les principales conclusions des chapitres précédents et propose des perspectives pour les futurs travaux.

1.6.5 Contributions

Ma première contribution consiste à approfondir l'étude quantitative des artéfacts dans l'analyse de vitesse par migration appliquée aux ondes réfléchies. Il s'agit d'identifier les portions différentes dans les CIGs et de prédire le comportement de la convergence de la méthode par gradient selon les paramètres utilisateurs choisis. En effet, les gradients sont correctement calculés, mais ne sont pas toujours cohérents avec ce qu'une approche tomographique prévoit. J'ai établi deux règles à usage pratique qui les concernent, afin de garantir la cohérence des gradients du macro-modèle.

Ma deuxième contribution est une meilleure incorporation et utilisation des ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration. En effet, je suis allé au-delà des travaux précédents pour examiner les différentes stratégies d'intégrer les ondes transmises dans la méthode.

Ma troisième contribution consiste à appliquer l'analyse de vitesse par migration sur un jeu de données d'une zone géologique plus complexe que les études précédentes. Non seulement les conclusions du chapitre 3 ont été appliquées sur ce jeu de données, en plus, d'autres défis spécifiques à la qualité des données réelles ont été relevés. Finalement, j'ai obtenu un modèle de vitesse qui est cohérent et géologiquement plausible, même si de nombreuses améliorations restent possibles.

Mes contributions peuvent être trouvées en détail dans la liste des publications ci-dessous:

- Chauris, H., Zhou, T., Cocher, E. and Li, Y. [2018] Examples of asymptotic analysis for understanding and building seismic wave-equation imaging tools. In: *80th EAGE Conference & Exhibition 2018 Workshop Programme*
- Zhou, T., Chauris, H. and Audebert, F. [2019a] Optimal Surface and Subsurface Parameters for a Successful Migration Velocity Analysis. In: *81st EAGE Conference and Exhibition 2019*
- Zhou, T., Chauris, H. and François, A. [2019c] Impact of user parameters in migration velocity analysis. *Geophysical prospecting*, (submitted)
- Zhou, T., Chauris, H. and François, A. [2019b] Application of migration velocity analysis on a real data set. *Geophysics*, (in preparation)
- Zhou, T., Chauris, H. and François, A. [2019d] Strategies for introducing transmitted waves in migration velocity analysis. *Geophysics*, (in preparation)

Chapter 2

Estimation du modèle de vitesse

Contents

| | | |
|-------|---|-----------|
| 2.1 | Outils | 39 |
| 2.1.1 | Equation d'onde acoustique à densité constante | 39 |
| 2.1.2 | Résolution par la méthode des différences finies | 40 |
| 2.1.3 | Fonction de Green | 41 |
| 2.1.4 | Séparation d'échelle et approximations | 42 |
| 2.1.5 | Résolution du problème inverse par la méthode de l'état adjoint | 43 |
| 2.2 | Inversion des formes d'onde et variantes | 44 |
| 2.2.1 | Inversion des formes d'onde classique | 44 |
| 2.2.2 | Alternatives de l'inversion des formes d'onde | 45 |
| 2.2.3 | Inversion des formes d'onde réfléchies | 47 |
| 2.2.4 | Tomographie combinant ondes transmises et réfléchies | 47 |
| 2.3 | Méthodes de migration | 48 |
| 2.3.1 | Migration classique et migration itérative | 48 |
| 2.3.2 | Migration quantitative | 49 |
| 2.3.3 | Migration dans le domaine étendu | 49 |
| 2.3.4 | Inversion dans le domaine étendu | 50 |
| 2.4 | Analyse de vitesse par migration et variantes | 52 |
| 2.4.1 | Analyse de vitesse par migration classique | 52 |
| 2.4.2 | Analyse de vitesse par inversion | 54 |
| 2.4.3 | Ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration | 55 |
| 2.4.4 | Combinaisons FWI-MVA | 56 |

2.5 Conclusions 57

Ce chapitre a pour objectif de présenter les méthodes d'estimation du modèle de vitesse, dans la continuité du Chapitre 1. Les formulations mathématiques seront exposées, ce qui permet d'explicitier les approches.

Dans un premier temps, on va voir plusieurs outils théoriques. On se limite à la loi de propagation d'ondes acoustiques à densité constante. Nous présenterons le problème inverse associé, c'est-à-dire l'estimation de modèle de vitesse. Nous verrons aussi la méthode de l'état adjoint pour le calcul du gradient d'une fonction objective.

Dans cette optique, la deuxième section traite de l'inversion des formes d'onde et de ses variantes qui reconstruisent un modèle de vitesse en utilisant une fonction coût définie dans le domaine des données. Certaines utilisent l'ensemble des formes d'onde; d'autres, uniquement les ondes réfléchies.

La troisième section présente les méthodes de migration qui reconstruisent uniquement la réflectivité. On introduit la notion du modèle étendu à la fin. On ne présentera pas les méthodes basées sur le tracé de rais.

La quatrième section présente l'analyse de vitesse par migration. On se limite aux fonctions objectives apparentées à l'optimisation par semblance différentielle. La méthode de migration utilisée au préalable a un grand impact sur les résultats de l'estimation du macro-modèle. On présente donc d'abord la méthode utilisant la migration classique, puis celle utilisant l'inversion. A la fin de la section, on introduira les ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration.

On terminera ce chapitre par un récapitulatif.

2.1 Outils

Cette section présente d'abord la loi de propagation acoustique à densité constante. Dans ce cadre, nous présenterons les différents aspects de la modélisation des données. Ensuite, nous verrons la méthode de l'état adjoint pour résoudre le problème inverse.

2.1.1 Equation d'onde acoustique à densité constante

La résolution de l'équation d'onde permet de résoudre le problème direct : modéliser les données sismiques à partir de la connaissance d'un modèle de vitesse. Dans cette thèse, on suppose que la densité est constante, l'équation d'onde se simplifie

$$\mathcal{L}u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{s})\Omega(t), \quad (2.1)$$

où u est le champ de la pression, \mathbf{s} la position des sources, \mathbf{x} la position dans l'image, c'est-à-dire dans le milieu du sous-sol, t le temps. \mathcal{L} est l'opérateur des ondes, défini par

$$\mathcal{L} = \frac{1}{v(\mathbf{x})^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta, \quad (2.2)$$

où v est le modèle de vitesse et Δ l'opérateur Laplacien.

Nous nous plaçons dans une configuration 2D. La résolution de l'équation 2.1 s'effectue à l'aide des paramètres intermédiaires w_x et w_z (la notation conventionnelle est v_x v_z , mais on utilise ici w pour ne pas confondre avec $v(\mathbf{x})$) :

$$\frac{\partial w_x}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial w_z}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial u}{\partial t} = \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{s}) \int_t dt \Omega(t). \quad (2.5)$$

Les paramètres w_x et w_z sont appelés les vitesses particulières dans les directions x et z . La raison de les introduire est la simplicité d'implémentation par rapport aux bords des modèles avec des couches absorbantes (voir section 2.1.2).

2.1.2 Résolution par la méthode des différences finies

Du côté numérique, l'équation d'onde peut se résoudre par la méthode des différences finies (Virieux, 1986; Levander, 1988; Etgen and O'Brien, 2007), ou par la méthode des éléments finis (Smith, 1975; Marfurt, 1984). Virieux et al. (2011) ont comparé ces méthodes. Nous avons choisi la méthode des différences finies et le schéma exprimé en temps (et non en fréquence). On utilise les dérivées discrétisées

$$\frac{\partial u_{i,j}^n}{\partial t} \simeq \frac{u_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - u_{i,j}^{n-\frac{1}{2}}}{\delta t}, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial u_{i,j}^n}{\partial x} \simeq \frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^n - u_{i-\frac{1}{2},j}^n}{\delta x}, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial u_{i,j}^n}{\partial z} \simeq \frac{u_{i,j+\frac{1}{2}}^n - u_{i,j-\frac{1}{2}}^n}{\delta z}, \quad (2.8)$$

où i, j sont les indices des coordonnées spatiales en 2D et n l'indice des coordonnées temporelles; $\delta x, \delta z$ les pas d'échantillonnage spatial. Les dérivées ici utilisent l'approximation de Crank-Nicolson du second ordre centré (Crank and Nicolson, 1947; Kreiss et al., 1973; Fornberg, 1988). Les notations $\pm 1/2$ signifient que la position dans les grilles est décalée d'un demi point de grille (*staggered grids*, Virieux, 1986).

Pour assurer la convergence de la modélisation numérique, la condition Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) sur le pas de temps δt doit être respectée (Virieux, 1986)

$$\delta t \leq \frac{1}{v_{\max} \sqrt{\frac{1}{(\delta x)^2} + \frac{1}{(\delta z)^2}}}, \quad (2.9)$$

où v_{\max} est la vitesse maximale. Dans notre travail, $\delta x = \delta z$, ce qui mène à

$$\delta t \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\delta x}{v_{\max}}. \quad (2.10)$$

D'un autre côté, la condition de non-dispersion impose aussi (Virieux, 1986)

$$\delta x \leq \frac{\lambda_{\min}}{n_\lambda} = \frac{v_{\min}}{v_{\max}} \frac{1}{n_\lambda}, \quad (2.11)$$

où λ_{\min} est la plus courte longueur d'onde, qui est égale à la vitesse minimale v_{\min} divisée par la fréquence maximale f_{\max} . n_λ est le nombre de points de grille par longueur d'onde. Dans notre travail, $n_\lambda = 10$.

Comme la taille du modèle est finie, les ondes simulées peuvent interagir avec les bords du modèle et créer des réflexions non-voulues. Pour atténuer ces effets de bords, on applique trois bords (bas, gauche, droit) du modèle une couche absorbante parfaitement adaptée (PML, *Perfectly Matched Layer*, Berenger, 1994; Komatitsch and Tromp, 2003; Komatitsch and Martin, 2007). A la surface, on peut aussi bien appliquer un bord absorbant ou une surface libre.

2.1.3 Fonction de Green

Pour sa simplicité, on préfère parfois utiliser l'écriture dans le domaine fréquentiel, c'est-à-dire utiliser la fréquence angulaire ω à la place du temps t . La transformation de Fourier et son inverse sont implicitement appelées : pour toute fonction P , on écrira de manière indifférente $P(\omega)$ et $P(t)$.

L'équation 2.1 dans le domaine fréquentiel est

$$\mathcal{L}_0 u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{s}) \Omega(\omega), \quad (2.12)$$

où l'opérateur d'Helmholtz \mathcal{L} dans le domaine fréquentiel s'écrit

$$\mathcal{L} = \frac{(i\omega)^2}{v(\mathbf{x})^2} - \Delta. \quad (2.13)$$

La fonction de Green G est définie comme la solution de l'équation 2.1 quand $\Omega(\omega) = 1$ pour tout ω , c'est-à-dire

$$\mathcal{L}G(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{s}). \quad (2.14)$$

Le champ d'onde modélisé sous la loi de propagation acoustique s'écrit

$$u^{\text{mod}}(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = G(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) \Omega(\omega). \quad (2.15)$$

Les données sismiques modélisées reçues par les récepteurs \mathbf{r} s'écrivent comme un opérateur de sélection $\mathcal{M} = \int_{\mathbf{x}} d\mathbf{x} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r})$ appliqué au champ d'onde

$$\begin{aligned} d^{\text{mod}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) &= \mathcal{M} u^{\text{mod}} \\ &= G(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \Omega(\omega). \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.1.4 Séparation d'échelle et approximations

La notion de la séparation d'échelle a été introduite dans la section 1.2.1. Le modèle de vitesse $v(\mathbf{x})$ s'écrit comme la somme de deux parties $v(\mathbf{x}) = v_0(\mathbf{x}) + \delta v(\mathbf{x})$, où $v_0(\mathbf{x})$ est la partie lisse et ses perturbations $\delta v(\mathbf{x})$, avec la condition $\|\delta v\| \ll \|v_0\|$.

Sous l'approximation de Born, cette séparation (développement limité d'ordre 1 par rapport à δv) implique que le champ d'onde u peut aussi s'écrire comme la somme de deux parties $u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = u_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) + \delta u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)$, avec

$$\mathcal{L}_0 u_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{s})\Omega(\omega), \quad (2.17)$$

$$\mathcal{L}_0 \delta u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = -(i\omega)^2 \xi(\mathbf{x}) u_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega), \quad (2.18)$$

où $\xi = -2\delta v/v_0^3$ est appelé la réflectivité et l'opérateur d'Helmholtz $\mathcal{L}_0 = \frac{(i\omega)^2}{v_0(\mathbf{x})^2} - \Delta$ est l'opérateur d'Helmholtz associé au macro-modèle v_0 . On vérifie que

$$u_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)\Omega(\omega), \quad (2.19)$$

$$\delta u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = -(i\omega)^2 \Omega(\omega) \int_{\mathbf{x}'} d\mathbf{x}' G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}', \omega) \xi(\mathbf{x}') G_0(\mathbf{x}', \mathbf{x}, \omega), \quad (2.20)$$

où G_0 est la fonction de Green associée au macro-modèle v_0 .

Les données sismiques d^{mod} enregistrées par les récepteur \mathbf{r} sont aussi composées de deux parties d_0 et δd définies comme suit (similaire à l'équation 2.16) :

$$d_0(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) = G_0(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)\Omega(\omega), \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \delta d(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) &= \mathcal{B}\xi \\ &= -(i\omega)^2 \Omega(\omega) \int_{\mathbf{x}} d\mathbf{x} G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) \xi(\mathbf{x}) G_0(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \omega), \end{aligned} \quad (2.22)$$

où \mathcal{B} désigne l'opérateur de Born, qui est l'opérateur de la modélisation des données dans l'approximation de Born.

L'approximation à haute fréquence consiste à considérer la fonction de Green comme produit de trois termes

$$G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = K(\omega) A_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}) \exp[i\omega\tau_0(\mathbf{s}, \mathbf{x})], \quad (2.23)$$

où K est un terme caractérisant la source; l'amplitude A_0 est la solution de l'équation de transport; τ_0 est le temps de trajet entre s et x , la solution de l'équation Eikonal. Les indices 0 indiquent la dépendance vis-à-vis du modèle v_0 . Elle est à la base de beaucoup de méthodes, notamment la tomographie des temps d'arrivées.

Notre travail n'utilise pas la théorie des rais. Par conséquent, nous ne traitons pas des méthodes correspondantes dans ce chapitre.

2.1.5 Résolution du problème inverse par la méthode de l'état adjoint

On a vu que le problème direct consiste à modéliser un jeu de données à partir d'un modèle de vitesse. Le problème inverse a pour objectif de trouver un modèle de vitesse à partir d'un jeu de données observées. Pour cela, on définit d'abord une fonction objective qui mesure la qualité du modèle de vitesse et qui atteint son minimum global quand le modèle de vitesse est exact. Par conséquent, on essaie de trouver ce minimum. Comme on a vu dans le chapitre 1, la méthode la plus efficace est celle basée sur le gradient si la fonction objective n'a pas de minima secondaires.

On présente ici, à titre générique, la méthode de l'état adjoint (Chavent, 1974; Akcelik, 2003; Plessix, 2006) qui calcule astucieusement le gradient de la fonction objective par rapport à un paramètre défini dans l'espace. Cette présentation générique et abstraite sera illustrée dans les sections 2.2, 2.4.1 et 2.4.2.

On considère la fonction objective $J(m(\mathbf{x}))$ qui mesure la qualité du modèle $m(\mathbf{x})$ (par exemple le modèle de vitesse) peut s'écrire

$$J(m(\mathbf{x})) = J_0(m(\mathbf{x}), U). \quad (2.24)$$

où $m(\mathbf{x})$ et U (par exemple le champ d'onde) ne sont pas indépendants, mais liés par

$$f(m(\mathbf{x}), U) = 0, \quad (2.25)$$

où f est d'une fonction à deux variables, par exemple l'équation d'onde.

Quand ces conditions sont remplies, pour le calcul du gradient de J par rapport à $m(\mathbf{x})$ qui est très compliquée, on peut utiliser la méthode de l'état adjoint (ou la méthode des multiplicateurs de Lagrange) qui considère une fonction étendue (ou le Lagrangien) J_{ext} qui s'écrit

$$J_{\text{ext}}(m(\mathbf{x}), U, \lambda) = J_0(m(\mathbf{x}), U) - \langle \lambda, f(m(\mathbf{x}), U) \rangle, \quad (2.26)$$

où \langle, \rangle ici signifie le produit scalaire dans l'ensemble d'arrivées de f . Vu que $f(m(\mathbf{x}), U) = 0$, pour tout λ

$$J(m(\mathbf{x})) = J_{\text{ext}}(m(\mathbf{x}), U(m(\mathbf{x})), \lambda). \quad (2.27)$$

En dérivant l'équation 2.26, on a

$$\frac{dJ_{\text{ext}}}{dm(\mathbf{x})} = \frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial m(\mathbf{x})} + \frac{\partial U}{\partial m(\mathbf{x})} \frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial U} + \frac{\partial \lambda}{\partial m(\mathbf{x})} \frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial \lambda}. \quad (2.28)$$

Le choix de l'état adjoint est de prendre $(\frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial U}, \frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial \lambda}) = (0, 0)$ pour éviter de calculer les dérivées de Fréchet, ce qui mène à

$$\frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial \lambda} = f(m(\mathbf{x}), U) = 0, \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial U} = \frac{\partial J_0}{\partial U} - \left\langle \lambda, \frac{\partial f}{\partial U}(m(\mathbf{x}), U) \right\rangle = 0. \quad (2.30)$$

Par définition, l'équation 2.29 est la même que la condition 2. L'équation 2.30 permet de trouver λ à partir de $\frac{\partial J_0}{\partial U}$ et $\frac{\partial f}{\partial U}(m(\mathbf{x}), U)$, souvent après intégration par partie.

Par conséquent, le gradient qu'on souhaite obtenir s'écrit comme fonction de λ qu'on vient de trouver

$$\frac{dJ}{dm(\mathbf{x})} = \frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial m(\mathbf{x})} = \frac{\partial J_0}{\partial m(\mathbf{x})} - \left\langle \lambda, \frac{\partial f}{\partial m(\mathbf{x})}(m(\mathbf{x}), U) \right\rangle. \quad (2.31)$$

Le terme $\frac{\partial f}{\partial m(\mathbf{x})}$ devrait être facile à expliciter. Sinon, on peut réitérer la même procédure en considérant des nouvelles fonctions $f_i(m(\mathbf{x}), U_i)$ et son état adjoint λ_i ($i = 1, \dots, n$), telle que les $\partial f_i / \partial m(\mathbf{x})$ sont simples. On écrira

$$J_{\text{ext}}(m(\mathbf{x}), U_1, \dots, U_n, \lambda_1, \dots, \lambda_n) = J_0(U) - \sum_{i=1, \dots, n} \langle \lambda_i, f(m(\mathbf{x}), U_i) \rangle. \quad (2.32)$$

Puis, on résout une par une les équations $(\frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial \lambda_i}, \frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial U_i}) = (0, 0)$, pour obtenir l'expression finale de $\frac{dJ}{dm(\mathbf{x})}$. On illustre cette méthode dans la section suivante sur l'inversion des formes d'onde et dans la section 2.4 sur l'analyse de vitesse par migration.

2.2 Inversion des formes d'onde et variantes

L'inversion des formes d'onde (FWI) est la première méthode introduite dans le chapitre 1. Dans cette partie, nous exposons les formulations mathématiques de cette méthode dans un premier temps. Ensuite, nous résumons les méthodes alternatives qui suivent le même principe.

2.2.1 Inversion des formes d'onde classique

L'inversion des formes d'onde consiste à minimiser la fonction objective qui est la norme ℓ_2 de la différence entre les données calculées et observées (Lailly, 1983; Tarantola, 1984; Virieux and Operto, 2009; Fichtner, 2011)

$$J(v) = \frac{1}{2} \|d^{\text{mod}}[v(\mathbf{x})] - d^{\text{obs}}\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega}^2, \quad (2.33)$$

où $d^{\text{mod}}[v(\mathbf{x})]$ est calculé par l'équation 2.16, c'est-à-dire que $d^{\text{mod}}[v(\mathbf{x})](\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) = \mathcal{M}u[v(\mathbf{x})](\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)$ où u est le champ d'onde modélisé à partir d'une source $\Omega(\omega)$ et \mathcal{M} est l'opérateur de sélection $\mathcal{M} = \int_{\mathbf{x}} d\mathbf{x} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r})$.

On reprend les notations de la section 2.1.5 avec :

- $v(\mathbf{x})$ à la place de $m(\mathbf{x})$,
- $u[v(\mathbf{x})](\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)$ à la place de $U(m(\mathbf{x}))$,
- $f(m(\mathbf{x}), U) = \mathcal{L}[v(\mathbf{x})]u[v(\mathbf{x})](\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) - \Omega(\omega)$ (voir les équations 2.1 et 2.16).

La fonction objective étendue par l'état adjoint s'écrit donc

$$J_{\text{ext}}(v(\mathbf{x}), u, \lambda) = \frac{1}{2} \|\mathcal{M}u - d^{\text{obs}}\|^2 - \langle \lambda, \mathcal{L}[v(\mathbf{x})]u - \Omega(\omega) \rangle_{\omega}. \quad (2.34)$$

En prenant $(\frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial \lambda}, \frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial U}) = (0, 0)$, on a

$$\frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial \lambda} = \mathcal{L}[v]u - \Omega(\omega) = 0, \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial J_{\text{ext}}}{\partial u} = \mathcal{M}^* (\mathcal{M}u - d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)) - \mathcal{L}^*[v]\lambda = 0, \quad (2.36)$$

où \mathcal{M}^* est l'adjoint de \mathcal{M} défini par $\mathcal{M}^* = \mathcal{M}$. De l'équation 2.35, on retrouve l'équation 2.1. De l'équation 2.36, à l'aide de l'intégration par parties, la variable adjointe λ est la solution de

$$\mathcal{L}^*\lambda(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int d\mathbf{r} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}) (d^{\text{mod}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) - d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)). \quad (2.37)$$

Finalement, le gradient de la fonction objective par rapport au modèle de vitesse s'écrit

$$\frac{dJ}{dv(\mathbf{x})} = -\text{Re} \left\langle \lambda, \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v} u \right\rangle = \frac{2}{v^3(\mathbf{x})} \int ds d\omega (i\omega)^2 \lambda^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.38)$$

Comme on avait vu dans la section 1.4, on peut interpréter ce gradient comme la cross-corrélation à déphasage nul du champ rétro-propagé des résidus des données $\lambda(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)$ et du champ source $u(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)$ (Lailly, 1983; Tarantola, 1984).

2.2.2 Alternatives de l'inversion des formes d'onde

Dans le Chapitre 1, on a vu que la FWI classique connaît le problème de sauts de phase et que des méthodes alternatives ont été proposées et utilisent des fonctions objectives différentes. Dans cette section, on énumère certaines d'entre elles sans entrer dans les détails. Le lecteur peut se référer à Li (2018) pour leurs gradients calculés par la méthode de l'état adjoint.

Pour diminuer les sauts de phase, on peut utiliser la cross-corrélation entre données calculées et observées. Dans ce cas, la nouvelle fonction objective s'écrit (Van Leeuwen and Mulder, 2010)

$$J_{\text{cross}}(v) = \frac{1}{2} \|A(\tau)C(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau)\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau}^2, \quad (2.39)$$

où A est un facteur d'ajustement et C la cross-corrélation

$$C(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau) = \int d\omega d^{\text{mod}*} [v(\mathbf{x})](\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \exp(2i\omega\tau). \quad (2.40)$$

D'ailleurs, on peut atténuer l'impact de l'amplitude en utilisant sa version normalisée

$$J_{\text{crossn}}(v) = \frac{\frac{1}{2} \|A(\tau)C(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau)\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau}^2}{\|C(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau)\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau}^2}. \quad (2.41)$$

Une autre méthode pour élargir le bassin de convergence est l'inversion des formes d'onde adaptative (AWI, pour *Adaptative Waveform Inversion*). Cette méthode utilise une fonction objective qui calcule le rapport W entre données calculées et observées pondéré d'un facteur de pénalité A (Warner and Guasch, 2016). Sa version normalisée s'écrit (équation en t)

$$J_{\text{awi}}(v) = \frac{\frac{1}{2} \|A(t)W(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2}{\|W(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2}, \quad (2.42)$$

où $W(t)$ correspond aux données calculées déconvoluées des données observées (équation en ω) :

$$W(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) = \frac{d^{\text{mod}} [v(\mathbf{x})](\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)}{d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)}. \quad (2.43)$$

Il existe aussi des méthodes qui utilisent l'enveloppe des formes d'onde. Ces méthodes font ressortir des basses fréquences même si les données ne contiennent que des hautes fréquences. Par exemple, une méthode a pour fonction objective (Farnbach, 1975; Luo et al., 2003; Bozdağ et al., 2011)

$$J_{\text{env}}(v) = \frac{1}{2} \left\| \ln \frac{E^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)}{E^{\text{mod}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)} \right\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2, \quad (2.44)$$

où l'enveloppe E est définie comme

$$E(t) = \sqrt{(d(t))^2 + (\mathcal{H}d(t))^2}, \quad (2.45)$$

où \mathcal{H} signifie la transformation d'Hilbert. Une autre méthode (Liu et al., 2011) calcule l'intégrale de la différence entre les enveloppes des données calculées et observées

$$J_{\text{ienv}}(v) = \frac{1}{2} \left\| \int_0^t d\tau (E^{\text{mod}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau) - E^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \tau)) \right\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2. \quad (2.46)$$

D'autres méthodes créent artificiellement des contenus à basses fréquences. On peut citer Liu et al. (2011) qui proposent de calculer la différence entre les valeurs absolues

$$J_{\text{abs}}(v) = \frac{1}{2} \left\| |d^{\text{mod}} [v(\mathbf{x})](\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)| - |d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, t)| \right\|^2. \quad (2.47)$$

2.2.3 Inversion des formes d'onde réfléchies

L'inversion des formes d'onde réfléchies (RWI) est similaire à la FWI, mais avec la séparation d'échelle, utilisant seulement les données des ondes réfléchies (noté δd , en référence à l'équation 2.22). Cette méthode a pour fonction objective (Xu et al., 2012; Alkhalifah, 2014; Brossier et al., 2015 ; Zhou et al., 2015)

$$J(v_0) = \frac{1}{2} \left\| \delta d^{\text{mod}} [v_0(\mathbf{x}), \xi] - \delta d^{\text{obs}} \right\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2, \quad (2.48)$$

où ξ est le résultat de la migration itérative sur des petits offsets (voir les sections 1.4.1, 2.4.1); δd^{obs} les données réfléchies observées. Les données modélisées $\delta d^{\text{mod}} = \mathcal{B}\xi$ est le résultat de l'opérateur de modélisation \mathcal{B} sur tous les offsets. Chaque fois que l'on met à jour le macro-modèle, la réflectivité ξ est recalculée par une boucle interne de migration itérative. On répète ce processus à deux boucles imbriquées (similaire à la Figure 1.7b) jusqu'à la convergence de v_0 .

2.2.4 Tomographie combinant ondes transmises et réfléchies

La méthode précédente utilise seulement les données associées aux ondes réfléchies (notées δd , par rapport à l'approximation de Born). Zhou et al. (2015); Alkhalifah and Wu (2016) ont proposé des méthodes combinant les ondes transmises avec les ondes réfléchies.

Dans Alkhalifah and Wu (2016), la fonction objective est similaire à la FWI mais avec séparation d'échelle

$$J(v_0) = \frac{1}{2} \left\| \delta d [v_0(\mathbf{x}), \xi] + d_0 [v_0(\mathbf{x})] - d^{\text{obs}} \right\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2. \quad (2.49)$$

Les données modélisées d_0 et δd sont calculées respectivement par les équations 2.21 et 2.22. Le calcul de la réflectivité ξ et la mise à jour du macro-modèle v_0 suivent le même schéma que dans la RWI.

Dans Zhou et al. (2015), la fonction objective (JFWI, pour *Joint Full Wave Inversion*) s'écrit

$$J(v_0) = \frac{\alpha}{2} \left\| \delta d [v_0(\mathbf{x}), \xi(\mathbf{x})] - d_{\text{refl}}^{\text{obs}} \right\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2 + \frac{\beta}{2} \left\| d_0 [v_0(\mathbf{x})] - d_{\text{transm}}^{\text{obs}} \right\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, t}^2, \quad (2.50)$$

où $d_{\text{refl}}^{\text{obs}}$ et $d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ désignent les parties des données observées associées aux ondes réfléchies et aux ondes transmises; α et β sont les poids associés respectivement aux deux parties. Cette séparation peut s'effectuer selon différentes méthodes de pré-traitement. Le calcul de la réflectivité ξ et la mise à jour du macro-modèle v_0 suivent le même schéma que dans la RWI.

La prochaine section traite de la migration, l'étape pour retrouver ξ en supposant un macro-modèle v_0 .

2.3 Méthodes de migration

Dans cette section, on suppose un macro-modèle v_0 et on traite de la migration qui reconstruit de la réflectivité ξ . On ne s'intéresse qu'aux méthodes dites RTM (*reversed time migration*) ou *two-way*. Dans un premier temps, nous présentons l'opérateur de la migration classique qui est l'adjoint de l'opérateur de la modélisation (Lailly, 1983, Tarantola, 1984). L'inverse de ce dernier (au sens asymptotique) est présenté dans la deuxième partie. La dernière partie introduit la notion du domaine étendu et ses conséquences sur la migration et l'inversion.

2.3.1 Migration classique et migration itérative

Sous l'approximation de Born (2.1.4), on considère la séparation du domaine de données et de celui d'image (équations 2.21, 2.22). La fonction objective de la FWI peut être linéarisée (Ronen and Liner, 2000; Østmo et al., 2002) et prendre la forme suivante concernant uniquement la réflectivité ξ (pour un macro-modèle donné)

$$J(\xi) = \frac{1}{2} \|\delta d^{\text{mod}}[\xi] - \delta d^{\text{obs}}\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega}^2. \quad (2.51)$$

On y injecte l'équation 2.22 et on essaie de minimiser la fonction coût en utilisant la méthode de gradient. Le gradient pour une réflectivité ξ donnée s'écrit comme l'application sur les résidus des données de l'opérateur \mathcal{B}_0^* qui est l'adjoint de celui de la modélisation

$$\begin{aligned} \mathcal{G} &= \mathcal{B}_0^*(\delta d^{\text{mod}} - \delta d^{\text{obs}}) \\ &= \int ds dr d\omega (i\omega)^2 \Omega^*(\omega) G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) (\delta d^{\text{mod}}[\xi](\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) - \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)) G_0^*(\mathbf{x}, \mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (2.52)$$

Pour minimiser la fonction objective J avec la méthode de gradient, on doit effectuer plusieurs itérations pour trouver l'extremum et calculer son gradient à chaque itération (voir la section 1.4). Pour plus de détails, le lecteur peut se référer à Østmo et al. (2002) et Cocher (2017).

En particulier, pour $\xi = 0$ (la première itération), $\delta d^{\text{mod}}[\xi] = 0$. L'image obtenue après la première itération, notée ξ^{mig} , s'écrit

$$\xi(\mathbf{x})^{\text{mig}} = (\mathcal{B}_0^* \delta d^{\text{obs}})(\mathbf{x}) = \int dt ds \frac{\partial^2}{\partial t^2} S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, t) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, t), \quad (2.53)$$

où le champ de source S_0 et de récepteur R_0 , associés à v_0 , s'écrivent

$$S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \Omega(\omega) G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) \quad (2.54)$$

$$R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int d\mathbf{r} \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.55)$$

Cette écriture (à comparer avec les équations 2.60, 2.66) correspond à la condition d'imagerie (Claerbout, 1971), c'est-à-dire que la réflectivité ξ^{mig} est le résultat de la cross-corrélation entre un champ de source et un champ de récepteur.

2.3.2 Migration quantitative

Une idée différente de celle de la migration itérative est de trouver un opérateur d'inversion. On vient de voir que l'opérateur de migration ne conserve pas l'amplitude : en effet, il n'est pas l'inverse de celui de modélisation. Si l'on considère une réflectivité ξ , les données modélisées δd^{mod} peuvent être calculées en appliquant l'opérateur de modélisation \mathcal{B} (équation 2.22). Le terme $\mathcal{B}_0^* \mathcal{B}_0 \xi$ n'est pas égal à ξ , mais comporte des termes correspondant aux géométries des rais (angles) et aux amplitudes (Thierry et al., 1999; Lameloise and Chauris, 2016).

Revenons sur la minimisation de la fonction objective. Selon la méthode de Newton, si on est assez proche d'un point stationnaire ξ_{opt} de la fonction objective $J(\xi)$, et on part d'un point ξ_0

$$\xi_{\text{opt}} = \mathcal{H}(\xi_0)^{-1} \mathcal{G}(\xi_0), \quad (2.56)$$

à condition que le Hessian est inversible. Dans le cas particulier où la fonction objective est quadratique par rapport à ξ , ξ_{opt} est le minimum global de la fonction objective. Or le Hessian est un terme complexe et il n'est pas toujours inversible.

L'idée de la migration quantitative est considérer une fonction objective pondérée par un opérateur Q

$$J(\xi) = \frac{1}{2} \left\| Q (\delta d^{\text{mod}}[\xi](\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) - \delta d^{\text{obs}}) \right\|_{\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega}^2, \quad (2.57)$$

telle que son Hessian $\mathcal{H}_0 = \mathcal{B}^* Q^* Q \mathcal{B}$ est une fonction Dirac. En pratique, on calcule $\mathcal{B}^* \mathcal{B}$ en considérant à la fois l'approximation de Born et l'approximation à haute fréquence (équation 2.23). Le résultat est que $\mathcal{B}^* \mathcal{B}$ comporte des termes correspondant à la géométrie et l'amplitude des rais. Le poids Q est choisi de sorte qu'il compense une partie de ces termes (notamment les termes diagonaux). En pratique, on applique sur le gradient un pré-conditionneur égal à $Q^* Q$. Le lecteur peut se référer à Beylkin (1985), Thierry et al. (1999) et Métivier et al. (2015) pour plus de détails.

2.3.3 Migration dans le domaine étendu

Dans 1.5.2.4, nous avons vu l'introduction d'un paramètre additionnel pour mesurer la qualité du macro-modèle à partir de la réflectivité migrée. Ce paramètre peut être un

décali de temps t_h (*time lag*) ou un décali de l'espace \mathbf{h} (*space lag*). Pour un macro-modèle v_0 donné, l'expression générale de l'opérateur de migration s'écrit alors (Sava and Vasconcelos, 2011)

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}, t_h) = \int \frac{\partial^2}{\partial t^2} S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, t - t_h) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, t + t_h) dt ds. \quad (2.58)$$

En effet, pour un macro-modèle correct, l'énergie de ξ est focalisée autour $\mathbf{h} = (0, 0)$ et $t_h = 0$. Pour mesurer la qualité du macro-modèle v_0 (son écart avec le macro-modèle exact), on évalue la focalisation de l'image dans le domaine étendu en fonction du paramètre additionnel. Le lecteur verra dans la suite (2.4) les détails de l'estimation du macro-modèle à l'aide de la migration dans le domaine étendu.

Pour notre travail, nous ne prenons pas en considération t_h , mais uniquement le décali spatial en profondeur \mathbf{h} qu'on appelle communément offset en subsurface ou *space lag* (ten Kroode, 2012, Hou and Symes, 2015, Qin et al., 2015, Chauris and Cocher, 2017). L'opérateur de migration dans le domaine étendu \mathcal{B}^{mig} s'écrit alors

$$\begin{aligned} \xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) &= \mathcal{B}^{\text{mig}} \delta d^{\text{obs}} \\ &= \int ds dr d\omega \Omega^*(\omega) (i\omega)^2 G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0^*(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{r}, \omega). \end{aligned} \quad (2.59)$$

On peut le considérer comme la cross-corrélation entre les champs sources S_0 et récepteurs R_0

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \int d\omega ds (i\omega)^2 S_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (2.60)$$

où R_0 et S_0 sont définis comme

$$S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \Omega(\omega) G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega), \quad (2.61)$$

$$R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int dr \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.62)$$

2.3.4 Inversion dans le domaine étendu

Inspirés par la migration quantitative (voir section 2.3.2) dans le domaine étendu par l'offset en profondeur \mathbf{h} , Chauris and Cocher (2017) proposent l'opérateur de l'inversion \mathcal{B}^{inv} où les quantités liées à la théorie de rais n'apparaissent pas explicitement :

$$\begin{aligned} \xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) &= \mathcal{B}^{\text{inv}} \delta d^{\text{obs}} \\ &= D_p \int d\mathbf{x}_s d\mathbf{x}_r d\omega \frac{\Omega^{-1}(\omega)}{i\omega} D_{z_s} G_0^*(\mathbf{x}_s, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) D_{z_r} G_0^*(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}_r, \omega), \end{aligned} \quad (2.63)$$

où D_{z_s} and D_{z_r} sont des dérivées par rapport aux positions verticales des sources et récepteurs. D_p est défini comme suit

$$D_p = 16(v_+v_-)^{-1} \left[\left(\frac{v_-}{v_+} + \frac{v_+}{v_-} \right) D_z + \left(\frac{v_+}{v_-} - \frac{v_-}{v_+} \right) D_{z_h} \right], \quad (2.64)$$

où D_z and D_{z_h} sont dérivées par rapport aux positions verticales du sous-sol et du délai spatial; les vitesses dans les formules sont données par $v_+ = v_0(\mathbf{x} + \mathbf{h})$ et $v_- = v_0(\mathbf{x} - \mathbf{h})$. En pratique, on considère seulement le délai spatial horizontal et $v_+ = v_- = v_0(\mathbf{x})$. Par conséquent,

$$D_p = \frac{32}{v_0^2} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (2.65)$$

D'autres opérateurs d'inversion ont été proposés par [ten Kroode \(2012\)](#), [Hou and Symes \(2015\)](#), [Hou and Symes \(2018\)](#). Le lecteur peut se référer à [Chauris and Cocher \(2017\)](#) pour la comparaison de ces opérateurs.

On s'aperçoit que l'opérateur de l'inversion s'écrit comme la cross-corrélation des champs de source et de récepteurs

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = D_p \int d\omega ds (i\omega)^{-1} S_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (2.66)$$

où les champs de source et de récepteur sont modifiés par rapport à la migration et peuvent s'écrire :

$$S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \Omega^{-1}(\omega) \frac{\partial}{\partial s_z} G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega), \quad (2.67)$$

$$R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int d\mathbf{r} \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial s_z} G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.68)$$

L'implémentation de $D_{z_s}G_0$ et $D_{z_r}G_0$ peut sembler difficile. En pratique, le champ de sources est le résultat d'une propagation à partir de dipôles de sources situées à la surface (réalisation numérique d'une «dérivée» de la fonction Dirac par rapport à z_s , convoluée à l'ondelette de la source). De même, le champ de récepteur est le résultat d'une rétro-propagation à partir de dipôles de récepteurs.

Nous avons discuté des méthodes d'estimation de la réflectivité pour un macro-modèle donné. Dans les deux prochaines sections, nous allons voir plusieurs méthodes d'estimation du macro-modèle. Nous allons présenter deux groupes de méthodes : l'inversion des formes d'onde réfléchies et l'analyse de vitesse par migration. L'incorporation des ondes transmises est un point important traité dans les deux parties suivantes.

2.4 Analyse de vitesse par migration et variantes

Dans la section 2.3.3, on a vu qu'on peut étendre le domaine en ajoutant un paramètre additionnel qui permet de mesurer la qualité du macro-modèle utilisé. Dans cette section, nous étudions cette méthode qui s'appelle «analyse de vitesse par migration» (ou *Migration Velocity Analysis*, MVA).

2.4.1 Analyse de vitesse par migration classique

La formulation générale de l'analyse de vitesse par migration consiste à minimiser la fonction objective suivante

$$J(v_0) = \frac{1}{2} \|A(\sigma)\xi[v_0](\mathbf{x}, \sigma)\|_{\mathbf{x}, \sigma}^2, \quad (2.69)$$

où σ est un paramètre additionnel; A est une fonction d'annihilateur, telle que la fonction coût a pour valeur minimale quand $\sigma = 0$.

Le paramètre σ peut être un délai temporel ou un délai spatial (*space lag*). On ne traite pas du délai temporel dans notre travail.

On parle de l'analyse de vitesse par migration orientée surface, quand le délai spatial est un paramètre de surface. Par exemple, si σ est la position des sources en surface, une fonction objective possible est (Symes and Carazzone, 1991; Symes and Kern, 1992; Li and Chauris, 2017a)

$$J(v_0) = \frac{1}{2} \|D_{s_x}\xi[v_0](\mathbf{x}, \mathbf{s})\|_{\mathbf{x}, \mathbf{s}}^2, \quad (2.70)$$

où D_{s_x} est la dérivée par rapport à la position horizontale de la source s_x . Dans le domaine fréquentiel, elle est équivalent à une multiplication par ik_{s_x} , où k_{s_x} le nombre d'onde correspondant à s_x .

A contrario, l'analyse de vitesse par migration orientée profondeur a pour offset en subsurface (ou *space lag*) \mathbf{h} (Figure 1.9). On considère uniquement l'offset en subsurface horizontal $\mathbf{h} = (h, 0)$. La fonction objective conventionnelle de la semblance différentielle (*Differential Semblance Optimization*) ou DSO) s'écrit (Symes, 2008b; Hou and Symes, 2018)

$$J(v_0) = \frac{1}{2} \|h\xi[v_0](\mathbf{x}, h)\|_{\mathbf{x}, h}^2. \quad (2.71)$$

Pour une valeur de x donnée, la projection de ξ dans l'espace (h, z) est appelée le CIG (*Common Image Gathers*).

Dans la MVA conventionnelle, la réflectivité dans le domaine étendu $\xi = \xi^{\text{mig}}$ est obtenue par la cross-corrélation entre un champ sources S_0 et un champ de récepteurs R_0 (voir l'équation 2.60). S_0 et R_0 sont respectivement définis par les équations 2.61 et 2.62. Pour calculer par la méthode d'adjoint le gradient de la fonction objective par

rapport au macro-modèle, on considère la fonction étendue

$$\begin{aligned}
J_{\text{ext}}(\xi, \lambda_\xi, v_0, S_0, \lambda_s, R_0, \lambda_r) &= \frac{1}{2} \|h\xi\|^2 \\
&\quad - \left\langle \lambda_\xi, \xi - \int d\omega d\mathbf{s} (i\omega)^2 S_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega) \right\rangle \\
&\quad - \langle \lambda_s, \mathcal{L}_0 S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) - \delta(\mathbf{s} - \mathbf{x}) \Omega(\omega) \rangle \\
&\quad - \left\langle \lambda_r, \mathcal{L}_0^* R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) - \int d\mathbf{r} \delta d(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \right\rangle. \tag{2.72}
\end{aligned}$$

En imposant $\partial J_{\text{ext}}/\partial \lambda_\xi = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial S_0 = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial \lambda_s = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial R_0 = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial \lambda_r = 0$, on obtient

$$\lambda_\xi(\mathbf{x}, h) = h^2 \xi(\mathbf{x}, h). \tag{2.73}$$

$$\mathcal{L}_0^* \lambda_s(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int dh (i\omega)^2 R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + 2\mathbf{h}, \omega) \lambda_\xi(\mathbf{x} + \mathbf{h}, h), \tag{2.74}$$

$$\mathcal{L}_0 \lambda_r(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int dh (i\omega)^2 S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} - 2\mathbf{h}, \omega) \lambda_\xi(\mathbf{x} - \mathbf{h}, h), \tag{2.75}$$

$$\frac{\partial J}{\partial v_0(\mathbf{x})} = \frac{2}{v_0(\mathbf{x})^3} \int d\mathbf{s} d\omega (i\omega)^2 (\lambda_s^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) + \lambda_r^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega)), \tag{2.76}$$

On résout les équations dans cet ordre :

- Obtenir S_0 avec 2.61 et R_0 avec 2.62;
- Obtenir ξ avec 2.60;
- Obtenir λ_ξ avec 2.73;
- Obtenir λ_s avec 2.74 et λ_r avec 2.75;
- Obtenir le gradient avec 2.76.

Dans 1.5.2.2, nous avons présenté les trois stratégies pour la mise à jour :

1, Un schéma à une seule boucle (Figure 1.7a) : on applique une itération de migration pour trouver une réflectivité. Avec cette réflectivité, on applique l'analyse de vitesse (typiquement DSO) pour mettre à jour le macro-modèle, puis, dans une prochaine itération, on applique une itération de migration, ainsi de suite. Cette stratégie est appelée «la MVA classique» dans cette thèse.

2, Un schéma à deux boucles (Figure 1.7b) : par rapport à la stratégie précédente, on rajoute une boucle intérieure avec plusieurs itérations de migration.

3, Un schéma à une seule boucle (Figure 1.7a) mais l'opérateur de migration est remplacé par celui de l'inversion (équation 2.63). On appelle cette stratégie «l'analyse de vitesse par l'inversion» (*Inversion Velocity Analysis, IVA*).

Dans la prochaine section, nous allons détailler cette dernière stratégie.

2.4.2 Analyse de vitesse par inversion

L'idée reste la même que l'analyse de vitesse par migration classique, sauf qu'on remplace la réflectivité obtenue par migration ξ^{mig} par celle obtenue par inversion ξ^{inv} (équation 2.63). On appelle la méthode l'analyse de vitesse par inversion (IVA). [Lameloise et al. \(2015\)](#), [Chauris and Cocher \(2017\)](#), [Hou and Symes \(2018\)](#) ont montré que l'utilisation de l'inverse permet d'atténuer les sourires de migrations qui sont significatifs dans les CIGs de la migration. Par conséquent la qualité du gradient est considérablement améliorée.

On réécrit l'équation 2.63 qui calcule ξ par inversion sous la forme suivante

$$\xi(\mathbf{x}, h) = D_p \xi_0 \quad (2.77)$$

$$\xi_0 = \int d\omega d\mathbf{s} (i\omega)^{-1} S_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \quad (2.78)$$

où les champs de sources S_0 et de récepteurs R_0 sont définis par

$$S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \Omega^{-1}(\omega) \frac{\partial}{\partial s_z} G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega), \quad (2.79)$$

$$R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int d\mathbf{r} \delta d(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial r_z} G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega). \quad (2.80)$$

Dans cette thèse, on utilise la fonction coût proposée par [Chauris and Cocher \(2017\)](#), normalisée et dotée d'un facteur puissance du macro-modèle v^β qui permet d'atténuer les oscillations autour des réflecteurs :

$$J = \frac{1}{2} \frac{\|v^\beta h \xi(\mathbf{x}, h)\|_{\mathbf{x}, h}^2}{\|\xi(\mathbf{x}, h)\|_{\mathbf{x}, h}^2}. \quad (2.81)$$

Ici, la normalisation rend la fonction objective plus convexe ([Lameloise et al., 2015](#)). En pratique, [Chauris and Cocher \(2017\)](#) ont trouvé que l'effet d'atténuation est meilleur quand $\beta = 3$ en 1D et 2D.

Pour calculer par la méthode d'adjoint le gradient de la fonction objective par rapport au macro-modèle, on considère la fonction étendue

$$\begin{aligned} J_{\text{ext}}(\lambda_p, \xi, \lambda_\xi, \xi_0, S_0, \lambda_s, R_0, \lambda_r) = & \frac{1}{2} \frac{\|v^\beta h \xi(\mathbf{x}, h)\|_{\mathbf{x}, h}^2}{\|\xi(\mathbf{x}, h)\|_{\mathbf{x}, h}^2} \\ & - \langle \lambda_p, \xi - D_p \xi_0 \rangle \\ & - \left\langle \lambda_\xi, \xi_0 - \int d\omega d\mathbf{s} (i\omega)^2 S_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega) \right\rangle \\ & - \langle \lambda_s, \mathcal{L}_0 S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) - \delta(\mathbf{s} - \mathbf{x}) \Omega(\omega) \rangle \end{aligned}$$

$$- \left\langle \lambda_r, \mathcal{L}_0^* R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) - \int d\mathbf{r} \delta d(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \right\rangle. \quad (2.82)$$

En imposant $\partial J_{\text{ext}}/\partial \lambda_p = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial \xi = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial \lambda_\xi = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial \xi_0 = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial S_0 = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial \mu_s = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial R_0 = 0$, $\partial J_{\text{ext}}/\partial \mu_r = 0$, on obtient

$$\lambda_p = \left(\frac{v_0^{2\beta} h^2}{\|\xi\|^2} - \frac{1}{2} \frac{\|v_0^\beta h \xi\|^2}{\|\xi\|^2} \right) \xi(\mathbf{x}, h), \quad (2.83)$$

$$\lambda_\xi(\mathbf{s}, \mathbf{x}) = D_p^* \lambda_p, \quad (2.84)$$

$$\mathcal{L}_0^* \lambda_s = \int dh (i\omega)^2 R_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} + 2\mathbf{h}, \omega) \lambda_\xi(\mathbf{x} + \mathbf{h}, h), \quad (2.85)$$

$$\mathcal{L}_0 \lambda_r = \int dh (i\omega)^2 S_0(\mathbf{s}, \mathbf{x} - 2\mathbf{h}, \omega) \lambda_\xi(\mathbf{x} - \mathbf{h}, h), \quad (2.86)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial v_0(\mathbf{x})} &= \frac{\beta v_0^{2\beta-1} \|h\xi\|^2}{\|\xi\|^2} \\ &+ \lambda_p \frac{\partial D_p}{\partial v_0} \int ds d\omega (i\omega)^2 S_0 R_0 \\ &+ \frac{2}{v_0(\mathbf{x})^3} D_p \int ds d\omega (i\omega)^2 (\lambda_s S_0 + \lambda_r R_0). \end{aligned} \quad (2.87)$$

Pour trouver le gradient, on résout dans l'ordre les équations 2.79, 2.80, 2.78, 2.83, 2.84, 2.85, 2.86, 2.87.

