



HAL
open science

Imagerie polarimétrique basée sur un capteur à micro-grilles : caractérisation et détection des erreurs dues aux fluctuations spatiales

Benjamin Le Teurnier

► **To cite this version:**

Benjamin Le Teurnier. Imagerie polarimétrique basée sur un capteur à micro-grilles : caractérisation et détection des erreurs dues aux fluctuations spatiales. Sciences de l'information et de la communication. Université Paris-Saclay, 2022. Français. NNT : 2022UPAST153 . tel-04031838

HAL Id: tel-04031838

<https://pastel.hal.science/tel-04031838v1>

Submitted on 16 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Imagerie polarimétrique basée sur un capteur à micro-grilles : caractérisation et détection des erreurs dues aux fluctuations spatiales

Polarimetric imaging based on a microgrid sensor : characterization and detection of errors due to spatial fluctuations

Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n° 575, electrical, optical, bio : physics and engineering (EOBE)
Spécialité de doctorat : Sciences de l'information et de la communication
Graduate School : Sciences de l'ingénierie et des systèmes. Référent : Institut d'Optique

Thèse préparée à l'Université Paris-Saclay, Institut d'Optique Graduate School, CNRS, Laboratoire Charles Fabry (LCF), sous la direction de François GOUDAIL, Professeur des universités et le co-encadrement de Matthieu BOFFETY, Maître de Conférence

Thèse soutenue à Paris-Saclay, le 13 Décembre 2022, par

Benjamin LE TEURNIER

Composition du jury

Membres du jury avec voix délibérative

Vincent Devlaminck Professeur des Universités, Université de Lille	Examineur & Président du jury
Samia Ainouz Professeure des universités, Institut National des Sciences Appliquées Rouen	Rapporteur & Examinatrice
Laurent Bigué Professeur des universités, Université de Haute-Alsace Mulhouse	Rapporteur & Examineur
Elise Colin Ingénieure de Recherche, ONERA Palaiseau	Examinatrice

Membres du jury sans voix délibérative

François Goudail Professeur des universités, Institut d'Optique Graduate School	Directeur de thèse
Sylvie Paolacci-Riera Responsable Innovation, Agence Innovation Défense	Invitée
Matthieu Boffety Maître de Conférence, Institut d'Optique Graduate School	Invité

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier tous des membres du jury de ma thèse pour l'intérêt qu'ils ont montrés pour mes travaux et les retours et discussions qu'ils m'ont apportés dessus.

Je remercie également François et Matthieu pour tout ce que vous m'avez appris et apporté tout au long de ces trois années. Vous avez chacun su m'apporter votre soutien et de nombreux conseils pour m'aider à passer petit à petit d'étudiant à chercheur dans une ambiance très amicale.

Et un grand merci à ma famille et mes amis. Merci de m'avoir soutenu tout au long de ce projet. Vous avez tous toujours été là pour m'aérer l'esprit et me changer les idées.

Enfin, je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé d'une manière ou d'une autre durant ce doctorat.

Table des matières

Introduction	1
1 Formalisme de la polarisation et théorie de l'estimation	3
1.1 La polarisation pour l'imagerie de Stokes	3
1.1.1 La polarisation de la lumière	3
1.1.2 Lumière partiellement polarisée et vecteur de Stokes	4
1.1.3 La représentation dans la sphère de Poincaré	6
1.1.4 Les composants polarimétriques	7
1.2 L'imagerie polarimétrique	9
1.2.1 L'estimation des paramètres polarimétriques	10
1.2.2 Les différentes stratégies d'acquisition	11
1.3 Notions de théorie de l'estimation	13
1.3.1 Le bruit de mesure	13
1.3.2 Vraisemblance et limite de précision	15
1.3.3 La détection	17
1.4 Conclusion	17
2 Développement des bancs expérimentaux	19
2.1 Calibration du capteur DoFP	19
2.1.1 Caractéristiques du capteur DoFP utilisé	19
2.1.2 La méthode de calibration utilisée	20
2.1.3 Résultats de calibration	22
2.2 Caméra DoT utilisant des LCVRs	25
2.2.1 Description du montage	26
2.2.2 Caractérisation des défauts	27
2.3 Caméra DoT à partir de la caméra DoFP	29
2.3.1 Description du montage	29
2.3.2 Exploitation des mesures	31
2.4 Conclusion	34
3 Modèle d'erreur d'estimation	37
3.1 Modèle	37
3.1.1 Erreurs dues aux variations d'intensité	38
3.1.2 Erreurs dues aux variations de DoLP	41
3.1.3 Erreurs dues aux variations d'AoP	42
3.2 Comparaison avec les données expérimentales	42
3.2.1 Simulation du capteur DoFP à partir de la caméra DoT	42

3.2.2	Résultats expérimentaux	43
3.3	Compensation du gradient d'intensité	48
3.3.1	Méthode	48
3.3.2	Résultats sur des données expérimentales	51
3.4	Conclusion	54
4	Cartes d'erreurs	55
4.1	Critère de redondance généralisé	55
4.1.1	Définition du critère de redondance \mathbf{R}	56
4.1.2	Statistique de \mathbf{R}	57
4.1.3	Comparaison avec le critère de redondance classique	58
4.1.4	Normalisation et seuillage de \mathbf{R}	58
4.1.5	Difficultés face aux variations d'intensité	60
4.2	Détection de variations d'intensité	61
4.2.1	Le modèle choisi	62
4.2.2	Le rapport des vraisemblances	64
4.2.3	La combinaison des deux cartes d'erreurs	64
4.3	Conclusion	66
5	Méthode d'autocalibration de la retardance	69
5.1	Biais d'estimation dû à la méconnaissance de la retardance	69
5.1.1	Étude du rapport biais sur écart-type théorique	70
5.1.2	Comparaison à la simulation et l'expérimentation	72
5.2	La méthode d'autocalibration	74
5.3	Quand l'autocalibration est elle possible?	77
5.3.1	Limites du domaine de validité de la méthode d'autocalibration	78
5.3.2	Prise en compte des variations spatiales de la scène	82
5.4	Conclusion	84
	Conclusion	85
A	Annexe Chapitre 1	87
A.1	Développement Matrice de covariance	87
B	Annexe Chapitre 3	89
B.1	Développement de \hat{P}	89
C	Annexe Chapitre 4	91
C.1	Développement de $\ln(\mathcal{R})$	91
D	Annexe Chapitre 5	93
D.1	Matrice de mesure pour l'estimation du vecteur de Stokes complet	93
	Bibliographie	95

INTRODUCTION GÉNÉRALE

On trouve aujourd’hui la polarisation dans de nombreuses applications courantes et appareils du quotidien. Certaines lunettes de soleil sont dotées d’un filtre polariseur et de la même manière on peut placer un filtre polariseur devant un appareil photo. Cela a pour effet d’atténuer certains reflets et d’obtenir des images de la mer avec une eau turquoise propice aux cartes postales. Les écrans LCD (Liquid Crystal Display) de nos ordinateurs, tablettes et smartphones utilisent la polarisation de la lumière pour faire varier la luminosité de chacun des pixels qui les composent. Les pixels de ces écrans LCD sont composés de filtres polariseurs entourant des cristaux liquides modifiant la polarisation de la lumière et dont les propriétés polarimétriques sont pilotées par la tension qui leur est appliquée. Cela permet de modifier la luminosité des pixels. Les sources laser sont polarisées et on utilise donc leurs propriétés polarimétriques pour les manipuler, notamment en entrée et sortie des fibres optiques servant pour les télécommunications. Cette lumière polarisée transmise dans les fibres optiques sert aujourd’hui de base pour Internet. Enfin, certains matériaux naturels ou manufacturés agissent sur la polarisation de la lumière qui peut donc servir à les caractériser et les reconnaître. C’est le cas notamment des différentes roches dont on peut identifier les cristaux à partir de la manière dont ils transmettent la polarisation.

Aujourd’hui, l’imagerie polarimétrique trouve des applications dans le domaine biomédical avec par exemple la détection du cancer du col de l’utérus [1]. Cette méthode offre l’avantage d’être peu invasive. L’imagerie polarimétrique est également développée dans le cadre d’applications militaires de décamouflage en permettant de discerner une cible du milieu dans lequel elle se cache [2]. Elle ouvre aussi des perspectives pour l’amélioration des systèmes de vision par ordinateur en milieu urbain pour la conduite autonome, notamment dans de mauvaises conditions météorologiques [3–6]. La plupart des systèmes d’imagerie polarimétrique mis en œuvre aujourd’hui utilisent plusieurs acquisitions successives pour pouvoir réaliser l’analyse de la polarisation. C’est ce que l’on appelle l’imagerie à division en temps (DoT pour “Division of Time”). Cette méthode d’acquisition limite le nombre d’images par seconde obtenu car il faut plusieurs acquisitions pour réaliser une image de la polarisation. De plus, les mouvements de la scène perturbent sensiblement ce type de système.

Cette thèse porte sur l’étude d’un capteur polarimétrique développé récemment [7] et permettant de réaliser l’analyse de l’état de polarisation en un nombre restreint d’acqui-

sitions. Ce capteur permet de réaliser de l'imagerie à division de plan focal (DoFP pour "Division of Focal Plane"). Pour cela, les différents pixels du capteur réalisent différentes analyses de l'état de polarisation ce qui permet, en une seule acquisition, de récolter plusieurs informations différentes sur l'état de polarisation. L'inconvénient d'un tel capteur est que les différentes informations nécessaires à l'analyse de la polarisation en un point de la scène sont réalisées par différents pixels. Ces différents pixels n'ayant pas exactement le même champ de vue sur la scène, les fluctuations spatiales de l'état de polarisation vont perturber l'estimation de l'état de polarisation. L'objectif de cette thèse est de caractériser l'influence des fluctuations spatiales de la scène sur la qualité de l'estimation de l'état de polarisation et de proposer une méthode de détection des zones de l'image où cette qualité d'estimation est insuffisante.

On commencera, dans le Chapitre 1, par introduire les éléments théoriques utilisés au cours de cette thèse, dont le formalisme de Stokes permettant de décrire la polarisation telle qu'on l'utilise pour décrire les systèmes d'imagerie polarimétrique. On introduira également les notions sur la théorie de l'estimation qui nous seront nécessaires.

On décrira ensuite au Chapitre 2 les différents bancs expérimentaux mis en œuvre. La première expérimentation a servi à réaliser la calibration du capteur DoFP utilisé. On présentera ensuite deux bancs d'imagerie polarimétrique DoT permettant d'obtenir des images non perturbées par les fluctuations spatiales de la scène et donc servant de référence.

Pour comprendre précisément l'influence des fluctuations spatiales des différents paramètres polarimétriques sur l'estimation réalisée à partir du capteur DoFP ainsi que leur importance relative, on développera au Chapitre 3 un modèle théorique des erreurs d'estimation dues aux fluctuations spatiales de la scène. Ce modèle sera validé par des observations réalisées à l'aide des bancs expérimentaux mentionnés précédemment. On en déduira notamment que les variations d'intensité sont la source des erreurs d'estimation les plus importantes.

Plutôt que de chercher à corriger ces erreurs, on proposera au Chapitre 4 une méthode permettant d'obtenir une carte des zones de l'image où l'estimation peut être jugée non fiable à cause des fluctuations spatiales de la scène. Cette méthode consiste à détecter les zones de l'image pour lesquelles les fluctuations de la scène sont plus importantes que le niveau de bruit et conduisent donc à des erreurs d'estimation plus importantes que l'incertitude due au bruit.

Enfin, le Chapitre 5 portera sur un cas d'application des méthodes développées précédemment. On y étudiera une méthode de calibration d'un retardateur placé devant la caméra DoFP. La présence de ce retardateur permet d'étendre les capacités d'analyse du capteur DoFP. En effet, le capteur DoFP seul ne peut analyser que l'état de la polarisation linéaire. Pour analyser la composante circulaire de la polarisation, il faut ajouter un retardateur devant la caméra. On verra dans ce chapitre qu'une méconnaissance de la retardance de ce retardateur peut conduire à un biais d'estimation significatif. La méthode de calibration décrite ici permet d'estimer la retardance en même temps que l'état de polarisation et donc d'annuler ce biais d'estimation. On montrera que l'utilisation de la carte d'erreur développée au Chapitre 4 permet de réaliser cette calibration de manière fiable même sur une scène réelle comprenant de nombreuses fluctuations spatiales.

FORMALISME DE LA POLARISATION ET THÉORIE DE L'ESTIMATION

J'introduis dans ce chapitre les notions nécessaires à la compréhension des chapitres qui suivent, notamment les concepts sur la polarisation qui seront utilisés dans le cadre de l'imagerie polarimétrique ainsi que des notions sur la théorie de l'estimation. J'aborde dans un premier temps le formalisme de Stokes, utilisé pour décrire la polarisation de la lumière, et on illustre son utilisation à l'aide de la sphère de Poincaré. Je présente par la suite les systèmes d'imagerie polarimétrique classiques reposant sur cette représentation de la polarisation de la lumière. Enfin, j'introduis des notions théoriques sur l'estimation qui seront utilisées dans les chapitres suivants.

1.1 La polarisation pour l'imagerie de Stokes

Un système d'imagerie classique permet de mesurer l'intensité lumineuse en chaque pixel du capteur. Les différentes propriétés de la lumière peuvent être analysées en ajoutant des filtres devant la caméra ou devant chacun des pixels du capteur individuellement. Par exemple, les caméras couleurs utilisent des filtres colorés devant chaque pixel permettant de mesurer l'information colorimétrique nécessaire à la réalisation de photographies en couleurs. Dans le cas de l'imagerie polarimétrique, ce sont des filtres polarimétriques qui seront utilisés pour mesurer l'information sur la polarisation de la lumière incidente. Je présente dans cette section le formalisme que l'on va utiliser pour décrire la polarisation ainsi que les principaux composants polarimétriques utiles pour réaliser des systèmes d'imagerie polarimétrique.

1.1.1 La polarisation de la lumière

La lumière est une onde électro-magnétique. Cette onde électro-magnétique est décrite par ses champs électrique \mathbf{E} et magnétique \mathbf{B} . Ces deux champs sont reliés par les équations de Maxwell et le champ électrique seul suffit à décrire cette onde. Ce champ électrique peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Cette expression décrit le champ électrique \mathbf{E} selon ses composantes horizontale E_x et verticale E_y qui sont des nombres complexes traduisant la propagation de l'onde. On note ϕ le déphasage entre ces deux composantes, et E_{0x} et E_{0y} leurs amplitudes. On omettra le terme de propagation et la phase absolue de l'onde. Si ces deux composantes sont en phase ($\phi = 0$) alors la lumière est polarisée linéairement. S'il existe un déphasage ϕ non nul entre ces deux composantes, alors la lumière est dite polarisée elliptiquement, dans le sens où la trajectoire de la pointe du vecteur champ électrique forme une ellipse dans un plan perpendiculaire à la propagation. Une illustration de cette ellipse est montrée sur la Figure 1.1 où est représentée la trajectoire elliptique du champ électrique. Le grand axe de l'ellipse est orienté selon l'angle α , correspondant à l'orientation selon laquelle le champ électrique atteint sa valeur la plus importante, et son ellipticité est notée ϵ . Le sens dans lequel le champ électrique parcourt cette ellipse est défini par le signe du déphasage ϕ .

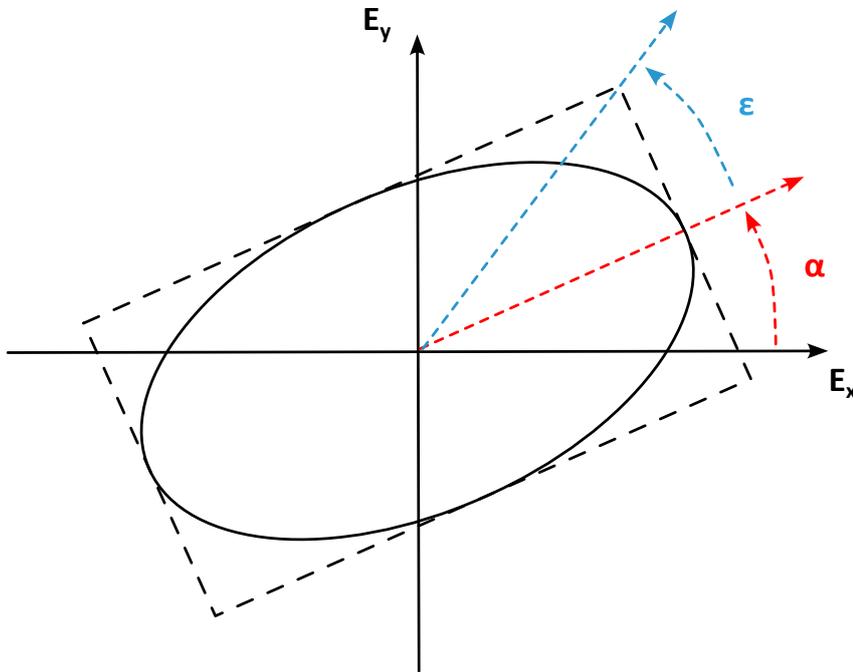


FIGURE 1.1 – Ellipse de polarisation

1.1.2 Lumière partiellement polarisée et vecteur de Stokes

La lumière diffusée par une scène quelconque n'est pas composée d'une onde unique, mais de la somme d'ondes électromagnétiques dont les polarisations sont aléatoires. Le champ électrique fluctue alors de manière aléatoire et il faut utiliser une description statistique pour le représenter. Si sa variation est totalement aléatoire, on dit qu'il est totalement dépolarisé. C'est le cas de la lumière émise par la plupart des éclairages du quotidien ou par le soleil. Dans le cas où l'évolution du champ électrique est au contraire totalement déterministe, on dit qu'il est totalement polarisé. La lumière émise par un laser et par la plupart des écrans l'est. Il est également possible que la lumière soit un mélange entre un champ électrique déterministe et un champ électrique totalement aléatoire. La lumière est alors dite partiellement polarisée. C'est la manière la plus générale de décrire la lumière.

Le vecteur de Stokes \mathbf{S} permet de décrire tout état de la polarisation de la lumière [8–10] :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \langle |E_x|^2 \rangle + \langle |E_y|^2 \rangle \\ \langle |E_x|^2 \rangle - \langle |E_y|^2 \rangle \\ \langle E_x E_y^* \rangle - \langle E_x^* E_y \rangle \\ i(\langle E_x^* E_y \rangle + \langle E_x E_y^* \rangle) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 + I_{90} \\ I_0 - I_{90} \\ I_{45} - I_{135} \\ I_G - I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}, \quad (1.2)$$

où I_0 , I_{45} , I_{90} et I_{135} sont les intensités moyennes du champ électrique projeté sur les axes dont les orientations sont respectivement $[0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ]$ en considérant que l'axe horizontal x est orienté selon l'angle 0° . Les paramètres S_1 et S_2 contiennent l'information décrivant la partie linéaire de la polarisation. On les appellera donc dans la suite les « composantes linéaires » de l'état de polarisation. I_G et I_D sont respectivement les intensités moyennes des composantes circulaires du champs électrique tournant dans le sens anti-horaire et horaire. On appellera donc par la suite S_3 la composante circulaire de l'état de polarisation. Le paramètre S_0 étant la somme des intensités moyennes selon les deux axes de polarisation orthogonaux, il correspond à l'intensité totale de la lumière.

On peut également définir un vecteur de Stokes réduit composé des 3 derniers paramètres du vecteur de Stokes divisés par l'intensité S_0 :

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \cos 2\alpha \cos 2\epsilon \\ \sin 2\alpha \cos 2\epsilon \\ \sin 2\epsilon \end{bmatrix}. \quad (1.3)$$

Le vecteur de Stokes réduit permet de décrire l'état de polarisation de la lumière indépendamment de l'intensité S_0 . Cela permet de faire apparaître dans son expression le degré de polarisation P , l'angle de polarisation α ainsi que l'ellipticité ϵ . On les définit comme suit :

— Le degré de polarisation (DoP) :

$$\mathcal{P} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (1.4)$$

Le DoP quantifie la proportion de la lumière qui est polarisée. Il vaut 0 pour une lumière totalement dépolarisée et 1 pour une lumière totalement polarisée.

— Le degré de polarisation linéaire (DoLP) :

$$P_L = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0}. \quad (1.5)$$

Le DoLP permet de quantifier la proportion de lumière polarisée linéairement. Comme pour le DoP, il est contenu dans l'intervalle $[0, 1]$.

— L'angle de polarisation (AoP) :

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{S_2}{S_1} \right]. \quad (1.6)$$

L'AoP est l'orientation de la composante linéaire de la polarisation. Cet angle est défini modulo 180° . Il est à noter que pour un DoLP nul, l'AoP n'est pas défini. En effet, en l'absence de composante linéaire de la polarisation l'orientation de celle-ci n'est pas définie.

— L'ellipticité :

$$\epsilon = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{S_3}{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}} \right]. \quad (1.7)$$

L'ellipticité varie dans l'intervalle $[-45^\circ, 45^\circ]$, 0° correspondant à une polarisation linéaire et $\pm 45^\circ$ à une polarisation circulaire gauche ou droite selon le signe. De manière similaire à l'AoP, l'ellipticité n'est pas définie lorsque le DoP est nul.

1.1.3 La représentation dans la sphère de Poincaré

A partir du vecteur de Stokes réduit, on peut représenter n'importe quel état de polarisation dans un espace à 3 dimensions. L'Equation (1.3) montre que, dans cet espace, les états de polarisation sont décrits sur une base en coordonnées cartésiennes par le vecteur de Stokes réduit $(s_1, s_2, s_3)^T$. Le terme de droite de cette équation permet également de mettre en évidence un système de coordonnées sphériques pour représenter le vecteur de Stokes réduit en fonction du DoP, de l'AoP et de l'ellipticité où les coordonnées de l'état de polarisation sont alors représentées par le vecteur $(\mathcal{P}, 2\alpha, 2\epsilon)^T$. Dans cette représentation, l'azimut et l'élévation sont respectivement égaux à 2 fois l'AoP et l'ellipticité. Les états de polarisation totalement polarisés (de DoP $\mathcal{P} = 1$) sont situés sur la surface de la sphère de rayon 1, et les états de polarisation partiellement polarisés sont situés à l'intérieur de cette sphère. L'état de polarisation totalement dépolarisé est situé au centre de cette sphère, à l'origine du repère.

Cette représentation s'appelle la sphère de Poincaré [11] et est illustrée sur la Figure 1.2 (gauche) où sont mises en évidence les coordonnées des états de polarisation linéaires totalement polarisés L_0 , L_{45} , L_{90} et L_{135} respectivement polarisés selon les angles $[0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ]$, et celles des polarisations circulaires gauches C_G et droites C_D . Les vecteurs de Stokes réduits correspondant à ces états de polarisation sont détaillés dans le Tableau 1.1. Cette sphère permet de représenter de manière simple dans l'espace tous

L_0	L_{45}	L_{90}	L_{135}	C_D	C_G	O
$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

TABLE 1.1 – Exemples de vecteurs de Stokes réduits.

les états de polarisation. En effet, les états de polarisation purement linéaires sont situés dans le plan de l'équateur de la sphère, car la composante circulaire S_3 est nulle. Les polarisations circulaires droite et gauche sont situées quant à elles sur l'axe reliant les pôles, où les composantes linéaires S_1 et S_2 sont nulles. Dans le reste du volume de la sphère se trouvent les polarisations elliptiques, plus ou moins proches de sa surface selon qu'elles sont plus ou moins polarisées.

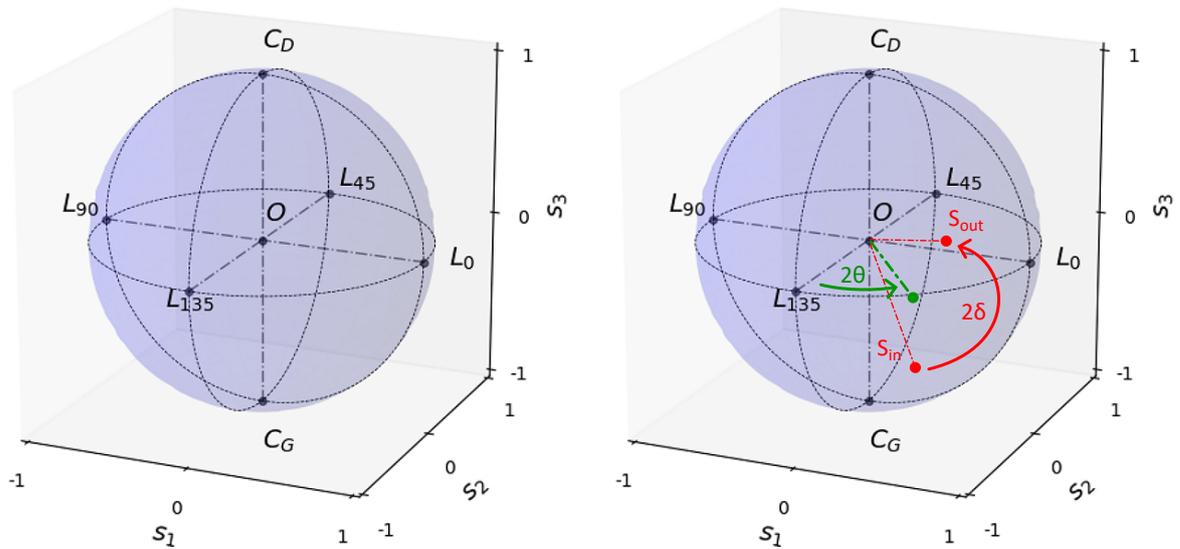


FIGURE 1.2 – Sphère de Poincaré avec les états de polarisation donnés dans le Tableau 1.1 (gauche). La même sphère de Poincaré où, en vert est indiqué l'axe correspondant à l'orientation θ de l'axe rapide du retardateur, et en rouge le déplacement, induit par ce retardateur de retardance δ , de l'état de polarisation sur la sphère de Poincaré. On a les deux états de polarisation \mathbf{S}_{in} et \mathbf{S}_{out} respectivement avant et après la rotation sur la sphère.

1.1.4 Les composants polarimétriques

Pour pouvoir interagir avec la polarisation de la lumière, on utilise des composants optiques qui permettent de passer d'un vecteur de Stokes à un autre. La transformation ainsi effectuée est décrite par la matrice de Mueller [12] de ce composant et l'on a :

$$\mathbf{S}_{out} = \mathbf{M}\mathbf{S}_{in}, \quad (1.8)$$

où \mathbf{S}_{in} et \mathbf{S}_{out} sont respectivement les vecteurs de Stokes de la lumière en entrée et en sortie du composant dont la matrice de Mueller est notée \mathbf{M} .

Si l'on a un système composé d'une succession de n composants polarimétriques, alors on peut calculer le vecteur de Stokes en sortie de ce système \mathbf{S}_{out} à partir des matrices de Mueller \mathbf{M}_i des différents composants, classés dans l'ordre de rencontre par la lumière les traversant, et du vecteur de Stokes incident \mathbf{S}_{in} :

$$\mathbf{S}_{out} = \mathbf{M}_n \dots \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1 \mathbf{S}_{in}. \quad (1.9)$$

où \mathbf{M}_1 est le premier composant traversé par la lumière, \mathbf{M}_2 le deuxième et ainsi de suite. Les deux principaux composants utilisés dans les systèmes d'imagerie polarimétrique sont les polariseurs linéaires et les lames d'onde, aussi appelées retardateurs linéaires.

Le polariseur

Un polariseur linéaire est caractérisé par les transmissions de ses états propres linéaires. Dans le cas général, les transmissions selon ses deux états propres sont différentes ce qui

conduit à polariser la lumière selon une orientation définie par l'état propre linéaire dont la transmission est la plus grande. On note respectivement t_{\parallel} et t_{\perp} les transmissions selon ces deux axes. La transmission totale du polariseur s'exprime :

$$t = t_{\parallel} + t_{\perp} \quad (1.10)$$

Dans le cas du polariseur idéal, l'un des axes a une transmission de $t_{\parallel} = 1$, et donc n'atténue pas la polarisation associée, et l'autre une transmission de $t_{\perp} = 0$, atténuant totalement la polarisation de même orientation. L'état de polarisation en sortie est donc totalement polarisé selon l'axe dont la transmission est égale à 1. Dans la pratique, un polariseur n'est pas idéal et il ne transmet pas parfaitement la lumière. Sa transmission t_{\parallel} est donc comprise dans l'intervalle $[0, 1]$, 1 étant la valeur idéale. Par ailleurs, la composante orthogonale à son axe de transmission peut ne pas être totalement atténuée et donc t_{\perp} n'est pas rigoureusement nul. On en tient compte avec la diatténuation d :

$$d = \frac{t_{\parallel} - t_{\perp}}{t_{\parallel} + t_{\perp}} \quad (1.11)$$

Celle-ci est également comprise dans l'intervalle $[0, 1]$ et vaut 1 dans le cas d'un polariseur idéal. La matrice de Mueller d'un polariseur non idéal s'exprime alors [10] :

$$\mathbb{M}_P = \frac{t}{2} \begin{bmatrix} 1 & d \cos 2\theta & d \sin 2\theta & 0 \\ d \cos 2\theta & \cos^2 2\theta + \sqrt{1-d^2} \sin^2 2\theta & (1 - \sqrt{1-d^2}) \cos 2\theta \sin 2\theta & 0 \\ d \sin 2\theta & (1 - \sqrt{1-d^2}) \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta + \sqrt{1-d^2} \cos^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-d^2} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Le retardateur linéaire

Un retardateur est caractérisé par ses axes propres, l'un est dit « lent » et l'autre « rapide ». Il introduit un déphasage entre les polarisations selon ces deux axes ajoutant ainsi un retard de phase à la composante orientée selon l'axe « lent ». Contrairement au polariseur, il n'introduit pas d'atténuation quel que soit l'état de polarisation incident. Une polarisation linéaire orientée selon ses axes propres restera inchangée en sortie. Le déphasage entre les deux polarisations orthogonales étant directement lié à l'ellipticité et à l'angle de polarisation, le retardateur permet de modifier ces deux paramètres. Il permet donc, selon le déphasage introduit (appelé retardance δ), l'orientation θ de son axe rapide, et l'état de polarisation incident, de modifier l'ellipticité et/ou l'angle de polarisation de la lumière. L'influence d'un retardateur peut être représentée dans la sphère de Poincaré comme une rotation d'un angle δ de l'état de polarisation autour de l'axe situé dans le plan de l'équateur et d'azimut 2θ comme illustré sur la Figure 1.2 (droite) où l'on a représenté en vert l'axe d'azimut 2θ et en rouge la rotation d'un angle δ autour de cet axe. Sa matrice de Mueller s'exprime [10] :

$$\mathbb{M}_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta & \sin 2\theta \cos 2\theta (1 - \cos \delta) & -\sin 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \cos 2\theta (1 - \cos \delta) & \sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta \cos \delta & \cos 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \sin \delta & -\cos 2\theta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Analyseur de polarisation

L'association d'un polariseur et d'un retardateur permet de générer ou d'analyser n'importe quel état de polarisation en jouant sur leurs orientations et sur la valeur de retardance du retardateur, ce qui les rend particulièrement utiles pour l'imagerie polarimétrique. On appelle analyseur de polarisation (PSA pour "Polarization State Analyser") un système optique permettant d'analyser les différentes composantes de la polarisation. L'analyse d'un état de polarisation comporte deux étapes : un filtrage par un analyseur de polarisation de matrice de Mueller \mathbb{M} , et une acquisition de l'intensité transmise par cet analyseur grâce à un capteur (un pixel du capteur dans le cas de l'imagerie). Cela revient à utiliser un vecteur d'analyse \mathbf{A} contenant les éléments de la première ligne de la matrice de Mueller \mathbb{M} de l'analyseur. En effet, on peut écrire la matrice de Mueller décrivant l'étape de filtrage réalisée par l'analyseur de polarisation, de la manière suivante :

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{B}^T \\ \mathbf{C}^T \\ \mathbf{D}^T \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Dans cette expression, les différentes lignes de la matrice de Mueller \mathbb{M} ont été séparées en différents vecteurs notés \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} . Cela permet d'écrire, en considérant un vecteur de Stokes incident \mathbf{S} , le vecteur de Stokes en sortie de cet analyseur :

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{B}^T \\ \mathbf{C}^T \\ \mathbf{D}^T \end{bmatrix} \mathbf{S} \quad (1.15)$$

L'intensité I incidente sur le capteur s'exprime alors :

$$I = S'_0 = \mathbf{A}^T \mathbf{S}. \quad (1.16)$$

L'intensité mesurée par le capteur correspond donc au produit scalaire du vecteur de Stokes incident par le vecteur d'analyse du système, ce vecteur d'analyse correspondant à la première ligne de la matrice de Mueller de l'analyseur de polarisation. L'intensité mesurée sera maximale si le vecteur d'analyse est colinéaire au vecteur de Stokes incident. Au contraire, elle sera nulle si ils sont orthogonaux.

Par exemple, en choisissant un analyseur de polarisation composé d'un polariseur linéaire dont l'axe de polarisation est orienté selon l'angle θ , dont la matrice de Mueller est donnée dans l'Equation (1.12), on peut mesurer l'intensité de la composante linéaire orientée selon l'angle θ des états de polarisation incidents. De manière plus générale, l'association d'un polariseur et d'un (ou plusieurs) retardateur permet de réaliser l'analyse de n'importe quel état de polarisation.

1.2 L'imagerie polarimétrique

On veut maintenant réaliser une image contenant en chaque pixel l'information sur l'état de polarisation de la lumière diffusée par la scène, c'est à dire contenant en chaque

pixel les valeurs des paramètres du vecteur de Stokes. On ne fait pas d'hypothèse sur la lumière qui sert à éclairer la scène et l'on se contente de réaliser une image de Stokes de la lumière diffusée par celle-ci. Je détaille dans cette partie la manière d'estimer l'état de polarisation diffusé par la scène à partir des mesures acquises et les différentes stratégies utilisées pour réaliser ces mesures.

1.2.1 L'estimation des paramètres polarimétriques

Pour estimer les différents paramètres polarimétriques, il est nécessaire de réaliser au moins autant d'analyses différentes de l'état de polarisation, pour chaque pixel de l'image, qu'il y a de paramètres à estimer. Pour modéliser les différentes analyses de l'état de polarisation réalisées par la caméra, on utilise une matrice de mesure \mathbb{W} dont les lignes sont composées des différents vecteurs d'analyses utilisés $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_N$:

$$\mathbb{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \\ \mathbf{A}_2^T \\ \dots \\ \mathbf{A}_N^T \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

On regroupe alors les différentes mesures d'intensité correspondantes dans un vecteur \mathbf{I} :

$$\mathbf{I} = \mathbb{W}\mathbf{S}. \quad (1.18)$$

Cette modélisation de l'acquisition suppose que le vecteur de Stokes incident est le même pour chacune des mesures. Ces mesures d'intensité sont perturbées par un bruit de mesure composé du bruit de photon, caractérisé par une distribution de Poisson, et d'un bruit additif Gaussien propre au capteur. On a choisi de ne pas faire apparaître explicitement ce bruit dans l'Equation (1.18), mais on veillera à garder à l'esprit par la suite que \mathbf{I} est une variable aléatoire.

Une fois ces acquisitions effectuées, on veut estimer le vecteur de Stokes incident à partir des mesures obtenues. L'estimation au sens des moindres carrés peut s'effectuer en utilisant la pseudo-inverse de la matrice de mesure \mathbb{W} définie par [13] :

$$\mathbb{W}^+ = (\mathbb{W}^T\mathbb{W})^{-1}\mathbb{W}^T. \quad (1.19)$$

Elle permet de réaliser l'estimation du vecteur de Stokes avec :

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbb{W}^+\mathbf{I}. \quad (1.20)$$

On peut alors déduire de cette estimation du vecteur de Stokes, des estimations des différents paramètres polarimétriques. En réalisant cette estimation en chaque pixel du capteur, on obtient une image de Stokes de la scène.

Cet estimateur est optimal dans le cas où le bruit perturbant les mesures est un bruit additif gaussien car il correspond alors à l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance qui sera défini à la Section 1.3.2 [14]. Dans la plupart des cas, le bruit prédominant n'est pas le bruit additif gaussien mais le bruit de Poisson. Cependant, il a été montré que l'estimateur par pseudo-inversion, défini à l'Equation (1.20), a une précision d'estimation très proche de la précision d'estimation de l'estimateur optimal au sens du maximum de vraisemblance considérant un bruit de Poisson [15].

1.2.2 Les différentes stratégies d'acquisition

Il existe différentes stratégies pour réaliser les mesures \mathbf{I} nécessaires à l'estimation du vecteur de Stokes incident. Les deux principales, qui sont utilisées dans les chapitres suivants, sont l'imagerie à division dans le temps (DoT pour "Division of Time") et l'imagerie à division de plan focal (DoFP pour "Division of Focal Plane"). Ces deux types de systèmes d'imagerie sont illustrés sur la Figure 1.3. Les systèmes DoFP actuels ne permettant pas de mesurer le vecteur de Stokes complet, on propose également une approche hybride utilisant un capteur DoFP accompagné d'un retardateur rotatif placé devant la caméra.

Imagerie DoT

L'imagerie DoT, illustrée sur la Figure 1.3 (haut), consiste à réaliser successivement les différentes acquisitions en changeant l'état d'analyse d'une acquisition à l'autre. Pour cela on utilise un analyseur de polarisation, commun à tous les pixels du capteur, placé devant la caméra et qui permet de réaliser successivement les différentes analyses nécessaires à l'estimation. Ce type de système est facile à mettre en place en laboratoire car il est réalisable à partir de composants polarimétriques simples : un polariseur et un retardateur rotatifs sont suffisants. Cette stratégie a pour avantage de fournir une image du vecteur de Stokes à la résolution du capteur, chacun des pixels réalisant toutes les acquisitions nécessaires à l'estimation. L'inconvénient majeur de cette stratégie est sa grande sensibilité aux mouvements dans la scène due au temps nécessaire pour réaliser successivement les différentes acquisitions. De plus, l'analyseur de polarisation placé devant la caméra peut être encombrant et comporter des parties mobiles qui doivent conserver un bon alignement pendant les phases de fonctionnement de la caméra. Ces inconvénients rendent l'utilisation de cette stratégie peu pratique pour les applications embarquées.

Imagerie DoFP

L'imagerie DoFP, illustrée sur la Figure 1.3 (bas), consiste quant à elle à réaliser les différentes analyses de l'état de polarisation avec différents pixels du capteur. Pour ce faire, chaque pixel est doté de son propre analyseur de polarisation intégré. De cette manière, il est possible d'obtenir en une seule acquisition toutes les mesures nécessaires à l'estimation de l'état de polarisation incident. Cette stratégie est donc beaucoup moins sensible aux mouvements dans la scène ce qui la rend plus adaptée pour des applications embarquées. L'inconvénient majeur de cette stratégie est que les différentes mesures nécessaires à l'estimation de l'état de polarisation en un point de la scène sont réalisées par des pixels différents et qui voient donc des parties différentes de la scène. Il est alors possible, là où les variations spatiales de la scène sont importantes, que les différents pixels utilisés pour une estimation reçoivent des polarisations incidentes différentes. Il faut donc utiliser des algorithmes de démosaiquage permettant de prendre en compte ces variations spatiales et de réaliser des estimations qui ne soient pas perturbées par les variations de la scène. Le deuxième inconvénient est la perte de résolution induite par le fait que l'on utilise plusieurs pixels pour réaliser une seule estimation de l'état de polarisation. L'image de Stokes obtenue a donc une résolution moins bonne que celle du capteur utilisé. Il est courant d'utiliser des algorithmes d'interpolation permettant de combler les manques d'informations dus à l'utilisation de ces capteur et d'améliorer la résolution de

l'image estimée [16–24].

