



**HAL**  
open science

# Etude du comportement dynamique de matériaux architecturés issus de fabrication additive

Alexandre Riot

► **To cite this version:**

Alexandre Riot. Etude du comportement dynamique de matériaux architecturés issus de fabrication additive. Biomécanique [physics.med-ph]. HESAM Université, 2022. Français. NNT : 2022HESAE075 . tel-04045339

**HAL Id: tel-04045339**

**<https://pastel.hal.science/tel-04045339v1>**

Submitted on 24 Mar 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES DES MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR**  
**Institut de mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M)**  
**Campus de Bordeaux-Talence**

# THÈSE

présentée par : **Alexandre RIOT**

soutenue le : **19 décembre 2022**

pour obtenir le grade de : **Docteur d'HESAM Université**

préparée à : **École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

Spécialité : **Mécanique et Matériaux**

**Étude du comportement dynamique de  
matériaux architecturés issus de la  
fabrication additive**  
**(A dynamic behaviour study of architected  
materials made by additive manufacturing)**

**THÈSE dirigée par :**  
**M. MONTEMURRO Marco**

**et co-encadrée par :**  
**M. PANETTIERI Enrico, Mme. GUERARD Sandra**

**Jury**

**M. Laurent MAHEO**, PU, IRDL, Université Bretagne Sud

**M. Rafael ESTEVEZ**, PU, SIMaP, Université Grenoble-Alpes

**Mme. Nadia BAHLOULI**, PU, ICube Research Institute, Université. De Strasbourg

**M. Yao KOUTSAWA**, HdR, Luxembourg Institute of Science and Technology

**M. Antonio COSCULLUELA**, PhD, CEA-CESTA

**Mme. Sandra GUERARD**, PhD, I2M, Arts et Métiers Bordeaux Talence

**M. Enrico PANETTIERI**, PhD, I2M, Arts et Métiers Bordeaux Talence

**M. Marco MONTEMURRO**, PU, I2M, Arts et Métiers Bordeaux Talence

Rapporteur

Rapporteur

Examinatrice

Examinateur

Examinateur

Examinatrice

Examinateur

Examinateur







*Vous savez, moi je ne crois pas qu'il y ait de bonne ou de mauvaise situation. Moi, si je devais résumer ma vie aujourd'hui avec vous, je dirais que c'est d'abord des rencontres. Des gens qui m'ont tendu la main, peut-être à un moment où je ne pouvais pas, où j'étais seul chez moi. Et c'est assez curieux de se dire que les hasards, les rencontres, forgent une destinée... Parce que quand on a le goût de la chose, quand on a le goût de la chose bien faite, le beau geste, parfois on ne trouve pas l'interlocuteur en face je dirais, le miroir qui vous aide à avancer. Alors ça n'est pas mon cas, comme je disais là, puisque moi au contraire, j'ai pu : et je dis merci à la vie, je lui dis merci, je chante la vie, je danse la vie... je ne suis qu'amour ! Et finalement, quand beaucoup de gens aujourd'hui me disent « Mais comment fais-tu pour avoir cette humanité ? », et bien je leur réponds très simplement, je leur dis que c'est ce goût de l'amour, ce goût donc qui m'a poussé aujourd'hui à entreprendre une construction mécanique, mais demain qui sait ? Peut-être simplement à me mettre au service de la communauté, à faire le don, le don de soi...*

Otis, Scribe en situation précaire, 50 av. J.C.



---

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
Contexte et objectifs industriels . . . . .	2
Etude du sujet et plan de thèse . . . . .	4
<b>1 État de l'art</b>	<b>7</b>
1.1 Généralités sur les matériaux cellulaires . . . . .	7
1.1.1 Notion et termes liés aux matériaux cellulaires . . . . .	9
1.1.2 Caractéristiques géométriques . . . . .	10
1.1.3 Matériau constitutif : comportements des polymères . . . . .	11
1.1.4 Propriétés mécaniques . . . . .	14
1.1.5 Propriétés énergétiques . . . . .	17
1.1.6 Méthodes de caractérisation . . . . .	19
1.1.7 Méthodes de modélisation . . . . .	20
1.2 De la conception à la fabrication des MCs . . . . .	24
1.2.1 Dimensionnement et conception de matériaux cellulaires . . . . .	24
1.2.2 Optimisation de matériaux cellulaires . . . . .	26
1.2.3 Procédés de fabrication de matériaux cellulaires . . . . .	30
1.3 Synthèse de l'état de l'art . . . . .	32
<b>2 Cadre de recherche</b>	<b>35</b>
2.1 Méthodologie de conception établie - DEMECAAM . . . . .	37
2.2 Cadre d'étude expérimental . . . . .	39
2.2.1 Moyen de caractérisation quasi-statique . . . . .	39
2.2.2 Moyens de caractérisation dynamiques . . . . .	39
2.2.3 Matériaux employés et procédés de fabrication associés . . . . .	42
2.2.4 Choix de matériau et propriétés implémentées . . . . .	43
2.3 Cadre d'étude numérique . . . . .	47
2.3.1 Outils de conception et d'optimisation . . . . .	47
2.3.2 Cas d'étude industriel : chute de conteneur . . . . .	50
2.3.3 Géométries de MCP étudiées . . . . .	55
2.3.4 Hypothèses de simulation . . . . .	58
2.3.5 Analyse de sensibilité au maillage . . . . .	59
2.4 Synthèse - Cadre d'étude mis en place . . . . .	61



<b>3</b>	<b>Analyse de sensibilité géométrique</b>	<b>63</b>
3.1	Modélisation numérique : compression uni-axiale . . . . .	64
3.2	Méthodologies de calcul de l'EAC . . . . .	65
3.3	Influence de la taille de cellule et la vitesse de déformation . . . . .	67
3.4	Influence de la présence de défauts géométriques . . . . .	69
3.5	Influence de la densité relative . . . . .	74
3.6	Synthèse et perspectives de l'étude . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Optimisation paramétrique de matériaux cellulaires périodiques</b>	<b>79</b>
4.1	Problèmes d'optimisation paramétrique . . . . .	80
4.1.1	Variables de conception . . . . .	80
4.1.2	Fonctions objectif et contraintes d'optimisation . . . . .	81
4.1.3	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	82
4.1.4	Stratégie numérique d'optimisation . . . . .	83
4.2	Calibrage de l'AG ERASMUS . . . . .	83
4.2.1	Paramètres d'optimisation . . . . .	84
4.2.2	Paramètres génétiques . . . . .	84
4.3	Résultats d'optimisation paramétrique . . . . .	85
4.3.1	Résultats d'optimisation <b>OP1</b> . . . . .	86
4.3.2	Résultats de simulations <b>OV1</b> . . . . .	91
4.3.3	Résultats d'optimisation <b>OP2</b> . . . . .	92
4.4	Synthèse et perspectives de l'étude . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Homogénéisation non-linéaire des matériaux cellulaires périodiques</b>	<b>97</b>
5.1	Méthode d'homogénéisation développée . . . . .	98
5.1.1	Méthode d'homogénéisation linéaire . . . . .	98
5.1.2	Méthode d'homogénéisation incrémentale . . . . .	99
5.2	Expression de la loi matériau du milieu homogène équivalent à l'échelle macroscopique : cas test . . . . .	103
5.2.1	Détermination des contraintes équivalentes incrémentales . . . . .	103
5.2.2	Validation méthodologique : matériaux constitutifs . . . . .	103
5.3	Application aux MCP en quasi-statique . . . . .	106
5.4	Synthèse et perspectives de l'étude . . . . .	112
<b>6</b>	<b>Compression uniaxiale dynamique des matériaux cellulaires périodiques</b>	<b>115</b>
6.1	Protocole de caractérisation . . . . .	116
6.2	Résultats de caractérisation à 0.5 mm/s . . . . .	122
6.3	Résultats de caractérisation à 500 mm/s . . . . .	125
6.4	Résultats de caractérisation à 5000 mm/s . . . . .	128
6.5	Comparaison des différentes gammes de vitesses . . . . .	131
6.6	Synthèse et perspectives de l'étude . . . . .	133
	<b>Conclusions</b>	<b>135</b>
	Travaux de pré-étude réalisés . . . . .	136
	Réponses aux objectifs et limites . . . . .	137
	Perspectives applicatives et approfondissements . . . . .	140
	<b>Annexes</b>	<b>143</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>151</b>

---

# Remerciements

Ce document est le fruit de trois ans de travail. Trois années qui m'ont beaucoup enrichies, mais aussi poussées dans mes retranchements ; trois années fructueuses en collaborations, en production scientifique et en rencontres ; trois années de galères techniques, scientifiques et administratives ; enfin, trois années de thèse qui m'ont fait murir non seulement en tant que scientifique, mais en plus en tant que personne. Trois années accompagnées de personnes et moyens sans lesquels je ne serais pas où je suis aujourd'hui.

Je remercie celui qui m'a donné l'opportunité de mener ces travaux de recherche, mon directeur de thèse Pr. Marco MONTEMURRO, qui m'a toujours poussé à aller plus loin, à être plus rigoureux dans mes protocoles et à faire valoir l'honnêteté scientifique par-dessus tout. Merci de ton dévouement à la réussite et au progrès.

Je remercie également mes co-encadrants académiques, notamment Dr. Enrico PANNETTIERI et Dr. Sandra GUERARD pour leur temps et patience. Enrico, je n'ai pas toujours été tendre avec toi : merci pour tes conseils, tes idées, ton savoir, ton support moral et ta passion pour le café. Sandra, merci pour ta vision pragmatique expérimentale, ton franc-parlé et ta rigueur, et ce malgré la distance qui nous a séparée.

En mention honorable, je remercie également Dr. Jérémie GIRARDOT, Dr. Anita CATAPANO et M. Jonathan MERZEAU. Merci Jérémie pour ton retour sur les campagnes expérimentale et ton aide sur la corrélation d'images. Anita, je ne pourrais jamais assez te remercier pour tout ce que tu as fait pour moi sur les dernières semaines de travail acharné : merci beaucoup. Jonathan, tu es une perle : patient, passionné et prêt à en découdre, tu as toujours été là quand j'avais besoin de toi.

Enfin, je remercie mon encadrant industriel Dr. Antonio COSCULLUELA. Merci pour tes conseils, ta générosité et ton support face aux défis que j'ai pu rencontrer.

Comment pourrais-je oublier mes collègues du laboratoire ? Mes amis qui ont fait de ces trois années passées ensemble une aventure complète ! Merci aux anciens : Michele, Sonia, Soukaïna, Preshit, Carlos, Thomas, Thibault, Juan-José, Giulia, Giulio, Alberto, Marco P.S., Marco D., et aux nouveaux : Mathilde, Bruno, Romain, Horly, George, Henri, Aude. Merci d'avoir illuminé mes journées les plus sombres, merci pour vos encouragements, vos mots doux (et moins doux), nos conversations philosophiques (ou pas !), mais surtout, de m'avoir supporté autant de temps.

Je remercie également mes amis proches et ma famille qui furent présents et me soutinrent moralement tout au long de mes études. Merci aux "Frenz" Camille et Morgan pour les bonnes blagues et GIFs incessants. Merci à ma belle-famille - petite dédicace à Lourdes et Stefano - qui m'ont grandement soutenu tout au long.

Enfin, un grand merci à ma chère et tendre Blanca, qui me soutient sans relâche depuis le début de ce projet, mais aussi pour l'avenir ; qui m'a relevé dans les moments les plus difficiles ; qui m'a accompagnée dans les moments les plus heureux. Merci pour ton amour que je chéris tant.

---

Ces travaux sont issus d'un projet cofinancé par le CEA, sous la supervision de Dr. Antonio COSCULLUELA, et la DGA, sous la supervision de Dr. Marie-Christine SAINTE-CATHERINE. Un grand remerciement au CEA et à la DGA pour leur support scientifique, technique et financier.



**AGENCE  
INNOVATION  
DÉFENSE**

Un grand remerciement également au partenaire industriel, le Groupe ERPRO, et particulièrement à M. Gaël SPIRAL, pour avoir rendu possible la fabrication des éprouvettes. Ce fut un plaisir de collaborer avec vous sur un projet qui, je l'espère, s'inscrit dans la fabrication et l'industrialisation des produits de demain.



---

# Table des figures

I	Test de chute d'une pomme : a) moyen technique d'essai et b) dimensions exploitées pour l'évaluation de l'énergie d'impact ([1]) . . . . .	1
II	Coupe 3D qualitative d'un conteneur de type B . . . . .	3
1.1	Diagramme d'Ashby : module d'Young $E_{Young}$ en fonction de la masse volumique $\rho$ . . . . .	8
1.2	Diagramme d'Ashby : limite à la rupture $\sigma_f$ en fonction de la masse volumique $\rho$ . . . . .	8
1.3	Description qualitative des différentes échelles sur un panneau sandwich acier/mousse : (a) microscopique, (b) mésoscopique, (c) macroscopique . . .	9
1.4	Exemple de matériaux cellulaires stochastiques (a) et périodique (b) naturels : chaire de pomme [2] et nid d'abeilles [3] . . . . .	10
1.5	Grandes familles des matériaux cellulaires : exemples de MC stochastiques et MC périodiques . . . . .	11
1.6	Classification des matériaux polymères : (I) matériau polymère fragile, (II) matériau polymère avec seuil d'écoulement plastique, (III) matériau sans seuil d'écoulement plastique et (IV) matériau élastomérique [4]. La décharge élastique d'un matériau plastique (III) est représentée par la courbe (V). . .	13
1.7	Représentation qualitative des comportements de matériaux cellulaires en traction/compression : comportements élastomérique (el), élasto-plastique (pl) et fragile (fr) . . . . .	15
1.8	Représentation qualitative des régions caractéristiques d'un MC et de l'influence de la densité relative $\bar{\rho}$ sur leur comportement en compression . . . .	16
1.9	Évolution du comportement mécanique en fonction de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ . . . . .	17
1.10	Transition de comportement élastoplastique (ep) à fragile (fr) dépendant de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ . . . . .	17
1.11	Exemple d'indicateurs sur la capacité d'absorption d'énergie (EAC) : a) facteur Janssen, b) facteur "cushion" et c) le diagramme Rusch . . . . .	18
1.12	Système de caractérisation SHPB et description de la propagation d'onde mécanique . . . . .	19
1.13	Exemples de modèles de MCSs modélisés par méthode EF ([5]) . . . . .	21
1.14	Méthodes d'homogénéisation non-linéaires : a) méthode tangente et b) méthode sécante . . . . .	23
1.15	Schéma bloc : méthodologie de dimensionnement pour un MCS . . . . .	25
1.16	Exemples de MCP NIDA : paramètres macroscopiques et mésoscopiques . .	26
1.17	Types d'optimisation : a) optimisation paramétrique, b) optimisation de forme et c) optimisation topologique ([6]) . . . . .	26
1.18	Classification des algorithmes d'optimisation [7] . . . . .	27

---

1.19	Méthodes numériques d'optimisation d'une fonction $\Phi_{opt}$ par rapport aux variables de conception $\{v^1 : v^2\}$ : a) une <b>méthode déterministe</b> évolue dans un espace convexe jusqu'à atteindre l'extremum de l'espace défini b) une <b>méthode méta-heuristique</b> évolue dans un espace de conception initial et identifie un grand nombre de combinaisons de variables de conception convergeant progressivement vers une combinaison optimale. La convergence des méthodes suit le gradient décroissant de couleur. . . . .	28
1.20	Type de défauts géométriques présents dans les MCS : a) hétérogénéité de la taille des pores en profondeur et b) défauts géométriques en surface dits "Collapses" . . . . .	30
2.1	Diagramme SADT (de l'anglais <i>Structured Analysis and Design Technique</i> ) A0 de l'Objectif Principal (OP) . . . . .	35
2.2	Schéma bloc de la méthodologie DEMECAAM . . . . .	36
2.3	Machine d'essai universel INSTRON Série 6800 (50kN) . . . . .	39
2.4	Caractéristiques techniques de l'INSTRON 68TM-50 . . . . .	39
2.5	Système de vérin électromécanique SYMETRIE . . . . .	40
2.6	Schéma fonctionnel du vérin électro-mécanique : phase de fonctionnement et diagramme de vitesse associé . . . . .	40
2.7	Système de Roue Inertielle . . . . .	40
2.8	Vue détaillé du système de compression (code couleur de la Figure 2.9) . . . . .	40
2.9	Schéma cinématique minimal du système de Roue Inertielle . . . . .	41
2.10	Machine d'impression 3D Carbon 3D . . . . .	42
2.11	Propriétés d'impression de la Carbon 3D M2 . . . . .	42
2.12	Exemple de produit industrialisé fabriqué avec les machines Carbon3D : semelles Adidas 4WD . . . . .	42
2.13	Comportement du matériau polyuréthane employé pour les modèles EF [8] . . . . .	43
2.14	Comportement matériau du RPU130 à différents $\dot{\epsilon}$ . . . . .	44
2.15	Comportement matériau du MIX90A à différents $\dot{\epsilon}$ . . . . .	44
2.16	Comportement matériau du EPU40 à différents $\dot{\epsilon}$ . . . . .	45
2.17	Comparatif de comportement de tous les matériaux à $6,6 \cdot 10^{-3} \text{s}^{-1}$ . . . . .	45
2.18	Résultats de caractérisation quasi-statique/dynamique du matériau MIX90A et résultats d'ajustement d'une loi Cowper-Symonds sur le comportement du matériau . . . . .	46
2.19	Comportement du matériau MIX90A employé pour la modélisation comparée aux réponses expérimentales . . . . .	46
2.20	Principe de fonctionnement d'un AG . . . . .	47
2.21	Détail de la phase de reproduction des individus d'une génération $g$ : description de la phase de croisement, de probabilité $P_{crois}$ et de la phase de mutation, de probabilité $P_{mut}$ . . . . .	48
2.22	Principe de fonctionnement de l'AG ERASMUS . . . . .	49
2.23	Essais normalisés de validation de conteneur type B pour la sûreté de transport de matières radioactives (AIEA) : essais cumulés successifs (de 1 à 4) . . . . .	50
2.24	Loi de comportement d'une nuance de mousse syntactique . . . . .	51
2.25	Loi de comportement d'un acier S31608 . . . . .	51
2.26	Dimensions (en mm) et décomposition du conteneur : (a) absorbeur, (b) peau externe, (c) masse embarquée, (d) peau interne . . . . .	51
2.27	Coupe 3D du conteneur et composants . . . . .	52
2.28	Coupe latérale du conteneur : champ de vitesse initial . . . . .	52
2.29	Conteneur en fin de chargement d'impact : visualisation du champ de déformation de l'absorbeur . . . . .	52

---

---

2.30	Évolution de la déformation maximale $\varepsilon_{max}$ en fonction du temps . . . . .	53
2.31	Évolution de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{max}$ en fonction du temps . . . . .	53
2.32	Diagramme de déplacement, vitesse et accélération du centre du contenu (phase de chargement uniquement) . . . . .	53
2.33	Ensemble des réponses mécaniques uni-axiales de la zone la plus sollicitée du conteneur (valeurs absolues) . . . . .	54
2.34	Différents types d'architectures de MCP 3D : a) structures treillis cano- niques, b) structures surfaciques TPMS et c) structures treillis TPMS ([9]) .	55
2.35	Géométries lattices sélectionnées : (1) CBCC, (2) OC, (3) RD, (4) TrCO . .	56
2.36	Variables de conception de cellule lattice (exemple sur la cellule OC) : $a_x$ , $a_y$ , $a_z$ , $R_a$ . . . . .	56
2.37	Fonctions de forme cubique de chaque cellule lattice : expression de $\rho^*$ en fonction de $a_x$ et $R_a$ (pour $a_x = a_y = a_z$ ) . . . . .	57
2.38	Application pratique des PBC à un MCP 3D : exemple sur une cellule CBCC	59
2.39	Exemples de maillage sur $1/8^{me}$ de cellule CBCC . . . . .	60
2.40	Analyse de sensibilité au maillage : résultats de simulation . . . . .	60
3.1	Bloc de la méthodologie DEMECAAM : identification de géométrie cano- nique optimal pour l'EAC . . . . .	63
3.2	Simplification du problème mécanique . . . . .	64
3.3	Exemple d'application du champ de déformation uni-axial sur une cellule CBCC . . . . .	64
3.4	Effort évalué en fonction de la déformation appliquée, pour l'ensemble des cellules lattices de densité relative 0.2, à une vitesse de déformation de $250s^{-1}$	67
3.5	Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : CBCC . . . . .	68
3.6	Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : OC . . . . .	68
3.7	Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : RD . . . . .	68
3.8	Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : TrCO . . . . .	68
3.9	Résultat de compression uni-axiale d'une cellule (OC) : champ de déplace- ment uni-axial suivant X . . . . .	69
3.10	EAC évaluée pour le scénario (REF) à densité relative $\bar{\rho} = 0.2$ . . . . .	69
3.11	Méthode numérique d'analyse non-linéaire en compression en présence de défauts : exemple sur la cellule OC . . . . .	69
3.12	EAC évaluée pour le scénario (D1) . . . . .	71
3.13	RSD entre les scénarios (REF) et (D1) . . . . .	71
3.14	Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule CBCC pour $\dot{\varepsilon} = 750s^{-1}$ . . . . .	71
3.15	Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule OC pour $\dot{\varepsilon} =$ $750s^{-1}$ . . . . .	71
3.16	Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule RD pour $\dot{\varepsilon} =$ $750s^{-1}$ . . . . .	71
3.17	Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule TrCO pour $\dot{\varepsilon} = 750s^{-1}$ . . . . .	71
3.18	EAC évaluée pour le scénario (D2.1) . . . . .	72
3.19	RSD entre les scénarios (REF) et (D2.1) . . . . .	72
3.20	EAC évaluée pour le scénario (D2.2) . . . . .	72
3.21	RSD entre les scénarios (REF) et (D2.2) . . . . .	72

---

---

3.22	EAC évaluée pour le scénario (D3.1) . . . . .	73
3.23	RSD entre les scénarios (REF) et (D3.1) . . . . .	73
3.24	EAC évaluée pour le scénario (D3.2) . . . . .	74
3.25	RSD entre les scénarios (REF) et (D3.2) . . . . .	74
3.26	EAC évaluée pour le scénario (REF-2) à densité relative $\bar{\rho} = 0.4$ . . . . .	75
3.27	EAC évaluée pour le scénario (REF-3) à densité relative $\bar{\rho} = 0.6$ . . . . .	75
3.28	EAC évaluée pour le scénario (D4.1) . . . . .	75
3.29	RSD entre les scénarios (REF-2) et (D4.1) . . . . .	75
3.30	EAC évaluée pour le scénario (D4.2) . . . . .	76
3.31	RSD entre les scénarios (REF-3) et (D4.2) . . . . .	76
3.32	Courbes Rusch pour l'ensemble des topologies étudiées : scénario de défaut (D1), vitesse de déformation $\dot{\epsilon} = 750s^{-1}$ . . . . .	77
4.1	Bloc de la méthodologie DEMECAAM : optimisation paramétrique de la géométrie canonique . . . . .	79
4.2	Dimensions générales d'une cellule (ex : CBCC) . . . . .	80
4.3	Conditions de sollicitations du VER de la cellule et définition du vecteur de variable de conception . . . . .	80
4.4	Diagramme de flux : processus d'optimisation paramétrique . . . . .	83
4.5	Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 1 . . . . .	86
4.6	Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 2 . . . . .	86
4.7	Résultats d'optimisation paramétrique pour l'ensemble des populations . . . . .	87
4.8	Évolution des fonctions contraintes en fonction des générations pour la population 1 . . . . .	88
4.9	Évolution des fonctions contraintes en fonction des générations pour la population 2 . . . . .	88
4.10	Géométries de cellules lattices optimales : a) CBCC, b) OC et c) TrCO . . . . .	88
4.11	EAC de chaque cellule optimisée sans inclusion de défauts géométriques . . . . .	89
4.12	RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée sans défauts géométriques . . . . .	89
4.13	$E_x^*$ de chaque cellule optimisée sans inclusion de défauts géométriques . . . . .	90
4.14	RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée sans défauts géométriques . . . . .	90
4.15	$G_{xy}^*$ de chaque cellule optimisée sans inclusion de défauts géométriques . . . . .	90
4.16	RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée sans défauts géométriques . . . . .	90
4.17	EAC de chaque cellule optimisée avec inclusion de défauts géométriques . . . . .	91
4.18	RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée avec défauts géométriques . . . . .	91
4.19	Résultat des champs de déplacement suivant l'axe X pour les cellules a) CBCC, b) OC, c) TrCO : <i>i</i> ) configuration non-déformée, <i>ii</i> ) configuration déformée sans MGI, <i>iii</i> ) configuration déformée avec MGI . . . . .	92
4.20	Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 1 de la cellule TrCO à différentes gammes de vitesses . . . . .	93
4.21	Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 2 de la cellule TrCO à différentes gammes de vitesses . . . . .	93
4.22	Résultats d'optimisation paramétrique pour l'ensemble des populations de la cellule TrCO à différentes gammes de vitesses . . . . .	94
4.23	Géométries de cellules TrCO optimales pour une vitesse de chargement donné . . . . .	94
5.1	Bloc de la méthodologie DEMECAAM : homogénéisation non linéaire du comportement mécanique d'une cellule lattice . . . . .	97
5.2	Méthode d'homogénéisation linéaire [10] . . . . .	98
5.3	Loi de comportement de l'Acier [11] . . . . .	104
5.4	Loi de comportement du Polymère MIX90A (TPU) . . . . .	104

---

---

5.5	Comparatif de résultats d'homogénéisation : Acier [11] . . . . .	105
5.6	Comparatif de résultats d'homogénéisation : Polymère MIX90A . . . . .	105
5.7	Variation entre lois constitutives et lois homogènes : Acier [11] . . . . .	105
5.8	Variation entre lois constitutives et lois homogènes : Polymère MIX90A . . . . .	105
5.9	Résultats d'homogénéisation des cellules lattices et déformation macroscopique (a) 8%, b) 24%, c) 40%) de chaque géométrie étudiée : sans densification extra-cellulaire et sans présence de défauts géométriques . . . . .	107
5.10	Modules élastiques homogènes équivalents et bornes supérieures $B_{RV}^{sup}$ et $B_{HS}^{sup}$ : sans densification, sans défaut géométrique . . . . .	108
5.11	EAC homogènes équivalentes des cellules CBCC, OC, RD et TrCO étudiées : sans densification, sans défaut géométrique . . . . .	108
5.12	Exemple de modélisation cellulaire (CBCC) sans plans rigides et avec plans rigides . . . . .	108
5.13	Résultats d'homogénéisation des cellules lattices et déformation macroscopique (a) 8%, b) 24%, c) 40%) des géométries étudiées : avec densification extra-cellulaire et sans présence de défauts géométriques . . . . .	109
5.14	Modules élastiques homogènes équivalents et bornes supérieures $B_{RV}^{sup}$ et $B_{HS}^{sup}$ : avec densification, sans défaut géométrique . . . . .	110
5.15	EAC homogènes équivalentes des cellules CBCC, OC, RD et TrCO étudiées : avec densification, sans défaut géométrique . . . . .	110
5.16	Modules élastiques homogènes équivalents et bornes supérieures $B_{RV}^{sup}$ et $B_{HS}^{sup}$ : avec densification et défaut géométrique . . . . .	110
5.17	EAC homogènes équivalentes des cellules CBCC, OC, RD et TrCO étudiées : avec densification et défaut géométrique . . . . .	110
5.18	Résultats d'homogénéisation des cellules lattices et déformation macroscopique (a) 8%, b) 24%, c) 40%) de chaque géométrie étudiée : avec densification extra-cellulaire et avec présence de défauts géométriques . . . . .	111
6.1	Méthodologie de caractérisation dans le processus de validation d'un absorbeur issu de la méthodologie DEMECAAM . . . . .	115
6.2	Schémas synthétiques des moyens d'essai de caractérisation : a) essai sur INSTRON, b) essai sur vérin ETEL et c) essai sur Roue Inertielle . . . . .	116
6.3	Géométrie des éprouvettes lattices : a) dimensions globales, b) dimensions de chaque VER et c) représentation réelle d'une éprouvette (TrCO) . . . . .	117
6.4	Essai de caractérisation sur INSTRON : déplacement et vitesse appliqués, profils associés et paramètres complémentaires d'essai . . . . .	118
6.5	Essai de caractérisation sur vérin ETEL : déplacement et vitesse appliqués, profils associés et paramètres complémentaires d'essai . . . . .	118
6.6	Essai de caractérisation sur Roue Inertielle : vitesse appliquée, profils associés et paramètres complémentaires d'essai . . . . .	119
6.7	Evolution des déplacements $d_{exp}$ en fonction du temps $t$ en quasi-statique : CBCC . . . . .	122
6.8	Evolution des déplacements $d_{exp}$ en fonction du temps $t$ en quasi-statique : OC . . . . .	122
6.9	Evolution des déplacements $d_{exp}$ en fonction du temps $t$ en quasi-statique : RD . . . . .	123
6.10	Evolution des déplacements $d_{exp}$ en fonction du temps $t$ en quasi-statique : TrCO . . . . .	123
6.11	Evolution des efforts $F_{exp}$ mesurés en fonction du temps $t$ en quasi-statique : CBCC . . . . .	123

---



---

6.12	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ en quasi-statique : OC . . . . .	123
6.13	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ en quasi-statique : RD . . . . .	123
6.14	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ en quasi-statique : TrCO . . . . .	123
6.15	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ en quasi-statique : CBCC . . . . .	124
6.16	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ en quasi-statique : OC . . . . .	124
6.17	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ en quasi-statique : RD . . . . .	124
6.18	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ en quasi-statique : TrCO . . . . .	124
6.19	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : CBCC	125
6.20	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : OC	125
6.21	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : RD	125
6.22	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : TrCO	125
6.23	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : CBCC	126
6.24	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : OC	126
6.25	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : RD	126
6.26	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : TrCO	126
6.27	Essai de compression sur vérin ETEL : OC . . . . .	126
6.28	Essai de compression sur vérin ETEL : RD . . . . .	127
6.29	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : CBCC . . . . .	127
6.30	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : OC . . . . .	127
6.31	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : RD . . . . .	127
6.32	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $0.5 \text{ m.s}^{-1}$ : TrCO . . . . .	127
6.33	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : CBCC	128
6.34	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : OC	128
6.35	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : RD	128
6.36	Evolution des déplacements $d_{\text{exp}}$ en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : TrCO	128
6.37	Evolution des vitesses $V_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ : CBCC . . . . .	129
6.38	Evolution des vitesses $V_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ : OC . . . . .	129
6.39	Evolution des vitesses $V_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ : RD . . . . .	129
6.40	Evolution des vitesses $V_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ : TrCO . . . . .	129
6.41	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : CBCC	129
6.42	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : OC	129
6.43	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : RD	130
6.44	Evolution des efforts $F_{\text{exp}}$ mesurés en fonction du temps $t$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : TrCO	130
6.45	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : CBCC . . . . .	130
6.46	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : OC . . . . .	130
6.47	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : RD . . . . .	131

---

---

6.48	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ à $5.0 \text{ m.s}^{-1}$ : TrCO . . . . .	131
6.49	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ pour toutes vitesses observées : CBCC . . . . .	132
6.50	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ pour toutes vitesses observées : OC . . . . .	132
6.51	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ pour toutes vitesses observées : RD . . . . .	132
6.52	Évolution des contraintes nominales $\sigma_{\text{exp}}$ en fonction de la déformation $\varepsilon_{\text{exp}}$ pour toutes vitesses observées : TrCO . . . . .	132
6.53	Synthèse de l'objectif principal, des objectifs industriels et des verrous scientifiques . . . . .	135
6.54	Synthèse du cadre de recherche établit pour les travaux à mener . . . . .	136
6.55	Synthèse du verrou <b>VS1</b> . . . . .	137
6.56	Synthèse du verrou <b>VS2</b> . . . . .	138
6.57	Synthèse du verrou <b>VS3</b> . . . . .	139
6.58	Synthèse du verrou <b>VS4</b> . . . . .	140
6.59	Géométries cellulaires issues d'optimisation topologique : a) Cubique face centrée 1, b) Cubique face centrée 2, et c) Cubique face et arrête centrées . . . . .	141
A1.1	Analyse de défaillance du sous ensemble (21) : itération 1. . . . .	143
A1.2	Analyse de défaillance du sous ensemble (21) : itération 2. . . . .	144
A1.3	Itération 3 du sous-ensemble (21) . . . . .	145
A1.4	Modélisation du palonnier : 1. Mise en place du couplage cinématique entre points de références (RP) et surfaces de contact, 2. Application des efforts et des conditions limites aux RP et 3. Résultats de la simulation non-linéaire et visualisation du champ étudié (Contraintes VonMises) . . . . .	146
A2.1	Schéma analytique simplifié d'une moitié de cellule CBCC . . . . .	147
A2.2	Vue précise d'un bilan d'efforts d'une poutre de la structure . . . . .	147
A2.3	Vue de dessus et vue latérale du schéma simplifié de la moitié de cellule CBCC	148
A2.4	Résultantes $R_5 = F_{\text{av}}$ extraits des modèles CBCC optimisés sans et avec défauts . . . . .	148
A2.5	Vue agrandie de l'évolution de $F_{\text{av}}$ sans défaut et avec défaut à de petites déformations . . . . .	148

---

---

# Liste des tableaux

2.1	Propriétés du matériau polyuréthane pour les modèles EF ([8]) . . . . .	44
2.2	Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope du matériau poly- uréthane ([8]) . . . . .	44
2.3	Energie de rupture des matériaux testés . . . . .	44
2.4	Propriétés du matériau MIX90A . . . . .	45
2.5	Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope du MIX90A . . . .	45
2.6	Résultats de l'ajustement de courbe pour un modèle linéaire $R_a = C \times a_x$ pour $\bar{\rho} = 0.2$ . . . . .	57
2.7	Résultats de l'ajustement de courbe pour un modèle puissance $R_a = C \times a_x^n$ pour $\bar{\rho} = 0.2$ . . . . .	57
2.8	Valeurs de la constante $C$ pour chaque géométrie et pour différentes valeurs de $\bar{\rho}$ . . . . .	58
2.9	Données numériques liées à l'analyse de sensibilité au maillage pour une cellule CBCC . . . . .	60
3.1	Résultats de calcul de l'EAC : méthode expérimentale VS méthode énergétique	66
3.2	Sommaire des scénarios de défauts géométriques : densité relative constante	70
3.3	Sommaire des scénarios de défauts géométriques : densité relative variable .	75
4.1	Valeurs de référence . . . . .	82
4.2	Paramètres d'optimisation . . . . .	84
4.3	Paramètres génétiques . . . . .	84
4.4	Synthèse : modèle et conditions de chargement . . . . .	86
4.5	Résultats de variables de conception ( <b>OP1</b> ) . . . . .	86
4.6	Résultats de fonctions objectif et contraintes ( <b>OP1</b> ) . . . . .	87
4.7	Valeurs de référence de cellules non optimisées . . . . .	89
4.8	Scénario de défauts géométriques : densité relative constante . . . . .	91
4.9	Nouvelles bornes des variables de conception pour ( <b>OP2</b> ) . . . . .	93
4.10	Résultats de variables de conception ( <b>OP2</b> ) . . . . .	93
4.11	Résultats de fonctions objectif et contraintes ( <b>OP2</b> ) . . . . .	93
5.1	Paramètres de simulation initialisés par l'utilisateur : cas test . . . . .	104
5.2	Propriétés du matériau Acier [11] . . . . .	104
5.3	Propriétés du matériau MIX90A . . . . .	104
5.4	Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope des matériaux étudiés	104
5.5	Paramètres de simulation initialisés par l'utilisateur : lattices . . . . .	106
5.6	Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope des matériaux étudiés	106
5.7	Scénario de défaut géométrique appliqué au cas (3) . . . . .	112

---

6.1	Matrice d'essais de caractérisation de matériaux architecturés . . . . .	121
6.2	Propriétés élastiques équivalentes moyennes des éprouvettes de MCP 3D sollicitées à $0.5 \text{ mm.s}^{-1}$ . . . . .	124
6.3	Capacité d'absorption (EAC) et de dissipation (EDC) d'énergie moyennes d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à $0.5 \text{ mm.s}^{-1}$ . . . . .	124
6.4	Propriétés élastiques équivalentes moyennes des éprouvettes de MCP 3D sollicitées à $500 \text{ mm.s}^{-1}$ . . . . .	128
6.5	Capacité d'absorption (EAC) d'énergie moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à $500 \text{ mm.s}^{-1}$ . . . . .	128
6.6	Propriétés élastiques équivalentes moyennes des éprouvettes de MCP 3D sollicitées à $5000 \text{ mm.s}^{-1}$ . . . . .	131
6.7	Capacité d'absorption d'énergie (EAC) moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à $5000 \text{ mm.s}^{-1}$ . . . . .	131
6.8	Raideurs élastiques moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à toutes les vitesses de déformation à une déformation maximale $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.4$ . . . .	131
6.9	Capacité d'absorption d'énergie (EAC) moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à toutes les vitesses de déformation à une déformation maximale $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.4$ . . . . .	133

---

# Introduction

D'après l'Académie Française, le terme *dynamique* englobe de nombreuses définitions ; "qui manifeste de l'énergie et de l'efficacité, être actif, *énergétique*" ; "qui considère les *phénomènes* dans leur évolution dans le *temps*" ; "relatif à la *force*, au *mouvement*". Il est possible de constater que plusieurs notions sont communes à ces définitions : contrairement au domaine quasi-statique, la dynamique est un domaine de la physique où les quantités sont dépendantes du temps, et où la notion d'énergie est prépondérante sur un raisonnement newtonien classique (un bilan des efforts mécaniques par exemple). Pour beaucoup, les phénomènes dynamiques sont décrits par des événements d'ordre naturel - tel que les éruptions de volcans explosifs ou encore une chute de pierres en montagne - ou artificiel - tel qu'un tir au canon. Particulièrement dans le cadre de chutes, il est possible d'observer dans la nature des architectures jouant principalement le rôle d'amortisseur de chute. Prenons par exemple Newton et la chute de la pomme. Bien que cela ne soit qu'une histoire fictive, admettons qu'elle soit arrivée : qu'est-il advenue de la pomme lors de son impact sur la tête de Sir Isaac ? Décomposons l'architecture de la pomme : celle-ci est constituée d'un revêtement externe, d'une chair et de pépins. Ces derniers permettent la reproduction et la survie de l'arbre une fois plantés au sol. Quant à la peau, elle permet la résistance aux intempéries et aspérités. Cependant, hormis pour ses propriétés culinaires, quel est le rôle de la chair de la pomme ? Pour cela, il est possible de comparer les pépins de deux pommes, l'une mûre et encore sur l'arbre, et l'autre mûre également, mais tombée au sol. En découpant les deux fruits, il est possible de constater que l'état qualitatif de

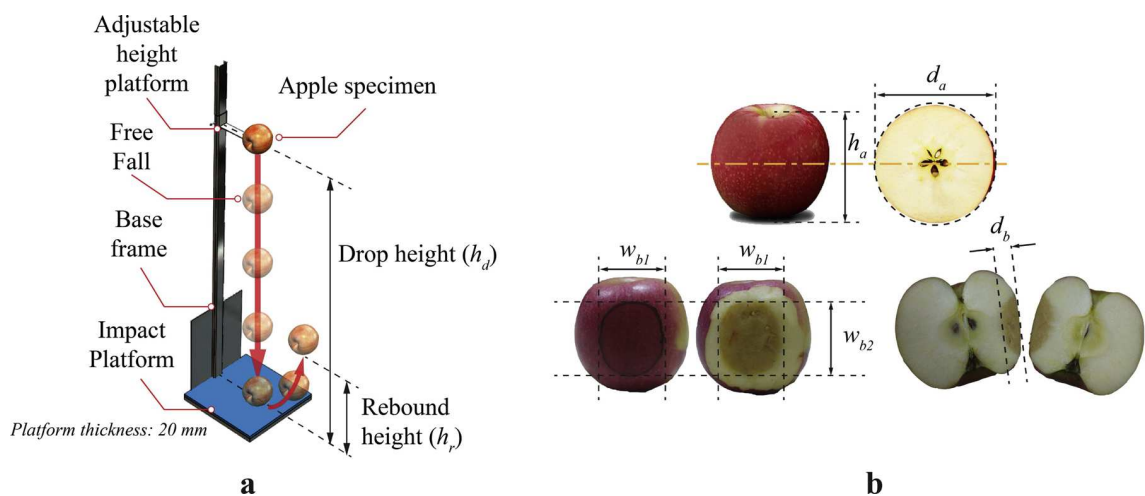


FIGURE I – Test de chute d'une pomme : a) moyen technique d'essai et b) dimensions exploitées pour l'évaluation de l'énergie d'impact ([1])

pépins de la pomme tombée est similaire à celui d'une pomme encore sur l'arbre, comme décrit dans la Figure I. De ce fait, il est envisageable d'imaginer que l'une des fonctions de la chair soit la protection des pépins lors de la chute du fruit [1, 12]. Ainsi, suite à de nombreuses années d'évolution, le fruit du pommier a muté de manière à protéger ses graines en développant autour un matériau cellulaire absorbant l'énergie potentielle - traduite en énergie d'impact. La question fondamentale posée est la suivante : est-il possible de concevoir de tels absorbeurs avec les technologies émergentes, de manière à ce que les architectures soient adaptées et puissent répondre *a priori* à de multiples cas de chargements, qu'ils soient uni-axiaux ou multi-axiaux ?

## Contexte et objectifs industriels

L'Homme développa de nombreuses solutions technologiques permettant de répondre à la fonctionnalité d'absorption de chocs, et ce dans de multiples domaines (aéronautique, automobile, défense, génie civil...). En particulier, le Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives (CEA) emploie actuellement une technologie de matériaux cellulaires en tant qu'absorbeur d'impacts, au sein de conteneurs de matières fissiles pour le transport au sol ou aérien. Ce matériau cellulaire est assemblé en sandwich, soit pris entre deux peaux métalliques. Afin de répondre à différentes strates de critères liées à la sûreté et à la durabilité mécanique du colis, la norme fixée par l'Agence Internationale de l'Energie Atomique (AIEA, [13]) propose quatre gammes de conteneurs pour les matières radioactives en colis : un conteneur de type A, de type B(U), de type B(M) et de type C. Chacun de ces conteneurs répond à un seuil critique de sollicitation, respectivement classifié du moins au plus sûr. Ces strates existent car chaque conteneur est fait pour un moyen de déplacement ou contenu spécifique. Afin de limiter l'étude présentée, le contexte adopté pour la suite évoluera autour des conteneurs de type B, faits pour résister à des chutes de vitesse moyenne. De manière générale, un conteneur est composé d'un cœur, d'une peau intérieure, d'un matériau absorbant et d'une peau extérieure (c.f. Figure II). La composante la plus importante lors de protection contre des chutes, mais aussi jouant le rôle d'isolant thermique, est le matériau absorbant, dont l'objectif est d'absorber l'énergie d'impact pour la restituer sous une autre forme (énergie de déformation, rupture, chaleur...). Actuellement, deux gammes de matériaux absorbants sont employés pour répondre à cette fonction : une mousse syntactique (composite à matrice polymérique, renforcée de billes de verre), qui est un matériau cellulaire (MC) synthétique, ou une variante spécifique de bois, qui est un MC naturel. Ces solutions technologiques ont l'avantage d'être peu onéreuses, et font appel à des procédés de fabrication industrialisés et éprouvés.

Cependant, plusieurs problèmes se distinguent : les deux solutions sont volumineuses, et constituent une grande partie de la masse totale du conteneur. De plus, que ce soit dans la création de mousse, ou la récolte de bois, il est impossible de contrôler à priori la présence de macro-défauts, tel que des porosités. Ces défauts géométriques à l'échelle des pores des MC exploités peuvent induire un comportement mécanique structurel mésoscopique - mais aussi macroscopique - anisotrope imprévisible. Ceci met en avant une problématique de mécanique multi-échelle, intervenant à l'échelle de la cellule, mais aussi à l'échelle de la structure complète. Afin de contrer ces problèmes, il est proposé d'employer les technologies émergentes de conception, d'optimisation et de fabrication additive (FA). Ces technologies déverrouillent notamment la possibilité d'employer des géométries et formes complexes, qu'il serait difficile voire impossible d'obtenir avec des procédés de fabrication conventionnels. Un exemple d'architectures pour absorbeur fait par fabrication additive serait les matériaux cellulaires périodiques (MCP), dont la géométrie est maîtrisée par le concepteur. L'objectif de cette démarche est de contraster

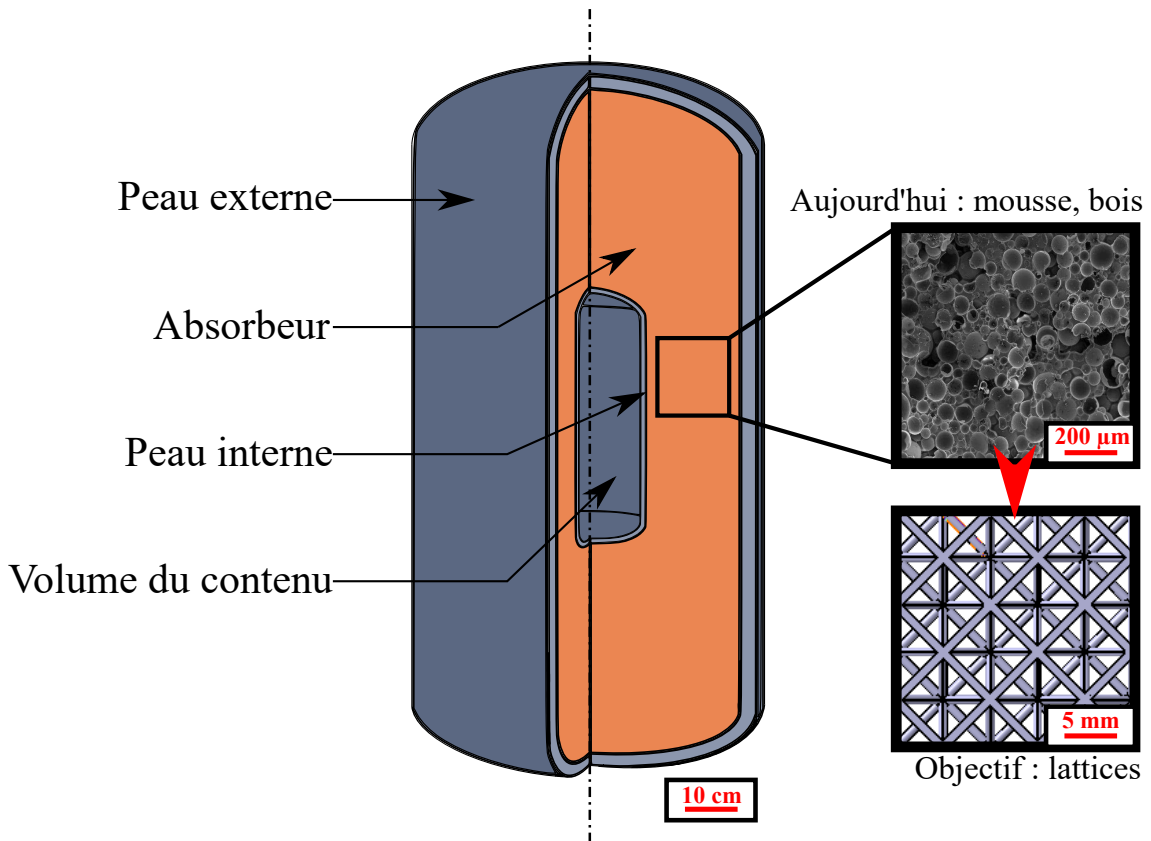


FIGURE II – Coupe 3D qualitative d'un conteneur de type B

les matériaux cellulaires actuellement exploités avec des matériaux architecturés conçus et optimisés pour absorber des cas de chargements spécifiques, mais aussi de proposer une démarche scientifique permettant de dimensionner et simuler des matériaux architecturés soumis à ces cas de chargements, notamment dynamiques. De plus, comme la norme AIEA l'indique, une validation expérimentale est nécessaire afin de confirmer le bon dimensionnement de l'absorbeur. L'objectif principal (OP) est donc de **dimensionner des absorbeurs de chocs faits par FA**. A partir de ce raisonnement, trois objectifs industriels (OI) sont établis :

- OI1 : Concevoir des absorbeurs de chocs dotés de capacité d'absorption d'énergie élevée et d'une masse réduite.**
- OI2 : Développer des outils de conception et d'optimisation pour des absorbeurs d'impacts en employant des matériaux cellulaires périodiques.**
- OI3 : Mener des campagnes expérimentales de caractérisation en dynamique de matériaux cellulaires périodiques.**

La finalité de l'étude est de proposer de nouvelles solutions et méthodes de conception, de promouvoir la possibilité d'employer la technologie de FA dans l'industrie actuelle pour des assemblages et pièces mécaniquement sollicités, et d'établir des règles de caractérisation expérimentales pour les matériaux architecturés. **L'objet des travaux présentés est de développer les aspects critiques de la méthodologie, ainsi que la validation de ces méthodes par étude comparative entre essais et modèles.**



## Etude du sujet et plan de thèse

Compte tenu des objectifs industriels fixés, cette thèse porte sur un sujet complexe, nécessitant des développements numériques qui seront confrontés à des essais de validation. D'un côté, les méthodes de conception sont actuellement déployées au CEA au travers d'outils numériques ou tableaux de dimensionnement. Le maillon manquant dans ces outils concerne les méthodes de dimensionnement de matériaux architecturés faits par FA, incluant choix de topologie, optimisation paramétrique de ces dernières et simplification de la modélisation, ce qui est exploré au sein de ces travaux. De l'autre, afin de connaître le comportement du matériau constitutif, des essais de caractérisation sont nécessaires. Étant donné le coût croissant des essais à grande échelle et la mobilisation de matériel et personnel important, ces expériences sont employées uniquement comme moyen de validation des simulations. Il est donc nécessaire de mettre en place un système expérimental de validation à échelle réduite, tout en trouvant le juste compromis entre représentativité, faisabilité technique et coût. Face aux objectifs industriels, quatre verrous scientifiques (VS) majeures se posent :

- VS1 : Quels sont les effets des paramètres géométriques du motif élémentaire sur le comportement d'une structure lattice ?** En effet, il est important de distinguer comportement de matériau constitutif et structure. De plus, si la conception d'un absorbeur se base sur un set de géométries pré-défini, il est nécessaire de quantifier l'influence de la topologie cellulaire sur la réponse mécanique mesurée.
- VS2 : Quelle est l'architecture ou l'ensemble de paramètres optimaux afin de répondre à des critères d'absorption d'énergie maximale ?** Si l'ensemble des paramètres géométriques a une influence sur la réponse mécanique structurelle, il est dans l'intérêt du concepteur de pouvoir optimiser ces paramètres de manière à répondre au mieux aux sollicitations diverses, tel que des chargements axiaux purs, combinés axiaux/cisaillement, voir multi-axiaux.
- VS3 : Comment conçoit-on et modélise-t-on de manière fiable et robuste le comportement d'un MC à plusieurs échelles en incluant des non-linéarités géométriques et matériau ?** En effet, le problème de conception est multi-échelle, puisqu'il est question d'identifier une architecture idéale à l'échelle de la cellule pour une réponse mécanique macroscopique optimale. Cependant, la modélisation complète d'une architecture mésoscopique à l'échelle supérieure, et *de facto* la validation mécanique de la structure complète, ne serait pas viable d'un point de vue temps de calcul. Il est donc impératif de considérer une méthode de modélisation du MC représentative de son comportement macroscopique, tout en étant fiable et présentant un faible coût de calcul.
- VS4 : Comment évalue-t-on expérimentalement la capacité d'absorption d'énergie d'une structure lattice soumise à un cas de chargement uni-axial ou multiaxial ?** En ce qui concerne l'aspect méthodologique, un rapprochement peut être fait avec les matériaux cellulaires classiques, tels que les mousses. Cependant, il est nécessaire de vérifier d'une part la répétabilité de la méthodologie de caractérisation et d'autre part l'étendre à différentes gammes de vitesses. Ceci permettra ainsi de mettre en avant l'influence du chargement mais aussi de la géométrie étudiée sur la réponse mécanique mesurée.

Dans le premier chapitre, un état de l'art exhaustif est présenté, décrivant et définissant les termes et notions concernant les matériaux cellulaires au travers d'ensemble de travaux menés sur le comportement mécanique de ces matériaux, mais aussi présentant les méthodes de conception, d'optimisation et procédés de fabrication conventionnels et additifs.

Dans le second chapitre, le cadre d'étude de la recherche menée est établi ; quels sont les outils de conception et d'optimisation employés ; quels sont les ordres de grandeur visés pour nos simulations, les hypothèses et limites de nos modélisations ; quelles sont les architectures lattices sélectionnées pour l'étude ; quels sont les matériaux sélectionnés et moyens de caractérisation employés ; quelle est la méthodologie de conception développée pour les architectures étudiées.

Les chapitres suivants déroulent de manière individuelle les différentes étapes de la méthodologie de conception des absorbeurs d'impacts faits par FA : le troisième chapitre montre l'importance de la sélection de la topologie, mais aussi de sa méthode de modélisation, vis-à-vis de la capacité d'absorption d'énergie d'une cellule au travers d'une analyse de sensibilité numérique ; le quatrième chapitre met en avant l'importance des paramètres géométriques vis-à-vis du type de sollicitation appliqué à la cellule au travers d'un processus d'optimisation paramétrique numérique ; le cinquième chapitre propose une méthode de simplification de modèle permettant de traduire le comportement mécanique non linéaire en un comportement matériau homogène équivalent au travers d'une méthode numérique d'homogénéisation incrémentale ; le sixième chapitre démontre la fiabilité des simulations développées par rapport à un cas d'étude expérimental de référence en comparant les modèles numériques complet et simplifié d'une architecture simple avec la réponse mécanique de cette même architecture.

Le manuscrit se conclut par un bilan des objectifs atteints, des limites globales, et perspectives potentielles de ces travaux.



---

# État de l'art

Ce chapitre se focalise, d'une part, sur les généralités liés aux matériaux cellulaires. Les généralités de ces matériaux regroupent les notions d'échelles et de volume élémentaire représentatif, les caractéristiques géométriques et du matériau constitutif, les propriétés mécaniques et énergétiques, et, enfin, les méthodes de caractérisation et de modélisation. D'autre part, ce chapitre met en lumière les méthodes de conception, d'optimisation et de fabrication des matériaux cellulaires. Une synthèse et orientation des travaux vis-à-vis de l'état de l'art conclut ce chapitre.

## 1.1 Généralités sur les matériaux cellulaires

Pour concevoir des absorbeurs de chocs, de nombreux matériaux sont à disposition. Afin de comparer chacun de ces matériaux, il est nécessaire d'identifier des dénominateurs communs les caractérisant. Par exemple, la masse volumique  $\rho$ , le module d'élasticité  $E$  ou la limite à la rupture  $\sigma_f$  sont des dénominateurs communs à chaque matériau. Ces données permettent une première classification préliminaire, communément représentée dans les diagrammes d'Ashby (c.f. Figures 1.1 et 1.2). La sélection du matériau dans ces diagrammes dépend de sa fonction : pour identifier un matériau dont la raideur élastique est maximale et la masse volumique moindre, le premier diagramme d'Ashby sera employé, tandis que le second se baserait sur un critère de limite élastique maximal. Dans ces classifications, il est possible de retrouver les matériaux denses, tels que les polymères et les métaux, mais également les composites et les matériaux cellulaires (MC), tels que le liège ou les mousses synthétiques. Or, les mousses syntactiques (qui sont une sous catégorie de mousses) sont actuellement employées dans le cas d'application industriel étudié. D'après les diagrammes des Figures 1.1 et 1.2, les mousses sont des matériaux à faible masse volumique  $\rho$ , mais aussi à faible module élastique  $E$  et limite à la rupture  $\sigma_f$ . Cependant, dans le cadre d'architectures soumises à des cas de chargements complexes non-linéaires, les diagrammes d'Ashby ne suffisent plus. En effet, étant donné la nature non-linéaire du comportement des matériaux cellulaires [14], il n'est pas pertinent d'établir un critère de choix de matériau cellulaire adéquat uniquement basé sur le module d'Young  $E$ . Afin d'identifier un MC optimal pour notre chargement, une étude approfondie du comportement des MC est nécessaire.

Tout d'abord, il est nécessaire d'introduire la définition d'un MC. Par définition [14], un MC est un ensemble de cellules ouvertes ou fermées reliées entre elles par des géométries assimilables à des treillis ou des parois courbes. Les MC présentent donc deux phases : une phase de matériau plein, dit matériau constitutif, et une phase de vide remplie par un fluide, tel que de l'air, de l'eau, *etc.* Ainsi, à l'échelle de la cellule, il s'agit d'une structure monophasée ou biphasée inscrite dans un volume, dit volume élémentaire représentatif

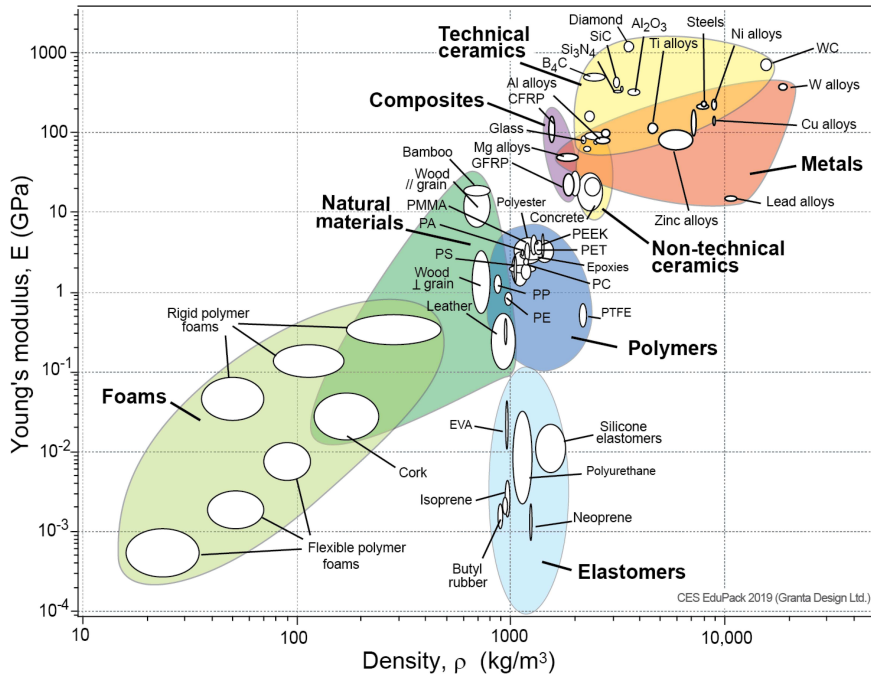


FIGURE 1.1 – Diagramme d'Ashby : module d'Young  $E_{Young}$  en fonction de la masse volumique  $\rho$

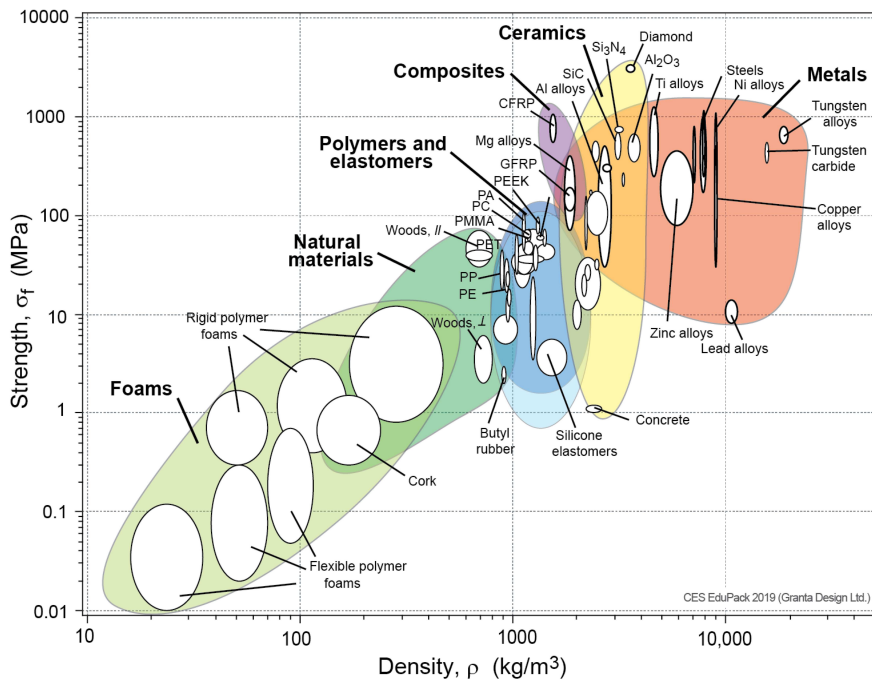


FIGURE 1.2 – Diagramme d'Ashby : limite à la rupture  $\sigma_f$  en fonction de la masse volumique  $\rho$

(VER).

Dans un premier temps, les termes et notions liés aux MC sont explicités. Ensuite, les propriétés géométriques sont mises en avant. Puis, étant donné la nature du MC, le comportement des matériaux constitutifs visés est mis en avant. Enfin, le comportement mécanique des matériaux cellulaires est montré, ainsi que l'influence du matériau constitutif, mais aussi des paramètres géométriques du MC tel que la densité relative, ou encore la vitesse de déformation sur le comportement mécanique global des MCs.

### 1.1.1 Notion et termes liés aux matériaux cellulaires

Afin de cerner le comportement d'un matériau cellulaire, plusieurs notions sont cruciales à mettre en avant. La première est la notion d'échelle : en effet, le problème mécanique posé est intrinsèquement multi-échelle et nécessite une meilleure compréhension des phénomènes et mécanismes à ces échelles. Trois échelles majeures sont mentionnées tout au long de l'étude, dont les échelles macroscopique (ordre supérieur du centimètre), mésoscopique (ordre du millimètre au dixième de millimètre) et microscopique (ordre du micromètre). De même, sont définies la macrostructure, mésostructure et microstructure comme étant les topologies structurelles à ces échelles. Ce changement d'échelle est décrit dans la Figure 1.3, au travers d'un panneau sandwich composite acier (en gris clair dans (c)) / mousse (en gris foncé dans (c)). La microstructure d'un MC met en avant les treillis ou parois courbes d'une cellule, la mésostructure regroupe un amas de cellules, et la macrostructure montre un matériau homogène dont il n'est pas possible de distinguer les cellules.

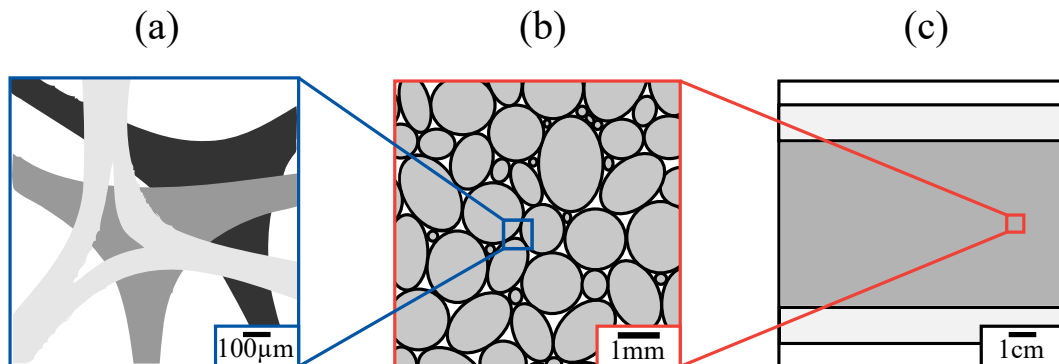


FIGURE 1.3 – Description qualitative des différentes échelles sur un panneau sandwich acier/mousse : (a) microscopique, (b) mésoscopique, (c) macroscopique

La seconde notion importante est celle de VER. Un VER peut être défini de différentes manières : soit comme étant le plus petit volume dont les données et mesures sont considérées comme statistiquement représentatives d'une architecture macroscopique, soit comme étant le plus petit volume dont les constantes élastiques homogènes équivalents sont suffisamment représentatifs de la réponse constitutive moyenne [15, 16]. La première définition est liée aux matériaux cellulaires stochastiques, puisqu'elle intègre des notions d'équi-répartition statistique dans la macrostructure, tandis que la seconde se base sur une répétabilité du motif cellulaire. Ainsi, la définition de VER d'une architecture varie en fonction de la famille de MC, de la taille de la cellule, mais aussi en fonction de l'homogénéité de sa répartition dans l'architecture globale. Cependant, la détermination du VER pour les MC stochastiques reste empirique ; aucune loi analytique ne permet actuellement d'affirmer de manière quantitative qu'un VER est représentatif d'un bloc de mousse. En contraste, les MC périodiques ont l'avantage d'être un ensemble de motifs identiques répétés dans une ou plusieurs directions, homogénéisant la réponse mécanique macroscopique du MC à

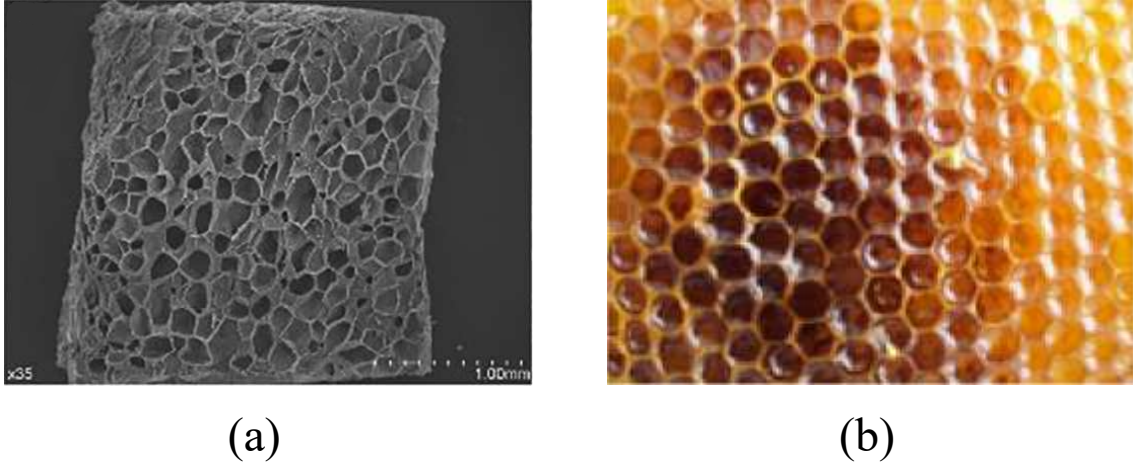


FIGURE 1.4 – Exemple de matériaux cellulaires stochastiques (a) et périodique (b) naturels : chaire de pomme [2] et nid d’abeilles [3]

une sollicitation globale. Ce motif constitue de manière exacte un VER représentatif au sein de la macrostructure [17, 18].

### 1.1.2 Caractéristiques géométriques

Il est possible de diviser les MCs en deux grandes familles géométriques [14] : les matériaux cellulaires stochastiques (MCS) et les matériaux cellulaires périodiques (MCP). Un MC est dit stochastique s’il présente, à l’échelle mésoscopique, une architecture cellulaire irrégulière, mais considérée comme statistiquement homogène dans la macrostructure. Par exemple, en observant la mésostructure d’une pomme [2], illustré dans la Figure 1.4 (a), l’architecture mésoscopique de la chaire est poreuse et irrégulière, mais répartie de manière homogène sur l’ensemble de l’échantillon et présentant une faible variation de taille de mésostructure : cette architecture poreuse est catégorisée comme un MC stochastique. *A contrario*, un MC est dit périodique s’il présente un aspect géométrique régulier dans une ou plusieurs directions de la macrostructure. Par exemple, en observant la mésostructure d’une ruche d’abeilles [3], illustré dans la Figure 1.4 (b), il existe une périodicité de motif, celui-ci étant hexagonale : cette architecture poreuse est catégorisée comme un MC périodique.

Dans chaque sous ensemble des matériaux cellulaires, il existe deux sous familles : les MC à parois et les MC composés par des treillis. Les MC à parois sont caractérisés par un ensemble de parois minces ou épaisses. L’épaisseur des parois pilote de manière globale ou locale la densité relative du MC. Les MC treillis sont caractérisés par un ensemble de branches reliées entre elles en des nœuds. Les paramètres permettant le pilotage de la densité relative du MC sont les rayons des branches (individuel ou global). Des exemples de MC treillis ou à parois sont répertoriés dans la Figure 1.5.

Les matériaux cellulaires sont classifiés dans un tableau de caractéristiques géométriques - dit tableau d’Ashby - à l’échelle mésoscopique. Par ailleurs, le trait qui caractérise principalement un MC est la présence de pores au sein du matériau cellulaire, constituant la caractéristique de **densité relative**. Cette donnée est rattachée au VER défini au préalable vis-à-vis de la macrostructure étudiée. La densité relative  $\bar{\rho}$  est décrite comme étant le ratio entre le volume effectif de la mésostructure treillis ou paroi inscrite dans le VER, noté  $V_{\text{mat}}$  et le volume apparent du VER, noté  $V_{\text{VER}}$ , tel que décrit dans l’Eq. (1.1).

## 1.1. GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX CELLULAIRES

$$\bar{\rho} = \frac{V_{\text{mat}}}{V_{\text{VER}}}. \quad (1.1)$$

D'autres valeurs sont importantes à mettre en avant : la connectivité des treillis et des surfaces (respectivement  $Z_e$  et  $Z_f$ ), les différentes symétries géométriques (cubique, axiale...), l'épaisseur des treillis ou surfaces (respectivement  $e_e$  et  $e_f$ ), les dimensions caractéristiques projetées dans une base orthonormée directe associée à une cellule, notées respectivement  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ , la dimension principale maximale  $L_{\text{max}} = \max(L_1, L_2, L_3)$ , la dimension principale minimale  $L_{\text{min}} = \min(L_1, L_2, L_3)$ , ou encore le ratio d'anisotropie de forme  $R_{\text{ani}}$ , suivant l'Eq. (1.2).

$$R_{\text{ani}} = \frac{L_{\text{max}}}{L_{\text{min}}}. \quad (1.2)$$

L'ensemble de ces caractéristiques n'est pas paramétrables pour des MCS, et fait l'objet d'études statistiques sur différents VER. De ces études sont déterminées des valeurs moyennes des paramètres géométriques. Face à cela, l'intérêt de l'usage de MCP est la suppression de ces études statistiques, puisque la géométrie est répétée de manière périodique. Si la maîtrise *a priori* de la géométrie est nécessaire, il est préférable d'employer des MCP. Cependant, la qualité du matériau constitutif dépend de la résolution du procédé de fabrication. En effet, la résolution dépend du procédé, ainsi la qualité du MC, et ainsi de son comportement dépendra d'une part de la taille du MC, mais aussi du procédé employé [19].

### 1.1.3 Matériau constitutif : comportements des polymères

Les matériaux constitutifs usuellement employés dans la fabrication de MC sont des métaux, tel que les alliages d'aluminium [20], ou des polymères [21], tel que le polyuréthane ou le polyester. Ces matériaux constitutifs peuvent présenter différents comportements et avoir une influence à plus grande échelle sur le comportement du MC [14]. Afin de mieux comprendre le comportement macroscopique d'un MC, une étude appropriée du type de matériau constitutif est nécessaire. Dans le cadre des applications industrielles visées, les matériaux polymères font office de matériau constitutif pour la mousse syntactique. Une attention particulière est donc portée sur l'étude du comportement constitutif des matériaux polymères.

