



HAL
open science

Étude physique des courses de natation

Charlie Prétot

► **To cite this version:**

Charlie Prétot. Étude physique des courses de natation. Mécanique des fluides [physics.class-ph].
École des Ponts ParisTech, 2022. Français. NNT : 2022ENPC0033 . tel-04010340

HAL Id: tel-04010340

<https://pastel.hal.science/tel-04010340v1>

Submitted on 1 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Étude physique des courses de natation

École doctorale Sciences, Ingénierie et Environnement (SIE)

Mécanique des fluides

Thèse préparée au Laboratoire d'hydraulique Saint-Venant (École des Ponts) et au Laboratoire d'hydrodynamique de l'École polytechnique

Thèse soutenue le 16 décembre 2022, par
Charlie PRÉTOT

Composition du jury:

François, GALLAIRE Professeur, École polytechnique fédérale de Lausanne	<i>Rapporteur</i>
Frédéric, MOISY Professeur, Université Paris-Saclay	<i>Rapporteur</i>
Paola, ZAMPARO Professeur, Università di Verona	<i>Présidente</i>
Caroline, MARTIN Maitre de conférence, Université de Rennes 2	<i>Examinatrice</i>
Céline, LEVERRIER CTN, Fédération Française de Natation	<i>Examinatrice</i>
Sébastien, BOYAVAL Chercheur HDR, École des Ponts	<i>Directeur de thèse</i>
Christophe, CLANET Directeur de recherche, École polytechnique	<i>Co-directeur de thèse</i>
Rémi, CARMIGNIANI Chercheur, École des Ponts	<i>Co-directeur de thèse</i>

Abstract

The objective is to better understand the physics of the different phases of a swimming race. We separate the pool into two zones : the zones close to the edge, where it is tolerated to be completely immersed, and the zones in the centre of the pool where the swimmer must be at the interface. The first part deals with the swimming phases. After a study of the resistances and the propulsion force, we give a model for the frequency-velocity relationship for swimming with aerial return, extensible to rowing sports such as kayaking. The second part deals with the non-swimming phases : the start and the turns. We analyse the different phases of the start : pushing on the pad, flying, passive aquatic phase, undulations and swimming on the surface. Following this separate analysis, we seek to optimise the complete start trajectory according to the individual parameters of each athlete. The same work is conducted for the turns, where we look for the optimal distance to the wall to perform the somersault, as well as the best underwater trajectory.

Keywords : swimming, propulsion, drag, frequency, optimisation

Résumé

L'objectif est de mieux comprendre la physique des différentes phases d'une course de natation. Nous séparons le bassin en deux zones : les zones proches du bord, où il est toléré d'être complètement immergé, et les zones au centre du bassin où le nageur doit se situer à l'interface. La première partie porte sur les phases nagées. Après une étude des résistances et de la force de propulsion, nous donnons un modèle pour la relation fréquence-vitesse pour les nages avec retour aérien, extensible aux sports à rame comme le kayak. La seconde partie porte sur les phases non nagées : le départ et les virages. Nous analysons les différentes phases du départ : poussée sur le plot, vol, phase aquatique passive, ondulations et nage à la surface. A la suite à cette analyse distincte, nous cherchons à optimiser la trajectoire de départ complète en fonction des paramètres individuels de chaque athlète. Le même travail est conduit pour les virages, où nous cherchons la distance optimale au mur lors de la culbute, ainsi que la meilleure trajectoire de coulée.

Mots clés : natation, propulsion, résistances, fréquence, optimisation

Remerciements

Je souhaite d'abord remercier tous les membres du jury. Merci à François Gallaire et Frédéric Moisy d'avoir accepté d'être rapporteur et d'avoir soulevé les points qui mériteraient d'être approfondis pour poursuivre les travaux de cette thèse. Je tiens également à remercier Paola Zamparo d'avoir fait le déplacement d'Italie. Merci Caroline Martin d'avoir accepté d'être dans ce jury également. Enfin, merci à Céline d'avoir accepté de représenter la Fédération Française de Natation.

Merci à la Fédération Française de Natation et la Fédération Française Handisport pour la confiance. Robin et David, vous avez parfaitement fait l'intermédiaire entre nos travaux et les entraîneurs. Merci également à Sami d'avoir fait l'intermédiaire avec les nageurs de l'équipe de France handisport.

Merci à l'ANR NePTUNE et la Fondation EDF pour le financement d'une partie de ces travaux.

Merci à Christophe. Tu aurais pu m'abandonner à Nevers après la tentative infructueuse de thèse sur le vélo. Au lieu de cela, tu m'as conseillé le sujet sur la natation. Pendant ces plus de trois ans, je n'ai cessé de progresser suite à tes conseils et tes idées, toujours originales et pas toujours réalisables.

Un immense merci à Rémi. Accepter un thésard sans jamais ne l'avoir rencontré était un pari que tu as accepté de faire, et je t'en remercie une nouvelle fois. Ces quelques lignes ne suffiront pas à souligner l'importance que tu as eu dans ces travaux. Et merci d'avoir sacrifié un mois de vacances pour développer un réseau de neurones qui a tant servi pour cette thèse.

Merci Sébastien d'avoir accepté d'être le directeur de thèse officiel, et pour ton aide lors de la préparation de la soutenance.

Merci à tous les membres du préfa que j'ai pu cotoyer. Ambre, Pierre, Thibault, pour l'accueil lors des premiers mois. Hector et Alice, j'espère que votre fin de thèse se déroulera bien. Merci à Antoine pour ces trois ans de voisinage de bureau, et désolé de tévoir fait subir nos goûts musicaux discutables.

Merci à Benjamin et Juliette pour le soutien mental lors de ces trois années. Même dans les moments difficiles de la thèse (cliquer sur des articulations pendant une semaine), vous étiez là pour choisir la musique qui allait me redonner de la motivation.

Merci à tous les stagiaires que j'ai pu encadrer. Kémil, Vincent, et Loup, vous avez chacun contribué à cette thèse. Mention spéciale à Thomas qui prendra la suite de ces travaux et à qui je souhaite tout le meilleur.

Merci à Guilhem pour la confiance dans l'encadrement de l'équipe de l'X lors de l'IPT. Année après année, nous avons progressé avec Mylène, jusqu'à remporter le tournoi en Colombie la dernière année, ce qui restera un souvenir important de mes trois années de thèse. Merci aux élèves pour leur motivation et leur implication. Merci également à Fabian, pour les discussions lors des trois années.

Merci à tous les membres du laboratoire Saint-Venant pour l'accueil lors de mes (trop rares) visites à Chatou. Merci à Baptiste pour ton soutien précieux lors des manips aux quatre coins de la France.

Merci au LadHyX pour l'accueil pendant ces trois années. Merci Caro pour toutes nos discussions vélo et biathlon. Merci à Pierre et Tom pour ces trois années communes de doctorat. Merci à tous les autres personnes que j'ai pu croiser, doctorants, stagiaires ou permanents.

Merci à tous les membres du club d'athlétisme d'Orsay. La course à pied, malgré les quelques blessures, m'a permis de garder un équilibre physique et mental pendant ces trois années. Mention spéciale au coach Patrick Moro qui m'a proposé de préparer un marathon pendant la rédaction du manuscrit, et à Romain et Nico avec qui j'ai beaucoup couru.

Merci à tous mes amis pour les différents moments partagés. Merci Juliette et Seb pour les week-ends ski de fond. Merci Louise, Camille, Alice, Arnaud, Raphaël pour les vacances à Font-Romeu. Luc, Clément pour tous les bons momemnts à Besançon, et à Lausanne.

Merci à ma famille pour son soutien sans faille. Merci à mes parents et mon frère. Le confinement aura eu le mérite de nous redonner l'occasion de vivre à 4, et cela restera comme un bon moment en famille. Merci à mes grand-parents ainsi que tous mes cousins, cousines, oncles et tantes pour les moments de partage en famille. Merci Samuel et Claire pour l'accueil lors des nombreux week-ends passés à Bures sur Yvette.

Merci à Valentine. Tu as beaucoup contribué à ce que la soutenance se passe dans les meilleures conditions. Merci d'être là au quotidien, pour tous nos moments partagés, et notamment nos week-ends / vacances pas vraiment reposants. Ce n'est que le début !

Table des matières

Introduction	1
Chapitre 1 Mesure et capture du mouvement en natation	11
1.1 La capture du mouvement dans le sport : revue de littérature	12
1.2 Mesure de la vitesse instantanée : le capteur fil tendu	15
1.3 Utilisation des centrales inertielle pour la reconstruction du mouvement des bras	20
1.4 Tracking et intelligence artificielle	28
Chapitre 2 Force de propulsion et forces de résistance en natation	35
2.1 Équation du mouvement et motivations théoriques	36
2.2 Étude des résistances : le test de traction	39
2.3 Évaluation de la propulsion : la nage attachée	49
2.4 Traînée active et force de propulsion : le départ arrêté	53
Chapitre 3 Relation fréquence - vitesse en natation et en kayak	61
3.1 Les relations fréquence-vitesse dans les sports de course	62
3.2 État de l’art en kayak et natation	63
3.3 Dispositif expérimental : Le test de 10 × 25 mètres progressif	65
3.4 Résultats expérimentaux	70
3.5 Modélisation physique	75
3.6 Discussion sur l’efficacité	82
3.7 La relation fréquence-vitesse dans les autres styles de nage	83
3.8 La relation fréquence-vitesse en kayak	84
3.9 Conclusion et perspectives	87
Chapitre 4 Étude des différentes phases du départ	89
4.1 Le départ, instant clé des courses de sprint	90
4.2 Étude de la partie aérienne	93
4.3 Phase aquatique passive	99
4.4 Ondulations et reprise de nage	106
4.5 Modèle sur la phase aquatique complète	112
Chapitre 5 Optimisation globale du départ	117
5.1 Observations préliminaires	118
5.2 Définition de l’optimisation	119
5.3 Optimisation de la phase aquatique	120
5.4 Recherche de l’angle de décollage optimal	127
5.5 Modification de l’angle de décollage en relais	128
Chapitre 6 Étude du virage	133
6.1 Déroulement d’un virage de crawl	135
6.2 Les différentes composantes du “Boost du virage”	136
6.3 Position optimale pour enclencher le virage	138
6.4 Optimisation de la trajectoire de virage	139

Conclusion	143
Annexes	147
Annexe A	Utilisation des quaternions pour l'intégration du mouvement 149
A.1	Introduction aux quaternions 150
A.2	Équivalence rotation / quaternion unitaire 150
A.3	Intégration du mouvement 150
Annexe B	La relation fréquence - vitesse en course à pied 153
B.1	Contexte 154
B.2	Protocole expérimental 154
B.3	Résultats 155
B.4	Comparaison avec la natation 155
Annexe C	Etude physique du kayak 157
Bibliographie	177

INTRODUCTION

Le sport de haut-niveau peut se jouer sur des détails. Aux Jeux Olympiques de 2008, Michael Phelps a remporté le 100 mètres papillon avec une avance de 0.01 secondes sur Milorad Čavić, soit un écart de 0.02 % sur le temps final (figure 1). La moindre amélioration du nageur est bonne à prendre et peut permettre de passer d'une quatrième place à une médaille de bronze, ou d'une médaille d'argent à une médaille d'or.



FIGURE 1 – Arrivée du 100 mètres papillon des Jeux Olympiques de Pékin en 2008. Michael Phelps (à gauche) l’emporte avec 0.01 secondes d’avance devant Milorad Čavić (à droite) [1].

Le physicien peut aider les sportifs dans cette quête d’amélioration. En établissant les modèles physiques qui décrivent le mouvement sportif, il est possible ensuite de chercher des optima, et de les comparer aux stratégies utilisées en compétition. La physique du sport lie deux univers a priori opposés. Les sportifs (entraîneurs et athlètes) observent la concurrence et se regardent finement. Ils tentent des innovations régulièrement. Quand cela fonctionne, ces innovations répétées voire appliquer à d’autres athlètes. Le physicien cherche en plus à l’expliquer, le mesurer, le modéliser à partir de lois (les plus simples possibles). Cela permet d’identifier les paramètres importants, de comparer, d’adapter et d’optimiser. Initialement, entraîneurs et physiciens ne parlent pas le même langage. Il est donc indispensable de partir du terrain, identifier une question, la traduire en question physique et définir un vocabulaire commun. De plus, les temps caractéristiques des deux milieux sont très différents. Pour établir un modèle physique, il est nécessaire d’analyser les résultats et de prendre du recul, ce qui nécessite plusieurs mois voire années. En revanche, les entraîneurs et sportifs ont des échéances très régulières, et leur statut peut être remis en cause en cas de saison blanche (perte du statut de sportif de haut-niveau, changement d’entraîneur). Malgré ces divergences, la collaboration entre sportifs et physiciens peut être la source de progression pour chacun. Les modèles physiques permettent de trouver des optima potentiellement éloignés des stratégies observées en compétition, qui prennent en compte la spécificité de chaque athlète (modèle sur-mesure). Cela peut être la source de nouvelles idées pour les entraîneurs. Réciproquement, les expériences réalisées avec les sportifs ainsi que l’expertise des entraîneurs permettent de guider le physicien dans sa modélisation, afin de se concentrer sur les paramètres intéressants.

Suite à ce constat, SCIENCES²⁰²⁴ a été lancé le 1er septembre 2018 [2]. Ce programme regroupe 11 établissements d’enseignement supérieur français parmi lesquels l’École des Ponts et l’École polytechnique, membres fondateurs. Près de quinze fédérations sportives sont également impliquées dans le projet. La Fédération Française de Natation et la Fédération

Handisport en font partie. Cette thèse vise à utiliser les lois de la physique pour aider les athlètes français dans les épreuves de natation aux Jeux Olympiques et Paralympiques.

La natation aux Jeux Olympiques

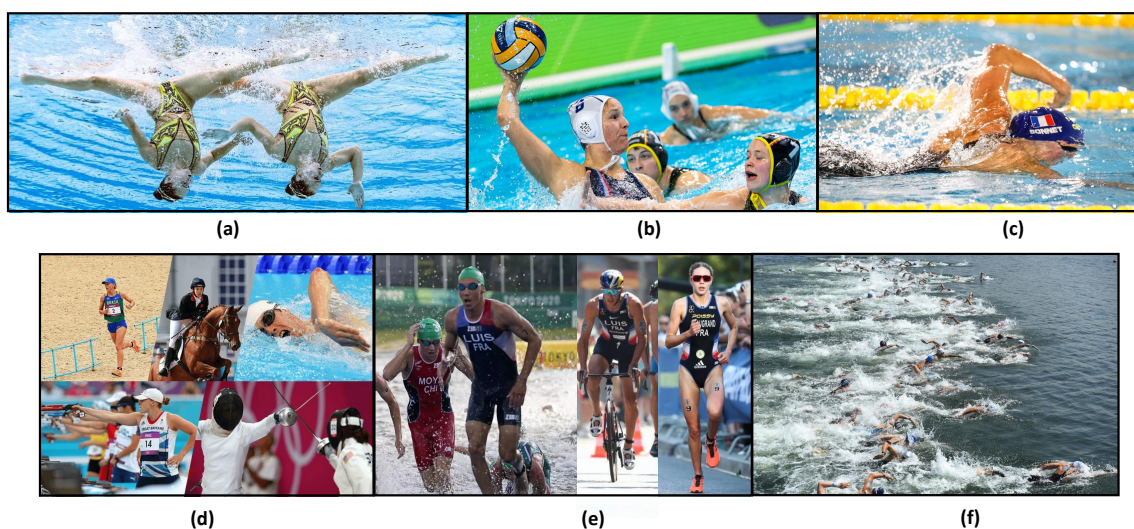


FIGURE 2 – Disciplines présentes aux Jeux Olympiques pour lesquelles il est nécessaire de nager. (a) Natation artistique [3] (b) Water-Polo [4] (c) Natation course [5] (d) Pentathlon moderne [6] (e) Triathlon [7] (f) Natation en eau libre [8].

La natation est présente aux Jeux Olympiques depuis les premiers Jeux Olympiques modernes (1896). Actuellement, d’après la liste officielle du Comité International Olympique [9], il est nécessaire de nager dans 6 sports : la natation artistique, le water-polo, la natation course, le pentathlon moderne, le triathlon et la natation marathon. (figure 2). Comme nous nous concentrons sur les sports de course, le water-polo et la natation artistique ne seront pas concernés par nos travaux. Les pentathlètes doivent nager un 200 mètres nage libre en bassin (les autres épreuves sont l’escrime, l’équitation, le tir et la course à pied). Les triathlètes nagent 1.5 kilomètres en eau libre, avant d’effectuer 40 kilomètres de cyclisme sur route puis 10 kilomètres de course à pied. La “natation marathon” est une course en eau libre de 10 kilomètres.

Sur la table 1, nous listons les 35 épreuves de “natation course” aux Jeux Olympiques. En comparaison, la somme des épreuves en triathlon (3), en pentathlon moderne (2) et en natation marathon (2) correspond à 7 épreuves. Compte tenu de la différence de médailles potentielles, nous étudierons en priorité les courses en bassin, sachant que les épreuves combinées dépendent également des autres disciplines. Nos travaux sont transposables à la course de natation du pentathlon, qui s’effectue en bassin. Nous n’étudions pas la nage en peloton, donc la partie natation du triathlon et la course de 10 km en eau libre ne seront pas notre priorité. Certains éléments concernant la dynamique de nage peuvent s’appliquer pour les épreuves d’eau libre.

Les différents styles de nage sont illustrés sur la figure 3. Sur les 35 épreuves, on compte 23

100 Dos	200 Dos	100 Papillon	200 Papillon	100 Brasse	200 Brasse
50 NL	100 NL	200 NL	400 NL	800 NL	1500 NL
4 × 100 NL	4 × 200 NL	200 4 Nages	400 4 Nages	4 × 100 4N	

TABLEAU 1 – Distances (en mètres) et styles de nage des courses de natation en bassin au programme des Jeux Olympiques 2024. Il existe une épreuve homme et femme pour chaque distance. Le relais 4 × 100 mètres 4 nages a également une version mixte depuis 2020. On compte donc 35 épreuves, dont 16 exclusivement en crawl et 23 avec au moins une partie en crawl.

épreuves avec au moins une partie en crawl et 16 épreuves exclusivement en crawl (table 1). Pour cette raison, nous nous focaliserons en priorité sur cette technique de nage, en élargissant aux autres styles de nage quand cela est possible.

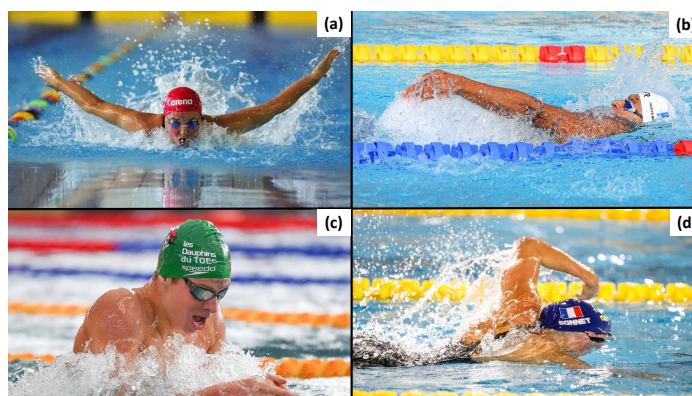


FIGURE 3 – Illustration des quatre styles de nage lors des compétitions de natation. (a) Papillon [10]. (b) Dos [11]. (c) Brasse [12]. (d) Crawl [5].

Dimensions du bassin et règlement

Le bassin mesure 50 mètres (figure 4). Il est découpé en 10 lignes d'eau, chacune d'une largeur de 2.5 mètres. Pour éviter les réflexions de vague contre le mur, les deux lignes extérieures sont laissées libres. Suivant les styles de nage, les règles du départ et du virage diffèrent. D'après le règlement international [13], les nageurs sont autorisés à rester sous l'eau pendant les 15 mètres qui suivent le départ et le virage. La distance est jugée au niveau de la position de la tête. Dans notre volonté de décrire la course de natation du départ à l'arrivée, nous séparons donc le bassin en deux zones : les zones proches du mur qui concernent le départ et le virage et les zones au centre du bassin, où le nageur reste à la surface.

Objectifs de la thèse

Les discussions avec la Fédération Française de Natation (responsables scientifiques et entraîneurs) ont fait émerger deux questions principales. La première concerne la recherche

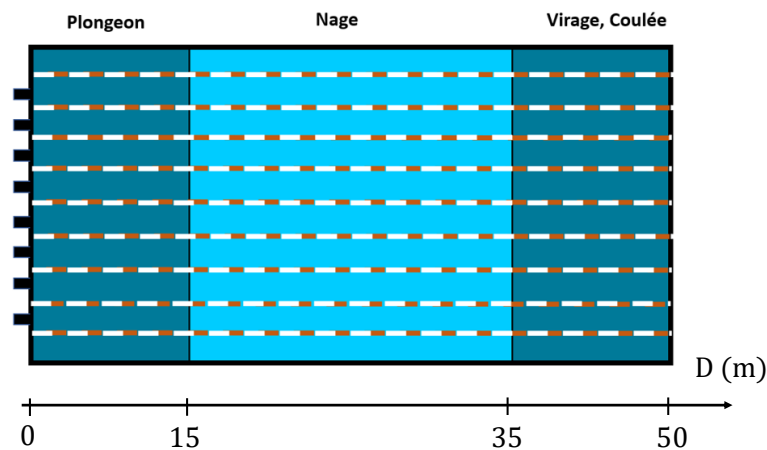


FIGURE 4 – Représentation schématique d’un bassin olympique. Après le départ et le virage, il est autorisé d’être sous le niveau de la surface sur une distance de 15 mètres. Nous découpons donc le bassin en deux zones : le centre du bassin (en bleu clair) et les zones proches du mur (en bleu foncé).

de la fréquence de nage optimale. La volonté de l’entraîneur est de trouver la fréquence qui permet à son nageur d’être le plus efficace possible. Il faut donc être capable de modéliser l’évolution de la vitesse en fonction de la fréquence. Ensuite, l’étude des mouvements de bras du nageur doit permettre de déterminer si une fréquence d’efficacité optimale existe. Cette question concerne les phases de nage à la surface (au centre du bassin sur la figure 4).

La seconde question est plus large et concerne les phases “non nagées” (départ et virage). L’objectif est de travailler spécifiquement ce point en vue des Jeux Olympiques de Paris. La méthode pour évaluer un départ est généralement de mesurer le temps pour effectuer les 15 premiers mètres. On mélange ainsi la poussée sur le plot, la phase d’ondulation et la reprise de nage. Le premier objectif est donc de mesurer précisément une trajectoire de départ. Ensuite, on peut séparer la trajectoire en différentes phases, et donc évaluer le nageur phase par phase. Ces évaluations permettent de décrire le nageur par un certain nombre de paramètres. Ces paramètres doivent ensuite être les variables d’entrée d’un modèle d’optimisation du virage et du départ.

État de l’art

Relation fréquence-vitesse et évaluation de l’efficacité

Hay a étudié les relations fréquence-vitesse dans différents sports dont la natation [14]. Les résultats présentés montrent une diminution de la distance par cycle avec l’augmentation de la vitesse, sans donner de justification théorique à cela.

Nous recensons dans la littérature scientifique sur la natation deux indices qui évaluent la technique d’un nageur (et donc son efficacité). Un premier est l’indice de nage (IdN), défini par Costill et al. en 1985 [15]. Il s’agit du produit de la vitesse de nage moyenne (V) et de la distance par cycle (SL) ($IdN=V SL$). D’après Costill, il s’agit d’un indicateur de

l'économie de nage (quantité d'énergie consommée à une vitesse donnée) puisqu'il représente la capacité d'un athlète à nager à une certaine vitesse avec le moins de coups de bras possible.

Plus récemment (en 2000), Chollet et al. ont défini un indice de coordination qui permet de quantifier la proportion des phases de glisse du nageur en fonction de sa vitesse [16]. Ce nombre sans dimension s'écrit :

$$\text{IdC} = \frac{-t_c}{T}, \quad (1)$$

où T est la période du cycle et t_c est le temps de glisse. En cas de mode de coordination "rattrapé" (figure 5-A), il existe un temps de glisse entre la propulsion de chaque bras. Le temps de glisse t_c est positif et l'indice de coordination est donc négatif. En cas de "superposition" (figure 5-B), la propulsion d'un bras commence avant que l'autre bras ne sorte de l'eau. En écrivant t_d et t_g les temps de propulsion à droite et à gauche, on définit un temps de glisse négatif t_c tel que $t_R + t_L + t_c = T$. L'indice de coordination est donc positif. Le cas limite entre le rattrapé et la superposition ($\text{IdC}=0$) est appelé la nage en opposition : le bras $i+1$ commence sa propulsion à l'instant où la propulsion du bras i se termine. D'après Chollet et al., l'indice de coordination augmente avec la vitesse. De plus, il permet d'évaluer le niveau d'expertise d'un nageur. Il est techniquement difficile d'atteindre des indices de nage positifs.

Départ et virages

Vantorre a effectué une revue de littérature sur les études biomécaniques existantes sur le départ en natation en 2014 [18]. Le départ est souvent découpé en trois phases : la poussée sur le plot, la phase de vol et la phase aquatique.

La phase de poussée sur le plot permet au nageur d'acquies sa vitesse. Il faut trouver un compromis entre ne pas perdre trop de temps et avoir une vitesse de décollage suffisante [19]. Takeda et al. ont travaillé sur l'angle de décollage, en comparant la vitesse de décollage et la distance de vol des nageurs entre leur départ naturel et un angle "plus vers le bas" [20]. Diminuer l'angle de décollage augmente la vitesse de décollage et réduit la distance de vol. L'influence sur le temps final n'est pas discutée.

Ensuite, la phase de vol commence au décollage du pied avant et se termine lorsque les mains rentrent dans l'eau [21]. La distance de vol est l'une des variables les plus déterminantes dans la performance d'un départ [22]. Toutefois, l'objectif lors de la phase de vol ne doit pas être d'aller le plus loin possible, mais de préparer une entrée dans l'eau propre [23].

En entrant dans l'eau, le nageur doit rester le plus profilé possible pour minimiser la perte de vitesse [18]. La glisse du nageur lors de cette phase passive peut être évaluée en tractant le nageur à différentes vitesses [24]. Passée une certaine vitesse, le nageur doit "activer" ses ondulations. Lyttle et al. ont travaillé sur la vitesse d'activation optimale de ces ondulations [25]. Le résultat est une gamme de vitesses d'activation optimale moyenne sur l'échantillon de nageurs testés (autour de 2.5 mètres par seconde). La vitesse d'activation fournie est valable pour une trajectoire en ligne droite, alors que les trajectoires de virage et de départ sont courbées.

Les études sur le virage sont moins nombreuses. La plupart se concentre sur des comparaisons de performance en virage (longueur de coulée, temps du virage) [26, 27, 28, 29]. Il est difficile de comparer ces études entre elles puisque la définition du début du virage et de sa

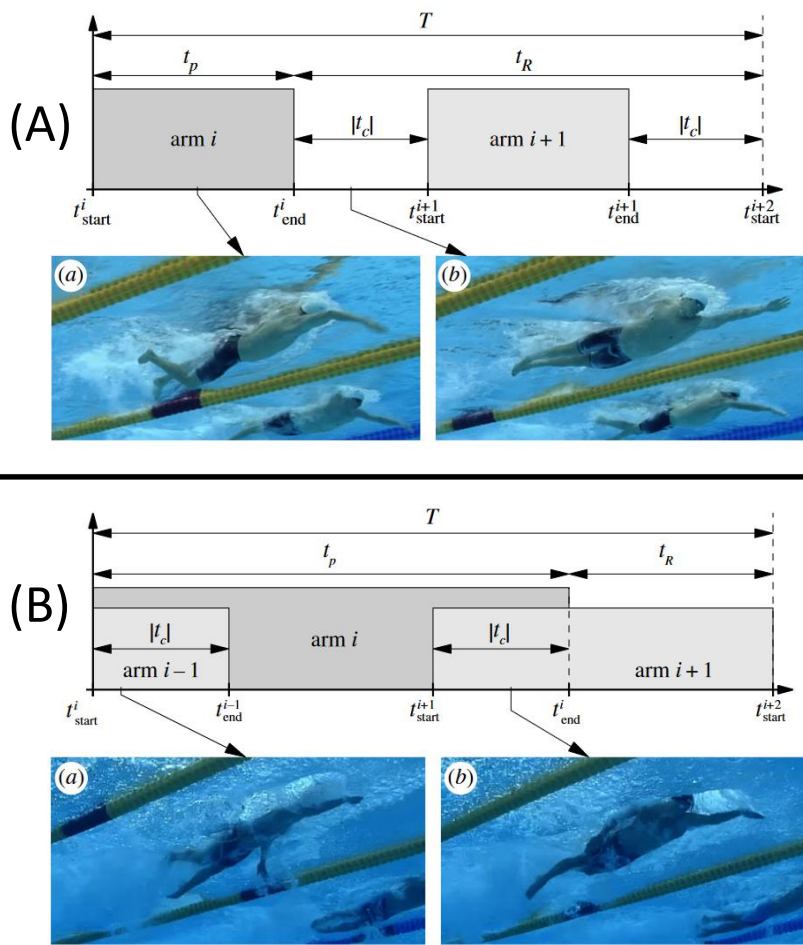


FIGURE 5 – (A) Mode de coordination en rattrapé ($IdC < 0$). La propulsion du bras $i+1$ commence après la fin de propulsion du bras i . (B) Mode de coordination en superposition ($IdC > 0$). La propulsion du bras $i+1$ commence avant la fin de propulsion du bras i . Les figures sont issues des travaux de Carmignani et al. [17].

fin ne font pas l'unanimité [30].

Les travaux cités étudient des phases séparées du départ ou du virage. Toutefois, les différentes phases sont dépendantes les unes des autres. Suivant l'angle de décollage, la vitesse et l'angle d'entrée dans l'eau seront différents. En fonction de la vitesse d'entrée dans l'eau et de la vitesse d'activation, la profondeur maximale peut varier également. Il serait donc souhaitable d'avoir un modèle global qui couvre la totalité du départ (les quinze premiers mètres) ou du virage.

Méthode générale

Partant du constat que chaque athlète possède ses propres caractéristiques (taille, masse, vitesse de coulée, force de propulsion), nous cherchons un modèle “sur-mesure” qui s'adapte aux caractéristiques de chaque athlète. Par exemple, on ne donnera pas la trajectoire de départ optimale pour tous les nageurs mais une trajectoire optimale par nageur. Il s'agit

d'identifier les paramètres “physiques” pertinents et d'établir des méthodes simples pour les évaluer afin de s'adapter à chaque athlète.

Pour ces raisons, nous nous efforcerons de présenter les résultats individuels. L'objectif est de prendre en compte les singularités de chacun. Comme les athlètes ne sont pas regroupés et moyennés, il faut se soucier de deux points principaux. D'une part, il faut être le plus précis possible. D'autre part, le geste sportif doit être maîtrisé et répétable. Les athlètes que nous étudions sont pour la plupart des athlètes de haut-niveau (internationaux, finalistes aux Jeux Olympiques, médaillés aux championnats d'Europe et du Monde). Cela nous assure de la maîtrise du geste sportif. Notre échantillon de nageurs reste faible. Nous ne recourons pas à des outils statistiques mais cherchons à développer des modèles physiques le plus généralisables possible.

Structure du manuscrit

Cette thèse comporte six chapitres qui s'organisent de la manière suivante.

Dans un premier temps, nous définissons nos méthodes d'analyse du mouvement. Pour les deux questions posées, avant de chercher une quelconque modélisation, nous devons être capable de mesurer le mouvement (vitesse de nage, de bras, trajectoire aquatique). Cette étape est incontournable pour valider les modèles ensuite. Comme tous les chapitres suivants nécessitent ces outils, nous commençons par les présenter. Nous détaillons à la fois les méthodes pour connaître la vitesse du centre de masse du nageur ainsi que celles qui permettent de décrire les mouvements internes (cycles de bras, battements de jambes).

Le second chapitre traite de la dynamique de nage. Nous évaluons séparément les forces de propulsion et de résistance. Nous caractérisons précisément la trainée passive du nageur à la surface et donnons son évolution avec la profondeur. La fin du chapitre est consacrée à l'étude de la trainée active. Cette étude dynamique est nécessaire à la suite des travaux. Ainsi nous posons les bases des modèles qui seront établis plus tard.

Les chapitres 2 et 3 traitent des phases de nage à la surface. Le chapitre 2 traite de la relation fréquence-vitesse. Nous présentons d'abord la manière d'établir le profil fréquence-vitesse d'un nageur. Nous mettons en évidence la présence de deux régimes dans les styles de nage avec retour aérien, puis nous modélisons ces deux régimes. La même étude est effectuée en kayak.

Les trois derniers chapitres traitent des phases proches des bords du bassin. Dans le chapitre 4, nous étudions le départ étape par étape : poussée sur le plot, vol, phase aquatique passive, ondulation, nage de surface. Pour chaque phase, nous déterminons les paramètres nécessaires pour décrire le mouvement du nageur, ainsi que la manière d'évaluer ces paramètres pour chaque nageur.

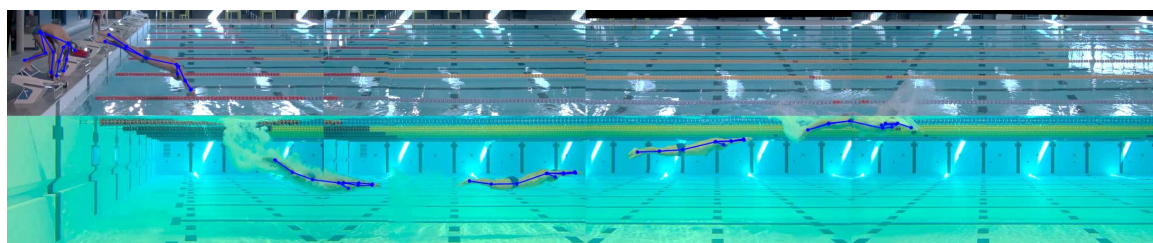
Le chapitre 5 utilise les modèles mis en évidence dans le chapitre précédent afin de chercher la trajectoire de départ optimale. Nous répondons aux questions suivantes : Quel est l'angle de décollage optimal ? Quand le nageur doit-il activer ses ondulations ?

Enfin, le dernier chapitre traite du virage. Le travail effectué sur le départ peut être adapté au virage. La question supplémentaire pour le virage concerne la distance optimale au mur pour effectuer la culbute.

1

MESURE ET CAPTURE DU MOUVEMENT EN NATATION

Dans ce chapitre, nous détaillons les moyens de mesure utilisés : mesure de la vitesse instantanée, centrales inertielles, dispositif de caméras fixes permettant l'analyse du mouvement. Ces différents outils nécessitent une phase de calibration avant de pouvoir être utilisés.



Sommaire

1.1	La capture du mouvement dans le sport : revue de littérature . . .	12
1.2	Mesure de la vitesse instantanée : le capteur fil tendu	15
1.3	Utilisation des centrales inertielles pour la reconstruction du mouvement des bras	20
1.4	Tracking et intelligence artificielle	28

1.1 La capture du mouvement dans le sport : revue de littérature

La recherche dans le domaine du sport nécessite de mesurer le mouvement humain. Nous voulons connaître la trajectoire du sportif, la manière dont ses jambes bougent, la vitesse angulaire au niveau des différentes articulations, afin ensuite de comparer nos modèles avec ce qui est mesuré sur le terrain.

1.1.1 Vitesse et fréquence

Les outils d'analyse du mouvement ont des coûts et des précisions très variables. Ainsi, avec un chronomètre et un mètre, il est possible d'analyser la fréquence et la vitesse d'un mouvement humain (vitesse et fréquence de pédalage en cyclisme, vitesse et cadence de bras en natation, en aviron ou en kayak). C'est ainsi que la majorité des entraîneurs mesure la vitesse de leurs athlètes (le mètre est souvent remplacé par des repères connus, tels que des lignes au sol sur une piste d'athlétisme, ou des marques sur les lignes d'eau en natation). Cela fonctionne pour mesurer la vitesse moyenne sur plusieurs cycles de locomotion. L'utilisation de radars permet quant à elle de mesurer la vitesse instantanée. Ce signal de vitesse instantanée peut ensuite faire l'objet d'une analyse spectrale pour déterminer la fréquence du mouvement. Cela fonctionne très bien pour des mouvements à faible fréquence comme la marche ([31, 32]).

1.1.2 Mouvement des segments

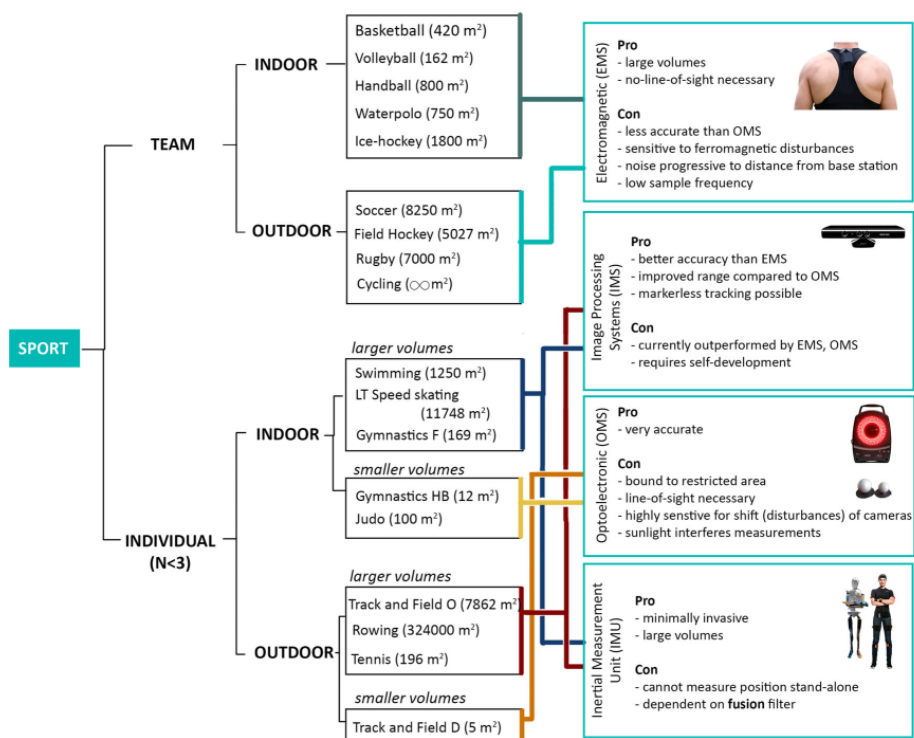
Certaines analyses nécessitent des données plus fines que la vitesse et la fréquence globale du geste. On veut par exemple les vitesses angulaires au niveau de certaines articulations, ou la vitesse d'un segment. Pour cela, il est donc nécessaire de connaître les positions des articulations. En d'autres termes, nous devons être capable d'avoir l'évolution du "squelette" de l'athlète.

En fonction du type de sport (individuel, collectif), de l'environnement (intérieur, extérieur), et du type de mesure (évaluation à l'entraînement, compétition), les contraintes sont différentes. Sur la figure 1.1, Van der Kruk et Reijne comparent les différentes solutions pour les différents sports.

Pour les sports individuels, trois outils permettent de reconstruire la position du squelette humain.

Les systèmes optoélectroniques. Il s'agit du système le plus précis. Les athlètes sont équipés de marqueurs réfléchissants. On utilise plusieurs caméras (8 caméras pour un volume de 5 mètres par 5 mètres). Après une phase de calibration du volume (il faut connaître la position des caméras dans l'espace), chaque caméra détecte les marqueurs réfléchissants. Comme chaque marqueur est vu par plusieurs caméras, il est possible de connaître la position de chaque marqueur dans l'espace. C'est de cette manière que sont réalisés certains films en image de synthèse, comme le film *Avatar* (figure 1.4).

Comme mentionné sur la figure 1.1, les volumes couverts par les systèmes optoélectroniques sont petits. On ne pourra pas couvrir la totalité d'une course de natation : ces systèmes



Chp 1

FIGURE 1.1 – Analyse des différents moyens d’analyse du mouvement humain dans le sport par Van der Kruk et Reijne ([33]).



FIGURE 1.2 – Tournage du film *Avatar* [34]. Les marqueurs réfléchissants sont fixés sur la combinaison et sur les gants des acteurs.

permettent uniquement l’analyse d’un cycle.

L’analyse est très longue. En effet, il faut labéliser chaque marqueur a posteriori. Au moment de la capture, le logiciel n’est pas capable de distinguer si le marqueur reconnu correspond à la cheville ou au genou. De plus, il faut placer tous les marqueurs sur l’athlète, et les retirer à l’issue des expériences.

Enfin, ce système est très sensible aux réflexions de la lumière du soleil. Les expériences sur les mouvements terrestres peuvent souvent être faites dans des salles closes sans lumières extérieures. Pour la natation, ces conditions ne peuvent pas toujours être réunies, ce qui rend l'utilisation des systèmes optoélectroniques difficile.

L'analyse vidéo sans marqueurs. Les marqueurs réfléchissants sont facilement détectables par la caméra optoélectronique. Le cerveau humain arrive à détecter la position et l'orientation des articulations en regardant un mouvement humain. Grâce à des méthodes de vision par ordinateur (ou *Computer Vision*), nous pouvons donc envisager apprendre à un ordinateur à comprendre où se placent les différentes articulations à partir d'images de mouvement humain. C'est le principe des analyses sans marqueurs (ou *markerless*). Parmi les outils principaux, nous pouvons citer *Openpose* [35] et *Theia* (figure 1.3).



FIGURE 1.3 – Système de capture du mouvement sans marqueurs *Theia*.

Les centrales inertielle ou IMU (Inertial Measurement Unit) Il est également envisageable d'équiper l'athlète de centrales inertielle. Une centrale inertielle donne l'accélération instantanée sur 3 axes, ainsi que les 3 vitesses angulaires. Grâce à des filtres de fusion, il est ensuite possible d'intégrer les données afin de trouver la position des différents segments au cours du temps.

Cela permet de couvrir un plus grand volume que les deux systèmes précédents. De plus, il n'est pas nécessaire d'installer de caméras : ce système est donc beaucoup plus facilement transportable.

Pour mesurer des vitesses angulaires, il est aussi précis de directement utiliser des centrales inertielle que de dériver la position obtenue grâce aux systèmes optoélectroniques [36]. En revanche, pour obtenir la position, l'intégration fait perdre en précision.

Après cette introduction sur les principales méthodes d'analyse du mouvement existantes, nous détaillons désormais les dispositifs de mesure que nous utiliserons au cours de nos travaux pour mesurer les différentes grandeurs physiques en jeu.

1.2 Mesure de la vitesse instantanée : le capteur fil tendu

Pour étudier la dynamique de la nage, il est nécessaire de mesurer la vitesse de nage. Les entraîneurs ont l'habitude de mesurer les vitesses uniquement avec un chronomètre, sachant que les piscines sont équipées de repères (figure 1.4). Cette méthode est peu précise. Il peut également être envisagé de filmer les passages et de mesurer les vitesses grâce aux vidéos a posteriori. Cette méthode est plus précise mais chronophage, puisqu'il faut agir manuellement sur chaque essai.

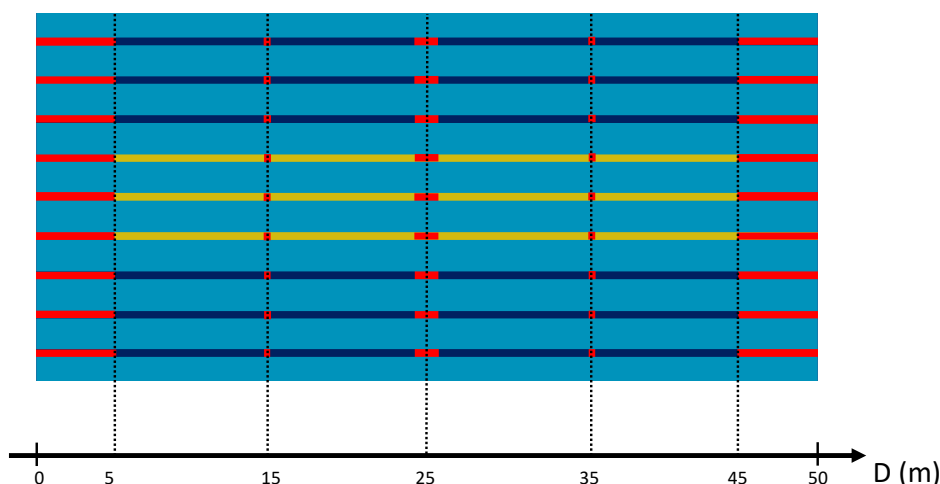


FIGURE 1.4 – Différents repères observables sur les lignes d'eau d'un bassin de 50 mètres.

Nous nous sommes inspirés d'un système de mesure plus précis, avec un système de calcul de la vitesse automatique : le *Speedometer* ([37]). L'athlète nage attaché à un fil grâce à une ceinture. Grâce à un léger frein dans le système, le fil reste toujours tendu. La ceinture étant proche du centre de masse du nageur, nous pouvons estimer la vitesse de déplacement instantanée du nageur.

L'objectif est de mesurer des vitesses sur des longueurs atteignant 25 mètres. Nous avons donc un fil d'une longueur de 30 mètres, enroulé sur un cylindre de stockage (voir figure 1.5). Le fil passe par un second cylindre, qui permet de mesurer la vitesse. Le fil étant enroulé sur une unique épaisseur, le rayon apparent R_1 du cylindre ne fluctue pas, ce qui serait le cas si l'enroulement était sur plusieurs épaisseurs. Nous pouvons donc écrire la vitesse de nage V_{nage} en fonction de la vitesse de rotation du cylindre de mesure ω_1 : $V_{nage} = R_1\omega_1$

1.2.1 Méthode de mesure de la vitesse

La vitesse de rotation est mesurée grâce à une photodiode et des obstacles qui coupent la photodiode (voir figure 1.5). Un anneau composé de $n = 8$ obstacles est placé sur le cylindre de mesure, faisant face à une photodiode. Grâce à une carte d'acquisition *MCC USB-1608G*, la tension aux bornes de la photodiode est mesurée avec une fréquence d'acquisition $f = 30$ kHz. Si la photodiode reçoit son maximum de lumière, la tension vaut 0 V. Au contraire, lorsque la lumière reçue par la photodiode est très faible, la tension vaut 5 V. Lorsque le cylindre tourne, le signal électrique est en "créneau", avec des plateaux hauts lorsqu'un

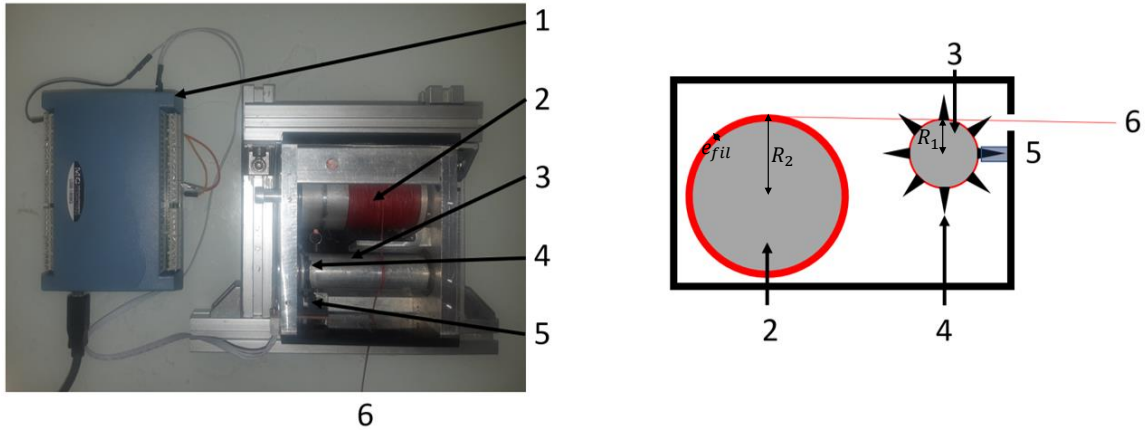


FIGURE 1.5 – Photo vue de dessus du dispositif et schéma latéral. 1 : carte d’acquisition - 2 : cylindre de stockage - 3 : cylindre de mesure - 4 : obstacle - 5 : photodiode - 6 : fil . La carte d’acquisition est reliée à un ordinateur. Le fil quant à lui est accroché au nageur via un mousqueton.

obstacle passe devant la photodiode, et des plateaux bas sinon. Ce signal est illustré sur la figure 1.6. L’instant auquel l’obstacle passe devant la photodiode est défini comme le milieu entre le front montant et le front descendant. La tension seuil que nous choisissons est $U_{seuil} = 3.8\text{ V}$. Nous définissons $t = (t_M + t_D)/2$, où t_M est l’abscisse de la première intersection entre la courbe de tension et la droite $U = U_{seuil}$. t_D correspond à l’abscisse de seconde intersection entre la courbe de tension et la droite $U = U_{seuil}$ (voir figure 1.6).

Le premier traitement consiste donc à transformer le signal électrique en un tableau de temps $[t_1, t_2, t_3, \dots, t_N]$ associés chacun au passage d’un obstacle. Ensuite, il faut convertir ce tableau de temps en vitesse. Pour cela nous raisonnons modulo 8 (8 est le nombre d’obstacles sur un tour) afin d’éviter les éventuelles dissymétries de révolution de l’anneau. En notant $i \in \llbracket 1; N - 8 \rrbracket$ le i -ème passage d’obstacle, la vitesse angulaire ω_1 du cylindre de mesure est donnée par :

$$\omega_1 \left(\frac{t_i + t_{i+8}}{2} \right) = \frac{2\pi}{t_{i+8} - t_i}.$$

La vitesse de déroulement du fil vaut donc $V = R_1 \omega_1$. Avec ce système, nous obtenons une mesure de vitesse avec un pas de temps irrégulier. Le signal a une résolution spatiale constante qui vaut $\delta = 2\pi R_1 / 8 = 0.8\text{ cm}$. Nous interpolons ensuite le signal de vitesse pour avoir un pas de temps constant.

1.2.2 Prise en compte de l’angle du fil

Nous présentons le dispositif que nous mettons en place en piscine sur la figure 1.7. Le nageur porte une ceinture sur laquelle est attachée le fil. Comme le montre cette figure, la vitesse de déroulement du fil dl/dt ne vaut pas exactement la vitesse du nageur dy_G/dt . En

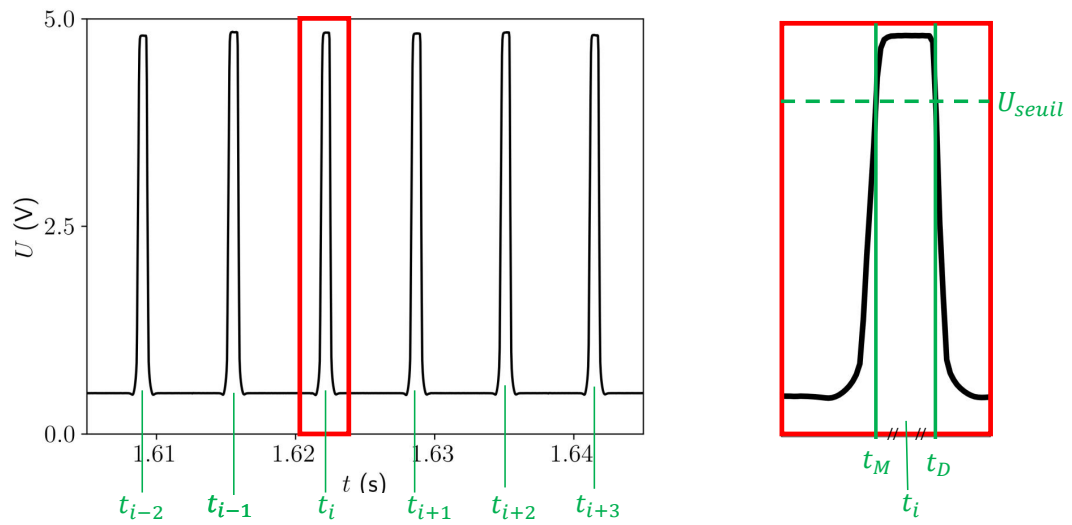


FIGURE 1.6 – Signal électrique renvoyé par la photodiode. La fréquence d'échantillonnage est 30 kHz. Les pics correspondent au passage d'un obstacle devant la diode. Sur la figure de droite, nous montrons comment est calculé l'instant associé au pic.

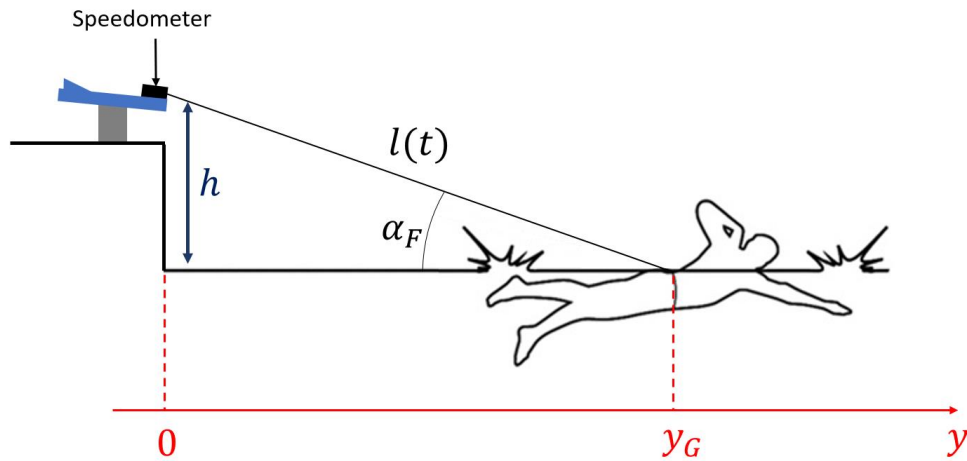


FIGURE 1.7 – Définition de l'angle α_F , qui mesure l'écart entre la direction du fil et la direction de nage.

effet, on a :

$$\frac{dy_G}{dt} = \cos \alpha_F \frac{dl}{dt} \quad \text{avec} \quad \sin \alpha_F = \frac{h}{l(t)}. \quad (1.1)$$

La mesure de la longueur du fil déroulée est donnée par le speedometer. En connaissant la longueur initiale, nous pouvons donc connaître la vitesse du nageur en calculant $\alpha_F(t)$. Sachant que $h = 0.8$ m, pour $l = 4$ m, $\cos \alpha_F = 0.980$ et pour $l = 8$ m, $\cos \alpha_F = 0.995$. Nous corrigeons cet angle lors de nos mesures. Même sans correction, l'erreur faite sur cette

approximation ne dépasse pas 1 % pour des mesures faites après $y = 8$ mètres.

1.2.3 Évaluation du frottement solide

Dans un système sans frottement, si la tension dans le fil devient nulle, le cylindre continuera de tourner en raison de l'inertie. Il faut donc un frein suffisamment fort pour limiter les effets inertiels et suffisamment faible pour ne pas perturber la nage. On place un système de frein contre le cylindre de stockage grâce à un ressort réglable.

On fait l'hypothèse d'un frottement solide F_s entre le cylindre et le frein et on confond les coefficients de frottement statique et dynamique.

Tant que $F_s < F_c$, le cylindre ne bouge pas. Sinon le cylindre bouge et $F_s = F_c$. On écrit le théorème du moment cinétique appliqué au cylindre de mesure :

$$J_1 \ddot{\theta} = R_1 (T_{fil} - F_s), \quad (1.2)$$

où J_1 est le moment d'inertie du cylindre de mesure autour de son axe de rotation et R_1 le rayon de ce cylindre. Pour mesurer la force de frottement solide, on accroche des masses de calibration au bout du fil avec un système de poulie pour que la gravité joue son rôle. Si le fil ne bouge pas, on augmente la masse, si le fil bouge, on diminue la masse. Finalement, on obtient la masse critique de mise en mouvement avec une précision de 1 gramme. On trouve $m_c = 167 \text{ g} \pm 1 \text{ g}$. D'après l'équation 1.4, $F_c = m_c g$. On en déduit que le nageur est freiné par le système avec une force $F_s = 1.64 \text{ N}$. Morouço mesure une force de propulsion moyenne de $92.3 \pm 30 \text{ N}$ sur des tests de 30 secondes. On en déduit que la force de freinage vaut environ 2 % de la force de propulsion totale. Pour la suite on prendra $F_s = F_c$.

1.2.4 Inertie du système

Le système étant composé de 2 cylindres, il faut évaluer l'inertie des deux cylindres pour vérifier si les frottements solides calculés dans le paragraphe précédent sont rapidement atténués. Pour évaluer l'inertie des cylindres, on fait chuter des poids de musculation de 500 g à 4 kg d'une hauteur de 2 mètres. Les poids sont reliés au fil grâce à un mousqueton. Une poulie permet de limiter les frottements lors de la chute. On mesure l'évolution de la vitesse et on calcule l'accélération moyenne lors de la chute. La variation d'énergie du système 2 cylindres + fil + masse s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m V^2 + mgh + \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 \right) = -F_s V, \quad (1.3)$$

sachant que $V = R_1 \dot{\theta}_1 = R_2 \dot{\theta}_2 = -dh/dt$, et en notant $m_1 = J_1/R_1^2$ et $m_2 = J_2/R_2^2$:

$$(m + m_1 + m_2) \frac{dV}{dt} = (m - m_c) g. \quad (1.4)$$

Le fil fait plusieurs tours sur le cylindre 2. Le rayon apparent R_2 varie au cours du temps. On suppose que l'épaisseur de fil e_{fil} est petite devant le rayon du cylindre R_2 . Ainsi, la masse m_2 est constante. Pour le cylindre, le fil ne fait qu'un tour, donc R_1 est bien le rayon du cylindre. Si on note $a = \overline{dV/dt}$ l'accélération lors de la chute, et qu'on définit une masse équivalente $m^* = m - m_c$, la formule suivante doit être vérifiée,

$$a = \frac{m^*}{m^* + m_1 + m_2 + m_c} g. \quad (1.5)$$

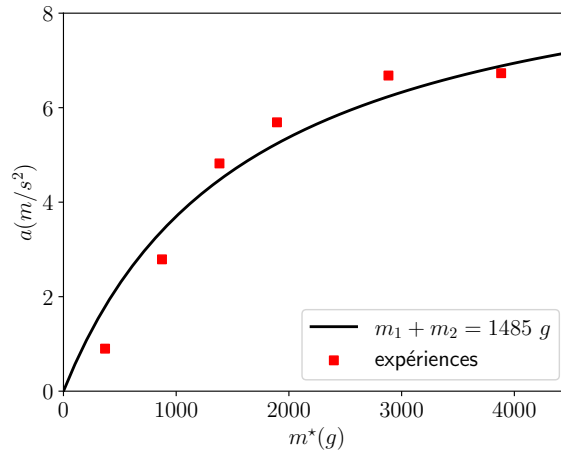


FIGURE 1.8 – Accélération mesurée lors de la chute de poids reliés au *Speedometer* en fonction de la masse effective $m^* = m - m_c$ où m est la masse du système et m_c la masse minimale pour laquelle le fil se déroule.

Sur la figure 1.8, on représente les valeurs de a en fonction de m^* . On les compare à la courbe théorique, qui correspond à un ajustement de l'équation 1.5. On obtient une masse inertielle équivalente $m_1 + m_2 = 1485 g$. Il s'agit de 2 % de la masse d'un nageur de 80 kg, on peut donc considérer que le système ne perturbe pas la nage. On conclut donc que le nageur est freiné par une force de 1.64 N et que le fil ajoute une inertie de 1.5 kg.

1.2.5 Le fil reste-t-il tendu en phase de nage ?

Tant que le nageur accélère, le fil reste tendu. La question se pose uniquement pendant les phases de décélération. Dans ce cas, il faut que le nageur décélère moins vite que les cylindres. En effet, si le nageur décélère trop fort, les cylindres tournent et le fil se détend. On se place dans la limite où $T_{fil} = 0$ et on vérifie que $|a_{fil}| > |a_{nageur}|$. La décélération du fil vaut :

$$a_{fil} = -\frac{F_s}{m_1 + m_2},$$

grâce aux deux paragraphes précédents, on connaît F_s et $m_1 + m_2$. On en déduit que $a_{fil} = 1.1 m/s^2$. On écrit ensuite la décélération classique du nageur lors des phases non propulsives ([38]),

$$a_{nageur} = -\frac{\frac{1}{2}\rho S C_D V^2}{M + M_A},$$

où M est la masse du nageur, M_A sa masse ajoutée, S sa surface frontale et C_D son coefficient de traînée. Les valeurs typiques de $\frac{1}{2}\rho S C_D$ sont de l'ordre de 25 kg/m. ([38])

Finalement, l'inégalité $|a_{fil}| > |a_{nageur}|$ définit une valeur de vitesse maximale pour laquelle le fil reste tendu. En effet :

$$V_{lim} = \sqrt{\frac{F_s (M + M_A)}{\frac{1}{2}\rho S C_D (m_1 + m_2)}}. \quad (1.6)$$

Avec les valeurs numériques calculées précédemment, pour un nageur tel que $M + M_A = 100 kg$, nous obtenons $V_{lim} = 2.09 m/s$. Sachant que les vitesses moyennes maximales me-

surées sont de $V = 2 \text{ m/s}$, il est possible que la vitesse instantanée dépasse cette vitesse limite par moments. On ne peut donc pas assurer que le fil reste tendu sur les phases de sprint. Cependant, nous nous sommes placés ici dans la limite extrême dans laquelle le nageur ne se propulse pas du tout. Si le nageur se propulse, la décélération du nageur sera moins forte et le fil restera donc tendu. Quand bien même le fil se détend par moments, la vitesse moyenne reste correcte. En conclusion, le fil reste tendu dans la plupart des cas, il faut seulement être vigilant sur les variations de vitesses intra-cycle en sprint, qui peuvent en partie être des artefacts dus au fil qui se détend et se retend.

1.2.6 Limitations

Ce système est relativement simple et peu onéreux. Il permet d'avoir une mesure tous les centimètres. En effet, la résolution du système de mesure s'exprime en espace puisque c'est l'intervalle entre deux passages d'obstacle devant la photodiode. L'inertie des cylindres ainsi que les frottements solides sont certes faibles mais ils peuvent quelquefois perturber les nageurs. La plus grosse perturbation sur le nageur est le fil, qui peut potentiellement se prendre dans les pieds du nageur.

1.3 Utilisation des centrales inertielles pour la reconstruction du mouvement des bras

Au-delà de la vitesse obtenue grâce au *Speedometer*, il est nécessaire dans notre analyse de la dynamique de nage, d'avoir accès à la fréquence du mouvement ainsi qu'au trajet effectué par la main dans l'eau. Les systèmes optoélectroniques nécessitent un temps d'installation très lourd pour pouvoir faire du suivi sur le long terme (il faut une demi-journée pour installer les caméras) et la zone de capture du mouvement ne permet de reconstruire qu'un unique cycle de nage. Nous choisissons donc d'utiliser des centrales inertielles (1.9). Nous plaçons une centrale inertielle sur le bras et une sur l'avant-bras. Les mouvements du poignet seront négligés (aucune centrale inertielle ne figure sur la main). Ces centrales inertielles sont reliées par un fil à un boîtier *Maxiphyling*, qui contient une carte d'acquisition et une capacité de stockage des données. Une centrale inertielle est placée dans le boîtier également. Une fois les essais terminés, les données sont récupérées en se connectant au boîtier en Wi-Fi. L'utilisation de centrales inertielles filaires permet une synchronisation parfaite des données, et l'augmentation de la fréquence d'acquisition par rapport à des centrales inertielles sans fil.

1.3.1 Composition de la centrale inertielle

La référence de nos centrales inertielles est *LSM6DS3TR*, fournie par la société *STMicroelectronics*. Ces centrales inertielles sont composées d'un accéléromètre 3 axes ainsi que d'un gyroscope 3 axes. Les champs magnétiques en intérieur sont très irréguliers, pour cette raison l'utilisation de magnétomètre n'est pas pertinente.

Le câblage et la réalisation du boîtier étanche *Maxiphyling* sont confiés à l'entreprise *Phyling* [39], spécialisée dans la réalisation de capteurs dans le monde du sport. Nous disposons de 2 chaînes de 2 IMU chacune. Une cinquième centrale inertielle se trouve dans le boîtier. Le boîtier est alimenté par une batterie, rechargeable via un câble micro-USB. À ce stade, notre dispositif nous donne trois valeurs d'accélération et trois valeurs de vitesse angulaire

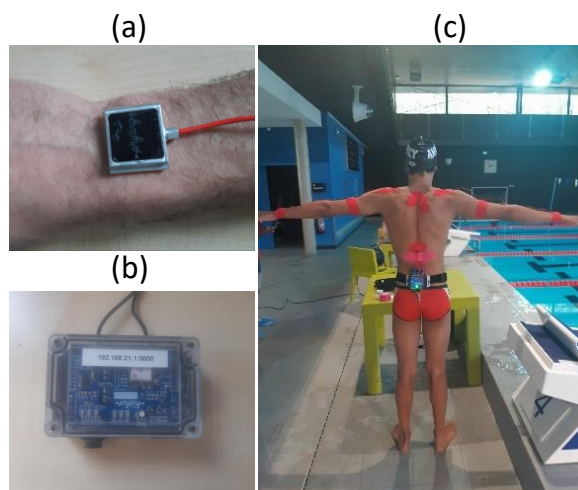


FIGURE 1.9 – Dispositif du mouvement des membres supérieurs. (a) Centrale inertielle (b) Boîtier maxiphyling (c) Dispositif complet. On a une chaîne de 2 centrales inertielles sur chaque bras. Une centrale est placée sur le poignet, l'autre est sur le bras. Le boîtier maxiphyling est embarqué avec le nageur grâce à une ceinture.

par centrale inertielle, à une fréquence de 100 Hz. La première étape est la validation des données brutes.

1.3.2 Calibration des données brutes

D'après la documentation technique des centrales utilisées [40], il est nécessaire de calibrer la sensibilité et l'offset de chacun des axes des accéléromètres et des centrales inertielles. Nous notons U le signal renvoyé par les capteurs (accéléromètre ou vitesse angulaire), et G la grandeur physique réelle. D'après la documentation technique, $G = \alpha U + \beta$. Nous devons trouver la sensibilité α et l'offset β . Pour chaque axe, il faut donc vérifier deux valeurs de U pour lesquelles G est connu pour être certain de la bonne calibration.

Pour l'accéléromètre, les valeurs retenues pour la calibration sont 0 et g . Quand l'axe est aligné avec la verticale, $G=g$. Si c'est un des deux autres axes qui est aligné avec la verticale, alors $G=0$.

Concernant les gyroscopes, en dehors du cas $G=0$ assez simple à traiter, il faut une autre valeur de G . Pour cela, on utilise une plate-forme rotative (figure 1.10). Nous faisons tourner cette plate-forme en mesurant la vitesse angulaire grâce à un logiciel d'analyse d'images (*Tracker*). Ainsi, nous calibrons un axe par centrale inertielle. Pour les axes suivants, il n'est plus nécessaire de passer par l'analyse d'image, en utilisant une centrale inertielle comme référence, et en pivotant les autres.

L'hypothèse forte que nous faisons concerne l'alignement des axes. Nous considérons que les 3 axes sont parfaitement orthogonaux, ce qui n'est pas toujours strictement le cas dans les centrales inertielles de premier prix.

1.3.3 Orientation d'un IMU au cours du temps : utilisation des quaternions

Avant de chercher l'orientation du bras complet, on cherche l'orientation d'un IMU au cours du temps. On appelle orientation les coordonnées de l'axe y_I de l'IMU dans le référentiel de

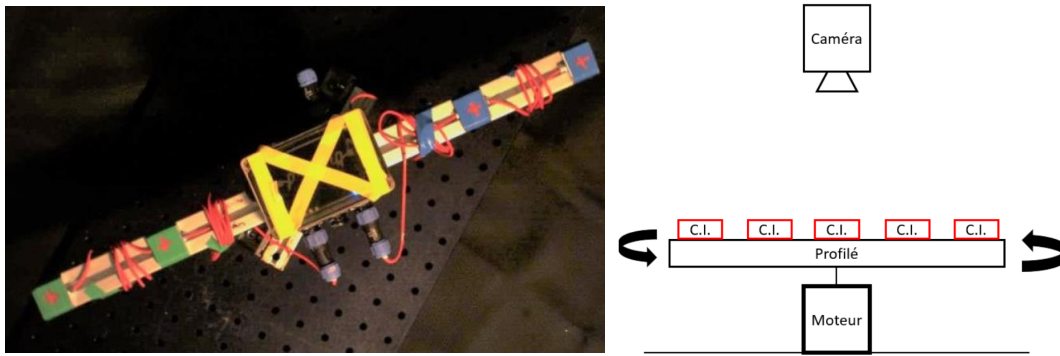


FIGURE 1.10 – Dispositif de calibration des vitesses angulaires données par les IMU. (a) Photo vue de dessus (les centrales inertielles sont sous les scotchs vert et bleu). (b) Schéma vu de côté.

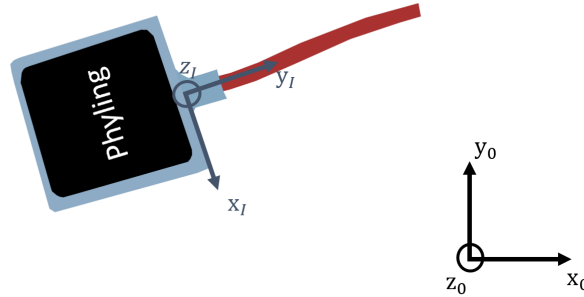


FIGURE 1.11 – Nous cherchons les coordonnées du vecteur y_I dans le référentiel $\mathcal{R}_0 = (x_0, y_0, z_0)$. Nous choisissons le vecteur y_I plutôt que x_I ou z_I puisqu'il s'agit de l'axe le plus proche de celui du segment quand l'IMU est fixé sur le bras ou l'avant-bras.

référence (x_0, y_0, z_0) . Les axes sont définis sur la figure 1.11.

1.3.3.1 Pertinence du choix des quaternions

On connaît l'orientation initiale de la centrale inertielle \mathcal{S}_0 , et les vitesses angulaires dans le repère de l'IMU $\omega(t) = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)(t)$. Les trois méthodes les plus répandues pour résoudre ce type de problème sont :

- Les angles d'Euler
- Les matrices de rotation
- Les Quaternions.

Les angles d'Euler sont la manière intuitive d'aborder ce problème, puisqu'il s'agit de décomposer l'orientation en une succession de 3 rotations unitaires. Cependant, on peut avoir la perte d'un degré de liberté puisqu'il n'y a pas unicité de la décomposition en rotations unitaires. Il s'agit du phénomène de blocage de cardan.

Les matrices de rotation et les quaternions sont deux manières équivalentes de traiter le problème. On préférera les quaternions, qui stockent les données sur un tableau à 4 valeurs quand la matrice de rotation en nécessite 6 (il s'agit d'une matrice symétrique).

1.3.4 Obtention de l'orientation de la centrale inertielle au cours du temps grâce aux quaternions

L'utilisation des quaternions pour retrouver l'orientation d'une centrale inertielle au cours du temps se trouve facilement dans la littérature ([41, 42]). Dans l'annexe A, nous montrons comment l'orientation de l'IMU $\mathbf{S}(t)$ (vecteur à 3 dimensions) est obtenue à partir des trois vitesses angulaires dans le repère de l'IMU ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$). En revanche, une fois cette orientation obtenue, il est plus difficile de trouver comment remonter aux mouvements des segments à partir de $\mathbf{S}(t)$.

1.3.5 Dispositif expérimental

Nous proposons ici notre propre protocole pour obtenir le trajet de la main au cours du temps.

Dans un premier temps, l'épaule est considérée comme immobile par rapport au tronc du nageur. Nous modélisons le bras comme deux liaisons rotule (épaule et coude), et nous faisons également l'approximation du "poignet verrouillé". En effet, nous considérons que la main est alignée avec l'avant-bras. La première centrale inertielle est placée au milieu du bras, entre le biceps et le triceps. Notre objectif est d'éviter au maximum les mouvements de la centrale inertielle quand le muscle se contracte et se rétracte (cela perturberait l'intégration du mouvement). La seconde centrale inertielle est placée sur la partie plate de l'avant-bras, légèrement plus haut que le poignet (voir figure 1.9). Grâce à ce qui a été montré précédemment, nous sommes capables de connaître l'orientation de l'IMU par rapport à une position initiale. Nous voulons désormais connaître l'orientation des segments au cours du temps.

1.3.6 De l'orientation de l'IMU à l'orientation des segments

On se donne un segment (bras ou avant-bras) sur lequel est fixé un IMU. On cherche les coordonnées du "vecteur directeur" \mathbf{Y} de ce segment. Dans le référentiel local, les coordonnées sont triviales : $\mathbf{Y}_{seg} = (0, 1, 0)$. Ce choix de la deuxième coordonnée comme axe du segment vient de l'alignement avec les axes des centrales inertielles utilisées : le bras et l'avant-bras sont quasiment alignés avec l'axe y des centrales.

Nous supposons que l'IMU est solidaire du bras et dans ce cas, la matrice de passage d'un repère à l'autre ne dépend pas du temps. Nous posons ainsi $P = \mathcal{P}_{bras}^{IMU}$ la matrice de passage du repère du bras vers le repère de l'IMU.

Les matrices sont utilisées ici pour représenter les rotations, puisqu'il s'agit d'un moyen plus intuitif de représenter les rotations que les quaternions, notamment pour les changements de bases.