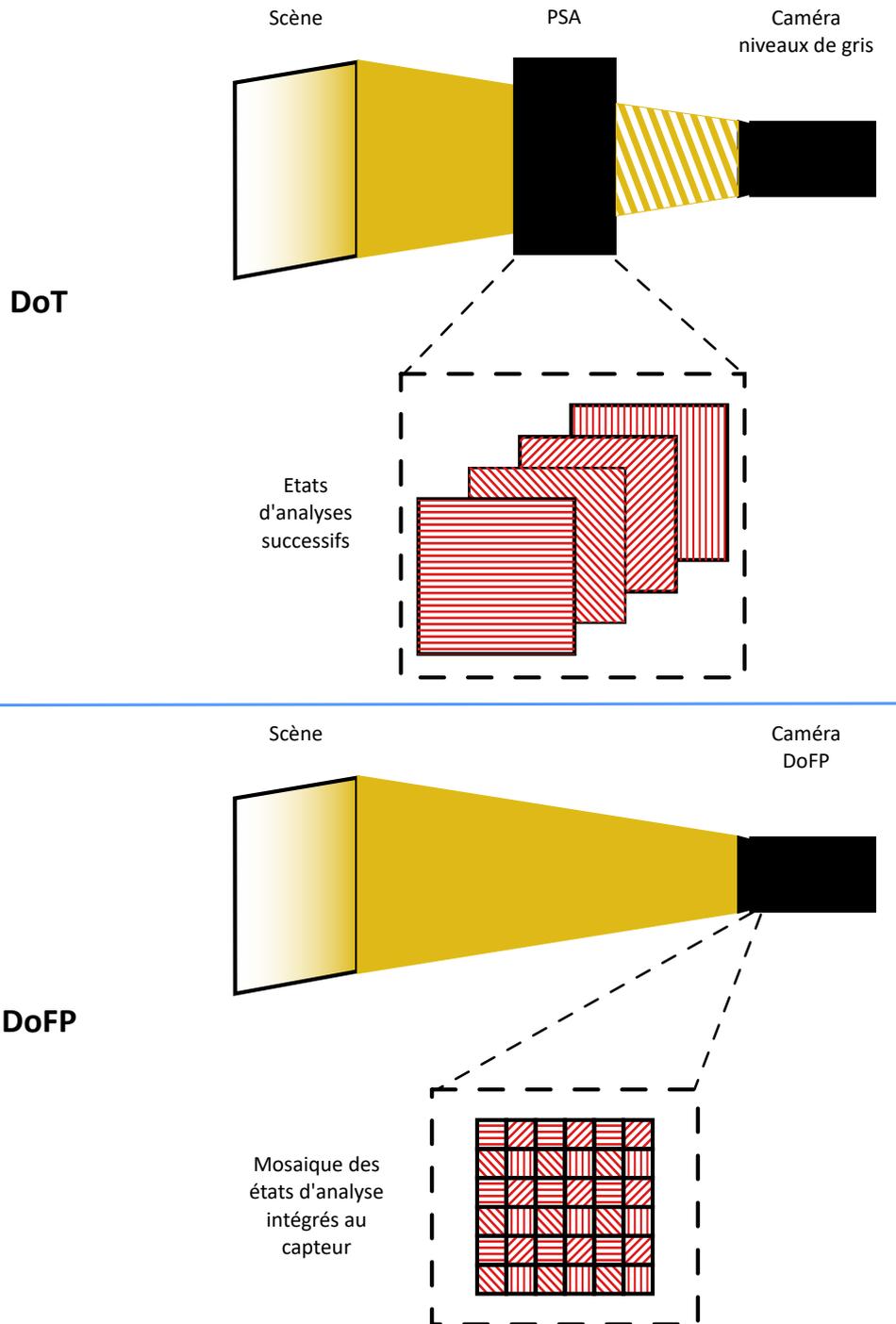


FIGURE 1.3 – Schémas illustrant un montage DoT (en haut) et DoFP (en bas). Dans l'illustration du montage DoT, les états d'analyses successifs illustrés représentent des analyses de polarisations linéaires de différentes orientations par soucis de simplicité. Cette approche est valable pour tout état d'analyse. Dans l'illustration du montage DoFP, la mosaïque des états d'analyses intégrés au capteur illustrée représente des analyses de polarisations linéaires de différentes orientations comme c'est le cas avec le capteur DoFP développé par SONY.

Imagerie DoFP du vecteur de Stokes complet

Les capteurs DoFP polarimétriques actuels ne sont composés que d'analyseurs de polarisation linéaire et ne permettent donc que de mesurer les composantes linéaires de la polarisation, à l'image du capteur SONY IMX205MZR CMOS [7] que l'on utilise pour nos mesures. Pour réaliser une image du vecteur de Stokes complet à partir d'un capteur DoFP linéaire, une méthode possible consiste à ajouter un retardateur rotatif devant la caméra. Au moins 2 acquisitions sont nécessaires, avec pour chacune une orientation différente du retardateur, pour pouvoir estimer le vecteur de Stokes complet [25, 26]. Ce système permet donc d'utiliser un nombre réduit d'acquisitions par rapport à un système DoT qui nécessite de son côté au minimum 4 acquisitions pour pouvoir estimer le vecteur de Stokes complet. Il a été montré, pour ce cas de figure, qu'une configuration optimale permettant de minimiser la variance d'estimation de la composante circulaire consiste à utiliser un retardateur de retardance $\delta = 90^\circ$ aux orientations $\theta_1 = 0^\circ$ et $\theta_2 = 45^\circ$ [22, 27].

En résumé, l'imagerie DoT permet une estimation très fiable et avec une résolution optimale lorsque la scène est statique, ce qui est le cas en laboratoire lors de l'analyse de matériaux inertes mais pas lors d'une utilisation en extérieur dans un système embarqué. Au contraire, l'imagerie DoFP permet une utilisation embarquée grâce à sa compacité et au nombre réduit d'acquisitions nécessaires. Cependant, les différents pixels ne réalisant pas les mêmes analyses, la résolution est moins bonne et un tel système doit s'accompagner de traitements numériques plus sophistiqués pour réduire les erreurs d'estimation.

1.3 Notions de théorie de l'estimation

On utilisera à plusieurs reprises dans les chapitres suivants des outils issus de la théorie de l'estimation permettant de traiter des signaux perturbés par du bruit de mesure. On revient donc sur les bruits de mesure rencontrés en imagerie classique ainsi que sur leur influence sur la précision d'estimation. On introduit ensuite des éléments théoriques liés à l'utilisation de la vraisemblance d'une grandeur mesurée. Celle-ci permet de caractériser notre estimateur et notamment ses limites théoriques de précision. Elle est également utile pour résoudre des problèmes de détection.

1.3.1 Le bruit de mesure

Les modèles de bruit

Les mesures réalisées par un capteur sont perturbées par du bruit, que l'on appelle bruit de mesure. Ce bruit peut avoir différentes origines et suivre différentes lois de probabilité. Dans le cas de l'imagerie, les deux sources de bruits principales sont le bruit de photon (aussi appelé bruit de grenaille) qui peut être modélisé par une loi de Poisson lorsque la mesure est exprimée en photo-électrons, et le bruit du détecteur qui peut être modélisé comme un bruit additif gaussien de moyenne nulle et d'écart-type que l'on note σ . L'intensité mesurée par un capteur et perturbée par ces deux sources de bruit s'écrit :

$$I_m = \mathcal{P}(I) + b, \quad (1.21)$$

où I est l'intensité moyenne incidente sur le capteur, $\mathcal{P}(I)$ est une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre I et b une variable aléatoire suivant une loi gaussienne. Toutes ces grandeurs sont exprimées en nombre de photo-électrons. Le capteur que l'on utilise dans les chapitres suivants donne lieu à un bruit additif gaussien dont l'écart-type est très faible devant l'écart-type du bruit de Poisson. On pourra donc négliger le bruit du détecteur par la suite et considérer uniquement le bruit de Poisson. On modélise donc chacune des mesure I_m par une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre I dont la densité de probabilité (PDF pour "Probability Density Function") s'exprime :

$$P_I(x) = \exp[-I] \frac{I^x}{x!}. \quad (1.22)$$

Lorsque l'intensité moyenne I est grande (de l'ordre de 100 photo-électrons ou supérieur), alors on peut considérer la loi de Poisson équivalente à une loi normale. La mesure I_m peut alors être considérée comme une variable aléatoire gaussienne de moyenne et de variance toutes deux égales à I . Pour rappel, la PDF d'une variable aléatoire gaussienne de moyenne m et d'écart-type σ s'écrit :

$$P_{m,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right] \quad (1.23)$$

Enfin, dans certains cas, on modélisera le bruit de mesure par un bruit additif Gaussien de même écart type σ pour toutes les mesures ce qui permettra de simplifier les calculs. Cette approximation est moins réaliste et les résultats obtenus devront être validés par une expérimentation pour pouvoir justifier sa pertinence.

On fait l'hypothèse que les mesures effectuées par les pixels d'une caméra sont réalisées indépendamment les une des autres et donc les variables aléatoires qui leur sont associées pourront être considérées statistiquement indépendantes.

La précision d'estimation

On vient de voir que les intensités mesurées sont perturbées par du bruit, ce qui va également perturber l'estimation du vecteur de Stokes réalisée avec l'estimateur par pseudo-inversion décrit dans l'Equation (1.20). Se pose alors la question de la précision de l'estimation réalisée. Celle-ci est caractérisée par deux grandeurs : la variance (ou l'écart-type, STD pour "Standard Deviation") et le biais. Il a été montré dans le cas d'un bruit additif Gaussien et dans le cas d'un bruit de Poisson sur les mesures, que le biais d'estimation est nul lorsque l'on utilise l'estimateur par pseudo-inversion [28, 29]. En effet, on peut écrire le biais :

$$\Delta\mathbf{S} = \langle \hat{\mathbf{S}} \rangle - \mathbf{S} = \mathbb{W}^+ \langle \mathbf{I} \rangle - \mathbf{S} = 0 \quad (1.24)$$

où $\langle \cdot \rangle$ représente la moyenne statistique. En tenant compte du comportement statistique des mesures, l'Equation (1.18) nous donne :

$$\langle \mathbf{I} \rangle = \mathbb{W}\mathbf{S} \quad (1.25)$$

Ce sont donc les variances des estimations que l'on utilisera pour caractériser la précision d'estimation. Pour calculer ces variances, on calcule la matrice de covariance du vecteur de Stokes estimé par pseudo-inversion. Les variances des différents paramètres du

vecteur de Stokes estimés constituent les termes diagonaux de la matrice de covariance. En considérant un bruit de Poisson sur les mesures, la matrice de covariance de cette estimation s'exprime [15, 28, 30] :

$$\Gamma^{\mathbf{S}} = \mathbb{W}^+ \text{diag}(\mathbb{W}\mathbf{S})[\mathbb{W}^+]^T \quad (1.26)$$

Le calcul amenant à ce résultat est montré en Annexe A.1 Cette matrice de covariance dépend du vecteur de Stokes incident \mathbf{S} ce qui ne permettra pas toujours de la calculer dans le cas général. Dans le cas d'un bruit additif Gaussien d'écart-type σ , on montre en Annexe A.1 que la matrice de covariance s'exprime [14, 15, 30, 31] :

$$\Gamma^{\mathbf{S}} = \sigma^2 (\mathbb{W}^T \mathbb{W})^{-1} \quad (1.27)$$

Dans ce cas, la matrice de covariance ne dépend pas du vecteur de Stokes incident \mathbf{S} et permet donc de tirer des conclusions indépendantes de l'état de polarisation.

Les variances des différents termes du vecteur de Stokes ainsi obtenues permettent de quantifier la précision d'estimation de ces paramètres séparément. C'est pratique lorsque l'on veut optimiser la précision d'estimation d'un paramètre en particulier, en revanche ça l'est moins lorsque l'on veut optimiser l'estimation pour l'ensemble des paramètres. Dans ce cas, il est donc courant d'utiliser la variance identiquement pondérée (EWV pour "Equally Weighted Variance") qui correspond à la somme des variances des différents paramètres que l'on peut aussi calculer avec la trace de la matrice de covariance. Un critère d'optimalité de la précision d'estimation est donc de minimiser l'EWV que l'on peut calculer à partir de la matrice de covariance du vecteur de Stokes estimé.

1.3.2 Vraisemblance et limite de précision

Un élément important de la théorie de l'estimation, et que l'on utilisera dans les chapitres suivants, est la vraisemblance. Il s'agit d'une grandeur statistique qui quantifie à quel point les paramètres que l'on a choisis sont vraisemblables au regard des mesures acquises. On commencera par apporter une définition à cette grandeur, puis on décrira comment l'utiliser pour définir un estimateur. On verra ensuite qu'il est possible pour certains estimateurs de définir une borne théorique sur leur précision d'estimation à partir de la vraisemblance, ce qui peut s'avérer utile pour quantifier leur optimalité.

La vraisemblance

On considère ici un échantillon $\mathbf{X} = \{x_i\}_{i \in [1, N]}$ où les x_i sont des réalisations de variables aléatoires X_i indépendantes. Ces variables aléatoires sont caractérisées par leurs densités de probabilité respectives $P_{i, \boldsymbol{\mu}}(x_i)$ où $\boldsymbol{\mu}$ est un scalaire ou un vecteur regroupant les paramètres de ces PDF. Dans le cadre de l'estimation, on appelle vraisemblance la PDF conjointe des variables aléatoires composant l'échantillon \mathbf{X} :

$$L(\mathbf{X} | \boldsymbol{\mu}) = P_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^N P_{i, \boldsymbol{\mu}}(x_i), \quad (1.28)$$

où l'on a pu développer la PDF conjointe comme le produit des PDF car les X_i sont indépendantes.

On définit à partir de cette vraisemblance l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance qui consiste à estimer le vecteur de paramètres $\boldsymbol{\mu}$ comme étant celui qui maximise la valeur de la vraisemblance compte tenu des valeurs des x_i que l'on aura mesurées :

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \arg \max_{\boldsymbol{\mu}} [L(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})]. \quad (1.29)$$

Cela signifie que l'on choisit la valeur de paramètre $\boldsymbol{\mu}$ la plus vraisemblable (la plus probable) connaissant les données acquises, qui sont une réalisation des variables aléatoires X_i .

Il est souvent plus pratique de considérer le logarithme de la vraisemblance, que l'on appellera « log-vraisemblance », car il permet de transformer un produit de PDFs en une somme, ce qui est plus facile à traiter par la suite :

$$\ell(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu}) = \ln[L(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})] = \sum_{i=1}^N P_{i,\boldsymbol{\mu}}(x_i). \quad (1.30)$$

Le logarithme étant une fonction croissante et monotone, cela ne change pas l'approche par estimation du maximum de vraisemblance pour laquelle on pourra maximiser la log-vraisemblance au lieu de la vraisemblance.

Limite théorique de la précision d'estimation

Dans le cas de l'estimation des paramètres de Stokes décrite au Paragraphe 1.2.1 à l'Equation (1.20) et en considérant un bruit additif Gaussien, on peut montrer que la pseudo-inverse est l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance, et dans ce cas de figure il est non biaisé. Or, dans le cas des estimateurs non biaisés, on peut définir une borne inférieure sur leur variance d'estimation appelée « Borne de Cramer-Rao » (CRLB pour « Cramer-Rao Lower Bound »). Pour définir cette borne, il faut calculer la matrice d'information de Fisher :

$$\mathbb{I}_{F_{i,j}}(\boldsymbol{\mu}) = -E \left[\frac{\partial^2 \ln L(\mathbf{X}|\boldsymbol{\mu})}{\partial \mu_i \partial \mu_j} \right]. \quad (1.31)$$

La CRLB est définie par les éléments diagonaux de l'inverse de cette matrice [32–34]. Chacun des éléments diagonaux obtenus est donc une borne inférieure sur la variance d'estimation du paramètre correspondant. Le calcul de la CRLB, dans le cas d'un estimateur non biaisé, permet donc d'obtenir une valeur minimum de variance que l'on ne pourra pas dépasser pour un modèle donné. De plus, dans le cas de l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance, cette borne pourra être atteinte dans le cas d'une variable aléatoire appartenant à la famille exponentielle. C'est notamment le cas avec le bruit de Poisson et le bruit additif Gaussien.

Le cas de l'estimation des paramètres de Stokes décrit au Paragraphe 1.2.1 correspond à une estimation au sens du maximum de vraisemblance, qui n'est pas biaisée et pour laquelle les variables aléatoires sont de la famille exponentielle. Cette estimation doit donc conduire à une précision d'estimation optimale, où la variance est égale à la CRLB.

1.3.3 La détection

Le calcul de la vraisemblance peut également être utilisé pour résoudre des problèmes de détection. On utilise cette approche au Chapitre 4 pour la détection de variations spatiales de l'intensité incidente. Il s'agit alors de trancher entre deux hypothèses que l'on peut schématiser comme suit :

\mathbf{H}_1 : Le signal à détecter est présent ;

\mathbf{H}_0 : Le signal à détecter n'est pas présent.

On peut, pour chacune de ces hypothèses, exprimer sa vraisemblance :

$$L(\mathbf{X}|\mathbf{H}_i) = P_{\mathbf{H}_i}(\mathbf{X}), \quad (1.32)$$

où \mathbf{X} est l'échantillon mesuré, et $P_{\mathbf{H}_i}(\mathbf{X})$ est la PDF de \mathbf{X} sachant que l'on s'est placé dans l'hypothèse \mathbf{H}_i . Plus la vraisemblance d'une hypothèse est élevée, plus celle-ci est probable au regard des mesures. Pour pouvoir choisir l'hypothèse la plus probable, on peut donc comparer leurs vraisemblances. Pour cela on calcule le rapport de celles-ci :

$$\mathcal{R} = \frac{L(\mathbf{X}|\mathbf{H}_1)}{L(\mathbf{X}|\mathbf{H}_0)}. \quad (1.33)$$

Un rapport \mathcal{R} important signifie ici que l'hypothèse \mathbf{H}_1 est plus vraisemblable que l'hypothèse \mathbf{H}_0 , et inversement si la valeur du rapport est faible. Pour décider si un rapport est important ou faible, il faut choisir un seuil de détection auquel le comparer. Ce seuil est à déterminer en fonction des critères de performance que l'on souhaite imposer, notamment les conditions sur les probabilités de non détection et de fausse alarme.

Parfois, l'expression de la vraisemblance dépendra d'inconnues dont la valeur n'a pas directement d'intérêt mais qu'il faudra estimer pour résoudre le problème. Ces paramètres supplémentaires sont appelés paramètres de nuisance. La démarche consiste alors à utiliser leur estimée dans l'expression de la vraisemblance, que l'on appelle alors pseudo-vraisemblance.

1.4 Conclusion

J'ai donc introduit dans ce chapitre les concepts sur la polarisation que l'on utilisera dans le cadre de l'imagerie de Stokes. J'ai notamment décrit les grandeurs physiques associées au vecteur de Stokes que l'on va manipuler tout au long de ce manuscrit ainsi que les composants polarimétriques que l'on sera amenés à utiliser. Cela a permis de décrire le modèle d'estimation utilisé pour estimer le vecteur de Stokes à partir des différentes analyses de l'état de polarisation réalisées par le capteur. J'ai également présenté les différentes stratégies utilisées dans ce manuscrit pour réaliser les acquisitions nécessaires à l'estimation du vecteur de Stokes. Enfin, on a également introduit des notions théoriques issues de la théorie de l'estimation permettant de caractériser la précision d'estimation lorsque l'on tient compte du bruit de mesure.

DÉVELOPPEMENT DES BANCS EXPÉRIMENTAUX

Ce chapitre a pour but de décrire la caractérisation et la mise en application des bancs expérimentaux que l'on utilise dans les chapitres suivants. Pour réaliser les vérifications expérimentales des résultats théoriques et de simulations développés dans les chapitres suivants, nous avons utilisé un capteur DoFP conçu par SONY de référence IMX250MZR CMOS. Dans un premier temps, je décris la calibration de ce capteur permettant de s'affranchir de ses défauts d'usinage et ainsi d'obtenir des mesures fiables et non biaisées. Cependant, comme détaillé au Chapitre 1, par leur conception même, les capteurs DoFP sont sensibles aux variations spatiales de la scène car ils réalisent les analyses de l'état de polarisation avec des pixels placés à des localisations différentes. Pour caractériser les erreurs dues à cette conception, il nous faudra disposer d'un autre système d'imagerie permettant d'obtenir des images qui ne soient pas perturbées par les variations spatiales de la scène et qui puisse donc servir de référence. Je détaille ainsi dans un second temps deux systèmes d'imagerie DoT différents permettant d'obtenir ces images de Stokes servant de référence.

2.1 Calibration du capteur DoFP

Dans cette section, je présente le capteur DoFP utilisé. Je commence par présenter ses caractéristiques. Je décris ensuite la méthode utilisée pour calibrer ce capteur polarimétrique [27]. Cette calibration a pour objectif de mesurer les défauts des micro-polariseurs intégrés en chaque pixel. Je présente enfin les résultats de la calibration et leur prise en compte dans la matrice de mesure.

2.1.1 Caractéristiques du capteur DoFP utilisé

Le capteur utilisé est un capteur CMOS fabriqué par SONY Semiconductors [7]. Sur chacun des pixels a été gravé une micro-grille métallique se comportant comme un polariseur. Chaque micro-grille métallique transmet la polarisation linéaire perpendiculaire à l'axe de ses barreaux. Le capteur utilise des micro-grilles de différentes orientations permettant l'analyse des composantes linéaires de polarisation selon les angles 0° , 45° ,

90° ou 135°. On appelle par la suite l'ensemble des pixels réalisant une analyse polarimétrique selon une même orientation un « canal polarimétrique ». Le capteur, illustré sur la Figure 2.1, est donc composé de 4 types de pixels sur lesquels sont gravés des micro-polariseurs d'orientations différentes. On met en évidence sur cette figure la répartition des

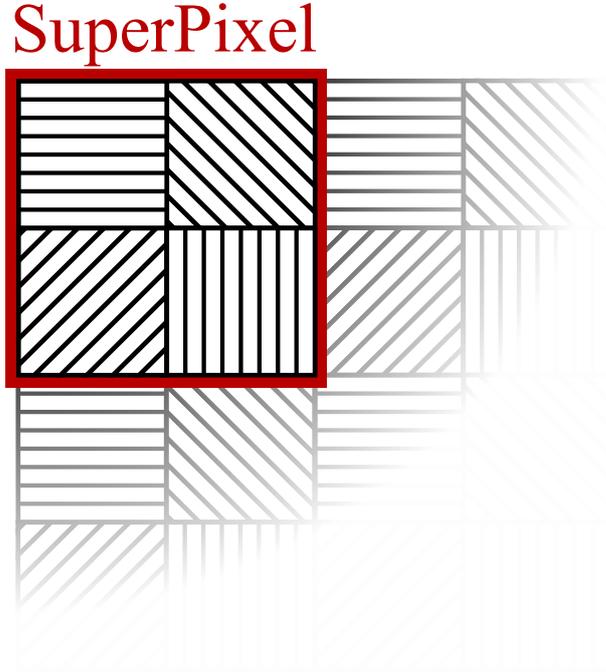


FIGURE 2.1 – Schéma du capteur. On a encadré en rouge 4 pixels réalisant des analyses différentes et formant ce que l'on nomme par la suite un super-pixel.

pixels en groupes de 4 pixels différents que l'on appelle « super-pixels ». Un super-pixel regroupe donc les 4 analyses polarimétriques effectuées par ce capteur permettant d'estimer l'état de polarisation linéaire. En effet, ce capteur étant composé uniquement d'analyseurs linéaires, il ne permet pas de mesurer la composante circulaire de la polarisation comme on a pu le voir au Chapitre 1.1.4.

Le capteur que l'on utilise est intégré dans une caméra Phoenix PHX050S-PC de l'intégrateur LUCID Vision Labs. Il existe également une version du capteur permettant l'estimation des couleurs en même temps que l'estimation de l'état de polarisation, mais c'est la version monochrome que l'on utilise ici. Ce capteur a une résolution de 2448×2048 pixels, de taille $3.45 \times 3.45 \mu\text{m}$. Il quantifie les intensités mesurées sur 12 bits et le gain donné par la constructeur vaut $g = 0.37$ niveaux numériques par photo-électron ce qui place le niveau de saturation à environ 1.1×10^4 photo-électrons. L'écart-type du bruit d'obscurité donné par le constructeur vaut 2 photo-électrons.

2.1.2 La méthode de calibration utilisée

Pour réaliser la calibration d'un pixel et du micro-polariseur gravé dessus, je détaille à l'Equation (2.1) le processus d'acquisition en faisant apparaître les différents paramètres influençant la mesure. Le signal Y_{nm} , exprimé en niveaux numériques, mesuré par le pixel d'indice nm s'exprime par :

$$Y_{nm} = gS_0\eta_{nm}k_{nm}\mathbf{s}^T \mathbf{v}_{nm} + b_{nm} \quad (2.1)$$

où S_0 est l'intensité incidente exprimée en photo-électrons, g est le gain du détecteur exprimé en niveaux numériques par photo-électron, η_{nm} son rendement quantique, k_{nm} la transmission du micro-polariseur, \mathbf{s} le vecteur de Stokes réduit de la lumière incidente, \mathbf{v}_{nm} le vecteur d'analyse normalisé du pixel (la transmission k_{nm} étant considérée par ailleurs) et b_{nm} le bruit d'obscurité, que l'on modélise par un bruit additif gaussien non centré. Ce bruit peut être exprimé :

$$b_{nm} = a_{nm} + \langle b_{nm} \rangle \quad (2.2)$$

où $\langle b_{nm} \rangle$ est la moyenne du bruit d'obscurité qui correspond à un offset sur la mesure et a_{nm} un bruit additif gaussien centré. On peut exprimer l'intensité mesurée corrigée de l'offset sur la mesure provoqué par le bruit d'obscurité :

$$N_{nm} = Y_{nm} - \langle b_{nm} \rangle = gS_0\eta_{nm}k_{nm}\mathbf{s}^T\mathbf{v}_{nm} + a_{nm} \quad (2.3)$$

L'offset $\langle b_{nm} \rangle$ est mesuré à partir d'une image prise dans le noir complet. Prendre une moyenne sur un grand nombre d'images permet de réduire l'influence du bruit. Le gain g peut être calculé en étudiant la statistique de l'intensité mesurée N_{nm} . Pour cela, cette intensité N_{nm} (exprimée en niveau numériques) est donnée en fonction de l'intensité du signal exprimé en nombre de photo-électrons I_{nm} , dont la statistique suit une loi de Poisson, et du bruit additif gaussien centré a_{nm} . On a alors la relation :

$$N_{nm} = gI_{nm} + a_{nm}, \quad (2.4)$$

d'où l'on peut exprimer la variance de l'intensité mesurée :

$$\text{VAR}[N_{nm}] = g^2\text{VAR}[I_{nm}] + \text{VAR}[a_{nm}]. \quad (2.5)$$

Or, I_{nm} suit une loi de Poisson et donc sa variance $\text{VAR}[I_{nm}]$ est égale à sa moyenne $\langle I_{nm} \rangle$. De plus, le bruit additif gaussien a_{nm} est de moyenne nulle, ce qui permet d'écrire :

$$\langle N_{nm} \rangle = g\langle I_{nm} \rangle. \quad (2.6)$$

D'où l'on obtient la relation liant la variance de l'intensité mesurée à sa moyenne :

$$\text{VAR}[N_{nm}] = g\langle N_{nm} \rangle + \text{VAR}[a_{nm}]. \quad (2.7)$$

En traçant la variance $\text{VAR}[N_{nm}]$ en fonction de la moyenne $\langle N_{nm} \rangle$, on obtient une courbe dont la pente nous donne le gain g . Pour cela j'ai réalisé plusieurs séries d'acquisitions successives avec des éclaircissements différents pour faire varier la moyenne du signal mesuré $\langle N_{nm} \rangle$.

Pour réaliser l'estimation des autres paramètres, je place la caméra devant une sphère intégrante et un polariseur permettant de régler l'angle de la polarisation incidente et de s'assurer que celle-ci est uniforme sur le capteur. Les N différents états de polarisation utilisés sont notés $\mathbf{s}_i, i \in [1 : N]$, et l'on crée la matrice concaténant ces différents vecteurs :

$$\mathbb{X} = [\mathbf{s}_1 \quad \mathbf{s}_2 \quad \dots \quad \mathbf{s}_N]^T, \quad (2.8)$$

qui permet d'exprimer le vecteur des intensités mesurées en chaque pixel corrigé de l'offset du au bruit d'obscurité :

$$\mathbf{N}_{nm} = \mathbf{Y}_{nm} - b_{nm}\mathbf{1} = gS_0\eta_{nm}k_{nm}\mathbb{X}\mathbf{v}_{nm} \quad (2.9)$$

où $\mathbf{1}$ est un vecteur de taille N ne contenant que des 1. J'ai décidé ici de négliger le bruit additif gaussien centré, car son écart-type est très faible devant celui du bruit de photon. En utilisant la pseudo-inverse de la matrice \mathbb{X} , on obtient :

$$\mathbb{X}^+ \mathbf{N}_{nm} = g S_0 \eta_{nm} k_{nm} \mathbf{v}_{nm} \quad (2.10)$$

A partir de là, on veut estimer le vecteur d'analyse normalisé \mathbf{v}_{nm} ainsi que la valeur de $\eta_{nm} k_{nm}$ (où l'on ne pourra pas séparer les influences respectives de η_{nm} et k_{nm}). Pour cela, on utilise la moyenne sur l'ensemble des pixels du premier terme du vecteur obtenu à l'Equation (2.10) :

$$\langle \mathbb{X}^+ \mathbf{N}_{nm} \rangle_0 = \sum_{nm} [\mathbb{X}^+ \mathbf{N}_{nm}]_0 = \frac{1}{2} g S_0 \langle \eta_{nm} k_{nm} \rangle \quad (2.11)$$

où l'on a utilisé le fait que le premier terme du vecteur d'analyse normalisé \mathbf{v}_{nm} vaut $[\mathbf{v}_{nm}]_0 = 1/2$ et où $\langle \eta_{nm} k_{nm} \rangle = \frac{1}{NM} \sum_{nm} \eta_{nm} k_{nm}$. On en déduit le vecteur d'analyse normalisé du pixel :

$$\mathbf{w}_{nm} = \frac{\mathbb{X}^+ \mathbf{N}_{nm}}{2 \langle \mathbb{X}^+ \mathbf{N}_{nm} \rangle_0} = \frac{\eta_{nm} k_{nm}}{\langle \eta_{nm} k_{nm} \rangle} \mathbf{v}_{nm} \quad (2.12)$$

où le terme $\frac{\eta_{nm} k_{nm}}{\langle \eta_{nm} k_{nm} \rangle}$ sera appelé transmission relative du vecteur d'analyse et noté t_{nm} , même si elle tient compte également du rendement quantique η_{nm} que l'on ne peut pas séparer de la transmission k_{nm} du micro-polariseur. Il n'est pas possible ici de mesurer la transmission absolue du micro-polariseur. Cela dit, la connaissance de la transmission relative suffit pour corriger l'estimation de l'état de polarisation. On peut exprimer le vecteur d'analyse normalisé du pixel en fonction de la transmission relative t_{nm} , de la diatténuation d_{nm} et de l'orientation ϕ_{nm} du micro-polariseur correspondant :

$$\mathbf{w}_{nm} = \frac{t_{nm}}{2} [1, d_{nm} \cos(2\phi_{nm}), d_{nm} \sin(2\phi_{nm}), 0]. \quad (2.13)$$

On peut alors déterminer ces 3 paramètres t_{nm} , d_{nm} et ϕ_{nm} en fonction du vecteur d'analyse normalisé en utilisant respectivement les Equations (2.14), (2.15) et (2.16) :

$$t_{nm} = 2[\mathbf{w}_{nm}]_0, \quad (2.14)$$

$$d_{nm} = \frac{\sqrt{[\mathbf{w}_{nm}]_1^2 + [\mathbf{w}_{nm}]_2^2}}{[\mathbf{w}_{nm}]_0}, \quad (2.15)$$

$$\phi_{nm} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{[\mathbf{w}_{nm}]_2}{[\mathbf{w}_{nm}]_1} \right), \quad (2.16)$$

On a donc, grâce à cette calibration, accès aux caractéristiques de chacun des micro-polariseurs gravés sur les pixels de la caméra.

2.1.3 Résultats de calibration

Pour réaliser cette calibration, je place le capteur face à un mur blanc que l'on éclaire à l'aide d'une lampe halogène fibrée partiellement collimatée. De cette manière on a une source lumineuse diffuse de faible étendue en face du capteur. Aucun objectif n'est utilisé devant la caméra et le capteur reçoit directement la lumière diffusée. De cette manière,

chaque point de la scène éclaire tous les pixels du capteur et l'éclairement sur ce dernier est parfaitement uniforme. La faible étendue de la source lumineuse permet d'avoir des petits angles d'incidence sur le capteur et donc de se placer dans un cas équivalent à une faible ouverture numérique. En effet, il a été montré sur un capteur similaire que les données de calibration ne varient que très peu avec l'ouverture numérique tant que celle-ci reste inférieure ou de l'ordre de $f/2$ [35]. Pour des ouvertures numériques supérieures, les données de calibration varient sensiblement. De plus, les résultats de calibration que l'on obtient sont très similaires à ceux obtenus dans cet article. Il semblerait donc que les défauts observés soient dus au processus de fabrication. La calibration effectuée ici est donc valable tant que l'ouverture numérique utilisée reste inférieure ou égale à $f/2$.

Les résultats de cette calibration sont montrés sur les Figures 2.2, 2.3 et 2.4 où sont affichées respectivement les valeurs des orientations, des transmissions relatives et des diatténuations de chacun de pixels. Dans chacune de ces figures on a séparé les résultats de calibration des pixels selon les différents canaux polarimétriques. Cela permet de mettre en évidence l'homogénéité spatiale des résultats obtenus au sein de chaque canal polarimétrique. En effet, les angles des micro-polariseurs mesurés varient de moins de 0.5° par rapport à leur valeur nominale. De même les images des diatténuations et des transmissions relatives sont parfaitement homogènes. Cela signifie qu'il n'est pas nécessaire d'appliquer des calibrations spécifiques à chaque pixel, et que l'on peut considérer une calibration générale du capteur en utilisant une valeur moyenne de chaque paramètre sur tous les pixels d'un même canal polarimétrique.

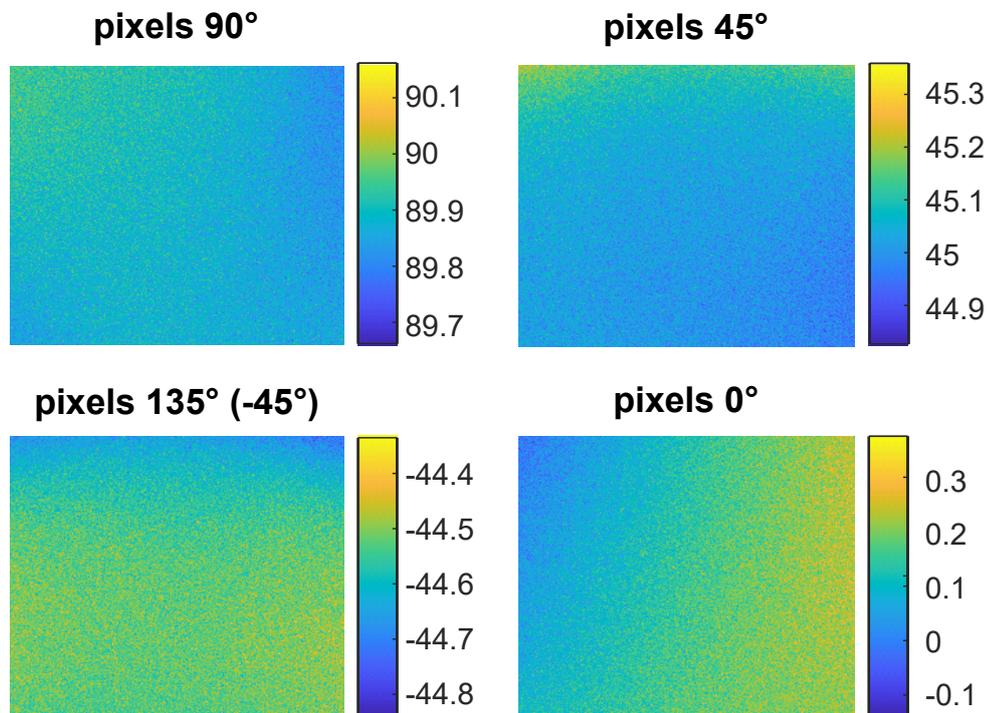


FIGURE 2.2 – Orientations ϕ des micro-polariseurs. Les quatre images correspondent respectivement aux pixels dont les micro-polariseurs ont les mêmes orientations nominales.

On regroupe ces valeurs moyennes des différents paramètres polarimétriques par canal de polarisation dans le Tableau 2.1 : La transmission relative du canal d'orientation no-

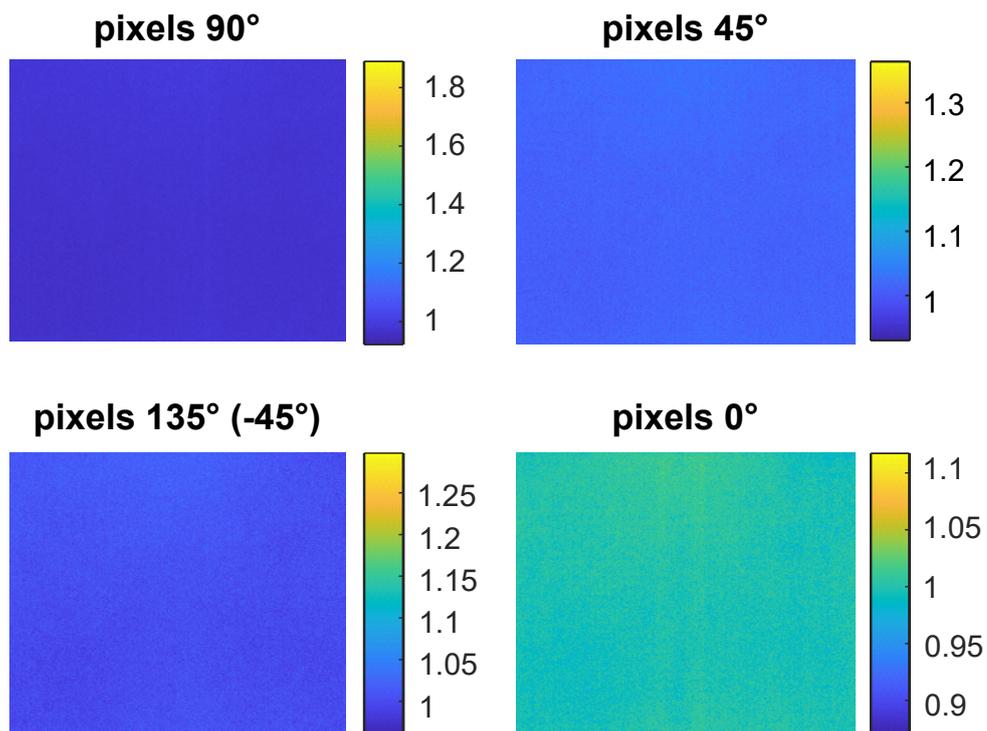


FIGURE 2.3 – Transmissions relatives t des micro-polariseurs. Les quatre images correspondent respectivement aux pixels dont les micro-polariseurs ont les mêmes orientations nominales.

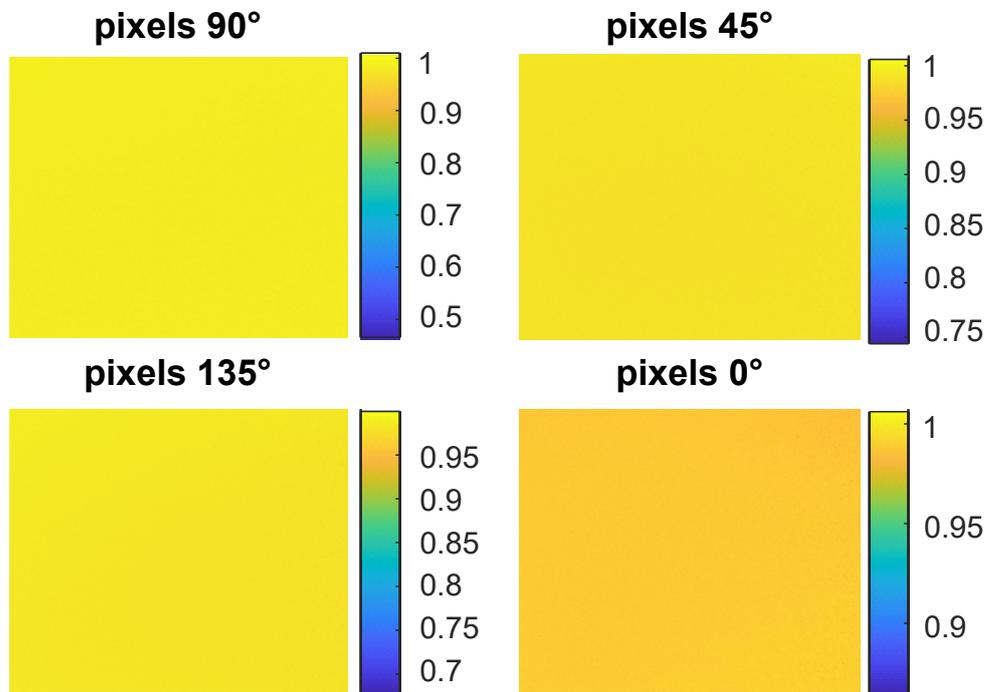


FIGURE 2.4 – Diatténuations d des micro-polariseurs. Les quatre images correspondent respectivement aux pixels dont les micro-polariseurs ont les mêmes orientations nominales.