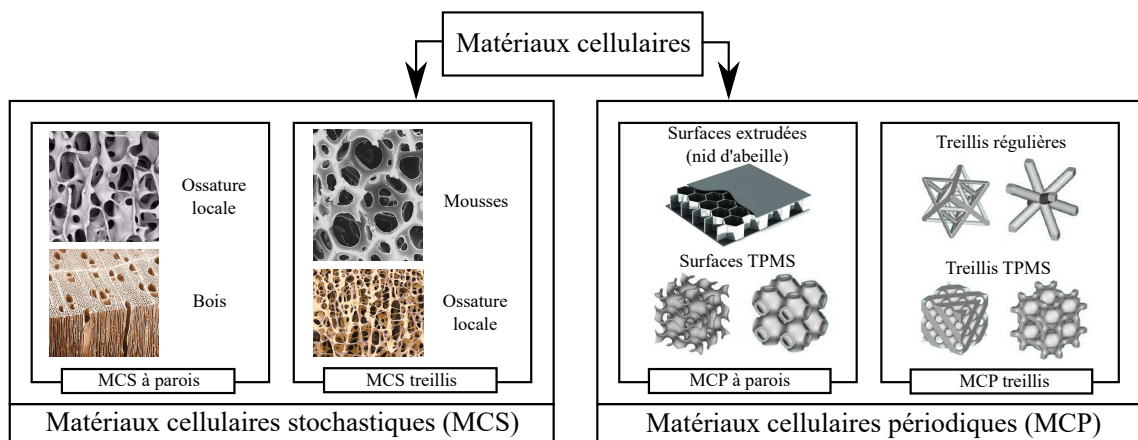


FIGURE 1.5 – Grandes familles des matériaux cellulaires : exemples de MC stochastiques et MC périodiques



Les polymères sont, par définition, un arrangement de chaînes macro-moléculaires, liées entre elles par des liaisons covalentes [22]. Le comportement mécanique du polymère dépend fortement de sa microstructure, mais aussi de son état qui évolue en fonction de la température et de la vitesse de déformation [23]. Pour l'ensemble des matériaux polymères, quatre états sont à distinguer.

- (A) L'état **vitreux** est un état du polymère dans lequel les chaînes de molécules sont quasi-immobiles, rendant le polymère fragile.
- (B) L'état **de transition** est un état intermédiaire entre l'état vitreux et caoutchoutique décrit, notamment, par la température de transition vitreuse. L'atteinte de cette température induit la destruction des liaisons covalentes, ce qui rend le polymère plus souple [22].
- (C) L'état **caoutchoutique** est caractérisé par une grande souplesse du polymère, induit par un nombre très faible de liaisons covalentes en chaînes de macro-molécules. Cependant, il est possible de rendre le polymère plus résilient en introduisant du soufre assurant les liaisons covalentes entre macro-molécules. Ce processus est communément appelé réticulation - ou vulcanisation [22].
- (D) L'état **fluide** ne présente aucune jonction covalente, laissant le polymère prendre forme d'un liquide visqueux.

De manière générale, le comportement mécanique d'un matériau varie d'un échantillon à un autre. Cependant, cette variation moindre permet d'établir un comportement dit "fondamental" au travers de multiples essais. Ces moyens peuvent comporter des cas de chargement différents, tel que les essais de traction uni-axiaux, bi-axiaux ou de cisaillement. Des lois empiriques sont construites, de manière à tendre vers le comportement observé, et leurs paramètres sont extrapolés à partir des résultats expérimentaux [22]. Pour les polymères en particulier, il existe de nombreux comportements, explicités dans la Figure 1.6, ce qui permet de classer les polymères en fonction de leur comportement :

- (I) Les **matériaux polymères fragiles** sont caractérisés par un comportement élastique, suivi d'une rupture lorsque la limite élastique est atteinte. Ce comportement est notamment typique des matériaux polymères semi-cristallins dont la température de transition vitreuse est très largement supérieure à la température de sollicitation [22].
- (II) Les **matériaux polymères avec seuil d'écoulement plastique** sont caractérisés par une phase élastique, suivie d'un plateau plastique. La transition du comportement élastique au plateau plastique se fait par l'atteinte d'un seuil d'écoulement haut puis bas, caractéristique d'un phénomène de striction local lors d'un essai de traction. Ce comportement est typique de matériaux polymères ductiles, présentant une diminution de la limite de la rupture avec l'augmentation de la vitesse de déformation, et présentant une température de transition vitreuse proche de la température d'essai.
- (III) Les **matériaux polymères sans seuil d'écoulement plastique** sont caractérisés par une phase élastique, suivie d'un plateau plastique. Contrairement au cas précédent, ce comportement ne présente pas de seuil d'écoulement, mais une limite élastique, suivie du plateau plastique. Dans ce cas, la température de transition vitreuse est inférieure à la température de sollicitation, d'où l'absence du phénomène de striction locale.
- (IV) Les **matériaux élastomériques** sont caractérisés par un comportement dit hyperélastique, dont l'allongement à rupture est largement supérieur à 100%. Les matériaux présentant ces caractéristiques mécaniques ont une température de transition vitreuse inférieure, voir très inférieure, à la température de sollicitation.

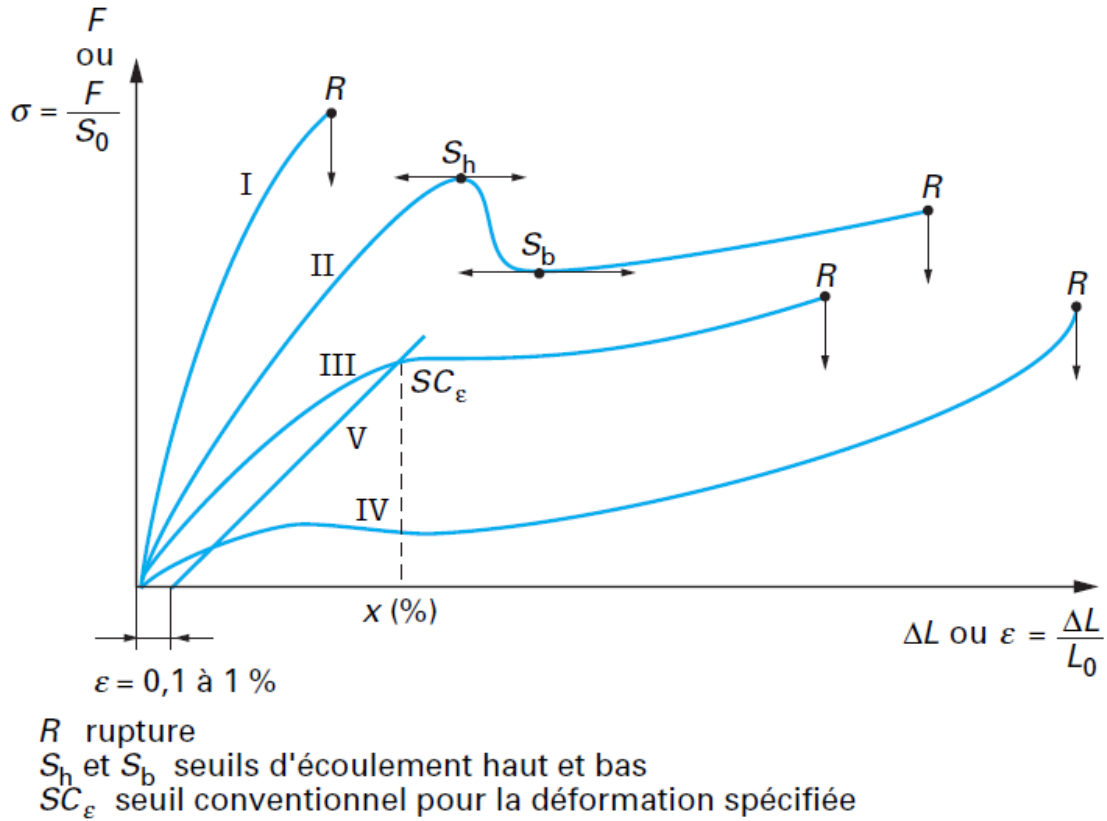


FIGURE 1.6 – Classification des matériaux polymères : (I) matériau polymère fragile, (II) matériau polymère avec seuil d'écoulement plastique, (III) matériau sans seuil d'écoulement plastique et (IV) matériau élastomérique [4]. La décharge élastique d'un matériau plastique (III) est représentée par la courbe (V).

La courbe (V) présentée dans la Figure 1.6 représente la décharge élastique au à un seuil conventionnel de déformation  $SC_\epsilon$ . Ce comportement est induit lors du déchargement de l'éprouvette et est caractéristique pour tout matériau plastique (II) et (III). Il se trouve que, parmi ces matériaux polymères, les matériaux thermoplastiques avec et sans seuil d'écoulement et élastomériques sont de meilleurs candidats pour les mousses. En effet, à de grandes vitesses de déformation, ces matériaux présentent une ténacité élevée, un allongement à la rupture élevé et une capacité d'absorption d'énergie élevée comparés aux matériaux polymères fragiles [4, 24–27]. Cependant, peu de travaux ont été menés sur l'influence de la vitesse de sollicitation vis-à-vis du comportement mécanique de ces matériaux [28]. Ces comportements peuvent être modélisés de multiples manières : les matériaux polymères plastiques peuvent être modélisés par des lois de comportement élasto-plastiques simples [29], pouvant inclure des propriétés liées à la vitesse de déformation, tel que la loi Cowper-Symonds [8]. Cette loi modélise le comportement d'un polymère comme un matériau élasto-plastique, qui se raidit avec la vitesse de déformation. La contrainte plastique déterminée à partir d'essais quasi-statiques est pénalisée par des coefficients interpolés d'essais dynamique, comme décrit dans l'Eq. (1.3) :

$$\sigma_D = \sigma_{QS} \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right], \quad (1.3)$$

avec  $\sigma_D$  la contrainte dynamique,  $\sigma_{QS}$  la contrainte quasi-statique tel que  $\sigma_{QS} > \sigma_y$  ( $\sigma_y$  étant la limite élastique),  $D$  et  $p$  les coefficients à extrapoler. Cette méthode de modélisation permet de prendre en compte les effets de vitesse, mais réduit le comportement réel d'un polymère à un comportement élasto-plastique, ce qui n'est pas représentatifs par exemple pour la modélisation d'un élastomère soumis à un cas de chargement cyclique [30].

Une modélisation plus appropriée de matériaux élastomériques serait une loi de comportement hyper-visco-élastiques, qui associe la contribution d'un matériau hyperélastique et d'un matériau visqueux [31, 32]. La contrainte totale d'un matériau hyper-visco-élastique est exprimée en fonction des contraintes principales issues d'un modèle d'Ogden (hyper-élasticité [33]) et des contraintes décomposées en séries de Prony (visco-élasticité [34]).

La modélisation d'Ogden décrit l'énergie de déformation hyperélastique  $W_H$ , exprimée en fonction des déformations homogènes pures du matériau dans les directions principales, noté  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ , et de constantes matériaux à extrapoler. L'énergie de déformation est définie suivant l'Eq. (1.4) :

$$W_H = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) , \quad (1.4)$$

avec  $\mu_i$  et  $\alpha_i$  des constantes de matériau à déterminer, et  $N_{\max}$  l'ordre du modèle mathématique à fixer par l'utilisateur. Pour un essai de traction/compression uniaxial dans le sens de sollicitation  $\lambda_1$ , et sous l'hypothèse que l'élastomère est incompressible, les déformations homogènes pures se simplifient suivant l'Eq. (1.5) :

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^{-\frac{1}{2}} . \quad (1.5)$$

La contrainte uniaxiale  $\sigma_1^H$  est déterminée à partir de la dérivée de l'énergie de déformation  $W_H$  par rapport à la déformation homogène pure dans le sens de sollicitation  $\lambda_1$ , comme décrit dans l'Eq. (1.6) :

$$\sigma_{11}^H = \frac{\partial W_H}{\partial \lambda_1} = \sum_{i=1}^{N_{\max}} \mu_i \left( \lambda_1^{\alpha_i-1} + 2\lambda_1^{\frac{-\alpha_i}{2}-1} \right) . \quad (1.6)$$

En associant les résultats expérimentaux à l'expression de l'Eq. (1.6), il est possible de déterminer  $\mu_i$  et  $\alpha_i$  - par méthode des moindres carrés par exemple. La visco-élasticité est prise en compte par la pénalisation de la contrainte hyperélastique par une fonction normalisée de relaxation  $g(t-s)$  tel que décrit dans l'Eq. (1.7) :

$$\sigma_{11}^{VH} = \sigma_{11}^H + \int_0^t \left( \sum_{i=1}^{n_{\max}} g_i e^{-\frac{t-s}{\tau_i}} \right) \frac{\partial \sigma_{11}^H}{\partial s} \partial s , \quad (1.7)$$

avec  $n_{\max}$  le nombre maximum de séries fixée par l'utilisateur, et  $g_i$  et  $\tau_i$  des constantes à déterminer par interpolation d'essais dynamiques. Cette méthode de modélisation est très complète, et est employée pour décrire le comportement de matériaux élastomériques issus de la fabrication additive. Cependant, cette modélisation nécessite énormément de données du matériau issues d'essais thermomécaniques complexes [31].

### 1.1.4 Propriétés mécaniques

Les MC se distinguent par leur propriétés mécaniques et thermiques particulières. Dans le cadre de l'étude présentée, puisque la thermique n'est pas prise en compte, l'état de l'art se concentre uniquement sur les propriétés mécaniques. Par ailleurs, les déformations et contraintes sont les données moyennées du VER ; en effet, parler de contrainte globale pour un MC n'a pas de sens puisque le MC est une structure.

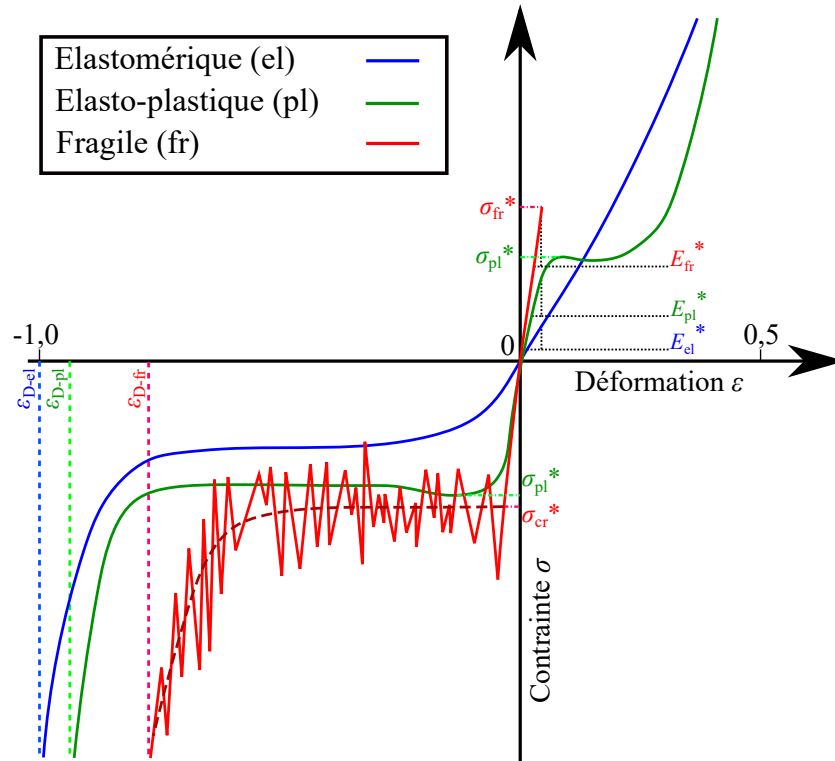


FIGURE 1.7 – Représentation qualitative des comportements de matériaux cellulaires en traction/compression : comportements élastomérique (el), élasto-plastique (pl) et fragile (fr)

Tout d’abord, le comportement mécanique d’un MC n’est pas identique en traction qu’en compression. En effet, contrairement aux matériaux denses, les MC ont un comportement dit asymétrique, comme représenté dans la Figure 1.7.

La partie droite supérieure de la Figure 1.7 représente le comportement en traction d’un MC. En traction, il existe trois comportements identifiés : un comportement élastomérique, un comportement élasto-plastique et un comportement fragile [14]. Le comportement élastomérique présente une phase élastique caractérisée par son module d’Young équivalent  $E_{el}^*$  et admettant de grandes déformations. Le comportement élasto-plastique présente une phase élastique  $E_{pl}^*$ , suivi d’un seuil d’écoulement plastique  $\sigma_{pl}^*$ , une petite phase plateau et une densification. Le comportement fragile présente une phase élastique  $E_{fr}^*$  jusqu’à atteindre sa limite à la rupture globale  $\sigma_{fr}^*$ .

La partie gauche inférieure de la Figure 1.7 représente le comportement en compression d’un MC. En compression, les trois types de comportement sont similaires à la traction. Pour les trois matériaux, chacune présente sa phase de grande déformation, dite de densification. Le comportement élastomérique présente une phase élastique  $E_{el}^*$ , une phase plateau et une phase densification atteinte à déformation  $\epsilon_{D-el}$ . Le comportement élasto-plastique atteint le même seuil d’écoulement plastique  $\sigma_{pl}^*$  qu’en traction mais présente une phase plateau atteignant de plus grandes déformations jusqu’à densification atteinte à déformation  $\epsilon_{D-pl}$ . Le comportement fragile reste élastique jusqu’à atteindre une contrainte de rupture fragile  $\sigma_{fr}^*$ , suivi de fractures successives de la mésostructure (d’où le comportement en dent de scie) et d’une phase de densification atteinte à déformation  $\epsilon_{D-fr}$  [14, 35–37]. A noter que lorsque le MC étudié est fragile, sa modélisation est réduite à un comportement plastique moyenné sur les contraintes en dent de scie : la contrainte à laquelle commence le plateau  $\sigma_{cr}^*$  n’est pas la contrainte à la rupture  $\sigma_{fr}^*$ .

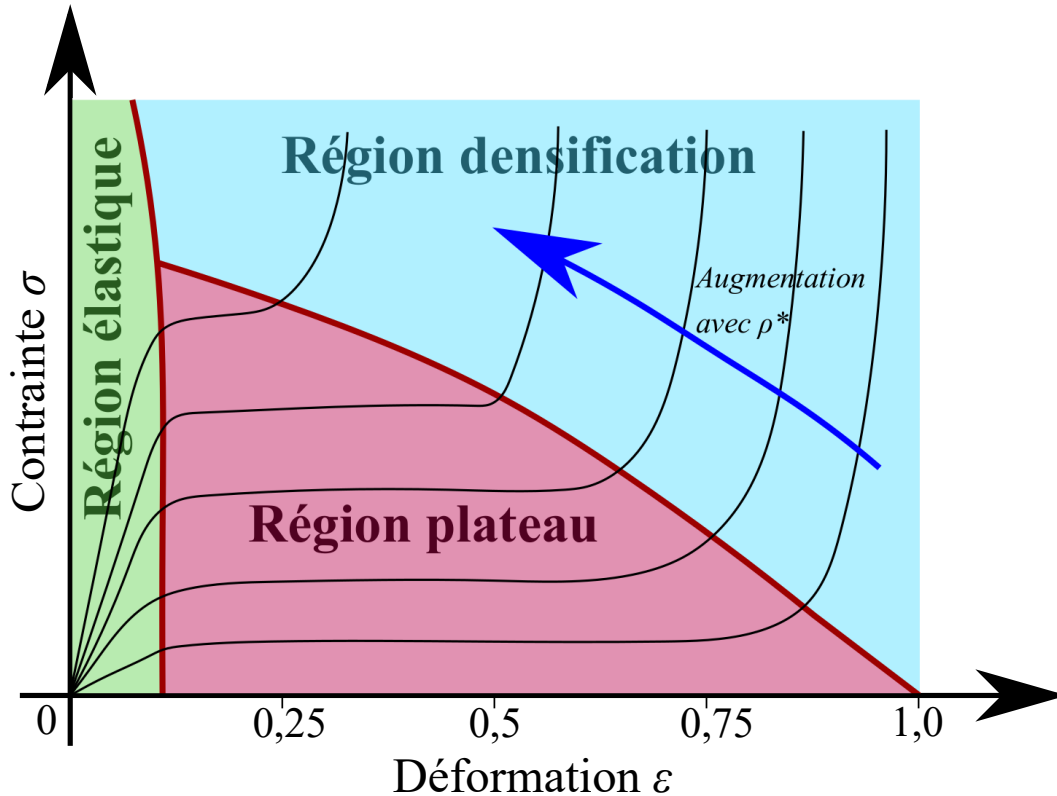


FIGURE 1.8 – Représentation qualitative des régions caractéristiques d'un MC et de l'influence de la densité relative  $\bar{\rho}$  sur leur comportement en compression

Compte tenu du type de sollicitations dans le cas d'étude industriel, un intérêt particulier sera porté sur le comportement des MCs à cellule ouverte en compression. Par la suite, les déformations et contraintes en compression seront présentées positives. Comme illustré dans la Figure 1.8, le comportement d'un MC en compression se caractérise par trois "régions" : une région élastique, une région plateau et une région densification. La première région est le résultat de la combinaison des comportements élastiques structurel et matériau à de petites déformations. La seconde région décrit de manière explicite quel comportement a le MC : le plateau d'un MC élastomérique est engendré par un phénomène de flambage élastique local des treillis ou parois ; le plateau d'un MC élasto-plastique est engendré par la déformation permanente locale des treillis ou parois ; le plateau d'un MC fragile est engendré par la fracture locale et progressive des treillis ou parois. La troisième région est la phase de densification ou l'ensemble des treillis ou parois sont en contact, ce qui rend le comportement du matériau constitutif prépondérant sur le comportement structurel. Le comportement d'un MC en compression varie suivant d'autres paramètres, notamment la densité relative  $\bar{\rho}$  et la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$ .

De manière fondamentale, la densité relative  $\bar{\rho}$  d'un MC influe sur son comportement mécanique, puisqu'il est question de taux de matière présent dans le VER [21]. L'influence de la densité relative est décrite dans la Figure 1.8. Plus la densité relative augmente, moins il y aura de pores dans la mésostructure et plus le comportement du matériau constitutif devient prépondérant sur le comportement structurel mésoscopique. En augmentant la densité relative, la contrainte de plateau augmente, et la densification est atteinte à de plus petites déformations [14, 38, 39].

L'influence de la vitesse de déformation sur le comportement d'un matériau cellulaire est de même nature : en effet, l'augmentation de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  a tendance

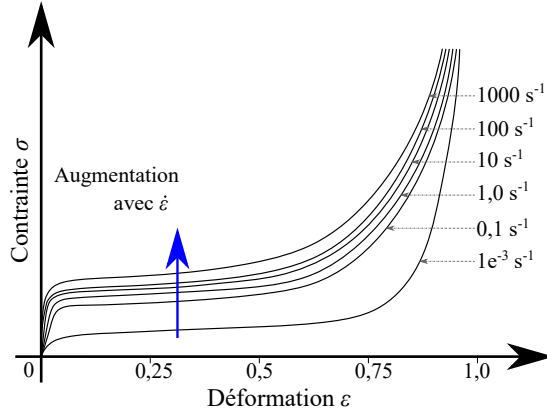


FIGURE 1.9 – Évolution du comportement mécanique en fonction de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$

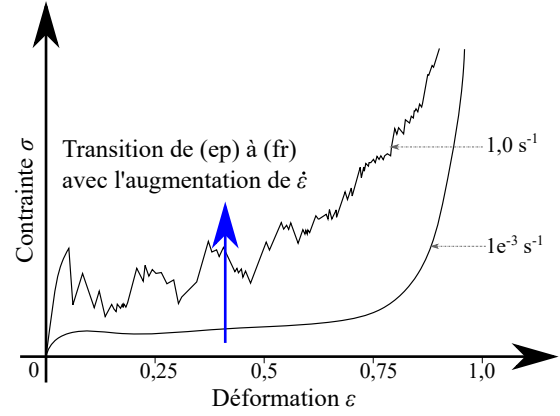


FIGURE 1.10 – Transition de comportement élastoplastique (ep) à fragile (fr) dépendant de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$

à augmenter la contrainte du plateau de compression, comme illustré dans la Figure 1.9 [14, 40, 41]. En revanche, il est possible de constater un changement de comportement d'une gamme de vitesse de déformation à une autre. Par exemple, un MC peut présenter un comportement élasto-plastique à faible vitesse, mais un comportement fragile à de grandes vitesses (c.f. Figure 1.10). Ceci est dû à une combinaison d'effets liée à la topologie de cellule et au comportement du matériau constitutif : pour les matériaux cellulaires stochastiques et périodiques treillis, les nœuds entre branches sont des zones de concentration de contraintes. Or, lorsque la vitesse de déformation augmente pour certains matériaux, ceux-ci se fragilisent et atteignent la rupture à des déformations plus faibles. Les zones de concentration de contrainte sont donc des points fragiles, d'autant plus critiques avec l'augmentation de la vitesse de déformation. En effet, puisque la contrainte du matériau constitutif augmente avec la vitesse de déformation, cela permet d'atteindre la contrainte à la rupture localement au point de jonction à de plus petites valeurs de déformations [42–44].

### 1.1.5 Propriétés énergétiques

La variation de comportement d'un MC à différentes vitesses de déformation, mais aussi en fonction de sa densité relative, implique une variation de capacité d'absorption d'énergie. Par définition [4, 14], l'énergie absorbée par unité de volume  $W_c(\varepsilon)$  au cours d'une compression uni-axiale d'un MC est la contrainte équivalente rapportée au VER intégrée sur la déformation appliquée  $\varepsilon_d$ , comme décrit dans l'Eq. (1.8) :

$$W_c(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon_d} \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \bar{\rho}) d\varepsilon, \quad (1.8)$$

avec  $\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \bar{\rho})$  la contrainte de Cauchy uni-axiale associée au VER et  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation lagrangienne uni-axiale imposée. Lorsque les essais sont à vitesse de déformation constante, et que l'éprouvette est à densité relative constante, l'énergie absorbée est dépendante de la déformation uniquement. Cette donnée est normalisée par le volume effectivement occupé par le matériau constitutif dans le VER. Par ailleurs, à densité relative constante et à vitesse de déformation constante, la contrainte de Cauchy uni-axiale est définie suivant l'Eq. (1.9) :

$$\sigma = \frac{F_d}{A_{\text{VER}}}, \quad (1.9)$$

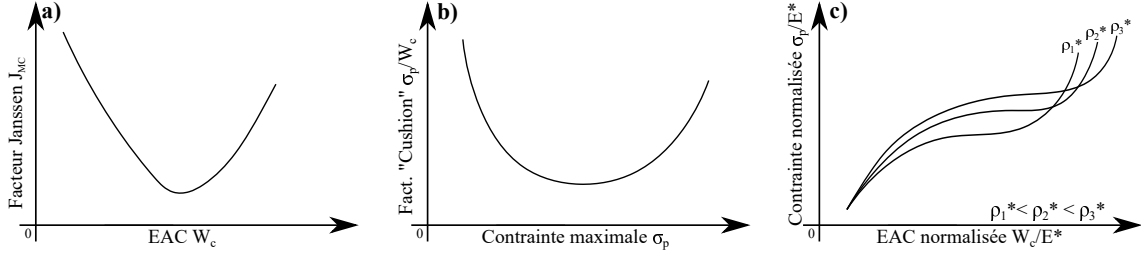


FIGURE 1.11 – Exemple d'indicateurs sur la capacité d'absorption d'énergie (EAC) : a) facteur Janssen, b) facteur "cushion" et c) le diagramme Rusch

avec  $F_d$  l'effort uni-axial appliqué et  $A_{\text{VER}}$  l'aire de la section du VER. La capacité d'absorption d'énergie (EAC, de l'anglais *Energy Absorption Capacity*) est définie comme étant l'énergie absorbée  $W_c(\varepsilon)$  pour une déformation donnée  $\varepsilon_d$  normalisée par la masse volumique du matériau constitutif  $\rho_{\text{mat}}$ , comme décrit dans l'Eq. (1.10).

$$\overline{W}_c(\varepsilon) = \frac{1}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}} W_c(\varepsilon). \quad (1.10)$$

Ainsi, la capacité d'absorption d'énergie est une variable qui permet de quantifier la quantité d'énergie absorbée par l'architecture pour une déformation spécifique. Cette variable permet la comparaison des architectures entre elles en prenant compte, implicitement, de la géométrie de l'architecture [41, 45, 46]. Par ailleurs, les mécanismes d'absorption dépendent fortement des mécanismes de déformation du matériau constitutif, qu'il soit élastique, plastique ou fragile [14].

Hormis l'EAC, il existe plusieurs indicateurs permettant de quantifier la performance d'absorption d'un MC [14]. L'un de ces indicateurs est le facteur Janssen  $J_{\text{MC}}$ , comme décrit dans l'Eq. (1.11). Ce facteur évalue, lors d'un impact à vitesse  $v_i$ , le ratio entre le pic de décélération d'un MC d'épaisseur  $e_{\text{MC}}$ , noté  $a_p$ , et la décélération idéale prédéterminée, notée  $a_i$ , calculé à partir de l'Eq. (1.12). Le facteur Janssen est généralement représenté tel que dans la Figure 1.11 a) et définit comme suit :

$$J_{\text{MC}} = \frac{a_p}{a_i}, \quad (1.11)$$

$$a_i = \frac{v_i^2}{2e_{\text{MC}}}. \quad (1.12)$$

Cependant, le facteur Janssen est empirique, nécessite une grande quantité de données - donc d'essais - et ne lie pas les mécanismes de déformation avec la capacité d'absorption d'énergie. Un indicateur permettant de lier la contrainte de compression uni-axiale maximale  $\sigma_p$  avec la capacité d'absorption d'énergie  $W_c$  serait le facteur de coussin  $C_{\text{MC}}$  ("Cushion factor"), défini comme le ratio entre la contrainte maximale  $\sigma_p$  et l'énergie absorbée par unité de volume  $W_c$  (c.f. Eq. (1.13)). Le facteur de coussin est généralement représenté tel que dans la Figure 1.11 b).

$$C_{\text{MC}} = \frac{\sigma_p}{W_c}. \quad (1.13)$$

Ce ratio permet d'explicitier l'impact de la contrainte maximale sur la capacité d'absorption d'énergie. Cette indicateur a été amélioré de manière à rendre adimensionnel la contrainte maximale en normalisant par le module élastique homogène équivalent du MC, noté  $E^*$ . Le désavantage de cette méthode est la prise en compte implicite de l'architecture, qui n'est pas mis en évidence.

## 1.1. GÉNÉRALITÉS SUR LES MATÉRIAUX CELLULAIRES

Le diagramme de Rusch, représenté dans la Figure 1.11 c), reste la manière conventionnelle la plus complète de présenter les propriétés énergétiques d'un matériau cellulaire [14]. Ce diagramme permet d'identifier une contrainte uni-axiale maximale admissible pour une capacité d'absorption d'énergie donnée. A partir de ce diagramme, associé au diagramme d'Ashby présenté dans la Figure 1.2, un matériau répondant à une capacité d'absorption d'énergie peut être rigoureusement sélectionné. Cette sélection est faite pour un MC sollicité à une vitesse de déformation donnée et pour une densité relative fixe du MC.

### 1.1.6 Méthodes de caractérisation

La caractérisation mécanique des MCS se fait avec des moyens de caractérisation conventionnels. Dans ce contexte, souvent une hypothèse forte est introduite sur le comportement macroscopique des MCS : on suppose que les MCS sont des matériaux aux propriétés mécaniques statistiquement homogènes, ce qui permet d'extraire les propriétés globales du matériau au travers d'essais conventionnels normalisés [47, 48]. L'ensemble des données mécaniques associées peuvent être déterminées par essais normalisés de traction, compression et cisaillement. Les caractéristiques dynamiques en compression, quant à elles, peuvent être extraites par essai sur barres de Hopkinson (SHPB, de l'anglais *Split Hopkinson Pressure Bar*) [49]. Cet essai est illustré dans la Figure 1.12, décrivant la propagation des trains d'ondes mécaniques, qui sont post-traitées pour en extraire le comportement matériau de l'éprouvette positionnée entre deux barres. Cette méthode de caractérisation est efficace pour déterminer des paramètres de lois associés à un comportement viscoplastique. Cependant, si l'impédance mécanique  $C_{\text{bar}} = \sqrt{\frac{E_{\text{bar}}}{\rho_{\text{bar}}}}$  de la barre est trop élevée par rapport à l'impédance du matériau (plein ou architecturé), le signal de sortie ne sera pas identifié, ce qui empêche l'équilibre des forces [49]. Cette méthode a aussi été employée pour la caractérisation de MCP 3D métalliques [41], toutefois l'impédance élevée du matériau constitutif par rapport à celle des barres permet l'acquisition d'un signal. Avec des barres SHPB métallique, il est difficilement réalisable d'acquérir un signal avec

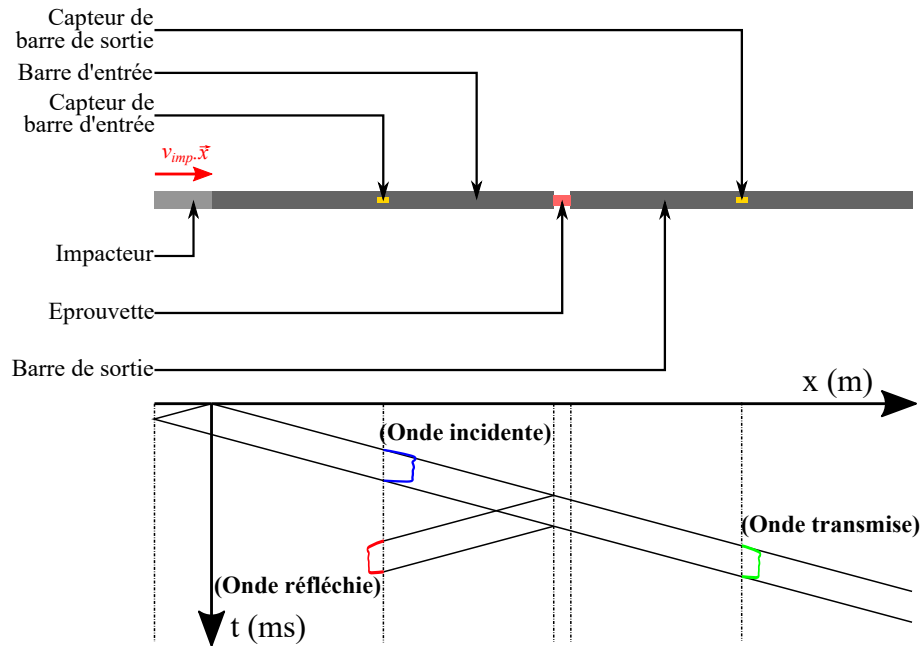


FIGURE 1.12 – Système de caractérisation SHPB et description de la propagation d'onde mécanique



des matériaux polymères en guise de matériau constitutif. Un moyen de caractériser des matériaux plus souples serait l'emploi de barres visco-élastiques [50]. Cependant, les défauts géométriques et fluctuations de températures influent grandement sur le résultat, ce qui implique des essais faits à température constante, et une rectification des barres le cas échéant. De manière générale, les désavantages de l'emploi de barres de Hopkinson sont multiples : l'équilibre des forces n'est vérifié généralement que pour la partie plastique du comportement matériau et le traitement de signal est lourd, cumulant les erreurs de chaque transformation du signal [49]. Un moyen de caractérisation direct, tel que des machines de traction/compression conventionnelles, permettant des vitesses de déformations plus élevées, permet de pallier aux désavantages soulevés. Le système de roue inertielle, par exemple, permet de répondre à ces désavantages [51] permettant d'un côté d'avoir des valeurs directes d'effort et de déplacement, tout en considérant la vitesse de sollicitation constante [52].

### 1.1.7 Méthodes de modélisation

Les MCS ne sont pas simples à modéliser de manière explicite en employant une méthode de modélisation éléments finis (EF) classique, comme présenté dans la Figure 1.13. Le problème porte sur deux aspects. D'un côté, l'échelle des cellules vis-à-vis du VER est tellement petite qu'il faudrait générer un modèle avec plusieurs centaines de milliers - voir quelques millions - d'éléments pour que la réponse du VER soit effectivement représentative de celle du MCS. De l'autre, afin de modéliser le comportement de l'architecture exactement représentée, il est nécessaire d'extraire la topologie d'un VER de MCS par tomographie et de reconstruire la géométrie [5].

Une autre manière serait de modéliser le comportement d'une mousse par méthode discrète, qui consiste à discrétiser le MC en sphères liées entre elles par liaisons de "covalence", dont le comportement est décrit par des lois analytiques. Cependant, la représentativité du modèle a ses limites, notamment sur la finesse de la discrétisation, et le comportement linéaire simplifié des liaisons covalentes entre éléments discrets [53].

Généralement, le comportement d'un MCS est modélisé en extrapolant les comportements uni-axial, bi-axial et tri-axial d'un VER établi du MC par le biais d'essais normalisés. Ces données sont ensuite traduites par une loi de comportement homogène équivalente ou des lois tabulées non linéaires [54]. Cependant, la modélisation de MCP est plus simple a priori puisque les géométries sont des motifs connus, dont les paramètres géométriques peuvent être pilotés. Une modélisation périodique sans tomographie de l'échantillon est donc possible. La modélisation explicite d'une cellule MCP est assez commune dans la littérature, mais peu prennent en compte la présence de défauts microscopiques [55], et aucun en dynamique. Ces défauts sont générés via méthodologie post-flambement, consistant à insérer une combinaison des modes propres associés aux déformés de flambement comme défaut géométrique [56]. Cependant, le problème de coût de la modélisation EF se pose aussi avec les MCP. Plusieurs méthodes peuvent être employées afin de réduire les temps de calcul tout en gardant une précision suffisante dans le calcul des réponses mécaniques du MCP. Une méthode consiste à réduire le niveau de modélisation d'EFs solides à des EFs de type "coque" ou "poutre". En effet, il est possible de modéliser des MC en employant ce genre d'éléments, au prix d'un comportement mécanique moins représentatif à de grandes déformations [57] ou de limites maximale de densité relative, lié à la formulation des EFs coques [58].

Cependant, d'autres méthodes de simplification de modèles existent, notamment pour le comportement de matériaux composites. En effet, les méthodes d'homogénéisation issues de la théorie classique des stratifiés [59, 60] permettent de traduire le comportement mécanique élastique du stratifié en un comportement matériau homogène équivalent. Cette

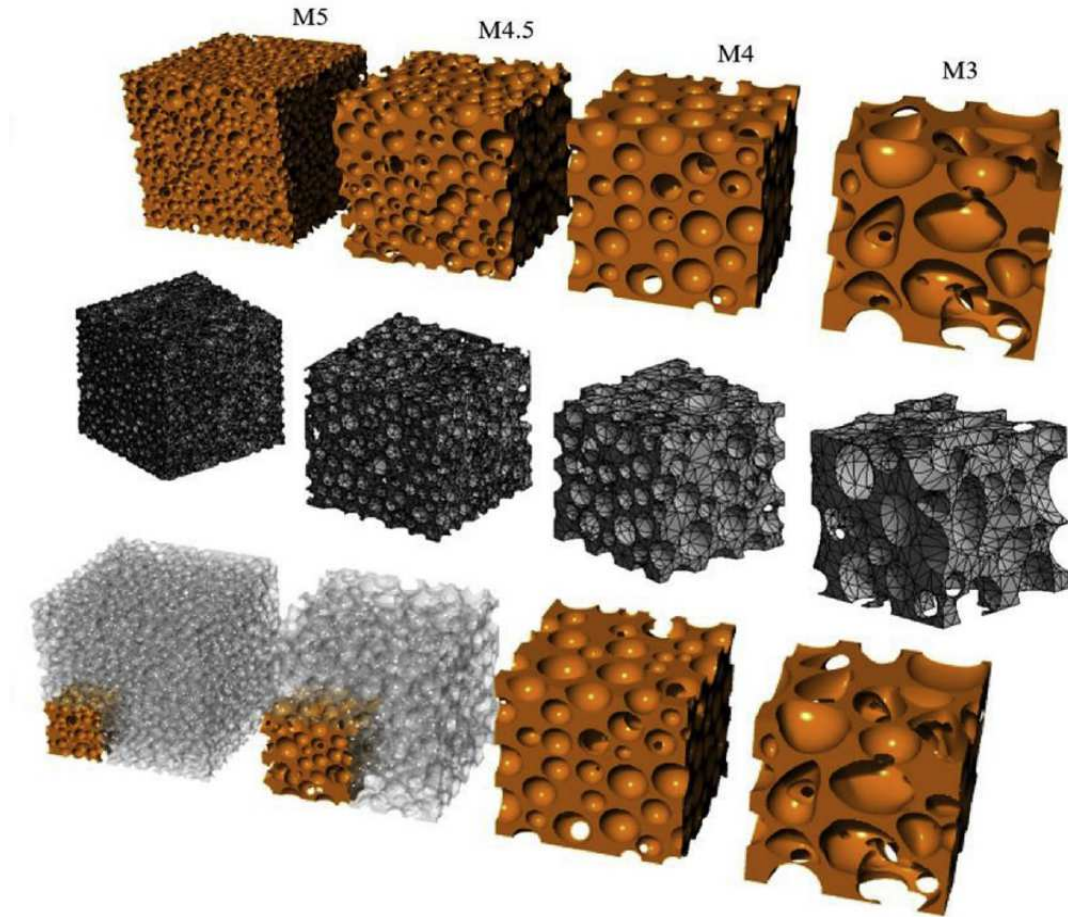


FIGURE 1.13 – Exemples de modèles de MCSs modélisés par méthode EF ([5])

méthodologie a été reprise en prenant les architectures lattices comme étant des composites exceptionnels, dont les deux phases ne sont pas matrice et fibre, mais plein et vide. Par exemple, il est possible d'identifier les propriétés élastiques homogènes équivalentes d'architectures lattice de manière numérique en employant la méthode d'homogénéisation numérique décrite dans [10]. Cette méthode consiste à déterminer les propriétés élastiques effectives équivalentes, rapportées au VER de la cellule, en évaluant l'énergie de déformation élastique du milieu homogène.

Les propriétés élastiques effectives sont déterminées à partir de la matrice de rigidité  $\mathbf{C}_{el}$  décrivant le comportement homogène macroscopique de la structure lattice. La méthode part du postulat que le VER de la structure périodique et le volume correspondant subissent la même déformation, résultant en une énergie de déformation égale entre les deux entités. Plusieurs hypothèses sont considérées : la cellule a un comportement matériau linéaire isotrope et le flambage local des treillis n'est pas pris en compte. De plus, la caractéristique de périodicité est mise en place au travers d'équations de contraintes aux conditions limites, appelées conditions limites périodiques (PBC, de l'anglais *Periodic Boundary Conditions*). Ces équations de contraintes établissent un lien linéaire entre les déplacements de nœuds opposés, aux limites du VER. Cela implique une contrainte de symétrie de maillage aux limites du VER. Ce dernier est sujet à un champ de déformation moyen  $\varepsilon_{i,j}^0, (i, j) \in \llbracket 1; 3 \rrbracket^2$  décrit dans l'Eq. (1.14) :

$$\forall x_k \in [-a_k, a_k], k = 1, 2, 3, \begin{cases} u_i(a_1, x_2, x_3) - u_i(-a_1, x_2, x_3) = 2a_1\varepsilon_{i1}^0, \\ u_i(x_1, a_2, x_3) - u_i(x_1, -a_2, x_3) = 2a_2\varepsilon_{i2}^0, \\ u_i(x_1, x_2, a_3) - u_i(x_1, x_2, -a_3) = 2a_3\varepsilon_{i3}^0, \end{cases} \quad (1.14)$$

avec  $i = 1, 2, 3$ . Le champ de déformation appliqué respecte toujours la condition établie au travers de l'Eq. (1.15) :

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V_{\text{VER}}} \int_{V_{\text{mat}}} \varepsilon_{ij} dV = \varepsilon_{ij}^0, \quad (1.15)$$

avec  $V_{\text{mat}}$  le volume effectif occupé par la cellule dans le VER. La loi qui décrit le comportement matériau homogène équivalent à l'échelle macroscopique est définie, d'après la convention de Voigt, dans l'Eq. (1.16) :

$$\bar{\sigma}_\alpha = \sum_{\beta=1}^6 C_{\alpha\beta} \bar{\varepsilon}_\beta, \quad \alpha = 1, \dots, 6. \quad (1.16)$$

L'ensemble des composantes  $C_{\alpha\beta}$  du tenseur de rigidité sont déterminées en exécutant 6 simulations linéaires. Pour chacune de ces simulations, seule une des composantes  $\varepsilon_\beta^0$  est non nulle. Ainsi, chaque colonne peut être calculée lors de chaque simulation en appliquant l'expression présentée dans l'Eq. (1.17) :

$$\begin{cases} C_{\alpha\beta} = \frac{1}{V_{\text{VER}}\varepsilon_\beta^0} \int_{V_{\text{mat}}} \sigma_\alpha(x_1, x_2, x_3) dV, \\ \gamma = 1, \dots, 6 \text{ et } \gamma \neq \beta, \varepsilon_\gamma^0 = 0. \end{cases} \quad (1.17)$$

L'ensemble des constantes d'ingénieur sont alors extraites de la matrice de souplesse  $\mathbf{S}$  déterminée en inversant la matrice de rigidité exprimée dans l'Eq. (1.18).

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}. \quad (1.18)$$

Cette méthode est employée pour de l'homogénéisation de composites, mais aussi de matériaux cellulaires périodiques [61]. Le principe d'homogénéisation linéaire permet notamment d'appliquer les propriétés homogènes équivalentes à un matériau dans une structure plus grande et de faire de l'optimisation multi-échelle [62–66]. Cependant cette méthode présente plusieurs limites, qui brident le comportement homogène équivalent : cette méthode n'est valable qu'en petites déformations, pour un matériau constitutif élastique linéaire. De plus, le flambement des branches, qui est un des mécanismes principaux intervenant dans le comportement mécanique macroscopique d'un MC sollicité en compression, n'est pas pris en compte.

Il existe des méthodes d'homogénéisation non-linéaire, permettant de traduire un comportement non-linéaire de l'architecture complète de manière semi-analytique [67]. Parmi ces méthodes semi-analytiques, il existe des méthodes itératives, dites tangentes ou sécantes. Comme la méthode numérique présentée dans [10], ces méthodes sont employées pour la traduction de comportements mécaniques de matériaux composites en comportement matériau homogène équivalents. Ces méthodes sont représentés dans la Figure 1.14.

La méthode sécante, décrite dans l'Eq. (1.19), consiste à déterminer le module sécant entre deux incréments en menant une décharge élastique virtuelle [68, 69]. Ce module sécant est déterminé à partir de contraintes résiduelles du au comportement de matériau constitutif employé. Cette méthode est appliquée pour les composites élasto-plastiques et visco-élasto-plastiques [70].

$$(\bar{\sigma}_\alpha^{k+1} - \bar{\sigma}_\alpha^k) = \sum_{\beta=1}^6 \left[ C_{\alpha\beta}^{sec} (\bar{\varepsilon}_\beta^{k+1} - \bar{\varepsilon}_\beta^{k,res}) - C_{\alpha\beta}^{el} (\bar{\varepsilon}_\beta^k - \bar{\varepsilon}_\beta^{k,res}) \right] - \bar{\sigma}_\alpha^{k,res}, \alpha = 1, \dots, 6. \quad (1.19)$$

La méthode tangente, décrite dans l'Eq. (1.20), consiste à déterminer entre un incrément  $k$  et  $k+1$  d'une simulation non linéaire la tangente au comportement de la structure. Cette méthode, aussi connue comme méthode incrémentale par champs moyens [59], nécessite de connaître la déformation moyenne [71]. Cette méthode est appliquée également pour les matériaux composites et poreux [72].

$$(\bar{\sigma}_\alpha^{k+1} - \bar{\sigma}_\alpha^k) = \sum_{\beta=1}^6 C_{\alpha\beta}^{tan} (\bar{\varepsilon}_\beta^{k+1} - \bar{\varepsilon}_\beta^k), \alpha = 1, \dots, 6. \quad (1.20)$$

Ces méthodes permettent de prendre en compte les non linéarités du comportement en exploitant la caractéristique incrémentale d'une simulation non-linéaire, mais aussi en prenant en compte les contributions individuelles de chaque phase du matériau composite. Alors que la seconde méthode associe l'ensemble des contraintes, la première dissocie les contributions élastiques et plastiques, ce qui permet une meilleure identification pour les matériaux denses [69]. Cette multi-linéarisation est possible si les écarts entre chaque incrément sont suffisamment petits pour conserver l'hypothèse des petits déplacements [73]. Cependant, le point faible des méthodes est la dépendance au nombre d'incrément. En effet, ces méthodes permettent d'extraire un comportement multi-linéaire, mais une incrémentation trop fine allonge le temps de calcul non-linéaire, ce qui n'est pas viable en bureau d'études. *A contrario*, une incrémentation trop grossière augmente les risques de non-représentativité du comportement.

Suite au développement de méthodes semi-analytiques, les méthodes numériques ont commencé à se développer en accord avec les logiciels EF. La méthode numérique FE<sup>2</sup> [74] est un cas d'application de la méthode tangente en calculant, incrément par incrément de simulation non linéaire, l'équilibre des forces à partir duquel est établi l'équilibre entre tenseur de contrainte et déformation locale et globale. Il existe aussi des méthodes séquentielles comme la méthode NEXP qui calcule le tenseur des contraintes effectives à partir de l'énergie de déformation extraite *a priori* du modèle EF [75]. Toutefois, cette méthode présente des limites, car elle n'est actuellement pas viable pour des sollicitations en grandes

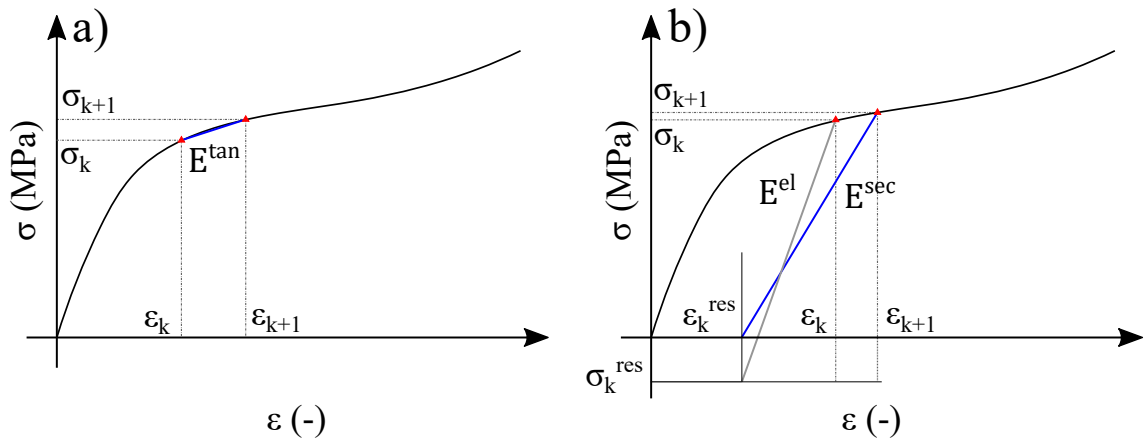


FIGURE 1.14 – Méthodes d'homogénéisation non-linéaires : a) méthode tangente et b) méthode sécante

déformations. Une autre méthode séquentielle a été développée pour l'homogénéisation de matériaux composites à gradient de fonctionnalité, applicable dans le cadre de grandes déformations, mais plus coûteuse en temps de calcul [76].

## 1.2 De la conception à la fabrication des MCs

Les MCS synthétiques tel que les mousses sont fabriqués par procédé conventionnel de "foaming" [77]. Traditionnellement, le dimensionnement et la sélection du type de mousse optimal pour un cas de chargement uni-axial donné se fait en employant des outils tels que les diagrammes de Rusch [14]. Pour les MCS, ce diagramme est obtenu à partir d'essais de caractérisation à différentes vitesses d'impact. Comme vu dans la section précédente, ces essais sont faits en considérant le VER du MCS comme statistiquement représentatif du comportement global du MCS. Ces méthodes de conception et de fabrication sont propres aux MCS.

Contrairement aux MCS, il est possible de faire appel directement à la modélisation pour les MCP 2D et 3D et de déduire le diagramme de Rusch associé. Toutefois, il est possible que les dimensions du MCP (et ainsi le VER) influent sur ce diagramme. Il est même envisageable qu'un set de paramètres mésoscopiques du motif soit optimal pour un cas de chargement spécifique. De plus, les MCP présentent des géométries parfois complexes que les procédés de fabrication conventionnels ne peuvent pas produire. Dans un premier temps, un état de l'art est mené sur les différentes méthodes de conception existantes des MC. Dans un second temps, les différentes méthodes d'optimisation pour matériaux cellulaires périodiques sont mises en avant. Enfin, les différents procédés de fabrication conventionnels et innovants des MC sont présentés.

### 1.2.1 Dimensionnement et conception de matériaux cellulaires

La méthode de dimensionnement pour les MCS consiste à déterminer une épaisseur de mousse pour une masse et vitesse d'impact donnée [14]. Cette méthode est déroulée dans la Figure 1.15. Afin de pouvoir choisir parmi un ensemble de mousses disponibles, il est nécessaire de connaître le comportement de chacune des mousses *a priori*, afin de pouvoir tracer les diagrammes de Rusch associé. En entrée du diagramme méthodologique, les données nécessaires sont la masse du colis à protéger  $m_c$ , ses dimensions, soit la surface de contact entre le colis et l'absorbeur, noté  $A_c$ , sa vitesse d'impact  $v_c$  et la décélération maximale admissible  $a_m$ .

De ces données, l'énergie cinétique accumulée du colis  $U_c = \frac{1}{2}m_cv_c^2$ , l'effort critique admissible  $F_m = a_m m_c$  et la contrainte nominale admissible  $\sigma_p = F_m/A_c$  en sont déduits. Une épaisseur initiale est prise de manière arbitraire, notées  $e_{ini\_MIN}$  ou  $e_{ini\_MAX}$ . Cette valeur est du même ordre de grandeur que les dimensions de l'absorbeur. À partir de l'épaisseur et de la vitesse d'impact, étant donné l'hypothèse d'une compression uni-axiale, la vitesse de déformation uni-axiale  $\dot{\epsilon}_k$  de l'itération  $k$  est déterminée. Ainsi, à partir du diagramme de Rusch, de la vitesse de déformation et de la contrainte nominale, l'EAC est identifiée. Cette dernière est convertie en énergie absorbée  $U_k$ , qui est par la suite comparée à l'énergie d'impact  $U_c$ . L'objectif est de minimiser  $\delta U$ , soit de le rendre inférieur à une valeur  $\epsilon_{tol}$ , fixée par l'utilisateur. Si cette condition n'est pas respectée, l'épaisseur est recalculée à partir de l'énergie d'impact et de l'EAC déterminée à l'itération précédente. Si la condition est respectée, l'épaisseur obtenue fait office d'épaisseur optimale  $e_{opt}$ .

Le désavantage principal de cette méthode est la nécessité d'avoir en amont les données expérimentales concernant les MCS sélectionnés pour répondre au besoin d'absorption. Ce besoin implique des campagnes expérimentales conséquentes, ainsi un déploiement de ressources humaines, matérielles et financières non négligeables. Un autre désavantage serait

## 1.2. DE LA CONCEPTION À LA FABRICATION DES MCS

l'omission de l'influence de la topologie locale du MC en contact avec le colis, que ce soit l'hétérogénéité des pores ou la variation de densité relative locale. En effet, le MCS étudié est considéré comme un matériau homogène isotrope, et non pas comme un matériau hétérogène.

Ces désavantages sont compensés par l'emploi de MCP tel que les architectures nid-d'abeilles (NIDA), ou MCP 2D, ou lattices aussi appelées MCP 3D, qui permettent justement une simulation explicite du comportement mécanique de l'architecture vis-à-vis de la sollicitation. Cela réduit les campagnes expérimentales à mener, et, *de facto*, les coûts de développement d'absorbeurs MC. Pour ce qui est des MCP 2D, une méthodologie a été développée, jouant sur la géométrie à l'échelle macroscopique en évaluant différents types de motifs géométriques [78–80]. Une autre évalue l'influence des paramètres géométriques du motif de cellule sur la réponse de l'absorbeur à l'échelle mésoscopique [81]. Des exemples de paramètres macroscopiques et mésoscopiques sont présentés dans la Figure 1.16. Ces méthodes explorent les possibilités de conception de MCP pour l'absorption, mais doivent se limiter à un seul motif macroscopique de cellule et un cas de chargement uni-axial.

Les MCP 2D sont d'excellents candidats, mais présentent un comportement anisotrope, dont des directions de sollicitation privilégiées [82]. Pour résister à des cas de chargement multi-axiaux plus complexes, les MCP 3D se présentent comme solution viable. En effet, une méthode a été développée pour le dimensionnement de ce genre de MCP : en connaissant le comportement du matériau constitutif en amont, il est possible de simuler et tracer directement les courbes Rusch pour un VER établi [78]. Cependant, cette nouvelle méthodologie présente des limites : ces travaux sont menés à de faibles vitesses de sollicitation. De plus, contrairement aux MCP 2D, il n'est pas possible de réaliser les lattices avec un procédé de fabrication conventionnel.

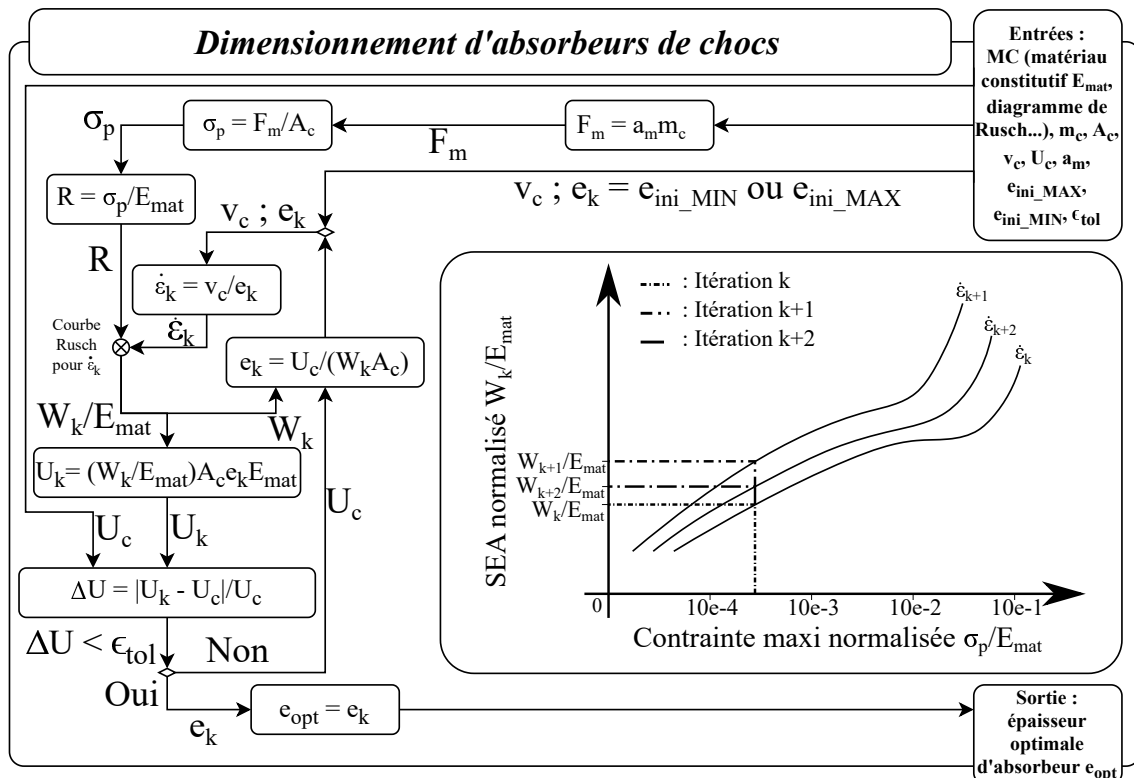


FIGURE 1.15 – Schéma bloc : méthodologie de dimensionnement pour un MCS

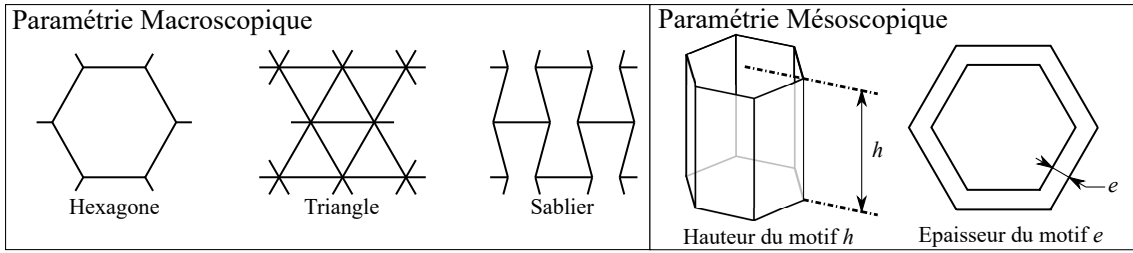


FIGURE 1.16 – Exemples de MCP NIDA : paramètres macroscopiques et mésoscopiques

## 1.2.2 Optimisation de matériaux cellulaires

Concernant les problèmes d'optimisation structuraux, il existe trois types d'optimisation : l'optimisation paramétrique, l'optimisation de forme et l'optimisation topologique (c.f. Figure 1.17). L'optimisation paramétrique se limite à des variables de conception généralement assimilées aux paramètres géométriques de la structure à optimiser, dont la forme a été conçue au préalable. L'optimisation de forme consiste à faire varier localement la forme de la topologie déjà fixée en conservant les distances globales. L'optimisation topologique vise à déterminer la topologie optimale d'un domaine donné en cherchant la distribution optimale du matériau à l'intérieur du domaine de conception.

Tout problème d'optimisation structurale peut être formulé comme un problème d'optimisation paramétrique. Par définition [6], l'optimisation est l'évaluation itérative d'une fonction objectif  $\Phi$  en faisant évoluer au cours des itérations des variables de conception  $\{\mathbf{v} \in [\mathbf{v}_{\min}, \mathbf{v}_{\max}]\}$  avec  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{N_v}$  le vecteur de variables de conception,  $N_v$  étant le nombre total de variables, le tout jusqu'à atteindre un minimum de la fonction objectif. La fonction objectif peut être accompagnée de  $m_e$  contraintes d'égalité, notées  $\Psi_i(\mathbf{v}) = 0, i = 1, \dots, m_e$  et/ou  $m_i$  contraintes d'inégalité  $\Upsilon_j(\mathbf{v}) \leq 0, j = 1, \dots, m_i$ . Les contraintes d'optimisation

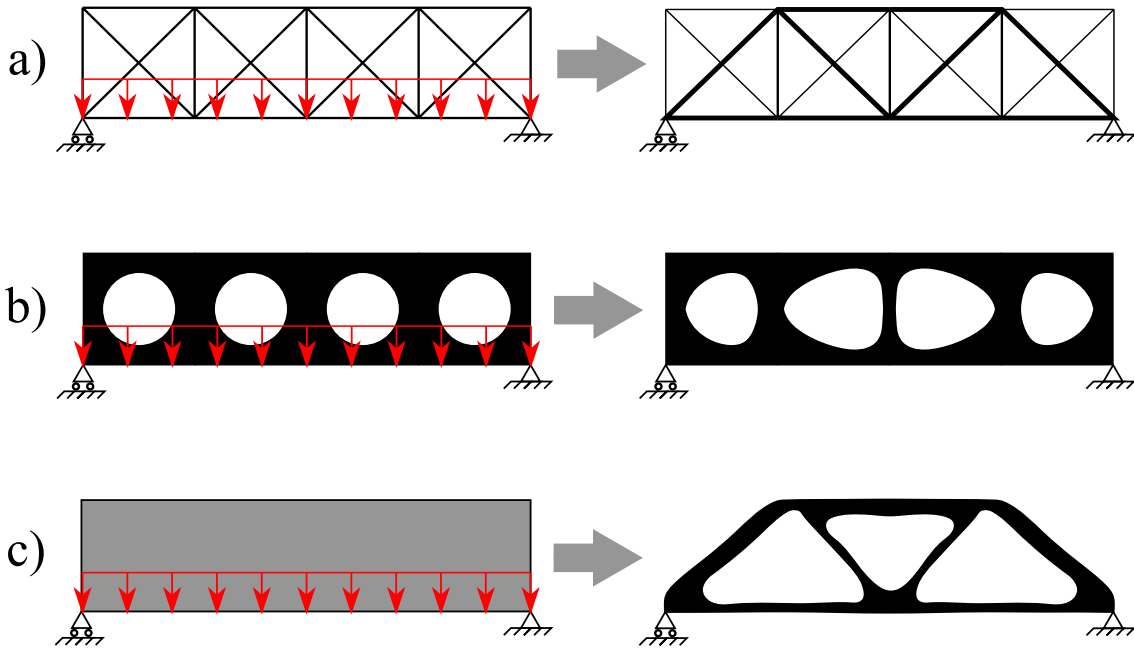


FIGURE 1.17 – Types d'optimisation : a) optimisation paramétrique, b) optimisation de forme et c) optimisation topologique ([6])

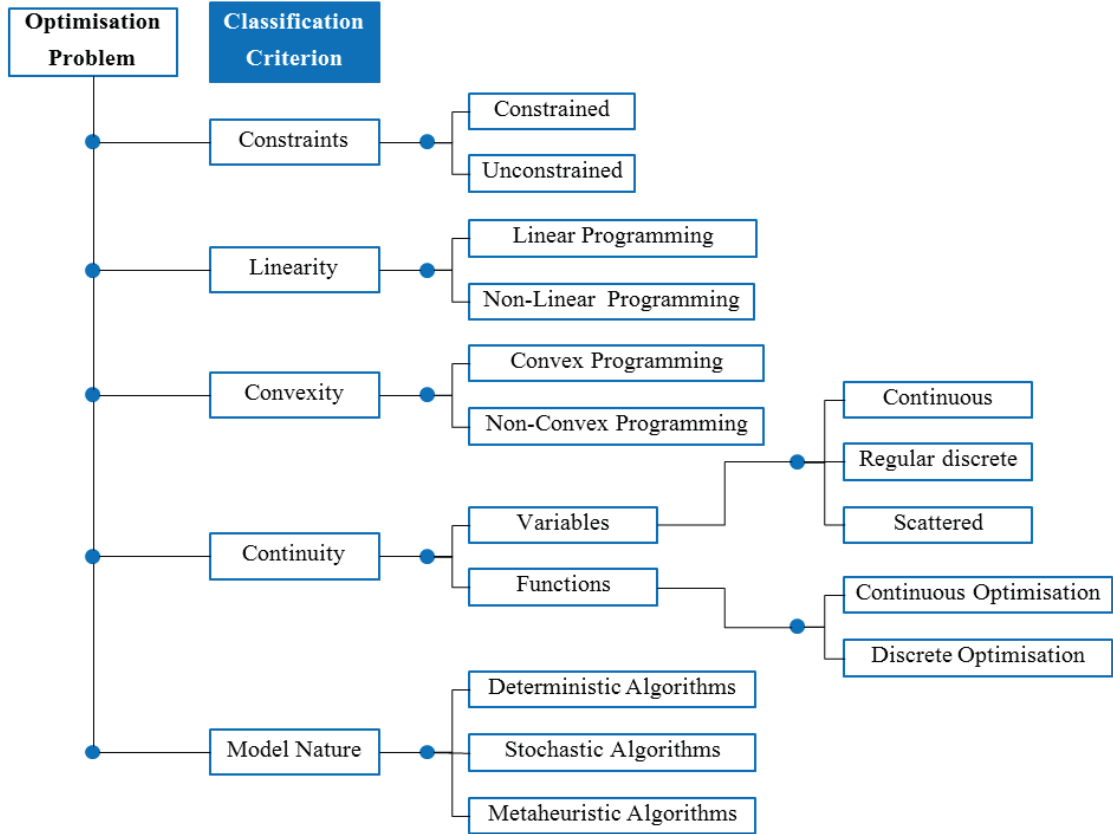


FIGURE 1.18 – Classification des algorithmes d’optimisation [7]

sont généralement la formalisation de contraintes mécaniques, géométriques ou technologiques liées au problème. La formalisation mathématique du problème d’optimisation s’écrit en suivant l’Eq. (1.21) :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{v}}(\Phi), \\ \Psi_i(\mathbf{v}) = 0, i = 1, \dots, m_e, \\ \Upsilon_j(\mathbf{v}) \leq 0, j = 1, \dots, m_i ; \\ \mathbf{v} \in [\mathbf{v}_{\min}, \mathbf{v}_{\max}]. \end{cases} \quad (1.21)$$

Traditionnellement, l’Eq. (1.21) est référencé comme étant un problème de programmation non-linéaire sous contrainte (CNLPP, de l’anglais *Constrained Non-Linear Programming Problem*). Pour ce problème, il n’existe pas toujours de solution exacte, donc une méthode de résolution numérique du problème, c’est-à-dire l’algorithme d’optimisation, doit être sélectionnée en connaissance des critères suivants :

- La nature des variables de conception (géométriques, mécaniques, etc) ;
- L’existence de fonctions contraintes au sein du problème d’optimisation ;
- La nature des fonctions objectif et contraintes (classe de fonction, convexité, linéarité, etc).

Pour sélectionner de manière rigoureuse l’algorithme adapté au problème d’optimisation, il est possible de se baser sur la classification des critères de problèmes d’optimisation présentée dans la Figure 1.18 [7, 83, 84]. Le premier critère est la présence de contraintes d’optimisation : en effet, un nombre réduits de contraintes incite l’utilisation d’algorithmes simples, tel que la formulation des moindres carrés, qui n’est rien d’autre qu’une minimisation d’écarts entre un modèle mathématique et un nuage de points, voir l’emploi de



méthodes n'impliquant pas d'optimisation, comme des analyses de sensibilité. Le second critère est la nature linéaire ou non linéaire du problème : si  $\Phi$ ,  $\Psi_i$  et  $\Upsilon_j$  sont des fonctions linéaires, alors le problème est linéaire. Le troisième critère est la convexité du problème : ce critère permet d'identifier si l'optimum atteint est local ou global. Par ailleurs, il est possible de savoir si le problème est convexe si la fonction objective est convexe, si les contraintes d'égalité sont linéaires et si les contraintes d'inégalité sont convexes. En pratique, peu de problèmes réels sont convexes, mais sont simplifiés par l'emploi d'hypothèses ou de linéarisation de fonction ou d'espaces. Le quatrième critère est la continuité de l'espace des variables, mais aussi la continuité des fonctions objectif et contraintes : en effet, certains algorithmes ne fonctionnent pas si les variables ou les fonctions sont discontinues (les méthodes au gradient par exemple). Si les variables et les fonctions sont continues, les algorithmes dits déterministes constituent la meilleure solution. Si ce n'est pas le cas, les algorithmes méta-heuristiques sont favorisés. Une attention particulière sera portée sur ce type d'algorithme dans le chapitre suivant. Le fonctionnement fondamental des algorithmes déterministes et méta-heuristiques est décrit dans la Figure 1.19.

Les méthodes déterministes consistent à évaluer le gradient de la fonction objectif en fonction des variables de conception, et d'atteindre un extremum dans l'espace de variables prédéfini [6]. Pour les modèles EF intervenant dans l'optimisation structurale pour l'évaluation des diverses réponses physiques, le gradient de la fonction objectif et des fonctions de contrainte peut être soit analytique, soit numérique (par différences finies). Ces méthodes sont robustes, et d'autant plus rapides si l'expression analytique du gradient de la fonction objectif et des contraintes d'optimisation est connue. Plusieurs exemples de méthodes d'optimisation déterministes sont l'algorithme SLSQP (pour *Sequential Least Squares Programming*), [6], ou GCMMA (pour *Generally Convergent Method of Moving Asymptotes*), [85]. Cependant, ces méthodes ne sont applicables que si la fonction objective  $\Phi$  est convexe et de classe  $\mathcal{C}_1$  (une fois dérivable et continue).