Nous cherchons \mathbf{Y}_{abs} , les coordonnées du segment dans le repère absolu. On a $\mathbf{Y}_{abs} = P\mathbf{S}(t)$, où $\mathbf{S}(t)$ a été définie dans l'annexe A. De plus, $\mathbf{S}_0 = P^{-1}\mathbf{Y}_{seg}$. Finalement, les coordonnées du vecteur \mathbf{Y} dans le référentiel absolu peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{Y}_{abs}(t) = PM(q(t))P^{-1}\mathbf{Y}_{seg}. \quad (1.7)$$

Nous avons illustré les différentes étapes pour l'obtention de l'orientation des segments au cours du temps figure 1.12. Les différents changements de base sont notamment représentés. La formule 1.7 est vraie uniquement si les axes du segment sont initialement alignés avec les axes du référentiel absolu à $t=0$. Pour cette raison nous introduisons la rotation R qui permet de se ramener au cas général. R représente ainsi la rotation du repère du segment vers le repère absolu à $t=0$:

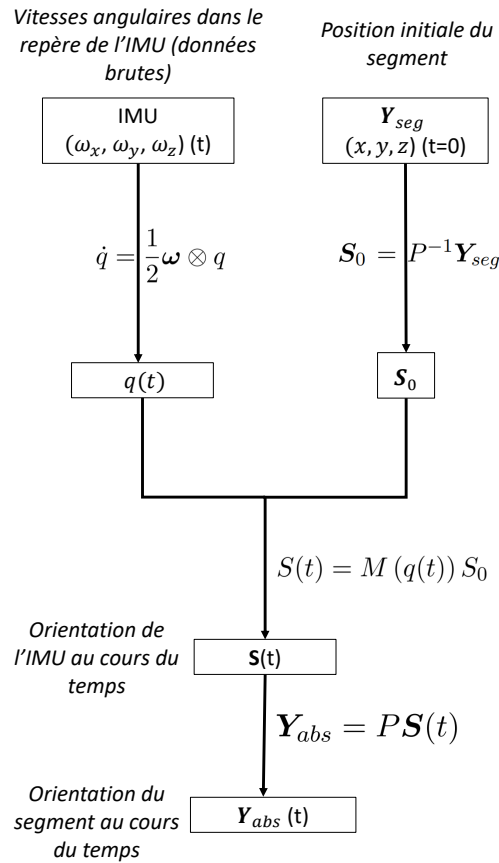


FIGURE 1.12 – Illustration de la manière de procéder pour obtenir l’orientation du bras au cours du temps, à partir des données des centrales inertielles $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, de la position initiale du segment Y_{seg} , et de la matrice de passage du repère de l’IMU vers le repère du bras P.

$$Y_{abs}(t) = RPM(q(t))P^{-1}Y_{seg}. \quad (1.8)$$

Nous avons deux inconnues dans cette équation. La matrice R représente la position initiale du segment. Au moment de l’intégration du mouvement des bras, il faudra mesurer ou postuler cette position initiale.

La seconde inconnue est P. P correspond à la manière dont est fixée la centrale inertielle sur le segment. À chaque fois que nous plaçons un IMU, il faudra donc effectuer des mouvements de calibration afin de s’approcher le plus possible de la valeur exacte de P. Si la centrale inertielle venait à bouger, il faudrait recalibrer sa position. En raison des tissus mous, P peut varier au cours du temps, nous essayons donc d’éviter de placer les centrales inertielles sur des muscles dont la forme change beaucoup. Pour ces raisons nous choisissons la zone plate au-dessus du poignet et le milieu du bras, entre le biceps et le triceps (voir figure 1.9).

1.3.7 Calibration de la position des IMU sur les segments

Les IMU sont fixées grâce à du strap résistant à l’eau (Leukotape K). Avant que le nageur n’effectue les expériences dans l’eau, nous lui demandons d’effectuer des mouvements “à sec”, afin de connaître la matrice de passage P définie précédemment. La relation entre le

vecteur rotation dans le repère de l'IMU ω_{imu} (les données brutes de la centrale inertielle) et le vecteur rotation dans le repère du segment ω_{seg} est la suivante :

$$\omega_{seg} = P\omega_{imu}.$$

Le nageur effectue des mouvements simples, correspondant à un axe de rotation du repère lié au segment. Ainsi, on lui demande de faire un mouvement de flexion de l'épaule et un mouvement d'abduction de l'épaule, coude verrouillé.

Flexion de l'épaule Dans le repère du segment, il s'agit d'une rotation "pure" autour de l'axe x. La position initiale correspond au bras parfaitement vertical, le poignet étant sous l'épaule et la paume de la main tournée vers l'arrière. L'athlète monte son poignet devant lui en gardant le bras tendu jusqu'à ce que le bras atteigne la verticale. Ensuite, il baisse le bras en le gardant tendu devant lui toujours. Une illustration de ce mouvement est présentée figure 1.13-a. Ce mouvement est répété entre 5 et 10 fois. En théorie, au cours de ce mouvement, on a $\omega_{seg} = (\omega_x, 0, 0)$. On va donc chercher les coefficients de P qui minimisent les composantes ω_y et ω_z en valeur absolue. L'objectif est le suivant :

$$\min_{P \in SO_3} \int_0^T ((P\omega_{imu,y})^2 + (P\omega_{imu,z})^2) dt. \quad (1.9)$$

SO_3 est l'ensemble des matrices de rotation. On remarque que si P minimise la fonction de coût, -P la minimise également. Il est assez facile de savoir laquelle choisir, en regardant le sens de la rotation et donc le signe de ω_x .

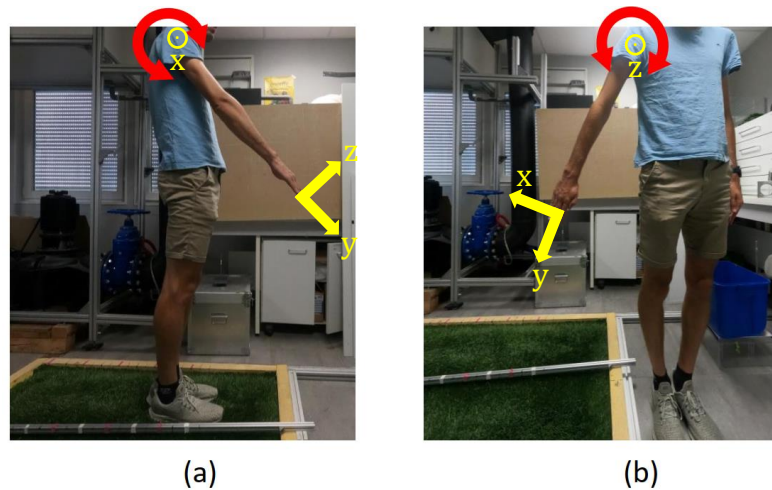


FIGURE 1.13 – Mouvement de calibration de la position des centrales inertielles sur les segments. (a) Flexion de l'épaule (b) Abduction de l'épaule. Chaque mouvement est effectué bras tendu.

Abduction de l'épaule Dans le repère du segment, il s'agit d'une rotation "pure" autour de l'axe z. La position initiale correspond au bras parfaitement vertical, le poignet étant sous l'épaule, et la paume de la main tournée vers l'arrière. L'athlète monte son poignet sur le côté, en gardant le bras tendu jusqu'à ce que le bras atteigne la verticale. Ensuite, il baisse le bras en le gardant toujours tendu. Une illustration est donnée figure 1.13-b. Ce mouvement

est répété entre 5 et 10 fois. En théorie, au cours de ce mouvement, on a $\boldsymbol{\omega}_{seg} = (0, 0, \omega_z)$. Pour ce mouvement, on va donc chercher les coefficients de \mathbf{P} qui minimisent les composantes ω_x et ω_y en valeur absolue. L'objectif est le suivant :

$$\min_{P \in SO_3} \int_0^T ((P\boldsymbol{\omega}_{imu,x})^2 + (P\boldsymbol{\omega}_{imu,y})^2) dt. \quad (1.10)$$

Recherche de la matrice \mathbf{P} Les essais sur les rotations suivant le troisième axe ont été moins concluants. Il faut décomposer ces mouvements de vrille suivant l'axe du segment entre la vrille du poignet et celle du bras. De plus, l'avant-bras étant conique, il n'est pas évident que la vrille du poignet se produise suivant l'axe recherché. Pour cette raison, nous ne cherchons la matrice \mathbf{P} qu'avec la flexion et l'abduction de l'épaule. Les coefficients $p_{x,y}$, $p_{y,y}$ et $p_{y,z}$ interviennent 2 fois plus que les autres coefficients dans le calcul du minimum. Pour garder un poids équivalent lors de la minimisation, on va réaliser l'objectif suivant :

$$\min_{P \in SO_3} \int_{I_F} \left((P\boldsymbol{\omega}_{imu,x})^2 + \frac{1}{2}(P\boldsymbol{\omega}_{imu,y})^2 \right) dt + \int_{I_A} \left(\frac{1}{2}(P\boldsymbol{\omega}_{imu,y})^2 + (P\boldsymbol{\omega}_{imu,z})^2 \right) dt, \quad (1.11)$$

où I_F et I_A sont les intervalles de temps sur lesquels sont effectués les mouvements de flexion et d'abduction. Ces intervalles doivent avoir environ la même taille. On pourra toutefois pondérer chaque composante de la fonction de coût si les intervalles ont des tailles trop différentes.

Implémentation concrète On utilise *Python* et la fonction *minimize* de la bibliothèque *scipy.optimize* [43]. On repère dans le signal des gyroscopes les intervalles I_F et I_A . Pour chercher la matrice de rotation optimale, on réalise l'optimisation sur les angles d'Euler associés à la matrice de rotation. Ainsi, notre optimisation porte sur un vecteur à trois dimensions.

Pour se prémunir d'éventuels hésitations entre \mathbf{P} et $-\mathbf{P}$, on impose que le coefficient $p_{x,x}$ soit négatif.

1.3.8 Algorithme d'intégration du mouvement de la main

Nous pouvons calculer grâce à l'équation 1.8 l'orientation du bras \mathbf{Y}_b et de l'avant-bras \mathbf{Y}_{ab} . On suppose que le bras est tendu initialement à l'horizontal :

$$\mathbf{Y}_b(t=0) = \mathbf{Y}_{ab}(t=0) = (0, 1, 0).$$

La position du coude \mathbf{X}_c en fonction du temps, connaissant la longueur du bras (distance épaule-coude) L_b et la position de l'épaule \mathbf{X}_e vaut :

$$\mathbf{X}_c = L_b \mathbf{Y}_b + \mathbf{X}_e.$$

La position du poignet, connaissant la longueur de l'avant-bras L_{ab} (distance coude-poignet) vaut :

$$\mathbf{X}_p = L_{ab} \mathbf{Y}_{ab} + \mathbf{X}_c.$$

Nous vérifions par une simple expérience d'écriture au tableau la performance de notre intégration (voir figure 1.14). L'acquisition est démarrée lorsque le sujet a le bras tendu, à la verticale (figure 1.14-a). Il écrit ensuite une suite de lettres au tableau. On compare la photo du tableau (figure 1.14-c) avec la projection de la trajectoire de la main intégrée dans

le plan du tableau.

Les résultats de cette expérience sont satisfaisants. Cependant, nous observons que le texte intégré est étiré dans la direction horizontale. Cela provient certainement d'une translation de l'épaule, qu'il est difficile de maintenir immobile. L'épaule est en fait une articulation qui permet des mouvements de translation, ce qui sera très problématique également pour les mouvements de natation.

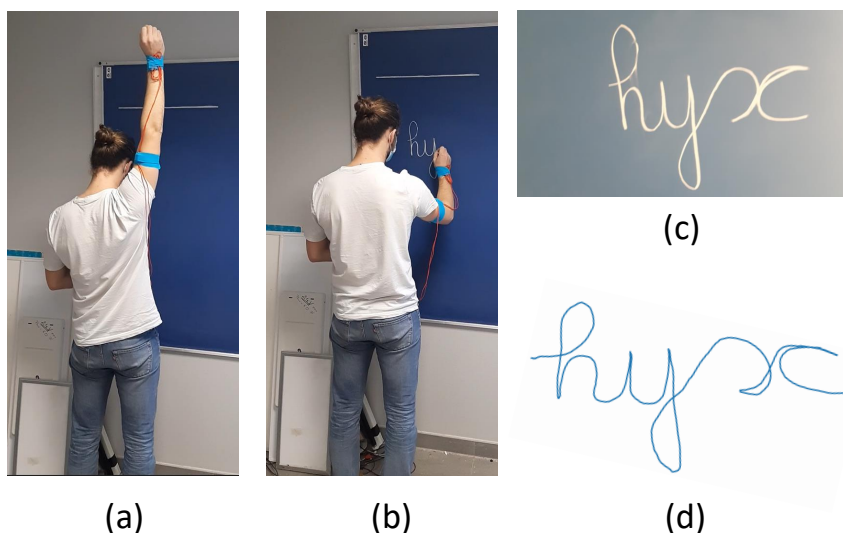


FIGURE 1.14 – Validation de l'intégration des données de centrale inertielle pour la reconstruction du trajet de la main. (a) L'acquisition est lancée dans une position de référence (b) Le sujet écrit les lettres "hyx" au tableau, avec le poignet verrouillé. (c) Photographie du tableau après l'expérience. (d) Trajectoire intégrée de la main à partir des données de vitesses angulaires

Le dernier élément à déterminer est l'orientation initiale des segments. Dans le cas de l'écriture au tableau, le délai est assez court entre la position de référence (figure 1.14-a) et le mouvement. De plus le mouvement est assez fluide, il n'y a pas de problème majeur. En revanche, les cycles de bras du nageur interviennent après une poussée au mur et des ondulations, qui peuvent générer du bruit dans le signal. Nous avons deux solutions avec des avantages différents.

La première solution consiste à prendre une position parfaitement connue (par exemple une pose en T, ou T-pose) hors de l'eau, puis de se mettre à l'eau et de nager. Cette solution permet certes de connaître parfaitement l'orientation initiale des segments. Cependant, pendant l'intervalle de temps qui relie la position de référence, au mouvement, nous allons intégrer le signal des gyroscopes, qui contient une partie de bruit. Ce bruit est particulièrement important au moment de l'entrée dans l'eau ou de la poussée sur le mur, en raison des vibrations.

Pour cette raison, nous préférons retenir la deuxième solution, qui a donné des résultats plus concluants. Cette solution consiste à prendre comme référence un instant du cycle de bras dont on postule l'alignement des segments. Nous perdrons moins d'informations en intégrant du bruit. Dans les faits, nous allons chercher le moment où le nageur a le bras tendu devant lui. Les détails d'intégration seront donnés dans le chapitre 3 consacré à l'étude de la nage.

1.4 Tracking et intelligence artificielle

Les dispositifs précédemment cités sont relativement précis mais ils présentent plusieurs inconvénients. Il s'agit de système intrusif : les conditions de nage sont donc différentes de la compétition puisque le nageur possède une ceinture et les centrales inertielles sont directement collées sur sa peau. De plus, l'électronique peut s'avérer capricieuse, d'autant plus lorsqu'elle est placée dans l'eau. Il arrive donc de devoir faire attendre le nageur pour des problèmes d'ordre technique. Comme nous travaillons avec des athlètes de haut-niveau, cela peut s'avérer problématique. Pour cette raison, nous devons également développer des solutions d'analyse de mouvement non intrusives et fiables. Nous utilisons donc l'analyse vidéos.

Nous disposons d'un système de caméras fixes, installé dans le bassin olympique de l'INSEP (Institut National du Sport, de l'Expertise et de la Performance). C'est dans cette piscine que s'entraîne un des meilleurs groupes d'entraînement français, ce qui facilite l'organisation de tests expérimentaux. Les caméras sont placées tous les 5 mètres, en commençant à 2.5 m du bord du bassin. On a donc 10 caméras aériennes et 10 caméras sous-marines. Les caméras sous-marines sont placées derrière des hublots.

1.4.1 Calibration individuelle des caméras

Pour analyser le mouvement, nous souhaitons que la conversion pixel-mètres soit la même en tous points de l'image. Pour cela, il faut corriger la perspective de l'image, pour se ramener à une vue parfaitement latérale ([44]). De plus, il faut que l'image d'une ligne droite reste une ligne droite, on doit donc corriger la distorsion radiale.

1.4.1.1 Distorsion radiale

On commence par corriger la distorsion radiale de l'image. On utilise une approximation polynomiale pour la distorsion ([45, 46]). Si on nomme $X_d = (x_d, y_d)$ les coordonnées de l'image non corrigée, $X_c = (x_c, y_c)$ le point principal de l'image (généralement le centre de l'image), et $X_u = (x_u, y_u)$ les coordonnées de l'image corrigée, alors :

$$X_u = L(r)(X_d - X_c), \quad \text{où } r = \|X_d - X_c\| \quad \text{et} \quad L(r) = 1 + \kappa_1 r^2 + \kappa_2 r^4 + \dots \quad (1.12)$$

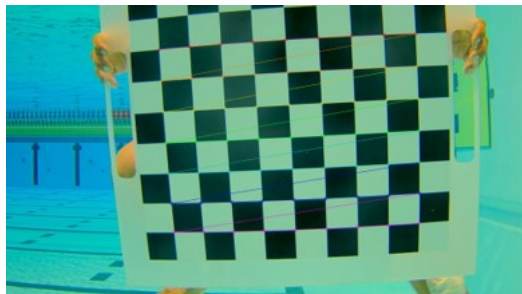


FIGURE 1.15 – Calibration de la distorsion à l'aide d'un damier placé devant la caméra. Les coins sont détectés automatiquement, et sont représentés par des points colorés ([47]).

Pour l'implémentation de cette correction, nous utilisons la bibliothèque open source *OpenCV*[47] en *Python*. À partir de plusieurs images d'un damier sur l'écran (figure 1.15), l'algorithme reconnaît les lignes censées être droites et recherche les paramètres de distorsion.

1.4.1.2 Perspective

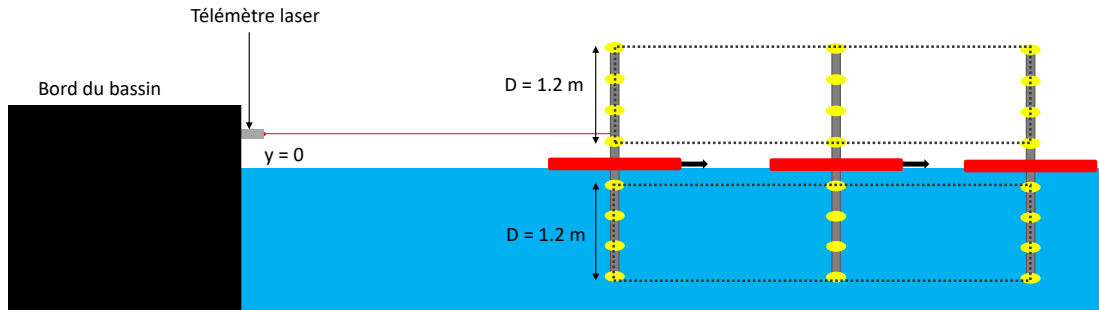


FIGURE 1.16 – Calibration de la perspective. Nous déplaçons un flotteur dans le bassin. La distance au bord du bassin est déterminée grâce à un télémètre laser placé comme indiqué sur le schéma. En déplaçant le flotteur, nous obtenons un rectangle de coordonnées connues dans l’air, ainsi qu’un rectangle de coordonnées connues dans l’eau. Nous répétons cette opération pour chaque caméra.

Nous cherchons à projeter l’image brute sur le plan d’intérêt (le plan médian de la ligne d’eau). D’après [48], la matrice de passage est une matrice 3×3 à 8 degrés de liberté (le neuvième est un coefficient de normalisation) : 4 paires de coordonnées suffisent donc. C’est ce que demande la bibliothèque *Open-CV* [47], qui contient une fonction de correction de perspective que nous utilisons. Nous obtenons les coordonnées en pixels d’un rectangle de dimensions et de positions connues dans le plan médian de la ligne d’eau grâce à un flotteur de calibration (voir figure 1.16). Nous déplaçons en fait le flotteur muni de boules jaunes facilement identifiables sur les images. Grâce à un télémètre laser, nous sommes en mesure de connaître la distance du flotteur au bord du bassin. La hauteur du rectangle est donnée par la distance entre les boules jaunes que nous mesurons.

Finalement, la combinaison de la correction de perspective et de la correction de distorsion nous permet d’avoir une image prête à être analysée. La figure 1.17 présente les différences entre une images avant correction et une image après correction. Nous observons une perte de certains pixels en périphérie. Ce n’est pas un problème puisque les champs des caméras se recoupent suffisamment pour ne pas avoir besoin d’utiliser les bordures d’image.

1.4.2 Stitching et synchronisation

Chaque caméra étant individuellement calibrée, il faut désormais construire une unique image à partir des différentes vues. Pour cela le flotteur sert à nouveau. En effet, grâce au télémètre laser, nous connaissons la position absolue de nos rectangles de calibration. Nous pouvons donc placer nos différentes vues corrigées les unes par rapport aux autres dans notre image finale. Nous choisissons une échelle de 300 pixels pour un mètre. Sur la figure 1.18, nous pouvons voir le recollement des 4 premières caméras. Ces caméras suffisent pour les analyses que nous souhaitons faire, qui s’étalent sur un maximum de 20 mètres.

Ce recollement statique ne suffit pas pour garantir une analyse correcte. En effet, si les caméras sont mal synchronisées, le nageur peut artificiellement accélérer, ou ralentir au changement de caméra. Les caméras que nous utilisons ne pouvant pas être démarrées simultanément, nous utilisons un signal lumineux visible de toutes les caméras au début de chaque essai pour donner une référence de temps.

Le recollement n’est toutefois pas toujours parfait. En effet, si le nageur ne nage pas au

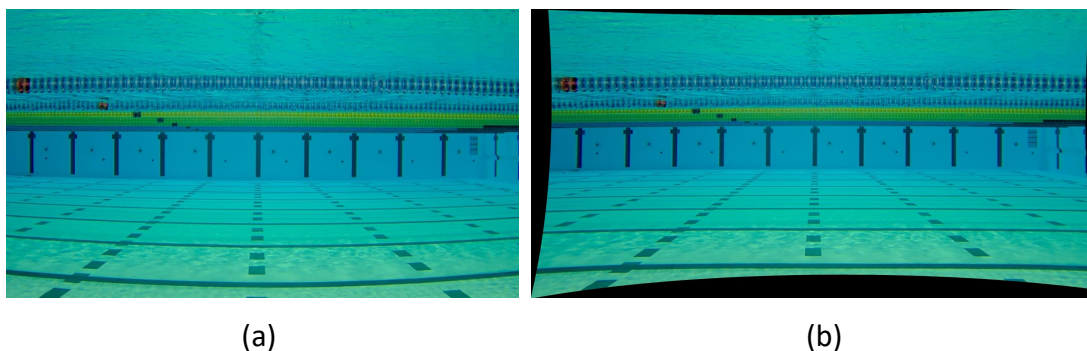


FIGURE 1.17 – Comparaison entre l’image avant (a) et l’image après (b) les corrections de distorsion et de perspective. La correction permet d’obtenir des lignes droites au fond du bassin. Nous perdons toutefois quelques pixels sur les bords de l’image



FIGURE 1.18 – Recollement des quatre caméras aériennes et des quatre caméras aquatiques les plus proches du bord du bassin. Les aberrations de perspective et des distorsion ont été corrigées. Chaque caméra couvre 5 mètres.

centre de la ligne d’eau, ce qui est le cas pour certains nageurs de dos majoritairement, alors le recollement n’est plus bon. Il faut dans ce cas corriger la perspective différemment, en réalisant une calibration en 3D de la ligne d’eau d’étude.

Nous considérons désormais que nous avons une image du bassin parfaitement calibrée, avec la même conversion pixel-mètre en tout point (300 pixels / mètre). Nous pouvons donc commencer l’analyse du mouvement.

1.4.3 Tracking

Pour analyser la nage, nous avons besoin des mouvements des bras et des jambes. En effet, la position des bras permet de remonter à la fréquence de bras et lors des coulées, l’analyse des mouvements des jambes permet de compter les ondulations et déterminer leur fréquence. Inspirés de la bibliothèque *OpenPose* [35] et du jeu de données (dataset) COCO fourni, nous définissons 14 marqueurs (keypoints), qui permettent de superposer un squelette (voir figure 1.19) sur le nageur. On remarquera que les mouvements du poignet et de la cheville ne sont pas détectés.

Si nous n’utilisons pas directement *OpenPose*, référence de la capture de mouvement *Open Source*, c’est parce que le dataset d’entraînement ne contient pas de données de nage. Les essais n’ont donc pas été fructueux.

Le pointage manuel n’est pas une option. En effet, il faut annoter 14 fois chacune des 50

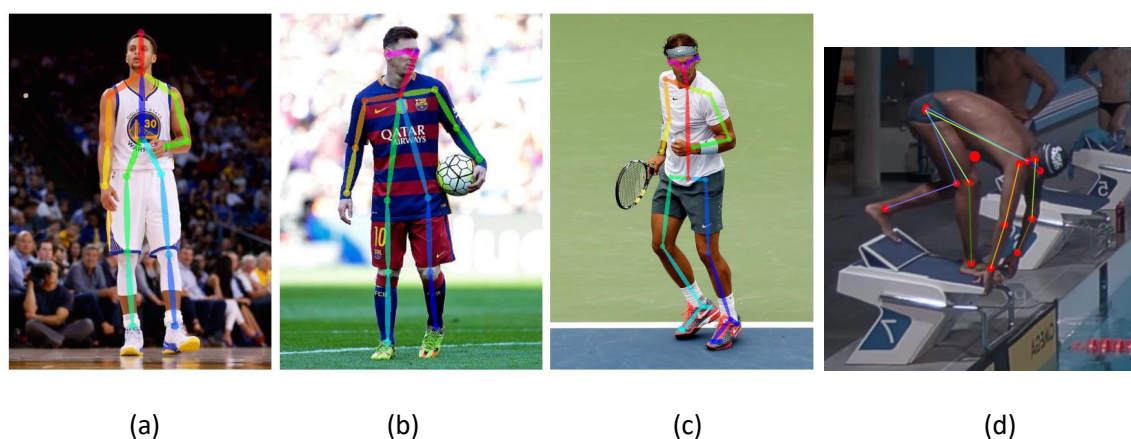


FIGURE 1.19 – Différents jeu de marqueurs pour la capture de mouvement automatique. (a) MDPII. (b) COCO. (c) COCO + pieds. (d) Notre jeu de marqueurs. Le gros point rouge correspond à l'estimation du centre de masse ([49]). (a,b,c) sont tirés de l'article [50]. Notre jeu de marqueurs est le même que le COCO, en ne prenant qu'un unique marqueur pour la tête.

images par secondes. Pour un passage de 6 secondes, cela représente 4200 clics.

Les deux solutions possibles sont donc de réentraîner *OpenPose* avec nos propres données ou de créer notre propre réseau de neurones, permettant le tracking automatique. Estimant qu'un algorithme spécifique est meilleur qu'un algorithme général, nous optons pour la seconde solution. Nous entraînons le réseau grâce à 10 départs de nageurs différents, ainsi que des passages dans les 4 nages.

1.4.4 Recherche du centre de masse

Lorsque nous écrivons les équations du mouvement du nageur, ces équations concernent la vitesse et l'accélération du centre de masse du nageur. Nous devons donc trouver la position de ce centre de masse pour évaluer la dynamique du mouvement. Si le nageur était un corps indéformable en simple translation, il suffirait de suivre un point remarquable du nageur pour avoir la vitesse du centre de masse. Ce n'est malheureusement pas le cas, et il a été montré que même en prenant comme référence la hanche qui est proche du centre de masse (en position debout les bras le long du corps), les erreurs réalisées sur l'évolution intra-cycle sont significatives ([51] et [52]).

Il est également possible pour chaque position prise par le nageur, de rechercher la position du centre de masse correspondante. Hochstein ([53]) a par exemple étudié les variations de positions du centre de masse au cours d'un cycle d'ondulation, en cherchant le point d'équilibre d'un triangle sur lequel est allongé le nageur (voir figure 1.20). Cette méthode est assez lourde à implémenter pour chaque position différente et difficilement adaptable pour la position d'attente sur le plot.

Nous choisissons plutôt d'utiliser les quatorze marqueurs que nous donne le réseau de neurone pour estimer la position du centre de masse à partir de tables de pondérations. En effet, pour un sexe donné, la répartition de masse entre les différents segments est relativement constante au sein de l'espèce humaine et fait l'objet de plusieurs modèles qui diffèrent

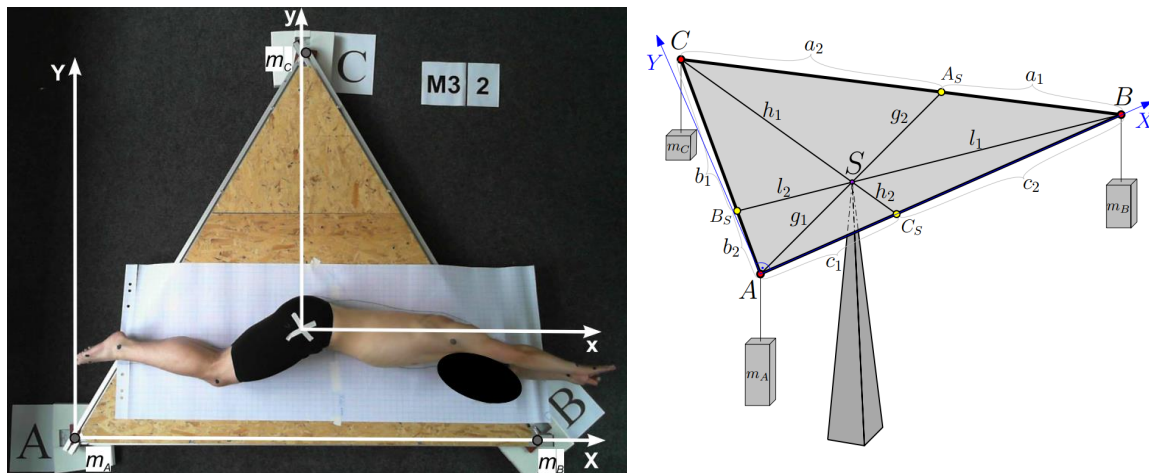


FIGURE 1.20 – Images extraites de l'étude de Hochstein [53]. Il propose une expérience où le nageur se place dans différentes positions, et les coordonnées du centre de masse sont déduites des forces exercées sur chaque extrémité du triangle.

Segment	Endpoints		Longitudinal length (mm)		Mass* (%)		Longitudinal CM position (%)		Sagittal r (%)		Transverse r (%)		Longitudinal r (%)	
	Origin	Other	F	M	F§	M¶	F	M	F	M	F	M	F	M
Head	VERT†	MIDG†	200.2	203.3	6.68	6.94	58.94	59.76	33.0	36.2	35.9	37.6	31.8	31.2
Trunk	SUPR†	MIDH†	529.3	531.9	42.57	43.46	41.51	44.86	35.7	37.2	33.9	34.7	17.1	19.1
UPT	SUPR†	XYPH†	142.5	170.7	15.45	15.96	20.77	29.99	74.6	71.6	50.2	45.4	71.8	65.9
MPT*	XYPH†	OMPH†	205.3	215.5	14.65	16.33	45.12	45.02	43.3	48.2	35.4	38.3	41.5	46.8
LPT	OMPH†	MIDH†	181.5	145.7	12.47	11.17	49.20	61.15	43.3	61.5	40.2	55.1	44.4	58.7
Upper arm	SJC‡	EJC‡	275.1	281.7	2.55	2.71	57.54	57.72	27.8	28.5	26.0	26.9	14.8	15.8
Forearm	EJC‡	WJC‡	264.3	268.9	1.38	1.62	45.59	45.74	26.1	27.6	25.7	26.5	9.4	12.1
Hand	WJC‡	MET‡†	78.0	86.2	0.56	0.61	74.74	79.00	53.1	62.8	45.4	51.3	33.5	40.1
Thigh	HJC‡	KJC‡	368.5	422.2	14.78	14.16	36.12	40.95	36.9	32.9	36.4	32.9	16.2	14.9
Shank	KJC‡	LMAL†	432.3	434.0	4.81	4.33	44.16	44.59	27.1	25.5	26.7	24.9	9.3	10.3
Foot*	HEEL†	TTIP†	228.3	258.1	1.29	1.37	40.14	44.15	29.9	25.7	27.9	24.5	13.9	12.4
Using alternative endpoints:														
Head*	VERT†	CERV†	243.7	242.9	6.68	6.94	48.41	50.02	27.1	30.3	29.5	31.5	26.1	26.1
Trunk	CERV†	MIDH†	614.8	603.3	42.57	43.46	49.64	51.38	30.7	32.8	29.2	30.6	14.7	16.9
Trunk	MIDS†	MIDH†	497.9	515.5	42.57	43.46	37.82	43.10	37.9	38.4	36.1	35.8	18.2	19.7
UPT*	CERV†	XYPH†	228.0	242.1	15.45	15.96	50.50	50.66	46.6	50.5	31.4	32.0	44.9	46.5
Forearm	EJC‡	STYL†	262.4	266.9	1.38	1.62	45.92	46.08	26.3	27.8	25.9	26.7	9.5	12.2
Hand	WJC‡	DAC‡	170.1	187.9	0.56	0.61	34.27	36.24	24.4	28.8	20.8	23.5	15.4	18.4
Hand*	STYL†	DAC‡	172.0	189.9	0.56	0.61	35.02	36.91	24.1	28.5	20.6	23.3	15.2	18.2
Hand	STYL†	MET‡†	79.9	88.2	0.56	0.61	75.34	79.48	51.9	61.4	44.3	50.2	32.7	39.2
Shank	KJC‡	AJC‡	438.6	440.3	4.81	4.33	43.52	43.95	26.7	25.1	26.3	24.6	9.2	10.2
Shank	KJC‡	SPHY†	426.0	427.7	4.81	4.33	44.81	45.24	27.5	25.8	27.1	25.3	9.4	10.5

FIGURE 1.21 – Tableau issu des travaux de De Leva [49]. Ces tables comportent les masses relatives de chaque segment ainsi que la position du centre de masse de chaque segment.

légèrement dans la répartition. Nous retenons la table de Zatsiorsky, adaptée par De Leva [49], qui est la plus utilisée dans le domaine de la natation ([54], [55] et [56]). Comme montré sur la figure 1.21, ces tables nous donnent la masse relative de chaque segment, ainsi que la position du centre de masse sur le segment, en pourcentage de la longueur du segment. À partir de la position des marqueurs, nous trouvons le centre de masse de chaque segment et nous lui affectons sa pondération dans le calcul de la position du centre de masse global. Ce centre de masse est calculé en prenant le barycentre de tous les segments listés.

Il faut noter que pour la tête, le marqueur pointé est considéré comme le centre de masse associé. Pour les pieds et les mains, toute la masse est localisée au marqueur le plus éloigné (cheville ou poignet). Cette approximation peut être justifiée par le faible poids relatif du pied et de la main. En effet, une erreur de 1 cm de la position du centre de masse du tronc est équivalent à une erreur de 33 cm (d'après la figure 1.21) sur la position du centre de masse du pied. Notre pointage n'étant pas précis au centimètre, il n'est pas nécessaire d'affiner la position du centre de masse du pied et de la main, pour lequel l'erreur ne dépasse pas les 10 centimètres.

Nous comparons (figure 1.22) les positions du centre de masse obtenues manuellement avec

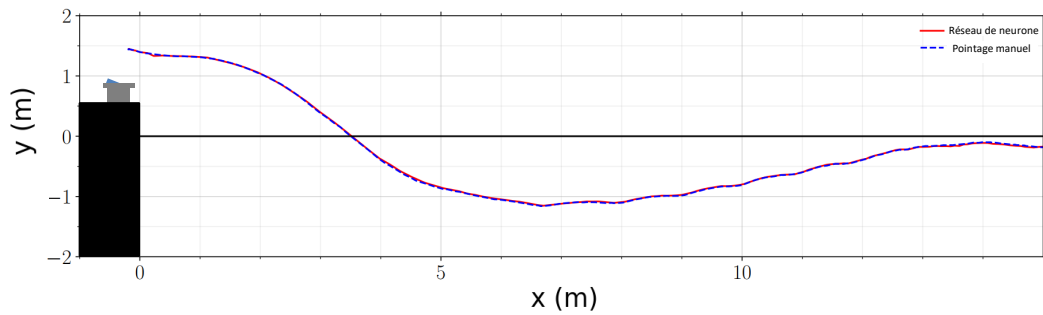


FIGURE 1.22 – Trajectoire du centre de masse sur un départ plongé. Nous comparons la position du centre de masse calculée à partir des 14 marqueurs pointés manuellement avec la position du centre de masse calculée à partir des marqueurs obtenus avec le réseau de neurone. Il s'agit d'images qui ne font pas partie du jeu de données d'entraînement du réseau de neurone.

celles obtenues grâce au tracking automatique, sur un passage qui ne correspond pas au jeu de données d'entraînement du réseau de neurones. Nous observons que le réseau de neurones donne les mêmes résultats que notre pointage manuel, signe que nous pouvons l'utiliser pour la suite. Chaque pointage automatique sera toutefois vérifié avant de faire l'objet d'une analyse.

Résumé du Chapitre 1

Nous avons détaillé le fonctionnement de trois outils d'analyse du mouvement :

- 1. Le speedometer** permet l'analyse de l'évolution de la vitesse du nageur. En moyenne, les résultats sont très satisfaisants. Cependant, la mesure de la vitesse est parfois bruitée en raison des fortes décélérations du nageur et ce dispositif nécessite le port d'une ceinture par le nageur, ce qui peut perturber la nage.
- 2. Les centrales inertielles** (ou IMU) permettent d'obtenir les accélérations et les vitesses angulaires de chaque segment des membres supérieurs (bras et avant-bras). Il est nécessaire que le nageur effectue des mouvements de calibration pour évaluer la position de la centrale inertielle par rapport au segment. Ensuite le mouvement est intégré grâce à un algorithme basé sur les quaternions.
- 3. Le tracking** permet l'analyse du mouvement de manière non intrusive. Nous disposons d'un système de caméras fixes. Chacune d'elles est calibrée individuellement. Il est possible en recollant les différentes images, d'obtenir une unique vidéo du nageur parcourant les 20 premiers mètres. La détection des différentes articulations permet ensuite de déterminer la position du centre de masse du nageur

2

FORCE DE PROPULSION ET FORCES DE RÉSISTANCE EN NATATION

Dans ce chapitre, nous établissons d'abord l'équation du mouvement en natation. Nous évaluons ensuite les différents termes de cette équation : masse ajoutée, résistances et propulsion. Les résistances sont évaluées grâce à des tests de traction passive à vitesse constante. La force de propulsion est mesurée sur des essais en nage attachée. Enfin, le départ arrêté permet de discuter de la pertinence des évaluations séparées de chacun des termes. Nous effectuons régulièrement des comparaisons avec des mesures effectuées en kayak.



Ulysse séduit par les sirènes, Roman de Troie, Benoit de Sainte-Maure, 1340-1350, BNF.

Sommaire

2.1	Équation du mouvement et motivations théoriques	36
2.2	Étude des résistances : le test de traction	39
2.3	Évaluation de la propulsion : la nage attachée	49
2.4	Trainée active et force de propulsion : le départ arrêté	53

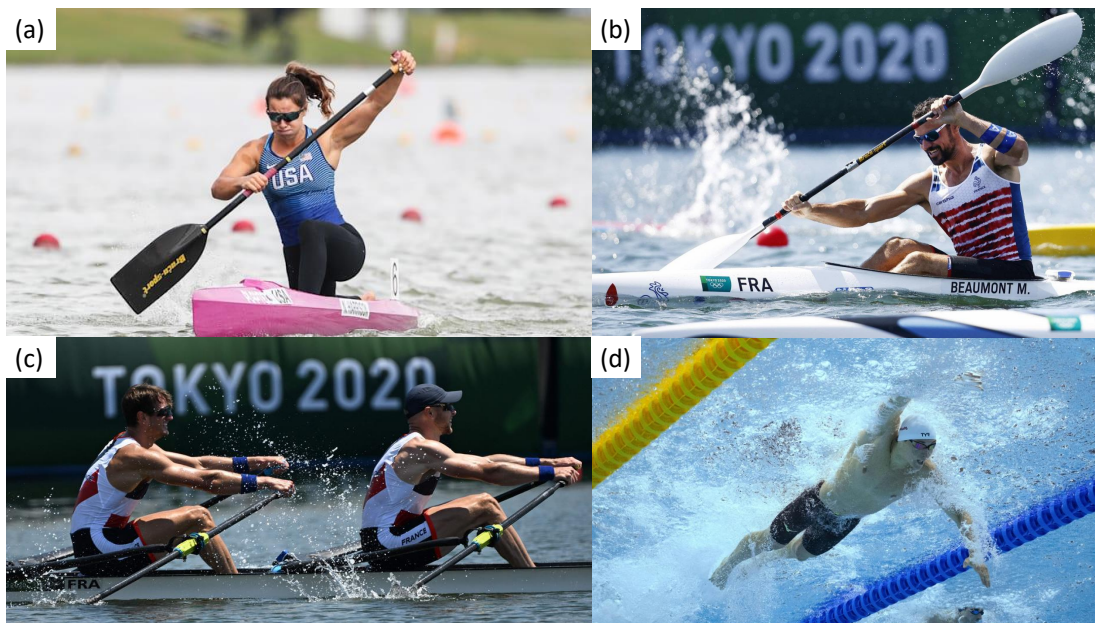


FIGURE 2.1 – Illustration des quatre sports de course en ligne aquatique olympiques à propulsion humaine. (a) Canoë [57] (b) Kayak [58] (c) Aviron [59] (d) Natation [60].

La natation n'est pas le seul sport de course en ligne aquatique olympique. En mettant de côté la planche à voile, qui n'utilise pas la force humaine comme source de propulsion, l'aviron, le kayak et le canoë sont les autres sports présents aux Jeux Olympiques (figure 2.1). Il existe 2 différences notables entre la natation et ces 3 sports. Les nageurs n'ont pas de bateau, ce qui augmente largement leurs résistances. De plus, contrairement aux autres sports de course aquatique, la seule rame que les nageurs possèdent est constituée de leurs bras. Ils ont donc un bras de levier plus faible, et surtout une surface propulsive beaucoup moins importante, et poreuse. L'autre avantage d'utilisation d'un bateau concerne les mesures et la capture du mouvement. L'électronique est mieux protégée dans un canoë que sur un nageur. L'encombrement est aussi moindre puisqu'il est possible de stocker du matériel dans le bateau, sans que cela ne gêne l'athlète. Enfin, la mesure de la force de propulsion est plus facile. On peut placer des jauges de contraintes sur la pagaie ou la rame, ce qui n'est pas le cas pour le bras. Nous avons eu l'occasion pendant ces trois ans, d'accueillir pendant 4 mois un stagiaire pratiquant le kayak à un niveau international. Nous avons donc réalisé en plus de nos expériences sur les nageurs, des expériences de kayak. Dans ce chapitre et le suivant, nous effectuerons régulièrement des comparaisons entre le kayak et la natation. Les détails techniques des expériences réalisées figurent quant à elles en annexe C.

2.1 Équation du mouvement et motivations théoriques

Nous nous plaçons dans le référentiel du nageur et nous observons l'écoulement autour de lui. Le nombre de Reynolds quantifie le rapport entre les forces d'inertie et la viscosité du fluide [61]. Il s'écrit $Re = LV/\nu$, où L est la taille du nageur, V la vitesse du fluide et ν la viscosité cinématique du fluide. Pour un nageur de taille $L = 2$ m, nageant à la vitesse $V = 2$ m/s dans une eau à 25° C, le nombre de Reynolds associé vaut :

$$Re = 4.5 \times 10^6.$$

Toute l'étude sera donc menée à haut Reynolds.

L'équation du centre de masse du nageur dans l'espace est la suivante :

$$(\mathcal{M} + \mathcal{M}_A) \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F}_P(t) - \mathbf{F}_D(t), \quad (2.1)$$

où \mathbf{V} , \mathbf{F}_P , et \mathbf{F}_D sont des vecteurs de dimension 3. $\mathbf{F}_D(t)$ correspond à la somme des résistances et $\mathbf{F}_P(t)$ représente la somme des forces de propulsions. $\mathcal{M} = M\mathcal{I}_3$, où M est la masse du nageur et \mathcal{I}_3 la matrice identité. \mathcal{M}_A est la matrice de masse ajoutée du nageur. Cette matrice est diagonale si on considère que le nageur admet 2 plans de symétrie ([62]). Le plan sagittal est évidemment un plan de symétrie. Pour une géométrie de corps simplifiée, nous pouvons également approximer le plan frontal comme un plan de symétrie. Ainsi la matrice \mathcal{M}_A est diagonale.

Lorsqu'il nage à la surface, le nageur évolue quasiment en ligne droite. L'équation 2.1 peut donc être projetée selon l'axe d'avancée du nageur. En revanche, lors des phases immergées qui suivent le départ et le virage, la profondeur du nageur change et le mouvement n'est plus rectiligne. Dans ce chapitre, nous supposons que le mouvement s'effectue à profondeur z constante. Toutefois nous chercherons à faire varier z et observer la dépendance de z sur les résistances.

Nous projetons donc l'équation 2.1 selon l'axe d'avancée du nageur (axe y) :

$$(M + M_A) \frac{dV}{dt} = F_P(t) - F_D(t). \quad (2.2)$$

M_A correspond au coefficient de masse ajoutée dans la direction de nage (axe pied - mains). $F_P(t)$ et $F_D(t)$ correspondent aux projections de la somme des propulsions et des résistances selon l'axe d'avancée du nageur. Dans ce chapitre, nous cherchons à évaluer chacun des termes de l'équation 2.2.

2.1.1 Masse ajoutée d'un nageur

D'après Caspersen [63], la masse ajoutée d'un nageur est environ 25 % de sa masse. On prendra donc $K_{ma} = 0.25$ dans la suite de nos travaux, sachant que le dispositif pour la mesurer est assez lourd à mettre en place. Comme montré sur la figure 2.2, il faut en effet faire osciller le nageur accroché à une barre, tout en mesurant la force dans la barre et la vitesse de la barre.

Nous pouvons toutefois estimer la masse ajoutée en utilisant les données anthropométriques des nageurs. Pour un nageur dont la hauteur bras tendus (distance cheville-poignet, voir figure 2.2) vaut $b = 2.33$ m, de masse $M = 92$ kg et la largeur d'épaule est $a = 0.39$ m, on a un rapport d'aspect $b/a = 6$. D'après Patterson [64], le coefficient de masse ajoutée d'une ellipsoïde de rapport d'aspect $b/a = 6$ vaut $K_{ma} = 0.045$ alors que le coefficient de masse ajoutée d'un parallélépipède de même rapport d'aspect vaut $K_{ma} = 0.29$. Les valeurs expérimentales se situent donc entre l'approximation de l'ellipsoïde, beaucoup plus profilée que le nageur et le parallélépipède, légèrement moins profilé.

En gardant l'approximation de parallélépipède, nous pouvons estimer la masse ajoutée quand les bras se situent le long du corps. Dans cette situation, le nageur voit son rapport d'aspect passer de 6 à 5. En utilisant toujours les tables de [64], nous obtenons $K_{am} = 0.37 = 1.27 \times 0.29$. Nous nous attendons donc à une augmentation du coefficient de masse ajoutée de l'ordre de 25 % si l'on effectuait l'expérience de Caspersen avec les bras le long du corps.

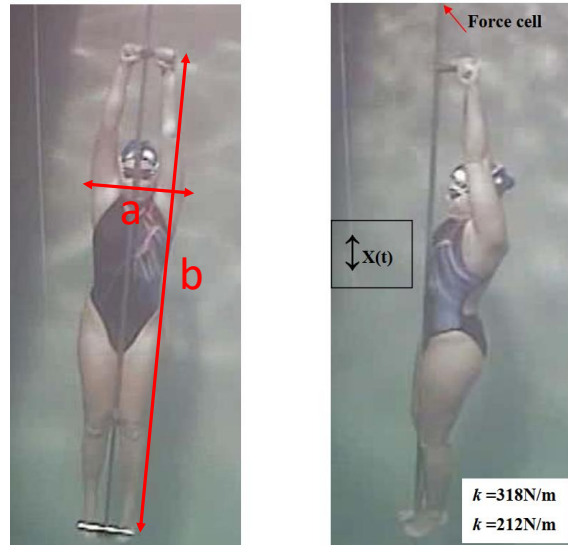


FIGURE 2.2 – Image tirée de l'étude de Caspersen [63]. Le nageur s'accroche à la barre qui oscille verticalement. Un capteur de force est placé sur la barre afin de mesurer la force nécessaire pour mettre le nageur en mouvement. La masse ajoutée mesurée est de l'ordre de 25 % de la masse totale du nageur, avec une masse ajoutée relative plus faible pour les nageuses (23.6 ± 1.6 %) que pour les nageurs (26.8 ± 2.3 %).

2.1.2 Propulsion et résistances

$F_D(t)$ correspond à l'ensemble des résistances subies par le nageur. $F_P(t)$ est la force propulsive du nageur, elle comprend aussi bien la propulsion des jambes que la propulsion des membres supérieurs, toutes deux projetées dans la direction d'avancée. Si l'on se restreint au cas du crawl, les jambes contribuent à 30 % de la force totale [65]. Deschodt [66], quant à lui, remarque une diminution de la vitesse de 10 % sur des sprints effectués sans propulsion des jambes.

Une analyse en loi d'échelle suggère :

$$\frac{1}{2}\rho V^2 S \sim F_p \quad \text{soit} \quad V \sim \sqrt{\frac{2F_P}{\rho S}}. \quad (2.3)$$

Finalement :

$$\frac{\delta V}{V} \sim \frac{1}{2} \frac{\delta F_P}{F_P}.$$

Une augmentation de vitesse de 10 % nécessite donc une augmentation de force de 20 %. Dans notre étude, nous nous concentrerons sur le crawl, et nous ferons l'hypothèse que les jambes assurent 25 % de la force de propulsion, juste milieu entre les données de Morouço (30 %) et de Deschodt (20 %).

Notre objectif est de modéliser chaque terme de l'équation 2.1, en annulant le terme d'accélération. Nous allons d'abord tracter le nageur à vitesse constante et mesurer la force de traction nécessaire pour égaliser la force de traînée F_D en fonction de la vitesse et de la profondeur. Ensuite nous mesurons la force nécessaire pour retenir le nageur lors de tests de propulsion en nage attachée, et donc sans traînée. Enfin, nous réaliserons des tests de départ arrêté en nage complète pour discuter de cette approche décomposée.

Nageur	Sexe	Âge	Masse	Taille bras tendus	Niveau	Spécialité
A1	M	31 ans	71 kg	2.55 m	Régional	Brasse
A2	F	16 ans	51 kg	2.3 m	Régional	200 NL
A3	M	23 ans	89 kg	2.7 m	International	200 NL

TABLEAU 2.1 – Caractéristiques des 3 nageurs testés.

2.2 Étude des résistances : le test de traction

Dans cette section nous répondons à la question suivante : Quelle est la contribution des forces de résistance F_D en fonction de la profondeur z et de la vitesse du nageur V ?

2.2.1 Athlètes testés

Nous réalisons les tests sur 3 nageurs différents. Leurs caractéristiques sont rappelées dans le tableau 2.1. Nous effectuons les essais sur deux nageurs A1 et A2. A1 est un nageur, de masse $M = 71$ kg. Sa taille bras tendus vaut $L = 2.55$ m. A2 est une nageuse, de masse $M = 51$ kg, et de taille $L = 2.3$ m lorsqu'elle a les bras tendus.

2.2.2 Dispositif expérimental

Nous nous tournons donc vers un système inspiré de Karpovich [24], qui en 1933, était capable d'évaluer la résistance passive des nageurs (figure 2.3).

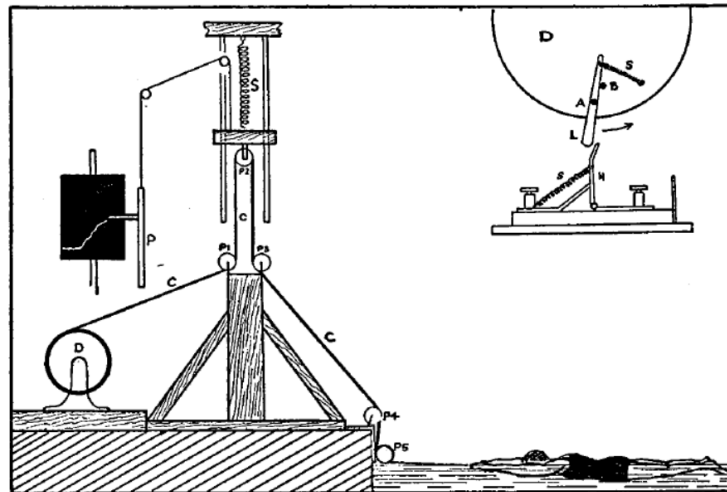


FIGURE 2.3 – Image tirée de l'étude de Karpovitch [24] : le nageur est tracté grâce à une corde C qui s'enroule autour d'un moteur D . La tension dans la corde est mesurée grâce au ressort S et la poulie $P2$. L'allongement du ressort au cours du temps est enregistré grâce au kymographe P . Les rotations de D sont également enregistrées (incrustation en haut à droite).

Les ordinateurs ayant remplacé les kymographes, nous utiliserons un capteur de force relié

à un système d'acquisition pour évaluer la tension dans le fil. Concernant le contrôle de la vitesse, nous possédons un moteur relié à un contrôleur, qui maintient une vitesse constante au pourcent. Notre système est présenté figure (2.4). On contrôle donc la vitesse du nageur grâce à la vitesse de rotation du moteur. Cette vitesse vaut $V = R\dot{\theta}$, où R est le rayon du cylindre, et $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire de ce cylindre. En pratique, le moteur tourne à la même vitesse que ce cylindre car le rapport de réduction de la courroie vaut un. $\dot{\theta}$ est donc aussi la vitesse de rotation du moteur.

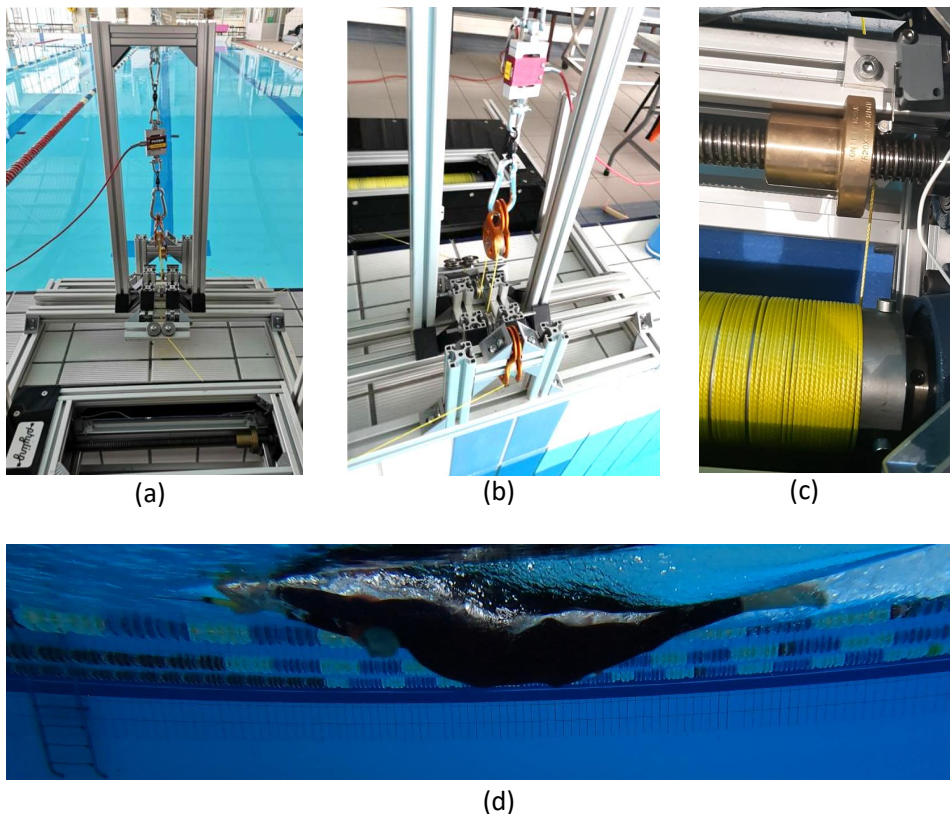


FIGURE 2.4 – Dispositif utilisé pour évaluer la résistance des nageurs lors d’essais réalisés à la surface. On utilise un système de renvoi de poulies ainsi qu’un capteur de force pour évaluer la tension dans le fil. (a) Système vu du bord du bassin, le moteur est en bas de l’image (b) Système vu depuis le bassin. (c) Zoom sur le système d’enroulement du moteur. Un guide en laiton placé sur une vis sans fin assure l’enroulement sur le cylindre en une unique épaisseur. (d) Nageur tracté en position *flèche*.

Mesure de la force de traction. La force mesurée par le capteur de force correspond à 2 fois la tension dans le fil. On mesure donc la force et on trace la tension dans le fil en fonction du temps. Des courbes de force des essais concernant l’athlète A1 sont présentées sur la figure 2.5 pour différentes vitesses de traction. Au minimum 2 passages sont effectués par vitesse. Si nous observons un écart de force important sur les deux passages, nous demandons au nageur d’effectuer un passage supplémentaire. L’incrément de vitesse dépend de la disponibilité du nageur : il faut compter 4 à 5 minutes pour obtenir un point.

Descendre sous 1 m/s est compliqué pour des questions de stabilité. Aller au-delà de 3 m/s pose des problèmes de sécurité liés au moteur. Pour cette raison nous nous restreignons à

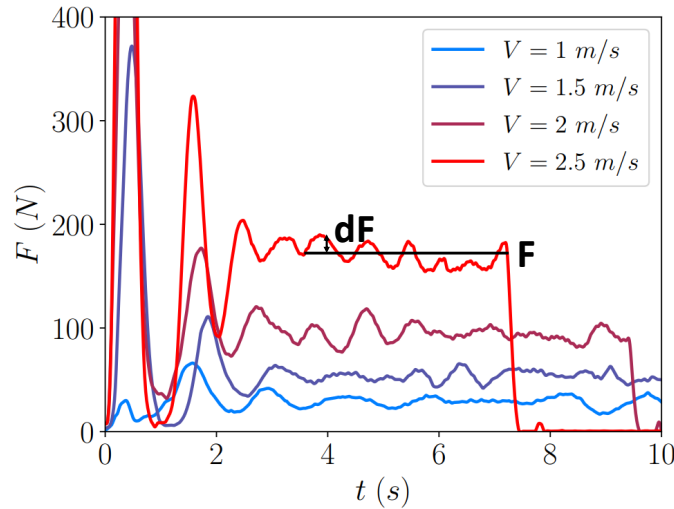


FIGURE 2.5 – Signal de force enregistré pour différentes vitesses. Après un pic dû à l'accélération du nageur, le signal présente un plateau. La force associée à la vitesse de traction est définie comme la moyenne de ce plateau, et l'incertitude correspond à l'écart-type.

des vitesses allant de 1 m/s à 3 m/s. Cela couvre largement les vitesses de nage observées en compétition. Après un pic dû à l'accélération du nageur, on observe un plateau de force, correspondant à la durée pendant laquelle le nageur est tracté à vitesse constante, puis une chute brutale de la force au moment où le moteur s'arrête. La force de traction associée à une vitesse donnée est définie comme la moyenne de ce plateau de force. Nous définissons notre incertitude comme l'écart-type de la série de données constituant le plateau de force.

2.2.3 Résultats obtenus

Sur la figure 2.5, quand la vitesse passe de 1 m/s à 2 m/s, la force passe de 25 N à 100 N. Cela suggère une loi quadratique entre la force de résistance et la vitesse de nage, comme évoqué sur la loi d'échelle 2.3. Nous traçons donc les forces de résistance en fonction de la vitesse de traction, et comparons cela avec une courbe $F \propto V^2$.

L'évolution de la force de traction F en fonction de la vitesse V pour A1 et A2 est présentée sur la figure 2.6. Nous définissons ensuite $k_b = F/V^2$.

Sur la figure 2.7-a est représentée l'évolution de k_b en fonction de la vitesse pour les nageurs A1 et A2. Sur la figure 2.7-b, les mêmes données adimensionnalisées sont tracées. L correspond à la taille de l'athlète bras tendus, alors que M correspond à sa masse. Nous choisissons le nombre de Froude $Fr = V/\sqrt{gL}$ pour adimensionnaliser la vitesse, en observant que les vagues sont de plus en plus hautes au fur et à mesure que la vitesse augmente.

Pour $Fr < 0.41$, le coefficient k_b est constant.

Pour $Fr > 0.41$, nous observons une évolution de k_b en forme de cloche non symétrique, avec un maximum autour de $Fr = 0.5$.

Pour un nageur de taille adulte, on a $L \approx 2.5$ m. La vitesse correspondant à $Fr = 0.41$ correspond à une vitesse $V = 2$ m/s. Sur des courses de 50 mètres, les meilleurs mondiaux nagent à 2.1 m/s. Pour une nageuse avec $L = 2.3$ m, cette vitesse chute à 1.9 m/s. On a un

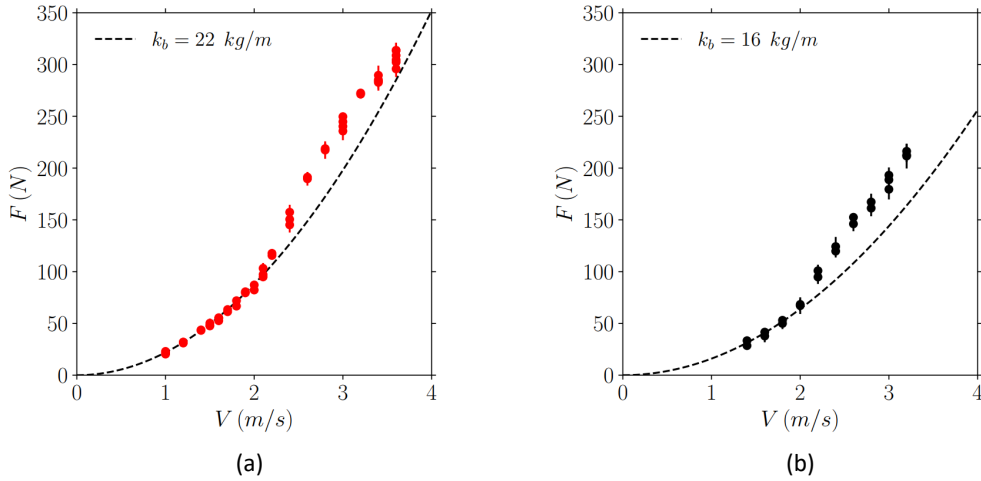


FIGURE 2.6 – Force de traction nécessaire pour tracter les athlètes A1 et A2 à la surface en fonction de la vitesse de traction. Les traits pointillés correspondent au modèle $F = k_b V^2$. (a) Athlète A1 (b) Athlète A2.

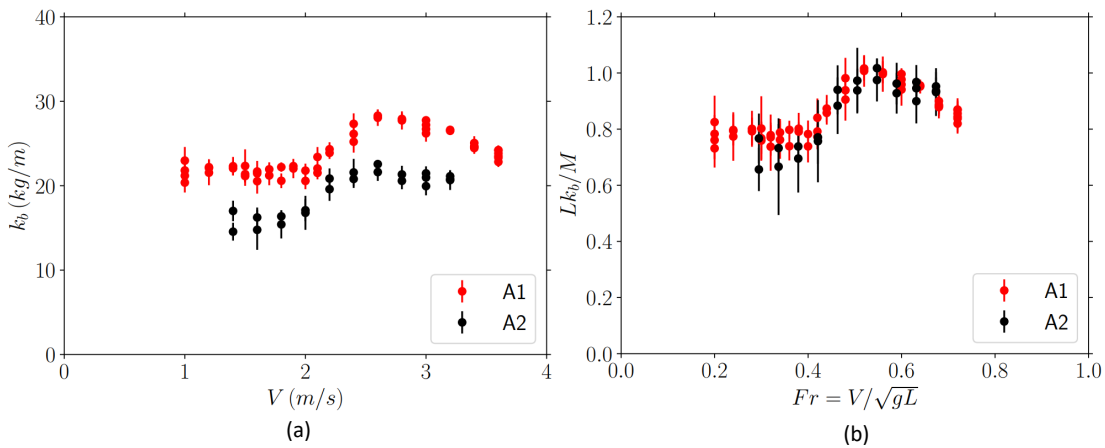


FIGURE 2.7 – Évolution du coefficient de traînée $k_b = F/V^2$ en fonction de la vitesse avec et sans dimension pour les athlètes A1 et A2. (a) Coefficient k_b en fonction de la vitesse V . (b) Coefficient adimensionné Lk_b/M en fonction du nombre de Froude $Fr = V/\sqrt{gL}$. Nous choisissons le nombre de Froude plutôt que le nombre de Reynolds puisque nous nous attendons à une influence des vagues sur le coefficient de traînée.

écart de temps de 14 % entre le record du monde masculin (20.91 s) et le record du monde féminin (23.67 s). L'écart relatif de vitesse étant plus important que l'écart relatif de taille, les athlètes de sexe masculin nagent donc à un nombre de Froude plus élevé que les athlètes de sexe féminin. Nous sommes donc quasiment toujours dans les conditions $Fr < 0.41$, sauf pour les meilleurs mondiaux sur 50 m nage libre. Nous considérons donc lors des phases de nage à la surface, que l'approximation $F = k_b V^2$, avec k_b constant est valable.

Toutefois dans les phases non nagées, qui suivent la poussée sur le plot de départ ou la poussée au mur, les vitesses de nage se trouvent dans la zone de Froude $[0.41, 0.8]$. Il est donc nécessaire d'avoir un modèle capable de prendre en compte les variations du coefficient de k_b en fonction de la vitesse.

Influence de la profondeur A priori, la force de traînée s'écrit :

$$F = k_b(z, V)V^2. \quad (2.4)$$

La figure 2.7 représente l'évolution $k_b(0, V)$. Nous observons un plateau pour $Fr < 0.41$. Notre objectif est d'évaluer la hauteur de ce plateau en fonction de la profondeur du nageur. Pendant les phases de coulée, qui suivent le départ ou la poussée au mur suite à un virage, la profondeur du nageur varie sensiblement (les nageurs peuvent atteindre une profondeur de 1.5 m). Il est donc utile de connaître les variations de traînée en fonction de la profondeur.

Lyttle a évalué l'influence de la profondeur sur la résistance du nageur [67]. Nous avons essayé de reproduire de telles expériences avec un système de poulies placées à différentes profondeurs, afin de tracter le nageur horizontalement à profondeur constante. Maintenir le nageur à profondeur constante n'est pas évident, et nous observons en pratique une différence entre la profondeur de la poulie et la profondeur du nageur. Nous filmons les essais et mesurons donc la profondeur grâce aux images de l'essai.

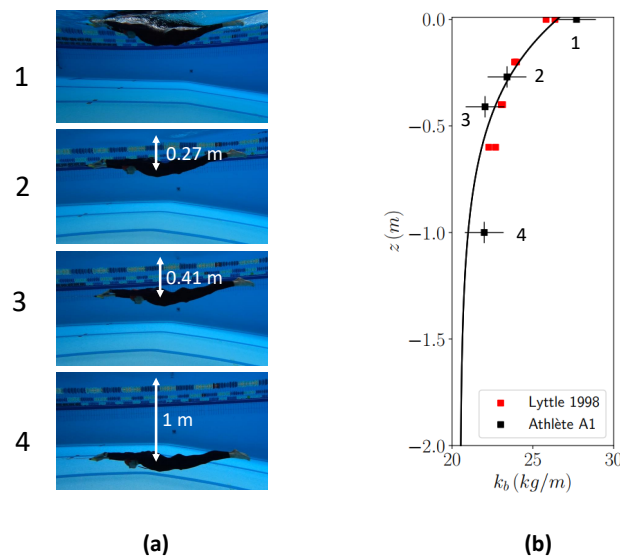


FIGURE 2.8 – Évolution du coefficient de traînée k_b (calculé sur des valeurs de nombre de Froude $Fr < 0.41$) en fonction de la profondeur. Les points rouges sont extraits de [67]. Les points noirs correspondent aux expériences sur A1 montrées en (a). La courbe noire correspond au modèle présenté équation 2.9.

Sur la figure 2.8, nous représentons l'évolution du coefficient k_b en fonction de la profondeur pour l'athlète A1, ainsi que les résultats obtenus par Lyttle. Pour éviter de superposer deux effets, nous nous restreignons aux vitesses correspondant à $Fr < 0.41$.

2.2.4 Modèle

Résistance loin de la surface. Un corps complètement immergé en mouvement est soumis à deux types de résistance [68] : la traînée de peau due aux frottements entre le fluide et la surface et la traînée de forme due à la génération de tourbillons, causant une différence de pression entre l'avant et l'arrière. La traînée de peau est dominante sur les corps profilés, alors qu'à l'inverse, la traînée de forme est dominante sur les corps non profilés [69]. Marinho a montré que la traînée de forme représente entre 83 et 87 % de la somme des deux






contributions pour un nageur [70]. Nous nous intéressons donc en priorité à la traînée de forme.

Traînée de forme On se place dans le référentiel du nageur et nous cherchons à étudier l'écoulement autour du nageur. Si la vitesse de nage est \vec{V} , l'écoulement autour du nageur vaut $-\vec{V}$.

Nous supposons d'abord que le nageur est immergé loin de la surface. Dans cette gamme de Reynolds, une analyse dimensionnelle [61] permet d'exprimer la résistance de forme F_F subie par le nageur :

$$F_F = \frac{1}{2} \rho S C_D(\text{Re}) V^2, \quad (2.5)$$

où S est la surface frontale du nageur, ρ la masse volumique de l'eau, et C_D est un coefficient adimensionné qui dépend de la géométrie du nageur, ainsi que du nombre de Reynolds a priori. La surface frontale correspond à la surface minimale qui englobe la totalité du corps du nageur. Sur la figure 2.9-a, nous donnons les coefficients C_D pour différentes géométries. Sur la figure 2.9, nous estimons la surface frontale de l'athlète A1. Sachant que les vitesses que nous observons vont de 1 à 3 m/s, la gamme de Reynolds est $2.2 \times 10^6 - 6.6 \times 10^6$. Nous nous situons donc après la crise de traînée, dans une zone où le coefficient C_D varie peu ([71]).

Body (Flow From left to right)	L/d	Re= V d/v	C_D
Bodies of revolution			
1) Sphere: 		10^5 $>3 \times 10^5$	0.50 0.20
2) Ellipsoid: d=1  2		$>2 \times 10^5$	0.07
3) Circular cylinder axis vertical to follow:  L d	1 5 20 ∞ 5 ∞	10^5 $>5 \times 10^5$	0.63 0.74 0.90 1.20 0.35 0.33
4) Rectangular plate: L=length d= width  d L	1 5 20 ∞	$>10^3$	1.16 1.20 1.50 1.90
5) Square cylinder:  d		3.5×10^4 $10^4 - 10^5$	2.0 1.6

(a)



(b)

FIGURE 2.9 – Estimation de la traînée de forme (a) Coefficient C_D pour différentes géométries [72]. (b) Estimation de la surface frontale S chez l'athlète A1.

Pour un cylindre, on a $C_D = 0.35$. On mesure sur l'image de la figure 2.9-b, $S = 0.099 \text{ m}^2$. Cela est cohérent avec les valeurs trouvées par Zamparo et al. (0.15 m^2) [73]. En écrivant $F_F = k_F V^2$, on obtient $k_F = 17.2 \text{ kg/m}$.

Prise en compte de la traînée de peau. La traînée de peau résulte des frottements entre le fluide et la surface de l'objet étudié. Par analyse dimensionnelle, la traînée de peau F_S peut s'écrire :

$$F_S = \frac{1}{2} \rho S_{wet} C_s V^2,$$

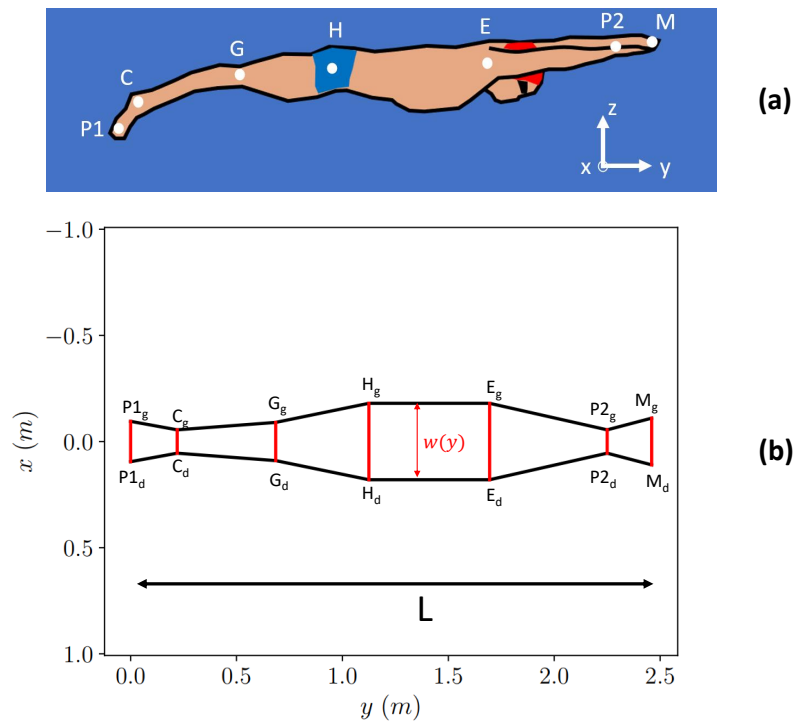


FIGURE 2.10 – (a) Illustration des différents points de mesure de la largeur du nageur. (b) Nageur simplifié vue de dessus. La surface mouillée est estimée avec $S_{wet} = \int_0^L w(y)\pi dy$.