Jusqu'ici, nous avons formulé les méthodes en supposant une infinité de sources et récepteurs. Comme mentionné dans la section 1.6.1, les paramètres utilisateurs tels que les gammes d'offsets en surface et en subsurface ont un grand impact sur le gradient par rapport au macro-modèle. Le Chapitre 3 traite de cette problématique et établit des règles sur les gammes d'offsets.

La MVA classique a été appliquée sur des données réelles : Symes and Carazzone (1991) utilisent la position de source comme le délai spatial pour étendre le domaine. Chauris and Noble (2001); Mulder and ten Kroode (2002) utilisent l'offset en surface (distance source-récepteur). Seuls Shen and Symes (2008); Mulder (2014); Weibull and Arntsen (2014); Sun and Alkhalifah (2017) utilisent le délai spatial en profondeur.

En revanche, l'IVA n'a jamais été appliquée sur des données réelles. On verra dans le Chapitre 5 une application sur un jeu de données réelles.

2.4.3 Ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration

Dans les sections précédentes, l'utilisation de l'opérateur de migration ne s'applique qu'aux ondes réfléchies. Mais Shen (2012), Shen (2013), Lameloise and Chauris (2016)

ont montré que son application sur les ondes transmises résulte en une «réflectivité» qui n'a pas de sens physique, mais qui permet toujours de mesurer la qualité du macro-modèle avec le même critère de focalisation d'énergie sur les CIGs. Ils ont obtenu des résultats satisfaisants. [Lameloise and Chauris \(2016\)](#), en particulier, ont effectué des tests avec les ondes transmises dans la configuration cross-well (voir section 1.6.2).

Dans [Lameloise \(2015\)](#), il suggère dans ses conclusions et perspectives de séparer les données observées en deux parties correspondant aux réfléchies $d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ et transmises $d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ comme dans la JFWI, et d'appliquer la MVA sur un chacun des domaines. Plus précisément, il propose de conduire une stratégie en deux étapes : utiliser uniquement $d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ pour estimer le macro-modèle, puis à partir de ce macro-modèle, utiliser uniquement $d_{\text{refl}}^{\text{obs}}$ pour estimer à la fois la réflectivité (celle qui a un sens physique, à forts nombres d'onde) et raffiner le macro-modèle.

Nous suggérons dans cette thèse une fonction objective similaire à la JFWI

$$J(v_0) = \frac{\alpha}{2} \|A(h)\mathcal{B}^{\text{inv}} d_{\text{refl}}^{\text{obs}}\|_{\mathbf{x},h}^2 + \frac{\beta}{2} \|A(h)\mathcal{B}^{\text{mig}} d_{\text{transm}}^{\text{obs}}\|_{\mathbf{x},h}^2. \quad (2.88)$$

C'est-à-dire qu'on applique la MVA classique sur les données transmises et l'IVA sur les données réfléchies. Les cas particuliers consistent à utiliser uniquement les données transmises ($\alpha = 0, \beta = 1$) ou uniquement les données réfléchies ($\alpha = 1, \beta = 0$) pour estimer le macro-modèle.

Le Chapitre 4 compare ces différentes stratégies.

2.4.4 Combinaisons FWI-MVA

Certaines méthodes combinent les idées de la FWI et de la MVA. Elles utilisent une fonction coût «bi-objective» qui est la somme des deux fonctions objectives (résidu de données et la DSO), chacune pondérée d'un coefficient. Le deuxième terme, la fonction objective de MVA, est en effet un régulateur de la FWI, ce qui est l'idée originale de la DSO ([Symes and Carazzone, 1991](#)). [Biondi and Almomin \(2014\)](#) utilisent la même fonction objective mais avec le domaine étendu par délai temporel h_t (voir l'équation 2.58) et la séparation d'échelle. Ils proposent la fonction objective suivante (TFWI pour *Tomographic FWI*)

$$J(v(\mathbf{x}, h_t)) = \frac{1}{2} \|d^{\text{mod}}[v(\mathbf{x}, h_t = 0)] - d^{\text{obs}}\|^2 + \alpha \|h_t v(\mathbf{x}, h_t)\|^2. \quad (2.89)$$

où $d^{\text{mod}}[v(\mathbf{x}, h_t = 0)]$ est les données modélisées (avec l'équation 2.16) à partir du modèle de vitesse en $h_t = 0$. La méthode de [Fleury and Perrone \(2012\)](#) est similaire, mais ils utilisent même à la fois le délai temporel et le space lag. On ne détaillera pas cette méthode ici.

Allemand and Lambaré (2014) proposent une version MVA «guidée» par la FWI. En effet, seule la fonction coût de la MVA est considérée, mais sa mise à jour est conditionnée par le gradient obtenu avec la FWI. Cette dernière est appelée guide. Ce conditionnement aide à augmenter la résolution.

2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons vu plusieurs méthodes d'estimation du modèle de vitesse. Dans le cadre simplifié des ondes acoustiques à densité constante, nous avons d'abord présenté la méthode de l'inversion des formes d'onde utilisant l'ensemble du domaine de données pour retrouver l'ensemble du modèle de vitesse. Ensuite, en séparant le modèle de vitesse en deux parties (réflectivité et macro-modèle), nous avons énuméré les méthodes de migration qui permettent de trouver la réflectivité. Quant à l'estimation du macro-modèle, on a introduit dans un premier temps l'inversion des formes d'onde réfléchies et ses variantes; puis, l'analyse de vitesse par migration et ses alternatives. Ce dernier fait l'objet de notre thèse. Nous avons explicité, par la méthode de l'état adjoint, les solutions formelles de l'analyse de vitesse par migration et celle par inversion. Les questions des paramètres utilisateurs et de l'application aux données réelles ont été soulevées. Nous avons commencé à examiner à la fin l'introduction des ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration, ainsi que les méthodes qui combinent cette méthode avec l'inversion des formes d'onde.

Dans le cadre de l'analyse de vitesse par inversion, le prochain chapitre traite de l'impact des paramètres d'utilisateur. L'introduction des ondes transmises dans l'analyse de vitesse par migration ou inversion est traitée dans le Chapitre 4. Une application sur les données réelles est présentée dans le Chapitre 5.

Chapter 3

Impact des paramètres d'utilisateur dans l'IVA

Contents

| | | |
|-------|--|----|
| 3.1 | Introduction | 61 |
| 3.2 | Theory | 63 |
| 3.2.1 | Inversion velocity analysis | 63 |
| 3.2.2 | Shape of events in the CIG | 65 |
| 3.2.3 | Necessary surface offset range and space lag range | 67 |
| 3.3 | Application on a simple model | 71 |
| 3.4 | Application on the Marmousi model | 75 |
| 3.4.1 | Model and IVA setup | 75 |
| 3.4.2 | Comparison of the final results of three different sets of parameters | 76 |
| 3.4.3 | Impact of parameters responsible for anomalies through iterations | 77 |
| 3.5 | Discussion | 84 |
| 3.5.1 | Variable ranges of surface offset and space lag | 84 |
| 3.5.2 | Normalisation of the objective function and modification of space lag range | 84 |
| 3.5.3 | Impact of the source frequency | 88 |
| 3.6 | Conclusion | 89 |
| 3.7 | Appendix A: Calculation of the shape of events in CIGs | 89 |
| 3.8 | Appendix B: Details of the choice of the ranges of surface offset and space lag for the Marmousi model | 91 |

Résumé du chapitre 3

L'analyse de la vitesse par migration est une méthode consacrée à l'évaluation du modèle de réflectivité et le macro-modèle, associés respectivement aux composantes de nombre d'onde faible et élevé du modèle de vitesse. L'analyse de la vitesse par inversion est l'une de ses versions améliorées, produisant des mises à jour plus stables du macro-modèle. Cependant, l'impact des paramètres utilisateurs doit être examiné pour une mise à jour optimale. Nous montrons qu'un renversement de signe du gradient du macro-modèle peut se produire lorsque les gammes d'offsets en surface et en profondeur sont trop petites. Nous déduisons ces limites théoriques et vérifions leur cohérence au travers de simulations dans un modèle simple à une seule interface. Ces règles pratiques déterminent les gammes nécessaires d'offsets en surface et en profondeur pour une mise à jour appropriée du macro-modèle. Nous discutons de leur applicabilité sur le modèle Marmousi. On observe des artefacts dans le macro-modèle reconstruit lorsque ces règles ne sont pas satisfaites.

Ce chapitre a été soumis pour publication à *Geophysical Prospecting* (révisions mineures).

Abstract

Migration velocity analysis is a method devoted to the evaluation of both reflectivity and background velocity models, associated with the high and low wavenumber components of the model respectively. Inversion velocity analysis is one of its improved versions, leading to more stable background velocity updates. Still, the impact of the user parameters should be understood for an optimal update of the background velocity. We show that a sign reversal of the background velocity gradient could occur when the selected surface offset range or the space lag range is too small. We derive the theoretical limits and check their consistency through simulations in a simple model with a single interface. These guidelines determine the necessary ranges of surface offsets and space lags for a proper update of the background velocity model. We discuss their applicability on the Marmousi model. Artefacts in the retrieved background velocity model are observed when the guidelines are not satisfied.

3.1 Introduction

Seismic imaging consists of evaluating the physical properties of the underground from surface acquisition. Migration Velocity Analysis (MVA) is a group of methods using reflected data (Al-Yahya, 1989; Symes, 2008b). It is assumed under the Born approximation that the velocity model can be split into the background velocity (low wavenumber

part) controlling the wave propagation and its perturbation (high wavenumber part). The quality of the background velocity model is evaluated through the consistency between migrated images corresponding to subsets of the input data, typically common shot or common surface offset gathers.

The subsurface offset (or space lag) was later introduced as an alternative redundant parameter (Sava and Fomel, 2006; Symes, 2008b; Sun and Alkhalifah, 2017) to extend the image domain. This is a spatial shift inserted in the imaging condition between the source and receiver wave fields. For a fixed position at the surface, the migrated images as a function of space lags and depth are the focusing panels called Common Image Gathers (CIGs). If the background velocity model is correct, energy focuses at the zero space lag on the CIGs. Differential Semblance Optimisation (DSO) is one of the possible objective functions proposed by Symes and Carazzone (1991) to evaluate the focusing of energy. It is known to have a convex shape to ensure convergence, at least for simple models. The gradient of the objective function indicates the direction of the background velocity model update.

Nonetheless, the extended MVA faces a number of challenges (Lameloise et al., 2015, Alkhalifah and Wu, 2017). For a simple model with a horizontal reflector, an underestimated (respectively overestimated) velocity would result into a positive (respectively negative) gradient and a downward (respectively upward) curvature in the CIG. Due to limited acquisition, migration smiles are visible in CIGs and they always have upward curvature. As a compromise, the optimal velocity is underestimated and many artefacts are observed in the velocity gradients. To attenuate such artefacts, Liu et al. (2014), Hou and Symes (2015), Chauris and Cocher (2017) and Hou and Symes (2018) proposed to replace migration, adjoint of the Born modelling operator, by its inverse, defined in an asymptotic sense. In practice, the inversion is obtained by applying a set of coefficients and derivative operators both in data domain and image domain. The inversion provides CIGs as well as velocity updates with less artefacts than migration does. The whole approach is called Inversion Velocity Analysis (IVA).

Fu and Symes (2015) have examined the influence of the source frequency on the optimal space lag range and grid size, in order to decrease the numerical cost for different background velocity models. They proposed to use a larger range of space lags but lower frequencies in the early iterations of the velocity analysis, and a smaller range of space lags but higher frequencies in the later iterations when the energy is more concentrated around the zero space lag. The surface offset range refers here to the maximum surface offset symmetrically on both sides of any source position. The same applies for the space lag range.

Meanwhile, Mulder (2014) calculated the analytic shape of events in CIG using the asymptotic approximation and a source defined over infinite frequencies, as a function of the reflector depth and the ratio between the current and exact homogeneous velocity values. His study did not involve optimal ranges of surface offsets and space lags. Alkhalifah et al. (2018) and Williamson (1991) studied the relation between the resolu-

tion and surface offset range for other seismic imaging methods than MVA and IVA.

Our study deals with the influence of the surface offset and the space lag ranges on the CIGs and the background velocity gradients in MVA or IVA. This is motivated by practical aspects, as the application depends on these parameters. Like [Mulder \(2014\)](#), we use the asymptotic approximation, but we consider a finite frequency bandwidth of the source, to take into account the oscillating signals of the CIGs. This more accurate description of the CIG in a simple model leads to simple relations between the macro-model gradient and the ranges of surface offsets and space lags. The objective of this study is to determine criteria concerning these two ranges that should be used to obtain stable results in velocity analysis.

The paper is organised as follows: we first explain in details the shape of events in CIG, leading to the rules about the necessary ranges of surface offsets and space lags. Then, we apply these rules in a simple homogeneous model with a single horizontal reflector, with different reflector depths and velocities. Afterwards, we try the approach on the Marmousi model with a partial knowledge of the exact model. We choose different values for the ranges of surface offset and space lag, in order to understand their influence in a complex synthetic model through non-linear iterations on the background velocity model. We explain the convergence behaviour of IVA by scrutinizing the CIGs and gradients during the process.

3.2 Theory

In this section, we first summarise the inversion velocity analysis (IVA) method. Then we derive the shape of events in the CIG for a simple model with a single reflector, considering a limited source frequency range. The study of different portions of the CIG, related to truncations in the acquisition, leads to simple rules about necessary ranges of surface offsets and space lags.

3.2.1 Inversion velocity analysis

We consider the 2D constant density acoustic propagation law. The velocity model is split into two parts: the macromodel v_0 and its perturbations δv at each point $\mathbf{x} = (x, z)$ of the 2D space

$$v(\mathbf{x}) = v_0(\mathbf{x}) + \delta v(\mathbf{x}). \quad (3.1)$$

The macromodel or background velocity model v_0 is the large scale component of the velocity controlling the kinematics of the wave propagation ([Wu and Alkhalifah, 2015](#)). The perturbation δv causes reflections and diffractions. In practice, we consider the reflectivity defined by $\xi = -2\delta v/v_0^3$ (which is the squared slowness perturbation). In a given background velocity model, the objective function J_0 evaluates the quality of the differences between calculated and observed data

$$J_0(\xi) = \frac{1}{2} \|d^{\text{mod}}(\xi) - d^{\text{obs}}\|^2, \quad (3.2)$$

where the modelled data d^{mod} linearly depend on ξ under the Born approximation (Lailly, 1983, Tarantola, 1984). Actually, from a given estimation of the reflectivity ξ , we can calculate the data with the modelling operator \mathcal{B} defined as

$$\begin{aligned} d^{\text{mod}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) &= \mathcal{B}\xi \\ &= -(i\omega)^2 \Omega(\omega) \int d\mathbf{x} G_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) \xi(\mathbf{x}) G_0(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r, \omega), \end{aligned} \quad (3.3)$$

where ω is the angular frequency, $\Omega(\omega)$ is the source wavelet, \mathbf{x}_s is the source position, $\mathbf{x} = (x, z)$ is the subsurface position, \mathbf{x}_r the receiver position and G_0 is the Green's function derived from the wave propagation law in v_0 .

We introduce an extension parameter, the space lag \mathbf{h} , in the image domain to extend the model (Sava and Fomel, 2006; Symes, 2008b; Sava and Vasconcelos, 2011). We consider here only the horizontal space lag $\mathbf{h} = (h, 0)$. The migration process consists of finding the image of the reflectivity by minimizing the objective function of equation 3.2. The migration operator \mathcal{B}^{mig} is obtained by deriving the gradient of the objective function with the respect to the reflectivity. It is the adjoint of the modelling operator \mathcal{B} of 3.3:

$$\begin{aligned} \xi^{\text{mig}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) &= \mathcal{B}^{\text{mig}} d^{\text{obs}} \\ &= -\text{Re} \int d\mathbf{x}_s d\mathbf{x}_r d\omega (i\omega)^2 \Omega^*(\omega) G_0^*(\mathbf{x}_s, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) d^{\text{obs}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) G_0^*(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}_r, \omega), \end{aligned} \quad (3.4)$$

where the asterisk $*$ denotes the adjoint.

We notice that ξ^{mig} does not minimise J_0 from equation 3.2. Hou and Symes (2015), Chauris and Cocher (2017) and Hou and Symes (2018) propose an explicit pseudo-inverse operator

$$\begin{aligned} \xi^{\text{inv}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) &= \mathcal{B}^{\text{inv}} d^{\text{obs}} \\ &= \text{Re} \left(D_p \int d\mathbf{x}_s d\mathbf{x}_r d\omega \frac{\Omega^{-1}(\omega)}{i\omega} D_{z_s} G_0^*(\mathbf{x}_s, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) d^{\text{obs}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) D_{z_r} G_0^*(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}_r, \omega) \right), \end{aligned}$$

where D_{z_s} and D_{z_r} are the derivatives with the respect of the vertical positions of sources and receivers; D_p is also a derivative operator defined as

$$D_p = 16(v_+ v_-)^{-1} \left[\left(\frac{v_-}{v_+} + \frac{v_+}{v_-} \right) D_z + \left(\frac{v_+}{v_-} - \frac{v_-}{v_+} \right) D_{z_h} \right], \quad (3.5)$$

where $D_z = \partial/\partial z$ and $D_{z_h} = \partial/\partial z_h$ are the partial derivatives with respect of the vertical positions and the vertical space lag. The velocities are defined as $v_+ = v_0(\mathbf{x} + \mathbf{h})$, $v_- = v_0(\mathbf{x} - \mathbf{h})$. In practice, D_p can be approximated by taking $v_+ = v_- = v_0(\mathbf{x})$ (Alali et al., 2018), leading to (Chauris and Cocher, 2017)

$$D_p = \frac{32}{v_0^2} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (3.6)$$

\mathcal{B}^{inv} is an inverse of the modelling operator in the asymptotic term. To evaluate the quality of the background velocity model, we define the normalised DSO objective function J^{norm} (Chauris and Cocher, 2017)

$$J^{\text{norm}} = \frac{1}{2} \frac{\|v_0^p h \xi^{\text{inv}}(\mathbf{x}, h)\|^2}{\|\xi^{\text{inv}}(\mathbf{x}, h)\|^2}. \quad (3.7)$$

This objective function evaluates how energy focuses at zero space lag by penalizing the larger space lags. The gradient of the objective function with respect to the macromodel (we call it *macromodel gradient* or *gradient* in the following) indicates how the macromodel should be updated. In a simple homogeneous model, for a macromodel update in the right direction, the gradient should be negative for a velocity larger than the exact velocity and positive for an underestimated velocity. The velocity power term v_0^p has been introduced to remove the imprint of the reflectors on the macromodel gradient (Chauris and Cocher, 2017). In practice, $p = 3$. It does not modify the large scale component of the macromodel gradient.

3.2.2 Shape of events in the CIG

We now analyse the shape of events in the central CIG (which is the image ξ^{inv} for a given x) for a simple 2D homogeneous model with a single horizontal reflector embedded and located at depth z_e (Figure 3.1). Both sources and receivers are located at the surface: $\mathbf{x}_s = (s, 0)$ $\mathbf{x}_r = (r, 0)$. The surface offset is defined by $H = r - s$. The positions of receivers are symmetric with respect to the source positions: H varies from $-H_{\text{max}}$ to H_{max} . Similarly, the horizontal space lag h varies from $-h_{\text{max}}$ to h_{max} . In this laterally homogeneous model, all the CIGs are the same as the central CIG, except in the zones affected by edge effects.

In this configuration, for the correct velocity model, energy in the CIGs should focus at the point $(h, z) = (0, z_e)$. If the current homogeneous background velocity v_0 is higher (respectively lower) than the exact velocity v_e , the gradient would be positive (respectively negative) and an upward (respectively downward) curvature is expected on the events in the CIGs.

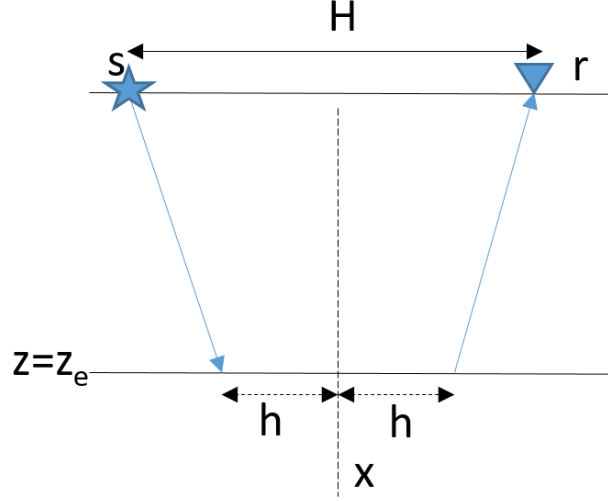


Figure 3.1: Schematic illustration of the simple 2D model, extended by the space lag h .

Mulder (2014) calculated the individual contribution z_H of a surface offset value H , as indicated by

$$z_H(h) = \sqrt{\gamma^2 \left(\left(\frac{H}{2} \right)^2 + z_e^2 \right) - \left(\frac{H}{2} - h \right)^2}, \quad (3.8)$$

where $\gamma = v_0/v_e$ is the velocity ratio. In the following text, we call them *offset-associated curves*. For a given value of H , we say that the curve is *associated with* H . He shows that the offset-associated curves are tangent on a curve that we call *specular curve* in this paper, at the point

$$h = \frac{\beta}{2}H, \quad (3.9)$$

where $\beta = 1 - \gamma^2$ is an important coefficient for all the following sections. The shape of the specular curve z_{spec} of the CIG is described by

$$z_{\text{spec}}(h) = \gamma \sqrt{z_e^2 + \frac{h^2}{\beta}}. \quad (3.10)$$

As the kinematic part is the same in MVA and IVA, the same formulas apply in both cases. Mulder (2014) integrated equation 3.4 over infinite frequencies. Here, we conduct the integration of equation 3.5 within finite frequency band. We show that the energy of the offset-associated curves adds up on the specular curve and cancels each

other elsewhere, except for those associated to the extremal values of H , as illustrate Figures 3.2a and 3.2b for example. The part between $h = -\beta/2H_{\max}$ and $h = \beta/2H_{\max}$ is the *specular portion*. These two bounds are indicated by yellow dots in Figures 3.2 and 3.3 for different velocities and surface offset ranges. The outside parts corresponding to $h < -\beta/2H_{\max}$ and $h > \beta/2H_{\max}$ are considered as artefacts.

By integrating equation 3.5, after simplifications and changes of variables (the details are in 3.7), the seismic events within the specular portion of the CIG can be described by

$$\xi^{\text{inv}}(\tilde{z}(h, \sigma), h) = A_{\text{spec}}(\tilde{z}(h, \sigma), h)S_{\text{spec}}(\sigma), \quad (3.11)$$

where the expressions of the amplitude term A_{spec} , the phase term S_{spec} and the additional variable σ are specified in 3.7. S_{spec} is an oscillating function of σ and σ is linearly linked to the traveltimes differences in the exact model and the current model. We call S_{spec} the *specular wavelet* as it is obtained after a summation over all sources and receivers. It has two different shapes depending on the velocity ratio as illustrated Figures 3.2c and 3.3c. The depth coordinate in the specular portion \tilde{z} is defined by

$$\tilde{z}(h, \sigma) = \sqrt{v_0^2 \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{h}{\beta}\right)^2 + z_e^2}}{v_e} - \frac{\sigma}{4f_{\max}} \right)^2 - \left(\frac{1}{\beta} - 1\right)^2 h^2}. \quad (3.12)$$

where f_{\max} is the upper limit of the source frequency band.

Within the specular part of the CIG, equation 3.12 establishes the correspondence between the shape of the specular portion of the CIG and the shape of the wavelet S_{spec} . In particular, we note that the specular curve from Mulder (2014) is a special case of \tilde{z} by taking $\sigma = 0$:

$$z_{\text{spec}}(h) = \tilde{z}(h, 0). \quad (3.13)$$

The quantities such as $z_{\text{spec}}(h)$ and $\tilde{z}(h, \sigma)$ are used in the next section to determine the optimal parameters.

3.2.3 Necessary surface offset range and space lag range

The curves corresponding to each offset value are upward, no matter if the current velocity is lower or higher than the exact velocity (Figures 3.2 and 3.3). In the underestimated velocity case, the specular portion has a downward curvature (Figure 3.2).

As mentioned before, the specular portion of the CIG is limited by two bounds located at the same vertical position (yellow dots in Figures 3.2 and 3.3), corresponding to the value of $\tilde{z}(h, \sigma)$ for $h = \beta H_{\max}/2$ and $\sigma = 0$. In this geometry, the specular portion would be considered horizontal, if the vertical position of the yellow dots is between the apex of the specular curve (blue dots in Figures 3.2 and 3.3 for $h = 0$ and

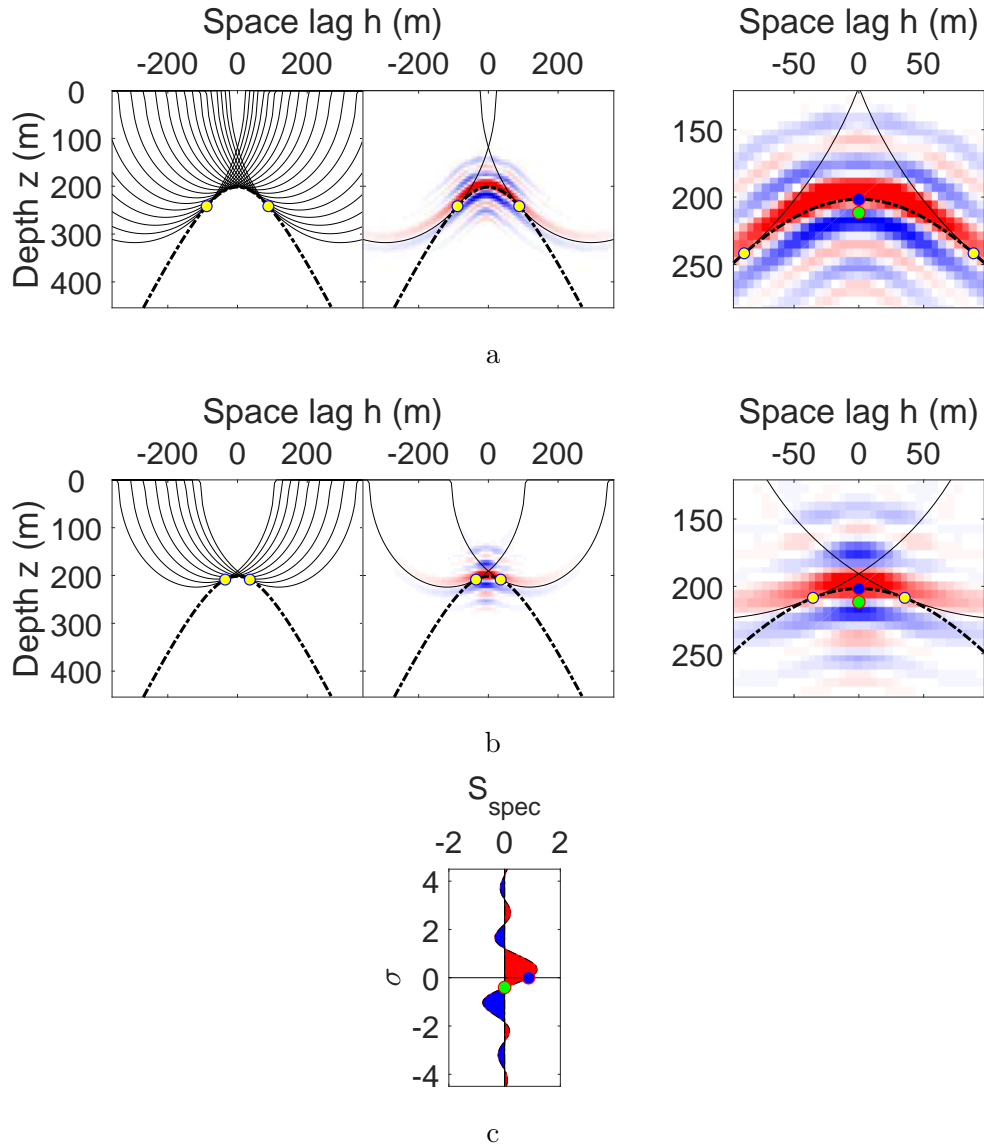


Figure 3.2: (a) Example of a CIG in the case of an underestimated velocity $v_0 < v_e$ and a large range of surface offsets H_{max} . The left image displays the offset-associated curves (solid lines, equation 3.8), tangent on the specular curve (dashed line, equation 3.10). The middle image displays the CIG superposed by the specular curve (dashed line) and the curves corresponding to the extreme offset values. The right image zooms on the specular portion of the middle image. The bounds of the specular portion (yellow dots) correspond to $(h = \pm\beta H_{\text{max}}/2, \sigma = 0)$. The apex of the specular curve (blue dot) corresponds to $h = 0$ and $\sigma = 0$. The lower bound of the central positive signal (green dot), corresponds to a value of σ such that $S_{\text{spec}}(\sigma) = 0$. (b) Same as (a) but for a reduced range of surface offsets so that the depth of the yellow dots is between the blue and green dots. (c) Specular wavelet S_{spec} in function σ for an underestimated velocity case, with corresponding dots of the same colours as the previous. Positive values are filled with the red colour and negative values with the blue colour.

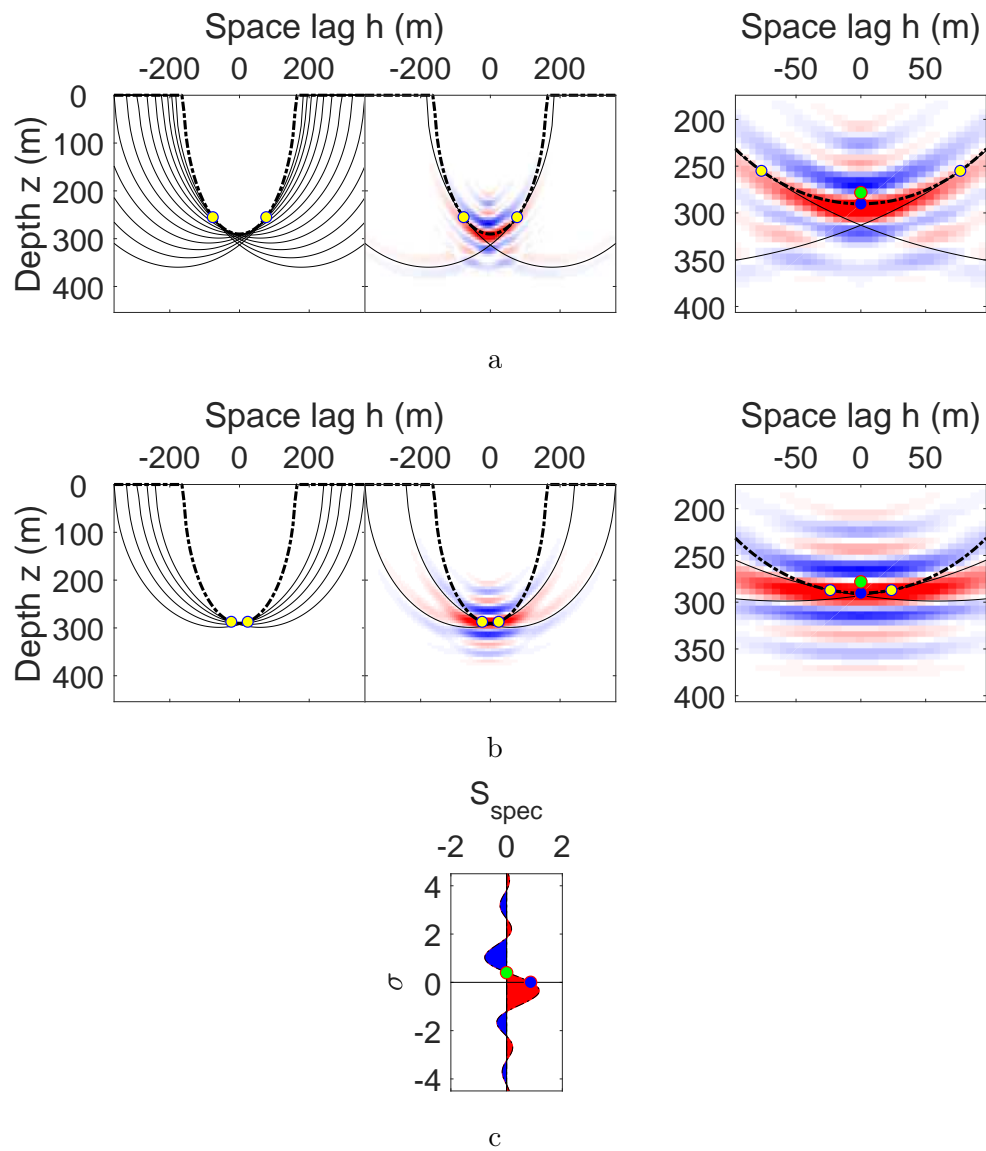


Figure 3.3: Same as Figure 3.2 but for an overestimated velocity $v_0 > v_e$.

$\sigma = 0$), and the lower bound of the central positive signal (green dots in Figures 3.2 and 3.3) corresponding to a value of σ such that $S_{\text{spec}}(\sigma) = 0$. Remember that, beyond the specular part ($h > \beta H_{\text{max}}/2$), the artefacts have upward curvatures. Therefore, in the underestimated velocity case, the whole CIG will exhibit an apparent upward curvature (Figure 3.2b); then the sign of the macromodel gradient will be reversed. In the overestimated velocity case, the apparent curvature will not change (Figure 3.3b), as the specular portion and the artefacts have the same curvature.

Figure 3.2c numerically indicates that the value of the green dot (lower bound of the central positive signal) for the underestimated velocity case is $\sigma = -0.4$. This value is independent of any other parameter. To avoid reversal of the apparent curvature of the CIG and inconsistent gradient, we should have the depth of the bounds of specular curve $\tilde{z}(h = \frac{\beta H_{\text{max}}}{2}, \sigma = 0)$ (yellow dots in Figures 3.2 and 3.3) lower than the green dots in Figures 3.2 and 3.3, which leads to

$$\tilde{z}\left(h = \frac{\beta H_{\text{max}}}{2}, \sigma = 0\right) > \tilde{z}(h = 0, \sigma = -0.4), \quad (3.14)$$

Using the approximation $\tilde{z}(0, -0.4) \approx \tilde{z}(0, 0) - 0.4 \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \sigma}(0, 0)$, equation 3.13 and $\frac{\partial \tilde{z}}{\partial \sigma}(0, 0) = v_0/(4f_{\text{max}})$, equation 3.14 becomes:

$$z_{\text{spec}}\left(\frac{\beta H_{\text{max}}}{2}\right) - z_{\text{spec}}(0) > \frac{0.1v_0}{f_{\text{max}}}. \quad (3.15)$$

From equations 3.10 and 3.15 and considering $z_e \gg 0.1v_e/f_{\text{max}}$, we derive the rule concerning the surface offset range H_{max} :

$$H_{\text{max}} > \zeta \sqrt{\frac{v_e}{|\beta| f_{\text{max}}}} z_e, \quad (3.16)$$

where the constant $\zeta = 2\sqrt{0.2} \approx 0.89$ is linked to $\sigma = -0.4$ corresponding to the lower bound of the central positive signal (green dots in Figure 3.2). Equation 3.16 means that the surface offset range should be larger than a function proportional to the square root of the exact reflector depth z_e and the wavelength of the exact velocity model $\lambda_e = v_e/f_{\text{max}}$. We can write equation 3.16 with adimensional terms $H'_{\text{max}} = H_{\text{max}}/\lambda_e$ and $z'_e = z_e/\lambda_e$

$$H'_{\text{max}} > \zeta \sqrt{\frac{z'_e}{|\beta|}}. \quad (3.17)$$

The coefficient $|\beta|$ in the denominator indicates that we need a larger range of surface offset when the background velocity model is closer to the exact model. This is not surprising: to distinguish between the exact model and a velocity model slightly underestimated or overestimated, large surface offsets are required.

After settling the surface offset range, we should also determine the space lag range so it is guaranteed to be larger than the positions of the yellow dots in Figures 3.2 and 3.3 to avoid the truncation of the specular portion. In other word, we should have

$$h_{\max} \geq |\beta| \frac{H_{\max}}{2}. \quad (3.18)$$

Here, the coefficient $|\beta|$ implies that a larger range of space lag is necessary when the current velocity model is far away from the exact model. Actually, in this case, the defocused energy is present at large space lag values.

We now present two numerical applications, first on the simple model with a single horizontal reflector and then on the Marmousi model.

3.3 Application on a simple model

We still consider the model with a single horizontal interface described in the previous section. The source wavelet is a Ricker signal centred at 16 Hz (the maximum frequency, f_{\max} , is 40 Hz). We tested different values of the surface offset range H_{\max} , while the rest of the parameters are kept constant. The CIGs and gradients for an underestimated velocity case are displayed in Figure 3.4. Figure 3.4a corresponds to the surface offset range larger than the necessary one defined in equation 3.16. Figure 3.4b represents the surface offset range equal to the necessary one: the apparent curvature of the CIG is almost horizontal and the gradient intensity is close to zero. Figure 3.4c corresponds to a smaller surface offset range with an apparent reversed curvature of the CIG, leading to a gradient of opposite sign.

To confirm the validity of equation 3.17, we repeat the test for various H_{\max} and z_e , for different velocity pairs (v_e, v_0) . We calculate the average value of the gradient in the central zone above the reflector depth $z_0 = \gamma z_e$, delimited by the lateral artefact zone as wide as H_{\max} (within the dashed rectangle in Figure 3.4a). We display a map of the cubic root of the average gradient value in the plane (H'_{\max}, z'_e) for each of the two different sets of velocities: $v_0 = 2500$ m/s, $v_e = 3000$ m/s (Figure 3.5a); $v_0 = 1500$ m/s, $v_e = 2000$ m/s (Figure 3.5b). The space lag range is set to large values (0.6 km), so that the specular part of the CIG is not truncated according to equation 3.18. The cubic root of the gradient value is plotted to diminish the colour contrast while preserving the sign of the gradient. The black curve corresponds to the theoretical necessary range of surface offset predicted by equation 3.17. The reversal of the gradient sign is observed under the black curve, whereas the gradient sign is correct above it. This confirms our theory from a numerical side.

We display also the map of an overestimated velocity case ($v_0 = 3000$ m/s, $v_e = 2500$ m/s) in Figure 3.5c, where no reversal of the gradient sign is observed, because

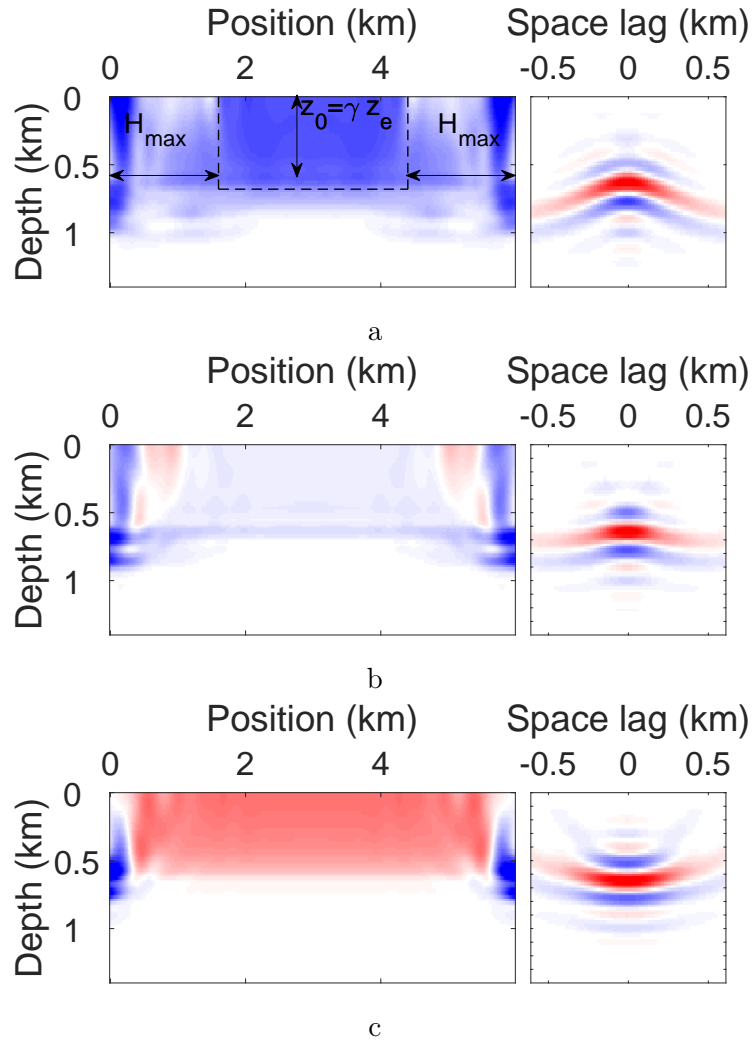


Figure 3.4: Velocity gradients (left) and CIGs at the central position $x = 3$ km (right) in an underestimated velocity case (the model velocity $v_0 = 2500$ m/s; the exact velocity $v_e = 3000$ m/s) for different ranges of surface offset: (a) $H_{\max} = 1.6$ km, (b) $H_{\max} = 1$ km, (c) $H_{\max} = 0.4$ km respectively. The space lag range h_{\max} is fixed at 0.6 km and the reflector depth z_e at 0.8 km. The gradients share the same colour scale: positive values are in red; negative values (expected here) in blue. The central zone used for Figure 3.5 is illustrated in (a) by the dashed line frame.

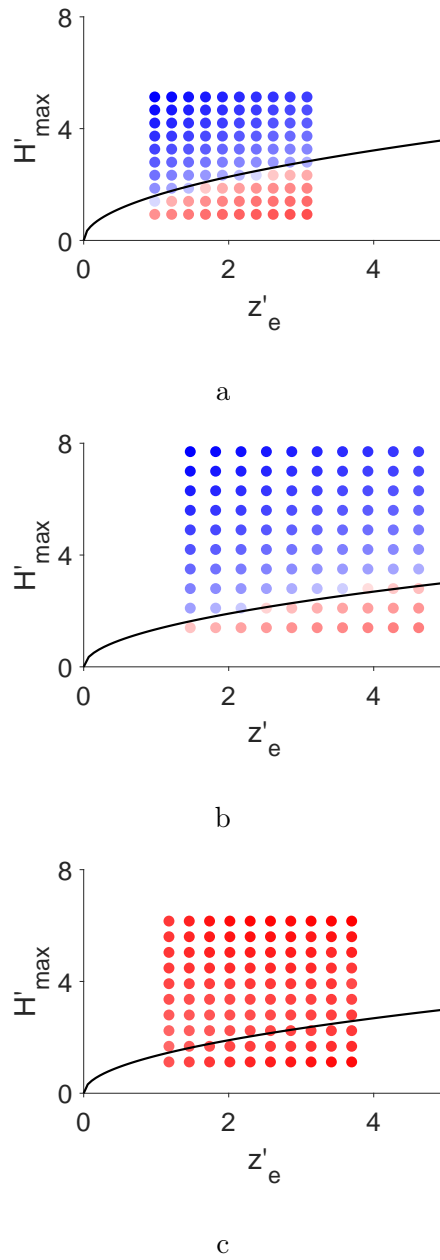


Figure 3.5: Maps of the cubic root of the average value in the central area of the gradient, for a single reflector at variable depths z_e and for variable surface offset ranges H_{\max} . Positive values are in red; negative values (expected here) in blue. The black curves are derived by equation 3.17 respectively for (a) $v_0 = 2500$ m/s, $v_e = 3000$ m/s; (b) $v_0 = 1500$ m/s, $v_e = 2000$ m/s; (c) $v_0 = 3000$ m/s, $v_e = 2500$ m/s. We display here with adimensional variables $z'_e = z_e/\lambda_e$ and $H'_{\max} = z_e/\lambda_e$ in the same scales ($\lambda_e = v_e/f_{\max}$ is the wavelength in the exact model).

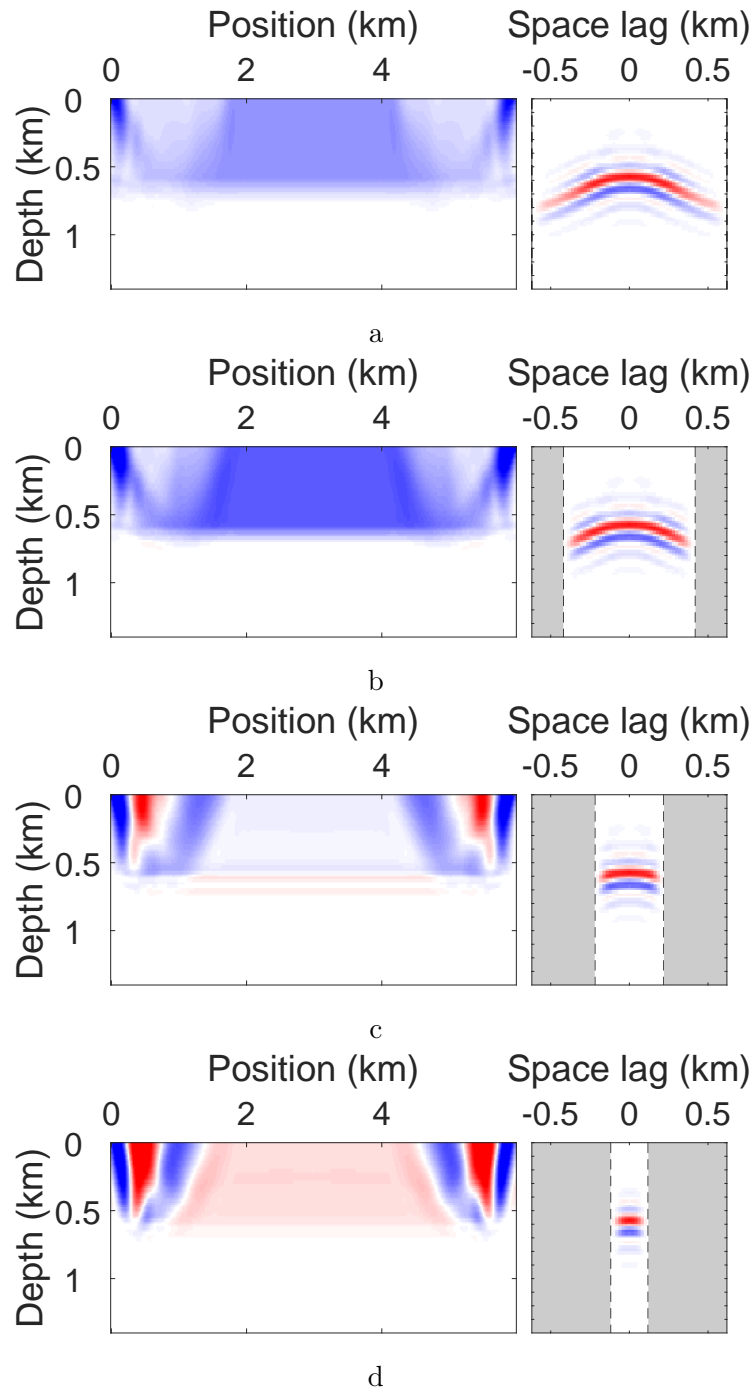


Figure 3.6: Same as for Figure 3.4, but here we decrease the space lag range, in an underestimated velocity case (the model velocity $v_0 = 1500$ m/s; the exact velocity $v_e = 2000$ m/s): (a) $h_{\max} = 0.6$ km; (b) $h_{\max} = 0.4$ km (corresponding to the limit in equation 3.18); (c) $h_{\max} = 0.2$ km; (d) $h_{\max} = 0.1$ km. The surface offset range H_{\max} is fixed at 1.8 km. The reflector depth z_e is fixed at 0.8 km. The grey areas in (b)(c) and (d) mean that the values are null inside, as the CIGs have been calculated with a smaller range of space lag.

the CIG apparent curvature in this case is always upward, as predicted in the Theory section.

The second series of tests consists of decreasing the space lag range h_{\max} . The rest of the parameters are kept constant. An example is displayed in Figure 3.6. An underestimated velocity model is used here, so the gradient is expected to be negative (blue). Figure 3.6a corresponds to the situation where the space lag range is larger than the one defined in equation 3.18, compared to Figure 3.6b which corresponds to the necessary space lag range defined in equation 3.18. Both Figures 3.6a and 3.6b display gradients with expected signs. The gradient intensity is lower in the case of the larger range of space lag, due to the presence of artefacts in the CIGs. On the other hand, in the case of a too small space lag range, the truncation of the specular portion of the CIG leads to a reversal of the gradient sign in the central zone (Figure 3.6d), despite tapers applied on both side of the CIGs to avoid truncations in the gathers. Figure 3.6c represents an intermediate case where the central gradient value is close to zero. The limit of space lag range for this sign reversal has not yet been deduced by theoretical formula. Our recommendation is to take a sufficiently large value of space lag in order to keep intact the specular portion.

To summarise, in a homogeneous velocity model the surface offset range should be larger than the limit defined by equation 3.16. Once the surface offset range is fixed, the space lag range should be larger than the limit defined by equation 3.18. Respecting both rules avoids the reversal of the gradient sign. Note that the gradients are correctly computed here; the unexpected sign is due to the fact that the minimum of the objective function is shifted towards lower velocity values (Lameloise, 2015), when the ranges of offset and space lag are insufficient.