$\phi(^{\circ})$	0.15	45.04	89.89	135.45
\mathbf{t}	1.000	1.015	0.979	1.006
\mathbf{d}	0.988	0.989	0.987	0.981

TABLE 2.1 – Paramètres polarimétriques moyens pour les quatre différents pixels constituant le capteur. ϕ est l’orientation des polariseurs, \mathbf{t} leurs transmissions relatives et \mathbf{d} leurs diatténuations.

minale à 45° est plus grande que 1 et vaut 1.015 et celle du canal à 90° est plus petite que 1 et vaut 0.979, les deux autres valeurs de transmission mesurées s’écartent de 1 de moins de 1%. On peut donc s’attendre à un biais d’estimation de l’état de polarisation en faveur de la polarisation orientée selon 45° en l’absence de calibration lors de l’estimation. Les écarts par rapport aux valeurs nominales sur les angles de polarisation sont inférieurs à 0.5° , et ceux sur la diatténuations sont similaires pour chacun des canaux polarimétriques avec des valeurs comprises entre 0.98 et 0.99 (la valeur nominale étant 1). Pour prendre en compte ces défauts lors de l’estimation, on utilise une matrice de mesure calibrée des super-pixels. Elle est calculée en concaténant les vecteurs d’analyse \mathbf{w} des différents canaux polarimétriques, chacun d’eux étant calculé à l’aide de l’Equation (2.13) où l’on utilise les valeurs moyennes des paramètres du capteur montrés dans le Tableau 2.1 :

$$\mathbb{W} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1.000 & 0.988 & 0.005 & 0 \\ 1.015 & -0.001 & 1.004 & 0 \\ 0.979 & -0.966 & 0.004 & 0 \\ 1.006 & 0.016 & -0.987 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Pour comparaison, la matrice de mesure dans le cas où les micro-polariseurs sont considérés idéaux vaut :

$$\mathbb{W} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

En utilisant la pseudo-inverse de la matrice de mesure calibrée dans l’Equation (1.20), on obtient une estimation du vecteur de Stokes qui n’est pas biaisée par les défauts du capteur. En effet, l’estimation tient alors compte des paramètres spécifiques à chaque canal polarimétrique et compense leurs défauts.

2.2 Caméra DoT utilisant des LCVRs

On présente maintenant un système DoT, permettant de réaliser l’estimation du vecteur de Stokes complet pour chaque pixel de la caméra et donc indépendamment des variations spatiales de la scène, au contraire de la caméra DoFP. Le premier système d’imagerie DoT que l’on a réalisé, présenté Figure 2.5, est constitué de cellules à cristaux liquides (LCVR pour “Liquide Cristal Variable Retarder”) se comportant comme un retardateur d’orientation fixe et de retardance variable imposée par la tension à ses bornes. Associées à un polariseur et une caméra sensible uniquement à l’intensité, les LCVRs permettent de réaliser une analyse complète de l’état de polarisation de la lumière [36, 37].

Les LCVRs apportent l'avantage d'être pilotables par ordinateur et de permettre un faible temps de transition entre deux états. Cela permet de réaliser les différentes acquisitions en un temps court et donc d'avoir une faible influence des mouvements de la scène. De plus, le pilotage par ordinateur réduit les interventions manuelles nécessaires à la réalisation des différentes acquisitions du système DoT, ce qui permet une meilleure répétabilité des mesures et réduit les risques d'introduire des défauts d'alignement.

2.2.1 Description du montage

Le système utilisé, et présenté sur la Figure 2.5, est constitué d'une caméra en niveaux de gris Stingray devant laquelle est placé un PSA qui comprend trois composants. Les deux premiers composants sont des LCVRs thermostatés, produits par Meadowlark Optics, d'orientations fixes à $\theta_1 = 0^\circ$ et $\theta_2 = 45^\circ$ dont les retardances δ_1 et δ_2 sont contrôlées en tension. On place à la suite de ces LCVRs un polariseur orienté à $\theta_P = 90^\circ$. La combinaison

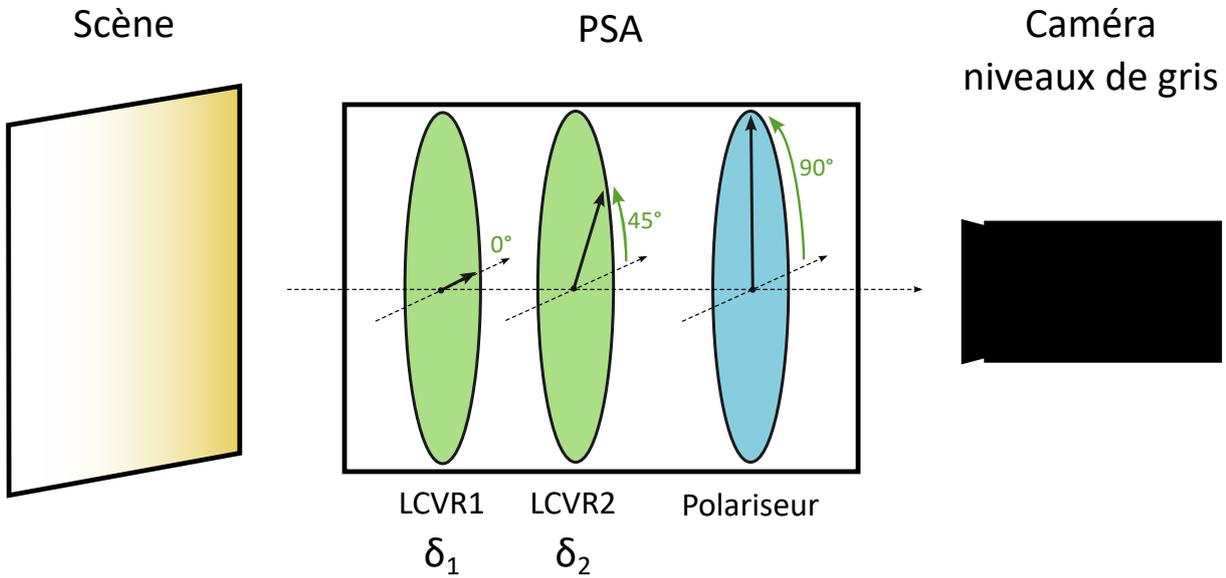


FIGURE 2.5 – Schéma du montage DoT utilisant des LCVRs et un polariseur pour réaliser le PSA.

de ces trois éléments permet de réaliser l'analyse de n'importe quel état de polarisation. En effet la matrice de Mueller du PSA s'exprime :

$$\mathbb{M}_A = \mathbb{M}_D(\theta_P)\mathbb{M}_D(\theta_2, \delta_2)\mathbb{M}_D(\theta_1, \delta_1), \quad (2.19)$$

et on obtient le vecteur d'analyse du PSA en gardant la première ligne de cette matrice de Mueller :

$$\mathbf{A} = [1, 0, 0, 0]\mathbb{M}_D(\theta_P)\mathbb{M}_D(\theta_2, \delta_2)\mathbb{M}_D(\theta_1, \delta_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ -\cos(\delta_2) \\ \sin(\delta_1) \sin(\delta_2) \\ \cos(\delta_1) \sin(\delta_2) \end{bmatrix}^T, \quad (2.20)$$

où l'on a considéré un polariseur idéal (de transmission $t = 1$ et diatténuation $d = 1$), et les expressions des matrices de Mueller des différents composants décrites aux Equations (1.12)

et (1.13). Cette expression de l'état d'analyse permet, en faisant varier indépendamment δ_1 et δ_2 , de parcourir toutes les coordonnées des états de polarisation sur la sphère de Poincaré et donc de réaliser une analyse selon n'importe quel état de polarisation. L'analyse selon quatre états de polarisation différents permet alors de mesurer l'état de polarisation complet comme décrit au Paragraphe 1.2.1. La retardance des LCVRs étant sensible à la longueur d'onde, on utilise un filtre passe-bande centré à 650nm et de largeur de bande 10nm placé devant la caméra.

On choisit les quatre états d'analyse correspondant aux polarisations linéaires selon les angles 0° , 45° , 90° et 135° , c'est à dire les mêmes que ceux réalisés par les micropolariseurs présents sur le capteur DoFP linéaire que l'on étudie. Ce choix ne permet donc de mesurer que l'état de polarisation linéaire. Il serait parfaitement possible de choisir les états d'analyse autrement, de manière à estimer le vecteur de Stokes complet en chaque pixel. Le choix fait ici présente un avantage intéressant : on peut former une image similaire à l'acquisition par la caméra DoFP en ne retenant, en chaque pixel, qu'une seule des mesures acquises par ce système DoT. En répartissant les analyses retenues selon le même schéma que sur le capteur DoFP, on obtient une image DoFP à partir des mesures du système DoT. De cette manière on a à disposition une image DoT, dépourvue des perturbations spatiales de la scène, et une image DoFP obtenue à partir des mesures DoT, que l'on appelle DoT2DoFP, qui sera perturbée par les variations spatiales de la scène de la même manière qu'une image acquise par le capteur DoFP.

2.2.2 Caractérisation des défauts

La caméra Stingray utilisée a une résolution de 640×480 pixels et chaque pixel a une taille de $10 \times 10 \mu m$. L'inconvénient majeur est alors que les pixels de cette caméra sont 3 fois plus grands que ceux de la caméra DoFP. Pour pouvoir comparer les résultats de ces deux caméras, équipées du même objectif photographique et donc avec un même grandissement, j'utilise une scène de taille 3 fois plus importante dans le cas de la caméra DoT que dans le cas de la caméra DoFP pour que le champ de vue de chaque pixel ramené à la taille de la scène soit proche dans les deux cas de figure. Un résultat obtenu avec cette approche est montré sur la Figure 2.6, où la scène observée est un QRCode imprimé en noir sur un papier blanc. J'ai donc imprimé deux fois le QRCode, avec une taille qui varie d'un facteur 3 entre les deux. La caméra DoFP est pointée sur le petit et la caméra DoT sur le grand. L'illumination de la scène est non polarisée.

Sur la Figure 2.6 (haut gauche) est montrée l'image d'intensité obtenue avec la caméra DoT et sur laquelle on peut voir le QRCode dont les brusques variations de niveau de gris entre les zones noires et blanches vont perturber les estimations effectuées à partir des images DoFP. On étudiera ces perturbations plus en détail au Chapitre 3. On montre sur la Figure 2.6 (haut droite) l'image du DoLP obtenue avec cette même caméra DoT. Les parties noires du QRCode sont très légèrement polarisées avec un DoLP inférieur à 0.1 et le fond en blanc est non polarisé. Cela s'explique par le fait que le papier blanc diffuse la lumière sans la polariser, alors que les parties noires diffusent beaucoup moins la lumière ce qui conduit à une plus grande influence de la réflexion de Fresnel de la lumière qui est partiellement polarisée. Cette image n'étant pas perturbée par les variations spatiales de la scène, elle sert de référence.

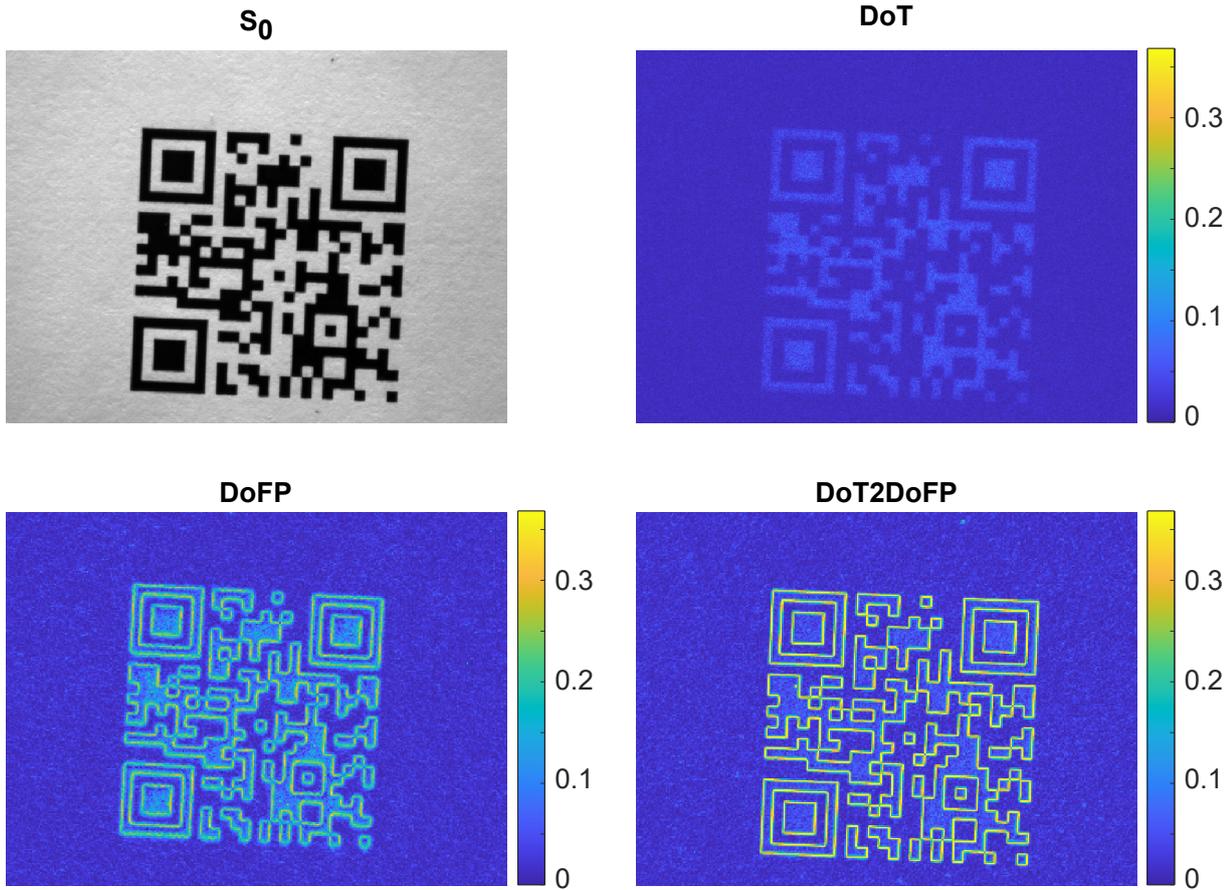


FIGURE 2.6 – Image d’intensité de la scène, estimée à partir des images DoT (en haut à gauche). Images des DoLP estimés respectivement avec les acquisitions du système DoT utilisant les LCVRs (en haut à droite), de la caméra DoFP (en bas à gauche) et avec l’image DoT2DoFP (en bas à droite).

Ce qui nous intéresse le plus ici, ce sont l’image du DoLP obtenue avec la caméra DoFP (bas gauche) et celle obtenue à partir de l’image DoT2DoFP (bas droite). Le DoLP est déduit du vecteur de Stokes estimé en chacun des super-pixel en utilisant l’Equation (1.20). Dans ces deux images, les bords d’intensité du QRCode donnent lieu à des surestimations du DoLP. En effet, ces bords apparaissant en jaune sur l’image du DoLP ce qui correspond à un DoLP élevé, or le DoLP de la scène n’a pas de raison d’être aussi élevé sur les bords des QRcodes, et on remarque notamment que sur l’image du DoLP obtenu à partir de l’image DoT le DoLP n’est pas plus élevé sur ces bords d’intensité et il s’agit donc d’erreurs d’estimation. Ces erreurs d’estimation apparaissent sur les deux images DoFP et DoT2DoFP.

Cependant, on constate que les apparences de ces deux images sont assez différentes. Les bordures de l’image DoT2DoFP sont plus marquées tandis que celles de l’image DoFP sont moins nettes. Cela est dû au fait que l’on a utilisé le même objectif pour les deux caméra et qu’il ne permet pas d’avoir une image totalement nette dans le cas de la caméra DoFP à cause de la taille 3 fois plus petite des pixels. Cela conduit à une image DoFP légèrement floue et à des erreurs d’estimation moins marquées en comparaison avec la caméra DoT pour laquelle les images sont tout à fait nettes et conduisent à des résul-

tats plus contrastés. Ne possédant pas une paire de deux objectifs identiques permettant d’obtenir des images nettes avec le capteur DoFP, l’achat de nouveau matériel était nécessaire pour corriger ce défaut. J’ai choisi à la place de développer un nouveau banc d’imagerie polarimétrique, présenté à la Section 2.3. Si l’on ne peut donc pas comparer de manière fiable les résultats de la caméra DoFP et ceux des images DoT2DoFP et DoT, on peut tout de même envisager d’utiliser cette caméra DoT pour comparer les images DoT et DoT2DoFP. En effet, l’image DoT2DoFP peut être utilisée comme une image DoFP acquise par un capteur DoFP et être comparée à l’image DoT qui sert de référence.

Cette caméra DoT présente un autre défaut important, on a en effet observé une forte inhomogénéité spatiale dans les estimations au sein de l’image lorsque l’état de polarisation incident présente une grande composante circulaire. Cette inhomogénéité est illustrée sur la Figure 2.7 où sont affichées les images des estimations du DoLP lorsque celui-ci est estimé avec la caméra DoFP (en haut à gauche) et lorsqu’il est estimé avec la caméra DoT (en haut à droite). La scène observée est un papier blanc vu au travers d’un système composé d’un polariseur et d’un retardateur de manière à générer un état de polarisation uniforme sur toute l’image, de polarisation elliptique et de faible DoLP. On s’attend donc à estimer un DoLP uniforme sur toute l’image. On observe sur la Figure 2.7 (en haut à gauche) que l’image de l’estimation du DoLP par le système DoFP est uniforme comme attendu. On remarque dans les coins de l’image des inhomogénéités dues au vignettage de l’image qui conduit à un très faible signal dans les coins et donc une estimation très bruitée du DoLP. L’image obtenue avec le système DoT n’est pas homogène, avec une variation significative du DoLP estimé entre le haut et le bas de l’image. J’affiche également sur la Figure 2.7 (en bas) les histogrammes des estimations du DoLP de ces deux images. On constate que l’histogramme des estimations du DoLP dans le cas de l’image DoFP forme un pic symétrique, au contraire de l’histogramme des estimations réalisées dans le cas de l’image DoT qui forme un large plateau allant de 0.15 à 0.4.

Ces résultats montrent que la réponse de nos LCVRs n’est pas homogène spatialement et ne permet pas une estimation fiable de l’état de polarisation. Je n’ai pas déterminé la cause exacte de cette inhomogénéité. N’ayant pas le moyens de réaliser une calibration plus précise de ces LCVRs, j’ai décidé de me tourner vers une autre solution pour réaliser un système DoT, décrite à la section suivante.

2.3 Caméra DoT à partir de la caméra DoFP

Pour pallier les défauts du système DoT décrit précédemment, on décide d’en concevoir un à partir de la caméra DoFP SONY. De cette manière, on supprime l’inconvénient d’avoir deux capteurs différents ne permettant pas une comparaison directe des résultats obtenus comme c’était le cas avec le système décrit à la section précédente. On commence par décrire le montage réalisé et son fonctionnement avant de détailler la manière dont on exploite ses mesures.

2.3.1 Description du montage

Le montage réalisé est décrit Figure 2.8. Il est composé de la caméra DoFP SONY et d’un retardateur rotatif, de référence Thorlabs AQWP10M-580, de retardance égale à 90° aussi appelé lame quart d’onde (QWP pour “Quarter Wave plate”). Cette QWP est

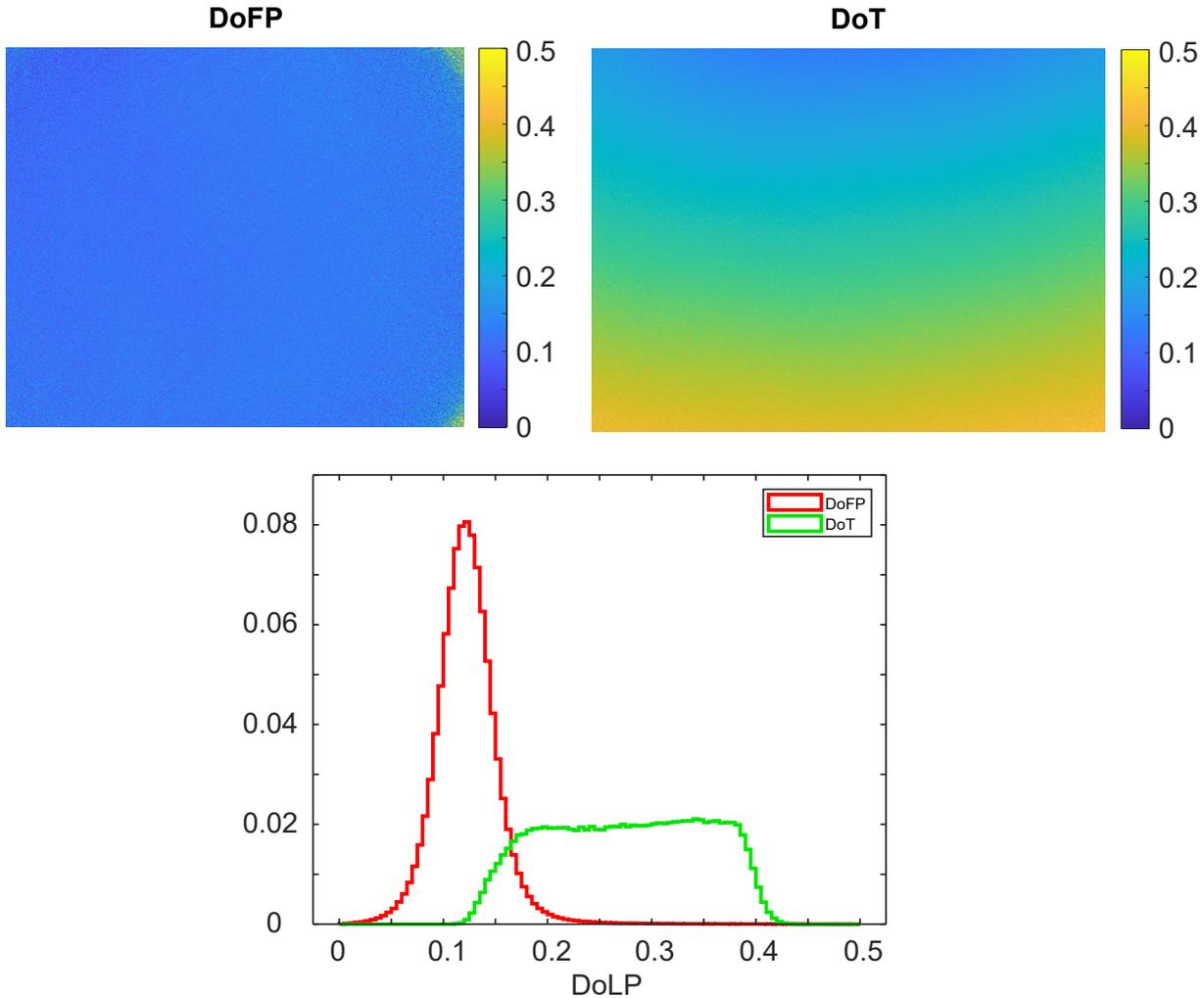


FIGURE 2.7 – Images des DoLP estimés respectivement par la caméra DoFP et par le système DoT utilisant les LCVRs (ligne du haut) ainsi que les histogrammes des estimations du DoLP en utilisant ces deux systèmes (bas). La scène observée est un papier blanc vue à travers un système constitué d'un polariseur et d'une lame quart d'onde permettant ainsi de régler l'état de polarisation selon une polarisation elliptique.

achromatique entre 350nm et 850nm, sa retardance est donc très faiblement dépendante de la longueur d'onde dans le visible. Cela permet d'éviter l'utilisation d'un filtre passe bande qui réduit significativement le flux lumineux mesuré. Elle est montée sur une monture motorisée Thorlabs PRM1Z8 pilotée par ordinateur à l'aide d'un servo-moteur Thorlabs KDC101. Chaque pixel du capteur DoFP étant déjà équipé d'un micro-polariseur, on peut considérer dans le cadre de ce système DoT que chacun est un système d'acquisition dont le PSA est composé d'un retardateur rotatif et d'un polariseur fixe.

Un tel PSA nécessite l'utilisation d'au moins 4 orientations différentes du retardateur pour pouvoir estimer le vecteur de Stokes complet. La contrainte ici est que les différentes orientations du retardateur seront les mêmes pour tous les pixels de la caméra, en revanche selon le pixel considéré l'orientation du polariseur ne sera pas la même du fait que le capteur DoFP comporte 4 types de pixels différents dotés de micro-polariseurs d'orientations différentes. Il est difficile dans ces conditions de considérer une répartition

optimale, permettant de minimiser l'EWV, des orientations du retardateur. En effet, les orientations optimales du retardateur dépendent de l'orientation du micro-polariseur car les différents états d'analyse générés par le PSA doivent former un "Spherical t Design" sur la sphère de Poincaré [28, 31, 38]. Ainsi une configuration optimale pour les micro-polariseurs d'orientation 0° ne serait pas nécessairement optimale pour ceux d'orientation 45° .

J'ai choisi d'utiliser 6 orientations différentes du retardateur réparties uniformément entre 0° et 180° , donc aux angles 0° , 30° , 60° , 90° , 120° et 150° . Cette configuration permet une estimation du vecteur de Stokes complet pour chacun des 4 types de pixels différents, avec un EWV similaire pour les matrices de mesures de ces 4 différents PSA et donc des précisions d'estimation équivalentes dans ces différents cas. En effet, sous l'hypothèse d'un bruit additif gaussien de variance σ^2 , l'Equation (1.27) conduit à des EWV comprises entre $13.8\sigma^2$ et $14.8\sigma^2$ pour chacun des 4 types de pixels différents. Ces EWV sont donc très proches ce qui témoigne d'une précision d'estimation équivalente pour chacun des pixels de la caméra. On vérifie également que ces configurations ne sont pas optimales car dans le cas de la matrice de mesure d'un "Spherical t Design" l'EWV vaut $6.7\sigma^2$ lorsque l'on utilise 6 acquisitions [29, 38, 39]. De plus, les acquisitions correspondant aux orientations du retardateur à 0° , 60° et 120° serviront pour l'étude de la méthode d'autocalibration de la retardance détaillée au Chapitre 5.

2.3.2 Exploitation des mesures

Ce système d'imagerie nous donne donc 6 acquisitions qui permettent d'obtenir une estimation du vecteur de Stokes complet en chaque pixel avec la même résolution que celle du capteur DoFP étudié. On compense le désalignement de ces différentes acquisitions à l'aide d'un algorithme de recalage [40]. La comparaison entre l'image DoT ainsi obtenue et l'image DoFP est donc d'autant plus pertinente. Comme pour le système DoT utilisant des LCVRs, il est possible de générer une image DoFP à partir de l'image DoT que l'on appelle ici « DoFP simulée ». Avec ce système, le processus permettant d'obtenir l'image DoFP simulée est un peu plus complexe que pour obtenir l'image DoT2DoFP car le système DoT ne réalise pas les mêmes analyses polarimétriques que le capteur DoFP. Ce processus est décrit sur la Figure 2.9 où l'on illustre dans le cadre du haut les 6 acquisitions réalisées par le capteur DoFP pour 6 orientations différentes de la QWP. Ces acquisitions permettent de réaliser l'estimation des images de Stokes illustrées dans le cadre du milieu de la Figure 2.9. Ces images de Stokes servent de référence car chaque pixel réalise toutes les acquisitions nécessaires à l'estimation du vecteur de Stokes, contrairement au capteur DoFP qui utilise les mesures de différents pixels, et ces estimations ne sont donc pas perturbées par les fluctuations spatiales de la scène. A partir de ces images de référence, on simule l'acquisition par un capteur DoFP, ce qui est illustré dans le cadre du bas de la Figure 2.9. Pour cela, en chaque pixel de l'image de Stokes estimée, on applique le vecteur d'analyse du pixel correspondant sur le capteur DoFP au vecteur de Stokes estimé. L'image DoFP ainsi obtenue, appelée DoFP simulée, présente les mêmes défauts qu'une image directement acquise par le capteur DoFP avec notamment le besoin de réunir les informations de différents pixels pour réaliser une estimation. L'avantage de l'image DoFP simulée, par rapport à une image qui serait acquise avec la caméra DoFP, est qu'elle correspond exactement à la même scène que l'image DoT, sans défaut d'alignement.

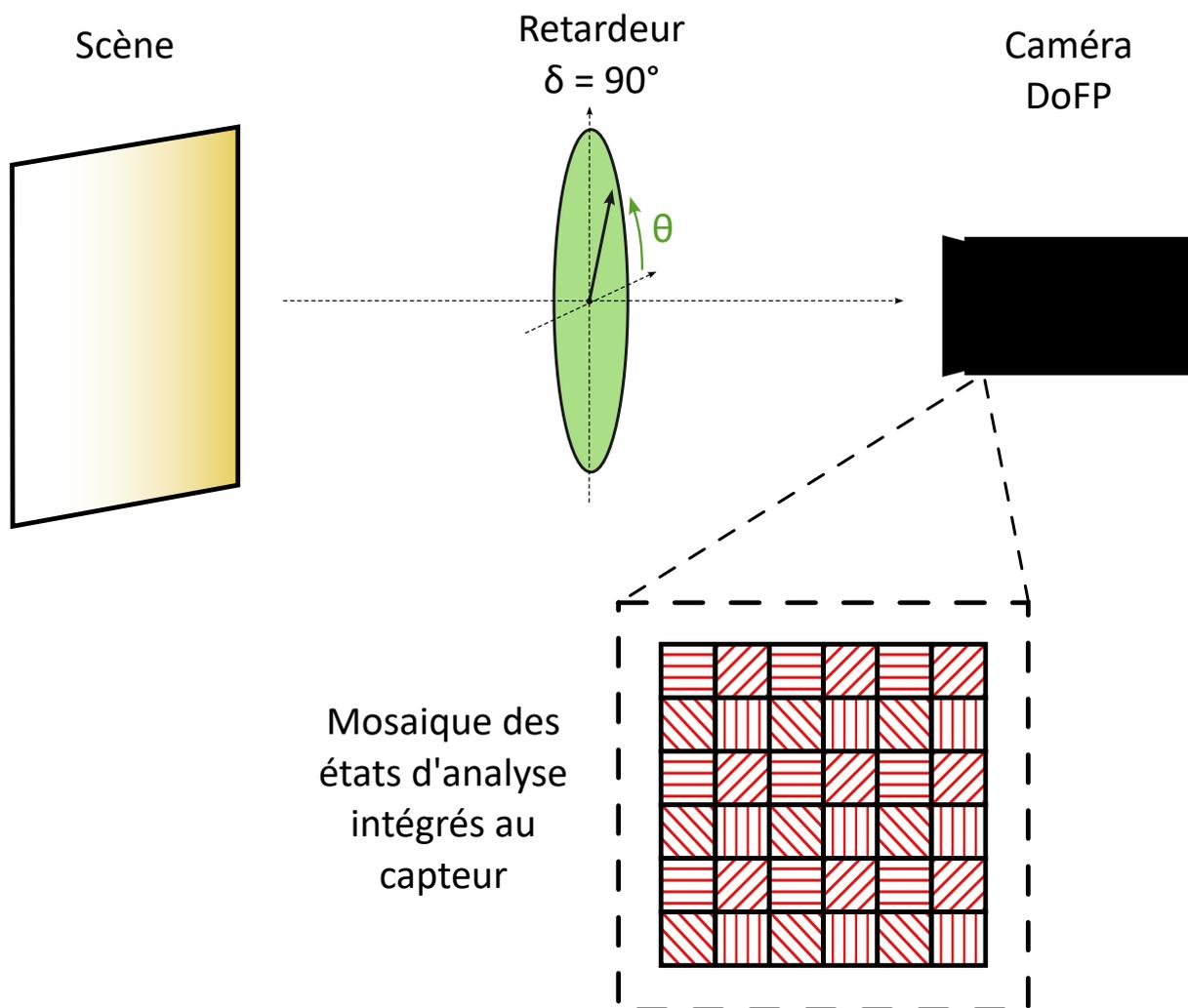


FIGURE 2.8 – Schéma du montage DoT utilisant la caméra DoFP et une lame quart d'onde (retardateur de retardance 90°).

La Figure 2.10 contient des résultats d'estimation obtenus sur une scène composée d'un QRCode. On montre l'image d'intensité estimée à partir de la caméra DoT (en haut à gauche), puis les estimations du DoLP estimés respectivement avec les acquisitions du système DoT (en haut à droite), de la caméra DoFP sans retardateur (en bas à gauche) et avec l'image DoFP simulée (en bas à droite). Les fluctuations du DoLP observées (notamment sur l'image DoT) sont dues au grain du papier et à la faible qualité de l'impression. De la même manière que pour les résultats du système DoT utilisant des LCVRs montrés Figure 2.6, on observe une différence d'estimation du DoLP entre les images DoFP et l'image DoT sur les bordures d'intensité. En revanche, les images DoFP et DoFP simulées affichent des résultats d'estimation quasiment identiques, ce qui n'était pas le cas entre les images DoFP et DoT2DoFP sur la Figure 2.6. Cela confirme l'avantage de ce système DoT, qui permet de générer des images DoT et DoFP simulées très proches de l'image fournie par la caméra DoFP. Les comparaisons entre les résultats du système DoT et de la caméra DoFP sont alors tout à fait pertinentes.

Des mesures ont également montré qu'il n'y a pas de biais d'estimation lorsque l'on

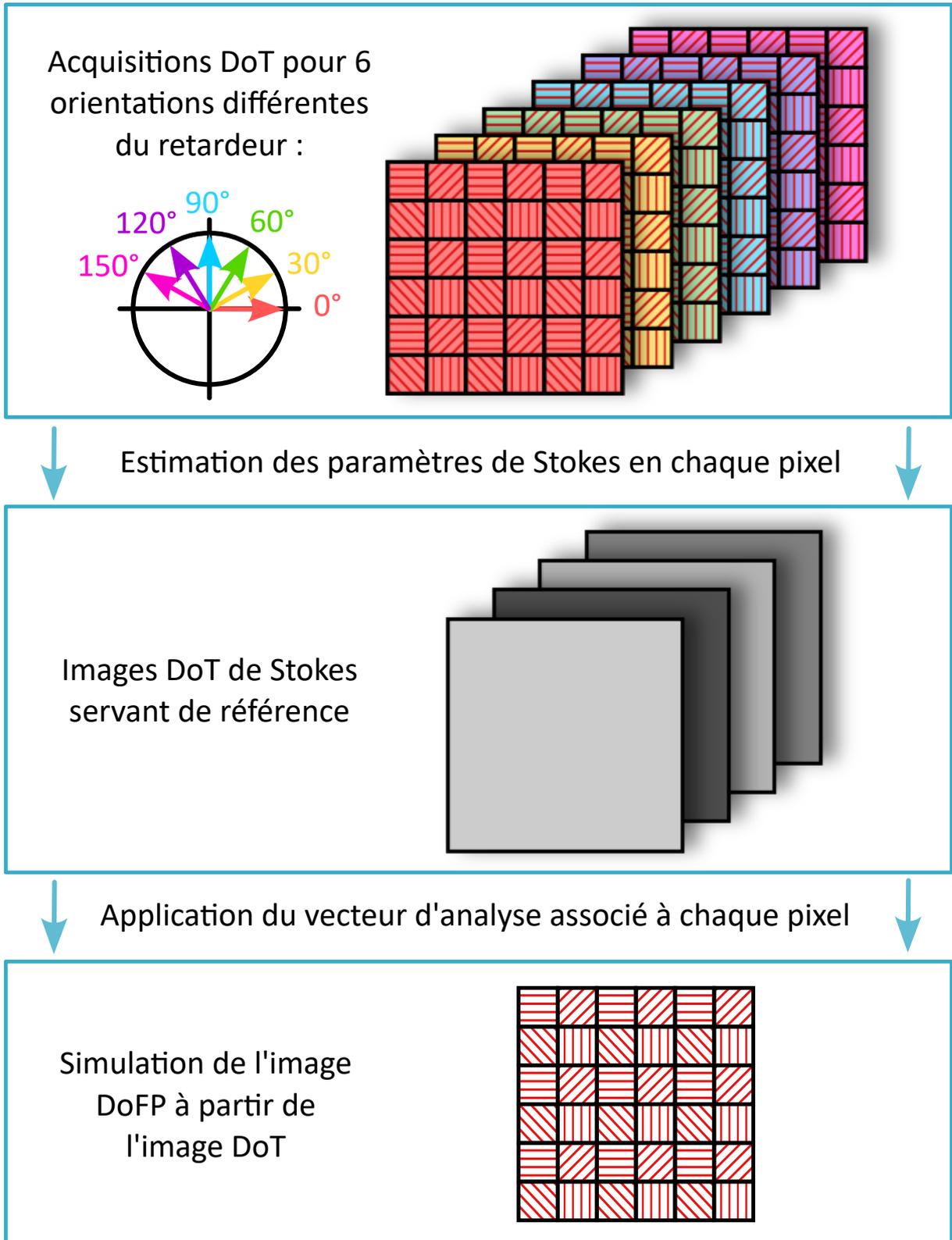


FIGURE 2.9 – Schéma illustrant l'utilisation des acquisitions du système DoT pour obtenir des images de Stokes de référence puis la simulation de l'acquisition par un système DoFP.

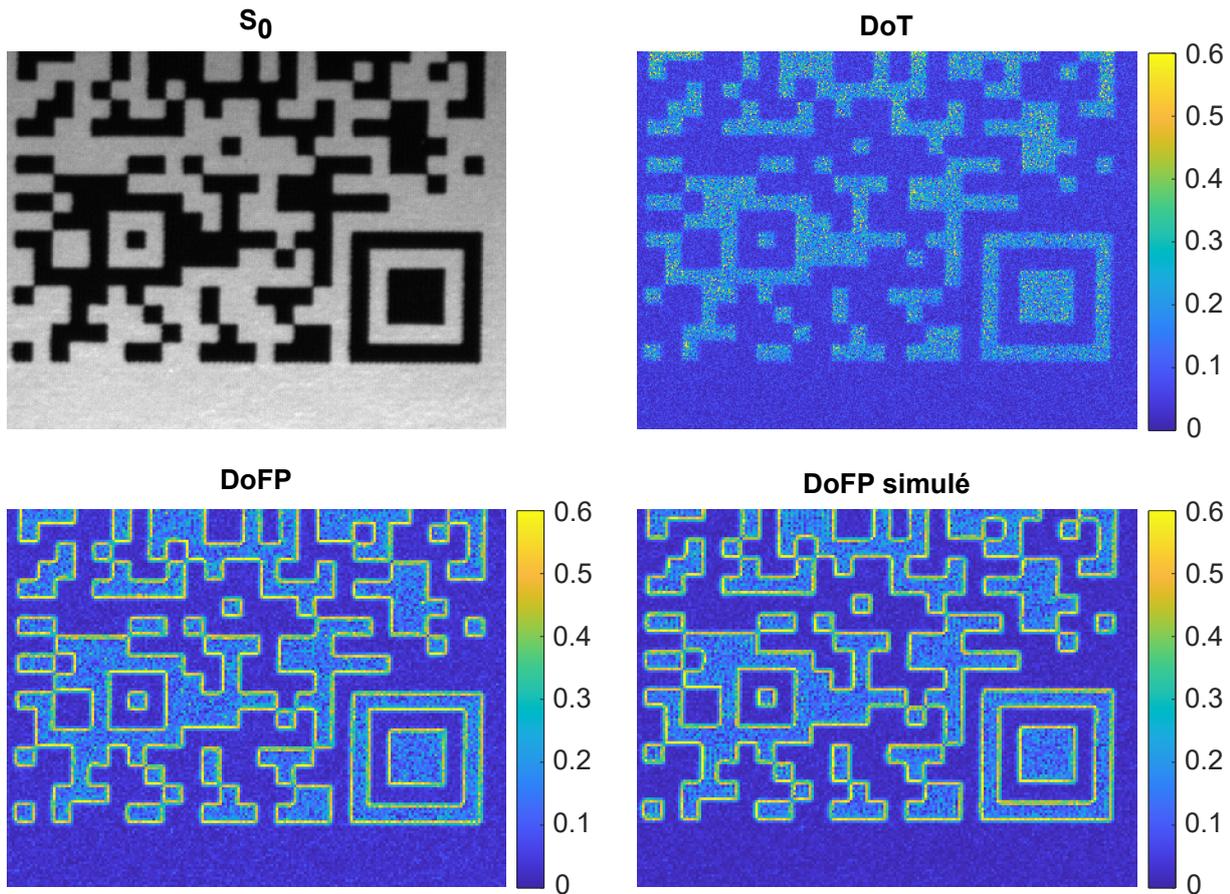


FIGURE 2.10 – Image d’intensité de la scène, estimée à partir des images DoT (en haut à gauche). Images des DoLP estimés respectivement avec les acquisitions du système DoT utilisant un retardateur rotatif et le capteur DoFP (en haut à droite), de la caméra DoFP (en bas à gauche) et avec l’image DoFP simulée (en bas à droite).

utilise ce système DoT pour observer des scènes dont la polarisation présente de fortes composantes circulaires, ce qui était un autre problème majeur du système DoT utilisant des LCVRs. Ce système DoT, utilisant la caméra DoFP et un retardateur rotatif, permet donc d’obtenir des mesures fiables et que l’on peut aisément comparer aux résultats issus de la caméra DoFP car utilisant la même résolution. On pourra utiliser cette image DoT pour simuler une image DoFP. Cela permet à ces deux images d’être parfaitement alignées et de correspondre rigoureusement à la même scène, ce qui ouvre la voie à des comparaisons quantitatives des résultats obtenus avec les systèmes DoFP et DoT et notamment le calcul d’écart d’estimation entre ces deux images qui sera utilisé au Chapitre 3.