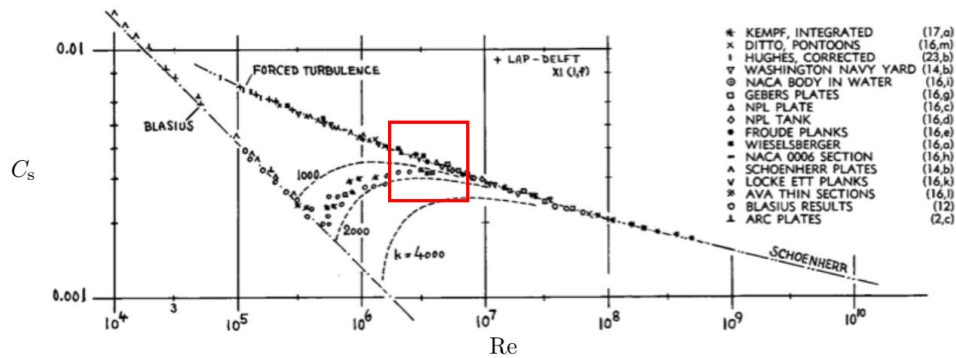


FIGURE 2.11 – Image tirée de [69]. Évolution du coefficient de traînée de peau C_s d'une plaque plane en fonction du nombre de Reynolds, suivant le régime de l'écoulement (laminaire ou turbulent). Dans la gamme de Reynolds impliquée en natation (rectangle rouge), l'écoulement est turbulent et $C_s \propto Re^{-1/7}$.

où S_{wet} est la surface mouillée, C_s un coefficient adimensionné qui dépend de la vitesse a priori et ρ reste la masse volumique de l'eau. Pour le corps humain complètement immergé, la surface mouillée correspond à la surface du corps. Nous estimons cette surface comme montré sur la figure 2.10. Nous mesurons la largeur du corps en 7 points et nous estimons que le corps a une section circulaire. Ainsi $S_{wet} = \int_0^L w(y)\pi dy$. Pour le nageur A1, on obtient $S_{wet} = 0.91 \text{ m}^2$. On montre sur la figure 2.11 l'évolution du coefficient C_s pour des plaques planes en fonction du coefficient de Reynolds, pour les régimes laminaires et turbulents. Nous sommes au-delà de $Re = 10^6$, donc le régime est turbulent. Dans ce cas, on a $C_s \propto Re^{-1/7}$ [69], comme illustré sur la figure 2.11. Avec $C_s = 3 \times 10^{-3}$, on obtient $k_S = 1.37 \text{ kg/m}$.

On a donc $k_s \ll k_F$. La traînée de forme est majoritaire. Avec nos estimations numériques, nous obtenons une part de traînée de forme de 93 % dans la somme traînée de la traînée de forme et de la traînée de peau, ce qui est légèrement supérieur aux valeurs données par Marinho (entre 83 et 87 %) [70].

Nous obtenons une estimation de $k_F + k_s = 18.6$ kg/m pour l'athlète A1. Sur la figure 2.8, nous observons que quand $z \rightarrow -\infty$, $k_b \rightarrow 20.8$ kg/m. Dans cette limite, il n'y a pas de traînée de vague donc $k_b = k_F + k_s$. Nous obtenons le bon ordre de grandeur. L'estimation de C_D pour la traînée de forme n'est pas assez précise pour espérer une meilleure prédiction.

Pour la nage en surface, une nouvelle source de dissipation apparait. En plus des traînées de peau et de forme, les vagues créées par le nageur transportent de l'énergie à l'infini [74]. La profondeur à laquelle les nageurs effectuent leurs ondulations (autour de 1 mètre) ainsi que la visualisation d'ondes à la surface laissent penser que la traînée d'onde n'est pas négligeable. La traînée de vague a été très étudiée dans l'architecture navale [75, 76, 77, 78, 79]. Le nombre de Froude $Fr = V/\sqrt{gL}$ permet de comparer l'énergie cinétique à l'énergie potentielle de pesanteur. L représente la longueur du bateau (ou du nageur), alors que g représente l'accélération de la pesanteur. De la même manière que pour les deux formes de traînées précédentes, nous utilisons une analyse dimensionnelle pour exprimer la traînée de vague F_w de la manière suivante [68] :

$$F_w = \frac{1}{2} \rho \Omega^{2/3} C_w(Fr) V^2. \quad (2.6)$$

Ω est un volume caractéristique du bateau (produit de la longueur, de la profondeur et de la largeur). Pour un nageur, on prendra $\Omega = M/\rho$.

Le nageur est un bateau à coque déformable, nous nous attendons donc à des différences avec les valeurs de C_w trouvées dans l'architecture navale. Nous allons utiliser les données expérimentales pour estimer $C_w(Fr)$. À notre connaissance, peu d'études ont été effectuées pour mesurer l'influence des vagues sur la traînée d'un nageur.

Traînée totale. La somme des contributions des traînées de forme F_F , de peau F_S et de vagues F_w s'écrit donc :

$$F_D = \frac{1}{2} \rho (SC_D + S_{wet} C_s + \Omega^{2/3} C_w) V^2. \quad (2.7)$$

En notant $k_b = \frac{1}{2} \rho (SC_D + S_{wet} C_s + \Omega^{2/3} C_w)$, nous avons :

$$F_D = k_b V^2. \quad (2.8)$$

L'évolution de ce coefficient en fonction de la profondeur traduit une composante de traînée de vague non négligeable aux vitesses inférieures à $Fr = 0.41$, puisque les traînées de forme et de peau ne varient pas en fonction de la profondeur. Cela est confirmé par les vagues que nous observons, y compris pour $Fr < 0.41$.

Nous cherchons un modèle pour l'évolution de k_b en fonction de la profondeur, en dehors de la cloche de traînée d'onde. Sachant que cette réduction de traînée est due aux vagues, on s'attend à une longueur caractéristique de décroissance égale à l'épaisseur du corps du nageur $D = 0.5$ m. On cherche l'évolution du coefficient k_b comme

$$k_b(z, Fr) = k_\infty + k_w(Fr) e^{-z/D} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k_\infty = \frac{1}{2} \rho (S C_D + S_{wet} C_s) \\ k_w(Fr) = \frac{1}{2} \rho S_{wet} C_w(Fr) \end{cases} \quad (2.9)$$

Avec nos données expérimentales (figure 2.8), on trouve $k_\infty = 20.8 \text{ kg/m}$ et $k_w(Fr < 0.41) = 5.1 \text{ kg/m}$. On a donc une augmentation de 25 % de traînée entre une coulée loin de la surface et une coulée à la surface pour des nombres de Froude $Fr < 0.41$. Pour la suite, nous prendrons $k_w/k_\infty = 0.25$. Nous pouvons reprendre l'équation 2.6 pour estimer C_w . Pour l'athlète A1, on estime $C_w(Fr < 0.41) = 5 \times 10^{-3}$.

À partir de la figure 2.7, nous pouvons tracer l'évolution $k_w(Fr)$, grâce à notre hypothèse $k_w/k_\infty = 0.25$. En effet, pour des essais à la surface, nous avons :

$$k_w(Fr) = k_b(0, Fr) - 0.8 k_b(0, Fr < 0.41).$$

C'est ce que nous faisons sur la figure 2.12. En pointillés, nous montrons le modèle que nous retenons pour l'évolution $k_w(y = 0, Fr)$.

Pour $Fr < 0.41$, k_w est constant. Pour $Fr > 0.41$, nous effectuons un ajustement polynomial de degré 3, dont les coefficients sont explicités sur la figure 2.7. La zone $Fr > 0.8$, n'est pas pertinente en natation, nous ne nous y intéressons donc pas.

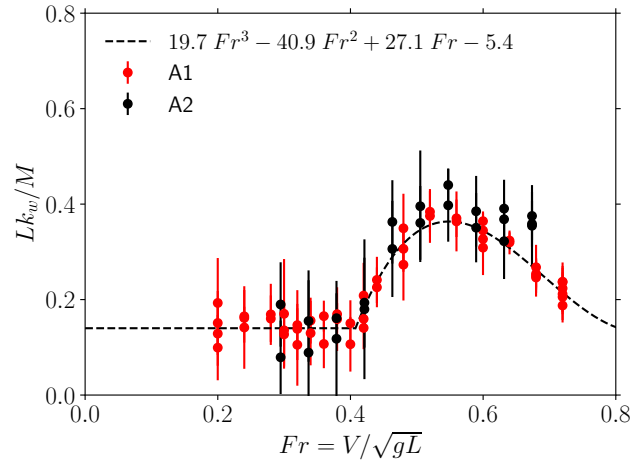


FIGURE 2.12 – Évolution du coefficient de traînée de vagues adimensionné à la surface Lk_b/M en fonction du nombre de Froude, pour les deux athlètes testés A1 et A2. En pointillés, nous représentons le modèle empirique déduit à partir de nos expériences (voir équation 2.10).

Nous définissons la fonction $k_{w,0}(Fr, k_\infty)$ pour des valeurs de Froude dans $[0, 0.8]$:

$$\begin{cases} k_{w,0}(Fr, k_\infty) = 0.25 k_\infty & \text{si } Fr < 0.41 \\ k_{w,0}(Fr, k_\infty) = 19.7 Fr^3 - 40.9 Fr^2 + 27.1 Fr - 5.4 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.10)$$

Le coefficient de traînée d'onde C_w varie donc de 0.006 ($Fr < 0.41$) à 0.016 ($Fr = 0.55$) pour l'athlète A1 (d'après l'équation 2.6). Les ordres de grandeur pour $Fr > 0.41$ sont cohérents avec les valeurs des bateaux ([68]). En revanche, pour un bateau, on a $C_w(Fr < 0.4) \ll C_w(Fr = 0.5)$, ce qui n'est pas le cas ici.

Finalement, nous pouvons décrire l'évolution du coefficient k_b en fonction de la profondeur et du nombre de Froude :

$$k_b(z, Fr) = k_\infty + k_{w,0}(Fr, k_\infty) e^{-z/D}. \quad (2.11)$$

Cette formule sera réutilisée lors de l'étude de la coulée. À la surface, nous supposons que le coefficient k_b ne dépend pas de la vitesse et donc du nombre de Froude.

2.2.5 Influence de la position

La position privilégiée dans les tests de traction est la position en *flèche*, c'est-à-dire les 2 bras tendus devant (figure 2.13-a). Cela permet de tenir une poignée confortablement avec les deux mains, et cela limite les résistances. Cette position n'est en fait utilisée en natation que pendant les phases de coulée. Pendant les phases nagées, le nageur a soit un bras devant (figure 2.13-b), ou soit aucun bras devant (figure 2.13-c). Nous allons donc évaluer le coefficient de résistance dans ces trois positions. Le ou les bras qui ne sont pas devant seront laissés le long du corps. Cela ne correspond pas exactement aux positions observées pendant la nage. Cependant, quand le bras n'est pas devant, il ne freine pas le nageur : soit ce bras est dans l'air, ou soit il est dans l'eau, en allant dans la direction opposée à celle du corps du nageur. Il est difficile d'effectuer les tests avec un bras hors de l'eau pour des questions de stabilité. Les positions étudiées montrent l'influence de la position et encadrent les positions réelles.

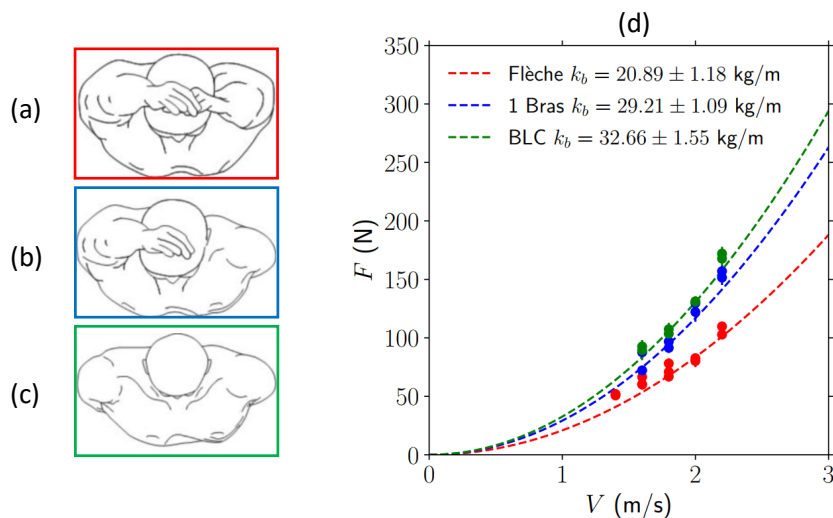


FIGURE 2.13 – Relation force de traction - vitesse pour le nageur A3 dans trois positions différentes. (a) En rouge : la position *flèche*. (b) En bleu : la position *un bras devant*. (c) En vert : la position *bras le long du corps*.

On représente l'évolution de la force en fonction de la vitesse pour les trois positions (figure 2.13-d). On observe une augmentation de la traînée de 40 % entre la position *flèche* et la position *un bras devant*. La position *bras le long du corps* génère 56 % de traînée en plus que la position *flèche*. On comprend ainsi que la position utilisée pendant les phases de coulée est plus hydrodynamique que celles correspondant aux phases de nage. De plus, la position avec un bras devant permet de réduire ses résistances par rapport à la position avec les deux bras le long du corps. Cela justifie les phases de glisse des nageurs de crawl. Pendant ces phases-là, le nageur choisit de ne pas engager son bras pour se propulser afin de réduire ses résistances. Carmigniani et al. [17] ont modélisé ces alternances de phases propulsives et de phases de glisse, et ont montré que ce type de stratégie permet, pour un nageur donné, de minimiser l'énergie consommée pour une vitesse fixée.

2.3 Évaluation de la propulsion : la nage attachée

Dans la partie précédente, nous avons évalué la contribution F_D dans l'équation du mouvement du nageur 2.1. Nous étudions maintenant la contribution F_P . Mesurer la force de propulsion d'un nageur n'est cependant pas évident. Si on compare par exemple avec la mesure de la puissance en cyclisme, les obstacles sont nombreux : le fait d'être en milieu aquatique pose de sérieux problèmes de fiabilité liés à l'électronique. Il faut donc un dispositif parfaitement étanche. De plus, les ondes traversent difficilement l'interface eau-air. Il est donc difficile d'utiliser des systèmes sans fil, pourtant beaucoup moins encombrants. Enfin, le nageur se propulse avec son propre corps, sans outil "passif" annexe tel qu'une rame ou un pédalier sur lequel on pourrait placer des jauges de contraintes pour mesurer la force développée.

Nous retenons deux solutions qui possèdent chacune leurs qualités et leurs défauts. D'abord, il est possible de revêtir des gants tels que ceux développés par Takagi [80] (figure 2.14). À partir de la différence de pression entre la paume de la main \overline{P}_a (figure 2.14-a) et le dos de la main \overline{P}_b (figure 2.14-b), il est possible de déduire la force de propulsion $F_p = (\overline{P}_a - \overline{P}_b)\Sigma_{main}$, où Σ_{main} est la surface de la main. Ce calcul n'est pas immédiat puisque les valeurs de pression sont obtenues en quelques points uniquement. Il faut donc interpoler ces valeurs afin d'avoir une carte de pression sur la main. Ensuite, la partie couverte par le gant n'est pas la seule partie propulsive du bras. En effet les dernières phalanges ne sont pas couvertes et l'avant-bras non plus. Il faut donc déterminer la part de propulsion de la mitaine, et supposer que cette proportion ne varie pas en fonction de la fatigue du nageur. Toutefois cette technique a l'avantage de pouvoir être utilisée dans des conditions proches des conditions écologiques, sous condition de pouvoir enregistrer les données de pression.

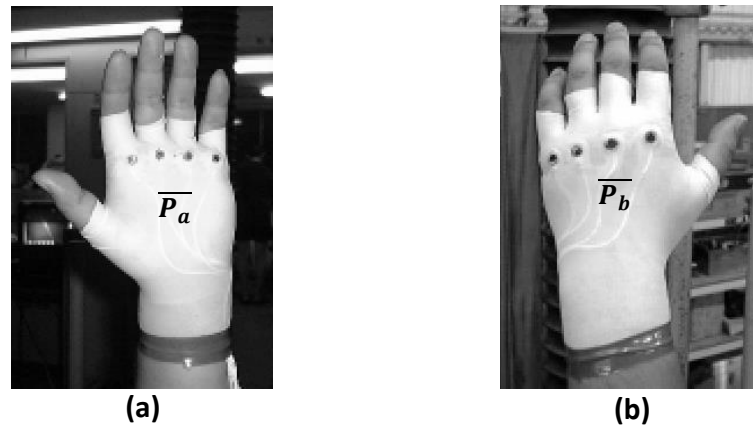


FIGURE 2.14 – Dispositif de mesure de force de propulsion imaginé par Takagi [80]. La pression est mesurée en quatre points sur la paume de la main (a) et le dos de la main (b). La force de propulsion est déduite de la différence de pression entre le dos et la paume de la main.

La seconde solution consiste à mesurer la force de propulsion lors de tests en nage attachée (figure 2.15). Le nageur est relié au bord du bassin par un fil inextensible lui-même relié à un capteur de force. L'athlète nage sur place et l'on enregistre la tension dans le fil au cours du temps. Dans notre cas, $\theta \ll 1$, et on suppose donc que $\cos \theta = 1$. Il y a donc équilibre entre poussée d'Archimède et poids du nageur, ce qui correspond à l'équilibre dans les conditions de nage. Cependant, les conditions sont différentes de la nage réelle. Le nageur

fait du sur-place et nage dans ses remous. De plus, le fait d'être attaché au niveau de la surface modifie l'angle du corps dans l'eau car il est plus facile de sortir le torse de l'eau. Cependant, ce dispositif permet d'obtenir une mesure immédiate de la force de propulsion dans l'eau. Plutôt que d'utiliser des évaluations de force maximale en salle de musculation sur des mouvements de traction ou de développé couché très éloignés d'un cycle de bras dans l'eau, le test de nage attachée peut être pertinent. Comme le nageur reste sur place, cela facilite également le dispositif expérimental, que l'on place au bord du bassin.

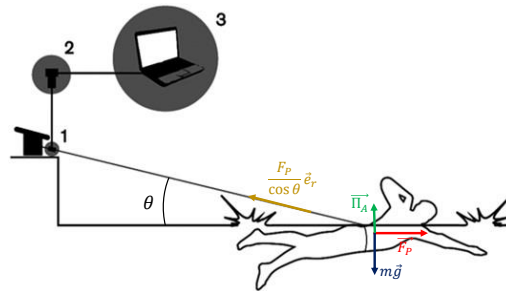


FIGURE 2.15 – Schéma extrait de l'article de [81]. Le nageur est attaché à un fil fixé au plot de départ. On enregistre la tension dans le fil grâce à un capteur de force placé au niveau du plot (1), par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition (2). L'évolution du signal de force est enregistrée sur l'ordinateur (3).

On demande au nageur de réaliser 10 cycles de bras à intensité maximale afin d'évaluer sa force de propulsion. Le signal de force obtenu est présenté sur la figure 2.16. Sur ce signal, chaque pic correspond à la propulsion d'un bras. Pour évaluer la propulsion du nageur, on élimine les premiers pics, qui bénéficient de l'inertie du nageur. En effet, le nageur arrive avec une vitesse non nulle, et il peut être nécessaire d'effectuer deux cycles de propulsion avant de se stabiliser. De plus, à partir du cinquième cycle, on remarque généralement de la fatigue et une baisse de la force. Sur la figure 2.16, nous matérialisons les cycles sur lesquels nous évaluons la propulsion du nageur. Nous mesurons d'abord la période du signal T , qui nous donne directement accès à la fréquence $f = 1/T$. Ensuite, nous mesurons la force de propulsion moyenne F_m défini comme :

$$F_m = \frac{1}{3T} \int_{t_0}^{t_0+3T} F(t) dt.$$

Nous étudions également la variation de force intra-cyclique, qui permet éventuellement de détecter des dissymétries.

Ce qui nous intéresse désormais est l'évolution de la force en fonction de la fréquence.

La force maximale qu'un muscle est capable de générer dépend de sa vitesse de contraction. C'est Hill qui l'a mis en évidence dans les années 1930 [82], en travaillant sur des muscles de grenouille. Sur un muscle isolé, la relation force - vitesse d'un muscle unique est de la forme $(f + a)(v + b) = \text{constante}$, où f et v sont la force maximale et la vitesse de contraction, et a et b sont deux constantes du muscle. Si l'on s'intéresse à des mouvements macroscopiques, cette relation devient affine : $F = F_0(1 - v/v_0)$ (figure 2.17). v_0 est la vitesse maximale et F_0 la force isométrique (à vitesse de contraction nulle) maximale. Sur des mouvements cycliques, on regarde plutôt la fréquence et le couple. Ainsi, la relation fréquence / couple a été étudiée en cyclisme et on trouve une relation de la forme $\Gamma = \Gamma_0(1 - f/f_0)$ [83]. Notre objectif est d'établir une relation similaire en natation, ce qui n'a pas été fait en natation à

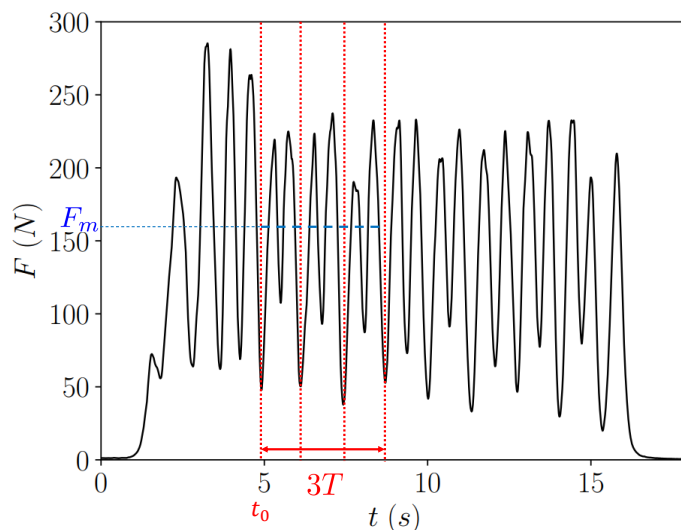


FIGURE 2.16 – Exemple de signal de force en nage attachée pour le nageur A3. Chaque pic correspond à la propulsion d’un bras. Les traits pointillés rouges matérialisent les 3 cycles sur lesquels sont calculés la période moyenne T ainsi que la force moyenne F_m . Ici $T = 1.27$ s et $F_m = 159$ N.

notre connaissance.

Pour varier la force du nageur, nous utilisons des plaquettes (ou palettes), utilisées par les nageurs à l’entraînement. Nous avons trois tailles différentes (figure 2.18) auxquelles il faut ajouter la nage mains nues.

Pour chaque taille de plaquettes, nous mesurons une force et une fréquence. Pour conserver l’homogénéité de la courbe de Hill (on veut que le produit des abscisses et des ordonnées soit homogène à une puissance), il faut soit une courbe force-vitesse, ou soit une courbe couple-fréquence. On préférera la courbe force-vitesse qui est plus explicite pour les entraîneurs, puisque la force en kilogrammes peut être comparée aux poids utilisés en musculation. Nous définissons une vitesse à partir de la fréquence $v_{m/c} = 2\pi L_B/T$, où L_B est la longueur du bras. Cette vitesse correspond à la vitesse de la main dans le référentiel du corps, avec un modèle schématisé de nage bras tendus à vitesse angulaire constante. Comme décrit précédemment, nous calculons la force de propulsion F_m en moyennant la force sur 3 cycles, et la période T est obtenue à partir de la période moyenne sur ces mêmes cycles.

Les résultats sont présentés sur la figure 2.18. On remarque que les points sont alignés. Il existe donc une relation force-vitesse en natation. Toutefois, cette relation ne porte pas sur la vitesse du centre de masse comme cela peut être le cas pour la course à pied (voir figure 2.17). Cette différence provient du mode de propulsion, puisque la main n’est pas ancrée dans l’eau, la norme de la vitesse du centre de masse n’est donc pas égale à la norme de la vitesse de la main dans le référentiel du corps, ce qui est le cas du pied en course à pied. Nous obtenons toutefois une estimation de la force maximale et de la vitesse maximale du bras. $F_0 = 246$ N signifie que le nageur peut maintenir 24.6 kg bras tendu. L’ordre de grandeur est cohérent. Nous trouvons une vitesse maximale de 9.1 m/s. Cela semble un peu faible par rapport à la vitesse d’un penalty de handball (20 m/s [88]). La vitesse que nous définissons est une vitesse moyenne sur la rotation alors que le tir de handball est lâché au moment de la rotation qui maximise la vitesse, ce qui peut en partie expliquer cette différence.

Cependant, nous ne parvenons pas à avoir une gamme de vitesse et de force très importante.

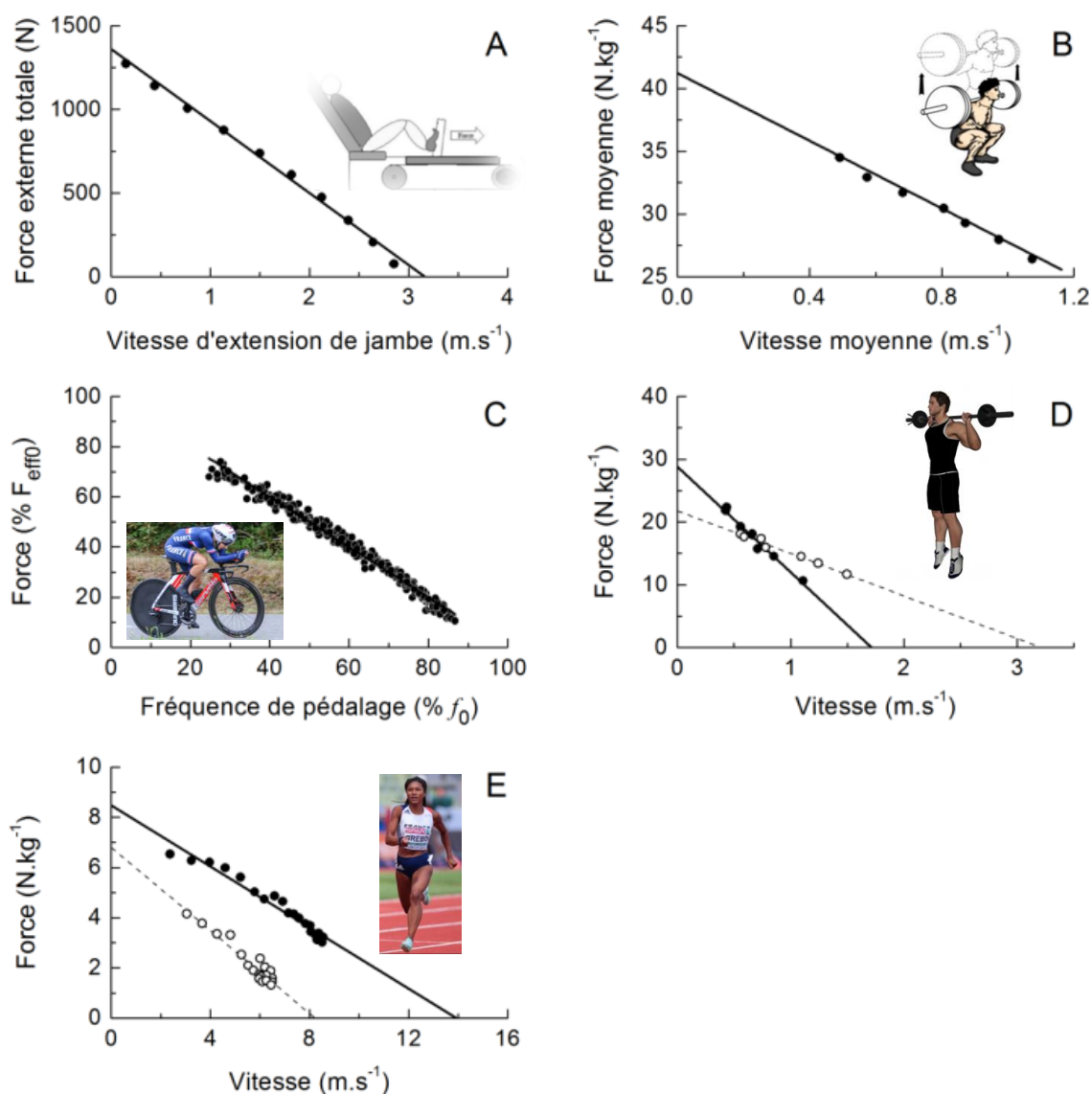


FIGURE 2.17 – Extrait de la thèse de Caroline Giroux [84]. Relations force vitesse dans 5 mouvements différents. (A) Presse horizontale (B) Mouvement de squat (C) Mouvement de pédalage [85] (D) Saut vertical [86] (E) Course à pied [87].

Les essais visant à réduire la surface propulsive (nage poings fermés) n'étaient pas concluants. Pour augmenter la vitesse de la main, on peut également imaginer faire de la nage "semi-attachée" en utilisant le moteur présenté dans la section sur les résistances.

Il est également difficile de réduire la vitesse de la main. La taille des palettes noires est déjà élevée, il est difficile d'augmenter encore la surface propulsive sans prendre de risque de blessure. On peut toutefois imaginer tracter le nageur à contre-sens pour augmenter encore les résistances.

Ces travaux sur la relation force - fréquence sont embryonnaires. Ils vont donner suite à une étude plus exhaustive, avec notamment l'utilisation de plaquettes instrumentées afin de mesurer la force de propulsion de la main, ainsi que son orientation.

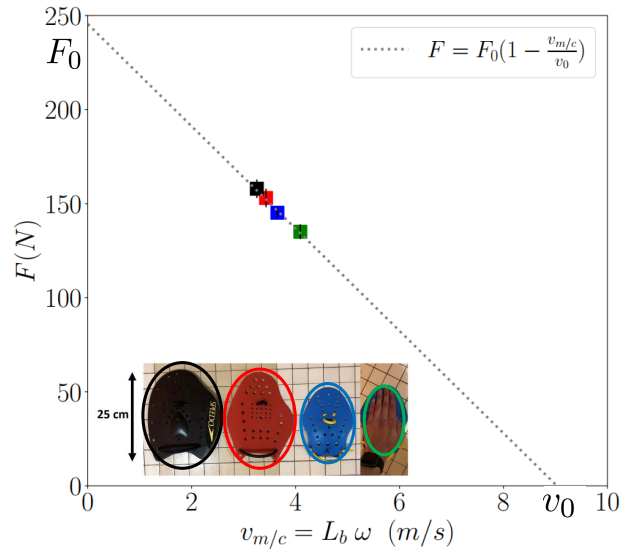


FIGURE 2.18 – Relation force-vitesse en natation pour le nageur A1. Les quatre points correspondent aux quatre tailles de plaquettes. Pour le nageur représenté, nous trouvons $F_0 = 246$ N et $v_0 = 9.1$ m/s.

2.4 Traînée active et force de propulsion : le départ arrêté

2.4.1 Le départ arrêté en natation

Après avoir étudié séparément les forces de résistance et de propulsion, nous proposons un test simple afin de vérifier si les expressions trouvées sont pertinentes pour prédire l'évolution de la vitesse dans des conditions de nage réelles. Pour le nageur A3, on réalise le test de traction puis le test de nage attachée. Les valeurs de résistance sont données sur la figure 2.13. En nage attachée, ce nageur possède une force moyenne de 159 N et une fréquence moyenne de 47.1 cycles par minute. Nous réalisons un test de départ arrêté, à intensité maximale. La consigne donnée au nageur est d'effectuer 15 mètres le plus rapidement possible. Nous mesurons ensuite l'évolution de la vitesse, qui a l'avantage de couvrir toute la gamme de vitesse atteignable. Grâce au réseau de neurones décrit dans le chapitre 1, nous avons l'évolution de la vitesse du centre de masse au cours du temps. Sachant que l'on raisonne sur des valeurs moyennes de propulsion, nous moyennons la vitesse brute instantanée sur une fenêtre glissante, dont la taille correspond à la période mesurée sur le test attaché. L'évolution de la vitesse moyenne au cours du temps est présentée sur la figure 2.19. Nous utilisons maintenant l'équation du mouvement 2.1, et discutons sa compatibilité avec l'évolution de la vitesse mesurée. Pour l'évaluation de la résistance, comme évoqué sur la figure 2.13, la position du nageur évolue au cours du temps. De plus, le fait qu'il soit actif engendre une traînée plus forte, liée aux mouvements parasites. On suppose donc que la résistance s'exprime comme $F_D = k_a V^2$. Nous comparerons ce coefficient avec les valeurs passives. L'équation du mouvement intégrée sur un cycle de période T s'écrit :

$$\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} (M + M_A) \frac{dV}{dt} dt = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} (F_p - k_a V^2) dt. \quad (2.12)$$

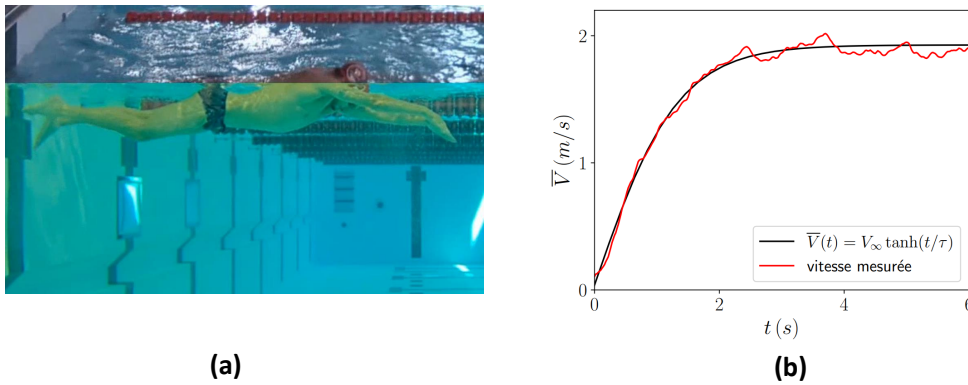


FIGURE 2.19 – (a) Position du nageur à $t = 0$. (b) Évolution de la vitesse du centre de masse du nageur pour un départ arrêté. En rouge : la vitesse mesurée lors du test. La vitesse passe de 0 à 2 m/s en 2 secondes. En noir : on fait varier le coefficient de traînée active k_a afin de trouver l'évolution de vitesse théorique la plus proche de la vitesse expérimentale. Sur la courbe noire, $V_\infty = 1.93$ m/s et $\tau = 1.35$ s.

On nomme F_0 la force de propulsion moyenne mesurée sur le test de nage attachée. On a donc :

$$\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} F_p(t) dt = F_0.$$

En négligeant les variations intra-cycliques de vitesse ($\overline{V^2} \approx \bar{V}^2$), l'équation 2.12 devient :

$$(M + M_A) \frac{d\bar{V}}{dt} = F_0 - k_a \bar{V}^2, \quad \text{où } \bar{V} = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} V dt. \quad (2.13)$$

Cette équation comporte quatre paramètres : M , M_A , k_a et F_0 . Comme expliqué en section 2.1, on prend $M_A = 0.25M$ ([63]). La masse est obtenue en pesant le nageur. F_0 est déduite du test de nage attachée. Pour obtenir k_a , on utilise les données expérimentales du départ arrêté. L'intégration de l'équation 2.13 donne :

$$\bar{V}(t) = V_\infty \tanh \frac{t}{\tau} \quad \text{où } V_\infty = \sqrt{\frac{F_0}{k_a}} \quad \text{et } \tau = \frac{M + M_A}{\sqrt{F_0 k_a}}. \quad (2.14)$$

Sur la figure 2.19, on réalise un ajustement sur la valeur de k_a sur la phase d'accélération (en rouge). On trouve $k_a = 42$ kg/m. Cette valeur est plus élevée que les valeurs passives exhibées sur la figure 2.13. Toutefois, le nageur effectue des mouvements parasites (roulis, lacet, tangage) qui accentuent les frottements. Le rapport k_b/k_a permet ainsi d'évaluer les mouvements parasites du nageur. Ces mouvements ne peuvent pas être complètement supprimés, le roulis permet en effet d'allonger le trajet du bras sous l'eau ([89]). Malgré cette différence de coefficient de résistance actif et passif, notre modèle permet de capter la dynamique du départ arrêté. Cela nous conforte dans l'utilisation du test de nage attachée, qui reflète bien la force de propulsion du nageur. Toutefois, la cassure observée après 4 secondes de nage nous pousse à être vigilant sur le plateau de vitesse, et à se focaliser en priorité sur la phase d'accélération (pour éviter les effets de la fatigue).

Ce test de nage attaché est en fait suffisant pour estimer F_0 et k_a . En cherchant les valeurs de τ et V_∞ qui correspondent le mieux aux valeurs expérimentales, F_0 et k_a s'obtiennent de

la manière suivante :

$$k_a = \frac{M + M_a}{\tau V_\infty} \quad \text{et} \quad F_0 = (M + M_a) \frac{V_\infty}{\tau}. \quad (2.15)$$

Il faut toutefois être vigilant sur la fenêtre glissante pour la moyenne de vitesse, en mesurant par exemple la durée des cycles sur le départ arrêté.

2.4.2 Comparaison avec le kayak

2.4.2.1 Évaluation des résistances en kayak

Utiliser un test de traction passive en kayak est compliqué, sachant que les vitesses de course sont plus élevées, il faudrait une longueur de fil plus grande pour atteindre un plateau. De plus, nous avons besoin d'une zone stable au bord du plan d'eau pour bien fixer le moteur. Enfin, le moteur doit être branché sur le secteur, ce qui peut compliquer la tâche lors d'expériences en plein air. Pour toutes ces raisons, nous choisissons une autre méthode. Dans l'équation 2.1, nous avons annulé le terme d'accélération et mesuré la force de propulsion nécessaire pour équilibrer les résistances.

En kayak, nous allons annuler le terme de propulsion, et mesurer la décélération. L'athlète pagaie le plus rapidement possible puis arrête de se propulser. On mesure alors $V(t)$ lors de la phase de décélération. L'équation du mouvement vaut donc :

$$(M + M_A) \frac{dV}{dt} = -k_b V^2, \quad (2.16)$$

en notant M la masse du kayakiste et de son embarcation, et M_A la masse ajoutée. Si on suppose que SC_D est constant, on peut intégrer l'équation précédente :

$$\frac{V_0}{V(t)} = 1 + \frac{t}{\tau} \quad \text{où} \quad \tau = \frac{(M + M_A)}{k_b V_0}. \quad (2.17)$$

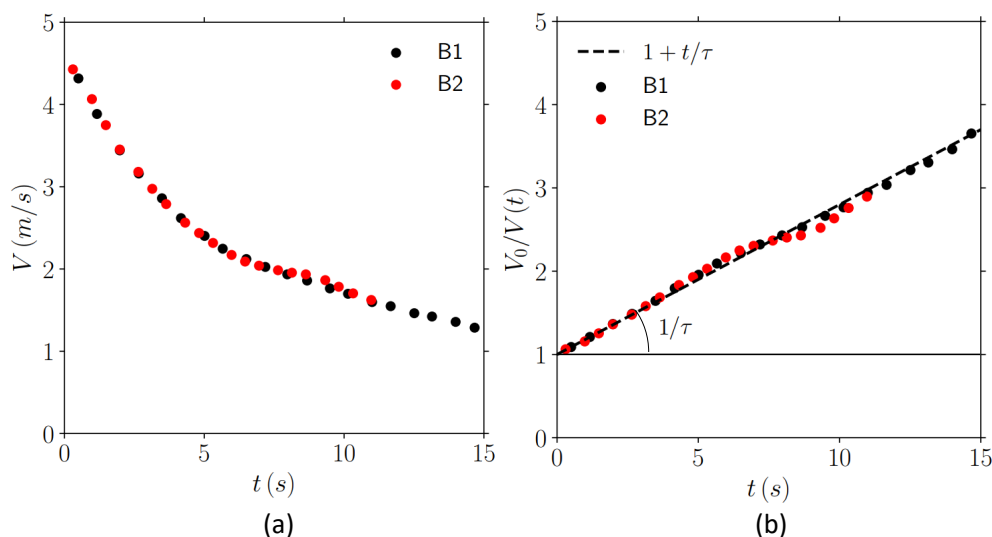


FIGURE 2.20 – Utilisation des tests de décélération pour évaluer la résistance des bateaux des athlètes B1 et B2. (a) Évolution de la vitesse en fonction du temps. (b) Mise en évidence de la recherche du coefficient τ . Les traits pointillés correspondent à $\tau = 5.56$ s.

Comme pour le nageur, il faut estimer la masse ajoutée. Pour cela, on estime cette masse ajoutée grâce au volume de l'ellipsoïde approchant la géométrie du bateau [64], comme

Paramètre	Natation	Kayak
Longueur de l'embarcation	2.3 m	5.2 m
Masse totale (athlète + bateau)	85 kg	70 + 12 kg
Coefficient de masse ajoutée	0.25	0.017
SC_D de l'embarcation	$5.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$	$6.3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

TABLEAU 2.2 – Différences entre le kayak et la natation. Dans ce tableau figurent les différences de propriétés hydrodynamiques entre le système {kayak+athlète} et un nageur.

montré dans l'annexe C. Nous trouvons un coefficient de masse ajoutée de 0.017, beaucoup plus faible que celui des nageurs (0.25). Sur la figure 2.20, nous montrons comment le coefficient τ est déterminé. Pour les deux athlètes, $\tau = 5.56 \text{ s}$ et $V_0 = 4.7 \text{ m/s}$. Pour l'athlète B1, sachant que $M + M_A = 77.3 \text{ kg}$ (masse du bateau comprise), on obtient $k_b = 2.96 \text{ kg/m}$. Pour B2, on a $M + M_A = 86.8 \text{ kg}$ et donc $k_b = 3.32 \text{ kg/m}$. Dans le tableau 2.2, on compare les coefficients SC_D de l'embarcation (corps ou bateau) ainsi que les masses ajoutées. Nous définissons un SC_D équivalent, prenant en compte les trois contributions de traînée : $SC_D = 2k_b/\rho$. On obtient $SC_D = 5.9 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ pour B1 et $SC_D = 6.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ pour B2. B2 a un bateau plus large donc cela est cohérent. Dans le tableau, nous reportons la moyenne de ces deux valeurs.

Grâce à l'utilisation du bateau, le coefficient de traînée est réduit d'un facteur 10.

2.4.2.2 Mesure de la force de propulsion et départ arrêté en kayak

Il est également possible de réaliser également des départs arrêtés en kayak. Il s'agit d'ailleurs d'un exercice mieux maîtrisé par les kayakistes puisque c'est la manière dont est donné le départ des courses. L'équation du mouvement est semblable à celle trouvée en natation. Toutefois, il n'est pas nécessaire de passer par un test de nage attachée pour évaluer la force de propulsion puisque nous la mesurons directement grâce à des jauges de contraintes sur la pagaie. Nous montrons la propulsion d'un coup de pagaie sur la figure 2.21, et tous les détails de l'expérience figurent en annexe C. On mesure la force normale à chacune des deux pâles $F_{N,d}(t)$ et $F_{N,g}(t)$ pour les mains droite et gauche. Pour obtenir $\bar{F}_P(t)$, il faut ensuite projeter et moyenniser cette force. Ainsi

$$\bar{F}_P(t) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} [F_{N,d}(t) \sin \theta - F_{N,g}(t) \sin \theta] dt,$$

où θ est l'angle entre la pagaie droite et la verticale (défini figure 2.21). $F_{N,d}(t)$ et $F_{N,g}(t)$ valent 0 quand la pagaie est hors de l'eau. En définissant $F_N(t) = F_{N,d}(t) + F_{N,g}(t)$, on peut contracter l'équation précédente :

$$\bar{F}_P(t) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} F_N(t) |\sin \theta| dt. \tag{2.18}$$

Sur la figure 2.22-a, on représente l'évolution de \bar{F}_P en fonction du cycle n . Cette valeur étant constante, on définit $\bar{F}_P = F_0$. En natation nous avons fait la même hypothèse de force de propulsion indépendante de la vitesse du nageur pendant le départ arrêté. Les observations sur l'évolution de la force moyenne en kayak viennent conforter cette décision.

De la même manière qu'en natation, on définit un coefficient actif, k_a . L'équation du mouvement est alors la même que pour la natation (équation 2.13) et s'intègre de la même

Chp 2

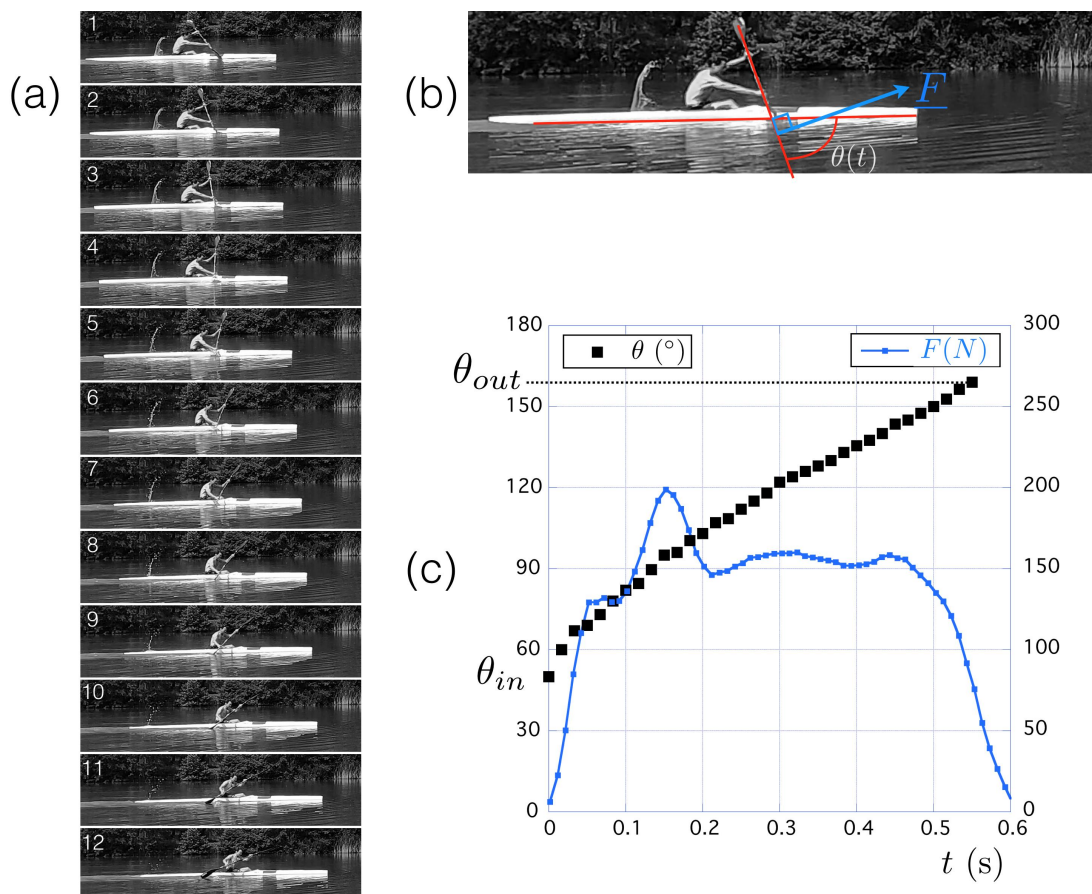


FIGURE 2.21 – Mesure de la force de propulsion en kayak. (a) Décomposition d'un coup de pagaie (une image toutes les 0.05 s). (b) Définition de l'angle de la pagaie θ . (c) Évolution de l'angle θ et de la force de propulsion en fonction du temps.

manière. On utilise les données expérimentales pour trouver k_a , connaissant M la masse de l'athlète et son bateau, M_0 sa masse ajoutée (voir annexe C), et F_0 sa force de propulsion moyenne dans la direction du mouvement. On représente sur la figure 2.22-b les courbes de vitesses des départs arrêtés de nos deux kayakistes. On trouve $k_a = 1.3 k_b$ pour l'athlète B1 et $k_a = 1.2 k_b$ pour l'athlète B2. Pour le nageur, en prenant comme référence le coefficient avec les bras le long du corps, on trouve $k_a = 1.27 k_b$ cohérent avec le coefficient de 1.5 trouvé par Gatta et al. [90]. L'augmentation entre traînée active et traînée passive est similaire en kayak et en natation. Ensuite, la différence entre les deux kayakistes peut s'expliquer par la différence de stabilité des bateaux (le bateau de B2 est plus large) et également par une plus grande maîtrise de B2. Cette hypothèse est confirmée par le gyroscope placé dans le bateau. La norme moyenne de la vitesse angulaire $\bar{\omega} = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} dt$ atteint $43^\circ/s$ pour l'athlète B1 alors que $\bar{\omega} = 33^\circ/s$ pour l'athlète B2 sur les 3 cycles les plus rapides. Cela traduit le manque de stabilité du bateau 1.

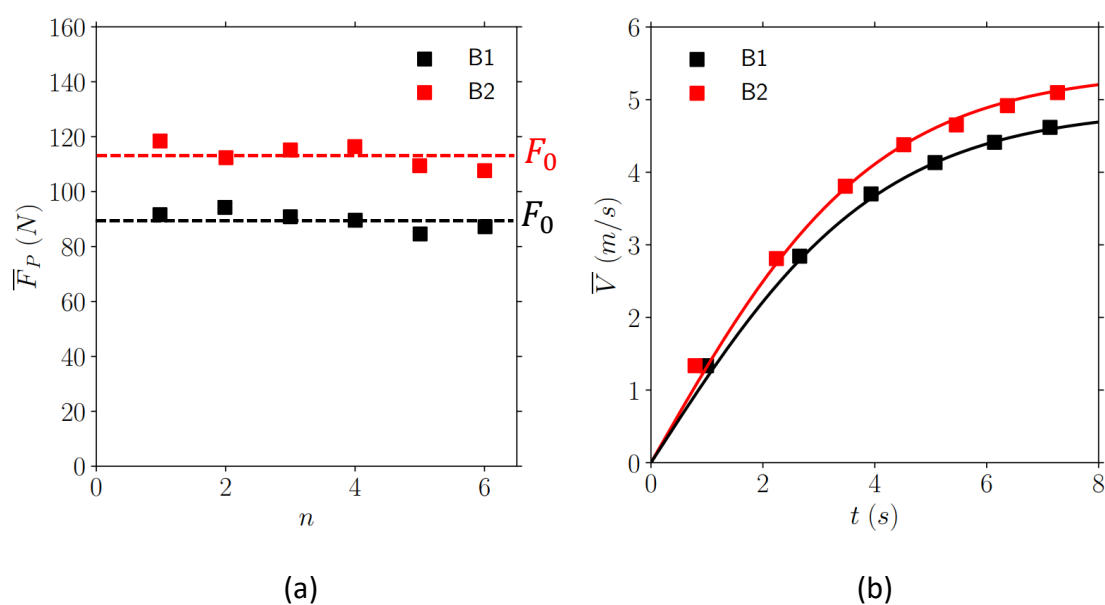


FIGURE 2.22 – Évaluation expérimentale du coefficient de traînée active en kayak. (a) Force de propulsion moyenne projetée dans la direction d’avancée du bateau en fonction du numéro de cycle (b) Évolution de la vitesse : les traits pleins correspondent à une force de propulsion constante (mesurée en (a)) et un coefficient de traînée de $1.3 k_b$ pour B1 et $1.2 k_b$ pour B2.

Résumé du Chapitre 2

L'équation du mouvement du nageur est la suivante : $(M + M_a) dV/dt = F_p - F_D$.

Le coefficient de masse ajoutée a été évalué expérimentalement et vaut généralement 0.25. Nous avons donc $M_a = 0.25 M$

La somme des résistances F_D est généralement de la forme $F_d = k_b V^2$, où k_b est indépendant de la vitesse pour $Fr < 0.41$, correspondant à une vitesse de $V = 2$ m/s. Pour des vitesses supérieures, la traînée de vague est responsable de variations du coefficient k_b .

La force de propulsion F_P peut être évaluée grâce à des tests en nage attachée. L'utilisation de plaquettes de différentes tailles permet d'établir une relation force-vitesse similaire à d'autres sports comme le cyclisme où la course à pied.

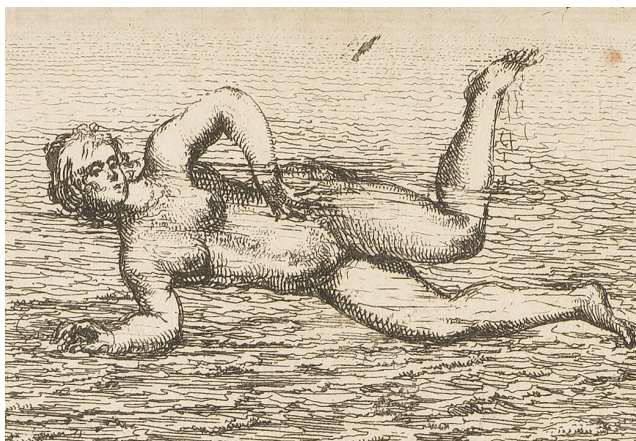
Le départ arrêté permet ensuite de vérifier l'équation du mouvement. Nous mettons en évidence un coefficient de traînée active k_a , supérieur au coefficient passif k_b , en raison des divers mouvements parasites (roulis, tangage, lacet).

3

RELATION FRÉQUENCE - VITESSE EN NATATION ET EN KAYAK

Dans ce chapitre, nous mesurons expérimentalement l'évolution de la vitesse de nage V en fonction de la fréquence de bras f grâce à un test de 10×25 mètres progressif. Aux faibles vitesses, la vitesse V est proportionnelle à la fréquence : $V \propto f$. Aux plus hautes vitesses, nous trouvons $V \propto \sqrt{f}$. Grâce à un modèle de propulsion simplifiée, nous sommes obtenus l'équation des deux régimes observés expérimentalement. Ce modèle fonctionne pour les nages avec retour aérien (crawl, dos, papillon) mais pas pour la brasse. Dans une dernière partie, ce modèle est étendu au kayak, où nous trouvons une relation $V \propto f^{1/3}$.

Chp 3



L'Art de nager démontré par des figures avec des avis pour se baigner utilement, Melchisédech Thévenot, 1646, BNF.

Sommaire

3.1	Les relations fréquence-vitesse dans les sports de course	62
3.2	État de l'art en kayak et natation	63
3.3	Dispositif expérimental : Le test de 10×25 mètres progressif . .	65
3.4	Résultats expérimentaux	70
3.5	Modélisation physique	75
3.6	Discussion sur l'efficacité	82
3.7	La relation fréquence-vitesse dans les autres styles de nage	83
3.8	La relation fréquence-vitesse en kayak	84
3.9	Conclusion et perspectives	87

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés à la dynamique du mouvement en régime transitoire, avec l'étude du départ arrêté. De plus nous nous sommes concentrés exclusivement sur des tests à intensité maximale. Nous allons désormais nous intéresser au régime permanent, c'est-à-dire lorsque la force de propulsion moyenne sur un cycle égale la force de traînée moyenne et donc que la vitesse est constante. Pour des questions évidentes de gestion de l'énergie, il n'est pas possible de nager toutes les courses à intensité maximale. Notre objectif est donc d'estimer l'évolution de la vitesse avec l'intensité. Nous souhaitons avoir un indicateur d'intensité simple à mesurer et parlant pour les entraîneurs. Pour cette raison, nous choisissons de mesurer la fréquence. Ainsi, l'objectif est d'établir la relation fréquence-vitesse d'un nageur, sur toute la gamme de vitesse qu'il est capable d'atteindre. Cette étude a été initiée par Mathias Mercadal, entraîneur à l'INSEP, qui pratique régulièrement des tests de fréquence-vitesse sur les nageurs qu'il entraîne.

3.1 Les relations fréquence-vitesse dans les sports de course

On définit les sports de course comme les sports où l'objectif est de mettre moins de temps que ses adversaires pour accomplir une distance donnée, dans le respect du règlement bien évidemment. Tous ces sports de course consistent à répéter des cycles de propulsion (foulées de course à pied, tours de pédale, coups de pagaie, coups de bras en natation). On peut donc définir une période temporelle T et une fréquence $f = 1/T$ pour chaque sport de course. On définit également la période spatiale λ . Il s'agit de la distance parcourue par le centre de masse pendant la période T .

Dans ce chapitre, nous ne nous préoccupons pas des variations intra-cycle de vitesse et donc nous appellerons \bar{V} la vitesse moyenne sur un cycle. On a ainsi par définition de la vitesse $\bar{V} = \lambda f$. Étudier la relation fréquence-vitesse revient donc à étudier le comportement de la période spatiale λ , également appelé SL pour stroke length (en natation) ou stride length (en course à pied). Il faut être attentif à ne pas confondre f et $2f$ quand la propulsion est alternée entre droite et gauche. Ainsi, nous considérerons qu'une période correspond à un mouvement de propulsion à droite et un mouvement de propulsion à gauche. SL est donc la longueur correspondant à 2 pas en course à pied, et à 2 coups de bras en natation (en dos et en crawl).

En cyclisme sur piste (figure 3.1-a), le braquet $G = Z_p/Z_c$ est fixé. Z_p correspond au nombre de dents du plateau et il n'y a pas de roue libre, c'est-à-dire que le cycliste ne peut pas s'arrêter de pédaler tant qu'il n'est pas à l'arrêt. La fréquence est usuellement mesurée en tour par minute, on rappelle donc que 1 Hz correspond à une fréquence de 60 tours par minute. À chaque tour de pédale, l'athlète parcourt la même distance qui vaut $SL = 2\pi R G$ où R est le rayon de la roue. La relation fréquence-vitesse est donc linéaire. On montre la relation fréquence vitesse pour une roue classique de rayon $R = 350$ mm sur la figure 3.2.

Le cyclisme est très différent de la natation dans son mode de propulsion. D'une part, les appuis ne sont pas fixes en natation, on a ainsi un dérapage de la main dans le référentiel absolu (la main recule). De plus, les phases de propulsion peuvent être entrecoupées de phases de glisse en natation alors que, les cyclistes n'observent pas de pause entre deux tours de pédale.

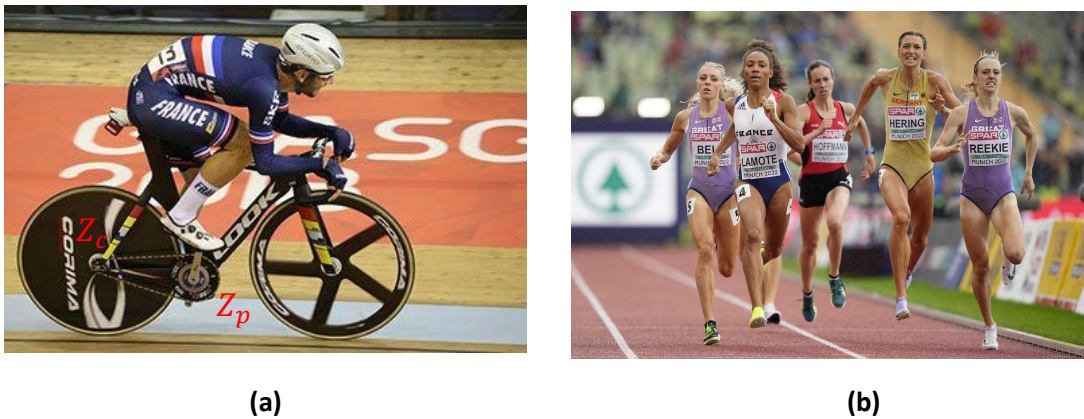


FIGURE 3.1 – Exemple de sports de course terrestres : (a) Cyclisme sur piste [91] . Le cycle correspond à un tour complet de pédale. (b) Course à pied [92]. Le cycle correspond à un appui du pied droit et un appui du pied gauche.

Contrairement au cyclisme, on observe en course à pied des phases de propulsion et des phases de vol non propulsives (voir figure 3.1-b). Comme détaillé en annexe B, nous avons réalisé des expériences avec deux athlètes de niveau national en sprint et demi-fond afin d'établir la relation fréquence-vitesse en course à pied (figure 3.3). Deux régimes semblent apparaître. À faible vitesse, la relation est affine, avec une fréquence non nulle à vitesse nulle, qui peut être vue comme une fréquence naturelle de sur-place. Ensuite autour d'une vitesse de 15 km/h, on a une transition vers un régime linéaire, semblable à celui décrit en cyclisme. La distance par cycle est donc constante dans ce second régime. Ces résultats sont cohérents avec les données de Bailey et al. [93], qui a agrégé les données fréquence-vitesse de différentes études. La fréquence est usuellement mesurée en pas par minute en course à pied (ppm). Avec notre définition de la période, 1 Hz correspond à 120 pas par minute. La relation fréquence-vitesse est donc non triviale en course à pied, avec pourtant des appuis fixes. En natation, les appuis ne sont pas fixes et certaines phases ne sont pas propulsives. Nous allons donc chercher à comprendre les relations fréquence - vitesse. C'est également le cas dans les autres sports de course aquatiques (kayak, canoë, aviron).

3.2 État de l'art en kayak et natation

3.2.1 La relation fréquence-vitesse dans la littérature

Mesurer une fréquence et une vitesse étant assez peu coûteux en terme d'équipement, de nombreuses études présentent des résultats de vitesse en fonction de la fréquence ([94, 95, 96, 16, 97]). Keskinen et Komi ont réalisé un test de 10 à 14 × 100 m progressif [98]. En superposant les données de fréquence et de vitesse de tous les sujets, aucun lien clair n'est établi entre fréquence et vitesse. Hay a analysé les relations fréquence-vitesse dans 12 formes de locomotion, dont la natation et le kayak [14]. D'après ses travaux, dans les sports aquatiques, la distance par cycle est décroissante décroît quand la vitesse augmente. Les données sur la course à pied sont cohérents avec ce que nous avons observé, avec une distance par cycle constante aux vitesses élevées. D'autres études sur le kayak analysent le lien entre fréquence et vitesse, mais seulement à des allures de compétition ([99, 100]).

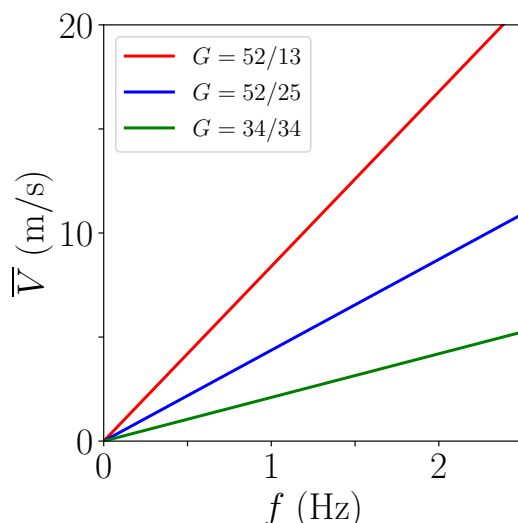


FIGURE 3.2 – Relation fréquence-vitesse en cyclisme. En rouge : le plus gros braquet sur un vélo de route, braquet typique en cyclisme sur piste. En bleu : un braquet moyen en cyclisme sur route. En vert : le plus petit braquet d’un sprinteur sur une étape de montagne en cyclisme sur route.

3.2.2 Les mesures de profil fréquence-vitesse à la Fédération Française de Natation

Nous allons décrire ici les tests pour l’évaluation des profils fréquence-vitesse des nageurs, réalisés à l’INSEP (Institut National du Sport, de l’Expertise et de la Performance) avant le début de notre collaboration, afin de mieux séparer ce qui existait déjà de ce que nous avons apporté.

Il est demandé aux nageurs de l’INSEP tous les six mois environ de réaliser un 10 x 25 mètres progressif. Le premier 25 mètres est nagé le plus lentement possible, alors que le dernier 25 mètres est nagé le plus vite possible. Chaque départ entre deux passages est espacé de trois minutes, afin de laisser le nageur récupérer, ce qui est nécessaire pour les 25 mètres les plus rapides. Le nageur a pour consigne d’être le plus progressif possible au cours des dix passages. Être capable de produire dix vitesses différentes n’est pas évident, et cela demande une grande expertise. L’athlète est “livré à lui-même” pendant les trente minutes du test, c’est-à-dire qu’il n’obtient aucun retour sur ses passages.

Ces tests sont filmés, mais l’analyse est souvent faite en direct avec deux chronomètres. Le premier chronomètre permet de mesurer le temps T_{5m} entre le 15 mètres et le 20 mètres, en prenant la tête comme référence. Le second chronomètre permet de mesurer le temps par cycle T_{cycle} , mesuré sur trois cycles. La vidéo permet de vérifier les temps a posteriori.

Les valeurs de T_{cycle} et T_{5m} sont ensuite rentrées dans un fichier excel qui génère une courbe telle que montrée figure 3.4-a. Ces courbes ne sont pas très explicites pour un observateur extérieur. On observe systématiquement deux zones : les premiers essais où les points rouges suivent les points bleus, puis une deuxième zone où les points s’écartent. L’échelle qui permet de superposer les points est empirique. Le point d’ouverture est le point d’efficacité maximale pour l’entraîneur. L’objectif de l’entraînement est ensuite de refermer la courbe vers la droite. T_{5m} reflète la vitesse de l’athlète alors que T_{cycle} correspond à l’inverse de la fréquence.

Notre objectif est d’abord de traduire cette courbe en relation fréquence-vitesse. Nous transposons les résultats de la figure 3.4-a en une courbe fréquence-vitesse (figure 3.4-b). Les

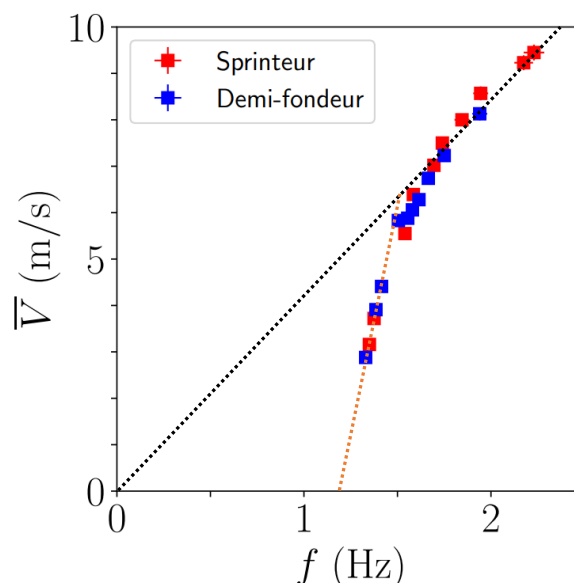


FIGURE 3.3 – (a) Définition d’un cycle en course à pied. λ est la distance parcourue par le centre de masse pendant le cycle. (b) Relation fréquence-vitesse en course à pied pour deux athlètes de niveau national en sprint et demi-fond. En orange : un premier régime très vertical, avec une fréquence qui varie peu. En noir : un second régime linéaire, à longueur de foulée constante.

traits pointillés séparent les points en deux zones. Aux faibles vitesses, la pente est élevée. Aux hautes vitesses, la vitesse semble saturer. Notre objectif est de comprendre ce qu’il se passe au changement de régime. Nous nous intéressons en priorité au crawl et au dos. Dans un dernier temps, nous évaluerons l’efficacité de propulsion en fonction de la fréquence.

3.3 Dispositif expérimental : Le test de 10 × 25 mètres progressif

3.3.1 Protocole

On s’inspire du protocole déjà utilisé à l’INSEP. Le nageur réalise un test de 10 x 25 mètres progressif avec un départ toutes les trois minutes. Le nageur pousse au mur et peut réaliser une ou deux ondulations s’il le souhaite. Aucun retour n’est donné à l’athlète au cours du test. L’athlète réalise le test dans sa nage de spécialité.

3.3.2 Moyens de mesure de la fréquence et de la vitesse

Nous avons différents moyens de mesure que nous détaillons dans cette partie. Dans tous les cas le principe est le même. On définit un intervalle I sur lequel nous mesurons la fréquence et la vitesse. Le début de la zone de mesure dépend de la longueur de la coulée du nageur. En règle générale, le nageur est en “régime permanent” au passage des 10 mètres, c’est pourquoi nous commençons les mesures après $y = 10$ m (y est la distance au bord du bassin). Même si la consigne est de nager 25 mètres, il est fréquent que les nageurs relâchent leur effort

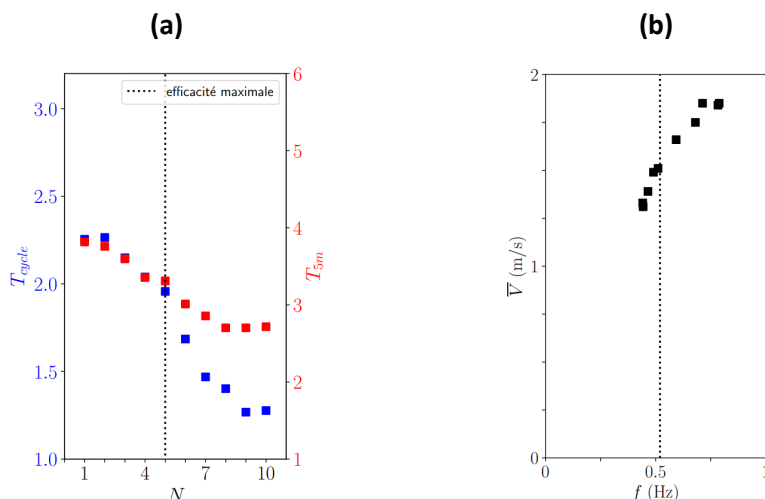


FIGURE 3.4 – (a) Évolution de la période T_{cycle} (en bleu) et du temps pour parcourir 5 mètres T_{5m} en fonction du N-ième passage sur le test de 10×25 m progressif. Jusqu'à $N=5$, les points rouges et les points bleus se superposent. Pour $N > 6$, les points s'écartent. Pour l'entraîneur, la fréquence d'efficacité maximale est celle du passage $N=5$. L'échelle qui permet de superposer les points rouges et bleus est empirique et donnée par les entraîneurs. (b) Transposition des résultats en profil fréquence - vitesse.

avant de franchir la ligne des 25 mètres. Pour cette raison l'intervalle de mesure est souvent $I = [10m - 20m]$.

On définit la fréquence $f = 1/T_{cycle}$ et $\bar{V} = D_I/T_I$ où I est l'intervalle choisi. (Si $I = [10m - 20m]$, $D_I = 10$ m et T_I représente le temps pour aller de $y = 10$ à $y = 20$). T_{cycle} correspond à la moyenne des périodes dans l'intervalle choisi, en prenant en compte les deux cycles aux frontières.

Nous pouvons mesurer T_{cycle} et T_I de différentes manières.

Chronomètre + caméra Afin de collecter un maximum de données, nous souhaitons un dispositif utilisable par un entraîneur. L'entraîneur a l'habitude de chronométrer ses athlètes, et également de mesurer des fréquences. Avec deux personnes au bord du bassin, le premier mesure T_I et le second mesure T_{cycle} . Si l'entraîneur est seul, nous lui recommandons de filmer les passages et de chronométrer a posteriori.

Centrales inertielle + Speedometer Comme expliqué au chapitre 1, nous disposons d'un système capable de déterminer la vitesse instantanée du nageur. La courbe brute de vitesse est présentée sur la figure 3.5. On observe que la vitesse augmente brusquement dans un premier temps, il s'agit de la poussée au mur. Ensuite, la vitesse décroît jusqu'à atteindre un plateau, lorsque l'athlète nage à vitesse constante. Après 12 secondes, le nageur se laisse glisser, ce qui explique la décélération. La zone grisée correspond à la zone entre le $y = 10$ m et $y = 17.5$ m. Pour déterminer la vitesse d'un passage, nous moyennons la vitesse sur la zone grisée. Ce dispositif s'il était très précis, devrait permettre à lui seul de déterminer la fréquence grâce aux variations de vitesse. Ce n'est malheureusement pas le cas, et nous aurons besoin plus tard de connaître les trajectoires 3D de la main. Pour cette raison ce dispositif est couplé avec l'utilisation de centrales inertielle. Comme expliqué dans le chapitre 1, nous plaçons les centrales sur le bras et l'avant-bras. Pour le calcul de la fréquence, les données brutes suffisent. Il faut seulement synchroniser les centrales avec le Speedometer, ce qui est fait sur la poussée au mur. En effet, on observe un pic

Chp 3

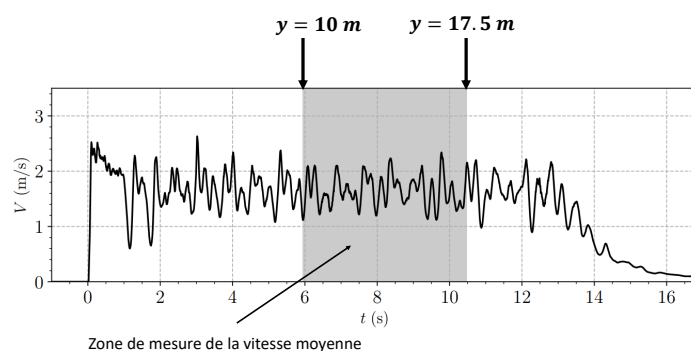


FIGURE 3.5 – Mesure de la vitesse moyenne grâce au speedometer. La zone grisée correspond à la zone entre $y=10$ m et $y=17.5$ m. C'est sur cet intervalle que nous réalisons la moyenne de vitesse pour obtenir la vitesse du passage.

d'accélération au moment de la poussée au mur, qui correspond au début de déroulement du fil du speedometer.

On détecte les cycles grâce à la sortie du bras droit de l'eau en fin de poussée (changement de signe de vitesse angulaire selon l'axe x sur l'IMU placé sur l'avant-bras). Pour calculer la fréquence moyenne, on réalise la moyenne des périodes de tous les cycles de la zone de mesure de la vitesse, en prenant en compte les cycles aux deux frontières. L'incertitude sur la fréquence est obtenue en calculant l'écart-type de ces valeurs de période. Dans ce cas, la mesure est plus précise que le nageur, qui n'est pas répétable au centième de seconde sur ses temps de cycle.

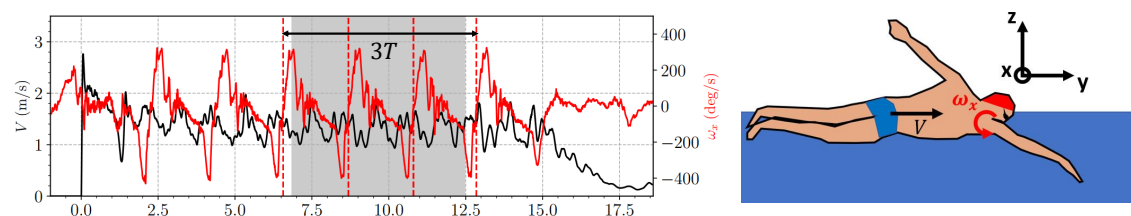


FIGURE 3.6 – Illustration de la mesure de la vitesse et de la fréquence grâce à la superposition du signal de la vitesse angulaire mesurée sur le bras et la vitesse instantanée du centre de masse. La vitesse moyenne est calculée dans la zone grise.