Yet, we can notice that our rules depend on the exact velocity model that is unknown a priori. In a more complex configuration, we need partial knowledge of the exact velocity model to apply these rules, as illustrated in the following section.

3.4 Application on the Marmousi model

We evaluate here the necessary ranges of surface offset and space lag for the Marmousi model. Then we compare the results from different sets of parameters.

3.4.1 Model and IVA setup

We consider the Marmousi model, 9220 m wide and 3020 m deep (Figure 3.7a). The vertical and horizontal sampling rates are 20 m. We added 600 m of water above, to avoid too strong reflected waves at the first layers. Then, in order to avoid the edge effects in the gradient (in Figure 3.4 from $x \approx 0$ to 0.3 km and from $x \approx 1.3$ to 1.6 km), we also performed a simple lateral 1D extension on both sides of the background

velocity and reflectivity models (not displayed in the following figures). The source wavelet is a Ricker signal centered at 2.8 Hz (maximum frequency $f_{\max} = 7$ Hz). This corresponds to a minimum wavelength $\lambda_e = v_e/f_{\max} \approx 200$ m. For the scale separation, the reflectivity is the difference between the exact model and the background velocity model, obtained by applying a Gaussian smoothing of 80 meters on the exact model, which is slightly inferior to the half of the minimum wavelength.

As mentioned at the end of the previous section, according to equation 3.16, the determination of necessary ranges of surface offsets and space lags depends on the exact velocity that is not known a priori. In practice, what we know before deriving the velocity model is typically the water depth, the geology of the surrounding area and possibly well data, for example the sonic logs. In this study, we consider four velocity profiles extracted at $x = 1, 3, 6, 8.5$ km (more details in Appendix 3.8) as the partial knowledge prior to the velocity analysis.

We set up an initial model close to the average of a smooth version of these four velocity profiles: 1500 m/s from the top to the water bottom, 4000 m/s at the model bottom. Between the water bottom and the model bottom, the initial velocity exhibits a constant gradient with respect to depth z , regardless of the lateral position x . We defined the interval 1400 – 5100 m/s as the bounds that the velocity cannot cross through iterations.

The necessary range of space lags should be larger than the limit expressed in equation 3.16 for all the interfaces for all iterations. Through iterations, we expect that v_0 will become closer to v_e (Figure 3.8). As a consequence, $|\beta|$ should be smaller in later iterations and lead to a larger H_{\max} . This implies that the choice of the offset range depends on the expected final accuracy of the model. Likewise, the necessary space lag range should be chosen with the largest possible $|\beta|$ according to equation 3.18, which is expected to be the case of the early iterations.

After calculations (details in Appendix 3.8), we choose the surface offset range $H_{\max} = 4000$ m and the space lag range $h_{\max} = 1220$ m. We consider that they represent the correct parameter case. For comparison, we examine two other cases: the case of a smaller offset range ($H_{\max} = 2000$ m, $h_{\max} = 1220$ m) and the case of a smaller space lag range ($H_{\max} = 4000$ m, $h_{\max} = 420$ m).

3.4.2 Comparison of the final results of three different sets of parameters

With these two chosen parameters ($H_{\max} = 4000$ m, $h_{\max} = 1220$ m), we performed 20 iterations of IVA with a quasi-Newton approach (ℓ -BFGS method, Nocedal and Wright, 2006). The gradients are masked in the first 600 m so that there is no velocity update in the water layer. A Gaussian smoothing of 640 meters is applied on the gradient for the first five iterations. Then this length is divided by two every five iterations, to end up

with 80 meters after the iteration 15. The final Gaussian smoothing corresponds to the one applied on the exact model to obtain the reference background velocity model.

The final velocity model (Figure 3.9a) is the sum of the background velocity model v_0 (Figure 3.9b) and the reflectivity ξ (Figure 3.9c) multiplied by $-v_0^3/2$. This summation is possible as the inversion is a true-amplitude method. The main large-scale structures in the exact velocity model are quite well retrieved in the final iteration. Moreover, the CIGs (Figure 3.9d), at four lateral positions in the model ($x = 1$ km, 3 km, 6 km and 8.5 km), show that the energy is quite well concentrated on the zero space lag after inversion.

Figure 3.10 displays the results with a smaller surface offset range $H_{\max} = 2000$ m (as opposed to the previous 4000 m); the other parameters being identical (Figure 3.9). This experiment fails to reconstruct the main structures in the central part: a vertical structure of strong velocity is observed, as indicated by the ellipse in Figure 3.10a around $x = 4$ km. On the right-hand side of this vertical structure, the velocity is much lower than in the exact model. Another similar structure is observed around $x = 9$ km. In addition, the energy is less focused on the CIGs (Figure 3.10d).

Similarly, the results with a smaller space lag range $h_{\max} = 420$ m (as opposed to the previous 1220 m) are displayed in Figure 3.11. The grey areas in the CIGs (Figure 3.11d, with the same scale as Figures 3.9d and 3.10d) have the value zero by definition. The CIGs are as focused as in the correct parameter case. However, the background velocity is lower in the deeper part ($z > 2$ km), in particular inside the zones indicated by the ellipses in Figure 3.11a.

3.4.3 Impact of parameters responsible for anomalies through iterations

To understand the differences between the final results of the three tests, we look into the details of the iterations. Figure 3.12a shows the evolution of the objective function value through iterations in solid lines. The three curves converge to the dashed lines that represent the objective function value when using the exact macromodel (Figure 3.7b) for inversion. The CIGs (at lateral positions $x = 1, 3, 6$ and 8.5 km) of the exact model in the three tests are displayed respectively in Figures 3.12b, 3.12c and 3.12d. As the energy is not totally focused at the zero space lag, the objective function has a non-zero value, even for the correct parameter case. In the case of the smaller surface offset range, the CIGs display events with a horizontal aspect for the exact model. The energy is spread out along nearly horizontal lines, which explains the high value of the objective function for both the exact model and the macromodel derived in the final iterations (red lines in Figure 3.12a). The other two cases have better focused CIGs. In other words, the surface offset range determines the energy focusing on the CIGs for both the exact macromodel and the macromodel derived by the IVA process. We notice that the final

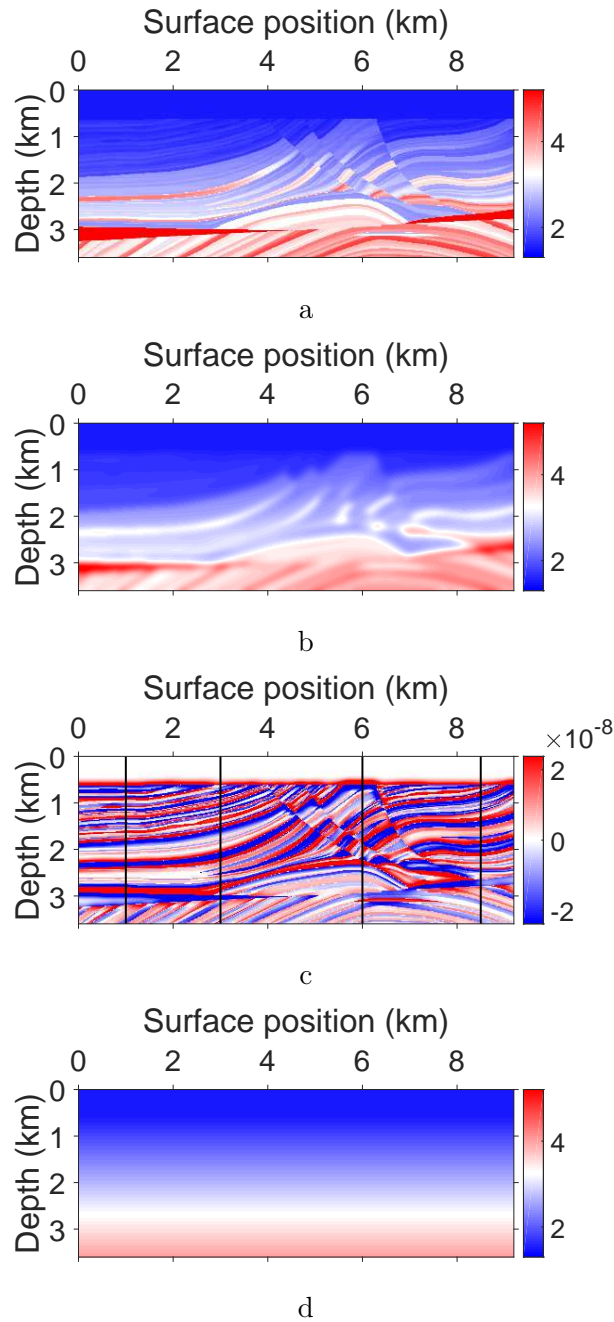


Figure 3.7: The full Marmousi velocity model v (a) which is split into the exact background velocity model v_e (b) and its perturbations δv represented by the reflectivity $\xi = -2\delta v/v_e^3$ in (c). The initial background velocity model used in IVA is represented by (d). The colour bar in (a) (b) and (d) indicates the velocity in km/s. (c) is in km/s $^{-2}$. The vertical black lines in (b) and (c) at $x = 1, 3, 6, 8.5$ km indicate the position where the velocity profiles are extracted as a priori knowledge of the exact model.

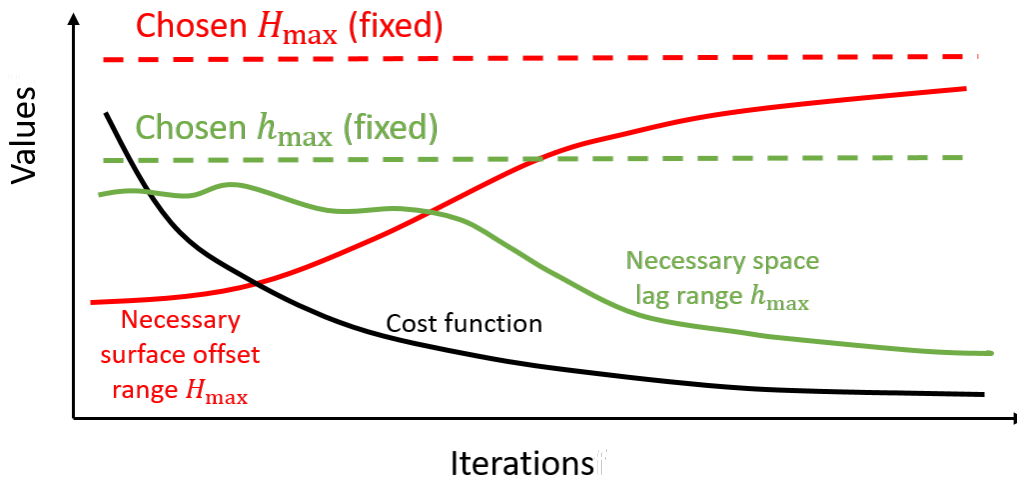


Figure 3.8: Qualitative schematic illustration of the choice of the surface offset range H_{\max} (red dashed line) and the space lag range h_{\max} (green dashed line). The solid lines indicate the theoretical limits that depend on the current macromodel.

CIGs are also focused in the case of a smaller space lag range, but its final background velocity model is not correct. This means that using smaller space lag range deteriorates the convexity of the DSO objective function and the final macromodel is one of its local minima of the DSO objective function.

Before analysing the reasons for the anomalies, we recall the fact that, normally, with sufficient space lag ranges, an overestimated velocity will give CIG events with upward curvatures that should return positive gradient (red), which will decrease the velocity. An underestimated velocity will give CIG events with downward curvatures that should return negative gradient (blue), which will increase the velocity.

We remember also the fact that the gradient calculation is non-linear with respect to the image. The contribution of each interface to the gradient goes from their respective depth to the surface. Therefore, the interfaces in the deeper part have greater influence than those in the shallower part. In addition, the gradient at a given position x mainly receives the contribution from the CIG at the same position x , but receives also the contributions of CIGs in the surrounding areas. This makes it difficult to provide a thorough explanation on every details in the gradients. We examine here the CIGs at different positions in order to propose elements of explanation about the main anomalies in the final background velocity model.

The anomaly in the case of a smaller surface offset range can be explained by examining iteration 13. The macromodel at the beginning and during iteration 13 is represented by Figure 3.13a. We extract the CIGs (Figure 3.13b) of the positions $x = 3, 3.6, 4.3$ and 9 km, corresponding to the vertical black lines in the other subfigures. The

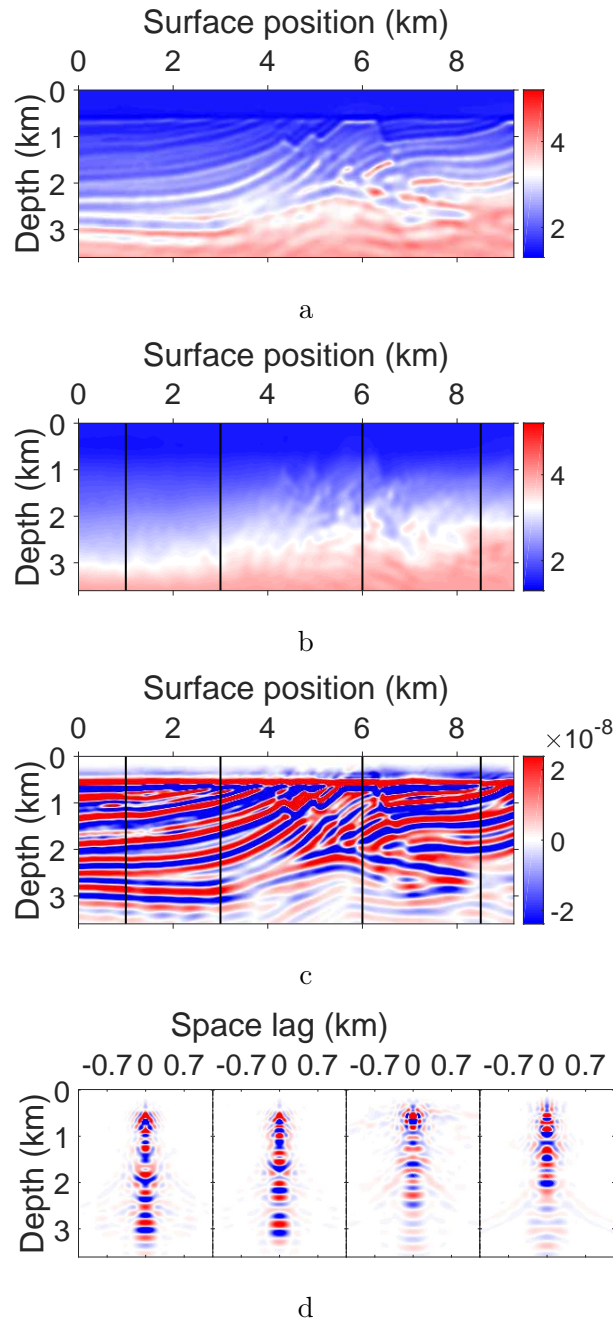


Figure 3.9: IVA results after 20 iterations using the surface offset range $H_{\max} = 4000$ m and the space lag range $h_{\max} = 1220$ m. (a) The full velocity model is the sum of (b) the background velocity model v_0 and (c) the reflectivity multiplied by $-v_0^3/2$. The black vertical lines in (b) and (c) correspond to the positions where the CIGs in (d) are extracted ($x = 1, 3, 6, 8.5$ km). The velocity models (a) and (c) use the same colour scale as Figure 3.7a; the reflectivity (b) and CIGs (d) use the same colour scale as Figure 3.7c.

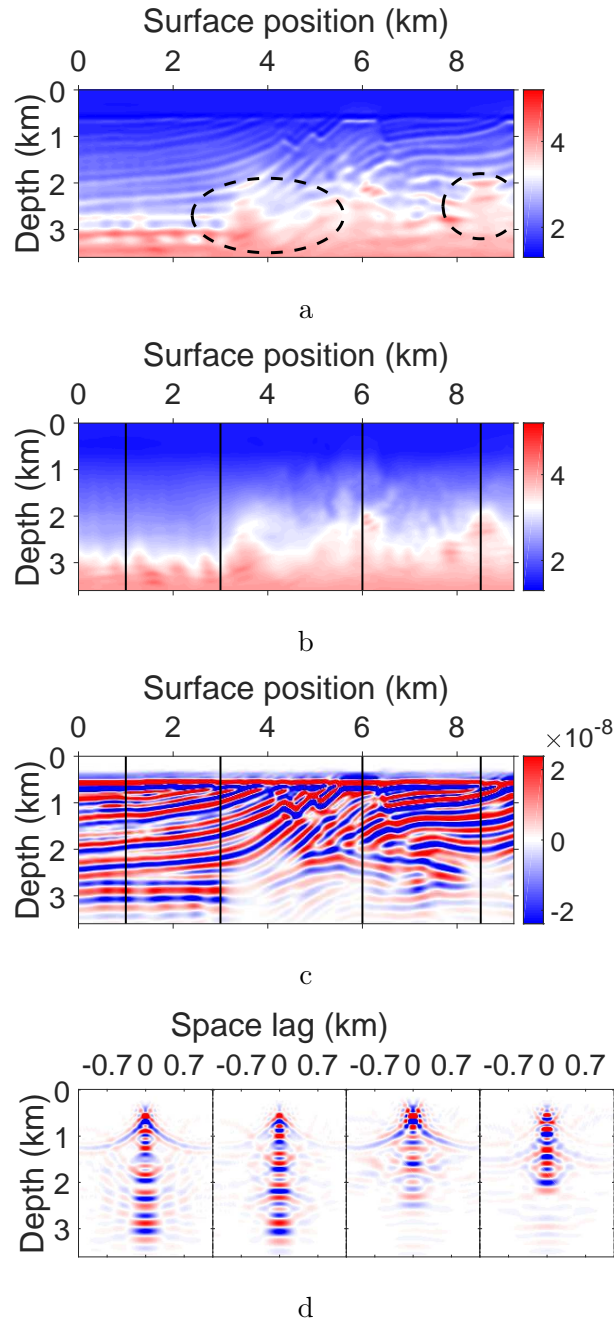


Figure 3.10: Same as the Figure 3.9, but for a smaller surface offset range case: $H_{\max} = 2000$ m, $h_{\max} = 1220$ m.

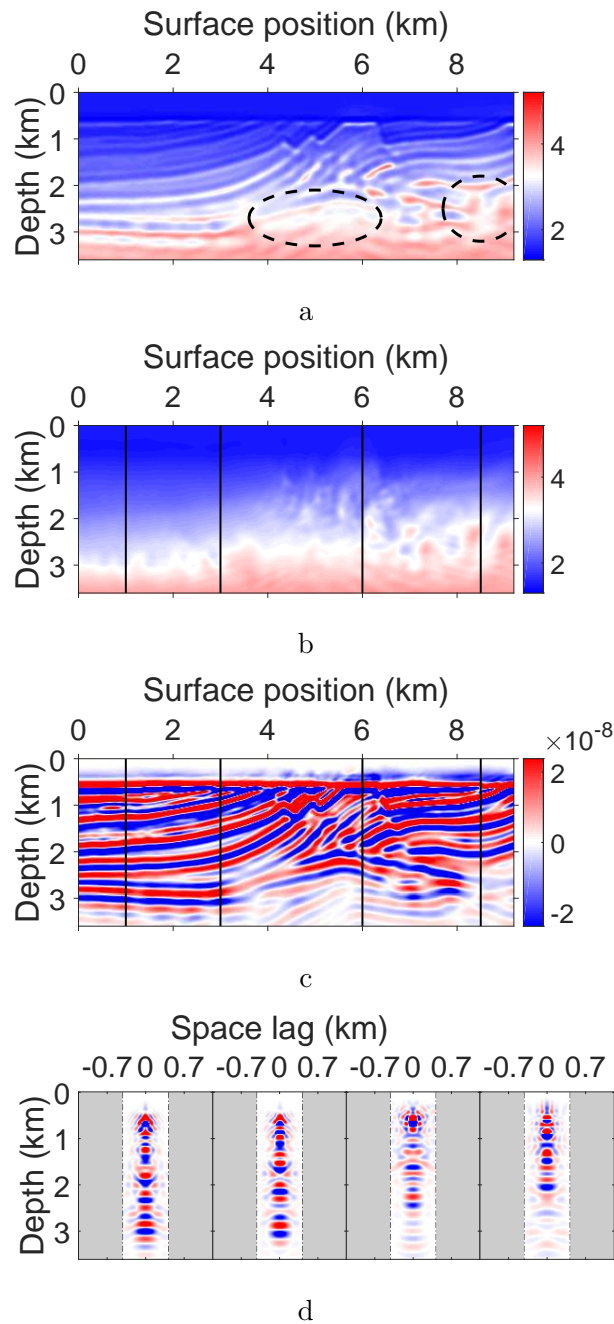


Figure 3.11: Same as the Figure 3.9, but for a smaller space lag range case: $H_{\max} = 4000$ m, $h_{\max} = 420$ m. The CIGs (d) are plotted with the same scale as the Figure 3.9. The grey areas in (d) mean that the values are null inside, as the CIGs have been calculated with a smaller range of space lag.

CIG at $x = 9.1$ km does not suffer from edge effect, as we extended the model laterally (not displayed here, see the section of Model and IVA Setup). Figures 3.13c and 3.13d show respectively the original gradient (before applying smoothing and mask) and the smoothed gradient. Figure 3.13e shows the macromodel after update, ready for iteration 14. We put the horizontal grids on to better locate the events in CIGs and in the gradients.

We begin with the most visible anomaly at $x = 4.3$ km. The events of the CIG at $x = 4.3$ km (the third CIG in Figure 3.13b starting from the left) has an apparent upward curvature within $z = 2.7 - 3.5$ km. As a result, it returns positive gradient (red) in this area (Figure 3.13d) that will decrease the velocity, whereas the velocity model is already low in this area (Figure 3.13a). This upward curvature of CIG events is observed beyond $h = 0.5$ km; in the central part, the CIG events are horizontal. This situation corresponds to a gradient reversal due to insufficient surface offset range, as described in the Theory section. Subsequently, the update will keep decreasing the velocity in this area, which preserves the void shape of the macromodel, observed in both Figures 3.13a and 3.13e, as well as in the final macromodel of Figure 3.10b.

The CIG at $x = 3$ km (the first CIG in Figure 3.13b) has an event at $z = 3.1$ km with an upward curvature. The events at $z = 2.3$ km and at the bottom $z = 3.4$ km have downward curvature in the middle, but they have important artefact imprint (as described in the Theory section) with upward curvature, especially for $|h| > 0.5$ km. All the three events finally result in positive gradient value (red) in this area, which decreases the macromodel velocity which is already low in these areas, leading to the gap shape in the final macromodel at this position (Figure 3.10b).

The vertical structure observed in Figure 3.10b at $x = 3.6$ km is visible in both Figures 3.13a and 3.13e. The CIG at $x = 3.6$ km (the second CIG in Figure 3.13b) has an event with an upward curvature at $z = 2.9$ km, but the event at the bottom $z = 3.4$ km has an downward curvature with the same intensity. This downward curvature for $x = 3.6$ km, $z = 3.4$ km can find its explanation in the two previous close positions $x = 3$ km and $x = 4.3$ km, where the velocity is underestimated. As mentioned before, the contribution of a deeper event is more important, which explains in the negative gradient (blue) of this area within $z = 1.7 - 3.5$ km (Figure 3.13d).

In the CIG on the rightmost side at $x = 9.1$ km (the fourth CIG in Figure 3.13b), all the events have downward curvatures, except the event at $z = 2.8$ km that has a slight upward curvature (again due of insufficient surface offset range), whereas the macromodel velocity is already low within $z = 1 - 2.8$ km. The unexpected upward curvature attenuates the expected negative (blue) gradient value in the area. The update barely increases the velocity in this area and will preserve the gap shape in the macromodel.

The anomalies in the case of the smaller space lag range can be explained by examining iteration 8 (Figure 3.14). We proceed with the same analysis as in the case of the smaller surface offset range, except that we extract the CIGs (Figure 3.14b) at $x = 3.9$, 4.5, 5.4 and 8.6 km.

The most obvious anomaly is the CIG at $x = 8.6$ km (the fourth CIG in Figure 3.14b starting from the left). The events in the deep part ($z = 2.5 - 3.3$ km) have downward curvature, whereas the gradient in the area is close to zero (Figure 3.14c). This attenuation of gradient value is due to the insufficient range of space lags, according to the Theory section.

The same phenomenon is observed at $x = 3.9$ km within $z = 3 - 3.4$ km (the first CIG in Figure 3.14b), at $x = 4.6$ km within $z = 2.3 - 2.8$ km (the second CIG in Figure 3.14b) and at $x = 5.4$ km within $z = 2.2 - 2.5$ km (the third CIG in Figure 3.14b). They all result in very weak gradient intensity in the corresponding areas (Figure 3.14c). This explains the lower values in the final macromodel indicated by the ellipses in Figure 3.11a.

3.5 Discussion

In this section, we discuss possible extensions of the parameter choice in the IVA method.

3.5.1 Variable ranges of surface offset and space lag

One could conceive a variable range of the space lags as a function of depth, $h_{\max}(z)$. In particular, at the shallow part, the space lag range should be small to limit artefacts, as the current velocity model is generally better evaluated and close to the exact one. Nevertheless, as we do not know the deeper part of the model and how the CIG evolves during iterations, we preferred constant space lag range in this study by precaution.

Likewise, we could consider a variable range of the surface offset as a function of time and source position ($H_{\max}(s, t)$ where s is the source position), so that the data domain would be differently shaped. However, the necessary offset range indicated by equation 3.16 is a function of depth, not time. This requires a time-depth conversion, which depends itself on the velocity model, which complicates the problem. As we have seen in Figure 3.5 that an offset range larger than necessary does not reverse the gradient (at least in the middle of the model), a constant offset range has been preferred in our study.

3.5.2 Normalisation of the objective function and modification of space lag range

In our study, we have always set the ranges of space lag as a constant large values through iterations. Actually a large space lag range in computation is time-consuming. Similarly to Fu and Symes (2015), we can envisage modifying them during iterations to save numerical cost, as the velocity is changing (Figure 3.8). To be more specific, we

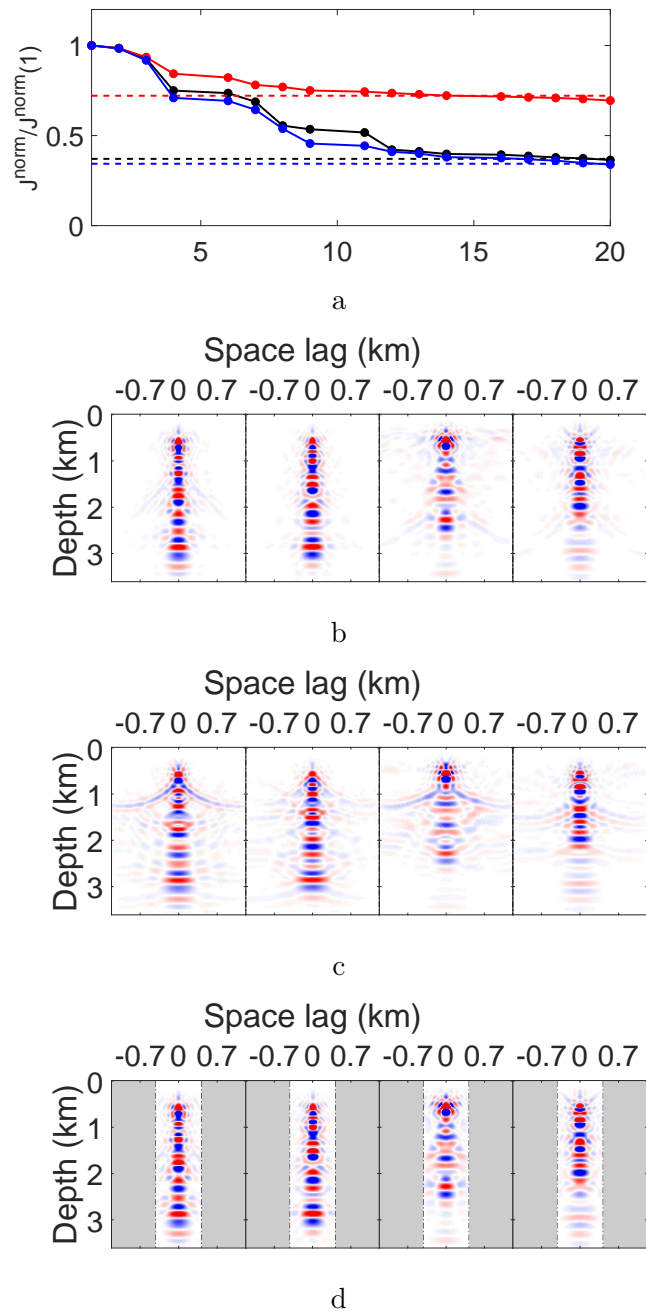


Figure 3.12: (a) The evolution of the objective function value J^{norm} (divided by the initial value $J^{\text{norm}}(1)$) through iterations for the correct parameters of Figure 3.9 (black solid line), for the smaller surface offset range of Figure 3.10 (red solid line) and for the smaller space lag range of Figure 3.11 (blue solid line). The dots of respective colours correspond to the effective iterations in ℓ -BFGS method. The dashed horizontal lines represent the objective function values when using the exact macromodel for the inversion corresponding to the CIGs below: (b) with correct parameters, (c) with the smaller surface offset range, (d) with the smaller space lag range.

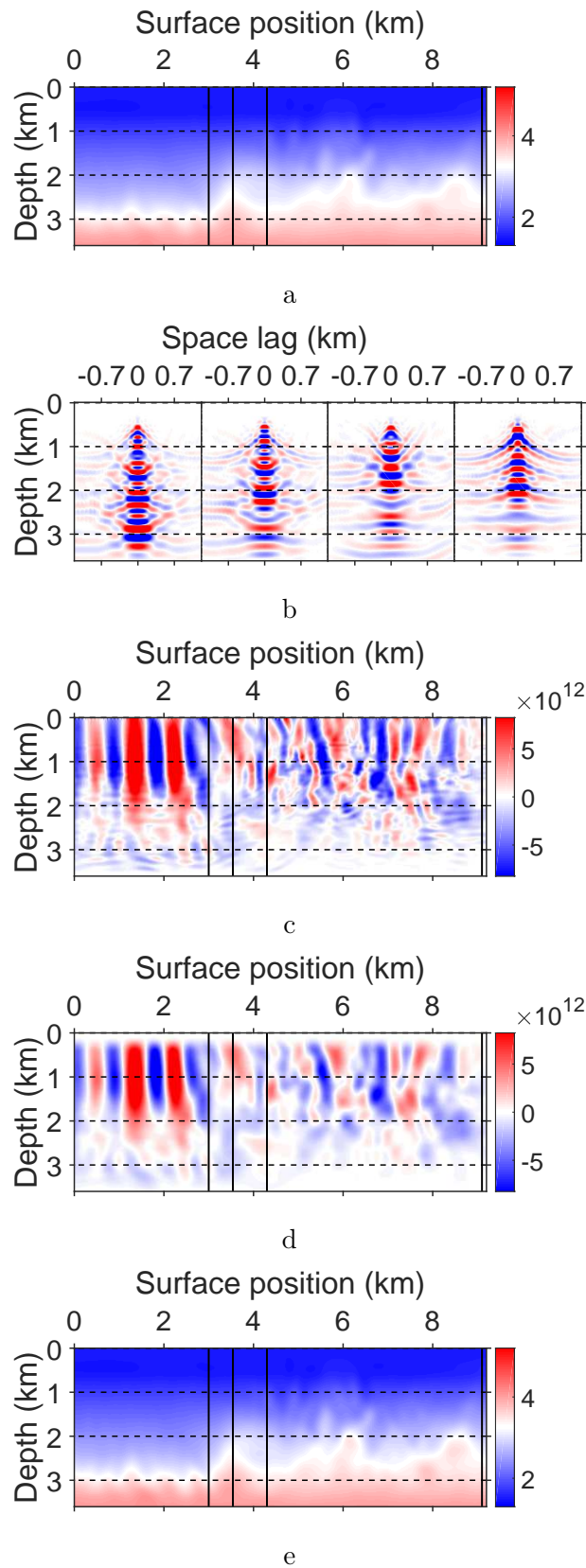


Figure 3.13: Iterations 13 in the case of the smaller surface offset range: (a) macromodel at the beginning of iteration 13; (b) CIGs extracted at $x = 3, 3.6, 4.3$ and 9.1 km (black vertical lines in other subfigures); (c) gradient before smoothing and mask; (d) smoothed and masked gradient; (e) updated macromodel after iteration 13 (then used by iteration 14).

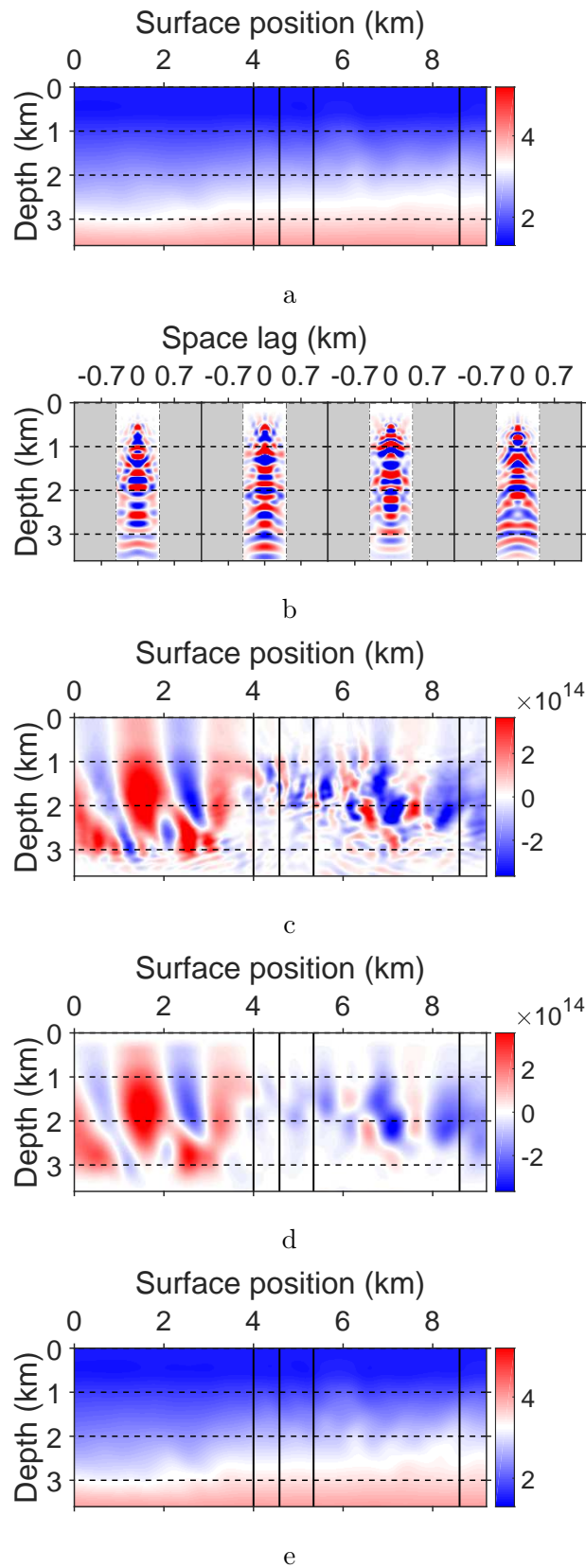


Figure 3.14: Same as Figure 3.13 but for iteration 8 in the case of the smaller space lag range. The CIGs (b) are extracted at $x = 3.9, 4.5, 5.4$ and 8.6 km.

can use smaller offset range and larger space lag range in the first iterations and larger offset range and smaller space lag range in the final iterations. Yet, caution should be taken into account.

Actually, in our study, we use a normalised objective function, which has a more convex shape and allows a better convergence (Lameloise, 2015). The classic (non-normalised) objective function of equation 3.19 has a much less steep slope on the higher velocity side. The normalised objective function is more symmetric, which means the gradient at both sides are of the same order of magnitude (Lameloise, 2015).

$$J^{\text{classic}} = \frac{1}{2} \|v_0^p h \xi(\mathbf{x}, h)\|^2 \quad (3.19)$$

Reducing the space lag range modifies the definition of the objective function and should not be done at every iteration, as the gradient calculation is associated with a specific range of space lag. In practice, we can use a large space lag range at the beginning. After several iterations, the CIG would be more focused, so we can reduce $h_{\text{max}}(z)$ to adapt the new velocity discrepancy. Then we restart the quasi-Newton process for a new series of several iterations, and so on. In this way, we can diminish the computation cost for every reduction of the space lag range.

3.5.3 Impact of the source frequency

In addition to the space lag range, Fu and Symes (2015) proposed to adapt also the grid size and the source frequency according to data residuals (instead of the velocity ratio here). However, their study was conducted to reduce the numerical cost, which is a different objective than ours. While reducing the numerical cost, we should take into account the necessary space lag range to ensure a consistent velocity update.

The theoretical part of our study was inspired by Mulder (2014), who had not included the influence of the maximum frequency of the source on the shape of the events in the CIG. They actually integrated over infinite frequencies. We demonstrated in our study that the limitation of the frequency generates the wavelets of Figure 3.2c. On the CIG, it translates into the alternative positive and negative signals around the specular curve, according to equation 3.12. We showed that the dimensions of these oscillating signals are the key to determine the necessary range of surface offset.

As Figure 3.8 shows, we do not need large surface offset range at the early iterations. It becomes necessary in the final iterations as the velocity model is expected to be closer to the exact model (β in equation 3.16 decreases, so the limit of H_{max} increases). However, it is based on a constant maximum frequency, whereas it plays also an important role in equation 3.16. Future work will examine the possibility of increasing the maximum frequency through iterations, so that the necessary surface offset range can be maintained at a relatively small value through iterations. The advantage is that a smaller offset range implies a smaller space lag range according to equation 3.18, which reduces

the numerical cost. Moreover, this will reduce the size of the zone suffered from edge effect.

3.6 Conclusion

In this study, we have shown that the implementation parameters have an important role in improving the macromodel gradient in inversion velocity analysis, resulting in an improved version of migration velocity analysis. We have suggested guidelines based on simple models to determine the necessary ranges of surface offsets and space lags, depending on the vertical mean velocity and the interface depth. These guidelines are confirmed by numerous tests in a simple 2D model. Finally, we applied these guidelines to select parameters for the Marmousi model. After iterating with quasi-Newton method we obtained correct results with the optimal parameters, compared to those with reduced ranges of surface offsets and space lags. In the future, instead of using constant values, we plan to refine the choice of the parameters by using surface offset and space lag ranges variable through iterations and as functions of depth or time, in order to save numerical cost. We foresee applying the guidelines also on real data.

3.7 Appendix A: Calculation of the shape of events in CIGs

To understand the influence of surface offsets on the CIG, we derive here the analytic expression of the shape of events in CIGs for a simple model containing a single reflector. We use a similar strategy as [Mulder \(2014\)](#) by calculating the inversion operator of equation 2.63 in the simple model (with a single reflector) using the stationary phase approximation and the asymptotic approximation.

The reflector of the model is embedded at depth z_e . The macromodel is homogeneously equal to v_e in the correct model and v_0 in the current model. The velocity ratio is $\gamma = v_0/v_e$. Both source and receiver positions are located at the surface: $\mathbf{x}_s = (s, 0)$ $\mathbf{x}_r = (r, 0)$. The surface offset is defined by $H = r - s$. The positions of receivers are symmetric with respect to the source positions: H varies from $-H_{\max}$ to H_{\max} . Similarly, the horizontal space lag or subsurface offset h varies from $-h_{\max}$ to h_{\max} . To simplify the expressions, we note $\eta = H/2$ and $x_m = (s + r)/2$.

[Mulder \(2014\)](#) provides the expression of the 2D synthetic data in the asymptotic domain:

$$d^{\text{obs}}(s, r, \omega) = \sqrt{-i\text{sgn}(\omega)}\Omega(\omega)\frac{1}{8z_e}\sqrt{\frac{|\omega|v_e^3\epsilon_0}{\pi}}\exp\frac{2i\omega\epsilon_0}{v_e}, \quad (3.20)$$

where $\Omega(\omega)$ is the source wavelet and $\epsilon_0 = \sqrt{\eta^2 + z_e^2}$.

We inject the expression of synthetic data in equation 2.63. We change the variables from (s, r) to (x_m, η) . With the use of the stationary phase approximation with respect of x_m , we obtain the image:

$$\xi(z, h) = \text{Re} \int_{\eta=-\frac{H_{\max}}{2}}^{\frac{H_{\max}}{2}} d\eta \int_{\omega=-\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} d\omega \frac{2\sqrt{v_0^{-7}v_e^3\epsilon_0}}{\pi z_e} z^2 \epsilon^{-\frac{5}{2}} |\omega| \exp(i\pi\omega\tau(z, h, \eta)), \quad (3.21)$$

where $\omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$ is the maximum angular frequency; $\epsilon = \sqrt{(\eta - h)^2 + z^2}$ and $\tau(z, h, \eta)$ is defined as:

$$\tau(z, h, \eta) = 2 \left(\frac{\epsilon_0}{v_e} - \frac{\epsilon}{v_0} \right), \quad (3.22)$$

τ measures the difference of the travelttime between the exact model and the current model.

With a change of variable $u = \omega/\omega_{\max}$ to replace ω , and using the stationary phase approximation with respect of η , we finally obtain

$$\xi(z, h) = A_{\text{spec}}(z, h) S_{\text{spec}}, \quad (3.23)$$

where A_{spec} is a positive function defined as:

$$A(z, h) = \left(\frac{\pi\omega_{\max}^3 v_0^{-7} v_e^4 z^5}{z_e^4 |z - z_1(h)|} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{h}{\beta} \right)^2 + z_e^2 \right), \quad (3.24)$$

with z_1 defined as in Mulder (2014) (appendix A, page 16, paragraph before equation A21):

$$z_1(h) = \frac{\left(z_e^2 + \frac{h^2}{\beta} \right)^{\frac{3}{2}}}{\gamma z_e^2}, \quad (3.25)$$

and S_{spec} the oscillating term:

$$S_{\text{spec}} = \text{Re} \left(\int_{u=-1}^1 \sqrt{i \text{sgn}((z - z_1)u)} |u|^{\frac{1}{2}} \exp(i\pi u \sigma) du \right), \quad (3.26)$$

where

$$\sigma = 4f_{\max} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{h}{\beta} \right)^2 + z_e^2}}{v_e} - \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2 h^2 + z^2}}{v_0} \right), \quad (3.27)$$

We notice that $\sigma = \omega_{\max}\tau(z, h, \eta)/\pi$ for $\eta = \beta h$ (equation 3.9). For small values of $\sigma \ll f_{\max}z_e/v_e$, we consider $\sigma \approx 0$, we have $\gamma\sqrt{(h/\beta)^2 + z_e^2} \approx \sqrt{(1/\beta - 1)^2 h^2 + z_e^2}$. Using $\beta = 1 - \gamma^2$, we obtain

$$\text{sgn}(z - z_1) = \text{sgn}(-\beta) \quad (3.28)$$

This means that:

$$S_{\text{spec}} = \text{Re} \left(\int_{u=-1}^1 \sqrt{i \text{sgn}(-\beta u)} |u|^{\frac{1}{2}} \exp(i\pi u \sigma) du \right). \quad (3.29)$$

By using equation 3.27 to change variables (z, h) to (σ, h) , we actually consider the depth z as a function of σ and h . Thus we can rewrite equation 3.23 as equation 3.11. The advantage of this formulation is considering S_{spec} as a function of a single adimensional variable σ , which allows us to plot the shape of specular wavelet S_{spec} in Figure 3.2c for $\beta > 0$ and Figure 3.3c for $\beta < 0$. This shape is independent of any other variable, so is the criterion defined by equation 3.14.

3.8 Appendix B: Details of the choice of the ranges of surface offset and space lag for the Marmousi model

This appendix explains how we chose the ranges of surface offsets and space lags for the Marmousi model.

We have four velocity profiles extracted at 1, 3, 6, 8.5 km (black curves in Figure 3.15a) as prior knowledge for the velocity analysis. The initial velocity model, expressed in equation 3.30, is represented by red curves (the same for all positions) in Figure 3.15a.

$$v_0(z) = \begin{cases} 1500 & \text{if } 0 \leq z < 600, \\ 1500 + 0.828(z - 600) & \text{if } 600 \leq z < 3620. \end{cases} \quad (3.30)$$

It is essential to notice that equation 3.16 has been developed by considering the difference of the traveltimes between the current model and the exact model. Therefore, to apply equation 3.16 to a multi-layer model, we should not use the local background velocities, but the mean velocities between the surface and the interfaces at depth z . The same remark applies also to $|\beta| = |1 - (v_0/v_e)^2|$ that depends on the mean velocities. As we do not know the mean velocity for every reflection trajectory in the exact model, we evaluate only the vertical mean velocity (from the surface to the depth z) with the four extracted profiles. The vertical mean velocity $\bar{v}(z)$ for any vertical velocity profile $v(z)$ is defined as

$$\bar{v}(z) = \frac{z}{\int_{z'=0}^z \frac{dz'}{v(z')}}. \quad (3.31)$$

The vertical mean velocities of the four extracted profiles and the initial model are respectively represented by black curves and the red curves in Figure 3.15b. As an approximation, we can use the vertical mean velocity $\bar{v}_0(z)$ of the initial model in equation 3.16 to evaluate the range of surface offset, which means equation 3.16 becomes

$$H_{\max} > \zeta \sqrt{\frac{\max_z (\bar{v}_0(z)z)}{\min_{z,i} (|\beta|) f_{\max}}}. \quad (3.32)$$

where i denotes iteration number. In this formula, we verify that $\max_z (\bar{v}_0(z)z)$ is reached at the bottom of the model ($z = 3620$ m), for a vertical mean velocity $\bar{v}_0 = 2245$ m/s. The only unknown in the equation is $|\beta|$.

As mentioned before, $|\beta| = |1 - (v_0/v_e)^2|$ depends on mean velocities for every reflection trajectory. Through iterations, the difference between v_0 and v_e is expected to decrease (Figure 3.8). As a consequence, $|\beta|$ is smaller in final iterations and should lead to a larger H_{\max} according to equation 3.32. This implies that the choice of the offset range depends on the expected accuracy of the final model. For a precision of $\pm 5\%$, $\beta = \min |1 - (1 \pm 0.05)^2| \approx 0.089$, which corresponds to ± 100 m/s. In practice, we can hardly get a better precision, due to the fact that the CIG events cannot be more focused than a zone characterised by the wavelength of the velocity model described in the Theory section (Figure 3.2c). Therefore, this value of $|\beta| = 0.089$ is considered as the minimum for any iteration i and leads to $H_{\max} > 3350$ m. To ensure the sufficiency of the offset range, we choose a larger value, $H_{\max} = 4000$ m.

The necessary space lag range is derived from equation 3.18 with the chosen surface offset range (4000 m). The expression of equation 3.18 implies to choose the coefficient $|\beta|$ as large as deemed necessary. Similarly to the determination of the necessary range of surface offset, equation 3.18 becomes

$$h_{\max} \geq \max_{z,i} (|\beta|) \frac{H_{\max}}{2}. \quad (3.33)$$

At the early iterations, the velocity model can be locally very different from the exact model, so that β reaches its highest value.

We consider two plausible extreme cases between which the velocity can locally vary through iterations. This interval helps us to define the necessary space lag range and we can verify a posteriori if the velocity model is really inside it through iterations. Comparing the four extracted exact velocity profiles (black lines in Figure 3.15a), we propose the minimum velocity profile depending only on z defined by equation 3.34 (green lines in Figures 3.15a) and the maximum velocity profile defined by equation 3.35 (blue lines in Figures 3.15a).

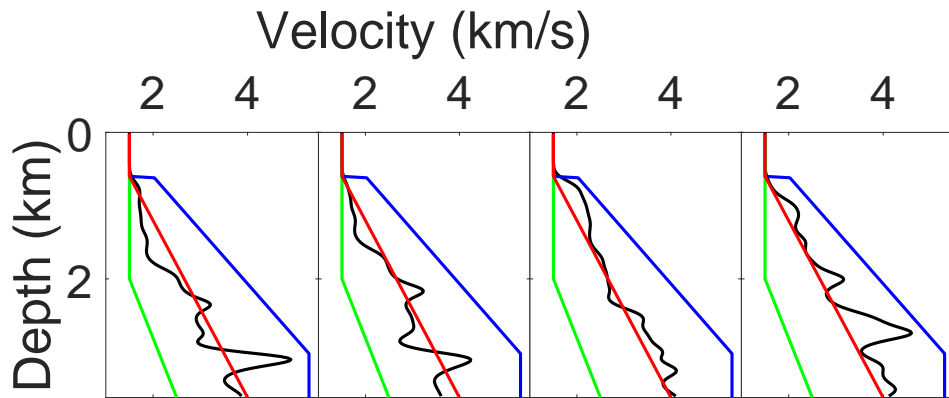
$$v_{\min}(z) = \begin{cases} 1500 & \text{if } 0 \leq z < 2000, \\ 1500 + 0.617(z - 2000) & \text{if } 2000 \leq z < 3620, \end{cases} \quad (3.34)$$

$$v_{\max}(z) = \begin{cases} 1500 & \text{if } 0 \leq z < 600, \\ 2000 + 1.29(z - 600) & \text{if } 600 \leq z < 3000, \\ 5100 & \text{if } 3000 \leq z < 3620. \end{cases} \quad (3.35)$$

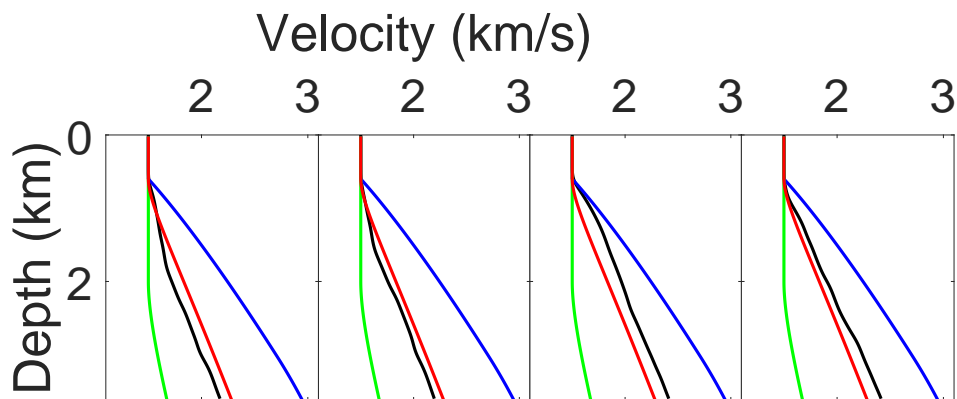
Their associated vertical mean velocity profiles, derived from equation 3.31, are presented in Figure 3.15b): green curves for the minimum velocity case, blue curves for the maximum.