2.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter les différents systèmes d’imagerie, DoFP et DoT, utilisés. La calibration de la caméra DoFP a permis de caractériser le capteur et d’apporter une correction adaptée à ses défauts qui sont globalement les mêmes sur tous les super-pixels. Le premier système DoT présenté, à base de LCVRs, introduit des biais d’estimation et ne permet donc pas des mesures fiables permettant une comparaison entre ces

estimations et celles issues de la caméra DoFP. On peut tout de même envisager d'utiliser l'image DoT2DoFP, qui est structurée comme une image issue d'un capteur DoFP, en comparaison avec les estimations issues des images DoT. Il faut garder en mémoire que ces résultats d'estimation, si ils sont concordants entre ces deux images, ne correspondent pas de manière fiable à la réalité de la scène car ils comportent potentiellement un biais d'estimation non négligeable. Enfin, j'ai décrit un deuxième système DoT, utilisant la caméra DoFP, et dont les résultats sont fiables et permettent une comparaison pertinente entre les images DoT et DoFP. Dans les chapitres suivants, ce système nous permettra de générer une image DoFP simulée à partir de l'image DoT pour réaliser des comparaisons quantitatives entre les images DoT et DoFP d'une même scène.

MODÈLE D'ERREUR D'ESTIMATION

Lors de l'utilisation d'une caméra DoFP, les estimations sur les bords des objets font apparaître des erreurs. Ces erreurs d'estimation sont souvent appelées artefacts car elles font apparaître un signal qui ressort par rapport au fond alors qu'il ne devrait pas apparaître. L'estimation à partir du super-pixel vue au Chapitre 1.2.1 utilise l'hypothèse que les quatre pixels du super-pixel reçoivent le même vecteur de Stokes incident. Or ce n'est pas le cas à cause des variations spatiales de la scène. Si ces variations sont trop importantes devant le bruit de mesure alors il y a potentiellement une erreur d'estimation non négligeable. Ces erreurs sont parfois appelées "IFOV errors" pour "Instantaneous Field Of View errors" [17]. Je propose dans ce chapitre une étude des erreurs d'estimation dans le cas de l'estimation de l'état de polarisation linéaire lors de l'utilisation d'une seule acquisition du capteur DoFP. Je commencerai par décrire le modèle utilisé afin de déterminer des expressions théoriques des erreurs d'estimation en présence de variations spatiales de la polarisation incidente. Notamment, on étudiera séparément les influences des variations des trois paramètres polarimétriques qui nous intéressent ici : l'intensité, le DoLP et l'AoP. On comparera ensuite les erreurs théoriques obtenues avec des écarts expérimentaux obtenus sur des images polarimétriques, ce qui nous permettra de déterminer que les variations spatiales de l'intensité sont la principale source d'erreurs d'estimation. Enfin, on validera ce résultat en montrant que la compensation des variations spatiales de l'intensité grâce à une connaissance préalable des gradients d'intensité dans l'image permet d'atteindre des performances qui rivalisent avec une méthode de démosaiquage de l'état de l'art [23].

3.1 Modèle

Je propose d'utiliser un modèle de variation localement linéaire de la scène. Je considère donc que les paramètres polarimétriques varient linéairement au sein d'un super-pixel. Les paramètres d'entrée du modèle sont l'intensité S_0 , le degré de polarisation linéaire P_L et l'angle de polarisation α . Pour pouvoir étudier l'influence des différents paramètres séparément, je considère qu'un seul de ces trois paramètres varie spatialement, les deux autres sont constants sur tout le super-pixel. Le paramètre qui varie spatialement est caractérisé par son gradient spatial de norme G_\bullet (avec $\bullet \in \{S_0, P_L, \alpha\}$) et son orientation

Certaines parties de ce chapitre ont été publiées dans [41]

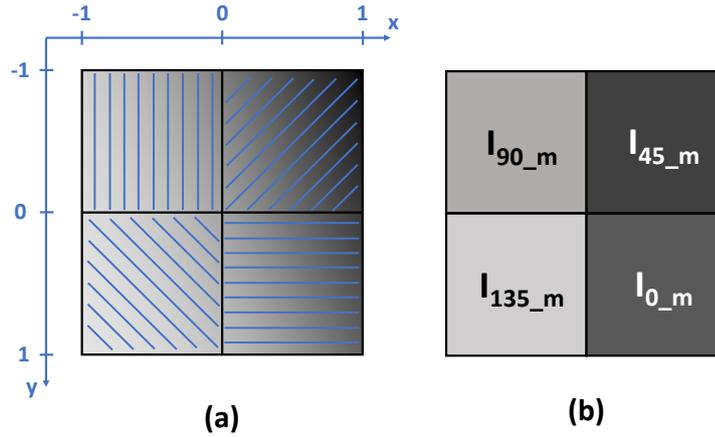


FIGURE 3.1 – On considère une lumière incidente non polarisée dont l'intensité varie spatialement. On montre à gauche (a) un exemple de variation linéaire de l'intensité incidente sur un super-pixel. Les axes montrent le système de coordonnées utilisées dans le modèle. A droite (b) est montrée l'intensité mesurée par chaque pixel. Chacune des 4 mesures d'intensité est une moyenne spatiale de l'intensité variant au sein du pixel considéré.

θ .

Je montre un exemple sur la Figure 3.1. La lumière incidente est considérée non polarisée et le paramètre qui varie spatialement est l'intensité S_0 . Le profil d'intensité correspondant incident sur le super-pixel est illustré Figure 3.1 (a). La valeur d'intensité considérée en chaque pixel est la moyenne spatiale de l'intensité incidente sur ce pixel. Comme on utilise un modèle de variation spatiale linéaire, il est équivalent de considérer la valeur de l'intensité incidente au centre de ce pixel. L'intensité mesurée en chaque pixel dans ce cas est illustrée sur la Figure 3.1 (b).

3.1.1 Erreurs dues aux variations d'intensité

On considérera dans cette partie que le paramètre non constant est l'intensité et donc que le DoLP P_L et l'AoP α sont constants au sein du super-pixel. Pour cela, on exprime les différents vecteurs de Stokes incidents sur chacun des pixels du super-pixel :

$$\mathbf{S}_\phi = S_{0,\phi} [1, P_L \cos(2\alpha), P_L \sin(2\alpha)], \quad (3.1)$$

où l'indice $\phi \in [0, 45, 90, 135]$ indique l'orientation de l'axe de polarisation du micro-polariseur gravé sur le pixel considéré. Dans l'Equation (3.1), l'intensité $S_{0,\phi}$ s'exprime :

$$S_{0,0} = S_0 + \frac{G_{S_0}}{2} [\cos(\theta) + \sin(\theta)] \quad (3.2)$$

$$S_{0,45} = S_0 + \frac{G_{S_0}}{2} [\cos(\theta) - \sin(\theta)] \quad (3.3)$$

$$S_{0,90} = S_0 - \frac{G_{S_0}}{2} [\cos(\theta) + \sin(\theta)] \quad (3.4)$$

$$S_{0,135} = S_0 - \frac{G_{S_0}}{2} [\cos(\theta) - \sin(\theta)], \quad (3.5)$$

où G_{S_0} est la norme du gradient d'intensité considéré, exprimée en photo-électrons par pixel, et θ est son orientation (sens horaire). Les paramètres P_L et α sont considérés constants au sein du super-pixel. Le paramètre S_0 désigne ici la moyenne spatiale sur la surface du super-pixel de l'intensité incidente. En utilisant les vecteurs d'analyse des micro-polariseurs gravés sur les pixels, que l'on supposera idéaux, on obtient les expressions des intensités mesurées par chacun d'eux :

$$I_{0_m} = \frac{1}{2}S_{0,0} + \frac{P_L}{2} \cos(2\alpha)S_{0,0} \quad (3.6)$$

$$I_{45_m} = \frac{1}{2}S_{0,45} + \frac{P_L}{2} \sin(2\alpha)S_{0,45} \quad (3.7)$$

$$I_{90_m} = \frac{1}{2}S_{0,90} - \frac{P_L}{2} \cos(2\alpha)S_{0,90} \quad (3.8)$$

$$I_{135_m} = \frac{1}{2}S_{0,135} - \frac{P_L}{2} \sin(2\alpha)S_{0,135}. \quad (3.9)$$

A partir de ces intensités peut être estimé le vecteur de Stokes en utilisant l'Equation (1.20). Les paramètres de Stokes ainsi estimés s'expriment alors :

$$\begin{aligned} \hat{S}_0 &= \frac{1}{2} \sum_{\phi \in [0,45,90,135]} I_{\phi_m} \\ &= \frac{1}{4} \sum S_{0,\phi} + \frac{P_L}{4} \cos(2\alpha)[S_{0,0} - S_{0,90}] + \frac{P_L}{4} \sin(2\alpha)[S_{0,45} - S_{0,135}] \\ &= S_0 + \frac{P_L}{4} \cos(2\alpha)G_{S_0}[\cos(\theta) + \sin(\theta)] + \frac{P_L}{4} \sin(2\alpha)G_{S_0}[\cos(\theta) - \sin(\theta)], \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \hat{S}_1 &= I_{0_m} - I_{90_m} \\ &= \frac{1}{2}(S_{0,0} - S_{0,90}) + \frac{P_L}{2} \cos(2\alpha)[S_{0,0} + S_{0,90}] \\ &= S_1 + \frac{G_{S_0}}{2}[\cos(\theta) + \sin(\theta)], \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \hat{S}_2 &= I_{45_m} - I_{135_m} \\ &= \frac{1}{2}(S_{0,45} - S_{0,135}) + \frac{P_L}{2} \sin(2\alpha)[S_{0,45} + S_{0,135}] \\ &= S_2 + \frac{G_{S_0}}{2}[\cos(\theta) - \sin(\theta)], \end{aligned} \quad (3.12)$$

où \hat{S}_0 , \hat{S}_1 et \hat{S}_2 sont les paramètres de Stokes estimés et S_0 , S_1 et S_2 sont les paramètres de Stokes moyens incidents sur le super-pixel. Je définis les erreurs d'estimation sur les paramètres de Stokes avec $\varepsilon_{S_k} = \hat{S}_k - S_k$ où \hat{S}_k est le paramètre de Stokes estimé et S_k est le paramètre de Stokes moyen incident sur le super-pixel. Cela conduit aux erreurs d'estimation suivantes :

$$\varepsilon_{S_0} = \frac{P_L G_{S_0}}{4} \{ \cos(2\alpha)[\cos(\theta) + \sin(\theta)] + \sin(2\alpha)[\cos(\theta) - \sin(\theta)] \}, \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_{S_1} = \frac{G_{S_0}}{2}[\cos(\theta) + \sin(\theta)], \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_{S_2} = \frac{G_{S_0}}{2}[\cos(\theta) - \sin(\theta)]. \quad (3.15)$$

On peut réécrire l'erreur ε_{S_0} :

$$\varepsilon_{S_0} = G_{S_0} \frac{\sqrt{2}}{4} P_L \cos(2(\beta - \alpha)), \quad (3.16)$$

où

$$\beta = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\cos(\theta) - \sin(\theta)}{\cos(\theta) + \sin(\theta)} \right). \quad (3.17)$$

On peut voir avec l'Equation (3.16) que l'erreur ε_{S_0} est proportionnelle à $P_L G_{S_0}$, et avec les Equations (3.14) et (3.15) que les erreurs ε_{S_1} et ε_{S_2} sont proportionnelles à S_0 mais pas à P_L . Donc, dans le cas d'un signal peu polarisé où le DoLP P_L est petit - ce qui est fréquent lorsque la scène est illuminée avec une lumière non polarisée - l'erreur ε_{S_0} est également petite même en considérant un gradient d'intensité non négligeable.

Au contraire, les erreurs ε_{S_1} et ε_{S_2} ne seront pas affectées par la valeur de P_L tandis que les valeurs de S_1 et S_2 sont proportionnelles à P_L comme vu à l'Equation (1.3). Les erreurs ε_{S_1} et ε_{S_2} deviennent donc de plus en plus significatives à mesure que P_L diminue. En effet dans ce cas les erreurs relatives $\frac{\varepsilon_{S_1}}{S_1}$ et $\frac{\varepsilon_{S_2}}{S_2}$ augmentent.

L'expression du DoLP estimé est développée en Annexe B.1 et conduit à :

$$\hat{P}_L = \frac{\sqrt{\hat{S}_1^2 + \hat{S}_2^2}}{\hat{S}_0} = \frac{\sqrt{P_L^2 + 2\rho P_L \cos[2(\beta - \alpha)] + \rho^2}}{1 + \frac{1}{2}\rho P_L \cos[2(\beta - \alpha)]}, \quad (3.18)$$

où le terme ρ s'exprime :

$$\rho = \frac{G_{S_0}}{\sqrt{2}S_0}. \quad (3.19)$$

On voit avec l'Equation (3.18) que les valeurs de P_L et de ρ ont un comportement symétrique au numérateur. Quand la valeur de ρ est proche de zéro, le DoLP estimé \hat{P}_L tend vers la valeur vraie du DoLP P_L . Au contraire, quand le DoLP est proche de zéro et que le gradient d'intensité est non négligeable, le DoLP estimé \hat{P}_L tend vers ρ . Donc dans le cas de figure où le DoLP est faible et la variation d'intensité est non négligeable, ce qui est fréquent en imagerie passive, l'erreur d'estimation sur la valeur du DoLP est significative. Plus précisément, dans ce cas, la valeur du DoLP estimée est sensiblement plus importante que la vraie valeur à cause de l'influence du gradient d'intensité.

L'expression de l'AoP n'est pas aussi évidente à développer, mais on peut tout de même discuter autour de l'équation suivante :

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\hat{S}_2}{\hat{S}_1} \right) = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{P_L \sin(2\alpha) + \rho \frac{\cos(\theta) - \sin(\theta)}{\sqrt{2}}}{P_L \cos(2\alpha) + \rho \frac{\cos(\theta) + \sin(\theta)}{\sqrt{2}}} \right). \quad (3.20)$$

Comme pour l'estimée du DoLP, les valeurs du DoLP incident P_L et de ρ entrent directement en comparaison. Si la valeur de ρ tend vers zéro, l'AoP estimé $\hat{\alpha}$ est proche de sa vraie valeur α . Au contraire, si la valeur de ρ est non négligeable et que c'est le DoLP

P_L qui est proche de zéro, alors $\hat{\alpha}$ tend vers une valeur qui dépend essentiellement de l'orientation du gradient d'intensité θ .

En conclusion, les expressions obtenues montrent que si le DoLP de l'état de polarisation incident est petit, un gradient d'intensité conduit à une faible erreur d'estimation de l'intensité S_0 mais à de grandes erreurs sur le DoLP et l'AoP. Cette conclusion sera vérifiée avec des images acquises expérimentalement au Paragraphe 3.2.

3.1.2 Erreurs dues aux variations de DoLP

Je calcule maintenant les erreurs obtenues pour une variation spatiale du DoLP P_L avec un gradient de norme G_P et d'orientation θ tandis que l'intensité S_0 et l'AoP α sont considérés constants sur le super-pixel. Les vecteurs de Stokes incidents sur les pixels du super-pixel s'expriment de manière similaire à l'Equation (3.1) :

$$\mathbf{S}_\phi = S_0[1, P_{L,\phi} \cos(2\alpha), P_{L,\phi} \sin(2\alpha)], \quad (3.21)$$

où $P_{L,\phi}$ est la moyenne spatiale du DoLP incident sur le pixel doté d'un polariseur orienté selon l'angle ϕ . Le calcul des erreurs d'estimation est ensuite très similaire à celui effectué dans le cas d'une variation d'intensité étudié au Paragraphe 3.1.1. On trouve des erreurs d'estimations sur S_1 et S_2 nulles et seule l'erreur d'estimation sur S_0 n'est pas nulle :

$$\varepsilon_{S_0} = \frac{S_0 G_P}{2} \{ \cos(2\alpha)[\cos(\theta) + \sin(\theta)] + \sin(2\alpha)[\cos(\theta) - \sin(\theta)] \}. \quad (3.22)$$

Cette expression a une forme proche de celle de l'erreur obtenue dans le cas d'une variation d'intensité. On peut la réécrire :

$$\varepsilon_{S_0} = \frac{\sqrt{2}}{2} G_P S_0 \cos[2(\beta - \alpha)], \quad (3.23)$$

avec β défini à l'Equation (3.19). On peut obtenir un encadrement de l'erreur relative sur S_0 :

$$\frac{|\varepsilon_{S_0}|}{S_0} \leq G_P \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (3.24)$$

On peut donc s'attendre à une erreur significative sur l'estimation de l'intensité \hat{S}_0 lors d'une variation abrupte du DoLP. D'un autre côté, l'erreur d'estimation sur l'AoP est nulle car il n'y a pas d'erreur d'estimation sur \hat{S}_1 et \hat{S}_2 . De plus, l'estimation du DoLP n'est perturbée que par l'erreur d'estimation sur S_0 :

$$\hat{P}_L = \frac{\sqrt{\hat{S}_1^2 + \hat{S}_2^2}}{\hat{S}_0} = P_L \frac{S_0}{\hat{S}_0} = \frac{P_L}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2} G_P \cos(2(\beta - \alpha))}. \quad (3.25)$$

J'ai pu observer sur les différentes scènes que j'ai analysé durant ma thèse que les variations abruptes du DoLP sont peu fréquentes. On peut donc s'attendre à ce que ces erreurs restent rares.

3.1.3 Erreurs dues aux variations d'AoP

De la même manière que précédemment, je calcule les erreurs d'estimation obtenues en considérant cette fois-ci une variation spatiale de l'AoP de norme G_α et d'orientation θ . L'intensité S_0 et le DoLP P_L sont considérés constants sur le super-pixel. Les vecteurs de Stokes incidents sur les différents pixels du super-pixel s'expriment :

$$\mathbf{S}_\phi = S_0[1, P_L \cos(2\alpha_\phi), P_L \sin(2\alpha_\phi)], \quad (3.26)$$

où α_ϕ est la moyenne spatiale de l'AoP incident sur le pixel doté d'un micro-polariseur d'orientation ϕ . On obtient les erreurs d'estimation suivantes :

$$\varepsilon_{S_0} = S_1 \sin(G_\alpha[\cos(\theta) - \sin(\theta)]) + S_2 \sin(G_\alpha[\cos(\theta) + \sin(\theta)]), \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_{S_1} = -2S_1 \sin^2 \left(\frac{G_\alpha}{2} [\cos(\theta) + \sin(\theta)] \right), \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_{S_2} = -2S_2 \sin^2 \left(\frac{G_\alpha}{2} [\cos(\theta) - \sin(\theta)] \right). \quad (3.29)$$

Les expressions du DoLP et de l'AoP estimés sont difficiles à simplifier et ne permettent pas d'avoir plus d'information sur l'influence du gradient d'AoP. On peut tout de même voir avec les Equations (3.27), (3.28) et (3.29) que l'erreur sur \hat{S}_0 est plus grande que celles sur \hat{S}_1 et \hat{S}_2 car les valeurs des sinus carrés sont faibles devant la valeur du sinus pour de petits angles. De plus, les fortes valeurs de gradient d'AoP sont rares dans les images polarimétriques et les erreurs correspondantes sur les paramètres de Stokes restent faibles.

3.2 Comparaison avec les données expérimentales

On veut maintenant valider les expressions théoriques des erreurs calculées précédemment en les comparant avec des écarts expérimentaux observés entre des images polarimétriques acquises par des imageurs DoT et DoFP.

3.2.1 Simulation du capteur DoFP à partir de la caméra DoT

Pour cela, j'utilise une caméra polarimétrique DoT décrite à la Section 2.3. Pour rappel, cette caméra permet d'obtenir une estimation du vecteur de Stokes complet en chaque pixel qui n'est pas perturbée par les variations spatiales de la scène. L'image obtenue nous servira alors de référence. Un exemple d'image obtenue avec ce système DoT est affiché sur la première ligne de la Figure 3.2 où l'on a représenté l'intensité S_0 , le DoLP P_L et l'AoP α respectivement sur la première, deuxième et troisième colonne. La scène utilisée est un circuit imprimé comprenant des composants électroniques et une étiquette blanche avec des lettres imprimées. La scène étant éclairée par la lumière ambiante non polarisée, la plupart de la scène est peu polarisée, excepté les bordures de la puce électronique noire,

qui sont polarisées par le biais de la réflexion de Fresnel de la lumière, comme on peut le voir sur l'image de DoLP sur la deuxième colonne de la Figure 3.2.

A partir de cette image DoT, je simule l'acquisition par le capteur DoFP comme décrit au Paragraphe 2.3.2. De cette manière, on obtient une image DoFP simulée à partir de laquelle on peut réaliser une estimation du vecteur de Stokes incident. Comme vu dans le Paragraphe 2.3.2, les estimations obtenues à partir de l'image DoT et de l'image DoFP simulée ne présentent pas de défaut d'alignement et peuvent être comparées quantitativement.

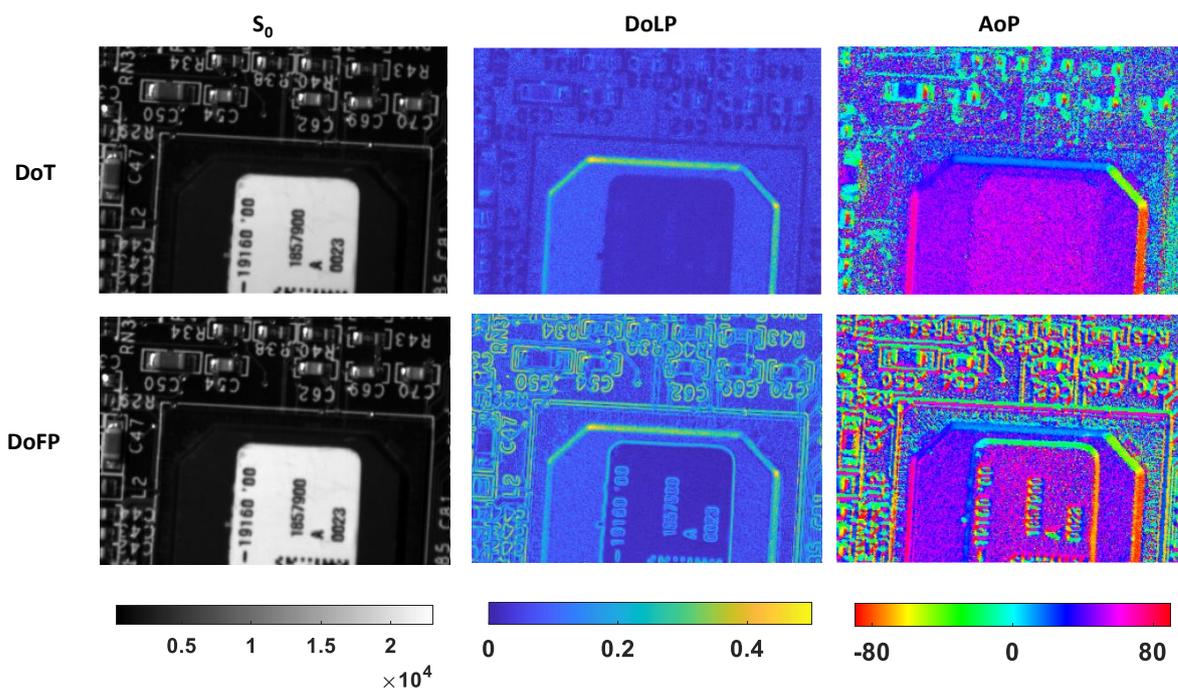


FIGURE 3.2 – Les résultats obtenus avec la caméra DoT (1ère ligne) et avec l'image DoFP simulée (2e ligne). Sont affichées les estimations de l'intensité S_0 (gauche), du DoLP (milieu) et de l'AoP en degrés (droite).

3.2.2 Résultats expérimentaux

On veut vérifier que les différences entre les image DoT et DoFP sont bien égales aux erreurs théoriques que l'on a développées à la Section 3.1. Cependant, l'image de Stokes obtenue à partir de l'image DoFP simulée a une résolution deux fois plus faible que l'image de Stokes obtenue à partir de la caméra DoT. On ne peut donc pas comparer directement les résultats obtenus à partir de l'image DoT et de l'image DoFP simulée. Pour pouvoir les comparer, je réduis la résolution de l'image DoT par deux selon chaque dimension en prenant la valeur moyenne sur les quatre pixels correspondant à chaque super-pixel. De cette manière on obtient le même résultat que si on avait utilisé un capteur deux fois moins résolu.

Je vais maintenant utiliser l'image DoT réduite en taille, qui sert de référence, et l'image DoFP simulée pour comparer l'écart d'estimation obtenu entre ces deux images et les erreurs théoriques développées dans la Section 3.1. Les expressions de ces erreurs

dépendent des gradients des différents paramètres polarimétriques G_{S_0} , G_P et G_α et de leurs orientations respectives. L'image DoT fournit une estimation du vecteur de Stokes en chaque pixel et donc quatre estimations par super-pixel. Cela me permet de calculer ces gradients en coordonnées cartésiennes pour chaque super-pixel en utilisant les noyaux de convolution suivants sur l'image DoT :

$$\text{kernel}_x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \text{kernel}_y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Le gradient en coordonnées polaires est ensuite calculé à partir de ce gradient en coordonnées cartésiennes. Ces valeurs de gradient et les valeurs des paramètres polarimétriques estimés à partir de l'image DoT permettent de calculer les erreurs théoriques correspondant à chacun de ces gradients développées dans la Section 3.1. Les deux paragraphes suivants présentent les comparaisons entre les écarts expérimentaux et les erreurs théoriques sur deux scènes différentes.

Scène peu polarisée

On affiche sur la Figure 3.3 les erreurs d'estimation sur les paramètres de Stokes S_0 , S_1 et S_2 . On utilise la même scène que pour la Figure 3.2 où sont montrées les estimations obtenues à partir des images DoT et DoFP. La première ligne (a) montre les différences entre les estimations obtenues avec l'image DoT et l'image DoFP simulée. Sur la deuxième (b), troisième (c) et quatrième (d) ligne on trouve respectivement les erreurs théoriques correspondant à des gradients d'intensité S_0 (Equations (3.13), (3.14) et (3.15)), de DoLP (Equation (3.23) et les erreurs sur S_1 et S_2 sont nulles) et d'AoP (Equations (3.27), (3.28) et (3.29)). Ces erreurs d'estimation sont divisées par les écarts-types d'estimation des paramètres de Stokes correspondants. Ces écarts-types sont calculés en considérant un capteur DoFP linéaire seul réalisant une estimation par super-pixel et un bruit de mesure qui suit une loi de Poisson. Il a été montré dans les Références [30, 42] que ces écarts-types sont respectivement égaux à $\sqrt{S_0/2}$, $\sqrt{S_0}$ et $\sqrt{S_0}$ pour les estimations de S_0 , S_1 et S_2 . J'utilise les rapports des erreurs sur les écarts-types pour pouvoir conclure quant à l'importance de ces erreurs par rapport au niveau de bruit. La dynamique des couleurs affichées est fixée à trois fois l'écart-type des estimations réalisées sur toute l'image pour le paramètre concerné.

On peut voir sur la première ligne de la Figure 3.3 que les différences d'estimation entre les images DoT et DoFP sont beaucoup plus importantes sur les images de S_1 et S_2 (deuxième et troisième colonnes) avec une dynamique 5 fois plus importante que pour les écarts d'estimation de S_0 (première colonne). De plus, on constate que les différences d'estimation entre les images DoT et DoFP (première ligne) des paramètres S_1 et S_2 (deuxième et troisième colonnes) sont très similaires aux erreurs théoriques d'estimation dues aux gradients d'intensité (deuxième ligne) tandis que les erreurs d'estimation de ces paramètres sont nulles dans les cas des gradients de DoLP et d'AoP (troisième et quatrième lignes). Les erreurs d'estimation sur ces deux paramètres S_1 et S_2 sont donc essentiellement dues aux variations d'intensité dans la scène.

Sur la première colonne de la Figure 3.3, on constate également que les rapports des erreurs sur les écarts-types d'estimation de S_0 sont contenus dans l'intervalle ± 3 tout en

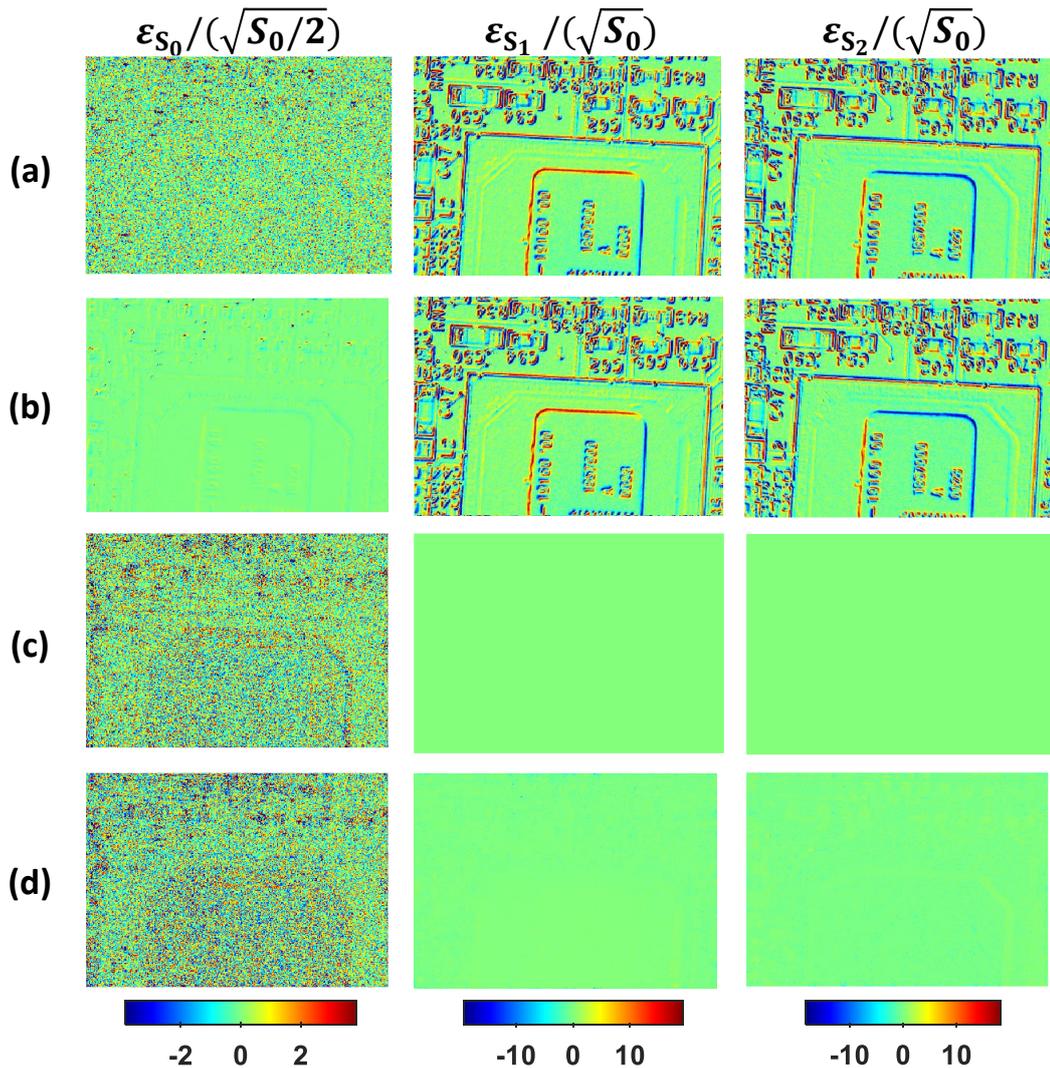


FIGURE 3.3 – On montre ici les erreurs d’estimation de S_0 , S_1 et S_2 respectivement sur la 1ère, 2e et 3e colonne. Chacune des erreurs est divisée par l’écart type d’estimation correspondant. Sur la 1ère ligne l’erreur montrée est l’écart entre l’image de référence et l’estimation à partir de l’image DoT (a). On a ensuite respectivement les erreurs calculées à partir des expressions théoriques en considérant un gradient d’intensité (b), de DoLP (c) et d’AoP (d).

étant distribués de manière aléatoire dans l’image. Ces erreurs ne sont donc pas significatives par rapport au bruit. Dans le cas du rapport de l’erreur sur l’écart-type de S_0 due à un gradient d’intensité, cela va avec le fait que le DoLP est faible dans cette image et comme montré avec les Equations (3.13), (3.14) et (3.15) les erreurs sur S_0 dues à des variations d’intensité sont faibles lorsque le DoLP est faible tandis que les erreurs sur S_1 et S_2 ne dépendent pas du DoLP. Les erreurs sur S_0 sont essentiellement dues aux variations du DoLP et de l’AoP (lignes trois et quatre).

On a affiché sur la Figure 3.4 les erreurs d’estimation du DoLP et de l’AoP. L’organisation de l’image est la même que pour la Figure 3.3. J’ai choisi de ne pas diviser les erreurs

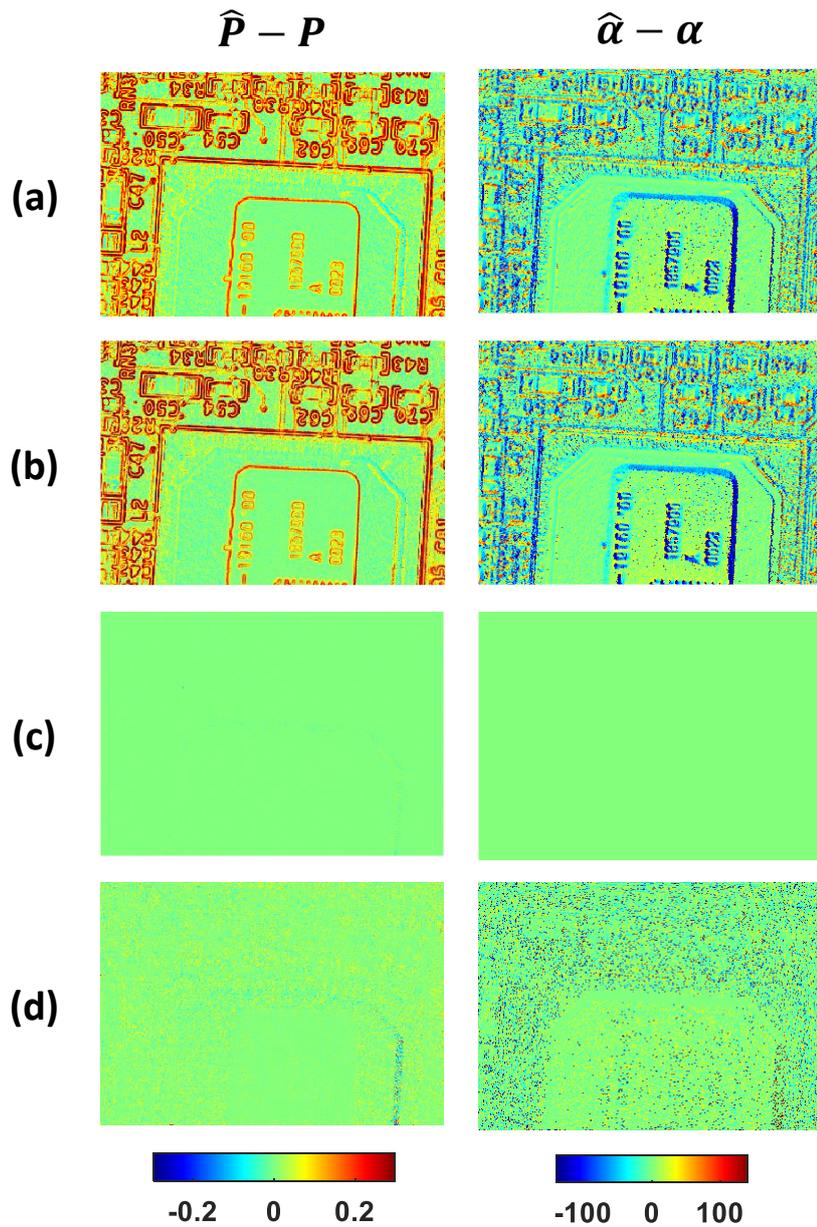


FIGURE 3.4 – On montre ici les erreurs d'estimation de P_L et α (en degrés) respectivement sur la 1ère et la 2e colonne. Sur la 1ère ligne l'erreur montrée est l'écart entre l'image de référence et l'estimation à partir de l'image DoT (a). On a ensuite respectivement les erreurs calculées à partir des expressions théoriques en considérant un gradient d'intensité (b), de DoLP (c) et d'AoP (d).

par les écarts-types d'estimation dans ce cas car les valeurs du DoLP P_L et de l'AoP α sont déjà des valeurs normalisées associées à une interprétation physique précise. On peut voir que les images des erreurs sur le DoLP et l'AoP sur la première et deuxième lignes sont similaires avec des erreurs significatives sur les bords d'intensité tandis que les images des troisième et quatrième lignes montrent des erreurs nulles ou quasi-nulles. Ces erreurs sur P_L et α sont à relier aux erreurs sur S_1 et S_2 montrées Figure 3.3. On voit que les erreurs sur ces quatre paramètres sont dues aux gradients d'intensité car les différences

entre les estimations depuis les images DoT et DoFP (première ligne) sont très proches des erreurs calculées en considérant uniquement une variation d'intensité (deuxième ligne) tandis que les erreurs calculées en considérant des gradients de DoLP et d'AoP (troisième et quatrième lignes) sont beaucoup plus faibles.

En conclusion, dans les images polarimétriques DoFP acquises sous une lumière ambiante non polarisée, où le DoLP est généralement faible, la plupart des erreurs d'estimation sont dues aux fortes variations d'intensité et portent sur les paramètres S_1 et S_2 , et par extension sur les paramètres P_L et α qui en dépendent.

Scène très polarisée

Je propose ici une étude similaire à celle réalisée au paragraphe précédent et pour laquelle j'utilise la même méthodologie. Les Figures 3.5, 3.6 et 3.7 sont organisées de la même manière que les Figures 3.2, 3.3 et 3.4 du paragraphe précédent. Cette fois-ci, la scène est fortement polarisée. En effet, elle est constituée d'un polariseur suivi d'une plaque en verre sur laquelle est placé un morceau de scotch en forme de feuille, comme on peut le voir sur la Figure 3.5. De cette manière, le DoLP est proche de 1 dans la partie de l'image contenant le polariseur. Ce polariseur fixe la valeur de l'AoP à 0° et le morceau de scotch, qui est biréfringent, modifie sa valeur qui vaut alors 80° sur la surface couverte par ce dernier. Cela permet d'avoir une forte variation de l'AoP sur les bords du morceau de scotch.

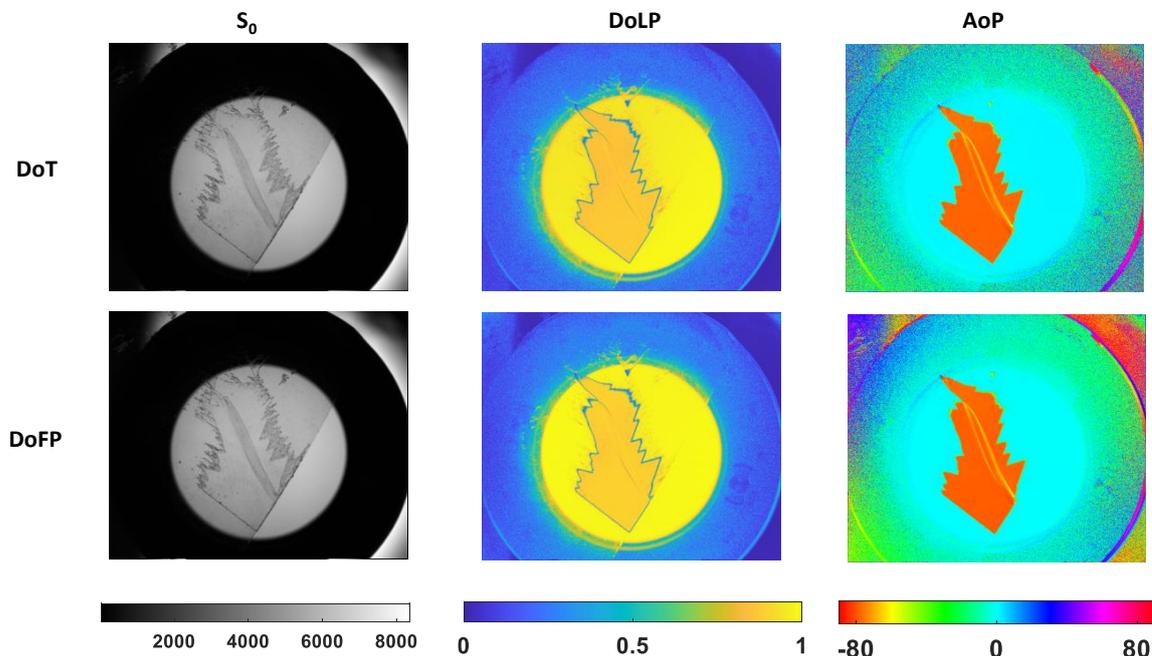


FIGURE 3.5 – Les résultats obtenus avec la caméra DoT (1ère ligne) et avec l'image DoFP simulée (2e ligne). Sont affichées les estimations de l'intensité S_0 (gauche), du DoLP (milieu) et de l'AoP en degrés (droite).