Sur la figure 3.6, on présente un exemple de courbe de vitesse sur un 25 mètres ainsi que le signal du gyroscope d'un IMU situé sur le bras (axe de rotation principal).

Réseau de neurones Le bassin de l'INSEP est équipé de caméras qui ont été calibrées et nous avons également entraîné un réseau de neurones à reconnaître les marqueurs du corps humain, qui nous permettent ensuite d'avoir un squelette du nageur, puis de déterminer sa fréquence de bras, et la vitesse de son centre de masse (section 1.4). Il s'agit du meilleur compromis précision / encombrement. Ce dispositif est beaucoup plus précis que l'entraîneur avec son chronomètre et nécessite moins de temps d'installation que les centrales inertielles (compter 30 minutes dans le meilleur des cas). Le plus gros avantage est l'aspect non intrusif d'une telle méthode. Le nageur évolue dans ses conditions normales d'entraînement, ce qui est appréciable dans un sport comme le natation où le "toucher" d'eau est très important. Ce système a toutefois été installé un an après le début de nos travaux, c'est pour cette raison que de nombreux essais ont été effectués avec les centrales inertielles. Le seul inconvénient

est la sédentarité de ce dispositif : l'athlète doit nager à la ligne d'eau numéro 7 du bassin de l'INSEP. De plus, il est plus difficile d'avoir une estimation de la trajectoire 3D de la main avec des caméras latérales uniquement. Il est cependant possible de le faire avec des méthodes de vision par ordinateur et de tracking dit 2.5D .

Les résultats présentés dans la suite du chapitre ont été collectés avec le dispositif "Speedometer + centrales inertielles".

3.3.3 Trajectoire de la main obtenue avec les centrales inertielles

Dans la section 1.3, nous avons montré comment nous intégrons le mouvement de la main lors de mouvements hors de l'eau, à partir des 3 vitesses angulaires données par les deux centrales inertielles placées sur le bras et l'avant-bras, en partant d'une position initiale connue. Nous cherchons désormais à connaître la trajectoire de la main lors des mouvements de nage.

Comme montré sur la figure 3.6, nous découpons le signal en cycles. À partir des différents cycles, nous calculons un cycle moyen : les vitesses angulaires en fonction du temps adimensionnalisé t/T sont moyennées afin d'obtenir pour chaque 25 m une valeur de vitesse angulaire moyenne (figure 3.7-a). Nous cherchons ensuite à intégrer la trajectoire à partir de ces valeurs moyennes.

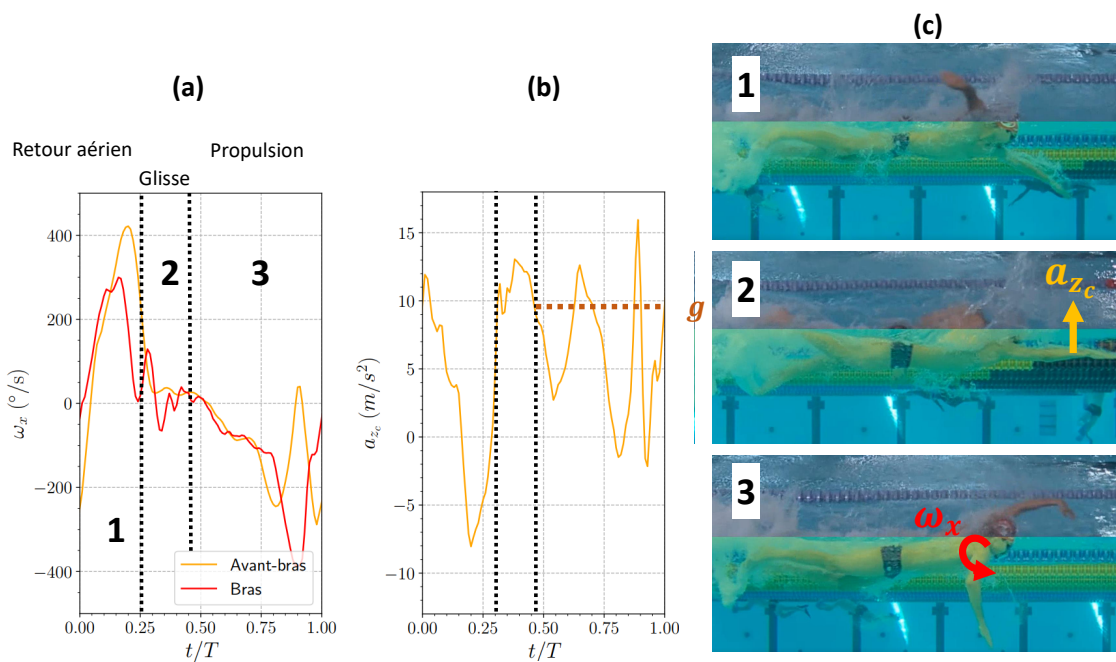


FIGURE 3.7 – Recherche du début de la phase de propulsion grâce aux signaux de vitesses angulaire et d'accélération. (a) Vitesses angulaires autour de l'axe épaule droite - épaule gauche pour le bras droit et l'avant-bras droit. (b) Signal d'accélération normal à l'avant-bras droit. (c) Images des trois zones définies sur la figure (a).

Pour se ramener au cas décrit dans la section 1.3, nous devons trouver l'instant du cycle où le bras est tendu devant le nageur, pendant la phase de glisse (image 2 sur la figure 3.7-c). La signature la plus forte de cet instant dans le signal s'observe sur le signal d'accélération du poignet. Quand le bras est fixe et tendu devant le nageur, l'axe z confondu avec la verticale doit afficher une accélération de g . Sur le signal d'accélération (figure 3.7-b), on observe un plateau légèrement supérieur à g pendant le temps de glisse. On définit le début de la

poussée comme l'instant où la courbe d'accélération normale à l'avant-bras croise la courbe $a = g$. On cherche le début de la poussée puisqu'en intégrant la phase de glisse, on perd de l'information en intégrant du bruit.

Une fois l'instant de début de poussée bras tendu trouvé, nous redéfinissons l'instant $t=0$ dans le cycle puis nous intégrons la trajectoire de la main.

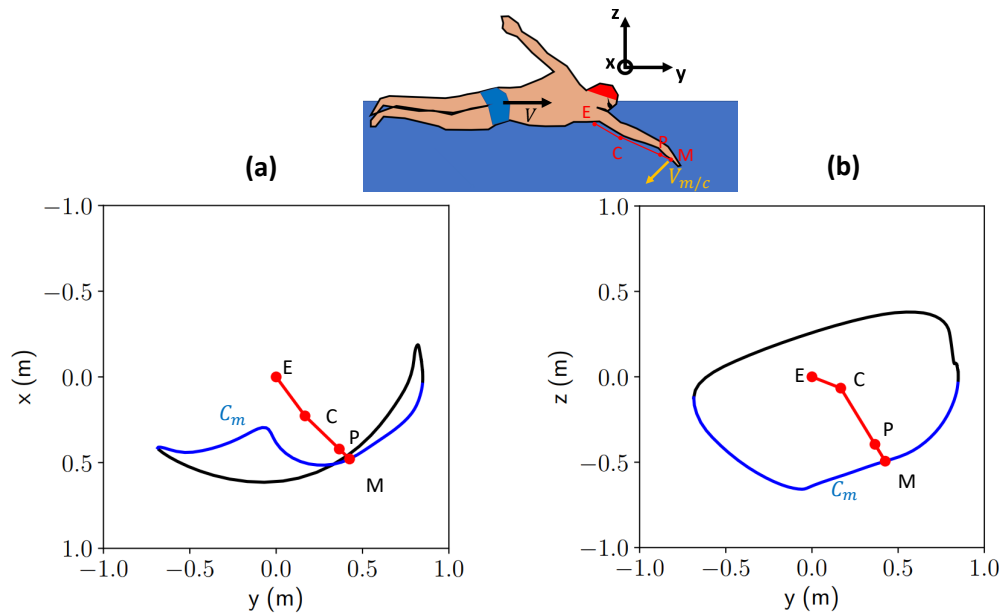


FIGURE 3.8 – Reconstruction de la trajectoire de la main. (a) Vue de dessus (b) Vue latérale. En bleu, nous représentons les portions de trajectoire où la main recule dans le référentiel du corps.

Les trajectoires de la main dans le référentiel du corps sont représentées sur la figure 3.8. La forme de ces trajectoires est très similaire à celles représentées par Cohen [101]. La différence principale concerne l'orientation dans l'espace. La trajectoire aérienne de la main sur la figure 3.8-b devrait être à altitude constante. Cela provient de notre difficulté à détecter le début de poussée, mais également au fait que le nageur commence sa poussée avec le bras légèrement incliné dans l'eau, ce que nous ne parvenons pas à corriger de manière convaincante. Nous pouvons définir le trajet aquatique de la main C_m (C_d pour la main droite et C_g pour la main gauche) et le temps de propulsion t_p (t_d pour la main droite et t_g pour la main gauche) de la manière suivante :

$$C_m = \int_{V_{y/c} < V_0} \|\vec{V}_{m,c}(t)\| dt \quad \text{et} \quad t_p = \int_{V_{y/c} < V_0} dt, \quad (3.1)$$

où $V_{y/c}$ est la vitesse de la main par rapport au corps projetée dans la direction de nage et comptée négativement quand la main recule (voir figure 3.8). L'intégration se fait sur un cycle. $\vec{V}_{m,c}(t)$ correspond au vecteur vitesse instantanée de la main. On fixe $V_0 = -0.1$ m/s, pour éviter de compter des temps de glisse comme de la propulsion. On parlera de C_m , t_p et $V_{m/c}$ pour parler à la fois de la main droite et de la main gauche. Pour la main droite, les grandeurs correspondantes sont C_d , t_d et $V_{d/c}$. Pour la main gauche, il s'agit de C_g , t_g et $V_{g/c}$.

Id	Âge	Masse	Niveau	Spécialité
A3	22 ans	90 kg	International	200 NL
A4	23 ans	83 kg	International	200 NL
A5	19 ans	75 kg	National	200 NL
A6	19 ans	77 kg	National	200 NL

TABLEAU 3.1 – Caractéristiques des 4 nageurs de l'INSEP testés.

Id	Âge	Masse	Niveau	Handicap	Spécialité
A7	18 ans	74 kg	Internat.	Déficient visuel(S13)	200 4N/400 NL
A8	46 ans	77 kg	Internat.	Tétraplégique (S4)	50/100/200 NL
A9	20 ans	73 kg	Internat.	Agénésie pied D (S10)	100 Dos
A10	19 ans	71 kg	Internat.	Pieds bots (S9)	400 NL

TABLEAU 3.2 – Caractéristiques des 4 nageurs handisport testés. Dans la colonne handicap, nous donnons le nom du handicap ainsi que la catégorie du nageur (S4, S10...). Les catégories S1 à S10 correspondent aux handicaps physiques, où S10 est le plus proche d'un athlète valide. La catégorie S13 est celle des déficients visuels.

3.3.4 Athlètes testés

4 nageurs du pôle de l'INSEP entraînés par Matthias Mercadal ont suivi ce protocole. Tous sont des nageurs de crawl, spécialistes du 200 mètres. Leurs caractéristiques sont rappelées dans le tableau 3.1.

Grâce à la coopération du directeur scientifique de la natation handisport Sami El Gueddari, 4 nageurs membres de l'équipe de France handisport ont aussi réalisé ce protocole. Ces tests ont été effectués en crawl et en dos. Leurs caractéristiques sont données dans le tableau 3.2.

3.4 Résultats expérimentaux

3.4.1 Profils fréquence-vitesse

Les figures 3.10 et 3.9 présentent les 8 profils fréquence - vitesse des nageurs testés.

Indépendamment du fait que ces athlètes soient valides ou non, on distingue quasi-systématiquement sur ces courbes deux régimes. Aux basses vitesses, la relation fréquence-vitesse est linéaire, ce qui signifie que la distance parcourue par cycle est constante. Aux hautes vitesses, la pente de la courbe vitesse-cadence est plus faible. L'augmentation de fréquence génère une plus faible augmentation de la vitesse.

Si nous reprenons la figure de l'entraîneur (figure 3.4), nous observons également deux régimes. Dans le premier régime, vitesse et fréquence augmentent de la même manière ($T_{cycle} = 1/f$ et $T_{5m} = 5/\bar{V}$ diminuent). Dans le second régime, la fréquence continue d'augmenter de la même manière que dans le premier régime. En revanche, la vitesse augmente moins rapidement. Nous retrouvons donc également ces deux régimes avec la méthode de visualisation de l'entraîneur.

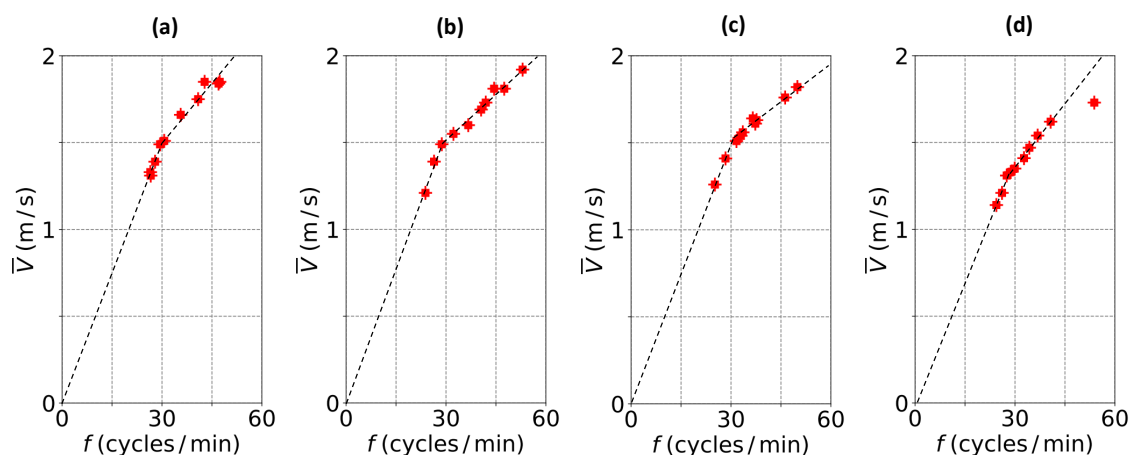


FIGURE 3.9 – Profils fréquence vitesse des nageurs de l'INSEP. Les quatre courbes correspondent à du crawl. (a) A3 (b) A4 (c) A5 (d) A6.

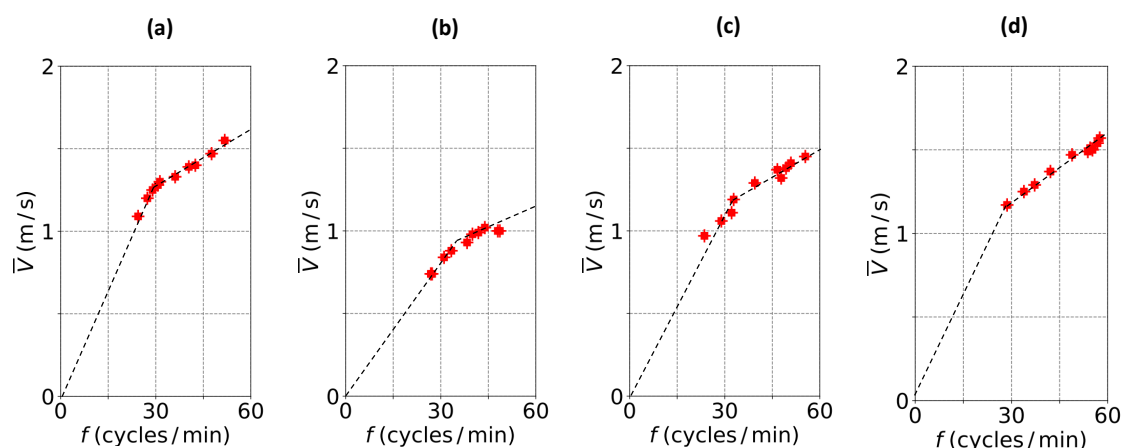


FIGURE 3.10 – Profils fréquence vitesse des nageurs handisport. (a) A7 (crawl) (b) A8 (crawl) (c) A9 (dos) (d) A10 (crawl).

3.4.2 Temps de propulsion et distance parcourue par la main

Sur la figure 3.11, nous représentons les valeurs de C_m pour les athlètes A3 et A4. N correspond au numéro de passage dans le 10×25 m. Chez A4 les valeurs de C_d et C_g sont constantes sur les 10 passages. Chez A3 en revanche, on observe une dissymétrie à partir du 5ème passage : le chemin à droite augmente alors qu'il diminue légèrement à gauche. Les valeurs trouvées correspondent à environ 2 fois un trajet rectiligne de la main (la distance épaule - main vaut environ 75 cm, soit un trajet de 1.5 m pour passer de la position bras tendu devant à la position bras tendu derrière).

Sur la figure 3.12, nous représentons l'évolution du temps de propulsion t_p en fonction des passages. t_p est relativement constant pour A3. Pour l'athlète A4, le temps de propulsion est constant pour la main droite, mais nous observons de fortes variations pour la main gauche. Il est intéressant de comparer ce temps de propulsion à la période du cycle, afin de caractériser les temps de glisse.

Nous définissons $\gamma = t_p/T$ le rapport entre le temps de propulsion t_p et la période du cycle T . γ_d caractérise la propulsion de la main droite alors que γ_g caractérise la propulsion de la main gauche. On remarque que $\gamma = (1 + 2IdC)$, où IdC représente l'indice de coordination

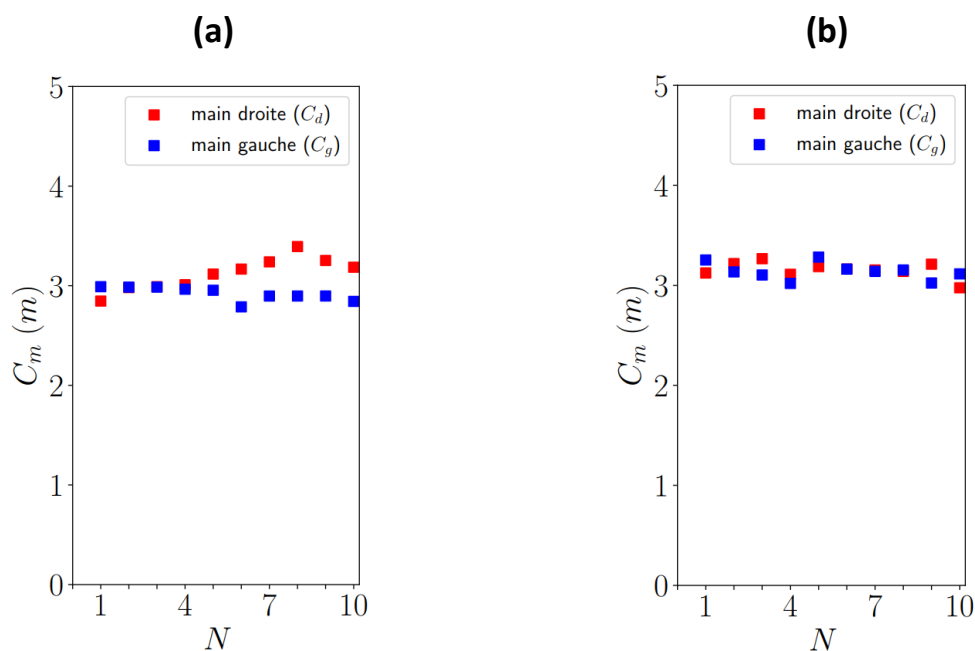


FIGURE 3.11 – Distance parcourues par chaque main dans le référentiel du corps en fonction du N-ième 25 m. (a) A3 (b) A4.

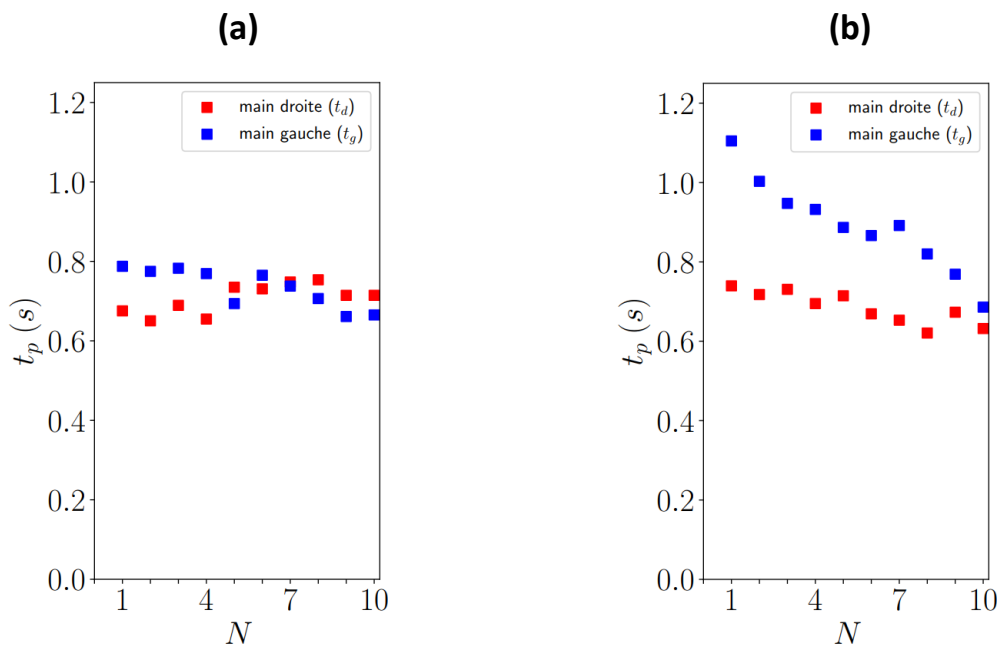


FIGURE 3.12 – Temps de propulsion t_p en fonction du N-ième 25 m. On compare les valeurs de la main droite t_d et de la main gauche t_g (a) A3 (b) A4.

[16]. À γ fixé, les temps de glisse couvrent la même part du cycle de nage.

L'évolution de γ en fonction de N, le N-ième 25 mètres, est présenté sur la figure 3.13. Sur les passages du premier régime observé sur la figure 3.9, γ est constant pour l'athlète A3. Pour l'athlète A4, γ_g est constant et γ_d varie peu. Cela signifie que la part de glisse dans le cycle ne varie pas ou très peu. Dans le second régime, γ augmente de manière assez irrégulière.

Chp 3

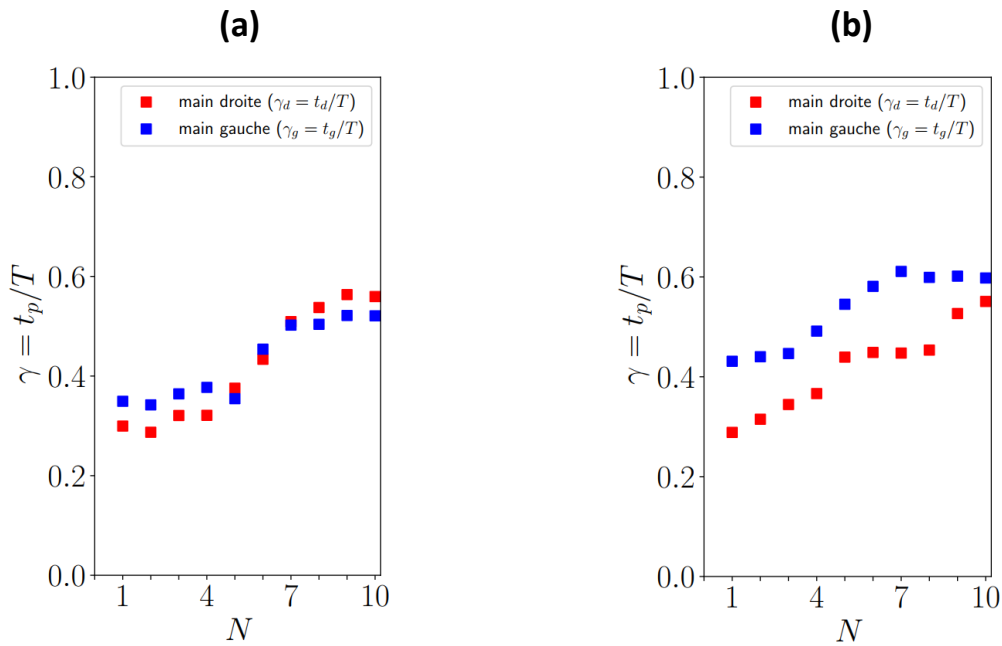


FIGURE 3.13 – Évolution du rapport $\gamma = t_p/T$ en fonction du N-ième 25 m. On compare les valeurs de la main droite γ_d et de la main gauche γ_g (a) A3 (b) A4.

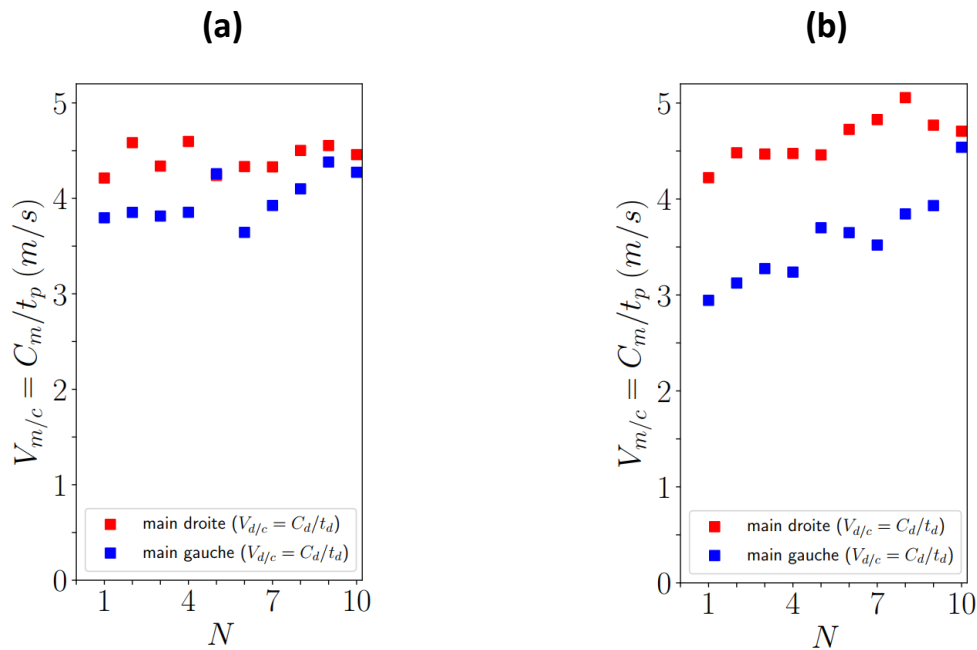


FIGURE 3.14 – Vitesse moyenne absolue de la main dans le référentiel du corps $V_{m/c} = C_m/t_p$ en fonction du N-ième 25 m. On compare les valeurs de la main droite $V_{d/c}$ et de la main gauche $V_{g/c}$ (a) A3 (b) A4.

À partir du temps de propulsion et de la distance parcourue par la main, nous pouvons définir la vitesse moyenne absolue de la main sur la phase de propulsion : $V_{m/c} = C_m/t_p$. L'évolution de cette vitesse est représentée sur la figure 3.14. On remarque des valeurs autour de 4 m/s, qui augmentent lorsque la vitesse augmente. Cette valeur de 4 m/s est proche de $v_0/2$ où v_0 est la vitesse maximale du profil force-vitesse. À $V_{m/c} = v_0/2$, la puissance est maximale.

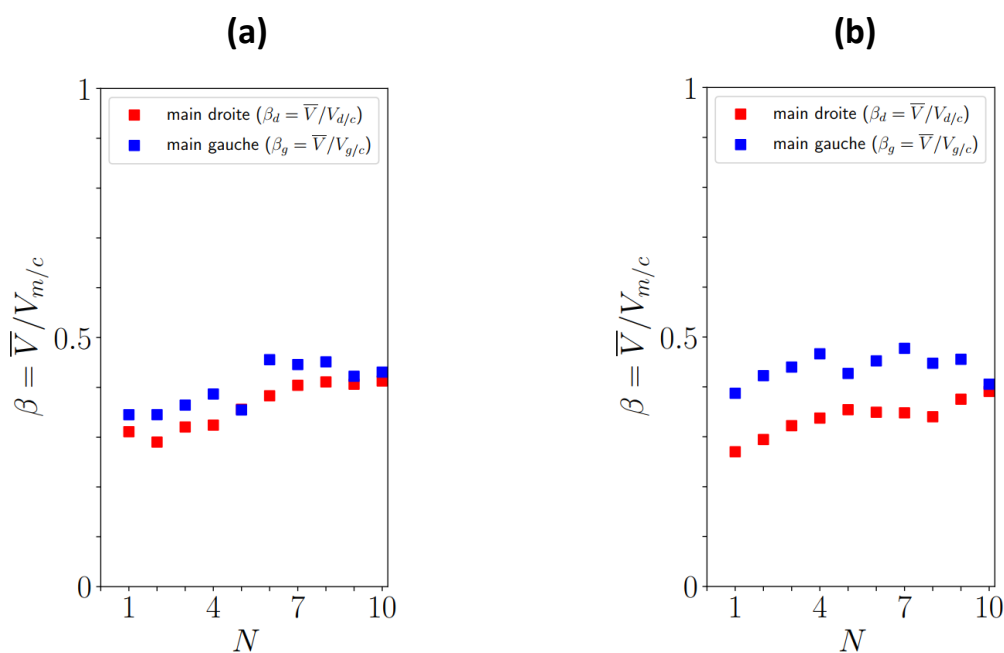


FIGURE 3.15 – Évolution de $\beta = \bar{V}/V_{m/c}$, le rapport entre la vitesse du nageur et la vitesse de la main en fonction du N-ième 25 m. On compare les valeurs de la main droite β_d et de la main gauche β_g (a) A3 (b) A4.

Pour comparer cette vitesse de main avec la vitesse de nage, nous définissons $\beta = \bar{V}/V_{m/c}$. L'évolution du β est donnée sur la figure 3.15. β augmente légèrement au fur et à mesure du test. Les valeurs mesurées varient entre 0.25 et 0.45. La main recule environ 3 fois plus rapidement que le corps avance. Cela est cohérent avec les valeurs données par Zamparo (0.45 pour un nageur élite) [102].

3.5 Modélisation physique

On reprend l'équation du mouvement 2.12 moyennée sur un cycle, en régime permanent, c'est-à-dire que $V(t + T) = V(t)$. Si on suppose que la masse ajoutée ne dépend pas du temps, le terme d'accélération s'annule et on a donc :

$$\frac{1}{T} \int_0^T F_P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T k_a V^2 dt.$$

3.5.1 Modèle de propulsion

F_P est la somme des forces de propulsion du nageur. On écrit $F_P(t) = F_j + F_d(t) + F_g(t)$. F_j correspond à la force de propulsion des jambes et ne dépend pas du temps. $F_d(t)$ (respectivement $F_g(t)$) correspond à la force de propulsion de la main droite (respectivement gauche). Le temps de propulsion pour le bras droit (respectivement gauche) est t_d (respectivement t_g) et on définit F_d comme la force moyenne de propulsion sur le temps de propulsion :

$$F_d = \frac{1}{t_d} \int_0^{t_d} F_d(t) dt. \quad (3.2)$$

Nous définissons similairement t_g et F_g . On néglige les variations de vitesse intra-cycle ($\overline{V^2} \approx \bar{V}^2$). L'équilibre entre propulsion et résistances s'écrit donc :

$$\frac{t_d}{T} F_d + \frac{t_g}{T} F_g + F_j = k_a \bar{V}^2. \quad (3.3)$$

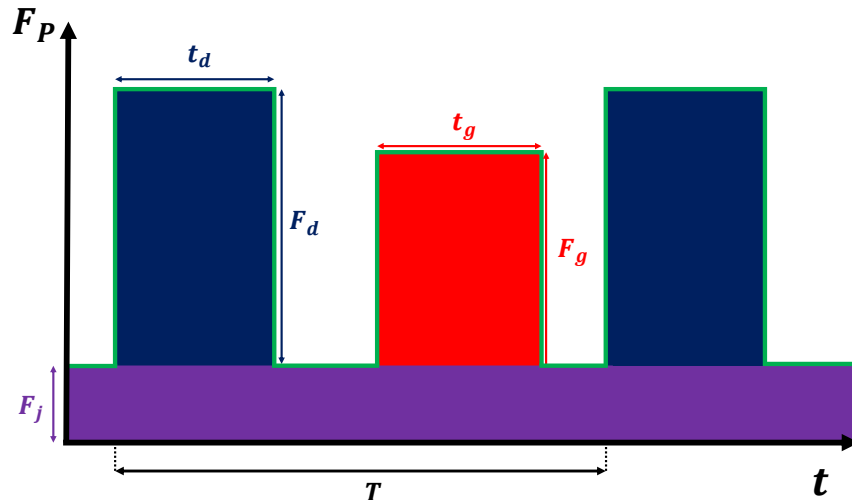


FIGURE 3.16 – Répartition schématique des trois forces de propulsion : jambes (violet), bras droit (bleu) et bras gauche (rouge).

La répartition des forces de propulsion est montrée schématiquement sur la figure 3.16. Les espaces entre les rectangles rouge et bleu correspondent aux temps de glisse. En sprint, les rectangles peuvent se superposer légèrement [16]. On prend comme coefficient de traînée le coefficient actif k_a discuté dans la section 2.4. Nous avons observé que le coefficient passif ne dépend pas de la vitesse pour $Fr < 0.41$ (section 2.2). Sur les figures 3.9 et 3.10, nous observons que les vitesses ne dépassent pas 1.9 m/s. Nous sommes donc dans le cas où le

coefficient k_b ne dépend pas de la vitesse. Nous supposons qu'il en est de même pour le coefficient actif.

On suppose ensuite que la force de propulsion de la main résulte uniquement de la force de traînée de la main (on néglige les effets de masse ajoutée). Nous estimons cette force avec un modèle unidimensionnel. En notant $k_m = \frac{1}{2}\rho S_M C_{D,M}$ avec S_M la surface de la main et $C_{D,M}$ son coefficient de traînée :

$$F_d = k_m (V_{d/c} - \bar{V})^2, \quad (3.4)$$

où \bar{V} est la vitesse moyenne du nageur est $V_{d/c}$ est la vitesse moyenne absolue de la main droite dans le référentiel du corps pendant la phase de propulsion. Ce modèle est très simplifié. En réalité, des forces de masse ajoutée contribuent également à la propulsion. De plus, nous utilisons une valeur de vitesse $V_{m/c}$ qui est absolue alors que la contribution F_d est projetée selon l'axe y .

De la même manière on peut écrire la relation entre F_g et $V_{g/c}$ pour la main gauche. On suppose que les 2 mains sont identiques et donc k_m est le même.

L'égalité entre forces de propulsion et forces de traînée s'écrit donc :

$$\bar{V}^2 = \frac{k_m t_d}{k_a T} (V_{d/c} - \bar{V})^2 + \frac{k_m t_g}{k_a T} (V_{g/c} - \bar{V})^2 + \frac{F_j}{k_a}. \quad (3.5)$$

Pour rendre cette égalité symétrique, nous partageons la force de propulsion des jambes en 2 :

$$\bar{V}^2 = \frac{k_m}{T k_a} \left[t_d V_{d/c}^2 \left(1 - 2 \frac{\bar{V}}{V_{d/c}} + \frac{\bar{V}^2}{V_{d/c}^2} + \frac{F_j T}{2 t_d k_m V_{d/c}^2} \right) + t_g V_{g/c}^2 \left(1 - 2 \frac{\bar{V}}{V_{g/c}} + \frac{\bar{V}^2}{V_{g/c}^2} + \frac{F_j T}{2 t_g k_m V_{g/c}^2} \right) \right]. \quad (3.6)$$

On pose

$$\alpha_d = \frac{T F_j}{2 t_d F_d} \quad \text{et} \quad \beta_d = \frac{\bar{V}}{V_{d/c}}. \quad (3.7)$$

α représente le rapport entre la demi-impulsion des jambes $T F_j / 2$ et l'impulsion du bras droit $t_d F_d$. Si $\alpha_d = 1/2$, la force de propulsion des jambes moyenne sur un cycle égale la moyenne de la force de propulsion du bras droit sur un cycle. Quand α devient petit devant 1, on néglige la force de propulsion des jambes devant le reste du corps. D'après 2.1.2, la force de propulsion des jambes compte pour 30 % de la propulsion totale. Donc $(t_d F_d + t_g F_g) / (T F_j) \approx 3$ et en supposant la symétrie $\alpha \approx 1/3$. Pour les nageurs handisport handicapés au niveau des membres inférieurs, nous nous attendons à des valeurs plus faibles.

Quand $\beta \rightarrow 0$, la vitesse du corps peut être négligé devant celle de la main. Quand $\beta \rightarrow 1$, la main est ancrée dans l'eau : un observateur extérieur ne voit pas la main bouger. Nos observations sur la vitesse de la main par rapport au corps nous montrent que β varie de 0.3 à 0.45 (voir figure 3.15). Nous définissons la fonction $G(\alpha, \beta)$ de la manière suivante :

$$G(\alpha, \beta) = -2\beta + \beta^2 + \alpha(1 - 2\beta + \beta^2) = \beta(\beta - 2) + \alpha(\beta - 1)^2.$$

Par définition de α et β (équation 3.7), nous avons :

$$G(\alpha_d, \beta_d) = -2 \frac{\bar{V}}{V_{d/c}} + \frac{\bar{V}^2}{V_{d/c}^2} + \frac{TF_j}{2t_d F_d} \left(1 - \frac{\bar{V}}{V_{d,c}}\right)^2. \quad (3.8)$$

En utilisant $F_d = k_m(V_{d/c} - \bar{V})^2$, nous pouvons réécrire l'équation 3.9 grâce à la fonction G :

$$\bar{V}^2 = \frac{k_m}{Tk_a} \sum_{i \in (d,g)} \left[t_i V_{i/c}^2 (1 + G(\alpha_i, \beta_i)) \right]. \quad (3.9)$$

Nous cherchons à comparer $|G(\alpha_d, \beta_d)|$ avec 1.

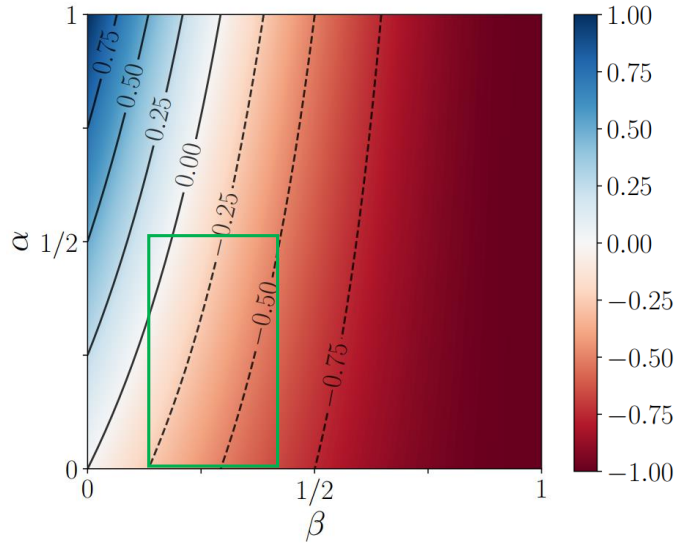


FIGURE 3.17 – Valeurs de $G(\alpha, \beta)$ sur l'intervalle $[0, 1] \times [0, 1]$. Le rectangle vert matérialise les valeurs de (α, β) observées en natation. Dans la zone bleue, on a un boost par rapport à l'approximation $G = 0$ (gain des jambes). Dans la zone rouge, on a un frein par rapport à l'approximation $G = 0$.

On représente $G(\alpha, \beta)$ sur la figure 3.17. $G(\alpha, \beta)$ peut atteindre -0.5 pour des faibles vitesses de main. Si $\beta \approx 1/3$, nous obtenons $G(\alpha, \beta) \approx -0.4$. Nous faisons l'approximation $|G(\alpha_d, \beta_d)| \ll 1$ et $|G(\alpha_g, \beta_g)| \ll 1$. Sachant que nous allons prendre la racine carrée de l'équation 3.9, nous aurons une erreur inférieure à 20 %. Nous remarquons que plus le nageur utilise ses jambes, plus notre approximation est bonne. Suite à cette approximation l'équation 3.9 devient :

$$\bar{V}^2 \approx \frac{k_m}{Tk_a} \left[t_d V_{d/c}^2 + t_g V_{g/c}^2 \right]. \quad (3.10)$$

3.5.2 Premier régime : régime de glisse

On rappelle que C_m correspond à la distance parcourue par la main dans le référentiel du corps et qu'on a l'égalité : $C_m = V_{m/c} t_p$.

Dans un premier temps, le nageur ne se propulse pas à sa force maximale : $0 < F_d < F_{Max,d}$ et $0 < F_g < F_{Max,g}$. Il garde la même proportion temps de propulsion / temps de glisse. En effet, d'après la figure 3.13, le coefficient $\gamma = t_p/T$ ne varie pas dans le premier régime. En utilisant l'indice de coordination défini par Chollet et al. [16], cela revient à dire que l'indice

de coordination est constant dans ce premier régime. Nous avons également observé que C_m est constant (voir figure 3.11). L'équation 3.11 s'écrit :

$$\bar{V}^2 = \frac{k_m}{k_a} \left[\frac{C_d^2}{\gamma_d} + \frac{C_g^2}{\gamma_g} \right] f^2. \quad (3.11)$$

On définit la longueur caractéristique L_0 , indépendante de la vitesse :

$$L_0 = \sqrt{\frac{k_m}{k_a}} \sqrt{\frac{C_d^2}{\gamma_d} + \frac{C_g^2}{\gamma_g}}.$$

La relation fréquence vitesse dans ce premier régime s'écrit donc :

$$\bar{V} = L_0 f. \quad (3.12)$$

Dans ce premier régime, la vitesse est linéaire en la fréquence. La distance parcourue par cycle (SL) est constante et vaut L_0 . Qualitativement, cette distance par cycle augmente avec la taille de la main (k_m) et le chemin parcouru par la main dans l'eau C_d et C_g . Cette distance diminue si le coefficient de traînée active du nageur k_a augmente. Enfin, L_0 est une fonction décroissante de γ : plus le nageur se laisse glisser, plus il parcourt de distance pendant un cycle (toutes grandeurs égales par ailleurs).

Pour l'athlète A3, la régression linéaire des données fréquence-vitesse dans le premier régime donne $L_0 = 2.99 \pm 0.1$ m. Or $C_d = 2.97 \pm 0.2$ m ; $C_g = 3.00 \pm 0.2$ m ; $\gamma_d = 0.31 \pm 0.02$; et $\gamma_g = 0.36 \pm 0.02$ (figures 3.11 et 3.13). Ces valeurs supposent donc que $k_m/k_a = 0.17 \pm 0.04$, et donc que le coefficient SC_d du bras soit 6 fois plus faible que celui du corps.

Nous avons mesuré le coefficient k_a du nageur A3 lors du test de départ arrêté dans la section 2.4 ($k_a = 42$ kg/m). Cela donne donc $k_m = 7.1$ kg/m. Il s'agit du même ordre de grandeur que les 10 kg/m trouvés par Martin et al. [103].

Pour l'athlète A4, avec $L_0 = 3.11 \pm 0.1$ m ; $C_d = 3.19 \pm 0.2$ m ; $C_g = 3.11 \pm 0.2$ m ; $\gamma_d = 0.32 \pm 0.02$; et $\gamma_g = 0.44 \pm 0.02$, on trouve $k_m/k_a = 0.18 \pm 0.04$. On retrouve des valeurs similaires. Notre modèle est cohérent avec les valeurs mesurées et celles de la littérature, bien que nos incertitudes soient importantes.

Nous pouvons ensuite décrire l'évolution de la force de propulsion moyenne F_d sur le temps de cycle grâce aux équations 3.4 et 3.12, en remarquant que $t_d = \gamma_d/f$:

$$F_d = f^2 k_m \left(\frac{C_d}{\gamma_d} - L_0 \right)^2 \quad \text{et} \quad F_g = f^2 k_m \left(\frac{C_g}{\gamma_g} - L_0 \right)^2. \quad (3.13)$$

Nous pouvons également l'écrire sous la forme force - vitesse :

$$F_d = \bar{V}^2 k_m \left(\frac{C_d}{\gamma_d L_0} - 1 \right)^2 \quad \text{et} \quad F_g = \bar{V}^2 k_m \left(\frac{C_g}{\gamma_g L_0} - 1 \right)^2. \quad (3.14)$$

On retrouve une évolution de la force quadratique en fonction de la vitesse, ce qui est cohérent sachant que γ est constant. Il faut donc être capable d'augmenter sa force de propulsion pour augmenter sa vitesse et rester dans ce régime. La force des nageurs étant bornée, il n'est pas possible d'augmenter sa vitesse à γ_d constant une fois que $F_d = F_{d,max}$ et $F_g = F_{g,max}$. On suppose que ces deux valeurs sont atteintes au même moment du test.

3.5.3 Second régime : régime de force maximale

Augmenter F_d permettrait de réduire le temps de propulsion t_d . Pour continuer à augmenter la fréquence sans agir sur le temps de propulsion, il faut réduire les temps de glisse et le temps de retour de la main. Les nageurs doivent agir sur le coefficient γ , c'est ce que l'on observe sur la figure 3.13. Nous repartons de l'équation 3.3, en utilisant la définition de α_d et α_g (équation 3.7) :

$$\frac{t_d}{T}F_d(1 + \alpha_d) + \frac{t_g}{T}F_g(1 + \alpha_g) = k_a\bar{V}^2. \quad (3.15)$$

Nous cherchons à exprimer t_d en fonction de β_d et des constantes du mouvement. En utilisant la définition de β (équation 3.7) et l'équation 3.4, on obtient :

$$V_{d/c} = \frac{1}{1 - \beta_d} \sqrt{\frac{F_{d,max}}{k_m}}. \quad (3.16)$$

On rappelle que α représente le rapport entre l'impulsion des jambes et l'impulsion des bras. En utilisant la relation $C_d = V_{d/c} \cdot t_d$, et en adaptant l'équation 3.16 à la main gauche, l'équation 3.15 devient :

$$\bar{V}^2 = \left[(1 + \alpha_d)(1 - \beta_d)C_d\sqrt{F_{d,max}k_m} + (1 + \alpha_g)(1 - \beta_g)C_g\sqrt{F_{g,max}k_m} \right] \frac{f}{k_a}. \quad (3.17)$$

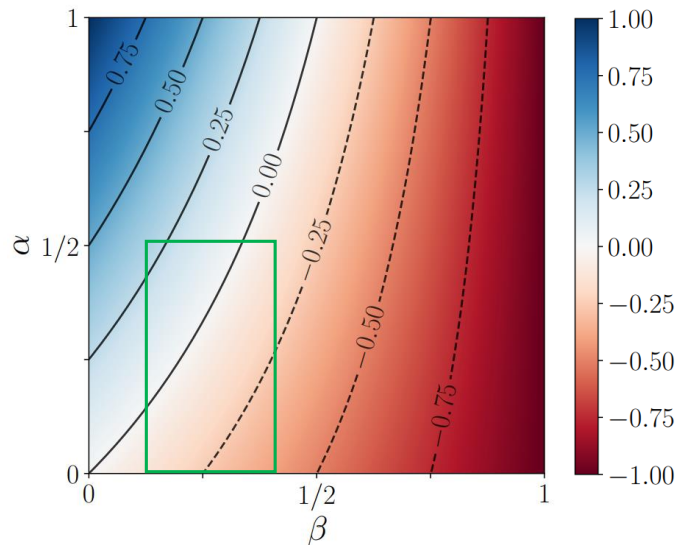


FIGURE 3.18 – Valeurs de $H(\alpha, \beta)$ sur l'intervalle $[0, 1] \times [0, 1]$. Le rectangle vert matérialise les valeurs de (α, β) observées en natation. Dans la zone bleue, on a un boost par rapport à l'approximation $H = 0$ (gain des jambes). Dans la zone rouge, on a un frein par rapport à l'approximation $H = 0$.

Nous posons $H(\alpha, \beta) = \alpha - \beta - \alpha\beta = \alpha(1 - \beta) - \beta$. Ainsi l'équation 3.17 peut s'écrire :

$$\bar{V}^2 = \sum_{i \in \{d, g\}} (1 + H_i) \sqrt{k_m F_i} \frac{f}{k_a}. \quad (3.18)$$

Sur la figure 3.18, nous représentons l'évolution de $H(\alpha, \beta)$. Sur la gamme de valeurs observées en natation, les valeurs de $|H(\alpha, \beta)|$ sont plus faibles que pour la fonction G que

nous avons utilisée pour le premier régime ($H(1/3, 1/3) = -0.1$). De la même manière que précédemment, nous faisons l'hypothèse $|H(\alpha_d, \alpha_d)| \ll 1$ et $|H(\alpha_g, \alpha_g)| \ll 1$. En définissant la constante I_0 de la manière suivante :

$$I_0 = \frac{1}{k_a} \left[C_d \sqrt{F_{d,max} k_m} + C_g \sqrt{F_{g,max} k_m} \right], \quad (3.19)$$

qui est indépendante de la vitesse par hypothèse, nous obtenons la relation fréquence-vitesse dans le second régime. La relation fréquence vitesse s'écrit donc :

$$\bar{V} = \sqrt{I_0} \sqrt{f}. \quad (3.20)$$

Dans ce second régime, la vitesse est en racine de la fréquence. On trouve ici une signification physique à l'indice de nage. L'indice de nage a été défini par Costill et al. en 1985 [15]. Il s'agit du rapport entre le carré de la vitesse et la fréquence de nage. Nous venons de montrer que dans le second régime, les nageurs gardent un indice de nage constant.

Costill l'a défini comme un indice d'efficacité, en cherchant des corrélations entre VO_2 et indice de nage. Le terme entre crochets dans la définition de I_0 caractérise la propulsion alors que le terme k_a caractérise les résistances, nous pouvons donc voir I_0 comme un indicateur d'efficacité.

Sanchez et Arrelano ont pour leur part remarqué que l'indice de nage était plus élevé chez les nageurs de haut niveau [104]. À fréquence donnée, le nageur avec l'indice de nage le plus haut va plus vite, cette observation est donc plus liée à la définition de I_0 qu'à un critère d'efficacité.

Pour A3, qui a effectué le test de nage attachée, on prend $F_d = F_g = 159 \pm 10N$; $C_d = 3.29 \pm 0.2$ m; $C_g = 2.9 \pm 0.2$; $k_m = 7.1 \pm 2$ kg/m (déduit du régime 1); $k_a = 42 \pm 2$ kg/m. On obtient $I_0 = 4.95 \pm 1$ m²/s contre $I_0 = 4.64 \pm 0.10$ m²/s avec les données expérimentales.

A4 n'a pas effectué le test de nage attachée, ni le départ arrêté, on peut par contre estimer l'ordre de grandeur de F_d et F_g si on suppose $\gamma \approx 0.5$ (nage en "opposition") et $\alpha_d = \alpha_g = 1/3$: $(1 + \alpha_d)F_d = (1 + \alpha_g)F_g = k_a V_{max}^2$. On a ensuite :

$$I_0 = \sqrt{k_m/k_a} \frac{1}{1 + \alpha} (C_g V_{max} + C_d V_{max}).$$

En mesurant $C_d = 3.15 \pm 0.2$ m et $C_g = 3.13 \pm 0.2$ m, $V_{max} = 1.95 \pm 0.05$ m/s, et grâce à l'estimation $k_m/k_a = 0.18 \pm 0.04$ du premier régime, on estime $I_0 \approx 3.9 \pm 0.6$ m²/s contre $I_0 = 4.4 \pm 0.1$ m²/s obtenu expérimentalement.

Les ordres de grandeur sont cohérents. Notre erreur est de l'ordre de 10 à 15 %, sachant que notre incertitude est du même ordre. Compte tenu des hypothèses faites, cela est satisfaisant : nous sommes capables de déterminer la dépendance de I_0 en fonction des paramètres du nageur, ce qui peut guider les entraînements afin de développer I_0 .

$V = \sqrt{I} \sqrt{f}$ est une borne supérieure de la vitesse tant que H est négative. Le nageur ne peut pas faire mieux à moins d'avoir des palmes (ce qui permet d'augmenter α).

3.5.4 Confrontation modèle / expérience

On applique la théorie de ces deux régimes aux nageurs de l'INSEP et de l'équipe de France

handisport.

Dans le premier régime, on cherche L_0 tel que $V = L_0 f$. Dans le second régime, on cherche I_0 tel que $V = \sqrt{I_0 f}$. Les résultats sont présentés figures 3.20 et 3.19.

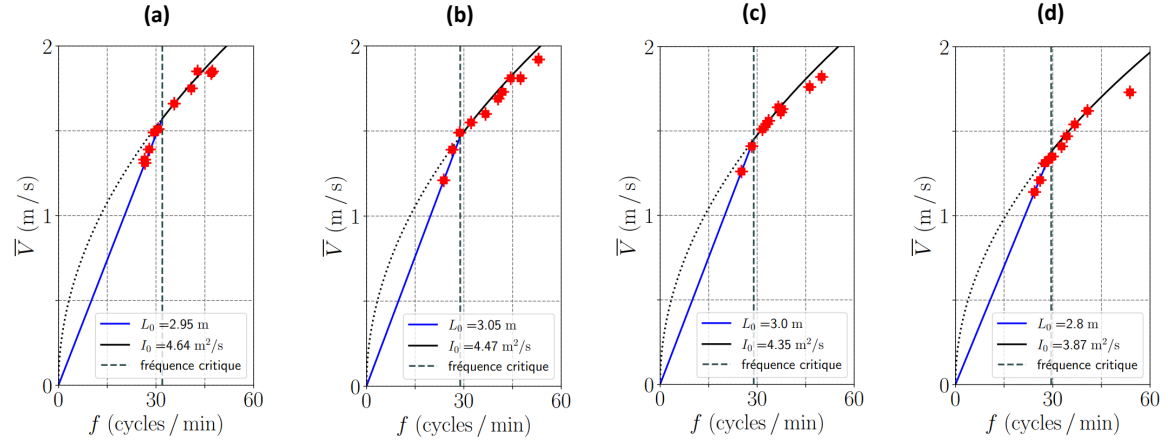


FIGURE 3.19 – Application du modèle aux nageurs de l'INSEP. En bleu : le premier régime $V = L_0 f$. En noir : le second régime $V = \sqrt{I_0 f}$. Les quatre courbes correspondent à du crawl. (a) A3 (b) A4 (c) A5 (d) A6.

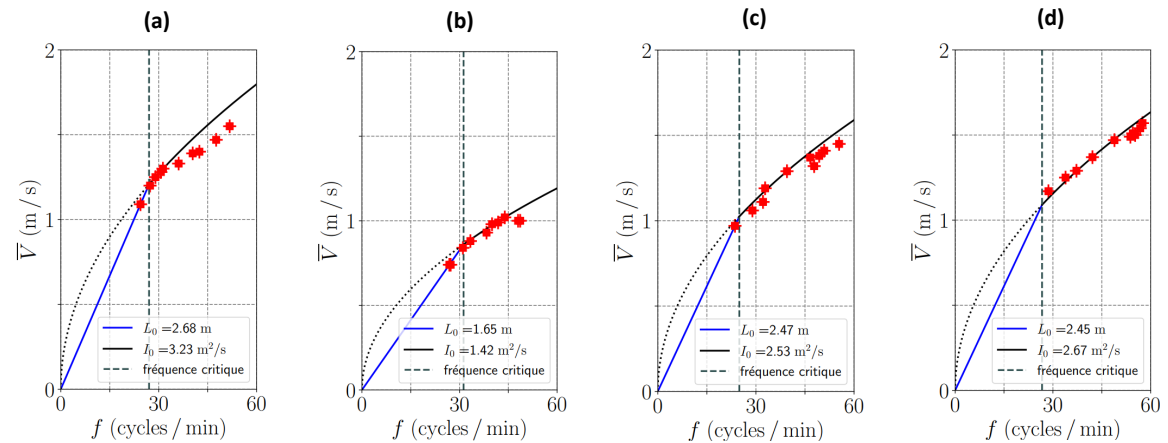


FIGURE 3.20 – Application du modèle aux nageurs handisport. En bleu : le premier régime $V = L_0 f$. En noir : le second régime $V = \sqrt{I_0 f}$. (a) A7 (crawl) (b) A8 (crawl) (c) A9 (dos) (d) A10 (crawl).

Notre modèle correspond aux données expérimentales collectées. Les profils fréquence-vitesse des nageurs testés sont bien décrit par notre modèle à deux régimes.

Chez les nageurs valides, la distance par cycle atteint 3 mètres dans le premier régime.

Nous remarquons que la fréquence critique de changement de régime se trouve généralement autour de 30 cycles/minute. Les nageurs valides de haut niveau ont une vitesse de changement de régime autour de 1.5 m/s, ce qui correspond à une allure de course de 5 km. Les courses en bassin sont donc nagées dans le second régime.

Quand les nageurs commencent le test à des fréquences trop hautes, nous n'observons pas de premier régime. C'est le cas des nageurs A9 et A10. De plus, le premier régime étant un régime de glisse, les nageurs handicapés au niveau des membres inférieurs n'ont peu d'intérêt

à nager dans ce régime.

Il arrive que le dernier point (la plus haute fréquence) s'écarte de la courbe du second régime. Il s'agit souvent d'athlètes non spécialistes du sprint, qui ne parviennent pas à s'organiser aux hautes fréquences.

3.6 Discussion sur l'efficacité

L'objectif pour un nageur de demi-fond voire de fond est de nager à une vitesse élevée tout en gardant suffisamment d'énergie pour terminer la course. L'efficacité de la propulsion est donc primordiale. En discutant avec les entraîneurs, nous nous rendons compte que la méthode pour déterminer l'efficacité optimale de nage est d'observer la cassure dans le profil fréquence-vitesse. Cela revient donc à utiliser la distance par cycle (SL) comme indicateur d'efficacité. La fréquence critique de changement de régime, correspondant à l'efficacité optimale serait donc :

$$f_c = L_0^2/I_0. \quad (3.21)$$

Costill et al., en définissant l'indice de nage, prétendent que c'est cet indice qui permet de caractériser l'efficacité. Nous proposons dans cette partie de questionner ces indicateurs d'efficacité. Nous nous intéresserons ici uniquement à la propulsion des bras. Nous définissons l'efficacité η comme le rapport entre la puissance utile au déplacement du nageur et la puissance mécanique consommée par le nageur pour se propulser. On regarde la propulsion d'un bras spécifiquement (le bras droit), mais tout est transposable pour le bras gauche. L'efficacité de propulsion du bras droit vaut :

$$\eta_d = \frac{\mathcal{P}_U}{\mathcal{P}_d}, \quad (3.22)$$

avec $\mathcal{P}_U = F_d \cdot V$ et $\mathcal{P}_d = F_d \cdot V_{d/c}$, nous obtenons une expression simple pour η_d :

$$\eta_d = \frac{V}{V_{d/c}} \quad (3.23)$$

On remarque que $\eta_d = \beta_d$. De la même manière $\eta_g = \beta_g$. Il s'agit de l'efficacité de Froude définie par Zamparo [102]. L'efficacité peut être vue comme l'ancrage de la main. Une main bien ancrée dans l'eau ($\beta \rightarrow 1$) offre une meilleure efficacité qu'une main qui dérape beaucoup ($\beta \rightarrow 0$).

On compare les évolutions de β , $SL = V/f$, et $IdN = V^2/f$ sur les 10 × 25 mètres de A3 et A4 (figure 3.21). Afin de comparer ces indicateurs de dimensions différentes, nous introduisons l'opérateur $\tilde{\cdot}$, qui correspond à la moyenne sur les 10 × 25 m. L'efficacité liée à β sera calculée en prenant la moyenne de β_d et β_g . L'indice de nage IdN et le paramètre d'ancrage ont des évolutions très similaires. Chez l'athlète A3, on a la même prédiction d'efficacité maximale avec $N=8$. Nous n'avons pas cette précision pour l'athlète A4 mais les points rouges et verts sont très proches à chaque fois. En revanche, les valeurs normalisées de SL sont très éloignées des 2 autres estimateurs.

La formule 3.23 porte uniquement sur les temps de propulsion. Or la distance par cycle est la somme de la distance parcourue pendant les phases de propulsion et de glisse. Comme les temps de glisse sont de plus en plus réduits dans le second régime, il est donc normal que

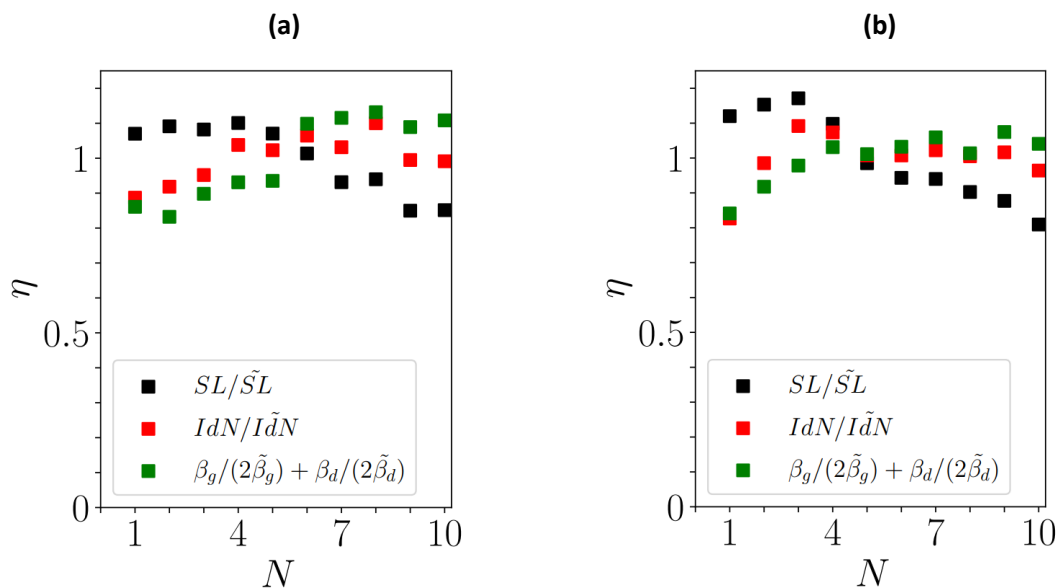


FIGURE 3.21 – Comparaison de trois indicateurs d’efficacité normalisés. En noir : la distance par cycle. En rouge : l’indice de nage (produit de la vitesse et de la distance par cycle). En vert : la moyenne des paramètres d’ancrage gauche et droite. (a) A3 (b) A4.

la distance par cycle chute, même si la propulsion reste très efficace.

En revanche, l’indice de nage, bien qu’il ne soit défini que par des paramètres macroscopiques (vitesse et fréquence), semble bien décrire l’évolution de l’efficacité de propulsion du nageur.

La fréquence de cassure dans le profil fréquence - vitesse n’est donc pas la fréquence d’efficacité maximale pour un nageur. Pour estimer l’efficacité sans connaître la cinématique intra-cyclique, il semble préférable de calculer l’indice de nage correspondant à chaque passage.

3.7 La relation fréquence-vitesse dans les autres styles de nage

Ce test a également été réalisé par des athlètes du CAF (Centre d’Accession et de Formation) Île de France. Cela nous a permis d’obtenir des profils fréquence-vitesse dans les différents styles de nage. Nous montrons un profil fréquence-vitesse par style de nage sur la figure 3.22.

Le modèle développé s’applique très bien au dos (figure 3.22-a). Cela est cohérent puisque rien dans les équations ne change si le nageur est sur le dos, par rapport à de la nage en crawl.

En papillon (figure 3.22-b), même si les fréquences mesurées sont plus élevées, le modèle décrit encore bien la relation fréquence-vitesse. Le fait que la nage soit simultanée ne pose pas de problème dans la description de la force, puisque rien n’oblige à ce que F_d et F_g

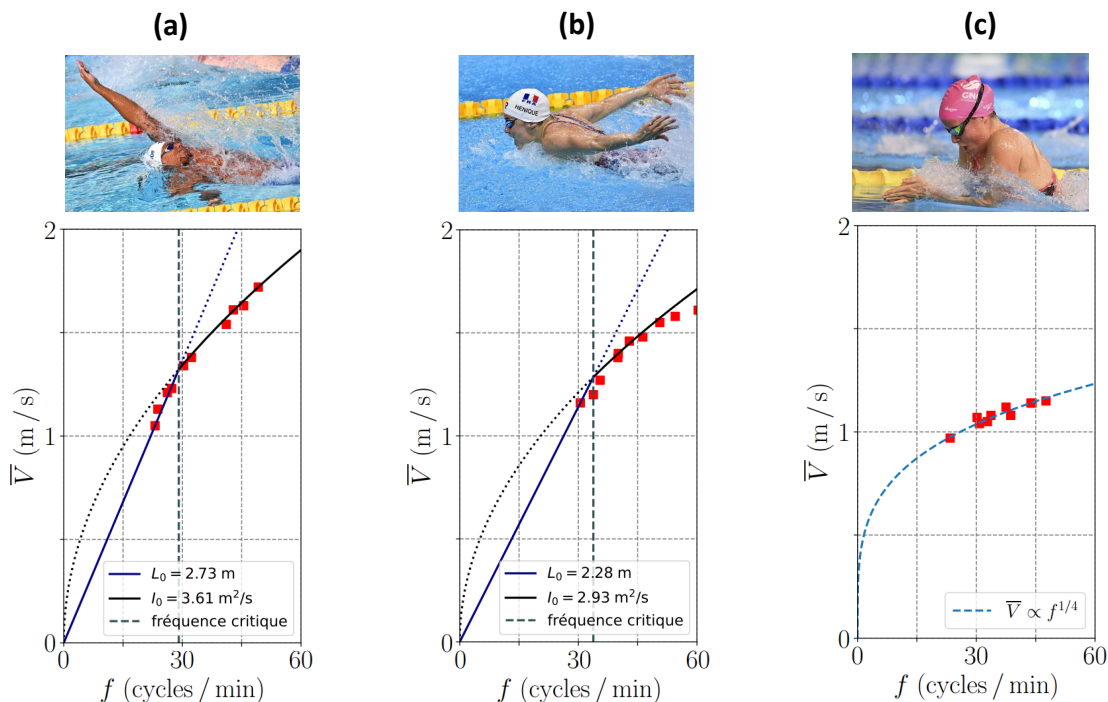


FIGURE 3.22 – Profils fréquence-vitesse et application du modèle à deux régimes aux trois styles de nage différents du crawl : (a) dos [105] (b) papillon [106] (c) brasse [107]. Les images sont illustratives de la technique de nage et ne représentent pas le nageur testé.

soient séparées. On observait d'ailleurs des phases de superposition en crawl ($\gamma > 0.5$). En revanche, l'hypothèse de force de propulsion constante des jambes est discutable. De plus, le corps se déforme plus en papillon, ce qui peut impliquer une évolution de k_a au cours du temps. Malgré tout, nous observons un second régime proche de celui observé en crawl et en dos.

En brasse (figure 3.22-c), nous n'observons plus les deux régimes. Le corps se déforme beaucoup, et le retour des bras est effectué dans l'eau. Dans les nages avec retour aérien, l'augmentation de la vitesse de retour de bras permet d'augmenter la fréquence sans pénalisation sur la traînée. En brasse, l'accélération du retour des bras génère une force de traînée supplémentaire. Ainsi k_a augmente avec la vitesse. Malgré l'augmentation de la fréquence, la vitesse augmente donc très peu en fonction de la fréquence. Empiriquement, on trouve $\bar{V} \propto f^{1/4}$. Cette puissance 1/4 doit être comparée avec la puissance 1/2 dans les autres styles de nage. En échelle logarithmique, la pente du profil fréquence-vitesse est donc deux fois plus faible en brasse que dans les autres styles de nage.

3.8 La relation fréquence-vitesse en kayak

Comme dans le chapitre précédent, pour compléter notre étude et mieux comprendre la physique des courses, nous adaptons le test de 10×25 mètres au kayak. Grâce à la pagaie instrumentée, il est possible d'avoir directement accès à la force de propulsion normale à la pagaie. Cela permettra donc de discuter de notre modèle du second régime en natation, où nous supposons la force constante.

3.8.1 Dispositif expérimental

Les vitesses étant environ deux fois plus élevées en kayak qu'en natation, le test proposé est un 10×50 mètres. Nous gardons le même protocole concernant le temps de récupération, à savoir un départ toutes les trois minutes. La vitesse et la fréquence sont mesurées grâce aux vidéos, prises depuis la rive. Le temps de propulsion et la force de propulsion sont mesurés grâce aux jauges de contrainte. Tous les détails expérimentaux figurent dans l'annexe C. Les deux athlètes qui effectuent le test sont les mêmes que ceux qui ont fait les tests de décélération et de départ arrêté (B1 et B2).

3.8.2 Profil fréquence-vitesse et force de propulsion

Comme en natation, on définit t_g et t_d les temps de propulsion de la main droite et de la main gauche. On définit également F_d et F_g , les forces projetées moyennes sur le temps de propulsion de la manière suivante :

$$F_d = \frac{1}{t_d} \int_0^T F_{N,d}(t) |\sin \theta| dt \quad \text{et} \quad F_g = \frac{1}{t_g} \int_0^T F_{N,g}(t) |\sin \theta| dt, \quad (3.24)$$

où θ a été défini sur la figure 2.21 (angle entre la pagaie et l'horizontale). On a donc $\bar{F}_P = (t_p F_d + t_g F_g)/T$. Nous mesurons F_d et F_g sur chaque 50 mètres.

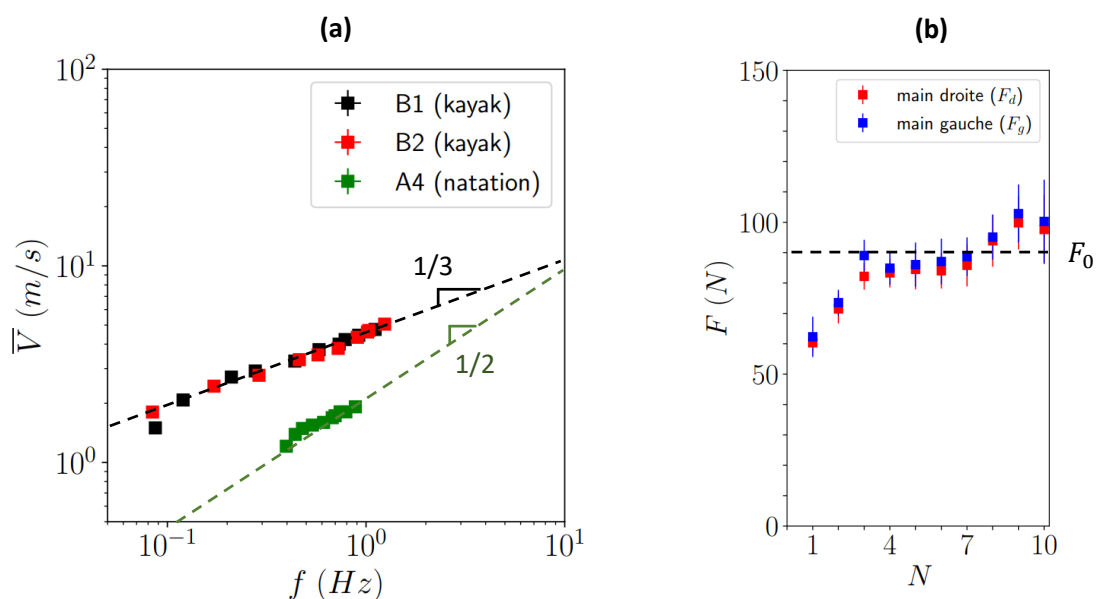


FIGURE 3.23 – Résultats du test de 10×50 mètres pour les kayakistes B1 et B2 (a) Relation fréquence-vitesse en échelle logarithmique (b) Évolution de la force projetée moyenne sur le temps de propulsion pour l'athlète B1.

Sur la figure 3.23-a, nous présentons les profils fréquence-vitesse des athlètes B1 et B2. Nous choisissons l'échelle logarithmique pour insister sur la différence avec la natation dans le second régime. Ces résultats nous montrent que dans le régime de force maximale, qui est très majoritaire, $\bar{V} = A f^{1/3}$, avec $A \approx 4.6 \text{ m/s}^{2/3}$. La figure 3.23-b présente l'évolution des forces de propulsion projetées moyennées sur les temps de propulsion pour l'athlète B1. On observe que F_d et F_g varient peu à partir du troisième 50 m. Une légère augmentation se produit toutefois lors des trois essais les plus rapides.

3.8.3 Adaptation du modèle de la natation

D'après nos observations sur la figure 3.23, la force de propulsion est quasiment constante à partir du troisième 50 m, nous adaptons donc notre modèle de propulsion en natation dans le second régime. Nous repartons de l'équation 3.15, sachant que les jambes de propulsent plus, donc $\alpha = 0$:

$$\sum_{i \in d, g} \frac{t_i}{T} F_i = k_a \bar{V}^2. \quad (3.25)$$

Nous multiplions cette équation à gauche et à droite par $\bar{V} = \beta_d V_{d/c} = \beta_g V_{g/c}$:

$$k_a \bar{V}^3 = \sum_{i \in d, g} \frac{t_i}{T} F_i \beta_i V_{i/c}. \quad (3.26)$$

Finalement, en utilisant $V_{i/c} t_i = C_i$, on obtient :

$$\bar{V}^3 = \sum_{i \in d, g} \beta_i C_i F_i \frac{f}{k_a}. \quad (3.27)$$

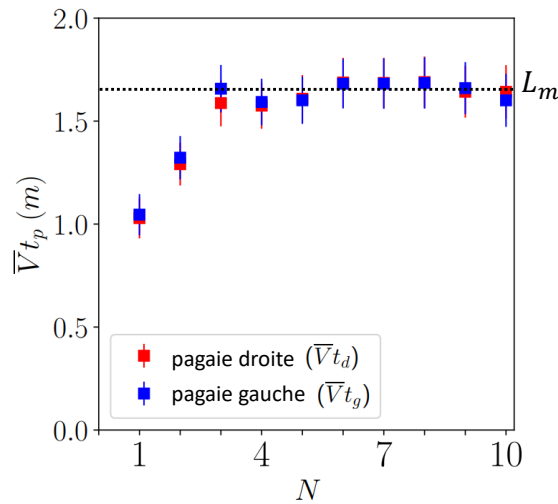


FIGURE 3.24 – Évolution de la grandeur $\bar{V}t_p$ en fonction du N-ième passage pour l'athlète B1. Cette valeur est constante à partir de N=3.