One can wonder if we should have considered the homogeneous velocity equal to the model limit 5100 m/s for all the model, which would have led to a much larger space lag range (3000 m). Yet, too large a space lag range is not desired: it causes high numerical cost and it can be detrimental due to the weight of the CIG artefacts amplified by large values of space lag, as the DSO objective function involves the term $|h\sigma(x, h)|$. We show this point also the comparison between Figures 3.6a and 3.6b. In addition, through iterations, the vertical mean velocity model should not vary a great amount from the initial model (red lines in Figure 3.15a and 3.15b), and the necessary space lag range should decrease (Figure 3.8). As a consequence, we recommend keeping realistic the extreme cases involved in the determination of the necessary space lag range.

We approximate the vertical mean velocity of the exact model by the one of the initial model $\bar{v}_0(z)$ and we evaluate $\max_{z,i}(|\beta|)$ in equation 3.33 by comparing $\bar{v}_0(z)$ and the vertical velocity profiles of the extreme cases. We verify that $\max_z(|\beta|) = 0.40$ for the minimum velocity case and $\max_z(|\beta|) = 0.61$ for the maximum velocity case. As we consider that the velocity cannot exceed these two bounds for any iteration i , we have $\max_{z,i}(|\beta|) = 0.61$, which results in a necessary range of space lag $h_{\max} = 0.61H_{\max}/2 = 1220$ m. This is the value that we have chosen for the numerical tests on the Marmousi synthetic data set.



a



b

Figure 3.15: (a) Velocity profiles and (b) vertical mean velocity profiles of the exact model (in black) extracted at 1, 3, 6 and 8.5 km, compared with the initial velocity model corresponding to equation 3.30 in red lines. The green line represents the homogeneous model equal to 1500 m/s, considered as the lower limit for the determination of the space lag range. The blue line corresponds to equation 3.35, considered as the upper limit.

Chapter 4

Stratégies d'incorporation des ondes transmises dans la MVA

Contents

| | | |
|-------|---|-----|
| 4.1 | Introduction | 96 |
| 4.2 | Methodology | 98 |
| 4.2.1 | Objective functions | 98 |
| 4.2.2 | Workflows | 100 |
| 4.3 | Practical aspects | 104 |
| 4.3.1 | Presentations of the models | 104 |
| 4.3.2 | Data separation | 108 |
| 4.3.3 | Pre-conditioner for the transmitted image | 112 |
| 4.3.4 | Pre-conditioner for the reflected image | 116 |
| 4.4 | Results of the different workflows | 117 |
| 4.4.1 | One-reflector model | 117 |
| 4.4.2 | Blocky model | 120 |
| 4.4.3 | Marmousi model | 121 |
| 4.5 | Discussion | 124 |
| 4.6 | Conclusion | 125 |
| 4.7 | Appendix A: modeling, migration and inversion | 125 |

Résumé du chapitre 4

L'analyse de vitesse par migration est conçue initialement pour extraire des modèles de vitesse à partir des données réfléchies, alors que les ondes transmises sont exclues. Cependant, d'autres méthodes telles que l'inversion de formes d'onde utilisent les ondes transmises comme éléments essentiels à la construction de structures à grande échelle. L'analyse de vitesse par migration a récemment été étendue aux ondes transmises, en rétro-propageant les données transmises ou bien le champ d'ondes complet au lieu des données réfléchies seules. Elle a été appliquée sur des cas proches de la surface et d'acquisition entre puits. Dans ce travail, nous comparons l'efficacité de différentes stratégies d'analyses de vitesse de migration appliquées à la fois aux données transmises et réfléchies, de manière simultanée ou de manière séquentielle et séparée. Nous recommandons la stratégie utilisant uniquement les données transmises pour les premières itérations, puis les données réfléchies pour les itérations ultérieures.

Abstract

Migration velocity analysis is originally conceived to retrieve velocity models from the reflected data, while the transmitted waves are excluded. However, other methods like full waveform inversion have proved that transmitted waves are essential to build the large scale structures. Migration velocity analysis have been recently extended to transmitted waves, by back-propagating the transmitted data or the full wavefield instead of the reflected data. It has been tested for near-surface and cross-well cases. In the present work, we compare the efficiency of different workflows of migration velocity analysis applied on both transmitted and reflected data, either at same time or separately. We recommend the scheme using only the transmitted data for early iterations, then the reflected data for later iterations.

4.1 Introduction

In seismic imaging, Full Waveform Inversion (FWI) is a method to determine model parameters such as the velocity, by minimizing the objective function in the data domain, typically the least-squares differences between observed and modeled data (Tarantola, 1984). Theoretically, this method uses the full waveform and is able to image complex models (Virieux and Operto, 2009). However, the cycle-skipping prevents it from converging surely to the global minimum, unless the initial model is close enough to the exact one. Using lower frequencies can make the cost function more convex (Bunks et al., 1995). In practice, the very low frequencies allow to retrieve the long wavelength part of the model, also called the background velocity model or macromodel, which

controls the kinematics of the wave propagation (Mora, 1989; Pratt et al., 1996). However, these frequencies are difficult to acquire and are not always available (Díaz et al., 2013; Lambaré et al., 2014).

Migration Velocity Analysis (MVA), on the other hand, consists of defining an objective function in the image domain. It explicitly divides the model into the macromodel and its perturbation related to short wavelengths. The method is able to derive both parts with two different objective functions. For the inner loop, the velocity perturbation is retrieved with an iterative scheme (linearised FWI). To derive the macromodel in the outer loop, one of the approach is the Differential Semblance Optimization (DSO), proposed by Symes and Carazzone (1991); Sava and Vasconcelos (2011); Symes (2008a). It introduces an additional parameter in the image domain, so that the image domain is extended. Afterwards, one examines the panels in the image domain depending on this parameter, called Common Image Gather (CIG). In this study, we use the space lag (or subsurface offset) as the additional parameter. The model is correct if energy focuses around the zero space lag. Subsequently, the focusing is evaluated by an objective function. The gradient of this objective function is the essential element to indicate the direction of the macromodel update.

The migration operator is the adjoint but not the inverse of the data modeling operator. Due to limited acquisition, migration smiles are visible in CIGs. Then the optimal velocity is underestimated (Lameloise et al., 2015, Chauris and Cocher, 2017). In addition, many artifacts are observed in the macromodel gradients. For this purpose, Liu et al. (2014), Hou and Symes (2015), Lameloise et al. (2015) and Chauris and Cocher (2017), Hou and Symes (2018) proposed an inverse of the data modeling operator, defined in an asymptotic sense. This method is then called Inversion Velocity Analysis (IVA).

The classical MVA and IVA only deals with the reflected waves, whereas transmitted waves and surface related multiples should be removed from the dataset. Remembering the transmitted waves have strong energy and are vastly used in FWI and the tomographic methods, it has been recently suggested to use transmitted waves in MVA (Shen, 2012; Shen, 2013; Chauris et al., 2013 and Lameloise and Chauris, 2016). The larger illumination angles at the image point would improve the resolution of the velocity model and possibly help to estimate the anisotropy parameters, especially in the shallow part of the model (Virieux and Operto, 2009).

Shen (2012), Shen (2013), Chauris et al. (2013) proposed to extend the migration principle to the full wavefield (without surface waves, only reflected and transmitted waves), by back-propagating the full wavefield instead of the reflected data only. The migrated image contains large scale structures, which do not have strictly the physical meaning of wave reflection. They conceived two strategies: the first one is to use the full waveform data; the second one is to mute most of the reflected data and to use mainly the transmitted data. The second strategy has smaller penetration depth than the first one, both retrieve the same model in the shallow part.

In the surface acquisition, [Chauris et al. \(2013\)](#) and [Lameloise and Chauris \(2016\)](#) derived the shape of the CIG corresponding to the pure transmitted waves and did not study in detail the corresponding macromodel update through iterations. [Lameloise and Chauris \(2016\)](#) applied this method on the cross-well acquisition. As mentioned before, IVA is a better method for the reflected waves ([Chauris and Cocher, 2017](#)), so in this work we consider combining both MVA and IVA methods for respectively transmitted and reflected waves, to build several workflows.

We first introduce the workflows using MVA or IVA. Then we study the several practical aspects in the workflows. Finally, we apply the workflows (with iterations) on different two simple models and on the Marmousi model.

4.2 Methodology

In this section, we first present the objective functions for the update of the macromodel using both transmitted and reflected waves. This is an extension of the classic migration velocity analysis (MVA). Then, we introduce the four workflows that we will apply and compare in this study. The strategy depends on the choice of the input data and on the way to obtain the images (i.e. by applying the adjoint or inverse operator).

4.2.1 Objective functions

In this work, we consider only 2D models, meaning the space coordinates are denoted by $\mathbf{x} = (x, z)$. The velocity model v can be split into two parts: the macromodel or background velocity model v_0 and its perturbations δv at each point \mathbf{x}

$$v(\mathbf{x}) = v_0(\mathbf{x}) + \delta v(\mathbf{x}), \quad (4.1)$$

where $\|\delta v\| \ll \|v_0\|$. The velocity analysis is the group of methods to retrieve the macromodel, developed in the image domain. The classic objective function, called Differential Semblance Optimization (DSO), can be written as ([Symes, 2008b](#))

$$J^{\text{mig}}(v_0) = \frac{1}{2} \left\| \mathbf{h} [\mathcal{B}^{\text{mig}} \delta d^{\text{obs}}] (\mathbf{x}, \mathbf{h}) \right\|^2, \quad (4.2)$$

where δd^{obs} is the observed data perturbation (considered as the reflected data under the Born approximation); \mathcal{B}^{mig} is the migration operator, which depends on the macromodel v_0 . \mathbf{h} is the subsurface offset (or space lag) introduced as an additional parameter to extend the image domain. This objective function measures the focusing of the image obtained by $\mathcal{B}^{\text{mig}} \delta d^{\text{obs}}$ around $\mathbf{h} = 0$.

Actually, under the Born approximation, the image $\xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \mathcal{B}^{\text{mig}} \delta d^{\text{obs}}$ is an estimation of the reflectivity defined by $-2\delta v/v_0^3$ ([Lailly, 1983](#), [Tarantola, 1984](#)). \mathcal{B}^{mig}

is the adjoint of \mathcal{B} the modeling operator (or Born operator). The reader can refer to Appendix A for more details.

The inverse of the modeling operator in an asymptotic sense, \mathcal{B}^{inv} , was proposed by [ten Kroode \(2012\)](#), [Hou and Symes \(2015\)](#), [Chauris and Cocher \(2017\)](#) (Appendix A). Unlike \mathcal{B}^{mig} , we can reconstruct the data with correct amplitudes from the migrated image derived by \mathcal{B}^{inv} . The inversion operator depends also on the macromodel v_0 . Then, considering only the horizontal space lag ($\mathbf{h} = (h, 0)$), [Hou and Symes \(2018\)](#) replaced \mathcal{B}^{mig} by \mathcal{B}^{inv} in the DSO function

$$J^{\text{inv}}(v_0) = \frac{1}{2} \left\| h [\mathcal{B}^{\text{inv}} \delta d^{\text{obs}}] (\mathbf{x}, h) \right\|^2. \quad (4.3)$$

[Chauris and Cocher \(2017\)](#) proposed a normalised version with an additional factor of a power of the macromodel (v_0^β)

$$J_{\text{norm}}^{\text{inv}}(v_0) = \frac{1}{2} \frac{\left\| v_0^\beta h [\mathcal{B}^{\text{inv}} \delta d^{\text{obs}}] (\mathbf{x}, h) \right\|^2}{\left\| [\mathcal{B}^{\text{inv}} \delta d^{\text{obs}}] (\mathbf{x}, h) \right\|^2}. \quad (4.4)$$

For a given value of x , the panels of the image $\xi(x, z, h) = \mathcal{B}^{\text{inv}} \delta d^{\text{obs}}$ in the plan (h, z) are call the CIGs (Common Image Gathers). [Chauris and Cocher \(2017\)](#) proved that when $\beta = 3$, the imprint of the reflectors in the macromodel gradient are reduced, while these artefacts are present in most MVA application ([Lameloise et al., 2015](#), [Chauris and Cocher, 2017](#), [Cocher, 2017](#)).

In a similar way as equation 4.2, the objective function using the full dataset is defined by

$$J^{\text{full}}(v_0) = \frac{1}{2} \left\| h [\mathcal{B}^{\text{mig}} d^{\text{obs}}] (\mathbf{x}, h) \right\|^2, \quad (4.5)$$

where d^{obs} is the full dataset including both the transmitted data and reflected data. [Shen \(2012\)](#), [Shen \(2013\)](#) added a regularization term to this objective function. [Chauris et al. \(2013\)](#), [Lameloise and Chauris \(2016\)](#) used a normalised version

$$J_{\text{norm}}^{\text{full}}(v_0) = \frac{1}{2} \frac{\left\| h [\mathcal{B}^{\text{mig}} d^{\text{obs}}] (\mathbf{x}, h) \right\|^2}{\left\| [\mathcal{B}^{\text{mig}} d^{\text{obs}}] (\mathbf{x}, h) \right\|^2}. \quad (4.6)$$

By abuse of notation, $\xi(\mathbf{x}, h) = \mathcal{B}^{\text{mig}} d^{\text{obs}}$ is also called *image*, without real physical meaning corresponding wave reflection (see the discussion section 4.5). These authors proved that for a correct macromodel, the image is focused around $h = 0$.

As the transmitted waves have much stronger energy than the reflected waves, the effect of the reflected waves can be hidden by the transmitted waves when using equation 4.6 as the objective function. Inspired by [Zhou et al. \(2015\)](#) (see the discussion

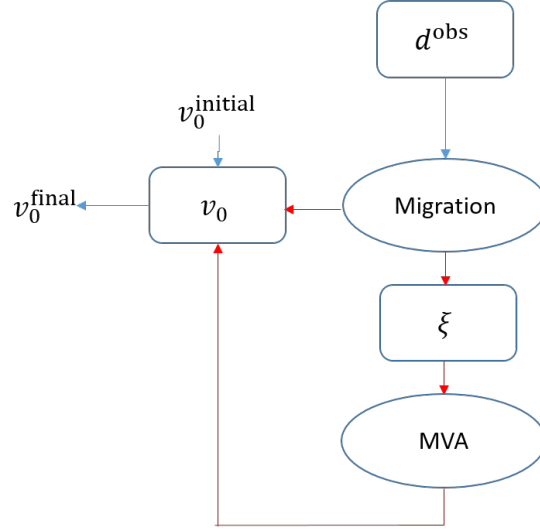


Figure 4.1: Workflow 1: full wavefield MVA. The red lines and arrows indicate the iterative loop.

section 4.5), we consider another objective function using two separated data, combining equations 4.6 and 4.4

$$J(v_0) = \frac{a}{2} \frac{\|h\mathcal{Q}_t[\mathcal{B}^{\text{mig}}d_{\text{transm}}^{\text{obs}}](\mathbf{x}, h)\|^2}{\|[\mathcal{B}^{\text{mig}}d_{\text{transm}}^{\text{obs}}](\mathbf{x}, h)\|^2} + \frac{b}{2} \frac{\|v_0^\beta h\mathcal{Q}_r[\mathcal{B}^{\text{inv}}d_{\text{refl}}^{\text{obs}}](\mathbf{x}, h)\|^2}{\|[\mathcal{B}^{\text{inv}}d_{\text{refl}}^{\text{obs}}](\mathbf{x}, h)\|^2}, \quad (4.7)$$

where $d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ and $d_{\text{refl}}^{\text{obs}}$ are respectively the transmitted and reflected data separated from the full data set; a and b are respectively the weights for two terms of the addition; \mathcal{Q}_t and \mathcal{Q}_r are respectively the pre-conditioners for the images $\xi_{\text{transm}} = \mathcal{B}^{\text{mig}}d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ (we call it *transmitted image*) and $\xi_{\text{refl}} = \mathcal{B}^{\text{inv}}d_{\text{refl}}^{\text{obs}}$ (*reflected image*).

4.2.2 Workflows

In this work, we consider the following four workflows:

1. Full wavefield MVA workflow (Figure 4.1): We use equation 4.6 as the objective function. In other words, we apply the classic MVA method on the full waveform including both transmitted and reflected data.

2. Transmitted data MVA workflow (Figure 4.2): We use equation 4.7 as the objective function by taking ($a = 1, b = 0$). This is equivalent to applying the MVA method only on the transmitted part of the data, like in Lameloise and Chauris (2016).

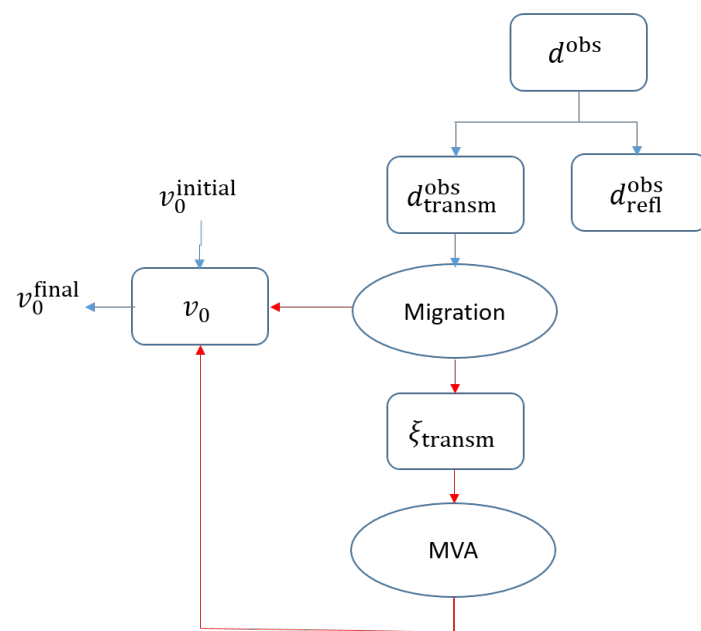


Figure 4.2: Workflow 2: transmitted data MVA. The red lines and arrows indicate the iterative loop.

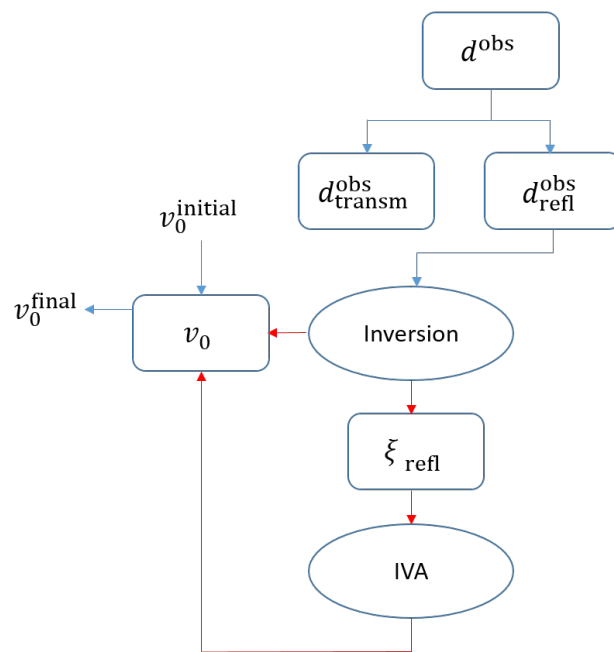


Figure 4.3: Workflow 3: reflected data IVA. The red lines and arrows indicate the iterative loops.

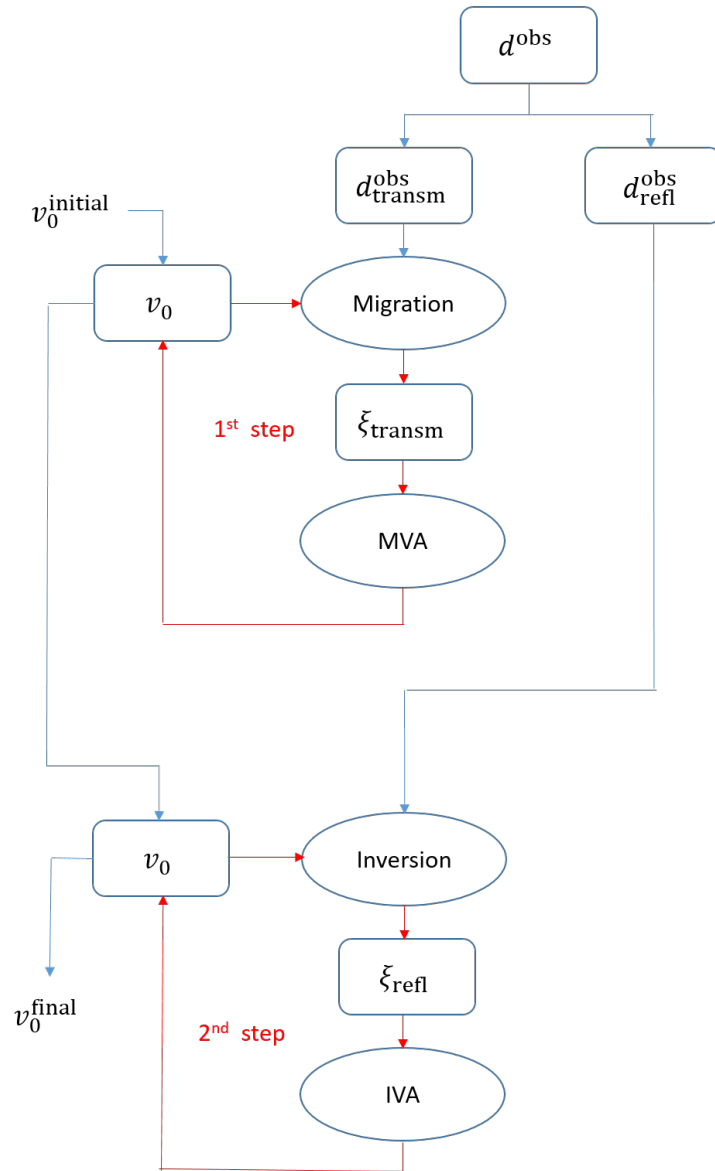


Figure 4.4: Workflow 4 (two steps): first step, MVA with the transmitted data (equivalent to workflow 2); second step, IVA with the reflected data starting from final macromodel of the first step. The red lines and arrows indicate the iterative loops.

3. Reflected data IVA workflow (Figure 4.3): We use equation 4.7 as the objective function by taking $(a = 0, b = 1)$. This means to applying the IVA method only on the reflected part of the data, like in Chauris and Cocher (2017); Hou and Symes (2018).

4. Two-step workflow (Figure 4.4): The first step consists of performing the classic MVA method on the transmitted part to obtain a macromodel (the result of workflow 2, actually). Starting from this macromodel, the second step is performing the IVA method on the reflected part. This workflow is equivalent to the application of equation 4.7 but with a couple (a, b) changing from $(a = 1, b = 0)$ to $(a = 0, b = 1)$ during the iterations. In practice, we should restart the ℓ -BFGS iterating process. We prefer this scheme rather than other constant values of (a, b) (say $a = 1/2, b = 1/2$ through the iterations). The reasons for this preference is dealt with in the discussion section 4.5.

As mentioned before, the transmitted image $\xi_{\text{transm}} = \mathcal{B}^{\text{mig}} d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ does not have the physical meaning of the reflectivity (Lameloise and Chauris, 2016). On the contrary, the reflected image $\xi_{\text{refl}} = \mathcal{B}^{\text{inv}} d_{\text{refl}}^{\text{obs}}$, is an estimation of the reflectivity $-2\delta v/v_0^3$. Therefore we calculate the velocity perturbation δv with the final reflected image ξ_{refl} , and add it to the macromodel v_0 to form the full velocity model in the end of workflows 3 and 4.

4.3 Practical aspects

In this section, we first introduce the models used in our work to illustrate the practical aspects and results. Then, we present the separation of the transmitted and reflected waves in the full data set. Afterwards, we exhibit the pre-conditioners to apply to the transmitted and reflected images, through tests on these simple models.

4.3.1 Presentations of the models

In this study, we consider several simple 2D models and the Marmousi model to illustrate some practical aspects. Table 4.1 summarises the dimensions of these models, the user parameters and the figures of the tests.

First, we introduce the term *laterally homogeneous model*, which means that the velocity model $v(x, z)$ is independent of the lateral coordinate x . We can denote such a model $v(z)$. The term *constant gradient model* means that the laterally homogeneous model $v(z)$ has a linear dependency on the depth coordinate z . For a given values v_{surf} , v_{bott} , we say that this constant gradient model varies from v_{surf} to v_{bott} , when the model starts with v_{surf} at the top and ends with v_{bott} at the bottom, with a constant gradient in between.

To deal with the transmitted data only, we consider a series of different constant gradient models. They are all 1.25 km deep and 7.5 km wide, varying from $v_{\text{surf}} = 1500$ m/s to different values of bottom velocity $v_{\text{bott},e}$ (the index e denotes the exact model). The initial models are also constant gradient model varying from $v_{\text{surf}} = 1500$ m/s to

| Models | Dimensions | User parameters | Figures and sections |
|------------------------------------|--|---|---|
| Series of constant gradient models | $Z=1.25$ km $X=7.5$ km $dx=12.5$ m | $H_{\max} = 3$ km $h_{\max} = 1$ km frequency: (various) $v_{\min} = 1450$ m/s $v_{\max} = 6100$ m/s | Figures 4.11 (two examples), 4.12 (section 4.3.3) |
| One-reflector model | $Z=2$ km $X=4$ km (with 4 km lateral extension on both sides) $dx=20$ m | $H_{\max} = 4$ km $h_{\max} = 1.2$ km frequency: 0.5–7 Hz $v_{\min} = 1450$ m/s $v_{\max} = 5000$ m/s | Figure 4.5 (section 4.3.1) Figure 4.8 (section 4.3.2) Figure 4.13 (section 4.3.4) Figures 4.15, 4.16 (section 4.4.1) |
| Blocky model | $Z=2$ km $X=4$ km (with 4 km lateral extension on both sides) $dx=20$ m | $H_{\max} = 4$ km $h_{\max} = 1.2$ km frequency: 0.5–7 Hz $v_{\min} = 1450$ m/s $v_{\max} = 5000$ m/s | Figure 4.6 (section 4.3.1) Figure 4.9 (section 4.3.2) Figure 4.14 (section 4.3.4) Figures 4.17, 4.18 (section 4.4.1) |
| Marmousi model | $Z=3$ km $X=9.2$ km (with 4 km lateral extension on both sides) $dx=20$ m | $H_{\max} = 4$ km $h_{\max} = 1.2$ km frequency: 0.5–7 Hz $v_{\min} = 1450$ m/s $v_{\max} = 5000$ m/s | Figure 4.7 (section 4.3.1) Figure 4.10 (section 4.3.2) Figures 4.19, 4.20 (section 4.4.3) |

Table 4.1: Summary of the models used in this work. Z and X are respectively the depth and width of a model. dx is the spatial sampling rate. H_{\max} and h_{\max} are respectively the ranges of surface offsets and space lags. v_{\min} and v_{\max} are the minimum and maximum velocities defining the velocity limitation through iterations.

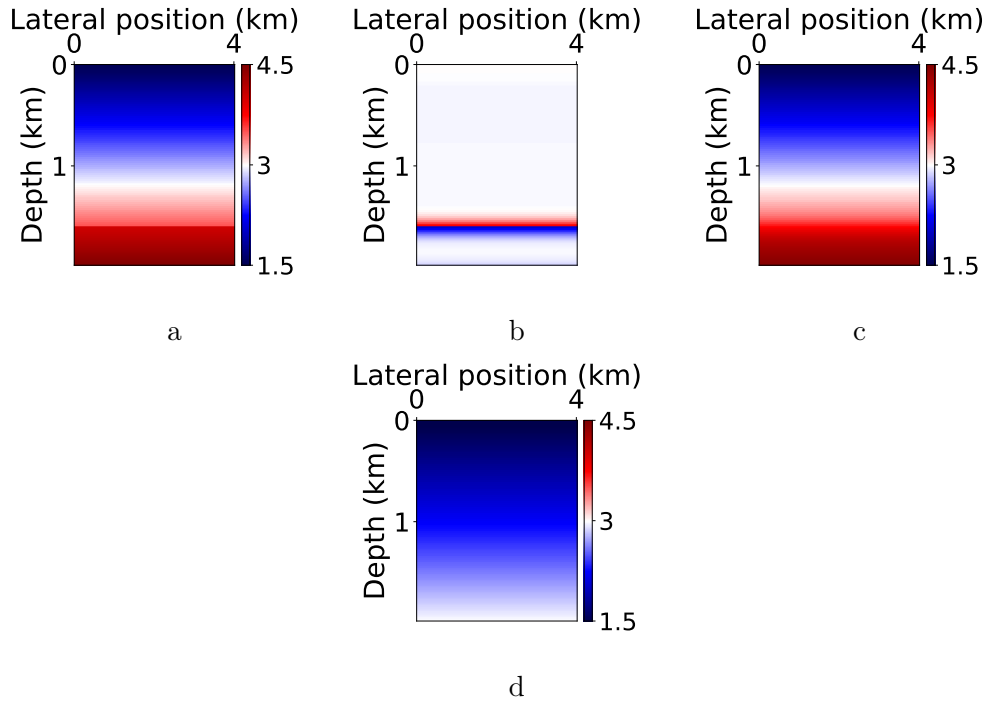


Figure 4.5: (a): the one-reflector model, split into (b): the exact velocity perturbation and (c): the exact macromodel. (d): The initial model.

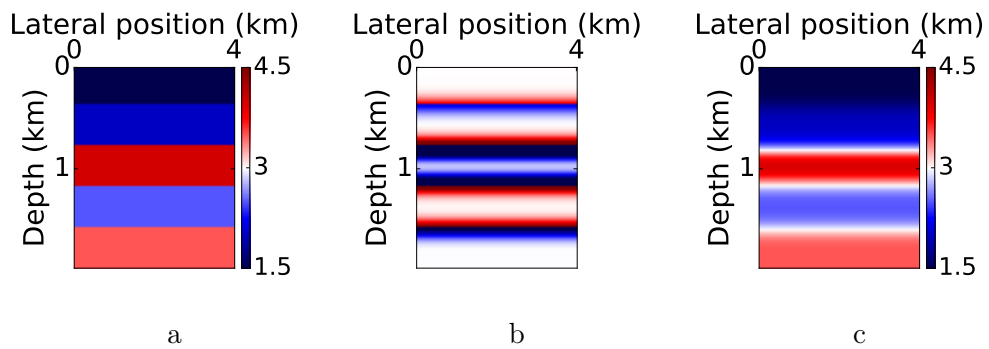


Figure 4.6: (a) The blocky model, split into (b) the exact velocity perturbation and (c) the exact macromodel.

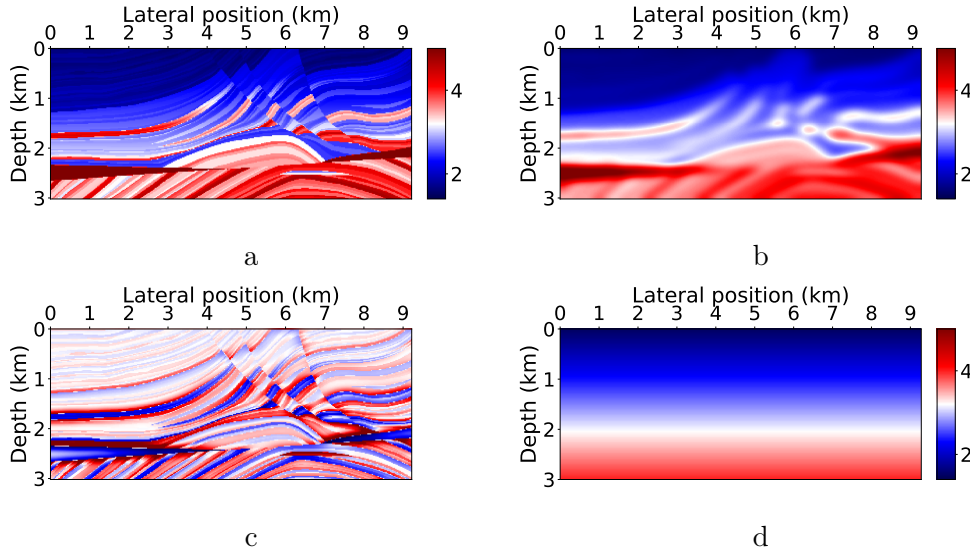


Figure 4.7: Same as Figure 4.5, but for the Marmousi model.

different values of initial bottom velocity $v_{\text{bott},0}$ (the index 0 denotes the initial model). The spatial sampling rate is 12.5 m.

The ranges of surface offsets and space lags are respectively $H_{\text{max}} = 3$ km and $h_{\text{max}} = 1$ km. The source wavelet used to generate the observed data without Born approximation is a Ricker signal centered at different frequencies (the frequency low cut is always fixed at $f_{\text{min}} = 0.5$ Hz). Besides, we defined the interval 1450 – 6100 m/s as the bounds that the velocity cannot cross through iterations.

To deal with the combination of transmitted and reflected waves in MVA, we consider two other models.

The first model (Figure 4.6a) is called *the one-reflector model* in the following text. It is 2 km deep and 4 km wide, with an embedded reflector. In order to avoid the lateral edge effects in the gradient, we performed a simple lateral 1D extension of 4 km on both sides of the model (not displayed in the following figures). The vertical and horizontal spatial sampling rate are both 20 m. The full velocity model (Figure 4.5a) is a constant gradient varying from 1.5 km/s to 3.5 km/s between the top and the depth 1.6 km; then from 4 km/s to 4.5 km/s between z_e to the bottom. The ranges of surface offsets and space lags are respectively $H_{\text{max}} = 4$ km and $h_{\text{max}} = 1.2$ km. The source wavelet used to generate the observed data is a Ricker signal centered at 2.8 Hz (the maximum frequency is then $f_{\text{max}} = 7$ Hz, but the frequency low cut is also fixed at $f_{\text{min}} = 0.5$ Hz).

In the context of scale separation (Mora, 1989), the macromodel of the one-reflector model (Figure 4.6c) is obtained after smoothing the full velocity model with a 2D Gaussian filter of 80 m. The velocity contrast at $z_e = 1.6$ km generates a velocity perturbation (Figure 4.5b), which is equal to the difference between the full velocity and the macro-

model (Figure 4.5c). The initial model is a constant gradient, increasing from 1500 m/s at the top to 3000 m/s at the bottom (Figure 4.5d). We defined the interval 1450 – 5000 m/s as the bounds that the velocity cannot cross through iterations.

The second model (Figure 4.6a) has the same dimensions as the previous model. It is called *the blocky model*. We performed the same lateral 1D extension on both sides of the model (not displayed in the following figures). It contains 5 laterally homogeneous layers of 400 m. From the top to the bottom, the velocities values of the layers are 1500, 2000, 4000, 2500, 3500 m/s respectively. The ranges of surface offsets and space lag are the same as for the previous model. We also use the same source wavelet as the previous model to generate the observed data.

The velocity perturbation (Figure 4.6b) and the macromodel (Figure 4.6c) are obtained with the same process as the previous model. We also use the same initial model (Figure 4.5d).

Finally, we consider the Marmousi model, 9.2 km wide and 3 km deep (Figure 4.7a). The spatial sampling rate is 20 m. We also performed a simple lateral 1D extension of 4 km on both sides of the model (not displayed in the following figures). As for the scale separation, the macromodel (Figure 4.7b) is obtained by applying a Gaussian smoothing of 160 meters on the exact model. The velocity perturbation (Figure 4.7c) is the difference between the exact model and the macromodel. The ranges of surface offsets and space lags are respectively $H_{\max} = 4.2$ km and $h_{\max} = 1.2$ km. The source wavelet is a Ricker signal centered at 2.8 Hz (maximum frequency $f_{\max} = 7$ Hz, minimum frequency $f_{\min} = 0.5$ Hz).

We set the initial model as a constant gradient model varying from 1500 m/s to 4000 m/s (Figure 4.7d). We defined the interval 1400 – 5100 m/s as the velocity limitations.

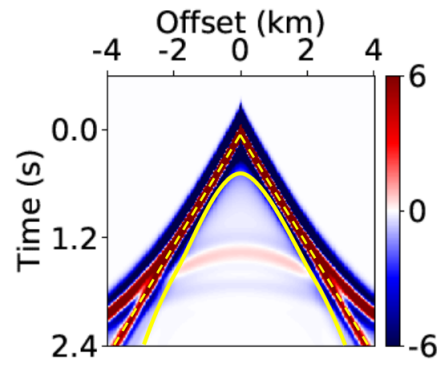
For each model, the observed data is generated without Born approximation.

4.3.2 Data separation

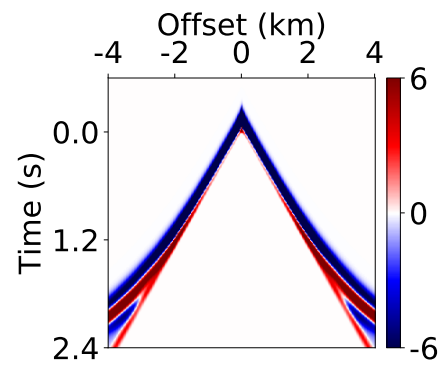
To illustrate how to separate transmitted and reflected data, we use the one-reflector model, presented in the previous section (Table 4.1 and Figure 4.5). The central shot gather of the synthetic data is displayed in Figure 4.8a. We extract two data sets:

- The *transmitted data* denoted by $d_{\text{transm}}^{\text{obs}}$ (Figure 4.8b) contains mainly the transmitted waves. It is obtained by a simple muting procedure under the yellow dashed line in Figure 4.8a, derived from the direct wave arriving time. A taper of 20 ms is applied under the muting border. This is the method used in Shen (2012), Shen (2013).

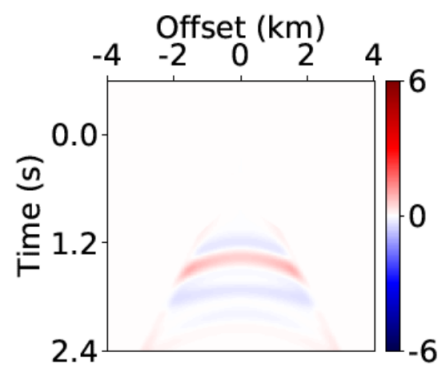
- The *reflected data* denoted by $d_{\text{refl}}^{\text{obs}}$ (Figure 4.8c) contains mainly the reflected waves. It is obtained by the operation of direct arrival removal, followed by a muting procedure above yellow solid line in Figure 4.8a. A taper of 40 ms is applied under the muting border. We notice that $d_{\text{transm}}^{\text{obs}} + d_{\text{refl}}^{\text{obs}} \neq d^{\text{obs}}$. Actually there is overlapping between reflected data and transmitted data, especially for far offsets. Therefore, this



a

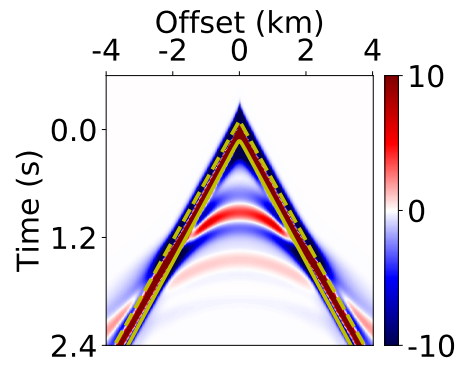


b

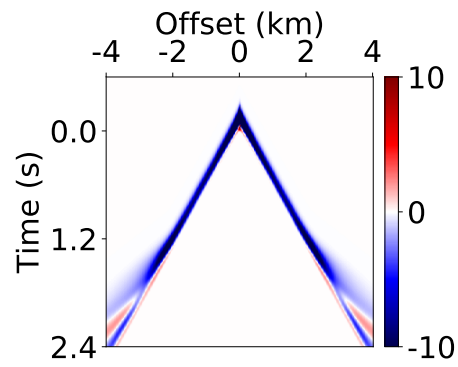


c

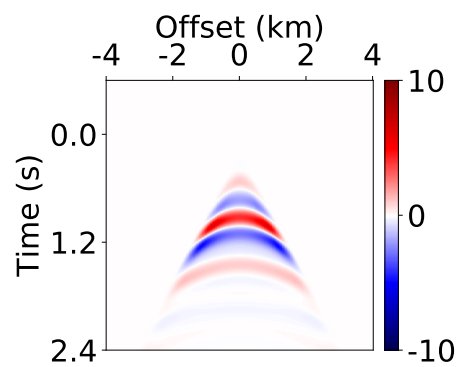
Figure 4.8: (a): central shot gather of the synthetic data of the one-reflector model. (b): the transmitted data. (c): the reflected data.



a



b



c

Figure 4.9: Same as Figure 4.8, but for the blocky model.

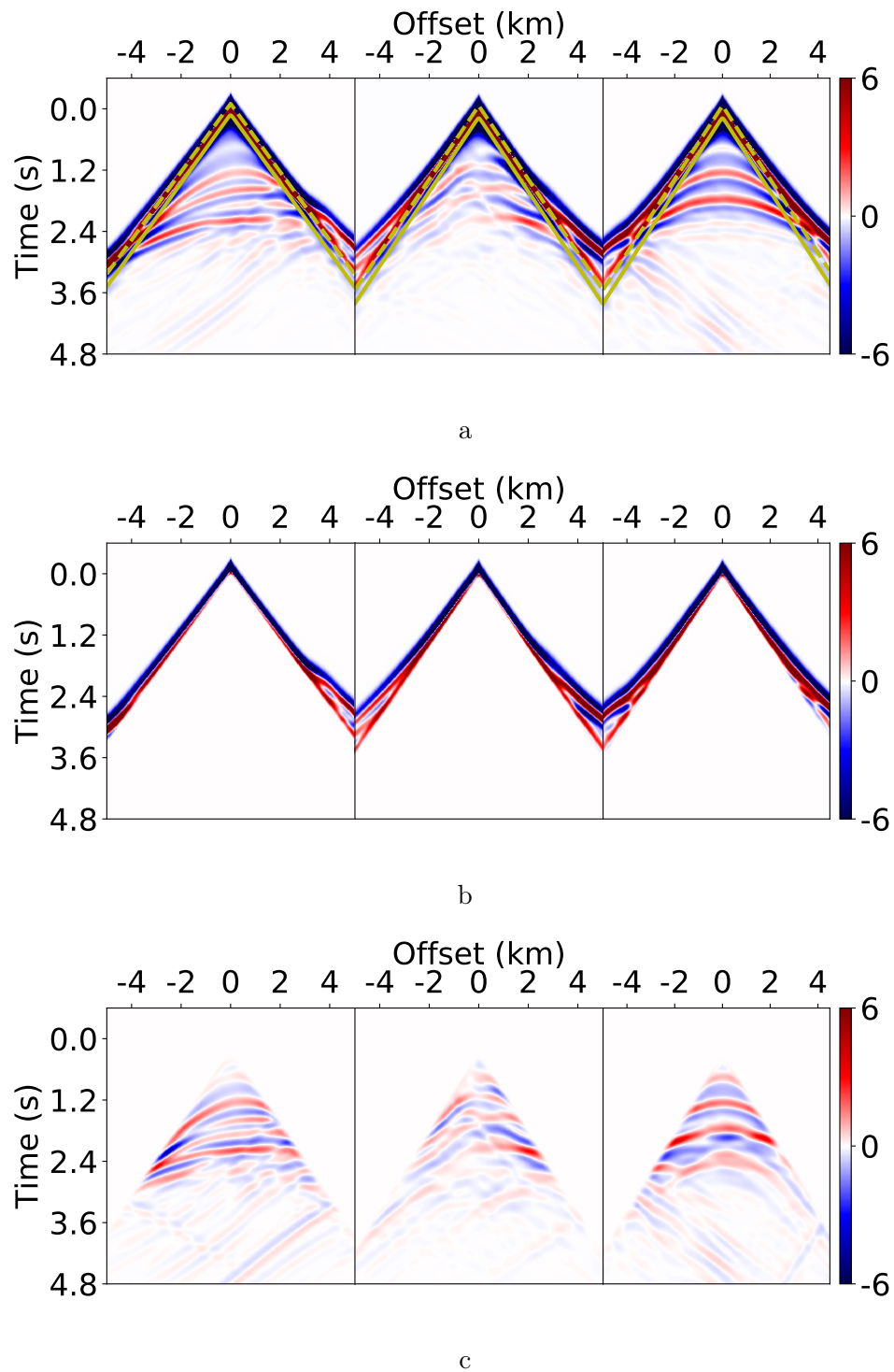


Figure 4.10: (a): shot gathers for the synthetic data of the Marmousi model (located respectively at 2, 4.5, 7 km). (b): transmitted data for the same shot gathers. (c): the reflected data for the same shot gathers.

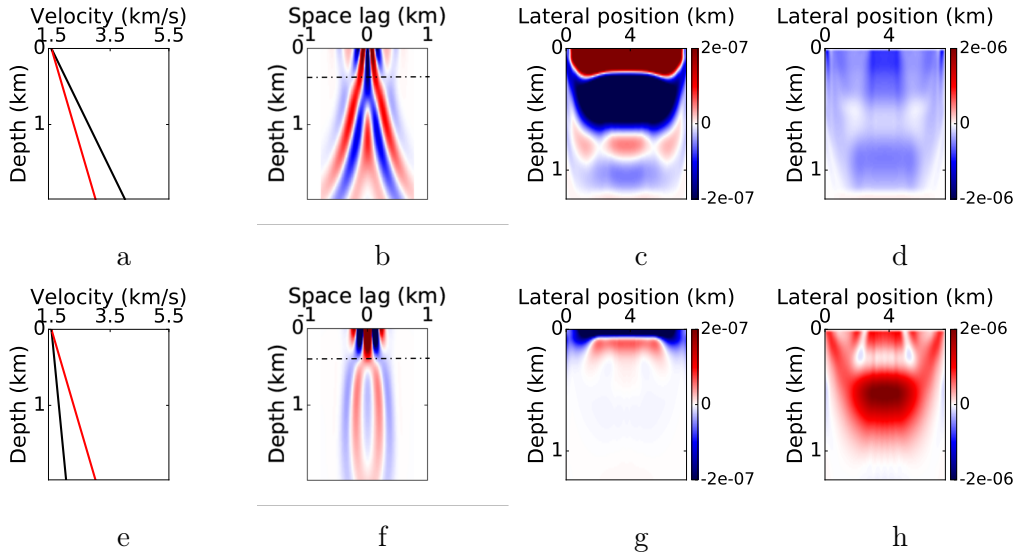


Figure 4.11: Impact of the pre-conditioner applied on the transmitted image. The first row (a) (b) (c) (d) corresponds to the case of the constant gradient model with $v_{\text{bott},e} = 4000$ m/s and $v_{\text{bott},0} = 3000$ m/s. The second row (e) (f) (g) (h) is the same as the first row but for $v_{\text{bott},e} = 2000$ m/s and $v_{\text{bott},0} = 3000$ m/s. The first column (a) (e) represents the central velocity profiles (the exact model is shown with the black line and the initial model the red line). The second column (b) (f) corresponds to the central CIGs for each case (the black dashed line marks the pre-conditioner). The third column (c) (g) shows the gradients derived from non-pre-conditioned reflectivity. The fourth column (d) (h) represents the gradient derived from pre-conditioned reflectivity.

simple pre-processing does not eliminate all the transmitted waves in this reflected part. We will discuss about this point in sections 4.3.4, 4.4 and 4.5.

We apply the same procedures on the blocky model (Figure 4.9) and on the Marmousi model (Figure 4.10). We notice that, in these models, the presence of transmitted waves is less important than in the one-reflector model, whereas the reflected waves are much more significant.

4.3.3 Pre-conditioner for the transmitted image

We mentioned the pre-conditioner Q_t applied on the transmitted image ξ_{transm} in equation 4.7 of the section 4.2. In this section, we use a series of constant gradient models presented in the section 4.3.1 and Table 4.1 to illustrate the application of MVA on the transmitted data and the role of the pre-conditioner Q_t .