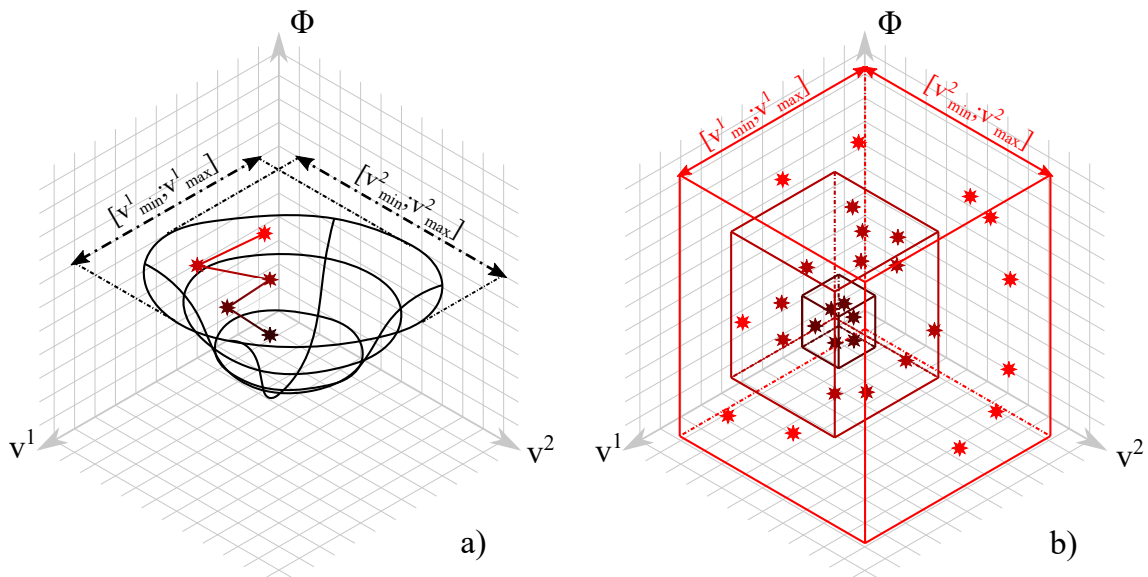


FIGURE 1.19 – Méthodes numériques d'optimisation d'une fonction  $\Phi_{opt}$  par rapport aux variables de conception  $\{v^1 : v^2\}$  : a) une **méthode déterministe** évolue dans un espace convexe jusqu'à atteindre l'extremum de l'espace défini b) une **méthode méta-heuristique** évolue dans un espace de conception initial et identifie un grand nombre de combinaisons de variables de conception convergeant progressivement vers une combinaison optimale. La convergence des méthodes suit le gradient décroissant de couleur.

Les méthodes méta-heuristiques font appel à des algorithmes essayant un grand nombre de sets de paramètres aléatoires, cherchant un optimum parmi ces sets et évoluant dans un espace pré-défini [86]. On peut citer notamment l'algorithmes génétiques (AG), qui est une méthode courante dans la résolution de problèmes complexes [87, 88]. Cette méthode est efficace pour la résolution de problèmes non-convexes, avec des fonctions discontinues, mais nécessite un cout de calcul important.

De manière générale, les algorithmes d'optimisation déterministes en ingénierie sont communément employés, pour l'optimisation topologique, visant à maximiser la raideur de structures [89–91]. Enfin, ces architectures peuvent être employées dans le cadre de chargements complexes ou fréquentiels [92]. Certains problèmes cherchent aussi à minimiser la masse tout en respectant une raideur de référence : c'est notamment le cas de la méthode d'optimisation au gradient développée pour la conception de panneaux sandwich à cœur MCS et peau métallique [2, 14]. Cette méthode d'optimisation a pour objectif de minimiser la masse totale d'un panneau composite  $M_{\text{tot}}$ , de surface de contact fixe  $A_{\text{tot}}$  en contraignant la raideur élastique du panneau  $C_{\text{tot}}$ , de manière à trouver les épaisseurs optimales des peaux métalliques  $e_{\text{met}}$  et de l'absorbeur  $e_{\text{abs}}$ , et un matériau constitutif (de masse volumique  $\rho_{\text{mat}}$ ) optimal pour le MCS, suivant l'équation 1.22.

$$\begin{cases} \min(M_{\text{tot}} = f(e_{\text{met}}, e_{\text{abs}}, A_{\text{tot}}, \rho_{\text{met}}, \rho_{\text{mat}}, \bar{\rho})), \\ C_{\text{tot}} \geq C_{\text{ref}}, \end{cases} \quad (1.22)$$

avec  $\rho_{\text{met}}$  la masse volumique du matériau de la peau métallique, et  $\bar{\rho}$  la densité relative du MCS. Cependant, l'hypothèse d'une densité relative  $\bar{\rho}$  constante dans toute l'épaisseur de l'absorbeur est faite. Ainsi, aucune variable ne permet d'optimiser la topologie locale du MCS. De ce fait, l'intérêt de l'emploi des méthodes d'optimisation vis-à-vis des MCP est double : non seulement il est possible de choisir la topologie globale du MCP, mais en plus d'en optimiser localement ses paramètres.

Contrairement aux MCS, il est possible de jouer sur les paramètres locaux et globaux des topologies de MCP 2D et 3D [64, 66, 93]. Cela donne la possibilité d'optimiser les MCP en fonction du cas de chargement en conservant une taille de cellule constante et optimale pour le cas de chargement souhaité [79]. Une autre liberté que propose l'emploi de MCP est l'usage de gradients de propriétés en faisant varier la densité relative de ces MCP dans l'épaisseur [66, 94].

Les méthodes d'optimisation topologique permettent d'obtenir des topologies pouvant résister exactement aux cas de chargement soumis [66, 93, 95]. Cependant, l'ensemble de ces méthodes présentent des limites : la méthode d'optimisation topologique faisant appel à un schéma de pénalisation des EFs, comme la "SIMP", est majoritairement employée avec un matériau élastique isotrope dans le cadre de petites déformations [64]. Pour la résolution de problèmes en dynamique, une option consiste à linéariser et simplifier des cas de chargement [96]. Pour ce qui est du comportement matériau, certaines optimisations topologiques sont faites avec des matériaux multilinéaires, mais le coefficient de pénalisation entre la phase élastique et plastique reste constant [97] et les matériaux employés lors de cas de chargements dynamiques ne prennent pas en compte l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement du matériau constitutif [98].

Dans le cadre de MCP 3D, pour un problème dynamique non linéaire, dont il n'est pas possible de se passer d'effets non linéaires liées au comportement structurel (notamment le flambage de l'architecture treillis), l'emploi d'algorithmes méta-heuristiques semble être une solution intéressante. Les méthodes d'optimisation méta-heuristiques comme les AG n'influent pas directement sur le modèle numérique, et ne fait pas appel à un schéma de pénalisation sur les EF [99, 100]. Cependant, il n'est pas possible de savoir sans un grand nombre d'optimisations si l'optimum identifié est global ou local, et la méthode demande un grand nombre de simulations en fonction du nombre de d'individus étudiées. Le juste

compromis serait l'emploi de la méthode GCMMA paraissant comme étant la plus robuste. Cependant, si la fonction objective analytique n'est pas connue, le gradient numérique à calculer demanderait un effort de calcul supplémentaire, ce qui ne serait pas viable en bureau d'étude.

### 1.2.3 Procédés de fabrication de matériaux cellulaires

Le procédé de fabrication des MCS dépend du matériau constitutif employé. Pour les MCS naturels, tel que le bois, il est possible d'en contrôler la direction de croissance, mais l'évolution de la mésostructure dépend de paramètres ne pouvant être exploités par l'homme, notamment géométriques et temporels [101]. C'est pour cette raison qu'il est intéressant de fabriquer des MCS synthétiques, dont le coût et temps de fabrication sont grandement réduits. La fabrication des MCS tel que les mousses consiste à injecter un agent d'expansion (un gaz ou un solide) dans une résine thermoplastique lors de la polymérisation. La réaction chimique entre la résine et l'agent va générer des alvéoles tant que le processus de polymérisation n'est pas stabilisé [77]. Il existe deux procédés de mise en forme : soit par coulée souple, soit par moulage par injection. Le procédé de coulée consiste à déverser le mélange en cours de polymérisation et d'expansion sur une bande de papier kraft, et contenue latéralement par des rouleaux, qui vont limiter l'expansion de la mousse. Une fois l'expansion terminée, le long bloc de mousse est découpé en formes standardisées. Le moulage par injection consiste à insérer le polymère en expansion dans un moule dont la forme est celle du produit final. Ceci permet de réduire les étapes de fabrication et de post-traitement. Concernant le procédé, il est possible d'anticiper la microstructure cellulaire et l'homogénéité de la mousse à partir de simulations analytiques déterminées en fonction des procédés. Cependant, aucun procédé n'est à l'abri de défauts et les procédés précédemment cités n'assurent pas une absence de pores en surface (appelés "collapses") ou en profondeur (c.f. Figure 1.20 issu de [77]). De plus, les paramètres géométriques locaux du MCS ne sont pas paramétrables a priori, ce qui fige la possibilité de jouer sur la mésostructure comme paramètre de conception et d'optimisation.

Contrairement aux MCS, il est possible de maîtriser la géométrie mésoscopique des MCP lors de l'exécution du procédé de fabrication. Pour les MCP 2D NIDA, les procédés

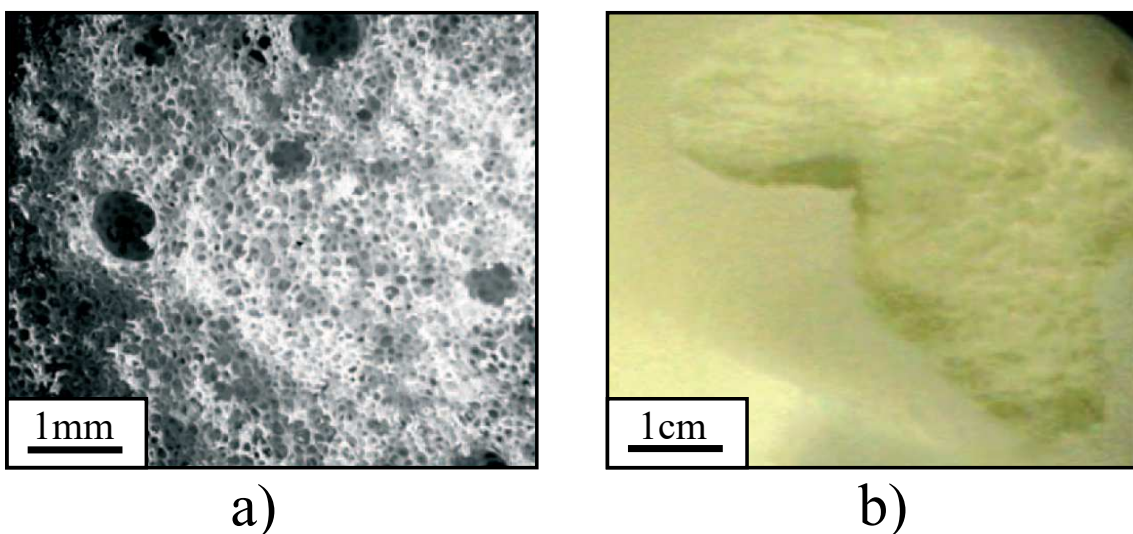


FIGURE 1.20 – Type de défauts géométriques présents dans les MCS : a) hétérogénéité de la taille des pores en profondeur et b) défauts géométriques en surface dits "Collapses"

tels que le pliage ou l'extrusion de profilés permettent d'obtenir les architecture mésoscopiques souhaitées. Toutefois, il est quand même question d'assembler les profils pliés ou extrudés, ce qui ajoute un risque de défaillance au niveau de l'interface des profilés. De plus, il n'est pas possible de fabriquer des MCP 3D avec des procédés de fabrication conventionnels. Pour cette raison, les procédés de fabrication additifs (FA) sont mis en avant comme solution technologique pour répondre au besoin de fabrication de MCP. Il existe de nombreux procédés de FA développés, ou en cours de développement [102, 103].

La **photopolymérisation** (VPP) consiste à polymériser une résine de monomère (ou polymère) située dans un bac, par exposition progressive à une source lumineuse tel qu'un laser ou des ultra-violet (UV). Les pièces sont ensuite lavées et recuites pour les relaxer de contraintes résiduelles liées au procédé de FA. Le procédé propose des pièces de haute résolution (ordre de la dizaine micron), un comportement du matériau constitutif isotrope ou quasi-isotrope (en fonction de la résolution), et pour certains procédés spécifiques sans faire appel à des supports. Les limites actuelles du procédé sont technologiques, notamment le volume maximum de fabrication, et il n'est possible d'employer cette technologie que pour des résines polymérisables.

La **fusion par lit de poudre** (PBF) consiste à déposer de la poudre du matériau constitutif souhaité et de la faire fondre couche par couche par émission laser ou par faisceau d'électrons. Le procédé permet la fabrication de pièces très complexes, avec un grand nombre de matériaux possibles, et la création de supports ne sont pas nécessaires car la poudre joue le rôle de support. Les limites actuelles du procédé sont liés aux géométries créées car les gradients de températures génèrent des contraintes résiduelles et un risque de défauts géométrique conséquents si la géométrie est trop fine.

L'**impression par projection de liant** (ou "Binder Jetting", BJ) consiste à déposer couche par couche sur un lit de poudre de matériau constitutif un liant chimique qui va réagir avec la poudre et la lier. Il est possible d'imprimer de différentes couleurs, et avec différents matériaux, et le taux de productivité de la machine est élevé. Toutefois, les résolutions moyennes du procédé empêchent la fabrication de pièces sollicitées mécaniquement.

Contrairement au procédé précédent, l'**impression par projection de matériau** (ou "Material Jetting", MJ) consiste à déposer le matériau constitutif sous forme liquide sur un plateau et le polymériser couche par couche avec un laser ou des UV. Comme la VPP, la MJ propose de hautes résolutions d'impression, tout en proposant une impression à une ou plusieurs couleurs, ou matériaux photo-compatibles. Une fois encore, ce procédé est réservé aux matériaux polymérisables.

Le procédé de **lamination de plaques** (SL) consiste à laminer par procédé thermique (laser), ultrasonique ou chimique successivement les couches de matériau solide et découper le surplus de matière couche après couche. Ce procédé présente notamment des avantages en terme de coût et de vitesse de production. Cependant, la perte matière est plus élevée que ces prédécesseurs.

L'**extrusion de matière** (ME) consiste à extruder un ou plusieurs fils de matière, chauffées par la buse d'extrusion, et déposés couche après couche sur un plateau également chauffé, pour éviter un refroidissement trop brusque et une déformation prématurée de la pièce lors de sa fabrication. C'est l'un des premiers procédés de FA créés, et l'un des plus commercialisés de par les faibles coûts de maintenance, de matière première et sa facilité de mise en service. Le défaut majeur du procédé est dans la qualité de pièces obtenus et dans le comportement des pièces, fortement influencé par le sens de fabrication.

Le procédé de **déposition directe par énergie** (DED) est un procédé qui va chauffer un matériau d'apport (poudre ou fil) jusqu'à créer un bain de fusion pour le déposer à très haute température sur un plateau ou une pièce déjà fabriquée. Ce procédé présente le plus haut taux de déposition de tous les procédés, et permet la réparation rapide de pièces déjà en utilisation. Toutefois, la qualité de la pièce finale est fortement dépendante de la taille

minimale de cordon admissible, et la pièce finale présente des directions de sollicitations privilégiées.

Ces procédés sont grandement employés dans la fabrication de MCP 2D [82, 104] et 3D [105, 106]. Ces architectures sont notamment sollicitées mécaniquement pour identifier leur fiabilité et robustesse mécanique, tout en vérifiant l'influence du procédé. Cependant, pour les MCP 2D et 3D polymères, certains de ces procédés sont favorisés par rapport à d'autres. En effet, Le procédé ME propose des pièces dont les caractéristiques mécaniques sont meilleures dans la direction de fabrication pour une sollicitation en compression, et orthogonal à la fabrication pour des sollicitations en traction et compression [107]. Pour les matériaux polymères, il semblerait que la VPP soit le candidat le plus intéressant, puisque le procédé propose des matériaux constitutifs aux caractéristiques mécaniques proches de matériaux faits avec des procédés de fabrication conventionnels [31, 32]. Toutefois, il est important de prendre en compte les gradients de température lors des procédés, puisqu'un refroidissement de pièce brusque risque de générer des contraintes résiduelles et des défauts géométriques complexes [108].

### 1.3 Synthèse de l'état de l'art

D'après l'état de l'art, les MC sont des architectures présentant un comportement multi-échelle complexe, lié à la géométrie mésoscopique du MC, mais aussi à son matériau constitutif. Une méthodologie de conception prenant en compte ces différentes échelles est donc nécessaire. Afin de minimiser les effets liés au procédé, il est nécessaire d'employer un procédé minimisant les écarts entre le résultat d'une pièce fabriquée de manière conventionnelle et une pièce fabriquée par FA. Le procédé proposant une haute résolution de pièce, tout en assurant la qualité du comportement du matériau, semble être la VPP. En ce qui concerne le matériau constitutif de MCP, les matériaux polymères hyper-viscoélastiques présentent de bonnes propriétés mécaniques en terme de résilience et d'énergie de rupture.

L'influence multi-échelle vis-à-vis du comportement des MCP 3D doit être mis en avant de différentes manières : (1) quelle architecture lattice est idéale pour une capacité d'absorption d'énergie maximale ? (2) La présence de défauts microscopiques liés au procédé (tel que les déviations géométriques) influe-t-il sur les caractéristiques mécaniques de la cellule ? (3) Quelle paramétrie mésoscopique de la cellule permet de répondre au mieux à différents cas de chargement complexes ? (4) Quelle méthode de simplification de modèle peut être employée afin de modéliser le comportement de MCP à plus grande échelle ? (5) Quels moyens de caractérisation et méthodes doivent être développés pour pouvoir concevoir des MC à chaque échelle pertinente du problème ? Pour répondre à ces questions, plusieurs pistes sont évaluées.

- (1) L'état de l'art montre différentes options, à savoir choisir une topologie canonique ou générer une géométrie adaptée au cas de chargement par optimisation topologique. Dû à la nature complexe du problème mécanique étudié - à savoir les impacts - et les limites des méthodes d'optimisation topologique concernant la modélisation du comportement de matériaux constitutifs, il est préférable de répondre à cette question par l'emploi de géométries canoniques. Cependant, parmi les géométries, laquelle est la plus efficace en terme de capacité d'absorption d'énergie ?
- (2) Les défauts microscopiques décernés lors de la fabrication de MCP dépend fortement du procédé. Notamment lors de l'emploi de procédés thermiques, certaines déviations géométriques liés aux gradients de température ont lieu. Ces défauts microscopiques altèrent légèrement la géométrie, ce qui va influencer sur le comportement mécanique. Ainsi, quelle est l'influence de ces défauts géométriques sur la capacité d'absorption d'énergie des cellules ?

- (3) Les MCP offrent la possibilité de piloter leurs paramètres géométriques locaux et globaux afin d'identifier un set de paramètre optimal pour une cas de chargement donné. Il est donc important de connaitre au préalable le cas de chargement étudié, ainsi que son amplitude et ses gammes de vitesses. Le dimensionnement de MC se fait en évaluant la capacité d'absorption d'énergie par rapport à la contrainte moyenne maximale, ce qui donne un premier axe d'optimisation local du MCP. Ne connaissant pas la loi analytique liant capacité d'absorption d'énergie et les paramètres géométriques du MCP, une méthode numérique méta-heuristique est employé pour évaluer la convergence du problème d'optimisation. Existe-t-il un ensemble de solutions permettant d'obtenir un set de paramètres optimal pour un cas de chargement souhaité?
- (4) Il est clair que le comportement d'un MC, qu'il soit périodique ou stochastique, est non linéaire. Cette modélisation structurelle à la macro-échelle devient problématique puisque la représentativité du comportement dépend de la finesse du modèle (géométrie, maillage, etc). Afin de représenter le comportement mécanique de MCP 3D, les méthodes d'homogénéisation semblent les solutions les plus appropriées. Cependant, l'homogénéisation doit comprendre de grandes déformations et un comportement homogène non linéaire. Etant donné que les simulations non-linéaires sont une multi-linéarisation du comportement, une homogénéisation tangente incrémentale est envisagée. Cette méthode permet-elle une représentation pertinente du comportement non-linéaire des MCP 3D?
- (5) Afin de valider l'ensemble des méthodes et solutions proposées, il est nécessaire de confronter les modèles avec la réponse mécanique réelle des MCP étudiés. Des essais de caractérisation classiques en quasi-statique sont envisageable pour valider dans un premier temps les modèles à basse vitesse de déformation. Cependant, avec le procédé et le matériau constitutif employés, mais aussi l'architecture et la taille des éprouvettes étudiées, il n'est pas envisageable d'employer un système SHPB comme avec les MCS classiques. Ainsi, des essais de caractérisation à vitesse d'impact constant sont envisagés. Ceci permet de mettre en avant expérimentalement l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement mécanique des MCP, mais aussi valider les méthodes de modélisation développées.



## Cadre de recherche

Le dimensionnement d'absorbeurs de chocs est un sujet complexe, regroupant un grand nombre de domaines mécaniques. A partir des objectifs industriels (OI), des verrous scientifiques (VS) et de l'état de l'art mené dans le chapitre précédent, il est possible d'établir un cadre de recherche délimitant les travaux à mener. Ce cadre de recherche est synthétisé dans le diagramme A0 de la Figure 2.1. Le bloc d'action représente le développement principal des travaux et les blocs d'entrée et de valeur ajoutée sont à déterminer. Dans un premier temps, la méthodologie de conception pour absorbeurs de chocs faits par FA (baptisée DEMECAAM, de l'anglais *DEsign METHodology for Choc Absorbers made by Additive Manufacturing*) est établie et présentée au travers d'un schéma bloc, décrivant la démarche de conception tout en relevant les verrous scientifiques et techniques à résoudre. Dans un second temps, le cadre d'étude expérimental est mis en avant, à savoir les moyens expérimentaux quasi-statiques et dynamiques utilisés pour les campagnes d'essais ainsi que les procédés de fabrication et matériaux employés. Enfin, le cadre d'étude numérique est mis en avant, des outils de simulation employés aux simulations préliminaires, en passant par les hypothèses, méthodes de simulation et lois de comportement matériau.

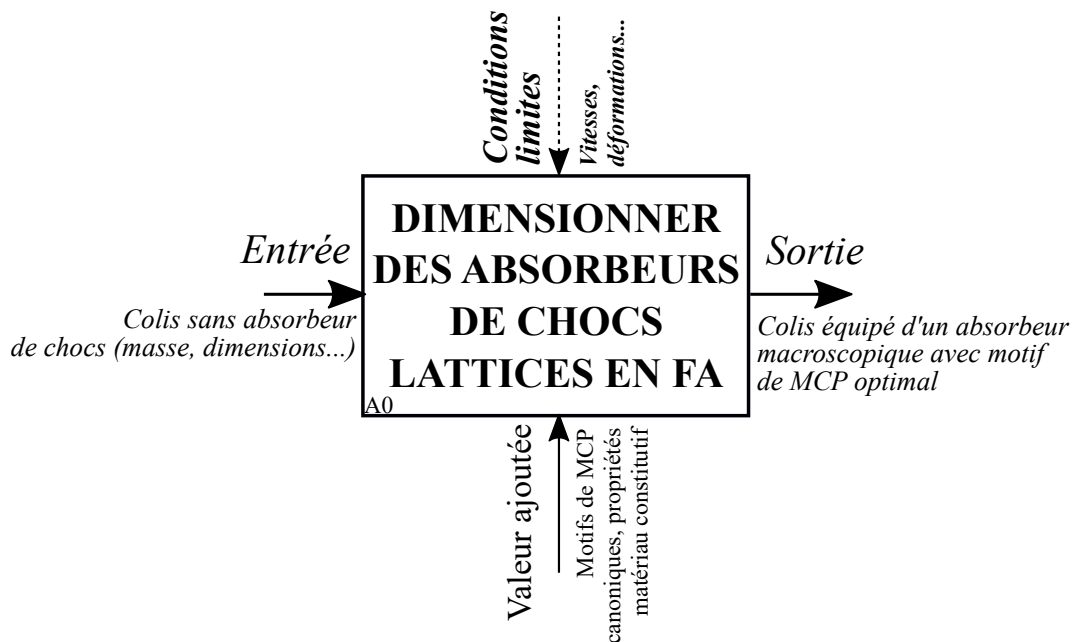
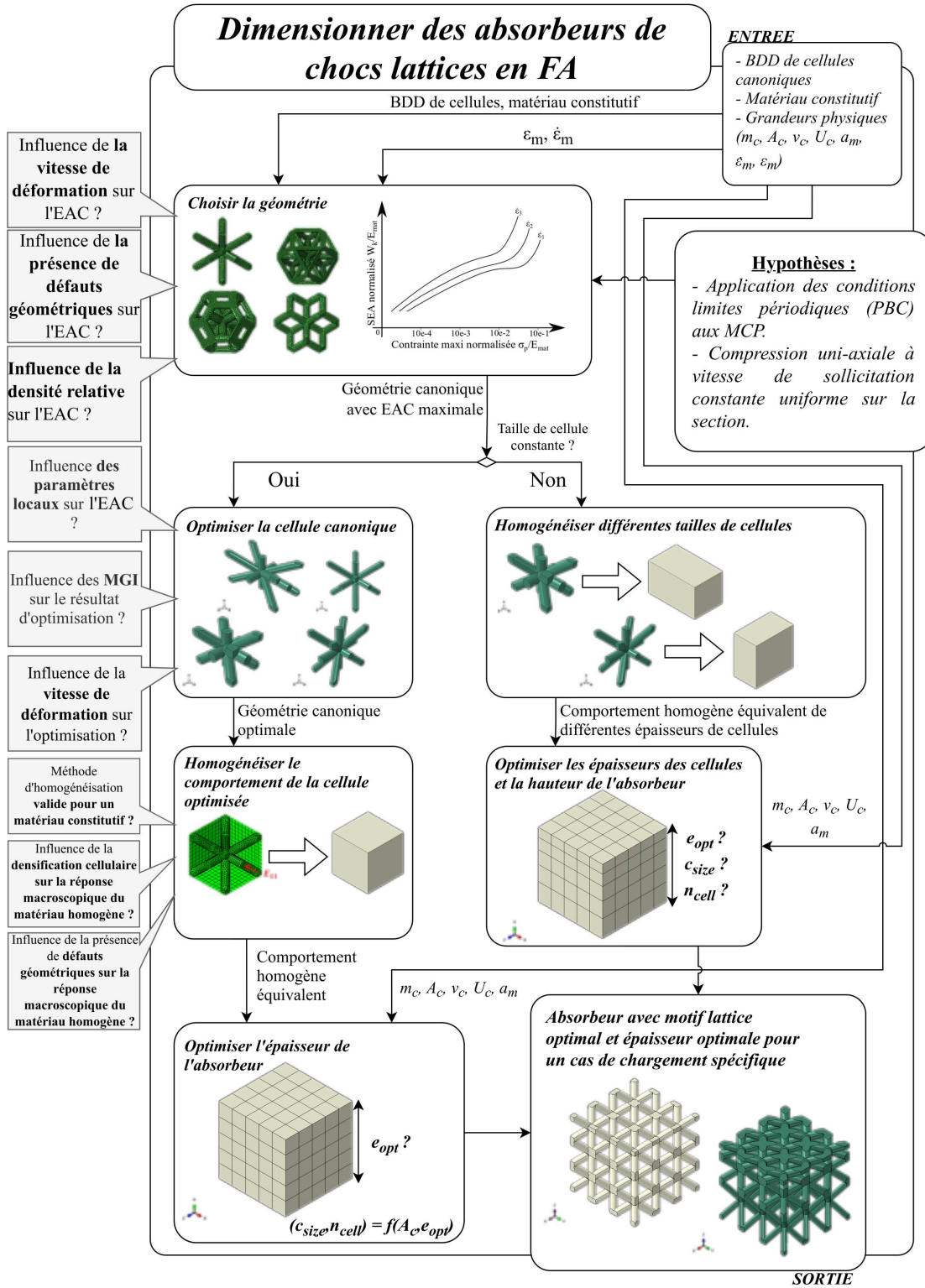


FIGURE 2.1 – Diagramme SADT (de l'anglais *Structured Analysis and Design Technique*) A0 de l'Objectif Principal (OP)





Influence de la vitesse de déformation sur l'EAC ?

Influence de la présence de défauts géométriques sur l'EAC ?

Influence de la densité relative sur l'EAC ?

Influence des paramètres locaux sur l'EAC ?

Influence des MGI sur le résultat d'optimisation ?

Influence de la vitesse de déformation sur l'optimisation ?

Méthode d'homogénéisation valide pour un matériau constitutif ?

Influence de la densification cellulaire sur la réponse macroscopique du matériau homogène ?

Influence de la présence de défauts géométriques sur la réponse macroscopique du matériau homogène ?

$\epsilon_m, \dot{\epsilon}_m$

$\sigma_p / E_{mat}$

$W_p / E_{mat}$

$10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$

$\nu_c, U_c, a_m$

$e_{opt} ?$

$c_{size} ?$

$n_{cell} ?$

$m_c, A_c, \nu_c, U_c, a_m$

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$

$m_c, A_c, \nu_c, U_c, a_m$

FIGURE 2.2 – Schéma bloc de la méthodologie DEMECAAM

### 2.1 Méthodologie de conception établie - DEMECAAM

L'état de l'art a permis de situer les travaux actuellement menés dans le domaine de la conception d'absorbeurs de chocs soumis à des cas de chargements uni-axiaux. Il existe actuellement des méthodes, mais peu proposent des méthodes abordant le problème de conception multi-échelle. Une nouvelle méthodologie optimisant d'un côté l'architecture locale du matériau cellulaire (MC), mais aussi les paramètres macroscopiques de l'absorbeur, est proposée et décrite dans le schéma bloc de la Figure 2.2.

La méthodologie de conception pour matériaux cellulaires stochastiques (MCS) [14] part du principe que le diagramme de Rusch du MC est connu *a priori*, par le biais d'essais menés sur le MCS. Cela n'est pas le cas pour les matériaux cellulaires périodiques (MCP), auquel cas une étape supplémentaire serait donc la génération des diagrammes de Rusch pour chaque topologie étudiée. Pour les MCP 2D, une fois les diagrammes de Rusch déterminés et en fixant la taille du VER, il est alors possible de dimensionner la hauteur d'extrusion du MCP 2D comme dans la méthode de dimensionnement des MCS. En revanche, la méthodologie n'est pas applicable pour les MCP 3D puisque le nombre de cellules dans l'épaisseur, ainsi que leurs dimensions, sont à déterminer, d'où la mise en place de la méthodologie DEMECAAM est établie et décrite dans la Figure 2.2.

Dans un premier temps, il est nécessaire d'évaluer la capacité d'absorption d'énergie (EAC) de chaque cellule canonique issue d'une base de données (BDD) mise en place au préalable par les bureaux d'études. Chacun des motifs de cellule est considéré en tant que VER, et la capacité d'absorption d'énergie, en fonction de la contrainte de Cauchy équivalente maximale pour une vitesse de déformation donnée, doit être déterminée. Plusieurs problématiques se posent : (1) est-ce que l'EAC est une donnée propre à chaque topologie, et ne dépend donc pas de la taille de la cellule pour une densité relative constante ? (2) Comment la vitesse de déformation et densité relative influent-elles sur l'EAC de la cellule ? (3) Comment influe la présence de défauts géométriques microscopiques (MGI, de l'anglais "Microscopic Geometrical Imperfection") sur l'EAC d'une cellule ? La détermination des réponses à ces trois questions répond au verrou scientifique **VS1**.

La première étape de la méthodologie est de mettre en avant l'influence de ces paramètres par une analyse de sensibilité. Cependant, cela ne donne aucune information quant au nombre de cellules optimal à mettre dans l'épaisseur, ni l'épaisseur optimale. Avec les potentiels de conception qu'offre la FA, deux cas de figure sont à considérer : la taille des cellules reste constante dans l'épaisseur, ou la taille des cellules évolue dans l'épaisseur. Dans le premier cas de figure, un processus d'optimisation est à considérer pour le dimensionnement du motif de la cellule. De ce fait, les variables de conception sont le nombre de cellules dans l'épaisseur, l'épaisseur même de l'absorbeur et le motif de cellule employé. Dans le second cas de figure, des variables de conception supplémentaires s'ajoutent au processus, à savoir les dimensions du VER. Ces dimensions peuvent être globales (la même dans toute l'épaisseur) ou locale (par couche de structures treillis, communément appelées lattices).

Ainsi, deux processus d'optimisation sont possibles au choix de l'utilisateur : une optimisation paramétrique locale de la cellule, ou une optimisation paramétrique globale, si la taille du VER n'est pas fixe dans l'épaisseur. Dans le cadre de recherche fixé, le dimensionnement d'un absorbeur à taille de cellule lattice constante dans l'épaisseur sera le seul cas étudié des deux processus d'optimisation proposés.

Dans un second temps les paramètres géométriques optimaux en réponse à un cas de chargement spécifique sont à identifier. En effet, le type de cellule le plus approprié à été identifié, mais sa géométrie reste à déterminer en fonction du cas de chargement appliqué. Dans ce cas, une étape d'optimisation paramétrique de la cellule est nécessaire. Plusieurs questions sont alors soulevées : (1) quelle est l'influence des paramètres locaux sur l'EAC de

la cellule ? (2) La prise en compte de MGI influe-t-elle sur le résultat d'optimisation ? (3) Y a-t-il bien corrélation des résultats d'optimisation avec des cas d'application actuellement employés. Ce bloc méthodologique répond ainsi au verrou scientifique **VS2**.

Ainsi, l'objectif du problème d'optimisation est d'identifier un set de paramètres géométriques tel que la capacité d'absorption d'énergie (EAC) soit maximisée. Des contraintes sont aussi établies vis-à-vis de la densité relative de la cellule et de sa raideur élastique. La contrainte sur la densité relative de la cellule permet de rester à une densité relative comparable à celle du matériau cellulaire stochastique de référence. Les contraintes sur les raideurs dans les diverses directions de l'espace permettent d'évaluer la rigidité de la cellule lattice, et de les comparer à un matériau poreux de même densité relative et même matériau constitutif.

Dans un troisième temps, afin de mener une simulation et optimisation globale à temps de calcul réduit, une phase d'homogénéisation non-linéaire est mise en place. Cela permet de traduire le comportement mécanique non linéaire en compression de la structure lattice en un comportement matériau homogène équivalent. Cependant, les méthodes d'homogénéisation non-linéaires ne sont pas simples à mettre en place, et requièrent une attention particulière vis-à-vis des structures lattices. En effet, les méthodes d'homogénéisation non-linéaires regroupées dans l'état de l'art ont été vérifiées pour des composites, mais non pas pour les MCP. Deux problématiques sont alors soulevées : (1) la réponse mécanique numérique d'une architecture homogénéisée est-elle représentative de la réponse mécanique réelle équivalente ? (2) Est-il nécessaire de prendre en compte les défauts géométriques dans la phase d'homogénéisation ?

Une méthode d'homogénéisation basée sur une méthode tangente incrémentale est explorée pour faire face à cette problématique, et répondre aussi au verrou scientifique **VS3**. La problématique étant d'exécuter des simulations dont le coût de puissance calculatoire est réduit tout en conservant une représentativité du comportement mécanique de la structure, il est envisageable d'employer des méthodes EF réduites, en employant des éléments poutres ou coques par exemple. Toutefois, un processus d'homogénéisation est privilégié face à l'utilisation d'EF de dimension réduits afin de permettre l'application d'optimisation topologique dans le cadre de travaux futurs. Cette méthodologie d'homogénéisation est dans un premier temps validée sur des blocs de matériaux constitutifs en déformations modérées et en grandes déformations, puis appliquée sur des géométries de référence pour enfin être comparées à la réponse mécanique d'une cellule lattice modélisée de manière explicite.

Enfin, afin de répondre au verrou scientifique **VS4**, il est nécessaire de mettre en place une méthodologie de caractérisation des matériaux architecturés lorsqu'ils sont soumis à des régimes dynamiques. Cette méthode consiste à évaluer le comportement mécanique de MCP 3D, et principalement à mettre en avant plusieurs points : (1) quelle est la dépendance à la vitesse de déformation du matériau architecturé ? (2) Quelle est l'influence de l'architecture sur le comportement mécanique de la structure ? (3) Quelle est l'influence du matériau constitutif sur le comportement du matériau architecturé ?

Ces campagnes nécessitent d'être menées à vitesse de déformation constante, ce qui n'est pas évident à produire en sollicitation dynamique à vitesse intermédiaire. Les essais de caractérisation sont donc menés à trois gammes de vitesses, avec des moyens de caractérisation permettant d'extraire de manière directe les déplacements et efforts. Plusieurs moyens de caractérisation expérimentaux sont sélectionnés, mais les mêmes conditions d'essai sont appliquées, afin de conserver des conditions de chargements les plus similaires possibles.

## 2.2 Cadre d'étude expérimental

Avant de présenter le cadre de recherche numérique, il est important de mettre en avant les moyens expérimentaux employés pour caractériser en amont les matériaux constitutifs implémentés dans les simulations, mais aussi répondre à l'OI3, qu'est de caractériser les MCP conçus. Ainsi, ces moyens sont employés pour la caractérisation expérimentale du comportement des MCP 3D, mais également pour valider le processus d'homogénéisation en comparant la réponse mécanique réelle d'un MCP 3D à la réponse mécanique numérique d'un modèle homogène équivalent. Enfin, les comportements des matériaux pré-sélectionnés sont présentés, permettant un premier choix de matériau constitutif idéal pour les cas de chargement souhaités.

### 2.2.1 Moyen de caractérisation quasi-statique

Avant de comprendre le comportement de MCP 3D à des vitesses de déformation élevées, il est important dans un premier temps de comprendre deux points essentiels : le type de comportement du matériau constitutif (comme listé dans l'état de l'art), mais aussi le comportement des MCP 3D en quasi-statique. Pour répondre à ces deux points, une machine de caractérisation quasi-statique en traction/compression a été employée. La machine en question est une INSTRON Série 6800 50kN, comme illustrée dans la Figure 2.3 [109]. Les caractéristiques techniques sont résumées dans le tableau 2.4. En se basant sur les normes de caractérisation d'éprouvettes thermoplastiques en quasi-statique [110, 111], sur les matériaux visés [8, 31, 32], et les caractéristiques de la machine, il est possible de mener la caractérisation de matériaux polymères sans atteindre la charge maximale admissible (50kN), ni déformation maximale (limitée par la course).

### 2.2.2 Moyens de caractérisation dynamiques

Les moyens de caractérisation dynamique permettant une évaluation directe des efforts et des déformations pour les matériaux cellulaires sont peu nombreux. Au laboratoire de l'I2M, deux moyens de caractérisation permettent cette évaluation directe d'efforts, ainsi qu'une étude approfondie des champs de déformation globaux et locaux des éprouvettes. Le premier moyen est le vérin électro-mécanique et le second est la roue inertielle.

Le vérin électro-mécanique SYMETRIE, présenté dans la Figure 2.5, est un vérin actionné par un champ magnétique induit par un courant électrique parcourant une bobine.

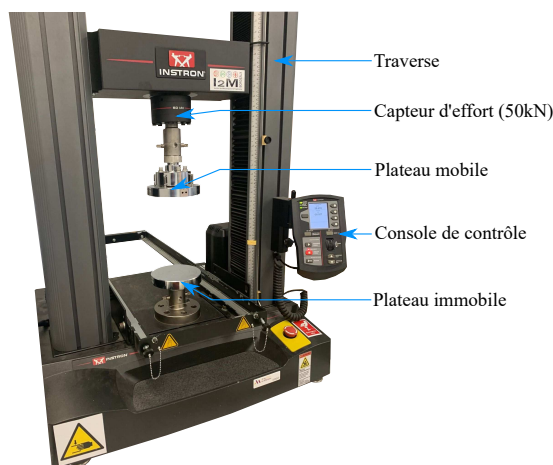


FIGURE 2.3 – Machine d'essai universel INSTRON Série 6800 (50kN)

FIGURE 2.4 – Caractéristiques techniques de l'INSTRON 68TM-50

Capacité de charge (kN)	50
Course de traverse (mm)	1119
Zone d'essai vertical / horizontal (mm)	1190/420
Vitesse minimale / maximale (mm.min <sup>-1</sup> )	0.001/762
Vitesse maximale de retour (mm.min <sup>-1</sup> )	800
Résolution de position (nm)	1.8
Rigidité axiale du bâti (kN.mm <sup>-1</sup> )	180
Force maximale à plein régime (kN)	25
Vitesse maximale à pleine charge (mm.min <sup>-1</sup> )	381

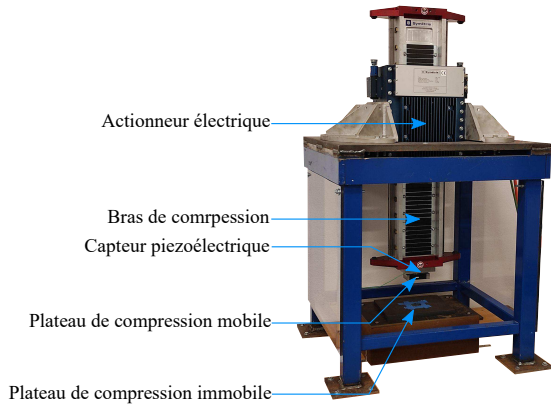


FIGURE 2.5 – Système de vérin électromécanique SYMETRIE

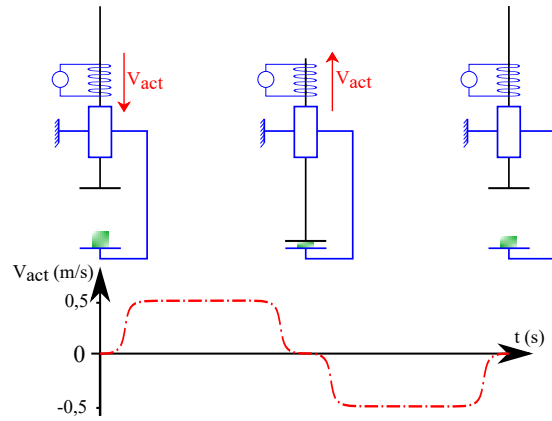


FIGURE 2.6 – Schéma fonctionnel du vérin électro-mécanique : phase de fonctionnement et diagramme de vitesse associé

Il est possible de piloter la course du vérin, sa vitesse et son accélération. La course est limitée par la géométrie du vérin, mais la vitesse et l'accélération sont limitées par le courant maximum que peut admettre le système d'actionnement, ne dépassant pas ainsi les  $2m/s$ . Comme décrit dans la Figure 2.6, il est possible de décrire un ou plusieurs phases de chargement et/ou de déchargement. L'avantage principal de ce moyen est le pilotage à vitesse constante du plateau de compression, ce qui permet une caractérisation en compression à vitesse de déformation constante. Cependant, la charge maximale admissible du capteur positionné sur la machine est limitée à 5 kN.

La roue inertielle, présentée dans la Figure 2.7, est un système mécanique multifonction, permettant de faire des essais de traction [52], compression ou torsion. Le système consiste à mettre en rotation une roue de rayon  $r_{roue} = 0,5m$  et de masse élevée ( $m_{roue} = 620kg$ , soit un moment d'inertie  $J_{\Delta_{roue}} = 77.5kg.m^2$ ), à vitesse de rotation constante. Selon le type de sollicitation souhaitée, le marteau présent à l'extrémité de la roue va interagir avec différents sous-ensembles. Un intérêt particulier sera porté sur le système de compression. La vitesse maximale de rotation de la roue inertielle est de  $\omega_{max} = 40s^{-1}$ , soit  $v_{max} = 20m.s^{-1}$  en bout de roue, mais le système de compression est bridé à  $\omega_{adm} = 20s^{-1}$ , soit  $v_{adm} = 10m.s^{-1}$ . Le sous ensemble permettant la compression,

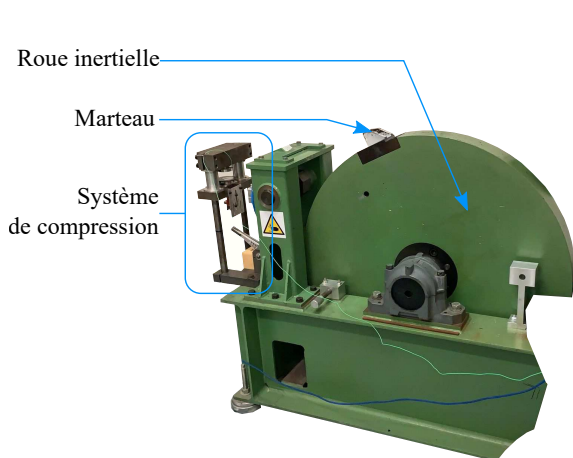


FIGURE 2.7 – Système de Roue Inertielle

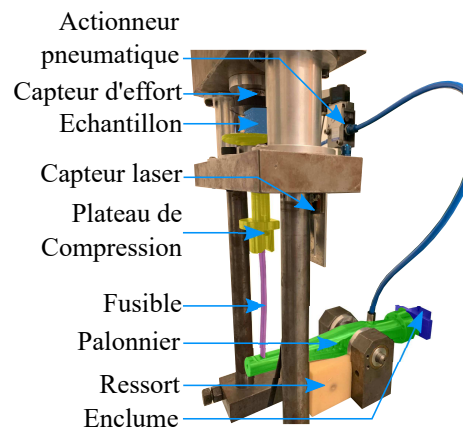


FIGURE 2.8 – Vue détaillé du système de compression (code couleur de la Figure 2.9)

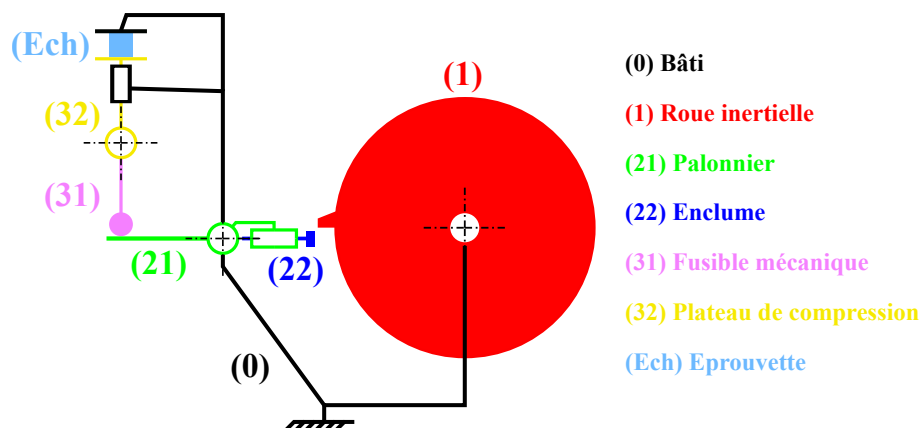


FIGURE 2.9 – Schéma cinématique minimal du système de Roue Inertielle

présenté dans la Figure 2.8 et décrit au travers d'un schéma cinématique dans la Figure 2.9, est composé de plusieurs sous-ensembles : l'enclume, le palonnier, le fusible et le plateau de compression. Les données mesurées sont les efforts, par un capteur piézoélectrique (capacité maximale :  $F_{adm} = 20kN$ ), et le déplacement du plateau de compression (déplacement mesurable  $d_{adm} = 20mm$ ), par un capteur laser positionné sous le plateau. En position initiale, l'éprouvette est positionnée sur le plateau de compression et en contact avec le plateau supérieur. Le bloc mousse positionné sous le palonnier fait office de ressort, et permet le maintien en position de cette configuration. En position initiale, l'enclume est en position dite "basse", ce qui permet la rotation libre de la roue, jusqu'à ce qu'elle atteigne sa vitesse d'impact nominale.

Lorsque la vitesse de rotation nominale d'essai est atteinte, l'enclume est mise en position à distance d'impact du marteau par un actionneur pneumatique. Lors de l'impact, les efforts sont transmis par le palonnier et le fusible mécanique jusqu'au plateau de compression, ce qui comprime l'éprouvette à une vitesse de sollicitation maximale souhaitée. Afin d'éviter d'endommager le capteur d'effort et le système complet, le fusible mécanique est dimensionné pour flamber à un effort maximum, inférieur à l'effort critique admissible par le capteur d'effort. Cet effort s'élève à  $F_{max} = 15kN$ . L'effort critique au niveau de l'enclume (22) est calculé à partir de l'équilibre des quantités de mouvement, au moment d'impact comme décrit dans l'Eq. (2.1) :

$$\Delta p_{\mathcal{M}_{iner}} = J_{\Delta_{pal}} \omega_{pal} , \quad (2.1)$$

avec  $\Delta p_{\mathcal{M}_{iner}}$  le moment d'impulsion généré par l'impact,  $J_{\Delta_{pal}}$  le moment d'inertie du palonnier et  $\omega_{pal}$  la vitesse de rotation du palonnier. A vitesse d'impact admissible  $v_{adm}$ , la vitesse de rotation du palonnier s'élève à  $\omega_{pal} = \frac{v_{adm}}{d_{imp}} = 67rad.s^{-1}$ , avec  $d_{imp} = 150mm$  la distance entre l'axe de rotation et le point d'impact entre le marteau (1) et l'enclume (22). Sous l'hypothèse que l'évolution de  $\mathcal{M}_{iner}$  est constante au cours de l'impulsion, il est possible de simplifier l'expression précédente tel que décrit dans l'Eq. (2.2) :

$$\frac{\Delta p_{\mathcal{M}_{iner}}}{\Delta t} = \mathcal{M}_{iner} = \frac{J_{\Delta_{pal}} \omega_{pal}}{\Delta t} , \quad (2.2)$$

avec  $\Delta t$  le temps total d'impact. Ce  $\Delta t$  est évalué expérimentalement à  $\Delta t = 4 \cdot 10^{-4}s$ . Ainsi, il est possible d'en déduire l'effort en bout de palonnier  $F_{pal}$ , suivant l'Eq. (2.3) :

$$F_{pal} = \frac{\mathcal{M}_{iner}}{d_{imp}} = \frac{J_{\Delta_{pal}} \omega_{pal}}{d_{imp} \Delta t} . \quad (2.3)$$

Cet effort permet de dimensionner le palonnier en fonction de la vitesse d'impact maximale admissible, comme présenté en Annexe.

### 2.2.3 Matériaux employés et procédés de fabrication associés

Le matériau de référence auquel les matériaux architecturés étudiés sont comparés est une mousse syntactique à matrice polyuréthane. Afin de rester cohérent vis-à-vis des matériaux comparés, le premier choix de matériau serait dirigé donc vers un polyuréthane. Pour rappel, les matériaux polymères permettant de grandes déformations sont les matériaux plastiques sans seuil d'écoulement et élastomériques, notamment les matériaux caoutchoutiques ou polyuréthane (PU) [112]. Il existe beaucoup de matériaux répondant à cette description disponibles dans le domaine de la fabrication additive.

Dans un premier temps, un procédé est sélectionné en fonction des critères suivants : (1) complexité de formes à imprimer, (2) matériaux imprimables, (3) finesse d'impression et (4) coût de fabrication. Or d'après les procédés listés dans l'état de l'art, la photopolymérisation est le procédé qui répond au mieux aux critères de sélection [102]. Parmi les machines de photopolymérisation, la machine CARBON 3D (c.f. Figure 2.10) permet d'imprimer en haute qualité des pièces au comportement isotrope [31]. Les propriétés machines, ainsi qu'un exemple de produit fini fabriqué à partir de la machine Carbon3D sont présentés dans les Figures 2.11 et 2.12.

Par ailleurs, il est possible de fabriquer des matériaux polymères PU avec les machines Carbon3D, ce qui correspond aux attentes préliminaires pour le matériau constitutif. Plusieurs gammes de polyuréthanes sont disponibles, mais 3 sont envisagés : le RPU70, le EPU40 et le MIX90A. Le RPU70 est un polyuréthane rigide assimilable à de l'ABS [113]. Le EPU40 est un polyuréthane souple assimilable à du caoutchouc [114]. Le MIX90A est un



FIGURE 2.10 – Machine d'impression 3D Carbon 3D

FIGURE 2.11 – Propriétés d'impression de la Carbon 3D M2

Résolution XY;Z ( $\mu\text{m}$ )	75; (25, 50, 100)
Épaisseur de couche	Indicernable, isotrope
Précision générale ( $\mu\text{m}$ )	$\pm 70 + 1$ par dimension de taille en mm
Répétabilité de production ( $\mu\text{m}$ )	Jusqu'à $\pm 40$
Volume de fabrication X $\times$ Y $\times$ Z (mm)	189 $\times$ 118 $\times$ 326



FIGURE 2.12 – Exemple de produit industrialisé fabriqué avec les machines Carbon3D : semelles Adidas 4WD

## 2.2. CADRE D'ÉTUDE EXPÉRIMENTAL

mélange des deux premières résines, permettant d'avoir un juste compromis de souplesse et de résistance mécanique. L'ensemble des matériaux sélectionnés ont été caractérisés en traction/compression quasi-statique, afin d'identifier un polymère à haute énergie de rupture, ce à différentes vitesses de déformation. Le matériau sélectionné sera ensuite caractérisé en régime dynamique dont seront extrapolés les paramètres de la loi sélectionnée.

### 2.2.4 Choix de matériau et propriétés implémentées

Le comportement mécanique de certains matériaux architecturés présente de grandes déformations, au point de pouvoir être cyclés sans endommagement majeur de l'éprouvette [115]. S'il est possible de les cycler, le comportement mécanique comprend 2 phases principales : une phase de charge et une phase de décharge. La phase de chargement décrit le comportement mécanique lors de la compression/traction de l'échantillon. La phase de décharge suit généralement la phase de chargement qui restitue une partie de l'énergie accumulée lors de la phase de charge. Cette énergie est principalement élastique. Le reste de l'énergie accumulée est souvent dissipée en chaleur, ou par les mécanismes internes propres au matériau (visco-élasticité, plasticité). Dans le cadre des travaux proposés, l'intérêt sera porté sur la phase de chargement uniquement, sans prise en compte d'effets dissipatifs.

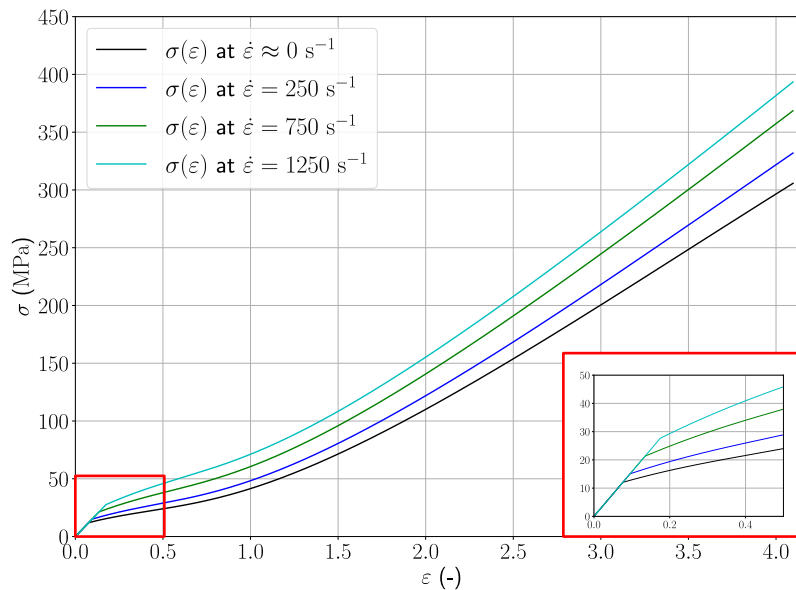


FIGURE 2.13 – Comportement du matériau polyuréthane employé pour les modèles EF [8]

Puisque l'intérêt est uniquement porté sur la phase de chargement de la cellule (soit la phase de compression uniquement), un comportement de matériau constitutif permettant de modéliser un chargement dépendant de la vitesse de déformation en chargement monotone est choisi. Une loi de comportement élasto-plastique avec écrouissage isotrope est employée pour modéliser le comportement d'un matériau polyuréthane. Une loi de comportement Cowper-Symonds est sélectionnée comme loi de comportement pour le matériau constitutif des matériaux cellulaires étudiés. Dans un premier temps, les paramètres de cette loi sont extraits de la littérature [8], comme illustré dans les tableaux 2.1 et 2.2 et représenté dans la Figure 2.13. La figure présente un grossissement de la zone d'intérêt du comportement matériau. En effet, la déformation globale de cellules lattices en compression



TABLE 2.1 – Propriétés du matériau polyuréthane pour les modèles EF ([8])

Propriétés	Valeurs
Module d'Young $E_{\text{TPU}}$ (GPa)	$158 \cdot 10^{-3}$
Coefficient de Poisson $\nu_{\text{TPU}}$	0.4
Masse volumique $\rho_{\text{TPU}}$ (T/mm <sup>3</sup> )	$1.150 \cdot 10^{-9}$
Paramètres Cowper-Symonds	
D (s <sup>-1</sup> )	971
p	0.98

TABLE 2.2 – Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope du matériau polyuréthane ([8])

Déformation plastique	0	0.36	0.76	1.42	1.90	2.18	2.97
Contrainte plastique (MPa)	11.05	25.92	45.36	119.02	265.26	295.43	390.17

TABLE 2.3 – Energie de rupture des matériaux testés

Vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ (s <sup>-1</sup> )	Energie de rupture (mJ.mm <sup>-3</sup> )		
	RPU70	MIX90A	EPU40
$6.6 \cdot 10^{-3}$	30.3	9.4	4.9
$6.6 \cdot 10^{-2}$	29.8	13.7	5.3
$3.3 \cdot 10^{-1}$	5.26	13.7	6.0

ne dépasse pas 100%, ce qui borne également la déformation locale.

Afin de pouvoir contraster réponse mécanique expérimentale et réponses issues de modèles, il est nécessaire pour la simulation des MC étudiés d'identifier un comportement de matériau constitutif ainsi que les paramètres associés. Comme présenté dans le Chapitre 2.2.3, trois matériaux sont testés en traction quasi-statique, à différentes vitesses de déformation, afin d'identifier un matériau à haute contrainte et déformation de rupture à des vitesses de déformation intermédiaires (50s<sup>-1</sup>) et permettant de hauts niveaux de contrainte. Les résultats sont représentés individuellement dans les Figures 2.14-2.17.

D'après la Figure 2.14, les déformations de rupture évoluent avec l'augmentation de la vitesse de déformation, et ce pour tous les matériaux testés. Pour chaque matériau, l'énergie de rupture (définie comme l'énergie absorbée par l'éprouvette jusqu'à rupture, en

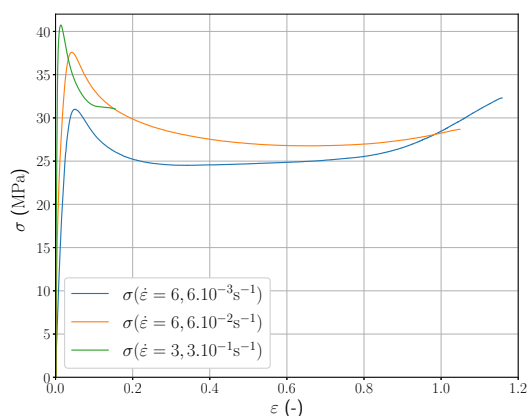


FIGURE 2.14 – Comportement matériel du RPU130 à différents  $\dot{\epsilon}$

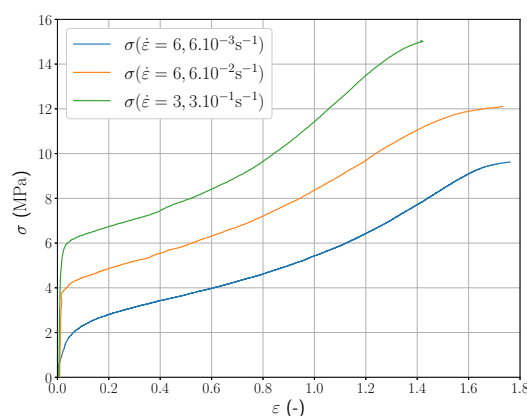


FIGURE 2.15 – Comportement matériel du MIX90A à différents  $\dot{\epsilon}$

## 2.2. CADRE D'ÉTUDE EXPÉRIMENTAL

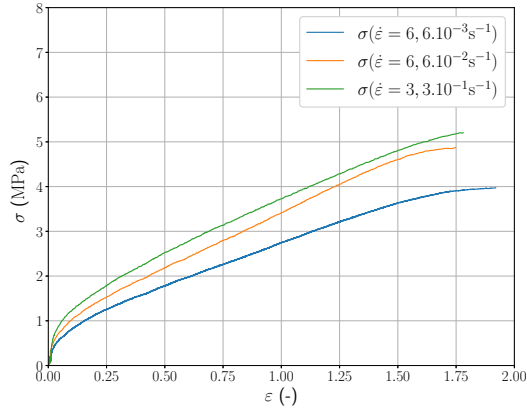


FIGURE 2.16 – Comportement matériel du EPU40 à différents  $\dot{\varepsilon}$

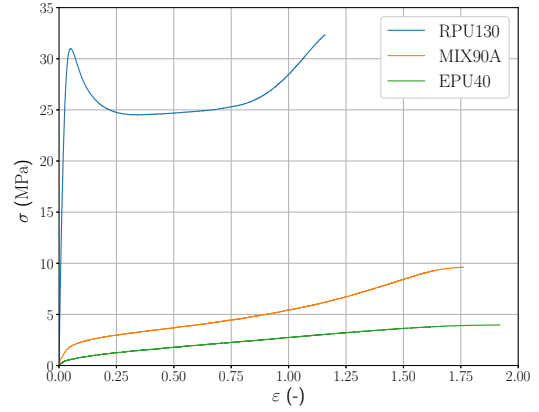


FIGURE 2.17 – Comparatif de comportement de tous les matériaux à  $6,6 \cdot 10^{-3} \text{s}^{-1}$

TABLE 2.4 – Propriétés du matériau MIX90A

Propriétés	Valeurs
Module d'Young $E_{MIX90A}$ (GPa)	$43.643 \cdot 10^{-3}$
Coefficient de Poisson $\nu_{MIX90A}$	0.45
Masse volumique $\rho_{MIX90A}$ (T/mm <sup>3</sup> )	$1.053 \cdot 10^{-9}$
Paramètres Cowper-Symonds	
D (s <sup>-1</sup> )	19
p	2.15

TABLE 2.5 – Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope du MIX90A

Déformation plastique	0	0.26	0.58	0.72	1.29	2.23	3.14
Contrainte plastique (MPa)	0.45	3.33	5.26	6.08	10.38	21.82	39.91

mJ.mm<sup>-3</sup>) est évaluée, et répertoriées dans le tableau 2.3. L'énergie de rupture du matériau RPU est grandement dégradée par l'augmentation de la vitesse de déformation. Expérimentalement, un matériau cellulaire ayant pour matériau constitutif le RPU aurait donc une transition d'un matériau ductile en quasi-statique à un matériau fragile en dynamique, comme montré dans l'état de l'art. Enfin, en se basant sur l'énergie de rupture la plus élevée, il est possible d'identifier le MIX90A comme étant le matériau idéal pour une gamme de sollicitation dynamique. Comme pour le matériau constitutif extrait de la littérature, la loi Cowper-Symonds est employée pour décrire le comportement matériel du MIX90A, dont les paramètres  $D$  et  $p$  sont les paramètres principaux décrivant le comportement.

Afin de répondre à ce besoin, des essais de caractérisation quasi-statique et dynamiques en compression ont été menés sur des éprouvettes de matériau MIX90A. Les machines employées sont la machine universelle INSTRON pour la gamme quasi-statique et la Roue Inertielle pour les hautes vitesses de sollicitation. En quasi-statique, les essais ont été menés sur des éprouvettes cylindriques respectant la norme ISO 7743 [111], de dimension  $d_{qs} = 17.8\text{mm}$  et  $h_{qs} = 25.0\text{mm}$ . En dynamique, les essais ont été menés sur des éprouvettes cylindriques de diamètre  $d_{dyn} = 10\text{mm}$  et de hauteur  $h_{dyn} = 14\text{mm}$ . Les éprouvettes en dynamique ont été conçues de manière à respecter le même ratio entre le diamètre et la hauteur que les éprouvettes sollicitées en quasi-statique. Deux gammes de vitesses ont été testées :  $\dot{\varepsilon} = 200\text{s}^{-1}$  et  $\dot{\varepsilon} = 400\text{s}^{-1}$ . A partir de ces essais, les paramètres  $D$  et  $p$  de la loi Cowper-Symonds sont extrapolés par méthode des moindres carrés [116] et permettent de tracer la contrainte  $\sigma_{CS}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon$ . Les résultats d'essai

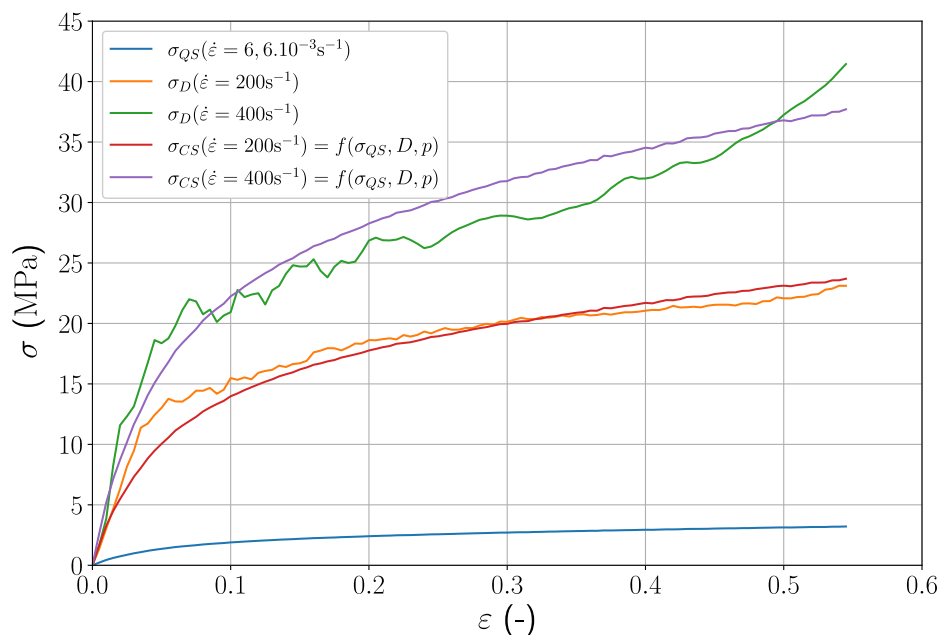


FIGURE 2.18 – Résultats de caractérisation quasi-statique/dynamique du matériau MIX90A et résultats d’ajustement d’une loi Cowper-Symonds sur le comportement du matériau

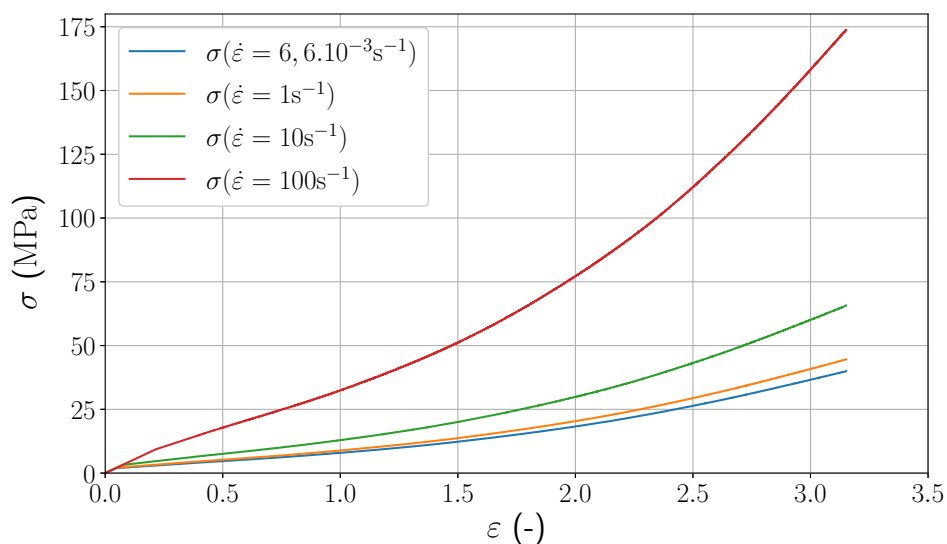


FIGURE 2.19 – Comportement du matériau MIX90A employé pour la modélisation comparée aux réponses expérimentales

et d’ajustement de courbes sont présentés dans la Figure 2.18. L’ensemble des paramètres de la loi de comportement du polymère MIX90A sont présentés dans les tableaux 2.4 et 2.5, et la loi est représentée dans la Figure 2.19.

## 2.3 Cadre d'étude numérique

La mise en place des outils numériques de la méthodologie DEMECAAM vient du besoin de concevoir au sein de bureaux d'étude des absorbeurs de chocs faits par fabrication additive. Afin de s'adapter au mieux à l'environnement déjà en place, les outils numériques ont été développés en connaissances des outils déjà à disposition et présentés au début de ce cadre numérique. Une fois les outils choisis, une analyse globale d'exemple d'application a été menée afin d'identifier des ordres de grandeur pertinents de déformations et de vitesses de déformations critiques. A titre d'exemple, le cas d'étude de référence choisi est une géométrie similaire à celle d'un conteneur de matières fissiles du CEA. Ensuite, les hypothèses, conditions limites et géométries des modèles de MCP 3D de référence sont présentées et déterminées.

### 2.3.1 Outils de conception et d'optimisation

Afin de répondre aux **OI1** et **OI2**, il est nécessaire d'identifier les outils appropriés. Les travaux de recherche sont menés dans l'optique de concevoir des MCs absorbeurs d'impact faits par FA dans les bureaux d'étude (BE) au CEA. Un moyen de simuler des sollicitations dynamiques non linéaires sur des géométries paramétrables est donc nécessaire. Le CEA est déjà équipé de matériel et logiciels permettant de dimensionner et simuler des pièces et assemblages soumis à des cas de chargement complexe. Parmi ces outils de simulation, le logiciel ABAQUS, de la suite SIMULIA de Dassault Systemes [11], est un logiciel EF comprenant un vaste éventail de méthodes numériques de calcul et de simulation. Le logiciel propose des solveurs explicite et implicite, pour des types de simulations linéaires et non-linéaires quasi-statiques et dynamiques. De plus, les simulations peuvent être exécutées par commande procédurale programmée en langage PYTHON, ce qui permet le couplage d'algorithmes externes au logiciel EF. Ainsi, le logiciel répond bien au besoin technique des travaux de thèse, et sera employé pour l'ensemble des simulations EFs.