Sur la figure 3.24, nous montrons expérimentalement que $\bar{V} \cdot t_p$ est une constante à partir du troisième 50 m. $C_m \beta = C_m \bar{V}/V_{i/c}$ est donc constante. On pose $L_d = \beta_d C_d$ et $L_g = \beta_g C_g$ avec $L_g = L_d = 1.64$ m. La relation fréquence-vitesse devient donc :

$$\bar{V}^3 = \sum_{i \in d, g} L_i F_i \frac{f}{k_a}. \quad (3.28)$$

D'après la figure 3.23-b, sur les essais 3 à 10, les forces de propulsion F_d et F_g ont une valeur moyenne $F_d = 91.7$ N et $F_g = 88.9$ N (on négligera les variations de force sur les 3 derniers essais). La relation fréquence-vitesse est donc :

$$\bar{V} = A f^{1/3} \quad \text{avec} \quad A = \left(\frac{L_d F_d + L_g F_g}{k_a} \right)^{1/3}. \quad (3.29)$$

Pour l'athlète B1, nous avons les valeurs suivantes : $L_d = L_g = 1.64 \pm 0.45$ m ; $F_g = 92 \pm 10$ N ; $F_d = 89 \pm 10$ N ; $k_a = 3.55 \pm 0.10$ kg/m. On obtient ainsi $A = 4.4 \pm 0.2$ m/s^{2/3}, à comparer avec $A = 4.6 \pm 0.1$ m/s^{2/3} obtenu par régression linéaire sur la courbe 3.23-a. Nous sommes donc capables d'expliquer la relation fréquence-vitesse obtenue expérimentalement grâce à notre modèle inspiré du second régime des profils fréquence-vitesse de natation. L'équation 3.17 est en fait une relation fréquence-vitesse commune aux deux sports. Schématiquement, la natation correspond à la limite $\beta \rightarrow 0$ (en négligeant l'effet des jambes), et le kayak correspond à la limite $\beta \rightarrow 1$. En natation, la vitesse du corps est petite devant la vitesse de la main. En kayak, la pagaie est "plantée", la vitesse de la pagaie dans le référentiel du bateau égale quasiment la vitesse du bateau.

3.9 Conclusion et perspectives

Nous avons établi un modèle de propulsion qui décrit les profils fréquence - vitesse observés en natation (pour les styles de nage avec retour aérien). Si ce modèle est nouveau, il peut être relié à des indices déjà défini dans la littérature. Dans le premier régime, le nageur évolue à un indice de coordination constant [16]. Dans le second régime, l'indice de nage est constant [15]. Pour compléter cette étude, il pourrait être intéressant d'effectuer la même étude en aviron. On s'attend également à une relation $V = a f^{1/3}$. Pour comprendre la relation observée en brasse, il faudrait être capable de décrire précisément comment varie k_a avec la fréquence et la vitesse.

Résumé du Chapitre 3

Dans les styles de nage avec retour aérien (crawl, papillon, dos) on observe systématiquement deux régimes dans les profils fréquence - vitesse :

1. Le premier régime est un régime de glisse. Dans ce régime on a $\bar{V} = L_0 f$. La distance par cycle L_0 , ainsi que le rapport entre temps de glisse et temps de propulsion sont constants.

2. Le second régime est le régime de force maximale. Le nageur ne peut plus accélérer sa propulsion, pour continuer d'augmenter la fréquence, il faut réduire les temps de glisse et accélérer le retour des bras. Dans ce régime, $\bar{V} = \sqrt{I_0} \sqrt{f}$. L'indice de nage I_0 est constant.

En brasse, ces deux régimes ne sont pas observés, en raison de la traînée induite par l'augmentation du retour des bras, qui se fait dans l'eau.

Le modèle qui permet de décrire le second régime en natation peut être adapté pour le kayak, où la vitesse de la pagaie est moins importante en raison de sa taille plus grande. Dans ces conditions, on montre que la relation fréquence-vitesse vaut $\bar{V} = a f^{1/3}$, ce qui correspond aux observations de terrain.

4

ÉTUDE DES DIFFÉRENTES PHASES DU DÉPART

Dans ce chapitre, nous étudions le départ (15 premiers mètres) des courses de crawl et de papillon. Nous séparons la trajectoire du départ en cinq phases distinctes : la poussée sur le plot, le vol, la phase aquatique passive, les ondulations et la nage à la surface. Nous modélisons chaque partie du départ, et mesurons les paramètres du modèle pour chaque nageur testé.



Le plongeur, Gustave Caillebotte, 1877, Musée d'Orsay .

Sommaire

4.1	Le départ, instant clé des courses de sprint	90
4.2	Étude de la partie aérienne	93
4.3	Phase aquatique passive	99
4.4	Ondulations et reprise de nage	106
4.5	Modèle sur la phase aquatique complète	112

4.1 Le départ, instant clé des courses de sprint

Contrairement à la plupart des courses (athlétisme, kayak, aviron, cyclisme sur piste) ou le départ consiste en une accélération la plus rapide possible, le départ de natation vise à conserver la vitesse acquise suite à la poussée sur le plot. En effet, les vitesses de décollage sont de l'ordre de 4.5 m/s [108] quand les vitesses de nage ne dépassent pas 2.5 m/s (le record du monde du 50 mètres nage libre est de 20.91 s soit une vitesse moyenne de 2.4 m/s). Le nageur atteint donc sa vitesse maximale en moins d'une seconde, ce qui n'est pas le cas dans les autres sports de course. On appelle départ les 15 premiers mètres d'une course de natation. Le choix de cette distance est dicté par le règlement FINA. En effet, l'article SW5.3 stipule "Il est permis que le nageur soit complètement immergé pendant le virage, et sur une distance de 15 mètres au plus après le départ et chaque virage. À partir de ce moment-là, la tête doit avoir coupé la surface de l'eau." [13]. Pour les mêmes raisons nous considérerons la position de la tête comme repère au passage des 15 mètres.

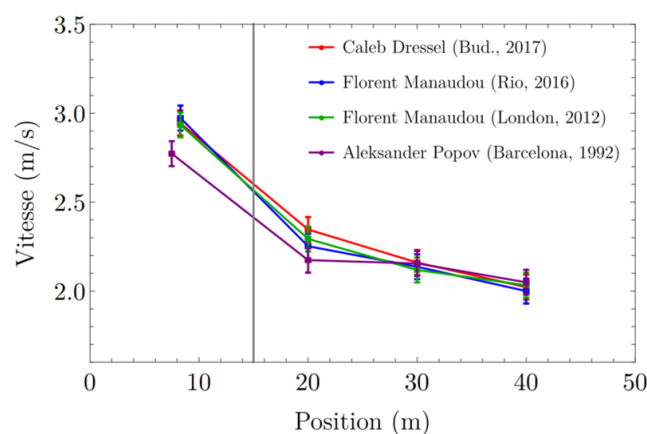


FIGURE 4.1 – Vitesse moyenne par tranche de 10 mètres sur quatre courses de 50 mètres. Alexander Popov a été champion olympique en 1992 et en 1996. Florent Manaudou a été champion olympique en 2012 et vice-champion olympique en 2016. Caeleb Dressel a été champion du monde en 2017.

Le départ est primordial sur les courses de sprint (il représente 26 % du temps de la course sur un 50 mètres [109]). Les capacités mobilisées sont très différentes de celles qui permettent de nager rapidement (explosivité des jambes lors de la propulsion sur le plot, souplesse articulaire lors de la phase d'ondulation), ce qui favorise la diversité des stratégies lors des départs des différents nageurs : différence de profondeur maximale, de longueur de coulée, du nombre d'ondulations... Sur la figure 4.1, nous comparons l'évolution de la vitesse du champion olympique de 1992, Aleksander Popov, dit *le Tsar*, avec celle des meilleurs sprinteurs des années 2010, Caeleb Dressel, champion du monde en 2017, et Florent Manaudou, champion olympique en 2012. La vitesse dans les 10 derniers mètres n'a pas évolué en 25 ans de compétition. En revanche les différences de vitesse sont très importantes sur les 15 premiers mètres. La marge de progression semble donc se situer majoritairement dans le départ.

On se propose dans ce chapitre d'analyser le départ étape par étape. L'objectif est d'établir les bases nécessaires à une optimisation globale de la trajectoire.

Description du départ On décrit ici les départs de papillon et de crawl. Les différences avec la brasse et le dos seront données à la fin de ce paragraphe. Le nageur est placé sur un

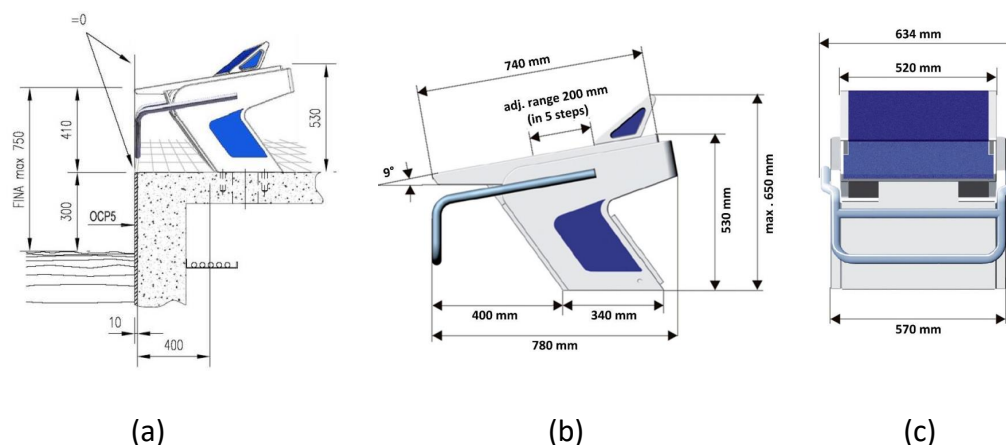


FIGURE 4.2 – Plot utilisé en compétition depuis 2010. Images extraites de [110]. (a) Vue latérale du plot et positionnement par rapport au bord du bassin. (b) Dimensions du plot (vue latérale) (c) Dimensions du plot (vue de face) .

plot de départ tel que montré sur la figure 4.2. Depuis 2010, les plots ont une partie arrière réglable, qui permet au pied arrière de pousser plus fort. Avant cette amélioration du plot, on distinguait deux techniques de départ : les pieds joints (grab start) ou les pieds décalés (track start). Depuis le changement de plot, le track start s’est imposé.

Un long coup de sifflet indique au nageur de se placer sur le plot. Au signal “À vos marques”, le nageur se met en position de départ. Puis, après un laps de temps d’environ 1 seconde, un signal sonore universel donne le signal de départ. C’est à cet instant que nous définirons la référence de temps $t=0$. Nous représentons les 15 premiers mètres du départ d’un nageur sous forme de chronophotographie sur la figure 4.3. Chaque image est espacée de 0.5 secondes. Le nageur pousse d’abord avec la jambe arrière, qui décolle avant la jambe avant. Après une phase de vol de l’ordre de 0.3 secondes, le nageur arrive dans l’eau en position “flèche”. La première partie de la phase sous-marine est passive. On peut toutefois observer une mini-ondulation afin de réorienter le corps. Après cette phase passive, le nageur commence à onduler, jusqu’à atteindre la surface. Une fois à la surface, il se met à nager dans la technique choisie (papillon ou crawl). Le règlement stipule que la tête doit avoir percé la surface au passage des 15 mètres. C’est ici que s’arrête la phase de départ.

En dos, la différence concerne uniquement la position de départ, puisque le nageur est face au mur, juste au-dessus de la surface de l’eau. Le déroulement est ensuite le même que pour le crawl et le papillon. En brasse, la position de départ est la même qu’en crawl ou en papillon mais le règlement diffère pour la partie sous-marine. La limite des 15 mètres n’existe pas, mais le règlement n’autorise qu’une unique ondulation, suivie d’une traction de bras et d’un ciseau de brasse. Pour la suite, on étudiera les départs de crawl et de papillon. Les nageurs qui ont participé aux expériences de ce chapitre figurent dans le tableau 4.1.

On représente sur la figure 4.4 une trajectoire mesurée lors de départs réalisés avec l’athlète A11. Nous découpons la trajectoire en différentes parties, correspondant à des mouvements différents de la part du nageur : la phase de contact avec le plot (block time), la phase de vol (ou plus précisément de chute libre), la phase aquatique passive, la phase d’ondulation puis

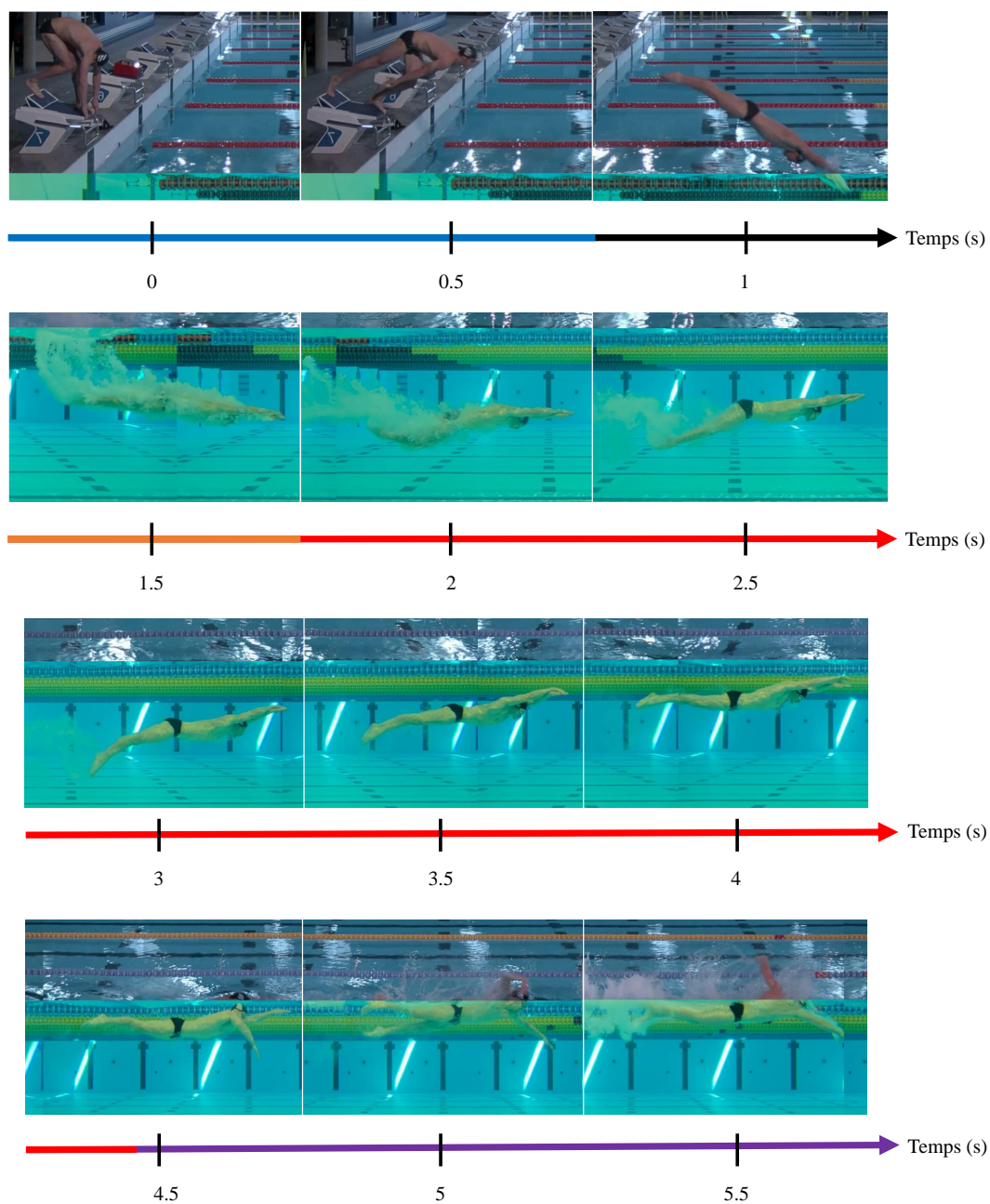


FIGURE 4.3 – Chronophotographie des 15 premiers mètres de A11. Chaque image est espacée de 0.5 secondes. Le code couleur utilisée sur la frise est le même que pour les différentes phases de la trajectoire schématisées sur la figure 4.4.

Nageur	Sexe	Âge	Masse	Niveau	Spécialité
A3	M	24 ans	89 kg	International	200 NL
A11	M	23 ans	86 kg	International	50/100 NL
A12	M	25 ans	76 kg	International	200 NL
A13	F	18 ans	72 kg	International	200 NL
A14	M	20 ans	82 kg	National	200 Pap

TABLEAU 4.1 – Caractéristiques des 5 nageurs testés dans ce chapitre.

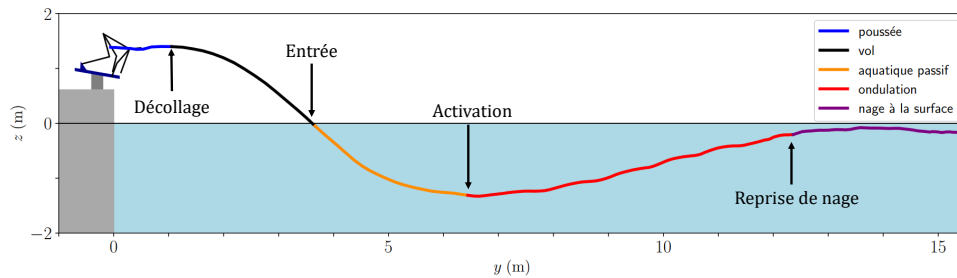


FIGURE 4.4 – Trajectoire du centre de masse du nageur A11 lors d'un départ. Les couleurs représentent les différentes phases. Le code couleur utilisé est le même que sur la frise chronologique des chronophotographies de la figure 4.3.

la phase de nage. Cela définit naturellement les transitions associées : le décollage, l'entrée dans l'eau, l'activation des ondulations, et la reprise de nage. Ces transitions de phase sont très importantes puisqu'elles sont techniquement exigeantes, demandant le bon timing. La suite de ce chapitre permet l'analyse et la modélisation de chaque phase séparément.

4.2 Étude de la partie aérienne

4.2.1 Contact avec le plot

Nous étudions d'abord la première phase du départ : la poussée sur le plot. La référence $t=0$ est prise au moment du signal de départ. On doit donc pour analyser le départ donner un signal réglementaire de compétition. Cela peut être justifié par plusieurs arguments. Cela permet d'abord de prendre en compte le temps de réaction dans l'évaluation du nageur (on appelle temps de réaction l'intervalle de temps entre le signal de départ et le début de poussée du nageur sur le plot). De plus, le début de poussée du nageur, même avec un plot instrumenté est assez flou : le centre de masse bouge très peu à cet instant et les variations de force sont assez "plates". Enfin, pour que le départ se rapproche le plus d'un départ de compétition, il faut que le nageur soit le plus proche possible des conditions d'un départ réel. En donnant les mêmes ordres et le même signal de départ, nous le plaçons dans les conditions de compétition.

4.2.1.1 Mesure de poussée

Le nageur réalise un départ de compétition sur un plot instrumenté par la société Kistler (Plot Kiswim). Ce plot est composé de trois plate-formes de forces indépendantes qui permettent d'obtenir la contribution du pied avant, du pied arrière ainsi que des 2 bras sur 3 voies séparées. Les nageurs poussent sur le plot entre le signal de départ et le décollage du pied avant (figure 4.5). Les signaux de force sont représentés sur la figure 4.6. On constate que le temps de contact avec le plot est de l'ordre de 0.6 s. Entre $t = 0$ et $t = t_{rec}$, les signaux sont stationnaires : la somme des forces compense le poids de l'athlète. Ensuite, le nageur tire sur les bras et se propulse avec son pied arrière. Il faut souligner que la force des bras est dirigée vers le bas, alors qu'on pourrait plus s'attendre à une force vers l'avant. C'est d'abord le pied arrière qui assure la plus grande part de la force totale jusqu'au décollage

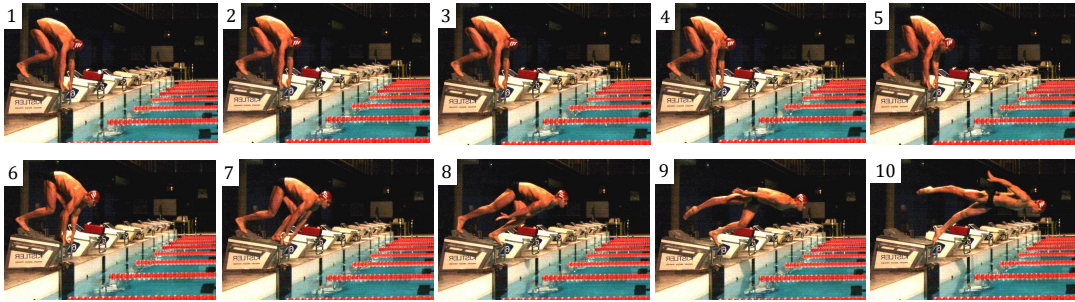


FIGURE 4.5 – Chronophotographie de la phase de poussée. L'écart entre chaque image est de 0.07 secondes. Le signal de départ est donné à $t = 0$ (image 1). Le nageur décolle à $t = t_{dec}$ (image 10).

de ce pied ($t \approx 0.5$ s). Enfin, le pied avant décolle à $t = t_{dec}$.

4.2.1.2 Modèle de propulsion

Le nageur se propulse sur le plot avec ses jambes, mais également avec ses deux bras. Un bilan des forces est présenté sur la figure 4.7. On écrit l'équation du mouvement 2D lors de la phase de poussée :

$$M \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_{av} + \vec{F}_{ar} + \vec{F}_{bras} + M\vec{g}. \quad (4.1)$$

L'équation du mouvement peut être adimensionnée par le poids :

$$\frac{1}{g} \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{f}_{av} + \vec{f}_{ar} + \vec{f}_{bras} - \vec{e}_z, \quad (4.2)$$

où l'on note $\vec{f} = \vec{F}/(Mg)$ et $\vec{f}_{prop} = \vec{f}_{av} + \vec{f}_{ar} + \vec{f}_{bras}$. Dans cette analyse, t_{rec} le temps de réaction du nageur, c'est-à-dire que le nageur commence à pousser sur le plot à $t = t_{rec}$ (figure 4.6-d). En pratique, on estime t_{rec} en définissant un seuil de variation de la force totale. On nomme t_{dec} l'instant où le pied avant décolle et $t_P = t_{dec} - t_{rec}$ le temps de poussée. Enfin, on définit la vitesse adimensionnée $\vec{v} = \vec{V}/(gt_p)$, et l'intégration de l'équation 4.2 permet d'obtenir :

$$\vec{v}_{dec} = \frac{1}{t_P} \int_{t_{rec}}^{t_{dec}} (\vec{f}_{prop} - \vec{e}_z) dt. \quad (4.3)$$

On comprend par cette équation que $\|\vec{v}_{dec}\|$ est liée à l'angle de propulsion. L'athlète décolle d'autant plus vite que la direction de poussée est alignée avec $-\vec{e}_z$. Cela a déjà été observé par Takeda, qui remarquait une augmentation de la vitesse de décollage quand l'angle de décollage diminue [20]. Dans notre démarche visant à définir un problème d'optimisation pour le départ, nous ne pourrions donc pas définir une vitesse de décollage propre au nageur et chercher un angle de décollage optimal comme cela peut être fait sur certains problèmes balistiques classiques. Il nous faut ainsi un modèle de poussée pour faire varier l'angle de décollage. Dans le but de ne pas multiplier les paramètres, on définit une force de propulsion $f_0 = \bar{F}/(Mg)$ que l'athlète génère dans la direction de son choix pendant l'intervalle $[t_{rec}, t_{dec}]$. \bar{F} représente la force moyenne de poussée des jambes et des bras (figure 4.6-d). Nous supposons que cette force ne dépend pas de la direction de poussée.

On note θ l'angle entre la direction de cette force et l'horizontale. La force de propulsion

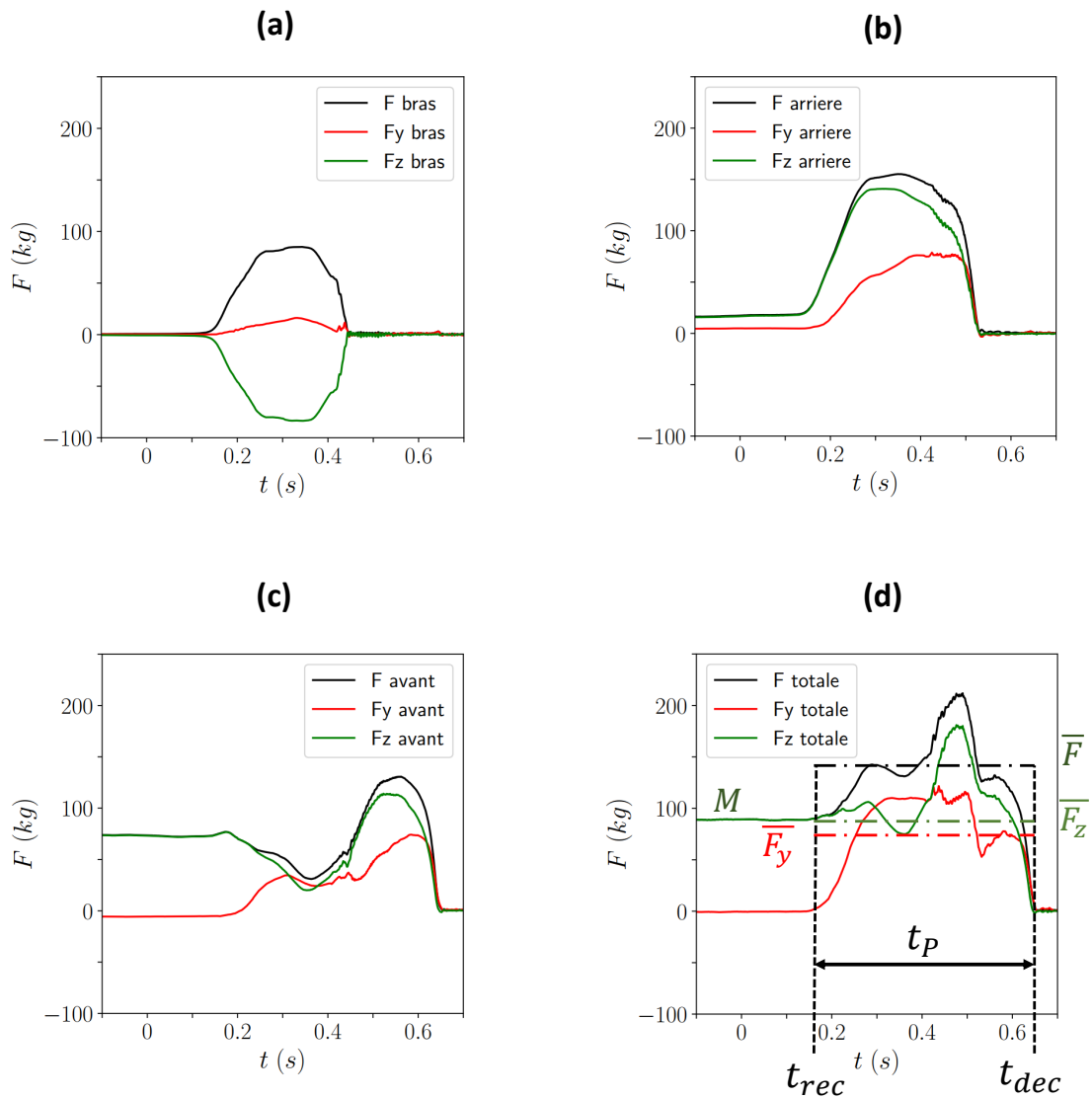


FIGURE 4.6 – Signaux de force horizontale (F_y) et verticale (F_z) des 3 plateformes du plot instrumenté lors d'un départ du nageur A11 : bras (a), pied arrière (b) et pied avant (c). Les courbes noires correspondent à la norme de la force.

adimensionnée s'écrit donc $\vec{f}_{prop} = f_0 \vec{e}_\theta$. L'angle θ peut être mesuré expérimentalement.

Ainsi, en définissant $\overline{F}_y = \int_{t_{rec}}^{t_{dec}} F_y(t) dt / t_P$ et $\overline{F}_z = \int_{t_{rec}}^{t_{dec}} F_z(t) dt / t_P$ (figure 4.6-d), on a :

$$\theta = \arctan \frac{\overline{F}_y}{\overline{F}_z}. \quad (4.4)$$

Il nous faut également limiter la longueur sur laquelle le nageur peut pousser. Ainsi, on définit la longueur D_P que le centre de masse peut effectuer avant le décollage. Le nageur est "groupé" (figure 4.7) sur le plot à $t=0$ et décolle jambes tendues, ce paramètre D_P représente donc la longueur qu'effectue le centre de masse pendant la phase de poussée. L'équation du mouvement sur le plot s'écrit donc :

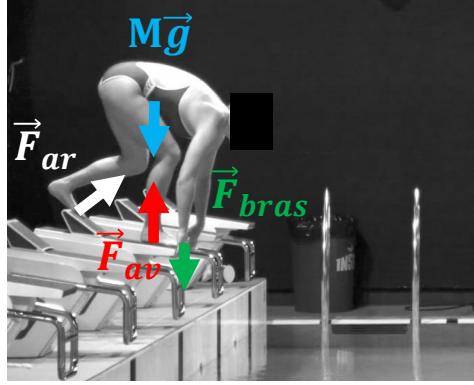


FIGURE 4.7 – Bilan des forces lors de la phase de poussée. Le nageur est en contact avec le plot via ses deux pieds et ses mains. On regroupe ici la force de propulsion des 2 mains.

$$\vec{v}(t) = \frac{1}{t_P} \int_{t_{rec}}^t (f_0 \vec{e}_\theta - \vec{e}_z) dt \quad \text{et} \quad \left\| \int_{t_{rec}}^{t_{dec}} \vec{v}(t) dt \right\| = \frac{D_P}{gt_P}. \quad (4.5)$$

En utilisant l'expression de $v(t)$ de la première équation, on remarque que la direction de \vec{v} est constante on peut donc simplifier la deuxième équation :

$$\int_{t_{rec}}^{t_{dec}} \frac{1}{t_P} \int_{t_{rec}}^t \|f_0 \vec{e}_\theta - \vec{e}_z\| dt = \frac{D_P}{gt_P}.$$

Sachant que le terme à intégrer est indépendant du temps, on obtient finalement

$$t_P = \sqrt{\frac{2D_P}{g\|f_0 \vec{e}_\theta - \vec{e}_z\|}}. \quad (4.6)$$

Finalement, la vitesse du centre de masse au moment du décollage vaut :

$$\vec{V}_{dec} = \sqrt{\frac{2D_P g}{\|f_0 \vec{e}_\theta - \vec{e}_z\|}} (f_0 \vec{e}_\theta - \vec{e}_z). \quad (4.7)$$

Les équations 4.6 et 4.7 nous donnent 3 équations scalaires qui relient les paramètres du modèle D_P , f_0 et θ aux grandeurs évaluant la poussée $V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$, et t_P . Ainsi si on connaît D_P et f_0 , ces équations nous permettent de chercher le meilleur angle de poussée θ pour avoir des valeurs de t_P , $V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$ qui donnent la trajectoire la plus rapide. Mais à l'inverse, connaissant t_P , $V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$, on peut trouver D_P , f_0 et θ . C'est de cette manière que nous allons déterminer les paramètres du modèle D_P et f_0 pour chaque nageur.

Vérifications expérimentales Grâce aux valeurs mesurées de t_P , $V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$, on calcule les valeurs D_P , f_0 et θ prédites par le modèle. Les vitesses de décollage sont obtenues grâce à la trajectoire de vol (section 4.2.2). Pour obtenir t_P , on utilise le signal de force (figure 4.6). Pour vérifier que notre modèle reflète la réalité de la poussée, on compare f_0 et θ avec la norme et l'angle de la force de poussée adimensionnée totale mesurée sur le plot instrumentée $f_K = \bar{F}/(Mg)$ et $\theta_K = \arctan(\bar{F}_y/\bar{F}_z)$ (figure 4.6). Les résultats du test de validation sont présentés sur la figure 4.8. On observe une bonne adéquation entre les valeurs du modèle et celles mesurées avec le plot. On observe une précision de l'ordre de 10 % sur l'angle de poussée et de 5 % sur la force de poussée adimensionnée. Le modèle que

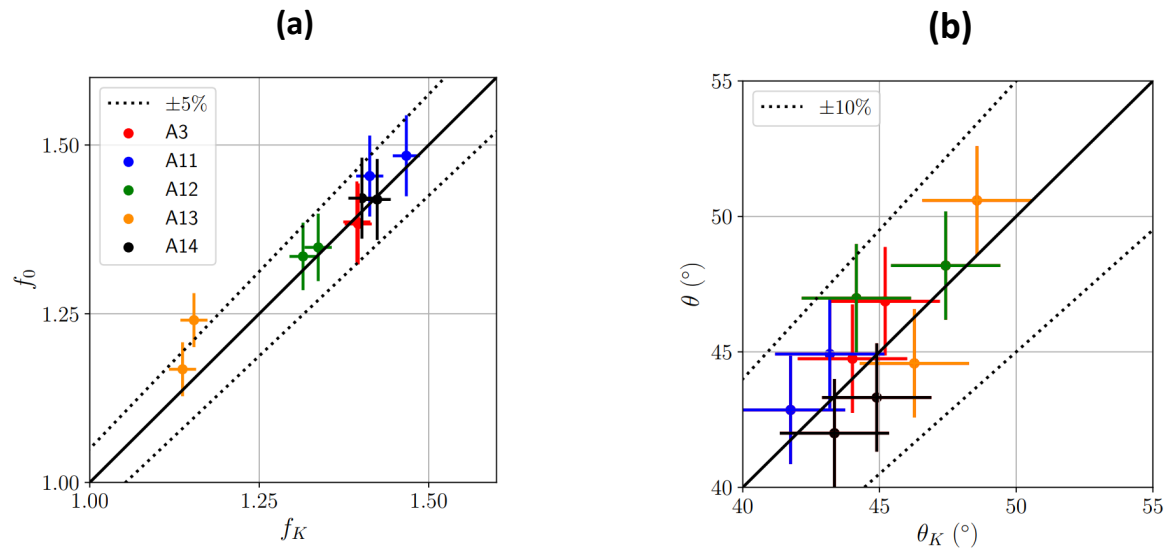


FIGURE 4.8 – Comparaison entre les prédictions du modèle et les valeurs expérimentales pour les nageurs A3, A11, A12, A13 et A14. (a) Force de propulsion totale moyenne adimensionnée. (b) Angle de poussée.

nous utilisons est très simplifié, avec une force de poussée constante dirigée toujours le long d'un même axe, il est donc satisfaisant d'observer que les paramètres du modèle peuvent être reliés à des grandeurs physiques mesurées avec une aussi bonne précision.

Valeurs numériques Les résultats numériques pour les 5 nageurs sont répertoriés dans le tableau 4.2. La force de poussée varie entre 1.15 et 1.45. Si f_0 avait été grand devant 1, d'après l'équation 4.3, la norme de la vitesse pouvait être prise indépendante de l'angle de poussée. Cela n'est pas le cas, ce qui valide la nécessité d'un modèle qui prend en compte l'influence de l'angle de poussée sur la norme de la vitesse de décollage.

L'angle de poussée varie entre 41 et 49 °. Les nageurs avec la plus faible force de poussée adimensionnée f_0 ont l'angle de poussée le plus élevé. Pour combattre la gravité, ces athlètes doivent compenser leur manque de force. Malgré cela, la nageuse A13 décolle avec un angle de -10 ± 3 degrés contre des angles variant entre -5 ° (A14) et 1 ° (A3) pour ses homologues masculins. Il faut noter que les incertitudes de le tableau 4.2 concernent le paramètre θ du modèle, obtenu par propagation des incertitudes de mesure des vitesses de décollage et du temps de poussée.

Les valeurs de distance de poussée D_P varient entre 1.09 et 1.20 m. Sur la figure 4.4, le nageur décolle en $y = 1$ m. Les valeurs de D mesurées sont donc cohérentes avec le sens physique que nous lui donnons.

4.2.2 Phase de chute libre ou vol

La phase de vol est définie comme la phase entre le décollage du pied avant et l'entrée dans l'eau du centre de masse. L'équation du mouvement dans cette phase est très simple :

Nageur	$V_{y,dec}$ (m/s)	$V_{z,dec}$ (m/s)	t_P (s)	f_0	θ ($^\circ$)	D_P (m)
A3	4.63 ± 0.10	0.06 ± 0.10	0.47 ± 0.02	1.39 ± 0.06	44.5 ± 2.5	1.09 ± 0.07
A11	5.00 ± 0.10	-0.18 ± 0.10	0.48 ± 0.02	1.43 ± 0.06	42.1 ± 2.4	1.20 ± 0.07
A12	4.28 ± 0.10	-0.07 ± 0.10	0.51 ± 0.02	1.30 ± 0.05	49.0 ± 2.4	1.09 ± 0.06
A13	4.06 ± 0.10	-0.80 ± 0.10	0.53 ± 0.02	1.15 ± 0.04	47.3 ± 2.6	1.10 ± 0.05
A14	4.71 ± 0.10	-0.40 ± 0.10	0.47 ± 0.02	1.37 ± 0.06	41.8 ± 2.6	1.11 ± 0.07

TABLEAU 4.2 – Caractéristiques des 5 nageurs testés lors de la phase de poussée. Les vitesses de décollage ainsi que le temps de propulsion sont mesurés grâce à la vidéo. f_0 , θ et D_P sont obtenus grâce aux équations 4.6 et 4.7.

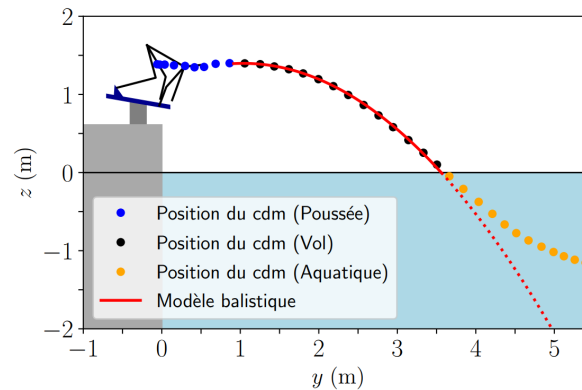
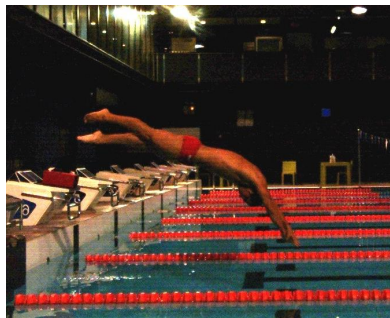


FIGURE 4.9 – Comparaison entre la trajectoire du centre de masse (cdm) obtenue grâce à la vidéo et le modèle balistique décrit dans l'équation 4.8. Les points noirs correspondent à la trajectoire du centre de masse pendant la phase de vol. La courbe rouge correspond à l'intégration de l'équation avec les conditions initiales ($V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$) qui minimisent l'écart aux points noirs (le couple de points $(y_{dec}$, z_{dec}) est obtenu expérimentalement). Ici, $V_{y,dec} = 4.7 \pm 0.1$ m/s et $V_{z,dec} = -0.1 \pm 0.1$ m/s .

$$M \frac{d\vec{V}}{dt} = M\vec{g}. \quad (4.8)$$

On néglige la force de traînée aérodynamique. En effet, du chapitre 2, on déduit que $SC_D=0.1\text{m}^2$. Pour une vitesse de décollage qui vaut au maximum 6 m/s, cela fait une force de traînée de $F_{drag} = 2\text{N}$, ce qui représente 0.2 % du poids d'un nageur de 100 kg. On néglige également les forces hydrodynamiques qui s'appliquent sur le haut du corps juste avant que le centre de masse n'arrive dans l'eau. Nous reviendrons plus tard sur cette hypothèse. On superpose la trajectoire du centre de masse à l'intégration de l'équation 4.8 sur la figure 4.9.

On cherche les valeurs de vitesse de décollage ($V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$) qui permettent une intégration de la trajectoire la plus proche possibles de la trajectoire expérimentale. Cela est plus précis que de dériver la position au moment du décollage, qui peut être bruitée (notre mesure de la position du centre de masse par les tables de De Leva n'est pas infiniment précise). Nous observons que l'approximation balistique est satisfaisante, si l'on excepte les deux derniers points pour lesquels les trajectoires s'écartent légèrement. Nous modéliserons la traversée de l'interface dans la partie consacrée au modèle passif aquatique.

4.3 Phase aquatique passive

Une fois entré dans l'eau, les nageurs observent une période passive avant d'activer leurs ondulations. Cette section permet de comprendre la physique sous-jacente à cette phase passive, et de voir comment le nageur parvient à courber sa trajectoire.

4.3.1 Évaluation de la phase passive

La phase passive est très courte lors d'un départ de compétition (généralement autour de 0.5 secondes). Il s'agit d'un intervalle de temps très court pour analyser la dynamique de cette phase du départ. Pour cette raison, nous demandons au nageur d'effectuer un départ "glissé". L'objectif est d'aller le plus loin possible en restant passif. Ainsi nous obtenons une trajectoire d'environ 10 mètres, qui peut être plus facilement analysée.

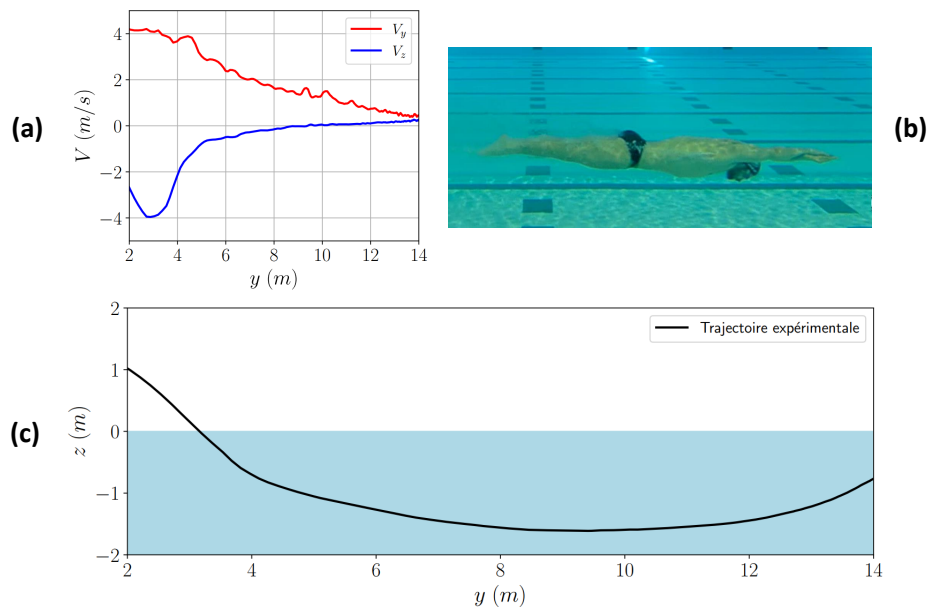


FIGURE 4.10 – Test de départ passif (nageur A12) : le nageur pousse sur le plot puis reste passif une fois entré dans l'eau. La consigne est d'aller le plus loin possible sans ondulation. (a) Évolution de la vitesse verticale et horizontale en fonction de la position y . (b) Position du nageur pendant la phase aquatique passive. (c) Trajectoire du centre de masse du nageur.

Nous représentons une trajectoire ainsi qu'une courbe de vitesse (figure 4.10). Nous avons une zone d'environ 10 mètres (entre $y = 4$ m et $y = 14$ m) dans laquelle le nageur est passif. Notre objectif est de comprendre l'évolution de la vitesse du nageur et sa trajectoire.

4.3.2 Modèle de plaque

Comme montré sur la figure 4.11-a, on considère que le nageur est une plaque, dont la longueur correspond à la distance des poignets aux chevilles (il s'agit des marqueurs extrêmes que nous détectons). L'équation du mouvement s'écrit :

$$\left(\underline{\underline{M}}_A + \underline{\underline{M}}\underline{\underline{I}}_2 \right) \frac{d\vec{V}}{dt} = M\vec{g} + \vec{\Pi}_A + \vec{F}_t + \vec{F}_n. \quad (4.9)$$

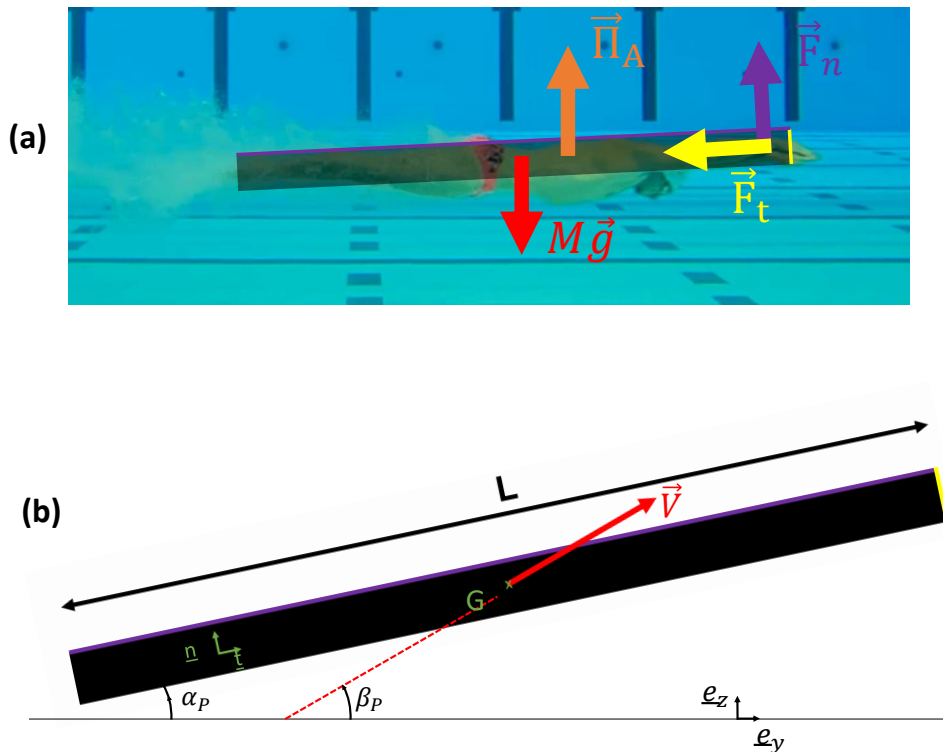


FIGURE 4.11 – Modèle retenu pour les forces s'appliquant sur le nageur, assimilé à une plaque. (a) Le nageur est soumis à son poids (rouge), la poussée d'Archimède (orange), et une force hydrodynamique avec une composante parallèle à la plaque (en jaune) et une composante orthogonale à la plaque. (b) Définition des angles sur notre modèle de plaque. α_P est l'angle entre la plaque et l'horizontale. β_P est l'angle entre la vitesse du centre de masse \vec{V} et l'horizontale.

Masse équivalente. $\underline{\underline{I}}_2$ est la matrice identité alors que $\underline{\underline{M}}_A$ est la matrice de masse ajoutée. Dans le repère lié à la plaque (\vec{t}, \vec{n}) , cette matrice est diagonale. On note :

$$\left(\underline{\underline{M}}_A\right)_{1,1} = C_t M \quad \text{et} \quad \left(\underline{\underline{M}}_A\right)_{2,2} = C_n M.$$

D'après les expériences de Caspersen [63], on a $C_t = 0.25$. Pour la valeur de la masse ajoutée orthogonale, on prend la valeur correspondant à un cylindre : $C_n = 1$ [111].

Poussée d'Archimède On note C_A le coefficient tel que $\Pi_A = C_A M g$. C_A est un paramètre de notre modèle qui peut être associé au volume d'air dans les poumons. Nous discuterons de sa valeur plus tard.

Forces hydrodynamiques. On écrit la force parallèle à la plaque comme $\vec{F}_t = -k_t V V_t \vec{t}$. $k_t = \rho S C_D / 2$ correspond au coefficient de traînée parallèle à la plaque (on regarde le coefficient $S C_D$ associé à la surface jaune sur la figure 4.11-a). k_t est en fait le k_b utilisé dans les chapitres 2 et 3. Nous reprenons l'équation 2.9 pour prendre en compte la dépendance

de k_t en fonction de la profondeur :

$$k_t(z, \text{Fr}) = k_{t,\infty} + k_{t,w}(\text{Fr}) e^{z/D} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k_{t,\infty} = \frac{1}{2} \rho (S C_D + S_{wet} C_s) \\ k_{t,w}(\text{Fr}) = \frac{1}{2} \rho S_{wet} C_w(\text{Fr}) \end{cases} .$$

D'après les résultats expérimentaux de la section 2.2, on a $k_{t,w}(\text{Fr} < 0.41)/k_{t,\infty} \approx 0.25$.

De la même manière, on écrit $\vec{F}_n = -k_n V V_n \vec{n}$ où k_n est le coefficient associé à la surface viciée. Ce coefficient dépend également de la profondeur :

$$k_n(z, \text{Fr}) = k_{n,\infty} + k_{n,w}(\text{Fr}) e^{z/D} .$$

Pour mesurer proprement $k_{n,\infty}$ et $k_{n,w}(\text{Fr})$, il faudrait réitérer les tests de la section 2.2, avec le nageur en position debout plutôt qu'allongé. La stabilité de ce dispositif reste à prouver. Pour la suite nous ferons l'hypothèse suivante :

$$\frac{k_n(z, \text{Fr})}{k_t(z, \text{Fr})} \approx \frac{k_{n,\infty}}{k_{t,\infty}} . \quad (4.10)$$

Pour $|z| \gg D$, cette approximation est exacte. Les erreurs éventuelles concerneront l'entrée dans l'eau ainsi que la phase proche de la reprise de nage. Nous pouvons estimer $k_{n,\infty}$ grâce aux travaux de Hoerner (figure 4.12) [112]. La première position nous donne le coefficient $k_{n,\infty} = \rho/2(SC_D)$. La dernière position nous donne $k_{t,\infty}$. Avec ces valeurs on estime $k_{t,\infty} \approx 50 \text{ kg/m}$ et $k_{n,\infty} \approx 400 \text{ kg/m}$. Nous observons que $k_{t,\infty}$ est deux à trois fois plus important que celui que nous avons mesuré (voir 2.2). Nous retiendrons également que d'après ces travaux, $k_{n,\infty}/k_{t,\infty} \approx 7.5$.

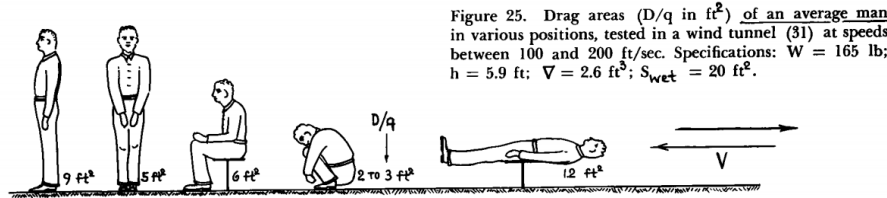


FIGURE 4.12 – Travaux de Hoerner [112]. Les surfaces correspondent à $2k/\rho$. Elles sont données en unités “impériales”.

Équation du mouvement Nous reprenons l'équation 4.9 que nous explicitons :

$$\left(\underline{\underline{M}}_A + M \underline{\underline{I}}_{=2} \right) \frac{d\vec{V}}{dt} = (1 - C_A) M \vec{g} - k_t(z, \text{Fr}) V (\vec{V} \cdot \vec{t}) \vec{t} - k_n(z, \text{Fr}) V (\vec{V} \cdot \vec{n}) \vec{n} . \quad (4.11)$$

On nomme α_P l'angle entre la plaque et l'horizontale (voir figure 4.11). Ainsi $\vec{t} = (\cos \alpha_P, \sin \alpha_P)$ et $\vec{n} = (-\sin \alpha_P, \cos \alpha_P)$. On projette ensuite l'équation 4.11 selon \vec{t} et \vec{n} :

$$\begin{cases} (1 + C_t) M \left(\frac{dV_t}{dt} - \alpha_P V_n \right) = -(1 - C_A) M g \sin \alpha_P - k_t(z, \text{Fr}) V V_t, \\ (1 + C_n) M \left(\frac{dV_n}{dt} + \alpha_P V_t \right) = -(1 - C_A) M g \cos \alpha_P - k_n(z, \text{Fr}) V V_n. \end{cases} \quad (4.12)$$

On définit l'angle β_P qui correspond à l'angle entre l'horizontale et le vecteur vitesse du centre de masse (voir figure 4.11-b) : $\vec{V} = V(\cos \beta_P, \sin \beta_P)$. Ainsi $V_t = V \cos(\beta_P - \alpha_P)$ et $V_n = V \sin(\beta_P - \alpha_P)$. Pour simplifier les équations, on va définir les accélérations suivantes :

$$\begin{cases} a_t &= \left(-(1 - C_A)Mg \sin \alpha_P - k_t(z, \text{Fr})V^2 \cos(\beta_P - \alpha_P) \right) / \left((1 + C_t)M \right), \\ a_n &= \left(-(1 - C_A)Mg \cos \alpha_P - k_n(z, \text{Fr})V^2 \sin(\beta_P - \alpha_P) \right) / \left((1 + C_n)M \right). \end{cases} \quad (4.13)$$

L'équation 4.11 projetée selon les axes y et z s'écrit donc :

$$\begin{cases} \frac{dV_y}{dt} &= \cos \alpha_P a_t - \sin \alpha_P a_n, \\ \frac{dV_z}{dt} &= \cos \alpha_P a_n + \sin \alpha_P a_t. \end{cases} \quad (4.14)$$

Nous avons donc une équation pour la trajectoire, en supposant connue l'orientation du corps au cours du temps $\alpha_P(t)$. Pour un objet inerte, il est théoriquement possible de calculer $\alpha_P(t)$, en calculant le couple exercé par les différentes forces décrites sur la figure 4.11-a. Malheureusement, nos observations laissent penser que le nageur exerce un couple qui vient modifier la dynamique de $\alpha_P(t)$. L'inclinaison de la plaque sera donc une donnée de notre problème. Grâce au réseau de neurone, on mesure l'angle entre le segment cheville-poignet et l'horizontale. Nous montrons l'inclinaison mesurée $\alpha_P(t)$ pour le nageur A12 sur la figure 4.13. Nous observons une forte variation de l'angle au moment de l'entrée dans l'eau (de l'ordre de 2 radians par seconde). Après $y = y_0$, les variations sont beaucoup plus faibles, et α_P est proche de 0. On pourra donc considérer $L|\dot{\alpha}| \ll V$.

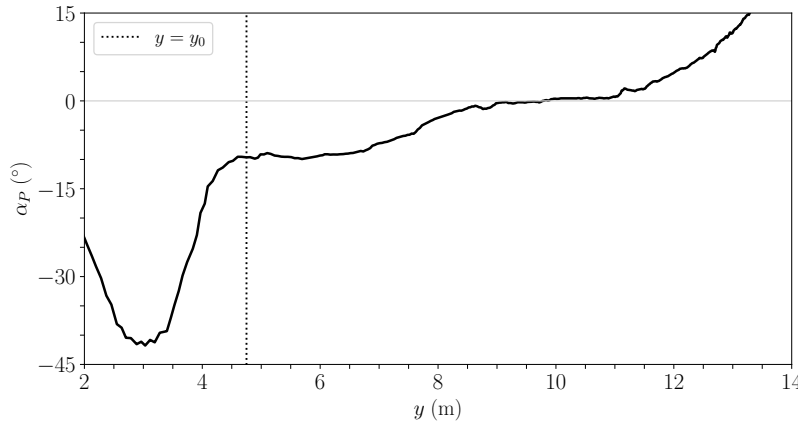


FIGURE 4.13 – Évolution de l'angle α_P , mesuré grâce au segment cheville-poignet, en fonction de la position horizontale y pour le nageur A12. Nous repérons la position y_0 à partir de laquelle nous modélisons la trajectoire. L'angle varie fortement à l'entrée dans l'eau, avant de se stabiliser pour $y > y_0$.

4.3.3 Recherche des paramètres

Pour un nageur donné, on cherche les valeurs de C_A , $k_{n,\infty}$ et $k_{t,\infty}$ qui permettent de trouver la trajectoire $(y, z)(t)$ la plus proche possible de celle observée. On commence l'intégration ($t = t_0$) un mètre sous le niveau de la surface, pour limiter les effets de la traversée de l'interface. Lorsque le nageur n'est pas complètement immergé, il faut effectivement modifier

le modèle, ce que nous tâcherons de faire par la suite. Comme pour la vérification de la trajectoire parabolique en phase aérienne, il est risqué de mesurer $V_y(t = t_0)$ et $V_z(t = t_0)$ en dérivant la position du centre de masse et de les prendre comme conditions initiales du problème. Ces valeurs feront donc partie des paramètres à rechercher. On mesure donc $y(t = t_0)$ et $z(t = t_0)$ (qui vaut -1 m a priori). Grâce à la fonction *minimize* de la bibliothèque *scipy.optimize* [43], on cherche les paramètres $V_{y,0}$, $V_{z,0}$, C_A , $k_{n,\infty}$ et $k_{t,\infty}$ qui permettent de minimiser la distance entre les points expérimentaux $(y_{exp}, z_{exp})(t)$ mesurés par le réseau de neurones, et la trajectoire $(y_{mod}, z_{mod})(t)$ obtenue en intégrant l'équation 4.14 avec les conditions initiales $[y(t = t_0), z(t = t_0), V_{y,0}, V_{z,0}]$. Ainsi nous cherchons à réaliser l'objectif suivant :

$$\min_{V_{y,0}, V_{z,0}, C_A, k_{t,\infty}, k_{n,\infty}} \int_{t_0}^{T_i+t_0} \sqrt{(y_{exp} - y_{mod})^2 + (z_{exp} - z_{mod})^2} dt. \quad (4.15)$$

Nous prenons $T_i = 6$ s. Cela permet d'avoir un nombre de points expérimentaux satisfaisant (300 points puisque les caméras filment à 50 images par secondes), tout en évitant la phase où le nageur remonte "en bouteille", lorsque sa vitesse ne lui permet plus de rester horizontal.

Sur la figure 4.14, nous représentons les trajectoires expérimentales et simulées, ainsi que les courbes de vitesses pour le nageur A12. Nous observons du bruit sur les données expérimentales de vitesse, ce qui justifie de ne pas utiliser les valeurs de vitesse brutes comme initialisation de notre intégration. Malgré ce bruit, notre modèle capte les variations de vitesse.

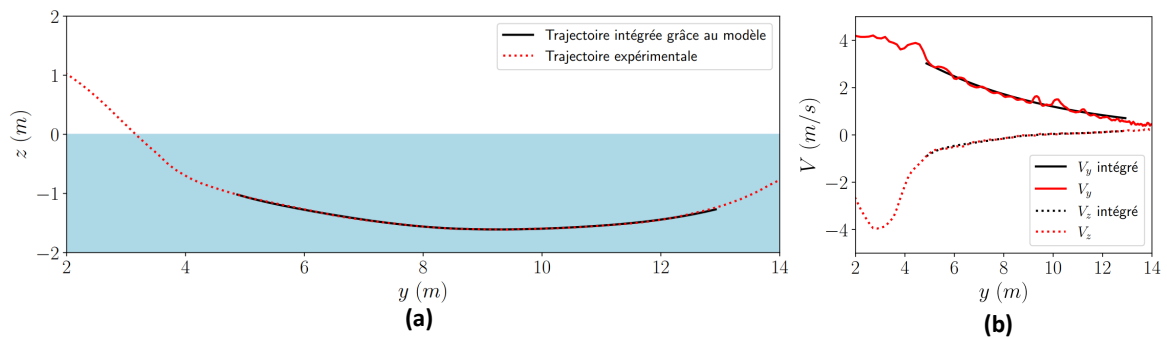


FIGURE 4.14 – Intégration du modèle passif minimisant l'écart avec la courbe expérimentale (Nageur A12). (a) Comparaison des trajectoires expérimentales et intégrées. (b) Comparaison des vitesses verticales et horizontales. Malgré un bruit certain dans la vitesse expérimentale horizontale, le modèle permet de capter l'évolution de la position et de la vitesse du centre de masse du nageur.

Les valeurs trouvées pour les nageurs du groupe de l'INSEP sont représentées dans le tableau 4.3. Pour déterminer l'incertitude, il faut regarder deux phénomènes distincts : le choix de la fenêtre de mesure et la répétabilité entre les essais. Nous observons que c'est la répétabilité entre les essais qui génère la plus grande dispersion des valeurs. On utilise donc 4 départs différents pour chaque athlète, réalisés quatre jours différents, afin d'observer les paramètres moyens de chaque athlète. L'incertitude est obtenue en calculant l'écart-type.

La valeur de $k_{t,\infty}$ est plutôt répétable (erreur de 5 % maximum). Si on reprend la valeur de k_b du nageur A3, celle-ci était de 20.9 ± 1.2 kg/m sur le test de traction à la surface (section 2.2). Cela signifie donc une valeur de $k_{b,\infty} = 16.9$ kg/m loin de la surface. Ici on a $k_{t,\infty} = 22.2 \pm 0.4$ kg/m avec ce modèle passif. L'écart entre les deux valeurs est important,

Athlète	Sexe	M (kg)	$k_{t,\infty}$ (kg/m)	$k_{n,\infty}$ (kg/m)	C_A	$V_f(L)$
A3	M	89	22.2 ± 0.4	203 ± 16	1.026 ± 0.003	2.4 ± 0.3
A11	M	86	19.7 ± 0.9	280 ± 42	1.028 ± 0.005	2.4 ± 0.4
A12	M	76	16.9 ± 0.1	194 ± 39	1.024 ± 0.005	1.8 ± 0.4
A13	F	72	17.6 ± 0.5	176 ± 36	1.022 ± 0.003	1.6 ± 0.2
A14	M	82	19.1 ± 0.5	209 ± 02	1.040 ± 0.006	3.3 ± 0.5

TABLEAU 4.3 – Paramètres du modèle calculés grâce aux trajectoires passives. V_f correspond à l'estimation du volume d'air dans les poumons, il est calculé grâce au paramètre C_A .

bien que la trajectoire et l'évolution de la vitesse correspondent aux valeurs mesurées dans le test passif. Cet écart peut venir d'une moins bonne stabilité du nageur lors du test de glisse maximale que pour le test de traction, où le nageur s'appuie sur la poignée.

Les valeurs de $k_{n,\infty}$ et C_A sont plus dispersées. C'est la combinaison de ces deux paramètres qui permet d'établir l'équilibre vertical du nageur, associées aux valeur de l'angle α_P . Ainsi, de petites erreurs sur la mesure de α_P peuvent engendrer des grandes différences sur les valeurs de $k_{n,\infty}$ et C_A . De plus le nageur peut être plus ou moins gainé entre les différents passages, sachant qu'il s'agit d'un exercice qu'il ne pratique pas régulièrement.

Enfin, nous pouvons comparer les valeurs de $k_{t,\infty}$ et $k_{n,\infty}$ mesurées par Hoerner (figure 4.12). Nos valeurs de $k_{t,\infty}$ sont 2 à 3 fois plus faibles alors que nos valeurs de $k_{n,\infty}$ sont deux fois plus faibles. Enfin, notre coefficient $k_{n,\infty}/k_{t,\infty}$ varie entre 9 et 14. Cela est plus grand que la valeur mesurée par Hoerner (7.5). Les ordres de grandeur sont cohérents avec ceux mesurés par Hoerner sans que les valeurs ne coïncident parfaitement.

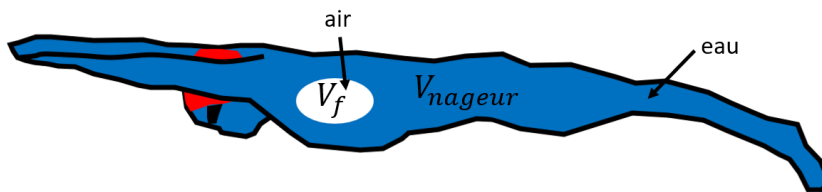


FIGURE 4.15 – Répartition du nageur schématique entre l'air contenu dans les poumons, et l'eau dans tout le reste du corps. Cela permet d'estimer le volume V_f à partir du coefficient du modèle C_A .

Nous pouvons toutefois discuter les valeurs trouvées de C_A . Supposons que le nageur est constitué d'eau, et d'une poche d'air de volume V_f dans les poumons (figure 4.15). Alors la poussée d'Archimède vaut $\rho_{eau}(V_f + V_{nageur})g$. Sachant que $M = \rho_{eau}V_{nageur}$, on obtient $V_f = (C_A - 1)M/\rho_{eau}$. En suivant ce raisonnement, les nageurs ont un volume d'air dans les poumons allant de 1.6 à 3.3 litres (voir tableau 4.3). D'après la ligue pulmonaire suisse [113], la capacité des poumons totale est de 3.5 à 4 litres, sachant que les poumons ont toujours un volume d'air d'au minimum 1 litre même en fin d'expiration. On constate donc que les valeurs que nous estimons pour V_f sont cohérentes avec les valeurs d'air contenues dans les

poumons. Ces observations confortent la pertinence du modèle.

4.3.4 Améliorations du modèle proche de l'interface

Nous avons désormais un modèle fiable loin de la surface. En course, la phase passive se produit cependant proche de la surface, puisqu'elle succède à l'entrée dans l'eau. Il est donc nécessaire de corriger notre modèle pour rendre compte de la physique en jeu lors de la traversée de l'interface et relier ainsi la trajectoire aérienne à la trajectoire aquatique.

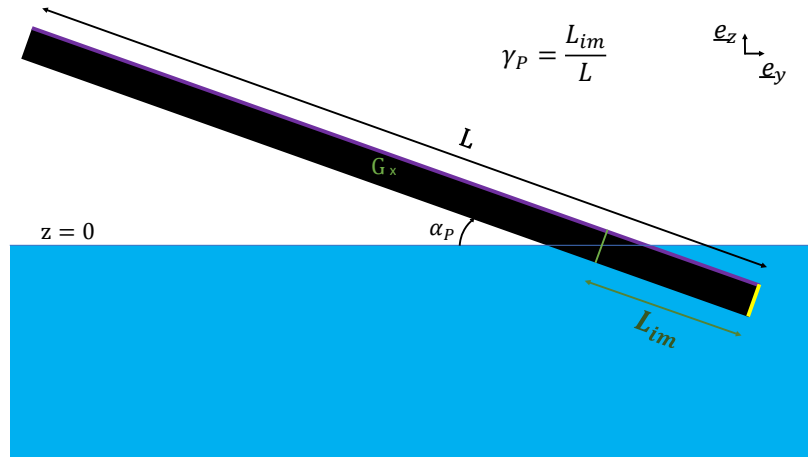


FIGURE 4.16 – Illustration des notations utilisées lors de la phase d'entrée dans l'eau du nageur. Nous définissons la part de volume immergé γ_P .

Calcul du volume immergé On définit la grandeur γ_P qui correspond à la part immergée du nageur. $\gamma_P = 0$ lorsqu'il est complètement hors de l'eau. $\gamma_P = 1$ lorsqu'il est complètement immergé. Dans le cadre de notre modèle de plaque, on a $\gamma_P = L_{im}/L$, où L_{im} est la longueur de plaque immergée. L correspond à la longueur de la plaque. Ensuite, on utilise la position du centre de masse, au centre de la plaque, ainsi que l'inclinaison de la plaque pour estimer γ_P (voire figure 4.16) :

$$\begin{cases} \gamma_P = 1 & \text{si } z_G + \frac{L}{2} \sin |\alpha_P| < 0, \\ \gamma_P = 0 & \text{si } z_G - \frac{L}{2} \sin |\alpha_P| > 0, \\ \gamma_P = (z_G - \frac{L}{2} \sin |\alpha_P|) / (L \sin |\alpha_P|) & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.16)$$

Poussée d'Archimède. La poussée d'Archimède ne s'applique que sur la part immergée du nageur. On fera l'approximation d'équipartition du volume le long de la plaque :

$$\vec{\Pi}_A = \gamma_P C_A M \vec{g}, \quad (4.17)$$

où C_A est le rapport entre la poussée d'Archimède et le poids du nageur.

Forces hydrodynamiques. La dynamique du “splash” d'un projectile dépend de la cavité qui se forme au moment de la traversée de l'interface ([114, 115]). Nous ne cherchons pas à modéliser ce splash, et nous modélisons simplement les forces hydrodynamiques à

partir du moment où le centre de masse du nageur est immergé. On décrit l'évolution des coefficients k_n et k_t en fonction du volume immergé γ_P :

$$\begin{cases} k_n(\gamma_P, z, \text{Fr}) = k_n(\gamma_P = 1, z, \text{Fr})f_L(\gamma_P), \\ k_t(\gamma_P, z, \text{Fr}) = k_t(\gamma_P = 1, z, \text{Fr})f_L(\gamma_P), \end{cases} \quad (4.18)$$

où l'on définit la fonction f_L , fonction de lissage de la manière suivante :

$$\begin{cases} f_L(\gamma_P) = 1 & \text{si } \gamma_P > 0.6, \\ f_L(\gamma_P) = 0 & \text{si } \gamma_P < 0.4, \\ f_L(\gamma_P) = (\gamma_P - 0.4)/0.2 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.19)$$

En résumé, les forces hydrodynamiques commencent à s'appliquer quand le centre de masse traverse la surface ($\gamma_P \approx 0.5$). On introduit la fonction f_L pour que l'accélération du nageur soit continue.

Masses ajoutées. La masse immergée du nageur vaut $\gamma_P M$, on prend donc une masse ajoutée $\left(\underline{\underline{M}}_A\right)_{1,1} = \gamma_P C_t M$ et $\left(\underline{\underline{M}}_A\right)_{2,2} = \gamma_P C_n M$. Cela revient donc à remplacer C_t par $\gamma_P C_t$ et C_n par $\gamma_P C_n$ dans les équations 4.12.

Intégration de la trajectoire depuis la phase aérienne Suite aux modifications effectuées pour prendre en compte l'entrée dans l'eau, nous pouvons désormais adapter les équations 4.13. Grâce à l'introduction de γ_P , il est possible d'avoir un modèle valable dès que l'athlète quitte le plot :

$$\begin{cases} a_t = \left(-(1 - \gamma_P C_A) M g \sin \alpha_P - k_t(\gamma_P, z, \text{Fr}) V^2 \cos(\beta_P - \alpha_P) \right) / \left((1 + \gamma_P C_t) M \right), \\ a_n = \left(-(1 - \gamma_P C_A) M g \cos \alpha_P - k_n(\gamma_P, z, \text{Fr}) V^2 \sin(\beta_P - \alpha_P) \right) / \left((1 + \gamma_P C_n) M \right). \end{cases} \quad (4.20)$$

Pour valider ce modèle, nous reprenons la trajectoire de départ passif en changeant le point de départ de l'intégration (on prend $z_0 = 1$ m). Les vitesses initiales sont obtenues en faisant une régression sur toute la phase aérienne, afin d'éviter le bruit de mesure.

La trajectoire ainsi que les évolutions de vitesses du modèle sont comparées aux données expérimentales (figure 4.17). Le modèle développé rend bien compte de la trajectoire du nageur, si l'on excepte un léger écart au moment de l'entrée dans l'eau, où les courbes de position et de vitesses verticales s'écartent légèrement.

Nous disposons donc d'un modèle capable de prédire la trajectoire à partir de la vitesse et de l'angle de décollage du centre de masse.

4.4 Ondulations et reprise de nage

Nous sommes désormais capables de modéliser la trajectoire du nageur depuis sa poussée sur le plot jusqu'au début des ondulations. Nous devons désormais évaluer sa dynamique lors de la phase d'ondulation et lors de la nage à la surface.

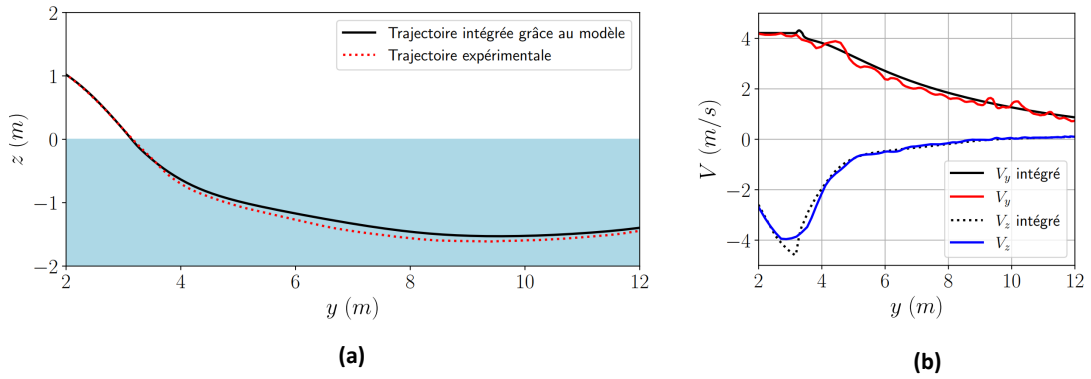


FIGURE 4.17 – Comparaison du modèle présenté équation 4.20 avec les données expérimentales. (a) Trajectoire du centre de masse. (b) Évolution des deux composantes de la vitesse en fonction de la position. La trajectoire est intégrée à partir de $z_G = 1$ m.