First, we give two examples to illustrate our approach (Figure 4.11). In the first example (Figure 4.11a), the exact model is a constant gradient model varying from from

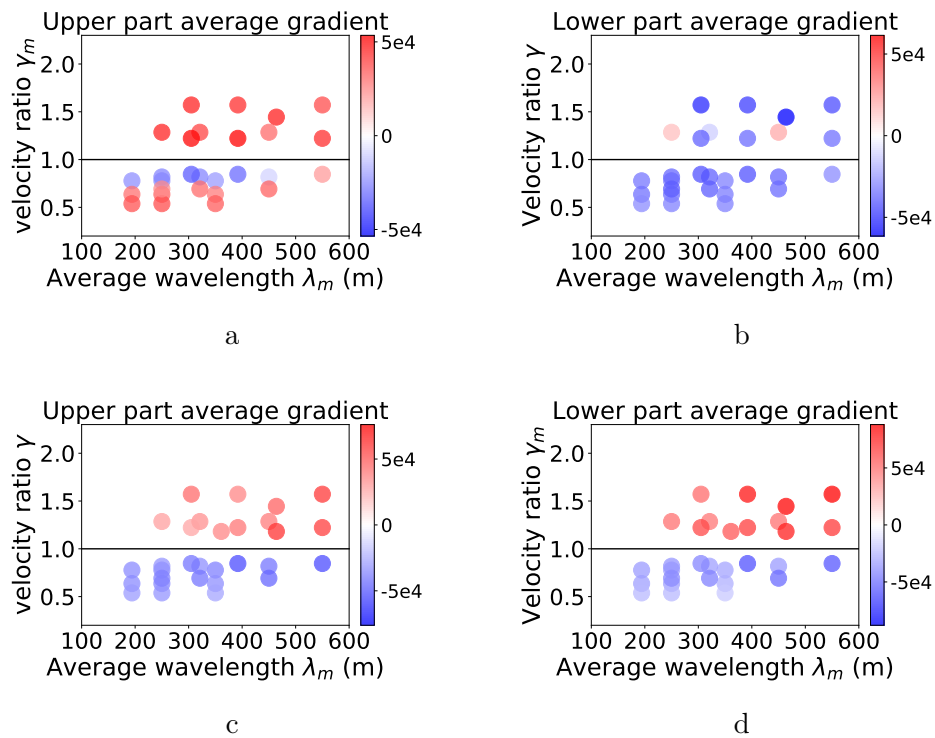


Figure 4.12: Maps in the plane (λ_m, γ_m) of the cubic roots of the average values in respectively the upper (left column) and lower (right column) parts of the gradients, for the tests conducted for constant gradient models without reflectors. The first row (a) (b) represents the gradients derived from non-pre-conditioned transmitted image. The second row (c) (d) represents those derived from pre-conditioned transmitted image.

$v_{\text{surf}}= 1500$ m/s to $v_{\text{bott,e}}= 4000$ m/s; the initial model is also a constant gradient model varying from $v_{\text{surf}}= 1500$ m/s $v_{\text{bott,0}}= 3000$ m/s. The central CIG after migration is shown in Figure 4.11b. Knowing that the initial model is lower than the exact model, the gradient is expected to be negative. However, the gradient (Figure 4.11c) has a zone of high positive values near the surface. It corresponds to the artifacts on the CIG in the same zone, delimited by the black dashed line in Figure 4.11b. It is defined by the wavelength λ_{surf} .

We define the pre-conditioner \mathcal{Q}_t as the multiplication by z , plus a mask near the surface. This mask mutes the top part of the transmitted image (indicated by the black dashed lines in Figure 4.11b). Its width (from the top to the black dashed lines in Figure 4.11b) is defined by the wavelength

$$\lambda_{\text{surf}} = \frac{v_{\text{surf}}}{f_{\text{max}}}, \quad (4.8)$$

where v_{surf} is the velocity at the surface, which is 1500 m/s in our cases. The border of the mask is smoothed. By applying the pre-conditioner \mathcal{Q}_t , we obtain a more consistent gradient (Figure 4.11d), as it has the expected sign (negative) and a more homogeneous aspect.

In the second example (Figure 4.11e), the exact model is a constant gradient model varying from $v_{\text{surf}}= 1500$ m/s to $v_{\text{bott,e}}= 2000$ m/s; the initial model is still the constant gradient model varying from $v_{\text{surf}}= 1500$ m/s $v_{\text{bott,0}}= 3000$ m/s. The CIG (Figure 4.11f) has a similar structure near the surface as in the previous example. As the velocity model is higher than the exact one, the gradient is expected to be positive. Without applying the pre-conditioner \mathcal{Q}_t on the CIGs, the gradient (Figure 4.11g) has both negative and positive values near the surface and it contains also slight negative values in the middle zone. After applying \mathcal{Q}_t , the gradient (Figure 4.11h) has the expected sign (positive) and impacts larger part of the model than the case without the pre-conditioner (Figure 4.11g).

We conduct more tests with different bottom velocities $v_{\text{bott,0}}$, $v_{\text{bott,e}}$ (both takes values of 2000, 3000, 4000, 5000 m/s) and different maximum frequencies f_{max} (from 5 to 9 Hz), the other parameters remain unchanged. We calculated the average gradient values, respectively in the zones above and below the average wavelength $\lambda_m = (v_{\text{surf}} + v_{\text{bott,0}})/(2f_{\text{max}})$ (we call them the *upper part* and *lower part* in Figure 4.12). We define also the average velocity ratio γ_m by $\gamma_m = (v_{\text{surf}} + v_{\text{bott,0}})/(v_{\text{surf}} + v_{\text{bott,e}})$.

We plot the cubic roots of the average gradient values in the plane (λ_m, γ_m) . We obtain four maps (Figure 4.12, the use of cubic root is simply to reduce the color contrast):

- two maps for the cases where the pre-conditioner is not applied: Figure 4.12a for the cubic roots of the average gradient values in the upper part, Figure 4.12b for the ones in the lower part;
- two maps for the cases where the pre-conditioner is applied: Figure 4.12c for the cubic roots of average gradient values in the upper part, Figure 4.12d for the ones in the

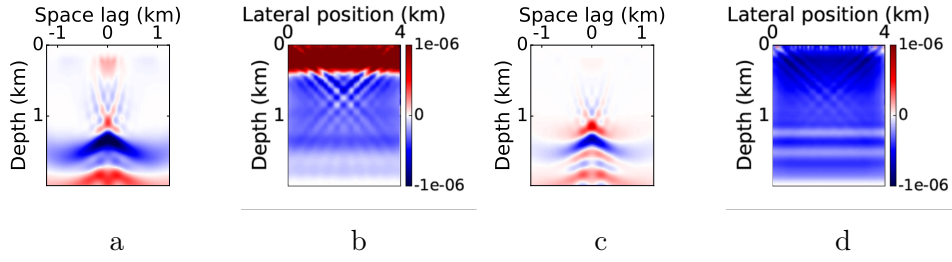


Figure 4.13: Impact of the pre-conditioner Q_r applied on the reflected image. The first row is for the cases without pre-conditioner: (a) (b) are respectively the central CIG and gradient for the case without the pre-conditioner Q_r . (c) (d) are the same as (a) (b) but for the case with pre-conditioner.

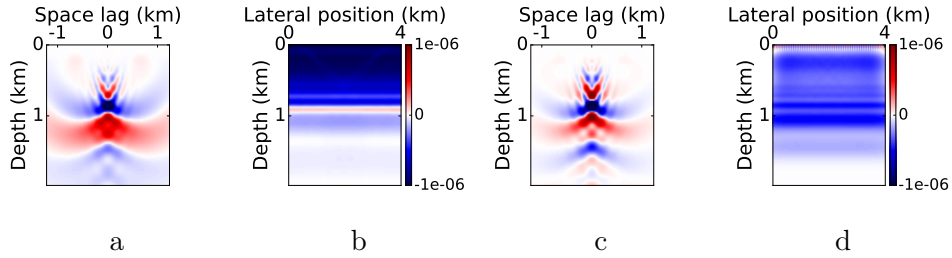


Figure 4.14: Same as Figure 4.13, but for the blocky model.

lower part.

The black line corresponds to $\gamma_m = 1$ for each map. Below this line ($\gamma_m < 1$), the velocity is underestimated, the gradient is expected to be negative (blue). Without the pre-conditioner, the gradient has positive values in the upper part (Figure 4.12a below the line in black). By applying the pre-conditioner, these values become negative (Figure 4.12c below the line in black). The same applies for $\gamma_m > 1$ (above the black line), the velocity is overestimated, the gradient value is expected to be positive (red). Without the pre-conditioner, the gradient has negative values in the upper part (Figure 4.12a above the line in black). By applying the pre-conditioner, the inconsistency is solved (Figure 4.12c above the line in black).

Thus, the pre-conditioner Q_t is necessary when we use the transmitted data, as the large amplitudes are closer to the source positions. In other words, in both workflow 1 and 2, we should apply a mask on the CIGs near the surface and multiply the CIGs by the depth coordinate z at the same time.

4.3.4 Pre-conditioner for the reflected image

To illustrate the role of the pre-conditioner \mathcal{Q}_r for the reflected image, we use the one-reflector model and the blocky model (see Table 4.1 and section 4.3.1).

We first examine the case of the one-reflector model. In the central CIG of the first iteration (Figure 4.13a), we notice that around the event of $z=1.5$ km, there is a smooth part (long wavelength elements) corresponding to residuals of diving waves in $d_{\text{refl}}^{\text{obs}}$, not completely removed by our simple processing in the data domain. As the initial model is lower than the exact one, the gradient is expected to be negative (blue). The gradient that we obtained here (Figure 4.13b) contains positive value near the surface.

We apply the same process on the blocky model (Figure 4.6). As we use the same initial model (the constant gradient model varying from 1500 to 3000 m/s), we expect that the gradient has highly negative values in the interval 0.8-1.2 km. We notice that the gradient (Figure 4.13b) contains a small layers of opposite sign and very strong values near the surface.

By construction, the inverse operator should attenuate the transmitted wave as the derivations of the Green functions in equation 4.21 are equivalent to applying the cosinus function to the incident angle, which is close to 90° for transmitted waves (Lameloise and Chauris, 2016; Chauris and Cocher, 2017). However, in practice, the application of the inverse operator on the residuals of the transmitted waves still give events in the image domain with a smooth aspect, due to the fact that we use limited frequencies (see the discussion section 4.5).

To attenuate the effects of the long wavelength elements in the CIGs, we carry out a Fourier transform with respect to the vertical position z and apply a low-pass filter in the corresponding vertical wavenumber domain (k_z). These operations constitute a pre-conditioner \mathcal{Q}_r for the reflected image, reading

$$\mathcal{Q}_r = \mathcal{F}_z^{-1} \mathcal{K}[k_c] \mathcal{F}_z, \quad (4.9)$$

where \mathcal{F}_z and \mathcal{F}_z^{-1} are respectively the Fourier transform regarding the vertical position and its inverse; $\mathcal{K}[k_c]$ is the high-pass filter characterized by the wavenumber k_c

$$k_c = \frac{f_c}{v_{\text{max}}}. \quad (4.10)$$

where f_c is the central frequency of the source wavelet.

For the one-reflector model, by applying \mathcal{Q}_r on the reflected image ξ_{refl} , the new central CIG (Figure 4.13c) exhibit more small scale elements with identifiable curvatures. The new gradient (Figure 4.13d) has much less inconsistency. The small artefacts can be further reduced by a spatial vertical smoothing.

For the blocky model, when the pre-conditioner is applied, we obtain the filtered central CIGs (Figure 4.13c). The corresponding gradient (Figure 4.13d) is improved in

consistency: it contains stronger negative value in the interval 0.8-1.2 km related to the high velocity layer around this position. The efficiency of \mathcal{Q}_r is furthermore illustrated in the section 4.4.2 with more iterations.

This pre-conditioner \mathcal{Q}_r is specifically adapted to this work, as we conducted a simple pre-processing to obtain the reflected data, which contain residuals of transmitted data. Despite of their presence, we will see that the pre-conditioner \mathcal{Q}_r helps to obtain good results presented in the following section 4.4. It can be considered as an element to separate the reflected and the transmitted data in the image domain. This point is discussed in section 4.5.

In practice, one can carry out much more sophisticated pre-processing to obtain cleaner reflected data (then the pre-conditioner \mathcal{Q}_r should be adapted accordingly). This is out of the scope of this work.

4.4 Results of the different workflows

After applying the four workflows (presented in 4.2.2) on the one-reflector model, the blocky model and the Marmousi model (see Table 4.1), the final results are compared in this section.

4.4.1 One-reflector model

First, we implement workflow 1 on the one-reflector model. We performed 15 iterations of the classic MVA (adjoint) using the full data set with a quasi-Newton approach ℓ -BFGS (Nocedal and Wright, 2006). The final central CIG (Figure 4.15b) is focused, except near the bottom part due to the large wavelength in this zone. Compared to the exact macromodel (Figure 4.5c), the final macromodel (Figure 4.15c) is quite well retrieved. The central velocity profiles of the final macromodel and the exact macromodel (Figure 4.15d) are nearly superimposed.

With 15 iterations of the workflows 2, we obtain the macromodel (Figure 4.15g), similar to the results of workflow 1 (Figure 4.15c). This is not surprising as the transmitted waves in this model have much higher energy than the reflected waves from only a single reflector (Figure 4.8a). The final macromodel matches almost perfectly the exact macromodel (Figure 4.15d).

Then, we carry out workflow 3 with 15 iterations, using the reflected data starting from the same initial model as the two previous workflows. Above the reflector, the final macromodel is underestimated (Figure 4.16c), as well as the final full velocity model (Figure 4.16d). The main reason is that the residual of the transmitted waves are not completely eliminated. Even after applying the pre-conditioner \mathcal{Q}_r , they still create small upward events in the central part of the CIG of Figure 4.16a.

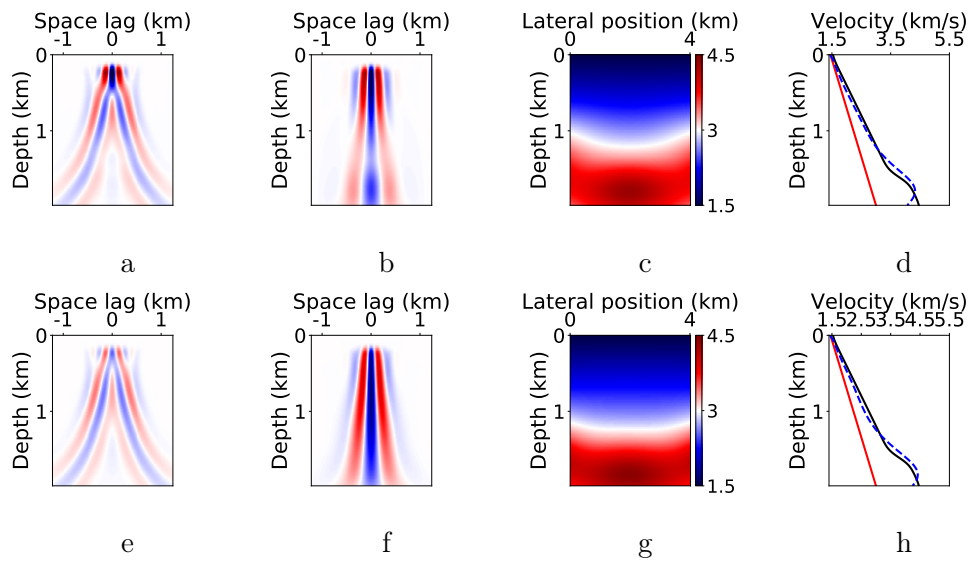


Figure 4.15: Results of workflows 1 and 2 for the one-reflector model. The first row is for workflow 1, applying MVA on the full data. (a): the central CIG of the initial iteration. (b): the CIG of the final iteration. (c) is the final macromodel. (d): the central velocity profiles of respectively the initial macromodel in red solid line, the exact macromodel in black solid line, the final macromodel in blue dashed line. The second row is the same as the first row but for workflow 2, applying MVA on the transmitted data.

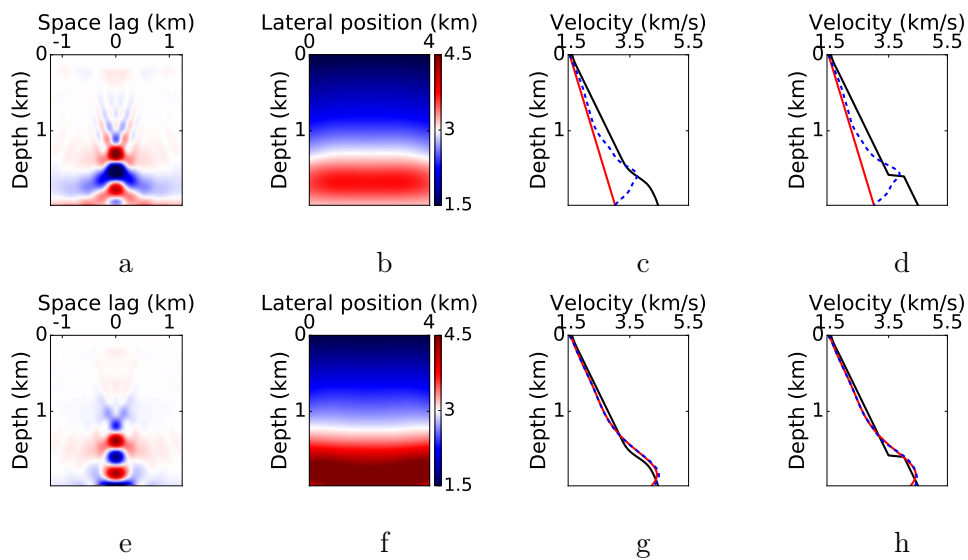


Figure 4.16: Results of workflows 3 and 4 for the one-reflector model. The first row is for workflow 3, applying IVA on the reflected data starting from the model of Figure 4.5d. (a): the CIG of the final iteration. (b): the final macromodel. (c): the central velocity profiles of respectively the initial macromodel in red solid line, the exact macromodel in black solid line, the final macromodel in blue dashed line. (d): the same as (c) but for full velocity model. The second row is the same as the first row but for workflow 4, but starting from the model of Figure 4.15g, the final macromodel of workflow 2.

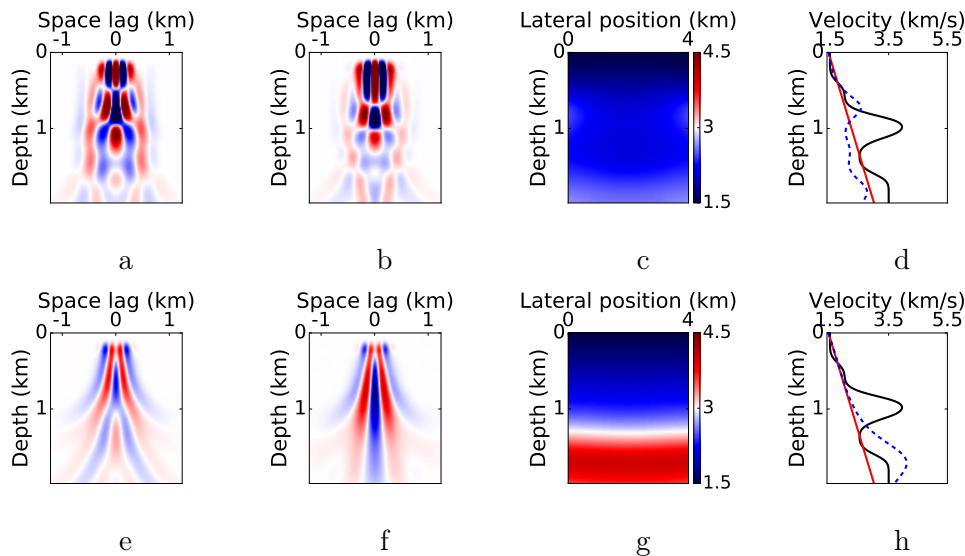


Figure 4.17: Same as Figure 4.15 but for the blocky model.

Finally, workflow 4 is conducted. In practice, we apply 10 iterations of IVA on the reflected data, starting from the final macromodel of workflow 2 (which is already very close to the exact macromodel). The final CIG (Figure 4.15f) is well focused. The final macromodel (Figure 4.15g) as well as the full velocity model (Figure 4.16g) remain almost the same as the one of workflow 2, as we start from an initial model very close to the exact one.

The one-reflector model is quite smooth and the transmitted waves are dominant in the data domain. Therefore, workflow 1 and workflow 2 are already able to retrieve the macromodel. The impact of residuals of the transmitted waves are still non-negligible even after applying the pre-conditioner, so workflow 3 fails to retrieve a good model. Workflow 4 uses the final macromodel of workflow 2 which is already correct, so the final results of workflow 4 is basically the same. Still, workflow 4 allows to add the velocity perturbation to the macromodel, in order to obtain a full velocity model. Therefore, we recommend the two-step workflow (i.e. workflow 4) for this case.

4.4.2 Blocky model

For the blocky model, workflows 1 and 2 fail to reconstruct the macromodel (Figure 4.17). In particular, both workflows cannot retrieve the high velocity layer within $z = 0.8\text{--}1.2$ km (Figures 4.17d and 4.17h). The final central CIG (Figures 4.17b and 4.17f) is more focused than in the initial iteration (Figures 4.17a and 4.17e), but still contains significant events for large space lags. The main reason is that we use quite low frequencies ($f_{\max} = 7$ Hz). In the deeper part of the model, the wavelengths of some

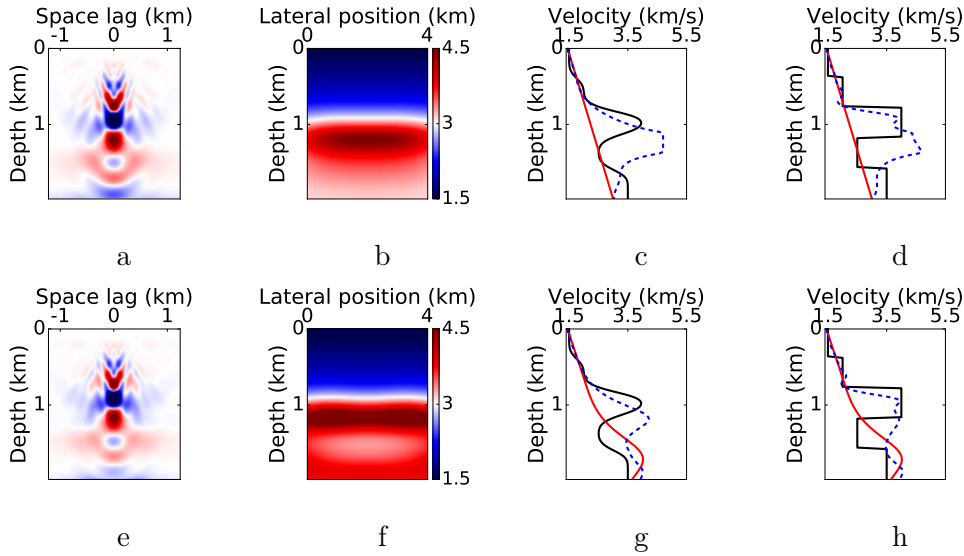


Figure 4.18: Same as Figure 4.16 but for the blocky model.

events are too large for the DSO objective function to determine if the energy is focused.

On the contrary, with the workflows 3 and 4, the high velocity layer is retrieved with a slight depth discrepancy (Figure 4.18). However, workflow 3 fails to reveal the structures under the high velocity layer. On the other hand, starting from the final macromodel from workflow 2, workflow 4 succeeded in showing these two layers with lower velocities, even though the retrieved layer between 1.2 and 1.6 km has higher velocity values than in the exact model. The final CIGs (Figures 4.18a and 4.18e) are well focused but the resolution is low in the deeper part of the model. Finally, by adding the velocity perturbation to the macromodel, it is confirmed that workflow 4 (Figure 4.18h) performs better than the others.

In this model, the transmitted data alone cannot reconstruct the macromodel. On the other hand, the presence of the reflected data is much more important than in the one-reflector model. They help in workflows 3 and 4 to retrieve the high velocity intermediate layer. Comparing workflows 3 and 4, the transmitted data in the first step of workflow 4 give a better starting model for its second step. Once more, we recommend the two-step workflow in such a case.

We have examined the examples of relatively simple models. In the next section, we apply the four workflows on a more complex model, the Marmousi model.

4.4.3 Marmousi model

For workflows 1 and 2, we conduct 23 iterations and we display the final macromodel and the final CIGs at the positions $x = 1.4, 3, 4.5, 6, 8$ km in Figure 4.19. The final

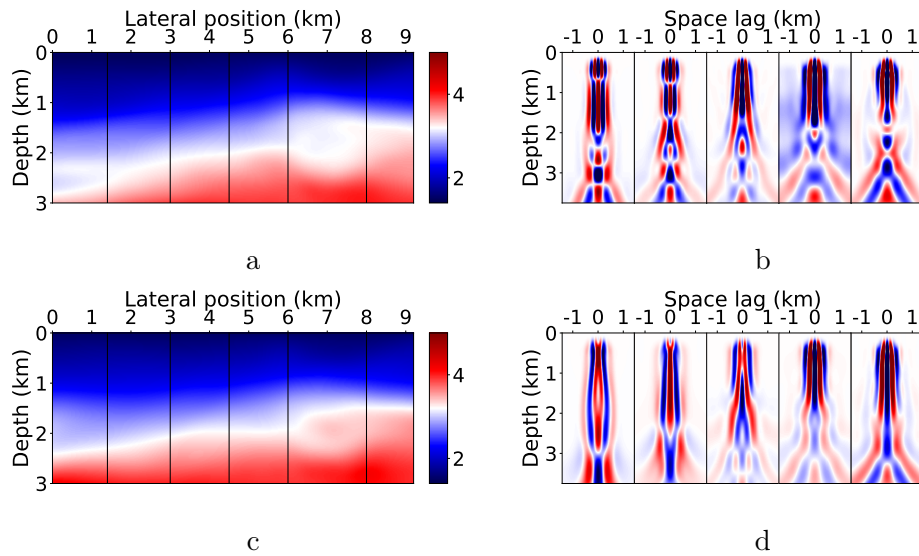


Figure 4.19: Results of workflows 1 and 2 for the Marmousi model. The first row is for workflow 1: (a) final macromodel; (b) the CIGs extracted from $x = 1.4, 3, 4.5, 6, 8$ km. The black vertical lines in (a) correspond to the positions where the CIGs are extracted. The second row is the same as the first row, but for workflow 2.

macromodels of workflow 1 and 2 are similar (Figures 4.19a and 4.19c). They are both consistent macromodels in large scale, even though the CIGs are not well focused in the deeper part (Figures 4.19b and 4.19d). This phenomenon is similar to the case of the blocky model (Figure 4.17f): as the wavelength is larger in the deeper part, the DSO objective function has difficulties to evaluate the quality of the focusing for this part.

Workflow 3 retrieves a similar macromodel as well (Figure 4.20a), with higher resolution though. The CIGs are well focused (Figure 4.20b). We add the velocity perturbation (Figure 4.20c) to the macromodel to obtain the full velocity model (Figure 4.20d).

The results of workflow 4 are similar to the ones of workflow 3. The improvement is that the macromodel (Figure 4.20e) contains less vertical structures (see the discussion section 4.5). The focusing on the CIGs (Figure 4.20f) is almost the same as for the one in workflow 3. The final full velocity (Figure 4.20h) is slightly improved comparing to workflow 3. For example, the layers in the ellipse on the left have higher intensity than in the workflow 3, which is more consistent with the exact model. This is also the case for the structures within $x = 6-9$ km in the ellipse on the right.

To conclude, the application on the three models shows that workflow 4 performs the best. Therefore, we recommend to conduct several iterations of MVA with the transmitted waves; then, starting from the retrieved macromodel, we carry out several iterations of IVA with the reflected waves. The pre-conditioners Q_t and Q_r for respectively the transmitted and reflected images are necessary in our workflow. The quality of the re-

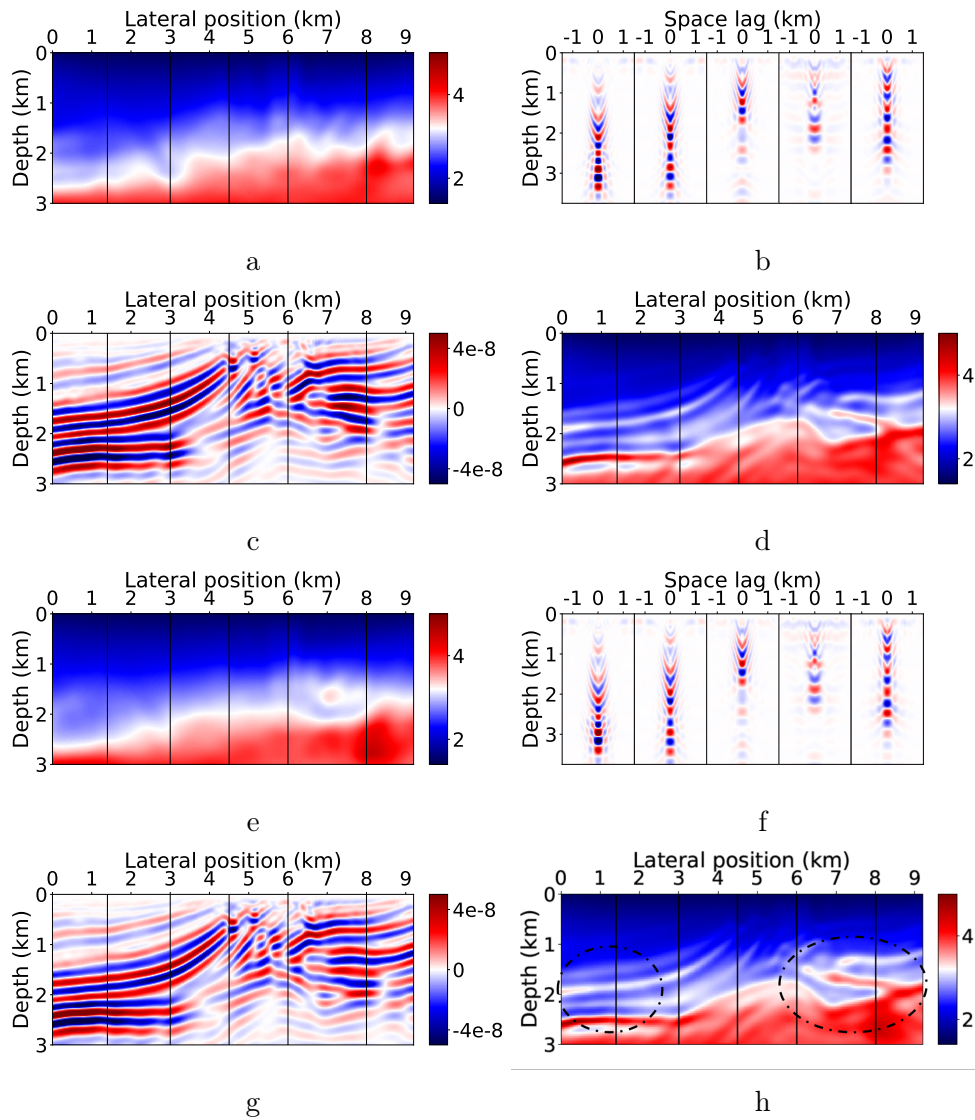


Figure 4.20: Results of workflows 3 and 4 for the Marmousi model. The first row is for workflow 3: (a) the final macromodel; (b) the CIGs extracted from $x = 1.4, 3, 4.5, 6, 8$ km; (c) is the final velocity perturbation; (d) the final full velocity model. The black vertical lines in (a) correspond to the positions where the CIGs are extracted. The second row is the same as the first row, but for workflow 4.

flected data is an important factor as the residuals of the transmitted data have negative impact on the IVA process. In our case, the pre-processing and the pre-conditioner Q_r together allow the successful IVA processes.

4.5 Discussion

The data separation and the distinct workflows for transmitted and reflected data remind us of the method of joint full waveform inversion (JFWI) in [Zhou et al. \(2015\)](#) developed in the data domain. The objective function is reading

$$J(v_0) = \frac{1}{2} \|W_{\text{refl}} (d_{\text{refl}}^{\text{mod}} [v_0, \xi] - d_{\text{refl}}^{\text{obs}})\|^2 + \frac{1}{2} \|W_{\text{transm}} (d_{\text{transm}}^{\text{mod}} [v_0] - d_{\text{transm}}^{\text{obs}})\|^2, \quad (4.11)$$

where W_{transm} and W_{refl} and the weights applied respectively on the residuals of transmitted and reflected data. The reflectivity ξ is re-calculated by migration with small offsets. At each iteration, the gradient contains the sum of the contributions of both parts of data, calculated separately though.

In our method, we preferred to compare the separate contributions of each type of waves for several iterations. This allows to better understand the shape of the migrated images of each type of waves and the behaviour of the respective gradients. In the example of Marmousi, workflow 3 using only reflected waves retrieves a macromodel containing vertical structures (Figure 4.20a). This kind of features is also observed in [Fei and Williamson \(2010\)](#); [Lameloise and Chauris \(2014\)](#). In comparison, workflow 2 (Figure 4.19c) using only transmitted waves retrieves a smoother macromodel without vertical structure. In workflow 4, the second step with IVA is started from the final macromodel of workflow 2, so the final macromodel of workflow 4 (Figure 4.20e) has less vertical structures than in workflow 3. Therefore, using transmitted waves in the early iterations provides a better constraint for further macromodel updates.

The transmitted image contains large-scale elements for $h = 0$ which cannot be interpreted as reflectivity like for the reflected waves. Actually, the velocity perturbation δv in equation 4.1 is usually considered as the small wavelength part, and v_0 the large wavelength part. However, in the condition of scale separation ($\|\delta v\| \ll \|v_0\|$), there is no such a constraint. So δv can also contain large scale structures (denoted δv^{large}). As the migration operator is the first iteration of the linearised FWI, we can consider that the transmitted image is an estimation of δv^{large} . We actually need more than one iterations of migration to find the δv^{large} for fitting the transmitted observed data ([Østmo et al., 2002](#); [Cocher, 2017](#)). In the same spirit, we need further investigations on the application of an inversion operator adapted to the transmitted data (if it exists), as the inversion operator is a direct approach and an alternative to the iterative migration ([ten Kroode, 2012](#); [Hou and Symes, 2015](#); [Chauris and Cocher, 2017](#); [Hou and Symes, 2018](#)).

We have conducted a data separation process prior to the migration velocity analysis. A possible alternative is to apply migration operator to the full wavefield (like in workflow 1), then separate the contributions the transmitted and reflected waves in the image domain (CIGs). Actually, the migrated images of the two types of waves have sensitively different aspects. For the Marmousi model, in the CIGs of the workflow 1 (Figure 4.19b), the upper part (well focused) contains more elements related to transmitted data and the deeper part is more linked to the reflected data. One idea is investigated in the section 4.3.4. The pre-conditioner \mathcal{Q}_r can be considered as a filter to conserve the small scale element in the velocity perturbation which are really related to the reflections. The eliminated part is related to the large scale element in the velocity perturbation δv^{large} mentioned in the previous paragraph. We need further investigation about this point.

4.6 Conclusion

This work deals with the application of MVA or IVA on the full data set acquired from surface, separated into transmitted data and reflected data. We used a simple pre-conditioner applied on the image migrated from the transmitted data, which improves significantly the consistency of the macromodel gradient. Subsequently, we have compared four workflows applied on simple models and on the Marmousi model. We recommend the two-step workflow: perform the classic MVA on the transmitted data for several iterations; then, starting from the final macromodel of the first step, perform the IVA on the reflected data for another run of iterations. Residuals of the transmitted waves in the IVA process should be attenuated by specific filters in the image domain, as proposed here. We will implement this strategy on the real data in the future.

4.7 Appendix A: modeling, migration and inversion

This appendix reviews the operators of classic migration and inversion (Hou and Symes, 2015, Chauris and Cocher, 2017, Hou and Symes, 2018).

The 2D constant density acoustic wave equation reads

$$\mathcal{L}u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)\Omega(\omega), \quad (4.12)$$

where \mathbf{x}_s the source position, $\mathbf{x} = (x, z)$ the subsurface position, ω the angular frequency, Ω the source wavelet, u the pressure field, \mathcal{L} is the Helmholtz operator, reading

$$\mathcal{L} = \frac{(i\omega)^2}{v(\mathbf{x})^2} - \Delta, \quad (4.13)$$

where $v(\mathbf{x})$ is the velocity model. The full wavefield u is a solution of the wave equation

$$u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) = \Omega(\omega)G(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega), \quad (4.14)$$

where \mathbf{x}_r is the receiver position and G the Green's function associated with v . By apply on the full wavefield the operator of selection $\mathcal{M} = \int d\mathbf{x}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_r)$ (\mathbf{x}_r is the receiver position), we obtain the modeled data d^{mod}

$$d^{\text{mod}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) = \Omega(\omega)G(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega). \quad (4.15)$$

Under the scale separation (equation 4.1), the pressure field u can be split into two parts u_0 and δu as well, verifying

$$\mathcal{L}_0 u_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)\Omega(\omega), \quad (4.16)$$

$$\mathcal{L}_0 \delta u(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) = -(i\omega)^2 \xi(\mathbf{x})u_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega), \quad (4.17)$$

where $\xi = -2\delta v/v_0^3$ is called the reflectivity, \mathcal{B} the modeling operator (or Born operator), G_0 the Green's function associated with v_0 . Therefore, the data d^{mod} can be split into two part d_0^{mod} and δd^{mod} , reading

$$d_0^{\text{mod}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) = G_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega)\Omega(\omega), \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \delta d^{\text{mod}} &= \mathcal{B}\xi(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) \\ &= -(i\omega)^2 \Omega(\omega) \int_{\mathbf{x}} d\mathbf{x}_r G_0(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}, \omega) \xi(\mathbf{x}) G_0(\mathbf{x}, \mathbf{x}_r, \omega). \end{aligned} \quad (4.19)$$

In the context of scale separation, migration is the operation to retrieve the reflectivity ξ for a given data perturbation δd^{obs} and a given macromodel v_0 . To measure the quality of the macromodel, we introduce the subsurface offset (or *space lag*) \mathbf{h} as a redundancy parameter to extend the image domain (Sava and Fomel, 2006; Symes, 2008b; Sava and Vasconcelos, 2011). In addition, only the horizontal space lag $\mathbf{h} = (h, 0)$ is considered here, such that the image domain (x, z, h) and the data domain (x_s, x_r, ω) have the same dimension. The panels in the plane (h, z) are called CIGs (common image gathers).

The reflectivity ξ^{mig} retrieved by the migration operator \mathcal{B}^{mig} is defined as

$$\begin{aligned} \xi^{\text{mig}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) &= \mathcal{B}^{\text{mig}} \delta d^{\text{obs}} \\ &= -\text{Re} \int d\mathbf{x}_s d\mathbf{x}_r d\omega (i\omega)^2 \Omega^*(\omega) G_0^*(\mathbf{x}_s, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) G_0^*(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}_r, \omega), \end{aligned} \quad (4.20)$$

where the asterisk $*$ denotes the conjugate. By definition, \mathcal{B}^{mig} is the adjoint of the modeling operator \mathcal{B} (Eq. 4.19).

On the other hand, the inverse of the modeling operator in the asymptotic sense in the extended domain was proposed by [Hou and Symes \(2015\)](#), [Chauris and Cocher \(2017\)](#) and [Hou and Symes \(2018\)](#)

$$\begin{aligned}\xi^{\text{inv}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) &= \mathcal{B}^{\text{inv}} \delta d^{\text{obs}} \\ &= \text{Re} \left(D_p \int d\mathbf{x}_s d\mathbf{x}_r d\omega \frac{\Omega^{-1}(\omega)}{i\omega} D_{z_s} G_0^*(\mathbf{x}_s, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) d^{\text{obs}}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_r, \omega) D_{z_r} G_0^*(\mathbf{x} + \mathbf{h}, \mathbf{x}_r, \omega) \right),\end{aligned}\quad (4.21)$$

where D_{z_s} and D_{z_r} are the derivatives with the respect of the vertical positions of sources and receivers; D_p is also a derivative operator defined as

$$D_p = 16(v_+ v_-)^{-1} \left[\left(\frac{v_-}{v_+} + \frac{v_+}{v_-} \right) D_z + \left(\frac{v_+}{v_-} - \frac{v_-}{v_+} \right) D_{z_h} \right], \quad (4.22)$$

where $D_z = \partial/\partial z$ and $D_{z_h} = \partial/\partial z_h$ are the partial derivation with respect of the vertical positions and the vertical space lag. The velocities are defined as $v_+ = v_0(\mathbf{x} + \mathbf{h})$, $v_- = v_0(\mathbf{x} - \mathbf{h})$. In practice, D_p is approximated by taking $v_+ = v_- = v_0(\mathbf{x})$, leading to ([Chauris and Cocher, 2017](#))

$$D_p = \frac{32}{v_0^2} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (4.23)$$

\mathcal{B}^{inv} is called the inversion operator. It is known to conserve the amplitude of the data, as $\mathcal{B}\mathcal{B}^{\text{inv}} \delta d \approx \delta d$. In addition, [Chauris and Cocher \(2017\)](#) and [Hou and Symes \(2018\)](#) showed that the inverse operator attenuates the artifacts in the CIGs that biases the macromodel estimation.

Chapter 5

Application de l'IVA sur un jeu de données réelles

Contents

| | | |
|-------|--|-----|
| 5.1 | Introduction | 130 |
| 5.2 | Seismic data sets | 133 |
| 5.2.1 | Extraction of a 2D section from a 3D acquisition | 133 |
| 5.2.2 | Pre-processings | 133 |
| 5.3 | IVA on the reflected data | 135 |
| 5.3.1 | Prospected 2D section | 135 |
| 5.3.2 | Methodology | 136 |
| 5.3.3 | Initial setup and step 1 | 136 |
| 5.3.4 | Adjustments and step 2 | 141 |
| 5.3.5 | Higher frequencies and step 3 | 147 |
| 5.4 | Discussion | 147 |
| 5.5 | Conclusion | 152 |
| 5.6 | Appendix A: Inversion velocity analysis | 152 |
| 5.7 | Appendix B: Symmetrization of CIGs | 153 |
| 5.8 | Appendix C: Details of the choice of the ranges of surface offset and space lag | 154 |

Résumé du chapitre 5

L'analyse de la vitesse par migration a rarement été appliquée à des jeux de données réelles. Les artefacts de la migration classique et les mauvais choix de paramètres utilisateurs sont deux raisons principales. Dans ce travail, nous remplaçons l'opérateur de migration classique par celui de l'inversion et appliquons la méthode à un jeu de données réelles marines en 2D acquis en Afrique de l'Ouest. Notre approche consiste en trois étapes. La première étape permet de visualiser les principales structures du sous-sol et de déterminer les paramètres utilisateurs optimaux, notamment les gammes d'offset en surface et en profondeur, les coefficients de lissage et des ajustements dans les domaines de données et d'image afin d'atténuer les artefacts. Nous suivons les recommandations du chapitre 3. Nous appliquons ces modifications dans la deuxième étape pour obtenir un meilleur modèle de vitesse. Ces deux étapes étant limitées aux fréquences inférieures à 5 Hz, nous effectuons l'analyse de vitesse avec des fréquences plus élevées (inférieures à 10 Hz) dans la troisième étape, à partir du modèle final de la deuxième étape. De cette manière, nous retrouvons finalement un modèle de vitesse raffiné avec des structures géologiquement plausibles.

Abstract

Migration velocity analysis has hardly ever been applied on real data sets. Two main reasons are the artefacts arising in the classic migration and improper choices of user parameters. In this work, we replace classic migration operator by the inverse one and we apply the method on a 2D real marine data set acquired in West Africa. Our approach consists of three steps. The first step helps visualizing the main subsurface structures and determining optimal user parameters, including the ranges of surface and space lag, the smoothing coefficients and adjustment in both data and image domains to attenuate artefacts. We apply these adjustment in the second step to obtain an improved velocity model. As these two steps are limited in frequencies below 5 Hz, we conduct the velocity analysis with higher frequencies (below 10 Hz) in the third step, starting from the final model of the second step. In this way, we finally retrieve a refined velocity model with geological plausible structures.

5.1 Introduction

Seismic imaging uses signals from surface acquisition to evaluate the physical parameters of the underground. The velocity model is one of the most important parameters for determining the geological structures. The methods based on the differences between the observed data and the calculated data, such as Full Waveform Inversion (FWI), are

often used for the update of the velocity model (Virieux and Operto, 2009). However, these methods suffer from the cycle-skipping issue leading to local minima. Migration Velocity Analysis (MVA) is an alternative method to retrieve the velocity model. The model is split into macromodel controlling the wave propagation and its perturbation (Al-Yahya, 1989; Symes, 2008b) under the Born approximation. The perturbation part, the reflectivity, is derived from the observed data through the migration process, in a given macromodel.

The specificity of MVA is that the update of the macromodel is based on an image domain objective function. The image domain is extended with an additional parameter, which can be surface-oriented (Symes and Carazzone, 1991) or subsurface-oriented (Symes, 2008). The quality of the macromodel is measured by the consistency between images of reflectivity for different values of the introduced parameter. In our study, the additional parameter is a spatial shift between the source and receiver wave fields, called subsurface offset (or space lag) (Sava and Fomel, 2006; Symes, 2008b). The panels depending on the space lag and on the vertical positions are called Common Image Gathers (CIGs). If the macromodel is correct, energy focuses at the zero space lag on the CIGs. Symes and Carazzone (1991) proposed the Differential Semblance Optimization (DSO) as the objective function to evaluate the quality of the energy focusing. It has the advantage to have a convex shape at least for simple models so that the convergence is better guaranteed than the data difference objective functions.

The gradient of the DSO function with respect to the macromodel is the essential element for the macromodel update. Lameloise et al. (2015) shows that the extended MVA cannot always provide consistent macromodel update, due to the fact that the migration operator is not the inverse, but only the adjoint of the Born modeling operator. Actually, the CIGs obtained with the migration operator contain migration smiles leading to mathematical correct gradients containing unexpected values in a tomographic sense, which ultimately results in underestimated macromodel.

To cope with this problem, the inverse of the Born modelling operator, defined in an asymptotic sense, was proposed by ten Kroode (2012), Liu et al. (2014), Hou and Symes (2015), Chauris and Cocher (2017) and Hou and Symes (2018). In practice, the inversion operator is the migration operator enhanced by a set of coefficients and derivative operators both in data domain and image domain. With the inversion operator, migration smiles in the CIGs are significantly attenuated, which leads to cleaner gradients. The estimation of macromodel based on the inversed reflectivity is called Inversion Velocity Analysis (IVA).

Nevertheless, MVA has rarely been applied on real data. One of the reasons is the artefacts in classic MVA mentioned before. The first applications used a surface-oriented formulation. Symes and Carazzone (1991) used the source index as the additional parameter. By applying MVA on a real data set, they retrieved a velocity model almost laterally homogeneous with horizontal layers. For Chauris and Noble (2001) and Mulder and ten Kroode (2002), the additional parameter is the surface offset (distance between

sources and receivers). In both contributions, they applied a filter on the CIGs to remove the events with the largest dips not associated with reflected waves. The inverted velocity model in [Chauris and Noble \(2001\)](#) is still a quasi-laterally homogeneous model with a few faulty structures. The velocity model in [Mulder and ten Kroode \(2002\)](#) is laterally homogeneous in the shallow part, but it has more complex structures in the deeper part.

Later on, [Shen and Symes \(2008\)](#), [Fei et al. \(2009\)](#), [Mulder \(2014\)](#), [Weibull and Arntsen \(2014\)](#), [Lameloise \(2015\)](#), [Hou and Symes \(2018\)](#), [Sun and Alkhalifah \(2017\)](#) used the subsurface offset (space lag) as the additional parameter. They also changed the objective function to improve the results. [Shen and Symes \(2008\)](#), [Fei et al. \(2009\)](#) added a term measuring stacked image energy, called similarity index, to the classic DSO objective function. In [Shen and Symes \(2008\)](#), the velocity model derived from the real data has a vertical anomaly in the middle of a quasi-laterally homogeneous model. [Fei et al. \(2009\)](#) applied the method on a small 3D data set and obtained a velocity model with a steep dipping structure in the deeper part. [Mulder \(2014\)](#) modified the DSO function to limit the impact of the migration smiles. The application on a real data set retrieves a quasi-laterally homogeneous model with horizontal layers. [Weibull and Arntsen \(2014\)](#) still used the space lag to extend the image domain. They added a vertical derivative to the image, before evaluating the quality of the focusing. This derivative turns out later to be the part of the weight in the inverse operator in [Hou and Symes \(2015\)](#) and [Chauris and Cocher \(2017\)](#). [Weibull and Arntsen \(2014\)](#) added also the similarity index term and a regularization term in their objective function. Still, by applying the method on a real data set, the obtained model is close to a laterally homogeneous model. [Lameloise \(2015\)](#), [Hou and Symes \(2018\)](#) applied both MVA and IVA on a real data set and verified that the IVA indeed improves the results. [Sun and Alkhalifah \(2017\)](#) applied MVA with anisotropic features on a real data set. Still, their velocity models are mostly laterally homogeneous.

Another reason for the limited number of real data application is the high numerical cost. Even though the adjoint-state method is applied ([Plessix, 2006](#); [Mulder, 2014](#); [Chauris and Cocher, 2017](#); [Hou and Symes, 2018](#)), the macromodel gradient is derived with four wave propagation processes. In practice six wavefields should be computed. As a comparison, Full Waveform Inversion (FWI) only needs two wavefields. In addition, the extension of the image domain increases the memory need. However, MVA does not require a precise source estimation as FWI ([Chauris and Cocher, 2017](#)), which can be complicated. This last advantage makes potentially MVA a powerful method worth to apply on real data.

In addition, the impact of the user parameters, such as the ranges of surface offsets and space lags, was never discussed so far. For example, the real data often do not necessarily have sufficient ranges of surface offsets for the depth of interest. Inspired by [Mulder \(2014\)](#) and [Fu and Symes \(2015\)](#), [Zhou et al. \(2019a\)](#) studied the shape of the CIG events as functions of these user parameters (see Chapter 3). To insure the consistency of the macromodel, they proposed two simple rules, derived in simple models.