Pour répondre à l'**OI2** en particulier, il est nécessaire de faire appel à des outils d'optimisation. Le choix de l'algorithme qui exécutera le processus d'optimisation se fait en connaissance de la convexité du problème d'optimisation mais aussi en connaissance de l'expression analytique de la fonction objective. Afin d'explorer un problème d'optimisa-

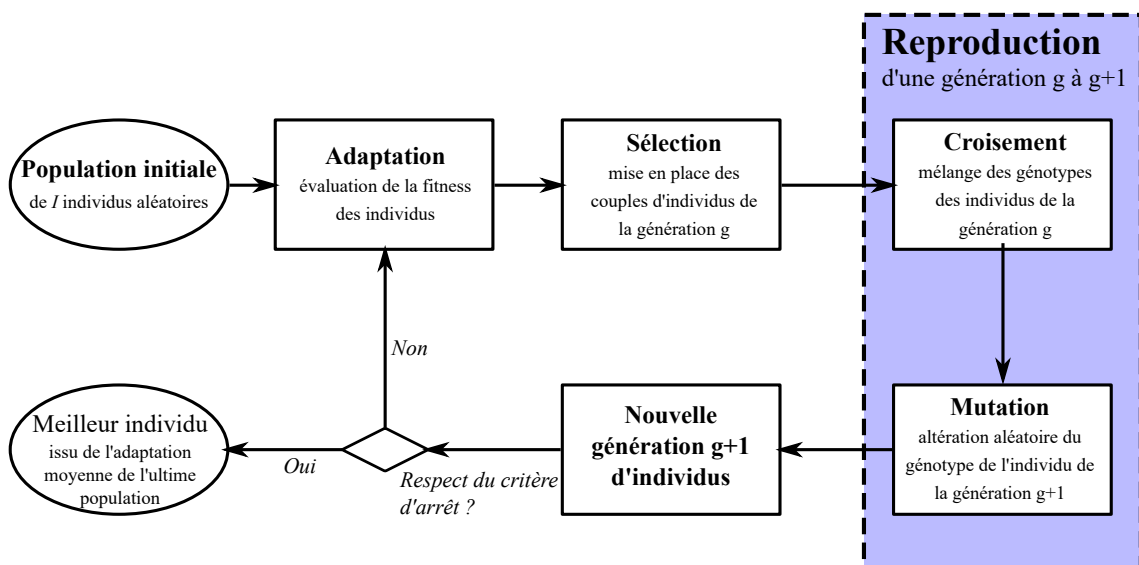


FIGURE 2.20 – Principe de fonctionnement d'un AG

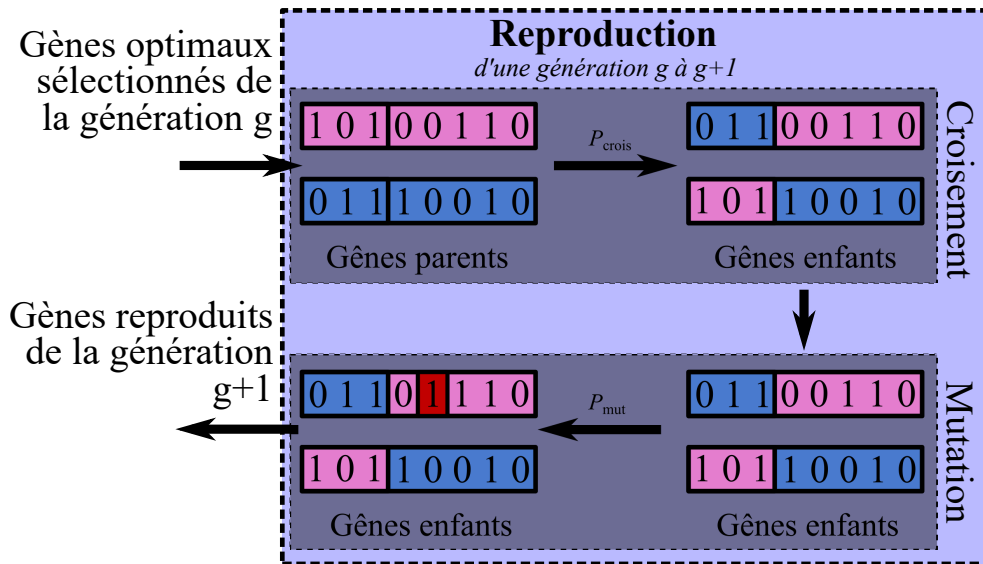


FIGURE 2.21 – Détail de la phase de reproduction des individus d’une génération  $g$  : description de la phase de croisement, de probabilité  $P_{crois}$  et de la phase de mutation, de probabilité  $P_{mut}$

tion dont la convexité n’est pas connue, une approche méta-heuristique est privilégiée, plus particulièrement l’emploi d’algorithmes génétiques.

Un algorithme génétique (AG) est une méthode d’optimisation qui a pour principe d’identifier un ensemble de paramètres de conception optimal, permettant l’atteinte d’un extremum local d’une fonction objective tout en respectant certaines contraintes d’optimisation. La méthode de fonctionnement d’un AG d’optimisation standard [99, 117, 118] est décrite dans la Figure 2.20. La méthode consiste à évaluer à chaque **génération** une fonction objectif  $\Phi$  et des fonctions contraintes  $\Psi_i, \forall i = 1, \dots, n_c$ ,  $n_c$  étant le nombre de contraintes en faisant évoluer génération après génération un ensemble de paramètres de conception  $v^k, \forall k = 1, \dots, n_v$ , avec  $n_v$  le nombre de variables de conception. Les algorithmes génétiques n’utilisent pas directement la valeur des variables de conception, mais un codage de ces dernières. Plus précisément, les variables de conception sont codées en utilisant un alphabet de cardinalité  $k$  (en général  $k = 2$ , donc un codage binaire des variables est utilisé). Dans le cadre des AG standard, un point dans l’espace de conception est appelé **individu**. Cet individu a une structure mono-chromosomique composé de  $n_v$  **gènes** correspondant au codage binaire des  $n_v$  variables de conception. L’ensemble des variables codées est également appelée **génotype** et le décodage est dit **phénotype**. A chaque génération, l’AG travaille, simultanément, sur une **population** composée de  $N$  individus.

La première phase de l’algorithme d’optimisation est l’évaluation des fonctions objectif et contraintes : ces valeurs sont ensuite utilisées pour déterminer la valeur de la fonction de *fitness* pour chaque individu. La fonction de fitness transforme le problème d’optimisation en un problème de recherche de valeurs dans l’intervalle  $[0, 1]$  : la valeur nulle correspond à l’individu le moins adapté à la génération courante, tandis que la valeur unitaire correspond à l’individu le mieux adapté. Cette phase est appelée **l’adaptation**. Cette évaluation consiste à identifier les individus pouvant représenter des solutions potentielles du CNLPP objet d’étude. La seconde phase de l’algorithme est le processus de **sélection**, qui consiste à déterminer les couples de parents destinés à la phase de reproduction. Pour ce faire, plusieurs opérateurs de sélections sont disponibles en littérature : tournoi entre  $r$

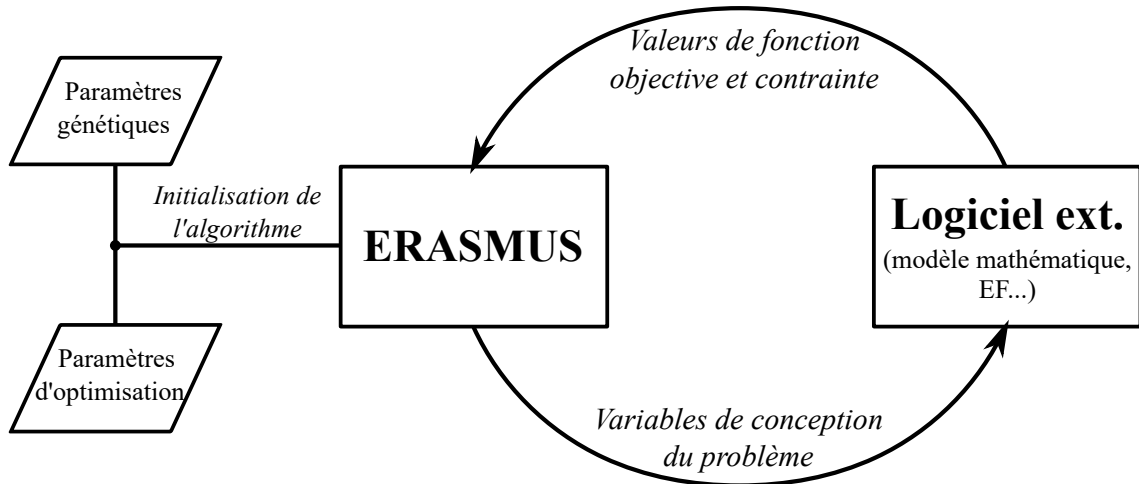


FIGURE 2.22 – Principe de fonctionnement de l'AG ERASMUS

individus, roue de loterie biaisée, etc. Une fois le processus de sélection terminé, la phase de **reproduction** des individus prend place. Cette phase consiste à croiser les gènes des individus de la génération  $g$  pour constituer les individus de la génération  $g + 1$ , présentant un nouveau génotype. Ce génotype est issu de deux opérations successives : le **croisement** des gènes des individus parents pour former le génotype descendant, et la **mutation** qui est un évènement stochastique changeant un chromosome de manière aléatoire. Ces opérations sont régies par un état dont la probabilité de changement, respectivement  $P_{\text{crois}}$  pour le croisement et  $P_{\text{mut}}$  pour la mutation, est choisie par l'utilisateur. Ces opérations sont synthétisées dans la Figure 2.21. A l'issue de cette opération, une nouvelle génération d'individus est née. Si le critère d'arrêt de l'algorithme est respecté, l'individu respectant au mieux les fonctions objectives et contraintes est identifié comme l'individu optimal. Si le critère d'arrêt n'est pas respecté, cette génération subit une nouvelle phase d'adaptation, réitérant le processus d'optimisation. Le critère d'arrêt est fixé par l'utilisateur (nombre de générations, etc...).

Au sein d'une génération peuvent évoluer plusieurs groupes d'individus, ou **populations**. Chaque génération comprend le même nombre  $P$  de populations, et chaque population comprend le même nombre  $N$  d'individus au fil des générations. *A contrario*, les populations peuvent évoluer de manière indépendante. Le paramètre de dépendance de l'algorithme est choisi par l'utilisateur.

Les AGs ont pour avantage de pouvoir résoudre des problèmes complexes locaux non linéaires et non convexes [99]. Ainsi, le choix de l'AG ERASMUS (de l'anglais, **E**volutionary **R**Algorithm for **opti**mization of **Mod**ular **S**ystems) a été fait pour l'optimisation paramétrique des MCP 3D. L'algorithme ERASMUS a pour avantage d'inclure une pénalisation automatique dynamique améliorant la convergence du problème [119]. Cela permet d'obtenir un résultat d'optimisation en employant moins de générations d'individus.

Le principe de fonctionnement de l'algorithme ERASMUS est décrit dans la Figure 2.22. L'initialisation du problème d'optimisation nécessite d'établir deux sets de paramètres initiaux : les paramètres génétiques et les paramètres d'optimisation. Les paramètres génétiques constituent le contexte génétique de l'algorithme, à savoir le nombre de populations, d'individus par populations, le critère d'arrêt, le nombre de générations, ou encore les probabilités de croisement ou de mutation. Les paramètres d'optimisation constituent le problème même d'optimisation paramétrique, à savoir l'environnement de simulation, le logiciel externe employé, le nom du modèle, l'extremum atteint (maximisation ou minimi-

sation), le nombre de fonctions objectives et contraintes, ou encore les variables de conception. L'algorithme ERASMUS est interfacé avec le logiciel externe exécutant le modèle EF ou le modèle mathématique dont les variables de conception sont à optimiser. ERASMUS prépare les variables de conception dans un fichier que va lire le logiciel externe pour préparer le modèle avant d'exécuter la simulation. Une fois la simulation terminée, le logiciel externe prépare les valeurs de fonctions objectives et contraintes dans un fichier que va lire ERASMUS. Tant que le critère d'arrêt n'est pas atteint, ce système bouclé continue de fonctionner.

### 2.3.2 Cas d'étude industriel : chute de conteneur

Comme décrit dans l'introduction du cadre numérique, un cas d'étude concret est identifié, permettant d'établir les ordres de grandeurs des déformations, des contraintes et vitesses de déformation maximales d'intérêt pour l'ensemble des travaux de thèse. Pour les problèmes d'optimisation, il est également important d'évaluer les ordres de grandeur de vitesse et de décélération du contenu protégé par l'absorbeur. Au regard des sollicitations qu'engendre une chute de type matériel embarqué sur un champ d'opérations militaires, le cas plus dimensionnant de la chute accidentelle d'un conteneur de transports de matières nucléaires est traité. Ainsi, une simulation représentative d'un cas d'étude a été menée. Le problème est établi à partir de la norme de prescription de sûreté particulière  $n^{\circ}SSR - 6$  (Rev. 1) éditée par l'Agence Internationale de l'Énergie Atomique (AIEA) pour conteneurs de type B [13]. Cette norme regroupe l'ensemble des normes de sûreté pour le transport de matières radioactives, dont le dimensionnement de conteneurs destinés à cet effet.

Concernant la protection thermo-mécanique, la norme inclut 2 épreuves : une épreuve individuelle à incidence de chute pénalisante (dite à angle critique), et une succession d'épreuves cumulées, regroupant quatre épreuves successives, dont trois mécaniques, et une thermique (cf. Figure 2.23). Il est défini de se limiter à un cas d'étude purement

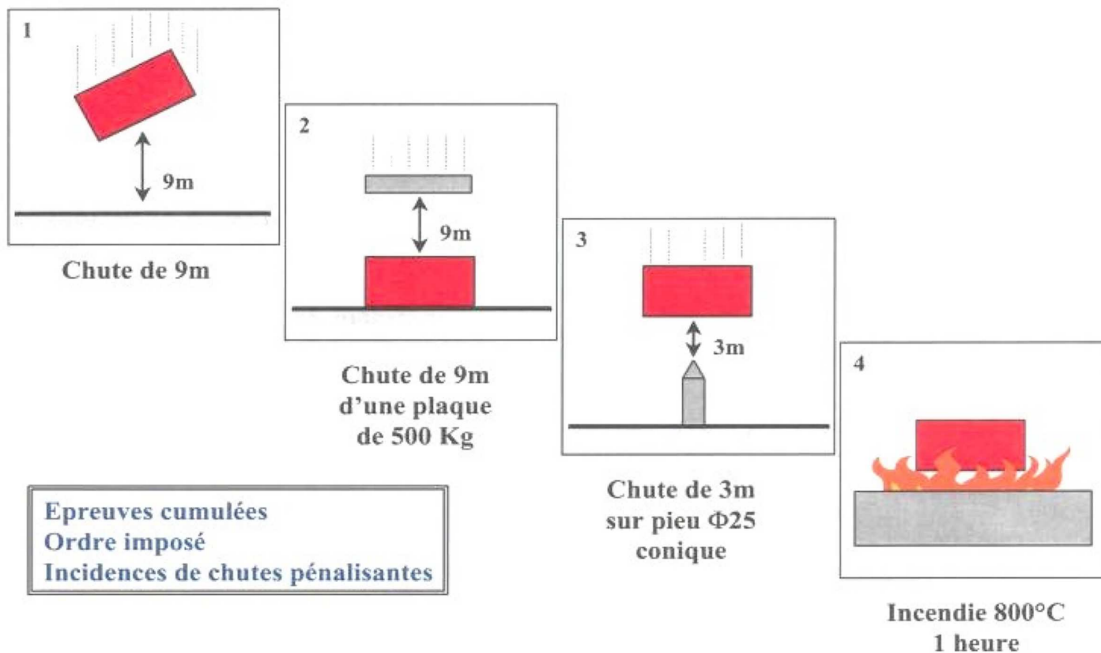


FIGURE 2.23 – Essais normalisés de validation de conteneur type B pour la sûreté de transport de matières radioactives (AIEA) : essais cumulés successifs (de 1 à 4)

### 2.3. CADRE D'ÉTUDE NUMÉRIQUE

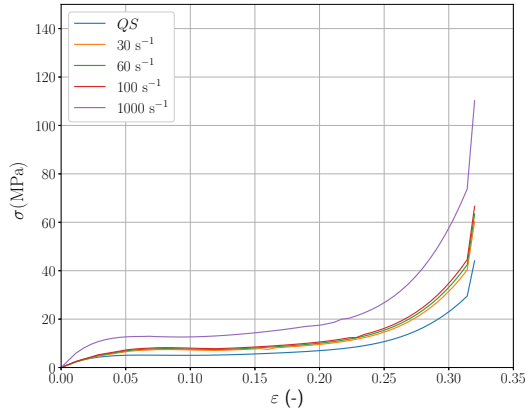


FIGURE 2.24 – Loi de comportement d'une nuance de mousse syntactique

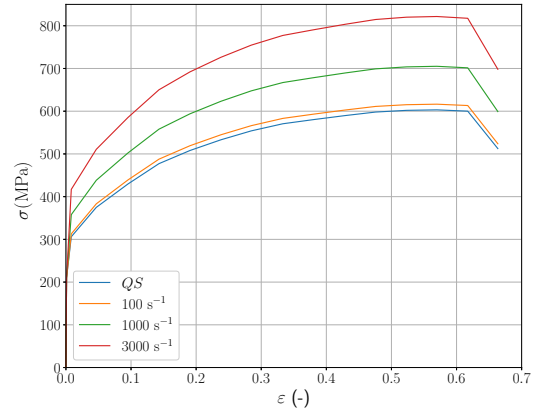


FIGURE 2.25 – Loi de comportement d'un acier S31608

mécanique dans un premier temps, ainsi le choix a été fait de s'inspirer de la première épreuve d'essais cumulés.

Dans le cadre de l'étude industrielle, les dimensions du conteneur employées, ainsi que les lois de comportement des matériaux, sont représentatives mais ne sont pas exactes pour des raisons de confidentialité. Concernant les matériaux constitutifs du conteneur, un acier est employé pour la peau externe et interne (cf. Figure 2.24, d'après [95]) et une loi de comportement précédemment déterminée de mousse syntactique est employée pour le matériau absorbant (cf. Figure 2.25).

Le conteneur - ou **assemblage** - se décompose en quatre sous-ensembles principaux : la peau externe, l'absorbeur, la peau interne et la masse embarquée. Les dimensions de ces sous-ensembles sont définies telles que dans la Figure 2.26. Par mesure de simplification, les détails du système du conteneur (trappes d'ouvertures, absorbeur découpé...) ne sont pas pris en compte. L'architecture du conteneur est assimilable à un panneau sandwich ; l'absorbeur est enveloppé de l'intérieur et l'extérieur par les deux peaux (respectivement interne et externe), et dans la peau interne est placée le contenu. Celui-ci est défini dans ce cas d'étude comme étant pleine, dont la masse totale de 560kg est répartie de manière

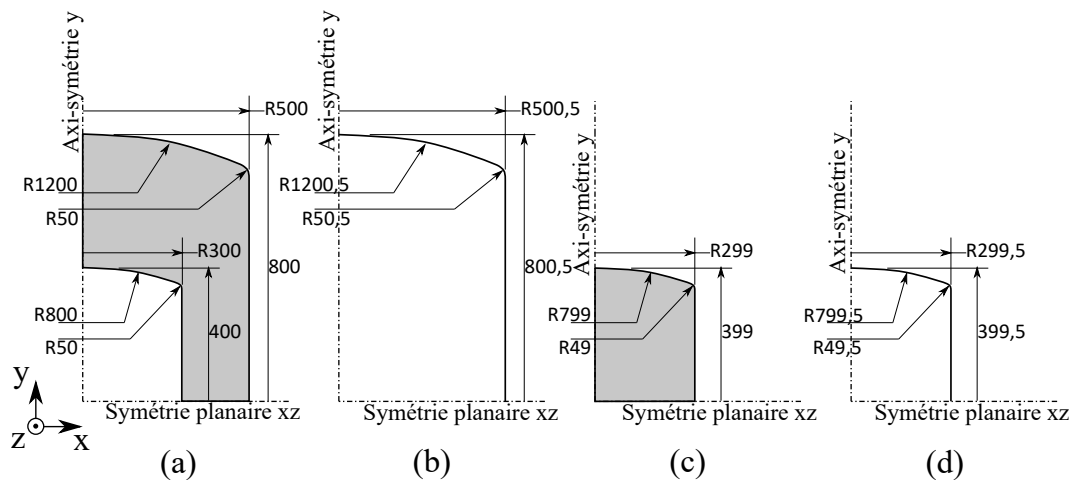


FIGURE 2.26 – Dimensions (en mm) et décomposition du conteneur : (a) absorbeur, (b) peau externe, (c) masse embarquée, (d) peau interne



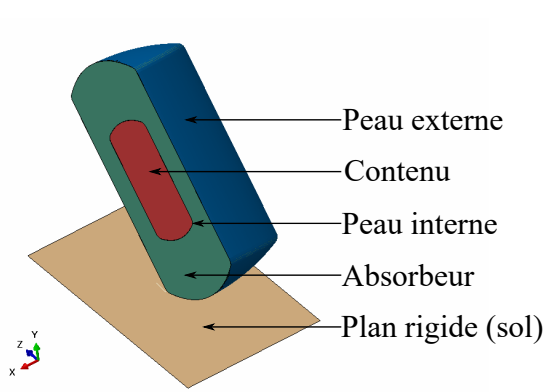


FIGURE 2.27 – Coupe 3D du conteneur et composants

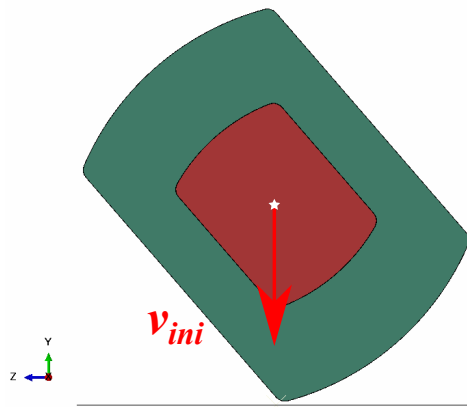


FIGURE 2.28 – Coupe latérale du conteneur : champ de vitesse initial

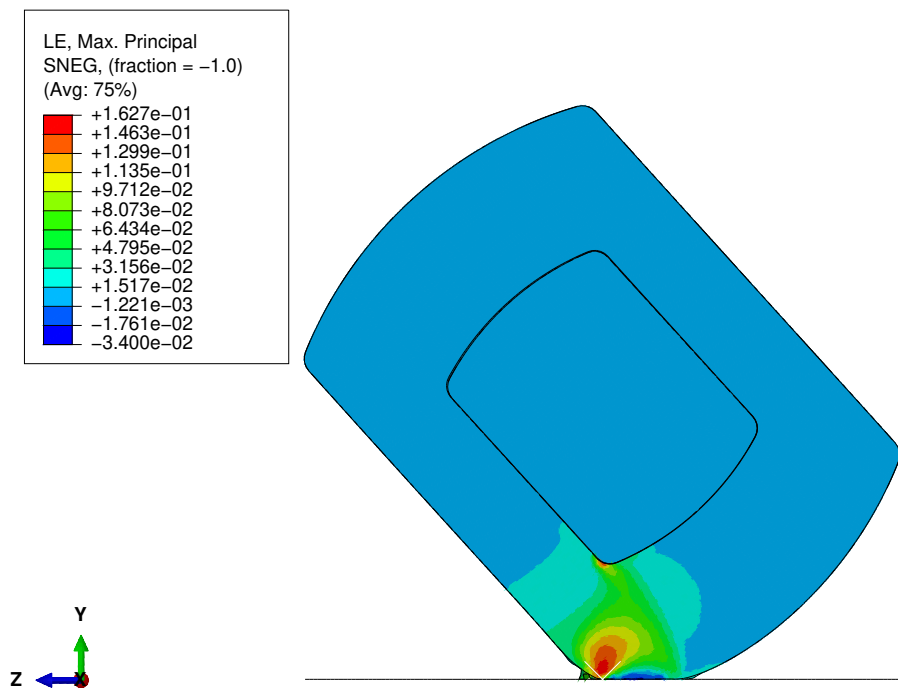


FIGURE 2.29 – Conteneur en fin de chargement d'impact : visualisation du champ de déformation de l'absorbeur

homogène dans le volume.

L'angle d'incidence pénalisante est défini comme l'angle entre l'axe de révolution du conteneur et la direction de chute. L'incidence pénalisante est déterminée de manière à ce que le point d'impact entre le conteneur et le sol soit à un point où la courbure de conteneur est la plus élevée. Dans ce cas d'étude, l'angle d'incidence pénalisante est défini à  $\alpha_p = 40.87^\circ$ . Pour le cas d'étude préliminaire, la hauteur de chute est réduite à une hauteur maximale de  $h = 9\text{m}$ , ce qui correspond à une vitesse d'impact  $v_i = 13.3\text{m/s}$ . Comme représenté dans la Figure 2.27, un champ de vitesse initial  $v_{ini} = 13.3\text{m/s}$  est uniformément appliqué à l'ensemble du conteneur, qui rentre en collision avec le sol.

Le contenu est modélisé par un bloc plein déformable. Les propriétés matériaux du

### 2.3. CADRE D'ÉTUDE NUMÉRIQUE

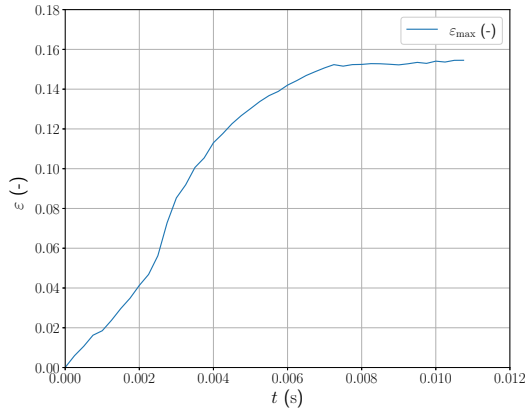


FIGURE 2.30 – Évolution de la déformation maximale  $\varepsilon_{max}$  en fonction du temps

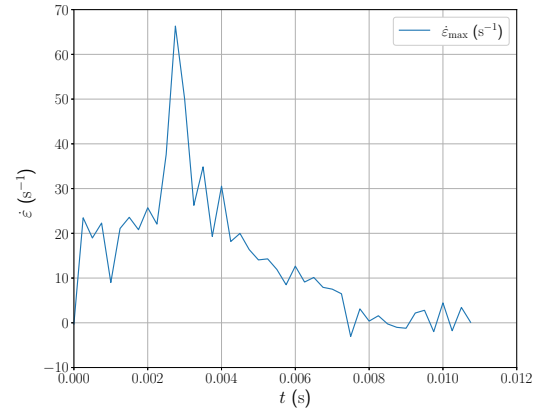


FIGURE 2.31 – Évolution de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}_{max}$  en fonction du temps

contenu se limitent à un aluminium élastique linéaire ( $E_{cont} = 70$  GPa,  $\nu_{cont} = 0.33$ ,  $\rho_{cont} = 2700$  kg/m<sup>3</sup>). L'absorbeur est modélisé par éléments finis (EF) solides hexaèdres à intégration réduite à contrôle actif d'effet hourglass (C3D8R). Les peaux sont modélisées par des EF coques quadrilatères à intégration réduite et contrôle amélioré d'hourglass (S4R), dont l'épaisseur est fixée à  $e = 1$ mm. Le sol est modélisé par un corps infiniment rigide dont tous les DOF sont figés. Le modèle complet comprend 1157012 éléments, est modélisé sous environnement ABAQUS, et représenté dans la Figure 2.28. Les interfaces entre chaque sous-ensemble en contact sont modélisées par des lois de contacte *Surface-to-Surface* avec pénalisation tangentielle et normale par défaut. Une loi de *Self-contact* a été ajoutée sur la surface externe de la peau extérieure, afin de modéliser le repli de tôle. Le temps d'impact est estimé à  $t_{imp} = 20$ ms.

La Figure 2.29 représente le conteneur au point d'impact maximum. Les déformations sont localisées au point d'impact, mais aussi proche du contenu. La zone critique de réf-

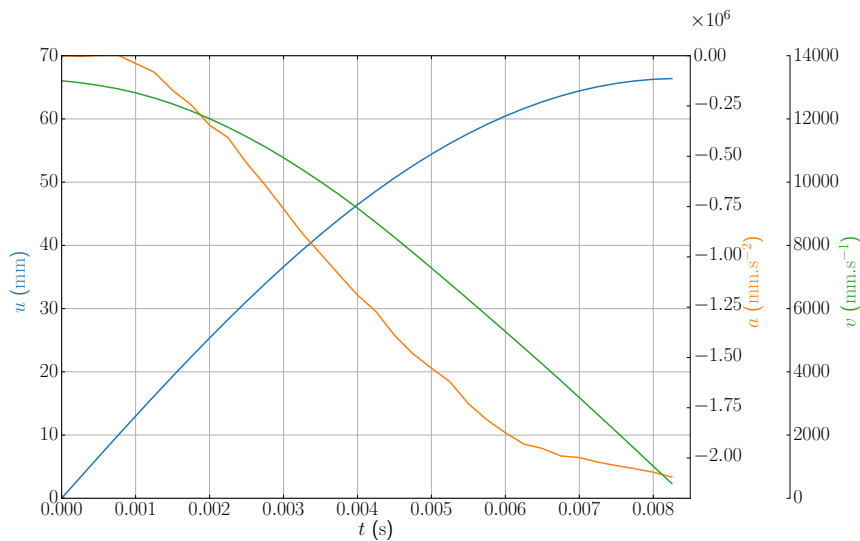


FIGURE 2.32 – Diagramme de déplacement, vitesse et accélération du centre du contenu (phase de chargement uniquement)

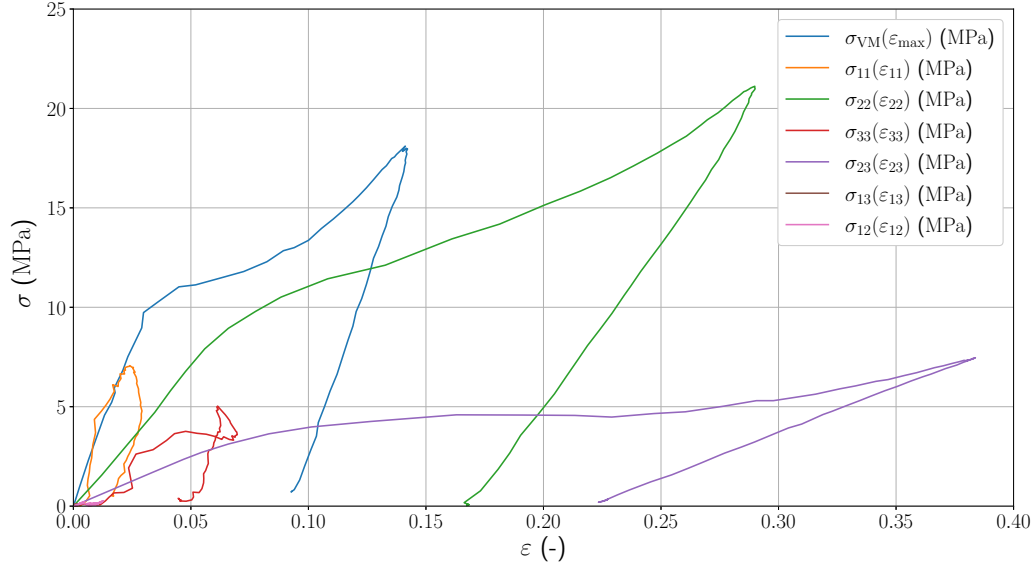


FIGURE 2.33 – Ensemble des réponses mécaniques uni-axiales de la zone la plus sollicitée du conteneur (valeurs absolues)

rence, fournissant les conditions de chargements critiques pour l'absorbeur, est l'EF dont le champ de déformation global maximal sur l'ensemble de l'absorbeur. Cet élément fini se situe proche du point d'impact entre le sol et l'absorbeur. Les données sont représentées dans la Figure 2.30 et la déformation maximale atteinte est  $\varepsilon_{\max} = 0.163$ . La vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  a été calculée à partir de la déformation présentée dans la Figure 2.30 par différences finies, suivant l'équation 2.4 :

$$\dot{\varepsilon}_k = \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}}{t_k - t_{k-1}}, \quad k = 1, \dots, N_{\text{inc}}. \quad (2.4)$$

L'évolution de la vitesse de déformation est présentée dans la Figure 2.31. Il est constaté que le pic de vitesse de déformation est atteint à  $\dot{\varepsilon}_{\max} = 66.4\text{s}^{-1}$ . L'essentiel est l'acquisition d'un ordre de grandeur ; étant donné que la méthode de différences finies est limitée par la résolution de données, l'ordre de grandeur des vitesses de déformation employées par la suite dans les simulations n'excéderont pas  $1250\text{s}^{-1}$ .

Pour les problèmes d'optimisation globaux de l'absorbeur, les gammes de vitesses et de décélération sont à identifier au centre du contenu. Ainsi, les magnitudes de déplacement, vitesses et accélération sont extraites au centre de gravité du contenu, et décrites dans la Figure 2.32. Le pic de décélération est atteint en fin de chargement pour une valeur de  $a_m = 2095\text{m.s}^{-2}$ , soit environ 214 g.

L'ensemble des contraintes principales - tracées en fonction des déformations principales - d'un des EF situé dans la zone critique de sollicitation de l'absorbeur est extrait du modèle et visualisées dans la Figure 2.33. L'évolution de ces contraintes permettent d'identifier les sens de sollicitations critiques à étudier sur les lattices. A titre indicatif, la contrainte de VonMises est aussi tracée en fonction de la déformation maximale. En analysant les composantes individuelles de déformation et de contraintes, les composantes  $[\varepsilon_{22}, \sigma_{22}]$  (compression) et  $[\varepsilon_{23}, \sigma_{23}]$  (cisaillement) sont prépondérantes sur les autres composantes. Ainsi, le problème mécanique se réduit à l'étude de deux directions majeurs, traitées de manière individuelles : la compression uni-axiale et le cisaillement uni-axial. Dans un premier temps, une attention particulière est portée sur les champs de déforma-

## 2.3. CADRE D'ÉTUDE NUMÉRIQUE

tion uni-axiaux.

### 2.3.3 Géométries de MCP étudiées

Pour le choix des géométries, l'état de l'art propose une grande quantité de MCP 3D canoniques disponibles, représentées dans la Figure 2.34 [9]. En effet, il existe deux types de MCP 3D : les architectures treillis ou les architectures surfaciques. Certaines architectures sont construites à partir d'objets géométriques simples - tel que des sections circulaires constantes ou des plaques à épaisseur constante - d'autres sont construites à partir de surfaces à triple périodicité (TPMS) [120].

Cependant, la littérature expérimentale privilégie beaucoup d'architectures treillis telles que les octets [43, 121–123]. Afin de se positionner par rapport à la littérature, et de commencer avec des architectures paramétrables simples, le choix d'architecture lat-

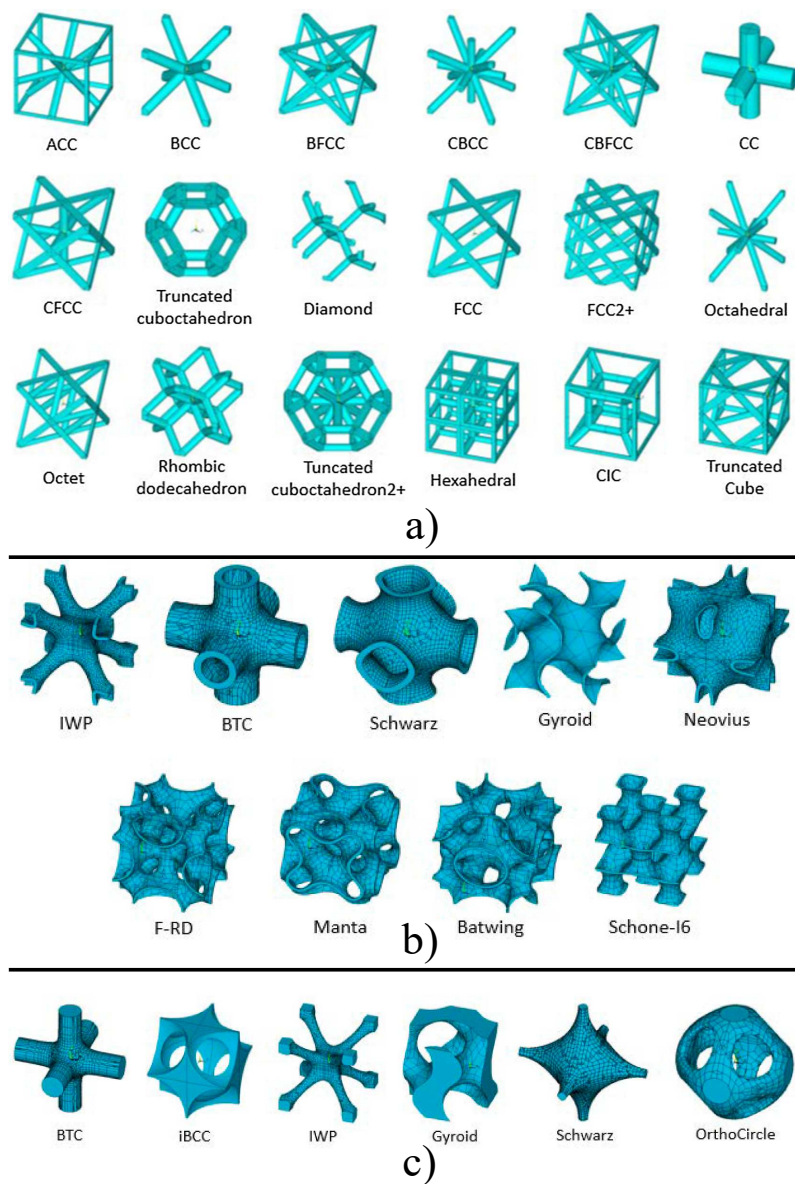


FIGURE 2.34 – Différents types d'architectures de MCP 3D : a) structures treillis canoniques, b) structures surfaciques TPMS et c) structures treillis TPMS ([9])

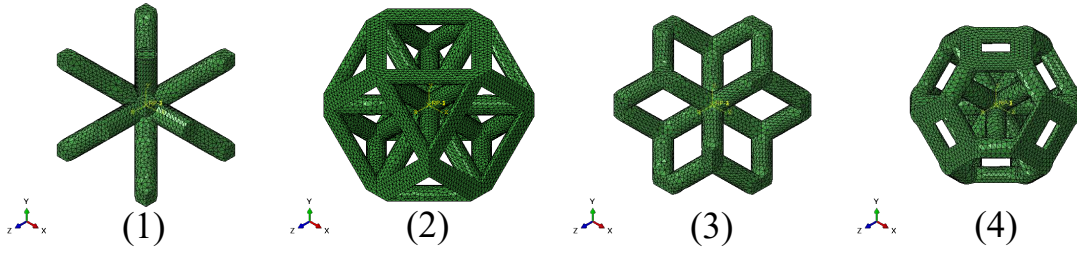


FIGURE 2.35 – Géométries lattices sélectionnées : (1) CBCC, (2) OC, (3) RD, (4) TrCO

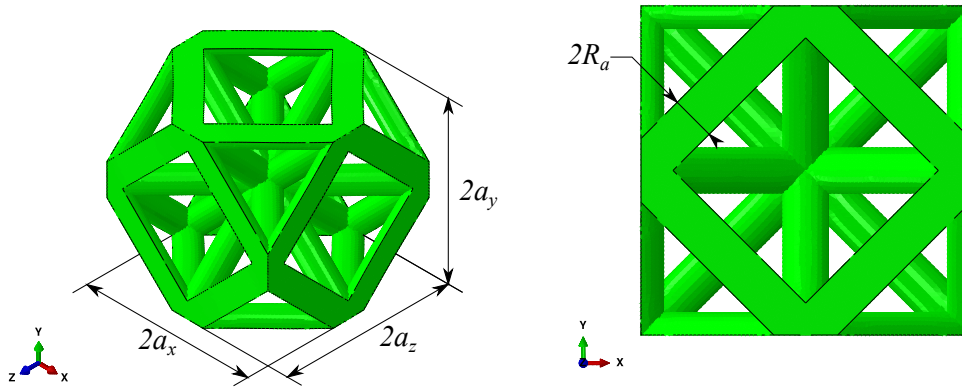


FIGURE 2.36 – Variables de conception de cellule lattice (exemple sur la cellule OC) :  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ ,  $R_a$

tice s'est orienté vers quatre topologies treillis différentes, présentées dans la Figure 2.35. L'ensemble de ces architectures décrivent les VER étudiés pour la suite des travaux.

Les paramètres géométriques employés pour les modèles sont décrits dans la figure 2.36. Les paramètres  $2a_x$ ,  $2a_y$  et  $2a_z$  correspondent respectivement aux dimensions du VER de la cellule lattice, soit aux longueurs des côtés du volume enveloppe. Le paramètre  $R_a$  correspond au rayon de la barre générique composant la cellule inscrite dans le VER.  $R_a$  reste uniforme dans le VER. Les paramètres  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  et  $R_a$  ont la possibilité d'être pilotés de manière dépendante ou indépendante, ce afin de permettre une liberté de modélisation et de conception pour la suite.

Pour rappel, la première étape de la méthodologie consiste à déterminer la capacité d'absorption d'énergie (EAC) des motifs cellulaires. Afin de répondre à ce besoin, il a été choisi de se limiter à des motifs cubiques (dans ce cas,  $a_x = a_y = a_z$ ). Or, l'EAC d'un motif est à déterminer à densité relative constante. Ainsi, il est nécessaire de faire varier les variables de conception associées à la cellule tout en maintenant une densité relative  $\bar{\rho}$  constante.

De ce fait, une fonction de forme a été établie au travers d'une analyse de sensibilité géométrique, afin d'exprimer la densité relative  $\rho^*$  en fonction de la taille de la cellule  $a_x$  et du rayon des poutres  $R_a$ . L'analyse de sensibilité géométrique a pour objectif de faire varier un seul paramètre géométrique à la fois. L'ensemble des paramètres  $a_x$  et  $R_a$  sont définis sur les intervalles suivants :  $a_x \in [2.0; 10.0]$  et  $R_a \in [0.6; 1.40]$ . Les fonctions de formes, notées  $\Gamma_{CBCC}$ ,  $\Gamma_{OC}$ ,  $\Gamma_{RD}$  et  $\Gamma_{TrCO}$  respectivement pour les cellules CBCC, OC, RD et TrCO, sont déterminées numériquement et représentées dans la Figure 2.37. Ainsi,

### 2.3. CADRE D'ÉTUDE NUMÉRIQUE

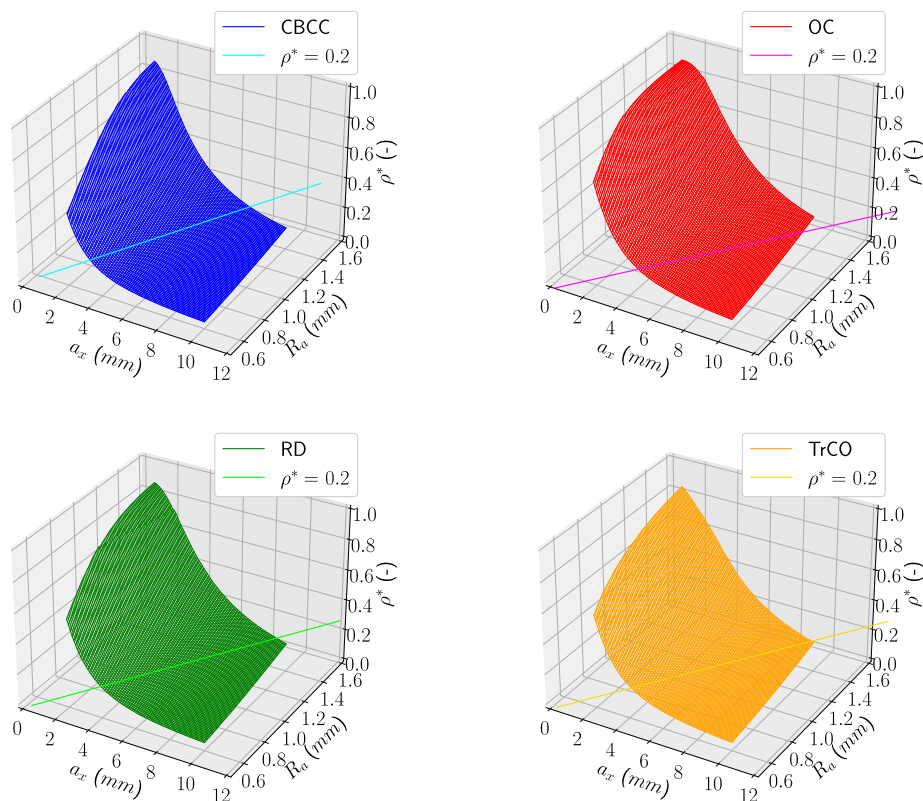


FIGURE 2.37 – Fonctions de forme cubique de chaque cellule lattice : expression de  $\rho^*$  en fonction de  $a_x$  et  $R_a$  (pour  $a_x = a_y = a_z$ )

TABLE 2.6 – Résultats de l'ajustement de courbe pour un modèle linéaire  $R_a = C \times a_x$  pour  $\bar{\rho} = 0.2$

Cellule	$C$ (-)	RSD (%)
CBCC	0.18	$\pm 0.37$
OC	0.14	$\pm 1.16$
RD	0.15	$\pm 0.73$
TrCO	0.15	$\pm 0.89$

TABLE 2.7 – Résultats de l'ajustement de courbe pour un modèle puissance  $R_a = C \times a_x^n$  pour  $\bar{\rho} = 0.2$

Cellule	$C$ (-)	RSD (%)	$n$ (-)	RSD (%)
CBCC	0.18	$\pm 2.46$	0.99	$\pm 1.27$
OC	0.20	$\pm 5.55$	0.78	$\pm 3.29$
RD	0.18	$\pm 4.57$	0.89	$\pm 2.49$
TrCO	0.19	$\pm 5.22$	0.86	$\pm 2.91$

l'intersection du plan  $\bar{\rho} = u, \forall u \in [0; 1]$  avec les fonctions de forme donnent l'expression de  $R_a$  en fonction de  $a_x$ .

Afin d'exprimer les deux paramètres à densité relative constante, deux modèles mathématiques d'ajustement de courbe sont proposées : une loi linéaire  $\forall [R_a, a_x] \in [0.6; 1.4] \times [2.0; 10.0]$ ,  $R_a = C \times a_x$  avec  $C \in \mathbb{R}$  et une loi puissance  $\forall [R_a, a_x] \in [0.6; 1.4] \times [2.0; 10.0]$ ,  $R_a = C \times a_x^n$  avec  $(C, n) \in \mathbb{R}^2$ . Les paramètres de ces modèles ont été déterminés en employant une méthode numérique des moindres carrés [116]. Les résultats des paramètres d'ajustement sont présentés dans les tableaux 2.6 et 2.7. Ces résultats comprennent les valeurs des constantes, leur écart-type relatif (RSD), qui correspond à la précision de l'ajustement. Étant donné la précision plus élevée de la fonction linéaire, cette modélisation mathématique a été sélectionnée pour établir une relation géométrique directe entre  $a_x$  et  $R_a$ . Les coefficients pour différentes densités relatives sont extraits et

TABLE 2.8 – Valeurs de la constante  $C$  pour chaque géométrie et pour différentes valeurs de  $\bar{\rho}$

$\bar{\rho}$	$C_{CBCC}$	$C_{OC}$	$C_{RD}$	$C_{TrCO}$
0.2	0.18	0.14	0.15	0.15
0.3	0.23	0.18	0.20	0.19
0.4	0.27	0.21	0.23	0.23
0.5	0.31	0.24	0.27	0.26
0.6	0.34	0.27	0.30	0.29

présentés dans le tableau 2.8.

### 2.3.4 Hypothèses de simulation

Dans le cadre de ces travaux, l'objectif est de modéliser le comportement d'une cellule lattice comme si elle était présente au sein d'une architecture plus grande, composée de plusieurs cellules identiques. Cela permettra d'évaluer la capacité d'absorption d'énergie du VER du motif de cellule. Il est considéré que le VER est de moindre taille par rapport à la structure dans laquelle le motif est intégré. D'après l'état de l'art, le comportement mécanique d'un MC est majoritairement décomposé en trois phases majeurs : la phase élastique, la phase plateau et la phase densification, qui est non-linéaire par définition. Par ailleurs, le comportement d'un motif dépend des conditions limites qui y sont appliqués [124]. En effet, la modélisation d'une cellule aux conditions limites libres ne montrera pas la même réponse mécanique qu'une cellule aux conditions limites contraintes [125].

Afin de simuler le comportement mécanique d'un MCP 3d au sein d'une architecture, des condition limites périodiques (PBC, de l'anglais "Periodic Boundary Conditions") sont appliquées à chaque modèle de cellule étudié. Les PBC sont des équations de contraintes liant individuellement chaque nœud appartenant aux surfaces, arrêtes et sommets limites du VER à son opposé. Ces équations de contrainte lient les déplacements de nœuds. Toutefois, la condition nécessaire pour mettre en place ces équations de contraintes est d'avoir un maillage symétrique. Cette formulation des PBC change en fonction de l'amplitude des déformations. En effet, puisque l'intérêt de cette étude est porté vers la réponse dynamique des MCP en régime non-linéaire, il est préférable de pouvoir simuler le comportement de la cellule à de grandes déformations. Dans la suite de ces travaux, les PBC sont appliqués aux modèles en employant le plug-in HOMTOOLS [126], sous environnement ABAQUS. Afin de prendre en compte des grandes transformations, la formulation des conditions limites est construite avec le tenseur de gradient de transformation  $\mathbf{F}$  [127]. Par définition, le tenseur gradient de déplacement  $\mathbf{H}$  est écrit comme la différence entre le tenseur de gradient de transformation  $\mathbf{F}$  et la matrice identité  $\mathbf{I}_d$ , tel qu'écrit dans l'Eq. (2.5) :

$$\mathbf{H} = \mathbf{F} - \mathbf{I}_d. \quad (2.5)$$

Ainsi, les équations des PBC contraignant le champ de déplacement  $\mathbf{u}$  d'un nœud  $k$  respecte l'Eq. (2.6), présenté tel que :

$$\mathbf{H} = \frac{1}{V_{RVE}} \int_{\delta V_{RVE}} \mathbf{u} \otimes \mathbf{n}_0 \, dS, \quad (2.6)$$

avec  $\mathbf{n}_0$  la normale extérieure au domaine occupé par le VER dans la configuration initiale. En pratique, l'ensemble des équations de contrainte sont liées à trois points de référence (RP) indépendants du modèle maillé. Chaque DOF de translation d'un RP correspond à

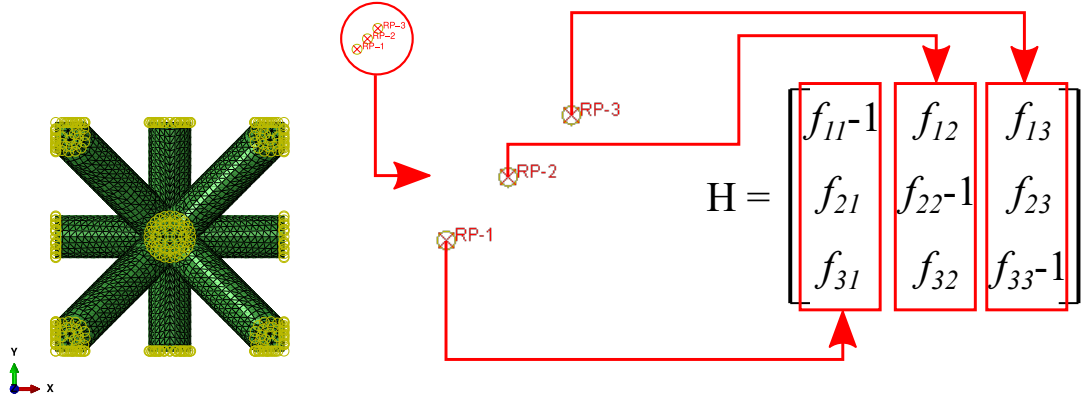


FIGURE 2.38 – Application pratique des PBC à un MCP 3D : exemple sur une cellule CBCC

une composante d'une ligne du tenseur de gradient de déplacement  $\mathbf{H}$ , comme décrit dans la Figure 2.38.

Ainsi, les équations appliquées aux nœuds respectent le système d'équations présenté dans l'Eq. (2.7) :

$$\left. \begin{aligned} u_i(a_1, x_2, x_3) - u_i(-a_1, x_2, x_3) &= 2a_1 h_{i1}, \\ u_i(x_1, a_2, x_3) - u_i(x_1, -a_2, x_3) &= 2a_2 h_{i2}, \\ u_i(x_1, x_2, a_3) - u_i(x_1, x_2, -a_3) &= 2a_3 h_{i3}, \end{aligned} \right\} \text{avec } x_k \in [-a_k, a_k], k = 1, 2, 3, \quad (2.7)$$

avec  $(h_{11}, h_{22}, h_{33}) = (f_{11} - 1, f_{22} - 1, f_{33} - 1)$  les termes sur la diagonale du tenseur  $\mathbf{H}$ , et  $(h_{12}, h_{13}, h_{23}) = (f_{12}, f_{13}, f_{23}) = (f_{21}, f_{31}, f_{32})$  les termes hors diagonale du tenseur  $\mathbf{H}$ .

#### 2.3.5 Analyse de sensibilité au maillage

L'un des paramètres importants à évaluer lors de la modélisation EF est l'influence du maillage sur la réponse mécanique. En effet, l'usage d'un maillage grossier reflétera une réponse mécanique peu représentative, tandis qu'un maillage fin rendra le calcul trop lourd d'un point de vue temps de calcul [128]. Une analyse de sensibilité au maillage est donc nécessaire pour identifier une taille de maille permettant le juste compromis entre temps de calcul et réponse mécanique. Cette représentativité sera identifiée par la taille de maille la plus fine fixée.

L'analyse de sensibilité au maillage est menée sur un modèle de cellule lattice CBCC soumise à un champ de déformation uni-axial, au travers des PBC, présentés dans la section précédente. Cette cellule lattice CBCC est sollicitée à une vitesse de déformation uni-axiale constante de  $750\text{s}^{-1}$ , jusqu'à atteindre une déformation globale de  $\varepsilon_f = 0.4$ . Le maillage est constitué d'éléments solides C3D4 à intégration complète. La sensibilité du maillage sur l'effort mesuré aux limites du VER est sélectionné comme critère d'évaluation et de choix pour la taille de maille. L'effort uni-axial et la déformation globale de la cellule sont extraites au point de référence RP-1, associé au VER de la cellule.

Comme montré dans la Figure 2.39, le maillage est une donnée dépendante de la géométrie. Ainsi, il est nécessaire de sélectionner un paramètre géométrique pertinent avec lequel va évoluer le maillage au cours des multiples simulations. Le paramètre de référence



TABLE 2.9 – Données numériques liées à l’analyse de sensibilité au maillage pour une cellule CBCC

Facteur d’échelle $k_f$	$e_{th}$ (mm)	$e_{size}$ (mm)	Nombre d’EF (CBCC)	Temps de calcul (s)
0.45	0.45	0.46	43368	6283
0.35	0.35	0.44	72992	35436
0.25	0.25	0.39	152128	46888
0.20	0.20	0.31	292096	155247

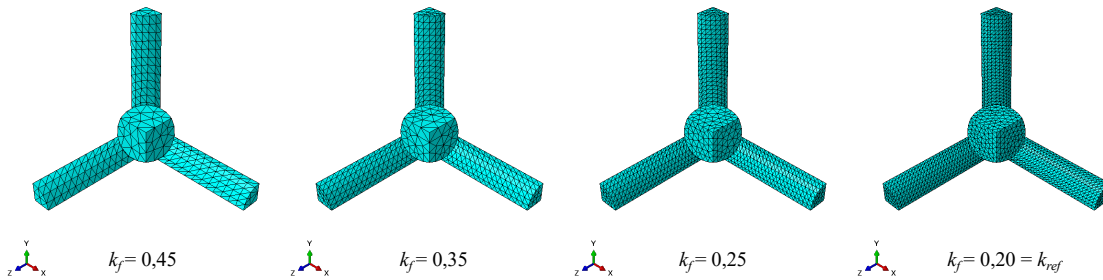


FIGURE 2.39 – Exemples de maillage sur  $1/8^{me}$  de cellule CBCC

est choisi comme étant la dimension la plus petite, soit le rayon des branches de chaque cellule  $R_a$ . Ainsi, la taille moyenne de maille  $e_{th}$  est décrite suivant l’Eq. (2.8) :

$$e_{th} = k_f R_a , \quad (2.8)$$

avec  $k_f$  le facteur d’échelle à déterminer entre la taille de maille et le rayon des treillis. La taille implémentée dans le logiciel est la taille globale approximée. Cependant, la taille moyenne mesurée *a posteriori*  $e_{size}$  ne sera pas forcément égale à la taille théoriquement implémentée  $e_{th}$ . Le maillage employé pour l’ensemble des modèles lattices sont des mailles tétraèdres d’ordre 1 (C3D4). Les valeurs évaluées  $k_f$ , ainsi que les tailles de mailles  $e_{th}$  et  $e_{size}$  et le nombre total d’EF sont répertoriés dans le tableau 2.9. L’influence de la taille

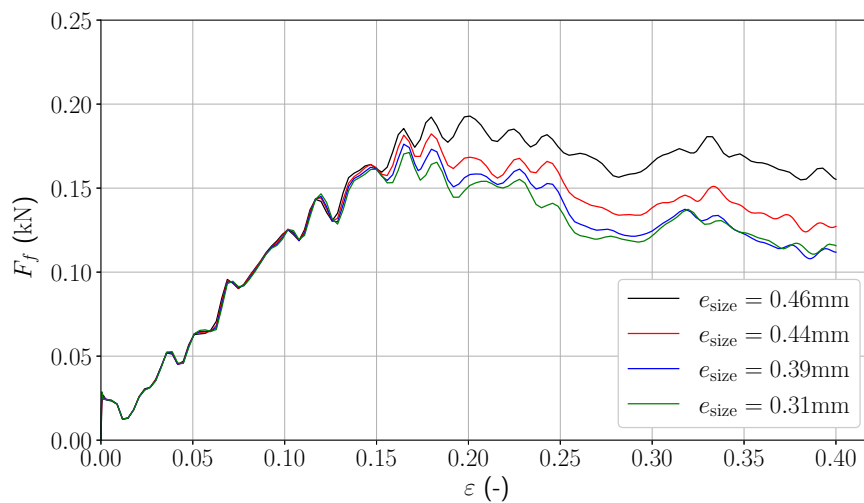


FIGURE 2.40 – Analyse de sensibilité au maillage : résultats de simulation

de maille sur l'effort mesuré aux limites du VER, noté  $F_f$ , en fonction de la taille moyenne de maille  $e_{\text{size}}$  est représentée dans la Figure 2.40.

Le facteur d'échelle de référence fixé est  $k_{\text{ref}} = 0,20$ . Une fois le facteur d'échelle optimal déterminé, ce même facteur d'échelle  $k_f$  sera appliqué sur l'ensemble des géométries. Les résultats de la simulation non-linéaire sont présentés dans la Figure 2.40. D'après les résultats, l'analyse de sensibilité montre que la réponse mécanique pour un  $k_f = 0,25$  est suffisamment proche de la réponse de référence  $k_{\text{ref}} = 0,20$ . Toutefois, il est préférable de limiter le temps de calcul pour les processus d'optimisation. En effet, ce processus peut faire appel à un grand nombre de calculs EF. Une taille de maille réduite augmente le temps de calcul et d'optimisation, rendant ainsi le processus non viable. Ainsi, un  $k_f = 0,25$  est sélectionné pour les simulations d'analyse de sensibilité et d'homogénéisation, et un  $k_f = 0,35$  est sélectionné pour les simulations d'optimisation paramétrique.

## 2.4 Synthèse - Cadre d'étude mis en place

Ce chapitre propose une stratégie de conception multi-échelle d'absorbeurs de chocs faits par fabrication additive, et établit le cadre de numérique et expérimental afin de répondre aux différentes étapes de conception. Concernant la méthodologie de conception multi-échelle mise en avant, plusieurs points importants sont à retenir :

- 1 La méthodologie de conception est un outil mis en place pour répondre aux objectifs industriels **OI1** et **OI2**. De cette méthodologie découle plusieurs verrous qui sont abordés de manière individuelle par chapitre.
- 2 Un premier choix lié à la méthodologie est de se baser sur des géométries de structures canoniques et paramétrables, ce qui exclu le choix de structures issues de l'optimisation topologique comme solution dans le cadre de cette étude. La deuxième hypothèse figée est la densité relative de la cellule qui est fixée.
- 3 La méthodologie met en avant deux axes de conception, qui sont le travail à épaisseur de cellule constante ou variable en fonction de l'épaisseur globale de la macrostructure. Les travaux présentés par la suite se focalisent sur la conception d'un absorbeur à taille de cellule constante dans l'ensemble de l'absorbeur.
- 4 Le processus d'optimisation paramétrique des MCP 3D est basé sur l'hypothèse qu'il existe un set de paramètre optimal pour chaque cas de chargement, afin de maximiser la capacité d'absorption d'énergie de chaque topologie. Ayant pour objectif de montrer la faisabilité du problème d'optimisation, une méthode méta-heuristique est favorisée sur une méthode déterministe, bien que cette dernière soit moins couteuse en temps de calcul.
- 5 L'homogénéisation non linéaire est choisie comme solution permettant de réduire le comportement mécanique de la cellule inscrite dans une structure macroscopique.

Le cadre de recherche expérimental met en avant les outils sélectionnés pour mener l'objectif industriel **OI3**, mais aussi la pertinence de sélection d'un matériau constitutif adapté aux gammes de vitesses étudiées. Le cadre numérique s'étend sur le choix des outils et conditions limites de chargement à sélectionner pour l'ensemble des études. Les points clefs à retenir sont les suivants :

- (1) Plusieurs machines de caractérisation sont employées pour évaluer le comportement quasi-statique et dynamique des matériaux architecturés. L'emploi de plusieurs machines est notamment lié aux limites de gammes de vitesses de chacun des moyens expérimentaux. La machine de caractérisation conventionnelle INSTRON, le vérin électro-mécanique SYMMETRY et la roue inertielle sont les moyens de caractérisation sélectionnés pour les essais.

- (2) Différents matériaux constitutifs sont étudiés dans un premier temps en quasi-statique à des vitesses de déformations faibles et modérées. *A priori*, le matériau le plus raide RPU70 n'est pas le plus pertinent à sélectionner vis-à-vis de la vitesse de déformation. Ce critère, ainsi que l'énergie absorbée, ont permis de sélectionner, parmi un nombre limité de matériaux, un candidat adapté pour le matériau constitutif des cellules lattices.
- (3) Une simulation macroscopique d'un cas de référence industriel a été mis en place pour déterminer les gammes de vitesses, et de déformations, ainsi que les directions de sollicitations critiques à étudier. Les travaux menés se limitent aux cas de chargement uni-axiaux de déformation maximale  $\varepsilon_{\max} = 0,4$ , à des gammes de vitesses de déformation ne dépassant pas les  $\varepsilon_{\dot{\max}} = 1250\text{s}^{-1}$ .
- (4) Plusieurs cellules lattices sont sélectionnées de la littérature en fonction de leurs propriétés mécaniques, et leur taux de présence au sein d'articles. Hormis dans l'optimisation, l'ensemble des cellules considérées sont cubiques, et sont pilotées par deux paramètres géométriques  $R_a$  et  $a_x$ . Etant donné que les travaux sont menés à densité relative constante dans le VER, des hypersurfaces reliant les paramètres géométriques de chaque cellules avec la densité relative sont créés.
- (5) Ayant pour objectif de simuler le comportement d'une cellule inscrite dans un rangée tridimensionnelle d'autres cellules identiques, des PBC sont appliquées aux limites des cellules étudiées. Une analyse de sensibilité au maillage par rapport à la réponse mécanique est menée afin d'identifier une taille de maille optimale pour l'ensemble des cellules étudiées. Une taille de maille raffinée a été identifiée pour les analyses de sensibilité et d'homogénéisation. Cependant, afin d'accélérer le processus d'optimisation au travers de la réduction de temps de calcul, une taille de maille plus grosse est choisie.

L'ensemble des outils expérimentaux et numériques, conditions limites et méthodes de simulation étant mises en place, les outils de la méthodologie DEMECAAM sont abordés.

# Analyse de sensibilité géométrique

Ce chapitre se focalise sur le choix de géométrie de MCP 3D pour la conception d'absorbeurs de chocs, constituant la clef de voute de la méthodologie DEMECAAM. Ce choix de géométrie est basé sur le critère de la capacité d'absorption d'énergie (EAC, de l'anglais *Energy Absorption Capacity*) d'une architecture lattice. Cependant, la modélisation des MCP 3D au sein d'une architecture macroscopique n'est pas toujours rigoureusement défini dans la littérature. De plus, ces modélisations ne sont souvent pas représentatives des structures issues du procédé de fabrication additive. Ce chapitre porte ainsi son attention sur la définition et l'extraction de l'EAC, mais aussi sur les méthodes de modélisation associées aux MCP 3D issus de la FA. La problématique abordée répond également au premier bloc de la méthodologie DEMECAAM, comme illustré dans la Figure 3.1. Dans un premier temps, le modèle associé au problème mécanique d'une architecture lattice soumise à une compression uni-axiale est présenté. Ensuite, différentes méthodes de calcul de l'EAC sont comparées, avant d'être fixée à une définition propre aux cas d'étude de ces travaux. Trois analyses de sensibilité ont été menées : la première consiste à mettre en avant l'influence de la vitesse de déformation sur l'EAC, la seconde consiste à mettre en avant l'influence de défauts géométriques sur l'EAC et la dernière consiste à mettre en avant l'influence de la densité relative sur l'EAC, mais aussi l'évolution de l'influence de défauts géométriques sur l'EAC par rapport à cette même densité relative.

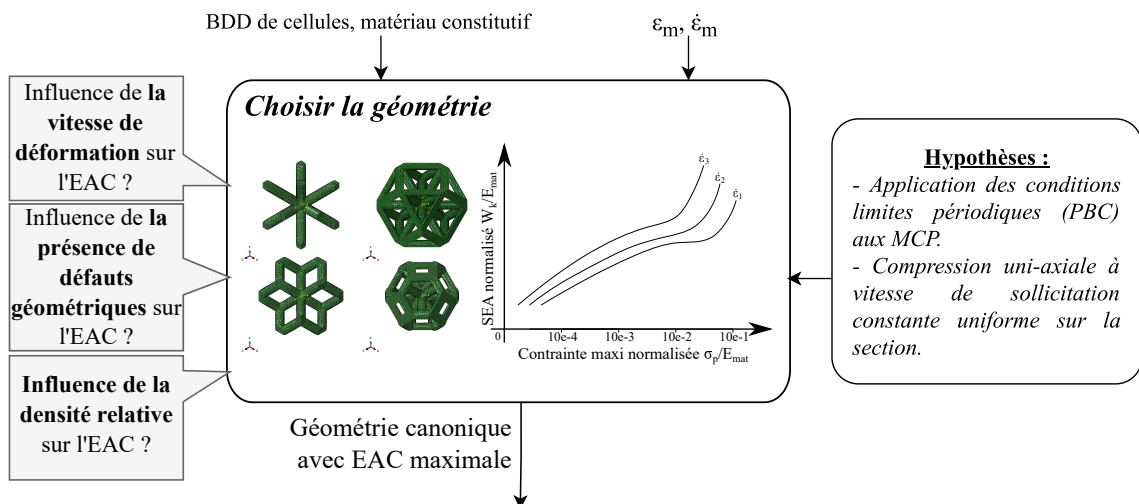


FIGURE 3.1 – Bloc de la méthodologie DEMECAAM : identification de géométrie canonique optimal pour l'EAC

### 3.1 Modélisation numérique : compression uni-axiale

Comme présenté dans le chapitre précédent, la géométrie de référence est un conteneur axisymétrique, soumis à une chute de 9 mètres de haut. Pour un angle d'inclinaison pénalisant, les résultats de simulation présentés dans le chapitre précédent montrent une réponse mécanique localisée de l'absorbeur dont les composantes principales sont en cisaillement, et uni-axiale, cette dernière étant prépondérante sur l'avant. Or, l'objectif est d'identifier l'EAC liée à des motifs de cellules lattices inscrits au sein d'une architecture telle que le conteneur. Étant donné la sollicitation uni-axiale prépondérante sur toutes les autres, et la simulation complète d'un absorbeur étant trop lourdes d'un point de vue coût de calcul, il est nécessaire de réduire la modélisation à un modèle simplifié, comme explicité dans la Figure 3.2.

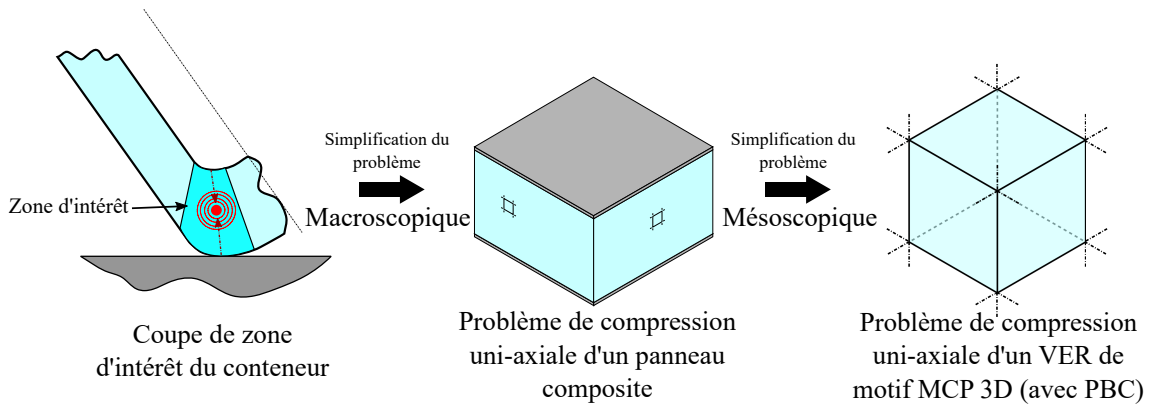


FIGURE 3.2 – Simplification du problème mécanique

Dans un premier temps, la géométrie du conteneur reflète celle d'une architecture de panneau sandwich, constituée d'un absorbeur enveloppé de peaux métalliques [129–131]. Puisque, d'après le calcul EF montré dans le chapitre 2.3.2, le chargement est à composante majeure uniaxiale, l'architecture est simplifiée sous la forme d'un panneau sandwich. Les sollicitations d'intérêt étant purement uni-axiales dans le cadre de cette étude, le panneau

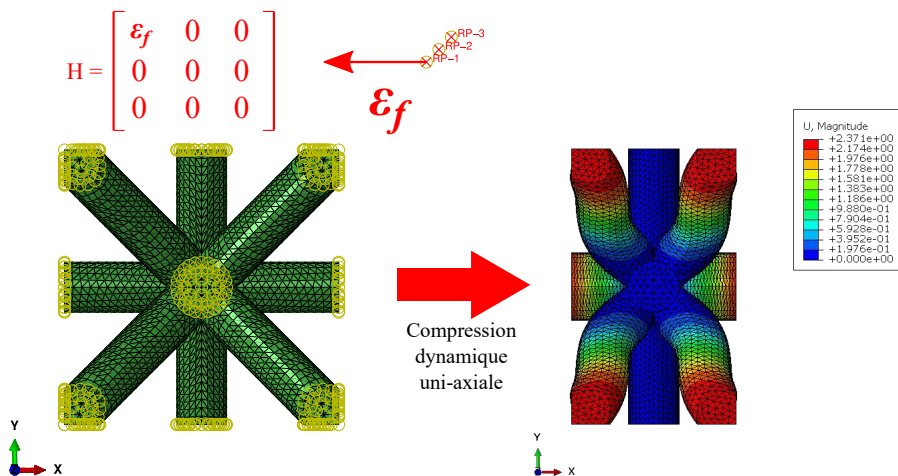


FIGURE 3.3 – Exemple d'application du champ de déformation uni-axial sur une cellule CBCC

### 3.2. MÉTHODOLOGIES DE CALCUL DE L'EAC

est considéré comme plan. Sachant que les MCP 3D sont constitués d'un motif répété dans toutes les directions de l'espace, le problème mécanique est réduit à une évaluation de l'EAC d'un VER sur lequel sont appliquées des conditions limites périodiques (PBC, de l'anglais *Periodic Boundary Conditions*). Cette démarche de simplification permet ainsi d'établir une simulation pertinente du comportement d'une cellule ayant un motif donné répétée dans l'absorbeur.