4.4.1 Forces de propulsion et résistance en ondulation

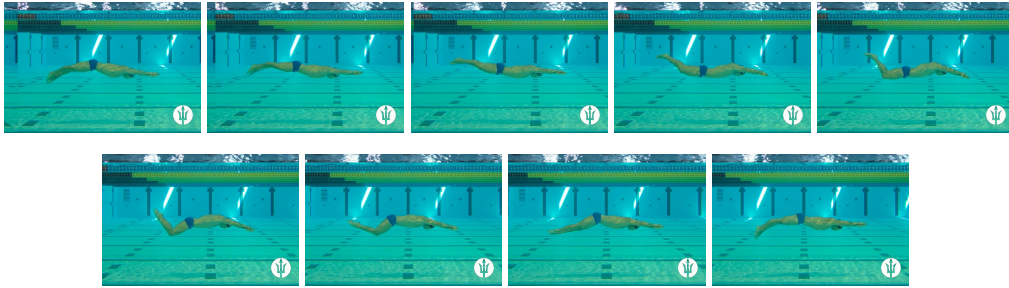


FIGURE 4.18 – Chronophotographie d'un cycle d'ondulation lors d'un départ arrêté. L'intervalle de temps entre chaque image est 0.06 s.

Nous commençons par un mouvement d'ondulation unidimensionnel. Nous demandons au nageur d'effectuer des ondulations à profondeur constante, en partant d'une vitesse initiale nulle. Pour éviter les effets de la surface, nous demandons d'effectuer ce test à une profondeur $z = -1$ m. Ainsi, nous sommes dans le cadre de l'approximation $|z| \ll D$. Nous représentons un cycle d'ondulation sur la figure 4.18. L'équation du mouvement est similaire à celle de nage à la surface vue dans la section 2.4 :

$$(M + M_a) \frac{dV}{dt} = F_c - k_{a,c} V^2, \quad (4.21)$$

où F_c correspond à la force de propulsion moyenne en ondulation. On suppose qu'elle ne dépend pas du temps. $k_{a,c}$ est le coefficient de traînée active en ondulation. L'équation 4.21 peut être intégrée et :

$$V(t) = V_{\infty,c} \tanh \frac{t}{\tau_c} \quad \text{où} \quad V_{\infty} = \sqrt{\frac{F_c}{k_{a,c}}} \quad \text{et} \quad \tau_c = \frac{M + M_A}{\sqrt{F_c k_{a,c}}}. \quad (4.22)$$

Un ajustement de la courbe (figure 4.19-a) permet ensuite de déterminer les valeurs de $V_{\infty,c}$ et τ_c . Le raisonnement est différent de la section 2.4 : nous cherchons à trouver simultanément

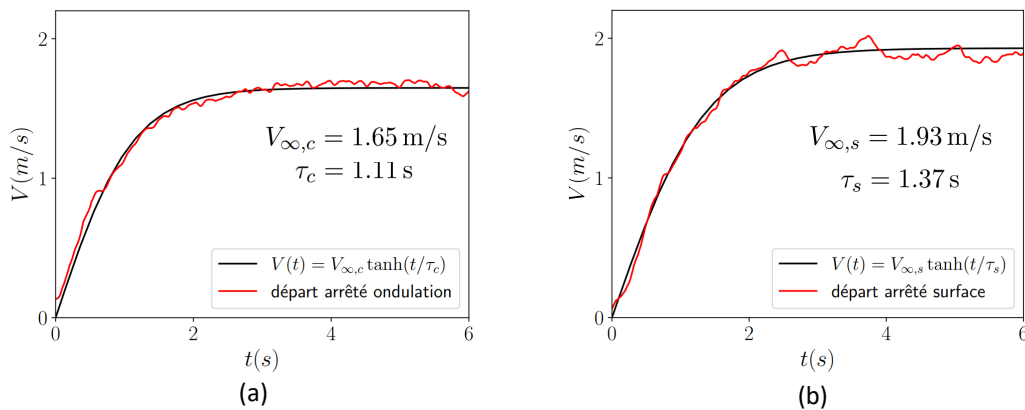


FIGURE 4.19 – Évolution de la vitesse lors des deux départs arrêtés pour le nageur A3. (a) Départ arrêté en ondulation. (b) Départ arrêté en nage complète à la surface. Les courbes rouges correspondent aux vitesses expérimentales. Les courbes noires correspondent au couple (V_{∞}, τ) donnant l'évolution de vitesse la plus proche de la vitesse expérimentale. Nous déduisons ensuite la force de propulsion et le coefficient de résistance grâce aux équations 4.23 et 4.30.

Athlète	Sexe	M (kg)	τ_c (s)	$V_{\infty,c}$ (m/s)	F_c (N)	$k_{a,c}$ (kg/m)	V_{act} (m/s)
A3	M	89	1.11	1.66	166	61	2.1
A11	M	86	1.41	1.81	138	42	2.5
A12	M	76	1.74	1.75	95	31	2.6
A13	F	72	1.95	1.34	62	35	2.3
A14	M	82	1.50	1.83	125	37	2.6

TABLEAU 4.4 – Paramètres du modèle calculés grâce au départ arrêté en ondulation. τ_c et V_{∞} sont obtenus grâce à l'ajustement de la courbe de vitesse (figure 4.19-a). F_c et $k_{a,c}$ sont ensuite calculés grâce aux équations 4.23.

F_c et $k_{a,c}$ alors que précédemment, nous mesurons F_{prop} en nage attachée et nous cherchions la valeur de k_a qui donnait les valeurs de V_{∞} et τ les plus proches des valeurs expérimentales. Finalement, on obtient la force de propulsion en ondulation F_c et le coefficient de traînée en ondulation $k_{a,c}$:

$$F_c = (M + M_a) \frac{V_{\infty,c}}{\tau_c} \quad \text{et} \quad k_{a,c} = \frac{M + M_a}{V_{\infty,c} \tau_c}. \quad (4.23)$$

4.4.2 Modèle de plaque active

Nous avons déterminé dans le paragraphe précédent la force de propulsion et la résistance du nageur en ondulation. Ce modèle unidimensionnel doit être couplé avec le modèle de plaque présenté section 4.3 pour connaître la dynamique du mouvement lors de la phase d'ondulation. On considère que les ondulations génèrent une force dans l'alignement du corps du nageur. La force de propulsion est donc dans la direction de la plaque $\vec{F}_{prop} = F_c \vec{t}$. L'équation du mouvement devient donc :

$$\left(\underline{\underline{M}}_A + M \underline{\underline{I}}_2 \right) \frac{d\vec{V}}{dt} = M \vec{g} + \vec{\Pi}_A + \vec{F}_t^a + \vec{F}_n^a + \vec{F}_{prop}. \quad (4.24)$$

Le poids et la poussée d'Archimède ne sont pas modifiés par rapport au modèle passif. Les forces normales et tangentielles à la plaque ont toujours la même forme, mais le coefficient est différent. Ainsi, $k_{t,\infty}$ est remplacé par $k_{a,c}$ ($k_{a,c}$ a été évalué loin de la surface). On suppose que le rapport entre coefficient de traînée active et passive est le même pour le coefficient orthogonal à la plaque que pour le coefficient tangentiel. Les deux forces tangentielles s'écrivent ainsi :

$$\begin{cases} F_t^a &= -\frac{k_{a,c}}{k_{t,0}} k_t(z, Fr) V V_t, \\ F_n^a &= -\frac{k_{a,c}}{k_{t,0}} k_n(z, Fr) V V_n. \end{cases} \quad (4.25)$$

Nous pouvons ensuite obtenir l'expression des accélérations normales et tangentielles à la plaque. Dans cette phase du départ, le corps est complètement immergé donc on a $\gamma_P = 1$:

$$\begin{cases} a_t &= \left(F_c - (1 - C_A) M g \sin \alpha_P - \frac{k_{a,c}}{k_{t,0}} k_t(z, Fr) V^2 \cos(\beta_P - \alpha_P) \right) / \left((1 + C_t) M \right), \\ a_n &= \left(-(1 - C_A) M g \cos \alpha_P - \frac{k_{a,c}}{k_{t,0}} k_n(z, Fr) V^2 \sin(\beta_P - \alpha_P) \right) / \left((1 + C_n) M \right). \end{cases} \quad (4.26)$$

4.4.3 Vitesse d'activation optimale

Il peut paraître surprenant que les ondulations ne débutent pas immédiatement à l'entrée dans l'eau, puisqu'elles permettent de générer un terme de propulsion dans l'équation du mouvement. Cette attente du nageur est liée à la traînée active qui est plus importante que la traînée passive comme nous l'avons mis en évidence dans la section 2.4 . Nous proposons un modèle simple unidimensionnel et loin de la surface pour illustrer cette attente. Dans le cas passif, l'équation du mouvement s'écrit :

$$(M + M_a) \frac{dV}{dt} = -k_{t,\infty} V^2.$$

Dans le cas où le nageur fait des ondulations, on a certes un terme de propulsion d'ondulation F_c , mais le coefficient de traînée active $k_{a,c}$ est plus importante que $k_{t,\infty}$. L'équation du mouvement s'écrit :

$$(M + M_a) \frac{dV}{dt} = -k_{a,c} V^2 + F_c.$$

La vitesse d'activation optimale est donc :

$$V_{act} = \sqrt{\frac{F_c}{k_{a,c} - k_{t,\infty}}}. \quad (4.27)$$

On représente une illustration graphique de cette vitesse d'activation (figure 4.20). L'activation des ondulations à $V = V_{act}$ permet de minimiser la décélération. Nous sommes capables de déterminer V_{act} pour les nageurs à partir de nos essais. k_b est obtenu grâce au test de traction (section 2.2) ou grâce au départ glissé (section 4.3). Pour déterminer le coefficient de traînée actif en ondulation et la force de propulsion, nous utilisons le départ arrêté en ondulation.

Une méthode expérimentale a également été proposée par Lyttle [25]. Cela consiste à tracter le nageur à différentes vitesses, de la même manière que ce qui est fait dans la section 2.2

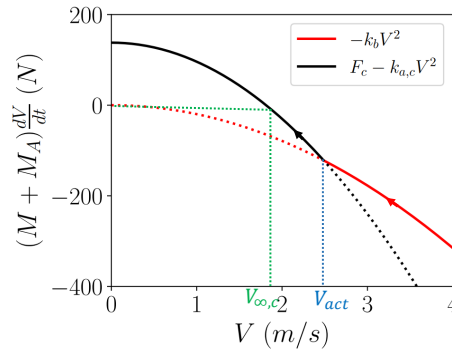


FIGURE 4.20 – Comparaison de l'accélération subie par le nageur dans le cas passif (en rouge) et dans le cas actif (en noir). On prend les valeurs suivantes (athlète A11) : $k_{t,\infty} = 20 \text{ kg/m}$, $k_a = 42 \text{ kg/m}$ et $F_c = 138 \text{ N}$. Pour les vitesses supérieures à V_{act} , le nageur doit rester passif. Quand sa vitesse atteint V_{act} , il doit commencer à onduler pour décélérer moins rapidement, et atteindre $V_{\infty,c}$. Ici, $V_{act} = 2.46 \text{ m/s}$.

concernant l'évaluation des résistances. Pour chaque vitesse, le nageur réalise un passage passif et un passage en ondulation et on mesure la tension dans le fil. Cela permet de mesurer $-k_{t,\infty} V^2$ et $-k_{a,c} V^2 + F_c$ en fonction de V . On obtient ainsi la vitesse pour laquelle ces deux termes sont égaux, qui correspond à la vitesse d'activation optimale.

Ce raisonnement unidimensionnel ne peut pas être utilisé dans notre cas pour connaître la vitesse d'activation optimale pour un nageur. En effet, la trajectoire est à 2 dimensions (en négligeant les fluctuations latérales), et l'activation des ondulations peut permettre de moins plonger vers le fond du bassin. Nous avons donc mis en évidence pourquoi il est intéressant d'observer une phase passive, mais il faudra attendre l'optimisation globale pour connaître la vitesse d'activation optimale.

4.4.4 Reprise de nage

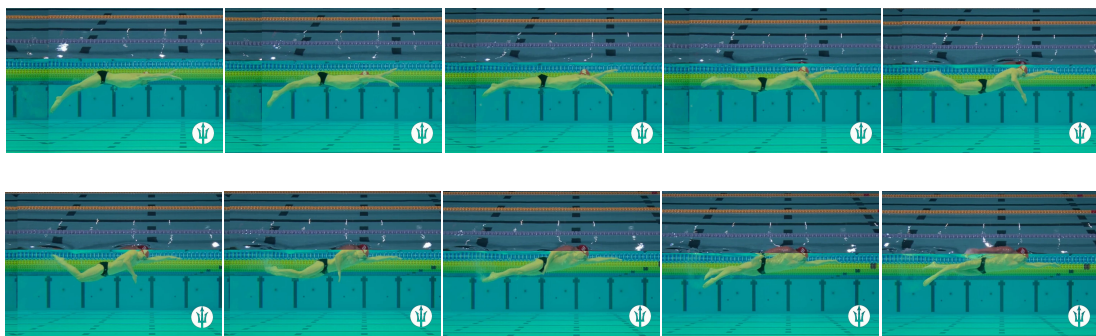


FIGURE 4.21 – Premier mouvement de bras lors de la reprise de nage. L'intervalle de temps entre chaque image est 0.06 s. On remarque que le nageur effectue une ondulation pendant le mouvement de bras, puis commence des battements.

Si l'instant d'activation, transition entre la phase passive et active, résulte d'un choix du nageur, cela est moins le cas pour la transition suivante, à savoir la reprise de nage. La transition d'un mode de propulsion par ondulation à la nage de surface est opérée lorsque

Chp 4

l'athlète se rapproche de la surface. Le nageur débute sa transition à une profondeur d'environ 0.35 m et la transition se termine à une profondeur de 0.2 m [116]. Durant cette transition, le nageur se propulse avec un bras tout en continuant ses ondulations, pour les meilleurs nageurs (voir figure 4.21). En observant cela, on modélise la reprise de nage de la manière suivante :

Pour $z > -0.35$ m, les bras fournissent une force de propulsion F_s (force de propulsion à la surface). Le modèle de plaque reste valable jusqu'à $z = -0.2$ m. Ainsi, dans la zone $[-0.35, -0.2]$, il existe deux termes de propulsion, et la traînée est donnée par le modèle de plaque active.

4.4.5 Forces de propulsion et résistance à la surface

Lorsque le nageur atteint la profondeur critique $z = 0.2$ m, nous conservons uniquement la vitesse selon l'axe y : $V = V_y$. Ainsi à partir de cet instant :

$$(M + M_a) \frac{dV}{dt} = F_s - k_{a,s} V^2. \quad (4.28)$$

Nous ne nous intéressons pas aux variations de vitesses intra-cycles, et nous considérons F_s comme la force de propulsion moyenne à la surface. Le coefficient $k_{a,s}$ étant un coefficient de résistance à la surface, il n'est donc pas nécessaire de prendre en compte sa variation en fonction de la profondeur.

Nous avons donc 2 paramètres à déterminer : F_s et $k_{a,s}$. Nous allons réutiliser le test de départ arrêté pour déterminer ces deux paramètres. L'intégration de l'équation 4.28 s'écrit :

$$V(t) = V_{\infty,s} \tanh \frac{t}{\tau_s} \quad \text{où} \quad V_{\infty} = \sqrt{\frac{F_s}{k_{a,s}}} \quad \text{et} \quad \tau_s = \frac{M + M_a}{\sqrt{F_s k_{a,s}}}, \quad (4.29)$$

sachant que la minimisation de l'écart entre la courbe théorique et la courbe expérimentale permet d'obtenir les valeurs de τ_s et $V_{\infty,s}$ (voir figure 4.19-a). Nous pouvons ensuite déterminer nos paramètres F_s et $k_{a,s}$:

$$F_s = (M + M_a) \frac{V_{\infty,s}^2}{\tau_s} \quad \text{et} \quad k_{a,s} = \frac{V_{\infty,s} \tau_s}{M + M_a}. \quad (4.30)$$

F_s peut également être évaluée grâce au test de nage attachée. Comme nous devons faire le test de départ arrêté à la surface pour estimer le coefficient actif, nous choisissons d'évaluer également la propulsion grâce à ce test, pour faciliter le protocole expérimental.

Athlète	Sexe	M (kg)	τ_s (s)	$V_{\infty,s}$ (m/s)	F_s (N)	$k_{a,s}$ (kg/m)
A3	M	89	0.97	1.87	214	91
A11	M	86	1.15	1.99	186	47
A12	M	76	1.42	1.94	130	34
A13	F	72	1.60	1.75	98	32
A14	M	82	0.84	1.79	218	68

TABLEAU 4.5 – Paramètres du modèle calculés grâce au départ arrêté à la surface. τ_C et V_{∞} sont obtenus grâce à l'ajustement de la courbe de vitesse (figure 4.19-b). F_s et $k_{a,s}$ sont ensuite calculés grâce aux équations 4.30.

4.5 Modèle sur la phase aquatique complète

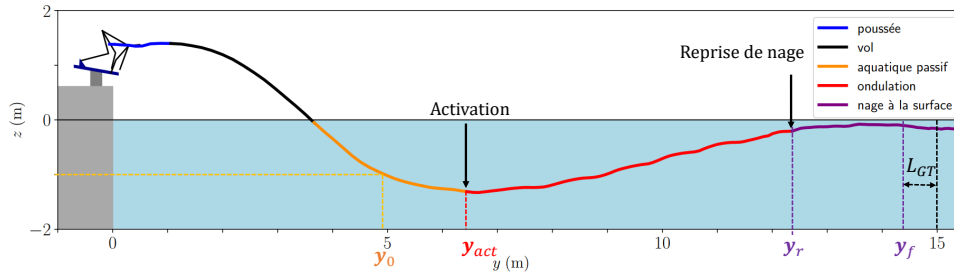


FIGURE 4.22 – Trajectoire du centre de masse du nageur A11 lors d'un départ. Nous illustrons ici les notations utilisées au moment des transitions.

Sur la figure 4.17, nous avons montré que notre modèle décrivait la trajectoire du départ de la poussée jusqu'à la phase passive. Nous évaluons maintenant notre modèle de la phase passive à la reprise de nage. Nous commençons l'intégration une fois que le nageur est complètement immergé ($z_0 = -1$ m). La trajectoire aquatique est séparée en trois phases (figure 4.22) :

1. Pour $y \in [y_0, y_{act}]$, le nageur reste passif. L'équation du mouvement est donnée par l'équation 4.13. Cette phase se termine quand $\|\vec{V}\| < V_{act}$.
2. Pour $y \in [y_{act}, y_r]$, le nageur réalise des ondulations. Le mouvement est régi par l'équation 4.26. Cette phase se termine quand $z_f \geq -0.2$. Pour $z > -0.35$, on ajoute une force de propulsion horizontale F_s . En effet, le nageur commence à se propulser avec les bras avant d'être parfaitement à la surface (figure 4.21).
3. Pour $y > y_r$, le nageur est à la surface. L'équation du mouvement est donnée par l'équation 4.28. y correspond à la position du centre de masse. Les temps aux 15 mètres étant généralement mesurés à la tête, nous définissons L_{GT} la distance entre la tête et le centre de masse. Le temps aux 15 mètres correspond à $y = y_f = 15 - L_{GT}$.

Pour vérifier que notre modèle est pertinent, nous mesurons l'angle $\alpha_P(t)$ entre le segment poignet - cheville et l'horizontale. Cet angle varie pendant les ondulations du nageur et nous souhaitons l'inclinaison moyenne de la plaque. Pour cette raison nous réalisons une moyenne de phase (figure 4.23). Sur la figure 4.23, nous comparons l'angle cheville-poignet brut, la moyenne de phase de cet angle et la valeur discrétisée (cette valeur discrétisée sera discutée dans le prochain chapitre). Avant que l'ondulation ne commence, il y a un écart de 3 degrés maximum entre α_P et $\bar{\alpha}_P$, ce qui est un écart acceptable.

Nous comparons ensuite la trajectoire réelle du nageur et celle obtenue grâce aux simulations sur la figure 4.24-a. Les trajectoires sont très proches. La trajectoire réelle est légèrement moins profonde que la simulation. Sur les temps aux 15 mètres, on constate un écart de 0.05 s, soit 1%. Sur la figure 4.24-b, nous comparons les vitesses horizontales. Sur la phase d'ondulation (entre $t = 0.65$ s et $t = 2.90$ s), notre simulation sous-estime légèrement la vitesse, et c'est pour cette raison que le temps aux 15 mètres est moins bon dans notre simulation. Au moment de la reprise de nage, nous observons une accélération due à la double

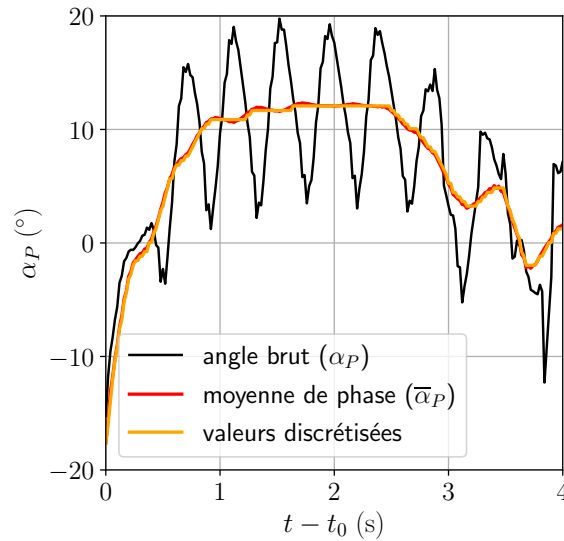


FIGURE 4.23 – En noir : évolution de l’angle entre le segment poignet-cheville et l’horizontale au cours du temps (nageur A11). L’angle est négatif quand les mains sont plus basses que les pieds. En rouge : Moyenne de phase : $\bar{\alpha}_P(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \alpha_P(u) du$, avec $T = 0.45$ s. Cette valeur correspond à la période d’ondulation. En orange : angle obtenu en utilisant la liste $[k_1, k_2, \dots, k_n]$ pour représenter $\bar{\alpha}_P(t)$ (équation 5.4).

propulsion (ondulation et propulsion des bras).

Pour une inclinaison α_P mesurée, notre modèle décrit fidèlement la trajectoire observée dans les différentes phases du départ (figures 4.17 et 4.24). Nous pouvons donc désormais chercher la trajectoire optimale.

Conclusion

Nous avons défini et modélisé les cinq phases du départ. Nous devons faire pratiquer 4 tests au nageur afin d’évaluer tous les paramètres nécessaires : un départ de compétition, un départ “glissé”, un départ arrêté en nage complète à la surface et un départ arrêté en ondulation, à un mètre de la surface. Le départ de compétition permet de déterminer les paramètres de poussée. Les intentions du nageur peuvent être différentes pour le départ glissé, c’est pourquoi nous mesurons le temps de propulsion et la vitesse de décollage sur un départ “complet”. Ensuite, le départ glissé permet de déterminer les dimensions de la “plaque équivalente” que représente le nageur. Les deux départs arrêtés permettent quant à eux l’évaluation de la force de propulsion et du coefficient de résistance en ondulation et en nage complète. Nous avons également vérifié que le modèle reste valable en enchainant les différentes phases. Les paramètres de la coulée sont représentés dans le tableau 4.6 afin de rappeler au lecteur les paramètres des différentes phases et comment ils sont obtenus. Dans le tableau 4.7, nous rappelons les valeurs des paramètres estimés, et communs à tous les nageurs.

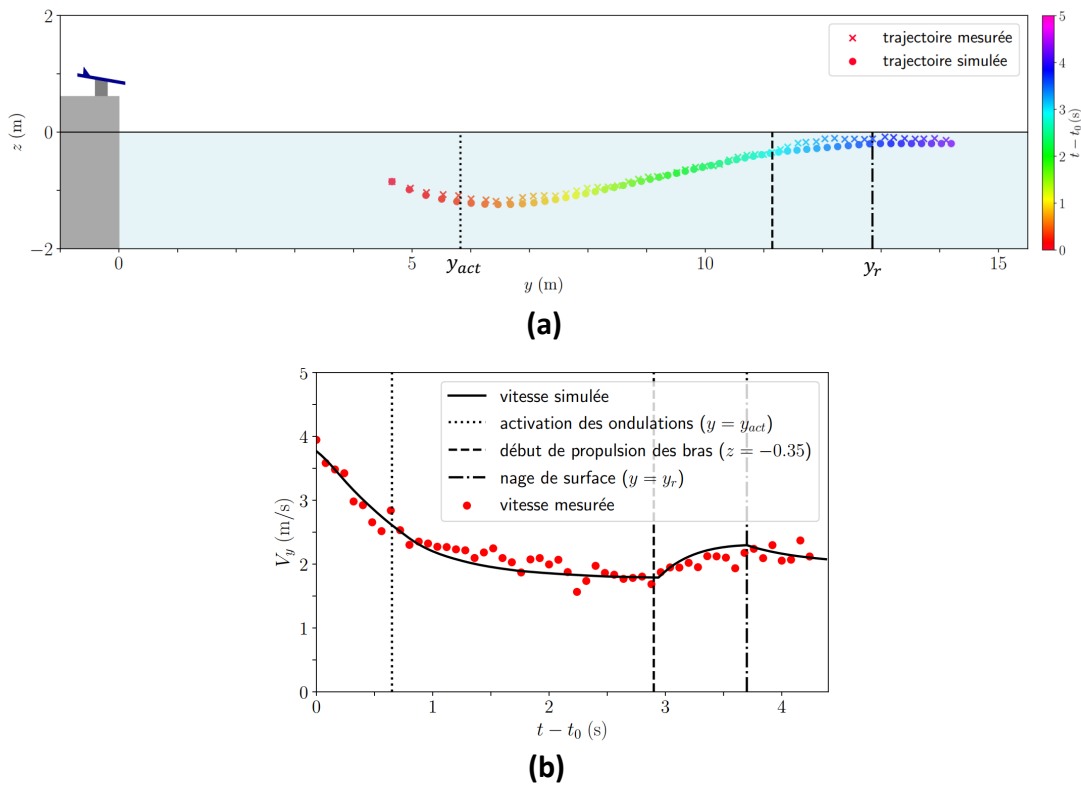


FIGURE 4.24 – (a) Comparaison entre la trajectoire mesurée et la trajectoire simulée à partir de notre modèle et de l'angle α_P mesuré. Le temps pour arriver aux 15 mètres vaut $T_{15,r} - t_0 = 4.35 \pm 0.01$ s sur la trajectoire réelle et $T_{15,s} - t_0 = 4.39$ s sur la simulation. (b) Comparaison des vitesses horizontales mesurées et simulées.

Param.	Dim.	Définition	Phase	Moyen d'obtention
D_P	m	Longueur effectuée par le centre de masse avant de décoller	Poussée	$V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$ et t_P sur un départ de compétition
f	-	Force de poussée adimensionnée	Poussée	$V_{y,dec}$, $V_{z,dec}$ et t_P sur un départ de compétition
$k_{t,\infty}$	kg/m	Coefficient de résistance parallèle au corps loin de la surface	Passive Active	Trajectoire aquatique passive
$k_{n,\infty}$	kg/m	Coefficient de résistance orthogonal au corps loin de la surface	Passive Active	Trajectoire aquatique passive
C_A	-	Rapport entre le poids et la poussée d'Archimède	Passive Active	Trajectoire aquatique passive
$k_{a,c}$	kg/m	Coefficient de résistance actif en ondulation loin de la surface	Active	Départ arrêté ondulation
F_c	N	Force de propulsion en ondulation	Active	Départ arrêté ondulation
$k_{a,s}$	kg/m	Coefficient de résistance actif en nage complète à la surface	Nage	Départ arrêté à la surface
F_s	N	Force de propulsion en nage complète à la surface	Active	Départ arrêté la surface

TABLEAU 4.6 – Paramètres du modèle qui sont évalués par un des quatre tests. On rappelle ici leur définition, leur dimension et quelle expérience permet de les déterminer.

Param.	Dim.	Définition	Valeur
D	m	Longueur caractéristique de décroissance du coefficient $k_t(z)$	0.4 m
$k_w(\text{Fr})$	kg/m	Dépendance du coefficient de trainée en fonction du nombre de Froude	équation 2.9
C_t	-	Coefficient de masse ajoutée parallèle à la plaque	0.25
C_n	-	Coefficient de masse ajoutée orthogonal à la plaque	1

TABLEAU 4.7 – Paramètres du modèle communs à tous les nageurs. Nous rappelons leur définition et leurs valeurs.

Résumé du Chapitre 4

Nous étudions les 15 premiers mètres des courses de natation, que nous appelons “départ”. Le départ est découpé en 5 phases :

- 1. La poussée sur le plot** permet au nageur d’atteindre sa vitesse maximale. La norme de la vitesse de décollage est liée à l’angle de poussée et à la force du nageur.
- 2. La phase de vol** est une chute libre. La vitesse de décollage est donc facilement reliée à la vitesse d’entrée dans l’eau.
- 3. La phase aquatique passive** permet au nageur de moins décélérer, par comparaison avec une stratégie d’activation des ondulations dès l’entrée dans l’eau.
- 4.** Passée une certaine vitesse critique, le nageur commence **sa phase d’ondulation**. Durant cette phase, il est soumis à une trainée active plus importante que la trainée passive de la phase précédente.
- 5.** Enfin, la dernière phase est **la nage de surface**. Le nageur effectue sa reprise de nage quand il revient proche de la surface.

Nous avons modélisé chacune des cinq phases citées. L’objectif est désormais de chercher la trajectoire optimale du nageur.

Chp 4

5

OPTIMISATION GLOBALE DU DÉPART

Dans ce chapitre, nous cherchons la trajectoire optimale des 15 premiers mètres des courses de crawl et de papillon. Nous cherchons d'abord la trajectoire optimale à partir des conditions d'entrée dans l'eau (angle, vitesse et position) mesurées expérimentalement pour discuter la vitesse d'activation optimale. Ensuite, nous cherchons la trajectoire optimale depuis la poussée sur le plot afin de trouver l'angle de décollage optimal. En relais, les contraintes sont différentes et le modèle de poussée est modifié.



Championnats hollandais de natation à Apeldoorn en 1960, relais 4×100 mètres. [117]

Sommaire

5.1	Observations préliminaires	118
5.2	Définition de l'optimisation	119
5.3	Optimisation de la phase aquatique	120
5.4	Recherche de l'angle de décollage optimal	127
5.5	Modification de l'angle de décollage en relais	128

5.1 Observations préliminaires

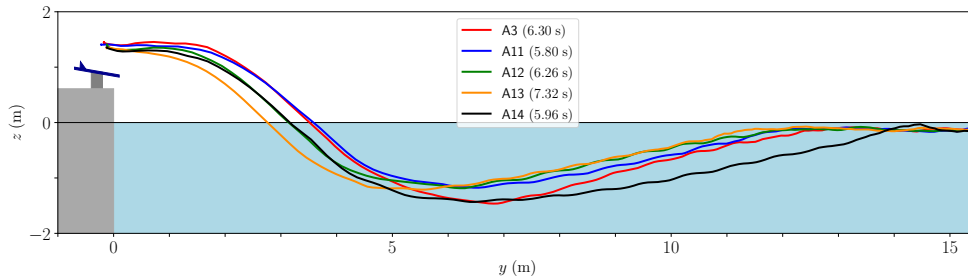


FIGURE 5.1 – Superposition des trajectoires des athlètes testés. Le nageur A14 nage le papillon alors que les autres nagent le crawl. Les caractéristiques des athlètes figurent dans le tableau 4.1. Les temps entre parenthèses correspondent aux temps où la tête de l’athlète est en $y = 15$ m. Ce temps est donné avec une précision de 0.02 s.

Sur la figure 5.1, nous comparons les trajectoires de départ des 5 nageurs testés. Nous ajoutons le temps aux 15 mètres correspondant à chaque trajectoire. Nous observons des formes différentes, avec des distances de vol différentes, des profondeurs maximales différentes et des longueurs de coulée différentes. Dans le tableau 5.1, nous donnons pour chaque nageur, l’angle de décollage, la vitesse d’activation des ondulations ainsi que le temps aux 15 mètres mesurés expérimentalement. Une nouvelle fois, tous n’adoptent pas la même stratégie. L’échantillon de nageur est certes réduit, mais nous n’observons pas de corrélation claire entre les temps aux 15 m et les différents choix des nageurs (sur l’angle de décollage et la vitesse d’activation).

Nageur	Sexe	Spécialité	T_{15m} (s)	θ_{dec} ($^{\circ}$)	V_{act} (m/s)
A3	M	200 NL	6.30 ± 0.02	1 ± 2	2.1 ± 0.1
A11	M	50/100 NL	5.80 ± 0.02	-2 ± 2	2.5 ± 0.1
A12	M	200 NL	6.26 ± 0.02	-1 ± 2	2.3 ± 0.1
A13	F	200 NL	7.32 ± 0.02	-11 ± 2	2.5 ± 0.1
A14	M	200 Pap	5.96 ± 0.02	-5 ± 2	2.6 ± 0.1

TABLEAU 5.1 – Caractéristiques des trajectoires des 5 nageurs. On donne le temps aux 15 mètres, l’angle de décollage ainsi que la vitesse d’activation mesurés sur la trajectoire de chaque nageur.

Quelques études ont déjà cherché à optimiser la trajectoire du départ. Sur la partie aérienne, la majorité des études se consacrent aux différentes techniques de départ [118, 119, 120]. Depuis l’arrivée des nouveaux plots en 2010 (figure 4.2), la technique de départ ne fait plus de débat [121].

Concernant la partie aquatique, Tor *et al.* ont réalisé deux études statistiques sur la forme des trajectoires de coulées [122, 123]. D’après ces études, le nageur doit activer ses ondulations après $y = 6.6$ m. Les trajectoires qui donnent le meilleur temps aux 15 mètres sont celles dont la profondeur maximale vaut $z = -0.92$ m. Ces conclusions s’appuient sur une étude statistique.

Dans le chapitre précédent, nous avons montré que chaque nageur possède des caractéristiques différentes. Notre objectif dans ce chapitre est de chercher la trajectoire de départ optimale théorique qui correspond aux paramètres individuels d'un nageur. Nous cherchons également l'angle de décollage optimal ainsi que la vitesse d'activation optimale en fonction des caractéristiques individuelles.

5.2 Définition de l'optimisation

Nous avons validé notre modèle sur les différentes phases du départ dans le chapitre 4. Nous allons maintenant chercher la trajectoire optimale pour les quatre nageurs de crawl. Dans un premier temps, nous cherchons simplement la trajectoire la plus rapide, sans prendre en compte la consommation d'énergie, ce qui a du sens pour les épreuves de sprint.

Pour déterminer le temps d'arrivée aux 15 mètres pris à la tête alors que la trajectoire concerne le centre de masse, on définit L_{GT} , la distance entre le centre de masse et la tête du nageur. Ainsi :

$$T_{15m} = \int_0^{15-L_{GT}} \frac{dy}{V_y}.$$

Nous avons défini les différentes transitions entre les phases du départ dans le chapitre 4 : décollage du plot, entrée dans l'eau, activation des ondulations et reprise de nage. La plupart de ces transitions sont "subies" par le nageur : il décolle du plot lorsqu'il a la jambe avant tendue, il rentre dans l'eau quand l'altitude de son centre de masse devient négative ($z = 0$ correspond à la surface), et il reprend la nage quand son centre de masse est proche de la surface. La seule transition choisie par le nageur est donc l'activation des ondulations. On définit V_{act} la vitesse absolue du nageur au moment de l'activation des ondulations.

Le nageur "choisit" également son angle de poussée. Nous avons fait l'hypothèse forte que la force de poussée ne dépend pas de l'angle. Nous veillerons donc à chercher à la fois des trajectoires optimales qui font varier θ et des trajectoires optimales où θ est celui mesuré sur les trajectoires.

Enfin, le nageur choisit comment il oriente son corps au cours du temps. Contrairement à θ et V_{act} , il s'agit d'une fonction du temps $\alpha_P(t)$ (figure 5.2). C'est le choix de cette orientation au cours du temps qui va réellement permettre au nageur de choisir la forme de sa trajectoire.

L'objectif à réaliser est le suivant :

$$\min_{\theta, V_{act}, \alpha_P} \left\{ T_{15m} \mid z_f \geq -0.2 \right\}. \quad (5.1)$$

On cherche la trajectoire la plus rapide, sous la contrainte d'être remonté à la surface quand la tête est aux 15 mètres. L'orientation du corps $\alpha_P(t)$ est un moyen pour obtenir la trajectoire optimale. Dans ce chapitre nous répondrons aux questions suivantes : Quel est la vitesse d'activation optimale ? Quel est l'angle de décollage optimal ?

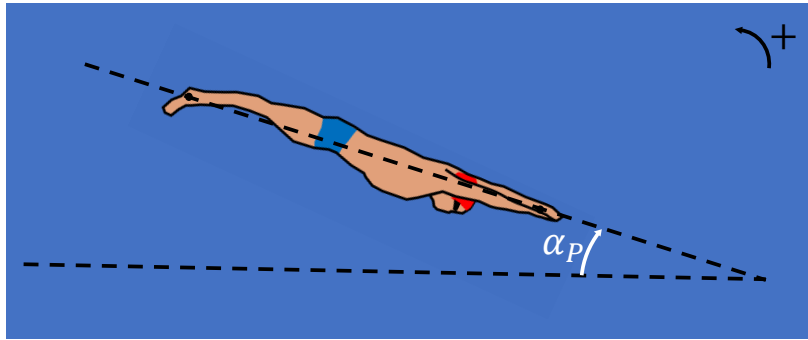


FIGURE 5.2 – Définition de l'inclinaison du nageur $\alpha_P(t)$. C'est cet angle sur lequel joue le nageur pour modifier sa trajectoire. Nous mesurons cet angle expérimentalement grâce au segment poignet-cheville.

5.3 Optimisation de la phase aquatique

5.3.1 Hypothèses simplificatrices

Nous cherchons d'abord la trajectoire optimale après la traversée de la surface. Cela permet de se concentrer sur la trajectoire aquatique, qui est certainement plus facilement modifiable par l'athlète. De plus, nous avons montré dans le chapitre précédent que le modèle capture bien la traversée de l'interface pour des inclinaisons mesurées (on mesure l'angle α_P entre le segment poignet-cheville et l'horizontale comme montré sur la figure 5.2). Rien ne nous assure que le modèle reste valable si l'inclinaison de la plaque est modifiée au moment de l'entrée dans l'eau. De la même manière que dans la section 4.3, nous définissons (y_0, z_0) les coordonnées du centre de masse au moment où $z_G = -0.8$ m (voir figure 5.3). Les vitesses correspondantes $(V_{y,0}, V_{z,0})$ sont obtenues en réalisant un ajustement de la trajectoire sur les 10 points expérimentaux suivant l'instant t_0 , afin d'être plus précis qu'avec une dérivée instantanée de la position.

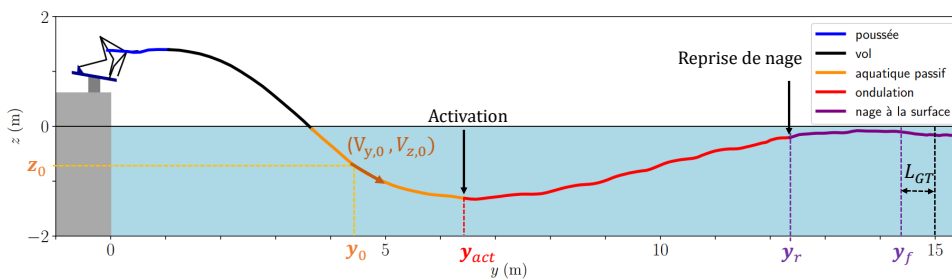


FIGURE 5.3 – Trajectoire du centre de masse du nageur A11 lors d'un départ. Nous illustrons ici les notations utilisées au début de l'optimisation ($t = t_0$).

Pour commencer, nous ne cherchons pas à faire varier la vitesse d'activation. Nous prenons

Chp 5

celle calculée dans le chapitre précédent :

$$V_{act} = \sqrt{\frac{F_c}{k_{a,c} - k_b}}. \quad (5.2)$$

Les valeurs numériques sont rappelées dans le tableau 4.3. L'objectif d'optimisation 5.1 devient donc :

$$\min_{\alpha_P} \left\{ \int_{y_0}^{15-L_{GT}} \frac{dy}{V_y} \mid z_f \geq -0.2 \right\}. \quad (5.3)$$

Nous devons déterminer l'orientation optimale du corps $\alpha_P(t)$ au cours du temps. Nous nous plaçons toujours dans l'approximation quasi-statique (la rotation de la plaque est faible devant la vitesse de translation), et supposons que le contrôle du nageur se fait sur la dérivée $\dot{\alpha}_P(t)$. La fonction $\dot{\alpha}_P(t)$ est discrétisée en intervalles de temps dt . La stratégie du nageur est représentée par un tableau de valeur $[\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dots, \dot{\alpha}_n]$ où $\dot{\alpha}_i$ est la valeur de vitesse angulaire du corps sur l'intervalle $[t_0 + (i-1)dt, t_0 + idt]$. Les valeurs typiques utilisées sont $dt = 0.02$ s et $n = 300$.

On discrétise ensuite les valeurs possibles de $\dot{\alpha}$. Nous avons mesuré au chapitre précédent que $|\dot{\alpha}_{max}| \approx 2$ rad/s. Sachant que nous commençons l'intégration après le maximum de vitesse angulaire, nous fixons $|\dot{\alpha}| \leq 1$ rad/s. À chaque pas de temps, $\dot{\alpha}$ peut prendre des valeurs entre -1 rad/s et 1 rad/s. Les algorithmes génétiques fonctionnent avec des valeurs discrètes (l'ADN est composé de 4 nucléotides de base), il faut donc discrétiser les valeurs $\dot{\alpha}_i$. On fixe $\omega_0 = 0.2$ rad/s et on définit $k_i = \dot{\alpha}_i / \omega_0$. k_i prend donc des valeurs entre -5 et 5. On modélise chaque solution par une suite d'entiers de -5 à 5 $[k_1, k_2, \dots, k_n]$. Finalement, la valeur de α au pas de temps i vaut :

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^i k_j \omega_0 dt. \quad (5.4)$$

Sur la figure 4.23, nous observons que le choix de ω_0 permet de suivre parfaitement l'évolution de $\overline{\alpha_P}$.

5.3.2 Choix de l'algorithme d'optimisation : algorithme génétique

Nous ne cherchons pas à optimiser la valeur de quelques paramètres mais d'une fonction temporelle. Les méthodes classiques de descente de gradient ne peuvent pas s'appliquer ici. Nous nous tournons naturellement vers un algorithme génétique [125, 126]. De tels algorithmes permettent d'obtenir une solution approchée dans un temps raisonnable. Il s'agit de méthodes inspirées de l'évolution des espèces vivantes. Chaque solution $[k_1, k_2, \dots, k_n]$ correspond à un individu. L'ensemble des individus constitue une population (de taille $N = 400$ environ). On fait évoluer la population sur un certain nombre de générations ($n_{gen} = 500$). On représente sur la figure 5.4 le déroulement de l'algorithme génétique.

Score d'adaptation Pour chaque solution, on intègre la trajectoire de t_0 (correspondant à $z_0 = -0.8$ m) à T_{15m} (correspondant à $y_f = 15 - L_{GT}$). On note z_f l'altitude finale du corps, et $V_z(y = y_r)$ la vitesse verticale au moment de la reprise de nage. Le score associé à une solution est défini de la manière suivante :

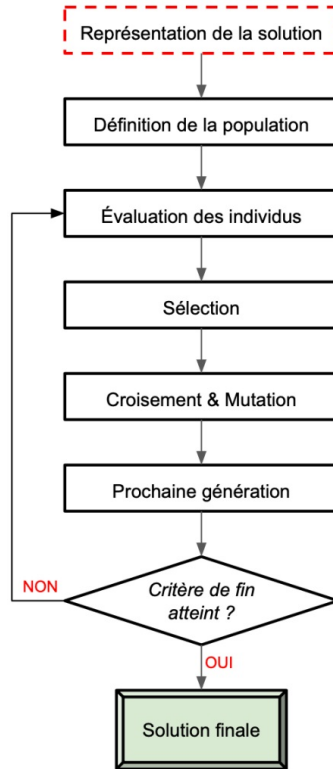


FIGURE 5.4 – Les différentes étapes d’un algorithme génétique [124] .

$$S([\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_n]) = T_{15m} + |z_f| P_1 \mathbb{1}_{[-\infty, -0.2]}(z_f) + V_z(y = y_r) P_2 \mathbb{1}_{[0.5, +\infty]}(V_z(y = y_r)) + t_{rep} P_3 \mathbb{1}_{[0.8, +\infty]}(t_{rep}), \quad (5.5)$$

où T_{15m} correspond à l’intervalle de temps entre le signal de départ et le passage de la tête au niveau de la ligne des 15 mètres. En intégrant avec un pas de temps dt , avec un test en entrée de boucle, on trouve i tel que $y_i < 15 - L_{GT}$ et $y_{i+1} > 15 - L_{GT}$. On définit

$$T_{15m} = t_0 + i dt + \frac{15 - L_{GT} - y_i}{V_{y,i+1}}.$$

Ainsi nous obtenons une précision meilleure que dt pour comparer deux trajectoires (figure 5.5).

Pour un intervalle donné I , la fonction $\mathbb{1}_I$ est définie de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbb{1}_I = 1 & \text{si } x \in I \\ \mathbb{1}_I = 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.6)$$

P_1 correspond à la pénalité des trajectoires qui ne reviennent pas à la surface. Pour favoriser les solutions proches de respecter cette contrainte, la pénalité dépend de la profondeur finale. Une solution qui se termine à $z_f = -2$ m est deux fois plus pénalisée qu’une solution qui se termine à $z_f = -1$ m. On prend $P_1 = 1000$ s/m. L’objectif est de toujours favoriser une trajectoire qui remonte à la surface par rapport à une trajectoire qui termine sous l’eau, aussi rapide soit-elle.

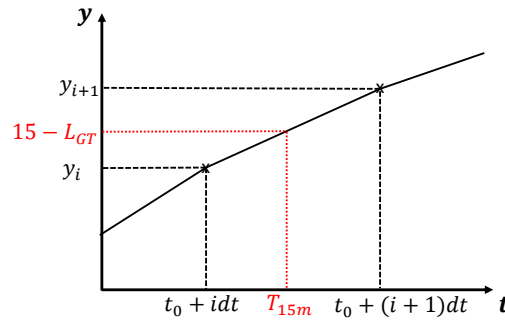


FIGURE 5.5 – Interpolation de la position $y(t)$ afin d’obtenir T_{15m} avec une meilleure précision que dt .

P_2 correspond à la pénalité liée à la discontinuité de vitesse verticale au moment de la reprise de nage. Pour toujours favoriser la trajectoire qui remonte à la surface, nous prenons $P_2 = 0.02 \text{ s}^2/\text{m}$.

P_3 est la pénalité liée au temps pour effectuer le premier coup de bras. t_{rep} est le temps passé entre $z = -0.35 \text{ m}$ et $z = -0.2 \text{ m}$. Dans cette zone, comme montré sur la figure 4.24-b, le nageur a un boost lié à la double propulsion (bras + ondulations). Pour éviter que l’algorithme ne reste trop longtemps dans cette zone, on fixe un temps maximum $t_{max} = 0.8 \text{ s}$. Ce seuil est déterminé par la valeur de t_{rep} sur la simulation de validation (à partir de l’angle mesuré expérimentalement).

Initialisation On souhaite une population de taille N (typiquement $N = 150$). On part d’une population semi-aléatoire. On tire aléatoirement $N-10$ tableaux à n valeurs $[k_1, k_2, \dots, k_n]$. On ajoute à cette population aléatoire 10 tableaux identiques qui correspondent à l’évolution de l’angle mesuré sur les trajectoires du nageur (figure 4.23). Chaque solution est évaluée grâce à la fonction définie dans l’équation 5.5. La meilleure solution est celle qui a le score le plus faible.

Sélection des parents On sélectionne K (typiquement $K = 50$) parents grâce à un système de roulette biaisée. On trie la population par score d’adaptation et les meilleures solutions ont plus de chance d’être tirées au sort que les moins bonnes. Cela permet de garder de la diversité tout en privilégiant les meilleures solutions.

Croisement et mutation Parmi les K parents, on cherche à créer N enfants. À chaque fois, on tire aléatoirement (avec remise) deux parents $[k_1^{(a)}, k_2^{(a)}, \dots, k_n^{(a)}]$ et $[k_1^{(b)}, k_2^{(b)}, \dots, k_n^{(b)}]$. le croisement donne deux nouvelles solutions $[k_1^{(a)}, \dots, k_{i_0}^{(a)}, k_{i_0+1}^{(b)}, \dots, k_n^{(b)}]$ et $[k_1^{(b)}, \dots, k_{i_0}^{(b)}, k_{i_0+1}^{(a)}, \dots, k_n^{(a)}]$, où i_0 est tiré au sort. De la même manière que dans la nature, chaque k_i a la possibilité de muter (avec une probabilité de l’ordre de 5 % au moment du croisement). En cas de mutation on tire à nouveau au sort une valeur de k entre -5 et 5 . Les N enfants sont ajoutés à la population avec les N parents.

Sélection Pour se ramener au cas initial, on sélectionne les N meilleurs individus dans la population de taille $2N$ où figurent la population précédente ainsi que les nouveaux enfants. On retourne ensuite à l’étape “Sélection des parents”.

Fin de l’algorithme Chaque itération correspond à une génération. À la fin, la solution est le meilleur individu de la population. Un tel algorithme fournit une solution approchée de la solution exacte, sans que nous soyons capables de déterminer la distance entre notre solution et la solution exacte. Pour connaître le nombre de générations pertinent, nous observons l’évolution du score moyen de la génération ainsi que du meilleur score (figure 5.6). À $n_{gen} = 500$, on a un écart de 0.003 s avec $n_{gen} = 2000$. Cet écart se réduit à 0.001 s pour $n_{gen} = 1000$. Un nombre de générations fixé à 500 nous semble suffisant. Sachant que notre précision sur les trajectoires expérimentales est de 0.02 secondes, nous fixons $n_{gen} = 500$. De plus, en compétition, la précision est de 0.01 secondes. Cela accélérera les calculs par rapport à $n_{gen} = 2000$ (4 fois plus rapide).

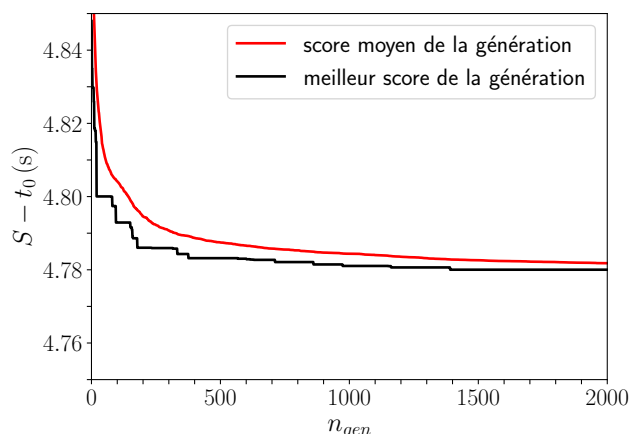


FIGURE 5.6 – Évolution du meilleur score (en noir) ainsi que du score moyen (en rouge) en fonction du nombre de générations pour un essai avec les paramètres du nageur A3.

Solution optimale Pour le nageur A11, on compare la trajectoire réelle ainsi que la trajectoire résultant de l’optimisation (figure 5.7). Les trajectoires sont assez proches. La trajectoire réelle remonte à pente constante alors que la trajectoire optimale est plus courbée. Cela peut paraître surprenant puisque la trajectoire est plus longue que la trajectoire réelle. Toutefois, la stratégie optimale permet de mieux diriger la force des dernières ondulations dans la direction de nage. La trajectoire optimale donne un temps $T_{15m} - t_0 = 4.32$ s. C’est 0.03 secondes plus rapide que la trajectoire mesurée et 0.07 secondes plus rapide que la trajectoire simulée à partir des inclinaisons α_P réelles.

On peut ensuite comparer les inclinaisons du corps optimales et réelles (figure 5.8). Les angles coïncident jusqu’à l’activation des ondulations. Ensuite, la solution optimale est plus inclinée pendant les premières ondulations. Enfin, proche de la surface, l’algorithme d’optimisation préconise une inclinaison plus faible que ce qui est observé en réalité. Avec la stratégie préconisée par l’algorithme d’optimisation, le nageur est proche d’une position horizontale lors des dernières ondulations. Cela lui permet de diriger la force de ses ondulations dans la direction de la course (axe y).

5.3.3 Vitesse d’activation optimale

Nous faisons ensuite varier V_{act} . Nous avons évalué théoriquement la valeur de vitesse d’activation optimale sur des trajectoires unidimensionnelles. Pour le nageur A11, nous étudions le temps aux 15 mètres des solutions obtenues en fonction de la vitesse d’activation, pour des vitesses qui varient entre 2 et 3 m/s. Nous observons que les différences de temps sont

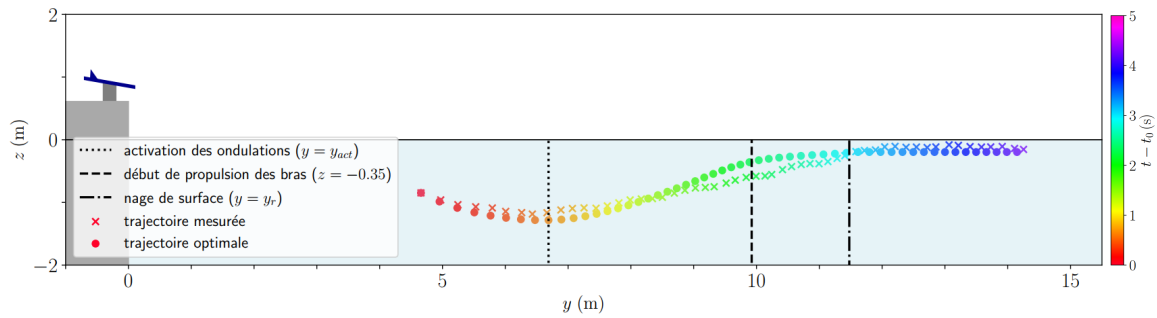


FIGURE 5.7 – Comparaison entre la trajectoire expérimentale et celle donnée par l’algorithme d’optimisation. Les points sont espacés de 0.08 secondes. La trajectoire optimale est plus rapide de $\Delta t = 0.03 \pm 0.01$ s.

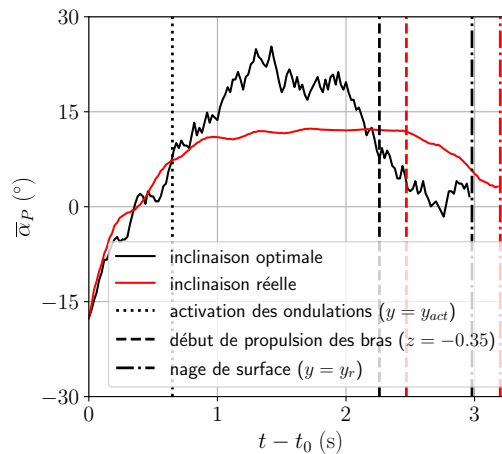


FIGURE 5.8 – Comparaison entre l’évolution temporelle des angles mesurés expérimentalement et ceux donnés par l’algorithme d’optimisation. La mesure expérimentale correspond à la moyenne de phase de l’angle entre le segment cheville-mains et l’horizontale.

assez faibles (0.04 s). La courbe est assez plate autour de l’optimum : si le nageur se trompe de 0.3 m/s (soit environ 0.3 s d’après les courbes de décroissance de la vitesse), la perte est de l’ordre de 0.01 s. La vitesse optimale théorique unidimensionnelle était de 2.5 m/s. Nous observons donc que le caractère bidimensionnel de la trajectoire tend à favoriser les vitesses d’activation légèrement plus élevées (les meilleurs temps sont obtenus entre $V_{act} = 2.5$ m/s et $V_{act} = 2.7$ m/s). Pour les valeurs plus grandes que $V_{act,théo}$, l’augmentation des résistances est compensée par une trajectoire plus directe. Activer les ondulations plus tôt (à une vitesse plus élevée) permet en effet de réduire la profondeur maximale en courbant davantage la trajectoire.

Nous appliquons l’algorithme d’optimisation en faisant varier la vitesse d’activation pour les quatre nageurs de crawl. Les résultats figurent dans le tableau 5.2. Nous donnons la vitesse d’activation expérimentale, les vitesses d’activation optimales pour des trajectoires à une et deux dimensions. Nous ajoutons le gain potentiel en adoptant la trajectoire optimale, par rapport au temps mesuré expérimentalement. Les vitesses expérimentales sont toutes plus faibles que les vitesses d’activation optimales (2D). L’explication vient certainement de la

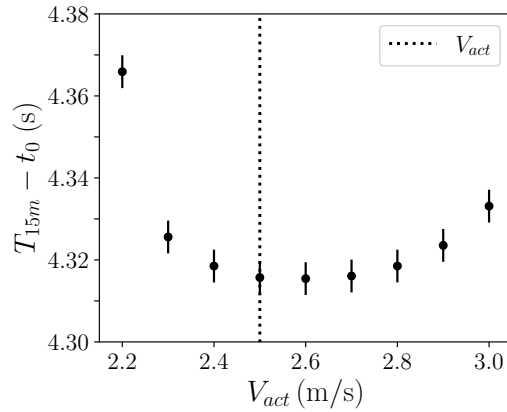


FIGURE 5.9 – Temps entre la position (y_0, z_0) et le passage de la tête aux 15 mètres en fonction de la vitesse d’activation pour le nageur A11. La vitesse d’activation théorique unidimensionnelle pour ce nageur était de $V_{act} = 2.5 \pm 0.1$ m/s.

Athlète	$V_{act,exp}$ (m/s)	$V_{act,1D}$ (m/s)	$V_{act,2D}$ (m/s)	Δt_G (s)
A3	2.1 ± 0.1	2.1 ± 0.1	2.2 ± 0.1	0.05 ± 0.01
A11	2.5 ± 0.1	2.5 ± 0.1	2.6 ± 0.1	0.03 ± 0.01
A12	2.3 ± 0.1	2.6 ± 0.1	2.9 ± 0.2	0.13 ± 0.01
A13	2.5 ± 0.1	2.3 ± 0.1	2.6 ± 0.2	0.07 ± 0.01

TABLEAU 5.2 – Vitesses d’activation des quatre nageurs de crawl. Nous comparons les valeurs expérimentales avec les valeurs optimales unidimensionnelle et bidimensionnelle. Nous ajoutons également le gain potentiel Δt_G entre la trajectoire optimale et la trajectoire expérimentale. Pour tous les nageurs, la variation de temps aux 15 mètres en fonction de la vitesse d’activation est relativement faible (0.01 secondes pour une variation de 0.3 mètres par seconde autour de l’optimum). Le gain provient surtout du changement de trajectoire.

gestion d’énergie : en restant passif plus longtemps, le nageur économise de l’énergie. Le gain potentiel varie entre 0.03 et 0.13 secondes. Comme montré sur la figure 5.9, le temps aux 15 mètres est peu sensible aux variations de vitesse d’activation. Le gain de temps provient donc du changement de trajectoire. Systématiquement, les coulées suggérées sont plus courtes que celles mesurées expérimentalement. Nous représentons le cas le plus flagrant (A13) sur la figure 5.10. Ce biais peut provenir des croyances des entraîneurs, qui demandent aux nageurs d’effectuer des longues coulées à tous les nageurs dès les plus jeunes catégories, sans distinction de niveau en ondulation.

L’ordre de grandeur du gain estimé $\Delta t_G \approx 0.1$ s peut faire la différence entre une première et une deuxième place, ou entre une médaille de bronze et une quatrième place. Toutefois, il faut également regarder le gain potentiel en travaillant certaines qualités du nageur (vitesse en ondulation, glisse lors de la phase passive), qui peut permettre au nageur de gagner plus que la variation de la trajectoire.

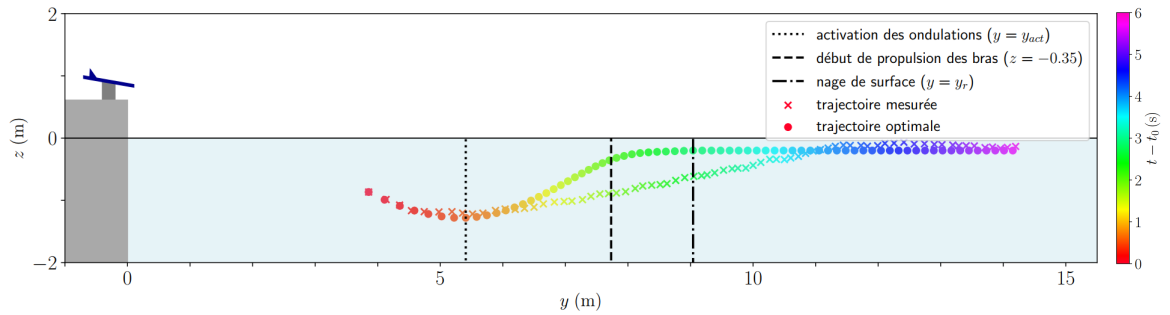


FIGURE 5.10 – Comparaison entre la trajectoire optimale et la trajectoire expérimentale de la nageuse A13. Le gain potentiel est de $\Delta t_G = 0.07 \pm 0.01$ s.

5.4 Recherche de l'angle de décollage optimal

Nous cherchons maintenant à optimiser la trajectoire à partir de la poussée sur le plot. Comme dans la section 4.2.1, nous fixons le temps de réaction $t_{rec} = 0.15$ s. En fonction de l'angle de poussée sur le plot, notre modèle de poussée nous donne, t_p , $V_{y,dec}$ et $V_{z,dec}$. Le modèle de plaque peut s'appliquer ensuite à partir de la phase aérienne, grâce à la part de volume immergé γ_P . Au moment d'entrer dans l'eau, les nageurs doivent rentrer dans la plus petite zone possible pour freiner le moins possible. Ils doivent donc être alignés avec leur trajectoire. Nous supposons que cet optimum est atteint et nous fixons $\alpha_P = \beta_P$ tant que $z > 0$ (le nageur est aligné avec sa trajectoire jusqu'au moment de rentrer dans l'eau). Ensuite, on fixe $\dot{\alpha}_{max} = 2$ rad/s.

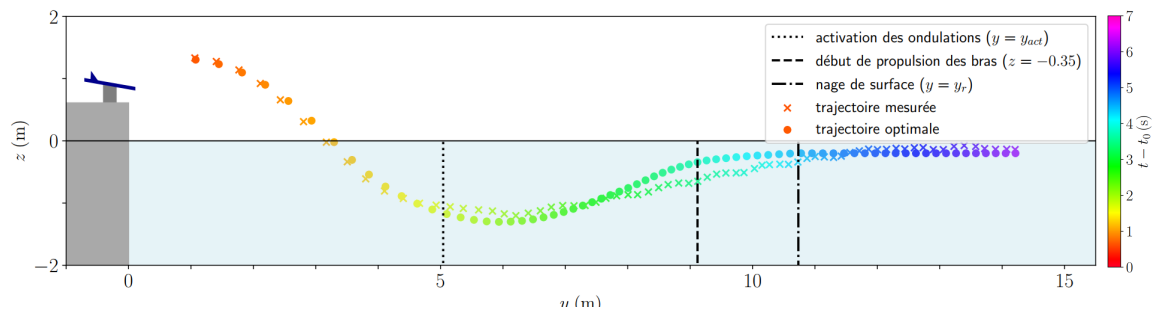


FIGURE 5.11 – Comparaison entre la trajectoire mesurée et la trajectoire optimale pour le nageur A12 (angle de poussée sur le plot de 45°). Les points sont espacés de 0.08 s.

Sur l'exemple donné figure 5.11, on observe que la trajectoire optimale est proche de celle du nageur A12. On constate que la trajectoire optimale est plus courbée que la trajectoire réelle, comme dans le cas de l'optimisation depuis $z = -1$ m.

Grâce à ces simulations, nous pouvons ensuite faire varier l'angle de poussée sur le plot et rechercher la vitesse de décollage optimale. Nous faisons varier l'angle de décollage de -25° à 15° . Les temps aux 15 mètres sont représentés sur la figure 5.12. L'angle de décollage optimal se situe autour entre -10° et -5° pour le nageur A12 alors que ce nageur décolle

avec un angle compris entre -5° et 0° d'après nos mesures. Le nageur est donc proche de notre optimum théorique. Nous pourrions lui conseiller de décoller légèrement plus vers le bas.

Sur la même figure, nous représentons aussi les temps aux 15 mètres avec un modèle de poussée “sans gravité” (la vitesse de décollage ne dépend pas de l'angle de décollage). On constate un écart de 25° entre l'optimum avec prise en compte de la gravité et l'optimum sans prise en compte de la gravité. Cet écart est très important, il est donc indispensable de corriger la vitesse de décollage en fonction de l'angle.

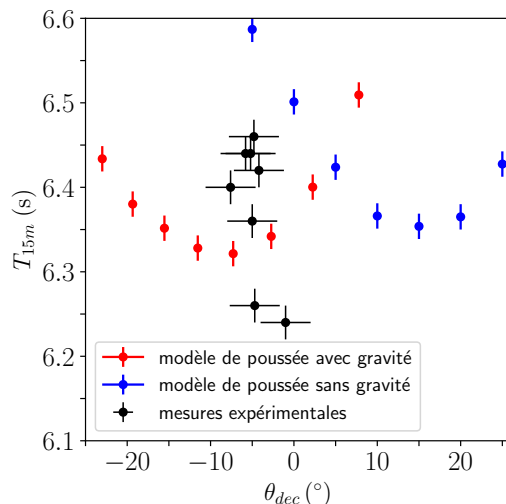


FIGURE 5.12 – Temps aux 15 mètres en fonction de l'angle de décollage pour le nageur A12. En rouge, nous utilisons le modèle de poussée sur le plot décrit dans la section 4.2, qui prend en compte l'effet de la gravité sur la vitesse de décollage. En bleu, nous utilisons un modèle de poussée sans gravité (vitesse de décollage indépendante de l'angle de poussée). En noir, nous représentons les valeurs de temps aux 15 mètres et d'angle de décollage mesurés expérimentalement pour le nageur A12.

5.5 Modification de l'angle de décollage en relais

En relais, la phase de poussée est différente du départ individuel. Le nageur au départ doit être toujours en contact avec le plot lorsque le nageur qui arrive touche le mur. Le temps passé sur le plot n'est plus important, le nageur peut prendre le temps qu'il souhaite, à condition de ne pas anticiper le départ, sous risque de disqualification. Ainsi, comme le montre la figure 5.13, les nageurs partent de l'arrière du plot pour prendre plus d'élan. Sur notre modèle de poussée, cela correspond à une augmentation du trajet du centre de masse D_P avant que le pied ne décolle. Il y a donc deux manières de gagner du temps en relais : décoller plus vite grâce à un élan plus grand et commencer la poussée sur le plot avant que le nageur qui arrive touche le mur.

Pour le nageur A12, nous mesurons l'augmentation de la distance de poussée D_P sur la figure 5.14. Nous calculons grâce à la différence de vitesse de décollage une variation de $\Delta D_P = 12 \pm 5$ cm de la longueur de poussée. Notre objectif est de quantifier le gain aux

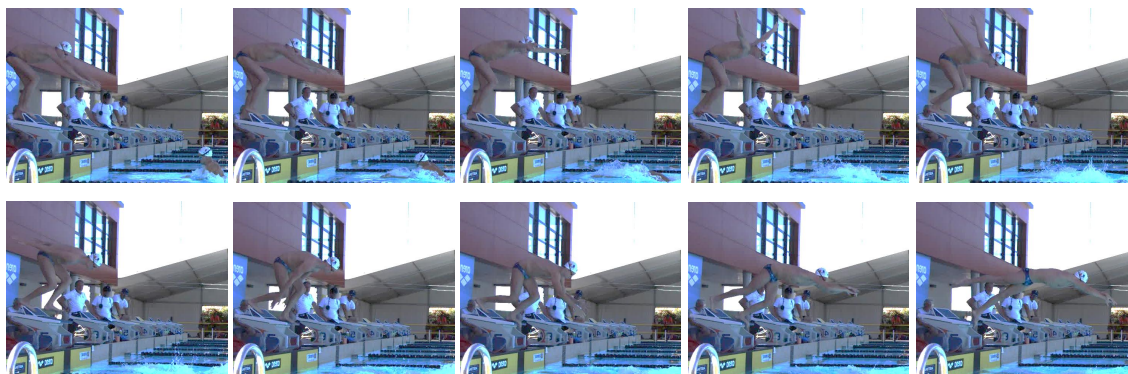


FIGURE 5.13 – Départ de relais. Le nageur se place en arrière du plot puis effectue 2 pas avant de décoller. Les images sont espacées de 0.09 s.

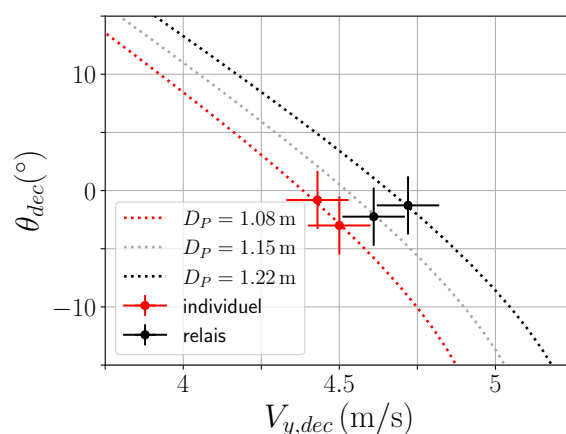


FIGURE 5.14 – Valeurs de l'angle de décollage θ_{dec} et de la vitesse horizontale de décollage pour des départs individuels et des départs de relais (A12). Les lignes pointillées représentent les valeurs théoriques pour une force adimensionnée $f_0 = 1.35$ et différentes valeurs de distance de poussée D_P . Le départ de relais allonge la distance de poussée, conformément à nos attentes.

15 mètres par rapport à un départ classique, et d'observer la différence d'angle de poussée optimal.

Sur la figure 5.15, nous représentons le temps entre le décollage et l'arrivée aux 15 mètres en fonction de l'angle de décollage et de la distance de poussée D_P . On observe que l'augmentation de la distance de poussée permet de gagner 0.1 seconde. Cela est cohérent avec les données de la Fédération Française de Natation, qui observe des gains aux 15 mètres pouvant atteindre 0.2 secondes pour les nageurs de relais qui utilisent la technique décrite sur la figure 5.13.

L'angle de décollage optimal change avec la distance de poussée D_P . Plus D_P est grand, plus le nageur doit décoller vers le haut. Cela est d'autant plus vrai en relais. Le temps de propulsion est plus important en poussant vers le haut (puisque la distance de poussée est fixe et la vitesse diminue). Dans le cas des départs de relais, sachant que la poussée peut être anticipée, le temps de contact avec le plot n'est plus handicapant. Si nous reprenons la figure 5.14, nous observons que les deux départs de relais sont effectués autour de l'angle de

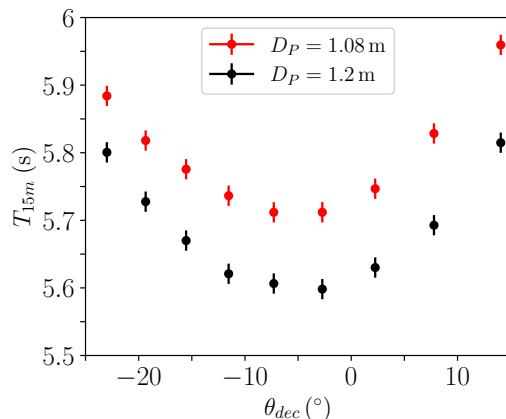


FIGURE 5.15 – Temps entre le décollage et le passage de la tête au 15 mètres en fonction de l’angle de décollage pour le nageur A12. Les résultats sont obtenus grâce aux simulations. L’angle optimal se situe autour de -7° avec l’élan de départ individuel et -2° avec l’élan de relais. Le gain est de 0.1 seconde en augmentant l’élan.

décollage optimal. En revanche, l’angle de décollage individuel est trop vers le haut. Au lieu de conserver l’angle de décollage constant, il vaudrait mieux conserver la vitesse de décollage horizontale constante.

Il existe un second gain de temps lors des départs de relais. Comme mentionné précédemment, le temps passé sur le plot n’est plus important puisque le nageur peut anticiper le départ, à condition de toujours avoir un pied en contact avec le plot lorsque son coéquipier touche le mur. Le gain potentiel est donc de 0.6 secondes, soit le temps de contact du nageur avec le plot. En gardant une marge de 0.2 secondes pour éviter la disqualification, on obtient un gain de temps $\Delta t_{ant} = 0.4$ secondes, quatre fois plus grand que le gain de temps par augmentation d’élan. On conseillera donc de privilégier l’entraînement de l’anticipation de poussée à celui d’augmentation de la distance d’élan.

Pays	RT1	RT2	RT3	Temps final	Temps final si RT=0
Australie	0.20 s	0.24 s	0.04 s	3 mn 51 s 60	3 mn 51 s 12
États-Unis	0.40 s	0.27 s	0.38 s	3 mn 51 s 73	3 mn 50 s 68

TABLEAU 5.3 – Comparaison entre les relais australien (champion olympique) et américain (vice-champion olympique) en finale du relais 4×100 mètres 4 nages féminin aux Jeux Olympiques 2020. RT1, RT2 et RT3 correspondent aux délais entre la touche du mur par le nageur arrivant et le décollage du plot par le nageur partant pour les trois passages de relais. Ce délai est appelé “temps de réaction” par la Fédération Internationale. Nous donnons le temps officiel ainsi que le temps fictif si toutes les nageuses avaient parfaitement anticipé le départ.

Dans le tableau 5.3, pour illustrer l’importance de cette anticipation de poussée, nous comparons les relais des deux équipes championne et vice-championne olympiques de relais 4×100 mètres 4 nages féminin en 2020. Individuellement, les États-Unis ont été plus rapides. Le titre leur a toutefois échappé en raison de prises de relais moins bonnes que celles de l’équipe d’Australie.

Résumé du Chapitre 5

Nous cherchons la trajectoire optimale de chaque nageur afin de la comparer avec les trajectoires expérimentales. Cela permet également de discuter la vitesse d'activation optimale ainsi que l'angle de décollage optimal.