De la même manière que dans le cas peu polarisé détaillé au paragraphe précédent

avec la Figure 3.3, la Figure 3.6 montre que les variations d'intensité sont la seule source d'erreurs significatives sur S_1 et S_2 . En revanche, on observe dans la zone très polarisée que les variations des 3 paramètres conduisent à des erreurs sur S_0 plus importantes par rapport à l'écart-type d'estimation que dans le cas de la scène peu polarisée vu sur la Figure 3.3, comme on peut le voir sur la première colonne de la Figure 3.6. Les erreurs sur S_0 dues aux variations d'intensité (première colonne de la ligne (b)) sont situées dans la zone très polarisée de l'image, le long des bords du polariseur là où les variations d'intensité sont les plus fortes dans cette zone. Les erreurs sur S_0 dues aux variations du DoLP (première colonne de la ligne (c)) sont réparties dans toute la zone très polarisée, avec des erreurs plus importantes sur les bords du polariseur et sur les bords du scotch, là où les variations du DoLP sont les plus importantes. Les erreurs sur S_0 les plus importantes dues aux variations de l'AoP (première colonne de la ligne (d)) sont essentiellement situées sur les bords du morceau de scotch, là où les variations de l'AoP sont les plus importantes.

On voit sur la Figure 3.7 que toutes les erreurs sur le DoLP et l'AoP sont négligeables dans la zone fortement polarisée, à l'exception des bordures du morceau de scotch où les variations de l'AoP (première colonne de la ligne (d)) conduisent à des erreurs sur la valeur du DoLP plus significatives.

En conclusion, de la même manière que dans le cas de la scène peu polarisée vue au paragraphe précédent, cette scène avec un fort DoLP montre que les variations d'intensité sont la principale source d'erreurs d'estimation de l'état de polarisation. Les erreurs les plus significatives portent sur les estimations de S_1 et S_2 , mais à la différence dans ce cas que les erreurs sur S_0 ne sont pas négligeables et sont dues aux variations de l'intensité, du DoLP et de l'AoP.

Il semble donc crucial de corriger l'influence des variations spatiales d'intensité dans la scène lors de l'estimation. Pour valider cette affirmation, je vais dans la suite utiliser l'image DoT pour calculer le gradient d'intensité et compenser son influence dans les mesures du super-pixel afin d'effectuer une estimation à partir d'une image DoFP qui ne soit pas perturbée par les variations d'intensité.

3.3 Compensation du gradient d'intensité

Comme vu précédemment, la principale source d'erreur d'estimation est la variation spatiale de l'intensité incidente sur le super-pixel. Je propose ici d'utiliser l'image DoT pour estimer le gradient d'intensité au sein du super-pixel et de compenser son influence sur l'estimation effectuée à partir de l'image DoFP simulée. Cela permet de mettre en lumière l'influence du gradient d'intensité sur l'estimation des paramètres polarimétriques. Je compare notamment les résultats avec ceux obtenus en utilisant une méthode de démosaiquage de l'état de l'art.

3.3.1 Méthode

Pour ce faire, je commence par estimer les paramètres du gradient d'intensité G_{S_0} et θ pour chaque super-pixel à partir de l'image DoT de la même manière qu'au Paragraphe 3.2.2. Ensuite je déduis de ce modèle les valeurs d'intensité incidentes sur chacun

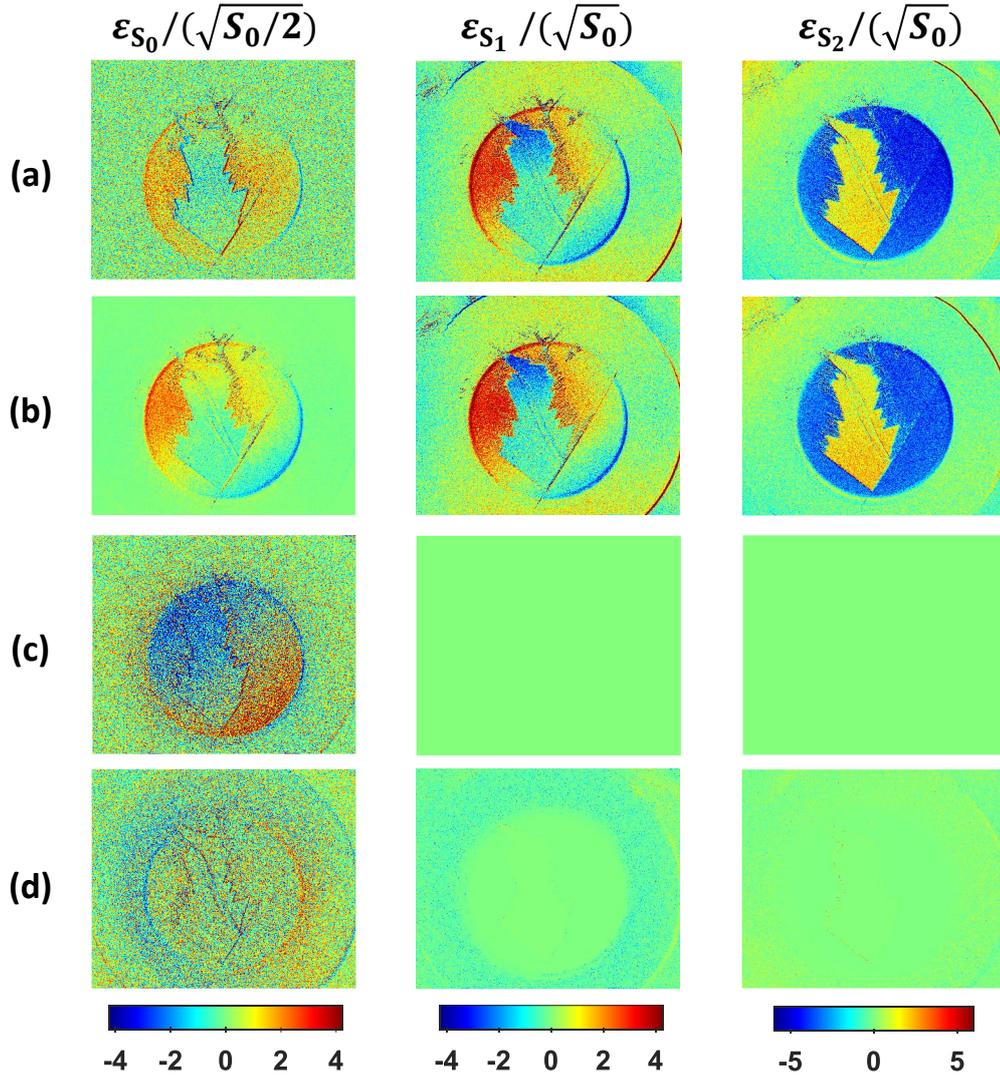


FIGURE 3.6 – On montre ici les erreurs d'estimation de S_0 , S_1 et S_2 respectivement sur la 1ère, 2e et 3e colonne. Chacune des erreurs est divisée par l'écart type d'estimation correspondant. Sur la 1ère ligne l'erreur montrée est l'écart entre l'image de référence et l'estimation à partir de l'image DoT (a). On a ensuite respectivement les erreurs calculées à partir des expressions théoriques en considérant un gradient d'intensité (b), de DoLP (c) et d'AoP (d).

des pixels du super-pixel en suivant le modèle d'une variation linéaire de l'intensité incidente décrit dans les Equations (3.2), (3.3), (3.4) and (3.5). Cela permet ensuite de corriger les mesures de ces pixels obtenues lorsque l'on simule l'acquisition par un capteur DoFP de manière à ce qu'elles ne soient plus influencées par la composante linéaire de la variation d'intensité de la scène. On note I_{ϕ_m} l'intensité mesurée par le pixel doté d'un polariseur d'orientation ϕ , où $\phi \in [0, 45, 90, 135]$. Je définis les intensités compensées de la manière suivante :

$$I_{\phi_comp} = I_{\phi_m} \frac{S_0}{S_{0,\phi}(S_0, G_{S_0}, \theta)}. \quad (3.30)$$

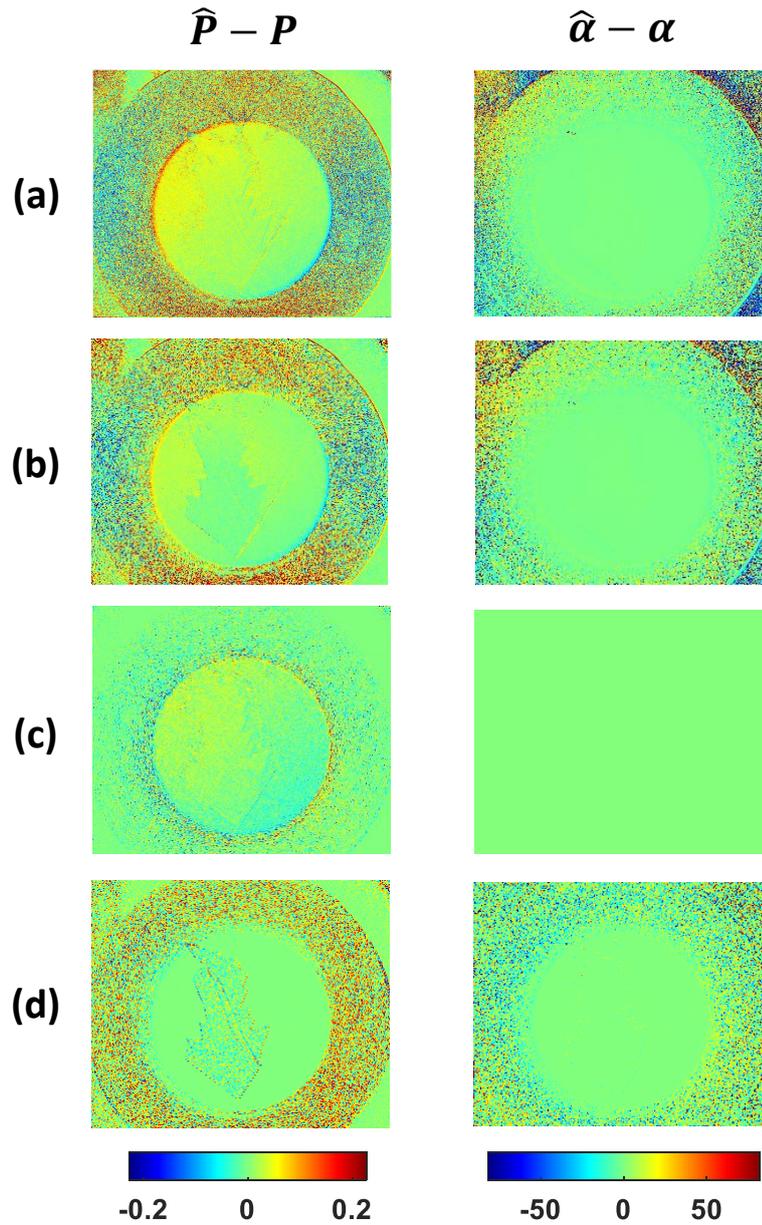


FIGURE 3.7 – On montre ici les erreurs d'estimation de P_L et α (en degrés) respectivement sur la 1ère et la 2e colonne. Sur la 1ère ligne l'erreur montrée est l'écart entre l'image de référence et l'estimation à partir de l'image DoT (a). On a ensuite respectivement les erreurs calculées à partir des expressions théoriques en considérant un gradient d'intensité (b), de DoLP (c) et d'AoP (d).

Dans le facteur de compensation $S_0/S_{0,\phi}(S_0, G_{S_0}, \theta)$, S_0 est l'intensité moyenne sur le super-pixel et $S_{0,\phi}(G_{S_0}, \theta)$ la valeur de l'intensité incidente sur le pixel doté d'un micro-polariseur d'orientation ϕ et donnée par les Equations (3.2), (3.3), (3.4) and (3.5). Je rassemble ces mesures compensées de la variation d'intensité dans le vecteur $\mathbf{I}_{\text{comp}} = (I_{0_comp}, I_{45_comp}, I_{90_comp}, I_{135_comp})^T$. Elles sont équivalentes aux mesures que l'on aurait obtenues avec le même vecteur de Stokes incident sur le super-pixel mais dépourvu de la composante linéaire de sa variation spatiale. On peut donc utiliser ce vecteur \mathbf{I}_{comp} à la

place du vecteur des intensités mesurées \mathbf{I}_m lors du processus d'estimation du vecteur de Stokes. Cette estimation ne sera pas perturbée par la variation spatiale de l'intensité dans la scène.

3.3.2 Résultats sur des données expérimentales

Je vais maintenant utiliser des données expérimentales pour évaluer l'efficacité de la compensation de la variation linéaire de l'intensité décrite par l'Equation (3.30) sur une image DoFP en la comparant à l'image DoT qui sert de référence. J'utilise la même scène que celle utilisée dans la Figure 3.2. Sur la Figure 3.8 on affiche sur la première ligne les estimations de l'intensité S_0 (gauche), du DoLP (milieu) et de l'AoP (droite) obtenues à partir de l'image DoT et sur la deuxième ligne les mêmes estimations pour l'image DoFP simulée à partir de l'image DoT. Ces images sont les mêmes que sur la Figure 3.2 et sont reproduites ici pour aider la compréhension de la Figure 3.8. Comme vu au Paragraphe 3.2.1, la comparaison des estimations réalisées à partir des images DoT et DoFP simulées (première et deuxième ligne) montrent qu'il n'y a pas d'erreur significative sur l'image de S_0 . Au contraire, il y a d'importantes différences entre les estimations pour ce qui est du DoLP et de l'AoP. En particulier, beaucoup de valeurs du DoLP sont sur-estimées par l'estimation à partir de l'image DoFP. Ces erreurs sont localisées sur les bords d'intensité, là où il y a des variations significatives de l'intensité. Cela correspond aux erreurs vues sur la Figure 3.4 qui étaient essentiellement positives dans le cas des erreurs théoriques dues aux gradients d'intensité. De plus, les estimations de l'AoP sont également fausses là où le DoLP est surestimé.

Les résultats obtenus avec l'image DoFP simulée en utilisant la compensation du gradient (troisième ligne) sont très proches des images de référence (première ligne) sans distinction visible à l'oeil entre ces images. Les erreurs d'estimation sont donc essentiellement dues aux variations d'intensité sur cette scène et la compensation de ces variations à l'aide d'un modèle linéaire permet de parfaitement corriger ces erreurs. Cette méthode de correction des images DoFP suppose l'utilisation d'une image DoT et n'est donc pas utilisable avec l'image DoFP seule. Elle permet tout de même de mettre en lumière la qualité d'estimation que l'on peut espérer atteindre en corrigeant au mieux la composante linéaire de la variation d'intensité au sein du super-pixel. Il est maintenant intéressant de montrer les résultats qu'obtient une méthode de l'état de l'art permettant de réaliser cette estimation à partir de l'image DoFP seule.

On affiche sur la dernière ligne de la Figure 3.8 les résultats obtenus avec une méthode d'interpolation, développée récemment, basée sur les polynômes de Newton [23]. Cette méthode d'interpolation est basée sur l'hypothèse que les images des différences de canaux polarimétriques (par exemple : $I_0 - I_{45}$) possèdent peu de hautes fréquences spatiales et donc que les quatre canaux ont des variations spatiales similaires. Il se trouve que cette hypothèse est vraie dans le cas où l'on ne considérerait que des variations spatiales de l'intensité incidente et les autres paramètres constants. En effet, une variation d'intensité aura la même influence sur les quatre canaux mesurés par le capteur DoFP. Et donc, si seule l'intensité varie spatialement et que les autres paramètres sont constants, on obtient une forte corrélation entre les quatre canaux et l'hypothèse est raisonnable. Cela explique la bonne qualité d'estimation de cette méthode au vu de l'influence prépondérante de la variation de l'intensité par rapport aux autres paramètres, mise en avant dans ce chapitre.

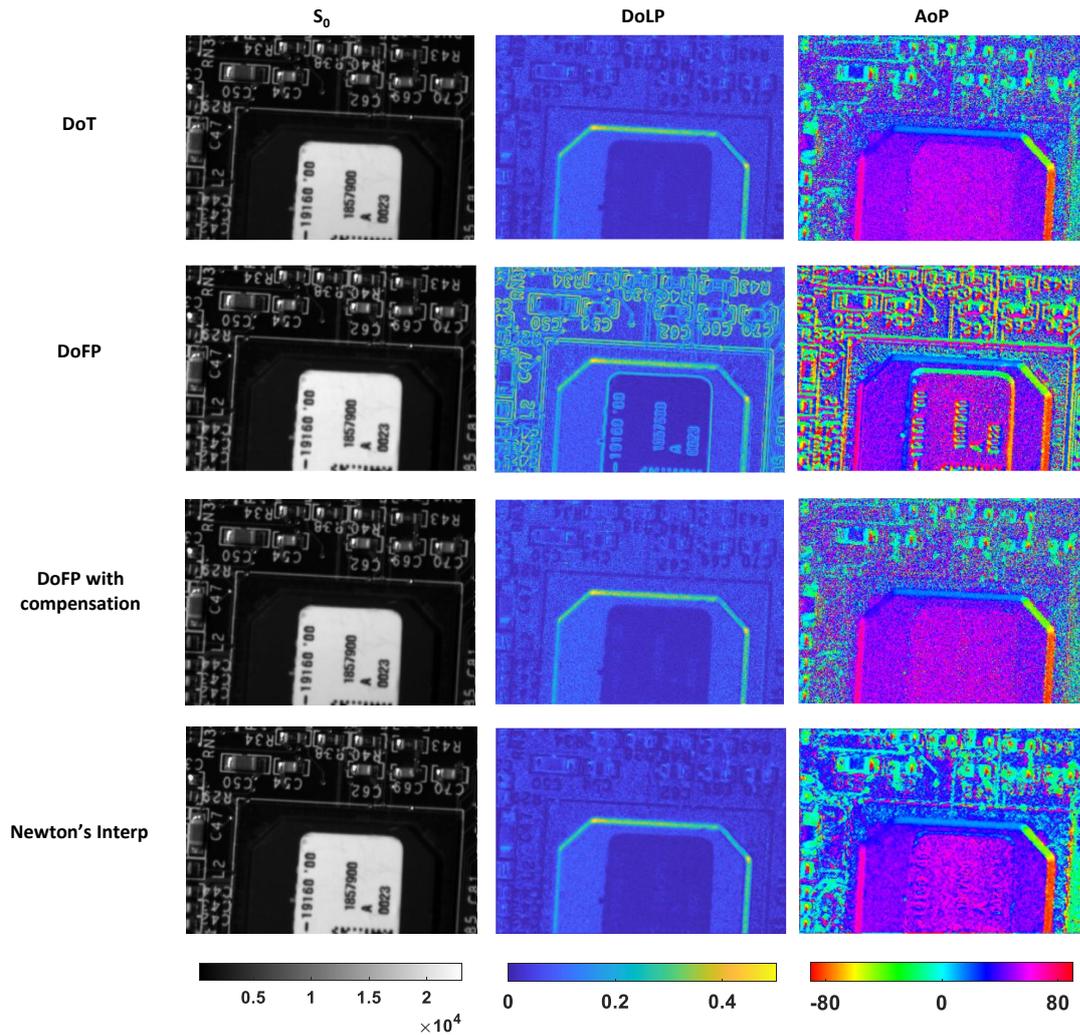


FIGURE 3.8 – Estimations de l'intensité S_0 (gauche), du DoLP P_L (milieu) et de l'AoP α en degrés (droite). On affiche les résultats obtenus à partir de l'image DoT (première ligne), puis à partir de l'image DoFP simulée (deuxième ligne). On montre ensuite les résultats obtenus avec la compensation du gradient d'intensité sur les mesures de l'image DoFP simulée (troisième ligne) et les résultats obtenus avec la méthode de l'état de l'art (quatrième ligne).

Notamment, on peut voir que cette méthode donne des résultats d'estimation du DoLP et de l'AoP similaires à ceux obtenus avec la méthode de compensation du gradient (troisième ligne). On peut tout de même remarquer que l'estimation de l'AoP obtenue avec cette méthode est légèrement lissée et moins bruitée que celle obtenue avec la compensation du gradient. Ce comportement est lié au noyau utilisé pour le démosaiquage qui est plus large pour cette méthode et donc qui applique un effet passe-bas. De plus, certains artefacts présents sur les bords d'intensité ne disparaissent pas totalement avec cette méthode bien qu'elle applique une détection de bord pour réaliser le démosaiquage en utilisant les pixels alignés dans le même direction que celui-ci. Cependant les orientations possibles pour ce démosaiquage sont limitées à 0° , 45° , 90° et 135° ce qui ne permet pas de s'adapter

parfaitement à tous les bords.

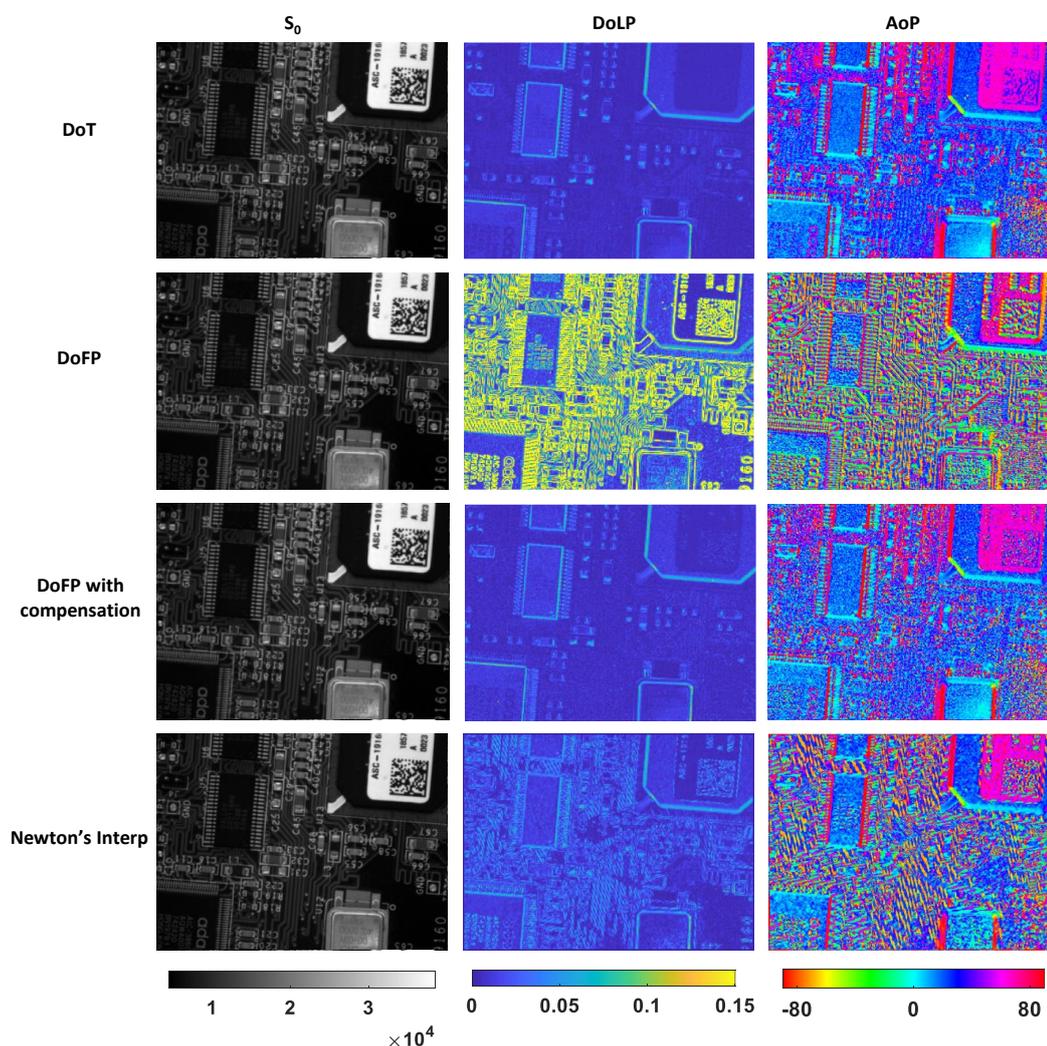


FIGURE 3.9 – Estimations de l'intensité S_0 (gauche), du DoLP P_L (milieu) et de l'AoP α en degrés (droite). On affiche les résultats obtenus à partir de l'image DoT (première ligne), puis à partir de l'image DoFP simulée (deuxième ligne). On montre ensuite les résultats obtenus avec la compensation du gradient d'intensité sur les mesures de l'image DoFP simulée (troisième ligne) et les résultats obtenus avec la méthode de l'état de l'art (quatrième ligne).

J'effectue une étude similaire sur la Figure 3.9 avec une scène différente, également composée de composants électroniques. Les images ont été acquises avec le système DoT équipé de LCVRs présenté au Chapitre 2.2 et dont le nombre de pixels est plus faible pour un même champ de vue qu'avec le système DoT utilisé pour la première scène. L'organisation des images est la même que pour la Figure 3.8. Cette scène est particulièrement difficile à traiter car composée de variations spatiales très rapides. Comme pour la scène précédente, l'image DoFP simulée conduit à de nombreuses erreurs d'estimation du DoLP et de l'AoP (deuxième ligne). La compensation du gradient d'intensité (troisième ligne), de son côté, permet d'obtenir des estimations très proches de l'image DoT (pre-

mière ligne). La méthode basée sur l'interpolation de Newton (quatrième ligne) permet de beaucoup réduire les sur-estimations du DoLP en comparaison avec les estimations de l'image DoFP, mais elle ne permet pas de totalement éliminer les erreurs d'estimation. Il reste beaucoup de zones où le DoLP reste légèrement sur-estimé et les erreurs sur l'AoP restent également importantes.

En conclusion, l'objectif ici n'est pas de proposer une nouvelle méthode de démosaiquage, car nous utilisons des informations fournies par l'image DoT pour réaliser la compensation du gradient, mais de mettre en lumière que se concentrer sur la compensation des variations d'intensité permettrait d'obtenir des performances de démosaiquage potentiellement meilleures que celles obtenues avec des méthodes de l'état de l'art.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre on s'est intéressé à l'influence des différents paramètres polarimétriques et notamment à leurs variations dans la scène lorsque l'on utilise un capteur DoFP. Pour cela, on a proposé un modèle qui considère une variation spatiale linéaire de l'un des paramètres tandis que les deux autres sont considérés constants. De l'application de ce modèle ressortent plusieurs points. Premièrement, il donne des résultats proches de ceux obtenus avec des données expérimentales. Il permet de mettre en lumière l'influence prépondérante des variations d'intensité par rapport aux variations des autres paramètres. Il est aussi mis en avant le fait que les erreurs concernent principalement les paramètres S_1 , S_2 , P_L et α . L'intensité S_0 est de son côté très peu entachée d'erreurs. On a en particulier montré que, dans le cas d'une scène peu polarisée, les bordures d'intensité conduisent à une sur-estimation du DoLP, ce comportement étant systématiquement observé sur les différentes scènes que l'on a pu rencontrer. On a pu également illustrer qu'une bonne prise en compte de ces variations d'intensité permet de corriger quasiment parfaitement les erreurs d'estimation.

Les perspectives de ce travail sont nombreuses. Il serait en effet intéressant de développer une méthode de démosaiquage qui consisterait en une estimation la plus précise possible des variations d'intensité pour pouvoir corriger leur influence au mieux. Il serait également intéressant d'étendre cette approche au cas d'un système d'imagerie DoFP mesurant le vecteur de Stokes complet même si le développement des calculs analytiques est plus complexe. Enfin, la détection des variations d'intensité significatives devant le niveau de bruit dans l'image permettrait d'obtenir une carte des zones de l'image où l'estimation est peu fiable. Cette dernière perspective est développée dans le prochain chapitre, où l'on propose une méthode permettant d'obtenir une carte des perturbations significatives devant le niveau de bruit. Notamment, une des composantes de cette méthode consiste à détecter les variations d'intensité importantes devant le niveau de bruit.

CARTES D'ERREURS

Comme vu au Chapitre 3, en raison de sa structure, un capteur DoFP conduit à des erreurs d'estimation là où il y a des variations spatiales de la scène. L'objet de ce chapitre est de déterminer une carte des estimations qui seraient peu fiables, c'est à dire une détection des super-pixels au sein desquels les fluctuations de la scène seraient plus importantes que le niveau de bruit. Je vais dans un premier temps explorer l'utilisation de la redondance de l'information contenue dans les mesures d'un super-pixel. On va voir que cette information n'est pas suffisante et notamment ne permet pas de détecter les variations d'intensité au sein d'un super-pixel. Or comme on a pu le voir au Chapitre 3, ce sont les variations d'intensité qui sont responsables de la plupart des erreurs d'estimation lorsque l'on utilise un capteur DoFP. J'ajouterai donc, en complément du critère de redondance, une détection des zones où les variations de l'intensité sont non négligeables devant le bruit.

4.1 Critère de redondance généralisé

Dans le cas d'un capteur DoFP linéaire, chaque super-pixel fournit quatre mesures et ne conduit qu'à l'estimation de trois paramètres. On dispose donc d'un degré de redondance. L'utilisation de cette redondance d'information a par exemple déjà été proposée pour améliorer la résolution lors de l'estimation avec un système d'imagerie mesurant le vecteur de Stokes complet [27]. Elle a également été utilisée pour réaliser le remplacement des mesures de pixels morts [44], pour quantifier la qualité de l'interpolation des mesures d'un capteur DoFP [24] ainsi que pour améliorer des méthodes de démosaiquage [17,20,23]. De notre côté, nous voulons l'utiliser pour vérifier la cohérence des mesures fournies par les pixels du super-pixel. Je note I_ϕ l'intensité mesurée par le pixel du super-pixel dont le micro-polariseur est orienté selon l'angle ϕ , avec $\phi \in [0, 45, 90, 135]$. Grâce à la redondance on peut estimer l'intensité incidente sur le super-pixel de plusieurs manières. En effet, en l'absence de perturbations et en considérant la matrice de mesure idéale du super-pixel montrée à l'Equation (2.18), on a $S_0 = I_0 + I_{90} = I_{45} + I_{135}$. Si l'on considère maintenant que les états de polarisation incident ne sont pas homogènes sur le super-pixel alors ces deux estimations de l'intensité ne donnent pas la même valeur et on peut avoir : $R_{\text{lin}} = (I_0 + I_{90}) - (I_{45} + I_{135}) \neq 0$. Cela permet d'avoir un critère pour quantifier

Certaines parties de ce chapitre ont été publiées dans [43]

l'inhomogénéité au sein des mesures du super-pixel et donc la validité de l'estimation du vecteur de Stokes linéaire pour chaque super-pixel. Néanmoins, ce critère est limité au cas du capteur DoFP utilisé pour l'estimation du vecteur de Stokes linéaire uniquement et il ne prend pas en compte les imperfections du capteur mises en évidence lors de sa calibration. Je propose ici de généraliser cette approche pour prendre en compte les données de calibration ainsi que les systèmes DoFP mesurant le vecteur de Stokes complet utilisant un retardateur rotatif et plusieurs acquisitions comme vu au Chapitre 1. Pour cela, je montre comment dériver un critère de redondance similaire à partir de la matrice de mesure du système. L'étude du comportement statistique de ce critère en présence de bruit permettra de concevoir un détecteur pour déceler les inhomogénéités au sein des mesures du super-pixel. Enfin, je met en évidence l'incapacité de ce critère à détecter les variations spatiales de l'intensité, ce qui nous poussera dans la section suivante à proposer un détecteur complémentaire à cet effet.

4.1.1 Définition du critère de redondance \mathbf{R}

La première étape consiste à calculer la décomposition en valeurs singulières de la matrice de mesure \mathbb{W} :

$$\mathbb{W} = \mathbb{U}\mathbb{D}\mathbb{V}^T, \quad (4.1)$$

où \mathbb{U} et \mathbb{V} sont des matrices orthonormées de dimensions respectives $N_{\text{mes}} \times N_{\text{mes}}$ et $K \times K$. L'exposant T indique la transposition. Pour rappel, N_{mes} est le nombre de mesures fournies par le super-pixel, c'est à dire $N_{\text{mes}} = N_{SP} \times N_{\text{acq}}$ où N_{SP} est le nombre de pixels par super-pixel et N_{acq} est le nombre d'acquisitions effectuées pour, éventuellement, différentes orientations du retardateur, et K est le nombre de paramètres de Stokes estimés. Pour avoir de la redondance de l'information fournie par les mesures, il faut avoir $N_{\text{mes}} > K$. La matrice \mathbb{D} est de dimensions $N_{\text{mes}} \times K$, son premier bloc de dimension $K \times K$ est diagonal et contient les valeurs singulières et les $N_{\text{mes}} - K$ dernières lignes ne contiennent que des zéros.

Les K premières colonnes de la matrice \mathbb{U} forment une base de vecteurs orthogonaux de l'espace image de l'application linéaire définie par la matrice de mesure \mathbb{W} . Cet espace image correspond à l'ensemble des vecteurs de mesures \mathbf{I} que l'on peut obtenir dans le cas idéal où le vecteur de Stokes incident est homogène sur le super-pixel et les mesures ne sont pas bruitées. Les $N_{\text{mes}} - K$ dernières colonnes de cette matrice \mathbb{U} forment des vecteurs orthogonaux à cet espace image car la matrice \mathbb{U} est orthonormée. Il en résulte que tout produit scalaire entre un vecteur formé de l'une des $N_{\text{mes}} - K$ dernières colonnes de la matrice \mathbb{U} et un vecteur de l'espace image de \mathbb{W} est nul.

On peut le voir d'une autre manière en substituant l'Equation (4.1) dans l'Equation (1.18), ce qui nous donne :

$$\mathbb{U}^T \mathbf{I} = \mathbb{D} \mathbb{V}^T \mathbf{S}. \quad (4.2)$$

La composition de la matrice \mathbb{D} , dont les $N_{\text{mes}} - K$ dernières lignes sont nulles, implique que les $N_{\text{mes}} - K$ derniers éléments du vecteur $\mathbb{U}^T \mathbf{I}$ sont nuls dans le cas idéal.

Je définis donc la matrice \mathbb{U}_R composée des $N_{\text{mes}} - K$ dernières colonnes de la matrice \mathbb{U} qui me permet de définir le critère de redondance :

$$\mathbf{R} = \mathbb{U}_R^T \mathbf{I}. \quad (4.3)$$

Dans le cas idéal, tous les éléments du vecteur \mathbf{R} sont nuls. Dans le cas particulier où l'on ne mesure que le vecteur de Stokes linéaire en une acquisition avec le capteur DoFP, \mathbf{R} est un scalaire. Dans ce cas, si l'on considère la matrice de mesure idéale montrée au Chapitre 2.1.3, alors la matrice \mathbb{U}_R est un vecteur qui vaut : $\mathbb{U}_R = \frac{1}{2}(-1, 1, -1, 1)^T$. L'Equation (4.3) conduit alors à $\mathbf{R} = \frac{1}{2}(-I_0 + I_{45} - I_{90} + I_{135}) = -\frac{1}{2}R_{\text{lin}}$ qui est l'expression standard du critère de redondance [24]. Le critère \mathbf{R} définit avec l'Equation (4.3) est donc une généralisation du critère de redondance standard qui permet de prendre en compte les imperfections du capteur par le biais de la matrice de mesure calibrée \mathbb{W} et peut être appliqué à des systèmes d'imagerie mesurant le vecteur de Stokes complet.

4.1.2 Statistique de \mathbf{R}

Comme vu au Chapitre 1.3.1, dans la pratique les intensités mesurées sont perturbées par du bruit de photon. Dans des conditions normales d'acquisition, sa valeur moyenne est suffisamment élevée pour que l'on puisse le considérer équivalent à un bruit Gaussien dont la moyenne est égale à la variance. Je vais donc modéliser chaque élément $I_n, n \in [1, N_{\text{mes}}]$ du vecteur des mesures \mathbf{I} comme une variable aléatoire Gaussienne de moyenne $\langle I_n \rangle = \mathbf{w}_n^T \mathbf{S}$ et variance $\langle I_n \rangle$, où $\langle \cdot \rangle$ indique la moyenne d'ensemble et le vecteur \mathbf{w}_n^T est la $n^{\text{ème}}$ ligne de la matrice de mesure \mathbb{W} . Chacune des mesures étant statistiquement indépendante, la matrice de covariance $\Gamma^{\mathbf{I}} = \langle (\mathbf{I} - \langle \mathbf{I} \rangle)(\mathbf{I} - \langle \mathbf{I} \rangle)^T \rangle$ du vecteur \mathbf{I} est diagonale et ses éléments diagonaux valent :

$$\Gamma^{\mathbf{I}}(n, n) = \langle I_n \rangle = \mathbf{w}_n^T \mathbf{S}. \quad (4.4)$$

On déduit de l'Equation (4.3) que le vecteur \mathbf{R} est aussi un vecteur dont les éléments sont des variables aléatoires gaussiennes. De plus, comme par définition $\mathbb{U}_R^T \mathbb{W} = 0$, sa valeur moyenne vaut :

$$\langle \mathbf{R} \rangle = \mathbb{U}_R^T \langle \mathbf{I} \rangle = \mathbb{U}_R^T \mathbb{W} \mathbf{S} = 0, \quad (4.5)$$

et sa matrice de covariance peut s'exprimer :

$$\Gamma^{\mathbf{R}} = \langle (\mathbf{R} - \langle \mathbf{R} \rangle)(\mathbf{R} - \langle \mathbf{R} \rangle)^T \rangle = \mathbb{U}_R^T \Gamma^{\mathbf{I}} \mathbb{U}_R, \quad (4.6)$$

où $\Gamma^{\mathbf{I}}$ est définie dans l'Equation (4.4). Les variances des éléments du vecteur \mathbf{R} sont les éléments diagonaux de sa matrice de covariance $\Gamma^{\mathbf{R}}$. On peut les développer à partir des Equations (4.6) et (4.4) :

$$\Gamma^{\mathbf{R}}(i, i) = \sum_{n=1}^{N_{\text{mes}}} [\mathbb{U}_R(i, n)]^2 \Gamma^{\mathbf{I}}(n, n) = \sum_{n=1}^{N_{\text{mes}}} [\mathbb{U}_R(i, n)]^2 \mathbf{w}_n^T \mathbf{S}. \quad (4.7)$$

On peut exprimer le vecteur des variances de \mathbf{R} à partir de l'Equation (4.7) :

$$\text{VAR}[\mathbf{R}] = \mathbb{Q}^T \mathbf{S}, \quad (4.8)$$

avec $\mathbb{Q} = (\mathbb{U}_R \odot \mathbb{U}_R)^T \mathbb{W}$ où (\odot) indique la multiplication terme à terme. On peut donc considérer, en l'absence d'autre perturbation que le bruit de mesure, que chaque élément R_i du vecteur \mathbf{R} est une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et de variance $\mathbf{q}_i^T \mathbf{S}$, où le vecteur \mathbf{q}_i est la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice \mathbb{Q} .

4.1.3 Comparaison avec le critère de redondance classique

Dans le cas où l'on ne réalise qu'une estimation du vecteur de Stokes linéaire, le critère \mathbf{R} – qui est un scalaire dans ce cas et non un vecteur – reste plus général que le critère de redondance standard basé sur la différence des intensités $R_{\text{lin}} = I_0 + I_{90} - I_{45} - I_{135}$ car il permet de prendre en compte la calibration du capteur par le biais de la matrice de mesure \mathbb{W} . Pour illustrer cela, je compare ces deux critères sur une série d'images polarimétriques acquises à l'aide de notre caméra DoFP. Pour le calcul du critère \mathbf{R} j'utilise la matrice de mesure calibrée \mathbb{W} décrite au Chapitre 2.1.3. J'ai pu déduire de cette matrice de mesure les paramètres polarimétriques moyens du capteur que j'ai regroupés dans le Tableau 2.1 où ϕ représente les orientations des axes des micro-polariseurs, \mathbf{t} leurs transmissions relatives et \mathbf{d} leurs diatténuations. On observe que les transmissions relatives des micro-polariseurs orientés à 0° et 90° sont plus faibles que 1, et celles des micro-polariseurs orientés à 45° et 135° sont plus grandes que 1. On peut donc s'attendre à avoir un biais négatif sur l'estimation de R_{lin} car les intensités I_0 et I_{90} vont être sous estimées et I_{45} et I_{135} vont être surestimées.