Cette étude consiste à soumettre une cellule lattice à un champ de déformation uni-axial, comme montrée dans la Figure 3.3, et d'en évaluer l'EAC. Sur l'ensemble du chapitre, les topologies étudiées sont les cellules présentées dans le chapitre 2.3.5, à savoir les cellules CBCC, OC, RD et TrCO. Afin d'élargir les gammes de vitesses explorées à des vitesses de déformation plus élevées que dans le cas d'étude industriel (c.f. chapitre 2.3.2), les vitesses de déformation  $\dot{\varepsilon} \in \llbracket 250, 750, 1250 \rrbracket (\text{s}^{-1})$  sont sélectionnées et étudiées. Afin de modéliser le comportement d'une cellule lattice dans une architecture macroscopique composée de plusieurs cellules, les PBC sont appliquées, comme explicité dans le chapitre 2.3.6. Aux vues des résultats issus de la simulation du conteneur, la déformation uni-axiale imposée est  $\varepsilon_f = 0.4$ .

### 3.2 Méthodologies de calcul de l'EAC

L'EAC est un indicateur énergétique permettant d'évaluer la capacité d'absorption d'énergie d'un matériau ou d'une structure en fonction de sa masse ou du volume occupé. Il existe plusieurs manières d'évaluer l'EAC d'une architecture lattice, l'une étant issue d'un protocole expérimental et l'autre numérique.

De manière expérimentale [14, 132], l'EAC d'un motif MCP 3D est l'énergie absorbée par la cellule lattice, inscrite dans son VER, normalisée par sa masse ou son volume. Cette EAC est évaluée pour une déformation uni-axiale imposée  $\varepsilon_f$  tel que décrit dans l'Eq.(3.1) :

$$\overline{W}_c(\varepsilon) := \frac{1}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}} \int_0^{\varepsilon_f} \sigma_c d\varepsilon = \frac{W_c}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}}, \quad (3.1)$$

avec  $\bar{\rho} = \frac{V_{\text{mat}}}{V_{\text{VER}}}$  la densité relative de la cellule lattice, défini comme le ratio entre le volume de matériau constitutif  $V_{\text{mat}}$  et le volume du VER  $V_{\text{VER}}$ ,  $\rho_{\text{mat}}$  la masse volumique du matériau constitutif de la cellule lattice et  $\sigma_c$  la contrainte de Cauchy calculée en fonction de l'effort appliquée  $F_f$  et la section initiale du VER  $A_{\text{VER}}$  tel que décrit dans l'Eq.(3.2) :

$$\sigma_c := \frac{F_f}{A_{\text{VER}}}. \quad (3.2)$$

Soit  $\overline{E}_c(\varepsilon)$  l'EAC calculée à partir de la somme des énergies internes par unité de volume  $E_i(\varepsilon)$ , tel que décrit dans l'Eq.(3.3) :

$$\overline{E}_c(\varepsilon) := \frac{E_i(\varepsilon)}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}} = \frac{E_{i_e} + E_{i_p} + E_{i_v}}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}}, \quad (3.3)$$

avec  $E_{i_e}$  l'énergie volumique interne associée à l'énergie de déformation élastique,  $E_{i_p}$  l'énergie volumique interne associée à l'énergie de déformation plastique,  $E_{i_v}$  l'énergie volumique interne associée à l'énergie de déformation visqueuse et  $\varepsilon$  la déformation globale respectant l'Eq.(3.4) :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_v, \quad (3.4)$$

avec  $\varepsilon_e$  le tenseur de déformation élastique,  $\varepsilon_p$  le tenseur de déformation plastique et  $\varepsilon_v$  le tenseur de déformation visqueux. L'ensemble des énergies internes sont calculées de manière analytique, suivant l'Eq.(3.5) :

$$E_i(\varepsilon) = \int_0^t \left( \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e dV \right) d\tau + \int_0^t \left( \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p dV \right) d\tau + \int_0^t \left( \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v dV \right) d\tau, \quad (3.5)$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur de contrainte,  $t$  le temps de simulation,  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e$  le tenseur de vitesse de déformation élastique,  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$  le tenseur de vitesse de déformation plastique,  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v$  le tenseur de vitesse de déformation visqueuse et  $V$  le volume effectif dont l'énergie interne est évaluée. Dans l'Eq. (3.5), la notation de Voigt a été utilisée (donc les tenseurs d'ordre deux symétriques deviennent des vecteurs colonne à six composantes). Les différentes contributions d'énergies internes dépendent de la loi de comportement implémentée. Ainsi, la contribution liée à l'énergie de déformation visqueuse est nulle  $E_{i_v} = 0$ . Dans le cas d'étude présenté, l'EAC à un instant final  $t$  se calcule de manière numérique suivant l'Eq.(3.6) :

$$\bar{E}_c(\varepsilon, t) = \frac{1}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}} \sum_{\tau=1}^t \frac{1}{\Delta V_{\text{VER}\tau}} \left[ \sum_{k=1}^N \Delta v_{\tau}^k \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\tau}^k + \boldsymbol{\sigma}_{\tau-1}^k}{2} \right) \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\tau}^k \right], \quad (3.6)$$

avec  $N$  le nombre total d'éléments composant le volume  $V_{\text{VER}}$ ,  $\Delta V_{\text{VER}\tau}$  la variation de VER entre l'incrément  $\tau - 1$  et  $\tau$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_{\tau}^k$  le vecteur de contraintes de l'élément  $k$  à un instant  $\tau$ ,  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\tau}^k$  la variation du vecteur de déformations totale de l'élément  $k$  entre un incrément  $\tau - 1$  et  $\tau$ , et  $\Delta v_{\tau}^k$  la variation de volume de l'élément  $k$  entre un incrément  $\tau - 1$  et  $\tau$ . Contrairement à la méthode de calcul expérimentale, cela permet d'identifier de manière exacte l'énergie absorbée par le modèle EF sollicité. La contrainte majeure de cette méthode est la dépendance au maillage, qui est compensée par l'analyse de sensibilité au maillage de le Chapitre 2.3.7. Afin de positionner la validité de la méthode de calcul numérique de l'EAC par rapport à la méthode expérimentale, l'EAC est calculé des deux manières pour un même cas de chargement, à savoir pour une cellule lattice soumise à un chargement dynamique uni-axial. La méthode expérimentale de calcul de l'EAC  $\bar{W}_c$  est la référence et comparée à la méthode de calcul numérique  $\bar{E}_c$ . Ces deux méthodes de calcul de l'EAC sont comparées pour une vitesse de déformation uniquement  $\dot{\varepsilon} = 750s^{-1}$ .

Pour l'évaluation de l'EAC expérimentale, les données d'effort au point d'application du champ de déformation et la déformation sont extraites. Les efforts en fonction de la déformation sont présentés dans la Figure 3.4. En appliquant l'Eq.(3.2), la contrainte moyennée sur le VER  $\sigma_c$  est obtenue. L'ensemble des contraintes sont ainsi intégrées sur la déformation appliquée (par méthode des rectangles) et l'EAC expérimentale est calculée en appliquant l'Eq.(3.1). Pour l'évaluation de l'EAC numérique, l'énergie de déformation de chaque élément ainsi que le volume de chaque élément sont extraits. l'EAC numérique est quant à elle calculée en employant l'Eq.(3.3). Les données, ainsi que l'écart type relatif (RSD, de l'anglais "Relative Standard Deviation") entre les EAC des deux méthodes, sont présentées dans le Tableau 3.1.

TABLE 3.1 – Résultats de calcul de l'EAC : méthode expérimentale VS méthode énergétique

Géométrie	EAC (kJ/kg)		
	Meth.Exp.	Meth.Num	RSD (%)
CBCC	2.81	2.71	3.24
OC	1.80	1.79	0.6
RD	1.79	1.75	2.16
TrCO	2.03	1.97	3.2

Les résultats montrent de faibles écarts entre les deux méthodes de calcul, permettant ainsi de valider la méthode d'évaluation de l'EAC en employant le bilan d'énergie interne.

### 3.3. INFLUENCE DE LA TAILLE DE CELLULE ET LA VITESSE DE DÉFORMATION

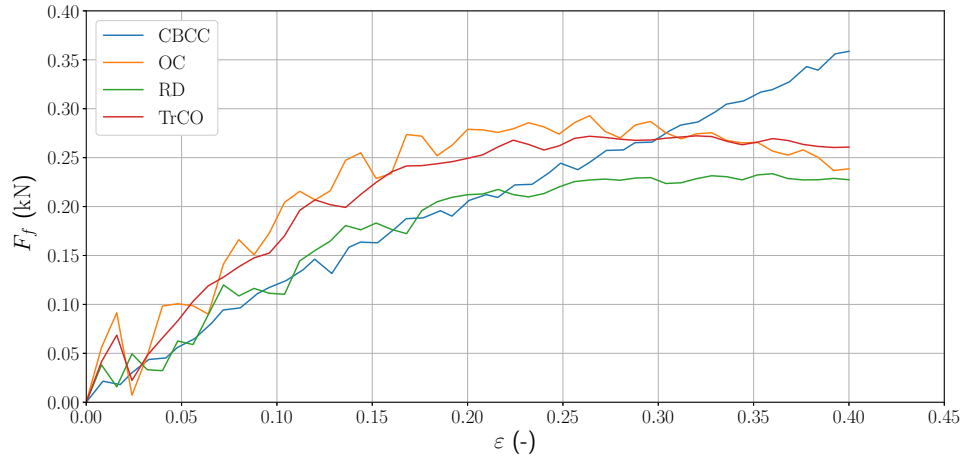


FIGURE 3.4 – Effort évalué en fonction de la déformation appliquée, pour l'ensemble des cellules lattices de densité relative 0.2, à une vitesse de déformation de  $250\text{s}^{-1}$

Les valeurs étant proches, il est ainsi possible de comparer de manière pertinente l'EAC évaluée expérimentalement avec l'EAC des modèles développés. De plus, la méthode numérique permet d'évaluer l'EAC de cellule dans le cadre de chargements plus complexes (cisaillement, combiné...) sans passer par une transformation de données et l'hypothèse d'une section constante.

### 3.3 Influence de la taille de cellule et la vitesse de déformation

L'objectif de cette section est d'évaluer l'influence de la taille de la cellule sur la capacité d'absorption d'énergie, mais aussi de montrer que la vitesse de déformation a une influence sur l'EAC. Pour répondre à cette problématique, une analyse de sensibilité est menée en faisant varier les vitesses de déformation  $\dot{\epsilon} \in [250, 750, 1250] \text{s}^{-1}$ , et les tailles de barreaux de cellules entre  $R_a = 0.6 \text{ mm}$  et  $R_a = 1.0 \text{ mm}$ . Les cellules sont étudiées comme étant cubiques, ainsi les côtés sont égaux, tel que  $a_x = a_y = a_z$ . L'ensemble des topologies sont soumises à un champ de déformation total  $\epsilon_f = 0.4$ . Les propriétés matériaux sont celles du TPU, définies dans le Chapitre 2.3.5. Ce scénario d'étude est défini comme le scénario de référence (REF) pour l'ensemble de ce chapitre, et comporte les géométries nominales des cellules sans défauts géométriques.

Pour les tailles de cellule, les évolutions de la capacité d'absorption d'énergie en fonction de la variation de la taille de la cellule sont présentées dans les Figures 3.5 à 3.8. Un exemple de cellule comprimée à un champ de déformation  $\epsilon_f = 0.4$ , avec des PBC appliquées est illustré dans la Figure 3.9. Pour l'ensemble des cellules étudiées, la capacité d'absorption d'énergie évolue bien en fonction de la vitesse de déformation, mais n'est pas impactée par la taille des cellules. Ceci est notamment lié au fait que l'EAC est une donnée normalisée par la masse propre de la cellule. L'EAC est une donnée qui permet ainsi de quantifier la capacité d'absorption de la géométrie indépendamment du volume occupé par la cellule. Étant donné que l'EAC est une donnée propre à chaque topologie indépendante de la taille de cellule, les dimensions sont fixées pour un rayon de barreau  $R_a = 1 \text{ mm}$  pour la suite de l'étude.

Les résultats de EAC sont ainsi mis en avant dans la figure 3.10. D'après cette première



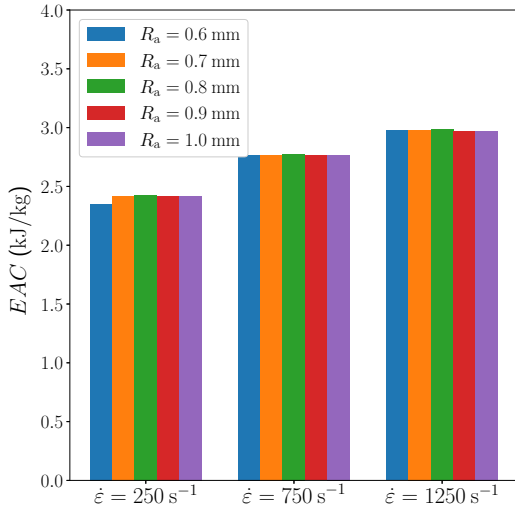


FIGURE 3.5 – Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : CBCC

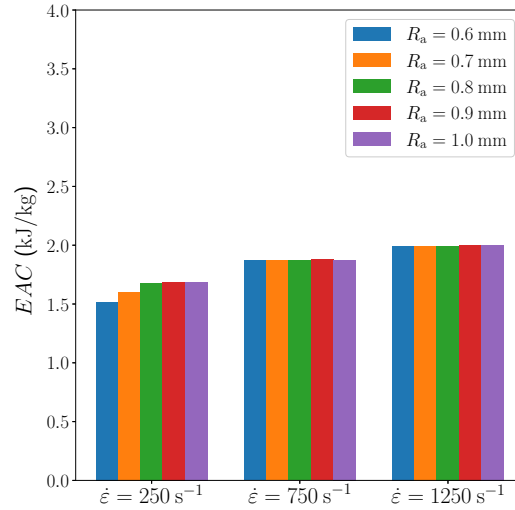


FIGURE 3.6 – Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : OC

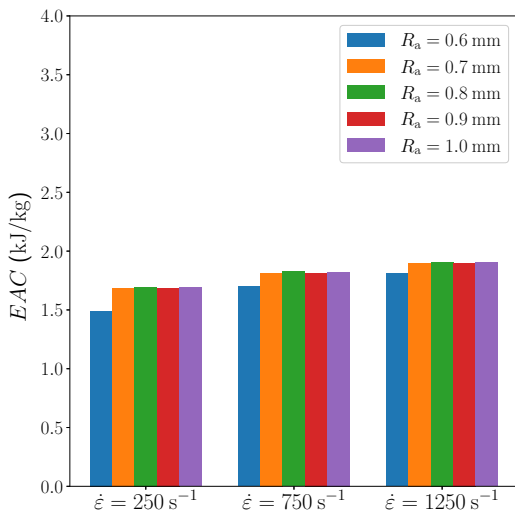


FIGURE 3.7 – Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : RD

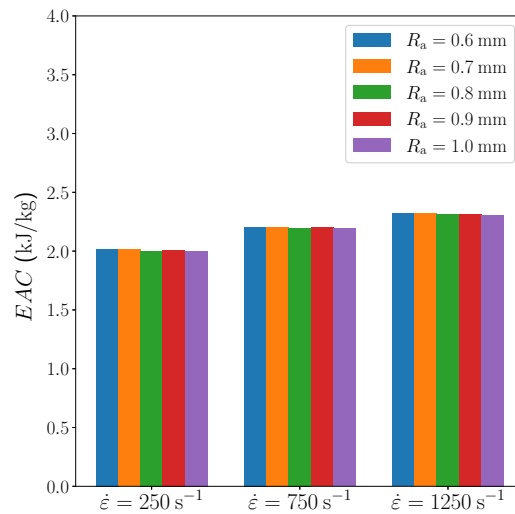


FIGURE 3.8 – Évolution de l'EAC en fonction de la vitesse de déformation et de la taille de cellule : TrCO

étude, il est possible d'affirmer que, lorsqu'une cellule lattice est soumise à un champ de déformation constant mais à différentes vitesses de déformation, l'EAC augmente avec la vitesse de déformation. Ce phénomène est caractéristique de matériaux rhéo-durcissant [133]. De plus, parmi les architectures lattices modélisées, la cellule CBCC se démarque vis-à-vis de sa EAC des autres topologies de cellules, permettant ainsi d'identifier cette dernière comme étant la géométrie à favoriser pour la conception d'un absorbeur de chocs à haute capacité d'absorption d'énergie.

### 3.4. INFLUENCE DE LA PRÉSENCE DE DÉFAUTS GÉOMÉTRIQUES

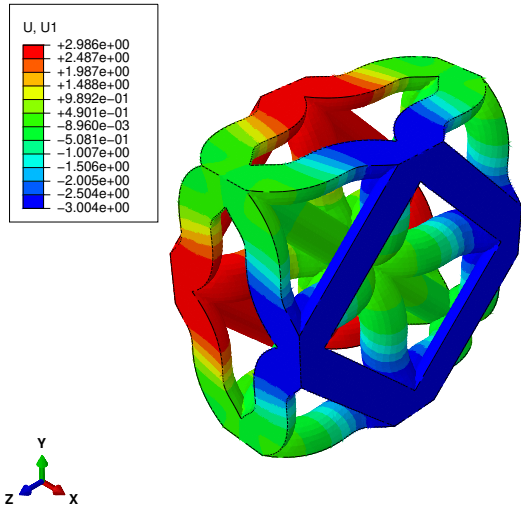


FIGURE 3.9 – Résultat de compression uniaxiale d'une cellule (OC) : champ de déplacement uni-axial suivant X

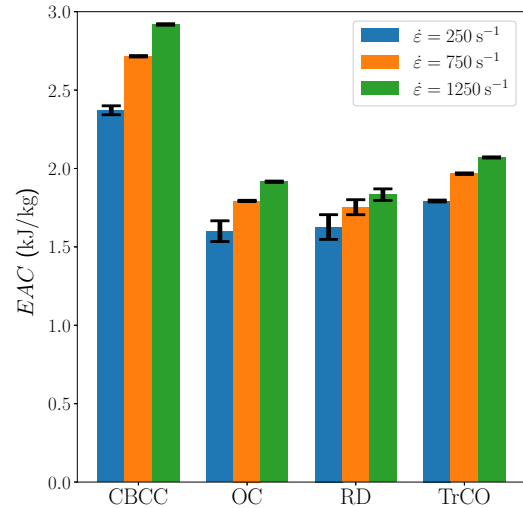


FIGURE 3.10 – EAC évaluée pour le scénario (REF) à densité relative  $\bar{\rho} = 0.2$

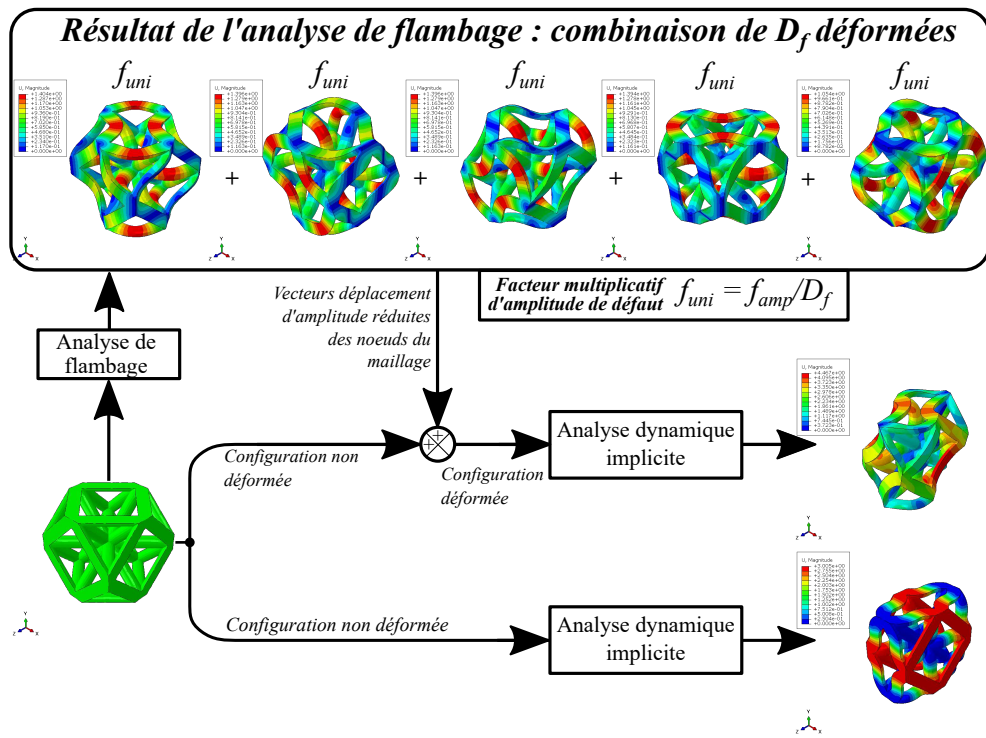


FIGURE 3.11 – Méthode numérique d'analyse non-linéaire en compression en présence de défauts : exemple sur la cellule OC

### 3.4 Influence de la présence de défauts géométriques

*A priori*, la cellule CBCC serait le candidat répondant au mieux au critère de capacité d'absorption d'énergie maximale, parmi les topologies choisies. Toutefois, le comportement mécanique de la cellule a été étudié dans la section précédente en l'absence de défauts géométriques microscopiques. En effet, cela n'est pas représentatif d'un produit fini issu de

la fabrication additive, puisque ces pièces présentent souvent des défauts liés au procédé, tel que du fluage ou des rétractions de matière liées aux gradients de température [108]. De ce fait, une analyse de sensibilité aux défauts géométriques est menée, en appliquant une approche typiquement employée pour le dimensionnement en compression de structures minces [56], décrite dans la figure 3.11.

Cette méthode consiste à appliquer des défauts géométriques microscopiques, représentant des défauts de forme dus aux gradients de température, sous la forme d'une combinaison de modes de déformées. Ces déformées sont dans un premier temps extraites d'une analyse de flambage aux valeurs propres menée sur l'architecture étudiée. Le nombre de déformées extraites  $D_f$  issues de la simulation de flambage est fixé par l'utilisateur. Une fois extraites, les déformées sont soumises à un facteur de réduction  $f_{uni}$ , réduisant l'amplitude des déformées. Chaque facteur de réduction pour chaque déformée est identique et est calculée suivant l'Eq.(3.7) :

$$\forall D_f \in \mathbb{N}^* , f_{uni} = f_{amp}/D_f , \quad (3.7)$$

avec  $f_{amp}$  le facteur global de réduction appliquée à la configuration initiale de la géométrie non déformée. Dans le cas d'étude présenté, une analyse de flambage est menée sur l'ensemble des cellules lattices étudiées. Le nombre de modes extraits et exploités est fixé à  $D_f = 10$ , soit les 10 premiers modes de flambement identifiés.

Plusieurs scénarios de défauts appliqués sont mis en place afin d'évaluer l'influence de l'amplitude des défauts sur l'EAC et le type de défaut généré avec le nombre de modes employés. Ces scénarios sont résumés dans le tableau 3.2. L'ensemble de ces scénarios sont comparés au scénario de référence (REF) sans défauts géométriques, dont les EAC sont représentées dans la figure 3.10.

TABLE 3.2 – Sommaire des scénarios de défauts géométriques : densité relative constante

<i>Paramètres d'analyse de sensibilité</i>			
Dénomination	Modes de flambement	Amplitude de défauts $f_{amp}$	Densité relative $\bar{\rho}$
(D1)	1, 2, 3, 4, 5	$0.02 a_x$	0.2
(D2)	(D2.1)	1, 2	$0.02 a_x$
	(D2.2)	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	$0.02 a_x$
(D3)	(D3.1)	1, 2, 3, 4, 5	$0.002 a_x$
	(D3.2)	1, 2, 3, 4, 5	$0.1 a_x$

Pour le premier cas étudié, les EAC sont évaluées entre le scénario (REF) et (D1). Le scénario (D1) consiste à incorporer un nombre intermédiaire de modes de flambements pour constituer un défaut microscopique global irrégulier. L'amplitude du défaut est fixée à 2% de la valeur de référence  $a_x$ . Enfin, la densité relative  $\bar{\rho}$  est fixée à  $\bar{\rho} = 0.2$ . Les résultats du scénario (D1) sont affichés dans la figure 3.12 et comparés au scénario (REF) en calculant l'écart type relatif (RSD, de l'anglais *Relative Standard Deviation*) entre l'EAC de chaque architecture, à chaque vitesse de déformation, comme illustrée dans la figure 3.13.

Les résultats indiquent que les cellules CBCC et OC n'ont pas une EAC aussi performante que lorsque la présence de défauts géométriques est prise en compte. En effet, la présence de défauts microscopiques force certains modes de flambages des branches de cellules. Cependant, cela n'a que peu d'influence sur les cellules RD et TrCO qui sont peu sensibles à la présence de défauts géométriques. De plus, l'influence de défauts géométriques diminue avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Cela indique que, contrairement à la première partie de l'étude qui n'incluait pas de défauts géométriques, la cellule TrCO serait plus performante en présence de défauts en terme d'EAC, que la cellule CBCC. L'influence de la présence de défauts géométriques sur le comportement mécanique global de

### 3.4. INFLUENCE DE LA PRÉSENCE DE DÉFAUTS GÉOMÉTRIQUES

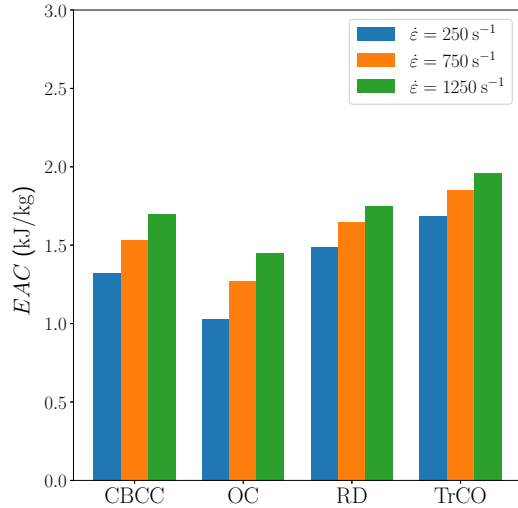


FIGURE 3.12 – EAC évaluée pour le scénario (D1)

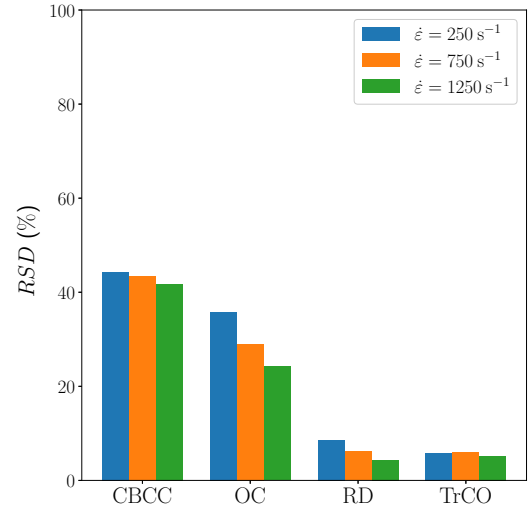


FIGURE 3.13 – RSD entre les scénarios (REF) et (D1)

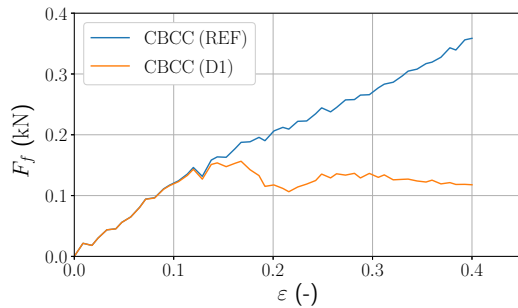


FIGURE 3.14 – Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule CBCC pour  $\dot{\epsilon} = 750 \text{ s}^{-1}$

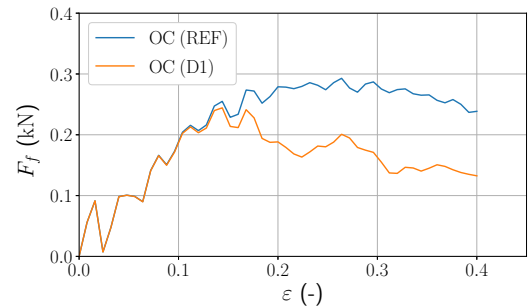


FIGURE 3.15 – Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule OC pour  $\dot{\epsilon} = 750 \text{ s}^{-1}$

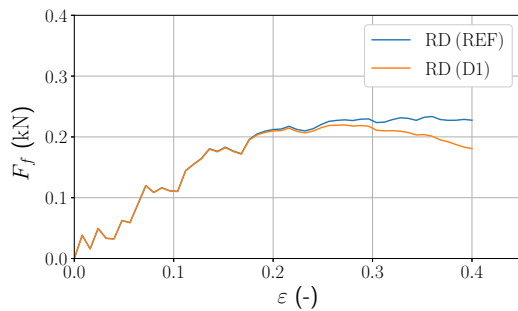


FIGURE 3.16 – Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule RD pour  $\dot{\epsilon} = 750 \text{ s}^{-1}$

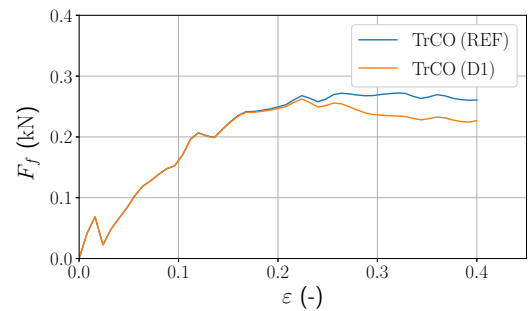


FIGURE 3.17 – Réponse mécanique des scénarios (REF) et (D1) de la cellule TrCO pour  $\dot{\epsilon} = 750 \text{ s}^{-1}$

chaque cellule pour une vitesse de déformation fixée à  $\dot{\epsilon} = 750 \text{ s}^{-1}$  peut être observée dans les figures 3.14, 3.15, 3.16 et 3.17. Fondamentalement, le comportement mécanique obtenu en compression uni-axiale est bien représentatif d'un matériau cellulaire, caractérisé par

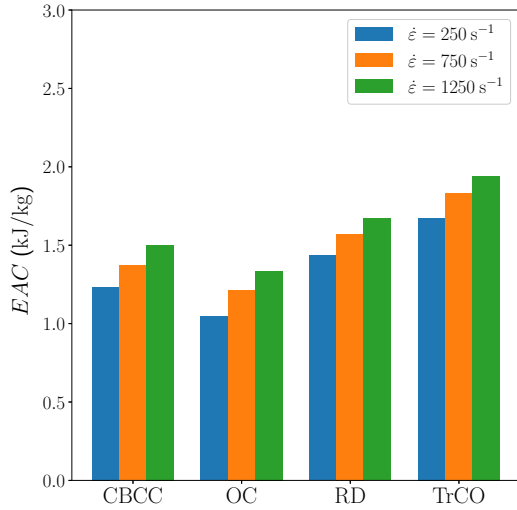


FIGURE 3.18 – EAC évaluée pour le scénario (D2.1)

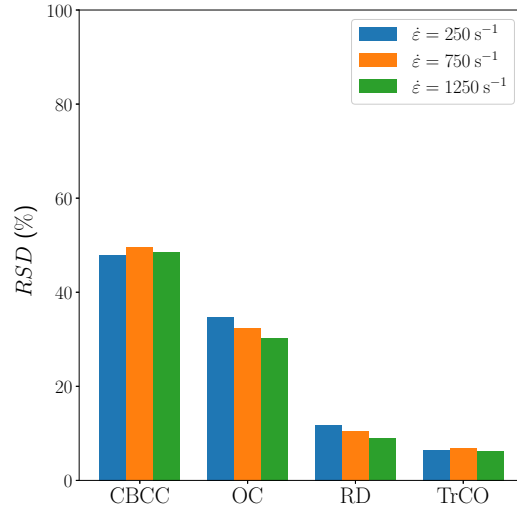


FIGURE 3.19 – RSD entre les scénarios (REF) et (D2.1)

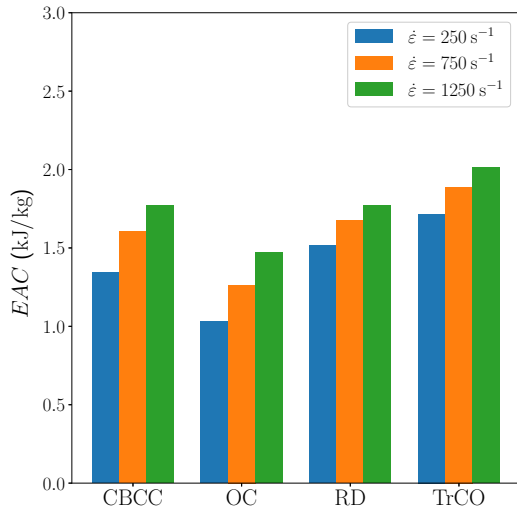


FIGURE 3.20 – EAC évaluée pour le scénario (D2.2)

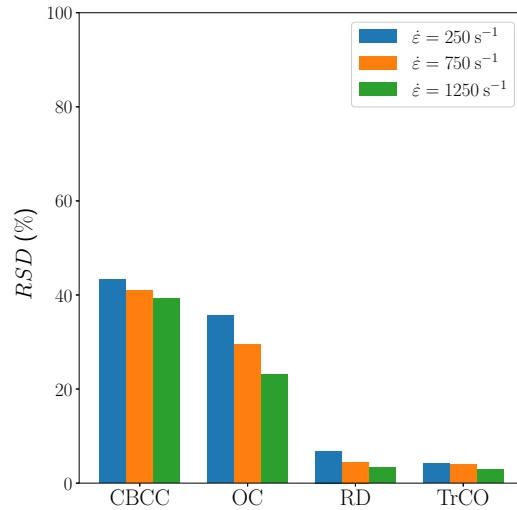


FIGURE 3.21 – RSD entre les scénarios (REF) et (D2.2)

une phase élastique puis une phase plateau, mais la déformation atteinte est insuffisante pour représenter la densification. Les différences observées dans la figure 3.13 sont liées à la sensibilité des cellules à la présence de défauts géométriques.

Le scénario (D2) consiste à évaluer l'influence du nombre de déformées composant la configuration déformée sur l'EAC. Pour cela, deux sous-scénarios sont envisagés. Le scénario (D2.1) consiste à appliquer à la cellule initiale une configuration déformée composée de deux modes uniquement, représentant une forme de défaut régulière à l'image des modes de flambement. Le scénario (D2.2) consiste à appliquer à la cellule initiale une configuration déformée composée de dix modes, représentant un défaut géométrique globalement irrégulier sur l'ensemble de la cellule. Comme dans le scénario (D1), l'amplitude du défaut est fixée à 2% de la valeur de référence  $a_x$  et la densité relative  $\bar{\rho} = 0.2$  reste constante.

Les résultats du scénario (D2.1) sont affichés dans la figure 3.18 et comparés au scénario (REF) en calculant la RSD entre l'EAC de chaque architecture, à chaque vitesse de

### 3.4. INFLUENCE DE LA PRÉSENCE DE DÉFAUTS GÉOMÉTRIQUES

déformation, comme illustrée dans la figure 3.19. D'après ces figures, les cellules CBCC et OC restent les plus impactées par la présence de défauts géométriques. Comparées aux figures 3.12 et 3.13, la décroissance de l'influence de défauts est moins marquée pour les cellules OC et RD. En revanche, l'influence de défauts se stabilise par rapport à la vitesse de déformation pour les cellules CBCC et TrCO. Cela indique que certains modes de flambements spécifiques n'influencent que très peu par rapport à la vitesse de déformation sur les topologies de cellules étudiées et pour la gamme de vitesse de déformation étudiée.

Les résultats du scénario (D2.2) sont affichés dans la figure 3.20 et comparés au scénario (REF) en calculant la RSD entre l'EAC de chaque architecture, à chaque vitesse de déformation, comme illustrée dans la figure 3.21. Les constats sont identiques pour ce scénario que le précédent : les cellules CBCC et OC sont les plus impactées par la présence de défauts géométriques. En revanche, comme le scénario (D1), l'influence de la présence de défauts géométriques décline de manière significative avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Il est important de remarquer que la RSD est plus faible dans ce cas que pour le scénario (D1), dans le cas des cellules RD et TrCO. Cela implique que le nombre de modes incorporés dans la génération de défauts ne corrèle pas avec l'augmentation du RSD.

Le scénario (D3) consiste à évaluer l'influence de l'amplitude du défaut géométrique global sur l'EAC. Comme pour le scénario (D2), deux sous-scénarios sont envisagés. Le scénario (D3.1) consiste à appliquer à la cellule initiale une faible amplitude de défaut afin d'évaluer l'évolution de l'influence des défauts géométriques lorsque la cellule présente peu de défauts géométriques. Le scénario (D3.2) consiste à appliquer à la cellule initiale une amplitude de défaut élevée afin d'identifier l'impact de défauts de fabrication critiques sur l'EAC, permettant ainsi d'identifier un intervalle de tolérance acceptable vis-à-vis des capacités d'absorption d'énergie pour chaque topologie de cellule. Comme dans le scénario (D1), la combinaison de défauts géométriques est des 5 premiers modes ( $D_f = 5$ ) et la densité relative  $\bar{\rho} = 0.2$  reste constante.

Les résultats du scénario (D3.1) sont affichés dans la figure 3.22 et comparés au scénario (REF) en calculant la RSD entre l'EAC de chaque architecture, à chaque vitesse de déformation, comme illustrée dans la figure 3.23. Comme cela avait été anticipé, la différence de EAC entre les cellules avec un défaut dont l'amplitude est plus faible diminue par

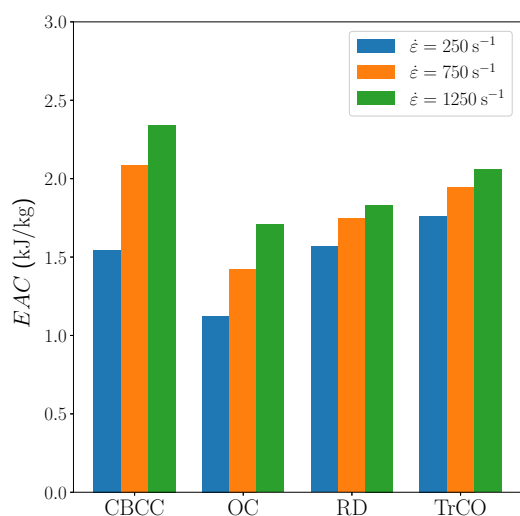


FIGURE 3.22 – EAC évaluée pour le scénario (D3.1)

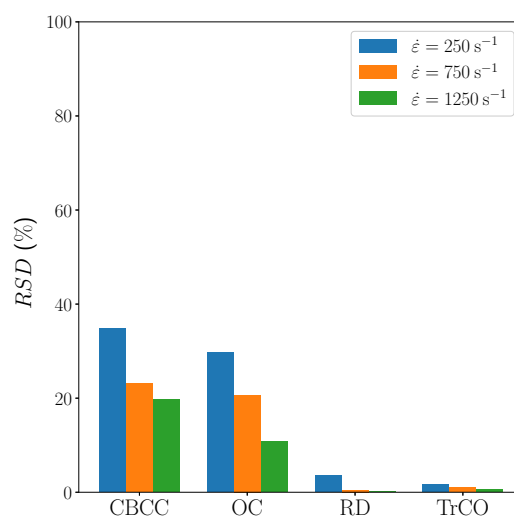


FIGURE 3.23 – RSD entre les scénarios (REF) et (D3.1)

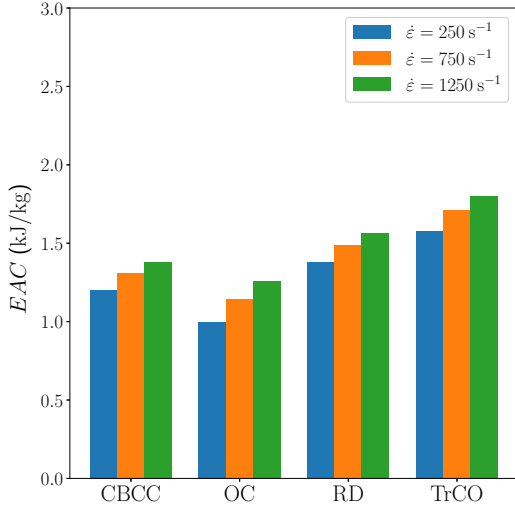


FIGURE 3.24 – EAC évaluée pour le scénario (D3.2)

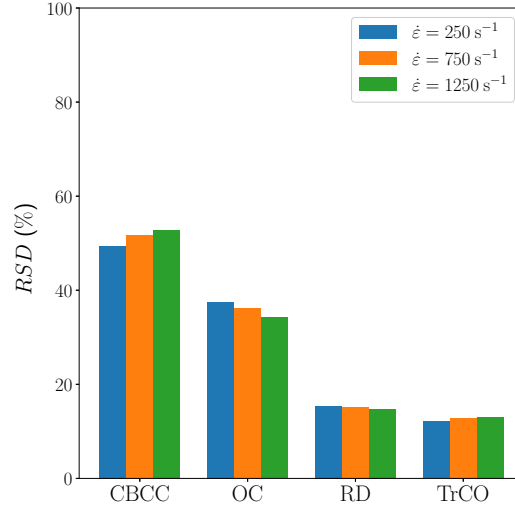


FIGURE 3.25 – RSD entre les scénarios (REF) et (D3.2)

rapport au scénario (REF). Par ailleurs, la cellule TrCO est une meilleure solution pour la gamme de vitesse de  $250\text{s}^{-1}$ , mais l'EAC de la cellule CBCC devient prépondérante aux vitesses étudiées plus élevées. Cependant, cela ne change pas l'ordre vis-à-vis de l'influence de défauts géométriques : les cellules CBCC et OC restent les géométries les plus sensibles à la présence de défauts géométriques.

Les résultats du scénario (D3.2) sont affichés dans la figure 3.24 et comparés au scénario (REF) en calculant la RSD entre l'EAC de chaque architecture, à chaque vitesse de déformation, comme illustrée dans la figure 3.25. Des tendances inverses au scénario précédent sont observées. En effet, l'augmentation de l'amplitude de défauts géométriques a tendance à dégrader l'EAC de l'ensemble des topologies étudiées. Cela confirme que la capacité d'absorption d'énergie est dépendante de l'amplitude du défaut. Cependant, la décroissance de la capacité d'absorption avec l'augmentation de l'amplitude de défaut est plus ou moins importante en fonction de la topologie étudiée. Dans le cas d'étude mis en place, les cellules CBCC et OC sont les plus sensibles à la présence de défauts, mais aussi à l'amplitude de ces défauts géométriques.

### 3.5 Influence de la densité relative

La sensibilité de l'EAC des diverses topologies par rapport à la présence de défauts géométriques a été mise en avant dans la section précédente pour une densité relative constante. Dans cette section, l'influence de la densité relative sur l'EAC de chaque topologie est étudiée. Dans un premier temps, l'EAC de chaque topologie est évaluée sans défaut. Les scénarios de simulations de compression uni-axiales de cellules lattices à densité relative se nomment (REF-2) pour  $\bar{\rho} = 0.4$  et (REF-3) pour  $\bar{\rho} = 0.6$ . Ensuite, la même quantité est évaluée pour les mêmes valeurs de densité relative mais en présence de défauts selon les scénarios listés dans le Tableau 3.3.

Les résultats de ces simulations sont présentés dans les figures 3.26 et 3.27. Contrairement aux simulations à densité relative  $\bar{\rho} = 0.2$ , la cellule TrCO est la topologie dont l'EAC est la plus élevée, et ce à toutes les vitesses de déformation étudiées. Toutefois, comme à densité relative plus faible, ces topologies ne présentent aucun défaut géométrique, ne décrivant ainsi pas de manière représentative le comportement mécanique ni l'EAC réelle de

### 3.5. INFLUENCE DE LA DENSITÉ RELATIVE

TABLE 3.3 – Sommaire des scénarios de défauts géométriques : densité relative variable

<i>Paramètres d'analyse de sensibilité</i>				
		Modes de flambement	Amplitude de défauts $f_{amp}$	Densité relative $\bar{\rho}$
(D4)	(D4.1)	1, 2, 3, 4, 5	0.02 $a_x$	0.4
	(D4.2)	1, 2, 3, 4, 5	0.02 $a_x$	0.6

ces topologies.

Le scénario (D4) consiste à évaluer l'influence de la densité relative sur l'EAC en présence de défauts géométriques. Deux sous-scénarios sont envisagés et présentés dans le tableau 3.3. Le scénario (D4.1) consiste à appliquer un ensemble de défauts géométriques à amplitude constante à chacune des topologies, dont la densité relative est de  $\bar{\rho} = 0.4$ .

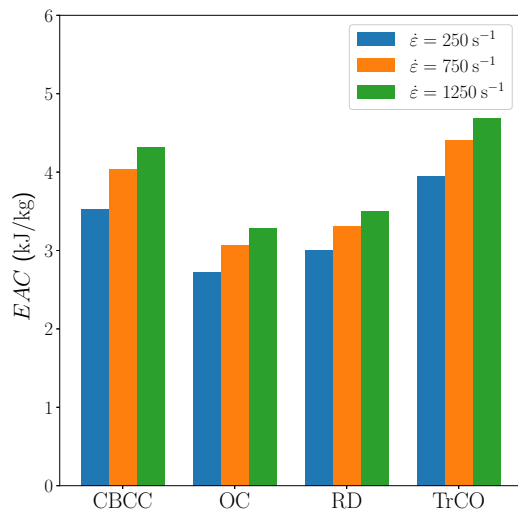


FIGURE 3.26 – EAC évaluée pour le scénario (REF-2) à densité relative  $\bar{\rho} = 0.4$

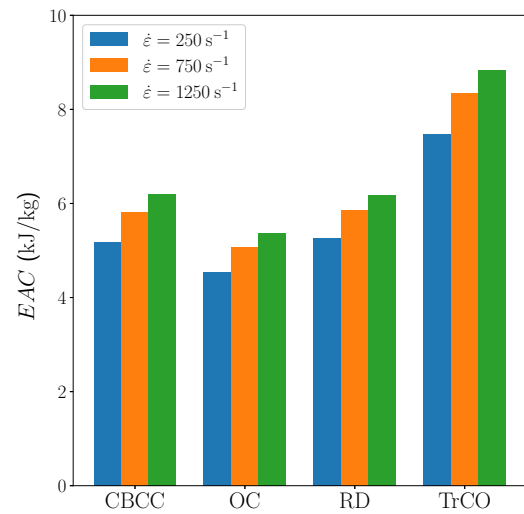


FIGURE 3.27 – EAC évaluée pour le scénario (REF-3) à densité relative  $\bar{\rho} = 0.6$

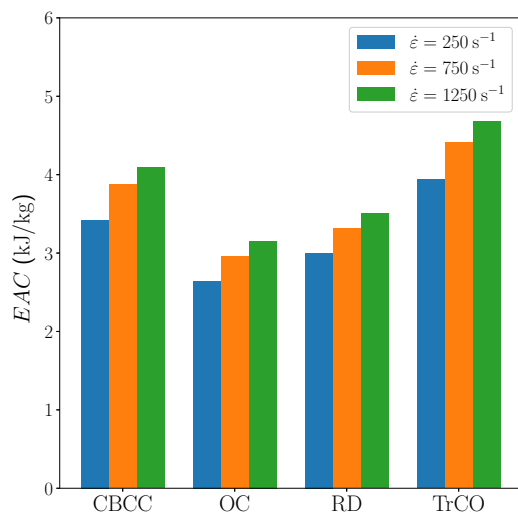


FIGURE 3.28 – EAC évaluée pour le scénario (D4.1)

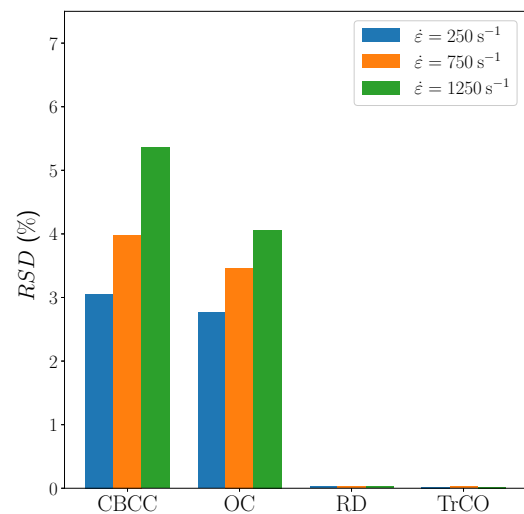


FIGURE 3.29 – RSD entre les scénarios (REF-2) et (D4.1)



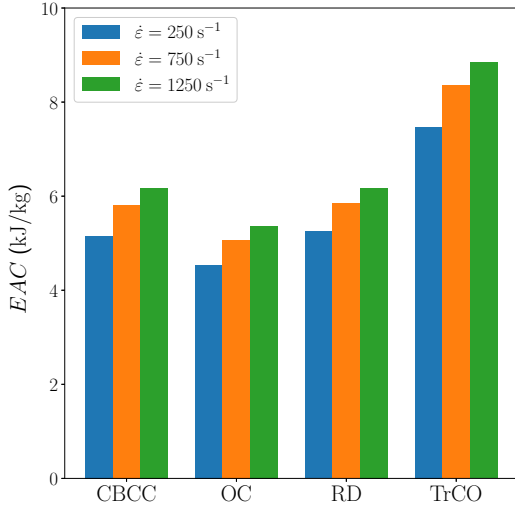


FIGURE 3.30 – EAC évaluée pour le scénario (D4.2)

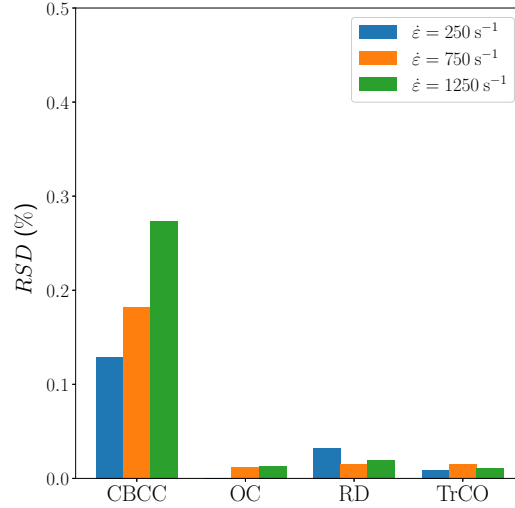


FIGURE 3.31 – RSD entre les scénarios (REF-3) et (D4.2)

Le scénario (D4.2) consiste à appliquer un ensemble de défauts géométriques à amplitude constante à chacune des topologies, dont la densité relative est de  $\bar{\rho} = 0.6$ . Comme dans le scénario (D1), la combinaison de défauts géométriques est des 5 premiers modes ( $D_f = 5$ ) et l'amplitude du défaut est fixée à 2% de la valeur de référence  $a_x$ .

Les résultats des simulations avec défauts sont présentés dans les figure 3.28 et 3.30. La RSD entre les scénarios sans défauts et avec défauts sont représentées dans les figures 3.29 et 3.31. D'après ces graphiques, il est clair que l'influence de défauts géométriques diminue de manière significative avec l'augmentation de la densité relative. En effet, les défauts restant de même amplitude, la dimension minimale de la cellule (à savoir le rayon des treillis  $R_a$ ) devient très supérieure à la dimension des défauts, rendant les déviations géométriques que peu significatives par rapport aux dimensions des branches et de la cellule. Ainsi, la géométrie est moins propice à flamber pour former le début de la phase plateau. Comparé aux scénarios précédents, les cellules CBCC et OC restent les plus sensibles aux défauts géométriques, même lorsque l'influence des défauts diminuent avec l'augmentation de la densité relative.

### 3.6 Synthèse et perspectives de l'étude

Ce chapitre met en avant l'importance d'inclure la présence de défauts géométriques dans le cadre de simulations de matériaux cellulaires périodiques sollicités en dynamique. Certaines architectures sont plus sensibles que d'autres à la présences de défauts, ce qui change radicalement l'EAC de certaines cellules. Par ailleurs, s'il est question de mesurer les défauts géométriques pour les prendre en compte dans les simulation de MCP 3D (par tomographie par exemple), il serait nécessaire de les prendre en compte si certaines amplitudes déforment la topologie initiale de manière non-négligeable. Ainsi, la prise en compte d'imperfection permet d'obtenir une estimation plus fiable de la capacité d'absorption d'énergie des cellules étudiées, dans le cas d'un chargement dynamique uni-axial. Au travers de cette analyse de sensibilité, plusieurs points sont mis en avant :

- (1) l'EAC augmente avec la vitesse de déformation : cette augmentation n'est pas linéaire et est due principalement au comportement du matériau, qui se raidit avec l'augmentation de la vitesse de déformation.

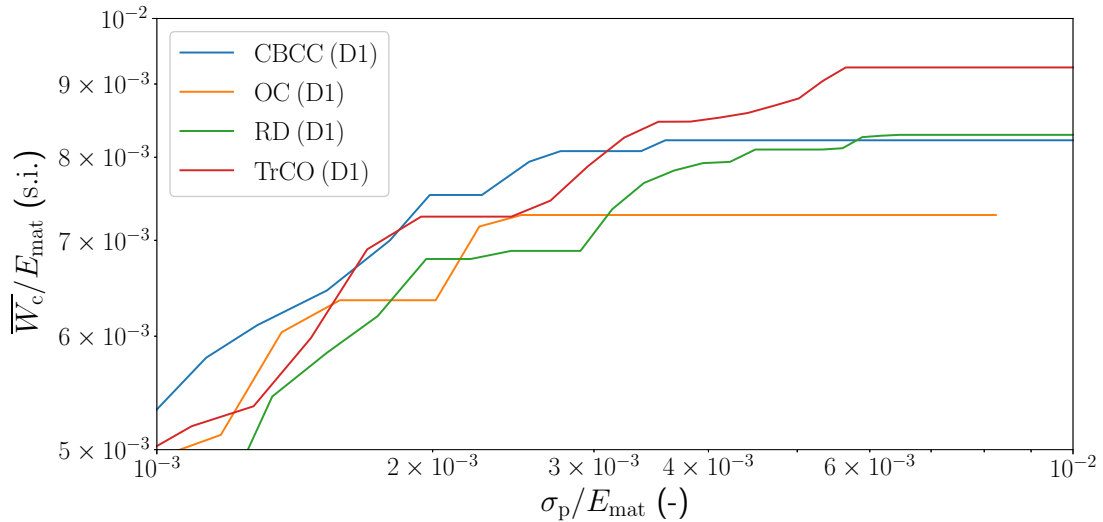


FIGURE 3.32 – Courbes Rusch pour l'ensemble des topologies étudiées : scénario de défaut (D1), vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 750s^{-1}$

- (2) Il existe des topologies optimales vis-à-vis de l'influence de défauts géométriques générés par le procédé de fabrication. En effet, certaines topologies sont très sensibles à la présence de défauts géométriques, au point de ne pas être représentatives du comportement réel si ces défauts ne sont pas pris en compte pendant l'analyse.
- (3) L'augmentation du nombre de modes  $D_f$  dans la création d'une configuration déformée de MCP permet de représenter un défaut plus irrégulier, permettant de générer une géométrie dont les défauts numériques sont représentatifs d'un défaut réel. Toutefois, l'augmentation de  $D_f$  ne change pas de manière significative l'EAC de la configuration déformée moyenne (D1).
- (4) L'augmentation de l'amplitude des défauts augmente les différences entre l'EAC d'une configuration idéalisée par la modélisation et d'une configuration réelle.
- (5) L'augmentation de la densité relative diminue la sensibilité aux défauts de l'ensemble des topologies étudiées. Cela indique que, selon la densité relative étudiée, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les défauts géométriques liés au procédé de fabrication.

Ainsi, l'ensemble de cette étude permet d'identifier la cellule **TrCO** comme étant la meilleure topologie parmi les quatre analysées. Il est possible de le confirmer en traçant les courbes Rusch, précédemment identifiées comme un moyen de décrire la capacité d'absorption d'énergie d'un matériau cellulaire, comme présenté dans la Figure 3.32. Il est possible d'affirmer que cette cellule présente une EAC élevée pour un état de contrainte maximal. Il est important de mettre en avant que ces courbes sont les premiers résultats de diagrammes Rusch de MCP 3D. Afin d'en améliorer la résolution, il est possible d'affiner le maillage, ou de réduire la taille d'incrément des simulations, affinant ainsi le nombre de points d'équilibre évalués mais augmentant le temps de calcul.

Cependant, l'étude menée présente des limites, notamment sur les géométries étudiées. En effet, la topologie TrCO est optimale parmi les topologies étudiées, mais qu'en est-il d'autres géométries présentes dans la littérature, tel que les TPMS (de l'anglais *Triply Periodic Minimal Surfaces*) [134, 135] ou les matériaux auxétiques [136, 137] ? Cette étude constitue une preuve de concept qu'il serait intéressant de développer autour de géomé-

tries plus complexes. Une des perspectives d'évolution de cette étude serait d'inclure plus de géométries dans l'analyse de sensibilité de manière à identifier une géométrie dont la sensibilité à la présence de défauts géométriques est minimale.

Une autre limite de l'étude est qu'elle présente une topologie optimale pour un VER et des paramètres géométriques figés. L'intérêt de cette étude est d'identifier une topologie optimale en configuration cubique, et dont la sensibilité aux défauts est minimale, pour pouvoir par la suite optimiser les paramètres locaux de la cellules. Ce processus d'optimisation, qui fait l'objet du chapitre suivant vient capitaliser d'une part sur la possibilité de concevoir et fabriquer une cellule à géométrie complexe et d'autre part sur le fait que cette géométrie puisse être optimisée localement pour une capacité d'absorption d'énergie globale optimale.

Enfin, les hypothèses de simulation, notamment concernant les conditions limites périodiques, sont identiques aux hypothèses trouvées dans la littérature. Toutefois, les simulations ne font pas l'objet d'une étude approfondie sur les contacts périodiques. En effet, les conditions limites sont appliquées à la cellule aux bords du VER, mais ne prennent pas en compte les contacts inter-cellulaires, faussant potentiellement les déformées des cellules lattices, et ainsi leur EAC. Une solution pour pallier à ce problème, et qui fait l'objet d'une étude présentée dans le chapitre d'homogénéisation, serait d'employer des plans rigides dits passifs (qui n'imposent pas le déplacement).

# Optimisation paramétrique de matériaux cellulaires périodiques

Ce chapitre se focalise sur l'optimisation des géométries canoniques, sélectionnées au préalable vis-à-vis de critères d'absorption d'énergie. En effet, le choix d'une première géométrie canonique permet d'identifier une topologie cellulaire optimale pour l'absorption d'énergie, parmi la base de données de cellules pré-établie. Toutefois, cela n'assure pas un EAC maximal, ni un set de paramètres géométriques optimal assurant cette condition. De plus, dans la définition de la géométrie optimale, des critères ultérieurs doivent être pris en compte vis-à-vis de la légèreté et de la raideur de la cellule. Pour répondre à cette problématique, une phase d'optimisation des paramètres géométriques des cellules est intégrée dans la méthodologie de conception DEMECAAM. La fonctionnalité et pertinence de ce bloc méthodologique est validée de manière individuelle en menant une optimisation paramétrique sur les quatre topologies de cellules étudiées. Dans un premier temps, le problème d'optimisation est défini et résolu sur un ensemble de cellules lattices. Dans un second temps, les géométries optimisées sont validées avec un maillage raffiné, et l'influence des défauts géométriques (MGI, de l'anglais *Microscopic Geometrical Imperfections*) est mise en avant sur les résultats d'optimisation. Enfin, l'inclusion de défauts géométriques dans le processus d'optimisation est présentée et de premiers résultats sont mis en avant.

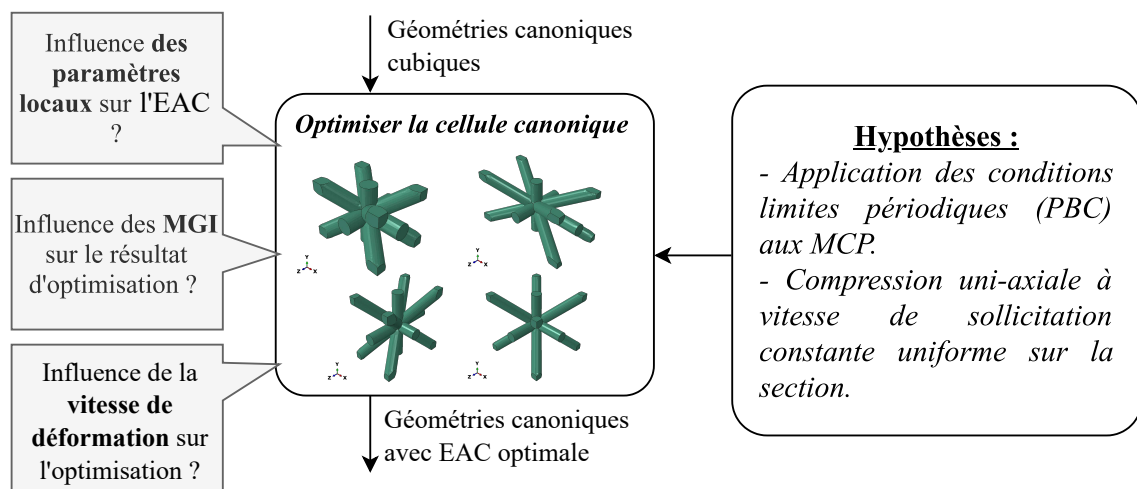


FIGURE 4.1 – Bloc de la méthodologie DEMECAAM : optimisation paramétrique de la géométrie canonique

## 4.1 Problèmes d'optimisation paramétrique

Les problèmes d'optimisation paramétrique de structures permettent d'obtenir une architecture aux propriétés mécaniques et/ou thermiques optimales à moindre coût de matière [65, 66, 98, 138]. De plus, certains travaux ont démontré qu'il était pertinent d'optimiser la topologie et les paramètres de géométries canoniques pour en maximiser l'énergie de déformation. Toutefois, cette énergie de déformation n'est pas normalisée [94, 139]. Il n'est donc pas possible de comparer de manière pertinente ces architectures à d'autres. Suite à l'analyse de sensibilité présentée dans le chapitre précédent, plusieurs topologies de cellules élémentaires de MCP 3D ont été sélectionnées afin d'en maximiser la capacité d'absorption d'énergie. Dans la suite de ce chapitre, un processus d'optimisation est mis en place pour identifier un set de paramètres géométriques locaux permettant d'optimiser localement la géométrie pour un cas de chargement spécifique. Tout comme l'analyse de sensibilité au chapitre précédent, le problème d'optimisation est formulé en prenant compte une compression uni-axiale de cellule. Ainsi, le problème d'optimisation est basé sur l'optimisation des paramètres géométriques des cellules canoniques précédemment étudiées pour en maximiser la capacité d'absorption d'énergie, sous conditions sévères (grandes déformations et grandes vitesses de déformation), en considérant d'autres critères mécaniques formulés en tant que contraintes d'optimisation. Il faut ainsi définir trois aspects : (1) les variables de conception associées au problème d'optimisation, (2) la fonction objectif et les fonctions contraintes et (3) le problème d'optimisation en lui-même.

### 4.1.1 Variables de conception

Il est possible de définir plusieurs paramètres géométriques pour chaque topologie de cellule lattice, comme présenté dans la Figure 4.2, tel que le rayon des barreaux de cellule  $R_a$ , la longueur du barreau  $l_b$ , ou encore les dimensions cartésiennes caractéristiques du volume élémentaire représentatif (VER) de la cellule, respectivement  $2a_x$ ,  $2a_y$  et  $2a_z$ . Cependant, ces paramètres ne sont pas tous indépendants et uniquement ces derniers sont regroupés dans le **vecteur des variables de conception**, noté  $\mathbf{v}$ . La taille de ce vecteur dépend du nombre de variables intervenant dans le modèle. Le cas d'étude de compression uni-axial est présenté dans la Figure 4.3. Dans le cas présenté, le rayon de poutre de la structure lattice  $R_a$  est constant le long de la poutre, et identique pour chaque poutre de la cellule. De plus, une contrainte d'égalité entre  $a_y$  et  $a_z$  est imposée. Finalement, le

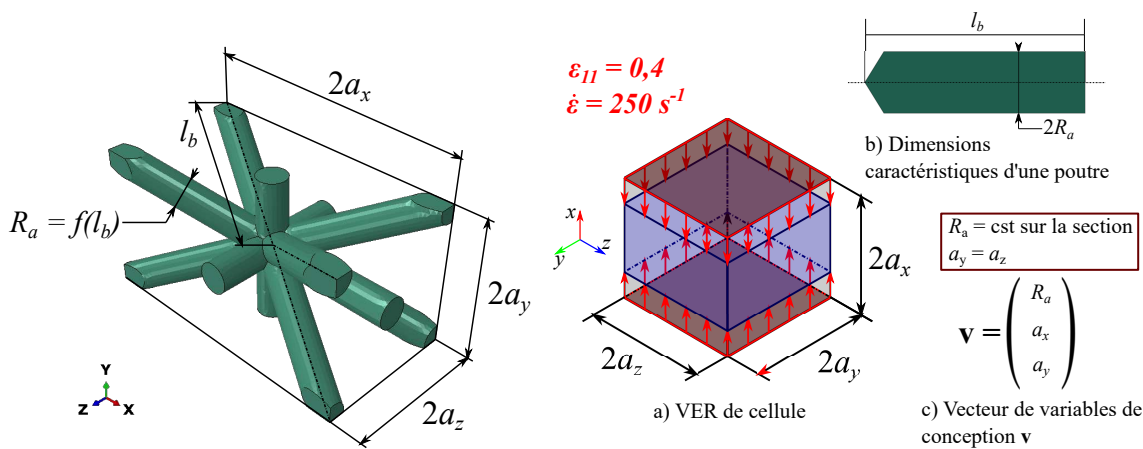


FIGURE 4.2 – Dimensions générales d'une cellule (ex : CBCC)

FIGURE 4.3 – Conditions de sollicitations du VER de la cellule et définition du vecteur de variable de conception

## 4.1. PROBLÈMES D'OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE

paramètre  $l_b$  peut être exprimé en fonction des longueurs caractéristiques  $a_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Ainsi, le vecteur  $\mathbf{v}$  s'écrit suivant l'Eq.(4.1) :

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} R_a \\ a_x \\ a_y \end{pmatrix}, \mathbf{v} \in [\mathbf{v}_{LB}, \mathbf{v}_{UB}], \quad (4.1)$$

avec  $\mathbf{v}_{LB}$  et  $\mathbf{v}_{UB}$  les **bornes inférieures et supérieures de l'intervalle des variables de conception**. Les bornes sont définies en fonction des contraintes liées au procédé de fabrication et aux contraintes visées de densité relative. Le rayon minimum admissible est  $R_a = 0.5mm$  avec une tolérance de  $0.1mm$ , donc la borne minimum de  $R_a$  est fixée à  $R_{aLB} = 0.6mm$ . La borne maximum est définie à  $R_{aUB} = 1.0mm$ . Les bornes inférieure et supérieure de  $a_x$  et  $a_y$  sont égales et valent  $a_{xLB} = a_{yLB} = 3.0$  mm et  $a_{xUB} = a_{yUB} = 6.0$  mm. Les variables de conception sont peuvent varier entre les bornes inférieure et supérieure avec un pas de discrétisation  $\Delta\mathbf{v}^T = (\Delta R_a, \Delta a_x, \Delta a_y)$  dont les valeurs sont :  $\Delta R_a = 0.01$  mm,  $\Delta a_x = \Delta a_y = 0.05$  mm.

### 4.1.2 Fonctions objectif et contraintes d'optimisation

Une fois les variables de conception identifiées, il est nécessaire de formuler une fonction objectif et des contraintes. L'objectif est de maximiser la capacité d'absorption d'énergie  $\overline{E}_c$ . Avant d'introduire l'expression de la fonction objectif et des contraintes d'optimisation, il faut préciser que toute réponse structurale utilisée dans la formulation du problème d'optimisation est issue d'une analyse non-linéaire réalisée sur un modèle EF du VER. Le VER est soumis aux conditions de chargement illustrées dans la Figure 4.3 : le champ de déformation uni-axial imposé est  $\varepsilon_f = 0.4$  et l'optimisation est faite pour une cellule lattice sollicitée à une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 250$  s<sup>-1</sup>. Dans un souci de validation du processus de sélection de topologie précédemment décrit dans le chapitre 4, les topologies CBCC, OC, RD et TrCO sont étudiées. Afin de rendre le modèle EF le plus rapide possible, tout en conservant une réponse mécanique représentative, le facteur d'échelle des EF  $k_f$  est augmenté à  $k_f = 0.35$ . Les conditions limites périodiques (PBC) sont conservées dans le cas de grandes transformations. L'EAC est calculée à partir des résultats d'un modèle EF en utilisant la formule suivante :

$$\Phi(\mathbf{v}) = \overline{E}_c(\mathbf{v}) = \frac{1}{\bar{\rho}\rho_{mat}} \sum_{\tau=1}^t \frac{1}{\Delta V_{VER\tau}} \left[ \sum_{k=1}^N \Delta v_{\tau}^k \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\tau}^{kT} + \boldsymbol{\sigma}_{\tau-1}^{kT}}{2} \right) \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\tau}^k \right], \quad (4.2)$$

avec  $t$  le temps final de simulation,  $N$  le nombre total d'éléments composant le modèle EF du VER,  $\boldsymbol{\sigma}_{\tau}^k$  le vecteur de contraintes de l'élément  $k$  à un instant  $\tau$ ,  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\tau}^k$  la variation du vecteur de déformations globales de l'élément  $k$  entre un incrément  $\tau - 1$  et  $\tau$  et  $\Delta v_{\tau}^k$  la variation de volume de l'élément  $k$  entre un incrément temporel  $\tau - 1$  et  $\tau$ . Cette équation a été explicitée dans le chapitre précédent, et permet de calculer numériquement l'EAC d'un MCP 3D.