La vitesse d'activation optimale est légèrement plus élevée que la valeur obtenue pour une trajectoire unidimensionnelle. Elle peut être évaluée à partir du coefficient de traînée passive, du coefficient de traînée active et de la force de propulsion en ondulation.

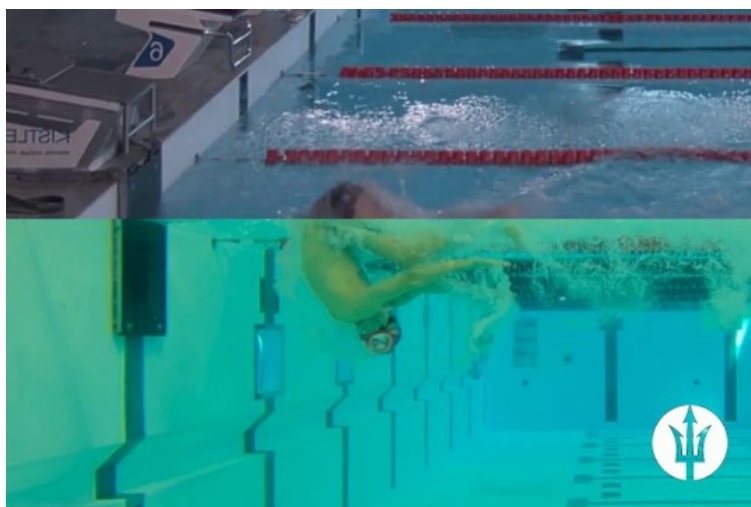
L'angle de décollage optimal n'est pas universel. Moins le nageur est puissant, plus il doit décoller vers le bas pour maintenir une vitesse de décollage suffisante.

En relais, il est possible d'augmenter sa distance d'élan D_P . Comme le nageur anticipe la poussée sur le plot avant l'arrivée du nageur précédent, le temps de propulsion n'est plus important. L'angle de décollage optimal est plus élevé pour un départ de relais (de 5 à 10 °). Le gain principal vient de l'anticipation du départ et non de l'augmentation de l'élan.

6

ÉTUDE DU VIRAGE

Dans ce chapitre, nous étudions les virages en crawl. En partant du constat que les records du monde sont meilleurs en bassin de 25 mètres qu'en bassin de 50 mètres, nous cherchons à quantifier les différents gains lors d'un virage. Nous proposons ensuite un modèle pour estimer la position idéale pour effectuer la "culbute". Enfin, la longueur de coulée est discutée grâce à l'algorithme d'optimisation détaillé au chapitre précédent.



Sommaire

6.1	Déroulement d'un virage de crawl	135
6.2	Les différentes composantes du "Boost du virage"	136
6.3	Position optimale pour enclencher le virage	138
6.4	Optimisation de la trajectoire de virage	139

Si le départ est primordial dans une course de sprint, les virages deviennent importants quand la distance de course s'allonge. Ainsi, un nageur de 1500 mètres effectue 1 départ et 29 virages alors qu'un nageur de 50 mètres effectue 1 départ et 0 virage. Le virage est d'autant plus important en bassin de 25 mètres, bien que les Jeux Olympiques se disputent en bassin de 50 mètres. Pour un virage de crawl, la règle est similaire à celle du départ : la tête doit avoir coupé la ligne de surface au passage des 15 mètres. Les stratégies peuvent donc varier, entre des coulées courtes ou des coulées plus longues. Comme le virage concerne les courses de plus longue distance, la gestion de l'énergie va également être un paramètre important. Dans ce chapitre, nous étudions exclusivement le virage de crawl, sachant que les règles sont différentes dans les autres styles de nage.

Distance	Record du monde (25 m)	Record du monde (50 m)	Nb de virages (25/50)	Δt_{virage} (s)	Δy_{virage} (m)
50 m H	20.16 s	20.91 s	1/0	0.75	1.79
100 m H	44.84 s	46.86 s	3/1	1.01	2.16
200 m H	99.37 s	102.00 s	7/3	0.66	1.29
400 m H	212.25 s	220.07 s	15/7	0.98	1.78
800 m H	443.42 s	452.12 s	31/15	0.54	0.96
1500 m H	846.88 s	871.02 s	59/29	0.80	1.39
50 m F	22.93 s	23.67 s	1/0	0.74	1.56
100 m F	50.25 s	51.71 s	3/1	0.73	1.41
200 m F	110.43 s	112.98 s	7/3	0.64	1.13
400 m F	233.92 s	236.40 s	15/7	0.31	0.52
800 m F	319.34 s	324.79 s	31/15	0.34	0.84
1500 m F	908.24 s	920.48 s	59/29	0.41	0.68

TABLEAU 6.1 – Records du monde masculin et féminin en nage libre en bassins de 25 mètres et de 50 mètres. On calcule le gain de temps par virage Δt_{virage} en divisant l'écart de temps par le nombre de virages de différence. Enfin, le gain de distance par virage Δy_{virage} est obtenu en multipliant le temps gagné par la vitesse moyenne.

Dans le tableau 6.1, on compare les records du monde en bassin de 25 et 50 mètres pour les distances olympiques en crawl. Systématiquement, les nageurs vont "plus vite" en petit bassin. Chez les femmes, le gain par virage semble décroître avec la distance de course. Chez les hommes, cette décroissance en temps est moins flagrante, mais la distance gagnée décroît avec la distance. On peut ensuite calculer la longueur effective de la course $D_{eff} = D_{course} - N_{virages} \Delta y_{virage}$, où D_{course} est la distance annoncée, $N_{virages}$ le nombre de virages et Δy_{virage} le gain par virage en mètres (tableau 6.1). Ainsi le 400 mètres nage libre hommes est équivalent à un 388 mètres en ligne droite pour un bassin de 50 mètres et à un 373 mètres en ligne droite si le bassin mesure 25 mètres.

Il faut toutefois être prudent avec les records du monde en petit bassin, puisque les compétitions les plus importantes se disputent en grand bassin. Cela peut donc sous-estimer le gain en virage, puisque les records du monde en petit bassin sont réalisés avec des athlètes en moins bonne forme. Dans ce chapitre, nous allons expliquer et comparer les différentes origines du gain en virage, en fonction de la distance au mur lors du virage. Ensuite, nous discuterons des trajectoires optimales.

6.1 Déroulement d'un virage de crawl

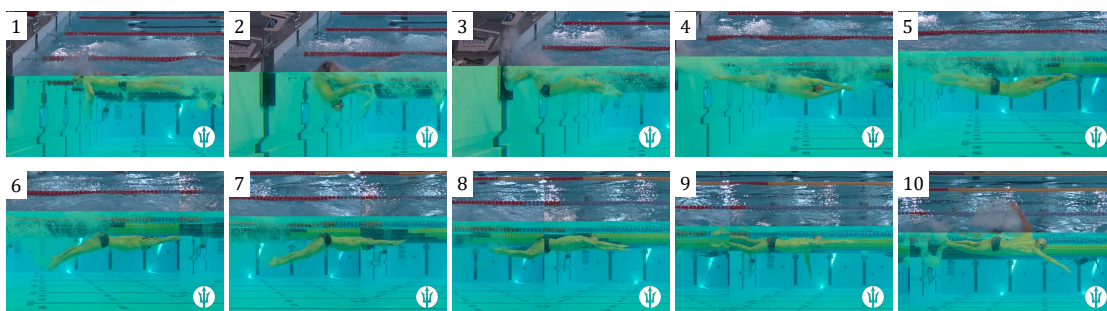


FIGURE 6.1 – Chronophotographie d'un départ : deux images sont séparées de 0.4 s. Le nageur effectue une culbute (1-2-3) puis une vrille (3-4-5). Il effectue ensuite des ondulations (6-7-8) avant de commencer à nager à la surface (9-10). Pour certains nageurs, la vrille peut commencer pendant la culbute (les 2 pieds sont l'un au-dessus de l'autre sur le mur) et les ondulations peuvent démarrer avant la fin de la vrille.

Sur la figure 6.1, nous montrons les différentes phases d'un virage de crawl. Le nageur effectue une culbute, puis une vrille. Il effectue ensuite des ondulations jusqu'à remonter à la surface. Certains nageurs poussent vers le haut et n'effectuent pas d'ondulation.

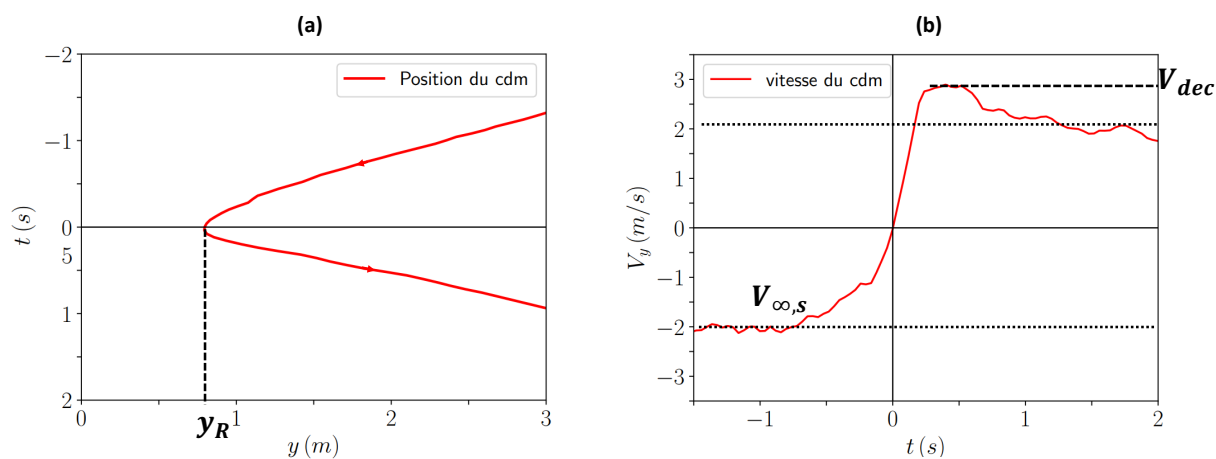


FIGURE 6.2 – Évolution de la position y et de la vitesse en fonction du temps lors d'un virage. (a) Position (en abscisse) du centre de masse en fonction du temps (en ordonnée). La distance minimale au mur est $y_R = 0.81$ m. (b) Vitesse du centre de masse en fonction du temps. La vitesse est négative quand le nageur s'approche du mur et positive quand il s'en éloigne.

La position horizontale du centre de masse du nageur pendant cette phase est représentée sur la figure 6.2-a, avec le temps en ordonnée. On observe que l'annulation de vitesse se produit à $y_R \approx 0.8$ m. Nous définissons $t = 0$ à cet instant. La figure 6.2-b représente l'évolution de la vitesse en fonction du temps pour le même virage. Le nageur commence à ralentir à une distance $y = 2$ m du mur. Après l'annulation de vitesse, le nageur accélère fortement lors de la poussée au mur. Ensuite, le nageur décélère lors de la coulée.

6.2 Les différentes composantes du “Boost du virage”

En observant la figure 6.2 ainsi que le déroulement du virage (figure 6.1), nous pouvons donner trois origines au gain de temps du virage.

D’abord, la culbute ne s’effectue pas à $y_R = 0$. Le centre de masse n’effectue donc pas exactement 25 et 50 mètres lorsque le nageur parcourt une longueur mais $25 - 2y_R$ et $50 - 2y_R$ où y_R est la distance entre le centre de masse et le mur au moment de la culbute (voir figure 6.2-a). Nous appelons la distance gagnée pendant cette phase $\Delta y_{culbute}$.

Ensuite, en fin de poussée, le nageur décolle du mur avec une vitesse V_{dec} qui est supérieure à la vitesse de nage $V_{\infty,s}$, ce qui va augmenter la vitesse moyenne également. La distance gagnée par rapport à la nage à une vitesse $V_{\infty,s}$ est appelée $\Delta y_{poussée}$.

Enfin, il est autorisé de réaliser des ondulations pendant les 15 mètres qui suivent le virage. Les nageurs plus rapides en ondulation qu’à la surface vont donc aller plus vite. La distance gagnée pendant cette phase est notée $\Delta y_{coulée}$. Comme nous l’avons vu dans la section 4.4.4, les nageurs de crawl testés vont plus vite à la surface qu’en ondulation. Ce gain sera donc marginal. On supposera donc $\Delta y_{coulée} \ll \Delta y_{culbute} + \Delta y_{poussée}$. Dans la section 6.2, nous utilisons un modèle à une dimension. La profondeur sera étudiée par la suite.

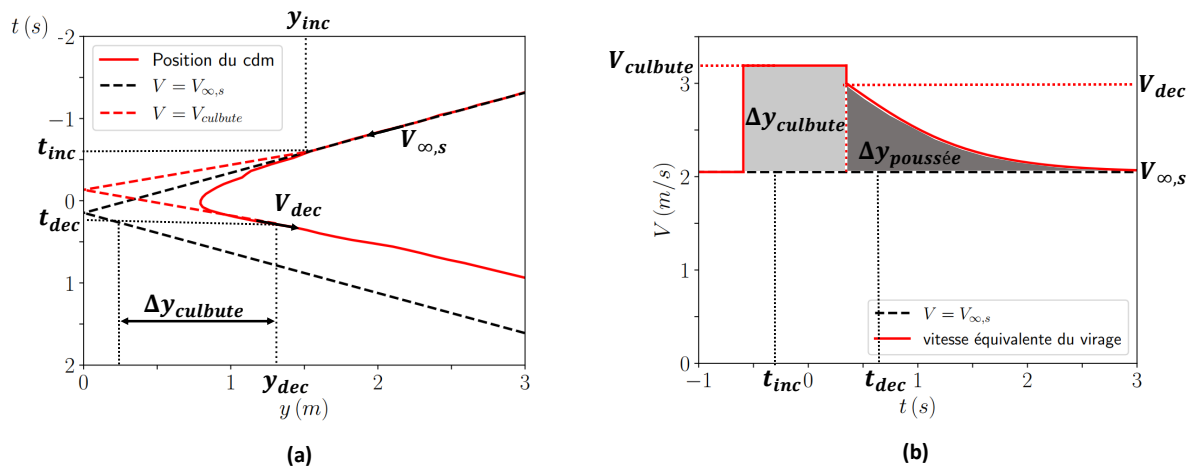


FIGURE 6.3 – (a) Distance du centre de masse du nageur au mur en fonction du temps lors d’un virage (trait plein rouge). En pointillés noir, on extrapole $y(t)$ pour obtenir la position du centre de masse s’il devait atteindre $y=0$ puis “rebondir” sur le mur. En pointillés rouge, on illustre la vitesse $V_{culbute} = (y_{dec} + y_{inc})/(t_{dec} - t_{inc})$. Il s’agit de la vitesse équivalente du nageur pendant la phase de culbute. (b) Comparaison entre la vitesse équivalente du virage (en rouge) et la vitesse de nage loin du mur (en noir). Le gain en position de la culbute vaut $(t_{dec} - t_{inc})(V_{culbute} - V_{\infty,s})$. Pour $t > t_{dec}$, l’évolution de vitesse est donnée par l’équation 6.2. Le gain de distance total pour le virage vaut $\Delta y_{culbute} + \Delta y_{poussée}$.

6.2.1 Évaluation de $\Delta y_{culbute}$

Nous définissons $V_{culbute} = (y_{inc} + y_{dec})/(t_{dec} - t_{inc})$. y_{dec} est la position du centre de masse au moment où les pieds décollent du mur, et t_{dec} est l’instant associé. t_{inc} correspond à l’instant où le centre de masse commence à décélérer et $y = y_{inc}$ est la position associée.

$V_{culbute}$ correspond à la vitesse équivalente du centre de masse du nageur si celui-ci atteignait $y=0$. Sur la figure 6.3, nous illustrons comment estimer le gain $y_{culbute}$. On a ainsi $\Delta y_{culbute} = (V_{culbute} - V_{\infty,s})(t_{dec} - t_{inc})$ et donc :

$$\Delta y_{culbute} = y_{dec} + y_{inc} - V_{\infty,s}(t_{dec} - t_{inc}). \quad (6.1)$$

Avec $y_{inc} = 1.52$ m, $y_{dec} = 1.31$ m, $V_{\infty,s} = 2.05$ m/s et $t_{dec} - t_{inc} = 0.87$ s, nous obtenons $\Delta y_{culbute} = 1.05$ m.

6.2.2 Évaluation de $\Delta y_{poussée}$

Le nageur “décolle” du mur avec une vitesse V_{dec} à $t = t_{dec}$ et nous cherchons le gain de distance par rapport à une vitesse constante $V_{\infty,s}$. Nous sommes dans un modèle unidimensionnel où le nageur reste à la surface. On suppose que le nageur se met à nager immédiatement après que ses pieds décollent du mur, l'équation du mouvement est donc :

$$(M + M_a) \frac{dV}{dt} = F_s - k_s V^2. \quad (6.2)$$

F_s est la force de propulsion à la surface, k_s est le coefficient de traînée active à la surface (voir section 4.4.4). Nous souhaitons évaluer le gain de distance par rapport à de la nage à la vitesse $V_{\infty,s}$. L'équation 6.2 nous donne :

$$V(t) - V_{\infty,s} = (V_{dec} - V_{\infty,s}) \left(\tanh \left(\frac{t - t_{dec}}{\tau_s} \right) - 1 \right),$$

où $V_{\infty,s}$ et τ_s sont définis dans la section 4.4.4. Comme illustré sur la figure 6.3-b, on a :

$$\Delta y_{poussée} = \int_{t_{dec}}^{\infty} (V(t) - V_{\infty,s}) dt. \quad (6.3)$$

Finalement le gain en position obtenu grâce à la poussée au mur est :

$$\Delta y_{poussée} = (V_{dec} - V_{\infty,s}) \tau_s \ln(2). \quad (6.4)$$

Avec $V_{dec} = 3$ m/s, $V_{\infty,s} = 2.05$ m/s, et $\tau_s = 1.15$ s, nous trouvons $\Delta y_{poussée} \approx 0.76$ m. Dans le cas où le nageur décolle du mur avec une vitesse plus faible que sa vitesse de nage loin du mur ($V_{dec} < V_{\infty,s}$), ce gain est négatif, et le nageur perd du temps par rapport au scénario de référence à vitesse constante.

Nous pouvons désormais évaluer le gain de distance pour le virage grâce aux équations 6.4 et 6.1, toujours avec l'hypothèse $\Delta y_{coulée} \ll \Delta y_{culbute} + \Delta y_{poussée}$:

$$\Delta y_{virage} = y_{inc} + y_{dec} + V_{dec} \tau_s \ln(2) - V_{\infty,s}(t_{dec} - t_{inc} + \tau_s \ln(2)). \quad (6.5)$$

Avec les données du nageur A11, on trouve $y_{virage} = 1.81$ m. Pour un nageur de 50/100 mètres nage libre, l'écart est cohérent avec les ordres de grandeur relevés en comparant les records du monde (tableau 6.1). On constate donc que la part la plus importante (58 %) provient du raccourcissement du chemin parcouru par le centre de masse. L'accélération due à la poussée sur le mur n'est cependant pas négligeable (42 %).

6.3 Position optimale pour enclencher le virage

L'équation 6.5 fait intervenir y_{inc} , la distance à laquelle le nageur enclenche le virage. Cette distance est liée à la vitesse de décollage V_{dec} . En effet, si le nageur enclenche son virage trop loin du mur, il a déjà les jambes tendues au moment du contact avec le mur. La vitesse de décollage sera donc plus faible que si le virage est enclenché plus proche du mur, et que le nageur peut pousser plus longtemps. Mais un virage effectué loin du mur permet de réduire la distance parcourue. Quand le nageur doit-il déclencher son virage? Comment évolue le gain Δy_{virage} si le nageur rate sa position optimale?

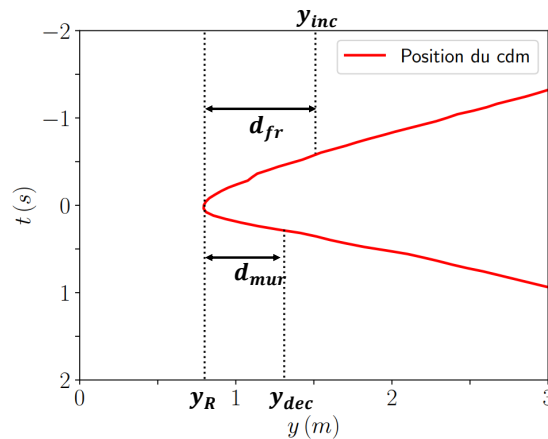


FIGURE 6.4 – Définition des différentes longueurs en jeu dans le virage. y_{inc} correspond à la position du centre de masse au moment d'enclencher le virage. y_R est la position du nageur quand sa vitesse horizontale s'annule. $d_{fr} = y_{inc} - y_R$ est la distance parcourue par le centre de masse pendant la phase de freinage. $d_{mur} = y_{dec} - y_R$ est la distance parcourue par le centre de masse pendant la phase de poussée au mur. Dans notre modèle, y_{dec} et d_{fr} sont fixés ($y_{dec} = 1.31$ m et $d_{fr} = 0.68$ m pour le nageur A11).

Phase de freinage On suppose que la distance de freinage $d_{fr} = y_{inc} - y_R$ et le temps de freinage Δt_{fr} sont fixés. En pratique cette distance doit légèrement dépendre de la vitesse d'approche du nageur. On note y_R la position du centre de masse du nageur au moment de l'annulation de sa vitesse horizontale. Sachant que nous ne discutons pas de la phase de freinage, nous pouvons simplement rechercher la valeur optimale de y_R .

Phase de poussée La phase de poussée s'étend de $y = y_R$ à $y = y_{dec}$. y_{dec} est fixé par la géométrie du nageur (il décolle du mur quand ses jambes sont tendues). Pendant cette phase l'équation du mouvement est :

$$(M + M_a) \frac{dV}{dt} = f_m M g - k_b V^2,$$

où f_m est la force de poussée adimensionnée des jambes du nageur. On mesure la valeur moyenne de f_m grâce à une plaque instrumentée posée sur le mur. Pour le nageur A11, on mesure $f_m = 2$, ce qui est plus que la force de poussée sur le plot ($f_m = 1.45$). k_b est le coefficient de traînée du nageur. La valeur de k_b , ainsi que l'expression de la force de traînée n'est pas évidente. En effet, le nageur entraîne de l'eau pendant son mouvement. Après avoir fait demi-tour, le nageur doit donc lutter contre le courant qu'il a créé avant le virage. Nous

gardons une expression $F_D = k_b V^2$ et nous discuterons de la valeur de k_b plus tard. On définit $\tau_f = (M + M_a)/\sqrt{k_b f_m M g}$ et $V_f = \sqrt{f_m M g/k_b}$. V_f est la vitesse qu'atteindrait le nageur si il pouvait pousser au mur pendant un temps infini. τ_f est le temps caractéristique associé. Avec les valeurs numériques utilisées, on a $\tau_f \approx 0.5$ s et $V_f \approx 7.5$ m/s. La vitesse et la position pendant la phase de poussée s'écrivent :

$$V(t) = V_f \tanh((t - t_R)/\tau_f) \quad \text{et} \quad y(t) = y_R + V_f \tau_f \ln(\cosh(t - t_R)). \quad (6.6)$$

On en déduit que :

$$y_R = y_{dec} - V_f \tau_f \ln(\cosh(t_{dec} - t_R)). \quad (6.7)$$

On note le temps de poussée au mur $\Delta t_{mur} = t_{dec} - t_R$, et d_{mur} la distance effectuée par le centre de masse pendant la phase de poussée au mur. L'équation 6.5 peut être explicitée :

$$\Delta y_{virage} = 2y_{dec} + d_{fr} - V_f \tau_f \ln(\cosh(\Delta t_{mur})) + V_f \tau_s \ln(2) \tanh(\Delta t_{mur}/\tau_f) - V_{\infty,s}(\Delta t_{fr} + \Delta t_{mur} + \tau_s \ln(2)). \quad (6.8)$$

Grâce à l'équation 6.8, nous traçons le gain de distance du virage en fonction de y_R/y_{dec} , l'équation 6.7 nous permettant d'exprimer Δt_{mur} en fonction de y_R/y_{dec} . Si $y_R/y_{dec} < 0$, le nageur traverse le mur. Si $y_R/y_{dec} > 1$, le nageur rate le mur en faisant le demi-tour trop tôt. On trace Δy_{virage} pour $k_b = 20$ kg/m et $k_b = 30$ kg/m.

Pour $k_b = 20$ kg/m, le maximum est proche de $y_R = 0$, ce qui ne correspond pas du tout à la stratégie des nageurs. En prenant une valeur de $k_b = 30$ kg/m, justifiée qualitativement par le fait que le nageur crée des remous, on observe un comportement fidèle à ce qui est observé. En effet, le nageur A11 se retourne à $y_R = 0.80$ m, pour une valeur $y_{dec} = 1.31$ m, soit $y_R/y_{dec} = 0.61$. D'après le modèle, $y_{R,opt}/y_{dec} = 0.59$.

Pour répondre à la question qui était posée, A11 doit enclencher son virage à $y_{inc} = y_{R,opt} + d_{fr}$, soit $y_R = 1.45$ m. L'optimum est assez plat. D'après notre modèle, si le nageur se trompe de 10 cm sur la position d'enclenchement du virage y_{inc} (par rapport à la position optimale), la perte serait de 1 cm sur Δy_{virage} . L'augmentation du trajet est compensée par une plus forte vitesse de décollage. Ce modèle nécessiterait une meilleure estimation du coefficient k_b en situation de poussée au mur pour individualiser la position optimale du virage. La phase de freinage pourrait également être mieux modélisée.

6.4 Optimisation de la trajectoire de virage

Jusqu'à maintenant, nous n'avons pas discuté de la longueur de coulée, ni de la profondeur du nageur au cours du temps. Nous proposons ici d'adapter l'algorithme utilisé pour le départ au cas du virage. Nous commençons l'optimisation après la poussée des pieds au mur ($y_0 = 1.5$ m). En prenant comme conditions initiales la position et la vitesse mesurées, nous cherchons la trajectoire la plus rapide aux 15 mètres.

Sur la figure 6.6, nous superposons un virage "de compétition" avec la trajectoire optimale. Sur la coulée de compétition, le nageur effectue une approche de virage, une culbute, une coulée puis une reprise de nage. Il ne va pas nécessairement jusqu'aux 15 mètres (afin d'éviter

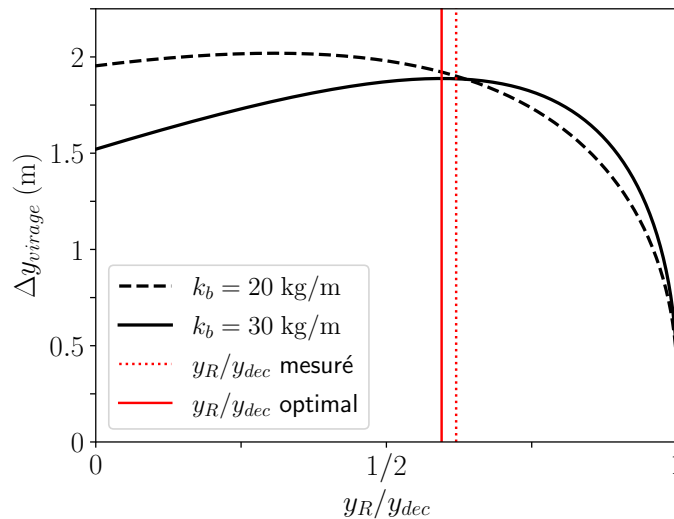


FIGURE 6.5 – Gain en distance lors du virage en fonction de la distance au mur minimale adimensionnée par la distance au mur lors du décollage. Nous traçons Δy_{virage} pour deux valeurs différentes de coefficient de traînée.

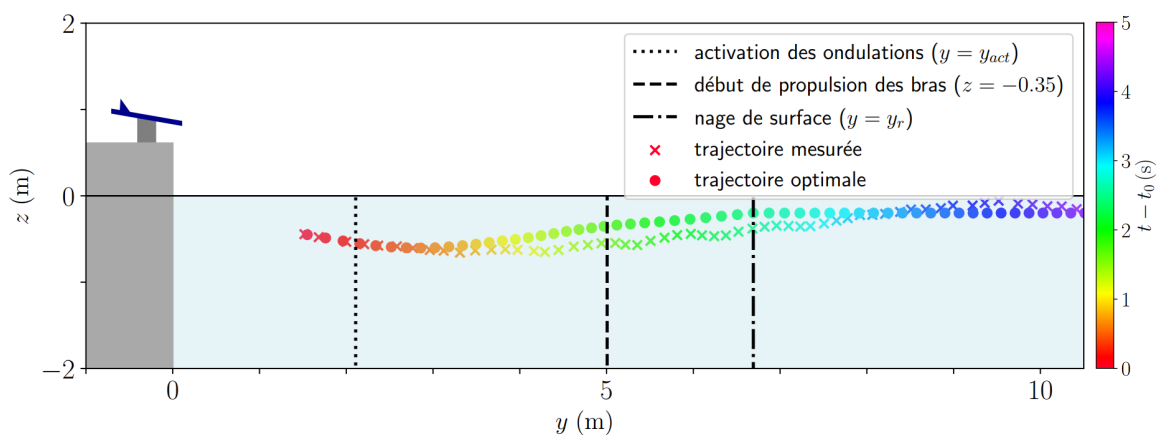


FIGURE 6.6 – Comparaison entre la trajectoire mesurée et la trajectoire optimale pour le nageur A11.

la fatigue). Nous nous arrêtons donc à $y = 10$ m. Les deux trajectoires sont assez proches spatialement. La trajectoire optimale atteint la surface pour $y = 7$ m alors que $y_r = 8$ m pour la trajectoire expérimentale. Ces valeurs sont cohérentes avec celles de la littérature : Veiga et Roig ont étudié la longueur des virages pour des nageurs de 200 mètres de niveau mondial [27]. Le premier virage a une longueur moyenne de 7.35 ± 0.9 m. Le troisième virage du 200 mètres a une longueur moyenne de 6.69 ± 1.2 m. La trajectoire optimale est plus rapide de 0.4 secondes aux 10 mètres. Cette perte de temps semble provenir plus d'un choix du nageur de baisser son intensité de nage, plutôt que d'un mauvais choix de trajectoire.

Pour aller plus loin, il faudrait prendre en compte la dépense énergétique. En effet, si le départ est effectué avec les réserves pleines, le virage intervient à un moment de la course où le nageur est déjà fatigué. Le coût de l'apnée doit donc être évalué. De plus, la vitesse de nage de surface n'est plus la vitesse maximale. En conclusion, l'algorithme d'optimisation peut

être adapté au virage mais nécessite des améliorations sur la prise en compte de l'énergie.

Résumé du Chapitre 6

Nous étudions le virage lors des courses de crawl .

- 1. Le virage accélère le nageur.** Le fait de pousser contre le mur, ainsi que de faire demi-tour avant que le centre de masse n'atteigne le mur en sont les deux principales raisons.
- 2.** Il existe une **position optimale** pour enclencher le virage. Un virage effectué trop loin du mur donne une vitesse de décollage trop faible alors qu'un virage effectué trop près du mur allonge la trajectoire du centre de masse.
- 3.** L'algorithme d'optimisation présenté dans le chapitre 5 peut être adapté au cas du virage, en adaptant les conditions initiales.

CONCLUSION

Conclusions et principaux résultats

Notre objectif était de répondre à deux questions. La première concernait la relation fréquence-vitesse ainsi que la recherche d'une fréquence d'efficacité optimale. La seconde question concernait la trajectoire optimale en départ et en virage.

Le chapitre 1 présente les outils de capture du mouvement indispensables à notre étude. Le chapitre 2 pose les bases essentielles pour comprendre les forces qui s'appliquent sur le nageur lors des différentes phases d'une course. Dans le chapitre 3, nous répondons à la première question. La relation fréquence (f) - vitesse (V) en natation comporte deux régimes pour les styles de nage avec retour aérien (crawl, dos, papillon). Dans le premier régime, $V \propto f$. Dans le second régime de force maximale, $V \propto \sqrt{f}$. Le changement de régime se produit lorsque le nageur atteint sa force maximale. Ce changement de régime ne constitue pas une perte d'efficacité propulsive. La réponse à la seconde question figure dans les chapitres 4, 5 et 6. Grâce à quatre tests d'évaluation du nageur (évaluation de la poussée sur le plot ou au mur, de la glisse, des ondulations et de la nage de surface), et à un algorithme d'optimisation génétique, nous donnons la trajectoire de départ ou de virage optimale d'un nageur donné. Cela concerne la position du nageur au cours du temps, l'angle de décollage sur le plot et la vitesse d'activation des ondulations.

En répondant à ces deux questions, nous avons établi des résultats originaux sur les thématiques suivantes :

1. **Relation force - vitesse** : Nous avons mis en évidence la loi de Hill en natation. Ces travaux embryonnaires sont prometteurs pour des études futures, avec l'utilisation de plaquettes instrumentées.
2. **Relation fréquence - vitesse** : Nous avons établi un modèle qui explique les deux régimes observés et qui les relie à des indices déjà existants dans la littérature. Le premier régime est effectué à indice de coordination constant. Le second régime correspond à un indice de nage constant. Ces deux régimes permettent aux entraîneurs d'obtenir des indicateurs sur leurs nageurs (les paramètres de chaque régime, la fréquence de transition), et d'observer l'évolution de ces indicateurs au cours du temps (suivi longitudinal). Ce même modèle appliqué au kayak permet également d'expliquer le régime de force maximale dont la loi de puissance est différente de la natation ($V \propto f^{1/3}$).
3. **Protocoles d'évaluations de paramètres** : Nous proposons des tests simples afin d'évaluer les paramètres pertinents des nageurs. Les départs arrêtés permettent de mesurer les forces de propulsion et la résistance active en ondulation et à la surface. Le départ "glissé" permet d'évaluer la traînée passive du nageur ainsi que la force de poussée sur le plot. Chaque test dure au maximum 10 secondes et engendre peu de fatigue pour le sportif.
4. **Optimisation du départ et du virage** : Nous montrons que la courbure de la trajectoire a un faible impact sur la vitesse d'activation optimale. L'angle de décollage optimal dépend de la puissance du nageur. Plus le nageur est puissant, plus il doit décoller vers le haut. Notre modèle de poussée sur le plot peut être adapté aux départs de relais, qui permet une augmentation de la distance de poussée. Enfin, nous discutons les différentes composantes du "boost" de virage, ainsi que de la position optimale du centre de masse pour effectuer le virage.

Perspectives et commentaires

Nous avons étudié les différentes étapes d'une course de natation (départ, nage à la surface, virage). Les modèles présentés peuvent toutefois encore être améliorés sur certains points. Pour poursuivre ces travaux, il existe d'après nous trois pistes principales.

D'abord, la force de propulsion pourrait être mieux évaluée. Nos essais se sont limités à de la nage attachée. L'utilisation de plaquettes instrumentées devrait permettre de mieux établir la relation force-fréquence. Elle devrait également venir appuyer notre modèle fréquence-vitesse. En effet, à la manière de ce qui a été fait en kayak, cela permettrait de montrer que la force de propulsion moyenne sur le temps de cycle atteint un plateau dans le second régime, hypothèse que nous ne sommes pas en mesure de vérifier à l'heure actuelle.

Ensuite, l'optimisation du départ et du virage peuvent encore être améliorés. Concernant l'optimisation du départ, il serait intéressant de déterminer la sensibilité du temps aux 15 mètres en fonction des différents paramètres du nageur. Par exemple, si sa force de poussée sur le plot augmente de 10 %, quel serait le gain de temps? En comparant l'impact des différents paramètres, il serait ainsi possible de conseiller les entraîneurs sur les qualités à travailler pour améliorer le départ. Concernant le virage, la gestion de l'énergie semble un paramètre incontournable pour améliorer le modèle. Pénaliser l'apnée est également important : nos nageurs étaient plus rapides à la surface, mais pour un nageur plus rapide sous l'eau, il est impossible d'effectuer des coulées de 15 mètres après chaque virage.

Cela nous permet de faire la transition avec la troisième piste de prolongation du travail : il serait intéressant de réaliser une optimisation globale de la course avec les différentes étapes étudiées dans cette thèse (départ, nage, virage). Une telle étude doit prendre en compte la réserve en énergie. L'objectif est d'atteindre l'arrivée le plus rapidement possible, à condition d'avoir un stock d'énergie positif en tout moment de la course à la manière de ce qu'a fait Keller en course à pied [127]. Une telle étude permettrait de discuter ensuite des stratégies de course (départ rapide, accélération progressive) afin de comparer l'optimum théorique avec les stratégies observées en compétition. Behncke a proposé une adaptation des travaux de Keller pour la natation [128]. Il propose notamment un modèle de dépense énergétique en virage, qui prend en compte l'effet de l'apnée et l'économie d'énergie à se laisser glisser. À la manière de ce qu'a fait Keller, les paramètres de ce modèle sont ceux d'un "super-nageur" et d'une "super-nageuse" capables d'effectuer tous les records du monde, du 50 mètres au 1500 mètres. Il s'agit d'un point de départ intéressant pour développer ensuite un modèle prenant en compte les paramètres individuels de chaque nageur.

ANNEXES

A

UTILISATION DES QUATERNIONS POUR L'INTÉGRATION DU MOUVEMENT

Dans cette annexe, nous présentons le contexte mathématique qui permet d'intégrer le mouvement en utilisant le corps des quaternions.

A.1 Introduction aux quaternions

Nous introduisons ici le corps des quaternions, que nous utilisons ensuite pour intégrer les rotations. Ce qui est fait dans cette annexe est inspiré de [41, 42]. De la même manière que les nombres complexes $x + y\mathbf{i}$ et le cercle unité $x^2 + y^2 = 1$ représentent les rotations à un degré de liberté, les quaternions $w + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ et l'hypersphère unité $w^2 + x^2 + y^2 + z^2 = 1$ représentent les rotations à 3 degrés de liberté.

Le corps des quaternions est un corps de dimension 4. On peut donc voir les quaternions q comme la somme d'un scalaire et d'un vecteur. Un quaternion q s'écrit

$$q = a + (b, c, d)^\top = a + \vec{u}.$$

Le produit de deux quaternions est donné par la formule suivante :

$$q_1 \otimes q_2 = (a_1 a_2 - \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2) + (a_1 \vec{u}_2 + a_2 \vec{u}_1 + \vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2). \quad (\text{A.1})$$

Ce produit n'est pas commutatif en raison de la non-commutativité du produit vectoriel. On définit la norme d'un quaternion de la manière suivante :

$$\|q\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}. \quad (\text{A.2})$$

On peut également voir un quaternion comme une partie réelle à un degré de liberté et une partie imaginaire à 3 degrés de libertés :

$$q = a + b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k}, \text{ avec } \mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1$$

Ainsi les quaternions imaginaires purs sont les quaternions à partie réelle nulle. On peut donc également définir le conjugué de q que l'on nomme q^* :

$$q^* = a - b\mathbf{i} - c\mathbf{j} - d\mathbf{k} = a - \vec{u}$$

A.2 Équivalence rotation / quaternion unitaire

Une rotation d'un angle α autour de l'axe \vec{u} est représentée par le quaternion unitaire $q = \cos(\alpha/2) + \sin(\alpha/2)\vec{u}$. Ce quaternion est bien unitaire si on normalise \vec{u} .

Réciproquement, étant donné un quaternion unitaire $q = a + (b, c, d)^\top$, on définit un angle

$$\alpha = 2 \arcsin(\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}).$$

q représente alors la rotation α autour de l'axe $(b, c, d)^\top$.

A.3 Intégration du mouvement

Dans cette partie, nous établissons l'équation différentielle qui permet d'intégrer le mouvement grâce aux quaternions. On nomme $\mathbf{S}(t)$ l'orientation de l'IMU au cours du temps, et on nomme $\mathbf{S}(t=0) = \mathbf{S}_0$. On appelle $q(t)$ le quaternion unitaire correspondant à la rotation

de \mathbf{S}_0 vers $\mathbf{S}(t)$. La dérivée temporelle de ce quaternion sera nommée \dot{q} . \mathbf{S} est un vecteur, on peut donc le considérer comme un quaternion imaginaire pur. On a [129] :

$$\mathbf{S}(t) = q \otimes \mathbf{S}_0 \otimes q^*, \quad (\text{A.3})$$

où q^* est le conjugué de q . Si on note $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, on a $d\mathbf{S}/dt = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{S}$. En effet, $\boldsymbol{\omega}$ est le vecteur rotation dans le repère de l'IMU dont \mathbf{S} est l'un des vecteurs de base. En utilisant la bijection triviale entre les quaternions imaginaires purs et les vecteurs, on a donc :

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \otimes \mathbf{S}. \quad (\text{A.4})$$

Si on dérive l'équation A.3, on a une deuxième expression pour $d\mathbf{S}/dt$:

$$\frac{d\mathbf{S}}{dt} = \dot{q} \otimes \mathbf{S}_0 \otimes q^* + q \otimes \mathbf{S}_0 \otimes \dot{q}^*. \quad (\text{A.5})$$

À partir de maintenant, on omettra le signe \otimes pour le produit de 2 quaternions. On le garde quand des vecteurs assimilés à des quaternions sont en jeu, pour ne pas le confondre avec le produit vectoriel. Ainsi $q_1 \otimes q_2 = q_1 q_2$. De la même manière que pour un nombre réel z de norme 1, $z\bar{z} = 1$, un quaternion unitaire q vérifie $qq^* = 1$. En effet :

$$qq^* = a^2 - \vec{u} \cdot (-\vec{u}) + (a\vec{u} - a\vec{u} + \vec{u} \wedge \vec{u}) = \|q\| = 1.$$

En dérivant cette identité, on montre que $\dot{q}^* = -q^* \dot{q} q^*$. On combine les équations A.4 et A.5, en injectant l'identité précédente, et sachant que $qq^* = 1$,

$$\boldsymbol{\omega} \otimes \mathbf{S} = \dot{q} q^* q \mathbf{S}_0 q^* - q \mathbf{S}_0 q^* \dot{q} q^*. \quad (\text{A.6})$$

Se souvenant de l'équation A.3, nous montrons que : $\boldsymbol{\omega} \otimes \mathbf{S} = \dot{q} q^* \mathbf{S} - \mathbf{S} \dot{q} q^*$. Pour simplifier cette expression, on souhaiterait faire commuter $\dot{q} q^*$ et \mathbf{S} . La dérivation de l'identité $qq^* = 1$ donne $\dot{q} q^* = -\dot{q} q^*$. Or $qq^* = (\dot{q} q^*)^*$. On en déduit que :

$$(\dot{q} q^*)^* = -\dot{q} q^*.$$

$\dot{q} q^*$ est donc imaginaire pur, tout comme \mathbf{S} . Nous obtenons donc :

$$\dot{q} q^* \otimes \mathbf{S} = \dot{q} q^* \wedge \mathbf{S} = -\mathbf{S} \wedge \dot{q} q^* = -\mathbf{S} \otimes \dot{q} q^*.$$

En revenant à l'équation A.6, nous obtenons : $\boldsymbol{\omega} \otimes \mathbf{S} = 2\dot{q} q^* q \mathbf{S}$. On la multiplie à droite par le quaternion $\mathbf{S}^{-1} q$, où \mathbf{S}^{-1} est le quaternion inverse de \mathbf{S} . Finalement, nous obtenons une équation différentielle sur q :

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \otimes q. \quad (\text{A.7})$$

Comme à $t=0$, q représente une rotation nulle, d'après la section A.2, $q(t=0) = 1 + \vec{0}$. On peut donc calculer l'évolution du quaternion $q(t)$, grâce aux vitesses angulaires données par la centrale inertielle. Nous pouvons désormais revenir au calcul des coordonnées de $S(t)$. On nomme $M(q)$ la matrice de rotation associée au quaternion q . On peut montrer ([129]) que :

$$M(q) = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2bc - 2ad & 2ac + 2bd \\ 2ad + 2bc & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2cd - 2ab \\ 2bd - 2ac & 2ab + 2cd & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Ainsi, l'orientation de l'IMU est donnée par l'expression :

$$S(t) = M(q(t)) S_0. \quad (\text{A.9})$$

Nous avons donc une méthode pour connaître l'orientation de l'IMU au cours du temps, en connaissant son orientation initiale. Cette condition initiale n'est pas immédiate, et doit faire l'objet d'une calibration.

B

LA RELATION FRÉQUENCE - VITESSE EN COURSE À PIED

Dans l'annexe suivante, nous détaillons la relation fréquence-vitesse en course à pied. Ce travail a été effectué pendant le stage de Vincent Trémolières.

B.1 Contexte

Les relations fréquence - vitesse peuvent être définies dans tous les sports de course (voir chapitre 3). En natation et en kayak, la pagaie et la main ne sont pas “ancrées” dans l’eau. Nous avons donc souhaité observer la relation fréquence - vitesse dans un mode de locomotion avec des appuis fixes. En course à pied, les coureurs alternent des phases de propulsion avec le pied au sol et les phases de vol quand les deux pieds sont en l’air. Contrairement à la natation, la première phase de l’appui freine le coureur ([130]). Bailey et al. ont agrégé les données fréquence - vitesse de plusieurs études pour les regrouper sur une même courbe (figure B.1) [93]. Quand $V \rightarrow 0$, la fréquence (SF) ne tend pas vers 0. Cela définit donc une fréquence de sur-place naturelle, qui se situe autour de 1 Hz. Aux vitesses élevées, la distance par cycle (SL) atteint un plateau (qui vaut entre 4 mètres et 4.5 mètres). Toutefois, ces données concernent des études et donc des athlètes différents. Dans cette annexe, nous proposons un protocole pour établir la relation fréquence - vitesse d’un athlète donné et de comparer nos résultats avec ceux de la figure B.1.

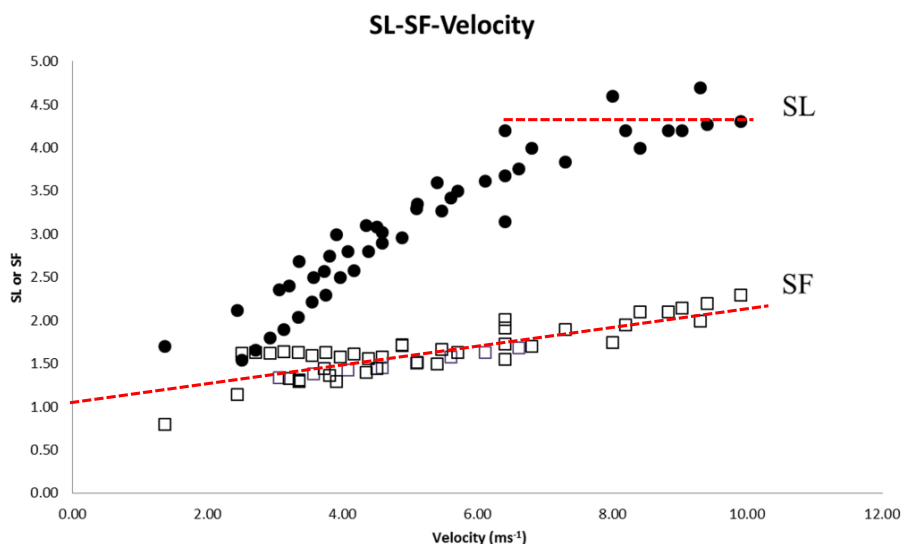


FIGURE B.1 – Évolution de la fréquence (SR) et de la distance par cycle (SL) en fonction de la vitesse en course à pied d’après les travaux de Bailey et al. [93].

B.2 Protocole expérimental

Nous nous inspirons du protocole utilisé en natation. Nous effectuons un test de 10×50 mètres progressif, avec trois minutes de récupération entre chaque passage. Le premier 50 mètres est couru le plus lentement possible et le dernier passage est le plus rapide possible. Il est demandé aux coureurs d’avoir l’incrément de vitesse le plus régulier possible entre les passages. Aucun retour n’est fait à l’athlète entre les passages.

Pour laisser le temps à l’athlète d’atteindre sa vitesse de croisière. Nous chronométrons le temps entre le passage aux 25 mètres et le passage aux 45 mètres (les essais sont filmés). Sur ce même intervalle, nous mesurons la période du cycle moyenne et en déduisons la fréquence. La figure B.2 montre ce que nous observons grâce à la caméra. Le départ et l’arrivée du 20

mètres sont repérés par les plots bleus. Ces plots sont décalés par rapport au marquage au sol afin de prendre en compte les effets de perspective.



FIGURE B.2 – Passage 9/10 de l'athlète de demi-fond.

Deux athlètes effectuent ce test : un sprinteur de niveau national sur 400 mètres haies, ainsi qu'un coureur de demi-fond, de niveau national sur 10 kilomètres et semi-marathon.

B.3 Résultats

Les résultats sont présentés sur la figure B.3. Comme attendu, le sprinteur a une vitesse maximale plus élevée que le coureur de demi-fond. Les courbes sont toutefois très proches. Comme observé sur la figure B.1, la fréquence n'est pas nulle quand la vitesse est nulle. Ici, la fréquence de surplace vaut $f(V = 0) \approx 1.15$ Hz. De plus, la vitesse est linéaire en la fréquence à partir d'une fréquence critique $f_c \approx 1.45$ Hz. Pour $f > f_c$, la distance par cycle est donc constante et vaut $SL \approx 4.2$ m. Nos résultats sont donc fidèles à ceux observés dans la littérature.

B.4 Comparaison avec la natation

Nous observons deux régimes comme en natation. De plus, le nombre de passages dans le premier régime (en moyenne 3) est similaire avec ce que nous observons en natation. Comme en natation également, la pente de la courbe fréquence - vitesse est plus grande dans le premier régime que dans le second régime.

En revanche, l'évolution de la distance par cycle est différente. En natation, la distance par cycle est une fonction décroissante de la vitesse : aux hautes vitesses, le temps de glisse

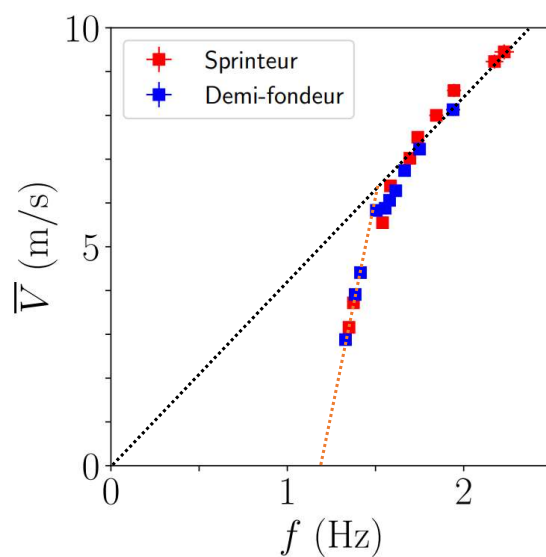


FIGURE B.3 – Relation fréquence - vitesse pour les deux athlètes testés.

diminue et la distance par cycle est donc plus faible. En course à pied, la distance par cycle maximale est atteinte dans le second régime.

Il serait intéressant de mesurer la force de réaction au sol sur les essais en course à pied. Contrairement à la natation, on s'attend à ce que la force de propulsion augmente dans le second régime. Dans le cas contraire, il paraît difficile de maintenir une distance par cycle constante en augmentant la fréquence.

C

ETUDE PHYSIQUE DU KAYAK

Dans l'annexe suivante figure notre article sur l'étude du kayak. Cet article fait suite au stage de Loup Hasbrouq, kayakiste de niveau national. L'article présente les dispositifs expérimentaux lors des tests réalisés (départ arrêté, décélération, 10 × 50 mètres progressif), les résultats expérimentaux, ainsi que les modèles qui permettent de décrire le mouvement d'une part et la relation fréquence - vitesse d'autre part.

On the Physics of Kayaking

Charlie Prétot ^{1,2} , Rémi Carmigniani ¹, Loup Hasbroucq ², Romain Labbé ³, Jean-Philippe Boucher ³ and Christophe Clanet ^{2,*}

¹ LHSV, Ecole des Ponts, EDF R et D, 77455 Marne-la-Vallée, France

² LadHyX, UMR 7646 du CNRS, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, France

³ Phyling, Drahi Xnovation Center, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, France

* Correspondence: christophe.clanet@ladhyx.polytechnique.fr

Abstract: The propulsion force of a kayaker can be measured thanks to sensors placed on the paddle. This article aims at linking this force to the evolution of the velocity of the boat. A general model is proposed to describe the motion of a K1 kayak. To validate the model and evaluate the relevant physics parameters, three on-water kayaking trials are proposed: a pure deceleration, a standing start, and 10 × 50 m with two athletes at the national level. These trials were performed with a force sensor on the paddle and video recording. We used the deceleration to evaluate the drag of the boat. Then the standing start showed that there was an active drag coefficient while kayaking. Finally, the 10 × 50 m exhibited a power law of one-third between the velocity and the stroke rate. The acceleration during the standing start together with the relationship between the velocity and stroke rate were well captured theoretically. This approach enabled us to evaluate the important parameters to describe a kayak race: the drag of the boat, an active drag coefficient, the mean propulsive force, and a propulsive length. It can be used to characterize athletes and monitor their performances.

Keywords: propulsion; stroke rate; velocity; drag



Citation: Prétot, C.; Carmigniani, R.; Hasbroucq, L.; Labbé, R.; Boucher, J.-P.; Clanet, C. On the Physics of Kayaking. *Appl. Sci.* **2022**, *12*, 8925. <https://doi.org/10.3390/app12188925>

Academic Editors: Mark King and Alessandro de Sire

Received: 2 May 2022

Accepted: 1 September 2022

Published: 6 September 2022

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2022 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

In a kayak, the paddler is seated in the direction of motion (contrary to rowing) and uses a double-bladed paddle, as presented in Figure 1a–c. Kayak races are ruled by the International Canoe Federation [1], which states that two different disciplines exist at the summer Olympics: slalom in river and sprint on flatwater. The latter is the one studied in the present paper. K1, K2, and K4 indicate the number of kayakers per boat; we present in Figure 1d the nine different events that took place in Rio-2016 with the corresponding race lengths for both men and women and the different boat sizes and minimum weights. The time of the winner is indicated in red and the corresponding mean velocity is in blue.

Jackson [2], in his seminal work entitled *Performance prediction for Olympic kayaks*, gives the main characteristics of flatwater kayak races as far as physics is concerned: for single male and female races (K1), the boats of typical length $L = 5.2$ m reach $V = 4.83$ m/s for men and $V = 4.24$ m/s for women using paddles of blade areas $A_B = 0.063$ m² and a stroke cycle frequency of $f \approx 1$ Hz. Compared to the results of the Rio Olympic games presented in Figure 1b, we observe that these numbers are still of a good order of magnitude.

The underlying hydrodynamics has since been studied in detail for both hulls [3,4] and paddles [5,6], allowing the optimization of shapes. Using the length of the boat, L , and its velocity, V , we evaluated the Reynolds number $Re_L = \rho V \cdot L / \eta = 2.5 \times 10^7$ and the Froude number $Fr = V / \sqrt{gL} = 0.67$. Both values indicate that the total drag F_D can be written as the sum of the turbulent skin friction and the wave drag [2]:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho V^2 \left(S \cdot C_{sj} + \frac{\Omega^{5/3}}{L^3} C_{wj} \right), \quad (1)$$

where S is the wetted area, $C_{sj} = 0.0028$, the turbulent skin drag coefficient, Ω is the immersed volume, $C_{wj} = 11$, the wave drag coefficient. Since the wetted surface is related to the immersed volume by the relation $S \approx 2.5\sqrt{\Omega L}$, one deduces for an athlete and boat mass of 90 kg at $V = 4.8$ m/s, a drag force $F_D \approx 75$ N, which means a dissipated power $P_D = F_D \cdot V \approx 360$ W. In this example, the wave drag (second term in Equation (1)) accounts for 22% of the total drag.

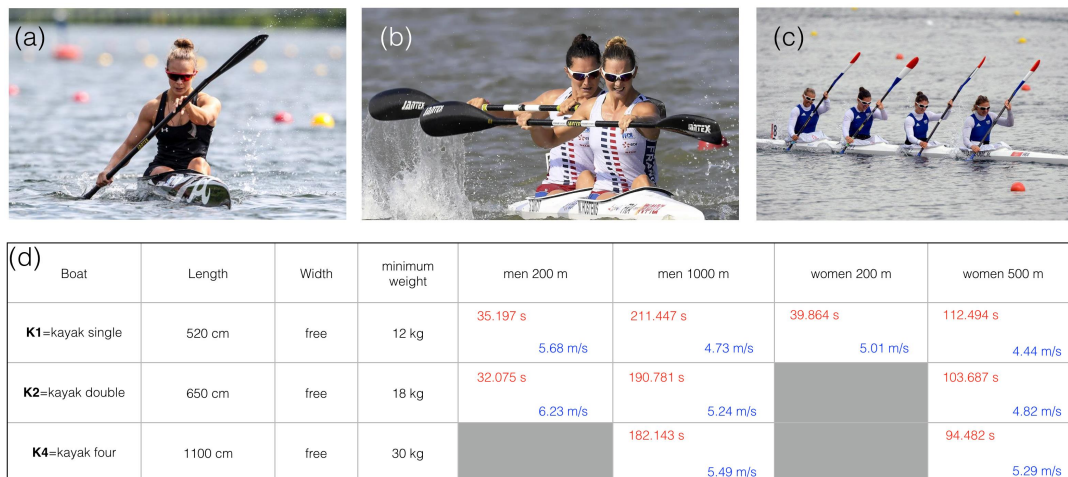


Figure 1. (a) K1 women’s kayak race, (b) K2 women’s kayak race, (c) K4 women’s kayak race, (d) presentation of the 9 Olympic events in kayaks at the Rio 2016 Olympic games with corresponding boat characteristics. The time of the winner is indicated in red and the corresponding mean velocity in blue.

To our knowledge, in the existing literature on kayaking, few have directly measured the propulsion force in the paddle. Bjerkefors [7] studied the power output but on an ergometer whereas Klitgaard [8] showed that there are significant kinematic differences between the ergometer and the ecological situation. Most of the on-water trials focus on the kinematic measurements of the instantaneous velocity [9], or of the average stroke rate, stroke length, and velocity per 50 m [10]. The force on the paddle was evaluated for kayaking [11–14] and canoeing [15] but was not linked to the kinematics directly. On the contrary, Delgado [16] proposed a model for the evolution of the velocity of a kayak without experimental measurements of the force and the velocity.

In the present paper, we propose an on-water study with kinematics and dynamic measurements thanks to an instrumented paddle. Our goal here was to quantify and model the dynamics of the kayak through simple physics parameters. We could then compare the measured force and the evolution of the velocity thanks to the equation of motion. The paper is organized as follows. In the first section, we detail the experimental set-up and our theoretical motivations. Then we present three trials to validate and interpret our model: a pure deceleration trial, a standing start, and a 10×50 m with a progressive increase of the velocity between the trials. The first trial characterizes the drag of the boat. The last two trials validate the model in the transient regime and the steady regime.

2. General Model and Experimental Set-Up

2.1. Theoretical Motivation

In this article, we focus on the K1 kayak, meaning that there is only one athlete on the boat. The dynamics of the kayak are described by Newton’s equation, which takes the following scalar form along the direction of motion:

$$M_e \frac{dV}{dt} = F_m(t) - F_D(t), \tag{2}$$

where $M_e = M_t + M_a$ is the sum of the total mass $M_t = M_k + M_b$ (M_k is the mass of the kayaker and M_b is the mass of the boat) and of the added mass M_a , which accounts for the mass of the water entrained by the boat. In Equation (2), the force $F_m(t)$ is the propulsive force exerted by the blade on the water in the direction of motion and $F_D(t)$ is the total drag.

We wanted to evaluate the different contributions of this equation and find a simple model of the evolution of the velocity in the kayak. In the first experiment, we set $F_m(t) = 0$. This pure deceleration trial allowed us to evaluate the drag of the kayak. In the second experiment, we performed a standing start, measuring $F_m(t)$ and linking this force to the evolution of the velocity. Finally, we set $M_e dV/dt = 0$ in steady motion at different velocities to exhibit a velocity–stroke rate relationship thanks to the balance of forces.

2.2. Experimental Set-Up

2.2.1. Athletes and Boats

The experiments were conducted at the nautic club of Ecole Polytechnique with two male expert kayakers who used their own kayaks. We named them A1 and A2. The main characteristics of the kayakers and their boats are presented in Figure 2. A1 is a national U23 athlete, of height 1.70 m and weight 64 kg. A2 is an international U23 athlete, height 1.81 m, and weight 74 kg. The athletes both used a Gamma Rio M blade from Jantex mounted on a Kevlight MFTech shaft equipped with strain gauges (see Figure 3). The athletes could vary the paddle lengths based on their preferences. The total mass of the paddle was 730 g and was neglected compared to the boat and athlete masses.





athlete			boat		paddle		
name	height mass age	specialty level	type & brand	boat mass length maximal width	blade	Shaft	total length of the paddle
A1	1.70 m 64 kg 23 yo	Ocean Racing National U23	 Quattro M - Nelo	12 kg 5.20 m 0.41 m	 Gamma Rio M Jantex 0.076 m ²	Kevlight MFTech	2.16 m
A2	1.81 m 74 kg 23 yo	Sprint International U23	 Wakatwo-KickTheWaves	10 kg 4.50 m 0.61 m	 Gamma Rio M Jantex 0.076 m ²	Kevlight MFTech	2.10 m

Figure 2. Main characteristics of the athletes, boats, and paddles used in the experiments.

2.2.2. Force Measurement

Strain gauges were placed on the paddle and linked to an acquisition card attached to the middle of the paddle (see Figure 3). The force was recorded at a sample rate of 100 Hz and the data were stored in a waterproof box *MaxiPhyling* placed in the boat. We used Bluetooth to connect the acquisition card and the *MaxiPhyling* box. In the same waterproof box, there was an accelerometer and a gyrometer, evaluating the contribution of the yaw, pitch, and roll. The data are stored on an SD card in the box. The force sensor was calibrated with calibration masses attached to the center of the immersed part of the paddle (Figure 3). Both sides were calibrated separately.

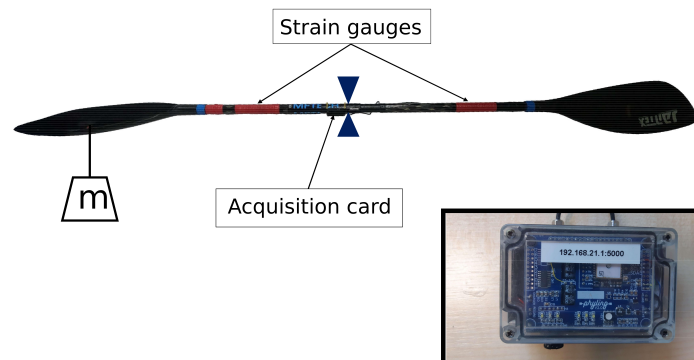


Figure 3. Calibration of the instrumented paddle used for the experiments. The mass “m” symbolizes the mass of calibration. On the right bottom corner, we show the waterproof box *MaxiPhyling* placed on the boat.

2.2.3. Velocity Measurement

We recorded the trials via a fixed camera (GoPro) set on a tripod placed on the lake bank. The sample rate was 60 frames per second. The selected angle of view made it possible to observe 40 m of the kayak displacement on the water. We tracked both the front extremity (x_F, y_F) and back extremity (x_B, y_B) of the boat. We call M the center of the boat $(x_M, y_M) = (\frac{x_B+x_F}{2}, \frac{y_B+y_F}{2})$. All the coordinates are defined Figure 4. Knowing the boat length L_B (in meters), we could compute the velocity as:

$$V(t) = \frac{\sqrt{(x_M(t + \Delta t) - x_M(t - \Delta t))^2 + (y_M(t + \Delta t) - y_M(t - \Delta t))^2} L_{\text{boat}}}{\sqrt{(x_F(t) - x_B(t))^2 + (y_F(t) - y_B(t))^2} 2\Delta t} \quad (3)$$

The coordinates (x, y) are in pixels. We used this formula to correct the effect of perspective along the trajectory. We checked that the length of the boat in pixels did not vary in the interval of time $[t - \Delta t, t + \Delta t]$. Depending on the experiment we performed, we used different values of Δt . This was a trade-off between filtering the noise of measurement and capturing the fast evolution of the velocity.

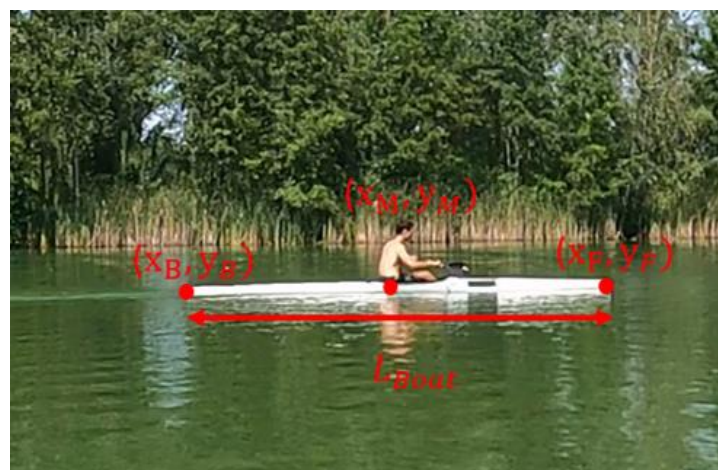


Figure 4. Description of the notation used to compute the velocity of the boat. The coordinates (x, y) are in pixels whereas L_{boat} is in meters.

3. Pure Deceleration: The Zero Propulsion Limit, $F_m(T) = 0$

Pure deceleration was achieved when the kayaker stopped paddling and removed the blades from the water, keeping a constant position along a straight path.

3.1. Observations and Velocity Evolution

An example of a pure deceleration sequence is presented in Figure 5. After a few paddling cycles, which allowed the kayaker to reach the velocity V_0 , the kayaker stopped paddling and kept the same position along a straight path down to rest.

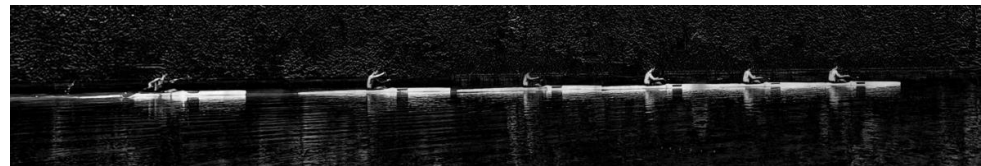


Figure 5. Chronophotography illustrating a deceleration test performed with L to measure the effective mass M_e via the deceleration of the boat. The time between each frame was $\Delta t = 0.167$ s.

Quantitatively, the time evolution of the velocity during the deceleration is shown in Figure 6a. We observed that the decrease was not linear and that it took typically 5 s for the velocity to decrease by a factor of 2 from its initial value $V_0 \approx 4.5$ m/s to $V_0/2$. To describe this deceleration, we use the no-propulsion limit ($F_m = 0$) in Equation (2), which reduces to:

$$M_e \frac{dV}{dt} = -\frac{1}{2} \rho SC_D V^2, \tag{4}$$

where SC_D is the total drag area. Assuming that SC_D remains almost constant, the theoretical solution deduced from Equation (4) is:

$$\frac{V_0}{V(t)} = 1 + \frac{t}{\tau} \quad \text{where} \quad \tau = \frac{2M_e}{\rho SC_D V_0}. \tag{5}$$

In this expression, τ is the characteristic time over which the velocity decreases ($V(t = \tau) = V_0/2$). The corresponding time evolution of the velocity ratio $V_0/V(t)$ is presented in Figure 6b for Athlete A1 (black squares) and for Athlete A2 (red squares). In both cases, the theoretical affine relationship expected from Equation (5) was observed; we measure $1/\tau \approx 0.180 \pm 0.005 \text{ s}^{-1}$. Thus, the velocity decreases over the characteristic time $\tau \approx 5.55$ s.

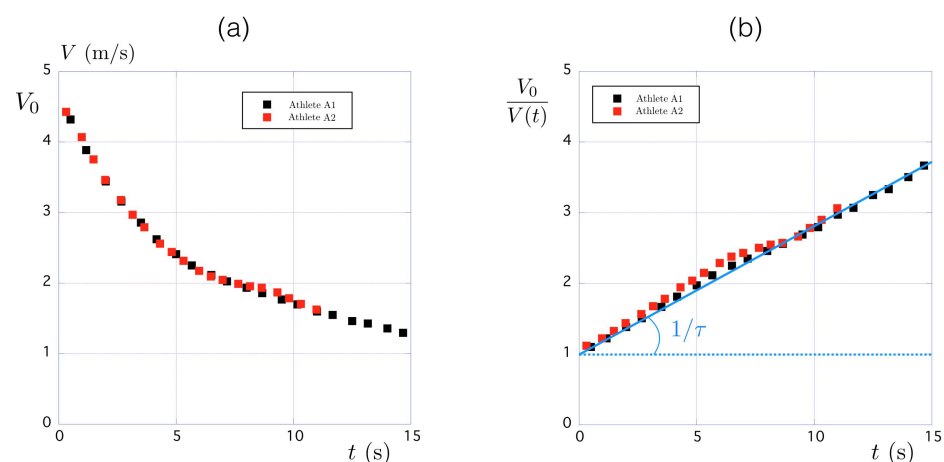


Figure 6. (a) Time evolution of the velocity $V(t)$ for Athlete A1 (black squares) and Athlete A2 (red squares). (b) Time evolution of the velocity ratio $V_0/V(t)$ for Athlete A1 ($V_0 = 4.76$ m/s) and Athlete A2 ($V_0 = 4.98$ m/s).

3.2. The Effective Mass M_e

As seen in Equation (2), the inertia of the kayaker and his boat did not only depend on M_t , the sum of the mass of the kayaker M_k , and the mass of the boat M_b . The added mass could be estimated using the data for an ellipsoid presented in Figure 7 [17]. The volume of the ellipsoid of the long axis a and small axis b is $\Omega_{el} = 4/3\pi ab^2$. While moving along the large axis direction, the added mass is a fraction of the displaced mass $M_a = K_{am}\rho\Omega_{el}$ where the constant K_{am} depends on the aspect ratio a/b as shown in Figure 7b. For a sphere ($a/b = 1$) one recovers the classical result $K_{am} = 1/2$. For a kayak of aspect ratio $a/b \approx 5.2/0.41 = 12.7$ (Athlete A1) one finds $K_{am} \approx 0.017$ so that the added mass can be estimated to $M_a = K_{am} \cdot M_t \approx 1.3$ kg. Thus, the corresponding effective mass for Athlete A1 is deduced: $M_e = 77.3$ kg. The same calculation for Athlete A2 leads to $K_{am} = 0.0332$ so that $M_a = K_{am} \cdot M_t \approx 2.8$ kg from which $M_e = 86.8$ kg.

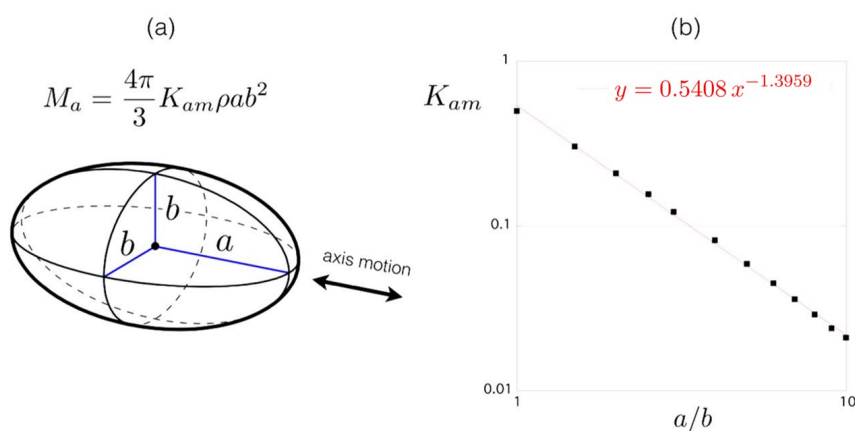


Figure 7. (a) Presentation of the ellipsoid. (b) Added mass factor K_{am} as a function of the aspect ratio a/b .

3.3. The Total Drag, F_d

The total drag $F_D = 1/2\rho SC_D V^2$ is composed of three different contributions, the skin friction, F_s , on the slender hull associated with the immersed part of the boat; the wave drag, F_w , associated with the interfacial wake produced by the motion of the boat; and the aerodynamic drag, F_a , due to the airflow around the bluff kayaker [18,19]. Using the expression of the deceleration time τ in Equation (5), we can estimate the value of the total drag area SC_D for the two kayakers. Using $\tau = 5.55$ s, $M_e = 77.3$ kg and $V_0 = 4.76$ m/s we find $SC_D = 5.85 \times 10^{-3}$ m² for Athlete A1. Using $\tau = 5.55$ s, $M_e = 86.8$ kg and $V_0 = 4.98$ m/s we find $SC_D = 6.38 \times 10^{-3}$ m² for Athlete A2. In Appendix A, we show that we can recover theoretically this value by estimating the contribution of each involved drag. In the present discussion, we neglected the impact of the wind and potential currents in the lake. As we show in Appendix A, aerodynamic drag accounts for 6% of the total drag. Therefore, we expect a small impact of the wind (typically 5 km/h) on the results. Concerning the currents, we performed the experiments in a small closed lake, and we considered that they were negligible.

4. Standing Start

In this section, we analyze the results of the standing start trial and recovered the evolution of the velocity thanks to the force measurement and the estimation of drag obtained in the previous section. Before analyzing the first couple of strokes, we analyzed a single stroke.

4.1. Single Paddling Stroke

An example of a single paddling stroke is presented in Figure 8. This stroke corresponds to the third stroke after the start in the present case (see blue arrow in Figure 9). The sequence in (a) decomposes the stroke from the entrance of the paddle (image 1) to its exit (image 12). The time lapse between images was constant ($\Delta t = 0.05$ s) so the whole stroke lasted 0.55 s. The angle θ between the paddle and the water surface is defined in Figure 8b together with the measured normal force \underline{F} .