Sur la Figure 4.1 sont affichées les images d'intensités S_0 de 5 scènes différentes acquises avec la caméra DoFP. La Figure 4.2 montre les histogrammes des valeurs de R_{lin} et \mathbf{R} calculées sur tous les super-pixels de ces 5 images. Les histogrammes de R_{lin} sont fortement asymétriques et non centrés en zéro, avec des valeurs moyennes négatives comme attendu. Au contraire, les histogrammes de \mathbf{R} sont symétriques et centrés en zéro. De plus, j'ai représenté, dans le Tableau 4.1, les rapports des moyennes sur les écarts-types pour chaque critère dans chaque image. On constate que ces rapports sont systématiquement non négligeables dans le cas de R_{lin} , tandis qu'ils sont nettement plus faibles dans le cas de \mathbf{R} . Ces résultats montrent que \mathbf{R} suit la statistique attendue par l'analyse théorique menée au Paragraphe 4.1.2 : elle est centrée en zéro et symétrique. Ce n'est pas le cas de R_{lin} dont la statistique n'est pas centrée et fortement dissymétrique. Cela signifie que R_{lin} – qui suppose que le capteur est idéal – est biaisé par les défauts du capteur utilisé. Il en découle que le critère \mathbf{R} est plus fiable pour caractériser la qualité des estimations.



FIGURE 4.1 – Intensités S_0 des 5 images utilisées pour étudier les statistiques de R_{lin} et \mathbf{R} .

4.1.4 Normalisation et seuillage de \mathbf{R}

Notre objectif est d'utiliser le vecteur \mathbf{R} comme critère pour décider si l'estimation de l'état de polarisation est fiable ou non. Pour cela, l'approche consiste à calculer la valeur de \mathbf{R} en chaque super-pixel et à comparer sa norme à un seuil. Si ce seuil est dépassé alors l'estimation de l'état de polarisation par le super-pixel est déclarée non

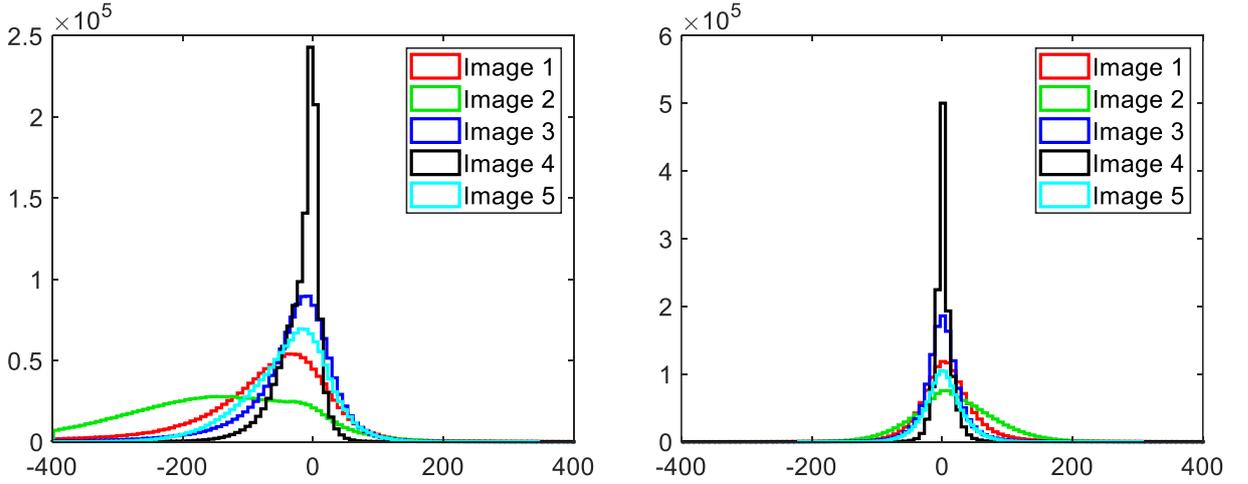


FIGURE 4.2 – Histogrammes de R_{lin} (gauche) et \mathbf{R} (droite) calculés à partir des 5 images de la Figure 4.1

Image n°	MEAN/STD [R_{lin}]	MEAN/STD [\mathbf{R}]
1	-0.62	0.15
2	-1.1	0.27
3	-0.45	0.03
4	-0.27	0.09
5	-0.60	0.07

TABLE 4.1 – Rapports de la moyenne sur l'écart type de R_{lin} (colonne de gauche) et de \mathbf{R} (colonne de droite) pour chacune des 5 images affichées sur la Figure 4.1.

fiable. Cependant la variance $\text{VAR}[\mathbf{R}]$ dépend de la valeur du vecteur \mathbf{S} , comme on peut le voir sur l'Equation (4.8), et il est donc difficile de déterminer un seuil commun à tous les super-pixels de l'image. Je propose donc de calculer un critère à partir de \mathbf{R} qui soit indépendant de l'état de polarisation incident \mathbf{S} de manière à pouvoir concevoir un détecteur à taux de fausse alarme constant (CFAR pour "Constant False Alarm Rate"). Pour cela je définis le vecteur \mathbf{T} dont les éléments se calculent de la manière suivante :

$$\mathbf{T}(i) = \frac{\mathbf{R}(i)}{\sqrt{\text{VAR}[\mathbf{R}(i)]}} = \frac{\mathbf{R}(i)}{\sqrt{\mathbf{q}_i^T \mathbf{S}}}. \quad (4.9)$$

Ces éléments sont des variables aléatoires gaussiennes de moyenne nulle et de variance égale à 1 dans le cas où la seule perturbation considérée est le bruit de mesure. De plus on peut facilement montrer qu'ils sont statistiquement indépendants. Il en découle que la norme euclidienne au carré de \mathbf{T} , $\|\mathbf{T}\|^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{mes}}-K} \mathbf{T}^2(i)$ suit une loi du χ^2 d'ordre $N_{\text{mes}} - K$. Il est alors possible d'appliquer un seuil à $\|\mathbf{T}\|^2$ pour déterminer, avec un taux de fausse alarme constant, si un super-pixel est perturbé par autre chose que le bruit de mesure.

Cependant, en pratique, la vraie valeur du vecteur de Stokes incident \mathbf{S} n'est pas accessible et on ne peut donc pas calculer \mathbf{T} . On dispose tout de même de son estimée $\hat{\mathbf{S}}$ qui n'est pas biaisée et dont la variance est proportionnelle à l'intensité S_0 . On peut utiliser

cette estimation à la place de la vraie valeur \mathbf{S} pour calculer $\text{VAR}[\mathbf{R}]$ dans l'Equation (4.8) et considérer :

$$\mathbf{Q}^T \hat{\mathbf{S}} = \mathbf{Q}^T \mathbf{S} + \mathbf{a}, \quad (4.10)$$

où \mathbf{a} est un vecteur aléatoire dont les éléments sont de moyennes nulles et de variances proportionnelles à l'intensité S_0 . Les éléments du vecteur \mathbf{T} peuvent être estimés avec :

$$\hat{\mathbf{T}}(i) = \frac{\mathbf{R}(i)}{\sqrt{\mathbf{q}_i^T \hat{\mathbf{S}}}} = \frac{\mathbf{R}(i)}{\sqrt{\mathbf{q}_i^T \mathbf{S} + a(i)}} = \frac{\mathbf{R}(i)}{\sqrt{\mathbf{q}_i^T \mathbf{S} \left(1 + \frac{a(i)}{\mathbf{q}_i^T \mathbf{S}}\right)}} \simeq \mathbf{T}(i) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{a(i)}{\mathbf{q}_i^T \mathbf{S}}\right), \quad (4.11)$$

où $a(i) \sim \text{STD}[\mathbf{q}_i^T \hat{\mathbf{S}}] \sim \sqrt{S_0}$ et $\mathbf{q}_i^T \mathbf{S} \sim S_0$ d'où $\frac{a(i)}{\mathbf{q}_i^T \mathbf{S}} \sim \frac{1}{\sqrt{S_0}}$. En pratique, dans des conditions normales d'illumination, S_0 est presque toujours assez grand pour pouvoir considérer que l'on a $\frac{a(i)}{\mathbf{q}_i^T \mathbf{S}} \ll 1$. Au final, on peut donc supposer que la variable aléatoire $\|\hat{\mathbf{T}}\|^2$ suit une loi du $\chi^2(N_{\text{mes}} - K)$. En conséquence, le seuil $\text{th}(P_{fa})$ qui permet d'avoir un taux de fausse alarme égal à P_{fa} est donné par :

$$\text{th}(P_{fa}) = \arg \min_x \left[|1 - \text{CDF}_{\chi^2(N_{\text{mes}} - K)}(x) - P_{fa}| \right], \quad (4.12)$$

où $\text{CDF}_{\chi^2(N_{\text{mes}} - K)}$ est la fonction densité de probabilité cumulée de la loi $\chi^2(N_{\text{mes}} - K)$.

4.1.5 Difficultés face aux variations d'intensité

Lorsque le paramètre \mathbf{R} est loin de zéro, cela signifie qu'il y a une inhomogénéité au sein des mesures du super-pixel. En revanche, lorsqu'il est proche de zéro cela ne signifie pas nécessairement que le vecteur de Stokes incident est homogène sur le super-pixel. Il peut y avoir des régions inhomogènes qui ne soient pas détectées par le critère défini dans le paragraphe précédent. De fait, j'ai pu remarquer que ce critère ne détecte pas bien les variations d'intensité, en particulier dans le cas de l'estimation du vecteur de Stokes linéaire avec une seule acquisition du capteur DoFP. On illustre ce comportement avec la Figure 4.3 qui montre la variation d'intensité, représentée en niveaux de gris, dans un super-pixel. Les notations dans les pixels sont les orientations des axes des micro-polariseurs que l'on considère ici idéaux. Dans cet exemple, on considère une lumière incidente non polarisée avec une bordure d'intensité horizontale au milieu du super-pixel. Les intensités mesurées sont telles que $I_0 = I_{135}$ et $I_{90} = I_{45}$. En conséquence, le critère \mathbf{R} (égal à R_{lin} dans ce cas) est nul. Cependant, ces mesures conduisent à l'estimation d'un vecteur de Stokes significativement polarisé qui ne correspond pas au vrai vecteur de Stokes qui ne l'est pas. Ce scénario peut être reproduit pour n'importe quelle orientation de la bordure d'intensité et donc met en lumière le fait que le critère \mathbf{R} n'est pas apte à détecter les variations d'intensité lorsque l'on utilise une seule acquisition du capteur DoFP.

Le comportement de ce critère est illustré avec la Figure 4.4 sur les images polarimétriques de deux scènes illuminées par des lumières non polarisées. La première scène est composée d'une lampe sphérique en plastique (ligne du haut) et la deuxième d'un carton blanc avec de larges lettres noires imprimées dessus (ligne du bas). L'image d'intensité S_0

90°	45°
135°	0°

FIGURE 4.3 – Un exemple de variation d'intensité pour laquelle il est facilement visible que le critère \mathbf{R} est nul.

est affichée à gauche en niveaux de gris avec, superposée dessus en rouge, la carte d'erreur obtenue en seuillant le critère $\|\hat{\mathbf{T}}\|^2$ avec un taux de fausse alarme $P_{fa} = 10^{-3}$. On a également affiché les images des estimations du DoLP (colonne du milieu) et de l'AoP (colonne de droite). On peut voir, sur la partie gauche de la lampe, une réflexion avec une valeur de DoLP plus importante et où beaucoup de super-pixels sont détectés comme non fiables (apparaissant en rouge sur l'image d'intensité). Un zoom sur cette zone est affiché sur la ligne du milieu de la même figure. On peut remarquer que la partie détectée comme non fiable dans cette réflexion contient des fluctuations assez complexes de l'état de polarisation. Cette zone est caractérisée par une forte intensité et un fort DoLP, et donc un fort signal, ce qui implique que le niveau de bruit est faible en comparaison avec les fluctuations de la scène. De plus, comme on a pu le voir au Chapitre 3, lorsque le DoLP est non négligeable ses variations peuvent induire des erreurs importantes devant le bruit sur l'estimation de l'intensité S_0 . Ces inhomogénéités sont bien détectées par le critère de redondance comme on peut le voir sur la carte des erreurs. Cela illustre la capacité de ce critère à détecter les variations spatiales de l'état de polarisation.

En ce qui concerne la deuxième scène (dernière ligne de la Figure 4.4), on peut voir sur les images du DoLP et de l'AoP qu'il y a des erreurs d'estimation du vecteur de Stokes sur les bordures des lettres noires. En effet, sur ces bordures, le DoLP estimé est beaucoup plus important que sur le reste de l'image sans raison physique à cela et les valeurs d'AoP estimées n'ont également aucune signification physique sur ces bordures. Ces erreurs d'estimation sont dues aux variations d'intensité, notamment elles correspondent bien aux erreurs que l'on a pu mettre en évidence au Chapitre 3. Cependant, en accord avec ce qui a été dit précédemment, ces erreurs ne sont pas détectées par le critère de redondance. Or, on a pu montrer au Chapitre 3 que les variations d'intensité sont la principale source d'erreurs d'estimation dans les images DoFP. Il est donc nécessaire d'utiliser un autre critère pour détecter les erreurs dues à ces variations.

4.2 Détection de variations d'intensité

Pour détecter les erreurs d'estimation dues aux variations d'intensité au sein des super-pixels, on utilise un détecteur de variations d'intensité. De la même manière que pour le critère de redondance, on veut que ce détecteur soit CFAR, c'est à dire indépendant de l'état de polarisation incident sur le super-pixel si celui-ci est homogène.

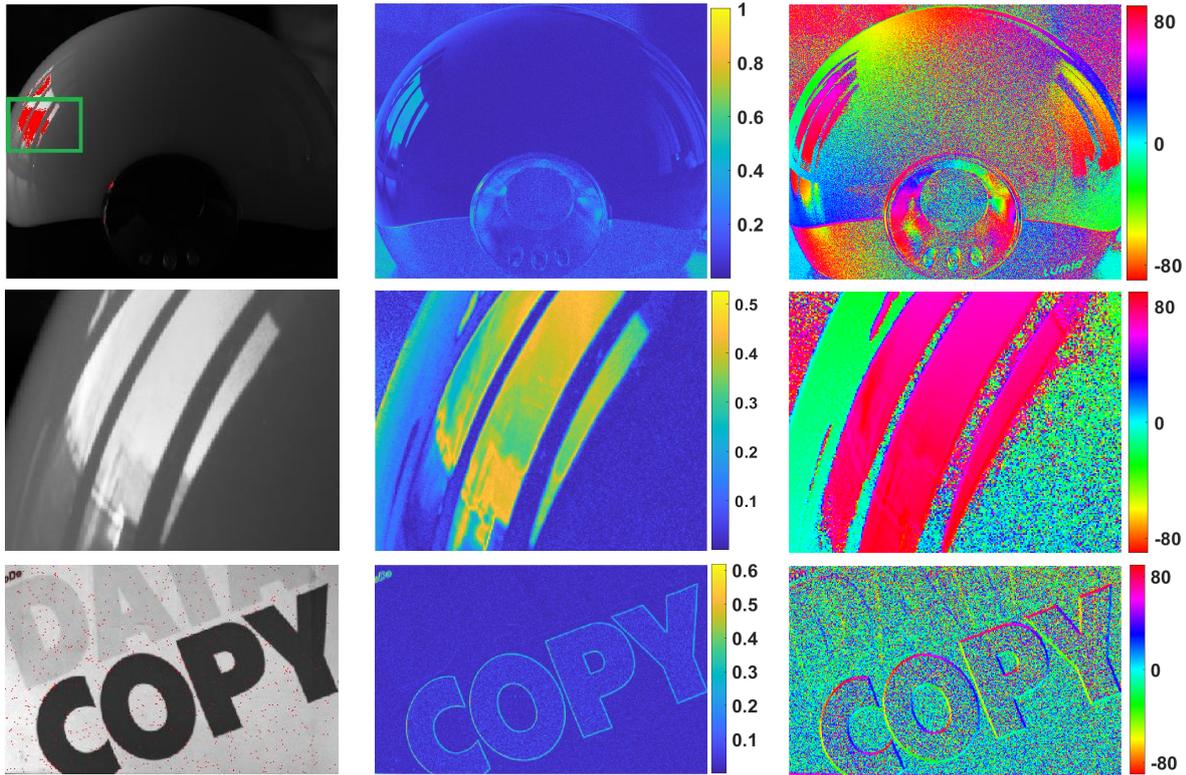


FIGURE 4.4 – Images de l'intensité S_0 avec la carte des erreurs en rouge (gauche), du degré de polarisation linéaire DoLP (milieu) et de l'angle de polarisation AoP (en degrés) (droite). La deuxième ligne montre un zoom dans l'image de la première ligne. Ce zoom montre une réflexion polarisée sur la lampe mise en avant pas le rectangle vert.

4.2.1 Le modèle choisi

Pour être indépendant de l'état de polarisation, on peut utiliser les estimations de l'intensité S_0 des super-pixels entourant le super-pixel d'intérêt comme illustré sur la Figure 4.5. En comparant ces valeurs d'intensité, on pourra décider s'il y a une variation d'intensité significative au sein du super-pixel l'intérêt. L'estimation de l'intensité S_0 dans le cas où le capteur est considéré idéal est : $\hat{S}_0 = \frac{1}{2N_{\text{acq}}} \sum_n^{N_{\text{mes}}} I_n$, où les mesures I_n suivent une statistique de Poisson. Comme la variable $2N_{\text{acq}}\hat{S}_0$ suit également une statistique de Poisson, il est plus facile de considérer cette variable plutôt que \hat{S}_0 . On a donc un signal discret bidimensionnel \mathbf{n} dont les valeurs $(n_{i,j})$, $(i,j) \in [1, N]^2$ correspondent à une estimation de $2N_{\text{acq}}\hat{S}_0$ qui suit une statistique de Poisson. Ce signal forme une image de taille $N \times N$ centrée sur le super-pixel d'intérêt. Pour déterminer s'il y a une variation d'intensité dans cette image on peut comparer les vraisemblances des deux hypothèses décrites Figure 4.6 :

- H_0 : il n'y a pas de variation de l'intensité, le signal suit une loi de Poisson de paramètre constant λ_0 ;
- H_1 : il y a une variation de l'intensité. Le signal peut être séparé en quatre régions comme montré sur la Figure 4.5. Le signal suit quatre lois de Poisson de paramètres respectivement λ_a , λ_b , λ_c et λ_d dans les quatre différentes régions.

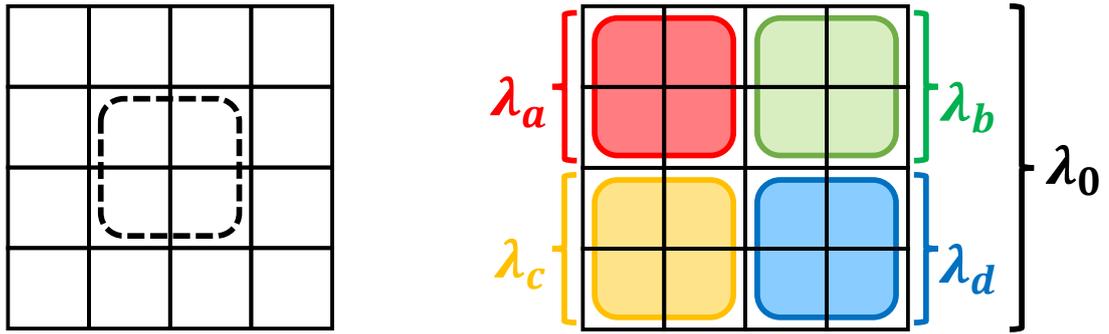


FIGURE 4.5 – Le super-pixel d'intérêt est au centre d'un carré de 2×2 super-pixels (gauche). On décrit les 4 régions du signal où l'on considère les paramètres λ_a , λ_b , λ_c et λ_d (droite). Le paramètre λ_0 est la valeur moyenne de tout le signal.

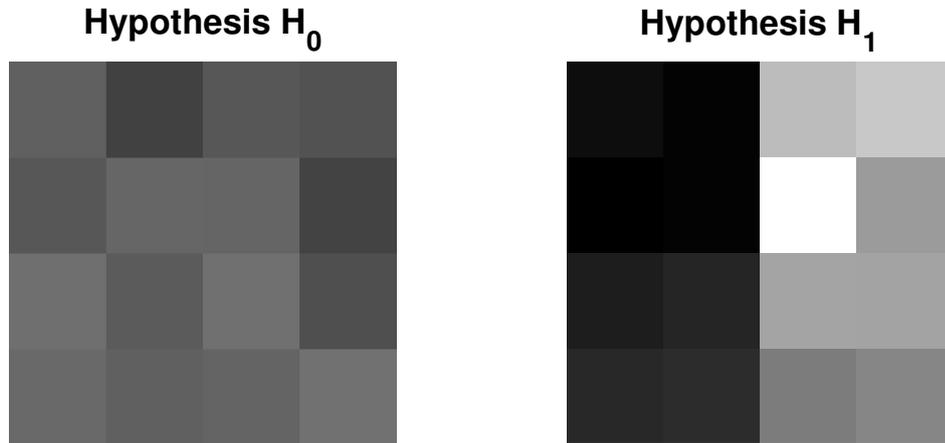


FIGURE 4.6 – Les hypothèses testées pour la détection de variation d'intensité : Hypothèse H_0 : il n'y a pas de variation d'intensité (gauche) ; Hypothèse H_1 : il y a une variation d'intensité (droite). Ces données sont synthétiques et servent uniquement d'illustration.

On effectue la détection de variation d'intensité dans le groupe de super-pixels considéré en appliquant un seuil au rapport des log-vraisemblances de ces deux hypothèses. Ce rapport des log-vraisemblances dépend des paramètres λ_k , $k \in \{0, a, b, c, d\}$ qui sont donc des paramètres de nuisance. Leurs estimées au sens du maximum de vraisemblance $\hat{\lambda}_k$ sont les moyennes empiriques sur les régions correspondantes du signal montrées Figure 4.5. Elles vérifient la relation suivante : $\hat{\lambda}_0 = \hat{\lambda}_a + \hat{\lambda}_b + \hat{\lambda}_c + \hat{\lambda}_d$. En remplaçant le paramètre λ_0 par son estimée $\hat{\lambda}_0$ dans l'expression de la log-vraisemblance de l'hypothèse H_0 , on obtient la pseudo log-vraisemblance :

$$\ell(\mathbf{n}|H_0) = -N^2 \hat{\lambda}_0 + N^2 \hat{\lambda}_0 \ln(\hat{\lambda}_0) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \ln(n_{i,j}!). \quad (4.13)$$

De la même manière, on peut exprimer la pseudo log-vraisemblance de l'hypothèse H_1 :

$$\ell(\mathbf{n}|H_1) = -N^2 \hat{\lambda}_0 + \frac{N^2}{4} \sum_{k=a,b,c,d} \hat{\lambda}_k \ln(\hat{\lambda}_k) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \ln(n_{i,j}!). \quad (4.14)$$

4.2.2 Le rapport des vraisemblances

On peut alors calculer le rapport des log-vraisemblances généralisé $\ln(\mathcal{R})$ en utilisant les Equations (4.13) et (4.14) :

$$\ln(\mathcal{R}) = N^2 \left[\frac{1}{4} \sum_k (\hat{\lambda}_k \ln(\hat{\lambda}_k)) - \frac{\sum_k \hat{\lambda}_k}{4} \ln \left(\frac{\sum_k \hat{\lambda}_k}{4} \right) \right]. \quad (4.15)$$

Pour pouvoir appliquer un seuillage correspondant à un taux de fausse alarme donné, il faut connaître la statistique de $\ln(\mathcal{R})$ dans le cas où l'hypothèse H_0 est vérifiée. Comme il est difficile d'obtenir une expression exacte de cette statistique, je vais déterminer une forme approximative en supposant que dans le cas de l'hypothèse H_0 les fluctuations sont petites. Je considère donc que l'on a : $\hat{\lambda}_k = \lambda_0 + d_k$ où d_k est une variable aléatoire Gaussienne centrée de variance λ_0 et $d_k \ll \lambda_0$, où $k \in [a, b, c, d]$ indique la région correspondante du signal. En introduisant ces expressions dans l'Equation (4.15) et en utilisant un développement limité à l'ordre 2 (voir Annexe C.1), on obtient :

$$\ln(\mathcal{R}) \simeq \frac{N^2}{8} \underbrace{\left[\sum_{k_1} \left(\frac{d_{k_1}}{\sqrt{\lambda_0}} - \frac{1}{4} \sum_{k_2} \frac{d_{k_2}}{\sqrt{\lambda_0}} \right)^2 \right]}_{\mathcal{C}} \quad (4.16)$$

Comme $\frac{d_k}{\sqrt{\lambda_0}}$ est une variable aléatoire Gaussienne centrée réduite, le théorème de Cochran [45] permet de dire que le critère $\mathcal{C} = \frac{8}{N^2} \ln(\mathcal{R})$ suit une loi du χ^2 d'ordre 3. Il est ensuite possible d'obtenir une détection CFAR des variations d'intensité avec un taux de fausse alarme P_{fa} choisi en appliquant à \mathcal{C} un seuil que l'on détermine en remplaçant $N_{mes} - K$ par 3 dans l'Equation (4.12). Nos tests n'ont pas montré d'intérêt à choisir une valeur $N > 2$ car la détection est alors influencée par d'autant plus de signal venant d'en dehors du super-pixel d'intérêt. Cette méthode permet d'obtenir une carte des super-pixels pour lesquels on peut supposer que l'estimation est perturbée par une variation de l'intensité.

4.2.3 La combinaison des deux cartes d'erreurs

On peut maintenant construire une carte d'erreur en utilisant simultanément les deux détecteurs vus précédemment. Les seuils sont choisis de manière à avoir le même taux de fausse alarme P_{fa} pour les deux critères. Le taux de fausse alarme à choisir dépendra de l'application visée. Je décide ici de le fixer à $P_{fa} = 10^{-6}$. Comme notre caméra a une résolution de 1224×1024 super-pixels on peut s'attendre à avoir de l'ordre d'une fausse alarme sur toute l'image.

On affiche sur les Figures 4.7 et 4.9 les cartes d'erreurs combinées superposées à l'image de l'intensité S_0 . Le critère de redondance apparaît en vert et la détection des variations

d'intensité apparaît en rouge. On fait apparaître en jaune les super-pixels pour lesquels les deux critères détectent un problème.



FIGURE 4.7 – Les images polarimétriques utilisées sont les mêmes que sur la Figure 4.4. Les deux critères sont utilisés pour créer la carte d'erreur. Le critère de redondance apparaît en vert et la détection des variations d'intensité apparaissent en rouge. On fait apparaître en jaune les super-pixels pour lesquels les deux critères détectent un problème.

La Figure 4.7 montre la combinaison des cartes d'erreur obtenues sur les images utilisées sur la Figure 4.4 où une seule acquisition du capteur DoFP était utilisée pour estimer le vecteur de Stokes linéaire. On a pu mettre en évidence au Paragraphe 4.1.5 que dans ce cas de figure, le critère de redondance ne détecte pas bien les erreurs d'estimation dues aux bordures d'intensité. On peut voir ici que les pixels verts et jaunes sont essentiellement présents dans la réflexion sur la lampe (gauche) où il y a d'importantes fluctuations de l'état de polarisation. Les bordures d'intensité apparaissent en rouge sur les deux images, en particulier celles situées autour des lettres noires (droite) où il y a d'importantes erreurs d'estimation. Cela signifie que le détecteur de variations d'intensité compense bien les défauts du critère de redondance dans ces images où la plupart des erreurs sont dues aux variations d'intensité.

Je réalise maintenant des mesures du vecteur de Stokes complet en utilisant le capteur DoFP associé à une lame quart d'onde que l'on fait tourner devant la caméra comme décrit au Chapitre 1.2.2. La scène utilisée est une tortue en plastique imprimée en 3D reposant sur un cube en plastique. Le fond est un papier blanc. L'estimation de l'intensité, du DoLP, de l'AoP et de l'ellipticité dans cette scène sont montrées sur la Figure 4.8. Les réflexions sur la tortue conduisent à des polarisations d'angles variables. L'ellipticité est très faible dans l'ensemble de l'image et la polarisation est donc essentiellement linéaire. La texture de la tortue, due à l'impression 3D, est visible sur l'image des angles de polarisation estimés qui présente des fluctuations rapides notamment sur la carapace de la tortue et sur sa patte de droite. On affiche sur la Figure 4.9 la combinaison des deux cartes d'erreur superposée à l'image d'intensité S_0 . On garde le même code couleur que pour la Figure 4.7. On observe sur cette image que le détecteur de variation d'intensité détecte les bordures

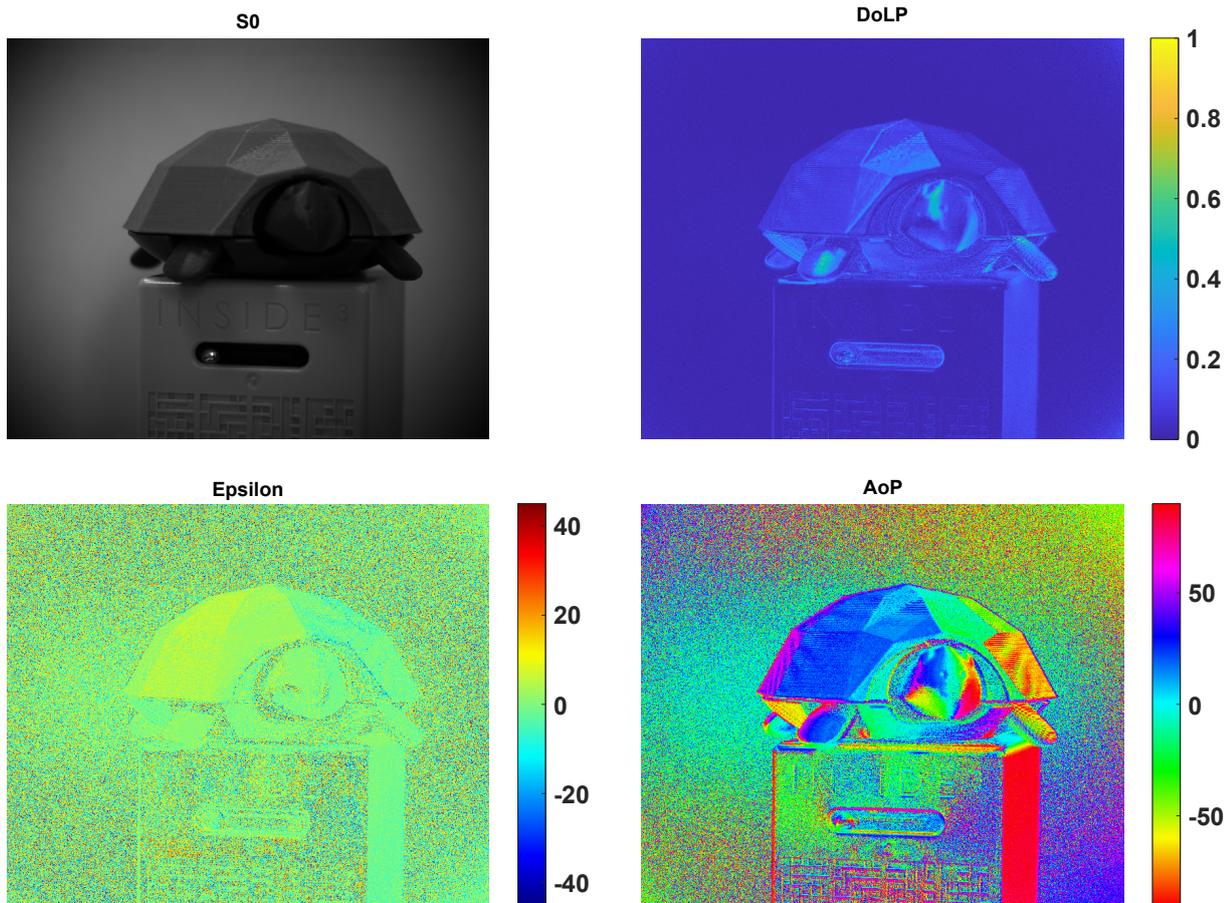


FIGURE 4.8 – La scène est ici composée d'une tortue en plastique imprimée en 3D. On affiche l'image d'intensité en haut à gauche, l'image du DoLP en haut à droite, de l'ellipticité (en degrés) en bas à gauche et de l'AoP (en degrés) en bas à droite.

comme escompté. Le critère de redondance détecte essentiellement des erreurs dues à la texture rugueuse du matériaux utilisé comme sur le papier blanc, où la rugosité du papier conduit à des erreurs d'estimation par endroit, ainsi que dans certaines zones texturées présentes sur la tortue.

4.3 Conclusion

On a défini un critère généralisé \mathbf{R} permettant de mesurer les incohérences entre les mesures redondantes d'un super-pixel de la caméra polarimétrique DoFP. Au contraire de la définition standard du critère de redondance pour les capteurs polarimétrique DoFP idéaux, cette nouvelle définition prend en compte les imperfections du capteur par le biais de la matrice de mesure calibrée du super-pixel. De plus, elle peut être utilisée dans le cas de l'imagerie du vecteur de Stokes complet où plusieurs acquisitions sont nécessaires. Cependant, ce critère ne détecte pas correctement les incohérences dues aux bords d'intensité. Or les résultats du Chapitre 3 montrent que les bords d'intensité sont la principale source d'erreurs dans le cas de l'estimation du vecteur de Stokes linéaire. On a donc proposé en complément un deuxième critère permettant de détecter les variations



FIGURE 4.9 – La scène est ici composée d’une tortue en plastique imprimée en 3D. Le critère de redondance apparaît en vert et la détection des variations d’intensité apparaît en rouge. On fait apparaître en jaune les super-pixels pour lesquels les deux critères détectent un problème.

d’intensité. Ces deux critères ont été normalisés pour permettre une détection CFAR des super-pixels aux mesures incohérentes avec un taux de fausse alarme ajustable. La combinaison de ces deux détections conduit à une carte des super-pixels fournissant des mesures incohérentes ou perturbées par une variation d’intensité.

Une telle carte offre de nombreuses perspectives, comme l’amélioration d’algorithmes de démosaiquage en ciblant les zones détectées comme problématiques [24]. On pourrait également aider les méthodes de débruitage des images DoFP en utilisant ces approches de préférence dans les zones dont l’estimation est fiable et peu perturbée, le bruit étant moins significatif dans les zones de fortes variations. Enfin, comme on pourra le voir au Chapitre 5, cette cartographie permet de choisir des super-pixels fiables pour l’autocalibration de la retardance d’une lame d’onde utilisée devant le capteur DoFP.

MÉTHODE D'AUTOCALIBRATION DE LA RETARDANCE

Dans ce chapitre, j'étudie le cas d'un système d'imagerie DoFP permettant de mesurer le vecteur de Stokes complet associant un capteur polarimétrique DoFP linéaire et un retardateur. L'inconvénient d'un retardateur est sa sensibilité à des paramètres extérieurs comme la longueur d'onde ou la température qui peuvent influencer significativement sa retardance [25]. Je propose donc dans un premier temps une étude de l'influence que peut avoir une méconnaissance de la retardance de la lame d'onde utilisée lorsque l'on estime le vecteur de Stokes complet. Notamment, je vais m'intéresser aux conditions dans lesquelles le biais induit devient significatif devant l'écart-type d'estimation dû au bruit de mesure [46]. Pour pallier cet inconvénient, il est possible de calibrer la retardance de la lame d'onde utilisée en même temps que l'estimation du vecteur Stokes complet moyennant l'utilisation d'au moins $N_{\text{acq}} = 3$ acquisitions dans le cas général au lieu des $N_{\text{acq}} = 2$ acquisitions nécessaires à l'estimation du vecteur de Stokes complet [47]. On étudiera ensuite les conditions expérimentales dans lesquelles il est possible de la mettre en application, notamment concernant l'état de polarisation incident et le rapport signal à bruit. On verra enfin que l'utilisation de la carte d'erreurs décrite au Chapitre 4 permet de sélectionner au mieux les super-pixels de l'image permettant une estimation fiable de la retardance [43] ce qui rend possible l'utilisation de cette méthode sur des images composées de détails complexes.

5.1 Biais d'estimation dû à la méconnaissance de la retardance

J'étudie ici la précision d'estimation des paramètres de Stokes et notamment le biais d'estimation lorsque l'on considère l'utilisation d'une valeur de retardance erronée lors de l'estimation. Ce biais sera comparé à l'écart-type d'estimation dû au bruit de mesure afin de délimiter les conditions dans lesquelles ce biais devient significatif. J'utilise ensuite une expérimentation ainsi que des simulations pour vérifier les résultats théoriques proposés ici.

Certaines parties de ce chapitre ont été publiées dans [46]

5.1.1 Étude du rapport biais sur écart-type théorique

Je considère ici que les mesures d'intensité \mathbf{I} sont entachées d'un bruit additif gaussien d'écart-type σ . Dans le cas où l'on cherche à estimer le vecteur de Stokes complet avec $N_{\text{acq}} = 2$ acquisitions, la variance d'estimation peut être minimisée en utilisant une retardance $\delta = 90^\circ$ et pour des orientations du retardateur égales à $[0^\circ, 45^\circ]$. Dans ce cas, les écarts-types d'estimation des 4 paramètres de Stokes sont [22, 27] :

$$\text{STD}[\mathbf{S}] = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Supposons maintenant que la retardance δ n'est pas connue parfaitement. Sa valeur nominale est $\delta_0 = 90^\circ$ et la matrice de mesure correspondante est notée \mathbb{W}_0 , mais la vraie valeur de la retardance est δ et la matrice de mesure correspondante est notée \mathbb{W} . Comme on ignore la vraie valeur de la retardance δ , on utilise la matrice de mesure \mathbb{W}_0 par défaut pour inverser les mesures des intensités qui ont été acquises par un processus décrit par la matrice \mathbb{W} . On a donc pour moyenne statistique du vecteur de Stokes estimé $\langle \hat{\mathbf{S}} \rangle = \mathbb{W}_0^+ \mathbf{I} = \mathbb{W}_0^+ \mathbb{W} \mathbf{S}$ et donc un biais d'estimation que l'on peut définir comme :

$$\Delta \mathbf{S} = \mathbf{S} - \langle \hat{\mathbf{S}} \rangle = [\mathbb{I}_4 - (\mathbb{W}_0^T \mathbb{W}_0)^{-1} \mathbb{W}_0^T \mathbb{W}] \mathbf{S}, \quad (5.2)$$

où \mathbb{I}_4 est la matrice identité de dimensions 4×4 et la définition de la pseudo-inverse de la matrice \mathbb{W}_0 a été utilisée.

Lorsque l'on réalise N_{acq} acquisitions avec un retardateur devant la caméra, la matrice de mesure est une matrice de taille $4 \times 4N_{\text{acq}}$ dont l'expression est donnée en Annexe D.1 [22]. On peut montrer, à l'aide de cette expression, d'une part que l'on a $\Delta S_0 = \Delta S_1 = \Delta S_2 = 0$ et d'autre part :

$$\Delta S_3 = \frac{\cos \delta}{2} (S_1 - S_2) + (1 - \sin \delta) S_3. \quad (5.3)$$

On vérifie bien que ce biais est nul lorsque $\delta = 90^\circ$. En effet, la matrice de mesure utilisée pour l'estimation \mathbb{W}_0 correspond alors à la matrice de mesure décrivant l'acquisition \mathbb{W} . De plus ce biais augmente lorsque δ s'écarte de cette valeur et il dépend de la valeur du vecteur de Stokes incident \mathbf{S} .

On peut considérer que ce biais devient significatif lorsque sa valeur devient similaire ou plus grande que l'écart-type d'estimation donné dans l'Equation (5.1). On peut alors quantifier l'importance du biais en utilisant le rapport du biais sur l'écart-type $\rho = \Delta S_3 / \text{STD}[S_3]$. Les Équations (5.1) et (5.3) nous donnent :

$$\rho_2 = \text{SNR} \left(\frac{\cos \delta}{2} (s_1 - s_2) + (1 - \sin \delta) s_3 \right), \quad (5.4)$$

où l'indice 2 signifie que l'on a utilisé la configuration à $N_{\text{acq}} = 2$ acquisitions. Les $s_i, i \in \{1, 2, 3\}$ sont les paramètres de Stokes réduits définis au Chapitre 1 dans l'Équation 1.3. Le rapport signal à bruit s'exprime :

$$\text{SNR} = \frac{S_0}{\sigma}. \quad (5.5)$$

Je représente, en trait plein sur la Figure 5.1, la valeur absolue de ρ_2 en fonction de l'écart $\Delta\delta = \delta - \delta_0$ pour un vecteur de Stokes incident tel que $\alpha = 0^\circ$, $P = 1$, $\text{SNR} = 130$ et $\epsilon = 10^\circ, 20^\circ$ ou 40° . On peut voir que la forme de la courbe dépend de l'ellipticité ϵ . Par exemple, lorsque $\epsilon = 20^\circ$ (courbe verte), $|\rho_2| \geq 1$ dès que $\Delta\delta > 2^\circ$. La sensibilité de la valeur de $|\rho_2|$ à l'écart de retardance varie en fonction de l'ellipticité car dans le cas d'une ellipticité $\epsilon = 40^\circ$, la courbe croît plus lentement à mesure que $\Delta\delta$ s'écarte de 0 ce qui signifie que $|\rho_2|$ est moins sensible à l'écart $\Delta\delta$. Cependant, dans ce cas aussi le rapport $|\rho_2|$ devient significatif pour un écart $\Delta\delta$ de quelques degrés. Une imprécision de quelques degrés sur la retardance δ détériore donc significativement la précision d'estimation du paramètre S_3 . On constate également une dissymétrie de la courbe de $|\rho_2|$. Celle-ci peut s'expliquer en analysant l'Equation (5.4), où l'on a dans ce cas de figure : $\delta = 90^\circ + \Delta\delta$. Le terme proportionnel à $\cos(\delta)(s_1 - s_2)$ est antisymétrique par rapport à l'abscisse $\Delta\delta = 0$ tandis que le terme proportionnel à $(1 - \sin(\delta))s_3$ est symétrique par rapport à cette abscisse. La somme de ces deux termes dans le cas d'une polarisation elliptique où ni $(s_1 - s_2)$, ni s_3 ne sont nuls donne donc lieu à une courbe asymétrique.