La première fonction contrainte, notée  $\Psi_1(\mathbf{v})$ , porte sur la densité relative  $\bar{\rho}$  devant être inférieure à une densité relative de référence  $\bar{\rho}_{ref}$ . La densité relative  $\bar{\rho}$  est calculée comme étant le ratio entre le volume effectif de la cellule lattice optimisée  $V_{MCP}$  et le volume du VER dans lequel elle est inscrite  $V_{VER}$ .  $V_{MCP}$  n'est autre que la somme des volumes de chaque élément composant le modèle EF de la cellule lattice. Ainsi, la densité relative  $\bar{\rho}$  s'exprime donc suivant l'Eq.(4.3) :

$$\bar{\rho} = \frac{V_{MCP}}{V_{VER}} = \frac{\sum_{k=1}^N v^k}{8a_x a_y^2}, \quad (4.3)$$

## CHAPITRE 4. OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE DE MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

avec  $N$  le nombre total d'éléments finis de la cellule. Cette fonction contrainte permet de limiter la densité relative de la cellule, dont l'ensemble des variables de conception sont des pilotes directs. La première fonction contrainte est définie suivant l'Eq.(4.4) suivante :

$$\Psi_1(\mathbf{v}) = \frac{\bar{\rho}(\mathbf{v}) - \bar{\rho}_{\text{ref}}}{\bar{\rho}_{\text{ref}}} . \quad (4.4)$$

D'après le chapitre précédent, la présence de défauts géométriques n'influe pas sur la phase élastique du comportement d'un MC. Il est possible d'établir deux fonctions contraintes supplémentaires : une fonction contrainte sur le module élastique homogène et une fonction contrainte sur le module de cisaillement élastique homogène. En effet, d'après le Chapitre 2.3.2, les sollicitations principales du matériaux absorbant dans la zone critique de chargement sont en compression dans le sens de sollicitation et en cisaillement autour des axes orthogonaux à l'axe de sollicitation. Ainsi, la seconde fonction contrainte, notée  $\Psi_2(\mathbf{v})$ , porte sur la raideur élastique homogène de la cellule lattice dans le sens de sollicitation, noté  $E_x^*$ , et la troisième fonction contrainte, notée  $\Psi_3(\mathbf{v})$ , porte sur le module de cisaillement élastique homogène de la cellule lattice dans le plan  $xy$ , noté  $G_{xy}^*$ . Dans le cas de l'étude présenté, les axes principaux sont confondus aux directions d'orthotropie, soit  $x = 1, y = 2, z = 3$ . Les fonctions contraintes sont définies telles que présentées dans les Eq.(4.5) et (4.6) suivantes :

$$\Psi_2(\mathbf{v}) = \frac{E_{\text{ref}}^* - E_x^*(\mathbf{v})}{E_{\text{ref}}^*} , \quad (4.5)$$

$$\Psi_3(\mathbf{v}) = \frac{G_{\text{ref}}^* - G_{xy}^*(\mathbf{v})}{G_{\text{ref}}^*} . \quad (4.6)$$

L'ensemble des valeurs de référence  $E_{\text{ref}}^*$  et  $G_{\text{ref}}^*$  sont calculées à partir d'un modèle de matériau cellulaire stochastique aux propriétés matériaux identiques que le matériau de référence, et dont la densité relative est fixée à  $\bar{\rho}_{\text{MCS}} = 0.2$ . Ces valeurs sont issues d'une homogénéisation linéaire d'un MCS généré de manière stochastique, inscrit dans un VER cubique. L'ensemble des valeurs de référence sont présentées dans le Tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Valeurs de référence

Données de référence	Valeur
$\bar{\rho}_{\text{ref}} (-)$	0.2
$E_{\text{ref}}^* (\text{MPa})$	5.25
$G_{\text{ref}}^* (\text{MPa})$	1.83

### 4.1.3 Formulation du problème d'optimisation

Le problème d'optimisation est défini comme un problème de programmation non-linéaire sous contraintes suivant l'Eq.(4.7) :

$$\begin{aligned} & \mathbf{v} \in [\mathbf{v}_{\text{LB}}, \mathbf{v}_{\text{UB}}] , \\ & \max_{\mathbf{v}} (\Phi(\mathbf{v})) , \\ & \text{sujet à :} \\ & \left\{ \begin{array}{l} \Psi_1(\mathbf{v}) \leq 0 , \\ \Psi_2(\mathbf{v}) \leq 0 , \\ \Psi_3(\mathbf{v}) \leq 0 . \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Étant donné que les variations des bornes et conditions limites de chargement n'ont pas d'influence sur le problème d'optimisation, cette formulation du problème est valable pour l'ensemble des problèmes d'optimisation menés par la suite.

#### 4.1.4 Stratégie numérique d'optimisation

Le problème défini dans l'Eq.(4.7) est non-convexe, due à la variation non linéaire des réponses structurelles en fonction de l'évolution des variables de conception. Puisque un modèle EF 3D comportant des grandes déformations et grands déplacements est utilisé, et comme le maillage varie en fonction des variables (géométriques) d'optimisation, l'utilisation d'un algorithme déterministe qui nécessite l'évaluation du gradient des fonctions objectif et contraintes s'avère compliqué. Pour contourner ce problème, une approche méta-heuristique est adoptée pour résoudre le problème d'optimisation paramétrique présenté dans l'Eq.(4.7). L'algorithme génétique (AG) ERASMUS [118, 119], couplé au solveur EF ABAQUS, a été sélectionné pour résoudre ce problème. Présenté dans le Chapitre 2, cet AG a déjà été employé dans de nombreux problèmes d'ingénierie complexes dans le cadre de problèmes d'optimisation multi-échelle de structures composites [140–146] et en matériaux cellulaires périodiques [63, 65, 147]. La stratégie d'optimisation est synthétisée au travers de la Figure 4.4.

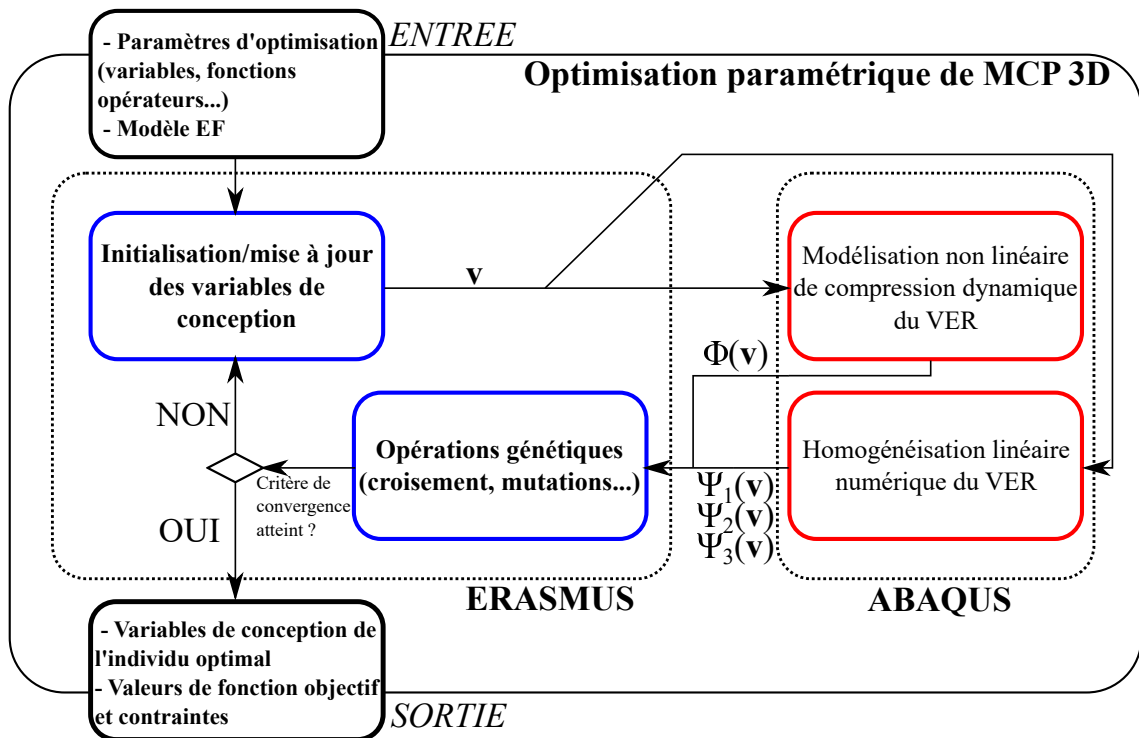


FIGURE 4.4 – Diagramme de flux : processus d'optimisation paramétrique

## 4.2 Calibrage de l'AG ERASMUS

L'AG ERASMUS nécessite la définition de plusieurs paramètres complémentaires au modèle EF fourni, à savoir les paramètres d'optimisation, permettant de spécifier la nature du problème, ainsi que l'environnement de travail, et les paramètres génétiques, permettant



## CHAPITRE 4. OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE DE MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

TABLE 4.2 – Paramètres d’optimisation

Nom du paramètre d’optimisation	Valeur
Environnement	Externe
Logiciel externe	ABAQUS
Nom de fichier	<i>nom de cellule</i> _IMPLICIT_P.py
Fichier input	<i>Nom de fichier</i> +_input.txt
Fichier output	<i>Nom de fichier</i> +_output.txt
Maximisation ou minimisation	max
Nombre de fonctions objectif	1
Nombre de fonctions contrainte	3
Nombre de chromosomes	1
Nombre de gènes	3
Nombre de variables	3

de spécifier les valeurs des opérateurs génétiques employés lors des phases de croisement et mutation.

### 4.2.1 Paramètres d’optimisation

L’ensemble des paramètres d’optimisation est présenté dans le Tableau 4.2. L’environnement lié au modèle, ainsi que le nom de fonction interne ou le logiciel externe, sont sélectionnés à priori par l’utilisateur. Puisque les structures lattices sont modélisées sous environnement ABAQUS, les paramètres d’environnement sont définis tel que présentés. L’objectif étant de maximiser l’EAC, le type d’extremum à atteindre est défini comme étant la maximisation. Le problème présente une fonction objective, et trois fonctions contraintes. Enfin, le génotype de chaque individu est composé d’un chromosome, constitué à son tour de trois gènes. Chaque gène représente le codage binaire d’une variable de conception.

Dans le cadre de l’utilisation d’ERASMUS, plusieurs options de définition de variables sont possibles. Soit ces variables sont définies dans un espace continue, soit dans un espace à discrétisation régulière, soit dans un espace à discrétisation dispersée. Le choix s’est porté sur un ensemble de variables dans un espace à discrétisation régulière, afin de se limiter à un nombre fini de solutions. Le vecteur de discrétisation, noté  $\Delta\mathbf{v}$ , est fixé par l’utilisateur.

### 4.2.2 Paramètres génétiques

Une fois les paramètres d’optimisation fixés, les paramètres génétiques sont fixés à leur tour. Les paramètres génétiques sont sélectionnés par l’utilisateur et présentés dans le Tableau 4.3. Afin de vérifier que le problème possède des solutions faisables, l’optimisation est menée sur  $n_{\text{pop}} = 2$  populations distinctes, composées de  $n_{\text{ind}} = 50$  individus. Le critère d’arrêt est fixé au nombre de générations maximum, soit  $n_{\text{gen}} = 150$  générations.

TABLE 4.3 – Paramètres génétiques

Nom du paramètre génétique	Valeur
Nombre de population $n_{\text{pop}}$	2
Nombre d’individus $n_{\text{ind}}$	50
Critère d’arrêt	fixed_generations
Nombre de générations $n_{\text{gen}}$	150
Probabilité de croisement $p_{\text{cros}}$	0.85
Probabilité de mutation $p_{\text{mut}}$	0.02
Opérateur de sélection	Roulette (1)
Pression d’ajustement	1.0
Élitisme	Oui (1)
Isolation des populations $I_{\text{time}}$	10

### 4.3. RÉSULTATS D'OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE

Étant donné que le taux de convergence de la fonction objective n'est pas connu, un grand nombre de générations est privilégié. Les probabilités d'évènements génétiques sont ensuite sélectionnés par défaut : la probabilité de croisement est de  $p_{\text{cros}} = 85\%$ , la probabilité de mutation est de  $p_{\text{mut}} = 2\%$ . L'opération de sélection est menée par principe de roulette biaisée : la probabilité de sélection  $p_{\text{sel}}$  d'un individu  $i$  est dépendante des fonctions d'ajustement (ou de *fitness*) de chaque individu, notée  $f_i$ . Ces fonctions décrivent l'adaptation d'un individu par rapport au critère de sélection et varient entre 0 et 1, 0 étant la valeur associée à l'individu le moins adapté et 1 à l'individu le mieux adapté. Ces fonctions d'ajustement sont définies tel que décrit dans l'Eq.(4.8) suivante :

$$\forall i \in P, f_i : \begin{array}{l} A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow [0, 1], \\ \mathbf{v} \mapsto \begin{cases} f_i(\mathbf{v}) = 0 \text{ (individu moins adapté),} \\ f_i(\mathbf{v}) = 1 \text{ (individu mieux adapté).} \end{cases} \end{array} \quad (4.8)$$

avec  $n$  le nombre de variables de conception. Ainsi, la probabilité de sélection d'un individu est le ratio entre la valeur de la fonction d'ajustement d'un individu et la somme des fonctions d'ajustement, tel que décrit dans l'Eq.(4.9) :

$$\forall i \in P, p_{\text{sel}}(i) = \frac{f_i(\mathbf{v})}{\sum_{k=0}^P f_k(\mathbf{v})}. \quad (4.9)$$

La pression d'ajustement est une pondération de l'opérateur de sélection. Par défaut, cette pression d'ajustement est égale à 1.0. L'option d'élitisme consiste à conserver d'une génération à l'autre l'individu le mieux adapté, c'est-à-dire celui ayant une fonction de fitness maximale. Dans le cas présenté, l'option d'élitisme est activée. Enfin, l'option d'isolation des populations permet de croiser les individus les plus adaptés de chaque population tous les  $I_{\text{time}}$  générations. En l'occurrence, le croisement entre populations est autorisé toute les  $I_{\text{time}} = 10$  générations.

Les contraintes d'optimisation sont traitées via la méthode ADP [119] (de l'anglais *Automatic Dynamic Penalisation*). Dans le cadre de la méthode ADP, le problème d'optimisation sous contraintes est transformé en un problème d'optimisation sans contraintes en introduisant une fonction objectif pénalisée dont les coefficients de pénalisation sont mis à jour, de façon automatique et dynamique (c'est-à-dire sans l'intervention de l'utilisateur), à chaque itération en exploitant l'information génétique des individus au sein de la population.

Plus de détails sur la signification des divers paramètres régissant le comportement de l'AG ERASMUS et sur les différents opérateurs génétiques sont disponibles dans [118, 119].

### 4.3 Résultats d'optimisation paramétrique

Afin d'identifier, d'une part, une topologie optimale en termes de capacité d'absorption d'énergie, et, d'autre part, l'influence du cas de chargement dynamique sur le résultat d'optimisation, différents processus d'optimisation ont été menés. L'ensemble des hypothèses prises pour les simulations est synthétisé dans le Tableau 4.4.

Une première optimisation paramétrique (notée **OP1**) a été menée à vitesse de déformation fixe sur l'ensemble des topologies étudiées dans le chapitre précédent. L'objectif de cette première optimisation est, d'une part, d'atteindre une topologie de cellule optimale pour ce cas de chargement, et, d'autre part, d'analyser la manière dont évolue l'algorithme d'optimisation afin de trouver un individu optimal.

Ensuite, l'ensemble des cellules dont le résultat d'optimisation est un individu respectant l'ensemble des critères d'optimisation sont sollicitées de manière identique que lors du

## CHAPITRE 4. OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE DE MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

processus, incluant une présence de défauts géométriques. Ces simulations (notées **OV1**) ont pour objectif de valider la capacité d'absorption d'énergie d'une géométrie optimisée.

Une seconde optimisation (notée **OP2**) a été menée sur la topologie de cellule optimale, identifiée à partir de **OP1**. L'objectif de cette seconde optimisation est d'évaluer l'influence de la vitesse de déformation du chargement sur le résultat d'optimisation.

### 4.3.1 Résultats d'optimisation OP1

Comme présenté, l'ensemble des géométries précédemment analysées, à savoir les cellules CBCC, OC, RD et TrCO sont étudiées dans le cadre (**OP1**). L'évolution de la fonction objectif pour le meilleur individu au sein de la population en fonction du nombre de générations est présentée de manière individuelle par population, dans les Figures 4.5 et 4.6, et la fonction objectif du meilleur individu sur l'ensemble des populations en fonction du nombre de générations est donnée dans la Figure 4.7. Les valeurs des variables de conception pour le meilleur individu de chaque population sont données dans le Ta-

TABLE 4.4 – Synthèse : modèle et conditions de chargement

Cas d'étude	Topologies étudiées	Type de chargement	PBC	Défauts géométriques	Déformation	Vitesse de déformation
( <b>OP1</b> )	CBCC, OC, RD, TrCO	Compression uni-axiale	Oui	Non	$\varepsilon_f = 0.4$	$\dot{\varepsilon} = 250 \text{ s}^{-1}$
( <b>OV1</b> )	CBCC, TrCO	Compression uni-axiale	Oui	Oui	$\varepsilon_f = 0.4$	$\dot{\varepsilon} = 250 \text{ s}^{-1}$
( <b>OP2</b> )	TrCO	Compression uni-axiale	Oui	Non	$\varepsilon_f = 0.4$	$\dot{\varepsilon} \in [250\text{s}^{-1}, 750\text{s}^{-1}, 1250\text{s}^{-1}]$

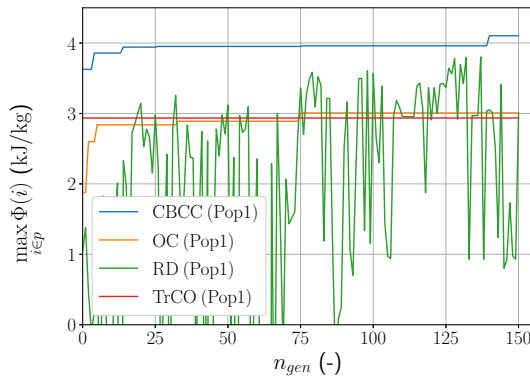


FIGURE 4.5 – Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 1

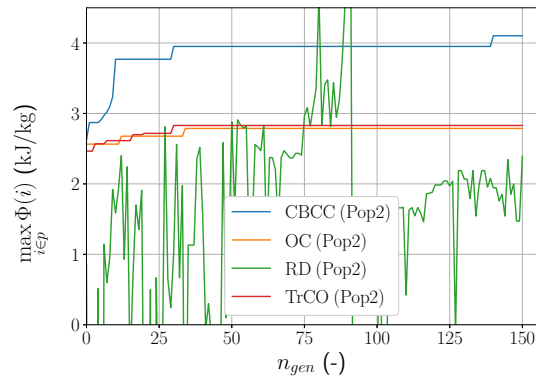


FIGURE 4.6 – Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 2

TABLE 4.5 – Résultats de variables de conception (**OP1**)

Nom de cellule	Population 1			Population 2		
	$R_a$ (mm)	$a_x$ (mm)	$a_y$ (mm)	$R_a$ (mm)	$a_x$ (mm)	$a_y$ (mm)
CBCC	0.72	5.80	3.50	0.72	5.80	3.50
OC	0.61	5.80	3.95	0.63	5.70	4.20
RD	0.66	5.50	3.55	0.9	5.75	5.05
TrCO	0.61	5.95	3.65	0.65	5.95	3.90

### 4.3. RÉSULTATS D'OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE

TABLE 4.6 – Résultats de fonctions objectif et contraintes (**OP1**)

Nom de cellule	Population 1				Population 2			
	$\Phi(\mathbf{v})$ (kJ/kg)	$\bar{\rho}(\mathbf{v})$ (-)	$E_x^*(\mathbf{v})$ (MPa)	$G_{xy}^*(\mathbf{v})$ (MPa)	$\Phi(\mathbf{v})$ (kJ/kg)	$\bar{\rho}(\mathbf{v})$ (-)	$E_x^*(\mathbf{v})$ (MPa)	$G_{xy}^*(\mathbf{v})$ (MPa)
CBCC	4.1	0.199	12.4	1.88	4.1	0.199	12.4	1.88
OC	3.01	0.2	12.1	3.35	2.79	0.199	10.7	3.47
RD	3.82	0.204	9.64	1.95	2.41	0.208	6.81	3.53
TrCO	2.94	0.199	12.6	1.87	2.83	0.199	12.2	2.04

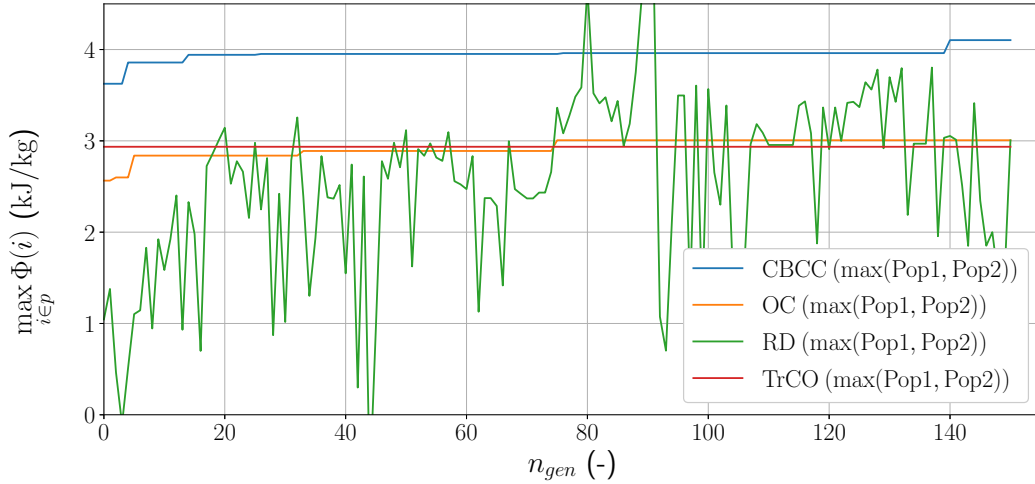


FIGURE 4.7 – Résultats d'optimisation paramétrique pour l'ensemble des populations

bleau 4.5, tandis que la valeur de la fonction objectif et des réponses structurelles dans les contraintes d'optimisation pour les mêmes individus sont synthétisées dans le Tableau 4.6. Ces calculs d'optimisation ont été exécutés sur une station de calcul avec un processeur Intel Xeon E5-2697v2 (2.70–3.50 GHz) dont 4 cœurs ont été dédiés au calcul ABAQUS. Le temps total nécessaire à réaliser une optimisation génétique sur 150 générations est de 15 jours pour chaque VER (les 4 calculs ont été lancés en parallèle).

D'après la Figure 4.7, sur les quatre géométries optimisées, les cellules CBCC, OC et TrCO convergent vers une solution respectant l'ensemble des fonctions contraintes, indiquant une compatibilité entre ces fonctions, mais aussi que le problème d'optimisation posé est pertinent. Parmi ces trois cellules, la cellule CBCC semble avoir l'EAC la plus élevée à l'issue du processus d'optimisation, ce qui coïncide avec le résultat trouvé dans le chapitre précédent, sur l'étude de l'EAC de topologie sans défauts.

Toutefois, d'après la Figure 4.7, la fonction objectif associée à la cellule RD converge vers une solution non-faisable. Cette convergence est liée au non-respect de la contrainte sur la densité relative qui est légèrement supérieure à la valeur de référence (2% et 4% pour le meilleur individu des populations 1 et 2, respectivement). Afin de mieux comprendre ce résultat, les fonctions contraintes du meilleur individu sur les populations 1 et 2 sont visualisées dans les Figures 4.8 et 4.9. D'après le problème d'optimisation mis en avant dans l'Eq.(4.7), les contraintes d'optimisation sont respectées si les fonctions contraintes  $\Psi_k$ ,  $k \in [1, 2, 3]$  sont inférieures ou égales à 0. Or, d'après les Figures 4.8 et 4.9, lorsqu'un individu optimal est atteint dans la génération, soit la fonction contrainte sur la densité relative  $\Psi_1$  n'est pas respectée, soit les fonctions sur le module d'Young homogène

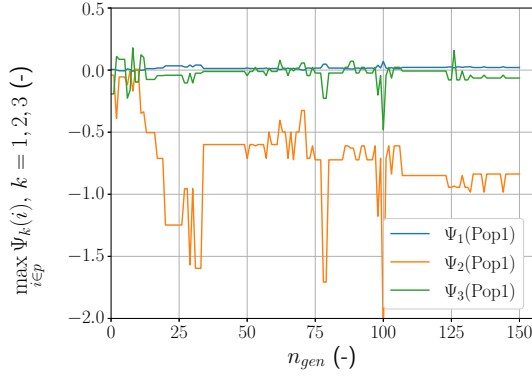


FIGURE 4.8 – Évolution des fonctions contraintes en fonction des générations pour la population 1

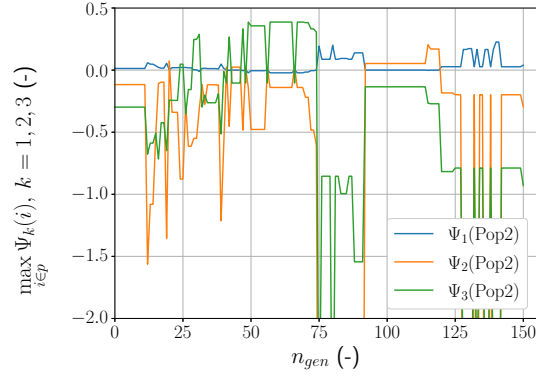


FIGURE 4.9 – Évolution des fonctions contraintes en fonction des générations pour la population 2

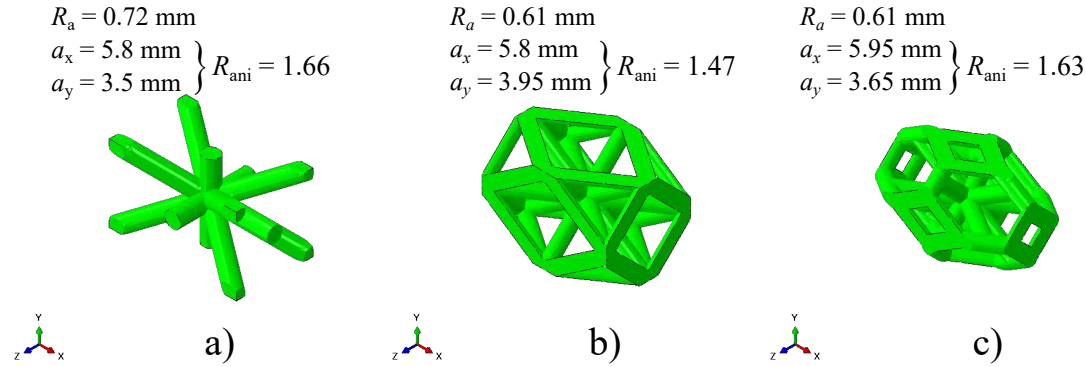


FIGURE 4.10 – Géométries de cellules lattices optimales : a) CBCC, b) OC et c) TrCO

ou le coefficient de cisaillement homogène  $\Psi_2$  et  $\Psi_3$  ne sont pas respectées. Ceci implique qu'il n'existe pas de solution faisable pour tout  $\mathbf{v}$  défini dans l'espace  $[\mathbf{v}_{LB}, \mathbf{v}_{UB}]$ . De plus, d'après le Tableau 4.5, le meilleur individu que l'algorithme ait obtenu pour la cellule RD favorisent le respect des contraintes mécaniques élastiques, au détriment d'une densité relative légèrement supérieure. Ainsi, puisque le meilleur individu au sein des deux populations est non-faisable, l'ensemble de la population de cellules RD est constituée d'individus non-faisables, ce qui exclu cette topologie du processus de sélection.

Pour ce qui est des autres géométries, les processus d'optimisation ont atteint un ensemble d'individus faisables : il est donc possible d'identifier un individu optimal pour chaque géométrie. L'ensemble des paramètres géométriques optimaux de chaque topologie sont présentés dans la Figure 4.10.

Ces topologies de cellules sont notamment caractérisées par le ratio d'anisotropie  $R_{\text{ani}} = \frac{L_{\text{maxi}}}{L_{\text{mini}}}$ , avec  $L_{\text{maxi}}$  la longueur caractéristique maximale et  $L_{\text{mini}}$  la longueur caractéristique minimale. En l'occurrence, les longueurs  $L_{\text{maxi}}$  et  $L_{\text{mini}}$  correspondent respectivement aux côtés du VER  $a_x$  et  $a_y$ , tel que décrit dans l'Eq.(4.10) :

$$R_{\text{ani}} = \frac{a_x}{a_y} . \quad (4.10)$$

D'après les résultats présentés dans la Figure 4.10, l'ensemble des cellules présentent un ratio d'anisotropie unique pour un même cas de chargement. Ainsi, si ces structures sont intégrées en tant qu'absorbants dans un panneau sandwich (pour une dimension  $a_y$

### 4.3. RÉSULTATS D'OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE

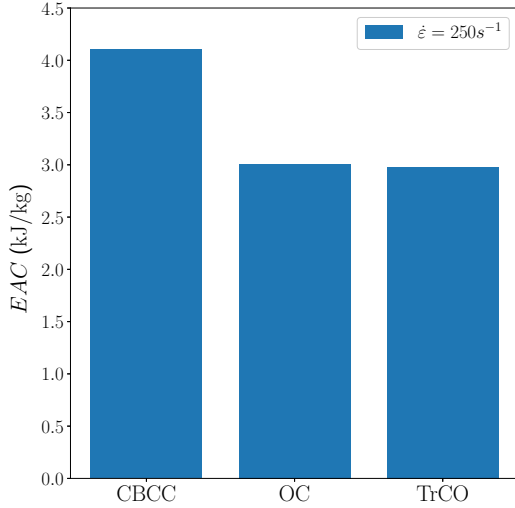


FIGURE 4.11 – EAC de chaque cellule optimisée sans inclusion de défauts géométriques

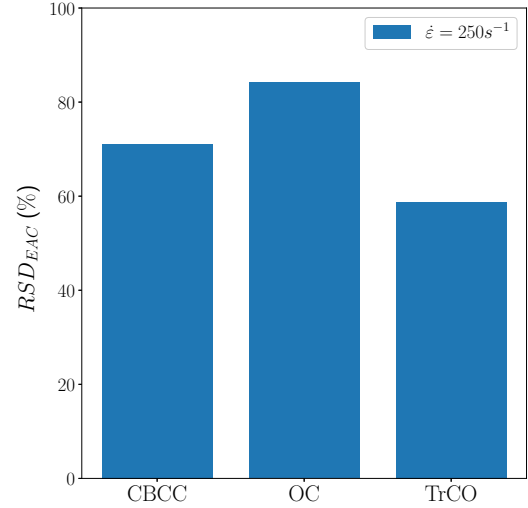


FIGURE 4.12 – RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée sans défauts géométriques

TABLE 4.7 – Valeurs de référence de cellules non optimisées

Nom de cellule	$R_{ani}$ (-)	$\bar{\rho}$ (-)	$\bar{E}_c$ (kJ/kg)	$E_x^*(\mathbf{v})$ (MPa)	$G_{xy}^*(\mathbf{v})$ (MPa)
CBCC	1.0	0.2	2.35	7.27	3.87
OC	1.0	0.2	1.51	6.21	4.05
TrCO	1.0	0.2	2.15	7.95	2.71

fixe pour chaque cellule), le panneau sera plus compact, soit moins épais lorsque la cellule a un ratio d'anisotropie faible. Dans ce cas, la cellule OC se présente comme la meilleure solution pour la fabrication d'un absorbeur sandwich de faible épaisseur. Toutefois, les critères géométriques ne suffisent pas pour la sélection d'une cellule optimale.

Les résultats des EAC et des modules homogènes équivalents  $E_x^*$  et  $G_{xy}^*$  de chaque topologie sont répertoriés dans les Figures 4.11, 4.13 et 4.15 et dans le Tableau 4.6. Ces valeurs sont comparées aux données de cellules lattices non optimisées présentées dans le Tableau 4.7, afin de mettre en évidence l'impact du processus d'optimisation sur les performances des cellules. Ces performances sont évaluées par le calcul d'écart type relatif (RSD) défini suivant l'Eq.(4.11) :

$$RSD = \frac{d_{opt} - d_{nopt}}{d_{nopt}}, \quad (4.11)$$

avec  $d_{opt}$  et  $d_{nopt}$  les propriétés mécaniques et énergétiques des cellules optimisées et non optimisées respectivement. Ces cellules sont soumises au même champ de déformation, à même vitesse de déformation, et avec la même taille de maillage. La RSD de chaque propriété énergétique et mécanique, et ce pour chaque cellule optimale, est présentée dans les Figures 4.12, 4.14 et 4.16. D'après ces dernières, l'ensemble des cellules optimisées ont vues leurs capacités d'absorption d'énergie grandement augmenter suite au processus d'optimisation par rapport aux capacités d'absorption d'énergie des cellules cubiques non-optimisées. *A priori*, la cellule CBCC est la cellule dont la capacité d'absorption d'énergie est maximale, pour la sollicitation étudiée, mais la cellule OC est la cellule dont les performances ont été le plus augmenté. De même, les modules homogènes  $E_x^*$  ont été augmenté

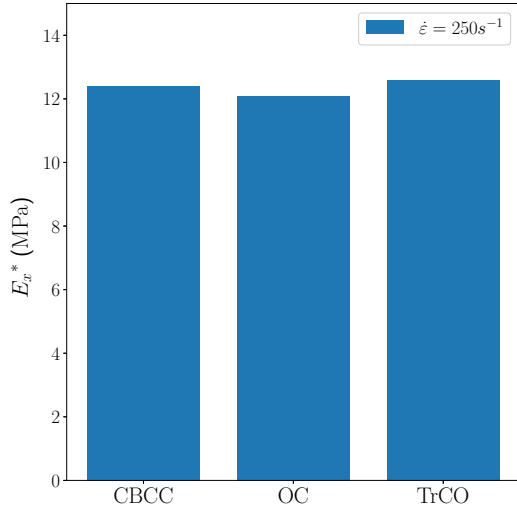


FIGURE 4.13 –  $E_x^*$  de chaque cellule optimisée sans inclusion de défauts géométriques

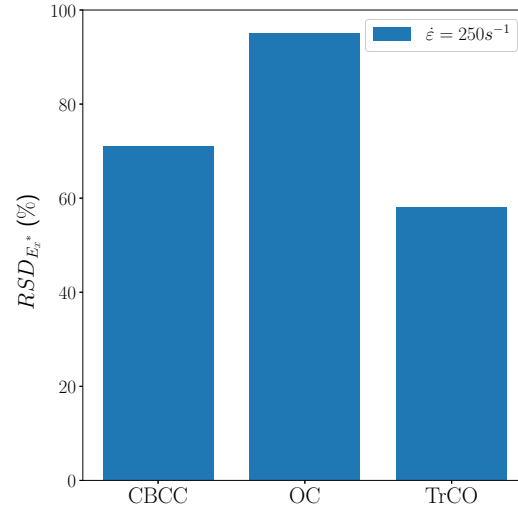


FIGURE 4.14 – RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée sans défauts géométriques

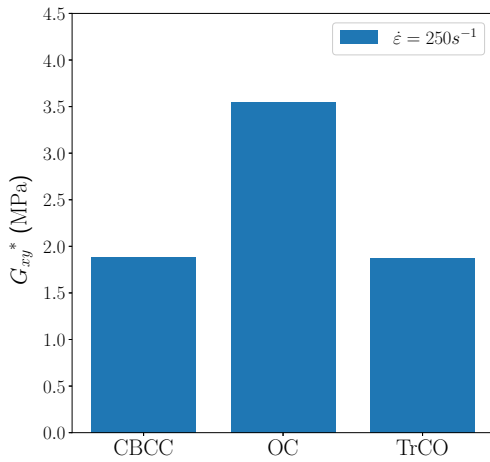


FIGURE 4.15 –  $G_{xy}^*$  de chaque cellule optimisée sans inclusion de défauts géométriques

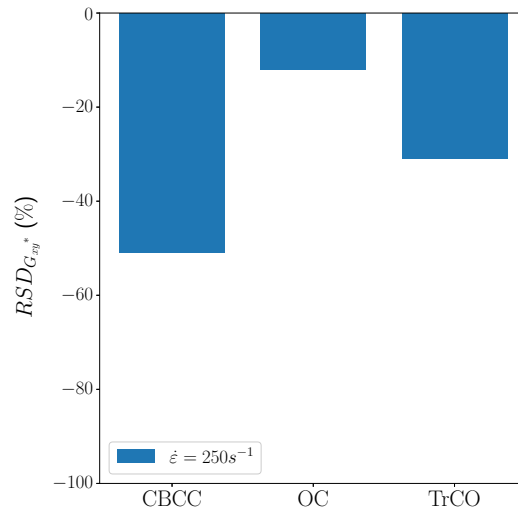


FIGURE 4.16 – RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée sans défauts géométriques

par le processus d'optimisation pour chaque cellule, mais les modules homogènes  $G_{xy}^*$  voient leurs performances se dégrader suite au processus d'optimisation.

En effet, d'après le Tableau 4.5, les modules élastiques homogènes équivalents  $E_x^*$  et coefficients de cisaillement homogènes équivalents  $G_{xy}^*$  sont impactés par le facteur de forme de la cellule, mais sont aussi propres à chaque topologie. Chaque cellule présente un ratio d'anisotropie unique, et ainsi une raideur élastique homogène et un coefficient de cisaillement homogène unique. De plus, les valeurs des optima d'une population à une autre ne présentent pas forcément les mêmes critères homogènes : par exemple, l'individu optimal de la population 2 de la cellule TrCO présente un coefficient de cisaillement plus élevé que l'individu de la population 1, au détriment d'avoir une EAC plus faible.

### 4.3. RÉSULTATS D'OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE

TABLE 4.8 – Scénario de défauts géométriques : densité relative constante

<i>Paramètres d'analyse de sensibilité</i>			
Dénomination	Modes de flambement	Amplitude de défauts $f_{amp}$	Densité relative $\bar{\rho}$
(D1)	1, 2, 3, 4, 5	2% $a_x$	20%

#### 4.3.2 Résultats de simulations OV1

Le chapitre précédent a permis de démontrer que les EAC extraites de géométries dans le cadre de simulations EF ne sont pas représentatives s'il n'y a pas d'inclusion systématique de défauts géométriques. Cela risque d'induire une sur-évaluation de l'EAC, et ainsi un sous-dimensionnement des absorbeurs de chocs. Le problème d'optimisation et les résultats qui en découlent montrent que la cellule CBCC, une fois optimisée, présente une EAC plus élevée que ses topologies rivales, à parité de densité relative. Afin de s'assurer que les EAC sont bien représentatives, une insertion de défauts géométriques a été menée sur les topologies issues du processus d'optimisation. Les défauts géométriques sont générées comme dans le chapitre précédent, par méthode de post-flambement [56].

Le scénario (D1) de défauts, mis en avant dans le Tableau 4.8, est appliqué aux cellules optimisées et non optimisées. Ces cellules ont la même taille moyenne de maille ( $k_f = 0.35$ ). Les valeurs des EAC de chaque topologie optimisées incluant des défauts géométriques sont présentées dans la Figure 4.17 et la RSD entre les topologies optimisées et non optimisées en incluant les défauts géométriques sont présentées dans la Figure 4.18. Puisque dans le chapitre précédent, il a été montré que la présence de défauts géométriques n'influe pas sur les modules élastiques homogènes, l'EAC est uniquement évaluée.

D'après ces figures, l'EAC de la cellule CBCC a grandement été dégradée, au point d'être moins performant que la cellule non optimisée. De même, les cellules OC et TrCO voient leurs performances de capacité d'absorption d'énergie dégradées, mais restent meilleures que les cellules non optimisées. L'ensemble des cellules soumises à un champ de déformation uni-axial sans et avec présence d'imperfections géométriques microscopiques (MGI, de l'anglais *Microscopic Geometrical Imperfections*) est visualisé dans la Figure

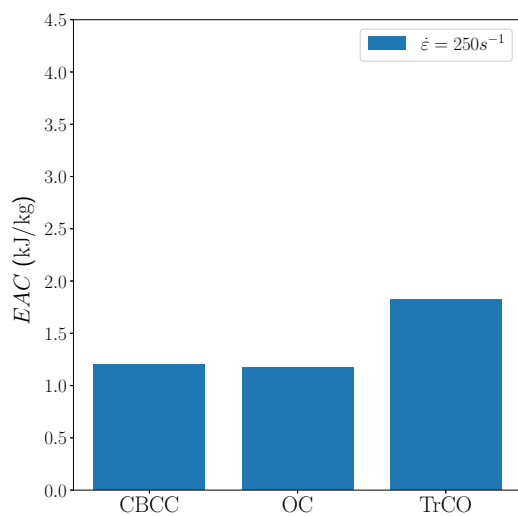


FIGURE 4.17 – EAC de chaque cellule optimisée avec inclusion de défauts géométriques

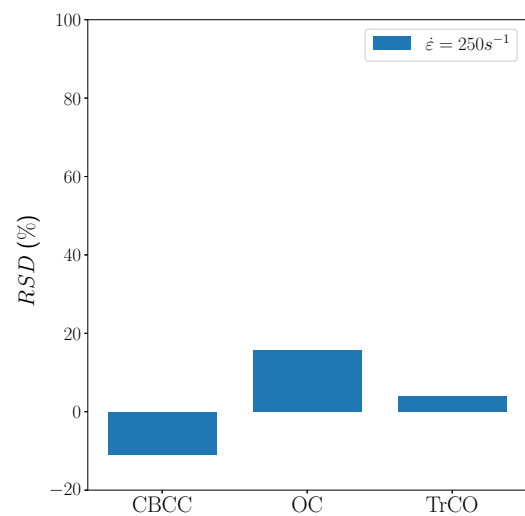


FIGURE 4.18 – RSD entre cellule non optimisée et cellule optimisée avec défauts géométriques



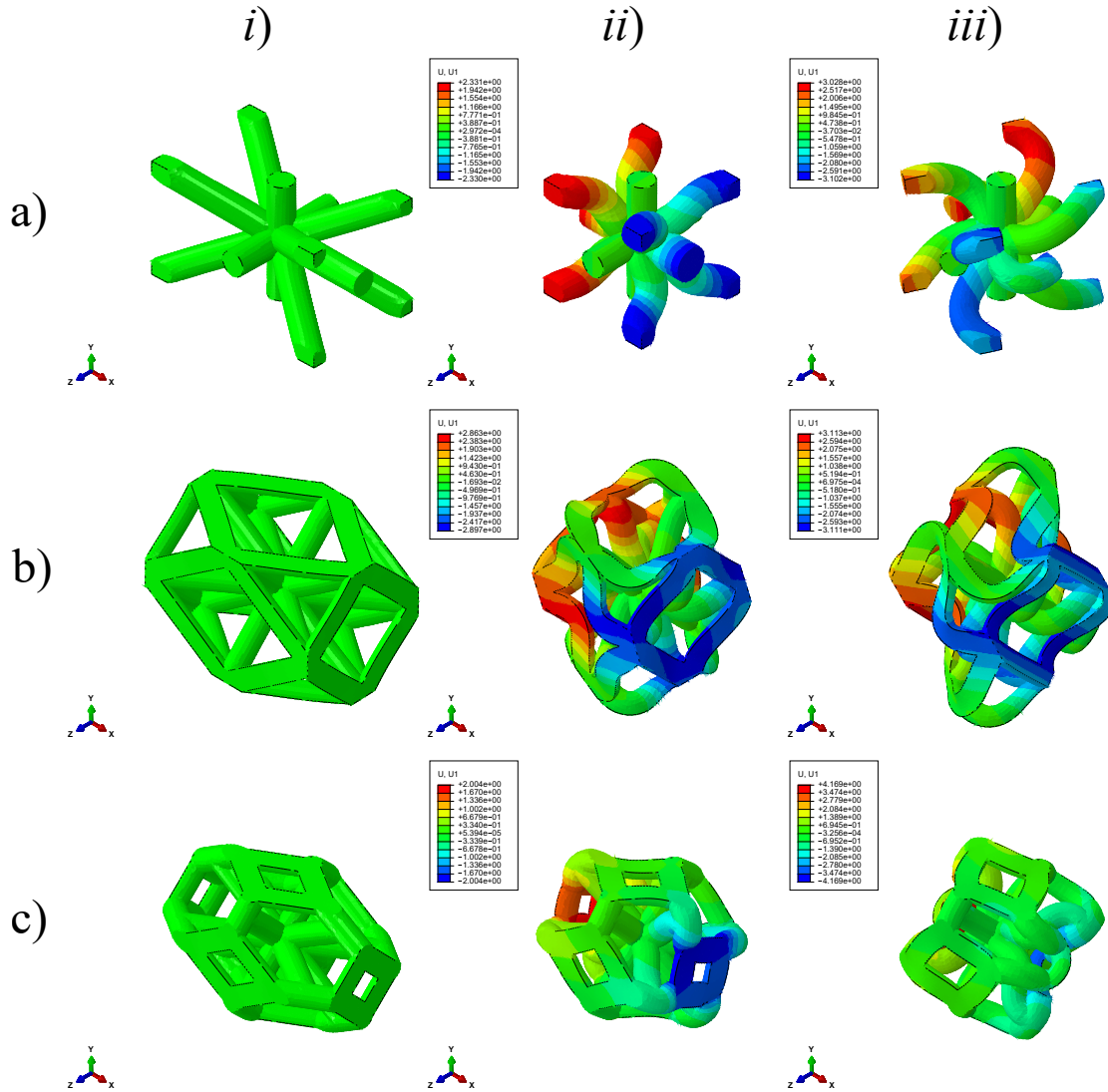


FIGURE 4.19 – Résultat des champs de déplacement suivant l’axe X pour les cellules a) CBCC, b) OC, c) TrCO : *i*) configuration non-déformée, *ii*) configuration déformée sans MGI, *iii*) configuration déformée avec MGI

4.19. D’après cette Figure, la cellule CBCC présente un mode de déformée avec présence de MGI global, ce qui n’est pas le cas de la cellule sans MGI. Les déformées globales étant différentes, l’énergie de déformation diffère également, notamment à cause du flambement de poutre induit par la présence de défauts. Les deux autres cellules présentent un mode de déformé global, mais les différences entre modes de déformés d’une géométrie à une autre sont moins importants.

### 4.3.3 Résultats d’optimisation OP2

Pour le processus d’optimisation (OP2), seule la cellule TrCO est étudiée. Cette géométrie a été sélectionnée en particulier car sa sensibilité aux défauts est la plus faible parmi les cellules étudiées, et sa capacité d’absorption d’énergie est la plus élevée, malgré la présence de défauts, une fois optimisée. Le champ des variables de conception a été élargi pour cette étude : les nouvelles valeurs sont données dans le Tableau 4.9.

Les valeurs de variables de conception issues du processus d’optimisation sont syn-

### 4.3. RÉSULTATS D'OPTIMISATION PARAMÉTRIQUE

TABLE 4.9 – Nouvelles bornes des variables de conception pour (**OP2**)

$R_{aLB}$	$R_{aUB}$	$\Delta R_a$	$a_{xLB}$	$a_{xUB}$	$\Delta a_x$	$a_{yLB}$	$a_{yUB}$	$\Delta a_y$
0.5	1.2	0.01	3.0	8.0	0.05	3.0	8.0	0.05

thétisées dans le Tableau 4.10. L'évolution de la fonction objectif du meilleur individu en fonction du nombre de générations est présentée dans les Figures 4.20 et 4.21 pour les populations 1 et 2 respectivement, et dans la Figure 4.22 le maximum des deux fonctions objectif en fonction du nombre de générations est donné. De même, la valeur de la fonction objectif et des réponses structurelles intervenantes dans les contraintes d'optimisation pour le meilleur individu au sein de chaque population à la fin du processus d'optimisation est répertoriée dans le Tableau 4.11.

Le processus d'optimisation semble avoir convergé pour chaque valeur de vitesse de déformation vers un individu pseudo-optimal faisable. Par rapport aux EAC, le meilleur individu de la population 1 présente de meilleures performances que celle du meilleur individu de la population 2. Ces individus ont tendance à voir leur capacité d'absorption

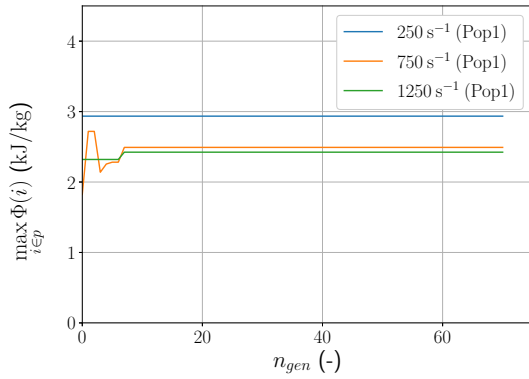


FIGURE 4.20 – Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 1 de la cellule TrCO à différentes gammes de vitesses

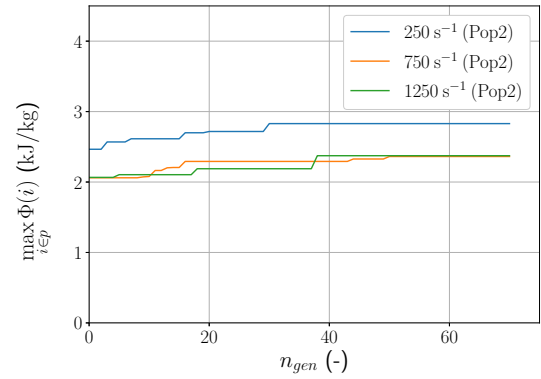


FIGURE 4.21 – Résultats d'optimisation paramétrique pour la population 2 de la cellule TrCO à différentes gammes de vitesses

TABLE 4.10 – Résultats de variables de conception (**OP2**)

$\dot{\epsilon}$	Population 1			Population 2		
	$R_a$ (mm)	$a_x$ (mm)	$a_y$ (mm)	$R_a$ (mm)	$a_x$ (mm)	$a_y$ (mm)
$250 \text{ s}^{-1}$	0.61	5.95	3.65	0.65	5.95	3.90
$750 \text{ s}^{-1}$	0.85	7.40	5.55	0.96	7.25	6.20
$1250 \text{ s}^{-1}$	0.87	6.85	5.65	0.97	7.60	6.35

TABLE 4.11 – Résultats de fonctions objectif et contraintes (**OP2**)

$\dot{\epsilon}$	Population 1				Population 2			
	$\Phi(\mathbf{v})$ (kJ/kg)	$\bar{\rho}(\mathbf{v})$ (-)	$E_x^*(\mathbf{v})$ (MPa)	$G_{xy}^*(\mathbf{v})$ (MPa)	$\Phi(\mathbf{v})$ (kJ/kg)	$\bar{\rho}(\mathbf{v})$ (-)	$E_x^*(\mathbf{v})$ (MPa)	$G_{xy}^*(\mathbf{v})$ (MPa)
$250 \text{ s}^{-1}$	2.94	0.199	12.6	1.87	2.83	0.199	12.2	2.04
$750 \text{ s}^{-1}$	2.49	0.196	9.16	1.91	2.36	0.2	9.08	2.32
$1250 \text{ s}^{-1}$	2.42	0.199	8.97	2.21	2.37	0.198	8.72	2.20

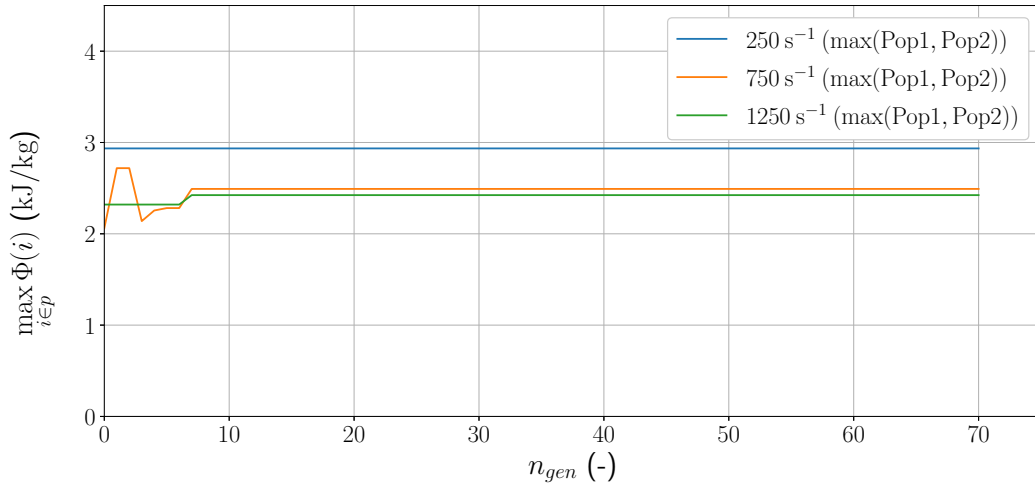


FIGURE 4.22 – Résultats d’optimisation paramétrique pour l’ensemble des populations de la cellule TrCO à différentes gammes de vitesses

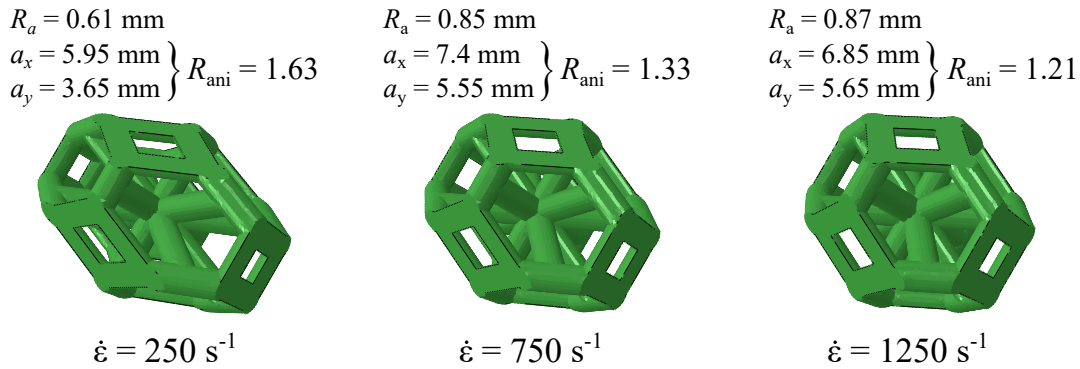


FIGURE 4.23 – Géométries de cellules TrCO optimales pour une vitesse de chargement donné

se réduire avec l’augmentation de la vitesse de déformation. La valeur des variables de conception correspondant au meilleur individu de la population 1 ainsi qu’une illustration du VER associé, pour chaque vitesse de déformation, sont illustrées dans la Figure 4.23. D’après cette Figure, le ratio d’anisotropie de la cellule optimale évolue de manière inversement proportionnelle à la vitesse de déformation. Cela indique que des cellules longues dans le sens de la sollicitation sont optimales pour des sollicitations à de faibles vitesses, tandis que des cellules se rapprochant d’un VER cubique sont préférables pour des sollicitations à des vitesses plus élevées. De même, d’après le Tableau 4.10,  $E_x^*$  diminue avec la diminution du ratio d’anisotropie. Au contraire,  $G_{xy}^*$  augmente avec la diminution du ratio d’anisotropie.

#### 4.4 Synthèse et perspectives de l’étude

Ce chapitre se focalise sur la mise en évidence de la pertinence de l’optimisation paramétrique de cellules lattices vis-à-vis de leur capacité d’absorption d’énergie. L’algorithme génétique ERASMUS a été employé pour mener une optimisation paramétrique de diffé-

rentes cellules lattices, afin d'en maximiser la capacité d'absorption d'énergie. Les points à souligner sont les suivants :

- (1) Sur les quatre cellules étudiées, trois ont pu converger sur l'espace de conception pré-défini. Cela met en avant l'importance de proposer un espace de conception suffisamment étendu pour que l'algorithme puisse proposer une solution dans le domaine de faisabilité. Les trois cellules issues du processus d'optimisation présentent des capacités d'absorption d'énergie supérieures aux cellules cubiques.
- (2) L'introduction de défauts géométriques dans les modèles de cellules issues des processus d'optimisation dégradent grandement leurs capacités d'absorption d'énergie. De plus, cette influence est nettement supérieure sur les cellules optimisées que sur les cellules non-optimisées. Il est donc important de vérifier que l'ensemble des cellules optimisées conservent leurs propriétés absorbantes en sortie d'optimisation en faisant une simulation de validation.
- (3) L'influence de la vitesse de déformation sur le résultat d'optimisation paramétrique est mise en avant sur le modèle dont la sensibilité aux défauts est la plus faible. Le ratio d'anisotropie de la cellule diminue avec l'augmentation de la vitesse de déformation, ce qui diminue aussi les propriétés d'absorption de la cellule. A même titre que les gradients de densité relative [148], un absorbeur multi-couches doit ainsi être doté de cellules fines suivant la direction de sollicitation proches du point d'impact. Idéalement, l'épaisseur des couches de cellules dans la direction de sollicitation augmente avec l'augmentation de la distance au point d'impact.
- (4) Chaque cellule issue du processus d'optimisation présentent un ratio d'anisotropie unique, mais aussi des propriétés élastiques homogènes équivalentes propres à ces ratios et aux topologies étudiées. Cela indique qu'en fonction du cas de chargement, favoriser une cellule dont la capacité d'absorption d'énergie est élevée n'est pas suffisant. En effet, dans le cas d'un chargement ou le cisaillement est prépondérant sur une charge axiale, il serait intéressant de favoriser une cellule dont le coefficient de cisaillement homogène équivalent est plus élevé, au détriment de l'EAC.

Ces outils ont permis de constituer la preuve de concept du processus d'optimisation de MCP 3D vis-à-vis de leur capacité d'absorption d'énergie et d'identifier une cellule optimale parmi un ensemble de géométries étudiées. La cellule TrCO conserve sa domination sur les autres géométries, même optimisée et en présence de défauts géométriques, ce qui confirme que cette topologie est bien optimale pour des cas de chargement uni-axiaux à différentes gammes de vitesses de déformation. Une perspective d'étude serait d'effectuer des analyses pour des cas de chargement plus complexes, en soumettant les cellules à du cisaillement pure, et ensuite des cas de chargement combiné cisaillement/compression.

Cependant, le processus d'optimisation reste trop coûteux en temps de calcul pour l'intégration dans une méthodologie de conception rapide. La fonction objectif semblant être convexe, l'utilisation d'algorithmes déterministes est une piste prometteuse pour l'amélioration de l'étape d'optimisation. Toutefois, pour que le résultat de l'optimisation soit intéressant et exploitable d'un point de vue industriel, il est nécessaire de passer à une formulation robuste du problème d'optimisation en prenant en compte les incertitudes sur les conditions de chargement, les propriétés du matériau, les conditions aux limites. Ces points constituent des perspectives potentielles de la méthodologie présentée dans ce chapitre.



# Homogénéisation non-linéaire des matériaux cellulaires périodiques

Ce chapitre se focalise sur l'évaluation de la loi de comportement non linéaire mécanique d'un MCP à l'échelle macroscopique en tant que comportement du matériau homogène équivalent. En effet, les chapitres précédents ont mis en avant des méthodes de simulation non-linéaires, permettant d'inclure des phénomènes de non-linéarité du matériau et géométriques, tel que les phénomènes de flambement locaux. Cependant, l'analyse non-linéaire de matériaux architecturés à l'échelle mésoscopique, c'est à dire l'échelle du VER, présente des temps de calculs conséquents. Les méthodes d'homogénéisation permettent de compenser cet inconvénient et de réduire de manière significative les temps de calcul. Dans ce chapitre, la méthodologie d'homogénéisation non linéaire est présentée et appliquée dans un premier temps à des blocs de matériaux constitutifs afin de valider la méthode numérique proposée. Ces méthodes seront validées en petites et grandes déformations. Une fois validée avec des matériaux denses, la méthode sera appliquée dans un second temps aux géométries de références présentées dans le chapitre 2. Enfin, différentes hypothèses de modélisation pour l'homogénéisation non-linéaires seront présentées afin de mettre en évidence l'importance des hypothèses explorées sur le résultat du comportement à l'échelle macroscopique du matériau homogène équivalent.

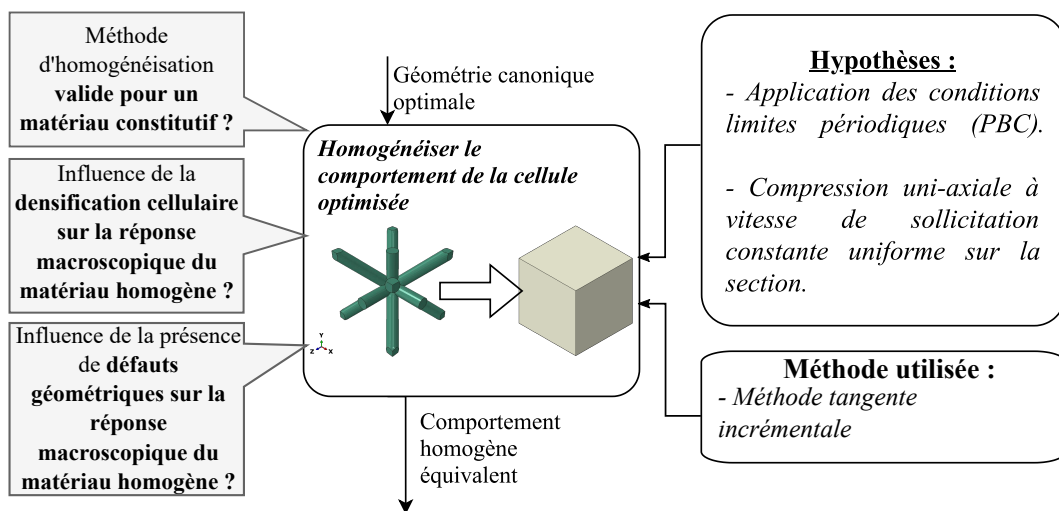


FIGURE 5.1 – Bloc de la méthodologie DEMECAAM : homogénéisation non linéaire du comportement mécanique d'une cellule lattice

## 5.1 Méthode d'homogénéisation développée

Il existe plusieurs méthodes de modélisation de comportement élastique d'un matériau hétérogène. En effet, il est possible de simuler cette structure de manière explicite, en prenant en compte les détails du VER à l'échelle mésoscopique, au prix d'un temps de calcul élevé [149], ou de faire appel aux méthodes d'homogénéisation [150, 151]. L'intérêt principal des méthodes d'homogénéisation est la réduction du temps de calcul, mais aussi la possibilité d'étudier le comportement macroscopique d'une géométrie simplifiée en employant un matériau homogène anisotrope équivalent. La méthode d'homogénéisation employée pour les MCP, dite incrémentale, fait appel à la méthode d'homogénéisation linéaire présentée par [10] entre deux incréments de simulations.

### 5.1.1 Méthode d'homogénéisation linéaire

Soit un matériau hétérogène inscrit dans un VER de dimensions  $(2a_1, 2a_2, 2a_3)$ . La méthode d'homogénéisation linéaire consiste à déterminer les propriétés mécaniques homogènes équivalentes d'une structure ou d'un matériau hétérogène inscrit dans un VER. Ce processus d'homogénéisation fait l'hypothèse que l'énergie de déformation élastique du milieu homogène équivalent soit égale à celle du milieu hétérogène occupant le même volume [152]. Le champ de contrainte dans le milieu homogène équivalent s'écrit :

$$\bar{\sigma} = \bar{\mathbf{C}} \bar{\varepsilon}, \quad (5.1)$$

avec  $\bar{\sigma}$  le vecteur de contraintes du milieu homogène à l'échelle macroscopique,  $\bar{\mathbf{C}}$  la matrice d'élasticité du milieu homogène à l'échelle macroscopique et  $\bar{\varepsilon}$  le vecteur de déformation du milieu homogène à l'échelle macroscopique. Dans les formules présentées dans ce chapitre, la notation de Voigt est utilisée. Afin de déterminer les composantes de  $\bar{\mathbf{C}}$ , un champ de déformation moyen unitaire est appliqué au VER dans chacune des directions, comme

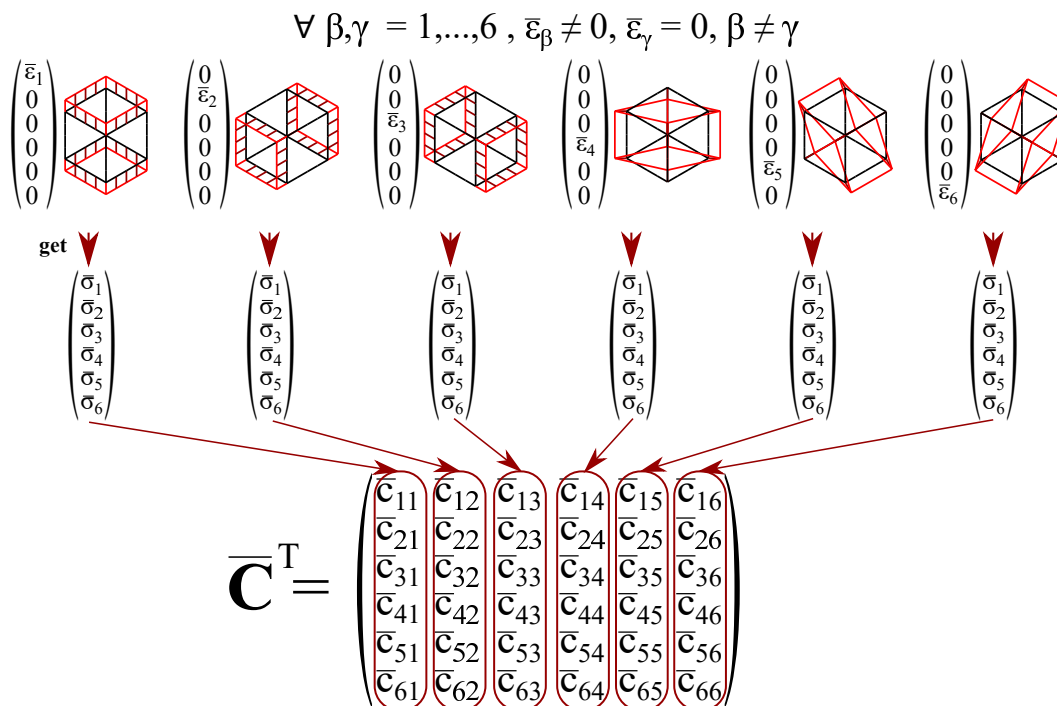


FIGURE 5.2 – Méthode d'homogénéisation linéaire [10]

## 5.1. MÉTHODE D'HOMOGENÉISATION DÉVELOPPÉE

décrit dans la Figure 5.2. Ainsi, chacune des composantes de la matrice de raideur se détermine suivant l'Eq.(5.2) :

$$\bar{c}_{\alpha\beta} = \frac{\bar{\sigma}_\alpha}{\bar{\varepsilon}_\beta}, \quad (5.2)$$

avec  $\alpha = 1, \dots, 6$ ,  $\bar{\sigma}_\alpha$  les composantes du vecteur de contraintes dans le milieu homogène (correspondant aux contraintes moyennes dans le milieu hétérogène) et  $\bar{\varepsilon}_\beta$  les composantes du vecteur de déformation dans le milieu homogène (correspondant aux déformations moyennes dans le milieu hétérogène). Le champ de contraintes moyen  $\bar{\sigma}_\alpha$  inscrit dans le VER s'exprime suivant l'Eq.(5.3) :

$$\bar{\sigma}_\alpha = \frac{1}{V_{\text{RVE}}} \sum_{k=1}^N \sigma_\alpha^k(x, y, z) v^k, \alpha = 1 \dots 6, \quad (5.3)$$

avec  $V_{\text{RVE}}$  le volume élémentaire représentatif,  $N$  le nombre d'éléments composant le modèle EF du VER,  $\sigma_\alpha^k$  les composantes du vecteur de contrainte local du  $k^{\text{ème}}$  élément, et  $v^k$  le volume de l'élément  $k$ .

L'hypothèse étant faite que le comportement du matériau homogène équivalent est linéaire, une déformation unitaire est alors appliquée. Par ailleurs, le champ de déplacement macroscopique est régi par des conditions limites périodiques (PBC, de l'anglais *Periodic Boundary Conditions*), ce qui se traduit par l'Eq.(5.4) suivante :

$$\forall x_k \in [-a_k, a_k], k = 1, 2, 3, \left\{ \begin{array}{l} u_i(a_1, x_2, x_3) - u_i(-a_1, x_2, x_3) = 2a_1 \bar{\varepsilon}_{i1}, \\ u_i(x_1, a_2, x_3) - u_i(x_1, -a_2, x_3) = 2a_2 \bar{\varepsilon}_{i2}, \\ u_i(x_1, x_2, a_3) - u_i(x_1, x_2, -a_3) = 2a_3 \bar{\varepsilon}_{i3}, \end{array} \right. \quad (5.4)$$

avec  $u_i, i = 1, 2, 3$  le déplacement le long de l'axe  $x_i$  et  $\bar{\varepsilon}_{ij}, i, j = 1, 2, 3$  les valeurs du tenseur de déformation macroscopique.

### 5.1.2 Méthode d'homogénéisation incrémentale

Suivant la méthode d'homogénéisation linéaire, la méthode d'homogénéisation incrémentale permet de traduire le comportement mécanique non-linéaire à l'échelle macroscopique de matériaux hétérogènes en prenant en compte le comportement non-linéaire des phases constitutives à l'échelle inférieure [153]. Cette méthode exploite la formulation d'une simulation non-linéaire, consistant à atteindre de manière incrémentale un état d'équilibre d'efforts externes et internes. Le comportement homogène se traduit ainsi par des matrices de raideur incrémentale  $\bar{\mathbf{C}}^i, i \in [1, K_{\text{inc}}]$ , avec  $K_{\text{inc}}$  le nombre total d'incrément, et ce déterminées entre deux incréments de la simulation non-linéaire, tel que décrit dans [154].

Soit un MCP inscrit dans un VER, de dimension  $(2a_1, 2a_2, 2a_3)$ . Les propriétés mécaniques sont déterminées pour une amplitude de déformation macroscopique pré-définie  $E_{\text{def}}$ . Ces propriétés sont déterminées suite à 6 simulations non-linéaires, dont 3 de traction (ou de compression) et 3 de cisaillement. Pour toutes les simulations, les PBC sont appliquées dans le domaine des transformations finies, comme décrit dans [126] et explicitées via l'Eq.(5.5) :

$$\forall x_k \in [-a_k, a_k], k = 1, 2, 3, \left\{ \begin{array}{l} u_i(a_1, x_2, x_3) - u_i(-a_1, x_2, x_3) = 2a_1 \bar{H}_{i1}, \\ u_i(x_1, a_2, x_3) - u_i(x_1, -a_2, x_3) = 2a_2 \bar{H}_{i2}, \\ u_i(x_1, x_2, a_3) - u_i(x_1, x_2, -a_3) = 2a_3 \bar{H}_{i3}, \end{array} \right. \quad (5.5)$$



## CHAPITRE 5. HOMOGENÉISATION NON-LINÉAIRE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

avec  $u_i, i = 1, 2, 3$  le déplacement suivant l'axe  $x_i$  et  $\bar{H}_{ij}, i, j = 1, 2, 3$  les valeurs du tenseur de gradient de déplacement, exprimée en fonction du tenseur de transformation finies, tel que décrit dans l'Eq.(5.6) :

$$\bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{F}} - \bar{\mathbf{I}}_3, \quad (5.6)$$

avec  $\bar{\mathbf{F}}$  la matrice des transformations finies imposées à l'échelle supérieure et  $\bar{\mathbf{I}}_3$  la matrice identité. Les propriétés énergétiques aux échelles supérieures et inférieures du MCP sont liées par le lemme de Hill-Mandel, décrit par [15, 59]. Ce lemme établit l'égalité entre les densités d'énergies de déformation aux échelles supérieures et inférieures, tel que décrit dans l'Eq.(5.7) :

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^T \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle, \quad (5.7)$$

avec  $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$  et  $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$  les vecteurs respectifs de contraintes et déformations du milieu hétérogène moyennés à l'échelle du VER et définis suivant les Eq.(5.8) et (5.9) :

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = \frac{1}{V_{\text{VER}}} \int_{V_{\text{mat}}} \boldsymbol{\sigma} dV, \quad (5.8)$$

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \frac{1}{V_{\text{VER}}} \int_{V_{\text{mat}}} \boldsymbol{\varepsilon} dV. \quad (5.9)$$

avec  $V_{\text{mat}}$  le volume du matériau dense inscrit dans le VER. Cette équation est vraie à tout état d'équilibre des forces appliquées au VER.