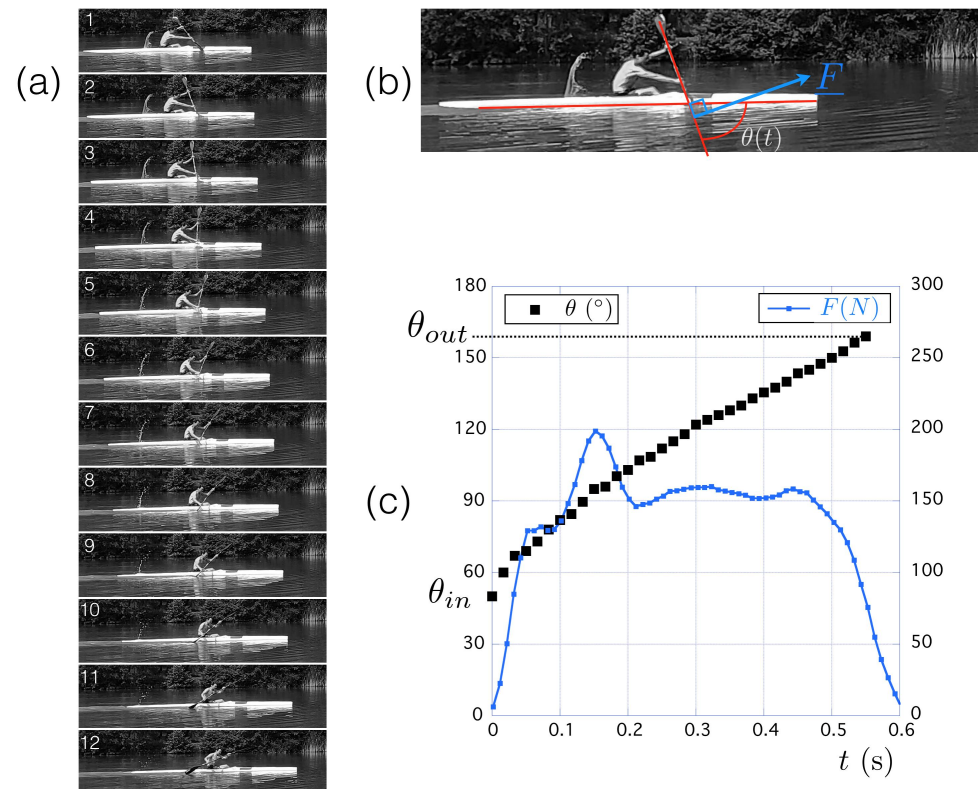


Figure 8. (a) Time sequence of a single paddling stroke performed by Athlete A1. The time lapse between each image is $\Delta t = 0.05$ s. (b) Definition of the paddle angle θ and the normal force \underline{F} . (c) Time evolution of the paddle angle θ (black squares) and the normal force intensity F (blue squares).

The time evolution of θ and $F = \|\underline{F}\|$ during the stroke is shown in Figure 8c. Focusing on the paddle angle, we observe that this angle starts at $\theta_{in} \approx 50^\circ$, quickly increases to 60° , and then evolves with an almost constant slope of $\omega_P = 3.2$ rad/s up to the exit angle $\theta_{out} \approx 160^\circ$. Concerning the force, it increases during the entrance of the blade (first 0.1 s) and decreases during its exit (last 0.1 s) and exhibits a mean value of the order of 155 N in between. We observe little variations of θ_{in} and θ_{out} between the stroke cycles and the athletes between the different tests (less than 5° on the typical variation of 100°).

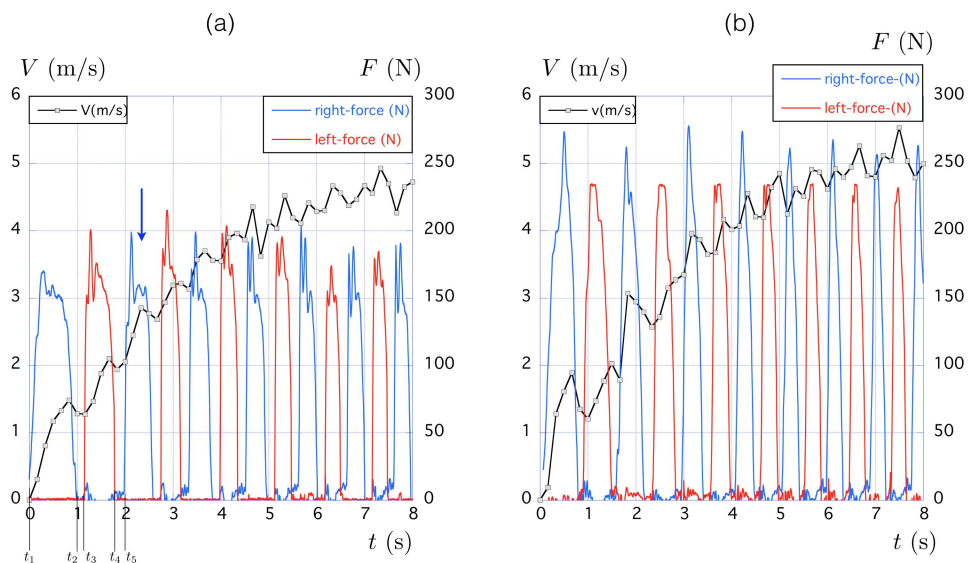


Figure 9. Time evolution of the velocity (solid black line with units on the left vertical axis) and the forces (solid colored curves with units on the right vertical axis) corresponding to the chronophotography presented in Figure 10. (a) Data for Athlete A1. The blue arrow indicates the cycle that is detailed in Figure 8. (b) Data for Athlete A2. The blue color is used for the force measured on the right paddle while the red color is used for the left. The quantity F is the intensity of the force exerted in the direction normal to the paddle surface.

4.2. Experimental Data of the Standing Start

The two kayakers were asked to perform a standing start “as fast as they could” to characterize the acceleration phase. A chronophotography composed of the superposition of six pictures taken at equally spaced times $\Delta t = 1.66$ s is presented in [Figure 10a for Athlete A1 and Figure 10b for Athlete A2].

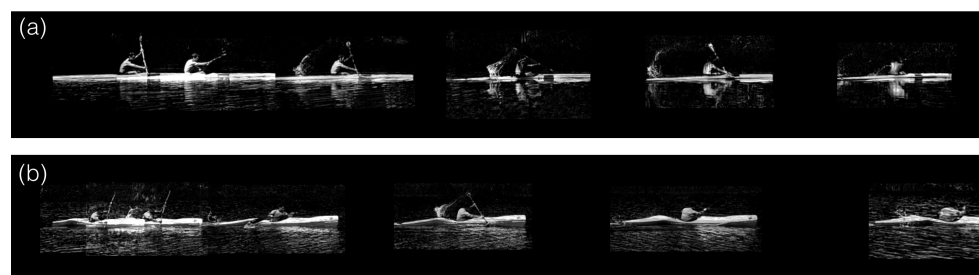


Figure 10. Chronophotography of a standing start. The time lapse between images is $\Delta t = 1.67$ s: (a) Athlete A1. The length scale is given by the length of the boat (5.2 m). (b) Athlete A2. The length scale is given by the length of the boat.

The corresponding time evolution of the velocity is presented with black solid lines in Figure 9 for the two kayakers. The grey squares underline that the velocity was measured every 0.16 s at a frequency of 6 Hz. Qualitatively, the velocity build-ups were similar for the two athletes and we first analyzed the one obtained with Athlete A1 (Figure 9a). The velocity increased from 0 to 5 m/s over a characteristic time of the order of 5 s. The associated acceleration is thus of the order of 1 m/s^2 . The fluctuations observed on the velocity signal are associated with the periodic motion of the paddle. This is shown with the force signal reported in blue for the right blade and in red for the left blade. The maximal values of the blade force are of the order of 200 N.

Even if the maximal forces were larger for the second kayaker (Figure 9b), the same features were observed in the time evolution of his velocity. This observation reveals that

even if the boat and kayaker specialties are different, as underlined in Figure 2, the dynamics of the boat during a standing start are characterized by generic features, which need to be studied.

We define the period T as the time needed for a blade to perform a full cycle, from one water entry to the next. The stroke rate f is defined as $1/T$. In Figure 9, we show for the first stroke the different time markers. A period corresponds to $T = t_5 - t_1$. We observe in Figure 9 that the first cycle was longer than the subsequent ones for both kayakers. We also observe that there was a delay with no force between the end of a propulsive phase and the beginning of the next one. This corresponds to the recovery time t_0 during which both paddles were in the air. During all of those phases, the velocity of the boat systematically decreased due to the friction with the water and air. For the first cycle, $t_0 = (t_3 - t_2) + (t_5 - t_4)$.

Quantitatively, the evolution of the (period T) and of the recovery time t_0 are presented in Figure 11 as a function of the cycle number n : for the first kayaker, the period decreased quickly from 2 s in the first cycle to 1 s in the fifth cycle. The decrease was quick in the sense that, in the second cycle, the period was already 1.34 s (Figure 11a). Concerning the recovery time t_0 , it remained almost constant and equal to $t_0 \approx 0.31$ s. In the last cycles, 2/3 of the period was dedicated to the propulsive phase and 1/3 to the side-change (aerial phase).

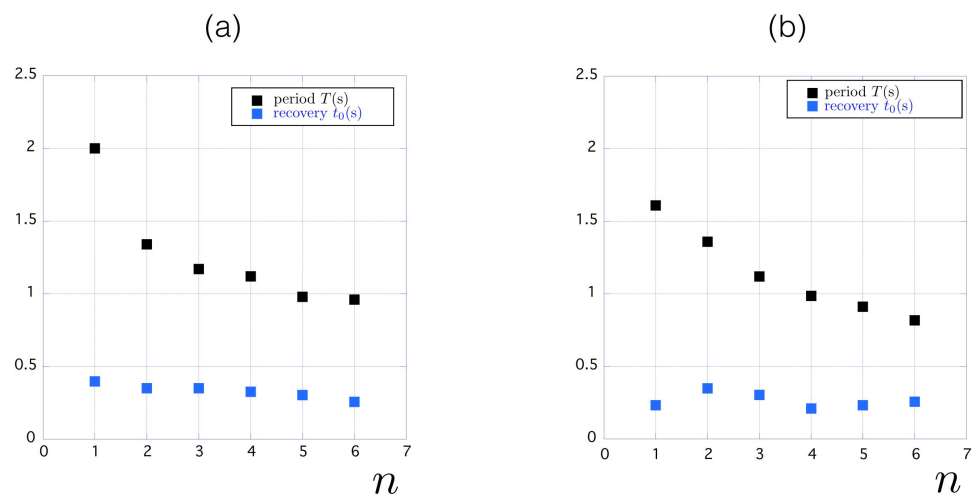


Figure 11. Evolution of the period T and of the recovery time t_0 as functions of the cycle number n during the two standing starts presented in Figure 9: (a) Athlete A1, (b) Athlete A2.

For the second kayaker, the evolution is presented in Figure 11b. The period also decreased by a factor of 2 between the initial cycle ($T = 1.6$ s) and the sixth cycle ($T = 0.8$ s) but the evolution was slower. The recovery time t_0 remained almost constant and equal to $t_0 \approx 0.28$ s. Again, in the last cycles, we recover the 2/3–1/3 proportions between the propulsive and the aerial phases.

4.3. Theoretical vs. Experimental Velocity

Knowing the effective mass M_e (Section 3.2) and the total drag F_D (Section 3.3) one can use the full Equation (2) to predict the time evolution of the velocity for a given propulsion force $F_m(t)$. This was done by solving the differential equation:

$$M_e \frac{dV}{dt} = F(t)n\theta(t) - K \frac{1}{2} \rho S C_D V^2 \quad \text{with} \quad \theta(t) = \theta_{in} + (\theta_{out} - \theta_{in}) \frac{t - t_{in}}{t_{out} - t_{in}} \quad (6)$$

For the standing starts presented in Figure 9, this equation was solved with the initial condition $V(t = 0) = 0$ together with the measured force $F(t)$. The paddling dynamics are accounted for via the entrance (θ_{in}) and exit angles (θ_{out}) together with the corresponding

instants (t_{in} and t_{out}). In the above Equation (6), we also introduced a constant $K \geq 1$ in front of the total drag $F_D = 1/2\rho S C_D V^2$ in order to account for the increase in the drag associated with the perturbed motion of the boat (surge, heave, sway, pitch, yaw, roll) that appeared once paddling started [1,20]: an active drag coefficient.

We compare in Figure 12 the velocity $V(t)$ obtained by the numerical integration of Equation (6) to the value measured experimentally. The comparison for Athlete A1 is presented in Figure 12a and the one for Athlete A2 in Figure 12b. In both cases, the zero perturbation limit ($K = 1$) is shown with a blue solid line and the best fit with a red solid line. We obtained $K = 1.25$ for Athlete A1 and $K = 1.1$ for Athlete A2, which means that the drag while paddling was 25% larger than the one measured with no paddling for Athlete A1 and 10% larger for Athlete A2. This difference is probably associated with the stability of the boat, which was larger for Athlete A2. Indeed, the boat for Athlete A2 was wider ($w = 61$ cm) than the boat of Athlete A1 ($w = 41$ cm). This hypothesis is confirmed by the gyroscope placed in the boat. The average norm of the angular velocity $\bar{\omega} = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} dt$ reached $43^\circ/s$ for Athlete A2 and $\bar{\omega} = 33^\circ/s$ for athlete A1 at high velocities. This shows the lack of stability of the most narrow boat of A1; however, this higher angular velocity can also be caused by a less efficient technique of A1. There should be an optimal width of the boat for a given kayaker, minimizing the coefficient $K S C_D$.

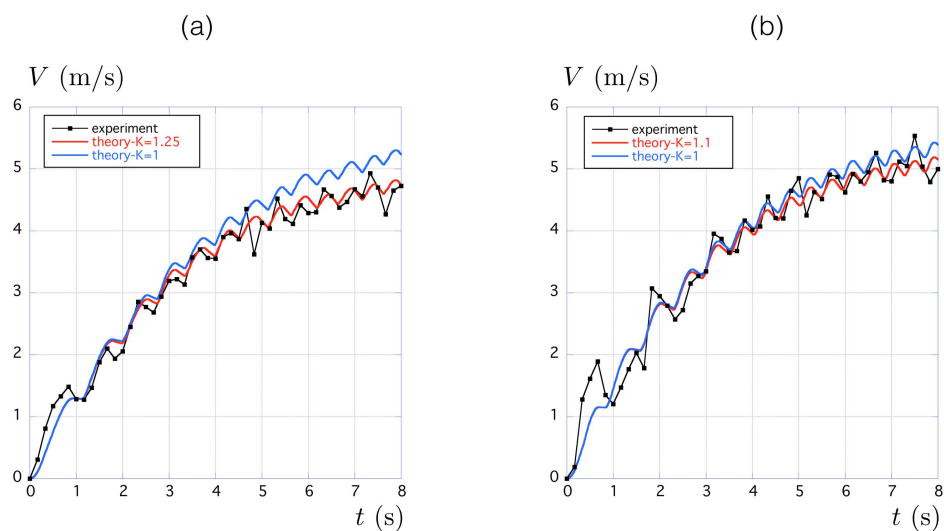


Figure 12. Comparison between the velocity measured experimentally and the one obtained by the numerical integration of Equation (6), for Athlete A1 (a) and for Athlete A2 (b).

4.4. An Algebraic Approximate Solution for the Mean Velocity

A different way to look at the motion of the kayak consisted of taking a picture of each time the right paddle entered the water. When such a move was done, we observed a steady motion where all the quantities were averaged over a period: $\bar{\zeta} = 1/T(n) \int_{t(n)}^{t(n)+T(n)} \zeta(t) dt$ where $T(n)$ is the duration of the n th cycle and $t(n)$ is the time at which the n th cycle starts. The average total force \bar{F} and average propulsive component $\bar{F}_m = \bar{F}n\theta$ for the standing start (Figure 9) are shown in Figure 13a. We observe that these forces remain almost constant over the first seven cycles.

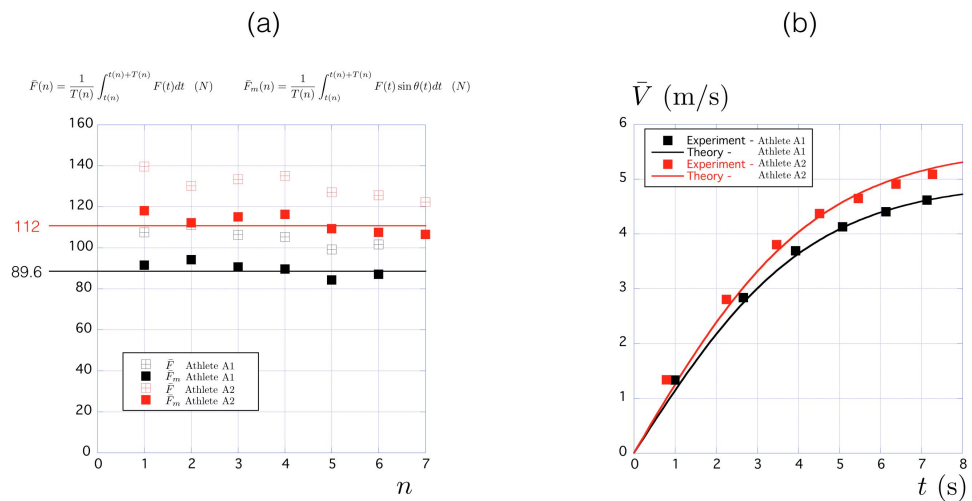


Figure 13. (a) Evolution of the mean total force \bar{F} and mean propulsive component $\bar{F}_m = \overline{Fn\theta}$ over the first n cycles of the standing start are presented in Figure 9 (b).

The equation of motion for the average quantities can be obtained by averaging Equation (6):

$$M_e \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F}_m - K \frac{1}{2} \rho S C_D \bar{V}^2 \tag{7}$$

In this equation, we used the approximation $\overline{V^2} \approx \bar{V}^2$, which is valid if period T was small compared to the characteristic time in which the velocity changes $1/\tau_c = 1/VdV/dt$. In the present application, the period is typically 1 s while the velocity changes over $\tau_c \approx 5$ s. Both values justify the approximation. Since \bar{F}_m is shown in Figure 13a to also be constant, Equation (7) can be integrated and lead to the algebraic solution:

$$\bar{V}(t) = \bar{V}_{\max} \tanh(t/\tau) \quad \text{with} \quad \bar{V}_{\max} = \sqrt{\frac{2\bar{F}_m}{K\rho S C_D}} \quad \text{and} \quad \tau = \frac{M_e \bar{V}_{\max}}{\bar{F}_m}, \tag{8}$$

where τ is the characteristic time needed to reach the maximal velocity \bar{V}_{\max} . Using the values obtained for Athlete A1 ($\bar{F}_m = 89.6$ N, $M_e = 77.3$ kg, $K = 1.25$, $S C_D = 5.85 \times 10^{-3}$ m²) we have $\tau = 4.2$ s and $\bar{V}_{\max} = 4.95$ m/s. The same evaluation for Athlete A2 ($\bar{F}_m = 112$ N, $M_e = 86.8$ kg, $K = 1.1$, $S C_D = 6.38 \times 10^{-3}$ m²) leads to $\tau = 4.4$ s and $\bar{V}_{\max} = 5.6$ m/s.

The comparison between the time evolution of the mean velocity $\bar{V}(t)$ measured experimentally and the algebraic solution (8) is presented in Figure 13b with a fair agreement for both kayakers.

5. The 10 × 50 Meter Trial: Kayaking at Constant Velocity

5.1. Experimental Data

In the third type of experiment, the athletes were asked to keep a constant velocity of over 50 m during 10 different trials. The constraint was to increase the velocity at each trial from the lower (at trial number 1) to the fastest velocity (in trial number 10). Stroke rate f was not imposed and was measured afterward from the recorded movies. The relationship between the mean velocity \bar{V} over 50 m and stroke rate f is presented in Figure 14. For both athletes, we observed the same relationship: $\bar{V} = A f^{1/3}$ with $A \approx 4.4$.

In Figure 14b, we present the evolution of the mean projected force over the propulsion time $\tilde{F} = \int_{t_{in}}^{t_{out}} F(t)n\theta(t)dt / (t_{out} - t_{in})$. \tilde{F}_L and \tilde{F}_R correspond, respectively, to the force generated by the left arm and by the right arm. The evolution $\theta(t)$ was obtained thanks to the movie of the trial, whereas $F(t)$ was given by the sensor on the paddle. We plotted the mean value of \tilde{F}_L and \tilde{F}_R in the zone between 25 and 45 m. The values of the propulsive

force for the right arm and the left arm were close. After an increase in the three first trials, \tilde{F} remained almost constant during the seven last trials. We can express the mean force over a cycle $\bar{F} = f(\tilde{F}_L(t_{out} - t_{in})_L + \tilde{F}_R(t_{out} - t_{in})_R)$. By assuming that the kayaker propelled symmetrically, which is in fair agreement with the data, we can simplify the previous expression: $\bar{F} = 2\tilde{F}(t_{out} - t_{in})/T$. We only present the results for kayaker A1, but the results are similar for A2.

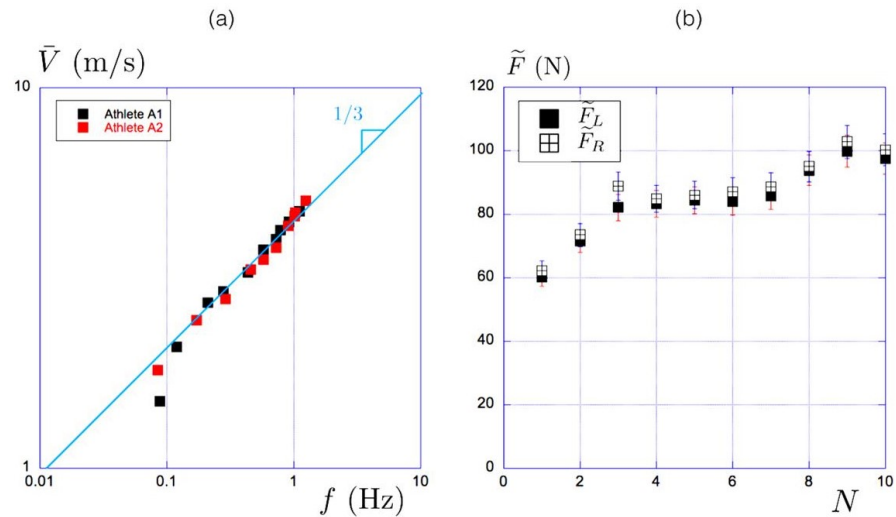


Figure 14. (a) Velocity–stroke rate relationship in the steady state regime for the two kayakers. (b) Evolution of the average propulsion force in the direction of paddling with trial N for Athlete A1. The force is averaged over the propulsion time.

5.2. Velocity–Stroke Rate Relationship Model

In this section, we model the relationship observed during the progressive 10×50 m: $\bar{V} = Af^{1/3}$ (Figure 14a). We start from Equation (7), corresponding to the average of Equation (2) over one cycle. Once the permanent regime is reached, $\frac{d\bar{V}}{dt} = 0$ (as $V(t) = V(t + T)$):

$$\bar{F}_m = K\frac{1}{2}\rho SC_D \bar{V}^2. \tag{9}$$

Using $t_p = t_{out} - t_{in}$, the propulsion time, as there are two propulsion phases (left and right assumed symmetric) during one cycle, Equation (9) yields:

$$\frac{2t_p}{T} \cdot \frac{1}{t_p} \int_{t_{in}}^{t_{out}} F(t)n(\theta(t))dt = K\frac{1}{2}\rho SC_D \bar{V}^2. \tag{10}$$

As observed in Figure 14, the mean projected force along the axis of the motion $\tilde{F} = \int_{t_{in}}^{t_{out}} F(t)n(\theta(t))dt/t_p$ is approximately constant, except for the first two trials. Therefore, we define \tilde{F}_0 as this constant value. As the stroke rate f is the inverse of the period, we obtain:

$$f \cdot t_p \tilde{F}_0 = K\frac{1}{4}\rho SC_D \bar{V}^2. \tag{11}$$

At this stage, we need to find an expression for the evolution of t_p as a function of the velocity \bar{V} . The ratio between the hydrodynamic coefficients SC_D of the boat and the paddle is small ($SC_D = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ for the boat and $SC_D = 1.2 \times 10^{-1} \text{ m}^2$ for a paddle). For this reason, we expect little drift of the paddles in the water compared to the boat during the propulsion. In the limit where the paddle is anchored in the water, the velocity of the paddle in the frame of the boat $V_{p/B}$ equals the velocity of the boat \bar{V} . Defining L_p as the length of the propulsive path of the paddle in the frame of the boat, it comes $V_{p/B} = L_p/t_p$. Therefore, the relationship between \bar{V} and t_p should be close to $1/t_p = \bar{V}/L_p$. We used the

data of the 10 × 50 m of Athlete A1 to analyze the evolution of the inverse of the propulsion time and the mean velocity (Figure 15).

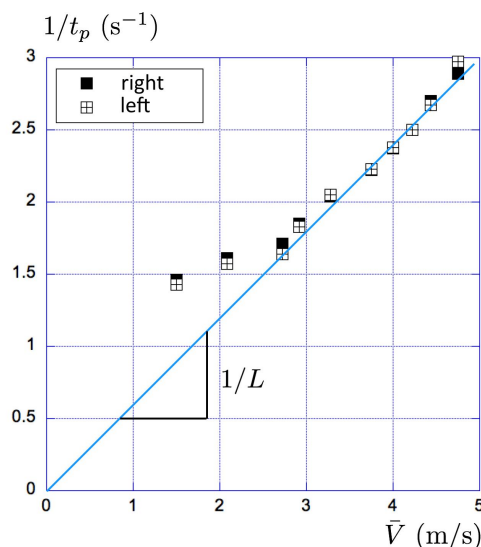


Figure 15. Evolution of $1/t_p$ as a function of \bar{V} for Athlete A1 while performing 10 × 50 m.

In Figure 15, the relationship between $1/t_p$ and \bar{V} is linear for velocities larger than 2 m/s for both arms. We found a propulsive length of $L_p = 1.64$ m for Athlete A1. This length can be compared to the arc length described by the center of a paddle, where we expect the force resultant to be applied. For Athlete A1, the distance between the two paddle centers was $\ell \approx 1.76$ m and we measured paddle angles going from 50° to 160° . This corresponds to a traveled distance $L_p \approx 0.5\ell \times \Delta\theta \approx 1.69$ m. This represents a 3% difference with the previous measurement. Using the relation between t_p and \bar{V} , Equation (11) can be simplified:

$$\bar{V} = \left(\frac{4L_p \tilde{F}_0}{K\rho S C_D} \right)^{\frac{1}{3}} f^{\frac{1}{3}}. \tag{12}$$

This equation is compatible with the experimental data presented in Section 5.1. We found $A = 4.2$ for Athlete A1 ($\tilde{F}_0 = 86$ N, $L_p = 1.64$ m, $K = 1.25$, $S C_D = 5.85 \times 10^{-3}$ m²). This value must be compared to $A = 4.4$ found experimentally. Thus, we recovered the experimental behavior with a precision of 5%. In this section, we assumed symmetry between the left and right propulsion. In the standing start experiments (Figure 9), we observed a difference in the patterns between the left and right propulsion. However, if we focus on Figures 14b and 15, we observe that the propulsion time is the same for the left arm and the right arm and there is no significant difference in the mean value of the propulsion force between the left and right. As this model is averaged on a cycle, this is no issue that the force distribution over a cycle is not symmetric, while there are similar average values of the propulsion force and propulsion time.

However, we can also adapt the model in the case of a non-symmetric propulsion. In this case, in Equation (12) we replace $2L_p \tilde{F}_0$ with $L_r \tilde{F}_r + L_l \tilde{F}_l$, where L_r and L_l are the right and left propulsive lengths and \tilde{F}_r and \tilde{F}_l are the right and left mean projected forces. This model has two additional parameters, which are not compatible with our wish to have a model as simple as possible. For this reason, we showed the model with the assumption of symmetry.

6. Conclusions

In the present paper, we provided methods to quantify and model the dynamics of kayak races. Three tests were used to evaluate the important physics parameters: a pure

deceleration, a standing start, and a progressive test of 10×50 m. The drag coefficient was evaluated from the first one. A typical value of $SC_D = 6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ was found. Theoretically, we were able to quantify the contribution of each term (skin, wave, and aerodynamic drag) and recover this value. The second test enabled us to quantify the effect of motion on the drag: an active drag coefficient. We found a drag increase of 25% ($K = 1.25$) and 10% ($K = 1.10$) for our two kayakers. The last test enabled us to evaluate the link between the velocity and stroke rate. For both kayakers, we found that this relationship could be written as $\bar{V} = Af^{1/3}$ with an explicit expression of parameter A for each athlete matching the experimental value.

The present work provides a general model to describe the propulsion in a kayak. This model is valid for the transient regime and the steady regime and could be used to develop a general optimization race algorithm coupled with physiological models [21].

The general approach proposed in the present work could be applied to other paddle-based sports, such as canoeing, rowing, and even swimming. It also presents a way to monitor and characterize athletes through four physics parameters: a drag parameter (SC_D), an active drag coefficient ($K \geq 1$), a mean projected force (\bar{F}_0), and a propulsive length (L_p).

Author Contributions: All the authors contributed equally to the paper. R.C. developed the model for the progressive test and wrote part of the paper, L.H. was in charge of analysing the data and collected part of the data, C.P. conducted the experiments, collected the data and wrote part of the paper, R.L. and J.-P.B. constructed the instrumented paddle and collected part of the data, C.C. developed the model for the standing start and wrote part of the paper. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research was funded by Agence Nationale de la Recherche (ANR) grant number ANR-2020-STHP2-0006.

Institutional Review Board Statement: Both athletes volunteered for this study and gave their written consent to participate. Measurements were done as part of their usual training with no added task.

Informed Consent Statement: Informed consent was obtained from all subjects involved in the study.

Data Availability Statement: This article has no additional data.

Acknowledgments: We deeply thank the two athletes for taking part in the field experiments. We also thank Commandant Marc Mander for his interest in the Sciences 2024 program and for letting the kayakers use the Ecole Polytechnique rowing facility center. We finally thank Alexandre Rosinski for his technical help during the different test sequences.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Appendix A

The objective of this section is to theoretically recover these experimental values and to estimate the relative contributions of the three forces F_s , F_w , and F_a .

Appendix A.1. Skin Friction F_s

Skin friction F_s is opposed to the motion and its magnitude can be written as $F_s = 1/2\rho SC_s V^2$ where S is the wetted surface and C_s is the skin friction coefficient. This coefficient depends on the Reynolds number $Re_L = \rho VL/\eta$ based on the length of the hull L (Figure A1) and the fluid density ρ and dynamic viscosity η (for water $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ and $\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$). In the range $10^4 < Re_L < 10^6$, the laminar coefficient is evaluated at $C_s = 1.33/\sqrt{Re_L}$ while at a larger Reynolds number, the commonly accepted formula is the one from the International Towing Tank Conference (ITTC) [18,22]: $C_s = (1 + k) 0.075/(\log Re_L - 2)^2$. In this expression, $(1 + k) = 2.76(L/\Omega^{1/3})^{-0.4}$ is the shape factor, which depends on the length of the boat L and the immersed volume Ω [23].

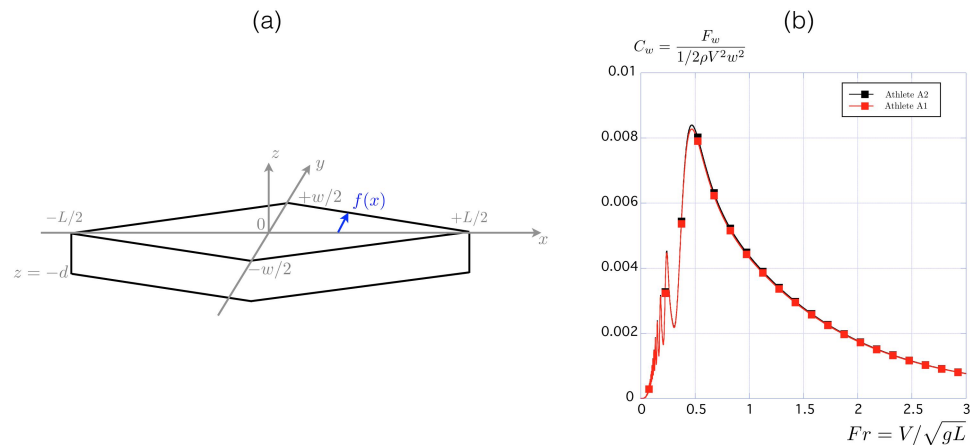


Figure A1. (a) Scheme of a prismatic hull. (b) Evolution of the wave drag coefficient C_w with the Froude number calculated with Equation (A4).

In kayaking, the typical velocity is $V = 5$ m/s and the hull length $L = 5$ m, so that $Re_L = 2.5 \times 10^7$. Using $\Omega = 80 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, one finds $(1 + k) = 1.035$. With this Reynolds number and shape factor, the above formula leads to the value $C_s = 0.0027$, which is not far from the value of 0.0028 estimated by Jackson [2]. Since the wetted surface is related to the immersed volume by the relation $S = 2.5\sqrt{\Omega L}$ [2], we finally get

$$F_s = \frac{1}{2} \rho S C_s V^2 \quad \text{with} \quad S C_s = \frac{0.5175 L^2}{(\log Re_L - 2)^2} \left(\frac{\Omega}{L^3} \right)^{0.633} \quad (\text{A1})$$

For a given load $\Omega = M_t / \rho$, since the log term remains almost constant, we deduce that the skin friction increases with the square root of the length L and almost quadratically with the velocity. For a typical load $M_t = 76$ kg, a boat length $L = 5.2$ m, and a boat speed $V = 5$ m/s the above Equation (A1) leads to $S C_s = 4.08 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ or $F_s = 51$ N for Athlete A1. The same calculation for Athlete A2 ($M_t = 84$ kg, $L = 4.5$ m, $V = 5$ m/s) leads to $S C_s = 4.38 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ or $F_s = 54.8$ N.

Appendix A.2. The Wave Drag F_w

The wave drag has a long history but one of the more compact forms is given by Mitchell formula [24–26]:

$$F_w = \frac{4}{\pi} \frac{\rho g^2}{V^2} \int_1^\infty (I^2 + J^2) \frac{\lambda^2 d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}, \quad (\text{A2})$$

where

$$I = \int \int \frac{df}{dx} e^{\lambda^2 g z / V^2} \cos(\lambda g x / V^2) dx dz \quad (\text{A3})$$

with a similar integral for J involving sine instead of cosine. In this expression of the wave drag, the function $f(x, z)$ stands for the hull shape as presented in Figure A1a.

With a simplified linear profile invariant in z (Figure A1a), the function f takes the form $f(x) = w/L(x + L/2)$ for $x \in [-L/2, 0]$ and $f(x) = -w/L(x - L/2)$ for $x \in [0, +L/2]$. In this limit, the above formula for the wave drag reduces to :

$$F_w = \frac{1}{2} \rho V^2 w^2 \frac{128}{\pi} Fr^4 \int_1^\infty \left(1 - e^{-\lambda^2 / (\beta Fr^2)} \right)^2 n^4 \left(\frac{\lambda}{4 Fr^2} \right) \frac{d\lambda}{\lambda^4 \sqrt{\lambda^2 - 1}} \quad (\text{A4})$$

where $\beta = L/d$ is the ration between the length of the boat L and the draft d . For the simplified prismatic hull presented in Figure A1a, $\Omega = 1/2 L w d$ so that $\beta = 1/2 L^2 w / \Omega$. Using the values of the parameters L , w , and M_t presented in Figure 2, we calculate the

wave drag coefficient $C_w = F_w / (1/2\rho V^2 w^2)$ and present its evolution as a function of the Froude number in Figure A1b.

The non-monotonic evolution is classical for the wave drag as well as its maximum value achieved for $Fr \approx 0.5$ [19,26]. Quantitatively for a 5.2 m long boat moving at $V = 5$ m/s one finds $Fr = 0.70$ and deduces $C_w = 6.1 \times 10^{-3}$, which leads to $F_w = 12.8$ N with $w = 0.41$ m (these values correspond to the one of Athlete A1 in Figure 2).

This value for the wave drag can be compared to the one proposed by Jackson using Equation (1): $F_{wj} = 1/2\rho V^2 C_{wj} \Omega^{5/3} / L^3$. For the same velocity, $V = 5$ m/s one finds $F_{wj} = 13.3$ N, which is in fair agreement.

The corresponding wave drag area $w^2 C_w$ is $1.02 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ for Athlete A1 (or $F_w = 12.75$ N). The same calculation for Athlete A2 leads to $w^2 C_w = 2.09 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (or $F_w = 26.1$ N), the main difference being the width of the boat.

Appendix A.3. The Aerodynamic Force F_a

The last component of the drag is the aerodynamic contribution F_a , which is the air friction on the emerged bluff body composed of the upper part of the kayaker and of the paddle (Figure A2a). Using gma_1 for the frontal area of the kayaker and gma_2 for the unshadowed paddle, we have (without wind):

$$F_a = \frac{1}{2} \rho_a (gma_1 C_{D1} + gma_2 C_{D2}) V^2, \tag{A5}$$

where ρ_a is the air density and C_{D1} (respectively, C_{D2}) is the drag coefficient associated with the frontal area gma_1 (respectively, gma_2).

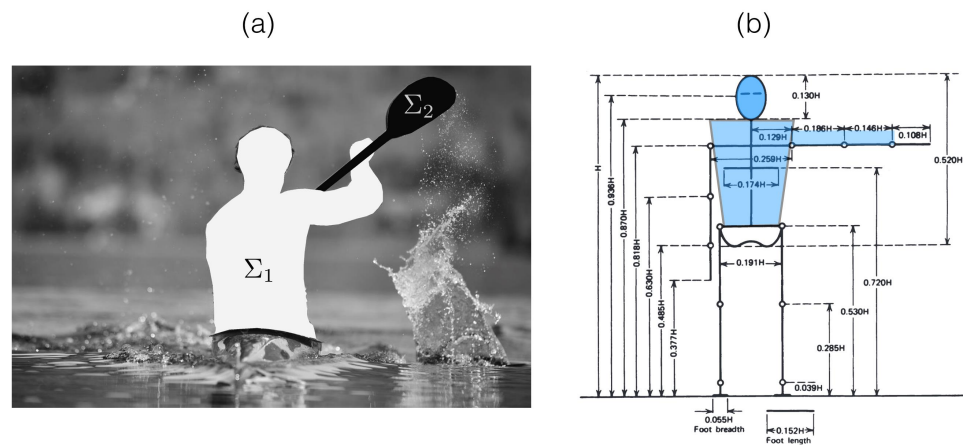


Figure A2. (a) Identification of the two bluff-emerged surfaces gma_1 for the kayaker and gma_2 for the unshadowed part of the paddle. (b) Anthropometric figure with data extracted from the work by Drillis and Contini; [27].

The frontal area of the body gma_1 can be estimated using the anthropometric data from Drillis and Contini (Figure A2b) as the blue area, which leads to $gma_1 = 0.101H^2$ where H is the size of the kayaker. The associated drag coefficient is $C_{D1} = 0.7$ [28]. For the paddle, we measure $gma_2 = 0.08 \text{ m}^2$. Using $C_{D2} = C_{D1}$ we thus estimate for $V = 5$ m/s, $F_a \approx 3.9$ N for Athlete A1, and $F_a \approx 4.3$ N for Athlete A2. The tables that we used correspond to the average distribution of mass for the population. The kayakers have more developed muscles in the upper body than in the lower body, which is why we should have slightly underestimated the aerodynamic force.

Appendix A.4. Comparison between the Theoretical Drag and the One Measured by Deceleration

The theoretical total force at $V = 5$ m/s is thus $F_D = F_s + F_w + F_a = 51 + 12.75 + 3.9 = 67.7$ N for Athlete A1, which corresponds to $SC_D = 5.4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. This value is 7.5%

smaller than the one measured via the deceleration ($SC_D = 5.85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$). Considering the relative importance of the different contributions of the drag, we find here 75% for skin friction, 19% for the wave drag, and 6% for the air drag. Even if we slightly underestimated the aerodynamic force in the last section, this is not the major part of the total drag.

For Athlete A2, the theoretical total force at $V = 5 \text{ m/s}$ is $F_D = F_s + F_w + F_a = 54.8 + 26.1 + 4.3 = 85.2 \text{ N}$. This corresponds to $SC_D = 6.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. This value is 6.7% larger than the one measured via the deceleration ($SC_D = 6.38 \times 10^{-3} \text{ m}^2$). The proportions of the three contributions are 64% for skin friction, 30% for the wave drag, and 6% for the air.

The main difference with Athlete A1 is associated with the shape of the boat, which is larger for Athlete A2 ($w = 61 \text{ cm}$ instead of $w = 41 \text{ cm}$) and, thus, induces a much larger wave drag.

We conclude that the theoretical drag is able to estimate the drag measured experimentally at $\pm 8\%$, which is fair considering the different approximations that we have used, especially concerning the shape of the hull.

Concerning the evolution of these different drag contributions with the velocity, we present in Table A1 their values in the range $V \in [1 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}]$. Equations (A1), (A4) and (A5) are, respectively, used to estimate F_s , F_w , and F_a using the parameters associated with Athlete A1: $L = 5.2 \text{ m}$, $w = 0.41 \text{ m}$, $H = 1.70 \text{ m}$, and $M_t = 76 \text{ kg}$.

Even if the different force contributions increase with the velocity, we observe in the last column of Table A1 that the total drag area remains almost constant throughout the whole velocity range $SC_D = 5.7 \pm 0.3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

Table A1. Evolution of the different drag contributions with the boat velocity estimated using the parameters associated with Athlete A1: $L = 5.2 \text{ m}$, $w = 0.41 \text{ m}$, $H = 1.70 \text{ m}$ and $M_t = 76 \text{ kg}$.

V (m/s)	Re_L	Fr	SC_s (m ²)	F_s (N)	C_w	F_w (N)	F_a (N)	F_D (N)	SC_D (m ²)
1	0.57×10^7	0.14	5.4×10^{-3}	2.7	12×10^{-4}	0.1	0.16	2.95	5.9×10^{-3}
2	1.04×10^7	0.28	4.7×10^{-3}	9.5	26×10^{-4}	0.9	0.62	11.0	5.5×10^{-3}
3	1.56×10^7	0.42	4.4×10^{-3}	20.0	77×10^{-4}	5.8	1.4	27.2	6.0×10^{-3}
4	2.08×10^7	0.56	4.2×10^{-3}	33.8	76×10^{-4}	10.2	2.5	46.6	5.8×10^{-3}
5	2.60×10^7	0.70	4.1×10^{-3}	51.0	61×10^{-4}	12.8	3.9	67.2	5.4×10^{-3}

References

- Berglund, B.; McKenzie, D. *Handbook of Sports Medicine and Science, Canoeing*; Olympic Handbook of Sports Medicine Series; John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 2018.
- Jackson, P. Performance prediction for Olympic kayaks. *J. Sport Sci.* **1995**, *13*, 239–245. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Gomes, B.B.; Conceição, F.; Pendergast, D.; Sanders, R.; Vaz, M.; Vilas-Boas, J. Is passive drag dependent on the interaction of kayak design and paddler weight in flat-water kayaking? *Sport Biomech.* **2015**, *14*, 394–403. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Gomes, B.; Machado, L.; Ramos, N.; Conceição, F.; Sanders, R.; Vaz, M.; Vilas-Boas, J.; Pendergast, D. Effect of wetted surface area on friction, pressure, wave and total drag of a kayak. *Sport Biomech.* **2018**, *17*, 453–461. [[CrossRef](#)]
- Sumner, D.; Sprigings, E.J.; Bugg, J.D.; Heseltine, J.L. Fluid forces on kayak paddle blades of different design. *Sport Eng.* **2003**, *6*, 11–19. [[CrossRef](#)]
- Hémon, P. Hydrodynamic characteristics of sea kayak traditional paddles. *Sport Eng.* **2017**, *21*, 189–197. [[CrossRef](#)]
- Bjerkefors, A.; Tarassova, O.; Rosén, J.S.; Zakaria, P.; Arndt, A. Three-dimensional kinematic analysis and power output of elite flat-water kayakers. *Sport Biomech.* **2017**, *17*, 414–427. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Klitgaard, K.K.; Hauge, C.; Oliveira, A.S.C.; Heinen, F. A kinematic comparison of on-ergometer and on-water kayaking. *Eur. J. Sport Sci.* **2020**, *21*, 1375–1384. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
- Pickett, C.W.; Abbiss, C.; Zois, J.; Blazevich, A.J. Pacing and stroke kinematics in 200-m kayak racing. *J. Sport Sci.* **2020**, *39*, 1096–1104. [[CrossRef](#)]
- Goreham, J.A.; Miller, K.B.; Frayne, R.J.; Ladouceur, M. Pacing strategies and relationships between speed and stroke parameters for elite sprint kayakers in single boats. *J. Sport Sci.* **2021**, *39*, 2211–2218. [[CrossRef](#)]
- Helmer, R.; Farouil, A.; Baker, J.; Blanchonette, I. Instrumentation of a kayak paddle to investigate blade/water interactions. *Procedia Eng.* **2011**, *13*, 501–506. [[CrossRef](#)]

12. Gomes, B.; Viriato, N.; Sanders, R.; Conceição, F.; Vilas-Boas, J.P.; Vaz, M. Analysis of the on-water paddling force profile of an elite kayaker. In Proceedings of the ISBS-Conference Proceedings Archive, Porto, Portugal, 27 June–1 July 2011.
13. Gomes, B.B.; Ramos, N.; Conceição, F.; Sanders, R.; Vaz, M.; Vilas-Boas, J. Paddling force profiles at different stroke rates in elite sprint kayaking. *J. Appl. Biomech.* **2015**, *31*, 258–263. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
14. Gomes, B.B.; Ramos, N.; Conceição, F.; Sanders, R.; Vaz, M.; Vilas-Boas, J. Paddling time parameters and paddling efficiency with the increase in stroke rate in kayaking. *Sport Biomech.* **2020**. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
15. Tullis, S.; Galipeau, C.; Morgoch, D. Detailed on-water measurements of blade forces and stroke efficiencies in sprint canoe. *Multidiscip. Digit. Publ. Inst. Proc.* **2018**, *2*, 306.
16. Delgado, D.; Ruiz, C. One-Dimensional Mathematical Model for Kayak Propulsion. *Appl. Sci.* **2021**, *11*, 10393. [[CrossRef](#)]
17. Patton, K. *An Experimental Determination of Hydrodynamic Masses and Mechanical Impedances*; Technical Report; Navy Underwater Sound Laboratory: New London, CT, USA, 1965.
18. Fossati, F. *Aero-Hydrodynamics and the Performance of Sailing Yachts: The Science Behind Sailing Yachts and Their Design*; A & C Black: Valencia, CA, USA, 2009.
19. Boucher, J.; Labbé, R.; Clanet, C.; Benzaquen, M. Thin or bulky: Optimal aspect ratios for ship hulls. *Phys. Rev. Fluids* **2018**, *3*, 074802. [[CrossRef](#)]
20. Pendergast, D.; Bushnell, D.; Wilson, D.; Cerretelli, P. Energetics of kayaking. *Eur. J. Appl. Physiol. Occup. Physiol.* **1989**, *59*, 342–350. [[CrossRef](#)]
21. Keller, J.B. A theory of competitive running. *Phys. Today* **1973**, *26*, 43. [[CrossRef](#)]
22. Hadler, J. *Coefficients for International Towing Tank Conference 1957 Model-Ship Correlation Line*; Technical Report; David Taylor Model Basin: Washington, DC, USA, 1958.
23. Molland, A.F.; Turnock, S.; Hudson, D. *Ship Resistance and Propulsion: Practical Estimation of Propulsive Power*, 2nd ed.; Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2017.
24. Michell, J. The wave resistance of a ship. *Philos. Mag.* **1898**, *45*, 106–123. [[CrossRef](#)]
25. Wehausen, J.V. The wave resistance of ships. *Adv. Appl. Mech.* **1973**, *13*, 93–245.
26. Tuck, E. The wave resistance formula of JH Michell (1898) and its significance to recent research in ship hydrodynamics. *ANZIAM J.* **1989**, *30*, 365–377.
27. Drillis, R.; Contini, R.; Bluestein, M. Body segment parameters. *Artif. Limbs* **1964**, *8*, 44–66. [[PubMed](#)]
28. Barber, H.L. Effect of Wind in the Field of Play for Elite Sprint Kayakers. Master's Thesis, Ottawa-Carleton Institute for Mechanical & Aerospace Engineering, Ottawa, ON, Canada, 2018.

Bibliographie

- [1] <https://www.yourswimlog.com/phelps-cavic-100-butterfly-beijing-documentary/>.
Cité page 3
- [2] <https://sciences2024.polytechnique.fr/>.
Cité page 3
- [3] <https://www.ouest-france.fr/jeux-olympiques/natation-artistique-jo-pas-de-medaille-a-tokyo-pour-les-jumelles-laura-et-charlotte-tremble-c745a746-f51d-11eb-8b47-20d41891af7f>.
Cité page 4
- [4] <https://olympics.com/fr/infos/tqo-le-water-polo-feminin-francais-pour-une-premiere-historique>.
Cité page 4
- [5] <https://www.sport.fr/natation/jo-2020-charlotte-bonnet-decroche-son-ticket-pour-les-demi-finales-du-200-m-nage-libre-810100.shtm>.
Cité pages 4 et 5
- [6] <https://www.francsjeux.com/2021/11/09/le-pentathlon-moderne-entre-dementi-et-casse-tete/79712>.
Cité page 4
- [7] <https://fr.wikipedia.org/wiki/triathlon>.
Cité page 4
- [8] <https://www.ffnatation.fr/actualites/disciplines/etapes-cles-dune-course-deau-libre>.
Cité page 4
- [9] <https://olympics.com/fr/sports/>.
Cité page 4
- [10] <https://www.lamontagne.fr/chamalieres-63400/sports/melanie-henique-je-connaiss-des-moments-difficiles>.
Cité page 5
- [11] <https://www.eurosport.fr/natation/championnats-d-europe/2022/euro-de-natation-yohann-ndoye-brouard>.
Cité page 5
- [12] <https://dicodusport.fr/blog/leon-marchand-claque-la-2eme-meilleure-performance-francaise-de-lhistoire-sur-200m-brasse/>.
Cité page 5
- [13] Fina swimming rules 2017-2021. <https://www.fina.org/swimming/rules>, 2017.
Cité pages 5 et 90
- [14] James G Hay. Cycle rate, length, and speed of progression in human locomotion. *Journal of applied Biomechanics*, 18(3) :257–270, 2002. Cité pages 6 et 63
- [15] D. L. Costill, J. Kovaleski, D. Porter, J. Kirwan, R. Fielding, and D. King. Energy expenditure during front crawl swimming : Predicting success in middle-distance events. *Int J Sports Med*, 6, 1985. Cité pages 6, 80, et 87
- [16] D. Chollet and S. Chatard J. C. Chaliès. A new index of coordination for the crawl : description and usefulness. *International journal of sports medicine*, 21, 02 2000. Cité pages 7, 63, 72, 75, 77, et 87
- [17] R. Carmigniani, L. Seifert, D. Chollet, and C. Clanet. Coordination changes in front-crawl swimming. *Proc. R. Soc. A.*, 476 :20200071, 2020. Cité pages 8 et 48
- [18] Julien Vantorre, Didier Chollet, and Ludovic Seifert. Biomechanical analysis of the swim-start : a review. *Journal of sports science & medicine*, 13(2) :223, 2014. Cité page 7
- [19] Ray VP Breed and Warren B Young. The effect of a resistance training programme on the grab, track and swing starts in swimming. *Journal of sports sciences*, 21(3) :213–220, 2003. Cité page 7
- [20] Tsuyoshi Takeda, Hiroshi Ichikawa, and Takeo Nomura. Effect of takeoff angle change on takeoff velocity and flight distance in swim-start. In *Book of Abstracts. 10th Annual Congress of the European College of Sports Science in Belgrade, July, 13th–16th*, 2005. Cité pages 7 et 94

- [21] Ernest W Maglischo. *Swimming fastest*. Human kinetics, 2003. **Cité page 7**
- [22] Caroline Ruschel, Luciana Gassenferth Araujo, Suzana Matheus Pereira, and Helio Roesler. Kinematical analysis of the swimming start : block, flight and underwater phases. In *ISBS-Conference Proceedings Archive*, 2007. **Cité page 7**
- [23] Scott P McLean, Michael J Holthe, Peter F Vint, Keith D Beckett, and Richard N Hinrichs. Addition of an approach to a swimming relay start. *Journal of applied biomechanics*, 16(4) :342–355, 2000. **Cité page 7**
- [24] M.P.E. Peter V. Karpovich M.D. Water resistance in swimming. *Research Quarterly. American Physical Education Association*, 4(3) :21–28, 1933. **Cité pages 7 et 39**
- [25] Andrew D. Lyttle, Brian A. Blanksby, Bruce C. Elliott, and David G. Lloyd. Net forces during tethered simulation of underwater streamlined gliding and kicking techniques of the freestyle turn. *Journal of Sports Sciences*, 18(10) :801–807, 2000. PMID : 11055815. **Cité pages 7 et 109**
- [26] B Mason and J Cossor. Swim turn performances at the sydney 2000 olympic games. In *ISBS-Conference Proceedings Archive*, 2001. **Cité page 7**
- [27] Santiago Veiga and Andreu Roig. Underwater and surface strategies of 200 m world level swimmers. *Journal of Sports Sciences*, 34(8) :766–771, 2016. **Cité pages 7 et 140**
- [28] Jorge E Morais, Daniel A Marinho, Raul Arellano, and Tiago M Barbosa. Start and turn performances of elite sprinters at the 2016 european championships in swimming. *Sports biomechanics*, 18(1) :100–114, 2019. **Cité page 7**
- [29] Daniel A Marinho, Tiago M Barbosa, Henrique P Neiva, António J Silva, and Jorge E Morais. Comparison of the start, turn and finish performance of elite swimmers in 100 m and 200 m races. *Journal of sports science & medicine*, 19(2) :397, 2020. **Cité page 7**
- [30] Tomohiro Gonjo and Bjørn Harald Olstad. Race analysis in competitive swimming : A narrative review. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 18(1), 2021. **Cité page 8**
- [31] Ph van Dorp and FCA Groen. Human walking estimation with radar. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 150(5) :356–365, 2003. **Cité page 12**
- [32] Michael Otero. Application of a continuous wave radar for human gait recognition. In *Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIV*, volume 5809, pages 538–548. SPIE, 2005. **Cité page 12**
- [33] Eline Van der Kruk and Marco M Reijne. Accuracy of human motion capture systems for sport applications ; state-of-the-art review. *European journal of sport science*, 18(6) :806–819, 2018. **Cité page 13**
- [34] <https://www.cineserie.com/a-la-une/avatar-2-sera-saga-familiale-781150/>. **Cité page 13**
- [35] Zhe Cao, Gines Hidalgo, Tomas Simon, Shih-En Wei, and Yaser Sheikh. Open-pose : Realtime multi-person 2d pose estimation using part affinity fields. **Cité pages 14 et 30**
- [36] Gabriel Delgado-García, Jos Vanrenterghem, Emilio J Ruiz-Malagón, Pablo Molina-García, Javier Courel-Ibáñez, and Víctor Manuel Soto-Hermoso. Imu gyroscopes are a valid alternative to 3d optical motion capture system for angular kinematics analysis in tennis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P : Journal of Sports Engineering and Technology*, 235(1) :3–12, 2021. **Cité page 14**
- [37] Swim-speedo-meter, made in germany by fahneman. **Cité page 15**
- [38] Kenzo Narita, Motomu Nakashima, and Hideki Takagi. Developing a methodology for estimating the drag in front-crawl swimming at various velocities. *Journal of biomechanics*, 54 :123–128, 2017. **Cité page 19**

- [39] Phyling, spécialiste de la mesure embarquée et de l'analyse à destination des sportifs, de la recherche et de l'industrie. <http://phyling.fr>. **Cité page 20**
- [40] STMicroelectronics. *Data sheet LSM6DS3TR-C*. **Cité page 21**
- [41] Quaternion. Quaternion — Wikipedia, the free encyclopedia, 2022. **Cité pages 23 et 150**
- [42] Rotation et quaternion d'attitude. <https://mecaspa.cannes-aero-patrimoine.net/SCAO/QUATERN/QUATERNO.HTM>, 2013. **Cité pages 23 et 150**
- [43] Pauli Virtanen and SciPy 1.0 Contributors. SciPy 1.0 : Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*, 17 :261–272, 2020. **Cité pages 26 et 103**
- [44] Lakshmipathy Jagannathan and C. V. Jawahar. Perspective correction methods for camera-based document analysis. 2005. **Cité page 28**
- [45] Frédéric Devernay and Olivier Faugeras. Straight lines have to be straight automatic calibration and removal of distortion from scenes of structured environments. *Mach Vis Appl*, 13, 08 2001. **Cité page 28**
- [46] Luis Alvarez, Luis Deniz, and Juan Sendra. An algebraic approach to lens distortion by line rectification. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 35 :36–50, 09 2009. **Cité page 28**
- [47] OpenCV. Open source computer vision library, 2015. **Cité pages 28 et 29**
- [48] D. Doermann, Jian Liang, and Huiping Li. Progress in camera-based document image analysis. In *Seventh International Conference on Document Analysis and Recognition, 2003. Proceedings.*, pages 606–616 vol.1, 2003. **Cité page 29**
- [49] P. De Leva. Adjustments to zatsiorsky-seluyanov's segment inertia parameters. *Journal of biomechanics*, pages 1230–33, 196. **Cité pages 31 et 32**
- [50] Zhe Cao, Gines Hidalgo, Tomas Simon, Shih-En Wei, and Yaser Sheikh. Openpose : Realtime multi-person 2d pose estimation using part affinity fields. *CoRR*, abs/1812.08008, 2018. **Cité page 31**
- [51] Stelios G. Psycharakis and Ross H. Sanders. Validity of the use of a fixed point for intracycle velocity calculations in swimming. *Journal of Science and Medicine in Sport*, 12(2) :262–265, 2009. **Cité page 31**
- [52] P. Figueiredo, J. P. Vilas Boas, J. Maia, P. Gonçalves, and R. J. Fernandes. Does the hip reflect the centre of mass swimming kinematics? *Int J Sports Med*, 30 :779–781, 2009. **Cité page 31**
- [53] Stefan Hochstein, Maria Baumgart, Roy Müller, and Reinhard Blickhan. Determine the center of mass position in human undulatory swimming : A static approach. *International Journal of Sports Science and Physical Education*, 1, 09 2016. **Cité pages 31 et 32**
- [54] P. Figueiredo, P.-L. Kjendlie, J. P. Vilas Boas, and R. J. Fernandes. Intracycle velocity variation of the body centre of mass in front crawl. *Int J Sports Med*, 33 :285–290, 2012. **Cité page 32**
- [55] Ludovic Seifert, John Komar, Florent Crettenand, and Grégoire Millet. Coordination pattern adaptability : Energy cost of degenerate behaviors. *PLOS ONE*, 9(9) :1–9, 09 2014. **Cité page 32**
- [56] Vassilios Gourgoulis, Stylianos Koulexidis, Panagiotis Gketzenis, and Grigoris Tzouras. Intracyclic velocity variation of the center of mass and hip in breaststroke swimming with maximal intensity. *Journal of Strength and Conditioning Research*, 32 :830–840, 2018. **Cité page 32**

- [57] <https://olympics.com/fr/infos/preview-canoe-sprint-5-august-tokyo-2020-canoe-sprint-day-4-finals>. **Cité page 36**
- [58] <https://www.lequipe.fr/canoe-kayak/actualites/maxime-beaumont-elimine-en-demi-finales-du-k1-200-m-des-jo-de-tokyo/1276189>. **Cité page 36**
- [59] <https://www.sudouest.fr/sport/jeux-olympiques/jo-aviron-et-puis-j-ai-ferme-les-yeux-et-on-tout-envoie-raconte-mathieu-androdias-champion-olympique-avec-hugo-boucheron-4320675>. **Cité page 36**
- [60] <https://www.corsematin.com/articles/euro-de-natation-maxime-grousset-nouvel-atout-majeur-des-bleus-129301>. **Cité page 36**
- [61] Laurent Jacquin. *Mécanique des Fluides, Tome 2 : modèles*. École polytechnique, Département de mécanique, 2015. **Cité pages 36 et 44**
- [62] Christopher Earls Brennen. *An Internet book of Fluid Mechanics*. DANKAT Publishing, 2016. **Cité page 37**
- [63] Cecile Caspersen, Petter A Berthelsen, Mari Eik, Csaba Pâkozdi, and Per-Ludvik Kjendlie. Added mass in human swimmers : Age and gender differences. *Journal of Biomechanics*, 43(12) :2369–2373, 2010. **Cité pages 37, 38, 54, et 100**
- [64] K.T. Patton. An experimental determination of hydrodynamic masses and mechanical impedances. Technical report, Navy Underwater Sound Laboratory, New London, Connecticut, 1965. **Cité pages 37 et 55**
- [65] Pedro G. Morouço, Daniel A. Marinho, Mikel Izquierdo, Henrique Neiva, and Mario C. Marques. Relative contribution of arms and legs in 30s fully tethered front crawl swimming. *BioMed Research International*, 2015. **Cité page 38**
- [66] VJ Deschodt, LM Arsac, and AH Rouard. Relative contribution of arms and legs in humans to propulsion in 25-m sprint front-crawl swimming. *Eur J Appl Physiol Occup Physiol*, 80(3) :192–199, 1999. **Cité page 38**
- [67] Andrew Lyttle, Brian Blanksby, Bruce Elliott, and David Lloyd. The effect of depth and velocity on drag during the streamlined glide. *Journal of Swimming Research*, 13 :15–22, 01 1998. **Cité page 43**
- [68] Jean-Philippe Boucher, Romain Labbé, Christophe Clanet, and Michael Benzaquen. Thin or bulky : Optimal aspect ratios for ship hulls. *Physical Review Fluids*, 3(7), July 2018. **Cité pages 43, 46, et 47**
- [69] Jean-Philippe Boucher. *Optimisation problems at the air/water interface : From ship hulls to rowing propulsion*. Theses, Université Paris-Saclay, December 2018. **Cité pages 43 et 45**
- [70] Daniel Marinho, Victor Reis, Francisco Alves, J. Paulo Vilas-Boas, Leandro Machado, Antonio Silva, and A. Rouboa. Hydrodynamic drag during gliding in swimming. *Journal of applied biomechanics*, 25 :253–7, 08 2009. **Cité pages 44 et 46**
- [71] Elmar Achenbach. Experiments on the flow past spheres at very high reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 54(3) :565–575, 1972. **Cité page 44**
- [72] Gero Mohammed, Arianne Messerman, Bryan Mayhan, and Kathleen Trauth. Theory and practice of the hydrodynamic redesign of artificial hellbender habitat. *Herpetological Review*, 47 :586–591, 12 2016. **Cité page 44**
- [73] P Zamparo, G Gatta, D Pendergast, and C Capelli. Active and passive drag : the role of trunk incline. *European journal of applied physiology*, 106(2) :195–205, 2009. **Cité page 44**
- [74] Marc Rabaud. *Notes de cours d'hydrodynamique*. 2016-2017. **Cité page 46**

- [75] Ernest. O Tuck. The wave resistance formula of jh michell (1898) and its significance to recent research in ship hydrodynamics. *The ANZIAM Journal*, 30 :365–377, 1989. **Cité page 46**
- [76] Takao Inui. Wave-making resistance of ships. *Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 1962. **Cité page 46**
- [77] John. V. Wehausen. The wave resistance of ships. *Advances in applied mechanics*, 1973. **Cité page 46**
- [78] R. B. Chapman. Hydrodynamic drag of semisubmerged ships. *Journal of Basic Engineering*, 94 :879–884, 1972. **Cité page 46**
- [79] Ernest O. Tuck. Wave resistance of thin ships and catamarans. *Applied Mathematics Report T8701*, 1987. **Cité page 46**
- [80] Hideki Takagi and Ross Sanders. *Measurement of propulsion by the hand during competitive swimming*, volume 4, pages 631–637. 01 2002. **Cité page 49**
- [81] PG Morouço, DA Marinho, KL Keskinen, JJ Badillo, and MC Marques. Tethered swimming can be used to evaluate force contribution for short-distance swimming performance. *The Journal of Strength and Conditioning Research*, 28 :3093–3099, 2014. **Cité page 50**
- [82] Archibald Vivian Hill. The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B - Biological Sciences*, 126(843) :136–195, 1938. **Cité page 50**
- [83] S Dorel, Hautier CA, Rambaud O, Rouffet D, Van Praagh E, Lacour J-R, and Bourdin M. Torque and power-velocity relationships in cycling : relevance to track sprint performance in world-class cyclists. *International journal of sports medicine*, 2005. **Cité page 50**
- [84] Caroline Giroux. *Analyse des déterminants biomécaniques et neuromusculaires de la performance dans les activités sportives explosives*. Theses, Normandie Université, November 2014. **Cité page 52**
- [85] <https://lesreinesduvelo.fr/tag/juliette-labous/>. **Cité page 52**
- [86] <https://www.quora.com/is-is-ever-okay-to-jump-with-weight-on-while-holding-weight-kettlebell-dumbbell-chains-weightvest>. **Cité page 52**
- [87] <https://www.francebleu.fr/sports/tous-les-sports/athletisme-jour-de-finale-europeenne-a-munich-pour-les-rennais-shana-grebo-et-victor-coroller-1660897097>. **Cité page 52**
- [88] VILLEGER David and WATIER Bruno. Analyse dynamique tridimensionnelle du pénalty au hand-ball selon le niveau d’expertise et la zone ciblée. *Movement & Sport Sciences*, 80 :31–37, 2013. **Cité page 51**
- [89] James G. Hay, Qi Liu, and James G. Andrews. Body roll and handpath in freestyle swimming : A computer simulation study. *Journal of Applied Biomechanics*, 9(3) :227 – 237, 1993. **Cité page 54**
- [90] Giorgio Gatta, Matteo Cortesi, Silvia Fantozzi, and Paola Zamparo. Planimetric frontal area in the four swimming strokes : Implications for drag, energetics and speed. *Human movement science*, 39 :41–54, 2015. **Cité page 57**
- [91] <https://www.ladepeche.fr/2021/10/21/benjamin-thomas-et-les-bleus-peut-etre-en-or-ce-soir-9881645.php>. **Cité page 63**
- [92] <https://www.lalsace.fr/sport/2022/08/19/championnats-d-europe-trois-des-quatrel-relais-qualifies-pour-la-finale-lamote-verse-l-or-sur-le-800-m>. **Cité page 63**

- [93] Joshua Bailey, Tiffany Mata, and John A Mercer. Is the relationship between stride length, frequency, and velocity influenced by running on a treadmill or overground? *International journal of exercise science*, 10(7) :1067, 2017. **Cité pages 63 et 154**
- [94] David Pendergast, Carlo Capelli, A.B. Jr, P.E. Prampero, Alberto Minetti, Joseph Mollendorf, Paola Zamparo, and Budd Termin. Biophysics of swimming. 06 2006. **Cité page 63**
- [95] Tiago Barbosa, Ricardo Fernandes, Kari Lasse Keskinen, and J. Paulo Vilas-Boas. The influence of stroke mechanics into energy cost of elite swimmers. *European journal of applied physiology*, 103 :139–49, 06 2008. **Cité page 63**
- [96] Y. Nomura, T. and Shimoyama. The relationship between stroke parameters and physiological responses at the various swim speeds. *Biomechanics and Medicine in Swimming IX*, pages 355–360, 2003. **Cité page 63**
- [97] JC Chatard, C Collomp, E Maglischo, and C Maglischo. Swimming skill and stroking characteristics of front crawl swimmers. *International journal of sports medicine*, 11(02) :156–161, 1990. **Cité page 63**
- [98] K. L. Keskinen and P. V. Komi. Interaction between aerobic/anaerobic loading and biomechanical performance in freestyle swimming. *Swimming Science V*, pages 285–293, 1988. **Cité page 63**
- [99] J. A. Goreham, K. Bugeya Miller, R. J. Frayne, and M. Ladouceur. Pacing strategies and relationships between speed and stroke parameters for elite sprint kayakers in single boats. *Journal of Sports Sciences*, 2021. **Cité page 63**
- [100] C. W. Pickett, C. Abbiss, J. Zois, and A. J. Blazeovich. Pacing and stroke kinematics in 200-m kayak racing. *Journal of Sports Sciences*, 2020. **Cité page 63**
- [101] Raymond CZ Cohen, Paul W Cleary, Bruce R Mason, and David L Pease. The role of the hand during freestyle swimming. *Journal of biomechanical engineering*, 137(11), 2015. **Cité page 69**
- [102] P. Zamparo. Froude efficiency in human swimming. *Comparative Biochemistry and Physiology Part A : Molecular & Integrative Physiology*, 150(3, Supplement) :S66, 2008. Abstracts of the Annual Main Meeting of the Society of Experimental Biology, 6th - 10th July 2008, Marseille, France. **Cité pages 74 et 82**
- [103] R. B. Martin, R. A. Yeater, and M. K. White. A simple analytical model for the crawl stroke. *Journal of biomechanics*, 14, 1981. **Cité page 78**
- [104] José A Sánchez and Raúl Arellano. Stroke index values according to level, gender, swimming style and event race distance. In *ISBS-Conference Proceedings Archive*, 2002. **Cité page 80**
- [105] <https://www.sport.fr/natation/deception-pour-yohann-ndoye-brouard-qui-terme-septieme-de-la-finale-du-50-metres-dos-a-rome-930086>. **Cité page 84**
- [106] <https://www.bienpublic.com/sport/2021/05/23/euro-2021-melanie-henique-en-argent-florent-manaudou-a-la-peine>. **Cité page 84**
- [107] <https://www.ffnatation.fr/actualites/natation/justine-delmas-emma-gasiner-experience>. **Cité page 84**
- [108] Tsuyoshi Takeda, Hideki Takagi, and Shozo Tsubakimoto. Effect of inclination and position of new swimming starting block's back plate on track-start performance. *Sports Biomechanics*, 11(3) :370–381, 2012. PMID : 23072047. **Cité page 90**
- [109] Start right? a biomechanical review of dive start performance. http://coachesinfo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=89:swimmingstart-style&catid=49:swimming-coaching&Itemid=86, 2005. **Cité page 90**

- [110] Swiss timing. Osb 11 swimming starting block, user's manual. <https://www.swisstiming.com/>. **Cité page 91**
- [111] Dong R G. Effective mass and damping of submerged structures. *Structural mechanics in reactor technology. Transactions.*, B, 1979. **Cité page 100**
- [112] Sighard F Hoerner. *Fluid-dynamics drag : practical information on aerodynamic drag*. Hoerner FLuid Dynamics, 1965. **Cité page 101**
- [113] Chiffres de la fonction pulmonaire, ligue pulmonaire suisse. <https://www.liguepulmonaire.ch/fr/preserver-les-poumons/connaissances/poumons-et-voies-respiratoires.html>. **Cité page 104**
- [114] Tadd T Truscott, Brenden P Epps, and Jesse Belden. Water entry of projectiles. *Annu. Rev. Fluid Mech*, 46(1) :355–378, 2014. **Cité page 105**
- [115] Garrett Birkhoff et al. *Jets, wakes, and cavities*, volume 2. Elsevier, 2012. **Cité page 105**
- [116] Jelena Stosic, Santiago Veiga, Alfonso Trinidad, and Enrique Navarro. How should the transition from underwater to surface swimming be performed by competitive swimmers? *Applied Sciences*, 11(1), 2021. **Cité page 111**
- [117] <https://www.alamyimages.fr/championnats-hollandais-de-natation-a-apeldoorn-no-7-etoiles-d-koopman-4-x-100-metres>. **Cité page 117**
- [118] Conrad Thomas Pearson, GK McElroy, JD Blitvich, A Subic, and Brian Blanksby. A comparison of the swimming start using traditional and modified starting blocks. *Journal of Human Movement Studies*, 34 :49–66, 1998. **Cité page 118**
- [119] Tsuyoshi Takeda, Hideki Takagi, and Shozo Tsubakimoto. Effect of inclination and position of new swimming starting block's back plate on track-start performance. *Sports Biomechanics*, 11(3) :370–381, 2012. **Cité page 118**
- [120] Antonio CS Guimaraes and James G Hay. A mechanical analysis of the grab starting technique in swimming. *Journal of Applied Biomechanics*, 1(1) :25–35, 1985. **Cité page 118**
- [121] Kazumasa Ozeki, Shinji Sakurai, Masahiro Taguchi, and Sadafumi Takise. Kicking the back plate of the starting block improves start phase performance in competitive swimming. In *ISBS-Conference Proceedings Archive*, 2012. **Cité page 118**
- [122] Elaine Tor, David L Pease, and Kevin A Ball. Comparing three underwater trajectories of the swimming start. *Journal of Science and Medicine in Sport*, 18(6) :725–729, 2015. **Cité page 118**
- [123] Elaine Tor, David L Pease, and Kevin A Ball. Key parameters of the swimming start and their relationship to start performance. *Journal of sports sciences*, 33(13) :1313–1321, 2015. **Cité page 118**
- [124] <https://ledatascientist.com/algorithmes-genetique/>. **Cité page 122**
- [125] Thomas Bäck and Hans-Paul Schwefel. An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization. *Evolutionary computation*, 1(1) :1–23, 1993. **Cité page 121**
- [126] Pradnya A Vikhar. Evolutionary algorithms : A critical review and its future prospects. In *2016 International conference on global trends in signal processing, information computing and communication (ICGTSPICC)*, pages 261–265. IEEE, 2016. **Cité page 121**
- [127] Joseph B Keller. A theory of competitive running. *Phys. Today*, 26(9) :43–47, 1973. **Cité page 146**
- [128] Horst Behncke and B Brosowski. Optimization models for the force and energy in competitive sports. *Mathematical methods in the applied sciences*, 9(1) :298–311, 1987. **Cité page 146**

- [129] Valérie Renaudin and Christophe Combettes. Magnetic, acceleration fields and gyroscope quaternion (magyq)-based attitude estimation with smartphone sensors for indoor pedestrian navigation. *Sensors*, 14(12) :22864–22890, 2014. **Cité page 151**
- [130] Tom F Novacheck. The biomechanics of running. *Gait & posture*, 7(1) :77–95, 1998. **Cité page 154**