Then, they extended the applicability of these rules on a more complex synthetic model, the Marmousi model. The main structures of the correct macromodel were retrieved in the final iterations. These rules have not been yet tested on real data.

In this paper, we apply the method of IVA on a real data set from a classical marine acquisition in West Africa provided by Total. The region is known for the presence of carbonate and salt layers. We discuss the main elements for the applicability of IVA on real data, in particular the user parameters. The problem of the numerical cost is not within the scope of this study.

5.2 Seismic data sets

In this section, we present how we obtained the 2D real seismic data from a 3D acquisition, as well as the pre-processings applied on the original data.

5.2.1 Extraction of a 2D section from a 3D acquisition

The real seismic data considered in this study was acquired in West Africa, as part of a 3D exploration project. The region is known for a large presence of carbonate and salt structures (Jian-Ping et al., 2008). The acquisition was performed over a spread of 27 boat trajectories (quasi-straight lines) spaced by around 600 m, limited in a zone of 35 km in lateral coordinates (Figure 5.1a).

For this study, we chose the most straight boat trajectory, marked by red dashed straight line in Figure 5.1a, with 1278 shots spaced by 25 m. When we zoom on the boat trajectory (Figure 5.1b, notice the scale change in the line positions), we can see that there are actually two parallel curves around the red dashed line with 5 m between them. In fact, the boat has two sources, their positions marking the two curves. We project the shot positions on the red dashed line. The boat has 10 streamers containing receivers, spaced by 25 m. The surface offset varies from 600 m to 6350 m.

We chose the streamer indicated by dashed orange line in Figure 5.1b, the closest to the red line that we project on. As we can notice in Figure 5.1b, the streamer directions are not parallel to the boat trajectory. This phenomenon, called feathering, is due to the ocean current during the acquisition. However, this deviation is small (less than 4.5°), so we can project the receiver positions on the red line without modifying significantly the physics. The projection is conducted with a rotation, such that the distances between receivers and sources are preserved.

5.2.2 Pre-processings

The original data recorded 7.06 s for each shot. The frequency varies from 4 to 60 Hz. The sample rate is 3 ms. A number of pre-processings had been applied by a contractor.

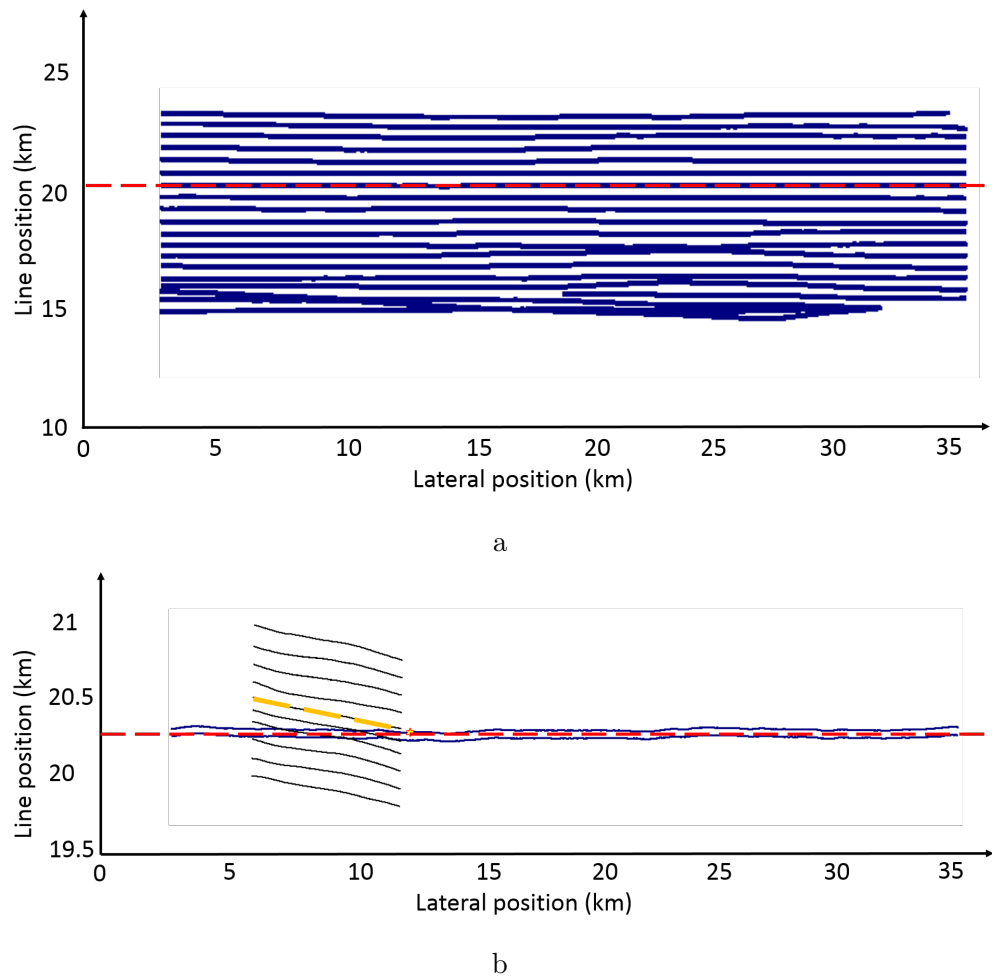


Figure 5.1: (a) The boat trajectories viewed from above. (b) Zoom on the selected trajectory. The position of the selected 2D section is highlighted by the dashed red line in (a) and (b). The selected streamer is highlighted by the dashed orange line in (b).

The pre-processings are reported as follows (we do not have the access to the original data):

- Noisy traces removal (noisy trace editing from observer log report; automated bad traces detection and de-spiking);
- First pass of velocity analysis ($2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$);
- Swell noise attenuation;
- Linear noise attenuation in $\tau - p$ domain (linear Radon transform);
- Residual noise attenuation (diffracted, tug, cross-feed);
- Deconvolution in $\tau - p$ domain (applied between 0 and 300 ms), pegs-legs elimination, destripping;
- Tidal static correction;
- Time destripping (geostatistical filtering from seabed picking);
- Spatial anti-alias filtering (1/4 Nyquist);
- Trace drop after k – anti-aliasing;
- 3D surface-related multiple elimination (SRME);
- Computation and amplitude correction application by shot, cables and hydrophones;
- Anti-footprint correction by geostatistical filtering of an amplitude map;
- Surface constant static correction;
- Shot point interpolation;
- 3D Regularization (offsets plan): trace rejection, binning, missing traces creation;
- Second pass of velocity analysis ($1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$);
- Common dip point Radon de-multiple;
- Offset plan random noise attenuation;
- Phase de-absorption: $Q = 120$;
- Direct arrival attenuation.

After the projection of the sources and receivers on the red line, Total provided us with the data set corresponding to the selected streamer. Examples of shot gathers from the shot located at $x = 7, 13, 19, 25, 30 \text{ km}$ are displayed in Figure 5.2a. We notice that the pre-processings have not completely eliminated the transmitted waves, even though the direct waves are considerably attenuated. Therefore, we conducted additional processing explained in section 5.3.3.

5.3 IVA on the reflected data

5.3.1 Prospected 2D section

In this study, we consider the 2D section corresponding to the red line in Figure 5.1. The width and the depth of prospect scope are respectively 35 km and 4.5 km. Therefore, we consider a 2D velocity model (that we need to retrieve) with the same dimension. The sources and the receivers are located at about 12 m depth. Given the size of the prospect

scope and the spatial sampling rate here (see section 5.3.3), we consider the sources and the receivers as located at the surface in our model. The source positions vary from $x = 2.4$ km to 35 km, spaced by 25 m. The receivers are on the left of each shot position and the offset values vary from $H = -6.35$ km to -0.3 km. As a result, some of the receiver positions for the first shot ($x = 2.4$ km) are outside the zone. To include these receiver positions, we conducted a 1D extension of 3.95 km on the left of the model (not displayed in the following figures).

5.3.2 Methodology

We use the IVA process formulated by [Chauris and Cocher \(2017\)](#) (see also section 5.6 or section 2.4.2 in Chapter 2). In a 2D model, the domain of image (x, z) is extended by the horizontal space lag h . The velocity model v is split into the macromodel v_0 and the perturbation δv . The perturbation is derived by $\delta v = \mathcal{B}^{\text{inv}}[v_0]d^{\text{obs}}$, where $\mathcal{B}^{\text{inv}}[v_0]$ is the inversion operator associated with the macromodel v_0 and d^{obs} the observed data; the macromodel is derived in an iterative way. The update at each iteration is essentially based on the gradient of an objective function J with respect to the macromodel v_0 , where $J = \frac{1}{2} \frac{\|v_0^3 h \delta v(x, z, h)\|^2}{\|\delta v(x, z, h)\|^2}$. At each iteration, the macromodel is updated, then we recalculate the velocity perturbation δv with the inversion operator, and so on. For more details, the reader can refer to Appendix (section 5.6), to section 2.4.2 in Chapter 2 or to [Chauris and Cocher \(2017\)](#).

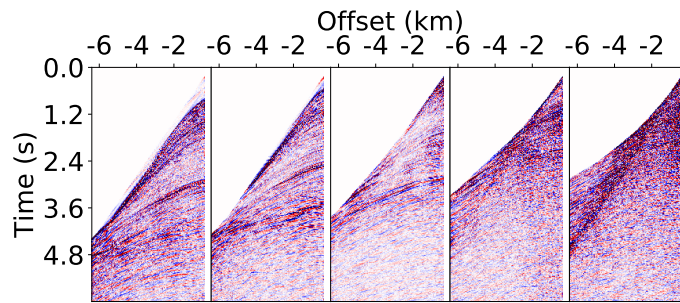
The workflow, specifically elaborated for the real data, is composed of three main steps:

- Step 1: we carry out a first IVA process with randomly chosen user parameters and with low frequencies for a few iterations.
- Step 2: by analysing the results of the first step, we determine optimal user parameters based on the rules established by [Zhou et al. \(2019c\)](#) (chapter 3). Then, we conduct a second IVA process with the new user parameters.
- Step 3: we conduct IVA process with higher frequencies.

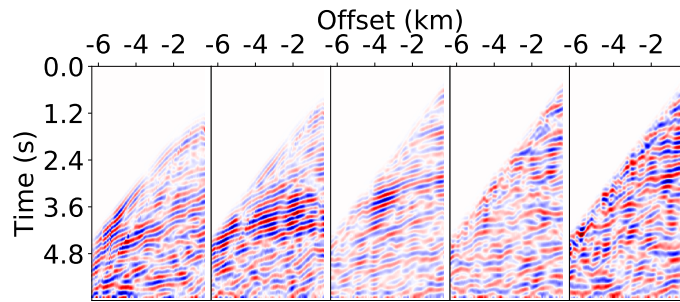
We will discuss the results of each step in the following sections.

5.3.3 Initial setup and step 1

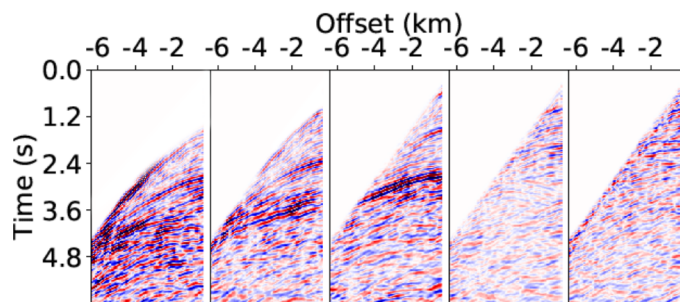
The initial macromodel that we use is displayed in Figure 5.3a. The water bottom, indicated by the yellow dashed line in Figure 5.3a, is an approximately evaluated profile used in the previous studies within Total. Between the water bottom and the model bottom, the initial velocity exhibits a constant gradient with respect to the depth z (the velocity increases 1.14 m/s for every meter). In the water, the velocity is maintained at 1500 m/s through the iterations by applying a mask corresponding to the water zone.



a



b



c

Figure 5.2: Shot gathers of the shots located at $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km, extracted from (a) the original data, (b) the filtered data with a high cut at 5 Hz, (c) the filtered data with a high cut at 10 Hz. The mute for removing transmitted data is applied in (b) and (c).

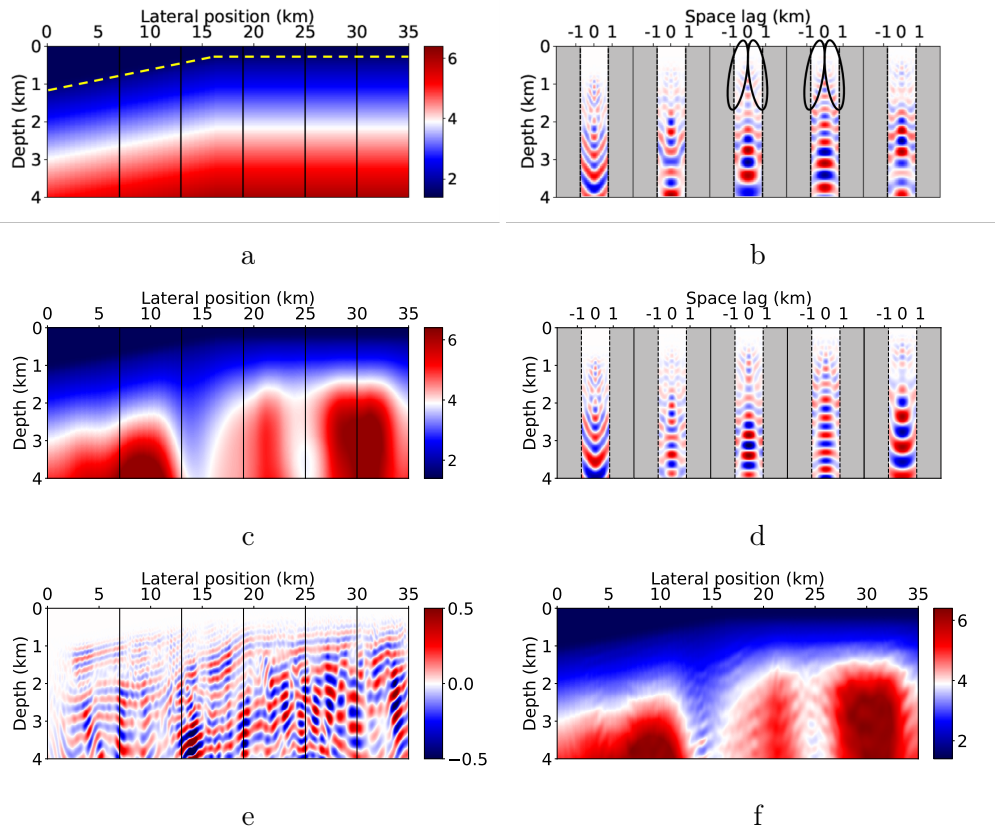


Figure 5.3: IVA results for the non-adjusted data at iteration 1 (a, b), iteration 10 (c, d, e, f). (a), and (c) are the macromodels. (b), (d) are the CIGs extracted from $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km. (e) is the velocity perturbation at iteration 10. (f) is the full velocity equal to the sum of (c) and (e). The black vertical lines in (a, c, e, g) correspond to the positions where the CIGs are extracted.

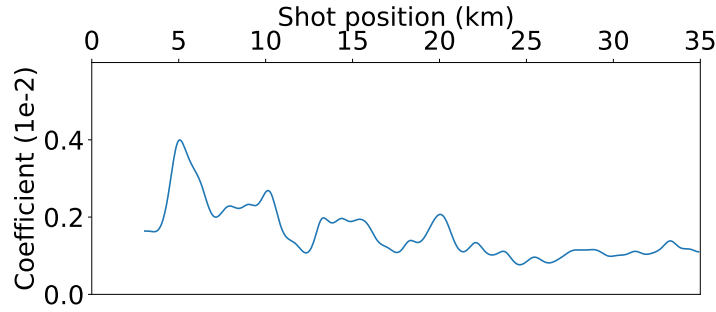


Figure 5.4: Coefficients of multiplication for adjusting the amplitude of each shot, displayed in function of the shot location.

The velocity is limited within the interval 1450 – 6200 m/s through iterations. The lower limit corresponds to the water velocity. The upper limit is chosen due to the presence of salt and carbonate in the region. Actually, seismic waves can reach 4000 m/s in the salt and 6000 m/s in the carbonates.

For reasons of computing cost, in the first two steps, we limit the maximum frequency to 5 Hz by applying a low-pass filter. We set the grid size at 25 m, the same as the shot spacing, which makes the model size equal to 160×1400 grid points. According to the Courant-Friedrich-Lewy condition and Nyquist condition (Virieux, 1986; Yang et al., 2016), the time sampling rate is then set at 1.5 ms by resampling the data with the Whittaker-Shannon interpolating method. We eliminate most signals corresponding the diving waves and refracted waves by applying a mute in the time-offset domain outside the first reflected wave signals. Examples of the filtered data gathers from the shot located at $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km are displayed in Figure 5.2b.

Besides, for step 3 (see the section 5.3.5), we increase the maximum frequency to 10 Hz (instead of 5 Hz). The corresponding examples of the filtered data gathers from the shot located at $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km are displayed in Figure 5.2c.

We assumed that the source Ω is a Ricker wavelet centered at 2 Hz (as the maximum frequency $f_{\max} = 5$ Hz, the lower frequency limit is $f_{\min} = 0.5$ Hz), with the amplitude equal to 1 and we used the inverse of this Ricker wavelet as Ω^{-1} . However, we notice that the actual wavelets of the shots are different than this hypothetical wavelet with a much higher amplitude. By applying the inverse operator, they results into unrealistically high values of the velocity perturbations. MVA or IVA does not need exact source estimation for the update of the macromodel (Chauris and Cocher, 2017). However, if the amplitude of the source wavelet is correctly estimated, the reflectivity part retrieved by the IVA approach cannot be expressed in m/s.

As a consequence, we conducted a processing to adjust the amplitude of shots. We synthetize a data set by the same Ricker wavelet propagating in a model where the water

bottom is the only reflector. We set the velocity in water 1500 m/s, in the underground 2000 m/s; the density in the water 1 kg/m³, in the underground 2 kg/m³. Then we compare this simulated data set to the part of the real data corresponding to the water bottom (the average of the first reflected signal of the traces of near offset with a given shot gather). In this way, we assess the amplitudes of different shots, displayed with respect of the lateral position x (Figure 5.4). The main uncertainties are related to the density of the sediments and the structure of the sea floor.

It is worth noting that the mute cannot completely remove all the transmitted waves if the reflected waves should be preserved, as they overlap reflected data, especially for the interfaces near the surface. We shall see in the following sections how the residual transmitted waves cause problems in the IVA process and how we cope with them.

In the first step, we randomly choose the surface offset range $H_{\max} = 4250$ m and the space lag range $h_{\max} = 775$ m. As the marine acquisition is asymmetric, we symmetrise the CIGs before calculating the macromodel gradient, by using the transformation $\delta v_{\text{sym}}(x, z, h) = \delta v(x, z, h) + \delta v(x, z, -h)$. We show in the Appendix 5.7 that this is equivalent to symmetrizing the input data with respect to the source and receiver positions, according to the reciprocity principle (Wapenaar, 1998). The reason for this symmetrisation is to limit artefacts related to truncations of surface offsets and space lags (Mulder, 2014; Zhou et al., 2019c).

We conducted 10 iterations of IVA with a quasi-Newton approach (ℓ -BFGS method, Nocedal and Wright, 2006). The Gaussian smoothing applied on the macromodel gradient is set to 800 m in both the horizontal and vertical directions.

Figures 5.3a and 5.3b display the macromodel and the CIGs at the first iteration, whereas Figures 5.3c, 5.3d show the results at iteration 10. As IVA is conceived as a true-amplitude method, we can add the velocity perturbation (Figure 5.3e) to the macromodel (Figure 5.3c) to obtain the full velocity model (Figure 5.3f). The CIGs (Figures 5.3b and 5.3d) are extracted from the positions $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km (indicated by the black lines in the macromodels). They are plotted in panels with space lag equal to 2000 m, which is larger than the used range of space lags 775 m, so the grey areas represent the absence of value by definition. We choose this kind of display because it is easier to compare with other tests using larger space lag ranges that we will show later. At iteration 10, the energy of the CIGs in the middle ($x = 13, 19$ and 25 km) is more focused at zero space lag than in the first iteration. However, the CIG on the left ($x = 7$ km) barely changed between the iterations 1 and 10. The events CIG on the right ($x = 30$ km) become even less focused and larger under 2 km depth, as the macromodel has higher values in this zone.

We notice that the CIGs has numerous small events of upward curvature for large values of space lag (indicated by the ellipses in Figure 5.3b). They have two origins: residuals of the transmitted waves and the density perturbation (see the discussion section 5.4). They cause a bias of the macromodel update towards smaller velocity.

The final velocity perturbation (Figure 5.3e) predicts continuous geological layers.

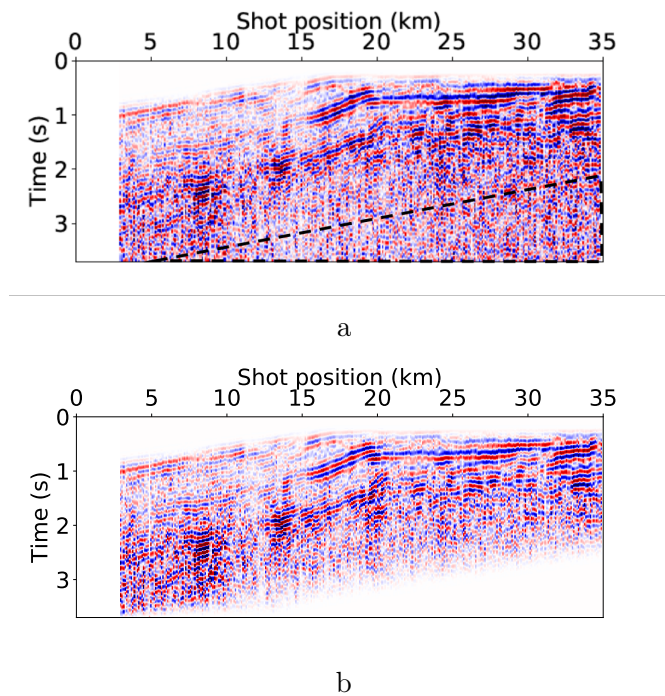


Figure 5.5: (a) Original common offset gather for the 300 m surface offset. (b) The same gather but muted in the deeper part.

However, the final macromodel contains major vertical structures around $x = 13$ km and 25 km. These structures are not geologically realistic and not consistent with the velocity perturbation.

5.3.4 Adjustments and step 2

In this section, we further analyse the results of the first test (Figure 5.3) to apply an additional adjustment to the data, and to optimise the user parameters, such as the Gaussian smoothing parameters, the surface offset range and the space lag range.

By displaying the common offset gather for the nearest surface offset $H = -0.3$ km (Figure 5.5a), we observe a zone (indicated by the dashed line frame in the figure) where the data do not exhibit consistent events comparing to the velocity perturbation of Figure 5.3e. They may behave as noisy signals. Therefore, we attenuate the data in this zone (Figure 5.5b) so as to eliminate possible inconsistency in macromodel update from the bottom up to the surface and to promote events for the shallower part.

To avoid reaching the maximum velocity (6200 m/s) in early iterations like in Figure 5.3c, we set the maximum local velocity update equal to 800 m/s at each iteration.

Moreover, we know from the velocity perturbation (Figure 5.3e) that the model has

mainly horizontal features with a dipping structure around $x = 15$ km. For the first iterations, the macromodel update should only retrieve the main structures. Later iterations can retrieve additional details.

However, we notice that the original macromodel gradient (Figure 5.6a) has almost only vertical features (see the discussion section 5.4). With the smoothing parameters in the first test (800 m in the horizontal direction and 800 m in the vertical direction), we still obtain a gradient with mainly vertical features (Figure 5.6b), which means that the horizontal smoothing parameter was not sufficient for the first iteration.

Therefore, we should modify the parameters of 2D Gaussian smoothing applied on the gradient: the smoothing should be much more important in the horizontal direction. We set the smoothing parameters at 1250 m in the horizontal direction and 200 m in the vertical direction (Figure 5.6c) for the first 6 iterations, in order to obtain almost only horizontal features in the early iterations. After the first 6 iterations, the horizontal smoothing parameter is further divided by two every six iterations. The parameter in the vertical direction remains constant (200 m) through iterations.

According to Zhou et al. (2019a), to insure the consistency of the macromodel update, we should increase the ranges of surface offsets and space lags to respectively $H_{\max} = 5375$ m, $h_{\max} = 1775$ m. The details of this calculation are in Appendix 5.8 (similar to the section 3.8). With the adjusted data and new parameters, we conducted an IVA process through 10 iterations. The new results are displayed in Figure 5.7.

To attenuate the events with upward curvature in the near surface (mentioned in the previous section, see also the discussion section 5.4), we applied on the CIGs a simple mask defined by a linear function of the depth and the water bottom (dashed lines in the CIGs of Figure 5.7b). To be more specific, the mask is defined by the condition stating that $\xi = 0$ if

$$h > \min(\max(\alpha_h(z - z_{\text{water}}), 0), h_{\max}), \quad (5.1)$$

where z_{water} is the water bottom depth and $\alpha_h = 0.82$. The determination of the parameters for the mask can be found in Appendix 5.8. A taper is added on the edge of the mask so that the variation in the mask is smooth.

However, despite this mask, the second test shows events with upward curvature for large values of space lag in the deeper part, indicated by the ellipse in Figure 5.7b. According to Chauris and Cocher (2017), Li and Chauris (2017b), Zhou et al. (2019c), the events in the deeper part of the CIGs impact the gradient from their depth up to the surface. For the second test, the CIGs, the gradient and the smoothed gradient of the first iteration are respectively displayed in Figures 5.8a, 5.8c and 5.8e. We notice that the smoothed gradient has predominant positive values on the right, which correspond to the upward curvature of the CIG events. The positive gradient makes the macromodel decrease in the next iterations, which leads to the low velocity structure on the right hand of the macromodel (indicated by the ellipse in Figure 5.7a).

We review the rule about the space lag range proposed by Zhou et al. (2019c). The

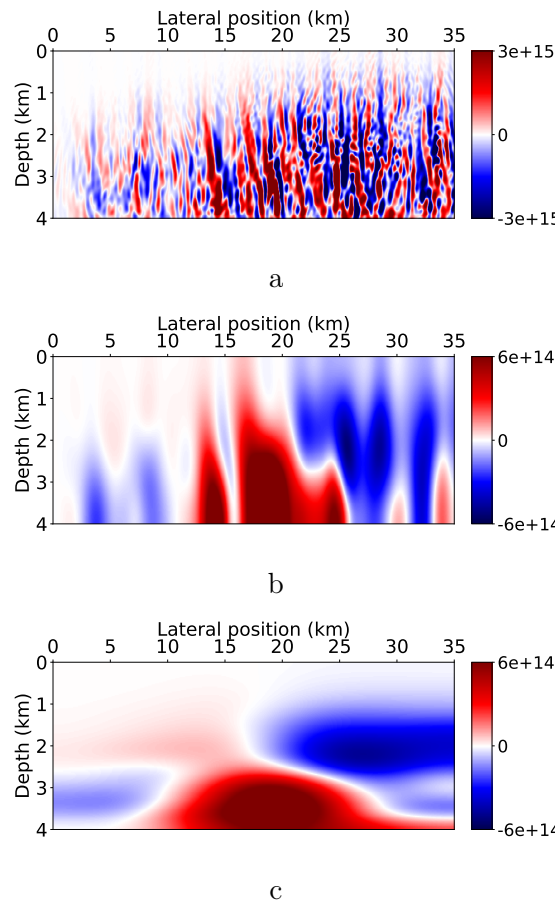


Figure 5.6: Influence of the smoothing parameters: (a) Original gradient of iteration 1 in the first test. (b) The smoothed version of (a) using the Gaussian smoothing of 800 m in the horizontal direction and 800 m in the vertical direction. (c) Same as (b) but for the Gaussian smoothing of 1250 m in the horizontal direction and 200 m in the vertical direction.

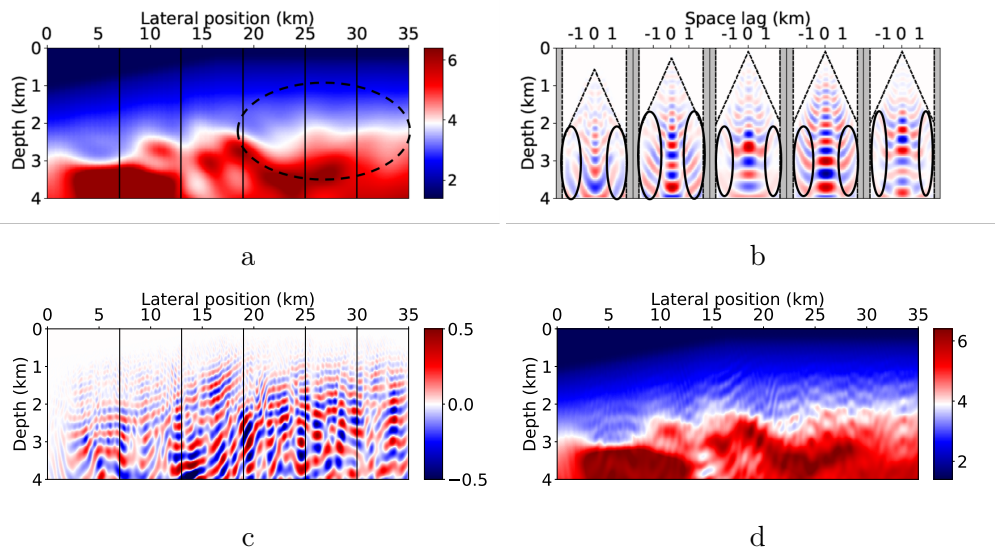


Figure 5.7: Same as Figures 5.3c, 5.3d, 5.3e, 5.3f but for the adjusted data and the enhanced process with the modified user parameters ($H_{\max} = 5375$ m, $h_{\max} = 1775$ m), at iteration 10.

details of this calculation are in Appendix 5.8. We conduct a third test with $H_{\max} = 5375$ m, $h_{\max} = 1025$ m. As a comparison, for this test, the CIGs, the gradient and the smoothed gradient of the first iteration are respectively displayed in Figures 5.8b, 5.8d and 5.8f. We can see that on the right hand of the gradient, the sign has changed from positive to negative comparing to Figure 5.8e. At this stage, we are not sure about which sign should be correct. We should perform more iterations.

The final results after 20 iterations (the horizontal smoothing parameter is divided by two every 6 iterations) of the third test are displayed in Figure 5.9. They show a more geological plausible configuration: the layer of the higher velocity on the right ($x = 20 - 35$ km, z around 2.5) corresponds to structures with salt or carbonates. In addition, continuous layers can be identified both in the reflectivity (Figure 5.9c) and the macromodel (Figure 5.9a). The evolution of the objective function value (Figure 5.10) exhibits a steadily decreasing and converging trend.

As the maximum frequency that is used here is low (5 Hz, just a bit higher than the low cut frequency 4 Hz of the original data), the deeper part of the velocity perturbation (Figure 5.9c) suffers from low resolution. Therefore, in the next subsection, we carry out an IVA process with a maximum frequency equal to 10 Hz.

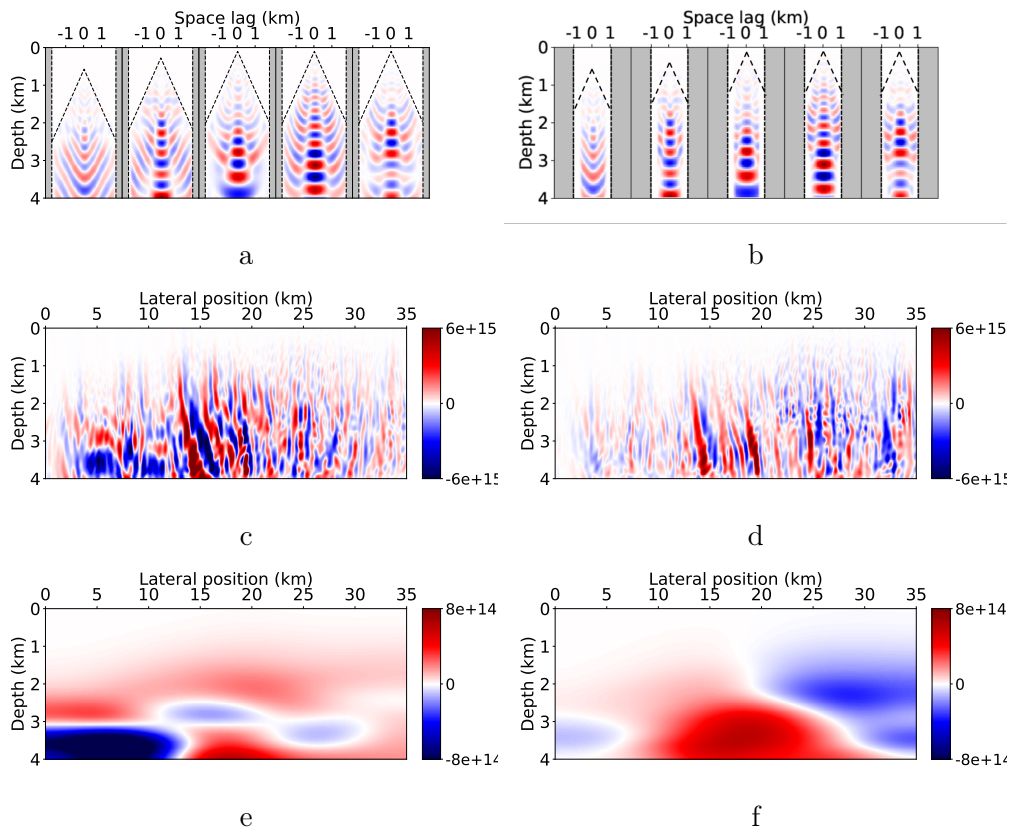


Figure 5.8: (a) Original gradient of iteration 1 in the second test. (b) The smoothed version of the same gradient using the Gaussian smoothing of 5000 m in the horizontal direction and 200 m in the vertical direction.

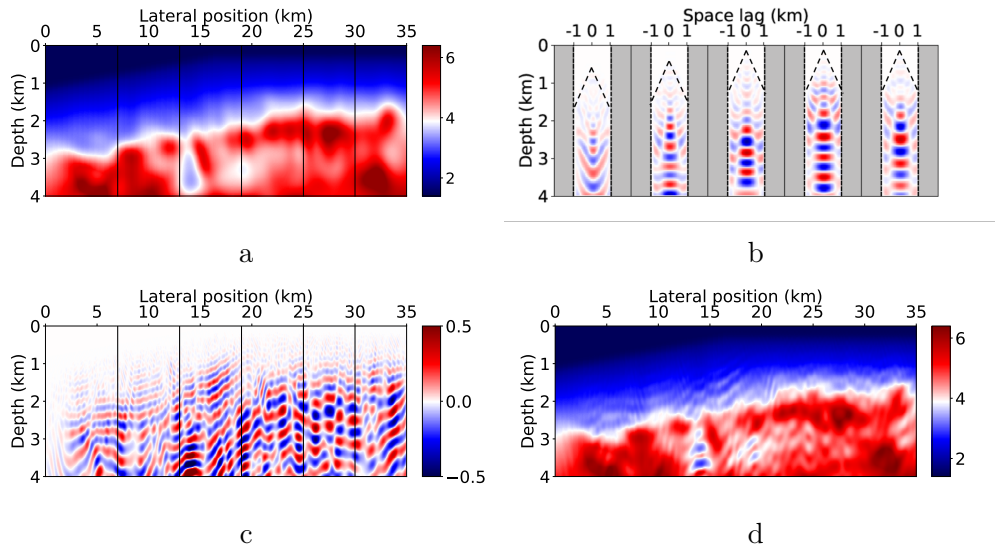


Figure 5.9: Same as Figure 5.7 but for optimised user parameters ($H_{\max} = 5375$ m, $h_{\max} = 1025$ m), at iteration 20.

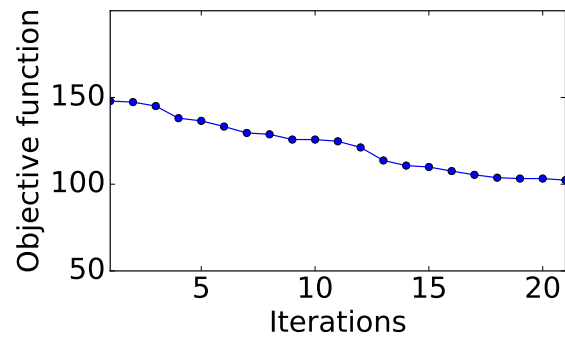


Figure 5.10: Evolution of the cost function value through iterations for the test of Figure 5.9.

5.3.5 Higher frequencies and step 3

We increase the frequency limit (f_{\max}) to 10 Hz. The main for this step is that some events are visible at 10 Hz and not clearly at 5 Hz (for example in the shot gathers in Figures 5.2b and 5.2c). To fit the stability conditions mentioned before, we adapt the grid size at 12.5 m and the time sampling rate at 1.0 ms for the last step. This downsizing increases considerably the memory demand and computation time by a factor 8. Due to the memory limitation, we divide the whole model in four parts with respect to the lateral position ($x = 0\text{--}10$ km, $8\text{--}20.5$ km and $18\text{--}30.5$ km, $28\text{--}35$ km) and we conduct the IVA process separately in each part. The four parts have 2 km overlapping between them, which is smaller than the surface offset range. We merge them together in the end of the process. This "domain decomposition" should be improved in the future.

We apply the IVA process with the same user parameters as in the previous test ($H_{\max} = 5375$ m, $h_{\max} = 1025$ m). The results after 20 iterations are displayed in Figure 5.11, to compare with Figure 5.9.

We observe more events in the velocity perturbation structure, especially in the deeper part (Figure 5.11c). The final macromodel (Figure 5.11a) has similar structures as in the previous test (Figure 5.9a), which confirms that the previous test obtained consistent results.

However, in this test with higher frequencies, the derivation of macromodel does not seem to be more precise (except for the leftmost part of the model, the CIG of $x = 7$ km is more focused than the previous tests), as it retrieves large high velocity blocks in the deeper part and on the right hand of the model. In addition, the discontinuity of structure at $x = 20$ km, $z = 2$ km do not seem to be plausible. This test shows that increasing the frequency limit can help to improve the retrieval of velocity perturbation (reflectivity), but it does not necessarily improve the derivation of the macromodel (see the discussion part 5.4).

We recommend the following approach: we started another IVA process still with $f_{\max} = 10$ Hz, but starting from the final macromodel of step 2 (Figure 5.9a). We reduced the range of space lag to 400 m, to avoid the impact of residual transmitted waves mentioned before. In addition, according to Zhou et al. (2019c), when the initial model is close to the exact model, the necessary range of the space lag is small. The results after 20 iterations (Figure 5.12) shows that the macromodel (Figure 5.12a) barely change from the final macromodel of step 2 (Figure 5.9a). The CIGs are more focused (Figure 5.12b). We represent the final model in two figures: the full velocity model (Figure 5.12d) and the macromodel superposed with grey scale reflectivity (Figure 5.13).

5.4 Discussion

We discuss here some specific aspects of the application of IVA on real data.

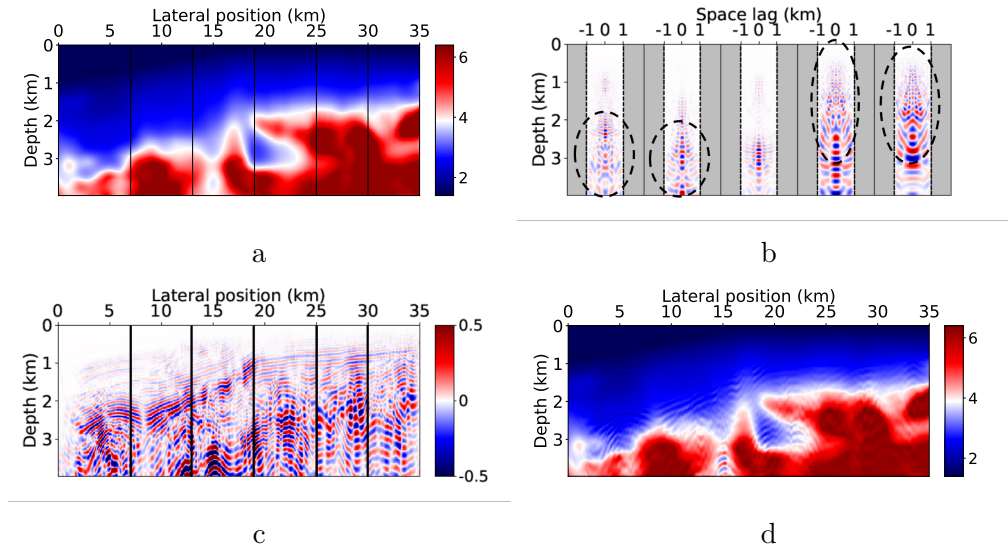


Figure 5.11: Same as Figure 5.9, but for a maximum frequency equal to 10 Hz, at iteration 20.

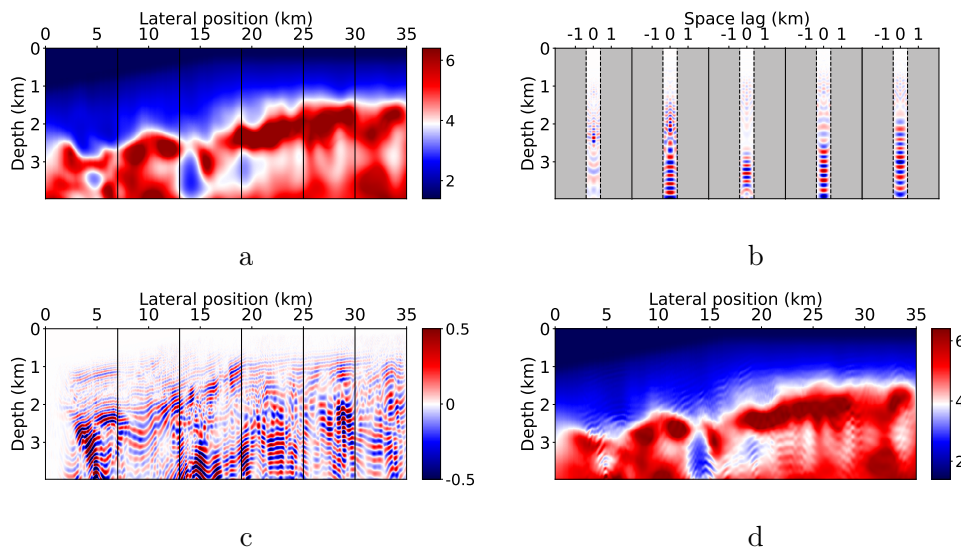


Figure 5.12: Same as Figure 5.11, but for the process starting from the final macromodel of step 2 (Figure 5.9a). The space lag range is reduced to 400 m.

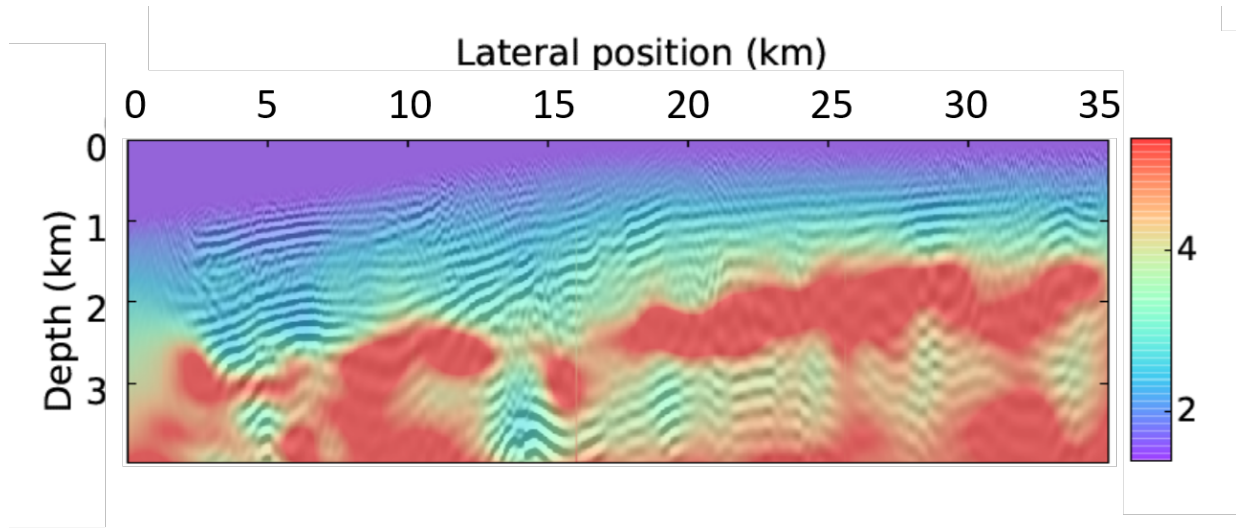


Figure 5.13: Final velocity model of Figure 5.12 where the gray-scale velocity perturbation model is superimposed onto the macromodel.

| Steps | Tests and parameters | Figures |
|--------|--|----------------------------|
| Step 1 | $f_{\max}=5$ Hz, $\delta x=25$ m, $\delta t=1.5$ ms $H_{\max}=4250$ m; $h_{\max}=775$ m, $\Sigma_x=800$ m, $\Sigma_z=800$ m, $N=10$ | Figure 5.3 |
| Step 2 | $f_{\max}=5$ Hz, $\delta x=25$ m, $\delta t=1.5$ ms $H_{\max}=5375$ m; $h_{\max}=1775$ m, $\Sigma_x=1250$ m, $\Sigma_z=200$ m, $N=20$ | Figure 5.7 |
| | $f_{\max}=5$ Hz, $\delta x=25$ m, $\delta t=1.5$ ms $H_{\max}=5375$ m; $h_{\max}=1025$ m, $\Sigma_x=1250$ m, $\Sigma_z=200$ m, $N=20$ | Figure 5.9 |
| Step 3 | $f_{\max}=10$ Hz, $\delta x=12.5$ m, $\delta t=1$ ms $H_{\max}=5375$ m; $h_{\max}=1025$ m, $\Sigma_x=1600$ m, $\Sigma_z=200$ m, $N=20$ | Figure 5.11 |
| | $f_{\max}=10$ Hz, $\delta x=12.5$ m, $\delta t=1$ ms $H_{\max}=5375$ m; $h_{\max}=400$ m, $\Sigma_x=1250$ m, $\Sigma_z=200$ m, $N=20$ (Initial model = Figure 5.7a) | Figure 5.12 Figure 5.13 |

Table 5.1: Three steps (five tests), their parameters and the figures corresponding to their results. f_{\max} =maximum frequency; δx =spatial sampling rate; δt =time sampling rate; H_{\max} =surface offset range; h_{\max} =space lag range; Σ_x =horizontal smoothing parameter; Σ_z =vertical smoothing parameter; N =number of iterations. In step 1, both horizontal and vertical smoothing parameters are divided by two every 6 iterations. In steps 2 and 3, only the horizontal smoothing parameter is divided by two every 6 iterations.

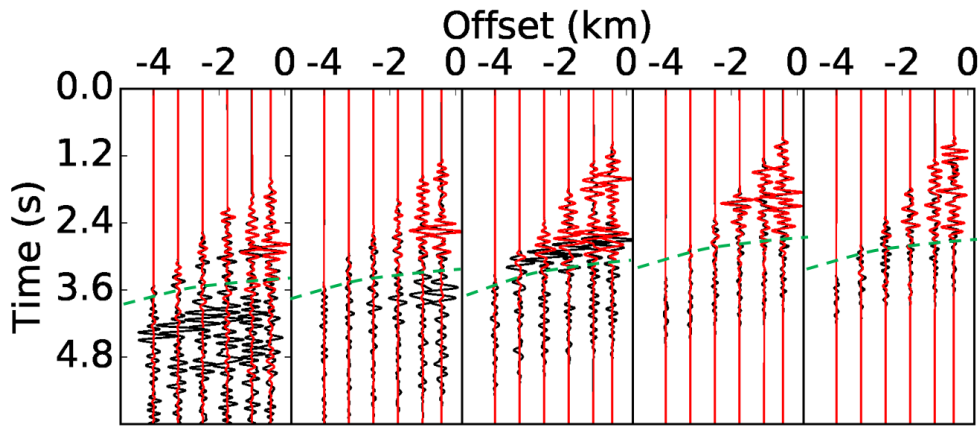
In this work, we implemented a three-step scheme summarised in Table 5.1. The two first steps uses relatively low frequencies (under 5 Hz) to limit the numerical cost. The step 1 used randomly chosen parameters. From its results, we evaluated the parameters. Then, in the step 2, we carried out two tests of IVA with two different values of space lag range, because of the artefacts created by residuals of transmitted waves. The test with an intermediate value of space lag range turned out to retrieve a more realistic velocity model. In the step 3, we increased the frequencies to 10 Hz (so the numerical cost is multiplied by 8). We conducted two more IVA tests with two different initial macromodels. Starting from the same initial model as the two first steps, the high frequency IVA process retrieved a less realistic model than the one in step 2. Therefore, we perform another test starting from the final macromodel of the step 2. The final macromodel basically stayed the same as the step 2 macromodel, which is an optimal result.