Or, une simulation non linéaire est une succession d'états d'équilibres atteints de manière itérative. Ainsi, l'hypothèse est faite que le bilan énergétique incrémental s'écrit en fonction des contraintes de Cauchy macroscopiques  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  et microscopiques  $\boldsymbol{\sigma}$ , et des déformations logarithmiques macroscopiques  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$  et microscopiques  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Ainsi, à chaque incrément  $i \in [1, K_{\text{inc}}]$ , la variation énergétique entre deux incréments peut s'écrire suivant l'Eq.(5.10) :

$$\left( [\bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}]^i - [\bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}]^{i-1} \right) = \left( \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^T \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^i - \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^T \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{i-1} \right). \quad (5.10)$$

Cette variation de densité d'énergie aux échelles supérieures et inférieures permet de déterminer à chaque incrément la densité d'énergie absorbée (définie positive) ou restituée (définie négative) entre les incréments  $i$  et  $i - 1$ . La méthode tangente, proposée par [15], est issue de l'Eq.(5.10) et formalisée dans l'Eq.(5.11) :

$$(\dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}})^i = \bar{\mathbf{C}}^i (\dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}})^i, \quad (5.11)$$

avec  $(\dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}})^i$  la dérivée temporelle du tenseur de contrainte moyennes macroscopique de Cauchy associée au VER entre les incréments  $i$  et  $i - 1$ ,  $(\dot{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}})^i$  la dérivée temporelle du tenseur de déformation macroscopique associée au VER entre les incréments  $i$  et  $i - 1$  et  $\bar{\mathbf{C}}^i$  la matrice de rigidité locale du matériau inscrit dans le VER. Cette matrice de rigidité traduit le comportement local du matériau inscrit dans le VER entre un incrément  $i$  et  $i - 1$ , entre un temps  $t$  et  $t + \Delta t$ . Ainsi, l'Eq.(5.11) est développée tel que décrit dans l'Eq.(5.12) :

$$\frac{(\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}})^i}{\Delta t} = \bar{\mathbf{C}}^i \frac{(\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^i}{\Delta t}, \quad (5.12)$$

avec  $(\Delta \bar{\boldsymbol{\sigma}})^i$  la variation du champ de contrainte moyenné sur le VER entre l'incrément  $i$  et  $i - 1$ , et  $(\Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}})^i$  la variation du champ déformation moyenné sur le VER entre l'incrément

## 5.1. MÉTHODE D'HOMOGENÉISATION DÉVELOPPÉE

$i$  et  $i - 1$ . Puisqu'aucune précontrainte ou pré-chargement n'est appliqué au VER avant le processus d'homogénéisation, les champs de contrainte et de déformation macroscopiques initiaux, respectivement  $\bar{\sigma}^0$  et  $\bar{\varepsilon}^0$ , sont nuls. La variation du champ de déformation entre un incrément  $i - 1$  et  $i$  est implicitement connue puisque l'incrément ainsi que la déformation souhaitée sont fixées en amont de la simulation. Ainsi, la variation de champ de déformation est déterminée à partir des Eq.(5.13) définies comme suit :

$$\forall i \in [1, K_{\text{inc}}], \left\{ \begin{array}{l} (\Delta \bar{\varepsilon})^i = \bar{\varepsilon}^i - \bar{\varepsilon}^{i-1}, \\ \forall \beta = 1, \dots, 6, \bar{\varepsilon}_\beta^0 = 0, \\ \forall \beta = 1, \dots, 6, \bar{\varepsilon}_\beta^i = \ln(1 + \delta^i), \end{array} \right. \quad (5.13)$$

avec  $\delta^i$  la déformation incrémentale tel qu'explicitée dans l'Eq.(5.14) :

$$\forall i \in [1, K_{\text{inc}}], \left\{ \begin{array}{l} \delta^0 = 0, \\ \delta^i = \delta^{i-1} + d_{\text{inc}}, \\ d_{\text{inc}} = \frac{E_{\text{def}}}{K_{\text{inc}}}. \end{array} \right. \quad (5.14)$$

Le champ de contrainte incrémental est déterminé à partir du bilan de champ de contrainte moyenné sur le volume du VER en configuration déformée de l'incrément  $i$ , noté  $V_{\text{RVE}}^i$ , et tel que décrit dans l'Eq.(5.15) :

$$\forall i \in [1, K_{\text{inc}}], \left\{ \begin{array}{l} (\Delta \bar{\sigma})^i = \bar{\sigma}^i - \bar{\sigma}^{i-1}, \\ \forall \alpha = 1, \dots, 6, \bar{\sigma}_\alpha^0 = 0, \\ \forall \alpha = 1, \dots, 6, \bar{\sigma}_\alpha^i = \frac{1}{V_{\text{RVE}}^i} \sum_{u=1}^N (\sigma_\alpha^i)_u (v^i)_u, \end{array} \right. \quad (5.15)$$

avec  $N$  le nombre total d'EF inscrits dans le VER,  $(\sigma_\alpha^i)_u$  les contraintes de Cauchy de l'EF  $u$  à l'incrément  $i$ , et  $(v^i)_u$  le volume en configuration déformée de l'EF  $u$  à l'incrément  $i$ . En fonction de la simulation du processus d'homogénéisation, que ce soit la phase de traction ou de cisaillement, le volume du VER actualisé est calculé différemment, tel que décrit dans l'Eq.(5.16) :

$$\forall i \in [1, K_{\text{inc}}], \left\{ \begin{array}{l} \text{si } \beta = 1, 2, 3, V_{\text{RVE}}^i = 8a_1a_2a_3(1 + \delta^i), \\ \text{si } \beta = 4, 5, 6, V_{\text{RVE}}^i = 8a_1a_2a_3 \cos(\frac{\pi}{3}\delta^i). \end{array} \right. \quad (5.16)$$

Ainsi, les composantes de chaque matrice de rigidité  $\bar{\mathbf{C}}^i$  sont déterminées incrément par incrément, tel que décrit dans l'Eq.(5.17) :

$$\forall i \in [1, K_{\text{inc}}], \forall \alpha, \beta = 1, \dots, 6, \bar{\mathbf{C}}_{\alpha\beta}^i = \frac{\bar{\sigma}_\alpha^i - \bar{\sigma}_\alpha^{i-1}}{\bar{\varepsilon}_\beta^i - \bar{\varepsilon}_\beta^{i-1}}. \quad (5.17)$$

L'ensemble des matrices  $\bar{\mathbf{C}}^i, i \in [1, K_{\text{inc}}]$  sont inversées pour en déduire les matrices de souplesse incrémentales  $\bar{\mathbf{S}}^i, i \in [1, K_{\text{inc}}]$ . Des matrices de souplesse  $\bar{\mathbf{S}}^i$ , les modules incrémentaux de l'ingénieur sont extraits, permettant d'identifier la nature du comportement non-linéaire de la structure inscrite dans le VER. L'algorithme d'homogénéisation non-linéaire (baptisé HOMNL) est explicitée dans l'Algorithme 1 et la matrice de souplesse incrémentale  $\bar{\mathbf{S}}_{\alpha\beta}^i, \alpha, \beta = 1, \dots, 6$ , à l'incrément  $i$  se construit ainsi suivant l'Eq.(5.18).

$$\bar{\mathbf{S}}^i = \begin{pmatrix} 1/E_{11}^i & -\nu_{21}^i/E_{22} & -\nu_{31}^i/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}^i/E_{11} & 1/E_{22}^i & -\nu_{32}^i/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}^i/E_{11} & -\nu_{23}^i/E_{22} & 1/E_{33}^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G_{23}^i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{13}^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G_{12}^i \end{pmatrix}. \quad (5.18)$$

---

**Algorithme 1 : HOMogénéisation Non-Linéaire (HOMNL)**

---

**Input :**

$E_{\text{def}}$  déformation macroscopique imposée ;

$(a_1, a_2, a_3)$  dimensions VER dans directions  $(x_1, x_2, x_3)$  ;

$K_{\text{inc}}$  nombre total d'incréments ;

**for**  $\beta \in [1, 6]$  **do**

$\bar{\varepsilon}_{\beta}^{K_{\text{inc}}} \leftarrow \ln(1 + E_{\text{def}})$  ;

$d_{\text{inc}} \leftarrow \frac{E_{\text{def}}}{K_{\text{inc}}}$  ;

$\bar{\varepsilon}_{\beta}^0 \leftarrow 0$  ;

$\forall \alpha, \bar{\sigma}_{\alpha}^0 \leftarrow 0$  ;

$\forall \alpha, \bar{\mathbf{C}}_{\alpha\beta}^0 \leftarrow 0$  ;

$V_{\text{RVE}}^0 \leftarrow 8a_1a_2a_3$  ;

$\delta^0 \leftarrow 0$  ;

**for**  $i \in [1, K_{\text{inc}}]$  **do**

$\delta^i \leftarrow \delta^{i-1} + d_{\text{inc}}$  ;

$\bar{\varepsilon}_{\beta}^i \leftarrow \ln(1 + \delta^i)$  ;

**for**  $\alpha \in [1, 6]$  **do**

$\bar{\sigma}_{\alpha}^i \leftarrow 0$  ;

**for**  $u \in [1, N]$  **do**

**get**  $(\sigma_{\alpha}^i)_u$  ;

**get**  $(v^i)_u$  ;

$\bar{\sigma}_{\alpha}^i \leftarrow \bar{\sigma}_{\alpha}^i + [(\sigma_{\alpha}^i)_u (v^i)_u]$  ;

**if**  $\beta = 1, 2, 3$  **then**

$V_{\text{RVE}}^i \leftarrow 8a_1a_2a_3 (1 + \delta^i)$  ;

**else**

$V_{\text{RVE}}^i \leftarrow 8a_1a_2a_3 \cos(\frac{\pi}{3}\delta^i)$  ;

$\bar{\sigma}_{\alpha}^i \leftarrow \frac{\bar{\sigma}_{\alpha}^i}{V_{\text{RVE}}^i}$  ;

$\bar{\mathbf{C}}_{\alpha\beta}^i \leftarrow \frac{\bar{\sigma}_{\alpha}^i - \bar{\sigma}_{\alpha}^{i-1}}{\bar{\varepsilon}_{\beta}^i - \bar{\varepsilon}_{\beta}^{i-1}}$  ;

$\bar{\mathbf{C}}^0 \leftarrow \mathbf{0}$  ;

$\bar{\mathbf{S}}^0 \leftarrow \mathbf{0}$  ;

**for**  $i \in [1, K_{\text{inc}}]$  **do**

$\forall (\alpha, \beta) \in [1, 6]^2, \bar{\mathbf{C}}^i[\alpha][\beta] \leftarrow \bar{\mathbf{C}}_{\alpha\beta}^i$  ;

$\bar{\mathbf{S}}^i \leftarrow (\bar{\mathbf{C}}^i)^{-1}$  ;

**Output :**  $\forall i \in [0, K_{\text{inc}}], \bar{\mathbf{C}}^i, \bar{\mathbf{S}}^i$

---

## 5.2 Expression de la loi matériau du milieu homogène équivalent à l'échelle macroscopique : cas test

Une fois les matrices de raideur équivalente déterminées, l'objectif est de pouvoir intégrer le comportement homogène équivalent des matériaux architecturés en tant que loi matériau à l'échelle macroscopique de la structure en évitant une modélisation explicite du motif élémentaire du MCP à cette échelle. Dans un premier temps, la méthode d'expression des contraintes équivalentes pour chaque incrément est mise en avant, puis validée sur des VER pleins de matériau constitutifs. Enfin, la méthodologie d'homogénéisation non linéaire est appliquée à l'ensemble des topologies étudiées.

### 5.2.1 Détermination des contraintes équivalentes incrémentales

La validation du processus d'homogénéisation se base sur la comparaison des contraintes équivalentes entre le modèle homogène et le modèle explicite. Ces contraintes équivalentes incrémentales, notées  $\Delta\bar{\sigma}_{eq}^i$ , sont déterminées suivant l'Eq.(5.19) :

$$\Delta\bar{\sigma}_{eq}^i = \sqrt{\Delta\bar{\sigma}^{iT} \cdot \bar{\mathbf{M}} \cdot \Delta\bar{\sigma}^i}, \quad (5.19)$$

avec  $\bar{\mathbf{M}}$  la matrice de passage aux contraintes équivalentes telles que décrite dans l'Eq.(5.20) suivante :

$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

Par ailleurs, le comportement homogène équivalent d'un MCP varie en fonction des dimensions de son VER ; la formulation des contraintes équivalentes incrémentales s'exprime ainsi suivant l'Eq.(5.21) :

$$\Delta\bar{\sigma}^i = \bar{\mathbf{C}}^i \Delta\bar{\epsilon}^i. \quad (5.21)$$

Le processus étant incrémental, la contrainte équivalente à l'incrément  $i$  est déterminé à partir des contraintes équivalentes de l'incrément  $i - 1$ , tel que décrit dans l'Eq.(5.22) :

$$\bar{\sigma}_{eq}^i = \sqrt{\Delta\bar{\sigma}^{iT} \cdot \bar{\mathbf{M}} \cdot \Delta\bar{\sigma}^i - \bar{\sigma}_{eq}^{i-1}}, \quad (5.22)$$

avec  $\bar{\sigma}_{eq}^0 = 0$ , retrouvant ainsi l'expression de l'Eq.(5.19).

### 5.2.2 Validation méthodologique : matériaux constitutifs

La procédure d'homogénéisation HOMNL est, dans un premier temps, appliquée à deux blocs de matériaux constitutifs : une variante d'acier de référence disponible dans [11], et le matériau constitutif MIX90A présenté au chapitre 3. Ces propriétés matériau sont présentées et rappelées dans les Tableaux 5.2, 5.3 et 5.4, ainsi que décrites dans les Figures 5.3 et 5.4. La procédure d'homogénéisation est faite pour des simulations quasi-statiques implicites. Une fois homogénéisés, les courbes déformation-contrainte du bloc homogène équivalent et du bloc du matériau constitutif sont comparés pour le cas d'une sollicitation uni-axiale de compression. Les données comparées sont les contraintes équivalentes,

# CHAPITRE 5. HOMOGENÉISATION NON-LINÉAIRE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

TABLE 5.1 – Paramètres de simulation initialisés par l'utilisateur : cas test

Paramètres	
$E_{\text{def}} (-)$	$E_{\text{def}} = 2.3 \cdot 10^{-3}$ (Acier) , $E_{\text{def}} = 0.36$ (MIX90A)
Nombre d'incréments $K_{\text{inc}} (-)$	40
$\bar{\rho} (-)$	1.0
$a_1, a_2, a_3$ (mm)	$a_1 = a_2 = a_3 = 1.0$
Taille de maille $e_{\text{size}}$ (mm)	0.1

calculées à partir de l'Eq.(5.19), et exprimées en fonction de la déformation équivalente  $\bar{\epsilon}_{eq} = (E_{\text{def}}, 0, 0, 0, 0, 0)$ .

Les résultats sont obtenus en considérant les paramètres de simulation présentés dans le Tableau 5.1 et présentés dans les Figures 5.5 et 5.6. Le modèle EF utilisé dans ce cas est constitué de 1000 éléments solides de type C3D8 (8 nœuds , 3 degrés de liberté par nœud, intégration complète). Ce nombre d'éléments a été déterminé suite à une analyse de convergence des résultats. Les courbes représentant l'évolution de la contrainte en fonction

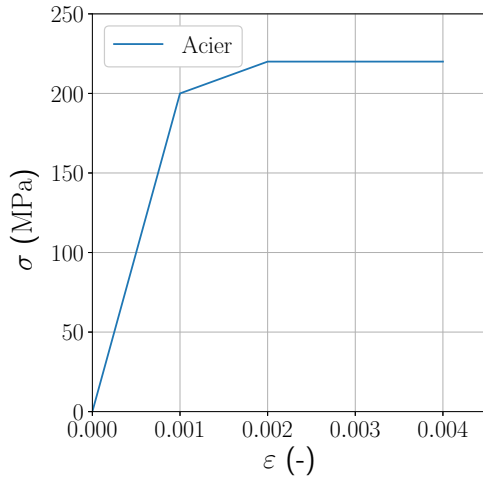


FIGURE 5.3 – Loi de comportement de l'Acier [11]

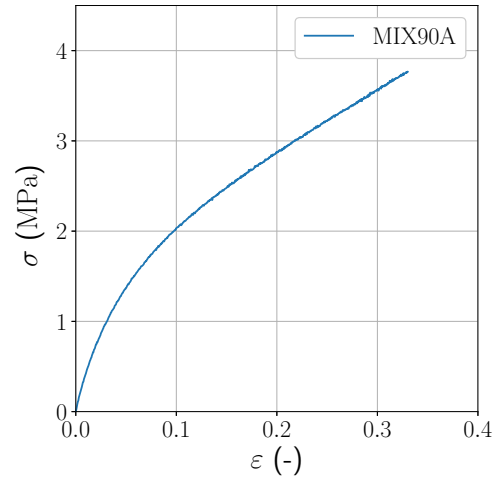


FIGURE 5.4 – Loi de comportement du Polymère MIX90A (TPU)

TABLE 5.2 – Propriétés du matériau Acier [11]

Propriétés	Valeurs
Module d'Young $E_{\text{Acier}}$ (GPa)	200.0
Coefficient de Poisson $\nu_{\text{Acier}}$	0.3
Masse volumique $\rho_{\text{Acier}}$ (T/mm <sup>3</sup> )	$7.8 \cdot 10^{-9}$

TABLE 5.3 – Propriétés du matériau MIX90A

Propriétés	Valeurs
Module d'Young $E_{\text{MIX90A}}$ (GPa)	$43.643 \cdot 10^{-3}$
Coefficient de Poisson $\nu_{\text{MIX90A}}$	0.45
Masse volumique $\rho_{\text{MIX90A}}$ (T/mm <sup>3</sup> )	$1.053 \cdot 10^{-9}$
Module de compression $K_{\text{MIX90A}}$ (GPa)	$1.45 \cdot 10^{-1}$

TABLE 5.4 – Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope des matériaux étudiés

Acier			
Déformation plastique	0	$0.9 \cdot 10^{-3}$	$2.9 \cdot 10^{-3}$
Contrainte plastique (MPa)	200.0	220.0	220.0
MIX90A			
Déformation plastique	0	0.26	0.58
Contrainte plastique (MPa)	0.45	3.33	5.26

## 5.2. EXPRESSION DE LA LOI MATÉRIAU DU MILIEU HOMOGENÈME ÉQUIVALENT À L'ÉCHELLE MACROSCOPIQUE : CAS TEST

de la déformation issues de la démarche d'homogénéisation non linéaire se superposent à celles de la loi de comportement du matériau constitutif ce qui valide le code programmé de la démarche. Les variations entre les résultats d'homogénéisation et de comportement de matériau constitutif sont présentés dans les Figures 5.7 et 5.8. Les courbes comparées présentent de légères différences par rapport aux matériaux de référence, mais restent dans un intervalle de tolérance moyen en dessous de 5% pour l'acier, considéré comme marge acceptable. Le matériau MIX90A quant à lui présente des propriétés proches, malgré une grande différence en petites déformations. Ceci est notamment lié à la discrétisation du comportement, soit le nombre d'incréments choisis pour décrire le comportement multilinéaire du matériau homogène équivalent. Ces différences s'expliquent notamment par la discrétisation temporelle d'homogénéisation non linéaire. En effet, une discrétisation temporelle plus fine permet d'augmenter le nombre de points évalués du comportement multilinéaire, raffinant ainsi la représentativité du comportement.

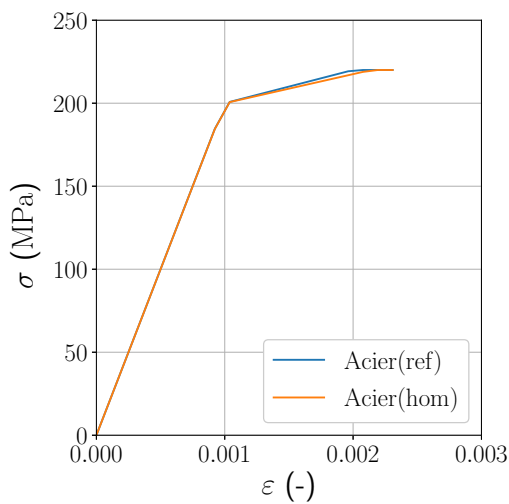


FIGURE 5.5 – Comparatif de résultats d'homogénéisation : Acier [11]

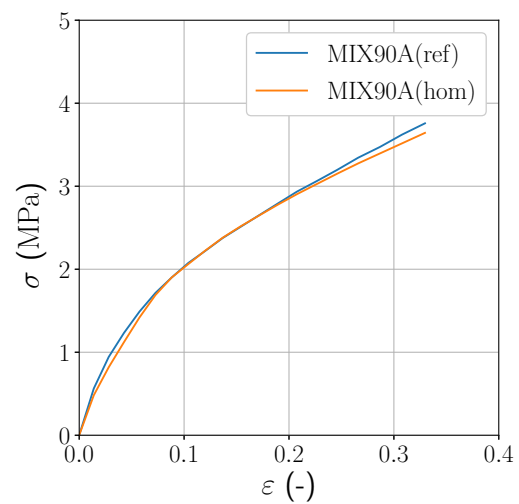


FIGURE 5.6 – Comparatif de résultats d'homogénéisation : Polymère MIX90A

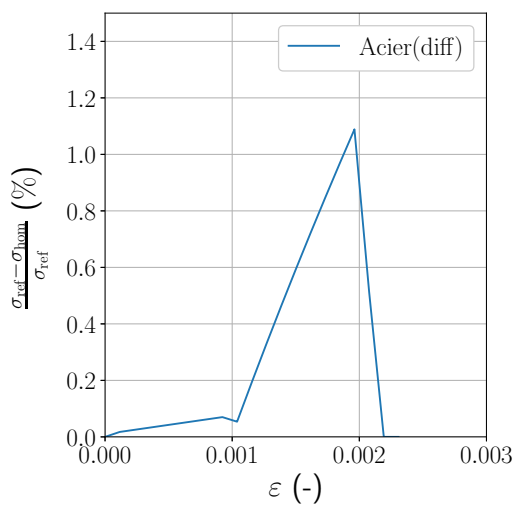


FIGURE 5.7 – Variation entre lois constitutives et lois homogènes : Acier [11]

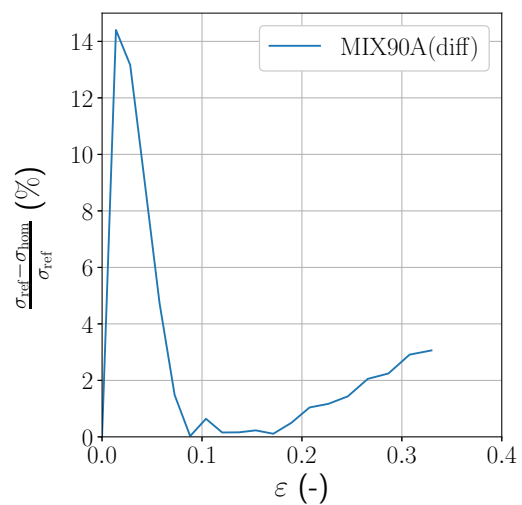


FIGURE 5.8 – Variation entre lois constitutives et lois homogènes : Polymère MIX90A

### 5.3 Application aux MCP en quasi-statique

La méthodologie précédemment validée sur des blocs de matériau constitutif est ainsi appliquée aux architectures lattices étudiées. Toutefois, l'influence des hypothèses de modélisation sur la réponse du matériau homogène équivalent n'est pas quantifiée. En effet, l'analyse de sensibilité aux défauts a démontré que la présence de défauts géométriques joue un rôle non négligeable dans le comportement mécanique de la cellule à des hautes vitesses de déformation. De plus, le phénomène de densification n'était pris en compte que par les contacts induits par la cellule sur elle même.

Afin de raffiner le comportement du matériau homogène équivalent à l'échelle macroscopique, plusieurs cas de simulation sont mises en place : (1) la densification cellulaire et les défauts géométriques ne sont pas pris en compte, (2) la densification cellulaire est prise en compte, mais pas les défauts géométriques et (3) la densification et les défauts géométriques sont pris en comptes. La modélisation de chaque cellule est identique aux modèles présentés au Chapitre 2. La loi constitutive du matériau employée dans les analyses est celle du MIX90A et dont les propriétés sont détaillées dans les Tableaux 5.3 et 5.4. Pour chaque phase du processus d'homogénéisation, le champ de déformation imposé  $\bar{\varepsilon}$  est uni-axial défini négatif, représentant une compression, et la méthode de résolution de l'*Arc-Length* a été employée pour résoudre le problème numérique non-linéaire. Les différentes analyses non-linéaires ont été réalisées en considérant un régime quasi-statique et sont caractérisées par les paramètres listés dans le Tableau 5.5.

TABLE 5.5 – Paramètres de simulation initialisés par l'utilisateur : lattices

Paramètres	
$E_{\text{def}} (-)$	$E_{\text{def}} = -0.4$ (compression)
Nombre d'incréments $K_{\text{inc}} (-)$	40
$\bar{\rho} (-)$	0.2
$a_1, a_2, a_3$ (mm)	$a_1 = a_2 = a_3 = f(R_a = 1.0)$
Taille de maille $e_{\text{size}}$ (mm)	0.39
Auto-contact (contact en contraintes)	Actif

Les résultats issus de l'homogénéisation sont exprimés en contraintes équivalentes  $\bar{\sigma}_{eq}$  en fonction de la déformation macroscopique  $\bar{\varepsilon}$  du VER. La contrainte équivalente  $\bar{\sigma}_{eq}$  est définie dans l'Eq.(5.19). L'EAC des MCP issus de l'homogénéisation est calculée à partir des contraintes équivalentes  $\bar{\sigma}_{eq}$  suivant l'Eq.(5.23) :

$$\bar{W}_c(\varepsilon) := \frac{1}{\bar{\rho}\rho_{\text{MIX90A}}} \int_0^{E_{\text{def}}} \bar{\sigma}_{eq} d\varepsilon = \frac{W_c}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}}, \quad (5.23)$$

avec  $\bar{\rho}$  la fraction volumique de matière inscrite dans le VER et  $\rho_{\text{MIX90A}}$  la masse volumique du polymère étudié. Les MCP étudiés sont considérés comme un matériau à deux phases, i.e. le polymère occupant une fraction volumique  $\bar{\rho}$  et l'air en occupant l'autre  $(1 - \bar{\rho})$ . Ainsi, les propriétés élastiques homogènes équivalentes, extraites entre l'itération 0 et 1 du comportement homogène de la cellule, sont comparées aux bornes de Reuss-Voigt ( $B_{RV}$ ) et

TABLE 5.6 – Propriétés du plateau plastique avec écrouissage isotrope des matériaux étudiés

Bornes théoriques élastiques	
Reuss-Voigt $B_{RV}^{\text{inf}}$ (MPa)	0.0
Reuss-Voigt $B_{RV}^{\text{sup}}$ (MPa)	8.73
Hashin-Shtrikman $B_{HS}^{\text{inf}}$ (MPa)	0.0
Hashin-Shtrikman $B_{HS}^{\text{sup}}$ (MPa)	4.28

### 5.3. APPLICATION AUX MCP EN QUASI-STATIQUE

de Hashin-Shtrikman ( $B_{HS}$ ) [155]. Les bornes inférieures, respectivement  $B_{RV}^{\text{inf}}$  et  $B_{HS}^{\text{inf}}$ , et supérieures, respectivement  $B_{RV}^{\text{sup}}$  et  $B_{HS}^{\text{sup}}$ , sont calculées suivant l'Eq.(5.24) :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{RV}^{\text{inf}} = \frac{E_{\text{air}}E_{\text{MIX90A}}}{1-\bar{\rho}} E_{\text{air}} + \bar{\rho}E_{\text{MIX90A}} \approx 0, \\ B_{RV}^{\text{sup}} = (1 - \bar{\rho})E_{\text{air}} + \bar{\rho}E_{\text{MIX90A}} \approx \bar{\rho}E_{\text{MIX90A}}, \\ B_{HS}^{\text{inf}} = K_{\text{air}} + \frac{\bar{\rho}}{3K_{\text{air}}+4G_{\text{air}} - \frac{1}{K_{\text{air}}}} \approx 0, \\ B_{HS}^{\text{sup}} = K_{\text{MIX90A}} + \frac{1-\bar{\rho}}{3K_{\text{MIX90A}}+4G_{\text{MIX90A}} - \frac{1}{K_{\text{MIX90A}}}}, \end{array} \right. \quad (5.24)$$

avec  $K_{\text{air}} = 101\text{kPa}$  le module de compression hydrostatique de l'air et  $K_{\text{MIX90A}}$  le module de compression hydrostatique du MIX90A, tel que définit dans l'Eq.(5.25) :

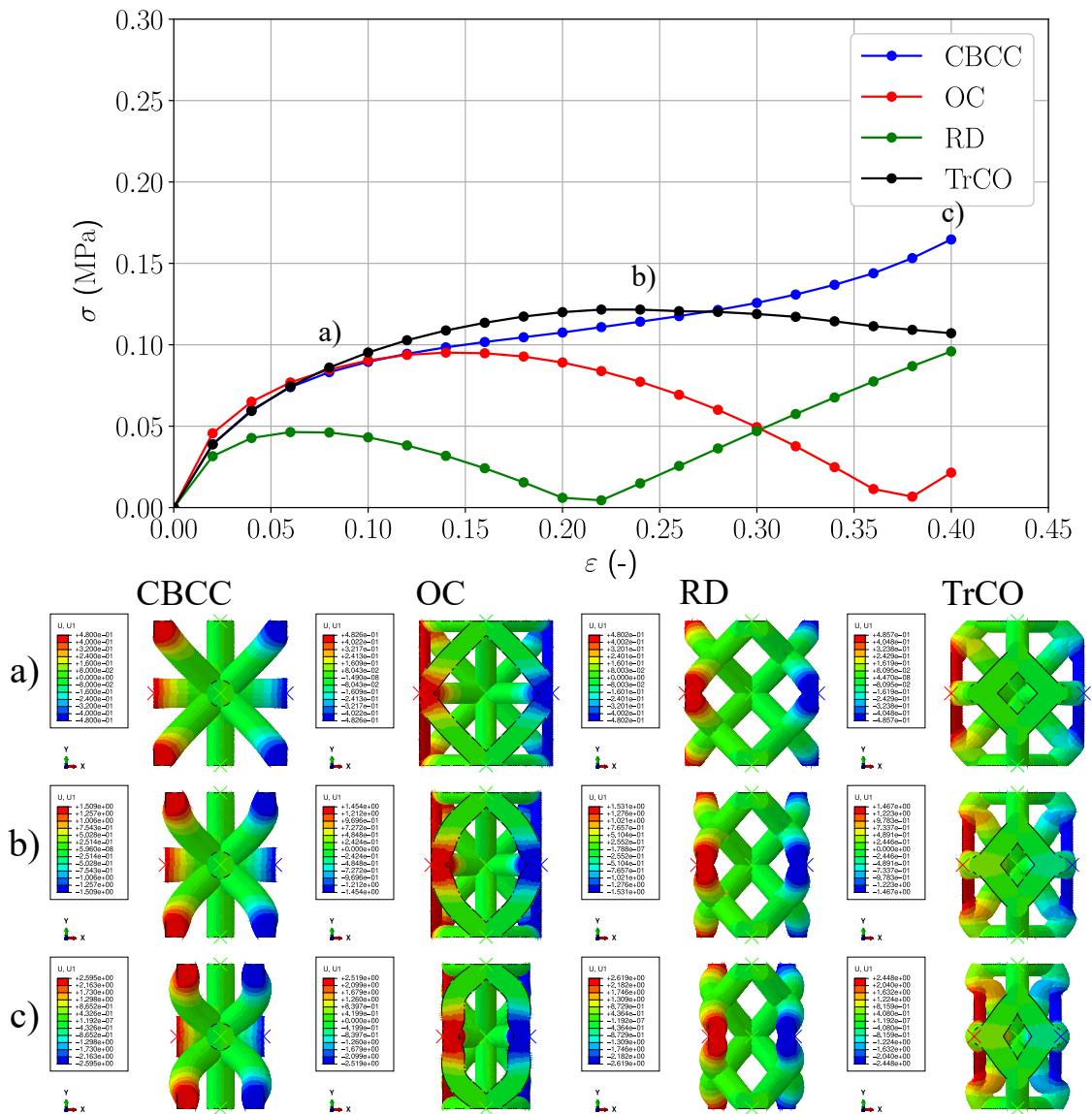


FIGURE 5.9 – Résultats d'homogénéisation des cellules lattices et déformation macroscopique (a) 8%, b) 24%, c) 40%) de chaque géométrie étudiée : sans densification extracellulaire et sans présence de défauts géométriques



$$K_{\text{MIX90A}} = \frac{E_{\text{MIX90A}}}{3(1 - 2\nu_{\text{MIX90A}})} \quad (5.25)$$

Les valeurs de ces bornes sont présentées dans le Tableau 5.6. Si l'ensemble des variables élastiques homogènes équivalentes pour chaque cellule est entre ces bornes, les critères théoriques seront respectés, confirmant la pertinence des comportements.

Pour le cas (1) de modélisation, les résultats d'homogénéisation sont présentés dans la Figure 5.9. Le comportement homogène équivalent de chaque cellule traduit bien un comportement type de matériau cellulaire, caractérisé par une phase élastique suivi d'une phase de plateau. Cependant, les cellules OC et RD présentent des chutes de raideurs significatives lors de la phase plateau, jusqu'à atteindre 0 et augmenter à nouveau. Par ailleurs, en observant les déformées des cellules lattices aux différentes étapes de la compression, certaines cellules se déforment au delà des bornes du VER. Puisque certains EF se déforment en dehors du VER, cela implique un non-respect de l'hypothèse de conservation énergétique au sein du volume élémentaire. De plus, le mode de déformation de la

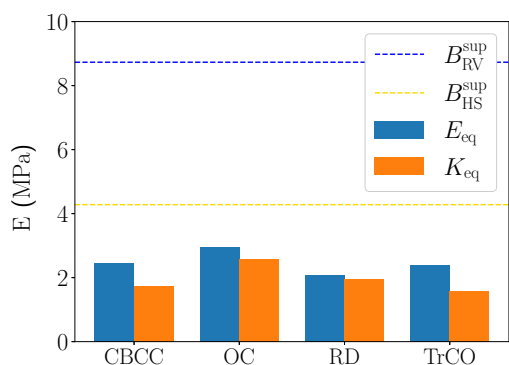


FIGURE 5.10 – Modules élastiques homogènes équivalents et bornes supérieures  $B_{\text{RV}}^{\text{sup}}$  et  $B_{\text{HS}}^{\text{sup}}$  : sans densification, sans défaut géométrique

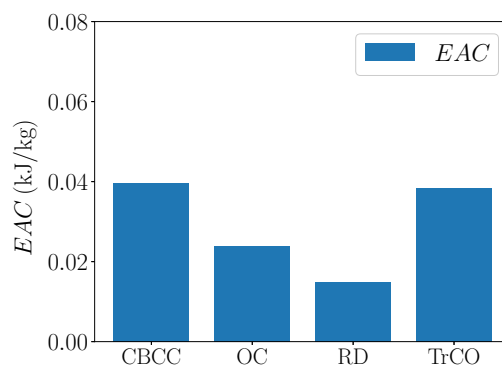


FIGURE 5.11 – EAC homogènes équivalentes des cellules CBCC, OC, RD et TrCO étudiées : sans densification, sans défaut géométrique

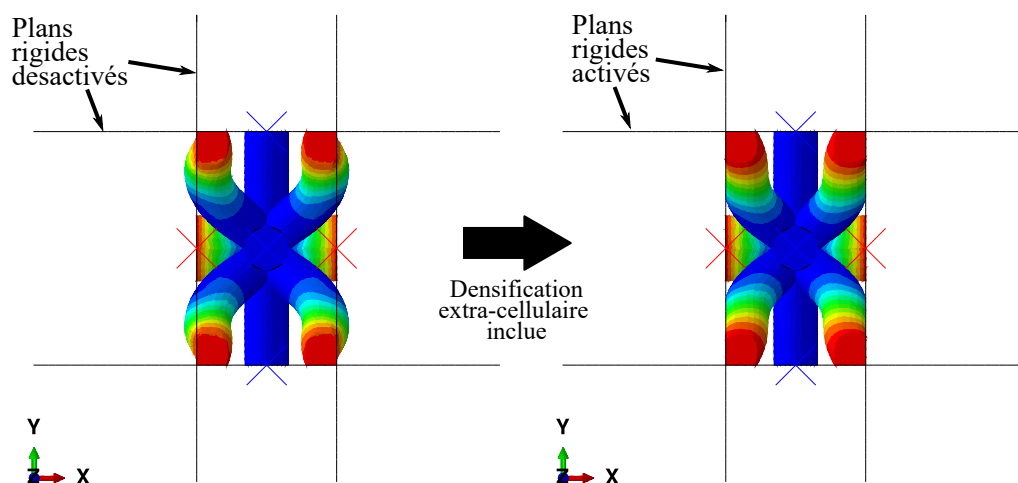


FIGURE 5.12 – Exemple de modélisation cellulaire (CBCC) sans plans rigides et avec plans rigides

### 5.3. APPLICATION AUX MCP EN QUASI-STATIQUE

géométrie sortant du VER est censé être affecté par les cellules autour. Afin de respecter l'hypothèse de conservation d'énergie et de modéliser une déformée prenant en compte les cellules virtuelles voisines, les branches déformées ne devraient pas sortir du VER, comme présenté dans la Figure 5.12.

Les modules élastiques homogènes équivalents comparées aux bornes de Reuss-Voigt et Hashin-Shtrikman sont évaluées et présentées dans la Figure 5.10. De même, les EAC de chaque cellule lattice sont présentées dans la Figure 5.11. Les modules élastiques et EAC sont issus des processus d'homogénéisation en appliquant l'hypothèse de simulation sans défaut géométrique et sans densification. D'après la Figure 5.10, les critères théoriques liées aux bornes de Reuss-Voigt et de Hashin-Shtrikman sont respectés pour l'ensemble des cellules étudiées, ce qui permet d'affirmer que l'ensemble des modules homogènes équivalents sont cohérents par rapport aux valeurs analytiques attendues. Cependant, les bornes

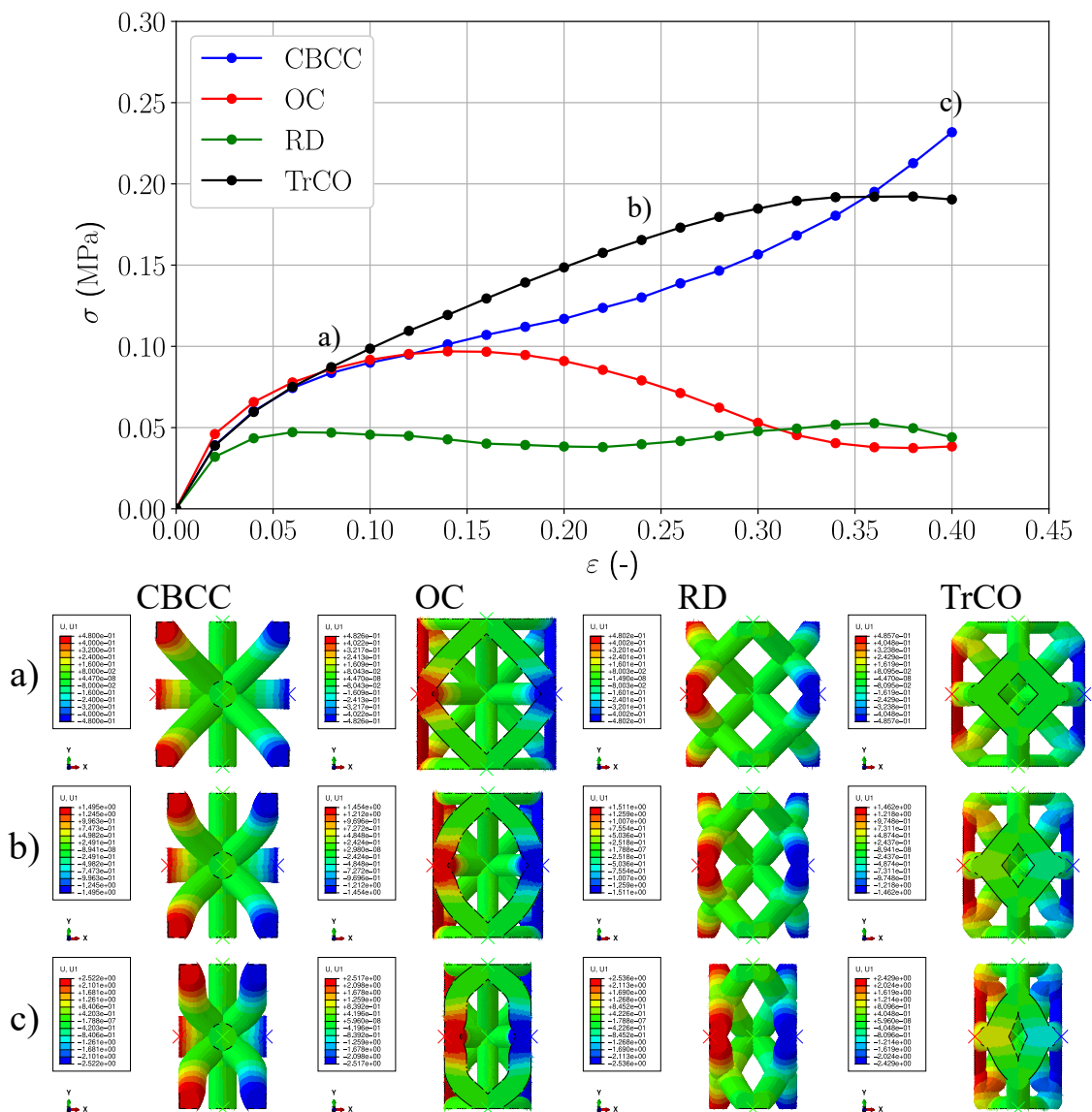


FIGURE 5.13 – Résultats d'homogénéisation des cellules lattices et déformation macroscopique (a) 8%, b) 24%, c) 40%) des géométries étudiées : avec densification extra-cellulaire et sans présence de défauts géométriques

## CHAPITRE 5. HOMOGENÉISATION NON-LINÉAIRE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

de Reuss-Voigt et Hashin-Shtrikman ne prennent pas en compte l'aspect géométrique de la cellule. D'après la Figure 5.11, les EAC des cellules CBCC et TrCO sont proches, et supérieures aux EAC des cellules OC et RD. En comparant les résultats aux simulations menées lors de l'analyse de sensibilité présentée dans le Chapitre 3 de chaque cellule, l'ordre de supériorité des EAC des cellules est conservé entre la modélisation explicite des cellules lattices et la modélisation des matériaux homogènes équivalents.

Les résultats du cas (2) de modélisation sont présentés dans la Figure 5.13. Cette modélisation consiste à inclure le phénomène de densification extra cellulaire via l'inclusion de plans rigides passifs, suivant la macro-déformation imposée au VER, tel que visualisé dans la Figure 5.12. Ces plans sont dits "passifs" car ils ne pilotent pas le déplacement de la cellule, et s'activent uniquement lorsqu'ils sont en contact avec la cellule. Ce contact a pour vocation de simuler la densification extra-cellulaire. Les modules élastiques homogènes équivalents associés aux simulations sans défauts géométriques, avec densification, sont présentés dans la Figure 5.14. Les EAC issues de ces simulations sont de même mises en avant au travers de la Figure 5.15.

Comme dans le cas précédent, les critères de Reuss-Voigt, et de Hashin-Shtrikman sont

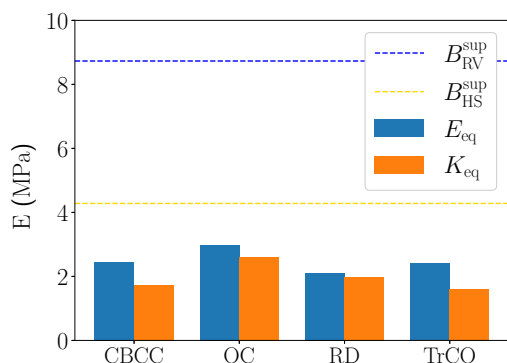


FIGURE 5.14 – Modules élastiques homogènes équivalents et bornes supérieures  $B_{RV}^{sup}$  et  $B_{HS}^{sup}$  : avec densification, sans défaut géométrique

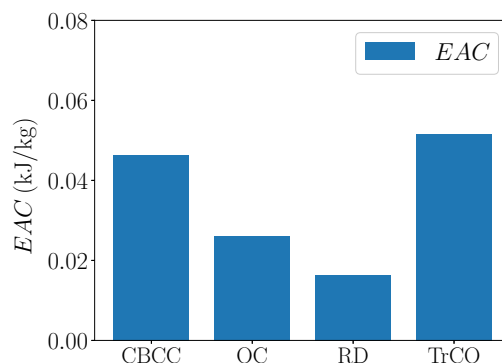


FIGURE 5.15 – EAC homogènes équivalentes des cellules CBCC, OC, RD et TrCO étudiées : avec densification, sans défaut géométrique

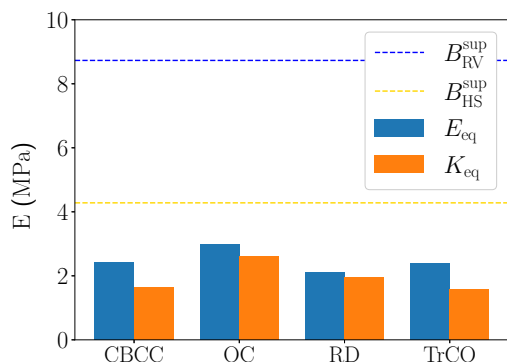


FIGURE 5.16 – Modules élastiques homogènes équivalents et bornes supérieures  $B_{RV}^{sup}$  et  $B_{HS}^{sup}$  : avec densification et défaut géométrique

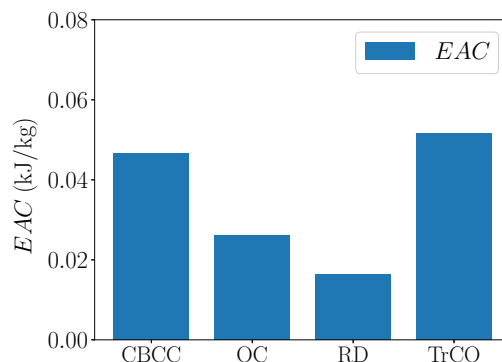


FIGURE 5.17 – EAC homogènes équivalentes des cellules CBCC, OC, RD et TrCO étudiées : avec densification et défaut géométrique

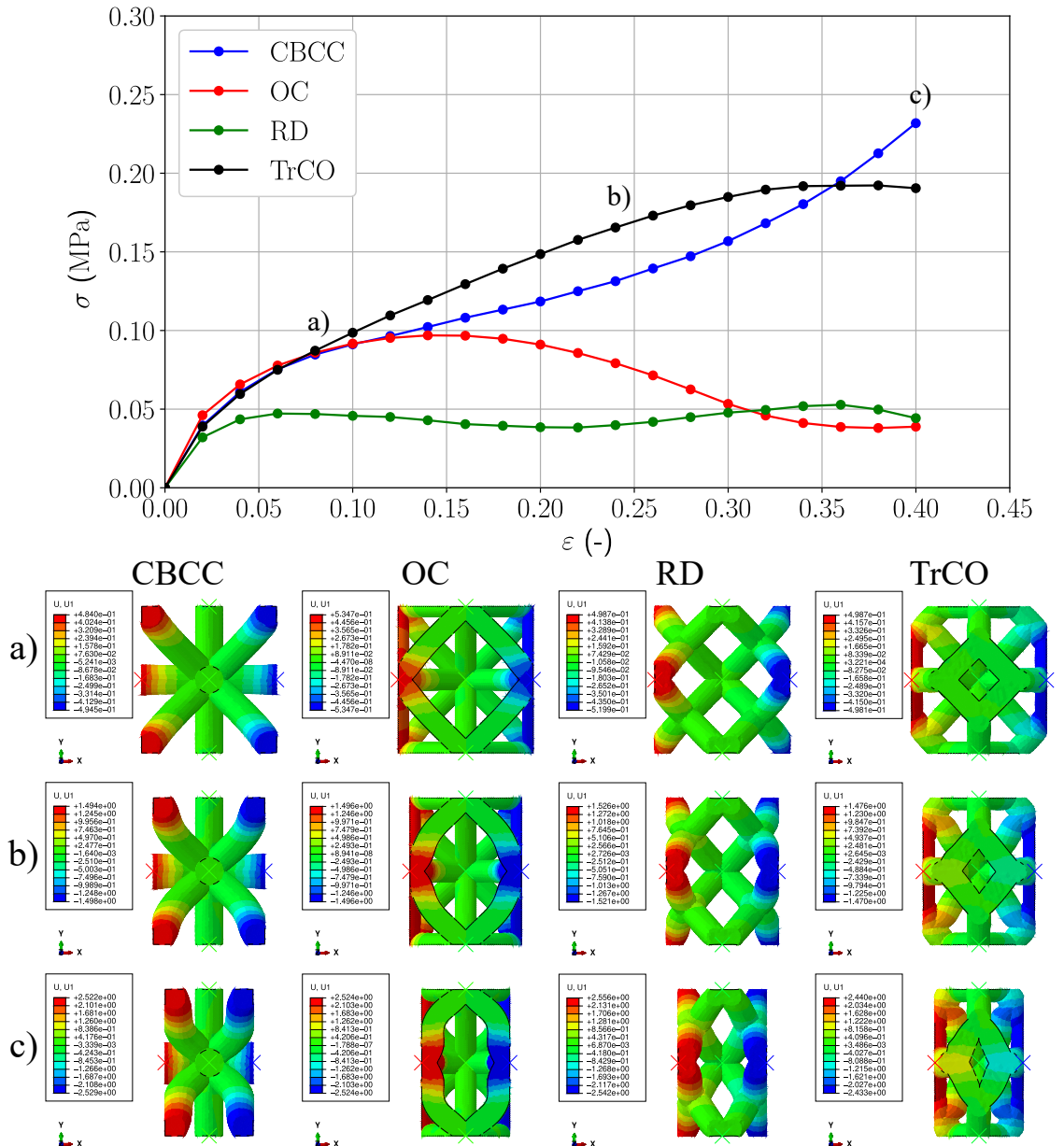


FIGURE 5.18 – Résultats d’homogénéisation des cellules lattices et déformation macroscopique (a) 8%, b) 24%, c) 40%) de chaque géométrie étudiée : avec densification extracellulaire et avec présence de défauts géométriques

respectés. Ces valeurs sont d’ailleurs identiques à ceux du cas (1) : en effet, la densification est un phénomène qui intervient après la phase plateau, et donc n’est pas censée influencer sur le comportement élastique homogène. Toutefois, la densification a des effets non négligeables sur les capacités d’absorption d’énergie et plus généralement du comportement mécanique à de grandes déformations. En effet, les résultats issus des Figure 5.13 et 5.15 montrent un comportement de matériaux architecturés cohérents par rapport aux cellules étudiées lors de l’analyse de sensibilité du Chapitre 3. Comme présenté dans l’analyse de sensibilité, la cellule TrCO homogène présente la meilleure capacité d’absorption d’énergie, et l’ordre de performance est identique. D’un point de vue énergétique, les EAC des cellules

## CHAPITRE 5. HOMOGENÉISATION NON-LINÉAIRE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

TABLE 5.7 – Scénario de défaut géométrique appliqué au cas (3)

<i>Paramètres de défauts géométriques</i>		
Modes de flambement	Amplitude de défauts $f_{amp}$	Densité relative $\bar{\rho}$
(D5)	1, 2, 3, 4, 5	0.02 $a_x$

TrCO et RD du cas (2) sont supérieures aux EAC du cas (1), comme il est possible de constater en comparant les Figures 5.11 et 5.15. Enfin, contrairement aux homogénéisations appliquées avec la première hypothèse de simulation, il n’y a pas de chute de raideur observée au niveau des phases plateaux.

Comme démontré auparavant, l’inclusion de défauts géométriques contribue à l’amélioration de la modélisation de cellules lattices soumises à des cas de chargements dynamiques. Ainsi, le troisième cas de simulation, qui consiste à inclure les défauts géométriques dans le processus d’homogénéisation, est proposé. Le défaut a été introduit en suivant la démarche proposée au Chapitre 3 et en utilisant les paramètres listés dans le Tableau 5.7.

Comme pour les cas précédents de simulation, les modules élastiques et les capacités d’absorption d’énergie sont mises en avant respectivement dans les Figures 5.16 et 5.17. Comme dans les cas précédents, les raideurs élastiques sont identiques aux cas de modélisation (1) et (2). Les résultats d’homogénéisation du cas (3) de modélisation sont présentés dans la Figure 5.18. Contrairement aux résultats présentés au Chapitre 3, la différence entre les cas de simulation (2) et (3) sont quasi-nulles, et les capacités d’absorption d’énergies sont identiques. Ceci laisse penser que, pour des gammes de vitesses quasi-statiques, la présence de défauts géométriques n’influe pas sur le comportement homogène équivalent de la cellule.

Ce constat est lié à la prépondérance du comportement matériau sur les phénomènes de flambement. En effet, la loi de comportement matériau employée pénalise la limite élastique et la contrainte plastique par rapport à la vitesse de déformation. Or en quasi-statique, la limite d’élasticité est atteinte tôt dans le processus d’homogénéisation. En grandes déformations, l’énergie de déformation plastique est alors prépondérante sur l’énergie de déformation élastique, cette dernière contribuant au flambement structurel. Puisque la déformation cellulaire est liée à un phénomène matériau et pas structurel en quasi-statique, et que la présence de défauts géométriques favorise le flambement structurel, il n’est pas nécessaire d’inclure la présence de défauts géométriques dans le cadre du processus d’homogénéisation en quasi-statique.

### 5.4 Synthèse et perspectives de l’étude

Ce chapitre met en avant une méthode d’homogénéisation non-linéaire permettant de modéliser le comportement hétérogène d’un matériau cellulaire périodique en un comportement non-linéaire homogène équivalent. Cette méthode d’homogénéisation incrémentale reprend la méthode d’homogénéisation linéaire et l’applique entre chaque incrément de l’analyse non-linéaire. L’avantage principal de l’homogénéisation est le gain considérable en temps de calcul, réduisant le nombre d’éléments constituant le modèle EF d’environ 200000 (selon le modèle de cellule) à une centaine ou moins, suivant les objectifs de l’utilisateur (à savoir rapidité ou représentativité). Plusieurs points ont été mis en avant par ce chapitre :

- (1) La méthode HOMNL est validée sur des blocs de matériaux massifs dont le comportement est non-linéaire, et sollicités en déformations modérées et en grandes déformations. En homogénéisant le comportement du bloc, les mêmes propriétés macroscopiques que le matériau constitutif sont obtenues.

- (2) Contrairement à un bloc de matériau massif, les lattices présentent un comportement mécanique lié à la structure de la cellule et au matériau. Notamment, les MCP sont caractérisés par trois phases : les phases élastique, plateau et densification. L'ensemble des résultats issus de l'homogénéisation sont typiques de comportements de matériaux cellulaires.
- (3) Plusieurs cas de modélisation ont été analysés. La plus concluante est l'homogénéisation sans défauts géométriques et avec densification extra-cellulaire. En homogénéisation quasi-statique, la présence de défauts géométriques ne donne pas lieu à de vraies différences entre les comportements homogènes avec densification, et n'est donc pas nécessaire de les inclure dans ces analyses.
- (4) Les modules élastiques homogènes équivalents respectent les bornes variationnelles de Reuss-Voigt et de Hashin Shtrikman. Ces modules élastiques ne sont pas influencés par la modification des hypothèses de modélisation.
- (5) L'ordre des résultats de topologies optimales reste à priori le même que lors de l'analyse de sensibilité aux défauts (c.f. Chapitre 3) : la cellule TrCO reste la meilleure topologie en terme de capacité d'absorption d'énergie, à cette gamme de vitesse.

Le processus d'homogénéisation permet donc la modélisation simplifiée de cellules lattices. Toutefois, la mise en place d'un tel processus d'homogénéisation en grandes déformations pour des matériaux non-linéaires reste à être développée pour des vitesses modérées, en employant un solveur explicite par exemple.

Toutefois, le comportement homogène équivalent ayant été déterminé, il est nécessaire par la suite d'incorporer ce comportement dans une simulation représentative d'essais mécaniques menés sur éprouvettes architecturées. De cette manière, une comparaison pertinente pourrait être faite entre résultats numériques et expérimentaux, permettant ainsi la validation du comportement homogène équivalent déterminé.

Un axe d'amélioration du processus d'homogénéisation développé serait d'étudier la sensibilité du nombre d'incrémentes sur le comportement des cellules à de plus hautes gammes de vitesses. Cette étude permettrait d'étendre les possibilités de simulation dans le domaine de sollicitations dynamiques, pour ainsi concevoir des absorbeurs MCP 3D, à un faible coût de temps de calcul et traduisant un comportement homogène équivalent fiable. Une fois cet axe développé, l'application de cette méthodologie aux cellules parallélépipédiques identifiées dans le chapitre précédent permettrait d'inclure dans des absorbeurs de chocs un comportement homogène équivalent de cellules au comportement orthotrope, et dont la géométrie locale serait optimisée pour des sollicitations globales spécifiques.

Ces axes d'amélioration permettent d'une part de valider la méthodologie d'homogénéisation sur un cas simple, et d'autre part d'étendre les gammes de sollicitations en dynamique à des cellules cubiques ou parallélépipédiques. Toutefois, cette étude est limitée d'un point de vue des géométries étudiées. Un axe de développement intéressant à aborder serait d'appliquer cette méthodologie à un ensemble plus étendu de géométries canoniques. Cela permettrait aux concepteurs d'absorbeurs de chocs un plus large spectre de choix quant à la géométrie locale de l'absorbeur.



# Compression uniaxiale dynamique des matériaux cellulaires périodiques

Ce chapitre se focalise sur les méthodes expérimentales de caractérisation employées et mises en place pour l'étude du comportement mécanique des matériaux architecturés. En effet, des simulations de matériaux architecturés ont été mises en place pour en étudier le comportement dynamique et mettre en avant l'influence des paramètres géométriques macroscopiques et microscopiques sur ce comportement. Cependant, il y a un manque de support expérimental pour appuyer la validité des résultats. Pour ce faire, une campagne expérimentale menée sur des éprouvettes de MCP est mise en place. Cette campagne s'appuie sur un protocole de caractérisation permettant d'évaluer le comportement mécanique des architectures et les méthodes de post-traitement de données fondamentales d'essais. Dans un premier temps, le protocole de caractérisation à différentes vitesses de sollicitations est décrit pour les différents moyens de caractérisation employés. Dans un second temps, les résultats d'essais de caractérisation sont présentés. Enfin, ces essais sont comparés entre eux pour mettre en avant l'influence des paramètres d'essai, mais aussi des paramètres des éprouvettes, sur le comportement d'un matériau architecturé à différentes gammes de vitesses.

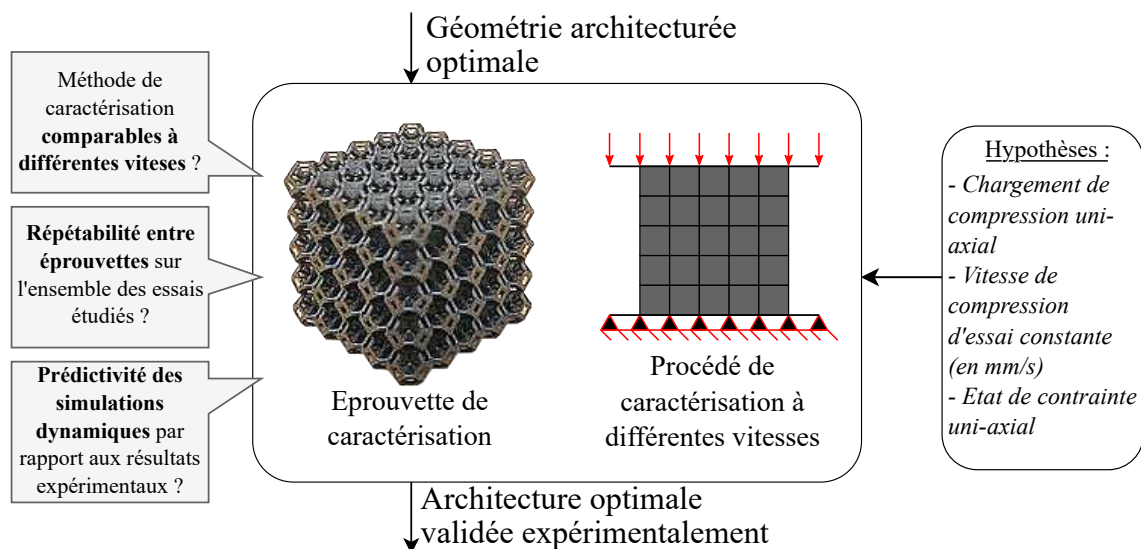


FIGURE 6.1 – Méthodologie de caractérisation dans le processus de validation d'un absorbeur issu de la méthodologie DEMECAAM



## 6.1 Protocole de caractérisation

D'après l'état de l'art mené, les processus de caractérisation sont basés sur des normes de caractérisation de MCS [156]. Ces normes consistent à comprimer une éprouvette parallélépipédique à de faibles déformations ( $\varepsilon_p = 0.1$ ) pour en extraire le module élastique homogène équivalent. Certaines études font l'état de caractérisations à de plus grandes déformations ( $0.1 < \varepsilon_p < 1$ ), étendant souvent les protocoles établis par les normes [14, 157–159]. Étant donné que, par définition, les MCP rentrent dans la catégorie des matériaux cellulaires, ces méthodologies sont adaptables pour les MCP. Toutefois, les MCP étant des structures poreuses de l'ordre du demi *cm* de côté, le nombre de cellules lattices dans l'éprouvette doit être fixé. Pour des essais quasi-statiques et dynamiques conventionnels, le nombre de cellules est limité entre 3 et 5 motifs cellulaires [160, 161] sur une longueur totale d'éprouvette de 30mm.

Peu de protocoles sont établis pour évaluer le comportement de ces matériaux lorsque les MCP sont soumis à des cas de chargement sévères [162–164]. De premiers essais ont été menés avec des barres de Hopkinson avec succès, mais sur des MCP dont le matériau constitutif est un matériau métallique. De plus, les essais sur barres de Hopkinson font appel à un post-traitement conséquent faisant appel à de nombreuses hypothèses notamment sur la propagation des ondes dans le milieu de l'éprouvette [165]. Enfin, le matériau constitutif étudié étant le matériau MIX90A, le polymère présente une impédance faible ( $Z_{\text{MIX90A}} = \sqrt{\frac{E_{\text{MIX90A}}}{\rho_{\text{MIX90A}}}}$ ) par rapport à celle de barres de Hopkinson en aluminium, rendant ainsi la mesure des signaux très difficile sur une éprouvette de matériau constitutif, et impossible sur une éprouvette architecturée.

Ainsi, le choix de procédés de caractérisation s'est orienté vers des moyens permettant d'extraire de manière directe les efforts et déplacements issus des essais. Trois moyens de caractérisation du laboratoire répondent à ces besoins : la machine de caractérisation conventionnelle INSTRON 6800 50 kN, le vérin électro-mécanique ETEL et la Roue Inertielle. Ces machines sont des moyens propres au laboratoire de l'I2M, sont présentées dans le Chapitre 2, et synthétisées au travers de la Figure 6.2. En effet, ces machines ont l'avantage commun de procurer de manière directe les informations sur les efforts au travers de capteurs piézoélectriques au niveau des plateaux de compression. La mesure du déplacement pour l'INSTRON se fait par mesure du déplacement du plateau de compression par la machine. Le déplacement du plateau de compression du vérin ETEL est mesuré après l'essai par suivi de cible par image capturée par caméra rapide. Le déplacement du plateau de compression de la Roue Inertielle est mesuré par capteur laser Keyence. Dans le cas

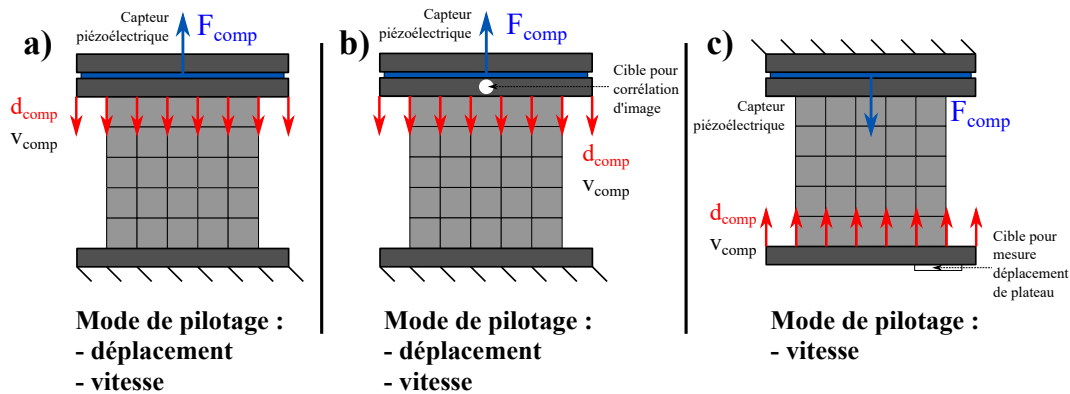


FIGURE 6.2 – Schémas synthétiques des moyens d'essai de caractérisation : a) essai sur INSTRON, b) essai sur vérin ETEL et c) essai sur Roue Inertielle

## 6.1. PROTOCOLE DE CARACTÉRISATION

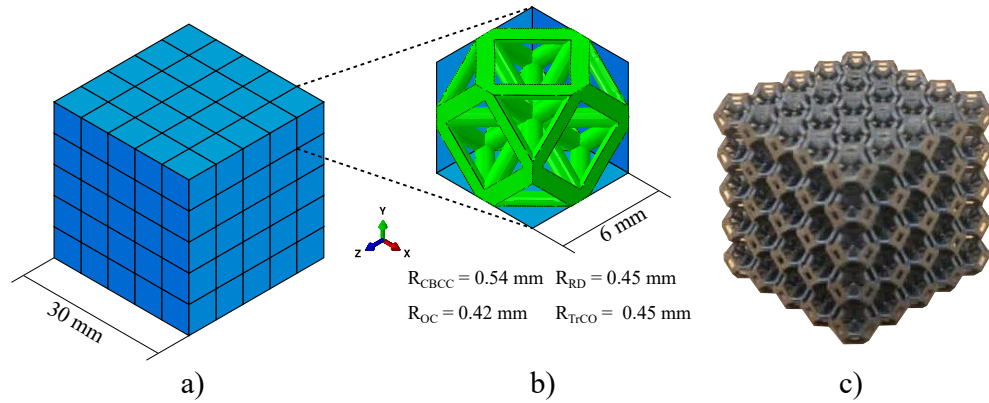


FIGURE 6.3 – Géométrie des éprouvettes lattices : a) dimensions globales, b) dimensions de chaque VER et c) représentation réelle d'une éprouvette (TrCO)

des machines INSTRON et ETEL, les plateaux équipés du capteur piézoélectrique sont mobiles et l'autre plateau fixe. Dans le cas de la Roue Inertielle, le capteur piézoélectrique est fixe et l'autre plateau mobile.

Une fois les moyens expérimentaux sélectionnés, les éprouvettes sont dimensionnées en respectant les contraintes liées au procédé de fabrication et à la géométrie de chaque moyen de caractérisation. Le plateau de compression le plus petit est celui de la Roue Inertielle, soit  $R_{RI} = 25\text{mm}$ . De plus, les longueurs caractéristiques fabriquées par procédé de photopolymérisation ne peuvent pas être inférieure à  $d_{\min} = 0.8\text{mm}$ . A partir de ces informations, les dimensions sont choisies et présentées dans la Figure 6.3. Les éprouvettes sont des chaînes de 5 cellules propagées dans les trois directions, ce qui a été démontré comme suffisant pour étudier les propriétés des matériaux cellulaires [166]. L'ensemble des VER des cellules sont de même dimensions : l'éprouvette est cubique, de côté  $L_{ep} = 30\text{mm}$  et de section initiale  $A_{ep} = 900\text{mm}^2$ , et le VER de chaque cellule est de dimension  $L_{VER} = 6\text{mm}$ . Les quatre topologies de cellules étudiées, à savoir les cellules CBCC, OC, RD et TrCO, sont fabriquées. L'ensemble des éprouvettes sont de densité relative  $\bar{\rho} = 0.2$ , donc les rayons de chaque topologie cellulaire sont déterminés de manière à respecter cette densité relative.

Afin de mener des essais à différentes gammes de vitesses et d'en évaluer l'influence sur le comportement mécanique des cellules étudiées, les conditions de chargement et conditions limites sont identiques pour l'ensemble des moyens de caractérisation. Afin d'éviter tout mouvement radial de l'éprouvette, celles-ci sont posées sur les plateaux de compression sans lubrification. Les bords de l'ensemble des éprouvettes étudiées sont libres (contraintes radiales nulles).

Le protocole de l'INSTRON est synthétisé dans la Figure 6.4. Le moyen expérimental est pilotée en déplacement à vitesse constante. Le déplacement est imposé tel que la déformation globale de l'éprouvette atteigne  $\varepsilon_{\max} = 0.8$ , soit  $d_{\max} = 24\text{mm}$ . Étant donné la souplesse du matériau constitutif, et *de facto* de l'éprouvette architecturée, par rapport à la raideur de la machine, le déplacement est mesuré et extrait de la machine. La vitesse cible  $v_{\max} = 0.5\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$  est une vitesse intermédiaire, mais le temps d'accélération est négligeable face au temps de sollicitation. Avant l'essai, le plateau de compression mobile est mis en mouvement au dessus de l'éprouvette de manière à atteindre son régime de vitesse nominal avant d'entrer en contact avec l'éprouvette. La presse considère que le plateau est en contact à l'éprouvette si elle mesure une précharge de  $F_{pre} = 5\text{N}$ . Au moment où la précharge est atteinte, le déplacement est taré et enregistré, ainsi que l'effort mesuré par le capteur piézoélectrique. Une fois arrivé au déplacement cible, la vitesse d'essai est inversé,

## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

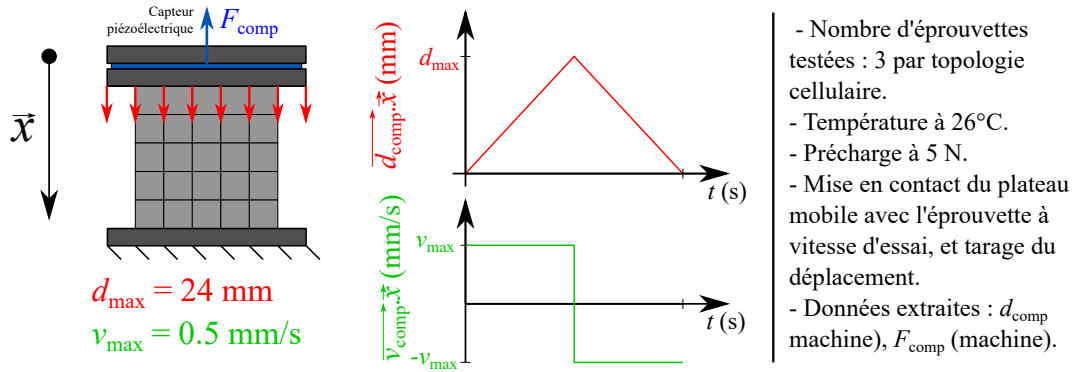


FIGURE 6.4 – Essai de caractérisation sur INSTRON : déplacement et vitesse appliqués, profils associés et paramètres complémentaires d'essai

et l'éprouvette décompressée jusqu'à atteindre un effort nul mesuré par le capteur d'effort.