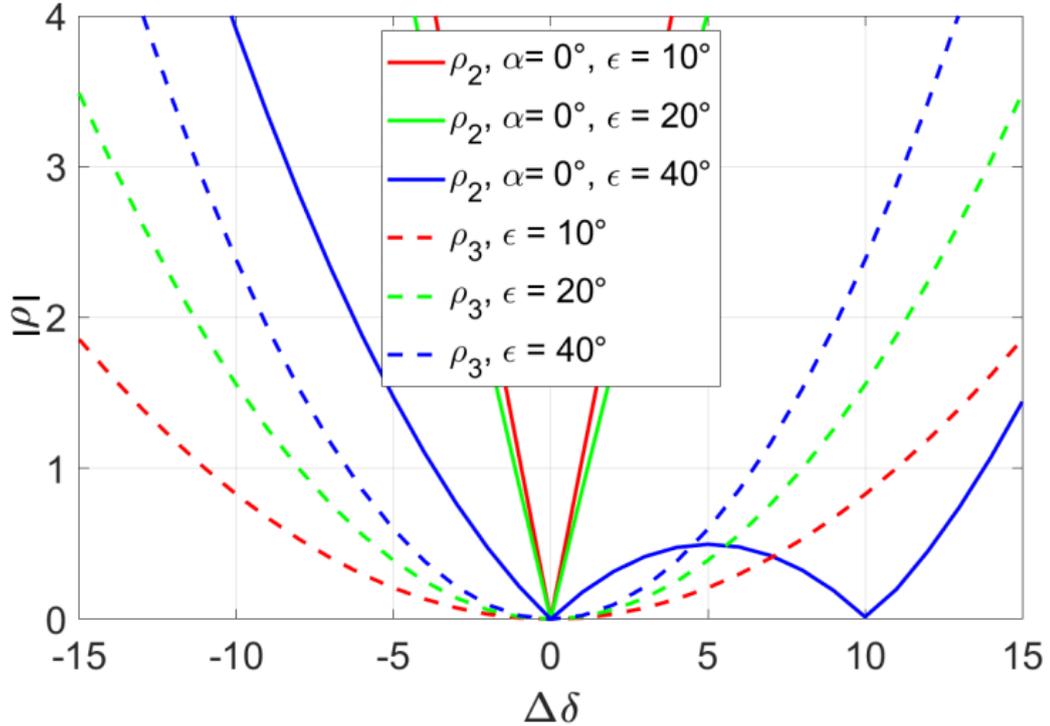


FIGURE 5.1 – Valeurs absolue de ρ_2 (lignes pleines) et de ρ_3 (lignes pointillées) en fonction de l'écart des retardances $\Delta\delta$ pour les ellipticités $10^\circ, 20^\circ$ et 40° . Les autres paramètres sont fixés à $\alpha = 0^\circ$, $P = 1$ et $\text{SNR} = 130$.

Il peut donc être intéressant dans ce cas d'effectuer une calibration de la retardance δ pour réduire le biais sur l'estimation de S_3 . La méthode d'autocalibration, que je décrirai à la Section 5.2, nécessite d'utiliser au moins 3 acquisitions pour pouvoir être appliquée. J'utilise donc la configuration décrite au Paragraphe 5.2 pour laquelle 3 acquisitions sont réalisées pour les positions angulaire du retardateur $[0^\circ, 60^\circ, 120^\circ]$ et dont la retardance vaut $\delta = 90^\circ$. Pour cette configuration, en utilisant l'expression de la matrice \mathbb{W} donnée

en Ref. [22], on peut montrer que le biais d'estimation défini dans l'Équation (5.2) est nul pour S_0 , S_1 et S_2 . Dans le cas de S_3 il vaut :

$$\Delta S_3 = (1 - \sin \delta) S_3. \quad (5.6)$$

Cette expression est différente du cas $N_{\text{acq}} = 2$ (voir Équation (5.3)). En particulier, le biais dépend de \mathbf{S} uniquement au travers du terme S_3 . Il a été montré que, dans la configuration considérée ici, l'écart-type d'estimation peut être calculé avec [22] :

$$\text{STD}[\mathbf{S}] = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

En comparant les Équations (5.1) et (5.7), on voit que l'écart-type d'estimation est légèrement plus faible dans ce cas utilisant 3 acquisitions que dans le cas à 2 acquisitions vu précédemment. En utilisant les Équations (5.7) et (5.6), on peut exprimer le rapport du biais sur l'écart-type de S_3 comme suit :

$$\rho_3 = \sqrt{\frac{3}{2}} P \times \text{SNR} \sin 2\epsilon (1 - \sin \delta), \quad (5.8)$$

où l'indice 3 signifie que l'on a utilisé la configuration à $N_{\text{acq}} = 3$ acquisitions. J'ai tracé le rapport ρ_3 en fonction de l'écart de retardance $\Delta\delta$ sur la Figure 5.1 (lignes pointillées). On remarque que les courbes de ρ_3 sont symétriques par rapport à $\Delta\delta = 0$ et sont plus basses que celles de ρ_2 . Il est à noter que ρ_3 est indépendant de l'AoP α tandis que ρ_2 ne l'est pas.

5.1.2 Comparaison à la simulation et l'expérimentation

Pour valider ces résultats théoriques, je simule l'estimation un grand nombre de fois dans les mêmes conditions afin d'obtenir la valeur moyenne et l'écart-type de cette estimation. Ce type de simulation est appelée simulation de Monte-Carlo. Je compare donc les résultats théoriques obtenus précédemment aux résultats des simulations de Monte-Carlo ainsi qu'à des résultats pratiques sur la Figure 5.3. J'étudie également la précision d'estimation obtenue avec et sans autocalibration dans le cas des simulations de Monte-Carlo.

Description du montage expérimental

Pour valider ces résultats expérimentalement, j'ai utilisé le montage expérimental présenté sur la Figure 5.2 comprenant la caméra DoFP associée à un retardateur dont la retardance est variable en fonction de la longueur d'onde. Ce retardateur est une lame quart d'onde à 633nm, c'est à dire que sa retardance vaut 90° à cette longueur d'onde. J'ai utilisé 3 acquisitions pour estimer le vecteur de Stokes complet ce qui permet d'appliquer l'autocalibration de la retardance. La lumière incidente est générée par une lampe halogène suivie d'un filtre passe-bande de 10nm de largeur spectrale et d'un polariseur pour avoir une lumière totalement polarisée dans une bande spectrale restreinte. Cela permet grâce à une calibration préalable de la lame d'onde sur tout le spectre visible de connaître sa retardance précisément selon la longueur d'onde utilisée.

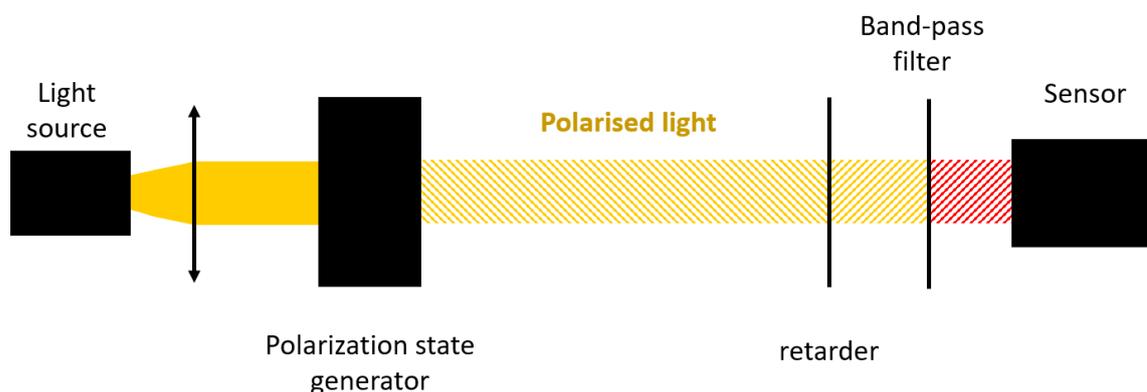


FIGURE 5.2 – Montage expérimental utilisé.

J'ai utilisé des filtres passe-bandes de différentes longueurs d'onde centrales et de largeur de bande de 10nm. La retardance effective du retardeur étant sensible à la longueur d'onde, ces différents filtres permettent de la faire varier. Les longueurs d'onde centrales des filtres utilisés valent 600nm, 650nm et 700nm. Une calibration préalable de ce retardateur, réalisée à l'aide d'un spectro-ellipsomètre au Laboratoire de Physique des Interfaces et des Couches Minces (LPICM), nous a permis d'obtenir les retardances correspondantes pour ces 3 longueurs d'onde : $\delta = [93^\circ, 86^\circ, 79.3^\circ]$.

J'ai fixé l'état de polarisation incident sur le système d'imagerie avec un AoP $\alpha = 0^\circ$, une ellipticité $\epsilon = 20^\circ$ et un rapport signal à bruit $\text{SNR} = 130$. Pour chacune des 3 longueurs d'onde utilisées, j'acquies 10.000 images successives dans les mêmes conditions et j'utilise ces différentes réalisations pour estimer la moyenne et l'écart-type d'estimation de S_3 en un super-pixel en utilisant la valeur de retardance par défaut $\delta_0 = 90^\circ$. Connaissant l'état de polarisation incident sur le système de mesure on peut calculer le biais d'estimation.

Comparaison : Théorie - Simulation - Expérimentation

J'ai également effectué une simulation de Monte-Carlo pour comparaison avec les résultats expérimentaux et théoriques. Celle-ci consiste, pour chaque valeur de $\Delta\delta$, à générer 10000 réalisations de mesures d'intensité et à estimer le vecteur de Stokes à l'aide de la matrice de mesure \mathbb{W}_0 supposant que l'on a $\delta = 90^\circ$. J'estime la valeur moyenne et l'écart-type de l'estimation de S_3 à partir de ces 10000 réalisations. J'ai considéré le même état de polarisation incident que pour l'expérience.

Sur la Figure 5.3, j'affiche les valeurs théoriques de ΔS_3 divisées par S_0 en fonction de $\Delta\delta$ (Equation (5.6), ligne jaune pointillée), la valeur moyenne du biais estimé à partir des réalisations de la simulation (ligne orange tiretée) ainsi que les valeurs estimées expérimentalement pour les 3 longueurs d'onde différentes (marqueurs "*" en bleu). Les courbes théorique et de simulation se superposent parfaitement, et on observe également que les points expérimentaux en bleu sont très proches de ces deux courbes. Cela valide le modèle du biais d'estimation décrit par l'Equation (5.6).

La hauteur des barres verticales oranges et bleues, correspondant respectivement à

la simulation de Monte-Carlo et aux résultats expérimentaux, sont égales à \pm l'écart-type d'estimation divisé par S_0 . Les hauteurs de ces barres sont similaires entre elles. Elles sont également parfaitement en accord avec l'Equation (5.7) qui donne une valeur $\text{STD}[S_3]/S_0 = 0.0063$. Cela permet de valider l'expression de l'écart-type d'estimation donnée dans l'Equation (5.7).

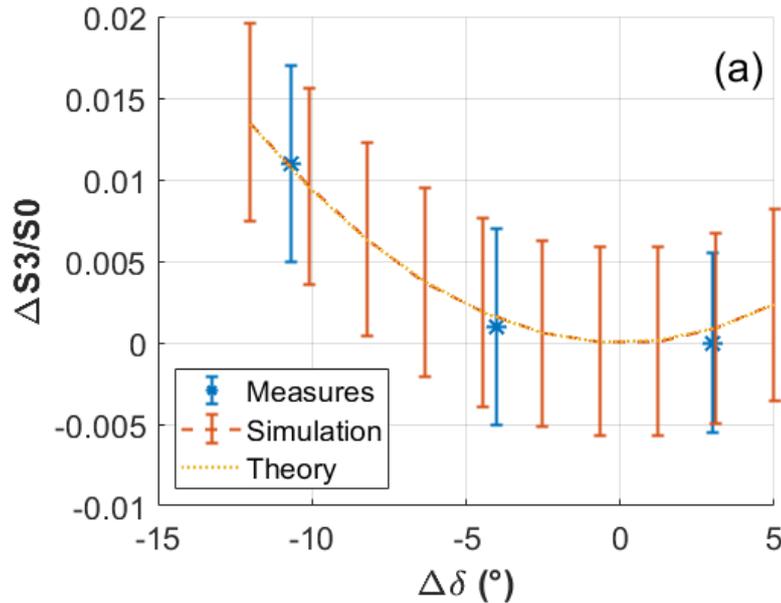


FIGURE 5.3 – Variations de ΔS_3 en fonction de $\Delta\delta$ calculées à partir de la théorie, de la simulation de Monte-Carlo et des mesures expérimentales. L'état de polarisation incident a un AoP $\alpha = 0^\circ$, une ellipticité $\epsilon = 20^\circ$ et un rapport signal à bruit $\text{SNR} = 130$.

En conclusion, j'ai pu valider avec des données expérimentales et issues de simulations les formules théoriques du biais et de l'écart-type d'estimation développées précédemment. Notamment, cela a été l'occasion d'illustrer dans un cas pratique l'influence significative que peut avoir le biais d'estimation face à l'écart-type. En effet, dans le cas présenté sur la Figure 5.3, on observe pour le point expérimental (en bleu) situé à un écart de retardance de $\Delta\delta \simeq -10^\circ$ que la valeur moyenne du biais est presque 2 fois plus grande que la valeur de l'écart-type. Donc l'écart de retardance provoqué par un décalage de la longueur d'onde de 50nm, par rapport à la valeur nominale spécifiée pour la lame d'onde utilisée, est suffisant pour induire un biais sur l'estimation près de 2 fois plus important que l'écart-type d'estimation. Un tel résultat motive l'utilisation d'autocalibration de la retardance que je présente dans la section suivante.

5.2 La méthode d'autocalibration

La méthode d'autocalibration consiste à estimer conjointement la retardance δ de la lame d'onde et le vecteur de Stokes \mathbf{S} à partir des mesures du super-pixel regroupées dans le vecteur de mesure \mathbf{I} . Cela est possible grâce à la redondance d'information fournie par les mesures d'intensité dans le super-pixel. Il a été montré qu'il faut à minima 3

acquisitions avec 3 orientations différentes de la lame d'onde pour pouvoir réaliser cette autocalibration indépendamment de l'état de polarisation incident [25, 26, 47].

Présentation et caractérisation de la méthode

En considérant un bruit additif gaussien d'écart-type σ sur les mesures d'intensité, on exprime le logarithme de la vraisemblance de ces mesures au regard des paramètres du vecteur de Stokes \mathbf{S} et de la retardance de la lame d'onde utilisée :

$$\ell(\mathbf{I}|\mathbf{S}, \delta) = \text{Cst} - \frac{1}{2\sigma} \|\mathbf{I} - \mathbb{W}(\delta)\mathbf{S}\|^2, \quad (5.9)$$

où Cst est une constante qui ne nous intéressera pas par la suite. Trouver les paramètres \mathbf{S} et δ qui maximisent cette log-vraisemblance n'est pas simple. Pour simplifier le problème, on estime \mathbf{S} de manière analytique puis on injecte la valeur estimée pour obtenir une fonction dépendant uniquement de la retardance δ . Pour cela, on utilise l'expression de l'estimation au sens du maximum de vraisemblance du vecteur de Stokes : $\hat{\mathbf{S}} = \mathbb{W}(\delta)^+\mathbf{I}$ dans l'Equation (5.9). On ignore la constante et l'on multiplie par $-\sigma$ pour obtenir une fonction de δ :

$$\mathcal{F}(\delta) = \|\mathbb{I}_d - \mathbb{W}(\delta)\mathbb{W}(\delta)^+\mathbf{I}\|^2, \quad (5.10)$$

où \mathbb{I}_d est la matrice identité et $\|\cdot\|$ est la norme Euclidienne. Pour effectuer l'autocalibration, on minimise le critère $\mathcal{F}(\delta)$:

$$\hat{\delta} = \arg \min_{\delta} [\mathcal{F}(\delta)], \quad (5.11)$$

Le vecteur de Stokes est ensuite estimé en introduisant l'estimée de la retardance $\hat{\delta}$ dans l'expression de la matrice de mesure $\mathbb{W}(\delta)$ et en l'utilisant avec :

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbb{W}(\hat{\delta})^+\mathbf{I}. \quad (5.12)$$

Lorsque l'on utilise $N_{\text{acq}} = 3$ acquisitions, il a été montré que l'écart-type d'estimation de S_3 est minimal pour $\delta = 90^\circ$ et pour des orientations du retardeur égales à $[0^\circ, 60^\circ, 120^\circ]$ [22]. C'est donc cette configuration que j'utiliserai pour effectuer l'autocalibration. Il est possible de calculer une borne inférieure sur l'écart-type d'estimation des paramètres \mathbf{S} et δ à partir de l'expression de la vraisemblance comme décrit au Chapitre 1.3.2 à partir de la matrice d'information de Fisher dont la définition est donnée par l'Equation (1.31). On calcule pour cela la racine de la borne de Cramer-Rao (RCRB pour "Root of Cramer-Rao lower Bound"). En utilisant la configuration que l'on vient de mentionner, la RCRB pour l'estimation de la retardance δ a été calculée et s'exprime [26] :

$$\text{RCRB}[\delta] = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{1}{\text{SNR}_\delta}, \quad (5.13)$$

avec

$$\text{SNR}_\delta = \text{SNR} \times P_L \quad (5.14)$$

où $P_L = P \cos 2\epsilon$ est le DoLP et P est le DoP. L'estimation de δ n'est donc pas possible dans le cas d'une lumière totalement dépolarisée ou d'un état de polarisation circulaire car dans ces deux cas le DoLP vaut $P_L = 0$. Dans les autres cas, l'estimation de δ est en

principe possible mais la précision d'estimation diminue lorsque le SNR et/ou le DoLP diminuent.

La RCRB pour l'estimation conjointe du vecteur de Stokes a également été calculée et s'exprime [26] :

$$\text{RCRB}[\mathbf{S}] = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Elle permet de quantifier la précision optimale atteignable sur l'estimation des paramètres du vecteur de Stokes lorsqu'il est estimé conjointement avec la retardance δ . Point important, elle est égale à l'écart type d'estimation que l'on obtient lorsque δ est connue et non autocalibrée (Equation (5.7)). Cela signifie que l'on ne perd pas en précision d'estimation en estimant la retardance au lieu d'utiliser la valeur par défaut, même lorsque les retardances nominale et effective sont égales. La comparaison de ces limites théoriques d'estimation et des écarts-types expérimentaux est plus largement discutée dans le Paragraphe 5.3.1.

Un seul super-pixel suffit pour réaliser cette autocalibration. Cependant, comme on peut supposer la retardance δ constante sur toute l'image, je propose d'utiliser les mesures issues de plusieurs super-pixels de manière à obtenir une estimation plus fiable. Pour faire cela, je définis le critère à minimiser comme étant la somme des critères correspondant à chacun des N super-pixels considérés :

$$\mathcal{F}_{\Sigma}(\delta) = \sum_{n=1}^N \left\| [\mathbb{I}_d - \mathbb{W}(\delta)\mathbb{W}(\delta)^+] \mathbf{I}_n \right\|^2, \quad (5.16)$$

Cela conduit à une meilleure précision d'estimation de la retardance δ grâce au moyennage. J'appelle cette méthode « estimation cumulée » par la suite.

Comparaison : avec et sans autocalibration

Je propose maintenant de mettre en application la méthode d'autocalibration pour vérifier les performances théoriques décrites au paragraphe précédent. Pour cela j'ai réalisé une simulation de Monte-Carlo dont les résultats sont présentés sur la Figure 5.4 où j'affiche les estimations de S_3 en fonction de l'écart de retardance $\Delta\delta$. La ligne horizontale rouge représente la vraie valeur de S_3 considérée. La ligne en tirets verte représente l'estimation moyenne de S_3 sur 10.000 réalisations en utilisant la matrice de mesure \mathbb{W}_0 non calibrée. La hauteur des barres verticales vertes correspond à \pm l'écart-type estimé. Comme attendu, la valeur moyenne s'écarte de la vraie valeur de S_3 lorsque $\Delta\delta$ s'écarte de 0 car le biais d'estimation augmente. La ligne en tirets bleue représente la moyenne des estimations \hat{S}_3 lorsque la retardance δ est autocalibrée. On peut voir qu'elle est presque constante et égale à la vraie valeur de S_3 ce qui signifie que le biais d'estimation a totalement été annulé grâce à cette autocalibration de la retardance. De plus, les barres bleues représentant l'écart-type des estimations, ont la même longueur que les barres vertes. Cela confirme le fait, annoncé par la théorie, que dans cette configuration de mesure la RCRB avec autocalibration (Equation (5.15)) est égale à l'écart-type d'estimation sans autocalibration (Equation (5.7)).

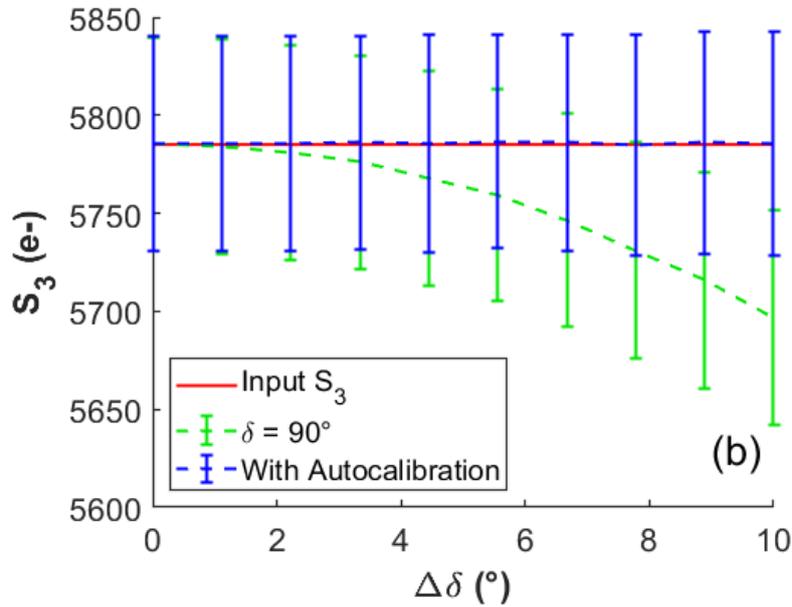


FIGURE 5.4 – Simulation de Monte-Carlo de l'estimation de S_3 en fonction de $\Delta\delta$ avec et sans appliquer l'autocalibration de la retardance. L'état de polarisation incident a un AoP $\alpha = 0^\circ$, une ellipticité $\epsilon = 20^\circ$ et un rapport signal à bruit $\text{SNR} = 130$.

En résumé, en utilisant $N_{\text{acq}} = 3$ acquisitions, il est possible d'appliquer la méthode d'autocalibration sans induire de perte sur la précision d'estimation du vecteur de Stokes \mathbf{S} . Cela permet de rendre l'estimation de \mathbf{S} invariante en fonction de la retardance δ utilisée et donc de rendre cette estimation plus fiable lorsque la valeur de la retardance est incertaine à cause des paramètres extérieurs tels que la longueur d'onde ou la température par exemple.

5.3 Quand l'autocalibration est elle possible ?

Dans le paragraphe précédent, j'ai réalisé une étude théorique de la précision d'estimation, validée par des simulations de Monte-Carlo et des expérimentations réalisées avec un grand rapport signal à bruit. Une des conclusions de cette étude est notamment que l'écart-type de l'estimation sans autocalibration, donné par l'Equation (5.7), est égal à la RCRB de l'estimation avec autocalibration donnée par l'Equation (5.15). Cela dit, la RCRB est une borne théorique inférieure sur l'écart-type d'estimation qui n'est pas nécessairement atteinte en pratique, particulièrement dans le cas d'un faible SNR [14]. Si j'ai pu vérifier au paragraphe précédent que l'écart-type d'estimation avec autocalibration est égale à la RCRB pour un grand SNR, il reste à le vérifier pour des valeurs plus faibles du SNR. Il est donc nécessaire de s'assurer des conditions sur le SNR et sur l'état de polarisation incident permettant de mettre en œuvre cette méthode d'autocalibration sans perte sur la précision d'estimation. Pour délimiter ce domaine de validité, nous allons tester expérimentalement différentes valeurs de SNR et différentes ellipticités. De plus, on a vu au Chapitre 3 que les variations spatiales de la scène, notamment les variations spatiales de l'intensité, perturbent fortement l'estimation du vecteur de Stokes. On peut

donc s'attendre à ce que ces variations perturbent également l'estimation de la retardance donnée par la méthode d'autocalibration. Je montrerai donc la nécessité d'utiliser une carte des erreurs détectées dans l'image, telle que celle présentée au Chapitre 4, pour pouvoir appliquer cette méthode d'autocalibration à partir de super-pixels situés dans des zones de l'image où l'estimation est fiable.

5.3.1 Limites du domaine de validité de la méthode d'autocalibration

Afin de vérifier les conditions expérimentales permettant d'utiliser la méthode d'autocalibration, j'ai réalisé des séries d'acquisitions permettant de déterminer la statistique de l'estimation pour différentes valeurs de SNR et d'ellipticité. Pour cela, j'ai utilisé le même banc expérimental que celui décrit au paragraphe précédent en fixant cette fois-ci la longueur d'onde d'illumination à 650nm avec le filtre passe bande correspondant. La retardance de la lame, préalablement calibrée, vaut $\delta = 86^\circ$ pour cette longueur d'onde. Pour connaître la valeur du SNR correspondant à une mesure, il nous faut connaître l'écart-type (ou la variance) du signal mesuré. Les mesures d'un super-pixel sont composées de plusieurs mesures d'intensité, chacune de variance différente. J'ai donc choisi comme valeur la variance moyenne de ces différentes mesures. La principale source de bruit étant le bruit de photon ici, je considère un bruit de variance $\sigma^2 = S_0/2$ [31] ce qui donne, en introduisant cette valeur dans l'Equation (5.5), un rapport signal à bruit :

$$\text{SNR} = \sqrt{2S_0}. \quad (5.17)$$

Il est donc possible de contrôler expérimentalement la valeur du SNR en modifiant l'intensité d'illumination. J'ai réalisé, pour chaque illumination choisie, 10.000 acquisitions permettant pour un super-pixel de calculer les moyennes et écart-types d'estimation des différents paramètres avec et sans l'utilisation de l'autocalibration. Pour une intensité d'illumination donnée, la valeur moyenne de l'intensité S_0 estimée permet de déduire la valeur du SNR.

Divergence de l'estimation de δ

Je représente sur la Figure 5.5 l'écart-type d'estimation de δ , les points expérimentaux étant indiqués par des marqueurs reliés par des lignes en pointillés, en fonction du SNR dans un graphique en échelle logarithmique (horizontalement et verticalement), pour les trois valeurs d'ellipticité $\epsilon = 0^\circ, 20^\circ$ et 40° . Je représente sur le même graphe la RCRB de δ (trait plein bleu) en fonction du SNR pour ces 3 valeurs d'ellipticité. On peut voir que lorsque le SNR est suffisamment grand, l'écart-type estimé expérimentalement colle bien à la courbe de la RCRB qui est donc dans ce cas un bon indicateur de la précision d'estimation. Cependant, l'écart-type s'écarte progressivement de la courbe de la RCRB lorsque le SNR descend en dessous d'une certaine valeur. Cet écart devient de plus en plus important à mesure que le SNR diminue. On remarque que la valeur du SNR pour laquelle cet écart apparaît dépend de l'ellipticité du vecteur de Stokes incident. Elle devient plus grande à mesure que l'ellipticité se rapproche de 45° .

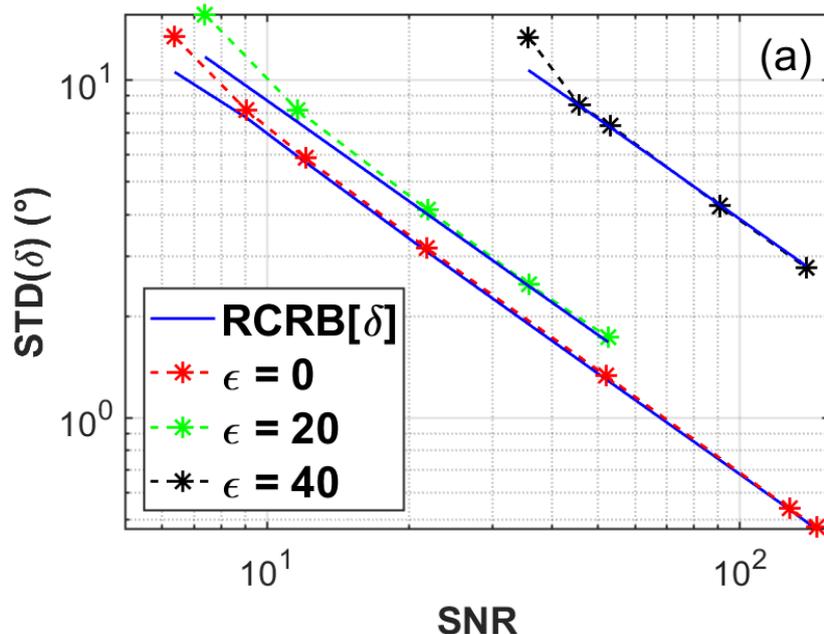


FIGURE 5.5 – (a) RCRB[δ] (ligne bleue pleine) et valeurs expérimentales de l'écart-type (lignes pointillées avec marqueurs) en fonction du SNR pour $\epsilon = 0^\circ$ (rouge), $\epsilon = 20^\circ$ (vert) et $\epsilon = 40^\circ$ (noir).

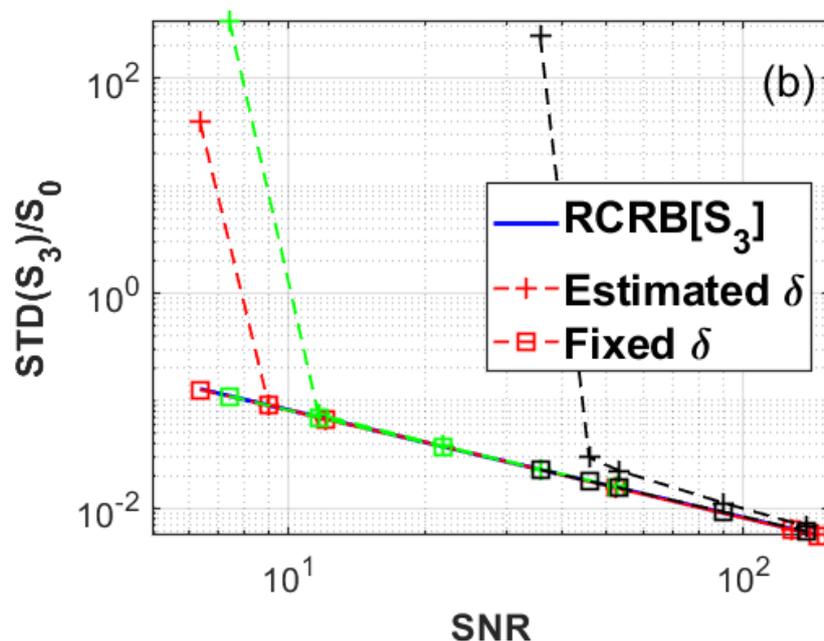


FIGURE 5.6 – RCRB[S_3]/ S_0 et valeurs expérimentales de l'écart-type $STD[S_3]/S_0$ lorsque δ est auto-calibrée (marqueurs "+") et lorsque δ est connue (marqueurs "□") pour $\epsilon = 0^\circ$ (rouge), $\epsilon = 20^\circ$ (vert) et $\epsilon = 40^\circ$ (noir), en fonction du SNR.

Divergence de l'estimation de S_3

Cet écart, qui est donc une augmentation de l'écart-type réel d'estimation de la retardance δ par rapport à sa borne inférieure théorique, a une influence sur l'estimation du

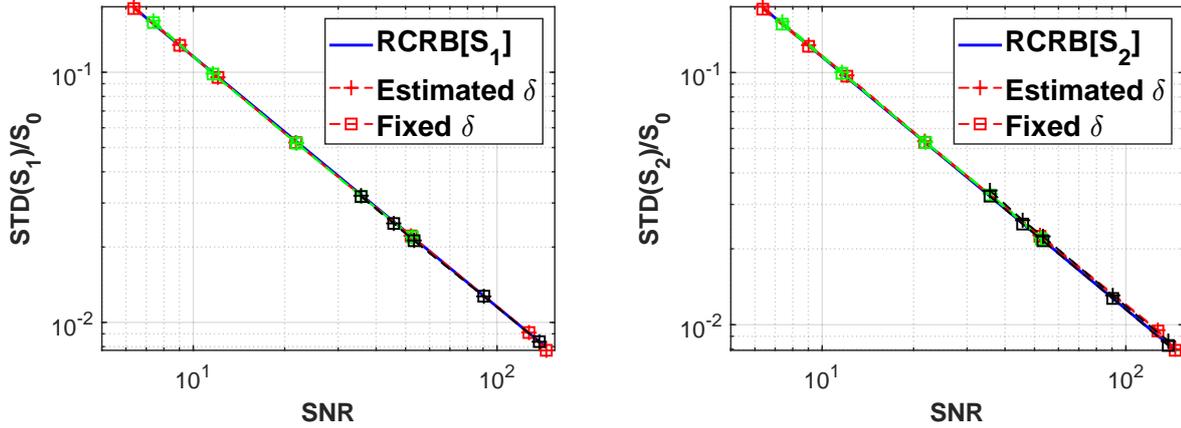


FIGURE 5.7 – (Gauche) $\text{RCRB}[S_1]/S_0$ et valeurs expérimentales de l'écart-type $\text{STD}[S_1]/S_0$ lorsque δ est auto-calibrée (marqueurs "+") et lorsque δ est connue (marqueurs "□") pour $\epsilon = 0^\circ$ (rouge), $\epsilon = 20^\circ$ (vert) et $\epsilon = 40^\circ$ (noir), en fonction du SNR. (Droite) $\text{RCRB}[S_2]/S_0$ et valeurs expérimentales de l'écart-type $\text{STD}[S_2]/S_0$ représentées de manière similaire.

paramètre S_3 . Je le mets en évidence sur la Figure 5.6 qui affiche la RCRB de S_3 divisée par S_0 pour les mêmes trois valeurs d'ellipticité ϵ (en ligne pleine bleue). Comme la RCRB de S_3 est indépendante de l'ellipticité, il n'y a qu'une seule courbe la représentant sur ce graphe. On représente également pour les trois valeurs de l'ellipticité ϵ les écarts-types d'estimation expérimentaux de S_3 lorsque la retardance δ est supposée connue (marqueurs "□") et lorsqu'elle est auto-calibrée (marqueurs "+"). On observe que lorsque le SNR est assez grand, les deux valeurs d'écarts-types expérimentaux sont identiques. Cela va de pair avec le fait, déjà expliqué plus haut, que la RCRB en cas d'auto-calibration est égale à l'écart-type en l'absence d'auto-calibration. Cependant, lorsque le SNR diminue en dessous d'une certaine valeur, l'écart-type d'estimation de S_3 avec auto-calibration diverge brusquement de la courbe de la RCRB. L'estimation du paramètre S_3 devient alors impossible dans ce cas. Cette divergence, entre l'écart-type d'estimation de S_3 avec autocalibration et la courbe de la RCRB, est liée à l'écart, entre l'écart-type d'estimation de δ et sa RCRB, montré sur la Figure 5.5. On constate également que la valeur du SNR pour laquelle cette divergence a lieu augmente avec l'ellipticité. On a pu vérifier qu'une telle divergence n'arrive jamais dans le cas des estimations des paramètres S_1 et S_2 pour lesquels les écarts-types obtenus expérimentalement sont égaux aux valeurs des RCRB pour toutes les valeurs de SNR testées. Ce résultat est montré sur la Figure 5.7 où sont affichés respectivement à gauche et à droite les écarts-types d'estimation de S_1 et S_2 divisées par S_0 en fonction du SNR. Le code couleur et l'utilisation des marqueurs sont les mêmes que pour la Figure 5.6. On constate que les écarts-types d'estimation avec et sans utilisation de l'autocalibration sont superposés quelle que soit la valeur du SNR et sont égaux à la valeur de la RCRB dans chacun des cas.

Domaine de validité de l'autocalibration

Pour pouvoir délimiter le domaine où l'autocalibration est utilisable, il serait utile d'avoir une expression simple du point à partir duquel l'écart-type d'estimation s'écarte de

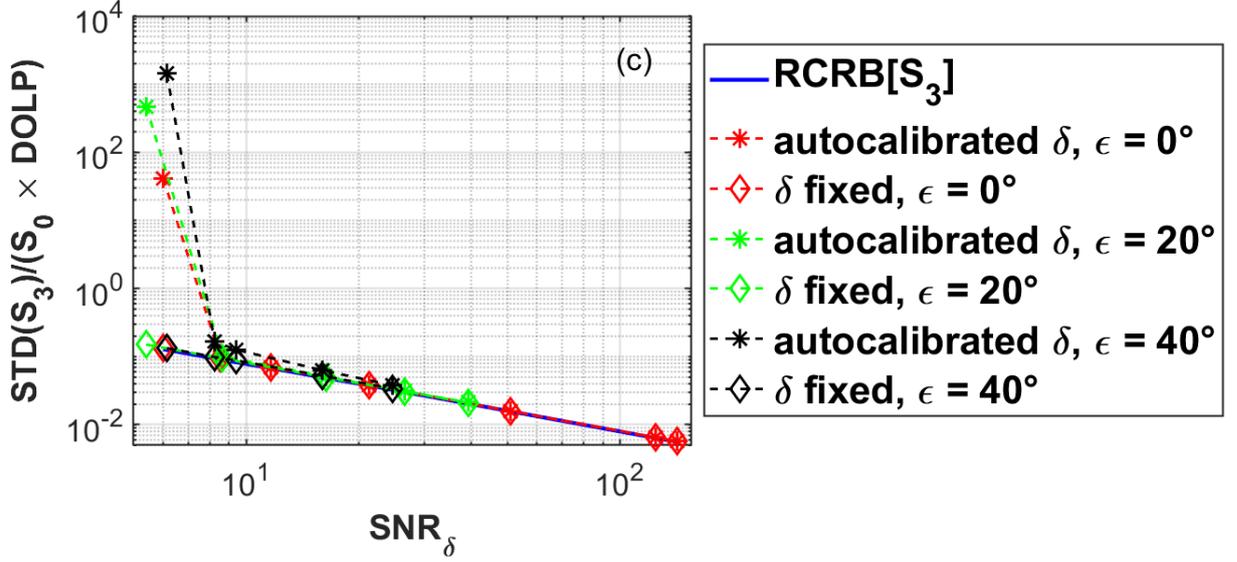


FIGURE 5.8 – $\text{RCRB}[S_3]/(S_0 \times P_L)$ et valeurs expérimentales de l'écart-type $\text{STD}[S_3]/(S_0 \times P_L)$ lorsque δ est auto-calibrée (marqueurs "+") et lorsque δ est connue (marqueurs "□") pour $\epsilon = 0^\circ$ (rouge), $\epsilon = 20^\circ$ (vert) et $\epsilon = 40^\circ$ (noir), en fonction de SNR_δ . (c) Les mêmes données qu'au (b) divisées par le DoLP, en fonction de SNR_δ .

la RCRB. Pour cela, on remarque sur la Figure 5.5 que, quelle que soit la valeur de l'ellipticité ϵ , la divergence entre $\text{STD}[\delta]$ et $\text{RCRB}[\delta]$ intervient lorsque l'on a $\text{RCRB}[\delta] \simeq 8^\circ = 0.14\text{rad}$. En utilisant l'Equation (5.13), on trouve que cela correspond à une valeur $\text{SNR}_\delta = 8$. Cette valeur peut être vue comme une limite universelle à l'utilisation de l'autocalibration car indépendante de l'état de polarisation incident. Pour visualiser cette limite, on peut voir avec les Equations (5.13) et (5.15) que l'on a :

$$\frac{\text{RCRB}[S_3]}{S_0 \times P_L} = \frac{(2/3)^{1/2}}{\text{SNR}_\delta}. \quad (5.18)$$

On affiche sur la Figure 5.8 les mêmes données expérimentales que pour la Figure 5.6 divisées par le DoLP, en fonction du SNR_δ au lieu du SNR. On observe alors un alignement intéressant des courbes expérimentales : les points de divergence sont tous localisés pour la même valeur de $\text{SNR}_\delta \simeq 8$. Cela signifie que la limite du domaine d'application de l'autocalibration dépend uniquement de la valeur de SNR_δ ou, de manière équivalente, de la précision d'estimation de la retardance δ . La valeur seuil $\text{SNR}_\delta = 8$ est donc une valeur approximative permettant de délimiter le domaine d'application de l'autocalibration. De plus, plus la valeur de SNR_δ est élevée, plus la précision d'estimation s'améliore.