We mentioned that the data set still contain transmitted waves after the pre-processing. It is difficult to eliminate all the transmitted waves especially the diving waves and refracted waves, as they overlap some reflected waves. In the tests with the 5 Hz frequency limit, the patterns caused to the transmitted waves the image domain (in the ellipses in Figures 5.3b, 5.7b) are essentially in the large space lag zones. Muting these patterns in the CIGs allows to obtain coherent macromodel in the third test. This practice corrects the purely theoretical consideration in Zhou et al. (2019c). The results of IVA are not necessarily better when we use larger range of space lags: we should take into account the artefacts included by large space lags. Besides, the mute of larger space lag reminds us of the filtering process in Chauris and Noble (2001) and Mulder and ten Kroode (2002). In their approaches, they filter the larger surface offsets for smaller depths (larger dips) in common surface offset gathers also to reduce the impact of transmitted waves.

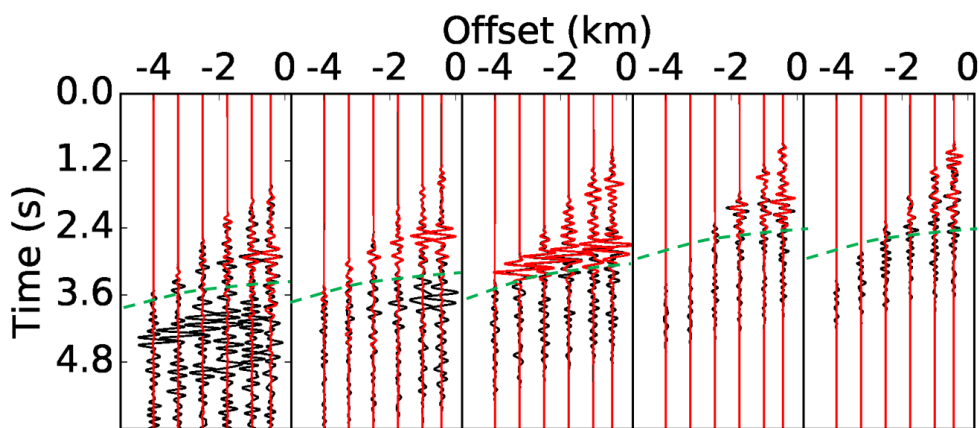
With the 10 Hz frequency limit, in the smaller space lag zones, there are also the inconsistent events in the CIGs (in the ellipses of Figure 5.11b) difficult to eliminate by a simple mute. They are similar to the ones of Figures 5.3b, 5.7b. Actually, some of them correspond to the transmitted waves also, but others correspond to the impact of density perturbations (Dafni and Symes, 2018) which are not taken into account in this work. Increasing the frequency limit makes this type of events more visible. They can bias the velocity estimation. We shall investigate this point in future work.

The Gaussian-smoothing parameters are one of the essential elements to insure that the process finds a geological plausible model. We used a large horizontal smoothing parameter but a small vertical one. Actually, macromodel gradients in IVA usually have many vertical structures but much less horizontal structure. This phenomenon has been observed by Fei and Williamson (2010), Lameloise (2015) and Cocher (2017). In fact, the events in gradient corresponds to uneven illumination (Lameloise, 2015, Zhou et al., 2019a). In our case of real data, the situation can be worse, as the illumination can be disturbed by marine current during the acquisition related to the feathering problem. That is the reason why the smoothing parameter in the horizontal direction should be

much more important than the one in the vertical direction.



a



b

Figure 5.14: Data modeled respectively in (a) the initial model of Figure 5.3 and (b) in the final model of Figure 5.12. These shot gathers correspond to the sources located at $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km, represented by the traces of offsets $H = 0.4, 1.0, 1.8, 2.4, 3.2, 4.0$ km. The black and red curves are respectively the observed data and the modeled data. The green lines in the panels correspond to the model bottom in the time domain. The data cannot be modeled under the green lines.

To further analyse the results, we compute synthetic shots to compare with the observed data in both the initial model (Figure 5.3) and the final model (5.12), displayed respectively in Figures 5.14a and 5.14b. The green lines in the panels correspond to

the model bottom in the time domain. The data cannot be modelled under the green lines. Notice that the data fitting is improved, especially in the middle part of the model, despite the fact that our method uses focusing criteria in the image domain. Other aspects in the data domain, for instance, anisotropy, refracted and diving waves separation, should be discussed more in details in future work.

5.5 Conclusion

In this study, we have applied the IVA method on a real data set with several steps. In the first step, we used randomly chosen user parameters. Then the results were analysed to determine *ad hoc* user parameters to retrieve a geological plausible velocity model with the IVA method. We noticed that the residuals of transmitted waves in the data set can bias the velocity estimation and we found a solution in the image domain to attenuate their impacts. We repeated the process with a higher frequency limit. It increased the resolution of the velocity perturbation, but does not necessarily improve the derivation of the macromodel because of the additional artefacts linked to transmitted wave residuals and density perturbations. Our recommendation is start the higher frequency process from the final macromodel of the lower frequency process.

5.6 Appendix A: Inversion velocity analysis

This appendix summarises the IVA method (Hou and Symes, 2015, Chauris and Cocher, 2017, Hou and Symes, 2018).

Using the 2D constant density acoustic propagation law, the velocity model is split into two parts: the macromodel v_0 and its perturbations δv at each point $\mathbf{x} = (x, z)$

$$v(\mathbf{x}) = v_0(\mathbf{x}) + \delta v(\mathbf{x}). \quad (5.2)$$

The macromodel or background velocity model v_0 is the long wavelength component of the velocity controlling the kinematics of the wave propagation (Wu and Alkhalifah, 2015). The perturbation δv is the short wavelength part responsible for reflections and diffractions. In practice, we consider the reflectivity defined by the squared slowness perturbation $\xi = -2\delta v/v_0^3$. From the observed data set d^{obs} , the reflectivity can be calculated by the inversion operator defined by (Hou and Symes, 2015, Chauris and Cocher, 2017 and Hou and Symes, 2018)

$$\begin{aligned} \xi(\mathbf{x}, \mathbf{h}) &= \mathcal{B}^{\text{inv}} d^{\text{obs}} \\ &= D_p \int d\omega ds (i\omega)^{-1} S^*(\mathbf{s}, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R(\mathbf{s}, \mathbf{x} + \mathbf{h}, \omega), \end{aligned} \quad (5.3)$$

where the source wavefield S and receiver wavefield R are defined as

$$S(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \Omega^{-1}(\omega) \frac{\partial}{\partial s_z} G_0(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega), \quad (5.4)$$

$$R(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega) = \int d\mathbf{r} \delta d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial s_z} G_0^*(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \omega), \quad (5.5)$$

where D_{z_s} and D_{z_r} are the derivatives with the respect of the vertical positions of sources and receivers; D_p is also a derivative operator defined as

$$D_p = 16(v_+ v_-)^{-1} \left[\left(\frac{v_-}{v_+} + 1 \right) D_z + \left(\frac{v_+}{v_-} - 1 \right) D_{z_h} \right], \quad (5.6)$$

where $D_z = \partial/\partial z$ and $D_{z_h} = \partial/\partial z_h$ are the partial derivation with respect of the vertical positions and the vertical space lag. The velocities are defined as $v_+ = v_0(\mathbf{x} + \mathbf{h})$, $v_- = v_0(\mathbf{x} - \mathbf{h})$. In practice, D_p is approximated by taking $v_+ = v_- = v_0(\mathbf{x})$, leading to (Chauris and Cocher, 2017)

$$D_p = \frac{32}{v_0^2} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (5.7)$$

To evaluate the quality of the macromodel, we define the normalised DSO objective function J^{norm} (Chauris and Cocher, 2017)

$$J^{\text{norm}} = \frac{1}{2} \frac{\|v_0^p h \xi^{\text{inv}}(\mathbf{x}, h)\|^2}{\|\xi^{\text{inv}}(\mathbf{x}, h)\|^2}. \quad (5.8)$$

This objective function evaluates the quality of focusing of energy at zero space lag by penalizing the larger space lags. The update of the macromodel is indicated by the gradient of the objective function with respect to the macromodel. In a simple homogeneous model, in order to update it in the right direction, the gradient should be negative for a velocity superior to the exact velocity and positive for a too low velocity. Chauris and Cocher (2017) introduced the velocity power term v_0^p ($p = 3$ in practice) to remove the imprint of the reflectivity in the macromodel gradient, while the large scale component of the gradient is not modified by this term.

5.7 Appendix B: Symmetrization of CIGs

We show in this appendix that symmetrizing the CIGs with respect of the space lag is equivalent to symmetrizing the data set with respect of the surface offset.

Based on the reciprocity of the Green function (Wapenaar, 1998), we suppose the relation

$$G(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \omega) = G(\mathbf{b}, \mathbf{a}, \omega), \quad (5.9)$$

$$d^{\text{obs}}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) = d^{\text{obs}}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega). \quad (5.10)$$

We consider a surface marine acquisition with $\mathbf{s} = (s, 0)$, $\mathbf{r} = (r, 0)$ such as $r = s + H$. We consider also H varying from $-H_a$ to $-H_b$ ($H_a > H_b > 0$). Then, from Equations 5.3, 5.4 and 5.5, the image obtained by inversion in limited offsets is

$$\xi_{-H_a, -H_b}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = \text{Re} \left(D_p \int_{-H_a}^{-H_b} dH \int ds \int d\omega S(s, \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R(\mathbf{x} + \mathbf{h}, s + H, \omega) \right). \quad (5.11)$$

Symmetrizing in the data domain means using $\frac{1}{2}(\xi_{-H_a, -H_b}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) + \xi_{H_b, H_a}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}))$. Symmetrizing in the image domain means using $\frac{1}{2}(\xi_{-H_a, -H_b}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) + \xi_{-H_a, -H_b}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, -\mathbf{h}))$. Yet, with equations 5.9 and 5.10 and with the variable changes $s' = s + H$ and $H' = -H$, we obtain

$$\xi_{-H_a, -H_b}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, -\mathbf{h}) = \text{Re} \left(D_p \int_{H_b}^{H_a} dH' \int ds' \int d\omega S(s', \mathbf{x} - \mathbf{h}, \omega) R(\mathbf{x} + \mathbf{h}, s' + H', \omega) \right). \quad (5.12)$$

Therefore, we just proved the point by showing

$$\xi_{-H_a, -H_b}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, -\mathbf{h}) = \xi_{H_b, H_a}^{\text{inv}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}). \quad (5.13)$$

5.8 Appendix C: Details of the choice of the ranges of surface offset and space lag

This appendix explains how we have chosen the ranges of surface offset and space lag based on the final result of the first test (Zhou et al., 2019c and Chapter 3).

As we do not know the mean velocity for every reflection trajectory in the exact macromodel, we evaluate only the vertical mean velocity (from position $(x, 0)$ to (x, z) with the same x) with the extracted profiles from the macromodel of the first test (Figure 5.3c). The vertical mean velocity $\bar{v}(z)$ for a vertical velocity $v(z)$ is defined as

$$\bar{v}(z) = \frac{z}{\int_{z'=0}^z \frac{dz'}{v(z')}}. \quad (5.14)$$

The vertical mean velocities calculated this way are displayed in Figure 5.15b. We can use them to evaluate the range of surface offset, using the following equation (Zhou et al., 2019a)

$$H_{\text{max}} > \zeta \sqrt{\frac{\max_z (\bar{v}_0(z) z)}{\min_{z,i} (|\beta|) f_{\text{max}}}}. \quad (5.15)$$

where i denotes iteration number and $\beta = 1 - (\bar{v}_0/\bar{v}_e)^2$ is a function of the ratio between the exact mean velocity and the current mean velocity. In this formula, we check that

5.8. Appendix C: Details of the choice of the ranges of surface offset and space lag 155

$\max_z (\tilde{v}_0(z)z)$ is reached at the bottom of the model ($z = 4000$ m), for a vertical mean velocity $\tilde{v}_0 = 3850$ m/s. Zhou et al. (2019a) recommend $|\beta| = 0.089$ as the minimum for any iteration i . These considerations lead to $H_{\max} > 5208$ m. We choose a slight larger value, $H_{\max} = 5375$ m (215 grids) to ensure the consistency of the macromodel gradient.

Zhou et al. (2019a) recommend also using a range of space lags

$$h_{\max} \geq \max_{z,i}(|\beta|) \frac{H_{\max}}{2} \quad (5.16)$$

to preserve the specular portion of the CIGs. At the first iterations, the velocity model can be locally very different from the exact model, so that β is also higher in the first iterations than in the last iterations. Therefore, as an approximate evaluation, the ratio between initial macromodel (red lines in Figure 5.15b) as v_0 and the final macromodel of the first test (black lines Figure 5.15b) is used to evaluate $|\beta|$, and thus h_{\max} (red lines in Figure 5.15c) for each lateral position. This calculation results in $h_{\max} = 1775$ m (71 grid points). We have chosen this value as the range of space lag in the second test. We define also the mask of the near surface (equation 5.1) with the same method (black dashed line in Figure 5.15c).

In Zhou et al. (2019a), we can theoretically use as large as possible ranges of space lag without obtaining inconsistent gradient. However, their conclusion had been drawn from synthetic data. For our case of real data set, as the results of the second test shows (Figure 5.7), we should limit the range of space lag in order to limit the effects of the artifacts created by residual transmitted data.

For this purpose, we carried out two series of tests in a synthetic data set generated in a homogeneous model 4 km deep and 15 km wide with a single embedded reflector located at 3.75 km. We vary the ranges of space lags and surface offsets. We choose large input surface offset ranges (Zhou et al., 2019c). In the first series the exact velocity $v_e = 4000$ m/s, the tested velocity $v_0 = 3500$ m/s which is underestimated. The gradient is expected to be negative. In the second series, $v_e = 3500$ m/s, the tested velocity $v_0 = 4000$ m/s which is overestimated. The gradient is expected to be positive. The results are shown in the maps of Figure 5.16. The solid line represent the limit proposed by Zhou et al. (2019a) to preserve the specular portion, defined by $h_{\max} = \frac{|\beta|}{2} H_{\max}$. However, the deterioration of the gradient quality is notably observed under the dashed line defined by

$$h_{\max} > \max \left(\frac{|\beta|}{2} H_{\max} - \lambda_e, 0 \right) \quad (5.17)$$

where $\lambda_e = v_e / f_{\max}$ is the wavelength of the exact velocity. This equation 5.17 constitutes the modified version of the formula in Zhou et al. (2019a).

According to the previous equation 5.17, we have chosen $h_{\max} = 1025$ m (41 grid points) in the test represented by Figure 5.11. This range of space lags guarantees a

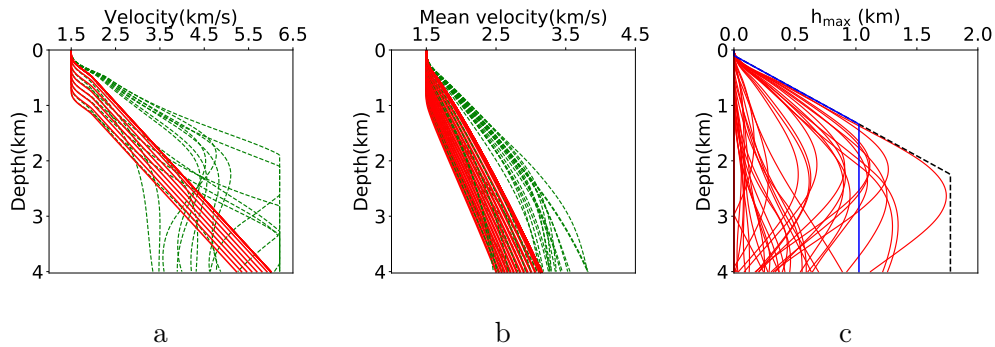


Figure 5.15: (a) Velocity profiles and (b) vertical mean velocity profiles extracted at every kilometer in lateral positions from the initial model (red lines) and from the final macromodel of the first test of Figure 5.3c (green lines). (c): the necessary ranges of space lags according to the rule in Zhou et al. (2019a) calculated from the mean velocity profiles in (b) for every kilometer (red lines). The black dashed lines represent the space lag range chosen in the test 2 of Figure 5.7. The blue solid lines represent the space lag range chosen in the test 3 of Figure 5.11.

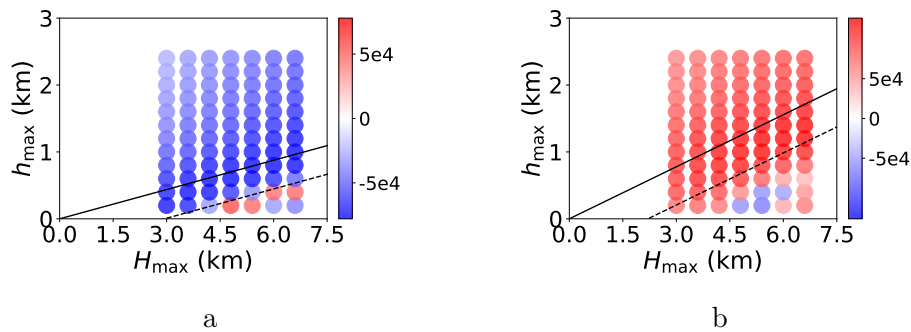


Figure 5.16: Maps of the cubic roots of the average gradient values above the reflector in the two series of tests conducted in simple homogeneous model with a reflector. In (a), the exact velocity is 4000 m/s, the tested velocity is 3500 m/s. In (b), the exact velocity is 3500 m/s, the tested velocity is 4000 m/s.

consistent gradient and limits the effect of the residual of transmitted waves, especially in the deeper part of the model.

Chapter 6

Conclusions et perspectives

Contents

| | | |
|-------|--|------------|
| 6.1 | Conclusions | 158 |
| 6.1.1 | Impact des paramètres utilisateurs dans l'IVA | 159 |
| 6.1.2 | Stratégies d'incorporation des ondes transmises dans la MVA | 160 |
| 6.1.3 | Application de l'IVA sur les données réelles | 161 |
| 6.2 | Perspectives | 162 |
| 6.2.1 | Incorporer les ondes transmises des données réelles | 162 |
| 6.2.2 | Séparation des données réfléchies et transmises dans le do- maine image | 162 |
| 6.2.3 | Coût numérique | 162 |
| 6.2.4 | Outils théoriques | 165 |

6.1 Conclusions

Dans l'imagerie sismique, l'estimation du modèle de vitesse constitue une étape importante pour déterminer les structures du sous-sol. Dans le cadre de la séparation d'échelle, la méthode de la migration consiste à obtenir les perturbations du modèle de vitesse, tandis que plusieurs méthodes ont été développées pour estimer le macro-modèle, qui contrôle le cinématique de la propagation d'ondes. Chaque méthode définit d'abord une fonction objective. La méthode de gradient est ensuite appliquée pour trouver le macro-modèle qui minimise ou maximise la fonction objective. Certaines méthodes utilisent des fonctions objectives définies dans le domaine des données, comme les variantes de l'inversion des formes d'ondes. On peut citer [Chavent et al. \(1994\)](#), [Lambaré \(2008\)](#), [Virieux and Operto \(2009\)](#), [Fichtner \(2011\)](#), [Chauris and Plessix \(2012\)](#), [Brossier et al. \(2015\)](#). D'autres sont formulées dans le domaine de l'image, comme l'analyse de vitesse par migration (MVA) qui fait l'objet de cette thèse. Cette dernière nécessite l'introduction d'un paramètre additionnel qui étend le domaine de l'image. La qualité du macro-modèle est mesurée par un critère de focalisation défini dans le domaine étendu ([Symes and Carazzone, 1991](#), [Symes, 2008b](#)). L'extension définit des panneaux, appelés CIGs (Common Image Gathers), qui dépendent de ce paramètre. Ma thèse porte sur la MVA en 2D avec l'offset en subsurface horizontal (appelé *space lag* dans le texte) comme paramètre additionnel.

La migration et la MVA ont vu des améliorations récentes, suite au développement de l'opérateur de l'inverse direct ([Symes, 2008a](#), [ten Kroode, 2012](#), [Chauris and Cocher, 2017](#), [Hou and Symes, 2018](#)). En effet, la migration est considérée comme la première itération de l'inversion des formes d'ondes linéarisée, et son opérateur est l'adjoint de celui de la modélisation des données. Son inverse au sens asymptotique, formulé dans le domaine étendu, permet d'atténuer des artéfacts présents dans les CIGs. Les gradients, qui permettent de mettre à jour le macro-modèle, sont ainsi rendus plus cohérents. On emploie le terme d'«analyse de vitesse par inversion» (IVA) pour la différencier de la MVA classique.

Nous avons travaillé sur plusieurs aspects pratiques de l'IVA. Dans un premier temps, nous avons montré que la qualité du gradient du macro-modèle dépend des paramètres utilisateurs tels que les gammes d'offset en surface et de *space lag*. Des considérations théoriques ont permis d'établir des règles pratiques sur ces paramètres que nous avons appliquées au modèle Marmousi.

Dans un second temps, nous avons étudié l'incorporation des ondes transmises dans la MVA. [Shen \(2012\)](#), [Lameloise \(2015\)](#) en ont montré la possibilité et l'efficacité d'utiliser ces ondes qui ont une énergie importante. En effet, dans sa formulation initiale, seules les ondes réfléchies sont utilisées dans la MVA, contrairement à l'inversion des formes d'ondes par exemple qui prend en compte le champ dans sa totalité ([Virieux and Operto, 2009](#), [Lambaré et al., 2014](#)). Nous avons comparé dans cette thèse plusieurs stratégies et nous les avons appliquées sur plusieurs modèles, y compris le modèle Mar-

mousi.

Dans un troisième temps, nous avons appliqué l'IVA sur un jeu de données réelles fournies par Total. Nous avons établi un schéma de travail général pour trouver un modèle de vitesse géologiquement plausible.

6.1.1 Impact des paramètres utilisateurs dans l'IVA

Dans le Chapitre 3, à travers des tests sur des modèles simples, nous avons constaté que le signe du gradient peut être l'opposé du sens attendu de la mise à jour.

En effet, l'opérateur de l'inversion a permis d'atténuer les sourires de migration, mais ils ne sont pas complètement éliminés. D'après des calculs inspirés par [Mulder \(2014\)](#) sur la forme des CIGs, dans les cas de vitesses sur-estimées, la partie spéculaire (qui correspond à la somme des contributions des ondes réfléchies) a une courbure vers le haut. Dans les cas de vitesse sous-estimée, la partie spéculaire a une courbure vers le bas. Or, d'après les mêmes calculs, tous les sourires de migrations ont une courbure vers le haut. Le gradient du macro-modèle dans la MVA est sensible aux courbures des événements dans les CIGs ([Chauris et al., 2018](#)).

Dans le cas de vitesse sous-estimée, lorsque la gamme d'offsets en surface est insuffisante, ces artefacts peuvent devenir importants par rapport à la partie spéculaire de l'image. Cette prédominance des artefacts entraîne l'inversion du signe du gradient, alors que le gradient est calculé correctement au sens mathématique. En poursuivant les calculs, nous avons déterminé une valeur limite théorique pour la gamme d'offset en surface, en dessous de laquelle la partie spéculaire devient plus faible que les sourires de migration : ainsi, le le signe du gradient est inversé. Les tests effectués sur un ensemble de modèles simples homogènes ont confirmé cette règle.

En ce qui concerne la gamme de space lag, la troncation de la partie spéculaire détériore la qualité du gradient, mais le signe gradient ne change pas si la troncation reste modérée et que la gamme de space reste au-dessus d'une certaine valeur. En absence d'outils théoriques pour déterminer précisément cette valeur, nous avons établi une règle sur la gamme de space lag pour préserver l'ensemble de la partie spéculaire. Ce point est revu dans le Chapitre 5 concernant l'application de l'IVA sur les données réelles, où des artefacts obligent de restreindre la gamme de space lag.

Ces règles ont été élaborées dans des modèles homogènes et dépendent du rapport de vitesses entre les macro-modèles utilisé et exact. Pour les appliquer sur le modèle Marmousi, nous avons extrait quatre profils de vitesse du modèle exact comme l'information *a priori*, puis nous avons utilisé la moyenne de vitesse verticale pour évaluer le rapport de vitesses. Ces calculs permettent de déterminer les gammes optimales d'offset en surface et de space lag. Nous les avons utilisées ensuite pour retrouver un macro-modèle de meilleure qualité pour le modèle Marmousi, comparé à ceux trouvés avec des gammes plus réduites d'offset en surface et de space lag.

Pour appliquer les règles sur les données réelles (voir le Chapitre 5 ou 6.1.3), nous avons adopté une stratégie légèrement différente, nous sommes partis d'une première estimation grossière, avons réalisé plusieurs tests avec quelques itérations pour déterminer les paramètres optimaux.

6.1.2 Stratégies d'incorporation des ondes transmises dans la MVA

Les ondes transmises sont conventionnellement éliminées dans le pré-traitement avant la migration et la MVA. Par conséquent, dans les tests de la MVA sur les modèles synthétiques, les données observées sont en général générées avec l'approximation de Born. Or, les ondes transmises ont une énergie importante et contiennent aussi des informations sur le macro-modèle. Grâce à leurs grands angles d'illumination, la FWI et certaines de ses variantes utilisent essentiellement les ondes transmises pour la mise à jour des grandes structures du modèle de vitesse (Virieux and Operto, 2009).

La MVA a déjà été appliquée sur les ondes transmises en acquisition de surface par Shen (2012), Shen (2013), Chauris et al. (2013), Lameloise and Chauris (2016). Ces auteurs ont montré que l'opérateur de migration (défini dans le domaine étendu) peut s'appliquer aussi sur les ondes transmises ou sur le champ complet (transmises+réfléchies) comme pour les ondes réfléchies. En plus, la qualité du macro-modèle est mesurée de la même manière que dans la formulation avec les ondes réfléchies seules : avec le macro-modèle correct, l'énergie est focalisée autour du space lag nul; les écarts de vitesse se caractérisent aussi par de l'énergie défocalisée dans les CIGs. Par conséquent, cette caractéristique peut être utilisée pour remettre à jour le modèle de vitesse, tout comme les ondes réfléchies. En effet, les ondes transmises peuvent être vues comme une extension des ondes réfléchies pour un angle d'ouverture proche de π (Lameloise and Chauris, 2016).

A travers des tests sur des modèles synthétiques, Shen (2012), Shen (2013), Chauris et al. (2013) ont montré que les ondes transmises peuvent être utilisées de la même manière que les ondes réfléchies pour l'estimation du macro-modèle, avec le même critère de focalisation. Ils ont comparé l'application de MVA sur les ondes transmises seules et sur le champ complet (transmises+réfléchies) et concluent que les transmises seules ont une profondeur de pénétration plus faible que dans l'autre cas.

Dans le Chapitre 4, nous avons effectué des tests similaires, les champs d'ondes étant générés sans l'approximation de Born (modélisation «full wavefield»). Nous avons proposé de comparer les quatre stratégies suivantes :

- 1, Appliquer la MVA sur le champ complet (transmises+réfléchies);
- 2, Appliquer la MVA sur les données transmises seules;
- 3, Appliquer l'IVA sur les données réfléchies seules;
- 4, Appliquer d'abord la MVA sur les transmises seules, ensuite l'IVA sur les réfléchies seules. Cette dernière stratégie a été proposée sans être appliquée par Lameloise (2015).

Nous avons étudié plusieurs aspects pratiques. D'abord, pour séparer les données transmises et réfléchies, nous suggérons de générer les données synthétiques réfléchies à partir du champ complet original avec l'atténuation des arrivées directes et un masque simple. L'image résultant de l'inversion sur les données réfléchies ainsi générées est considérée comme la réflectivité au sens de l'approximation de Born (même si cette dernière n'est pas utilisée).

Ensuite, nous avons montré l'efficacité de deux pré-conditionneurs appliqués sur les images migrées correspondant respectivement aux données transmises et aux données réfléchies. Pour les données transmises, il s'agit de masquer les éléments proches de la surface et de multiplier les valeurs de l'image par la profondeur. Pour les données réfléchies, il s'agit de filtrer l'image en éliminant les éléments à faibles nombres d'onde.

Finalement, nous avons comparé les résultats des quatre stratégies implémentées sur plusieurs modèles synthétiques. Nous avons conclu que la stratégie 4 est la plus performante pour évaluer le modèle de vitesse, c'est-à-dire effectuer d'abord la MVA sur les transmises seules, ensuite appliquer l'IVA sur les réfléchies seules.

6.1.3 Application de l'IVA sur les données réelles

Dans le Chapitre 5, nous avons appliqué l'IVA sur un jeu de données réelles fournies par Total, acquise en Afrique de l'Ouest. Nous avons élaboré une stratégie pour choisir les paramètres utilisateurs, y compris les gammes d'offset en surface et de space lag, les paramètres du lissage de gradients. Cette stratégie s'effectue en trois temps:

- 1, D'abord, on choisit «au hasard» des valeurs des paramètres utilisateurs et on procède à quelques itérations sur le macro-modèle.

- 2, En analysant ces résultats (macro-modèle, perturbation de vitesse, gradients), on ajuste les paramètres (par exemple, les gammes d'offset en surface et de space lag, en suivant la recommandation du Chapitre 3). On recommence le processus d'IVA, en partant du même modèle initial que dans l'étape 1.

- 3, On répète le processus avec une fréquence maximale plus élevée (10 Hz).

Dans ce jeu de données, des résidus des données transmises sont présents et se traduisent par des artefacts de courbures vers le haut (surtout pour les space lags larges), ce qui détériore la cohérence du gradient du macro-modèle. Nous avons donc revu la règle établie dans le Chapitre 3 sur la gamme de space lag. J'y ai apporté une modification pour m'adapter aux données réelles. En effet, nous avons limité la gamme du space lag à une valeur qui permet de masquer la plupart des artefacts causés par les résidus des données transmises, et qui assure que la partie spéculaire ne soit pas trop tronquée (voir la section 6.1.1).

Nous avons appliqué cette stratégie avec une fréquence maximale basse (5 Hz). Nous avons obtenu un bon modèle de vitesse géologiquement plausible. La forme du macro-modèle et celle de la perturbation de vitesse sont concordantes.

Nous avons ensuite utilisé une fréquence maximale plus élevée (10 Hz) avec les mêmes paramètres que pour 5 Hz. En partant du même modèle initial que dans l'étape 1, nous avons obtenu un modèle similaire mais qui présente des anomalies géologiquement peu probables. En effet, à 10 Hz, d'autres artefacts deviennent visibles sur les CIGs, ce qui nuit à la cohérence du gradient. En revanche, ce modèle permet de confirmer la structure globale du modèle trouvé avec 5 Hz. Par la suite, nous avons relancé l'IVA avec 10 Hz, mais en partant du modèle trouvé avec 5 Hz. Le modèle final reste stable avec une légère amélioration dans la partie gauche du modèle.

6.2 Perspectives

Au travers de la mise en œuvre de la MVA, nous avons relevé plusieurs points qui sont intéressants voire nécessaires à traiter dans le futur.

6.2.1 Incorporer les ondes transmises des données réelles

Nous avons commencé à appliquer sur le jeu de données réelles les stratégies d'incorporation des ondes transmises définies dans le Chapitre 4. Pour l'instant, nous avons effectué un essai de la stratégie 2 (section 6.1.2) avec la fréquence maximale égale à 10 Hz. Les gammes d'offset en surface (5000 m) et de space lag (200 m) ont été fixées à des valeurs larges. Le macro-modèle (Figure 6.1a) au bout de 30 itérations a une structure similaire à celui trouvé dans le Chapitre 5. Cependant, on voit le CIG (Figure 6.1b) n'est pas encore suffisamment focalisé. Des tests futurs sont déjà prévus pour comparer les choix du paramètre d'utilisateur et les stratégies définies dans le Chapitre 4.

6.2.2 Séparation des données réfléchies et transmises dans le domaine image

Nous avons vu dans le Chapitre 4 qu'après l'application de l'opérateur de migration sur le champ complet, on peut distinguer des événements dans les CIGs correspondant respectivement aux ondes réfléchies et transmises. Néanmoins, cette distinction est difficile dans beaucoup de cas. Nous avons vu aussi qu'un filtrage de l'image obtenue par l'inverse permet d'isoler les événements correspondant aux ondes réfléchies seules. L'idée à explorer dans le futur est de combiner plusieurs opérations comme le filtrage pour séparer les deux types de données dans le domaine image.

6.2.3 Coût numérique

Un des problèmes qui limite l'application de la MVA est son coût numérique. En effet, le calcul du gradient nécessite le stockage de plusieurs grands tableaux en mémoires,

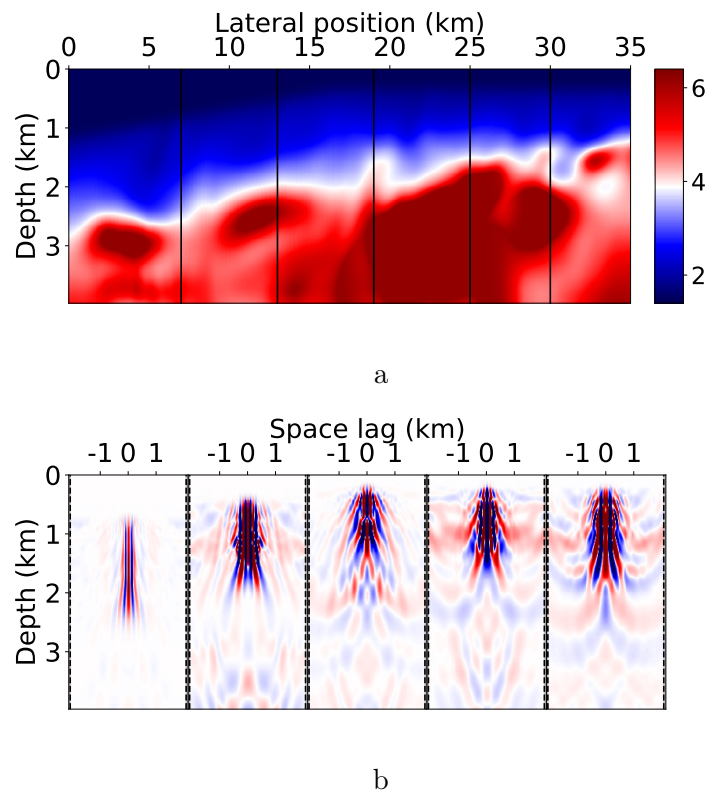


Figure 6.1: Résultats après 30 itérations de l'application de la MVA sur la partie des ondes transmises dans le jeu de données réelles. La gamme d'offset en surface $H_{\max} = 5000$ m. La gamme de space lag $h_{\max} = 2000$ m. (a) Macro-modèle. (b) CIGs des positions $x = 7, 13, 19, 25, 30$ km, correspondant aux lignes verticales noires dans (a).

| | Coût mémoire 2D | Coût mémoire 3D |
|------------------------------|--------------------------|--|
| Données | $nt \times ns \times nr$ | $nt \times nsx \times nsy \times nrx \times nry$ |
| Image | $nz \times nx \times nh$ | $nz \times nx \times ny \times nhx \times nhy$ |
| Adjoint à l'image | $nz \times nx \times nh$ | $nz \times nx \times ny \times nhx \times nhy$ |
| Champ source (par source) | $nt \times nx \times nz$ | $nt \times nx \times ny \times nz$ |
| Champ récepteur (par source) | $nt \times nx \times nz$ | $nt \times nx \times ny \times nz$ |
| Adjoint au champ source | $nt \times nx \times nz$ | $nt \times nx \times ny \times nz$ |
| Adjoint au champ récepteur | $nt \times nx \times nz$ | $nt \times nx \times ny \times nz$ |
| Gradient | $nx \times nz$ | $nx \times ny \times nz$ |

Table 6.1: Coût mémoire du calcul du gradient en 2D et 3D. nx et ny caractérisent l'étendue de la surface, nr et ns sont le nombre de sources et de récepteurs par source. En 3D, ns devient (nsx, nsy) et nr devient (nrx, nry) . nz est l'extension verticale, nt le nombre d'échantillons temporels et nh le space lag qui, devient (nhx, nhy) . Les termes adjoints sont mentionnés dans le Chapitre 2. D'après [Lameloise \(2015\)](#).

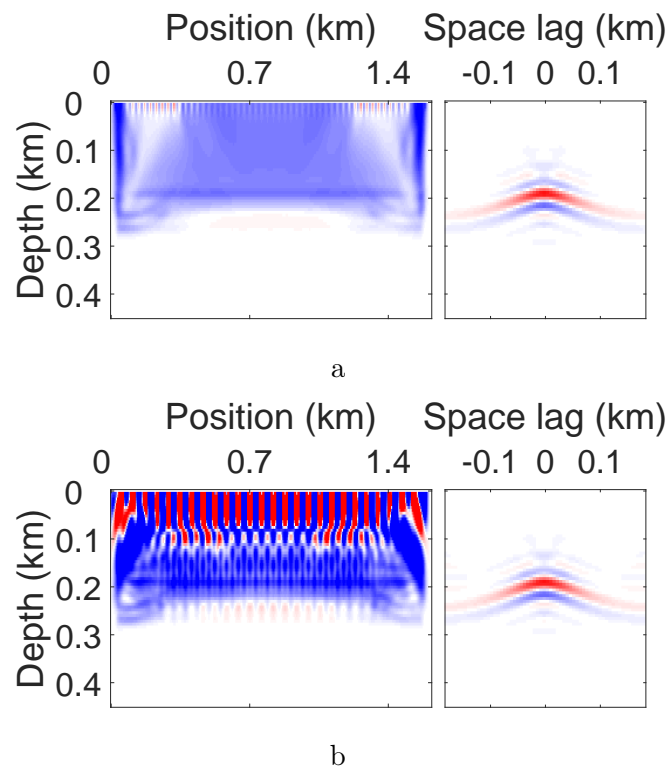


Figure 6.2: Gradient (original, non lissé) et CIG d'un modèle homogène à un seul réflecteur, vitesse exacte 3000 m/s, vitesse utilisée 2500 m/s. (a) Une source sur 5 est utilisée. (b) Une source sur 10 est utilisée.

résumés dans le tableau 6.1. Plus la fréquence utilisée est élevée, plus les échantillons du temps et de l'espace sont fins (voir 1.1.2), plus les nombres mentionnés dans ce tableau doivent être grands. Dans l'application sur les données réelles (Chapitre 5), nous avons d'abord utilisé une fréquence maximale basse (5 Hz) pour économiser le coût mémoire, qui restait élevé (sur 160 nœuds, environ 40 min par itération).

Une des manières de diminuer le besoin de mémoire est de rendre les sources et récepteurs plus éparses, par exemple prendre une source sur cinq. Nous avons effectué quelques tests (Figure 6.2 est un exemple) qui prouvent que la qualité du gradient change peu en diminuant la densité des sources et récepteurs (Figure 6.2a), jusqu'à une certaine limite (Figure 6.2b). La distance est liée à la longueur d'onde caractéristique et doit être mieux précisée.

6.2.4 Outils théoriques

Nous avons vu dans les Chapitres 3 et 5 que le gradient est sensible aux courbures des événements dans les CIGs, à l'énergie de la partie spéculaire et l'illumination (effet de bord). On peut pour le moment les expliquer de manière qualitative. L'explication quantitative nécessite dans un modèle simple, l'expression analytique du gradient et la mettre en relation avec les gammes d'offset en surface et de space lag. J'ai débuté ce travail qui n'a pas abouti pour l'instant, à cause de sa grande complexité.

De manière similaire, nous souhaitons également connaître la forme de l'inverse du Hessien \mathcal{H}^{-1} de la fonction objective de la MVA. L'équivalent pour la FWI a déjà été étudié par Métivier et al. (2013). Elle permet de converger plus rapidement et plus sûrement vers le minimum global. En effet, les pré-conditionneurs appliqués sur le gradient peuvent être considérés comme des évaluations approximatives (très grossières) de l'inverse du Hessien. A défaut de connaître exactement l'inverse du Hessien, ses termes diagonaux peuvent déjà donner une idée plus précise sur la forme du Hessien. Avec une méthode astucieuse, Shen and Symes (2008) ont évalué $\mathcal{H}I$ (où I est le vecteur $[1, 1, \dots, 1]$ avec $n_x \times n_z$ fois 1) et ont utilisé son inverse terme à terme comme un pré-conditionneur appliqué sur le gradient. Cette évaluation du Hessien, quoique grossière, consomme déjà une grande quantité de mémoire et de temps.

En somme, il reste un long chemin de recherche dans le domaine de la MVA.

Bibliography

- Aghamiry, H.S., Gholami, A. and Operto, S. [2019] Improving full-waveform inversion by wavefield reconstruction with the alternating direction method of multipliers. *Geophysics*, **84**(1), R139–R162. (cit. on pp. [12](#) and [18](#).)
- Akcelik, V. [2003] Multiscale Newton-Krylov methods for inverse acoustic wave propagation. (cit. on p. [43](#).)
- Aki, K. and Richards, P.G. [2002] *Quantitative seismology*. (cit. on p. [5](#).)
- Al-Yahya, K. [1989] Velocity analysis by iterative profile migration. *Geophysics*, **54**(6), 718–729. (cit. on pp. [14](#), [25](#), [27](#), [61](#), and [131](#).)
- Alali, A., Alkhalifah, T. and Sun, B. [2018] Accounting for Lateral Heterogeneity in a Pseudo Inverse Operator of the Extended Born. In: *80th EAGE Conference and Exhibition 2018*. (cit. on p. [65](#).)
- Alkhalifah, T. [2014] Scattering-angle based filtering of the waveform inversion gradients. *Geophysical Journal International*, **200**(1), 363–373. (cit. on p. [47](#).)
- Alkhalifah, T., Sun, B.B. and Wu, Z. [2018] Full model wavenumber inversion: Identifying sources of information for the elusive middle model wavenumbers. *Geophysics*, **83**(6), R597–R610. (cit. on p. [62](#).)
- Alkhalifah, T. and Wu, Z. [2016] The natural combination of full and image-based waveform inversion. *Geophysical Prospecting*, **64**(1), 19–30. (cit. on pp. [14](#), [23](#), and [47](#).)
- Alkhalifah, T. and Wu, Z. [2017] Migration velocity analysis using pre-stack wave fields. *Geophysical Prospecting*, **65**(3), 639–649. (cit. on p. [62](#).)
- Allemand, T. and Lambaré, G. [2014] Full waveform inversion guided migration velocity analysis. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014*, Society of Exploration Geophysicists, 4712–4717. (cit. on p. [56](#).)
- Asnaashari, A., Brossier, R., Garambois, S., Audebert, F., Thore, P. and Virieux, J. [2013] Regularized seismic full waveform inversion with prior model information. *Geophysics*, **78**(2), R25–R36. (cit. on p. [8](#).)
- Balch, A.H. and Lee, M.W. [1984] Vertical seismic profiling: technique, applications, and case histories. (cit. on p. [3](#).)
- Bamberger, A., Engquist, B., Halpern, L. and Joly, P. [1988] Higher order paraxial wave equation approximations in heterogeneous media. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **48**(1), 129–154. (cit. on pp. [13](#) and [19](#).)

- Baysal, E., Kosloff, D.D. and Sherwood, J.W. [1983] Reverse time migration. *Geophysics*, **48**(11), 1514–1524. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Berenger, J.P. [1994] A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of computational physics*, **114**(2), 185–200. (cit. on p. 41.)
- Beydoun, W.B. and Mendes, M. [1989] Elastic ray-Born I 2-migration/inversion. *Geophysical Journal International*, **97**(1), 151–160. (cit. on pp. 13 and 19.)
- Beydoun, W.B. and Tarantola, A. [1988] First Born and Rytov approximations: Modeling and inversion conditions in a canonical example. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **83**(3), 1045–1055. (cit. on p. 8.)
- Beylkin, G. [1985] Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized Radon transform. *Journal of Mathematical Physics*, **26**(1), 99–108. (cit. on pp. 13, 20, and 49.)
- Bharadwaj, P., Mulder, W. and Drijkoningen, G. [2015] An Auxiliary Bump Functional to Overcome Cycle Skipping in Waveform Inversion. In: *77th EAGE Conference and Exhibition-Workshops*. (cit. on pp. 12 and 18.)
- Billette, F. [1998] *Estimation de macro modèles de vitesse en sismique réflexion par Stéréotomographie*. Ph.D. thesis. (cit. on pp. xi, 10, and 14.)
- Billette, F. and Lambaré, G. [1998] Velocity macro-model estimation from seismic reflection data by stereotomography. *Geophysical Journal International*, **135**(2), 671–690. (cit. on p. 22.)
- Biondi, B. and Almomin, A. [2014] Simultaneous inversion of full data bandwidth by tomographic full-waveform inversion. *Geophysics*, **79**(3), WA129–WA140. (cit. on p. 56.)
- Biondi, B. and Sava, P. [1999] Wave-equation migration velocity analysis. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1999*, Society of Exploration Geophysicists, 1723–1726. (cit. on p. 25.)
- Biondi, B. and Shan, G. [2002] Prestack imaging of overturned reflections by reverse time migration. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2002*, Society of Exploration Geophysicists, 1284–1287. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Biondi, B. and Symes, W.W. [2004] Angle-domain common-image gathers for migration velocity analysis by wavefield-continuation imaging. *Geophysics*, **69**(5), 1283–1298. (cit. on pp. 14 and 28.)
- Bishop, T.N., Bube, K.P., Cutler, R.T., Langan, R.T., Love, P.L., Resnick, J.R., Shuey, R.T., Spindler, D.A. and Wyld, H.W. [1985] Tomographic determination of velocity and depth in laterally varying media. *Geophysics*, **50**(6), 903–923. (cit. on pp. 10, 14, and 22.)
- Bleistein, N. [1987] On the imaging of reflectors in the earth. *Geophysics*, **52**(7), 931–942. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Bleistein, N., Zhang, Y., Xu, S., Zhang, G. and Gray, S.H. [2005] Migration/inversion: think image point coordinates, process in acquisition surface coordinates. *Inverse Problems*, **21**(5), 1715. (cit. on p. 21.)

- Bozdağ, E., Trampert, J. and Tromp, J. [2011] Misfit functions for full waveform inversion based on instantaneous phase and envelope measurements. *Geophysical Journal International*, **185**(2), 845–870. (cit. on pp. 12, 18, and 46.)
- Brossier, R., Operto, S. and Virieux, J. [2015] Velocity model building from seismic reflection data by full-waveform inversion. *Geophysical Prospecting*, **63**(2), 354–367. (cit. on pp. 14, 23, 47, and 158.)
- Bunks, C., Saleck, F.M., Zaleski, S. and Chavent, G. [1995] Multiscale seismic waveform inversion. *Geophysics*, **60**(5), 1457–1473. (cit. on pp. 8, 12, 16, and 96.)
- Castellanos, C., Métivier, L., Operto, S., Brossier, R. and Virieux, J. [2014] Fast full waveform inversion with source encoding and second-order optimization methods. *Geophysical Journal International*, **200**(2), 720–744. (cit. on p. 8.)
- Červený, V. [1987] Ray tracing algorithms in three-dimensional laterally varying layered structures. In: *Seismic tomography*, Springer, 99–133. (cit. on p. 6.)
- Červený, V. [2005] *Seismic ray theory*. Cambridge university press. (cit. on pp. 6, 14, and 22.)
- Červený, V., Molotkov, I.A. and Pšenčík, I. [1977] *Ray method in seismology*. Univerzita Karlova. (cit. on p. 6.)
- Chapman, C. [2004] *Fundamentals of seismic wave propagation*. Cambridge university press. (cit. on p. 6.)
- Chauris, H. and Cocher, E. [2017] From migration to inversion velocity analysis. *Geophysics*, **82**(3), S207–S223. (cit. on pp. xii, 13, 14, 20, 21, 29, 30, 32, 50, 51, 54, 62, 64, 65, 97, 98, 99, 104, 116, 124, 125, 127, 131, 132, 136, 139, 142, 152, 153, and 158.)
- Chauris, H., Lameloise, C.A. and Donno, D. [2013] Migration velocity analysis with reflected and transmitted waves. In: *75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*. (cit. on pp. 14, 33, 97, 98, 99, and 160.)
- Chauris, H. and Noble [2001] Two-dimensional velocity macro model estimation from seismic reflection data by local differential semblance optimization: applications to synthetic and real data sets. *Geophysical Journal International*, **144**(1), 14–26. (cit. on pp. 14, 27, 34, 55, 131, 132, and 150.)
- Chauris, H., Noble, M.S., Lambaré, G. and Podvin, P. [2002] Migration velocity analysis from locally coherent events in 2-D laterally heterogeneous media, Part I: Theoretical aspects. *Geophysics*, **67**(4), 1202–1212. (cit. on pp. xii, 14, 25, and 28.)
- Chauris, H. and Plessix, R.E. [2012] Investigating the differential waveform inversion. In: *74th EAGE Conference and Exhibition-Workshops*. (cit. on pp. 14, 23, and 158.)
- Chauris, H. and Plessix, R.E. [2013] Differential Waveform Inversion-A Way to Cope with Multiples? In: *75th EAGE Conference & Exhibition-Workshops*. (cit. on p. 23.)
- Chauris, H., Zhou, T., Cocher, E. and Li, Y. [2018] Examples of asymptotic analysis for understanding and building seismic wave-equation imaging tools. In: *80th EAGE Conference & Exhibition 2018 Workshop Programme*. (cit. on pp. 25 and 159.)
- Chavent, G. [1974] Identification of functional parameters in partial differential equa-

- tions. In: *Joint Automatic Control Conference*, 12. 155–156. (cit. on pp. 9 and 43.)
- Chavent, G. [2009] *Nonlinear Least Squares for Inverse Problems: Theoretical Foundations and Step-by-Step Guide for Applications (Scientific Computation)*. Springer, New York. (cit. on p. 9.)
- Chavent, G., Clément, F. and Gómez, S. [1994] Automatic determination of velocities via migration-based travelttime waveform inversion: A synthetic data example. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1994*, Society of Exploration Geophysicists, 1179–1182. (cit. on pp. 14, 23, and 158.)
- Chi, B., Dong, L. and Liu, Y. [2014] Full waveform inversion method using envelope objective function without low frequency data. *Journal of Applied Geophysics*, **109**, 36–46. (cit. on pp. 12 and 18.)
- Claerbout, J.F. [1971] Toward a unified theory of reflector mapping. *Geophysics*, **36**(3), 467–481. (cit. on pp. 19, 28, and 49.)
- Claerbout, J.F. [1985] Imaging the earth's interior. (cit. on pp. xi, 10, and 11.)
- Claerbout, J.F. [1992] *Earth soundings analysis: Processing versus inversion*, 6. Blackwell Scientific Publications London. (cit. on p. 20.)
- Clapp, M.L., Clapp, R.G. and Biondi, B.L. [2005] Regularized least-squares inversion for 3-D subsalt imaging. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2005*, Society of Exploration Geophysicists, 1814–1817. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Cocher, E. [2017] *Analyse de vitesse par migration itérative: vers une meilleure prise en compte des réflexions multiples*. Ph.D. thesis, Paris Sciences et Lettres. (cit. on pp. xii, 20, 29, 48, 99, 124, and 150.)
- Cocher, E., Chauris, H. and Lameloise, C.A. [2015] Imaging with surface-related multiples in the subsurface-offset domain. In: *77th EAGE Conference and Exhibition 2015*. (cit. on p. 5.)
- Cocher, E., Chauris, H. and Plessix, R.E. [2017] Robust Iterative Migration Velocity Analysis-Benefits for Imaging with Primaries and with First-order Surface Multiples. In: *79th EAGE Conference and Exhibition 2017*. (cit. on p. 20.)
- Crank, J. and Nicolson, P. [1947] A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type. In: *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 43. Cambridge University Press, 50–67. (cit. on p. 40.)
- Dafni, R. and Symes, W.W. [2018] Asymptotic inversion of the variable density acoustic model. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2018*, Society of Exploration Geophysicists, 570–574. (cit. on p. 150.)
- Dai, W., Fowler, P. and Schuster, G.T. [2012] Multi-source least-squares reverse time migration. *Geophysical Prospecting*, **60**(4), 681–695. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Devaney, A.J. [1982] A filtered backpropagation algorithm for diffraction tomography. *Ultrasonic imaging*, **4**(4), 336–350. (cit. on pp. xi, 15, and 16.)
- Díaz, E. and Sava, P. [2015] Wavefield tomography using reverse time migration backscattering: *Geophysics*, **80**. R57–R69. (cit. on pp. 12 and 18.)

- Díaz, E., Sava, P. and Yang, T. [2013] Data-domain and image-domain wavefield tomography. *The Leading Edge*, **32**(9), 1064–1072. (cit. on pp. [16](#) and [97](#).)
- Dines, K.A. and Lytle, R.J. [1979] Computerized geophysical tomography. *Proceedings of the IEEE*, **67**(7), 1065–1073. (cit. on p. [22](#).)
- Domenico, S.N. [1984] Rock lithology and porosity determination from shear and compressional wave velocity. *Geophysics*, **49**(8), 1188–1195. (cit. on p. [9](#).)
- Donno, D., Chauris, H. and Calandra, H. [2013] Estimating the background velocity model with the normalized integration method. In: *75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*. (cit. on p. [18](#).)
- Duprat, V. and Baina, R. [2016] An efficient least-squares reverse-time migration using true-amplitude imaging condition as an optimal preconditioner. In: *78th EAGE Conference and Exhibition 2016*. (cit. on p. [20](#).)
- Duquet, B. [1996] *Amélioration de l'imagerie sismique de structures géologiques complexes*. PhD Thesis, Paris 13. (cit. on pp. [13](#) and [20](#).)
- Duquet, B., Marfurt, K.J. and Dellinger, J.A. [2000] Kirchhoff modeling, inversion for reflectivity, and subsurface illumination. *Geophysics*, **65**(4), 1195–1209. (cit. on pp. [13](#) and [20](#).)
- Ehinger, A., Lailly, P. and Marfurt, K.J. [1996] Green's function implementation of common-offset, wave-equation migration. *Geophysics*, **61**(6), 1813–1821. (cit. on pp. [13](#) and [19](#).)
- Etgen, J.T., Billette, F.J., Sandschaper, R. and Rietveld, W.E. [2002] The key practical aspects of 3D tomography: Data picking and model representation. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2002*, Society of Exploration Geophysicists, 826–829. (cit. on pp. [14](#) and [25](#).)
- Etgen, J.T. and O'Brien, M.J. [2007] Computational methods for large-scale 3D acoustic finite-difference modeling: A tutorial. *Geophysics*, **72**(5), SM223–SM230. (cit. on pp. [6](#) and [40](#).)
- Farnbach, J.S. [1975] The complex envelope in seismic signal analysis. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **65**(4), 951–962. (cit. on p. [46](#).)
- Farra, V. and Madariaga, R. [1988] Non-linear reflection tomography. *Geophysical Journal International*, **95**(1), 135–147. (cit. on pp. [14](#) and [22](#).)
- Fei, W. and Williamson, P. [2010] On the gradient artifacts in migration velocity analysis based on differential semblance optimization. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010*, Society of Exploration Geophysicists, 4071–4076. (cit. on pp. [29](#), [30](#), [124](#), and [150](#).)
- Fei, W., Williamson, P. and Khoury, A. [2009] 3-D common-azimuth wave-equation migration velocity analysis. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2009*, Society of Exploration Geophysicists, 2283–2287. (cit. on p. [132](#).)
- Fichtner, A. [2011] Introduction to Iterative Non-linear Minimisation. In: *Full Seismic Waveform Modelling and Inversion*, Springer, 113–140. (cit. on pp. [12](#), [15](#), [44](#), and [158](#).)

- Fichtner, A., Bunge, H.P. and Igel, H. [2006] The adjoint method in seismology—: II. Applications: traveltimes and sensitivity functionals. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **157**(1), 105–123. (cit. on p. 29.)
- Fletcher, R. and Reeves, C.M. [1964] Function minimization by conjugate gradients. *The computer journal*, **7**(2), 149–154. (cit. on p. 8.)
- Fleury, C. and Perrone, F. [2012] Bi-objective optimization for the inversion of seismic reflection data: Combined FWI and MVA. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*, Society of Exploration Geophysicists, 1–6. (cit. on p. 56.)
- Fomel, S. [2007] Shaping regularization in geophysical-estimation problems. *Geophysics*, **72**(2), R29–R36. (cit. on p. 20.)
- Fornberg, B. [1988] Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids. *Mathematics of computation*, **51**(184), 699–706. (cit. on p. 40.)
- French, W.S. [1975] Computer migration of oblique seismic reflection profiles. *Geophysics*, **40**(6), 961–980. (cit. on pp. 13 and 19.)
- Fu, L. and Symes, W.W. [2015] Reducing the cost of extended waveform inversion by multiscale adaptive methods. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015*, Society of Exploration Geophysicists, 1127–1131. (cit. on pp. 62, 84, 88, and 132.)
- Gallagher, K., Sambridge, M. and Drijkoningen, G. [1991] Genetic algorithms: An evolution from Monte-Carlo Methods for strongly non-linear geophysical optimization problems. *Geophysical Research Letters*, **18**(12), 2177–2180. (cit. on p. 8.)
- Gao, F. and Symes, W. [2009] Differential semblance velocity analysis by reverse time migration: Image gathers and theory. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2009*, Society of Exploration Geophysicists, 2317–2321. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Gauthier, O., Virieux, J. and Tarantola, A. [1986] Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: Numerical results. *Geophysics*, **51**(7), 1387–1403. (cit. on p. 16.)
- Gholami, A. and Farshad, M. [2019] Fast hyperbolic Radon transform using chirp-z transform. *Digital Signal Processing*, **87**, 34–42. (cit. on p. 24.)
- Gholami, A. and Sacchi, M.D. [2017] Time invariant Radon transform by generalized Fourier Slice theorem. *Inverse Problems & Imaging*, **11**(3). (cit. on p. 24.)
- Gholami, A. and Zand, T. [2017] Fast L1-regularized Radon transforms for seismic data processing. *Digital Signal Processing*, **71**, 83–94. (cit. on p. 24.)
- Gray, S.H. [1992] Frequency-selective design of the Kirchhoff migration operator. *Geophysical prospecting*, **40**(5), 565–571. (cit. on pp. 13 and 19.)
- Guillaume, P., Reinier, M., Lambaré, G., Cavalié, A., Adamsen, M.I. and Bruun, B.M. [2013] Dip-constrained Non-linear Slope Tomography—an Application to Shallow Channel Characterization. In: *75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*. (cit. on pp. 14 and 22.)
- Guo, Q. and Alkhalifah, T. [2016] Elastic reflection based waveform inversion in isotropic media. In: *78th EAGE Conference and Exhibition 2016*. (cit. on p. 23.)
- Hansen, P.C. [2000] *The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse prob-*

- lems*. WIT Press, Southampton. (cit. on p. 8.)
- Hardage, B.A. [1985] Vertical seismic profiling. *The Leading Edge*, **4**(11), 59–59. (cit. on p. 3.)
- He, W. and Plessix, R.e. [2017] Analysis of different parameterisations of waveform inversion of compressional body waves in an elastic transverse isotropic Earth with a vertical axis of symmetry. *Geophysical Prospecting*, **65**(4), 1004–1024. (cit. on p. 9.)
- Hou, J. and Symes, W.W. [2015] An approximate inverse to the extended Born modeling operator. *Geophysics*, **80**(6), R331–R349. (cit. on pp. 13, 14, 20, 21, 29, 50, 51, 62, 64, 97, 99, 124, 125, 127, 131, 132, and 152.)
- Hou, J. and Symes, W.W. [2016] Accelerating extended least-squares migration with weighted conjugate gradient iteration. *Geophysics*, **81**(4), S165–S179. (cit. on p. 20.)
- Hou, J. and Symes, W.W. [2018] Inversion velocity analysis in the subsurface-offset domain. *Geophysics*, **83**(2), R189–R200. (cit. on pp. 14, 29, 51, 52, 54, 62, 64, 97, 99, 104, 124, 125, 127, 131, 132, 152, and 158.)
- Hu, J., Fomel, S., Demanet, L. and Ying, L. [2013] A fast butterfly algorithm for generalized Radon transforms. *Geophysics*, **78**(4), U41–U51. (cit. on p. 24.)
- Ingber, L. [1989] Very fast simulated re-annealing. *Mathematical and computer modelling*, **12**(8), 967–973. (cit. on p. 8.)
- Jacobs, J.A.C., Delprat-Jannaud, F., Ehinger, A. and Lailly, P. [1992] Sequential migration-aided reflection tomography: A tool for imaging complex structures. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1992*, Society of Exploration Geophysicists, 1054–1057. (cit. on pp. 14 and 22.)
- Jannane, M., Beydoun, W., Crase, E., Cao, D., Koren, Z., Landa, E., Mendes, M., Pica, A., Noble, M. and Roeth, G. [1989] Wavelengths of earth structures that can be resolved from seismic reflection data. *Geophysics*, **54**(7), 906–910. (cit. on pp. 10 and 11.)
- Jian-Ping, L., Pan, X.H., Jun, M., Tian, Z.J., Chen, Y.J. and Wan, L.K. [2008] Petroleum geology and resources in West Africa: An overview. *Petroleum Exploration and Development*, **35**(3), 378–384. (cit. on p. 133.)
- Jiménez Tejero, C.E., Dagnino, D., Sallarès, V. and Ranero, C.R. [2015] Comparative study of objective functions to overcome noise and bandwidth limitations in full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, **203**(1), 632–645. (cit. on p. 18.)
- Jin, S. and Madariaga, R. [1993] Background velocity inversion with a genetic algorithm. *Geophysical research letters*, **20**(2), 93–96. (cit. on p. 8.)
- Jin, S. and Madariaga, R. [1994] Nonlinear velocity inversion by a two-step Monte Carlo method. *Geophysics*, **59**(4), 577–590. (cit. on p. 8.)
- Jin, S., Madariaga, R., Virieux, J. and Lambaré, G. [1992] Two-dimensional asymptotic iterative elastic inversion. *Geophysical Journal International*, **108**(2), 575–588. (cit. on pp. 13, 19, and 20.)
- Joncour, F., Lambaré, G. and Svay-Lucas, J. [2011] Preserved-amplitude angle domain

- migration by shot-receiver wavefield continuation. *Geophysical Prospecting*, **59**(2), 256–268. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Julian, B.R. [1977] Three-dimensional seismic ray tracing. *Journal of Geophysics*, **43**, 95–113. (cit. on p. 6.)
- Kühl, H. and Sacchi, M.D. [2003] Least-squares wave-equation migration for AVP/AVA inversion. *Geophysics*, **68**(1), 262–273. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Komatitsch, D. and Martin, R. [2007] An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation. *Geophysics*, **72**(5), SM155–SM167. (cit. on p. 41.)
- Komatitsch, D. and Tromp, J. [2003] A perfectly matched layer absorbing boundary condition for the second-order seismic wave equation. *Geophysical Journal International*, **154**(1), 146–153. (cit. on p. 41.)
- Kreiss, H., Kreiss, H.O. and Olinger, J. [1973] *Methods for the approximate solution of time dependent problems*. 10. International Council of Scientific Unions, World Meteorological Organization. (cit. on p. 40.)
- ten Kroode, F. [2012] A wave-equation-based Kirchhoff operator. *Inverse Problems*, **28**(11), 115013. (cit. on pp. 13, 14, 20, 21, 29, 50, 51, 99, 124, 131, and 158.)
- Kumar, R., Tu, N., van Leeuwen, T. and Herrmann, F.J. [2015] Least-squares extended imaging with surface-related multiples. (cit. on p. 5.)
- Labo, J. [1987] *A Practical Introduction to Borehole Geophysics: An Overview of Wire-line Well Logging Principles for Geophysicists*. Society of Exploration Geophysicists. (cit. on pp. xi and 4.)
- Lailly, P. [1983] The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations. (cit. on pp. 12, 15, 19, 44, 45, 48, 64, and 98.)
- Lailly, P. and Sinoquet, D. [1996a] Smooth velocity models in reflection tomography for imaging complex geological structures. *Geophysical Journal International*, **124**(2), 349–362. (cit. on p. 14.)
- Lailly, P. and Sinoquet, D. [1996b] Smooth velocity models in reflection tomography for imaging complex geological structures. *Geophysical Journal International*, **124**(2), 349–362. (cit. on p. 22.)
- Lambaré, G. [2008] Stereotomography. *Geophysics*, **73**(5), VE25–VE34. (cit. on pp. 14, 22, 23, and 158.)
- Lambaré, G., Guillaume, P. and Montel, J.P. [2014] Recent advances in ray-based tomography. In: *76th EAGE Conference and Exhibition 2014*. (cit. on pp. xi, 11, 14, 23, 97, and 158.)
- Lambaré, G., Virieux, J., Madariaga, R. and Jin, S. [1992] Iterative asymptotic inversion in the acoustic approximation. *Geophysics*, **57**(9), 1138–1154. (cit. on pp. 13, 19, and 20.)
- Lameloise, C.A. [2015] *Analyse de vitesse par migration quantitative et introduction des ondes transmises*. Ph.D. thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. (cit. on pp. xii, 20, 29, 30, 31, 56, 75, 88, 132, 150, 158, 160, and 164.)

- Lameloise, C.A. and Chauris, H. [2014] Quantitative Migration for a More Robust Migration Velocity Analysis. In: *76th EAGE Conference and Exhibition 2014*. (cit. on pp. 20, 29, and 124.)
- Lameloise, C.A. and Chauris, H. [2016] Extension of migration velocity analysis to transmitted wavefields. *Geophysical Journal International*, **207**(1), 343–356. (cit. on pp. 14, 29, 33, 49, 55, 56, 97, 98, 99, 100, 104, 116, and 160.)
- Lameloise, C.A., Chauris, H. and Noble, M. [2015] Improving the gradient of the image-domain objective function using quantitative migration for a more robust migration velocity analysis. *Geophysical prospecting*, **63**(2), 391–404. (cit. on pp. 13, 14, 34, 54, 62, 97, 99, and 131.)
- Le Stunff, Y. and Grenier, D. [1998] Taking into account a priori information in 3D tomography. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1998*, Society of Exploration Geophysicists, 1875–1878. (cit. on p. 22.)
- Levander, A.R. [1988] Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, **53**(11), 1425–1436. (cit. on pp. 6 and 40.)
- Li, Y. [2018] *Analyse de vitesse par migration quantitative dans les domaines images et données pour l'imagerie sismique*. thesis, Paris Sciences et Lettres. (cit. on pp. xi, 7, 17, and 45.)
- Li, Y. and Chauris, H. [2017a] An alternative true-amplitude common-shot reverse time migration. In: *79th EAGE Conference and Exhibition 2017*. (cit. on pp. 14, 21, 27, and 52.)
- Li, Y. and Chauris, H. [2017b] Coupling True-amplitude Common-shot Reverse Time Migration to Velocity Analysis. In: *79th EAGE Conference and Exhibition 2017*. (cit. on p. 142.)
- Lines, L. and Treitel, S. [1984] Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophysical prospecting*, **32**(2), 159–186. (cit. on p. 8.)
- Lines, L.R., Schultz, A.K. and Treitel, S. [1988] Cooperative inversion of geophysical data. *Geophysics*, **53**(1), 8–20. (cit. on p. 22.)
- Liu, J., Chauris, H. and Calandra, H. [2011] The Normalized Integration Method-An Alternative to Full Waveform Inversion? In: *Near Surface 2011-17th EAGE European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics*. (cit. on p. 46.)
- Liu, Y., Symes, W.W. and Li, Z. [2013] Multisource least-squares extended reverse time migration with preconditioning guided gradient method. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013*, Society of Exploration Geophysicists, 3709–3715. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Liu, Y., Symes, W.W. and Li, Z. [2014] Inversion velocity analysis via differential semblance optimization. In: *76th EAGE Conference and Exhibition 2014*. (cit. on pp. 31, 62, 97, and 131.)
- Liu, Z. [1997] An analytical approach to migration velocity analysis. *Geophysics*, **62**(4), 1238–1249. (cit. on pp. 14, 22, and 25.)

- Luo, S. and Sava, P. [2011] A deconvolution-based objective function for wave-equation inversion. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*, Society of Exploration Geophysicists, 2788–2792. (cit. on pp. 12 and 18.)
- Luo, Y., Al-Dossary, S., Marhoon, M. and Alfaraj, M. [2003] Generalized Hilbert transform and its applications in geophysics. *The Leading Edge*, **22**(3), 198–202. (cit. on p. 46.)
- Luo, Y. and Schuster, G.T. [1991] Wave-equation travelttime inversion. *Geophysics*, **56**(5), 645–653. (cit. on pp. 8, 12, and 18.)
- Ma, Y. and Hale, D. [2013] Wave-equation reflection travelttime inversion with dynamic warping and full-waveform inversion. *Geophysics*. (cit. on pp. 14, 18, and 23.)
- MacLeod, M.K., Hanson, R.A., Bell, C.R. and McHugo, S. [1999] The Alba Field ocean bottom cable seismic survey: Impact on development. *The Leading Edge*, **18**(11), 1306–1312. (cit. on p. 3.)
- Marfurt, K.J. [1984] Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations. *Geophysics*, **49**(5), 533–549. (cit. on pp. 6 and 40.)
- Mavko, G., Mukerji, T. and Dvorkin, J. [2009] *The rock physics handbook: Tools for seismic analysis of porous media*. Cambridge university press. (cit. on p. 9.)
- McMechan, G.A. [1983] Migration by extrapolation of time-dependent boundary values. *Geophysical Prospecting*, **31**(3), 413–420. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Menke, W. [1984] The resolving power of cross-borehole tomography. *Geophysical Research Letters*, **11**(2), 105–108. (cit. on p. 8.)
- Métivier, L., Brossier, R., Mérigot, Q., Oudet, E. and Virieux, J. [2016] Measuring the misfit between seismograms using an optimal transport distance: Application to full waveform inversion. *Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **205**(1), 345–377. (cit. on pp. 12 and 18.)
- Métivier, L., Brossier, R. and Virieux, J. [2015] Combining asymptotic linearized inversion and full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, **201**(3), 1682–1703. (cit. on pp. 20 and 49.)
- Métivier, L., Brossier, R., Virieux, J. and Operto, S. [2013] Full waveform inversion and the truncated Newton method. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **35**(2), B401–B437. (cit. on pp. 8 and 165.)
- Miller, D., Oristaglio, M. and Beylkin, G. [1987] A new slant on seismic imaging: Migration and integral geometry. *Geophysics*, **52**(7), 943–964. (cit. on p. 15.)
- Misra, S. and Sacchi, M.D. [2008] Global optimization with model-space preconditioning: Application to AVO inversion. *Geophysics*, **73**(5), R71–R82. (cit. on p. 8.)
- Mora, P. [1989] Inversion= migration+ tomography. *Geophysics*, **54**(12), 1575–1586. (cit. on pp. 10, 18, 97, and 107.)
- Mosegaard, K. and Vestergaard, P.D. [1991] A simulated annealing approach to seismic model optimization with sparse prior information. *Geophysical Prospecting*, **39**(5), 599–611. (cit. on p. 8.)
- Mulder, W. and ten Kroode, A. [2002] Automatic velocity analysis by differential sem-

- blance optimization. *Geophysics*, **67**(4), 1184–1191. (cit. on pp. [27](#), [34](#), [55](#), [131](#), [132](#), and [150](#).)
- Mulder, W.A. [2014] Subsurface offset behaviour in velocity analysis with extended reflectivity images. *Geophysical Prospecting*, **62**(1), 17–33. (cit. on pp. [34](#), [55](#), [62](#), [63](#), [65](#), [66](#), [67](#), [88](#), [89](#), [90](#), [132](#), [140](#), and [159](#).)
- Mulder, W.A. and Leeuwen, T.v. [2008] Automatic migration velocity analysis and multiples. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008*, Society of Exploration Geophysicists, 3128–3132. (cit. on pp. [13](#), [20](#), and [33](#).)
- Mulder, W.A. and Plessix, R.E. [2004] A comparison between one-way and two-way wave-equation migration. *Geophysics*, **69**(6), 1491–1504. (cit. on pp. [13](#) and [20](#).)
- Nash, S.G. and Nocedal, J. [1991] A numerical study of the limited memory BFGS method and the truncated-Newton method for large scale optimization. *SIAM Journal on Optimization*, **1**(3), 358–372. (cit. on p. [8](#).)
- Nemeth, T., Wu, C. and Schuster, G.T. [1999] Least-squares migration of incomplete reflection data. *Geophysics*, **64**(1), 208–221. (cit. on pp. [13](#) and [20](#).)
- Nguyen, T. and Chauris, H. [2008] Uniform discrete curvelet transform for seismic processing. In: *70th EAGE Conference and Technical Exhibition, Eur. Ass. of Geoscientists and Engineers*. P066. (cit. on pp. [14](#) and [22](#).)
- Nichols, D. [2012] Resolution in Seismic Inversion-Spectral Gap or Spectral Overlap, Which is Harder to Handle? In: *74th EAGE Conference and Exhibition-Workshops*. (cit. on p. [11](#).)
- Nikitin, V.V., Andersson, F., Carlsson, M. and Duchkov, A.A. [2017] Fast hyperbolic Radon transform represented as convolutions in log-polar coordinates. *Computers & Geosciences*, **105**, 21–33. (cit. on p. [24](#).)
- Noble, M., Gesret, A. and Belayouni, N. [2014] Accurate 3-D finite difference computation of traveltimes in strongly heterogeneous media. *Geophysical Journal International*, **199**(3), 1572–1585. (cit. on p. [22](#).)
- Nocedal, J. [1980] Updating quasi-Newton matrices with limited storage. *Mathematics of computation*, **35**(151), 773–782. (cit. on p. [8](#).)
- Nocedal, J. and Wright, S.J. [2006] *Numerical optimization. 2nd Edition*. Springer. (cit. on pp. [76](#), [117](#), and [140](#).)
- Nolan, C.J. and Symes, W.W. [1996] Imaging and coherency in complex structures. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1996*, Society of Exploration Geophysicists, 359–362. (cit. on p. [27](#).)
- Nolet, G. [1987] Seismic wave propagation and seismic tomography. In: *Seismic tomography*, Springer, 1–23. (cit. on p. [22](#).)
- Operto, M.S., Xu, S. and Lambaré, G. [2000] Can we quantitatively image complex structures with rays? *Geophysics*, **65**(4), 1223–1238. (cit. on pp. [13](#), [15](#), and [19](#).)
- Operto, S., Gholami, Y., Prioux, V., Ribodetti, A., Brossier, R., Metivier, L. and Virieux, J. [2013] A guided tour of multiparameter full-waveform inversion with multicomponent data: From theory to practice. *The Leading Edge*, **32**(9), 1040–1054. (cit. on

- p. 9.)
- Op't Root, T.J.O., Stolk, C.C. and Maarten, V. [2012] Linearized inverse scattering based on seismic reverse time migration. *Journal de mathématiques pures et appliquées*, **98**(2), 211–238. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Østmo, S., Mulder, W. and Plessix, R.E. [2002] Finite-difference iterative migration by linearized waveform inversion in the frequency domain. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2002*, Society of Exploration Geophysicists, 1384–1387. (cit. on pp. 19, 20, 48, and 124.)
- Pérez Solano, C.A. [2013] *Two-dimensional near-surface seismic imaging with surface waves: alternative methodology for waveform inversion*. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris France. (cit. on p. 5.)
- Perrone, F., Sava, P. and Panizzardi, J. [2015] Wavefield tomography based on local image correlations. *Geophysical Prospecting*, **63**(1), 35–54. (cit. on p. 25.)
- Peterson, J.E., Paulsson, B.N. and McEvelly, T.V. [1985] Applications of algebraic reconstruction techniques to crosshole seismic data. *Geophysics*, **50**(10), 1566–1580. (cit. on p. 22.)
- Plessix, R.E. [2006] A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, **167**(2), 495–503. (cit. on pp. 9, 29, 43, and 132.)
- Plessix, R.E., De Roeck, Y.H. and Chavent, G. [1995] Automatic and simultaneous migration velocity analysis and waveform inversion of real data using a mbtt/wkb j formulation. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1995*, Society of Exploration Geophysicists, 1099–1102. (cit. on pp. 14 and 23.)
- Plessix, R.E. and Mulder, W.A. [2004] Frequency-domain finite-difference amplitude-preserving migration. *Geophysical Journal International*, **157**(3), 975–987. (cit. on p. 20.)
- Plessix, R.E., Mulder, W.A. and ten Kroode, A.P.E. [2000] Automatic cross-well tomography by semblance and differential semblance optimization: theory and gradient computation. *Geophysical Prospecting*, **48**(5), 913–935. (cit. on p. 3.)
- Plessix, R.E. and Perkins, C. [2010] Thematic set: Full waveform inversion of a deep water ocean bottom seismometer dataset. *First Break*, **28**(4), 71–78. (cit. on p. 3.)
- Podvin, P. and Lecomte, I. [1991] Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models: a massively parallel approach and its associated tools. *Geophysical Journal International*, **105**(1), 271–284. (cit. on pp. 6 and 22.)
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M.S. [1999] Focusing geophysical inversion images. *Geophysics*, **64**(3), 874–887. (cit. on p. 8.)
- Pratt, R., Sirgue, L., Hornby, B. and Wolfe, J. [2008] Crosswell waveform tomography in fine-layered sediments-Meeting the challenges of anisotropy. In: *70th EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2008*. (cit. on p. 8.)
- Pratt, R.G. [1990] Frequency-domain elastic wave modeling by finite differences: A tool for crosshole seismic imaging. *Geophysics*, **55**(5), 626–632. (cit. on pp. 12 and 15.)

- Pratt, R.G., Shin, C. and Hick, G. [1998] Gauss–Newton and full Newton methods in frequency–space seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, **133**(2), 341–362. (cit. on pp. 8, 12, and 16.)
- Pratt, R.G., Song, Z.M., Williamson, P. and Warner, M. [1996] Two-dimensional velocity models from wide-angle seismic data by wavefield inversion. *Geophysical Journal International*, **124**(2), 323–340. (cit. on pp. 16 and 97.)
- Prieux, V., Brossier, R., Operto, S. and Virieux, J. [2013] Multiparameter full waveform inversion of multicomponent ocean-bottom-cable data from the Valhall field. Part 1: Imaging compressional wave speed, density and attenuation. *Geophysical Journal International*, **194**(3), 1640–1664. (cit. on p. 9.)
- Prucha, M.L., Biondi, B.L. and Symes, W.W. [1999] Angle-domain common image gathers by wave-equation migration. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1999*, Society of Exploration Geophysicists, 824–827. (cit. on p. 27.)
- Qin, B., Allemand, T. and Lambaré, G. [2015] Full waveform inversion using preserved amplitude reverse time migration. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015*, Society of Exploration Geophysicists, 1252–1257. (cit. on pp. 13, 20, 21, and 50.)
- Qin, F., Luo, Y., Olsen, K.B., Cai, W. and Schuster, G.T. [1992] Finite-difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts. *Geophysics*, **57**(3), 478–487. (cit. on p. 6.)
- Raynaud, B. and Robein, E. [1998] *Method for modelling kinematic seismic data processed with at least one motion operator*. Google Patents. (cit. on pp. 14 and 22.)
- Rector III, J.W. [1995] Crosswell methods: Where are we, where are we going? *Geophysics*, **60**(3), 629–630. (cit. on p. 3.)
- Ronen, S. and Liner, C.L. [2000] Least-squares DMO and migration. *Geophysics*, **65**(5), 1364–1371. (cit. on pp. 19, 20, and 48.)
- Sambolian, S., Operto, S., Ribodetti, A., Tavakoli F, B. and Virieux, J. [2019] Parsimonious slope tomography based on eikonal solvers and the adjoint-state method. *Geophysical Journal International*, **218**(1), 456–478. (cit. on pp. 14 and 22.)
- Sambridge, M. and Drijkoningen, G. [1992] Genetic algorithms in seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, **109**(2), 323–342. (cit. on p. 8.)
- Sambridge, M. and Mosegaard, K. [2002] Monte Carlo methods in geophysical inverse problems. *Reviews of Geophysics*, **40**(3), 3–1. (cit. on p. 8.)
- Santosa, F., Symes, W. and Raggio, G. [1987] Inversion of band-limited reflection seismograms using stacking velocities as constraints. *Inverse Problems*, **3**(3), 477. (cit. on p. 8.)
- Sava, P. and Biondi, B. [2004] Wave-equation migration velocity analysis. I. Theory. *Geophysical Prospecting*, **52**(6), 593–606. (cit. on pp. 14 and 27.)
- Sava, P. and Fomel, S. [2006] Time-shift imaging condition in seismic migration. *Geophysics*, **71**(6), S209–S217. (cit. on pp. 14, 28, 62, 64, 126, and 131.)
- Sava, P. and Vasconcelos, I. [2011] Extended imaging conditions for wave-equation

- migration. *Geophysical Prospecting*, **59**(1), 35–55. (cit. on pp. 50, 64, 97, and 126.)
- Sava, P.C. and Fomel, S. [2003] Angle-domain common-image gathers by wavefield continuation methods. *Geophysics*, **68**(3), 1065–1074. (cit. on pp. 14 and 28.)
- Scales, J.A., Smith, M.L. and Fischer, T.L. [1992] Global optimization methods for multimodal inverse problems. *Journal of Computational Physics*, **103**(2), 258–268. (cit. on p. 8.)
- Schneider, W.A. [1978] Integral formulation for migration in two and three dimensions. *Geophysics*, **43**(1), 49–76. (cit. on pp. 13 and 19.)
- Sen, M.K. and Stoffa, P.L. [2013] *Global optimization methods in geophysical inversion*. Cambridge University Press. (cit. on p. 8.)
- Shapiro, N.M., Campillo, M., Stehly, L. and Ritzwoller, M.H. [2005] High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise. *Science*, **307**(5715), 1615–1618. (cit. on p. 5.)
- Shen, P. [2012] An RTM based automatic migration velocity analysis in image domain. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*, Society of Exploration Geophysicists, 1–5. (cit. on pp. 14, 33, 55, 97, 99, 108, 158, and 160.)
- Shen, P. and Symes, W.W. [2008] Automatic velocity analysis via shot profile migration. *Geophysics*, **73**(5), VE49–VE59. (cit. on pp. 34, 55, 132, and 165.)
- Shen, P. and Symes, W.W. [2015] Horizontal contraction in image domain for velocity inversion. *Geophysics*, **80**(3), R95–R110. (cit. on pp. 30 and 31.)
- Shen, P., Symes, W.W. and Stolk, C.C. [2003] Differential semblance velocity analysis by wave-equation migration. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2003*, Society of Exploration Geophysicists, 2132–2135. (cit. on pp. 14 and 28.)
- Shen, P.S. [2013] Subsurface focusing measurement of diving waves and its application to reflection tomography. In: *75th EAGE Conference & Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*. (cit. on pp. 14, 33, 55, 97, 99, 108, and 160.)
- Sheriff, R.E. and Geldart, L.P. [1995] *Exploration seismology*. Cambridge university press. (cit. on p. 3.)
- Shin, C. [1988] *Nonlinear elastic wave inversion by blocky representations*. Ph.D. thesis, PhD thesis, University of Oklahoma. (cit. on p. 8.)
- Shin, C. and Ho Cha, Y. [2009] Waveform inversion in the Laplace—Fourier domain. *Geophysical Journal International*, **177**(3), 1067–1079. (cit. on pp. 12 and 18.)
- Shipp, R.M. and Singh, S.C. [2002] Two-dimensional full wavefield inversion of wide-aperture marine seismic streamer data. *Geophysical Journal International*, **151**(2), 325–344. (cit. on pp. 12, 16, and 18.)
- Sirgue, L. [2006] The importance of low frequency and large offset in waveform inversion. In: *68th EAGE Conference and Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2006*. (cit. on pp. 12 and 16.)
- Smith, W.D. [1975] The application of finite element analysis to body wave propagation problems. *Geophysical Journal International*, **42**(2), 747–768. (cit. on pp. 6 and 40.)
- Socco, L.V. and Strobbia, C. [2004] Surface-wave method for near-surface characteri-

- zation: a tutorial. *Near Surface Geophysics*, **2**(4), 165–185. (cit. on p. 5.)
- Soni, A.K. and Verschuur, D.J. [2014] Full-wavefield migration of vertical seismic profiling data: using all multiples to extend the illumination area. *Geophysical Prospecting*, **62**(4), 740–759. (cit. on p. 3.)
- Soubaras, R. and Gratacos, B. [2007] Velocity model building by semblance maximization of modulated-shot gathers. *Geophysics*, **72**(5), U67–U73. (cit. on pp. 14, 25, and 27.)
- Soubaras, R. and Gratacos, B. [2017] Mitigating the gradient artefacts of Migration Velocity Analysis by Gauss-Newton update. In: *79th EAGE Conference and Exhibition 2017-Workshops*. (cit. on p. 31.)
- Staal, X.R. [2015] Combined imaging and velocity estimation by joint migration inversion. (cit. on p. 23.)
- Staal, X.R. and Verschuur, D.J. [2012] Velocity estimation using internal multiples. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*, Society of Exploration Geophysicists, 1–5. (cit. on pp. 14 and 23.)
- Stolk, C.C. and Symes, W.W. [2004] Kinematic artifacts in prestack depth migration. *Geophysics*, **69**(2), 562–575. (cit. on pp. 27 and 28.)
- Stolt, R.H. [1978] Migration by Fourier transform. *Geophysics*, **43**(1), 23–48. (cit. on p. 27.)
- Stork, C. [1992] Reflection tomography in the postmigrated domain. *Geophysics*, **57**(5), 680–692. (cit. on pp. 14 and 22.)
- Sun, B. and Alkhalifah, T. [2017] Automatic wave-equation migration velocity analysis by focusing subsurface virtual sources. *Geophysics*, **83**(2), U1–U8. (cit. on pp. 34, 55, 62, and 132.)
- Symes, W. [2015] Algorithmic aspects of extended waveform inversion. In: *77th EAGE Conference and Exhibition-Workshops*. (cit. on p. 30.)
- Symes, W.W. [2008a] Approximate linearized inversion by optimal scaling of prestack depth migration. *Geophysics*, **73**(2), R23–R35. (cit. on pp. 97 and 158.)
- Symes, W.W. [2008b] Migration velocity analysis and waveform inversion. *Geophysical prospecting*, **56**(6), 765–790. (cit. on pp. 11, 14, 28, 29, 52, 61, 62, 64, 98, 126, 131, and 158.)
- Symes, W.W. and Carazzone, J.J. [1991] Velocity inversion by differential semblance optimization. *Geophysics*, **56**(5), 654–663. (cit. on pp. 14, 25, 27, 29, 34, 52, 55, 56, 62, 97, 131, and 158.)
- Symes, W.W. and Kern, M. [1992] Velocity inversion by differential semblance optimization for 2-D common source data. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1992*, Society of Exploration Geophysicists, 1210–1213. (cit. on p. 52.)
- Tarantola, A. [1984] Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, **49**(8), 1259–1266. (cit. on pp. 8, 12, 15, 19, 44, 45, 48, 64, 96, and 98.)
- Tatham, R.H. and Stoffa, P.L. [1976] V_p/V_s —A potential hydrocarbon indicator. *Geophysics*, **41**(5), 837–849. (cit. on p. 9.)

- Tavakoli F, B., Operto, S., Ribodetti, A. and Virieux, J. [2017] Slope tomography based on eikonal solvers and the adjoint-state method. *Geophysical Journal International*, **209**(3), 1629–1647. (cit. on pp. 14 and 22.)
- Thierry, P., Operto, S. and Lambaré, G. [1999] Fast 2D ray-Born inversion/migration in complex media. *Geophysics*, **64**(1), 162–181. (cit. on pp. 13, 19, and 49.)
- Tikhonov, A.N. and Arsenin, V.I. [1977] *Solutions of ill-posed problems*, 14. Winston, Washington, DC. (cit. on p. 8.)
- Toldi, J.L. [1989] Velocity analysis without picking. *Geophysics*, **54**(2), 191–199. (cit. on p. 25.)
- Toomey, D.R., Solomon, S.C. and Purdy, G.M. [1994] Tomographic imaging of the shallow crustal structure of the East Pacific Rise at 9 30' N. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **99**(B12), 24135–24157. (cit. on p. 22.)
- Van Leeuwen, T. and Herrmann, F.J. [2013] Mitigating local minima in full-waveform inversion by expanding the search space. *Geophysical Journal International*, **195**(1), 661–667. (cit. on pp. 12 and 18.)
- Van Leeuwen, T. and Mulder, W.A. [2010] A correlation-based misfit criterion for wave-equation travelttime tomography. *Geophysical Journal International*, **182**(3), 1383–1394. (cit. on pp. 12, 18, 23, and 45.)
- Verschuur, D.J. [2006] Seismic multiple removal techniques: Past, present and future: EAGE. *Education Tour Series*. (cit. on p. 5.)
- Verschuur, D.J. and Berkhout, A.J. [2015] From removing to using multiples in closed-loop imaging. *The Leading Edge*, **34**(7), 744–759. (cit. on p. 5.)
- Verschuur, D.J., Berkhout, A.J. and Wapenaar, C.P.A. [1992] Adaptive surface-related multiple elimination. *Geophysics*, **57**(9), 1166–1177. (cit. on p. 5.)
- Vi Nhu Ba, E. [2014] *Détection des zones de failles par tomographie en transmission: application à la station expérimentale de Tournemire*. Ph.D. thesis, Paris, ENMP. (cit. on p. 22.)
- Vidale, J. [1988] Finite-difference calculation of travel times. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **78**(6), 2062–2076. (cit. on pp. 6 and 22.)
- Virieux, J. [1986] P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, **51**(4), 889–901. (cit. on pp. 6, 40, 41, and 139.)
- Virieux, J., Calandra, H. and Plessix, R.E. [2011] A review of the spectral, pseudo-spectral, finite-difference and finite-element modelling techniques for geophysical imaging. *Geophysical Prospecting*, **59**(5), 794–813. (cit. on pp. 6 and 40.)
- Virieux, J. and Operto, S. [2009] An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, **74**(6), WCC1–WCC26. (cit. on pp. 6, 12, 15, 16, 44, 96, 97, 131, 158, and 160.)
- Vyas, M., Geco, W. and Tang, Y. [2010] Gradients for wave-equation migration velocity analysis. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010*, Society of Exploration Geophysicists, 4077–4081. (cit. on p. 29.)
- Wang, H., Singh, S.C. and Calandra, H. [2014] Integrated inversion using combined

- wave-equation tomography and full waveform inversion. *Geophysical Journal International*, **198**(1), 430–446. (cit. on pp. 12, 16, and 18.)
- Wapenaar, K. [1998] Reciprocity properties of one-way propagators. *Geophysics*, **63**(5), 1795–1798. (cit. on pp. 140 and 153.)
- Warner, M. and Guasch, L. [2014] Adaptive waveform inversion-FWI without cycle skipping-theory. In: *76th EAGE Conference and Exhibition 2014*. (cit. on p. 18.)
- Warner, M. and Guasch, L. [2015] Robust adaptive waveform inversion. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015*, Society of Exploration Geophysicists, 1059–1063. (cit. on p. 18.)
- Warner, M. and Guasch, L. [2016] Adaptive waveform inversion: Theory. *Geophysics*, **81**(6), R429–R445. (cit. on pp. 18 and 46.)
- Weibull, W.W. and Arntsen, B. [2014] Anisotropic migration velocity analysis using reverse-time migration Anisotropic RTM velocity analysis. *Geophysics*, **79**(1), R13–R25. (cit. on pp. 34, 55, and 132.)
- Williamson, P. [1991] A guide to the limits of resolution imposed by scattering in ray tomography. *Geophysics*, **56**(2), 202–207. (cit. on p. 62.)
- Woodward, M.J., Nichols, D., Zdraveva, O., Whitfield, P. and Johns, T. [2008] A decade of tomography. *Geophysics*, **73**(5), VE5–VE11. (cit. on pp. 14 and 23.)
- Wu, R.S., Luo, J. and Wu, B. [2014] Seismic envelope inversion and modulation signal model. *Geophysics*, **79**(3), WA13–WA24. (cit. on pp. 12 and 18.)
- Wu, Z. and Alkhalifah, T. [2015] Simultaneous inversion of the background velocity and the perturbation in full-waveform inversion. *Geophysics*, **80**(6), R317–R329. (cit. on pp. 14, 23, 63, and 152.)
- Xia, J., Miller, R.D. and Park, C.B. [1999] Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves. *Geophysics*, **64**(3), 691–700. (cit. on p. 5.)
- Xu, S., Chauris, H., Lambaré, G. and Noble, M. [2001] Common-angle migration: A strategy for imaging complex media. *Geophysics*, **66**(6), 1877–1894. (cit. on p. 27.)
- Xu, S., Wang, D., Chen, F., Lambaré, G. and Zhang, Y. [2012] Inversion on reflected seismic wave. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*, Society of Exploration Geophysicists, 1–7. (cit. on pp. 14, 23, and 47.)
- Xue, Z., Chen, Y., Fomel, S. and Sun, J. [2014] Imaging incomplete data and simultaneous-source data using least-squares reverse-time migration with shaping regularization. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014*, Society of Exploration Geophysicists, 3991–3996. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Yang, P., Brossier, R. and Virieux, J. [2016] Downsampling plus interpolation for wavefield reconstruction by reverse propagation. In: *78th EAGE Conference and Exhibition 2016*. (cit. on p. 139.)
- Yang, T. and Sava, P. [2011] Wave-equation migration velocity analysis with time-shift imaging. *Geophysical prospecting*, **59**(4), 635–650. (cit. on pp. 14 and 28.)
- Yang, T. and Sava, P. [2015] Image-domain wavefield tomography with extended common-image-point gathers. *Geophysical Prospecting*, **63**(5), 1086–1096. (cit. on

- p. 29.)
- Yilmaz, O. [1987] Seismic signal processing. *Society of exploration geophysicists*. (cit. on pp. 3, 14, and 24.)
- Zelt, C.A. and Barton, P.J. [1998] Three-dimensional seismic refraction tomography: A comparison of two methods applied to data from the Faeroe Basin. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **103**(B4), 7187–7210. (cit. on p. 22.)
- Zeng, C., Dong, S. and Wang, B. [2017] A guide to least-squares reverse time migration for subsalt imaging: Challenges and solutions. *Interpretation*, **5**(3), SN1–SN11. (cit. on p. 20.)
- Zhang, Y., Duan, L. and Xie, Y. [2014] A stable and practical implementation of least-squares reverse time migration. *Geophysics*, **80**(1), V23–V31. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Zhang, Y. and Sun, J. [2009] Practical issues of reverse time migration: True amplitude gathers, noise removal and harmonic-source encoding. In: *Beijing International Geophysical Conference and Exposition 2009: Beijing 2009 International Geophysical Conference and Exposition, Beijing, China, 24–27 April 2009*. Society of Exploration Geophysicists, 204–204. (cit. on p. 21.)
- Zhang, Y., Xu, S., Bleistein, N. and Zhang, G. [2007] True-amplitude, angle-domain, common-image gathers from one-way wave-equation migrations. *Geophysics*, **72**(1), S49–S58. (cit. on pp. 13, 20, and 21.)
- Zhang, Y., Zhang, G. and Bleistein, N. [2005] Theory of true-amplitude one-way wave equations and true-amplitude common-shot migration. *Geophysics*, **70**(4), E1–E10. (cit. on pp. 13 and 20.)
- Zhao, L., Jordan, T.H. and Chapman, C.H. [2000] Three-dimensional Fréchet differential kernels for seismic delay times. *Geophysical Journal International*, **141**(3), 558–576. (cit. on pp. 14 and 23.)
- Zhou, T., Chauris, H. and Audebert, F. [2019a] Optimal Surface and Subsurface Parameters for a Successful Migration Velocity Analysis. In: *81st EAGE Conference and Exhibition 2019*. (cit. on pp. xii, xviii, 33, 132, 142, 150, 154, 155, and 156.)
- Zhou, T., Chauris, H. and François, A. [2019b] Application of migration velocity analysis on a real data set. *Geophysics*, (in preparation). (Not cited.)
- Zhou, T., Chauris, H. and François, A. [2019c] Impact of user parameters in migration velocity analysis. *Geophysical prospecting*, (submitted). (cit. on pp. 136, 140, 142, 147, 150, 154, and 155.)
- Zhou, T., Chauris, H. and François, A. [2019d] Strategies for introducing transmitted waves in migration velocity analysis. *Geophysics*, (in preparation). (Not cited.)
- Zhou, W. [2016] *Velocity model building by full waveform inversion of early arrivals & reflections and case study with gas cloud effect*. Ph.D. thesis. (cit. on pp. 20 and 23.)
- Zhou, W., Brossier, R., Operto, S. and Virieux, J. [2015] Full waveform inversion of diving & reflected waves for velocity model building with impedance inversion based on scale separation. *Geophysical Journal International*, **202**(3), 1535–1554. (cit. on pp. 3, 9, 14, 23, 47, 99, and 124.)

RÉSUMÉ

L'imagerie sismique est la technique utilisée pour déterminer les structures du sous-sol à partir de signaux sismiques. L'un des paramètres les plus importants est le modèle de vitesse, qui peut être divisé en un macro-modèle contrôlant la cinématique de la propagation des ondes et les perturbations de vitesse. La migration construit l'image des perturbations de vitesse pour un macro-modèle donné. L'analyse de la vitesse de migration estime la qualité du macro-modèle à l'aide d'une fonction objective mesurant la focalisation de l'image. Le gradient de cette fonction objective par rapport au macro-modèle permet de trouver le macro-modèle optimal de manière itérative. La méthode a été améliorée récemment en remplaçant l'opérateur de migration par l'inverse au sens asymptotique dans le domaine de l'offset en profondeur.

Dans cette thèse, nous montrons que la qualité du gradient est sensible aux paramètres de l'utilisateur. Nous fournissons des règles pratiques pour assurer un gradient cohérent. Ces règles sont appliquées au modèle synthétique Marmousi.

Les développements récents proposent de prendre en compte les ondes transmises. Nous comparons différentes stratégies pour combiner les deux différents type d'ondes et recommandons d'appliquer un traitement spécifique.

Nous appliquons la méthode à un jeu de données réel marin fourni par Total. Nous proposons un schéma en deux étapes: après un premier essai de plusieurs itérations, nous ajustons les paramètres et relançons les itérations.

MOTS CLÉS

imagerie sismique, estimation de vitesse, analyse de vitesse par migration

ABSTRACT

Seismic imaging is the technique used to determine the structures of the subsurface from seismic signals. One of the most important parameters is the velocity model, that can be split into the macromodel controlling the kinematics of wave propagation and velocity perturbations. Migration builds the image of velocity perturbation for a given macromodel. Migration Velocity Analysis estimates the quality of the macromodel with an objective function measuring the focusing in the image domain. The gradient of this objective function with respect to the macromodel allows to find the optimal macromodel in an iterative way. The method has been improved recently by replacing the migration operator by the asymptotic inverse in the subsurface offset domain.

In this thesis, we show that the quality of the gradient is sensitive to the user parameters. We provide practical guidelines to ensure proper gradient. These guidelines are applied to the synthetic Marmousi model.

Recent developments propose to take into account the transmitted waves. We compare different strategies for combining the two different kinds of waves and recommend to apply a separate workflow.

We apply the method to a marine real data set provided by Total. We propose a two-step workflow: after a first try of several iterations, we adjust the parameters and restart the iterations.

KEYWORDS

seismic imaging, velocity estimation, migration velocity analysis