En résumé, on a vu expérimentalement que l'écart-type d'estimation de δ s'éloigne de la RCRB lorsqu'il dépasse une valeur d'environ 8° . Cette dégradation de la précision d'estimation de δ , avec la diminution du SNR, conduit l'écart-type d'estimation de S_3 à également s'écarter de la valeur de la RCRB de manière très abrupte ce qui rend l'estimation de S_3 impossible. La valeur du SNR seule ne permet pas de déterminer si l'on est dans ce cas de figure ou pas. Pour cela il faut calculer la valeur de SNR_δ , qui est directement reliée à la RCRB de δ , pour laquelle la valeur seuil $\text{SNR}_\delta = 8$ permet de

déterminer si l'estimation est possible ou pas. Ce seuil offre l'avantage d'être indépendant de l'état de polarisation incident.

Je vais maintenant m'intéresser à la manière de choisir les super-pixels utilisés pour réaliser cette autocalibration en prenant garde d'éviter les zones de fortes fluctuations spatiales de la scène. En effet, comme on a pu le voir au Chapitre 3, les variations d'intensité conduisent à des erreurs d'estimation du vecteur de Stokes et il est donc probable que l'estimation de la retardance δ soit également perturbée par de telles fluctuations spatiales.

5.3.2 Prise en compte des variations spatiales de la scène

Dans la pratique, il nous reste à choisir le super-pixel avec lequel effectuer l'autocalibration, ou le groupe de super-pixels dont on va combiner les résultats pour obtenir une meilleure précision d'estimation. La conclusion du paragraphe précédent nous amène à choisir un nombre de super-pixels N pour lesquels le SNR_δ est maximum, pour réduire l'écart-type d'estimation, et vérifiant $\text{SNR}_\delta > 8$. Pour évaluer ce critère et effectuer le seuillage, on doit utiliser une estimation de SNR_δ , que l'on calcule avec les Equations (5.14) et (5.17), à partir des estimations de l'intensité S_0 et du DoLP P_L . Or, comme on a pu le voir au Chapitre 3, les variations d'intensité de la scène conduisent à des erreurs d'estimation de l'état de polarisation avec notamment de fortes surestimations du DoLP sur les bords d'intensité. Le risque, en cherchant les pixels qui maximisent le SNR_δ pour effectuer l'autocalibration, est alors de choisir des super-pixels dont les mesures sont fortement perturbées par les variations de la scène, et donc d'obtenir une calibration erronée de la retardance. La solution que je propose est alors d'utiliser la carte d'erreur définie au Chapitre 4 pour exclure de la sélection les super-pixels qui ne permettent pas une estimation fiable. Cela permet d'utiliser uniquement des super-pixels qui sont jugés fiables par la carte d'erreur et qui vérifient $\text{SNR}_\delta > 8$ en le maximisant autant que possible.

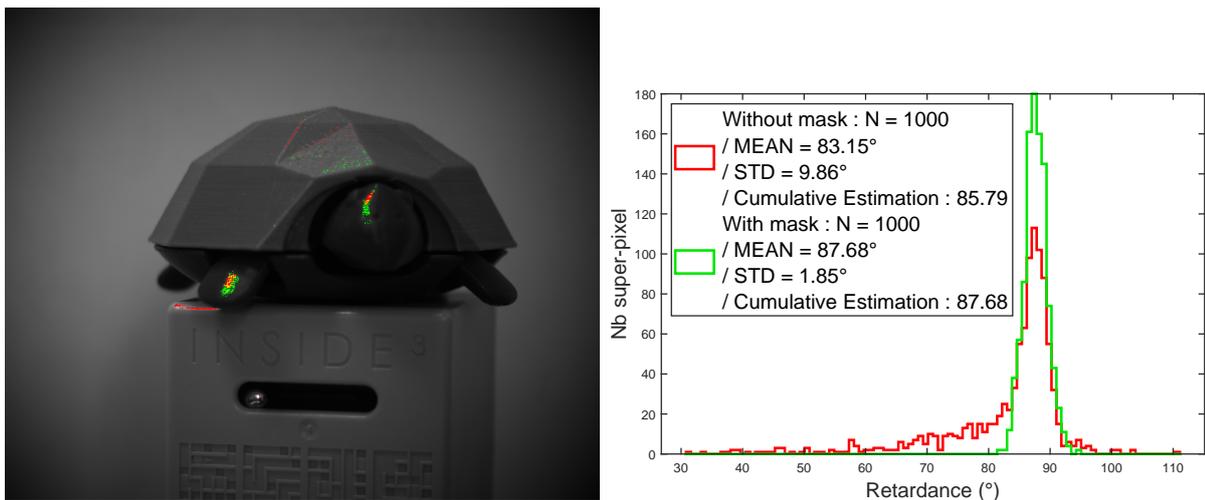


FIGURE 5.9 – Scène composée d'une tortue en plastique imprimée en 3D. On affiche en rouge les super-pixels choisis sans tenir compte de la carte d'erreur et en vert ceux choisis en en tenant compte. La localisation dans l'image de ces super-pixels est montrée sur l'image d'intensité (à gauche). Les résultats d'autocalibration avec les deux groupes de super-pixels obtenus sont affichés sous forme d'histogrammes (à droite).

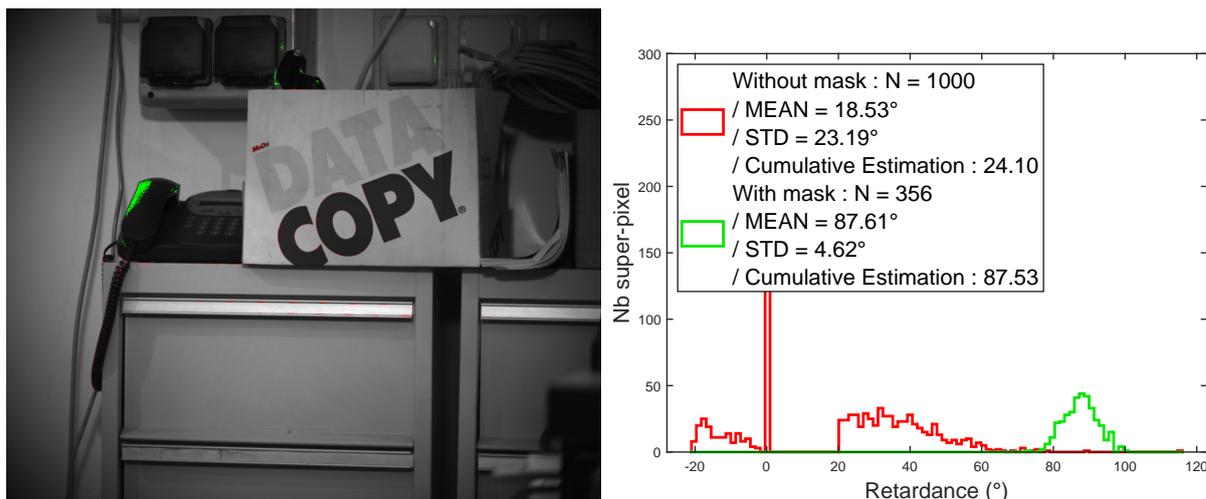


FIGURE 5.10 – Scène composée d’étagères, d’un téléphone et de cartons. On affiche en rouge les super-pixels choisis sans tenir compte de la carte d’erreur et en vert ceux choisis en en tenant compte. La localisation dans l’image de ces super-pixels est montrée sur l’image d’intensité (à gauche). Les résultats d’autocalibration avec les deux groupes de super-pixels obtenus sont affichés sous forme d’histogrammes (à droite).

Les Figures 5.9 et 5.10 montrent le résultat de cette méthode de sélection de super-pixels dans le cas de l’image d’une tortue en plastique imprimée en 3D (Figure 5.9) et dans le cas d’une scène composée d’étagères, d’un téléphone et d’un carton blanc avec des lettres noires imprimées en gros dessus (Figures 5.10). La lame d’onde utilisée, et dont on cherche à autocalibrer la retardance dans ces exemples, est une lame quart d’onde achromatique donc de retardance nominale $\delta_0 = 90^\circ$. L’illumination utilisée est la lumière blanche ambiante. J’ai affiché, sur les Figures 5.9 (gauche) et 5.10 (gauche), en rouge les $N = 1000$ super-pixels pour lesquels le SNR_δ est maximum sans tenir compte de la carte d’erreur, et en vert les super-pixels où l’estimation est jugée fiable par la carte d’erreur et pour lesquels le SNR_δ est maximum. On peut voir que ces deux groupes de super-pixels sont assez différents. Une grande partie des super-pixels rouges, choisis sans tenir compte de la carte d’erreur, sont localisés sur les bords d’intensité tandis que les super-pixels affichés en vert, choisis avec l’aide de la carte d’erreur, sont localisés dans des zones lisses avec peu de variations spatiales.

Sur chacune des Figures 5.9 (droite) et 5.10 (droite), j’ai affiché les histogrammes des estimations de la retardance obtenues pour chacun des super-pixels sélectionnés dans un groupe, pour les deux groupes de pixels obtenus en conservant le même code couleur pour les représenter. J’affiche dans la légende la moyenne et l’écart-type d’estimation pour chacun des histogrammes ainsi que les estimations cumulées de δ . Dans le cas de la Figure 5.9 on observe clairement une meilleure précision de l’autocalibration lorsque l’on utilise la carte d’erreur car l’écart-type des estimation de δ est 5 fois plus petit et l’estimation cumulée, définie à l’Equation 5.16, est plus proche de la valeur attendue $\delta_0 = 90^\circ$. Fait intéressant, l’estimation cumulée permet ici une estimation plus robuste aux perturbations que de simplement prendre la moyenne des N estimations. Lorsque la carte d’erreur n’est pas utilisée, la différence entre la moyenne des estimations et l’estimation cumulée est significative avec 83.15° pour la première et 85.79° pour la seconde. Lorsque l’on utilise la carte d’erreur, les super-pixels choisis sont plus fiables et les deux méthodes d’estimation

donnent la même valeur 87.68° . Dans le cas de la Figure 5.10 la différence est encore plus flagrante. D'un côté, lorsque la carte d'erreur n'est pas utilisée, les estimations de la retardance sont fortement perturbées. Elles conduisent à une estimation de la retardance en prenant la moyenne des N super-pixels à 18.53° qui est totalement fautive. L'estimation cumulée ne permet pas dans ce cas d'obtenir une valeur de retardance convenable avec 24.1° . De l'autre côté, l'utilisation de la carte d'erreur permet d'obtenir une estimation de la retardance de 87.53° , proche de la valeur cible $\delta_0 = 90^\circ$. Pour cette image, l'utilisation de la carte d'erreur rend possible l'utilisation de l'autocalibration. Il est à noter que dans ce cas le nombre de super-pixels sélectionnés est $N = 356$ au lieu de $N = 1000$ car ce sont les seuls super-pixels jugés fiables par la carte d'erreur et respectant le critère $\text{SNR}_\delta > 8$.

5.4 Conclusion

J'ai montré dans ce chapitre l'intérêt de la méthode d'autocalibration de la retardance pour éviter des biais d'estimation significatifs. En effet, l'estimation du vecteur de Stokes complet est possible avec $N_{\text{acq}} = 2$ acquisitions, mais en cas d'écart entre la retardance effective de la lame d'onde utilisée et la retardance considérée pour réaliser l'estimation, l'estimation du paramètre S_3 se trouve biaisée. Ce biais peut devenir significatif devant les fluctuations dues au bruit et son influence peut être quantifiée grâce à son rapport à l'écart-type. Une expression de ce rapport est donnée Equation (5.4). Si ce rapport est trop grand et ne permet pas de négliger le biais d'estimation pour l'application considérée, il faut alors réaliser $N_{\text{acq}} = 3$ acquisitions. Cela permet de réduire le biais d'estimation, comme montré avec l'Equation (5.6) et Figure 5.1. Si en plus, le SNR, le DoLP P_L et l'ellipticité ϵ sont tels que $\text{SNR}_\delta > 8$ sur une partie de l'image, alors l'autocalibration de la retardance est possible et le biais est totalement éliminé sans augmentation de l'écart-type d'estimation. L'utilisation de la carte d'erreur vue au Chapitre 4 permet de s'affranchir des perturbations liées aux fluctuations de la scène lors du choix des super-pixels pour réaliser cette autocalibration. En effet ces perturbations peuvent mener à une estimation erronée de SNR_δ et donc à choisir des super-pixels menant à une mauvaise estimation de δ . J'ai donc montré que l'utilisation de la carte d'erreur permet de choisir des super-pixels conduisant à une estimation fiable de δ même dans le cas d'une scène réelle composée de nombreuses fluctuations spatiales.

CONCLUSION

Lors de cette thèse, nous avons étudié l'influence des fluctuations spatiales de la scène sur l'estimation de l'état de polarisation réalisée à partir d'un capteur DoFP. Pour cela, nous avons développé des bancs expérimentaux permettant d'obtenir, pour une même scène, une image de référence de l'état de polarisation ainsi qu'une image DoFP. La comparaison de ces deux images nous permet alors de quantifier les erreurs d'estimation dans la scène.

Afin de mieux comprendre les observations expérimentales, nous avons réalisé une étude théorique des erreurs d'estimation dues aux variations spatiales de la scène. Il en est ressorti que les variations spatiales d'intensité sont la principale source d'erreurs d'estimation. Notamment, cela a permis de démontrer que ces variations d'intensité sont à l'origine des sur-estimations du degré de polarisation sur les bordures d'intensité que nous avons pu observer dans de nombreuses scènes.

Afin de détecter les zones de l'image où les fluctuations de la scène vont perturber l'estimation, nous avons proposé d'utiliser la redondance d'information contenue dans les mesures. Pour cela, nous avons mis au point un critère de redondance généralisable à tous les systèmes d'imagerie polarimétriques et prenant en compte la calibration de ces systèmes. Cependant, cette redondance d'information s'est avérée insuffisante pour détecter les variations d'intensité. Nous avons donc proposé une méthode de détection des variations d'intensité susceptibles d'induire des erreurs d'estimation significatives. La combinaison de ces détecteurs, fonctionnant tous deux à taux de fausse alarme constant, nous permet d'obtenir une carte des pixels de l'image pour lesquels on peut supposer l'estimation erronée.

Enfin, nous avons appliqué cette carte d'erreurs à une méthode d'autocalibration de la retardance d'une lame d'onde placée devant la caméra DoFP afin d'estimer le vecteur de Stokes complet. On a dans un premier temps montré qu'une méconnaissance de la retardance peut entraîner un biais d'estimation non négligeable sur la composante circulaire de la polarisation. On a ensuite vu que la méthode d'autocalibration permet de totalement annuler ce biais tout en conservant la même précision d'estimation que lorsque la retardance est connue. Cependant, nous avons mis en évidence une condition nécessaire sur l'état de polarisation incident pour pouvoir appliquer cette méthode. En effet, il faut pour cela que le DoLP et le SNR soient tels que leur produit, appelé ici SNR_δ soit supérieur à 8. Cela conduit à choisir les super-pixels utilisés pour réaliser cette autocalibration de manière à respecter ce critère. Mais cela ne suffit pas. Il faut aussi s'assurer que les super-pixels choisis ne contiennent pas de fluctuations spatiales à même de perturber

l'estimation. Pour cela, j'ai proposé d'utiliser la carte d'erreur mise au point au chapitre précédent. J'ai montré que cela permet d'appliquer la méthode d'autocalibration sur des scènes réelles.

Perspectives

L'étude menée au Chapitre 3 a montré que les variations spatiales de l'intensité sont la principale cause des erreurs d'estimation lorsque l'on utilise un capteur DoFP. Une perspective à ce travail consiste donc à développer une méthode de démosaiquage se focalisant sur la prise en compte de ces variations d'intensité.

Ensuite, si nous avons pu détailler précisément l'influence des variations spatiales des différents paramètres polarimétriques dans le cas de l'estimation de l'état de polarisation linéaire, nous n'avons pas réalisé cette étude pour le cas plus complexe de l'estimation du vecteur de Stokes complet. Il serait donc intéressant de mener une étude de l'influence des fluctuations dans le cas de l'imagerie du vecteur de Stokes complet.

La carte d'erreur, développée au Chapitre 4, nous a permis de mettre en œuvre la méthode d'autocalibration de la retardance sur des scènes réelles. Elle pourrait servir pour d'autres applications, notamment afin d'éviter, lors de l'utilisation de méthodes de détection d'objets, les fausses alarmes dues à des erreurs d'estimation de l'état de polarisation.

L'utilisation d'un retardateur rotatif n'est pas évidente lorsque l'on veut réaliser un système d'imagerie fonctionnant en temps réel. Pour cela, l'utilisation de LCVRs est mieux indiquée grâce à leur faible temps de changement d'état et l'absence de partie mécanique mobile. Il serait donc intéressant, dans le cadre de l'estimation du vecteur de Stokes complet, de réaliser une étude similaire à celle réalisée au Chapitre 5 dans le cas où l'on utiliserait des LCVRs à la place du retardateur rotatif.

ANNEXE CHAPITRE 1

A.1 Développement Matrice de covariance

On peut écrire la matrice de covariance du vecteur de Stokes estimé par pseudo-inversion de la manière suivante :

$$\Gamma^{\mathbf{S}} = \mathbb{W}^+ \Gamma^{\mathbf{I}} [\mathbb{W}^+]^T \quad (\text{A.1})$$

où $\Gamma^{\mathbf{I}}$ est la matrice de covariance des intensités mesurées. Cette matrice de covariance a pour propriété d'être diagonale car les différentes mesures sont indépendantes.

Dans le cas où les mesures sont perturbées par un bruit de Poisson, les termes diagonaux de $\Gamma^{\mathbf{I}}$, qui sont les variances des différentes mesures, sont égaux aux moyennes des intensités mesurés. On peut donc, à l'aide de l'Equation (1.25), exprimer cette matrice :

$$\Gamma^{\mathbf{I}} = \text{diag}(\langle \mathbf{I} \rangle) = \text{diag}(\mathbb{W}\mathbf{S}) \quad (\text{A.2})$$

En injectant ce résultat dans l'Equation (A.1), on obtient :

$$\Gamma^{\mathbf{S}} = \mathbb{W}^+ \text{diag}(\mathbb{W}\mathbf{S}) [\mathbb{W}^+]^T \quad (\text{A.3})$$

Ce qui correspond au résultat de l'Equation (1.26).

Dans le cas où les mesures sont perturbées par un bruit additif Gaussien de variance σ^2 , la matrice de covariance des mesures $\Gamma^{\mathbf{I}}$ est également diagonale et s'exprime :

$$\Gamma^{\mathbf{I}} = \sigma^2 \mathbb{I} \quad (\text{A.4})$$

où \mathbb{I} est la matrice identité. En utilisant cette expression dans l'Equation (A.1) ainsi que l'expression de la pseudo-inverse, détaillée dans l'Equation (1.19), on peut conduire le calcul suivant :

$$\begin{aligned} \Gamma^{\mathbf{S}} &= \sigma^2 \mathbb{W}^+ [\mathbb{W}^+]^T \\ &= \sigma^2 (\mathbb{W}^T \mathbb{W})^{-1} \mathbb{W}^T [(\mathbb{W}^T \mathbb{W})^{-1} \mathbb{W}^T]^T \\ &= \sigma^2 [(\mathbb{W}^T \mathbb{W})^{-1}]^T \\ &= \sigma^2 (\mathbb{W}^T \mathbb{W})^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

où l'on a utilisé la propriété que la matrice de covariance est une matrice symétrique et est donc égale à sa transposée. On retrouve ainsi le résultat montré dans l'Equation (1.27).

ANNEXE CHAPITRE 3

B.1 Développement de \hat{P}

Le DoLP estimé peut s'écrire :

$$\hat{P}_L = \frac{\sqrt{\hat{S}_1^2 + \hat{S}_2^2}}{\hat{S}_0} = \frac{\sqrt{(S_1 + \varepsilon_{S_1})^2 + (S_2 + \varepsilon_{S_2})^2}}{S_0 + \varepsilon_{S_0}}, \quad (\text{B.1})$$

et, en substituant l'Eq. (3.14), (3.15) et (3.16) dans l'Eq. (B.1) on obtient :

$$\hat{P}_L = \frac{\sqrt{(S_1 + \frac{G_{S_0}}{2}[\cos(\theta) + \sin(\theta)])^2 + (S_2 + \frac{G_{S_0}}{2}[\cos(\theta) - \sin(\theta)])^2}}{S_0 + G_{S_0} \frac{\sqrt{2}}{4} P_L \cos(2(\beta - \alpha))}. \quad (\text{B.2})$$

Après des calculs fastidieux mais élémentaires, en utilisant l'expression du DoLP $P_L = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0}$, et les expressions des paramètres de Stokes $S_1 = S_0 P_L \cos(2\alpha)$ et $S_2 = S_0 P_L \sin(2\alpha)$, on obtient :

$$\hat{P}_L = \frac{\sqrt{P_L^2 + \sqrt{2} \frac{G_{S_0}}{S_0} P_L \cos(2(\beta - \alpha)) + \left(\frac{G_{S_0}}{\sqrt{2} S_0}\right)^2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{G_{S_0}}{S_0} P_L \cos(2(\beta - \alpha))}. \quad (\text{B.3})$$

Ensuite, en introduisant la variable $\rho = \frac{G_{S_0}}{\sqrt{2} S_0}$ dans l'Eq. (B.3) on peut déduire le résultat de l'Eq. (3.18).

ANNEXE CHAPITRE 4

C.1 Développement de $\ln(\mathcal{R})$

Pour déterminer la statistique du critère $\ln(\mathcal{R})$, on peut développer son expression à partir de l'Equation (4.15) :

$$\begin{aligned}\ln(\mathcal{R}) &= N^2 \left[\frac{1}{4} \sum_k \hat{\lambda}_k \ln(\hat{\lambda}_k) - \frac{\sum_k \hat{\lambda}_k}{4} \ln \left(\frac{\sum_k \hat{\lambda}_k}{4} \right) \right] \\ &= N^2 \left[\frac{1}{4} \sum_k f(\hat{\lambda}_k) - f \left(\frac{\sum_k \hat{\lambda}_k}{4} \right) \right],\end{aligned}\quad (\text{C.1})$$

où $f(x) = x \ln(x)$. En utilisant l'expression : $\hat{\lambda}_k = \lambda_0 - d_k$ on obtient :

$$\ln(\mathcal{R}) = N^2 \left[\frac{1}{4} \sum_k f(\lambda_0 - d_k) - f \left(\lambda_0 - \frac{\sum_k d_k}{4} \right) \right]. \quad (\text{C.2})$$

En considérant $d_k \ll \lambda_0$ et $\frac{\sum_k d_k}{4} \ll \lambda_0$, un développement limité à l'ordre 2 de f nous donne :

$$f(\lambda_0 - d_k) = f(\lambda_0) + d_k f'(\lambda_0) + \frac{d_k^2}{2} f''(\lambda_0) \quad (\text{C.3})$$

et

$$f \left(\lambda_0 - \frac{\sum_k d_k}{4} \right) = f(\lambda_0) + \frac{\sum_k d_k}{4} f'(\lambda_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\sum_k d_k}{4} \right)^2 f''(\lambda_0). \quad (\text{C.4})$$

Ensuite, en remplaçant les termes des Equations (C.3) et (C.4) dans l'Equation (C.2) et en utilisant le fait que $f''(x) = \frac{1}{x}$ on a :

$$\begin{aligned}\ln(\mathcal{R}) &\simeq \frac{N^2}{2\lambda_0} \left[\sum_k \frac{d_k^2}{4} - \left(\frac{1}{4} \sum_k d_k \right)^2 \right] \\ &= \frac{N^2}{8} \sum_{k_1} \left(\frac{d_{k_1}}{\sqrt{\lambda_0}} - \frac{1}{4} \sum_{k_2} \frac{d_{k_2}}{\sqrt{\lambda_0}} \right)^2.\end{aligned}\quad (\text{C.5})$$

ANNEXE CHAPITRE 5

D.1 Matrice de mesure pour l'estimation du vecteur de Stokes complet

On définit ici la matrice de mesure d'un super-pixel lorsque l'on considère plusieurs acquisitions réalisées avec une lame d'onde de retardance δ dont l'orientation varie entre chaque acquisition. On note θ_j l'orientation de la lame d'onde pour la $j^{\text{ème}}$ acquisition. Chaque ligne de la matrice de mesure s'exprime alors selon [22] :

$$\mathbf{w}_{ij} = \frac{1}{2} \begin{cases} [1, (\cos^2 2\theta_j + \cos \delta \sin^2 2\theta_j), (1 - \cos \delta) \sin^2 \theta_j \cos^2 \theta_j, -\sin^\delta \sin^2 \theta_j] & \text{si } \phi_i = 0^\circ \\ [1, -(\cos^2 2\theta_j + \cos \delta \sin^2 2\theta_j), -(1 - \cos \delta) \sin^2 \theta_j \cos^2 \theta_j, \sin^\delta \sin^2 \theta_j] & \text{si } \phi_i = 45^\circ \\ [1, (\cos^2 2\theta_j + \cos \delta \sin^2 2\theta_j), (1 - \cos \delta) \sin^2 \theta_j \cos^2 \theta_j, \sin^\delta \sin^2 \theta_j] & \text{si } \phi_i = 90^\circ \\ [1, -(\cos^2 2\theta_j + \cos \delta \sin^2 2\theta_j), -(1 - \cos \delta) \sin^2 \theta_j \cos^2 \theta_j, -\sin^\delta \sin^2 \theta_j] & \text{si } \phi_i = 135^\circ \end{cases}$$

où la ligne d'indice ij correspond à l'acquisition réalisée par le pixel dont le micro-polariseur est orienté selon l'angle ϕ_i et pour une orientation θ_j de la lame d'onde.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. Vizet, J. Rehbinder, S. Deby, S. Roussel, A. Nazac, R. Soufan, C. Genestie, C. Haie-Meder, H. Fernandez, F. Moreau, and A. Pierangelo, “In vivo imaging of uterine cervix with a mueller polarimetric colposcope,” *Scientific Reports*, vol. 7, jun 2017.
- [2] A. Martin, L. Leviandier, M. Boffety, H. Sauer, J. Dupont, S. Roussel, B. L. Teurnier, F. Goudail, V. Noguier, P. Potet, N. Vannier, and P. Goguillon, “Active polarimetric imager for detection of static and moving manufactured objects in natural environment,” in *Electro-Optical and Infrared Systems : Technology and Applications XVIII and Electro-Optical Remote Sensing XV* (D. L. Hickman, H. Bürsing, G. W. Kameron, and O. Steinvall, eds.), SPIE, sep 2021.
- [3] W. Fan, S. Ainouz, F. Meriaudeau, and A. Benschair, “Polarization-based car detection,” in *2018 25th IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, IEEE, oct 2018.
- [4] R. Blin, S. Ainouz, S. Canu, and F. Meriaudeau, “Road scenes analysis in adverse weather conditions by polarization-encoded images and adapted deep learning,” in *2019 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*, IEEE, oct 2019.
- [5] R. Blin, S. Ainouz, S. Canu, and F. Meriaudeau, “A new multimodal rgb and polarimetric image dataset for road scenes analysis,” in *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) Workshops*, June 2020.
- [6] C. Ruffino, R. Blin, S. Ainouz, G. Gasso, R. Hérault, F. Meriaudeau, and S. Canu, “Physically-admissible polarimetric data augmentation for road-scene analysis,” *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 222, p. 103495, sep 2022.
- [7] T. Yamazaki, Y. Maruyama, Y. Uesaka, M. Nakamura, Y. Matoba, T. Terada, K. Komori, Y. Ohba, S. Arakawa, Y. Hirasawa, Y. Kondo, J. Murayama, K. Akiyama, Y. Oike, S. Sato, and T. Ezaki, “Four-directional pixel-wise polarization CMOS image sensor using air-gap wire grid on 2.5- μm back-illuminated pixels,” in *2016 IEEE International Electron Devices Meeting (IEDM)*, IEEE, dec 2016.
- [8] G. G. Stokes, “On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources,” *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 9, p. 399, 1851.
- [9] E. Wolf, “Optics in terms of observable quantities,” *Il Nuovo Cimento (1943-1954)*, vol. 12, no. 6, pp. 884–888, 1954.
- [10] D. H. Goldstein, *Polarized light*. Marcel Dekker, 2003.

- [11] H. Poincaré, *Théorie mathématique de la lumière II. : Nouvelles études sur la diffraction.–Théorie de la dispersion de Helmholtz. Leçons professées pendant le premier semestre 1891-1892*, vol. 1. G. Carré, 1889.
- [12] N. G. Parke III, “Optical algebra,” *Journal of Mathematics and Physics*, vol. 28, no. 1-4, pp. 131–139, 1949.
- [13] R. Penrose, “A generalized inverse for matrices,” *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 51, pp. 406–413, jul 1955.
- [14] S. Kay, *Fundamentals of statistical signal processing : estimation theory*. Prentice-Hall, inc, 1993.
- [15] F. Goudail, “Performance comparison of pseudo-inverse and maximum-likelihood estimators of Stokes parameters in the presence of Poisson noise for spherical design-based measurement structures,” *Optics Letters*, vol. 42, p. 1899, may 2017.
- [16] J. S. Tyo, C. F. LaCasse, and B. M. Ratliff, “Total elimination of sampling errors in polarization imagery obtained with integrated microgrid polarimeters,” *Opt. Lett.*, vol. 34, pp. 3187–3189, Oct 2009.
- [17] B. M. Ratliff, C. F. LaCasse, and J. S. Tyo, “Interpolation strategies for reducing IFOV artifacts in microgrid polarimeter imagery,” *Optics Express*, vol. 17, p. 9112, may 2009.
- [18] S. Gao and V. Gruev, “Bilinear and bicubic interpolation methods for division of focal plane polarimeters,” *Optics Express*, vol. 19, p. 26161, dec 2011.
- [19] S. Gao and V. Gruev, “Gradient-based interpolation method for division-of-focal-plane polarimeters,” *Optics Express*, vol. 21, p. 1137, jan 2013.
- [20] J. Zhang, H. Luo, B. Hui, and Z. Chang, “Image interpolation for division of focal plane polarimeters with intensity correlation,” *Optics Express*, vol. 24, p. 20799, aug 2016.
- [21] A. Ahmed, X. Zhao, V. Gruev, J. Zhang, and A. Bermak, “Residual interpolation for division of focal plane polarization image sensors,” *Optics Express*, vol. 25, p. 10651, apr 2017.
- [22] X. Li, H. Hu, F. Goudail, and T. Liu, “Fundamental precision limits of full Stokes polarimeters based on DoFP polarization cameras for an arbitrary number of acquisitions,” *Optics Express*, vol. 27, p. 31261, oct 2019.
- [23] N. Li, Y. Zhao, Q. Pan, and S. G. Kong, “Demosaicking DoFP images using Newton’s polynomial interpolation and polarization difference model,” *Optics Express*, vol. 27, p. 1376, jan 2019.
- [24] N. Li, B. Le Teurnier, M. Boffety, F. Goudail, Y. Zhao, and Q. Pan, “No-reference physics-based quality assessment of polarization images and its application to demosaicking,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 30, pp. 8983–8998, 2021.
- [25] S. Shibata, N. Hagen, and Y. Otani, “Robust full Stokes imaging polarimeter with dynamic calibration,” *Optics Letters*, vol. 44, p. 891, feb 2019.
- [26] F. Goudail, X. Li, M. Boffety, S. Roussel, T. Liu, and H. Hu, “Precision of retardance autocalibration in full-Stokes division-of-focal-plane imaging polarimeters,” *Optics Letters*, vol. 44, p. 5410, nov 2019.

-
- [27] S. Roussel, M. Boffety, and F. Goudail, “On the optimal ways to perform full Stokes measurements with a linear division-of-focal-plane polarimetric imager and a retarder,” *Optics Letters*, vol. 44, p. 2927, may 2019.
- [28] F. Goudail, “Noise minimization and equalization for Stokes polarimeters in the presence of signal-dependent Poisson shot noise,” *Optics Letters*, vol. 34, p. 647, feb 2009.
- [29] F. Goudail, “Equalized estimation of Stokes parameters in the presence of Poisson noise for any number of polarization analysis states,” *Optics Letters*, vol. 41, p. 5772, dec 2016.
- [30] F. Goudail and A. Bénére, “Estimation precision of the degree of linear polarization and of the angle of polarization in the presence of different sources of noise,” *Applied Optics*, vol. 49, p. 683, jan 2010.
- [31] J. Dai and F. Goudail, “Precision analysis of arbitrary full-Stokes polarimeters in the presence of additive and Poisson noise,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 36, p. 1229, jun 2019.
- [32] M. Fréchet, “Sur l’extension de certaines évaluations statistiques au cas de petits échantillons,” *Revue de l’Institut International de Statistique / Review of the International Statistical Institute*, vol. 11, no. 3/4, p. 182, 1943.
- [33] C. R. Rao, “Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters,” *Reson. J. Sci. Educ*, vol. 20, pp. 78–90, 1945.
- [34] H. Cramér, *Mathematical methods of statistics*. Princeton university press, 1946.
- [35] C. Lane, D. Rode, and T. Rösigen, “Calibration of a polarization image sensor and investigation of influencing factors,” *Applied Optics*, vol. 61, p. C37, oct 2021.
- [36] J. S. Tyo, “Noise equalization in Stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters,” *Optics Letters*, vol. 25, p. 1198, aug 2000.
- [37] F. Goudail, P. Terrier, Y. Takakura, L. Bigué, F. Galland, and V. DeVlaminck, “Target detection with a liquid-crystal-based passive Stokes polarimeter,” *Applied Optics*, vol. 43, p. 274, jan 2004.
- [38] M. R. Foreman, A. Favaro, and A. Aiello, “Optimal frames for polarization state reconstruction,” *Physical Review Letters*, vol. 115, p. 263901, dec 2015.
- [39] J. Dai, F. Goudail, M. Boffety, and J. Gao, “Estimation precision of full polarimetric parameters in the presence of additive and Poisson noise,” *Optics Express*, vol. 26, p. 34081, dec 2018.
- [40] M. Guizar-Sicairos, S. T. Thurman, and J. R. Fienup, “Efficient subpixel image registration algorithms,” *Optics Letters*, vol. 33, p. 156, jan 2008.
- [41] B. L. Teurnier, M. Boffety, and F. Goudail, “Error model for linear DoFP imaging systems perturbed by spatially varying polarization states,” *Applied Optics*, aug 2022.
- [42] S. Roussel, M. Boffety, and F. Goudail, “Polarimetric precision of micropolarizer grid-based camera in the presence of additive and poisson shot noise,” *Optics Express*, vol. 26, p. 29968, oct 2018.
- [43] B. Le Teurnier, N. Li, M. Boffety, and F. Goudail, “Definition of an error map for DOFP polarimetric images and its application to retardance calibration,” *Optics Express*, feb 2022.

- [44] B. M. Ratliff, J. S. Tyo, J. K. Boger, W. T. Black, D. L. Bowers, and M. P. Fetrow, “Dead pixel replacement in LWIR microgrid polarimeters,” *Optics Express*, vol. 15, no. 12, p. 7596, 2007.
- [45] W. G. Cochran, “The distribution of quadratic forms in a normal system, with applications to the analysis of covariance,” *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 30, pp. 178–191, apr 1934.
- [46] B. Le Teurnier, X. Li, M. Boffety, H. Hu, and F. Goudail, “When is retardance autocalibration of microgrid-based full Stokes imagers possible and useful?,” *Optics Letters*, vol. 45, p. 3474, jun 2020.
- [47] X. Li, B. L. Teurnier, M. Boffety, T. Liu, H. Hu, and F. Goudail, “Theory of autocalibration feasibility and precision in full Stokes polarization imagers,” *Optics Express*, vol. 28, p. 15268, may 2020.

LISTE DES PUBLICATIONS ET CONFÉRENCES

Publications dans des revues avec comité de relecture

1. Benjamin Le Teurnier, Matthieu Boffety, and François Goudail, "Error model for linear DoFP imaging systems perturbed by spatially varying polarization states," *Appl. Opt.* 61, 7273-7282 (2022)
2. Benjamin Le Teurnier, Ning Li, Matthieu Boffety, and François Goudail, "Definition of an error map for DoFP polarimetric images and its application to retardance calibration," *Opt. Express* 30, 9534-9547 (2022)
3. Li, Ning, Benjamin Le Teurnier, Matthieu Boffety, François Goudail, Yongqiang Zhao, and Quan Pan. "No-reference physics-based quality assessment of polarization images and its application to demosaicking." *IEEE Transactions on Image Processing* 30 (2021) : 8983-8998.
4. Benjamin Le Teurnier, Xiaobo Li, Matthieu Boffety, Haofeng Hu, and François Goudail, "When is retardance autocalibration of microgrid-based full Stokes imagers possible and useful?," *Opt. Lett.* 45, 3474-3477 (2020)
5. Xiaobo Li, Benjamin Le Teurnier, Matthieu Boffety, Tiegeng Liu, Haofeng Hu, and François Goudail, "Theory of autocalibration feasibility and precision in full Stokes polarization imagers," *Opt. Express* 28, 15268-15283 (2020)

Conférences internationales avec actes

1. Benjamin Le Teurnier, Ning Li, Xiaobo Li, Matthieu Boffety, Haofeng Hu, François Goudail, "How signal processing can improve the quality of division of focal plane polarimetric imagers?," *Proc. SPIE 11866, Electro-Optical and Infrared Systems : Technology and Applications XVIII and Electro-Optical Remote Sensing XV*, 118660O (16 September 2021)
2. A. Martin, L. Leviandier Jr., M. Boffety, H. Sauer, J. Dupont, S. Roussel, B. Le Teurnier, F. Goudail, V. Noguier, P. Potet, N. Vannier, P. Goguillon, "Active polarimetric imager for detection of static and moving manufactured objects in natural environment," *Proc. SPIE 11866, Electro-Optical and Infrared Systems : Techno-*

logy and Applications XVIII and Electro-Optical Remote Sensing XV, 118660L (12 September 2021)

3. Benjamin Le Teurnier, Matthieu Boffety, François Goudail, "Error mapping in DOFP Stokes images and its use for retardance calibration," Proc. SPIE 12112, Polarization : Measurement, Analysis, and Remote Sensing XV, 1211207 (30 May 2022)

Conférences nationales ou francophones

1. B. Le Teurnier, X. Li, M. Boffety, H. Hu, and F. Goudail, "Dans quelles conditions l'autocalibration de la retardance des imageurs à micro-grilles mesurant le vecteur de stokes complet est-elle possible et utile?" Journées Imagerie Optique Non Conventionnelle, GDR ISIS & GDR ONDES (2021)

Titre : Imagerie polarimétrique basée sur un capteur à micro-grilles : caractérisation et détection des erreurs dues aux fluctuations spatiales

Mots clés : traitement d'images, Systèmes d'imagerie, Polarisation de la lumière

Résumé : Cette thèse porte sur l'étude d'un capteur polarimétrique développé récemment et permettant de réaliser l'analyse de l'état de polarisation en un nombre restreint d'acquisitions. Ce capteur permet de réaliser de l'imagerie à division de plan focal (DoFP pour "Division of Focal Plane"). Pour cela, les différents pixels du capteur réalisent différentes analyses de l'état de polarisation ce qui permet, en une seule acquisition, de récolter plusieurs informations différentes sur l'état de

polarisation. Ces différents pixels n'ayant pas exactement le même champ de vue sur la scène, les fluctuations spatiales de l'état de polarisation vont perturber l'estimation. L'objectif de cette thèse est de caractériser l'influence des fluctuations spatiales de la scène sur l'estimation et de proposer une méthode de détection des zones de l'image où ces fluctuations perturbent significativement l'estimation.

Title : Polarimetric imaging based on a microgrid sensor : characterization and detection of errors due to spatial fluctuations

Keywords : Image processing, Imaging systems, Polarization of light

Abstract : This thesis deals with the study of a recently developed polarimetric sensor that allows the analysis of the polarization state within a limited number of acquisitions. This sensor is able to carry out division of focal plane imaging (DoFP for "Division of Focal Plane"). To do this, the different pixels of the sensor perform different analyses of the polarization state. This makes it possible to collect several different pieces of information on

the polarization state within a single acquisition. These different pixels do not have exactly the same field of view on the scene, which leads the spatial fluctuations of the polarization state to disturb the estimation. The objective of this thesis is to characterize the influence of the spatial fluctuations of the scene on the estimation and to propose a method to detect the areas of the image where these fluctuations significantly perturb the estimation.