Le protocole du vérin électro-mécanique ETEL est synthétisé dans la Figure 6.5. Le moyen expérimental est piloté en déplacement, à vitesse constante. Le déplacement est imposé tel que la déformation globale de l'éprouvette atteigne  $\varepsilon_{max} = 0.7$ , soit  $d_{max} = 21\text{mm}$ . Cependant, pour des raisons de sécurité, le moyen est bridé à un effort critique atteint de  $F_{crit} = 5000\text{N}$ . Si cet effort critique est atteint, l'alimentation électrique au vérin est coupée et le vérin verrouillé. Cela implique donc que la déformation maximale cible ne sera probablement pas atteinte, si l'effort critique est atteint. La vitesse cible  $v_{max} = 500\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$  est une vitesse élevée, ce qui rend la phase d'accélération du plateau non négligeable par rapport à la déformation cible de l'éprouvette. Ainsi, avant le début des mesures de l'essai, le vérin est mis en mouvement jusqu'à atteindre son régime de vitesse nominal. La mesure est enregistrée manuellement par l'expérimentateur au travers d'une caméra rapide, synchronisée au capteur d'effort du vérin par une carte électronique National Instruments. La fréquence d'échantillonnage de signal est de  $f_{ech} = 7000\text{Hz}$  et permet de capturer 1 image pour 10 signaux d'efforts, qui sont ensuite synchronisées. Le déplacement du plateau de compression est mesuré *a posteriori* de l'essai, par suivi de cible, positionné sur le plateau mobile. Si le vérin n'est pas arrêté pour avoir atteint  $F_{crit}$ , le déplacement  $d_{max}$  est parcouru en sens inverse, déchargeant l'éprouvette.

Le protocole de la Roue Inertielle est synthétisé dans la Figure 6.6. Contrairement aux deux premiers moyens présentés, la Roue Inertielle se pilote uniquement en vitesse

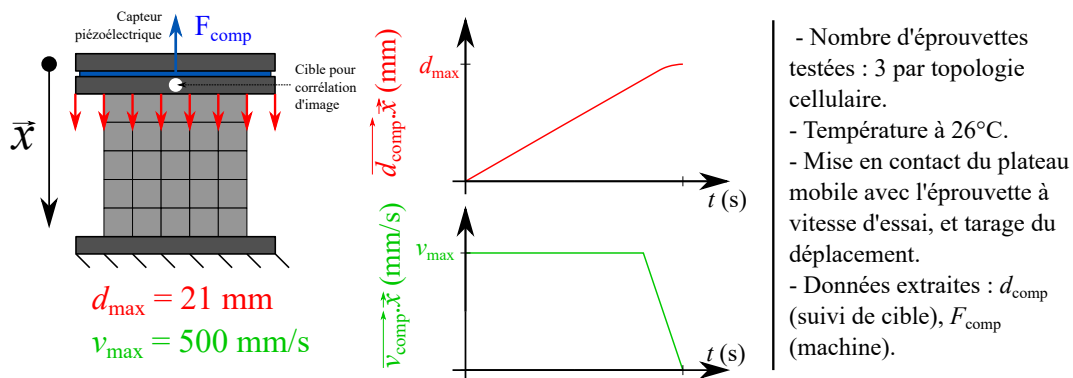


FIGURE 6.5 – Essai de caractérisation sur vérin ETEL : déplacement et vitesse appliqués, profils associés et paramètres complémentaires d'essai

## 6.1. PROTOCOLE DE CARACTÉRISATION

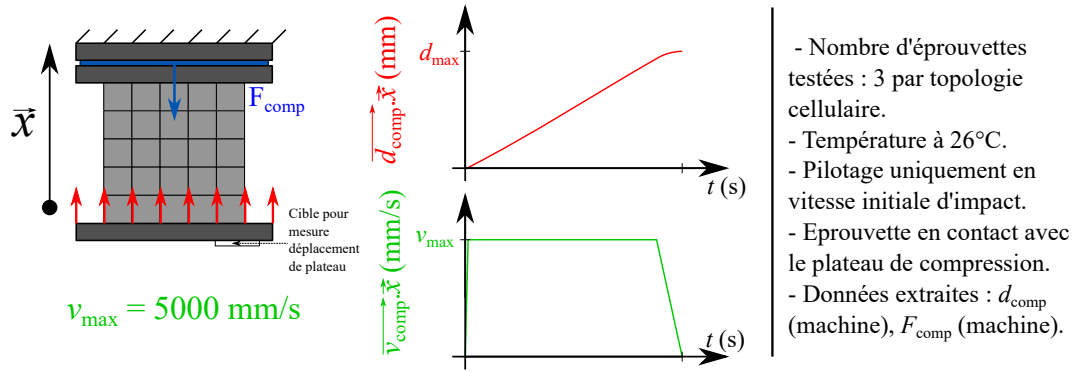


FIGURE 6.6 – Essai de caractérisation sur Roue Inertielle : vitesse appliquée, profils associés et paramètres complémentaires d’essai

d’impact. Cette vitesse est déterminée à partir de la vitesse de rotation de la roue et des paramètres géométriques du système de compression. L’essai est considéré comme étant à de fortes vitesses, rendant la phase d’accélération négligeable par rapport au temps de caractérisation [52]. Dans un premier temps, la Roue Inertielle est mise en rotation jusqu’à atteindre sa vitesse de rotation nominale. Une fois la vitesse de rotation atteinte, le vérin de palonnier est actionné et entre en collision avec la roue. Le palonnier agit en tant que bras de levier et comprime ainsi le plateau de compression. Comme présenté dans le Chapitre 2, le plateau de compression et le palonnier sont liés par un fusible mécanique dimensionné en flambement. Ce fusible permet de limiter les efforts transmis au bâti du plateau de compression. Les efforts sont mesurés grâce à un capteur piézoélectrique fixé au plateau immobile. Le déplacement est mesuré par un capteur laser placé sous le plateau de compression mobile, qui retranscrit la course du plateau de compression.

L’ensemble de ces essais ont été menés en salle à température constante (entre 22°C et 30°C) sur l’ensemble des topologies étudiées. Afin de mettre en avant la répétabilité des essais, trois essais par topologie et par moyen ont été réalisés systématiquement. A l’issue de la campagne, les essais aux trois gammes de vitesses sont comparés dans exactement les mêmes conditions. Ainsi, les plages d’intérêts comparées entre essais sont fixées entre une déformation de  $\varepsilon_{\min} = 0.05$  et  $\varepsilon_{\max} = 0.4$ . L’ensemble des paramètres liés à la caractérisation de matériaux architecturés à différentes gammes de vitesses est synthétisé dans la matrice d’essai présentée dans la Tableau 6.1.

L’ensemble des données en sortie de caractérisation sont l’évolution des déplacements des plateaux de compression et des efforts appliqués sur les éprouvettes en fonction du temps. L’ensemble des données récupérées sont post-traitées afin d’évaluer l’évolution de la contrainte équivalente par rapport à la déformation globale de l’éprouvette. Ainsi, les données extraites des essais sont converties en déformation et contrainte suivant les Eq.(6.1) et Eq.(6.2) suivantes :

$$\sigma_{\text{exp}} = \frac{F_{\text{exp}}}{A_{\text{ep}}}, \quad (6.1)$$

$$\varepsilon_{\text{exp}} = \frac{l_{\text{exp}}}{L_{\text{ep}}}, \quad (6.2)$$

avec  $\sigma_{\text{exp}}$  la contrainte nominale moyennée sur le volume de l’éprouvette,  $F_{\text{exp}}$  l’effort expérimental mesuré par les capteurs piézoélectriques de chaque moyen de caractérisation,  $A_{\text{ep}}$  la section de l’éprouvette,  $\varepsilon_{\text{exp}}$  la déformation macroscopique de l’éprouvette,  $l_{\text{exp}}$  la course mesurée par le capteur de déplacement de chaque moyen de caractérisation et  $L_{\text{ep}}$

## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

---

la longueur de l'éprouvette dans le sens de sollicitation.

TABLE 6.1 – Matrice d’essais de caractérisation de matériaux architecturés

Matériau et procédé de fabrication		Eprouvettes		Type de caractérisation		Moyen de caractérisation			Équipement de mesure	
Matériau	Procédé de fabrication	Paramètres de fabrication	Géométrie des eprouvettes	Nombre d’éprouvettes	Sens de sollicitation	Vitesse de sollicitation	Moyen de caractérisation	Plotage	Données en sortie	
Résine MIX90A (mélange EPU40 / RPU70)	Photopolymérisation (Carbon 3D)	Un angle de fabrication (90°) à température ambiante (20 °C), relaxation des contraintes résiduelles par recuit	Quatre géométries de cellules testées : CBCC, OC, RD, TICO, éprouvettes cubiques de côté 30 mm, 5 cellules dans la longueur dans chaque direction	Trois éprouvettes par gamme d’essai, par vitesse, et par topologie cellulaire	Compression uni-axiale	0.5 mm.s <sup>-1</sup>	INSTRON 6800 50 kN	Déplacement du plateau de compression, vitesse du plateau de compression	Déplacement, effort	Capteur de déplacement, capteur piézoélectrique (inclus dans machine)
						500 mm.s <sup>-1</sup>	Vérin électromécanique ETEL	Déplacement du plateau de compression, vitesse du plateau de compression	déplacement, effort	Capteur piézoélectrique, caméra rapide Photron SA5
						5000mm.s <sup>-1</sup>	Roue Inertielle	Vitesse nominale de roue (vitesse du plateau de compression)	Déplacement, effort	Capteur piézoélectrique, capteur de déplacement laser KEYENCE, caméra rapide Photron SA5

## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

Malgré le domaine de grandes déformations dans lequel les éprouvettes sont sollicitées, il est conventionnel d'exprimer et de comparer les grandeurs présentées dans les Eq.(6.1) et Eq.(6.2) pour les matériaux cellulaires stochastiques [165] et périodiques [164, 166]. Dans un premier temps, les résultats issus d'essais quasi-statiques sont présentés et post-traités. Dans un second temps, les résultats issus d'essais sur le vérin électro-mécanique sont présentés et post-traités. Enfin les résultats issus d'essais menés sur la Roue Inertielle sont présentés et post-traités. Les propriétés élastiques sont extraites entre les déformations  $\varepsilon_{\text{exp}} = 0$  et  $\varepsilon_{\text{exp}} = 0.05$ . De manière conventionnelle, les modules élastiques homogènes sont extraits entre ces deux déformations pour l'ensemble des essais menés.

Les capacités d'absorption d'énergie (EAC) sont aussi calculées en intégrant l'évolution de la contrainte nominale entre la déformation initiale  $\varepsilon_{\text{exp}} = 0$  et la déformation finale atteinte  $\varepsilon_{\text{exp-M}}$ , tel que décrit dans l'Eq.(6.3) :

$$\overline{E}_c(\varepsilon) = \frac{1}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}} \int_0^{\varepsilon_{\text{exp-M}}} \sigma_{\text{exp}}(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (6.3)$$

avec  $\overline{E}_c(\varepsilon)$  la capacité d'absorption d'énergie de l'éprouvette,  $\bar{\rho}$  la densité relative de l'éprouvette et  $\rho_{\text{mat}}$  la masse volumique du matériau constitutif, soit ici la résine polyuréthane MIX90A. Dans le cadre des essais quasi-statiques, la capacité de dissipation d'énergie (EDC), notée  $\overline{D}_c(\varepsilon)$ , a été calculée comme étant l'énergie non restituée après la phase de décharge, tel que calculée dans l'Eq.(6.4) :

$$\overline{D}_c(\varepsilon) = \overline{E}_c(\varepsilon) - \frac{1}{\bar{\rho}\rho_{\text{mat}}} \int_{\varepsilon_{\text{exp-M}}}^{\varepsilon_{\text{exp-m}}} \sigma_{\text{exp}}(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (6.4)$$

avec  $\varepsilon_{\text{exp-m}}$  la déformation atteinte à laquelle le capteur d'effort atteint 0.

### 6.2 Résultats de caractérisation à 0.5 mm/s

L'ensemble des données issues des essais quasi-statiques sont présentées au travers des Figures 6.7 à 6.14. Pour toutes les éprouvettes testées, les Figures 6.7 à 6.10 montrent que les déplacements sont identiques de topologie en topologie. Cela permet d'affirmer la répétabilité des mesures de déplacements. Les Figures 6.11 à 6.14 montrent les efforts mesurés pour l'ensemble des éprouvettes de topologie en topologie. Les tendances globales, ainsi que la différence d'efforts entre chaque éprouvette jusqu'à l'atteinte de la densification (entre 30 s et 40 s après le début de l'essai, selon la topologie de l'éprouvette), permettent d'affirmer la répétabilité de la mesure des efforts sur cette plage de temps. Sur l'ensemble des topologies étudiées, l'ensemble des phases décrivant les matériaux cellulaires sont clairement identifiables, à savoir les phases élastique, plateau et densification. La décharge

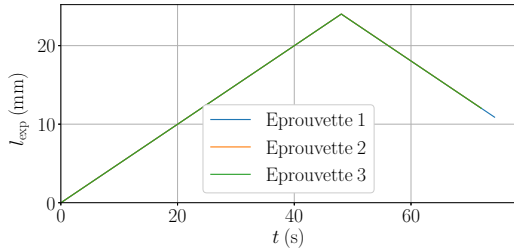


FIGURE 6.7 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : CBCC

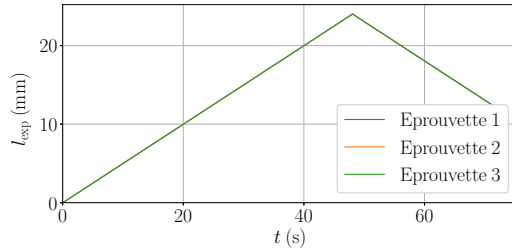


FIGURE 6.8 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : OC

## 6.2. RÉSULTATS DE CARACTÉRISATION À 0.5 MM/S

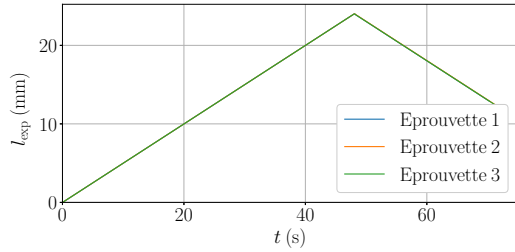


FIGURE 6.9 – Evolution des déplacements  $l_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : RD

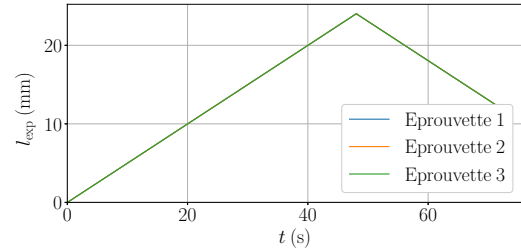


FIGURE 6.10 – Evolution des déplacements  $l_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : TrCO

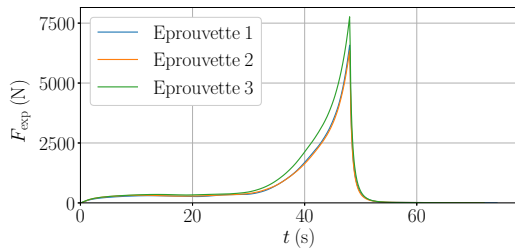


FIGURE 6.11 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : CBCC

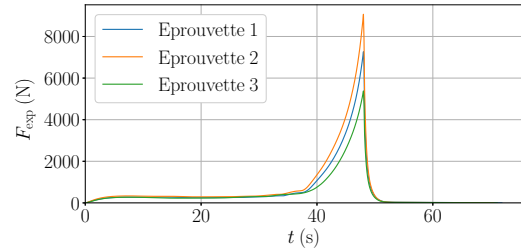


FIGURE 6.12 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : OC

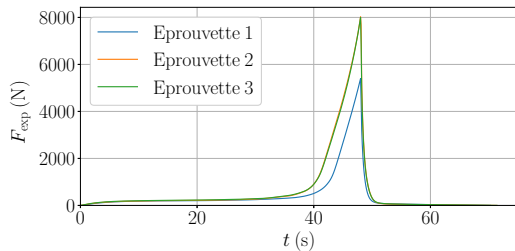


FIGURE 6.13 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : RD

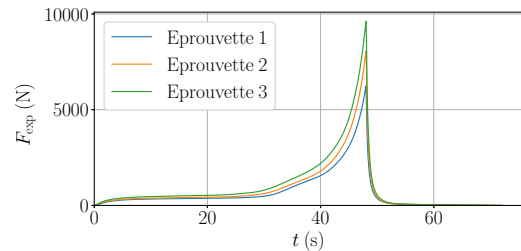


FIGURE 6.14 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  en quasi-statique : TrCO

est aussi mise en avant en arrêtant la mesure des efforts en quasi-statique lorsque celle-ci atteint une valeur proche de  $F_{\text{exp}} = 3 \text{ N}$ .

Les résultats de l'évolution de la contrainte nominale en fonction de la déformation sont présentés au travers des Figures 6.15 à 6.18. Jusqu'à une déformation macroscopique de  $\epsilon_{\text{exp}} = 0.4$ , l'ensemble des éprouvettes pour chaque topologie présente peu de différences qualitatives. Les propriétés élastiques, ainsi que leurs RSD (de l'anglais *Relative Standard Deviation*, soit l'écart type relatif) sont présentées dans le Tableau 6.2. L'ensemble des valeurs sont en accord avec les bornes de Reuss-Voigt rappelée dans le Tableau 6.2, correspondant à la borne théorique supérieure que peut atteindre un module d'Young élastique homogène équivalent. Les phases présentant le plus de variabilité des essais sont les phases de densification. Cette différence est notamment liée à la géométrie déformée [167], qui elle-même dépend des micro défauts géométriques présentes dans l'éprouvette. Les résultats de capacité d'absorption et de dissipation d'énergie moyennes sont présentés dans le Ta-



## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

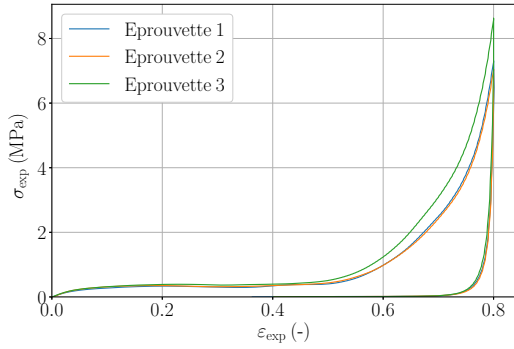


FIGURE 6.15 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  en quasi-statique : CBCC

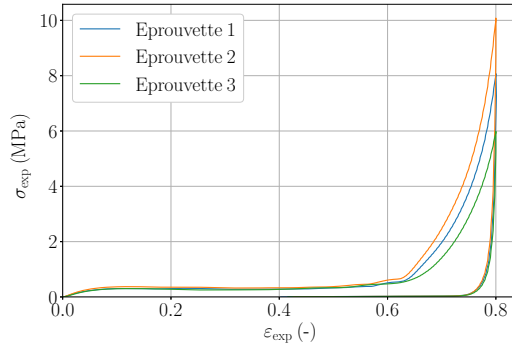


FIGURE 6.16 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  en quasi-statique : OC

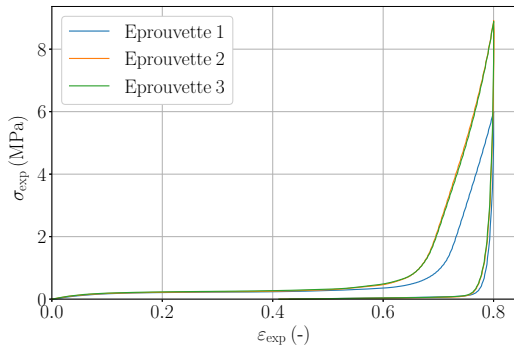


FIGURE 6.17 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  en quasi-statique : RD

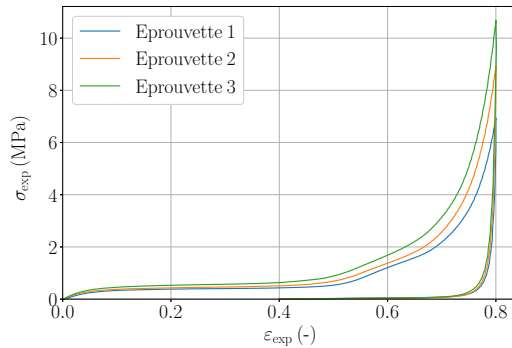


FIGURE 6.18 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  en quasi-statique : TrCO

bleau 6.3. Les éprouvettes sont sollicitées jusqu'à  $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.8$  et l'éprouvette est relâchée jusqu'à  $\varepsilon_{\text{exp-m}}$ , différent de 0. Si les déformations étaient purement élastiques,  $\bar{D}_c$  serait nulle, ce qui n'est le cas pour aucune éprouvette testée. Cela indique que l'énergie absorbée ne serait pour la plus grande part pas restituée à la structure après charge. L'ensemble des EAC et EDC présentent une grande variabilité. Toutefois, cette variabilité est mesurée pour une capacité d'absorption jusqu'à 80% de déformation. Cette variabilité est augmentée par les différences entre les phases de densification des éprouvettes qui se manifestent différemment d'une éprouvette à une autre. Parmi les 4 topologies étudiées, la cellule TrCO

TABLE 6.2 – Propriétés élastiques équivalentes moyennes des éprouvettes de MCP 3D sollicitées à  $0.5 \text{ mm.s}^{-1}$

Cellule	Module élastique $E_{y-\text{exp}}$ (MPa)	RSD (%)
CBCC	4.55	7.43
OC	4.94	12.99
RD	2.50	9.72
TrCO	5.92	17.73
Borne théorique de module élastique		
Reuss-Voigt $B_{\text{RV}}^{\text{sup}}$ (MPa)		8.73

TABLE 6.3 – Capacité d'absorption (EAC) et de dissipation (EDC) d'énergie moyennes d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à  $0.5 \text{ mm.s}^{-1}$

Cellule	EAC ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ ) / RSD (%)	EDC ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ ) / RSD (%)
CBCC	2.95 / 12.3	2.63 / 12.6
OC	2.29 / 19.1	2.0 / 19.1
RD	2.12 / 23.6	1.80 / 26.1
TrCO	3.47 / 18.8	3.08 / 18.6

### 6.3. RÉSULTATS DE CARACTÉRISATION À 500 MM/S

présente la plus grande capacité d'absorption d'énergie. Cependant, proportionnellement à l'énergie absorbée, la cellule CBCC est dotée d'une plus grande capacité de dissipation d'énergie.

### 6.3 Résultats de caractérisation à 500 mm/s

L'ensemble des données issues des essais sur vérin électromécanique ETEL sont présentées au travers des Figures 6.19 à 6.26. Comme pour les essais sur INSTRON, les Figures 6.7 à 6.10 montrent que les déplacements sont synchrones de topologie en topologie et pour toutes les éprouvettes testées. Pour rappel, le déplacement est une donnée extraite *a posteriori* des essais. D'après l'ensemble des courbes de déplacements, le vérin parcourt  $15\text{mm} \pm 0.5\text{mm}$  en  $0.03\text{s}$  ce qui revient bien à une vitesse de  $0.5\text{m.s}^{-1} \pm 2 \times 10^{-3}\text{m.s}^{-1}$ . Cela montre d'une part la robustesse de mesure du déplacement par suivi de cible, et d'autre part la fiabilité du pilotage en vitesse du vérin. La décélération est visible lorsque le temps d'essai approche les  $0.04\text{s}$ . Cela permet d'étudier avec certitude des éprouvettes sollicitées à vitesse constante jusqu'à  $18\text{mm}$  de déplacement, soit jusqu'à  $\varepsilon_{\text{exp}} = 0.6$ .

Les Figures 6.23 à 6.26 montrent les efforts mesurés pour l'ensemble des éprouvettes de topologie en topologie. Comme les essais à faible vitesse de sollicitation, les efforts entre éprouvettes de même topologie sont proches, ce qui indique une faible dispersion, et donc une forte représentativité du comportement mécanique global des éprouvettes étudiées. L'ensemble des éprouvettes étudiées présentent une phase élastique, une phase plateau et une phase densification. La plupart des éprouvettes, notamment les cellules CBCC, RD et TrCO, présentent des phases plateaux sans fluctuation majeure d'effort, tandis que les cellules OC présentent des chutes de raideur locales, avant de revenir au niveau de plateau. Ceci est notamment lié au flambage local des couches de cellules au sein de l'éprouvette,

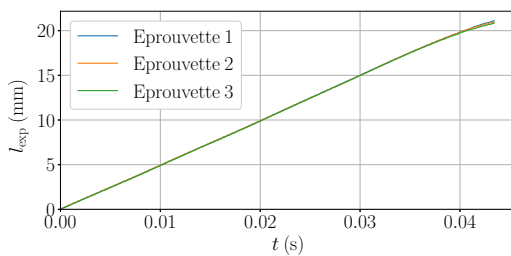


FIGURE 6.19 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{ m.s}^{-1}$  : CBCC

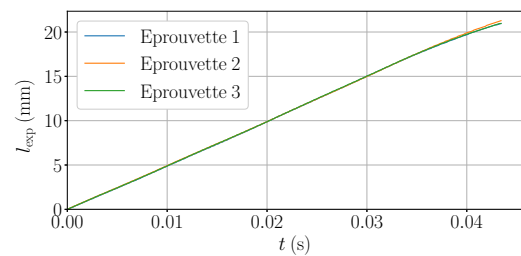


FIGURE 6.20 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{ m.s}^{-1}$  : OC

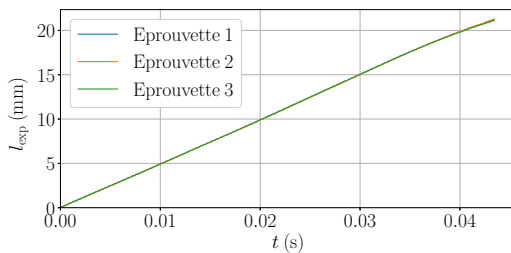


FIGURE 6.21 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{ m.s}^{-1}$  : RD

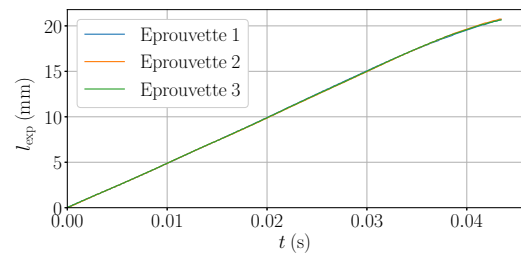


FIGURE 6.22 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{ m.s}^{-1}$  : TrCO

## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

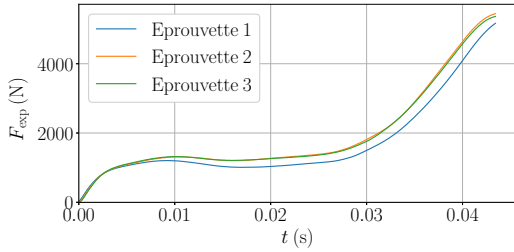


FIGURE 6.23 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{m.s}^{-1}$  : CBCC

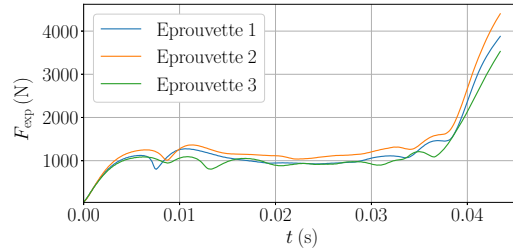


FIGURE 6.24 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{m.s}^{-1}$  : OC

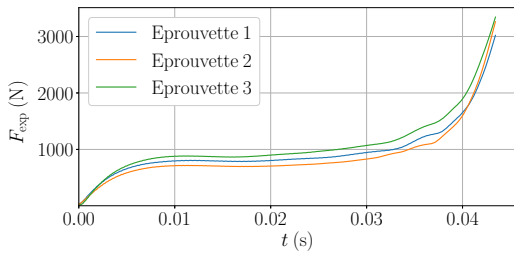


FIGURE 6.25 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{m.s}^{-1}$  : RD

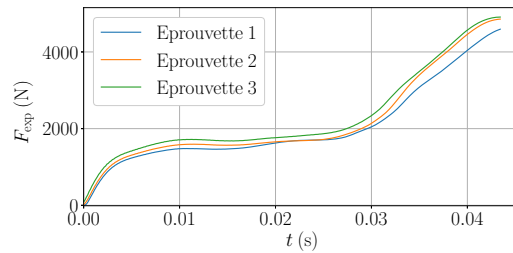


FIGURE 6.26 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $0.5\text{m.s}^{-1}$  : TrCO

comme présenté dans la Figure 6.27. En effet, comme présenté dans la Figure 6.28, les autres cellules ont tendance à flamber uniformément sous le chargement appliqué, ce qui n'est pas le cas de la cellule OC.

Les Figures 6.29 à 6.32 présentent le comportement macroscopique de chaque topologie soumis à un chargement uni-axial. Qualitativement, toutes les tendances sont similaires les unes aux autres. Pour la cellule OC, le flambage local de la première couche cellulaire apparaît pour l'ensemble des éprouvettes testées, ce qui laisse suggérer que cela est bien un phénomène lié à la topologie cellulaire. Par ailleurs, chacune des topologies présentent des formes uniques de plateaux, similaires entre chaque éprouvette. Cela confirme que la topologie cellulaire a une influence sur le comportement macroscopique de l'éprouvette. Les raideurs élastiques homogènes sont présentées dans le Tableau 6.4. Comme le matériau constitutif, l'architecture a tendance à voir sa raideur élastique homogène augmenter avec

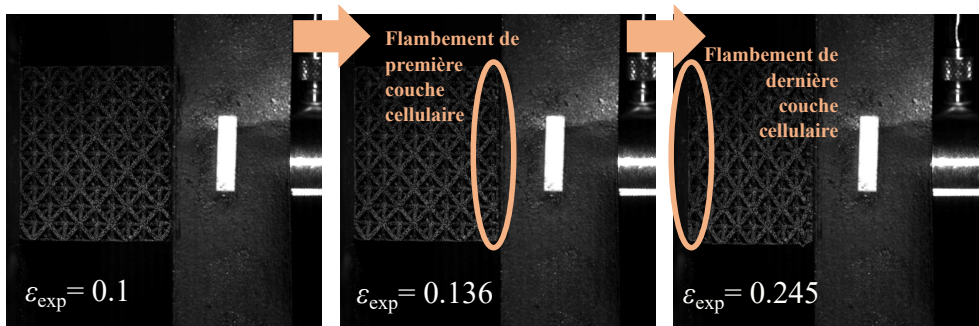


FIGURE 6.27 – Essai de compression sur vérin ETEL : OC

### 6.3. RÉSULTATS DE CARACTÉRISATION À 500 MM/S

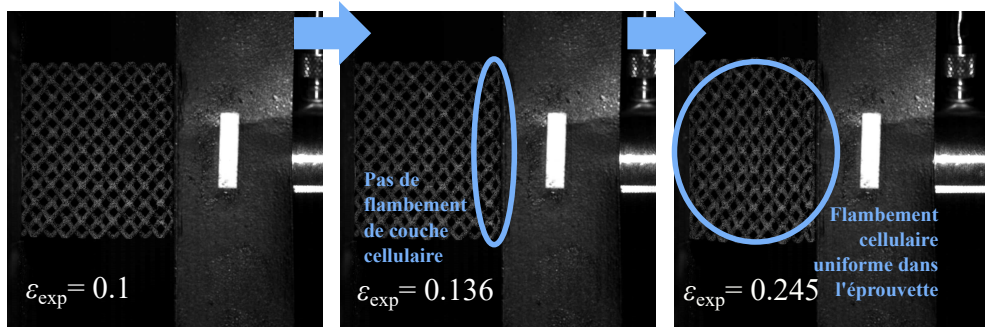


FIGURE 6.28 – Essai de compression sur vérin ETEL : RD

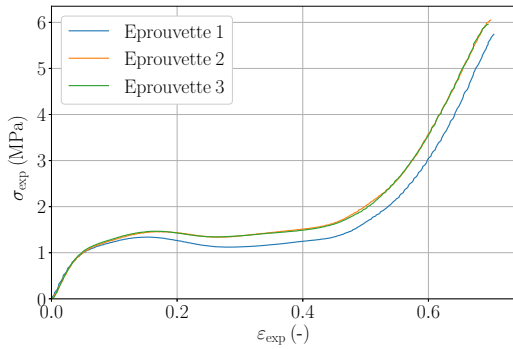


FIGURE 6.29 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $0.5 \text{ m.s}^{-1}$  : CBCC

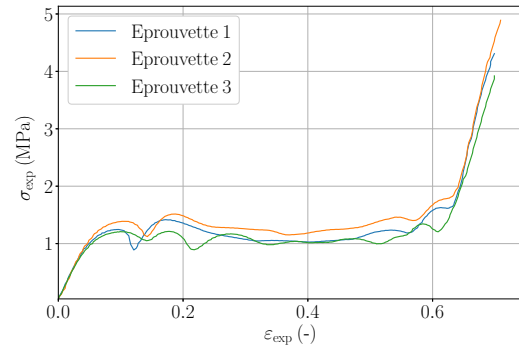


FIGURE 6.30 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $0.5 \text{ m.s}^{-1}$  : OC

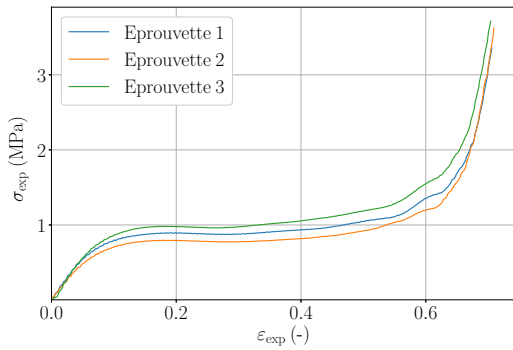


FIGURE 6.31 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $0.5 \text{ m.s}^{-1}$  : RD

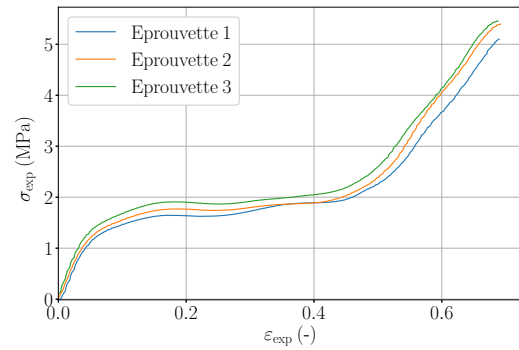


FIGURE 6.32 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $0.5 \text{ m.s}^{-1}$  : TrCO

l'augmentation de la vitesse de déformation. Les capacités d'absorption d'énergie (EAC) sont présentées dans le Tableau 6.5 et les données présentées dans ce Tableau sont exprimées pour une déformation maximale  $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.7$ . Parmi les topologies d'éprouvettes testées, la cellule TrCO est la topologie dont la capacité d'absorption est la plus élevée, ce qui est en adéquation avec les essais quasi-statiques. Par ailleurs, les écarts types relatifs des modules élastiques moyens et capacités d'absorption d'énergie se voient grandement réduits par rapport aux essais quasi-statiques.

## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

TABLE 6.4 – Propriétés élastiques équivalentes moyennes des éprouvettes de MCP 3D sollicitées à  $500 \text{ mm.s}^{-1}$

Cellule	Module élastique $E_{y\text{-exp}}$ (MPa)	RSD (%)
CBCC	19.9	2.88
OC	19.7	5.56
RD	10.3	9.27
TrCO	23.76	4.84

TABLE 6.5 – Capacité d'absorption (EAC) d'énergie moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à  $500 \text{ mm.s}^{-1}$

Cellule	EAC ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ ) / RSD (%)
CBCC	5.91 / 6.2
OC	4.11 / 11.5
RD	3.21 / 9.6
TrCO	6.90 / 6.0

### 6.4 Résultats de caractérisation à $5000 \text{ mm/s}$

L'ensemble des données issues des essais sur Roue Inertielle est présenté au travers des Figures 6.33 à 6.44. Contrairement à la machine INSTRON ou le vérin ETEL, les Figures 6.33 à 6.36 montrent qu'il y a une disparité des déplacements du plateau de compression entre topologie, mais aussi entre éprouvette de même géométrie. D'après l'ensemble des courbes de déplacements, la course du plateau de compression varie de 12 mm à 20 mm sur l'ensemble des topologies étudiées. En effet, la Roue étant pilotée en vitesse initiale d'impact, l'utilisateur n'a aucun contrôle sur la course du vérin. Par ailleurs, en étudiant l'ensemble de ces courbes, la vitesse varie entre les essais de chaque topologie, mais aussi entre les éprouvettes de même géométrie. Ces vitesses sont explicitées dans les Figures 6.37 à 6.40. En observant les profils de vitesses, celles-ci se montrent peu répétitives d'un essai de caractérisation à un autre, ce qui met en question la répétabilité de l'essai. Sachant que la vitesse cible est de  $V_{\text{cible}} = 5.0 \text{ m.s}^{-1}$ , cette vitesse est approximativement atteinte

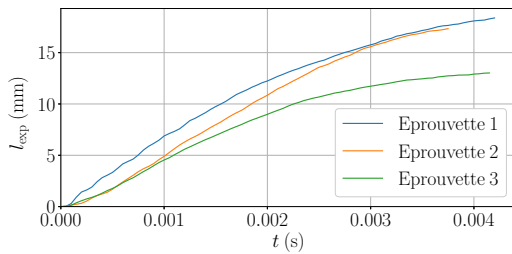


FIGURE 6.33 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : CBCC

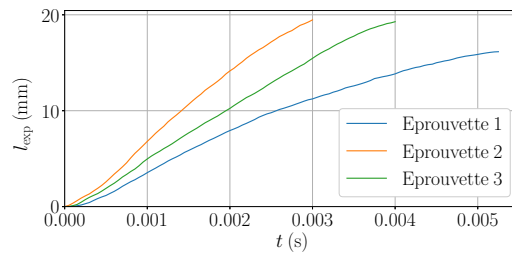


FIGURE 6.34 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : OC

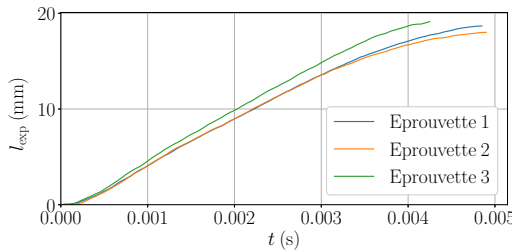


FIGURE 6.35 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : RD

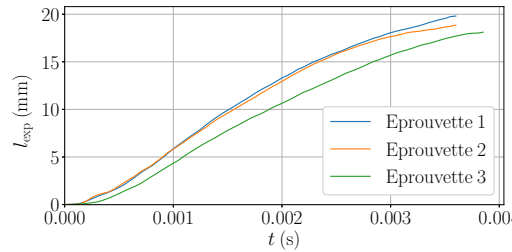


FIGURE 6.36 – Evolution des déplacements  $d_{\text{exp}}$  en fonction du temps  $t$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : TrCO

## 6.4. RÉSULTATS DE CARACTÉRISATION À 5000 MM/S

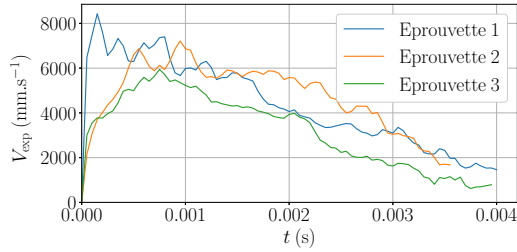


FIGURE 6.37 – Evolution des vitesses  $V_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  : CBCC

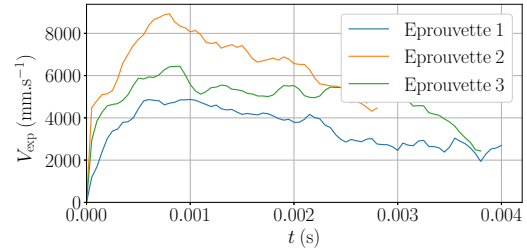


FIGURE 6.38 – Evolution des vitesses  $V_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  : OC

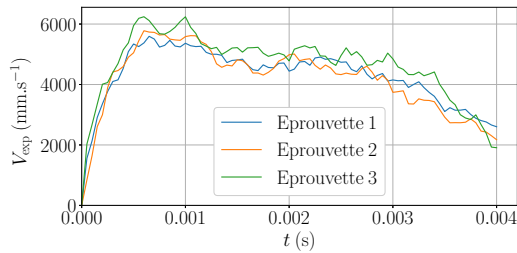


FIGURE 6.39 – Evolution des vitesses  $V_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  : RD

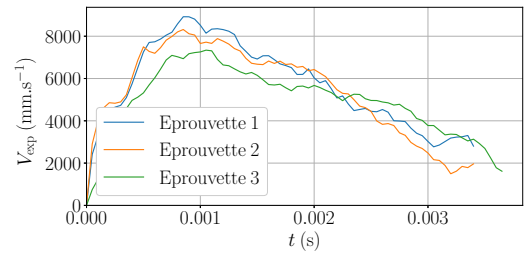


FIGURE 6.40 – Evolution des vitesses  $V_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  : TrCO

et partiellement maintenue pour une des trois éprouvettes OC et les trois éprouvettes RD. Pour les autres éprouvettes testées, les vitesses sont atteintes voire dépassées, et ne respectent donc pas entièrement le cahier des charges initialement mis en place en terme de vitesse. Entre chaque éprouvette de topologie, hormis pour la cellule OC, l'ensemble des profils de vitesses restent consistants. Afin de comparer les résultats d'essais sur Roue Inertielle avec les autres moyens, les éprouvettes sélectionnées sont l'éprouvette 2 pour la topologie CBCC, et l'éprouvette 3 pour les cellules OC, RD et TrCO.

Les efforts mesurés pour l'ensemble des éprouvettes de topologie en topologie sont présentés dans les Figures 6.41 à 6.44. L'ensemble des efforts présentés restent consistants. Les différentes phases élastique et plateau atteignent les mêmes ordres de grandeur. Toutefois, les phases de densification pour les éprouvettes 3 et 1 des cellules respectives CBCC et OC ne sont pas atteintes. Ceci est notamment lié à une décélération de ces mêmes éprouvettes, comme il est possible de constater dans les Figures 6.37 et 6.38. Cette décélération est notamment liée au flambage prématuré du fusible mécanique, positionné entre le palonnier

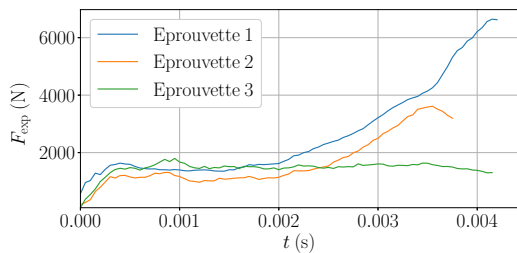


FIGURE 6.41 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $5.0\text{m.s}^{-1}$  : CBCC

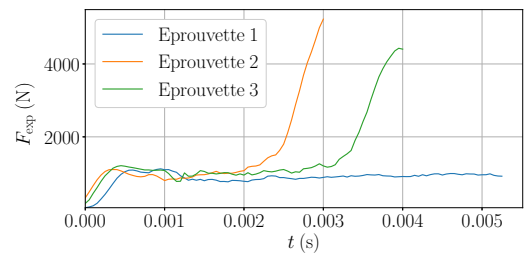


FIGURE 6.42 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $5.0\text{m.s}^{-1}$  : OC

## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

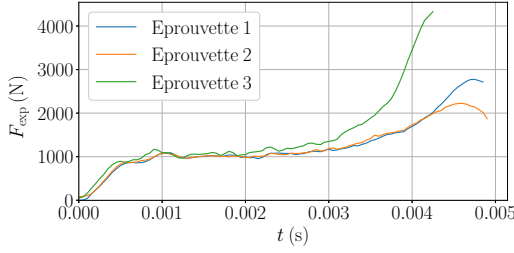


FIGURE 6.43 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : RD

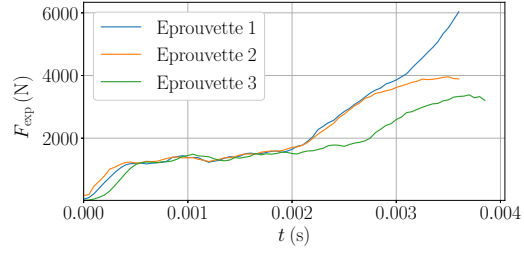


FIGURE 6.44 – Evolution des efforts  $F_{\text{exp}}$  mesurés en fonction du temps  $t$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : TrCO

et le plateau de compression. Les phases de densification ont lieu plus ou moins tard car les déplacements et vitesses diffèrent grandement d'un essai à un autre. C'est notamment visible sur les cellules OC ; d'après les Figures 6.34 et 6.38, l'éprouvette 2 subit un chargement plus rapide, et densifie plus tôt, tandis que l'éprouvette 3 subit un chargement moins rapide que l'éprouvette 2, ce qui lui fait parcourir en un temps plus long la même distance.

L'ensemble de l'évolution des contraintes nominales équivalentes en fonction de la déformation macroscopique sont répertoriées dans les Figures 6.45 à 6.48. Les capacités d'absorption d'énergie et raideur élastiques de l'éprouvette 2 de la cellule CBCC et des éprouvettes 3 des cellules OC, RD et TrCO sont présentées dans les Tableau 6.6 et 6.7. Malgré les différences de vitesses de déformation recensées, surtout pour la cellule OC, les comportements d'une éprouvette à une autre sont très similaires pour chaque topologie étudiée individuellement. Afin de comparer les capacités d'absorption de chaque éprouvette jusqu'à une déformation appliquée, l'ensemble des capacités d'absorption sont mesurées pour la déformation minimale parmi les déformations maximales subies. Ainsi, les données présentées dans le Tableau 6.7 sont exprimées pour une déformation maximale  $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.4$ .

D'après ce dernier Tableau, parmi les quatre topologies étudiées, la cellule CBCC présente la capacité d'absorption d'énergie la plus élevée. Cependant, la dispersion de la capacité d'absorption d'énergie moyenne de la cellule CBCC est la plus élevée. Qualitativement, sur la plage de déformation  $\varepsilon_{\text{exp}} \in [0, 0.4]$  il est possible de constater que la différence de l'évolution des contraintes en fonction de la déformation est plus grande entre les éprouvettes des cellules CBCC que des autres topologies étudiées.

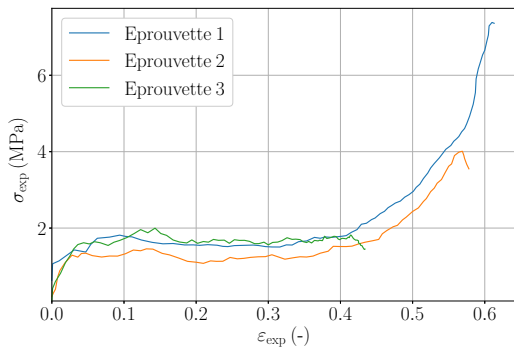


FIGURE 6.45 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : CBCC

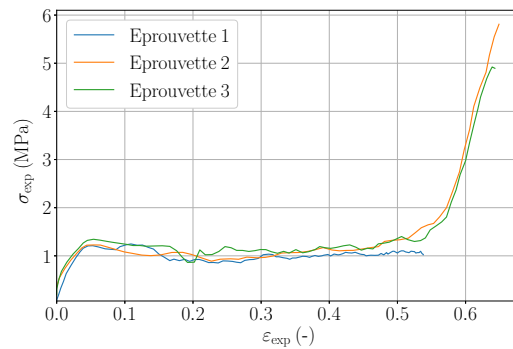


FIGURE 6.46 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : OC

## 6.5. COMPARAISON DES DIFFÉRENTES GAMMES DE VITESSES

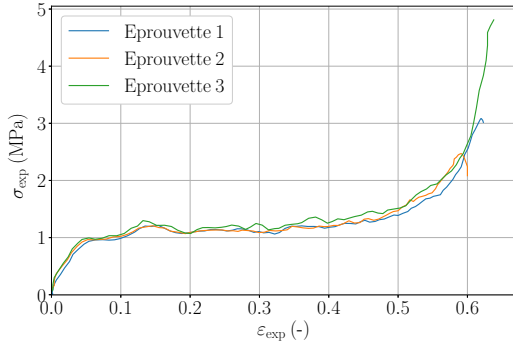


FIGURE 6.47 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : RD

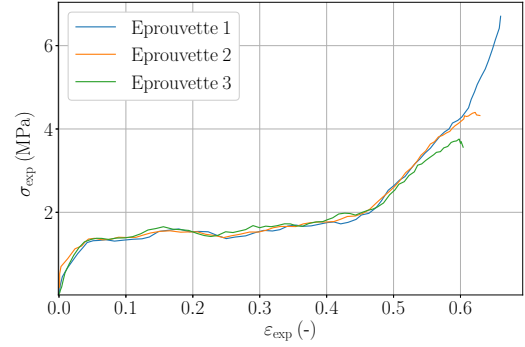


FIGURE 6.48 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  à  $5.0 \text{ m.s}^{-1}$  : TrCO

TABLE 6.6 – Propriétés élastiques équivalentes moyennes des éprouvettes de MCP 3D sollicitées à  $5000 \text{ mm.s}^{-1}$

Cellule	Module élastique $E_{y-\text{exp}}$ (MPa)	RSD (%)
CBCC	21.7	28.3
OC	19.6	16.6
RD	17.3	2.0
TrCO	23.8	5.4

TABLE 6.7 – Capacité d'absorption d'énergie (EAC) moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à  $5000 \text{ mm.s}^{-1}$

Cellule	EAC ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ ) / RSD (%)
CBCC	2.62 / 13.6
OC	1.82 / 7.1
RD	1.88 / 4.0
TrCO	2.54 / 2.0

## 6.5 Comparaison des différentes gammes de vitesses

Suite à l'ensemble de ces essais de caractérisation, les résultats faisant part des capacités d'absorption d'énergie, mais aussi du comportement global et élastique sont comparés. Cette comparaison permet de mettre en avant expérimentalement l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement global d'un matériau architecturé, mais aussi l'influence de la vitesse de déformation sur sa capacité d'absorption d'énergie.

Dans un premier temps, les comportements homogènes équivalents de chaque topologie à chaque gamme de vitesse sont regroupées dans les Figures 6.49 à 6.52. Afin de rester cohérent entre les moyens de caractérisation, l'ensemble des comportements mécaniques et capacité d'absorption d'énergie sont comparés aux mêmes déformations appliquées, soit une déformation maximale  $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.4$ . L'ensemble de ces courbes sont celles qui se rapprochent au plus du comportement moyen, mais sont bien issus d'essais individuels. De même, l'ensemble des modules élastiques sont compilés dans le Tableau 6.8. D'après

TABLE 6.8 – Raideurs élastiques moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à toutes les vitesses de déformation à une déformation maximale  $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.4$

Cellule	$E_{y-\text{exp}}$ (MPa) / RSD (%)		
	$0.5 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$	$0.5 \text{ m.s}^{-1}$	$5.0 \text{ m.s}^{-1}$
CBCC	4.55 / 7.43	19.9 / 2.88	21.7 / 28.3
OC	4.94 / 12.99	19.7 / 5.56	19.6 / 16.6
RD	2.50 / 9.72	10.3 / 9.27	17.3 / 2.0
TrCO	5.92 / 17.73	23.76 / 4.84	23.8 / 5.4



## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

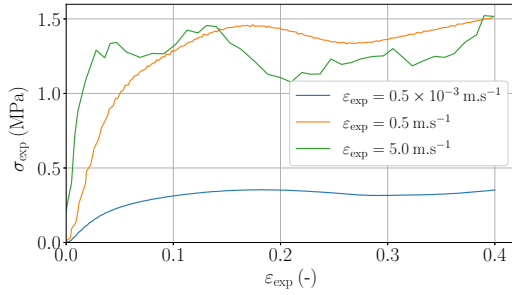


FIGURE 6.49 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  pour toutes vitesses observées : CBCC

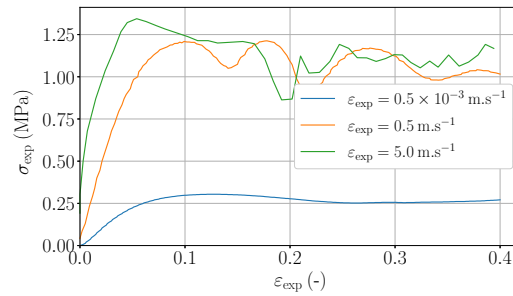


FIGURE 6.50 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  pour toutes vitesses observées : OC

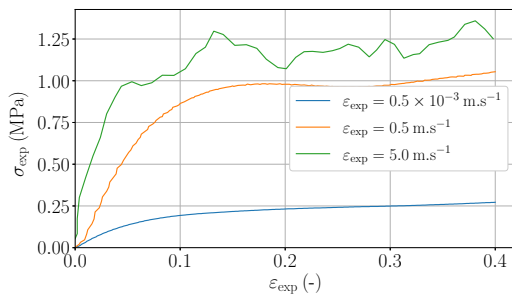


FIGURE 6.51 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  pour toutes vitesses observées : RD

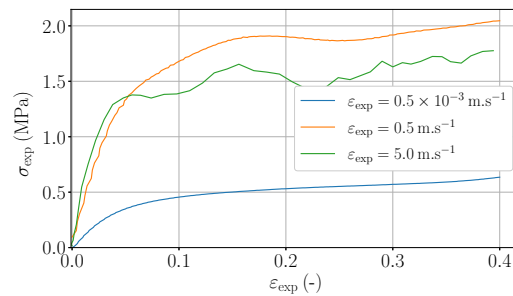


FIGURE 6.52 – Évolution des contraintes nominales  $\sigma_{\text{exp}}$  en fonction de la déformation  $\varepsilon_{\text{exp}}$  pour toutes vitesses observées : TrCO

l'ensemble des Figures, il est clairement notable qualitativement que l'augmentation de la vitesse de déformation a augmenté les raideurs élastiques, mais aussi les niveaux des phases plateau de chacune des topologies. En effet, ceci est notamment lié aux propriétés mécaniques du matériau constitutif. D'après les essais menés et présentés précédemment, le polyuréthane MIX90A se raidit avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Cela augmente d'une part la raideur élastique des cellules lattices, appuyé par les résultats présentés dans le Tableau 6.8, et ainsi augmente l'effort minimum de flambage des poutres constituant les cellules. Or, le flambage des poutres ou parois constitue le mécanisme principale de transition entre les phases élastiques et plateaux. Ainsi, en augmentant l'effort de flambage minimum des structures, la contrainte équivalente subie par l'éprouvette au début de la phase plateau est plus élevée.

Les capacités d'absorption d'énergie ainsi que leurs écarts types relatifs sont répertoriées dans le Tableau 6.9. Les cellules les plus performantes sont bien les topologies identifiées lors des travaux numériques précédemment présentés, à savoir les cellules CBCC et TrCO. En quasi-statique et à vitesse intermédiaire, la cellule TrCO est dotée de la meilleure capacité d'absorption d'énergie, pour ce genre d'essai, et la cellule CBCC est la cellule dotée de la capacité d'absorption la plus élevée pour la vitesse élevée. Par ailleurs, entre les essais quasi-statiques et dynamiques, les capacités d'absorption ont toutes augmenté, et l'ordre de performance des capacités d'absorption est conservé de la vitesse quasi-statique à la vitesse de déformation intermédiaire.

## 6.6. SYNTHÈSE ET PERSPECTIVES DE L'ÉTUDE

TABLE 6.9 – Capacité d'absorption d'énergie (EAC) moyenne d'éprouvettes de MCP 3D sollicitées à toutes les vitesses de déformation à une déformation maximale  $\varepsilon_{\text{exp-M}} = 0.4$

Cellule	EAC (kJ.kg <sup>-1</sup> ) / RSD (%)		
	0.5 × 10 <sup>-3</sup> m.s <sup>-1</sup>	0.5 m.s <sup>-1</sup>	5.0 m.s <sup>-1</sup>
CBCC	0.53 / 8.51	2.14 / 6.80	2.62 / 13.6
OC	0.49 / 12.53	1.93 / 8.34	1.82 / 7.1
RD	0.34 / 6.06	1.37 / 10.5	1.88 / 4.0
TrCO	0.71 / 17.39	2.82 / 6.40	2.54 / 2.0

## 6.6 Synthèse et perspectives de l'étude

Ce chapitre met en avant différents moyens de caractérisation permettant d'évaluer expérimentalement le comportement mécanique de matériaux architecturés issus de la fabrication additive polymère. Ces comportements sont évalués au travers d'un protocole expérimental, à la fois inspiré des protocoles actuellement employés dans le domaine de la caractérisation, et normalisé dans le cadre de cette étude. Ces essais ont permis de mettre en lumière plusieurs points :

- (1) La bonne répétabilité des essais sur des éprouvettes issus de photopolymérisation permet d'identifier un comportement représentatif à la fois qualitatif et quantitatif des matériaux cellulaires. En effet, le procédé de fabrication permet d'avoir des matériaux cellulaires aux caractéristiques géométriques réduites, tout en conservant un comportement macroscopique répétable et unique pour chaque topologie étudiée.
- (2) Contrairement aux essais sur barres de Hopkinson, les moyens de caractérisation employés, tel que le vérin ETEL et la Roue Inertielle, permettent d'évaluer de manière plus directe le comportement mécanique des matériaux architecturés, et ce de manière précise. En effet, le moyen de caractérisation présentant le moins de variabilité est le vérin, ce qui permet d'évaluer le comportement à des vitesses intermédiaires de manière précise et représentative.
- (3) L'influence de la vitesse de déformation sur le comportement mécanique des différentes topologies étudiées est clairement mise en évidence grâce aux différents essais menés ; la raideur élastique augmente avec la vitesse de déformation, ainsi que le niveau de plateau. Ce niveau de plateau est augmenté par l'effort minimal nécessaire pour faire flamber la cellule, qui augmente proportionnellement avec le module élastique. Celui-ci augmentant avec la vitesse de déformation, l'effort minimal de flambage augmente également.
- (4) Les capacités d'absorption d'énergie sont des valeurs quantitatives permettant d'évaluer les propriétés énergétiques des matériaux architecturés. Cette capacité est propre à chaque topologie cellulaire. En effet, chaque matériau cellulaire présente un comportement mécanique macroscopique unique, et ainsi une capacité d'absorption différente. Afin de comparer les matériaux cellulaires entre eux, cette capacité d'absorption est quantifiée pour une déformation donnée et pour une vitesse de déformation. En effet, à même déformation imposée, les capacités d'absorption d'énergie augmentent avec la vitesse de déformation. Cette implication est vraie pour de grandes différences de vitesses ; les niveaux de capacité d'absorption entre 0.5 m.s<sup>-1</sup> et 5.0 m.s<sup>-1</sup> sont équivalents, voire diminuent pour certaines topologies.
- (5) Parmi les topologies étudiées, la cellule TrCO est la cellule dont les propriétés mécaniques et énergétiques sont les plus performantes d'une vitesse quasi-statique

## CHAPITRE 6. COMPRESSION UNIAXIALE DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX CELLULAIRES PÉRIODIQUES

---

à une vitesse intermédiaire. En revanche, à de plus hautes vitesses d'impact, la cellule CBCC est dotée d'une meilleure capacité d'absorption d'énergie.

L'étude expérimentale menée confirme qu'il est possible de comparer de manière pertinente trois résultats de caractérisation de manière pertinente, tout en employant différents moyens expérimentaux. D'une part, cela certifie la pertinence de travailler avec des moyens expérimentaux tel que le vérin ETEL ou la Roue Inertielle à ces vitesses de sollicitation. D'autre part, ces essais de caractérisation ont mis en avant l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement mécanique des matériaux étudiés. Ceci est d'une part lié à la géométrie, mais aussi lié au matériau constitutif, dont le comportement visco-élastique influe notamment sur l'augmentation de la raideur avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Les moyens tel que l'INSTRON ou le vérin électro-mécanique ETEL permettent d'évaluer avec fiabilité le comportement mécanique de matériaux architecturés. Toutefois, les résultats issus de la Roue Inertielle ne sont pas suffisamment répétitifs pour se permettre d'identifier avec certitude le comportement exacte à une vitesse de déformation élevée précise. Une piste d'amélioration pour le moyen serait de permettre une mise en mouvement du plateau mobile avant compression de l'éprouvette, comme les essais sur vérin et machine conventionnelle. Cette mise en mouvement permettra de ne pas prendre en compte la phase d'accélération du plateau en début d'essai, et ainsi permettre un début d'essai à vitesse nominale souhaitée. Cependant, ces études mettant en avant le comportement dynamique de matériaux architecturés est limitée. D'une part, elle est restreinte vis-à-vis de la géométrie et du matériau. En effet, il existe une multitude de géométries possibles à étudier, notamment les TPMS (de l'anglais *Triply Periodic Minimal Surfaces*) très présentes dans la littérature, et de nouveaux matériaux sont développés continuellement sur les machines Carbon3D, tel que le RPU 130, un polyuréthane très résilient aux chocs. D'autre part, elle est restreinte vis-à-vis des gammes de vitesses de sollicitation. En effet, l'évolution du comportement mécanique des MCP 3D sont valides uniquement sur les gammes de vitesse étudiées. Des essais complémentaires à de plus hautes vitesses de déformation, tel que des essais sur tour de chute, ou encore de blast permettraient d'évaluer le comportement mécanique des MCP à de plus hautes vitesses, étendant ainsi l'étude de ces matériaux à des sollicitations plus sévères.

---

# Conclusions

Ces travaux de thèse s'inscrivent au sein d'un projet dont l'objectif principal (**OP**) est la conception d'absorbeurs de chocs élaborés par fabrication additive polymère. Ce projet vise à optimiser d'une part les performances mécaniques qu'il est actuellement possible d'atteindre pour des absorbeurs de chocs élaborés par procédé de fabrication additive (**OI1**). D'autre part, ce projet a pour vocation de proposer de nouveaux outils d'aide à la conception adaptés à l'élaboration de matériaux architecturés soumis à des chargements dynamiques (**OI2**). Enfin, ce projet cherche également à valider expérimentalement le comportement mécanique des architectures conçues, lorsque celles-ci sont soumises à des cas de chargements sévères (**OI3**).

De ces objectifs découlent quatre points durs qui ont été abordés au sein de ce projet : (**VS1**) l'identification d'une architecture optimale pour l'absorption d'énergie et ses paramètres géométriques optimaux associés, (**VS2**) les effets de paramètres géométriques locaux sur le comportement global de la cellule, (**VS3**) la conception et modélisation fiable et robuste de matériaux architecturés inscrits dans de plus grandes structures et (**VS4**) la formalisation d'un protocole expérimental fiable pour la caractérisation de matériaux architecturés sous chargements dynamiques. L'ensemble des objectifs et verrous sont ainsi synthétisés dans la Figure 6.53.

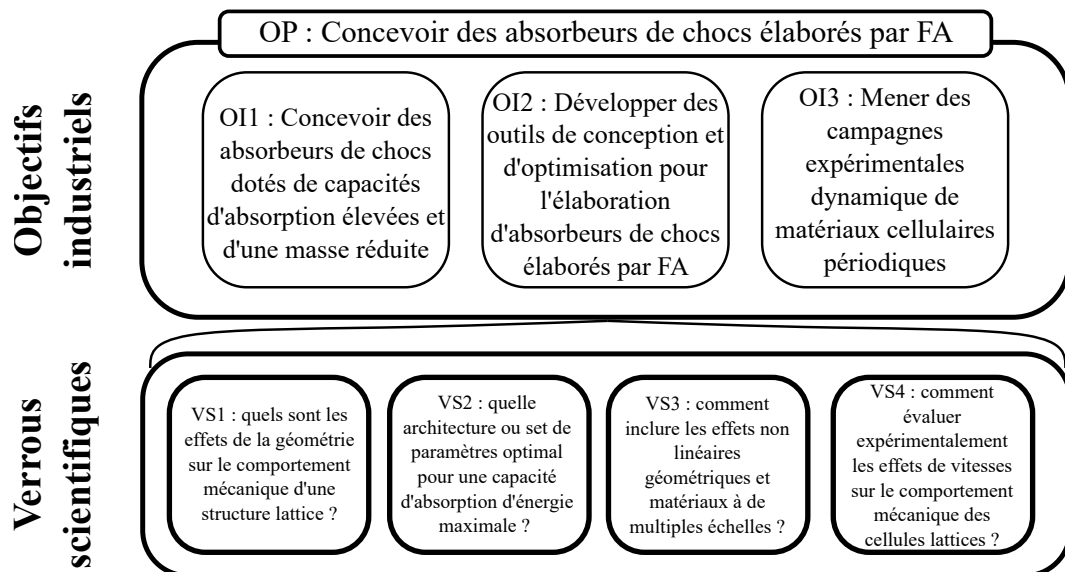


FIGURE 6.53 – Synthèse de l'objectif principal, des objectifs industriels et des verrous scientifiques

## Travaux de pré-étude réalisés

En amont des travaux à mener autour de la conception d'absorbeurs de chocs élaborés par fabrication additive, une stratégie de conception multi-échelle a été mise en place. Les différents blocs de la méthodologie constituent ainsi les verrous scientifiques majeurs abordés au sein de cette thèse. Tel que présenté Figure 6.54, les outils numériques et expérimentaux ont ainsi été définis suite à cette stratégie de conception.

Dans un premier temps, les outils expérimentaux sont définis. Les différents moyens de caractérisation sélectionnés sont au nombre de trois : le dispositif de caractérisation mécanique conventionnelle INSTRON, le vérin électromécanique SYMETRIE et la Roue Inertielle. Ces moyens sont propres au laboratoire I2M à Bordeaux, et permettent de caractériser les matériaux denses et poreux à différentes gammes de vitesses de sollicitation. Ensuite, le procédé de fabrication additive de photopolymérisation est sélectionné pour la fabrication des éprouvettes. Ce procédé permet l'obtention de structures aux propriétés quasi-isotrope avec un très faible taux de porosité, ce qui permet de minimiser les défauts géométriques. Suite à la sélection du procédé de fabrication additive, trois matériaux polymères polyuréthanes ont été sélectionnés et testés. Le polyuréthane est choisi car c'est un matériau matrice pour un des matériaux cellulaires actuellement employés dans le cadre d'applications nucléaires. Sachant qu'il est possible de fabriquer des objets par fabrication additive en polyuréthane, ce matériau est alors choisi comme base de fabrication pour les MCP. Afin d'en extraire les propriétés mécaniques, des essais de caractérisation en traction et compression ont été menés sur différentes gammes de polyuréthanes. La gamme dont l'influence de la rupture est minimale par rapport à la vitesse de déformation, et dont l'absorption d'énergie est maximale, est retenue pour la suite des essais et simulations.

Dans un second temps, les outils de conception sont sélectionnés en cohérence avec les outils déjà utilisés au sein de bureaux d'études du CEA. La résolution des objectifs a nécessité de se positionner dans un cas d'étude appliqué, afin d'identifier les ordres de grandeurs d'importance pour l'ensemble des objectifs de recherche. Le cas d'étude est un modèle de conteneur de transport de matières fissiles de type B, sollicité en chute accidentelle. Les données extraites permettent d'identifier des ordres de grandeurs principaux, dont les déformations principales, vitesses de déformations, et contraintes principales de sollicitation dans les zones critiques. Ces données constituent les limites mécaniques auxquelles les absorbeurs faits par FA seraient soumis, et constituent donc nos conditions

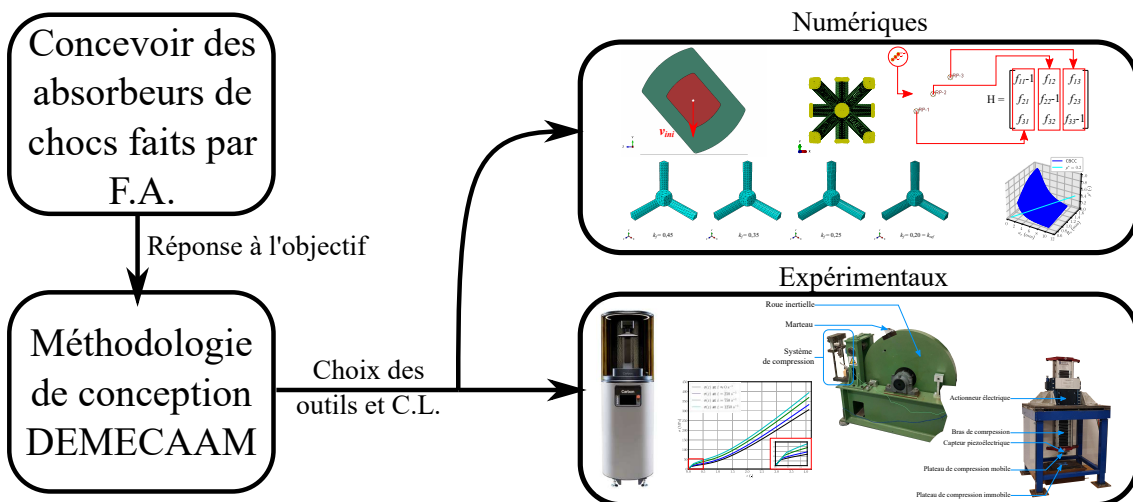


FIGURE 6.54 – Synthèse du cadre de recherche établi pour les travaux à mener

limites de chargement pour l'ensemble de la thèse. Une fois ces ordres de grandeur identifiés, quatre motifs de cellules lattices sont sélectionnés pour leurs performances mécaniques et identifiés dans le cadre de l'étude bibliographique de cette thèse. Une fois ces cellules sélectionnées, une analyse de sensibilité au maillage a été menée afin d'identifier un juste compromis entre temps de calcul et représentativité du comportement mécanique. Cela a permis d'identifier une taille de maille raisonnable pour l'ensemble des cellules étudiées.

## Réponses aux objectifs et limites

Dans un premier temps, une analyse de sensibilité géométrique est menée sur les quatre géométries sélectionnées, et pour différentes gammes de vitesses. Cette analyse de sensibilité a pour objectif de mettre en avant l'influence de la topologie cellulaire sur la capacité d'absorption d'un absorbeur, répondant ainsi au verrou **VS1**. Il s'avère que les géométries présentent différentes capacités d'absorption d'énergie, ce qui permet d'identifier une géométrie dont la capacité d'absorption d'énergie est maximale. Cependant, la déformation de certaines géométries n'est pas considérée comme pertinente, par rapport à ce qui est observé dans le cadre d'essais issus de la littérature. Ainsi, des défauts géométriques générés en combinant différents modes de flambement des cellules, sont incorporés dans les modèles, changeant les résultats issus de la première analyse de sensibilité. Il s'avère que la sensibilité aux défauts géométrique est différente d'une cellule à l'autre : cette dégradation est quantifiée par le ratio des capacités d'absorption d'énergie entre une cellule sans défaut et avec défaut, à iso cas de chargement. Cela permet de mettre en avant l'importance du choix de la géométrie, mais aussi de la prise en compte des défauts générés par les procédés dans la modélisation des matériaux cellulaires périodiques sollicités en dynamique. Cependant, cette étude se restreint à une gamme de vitesse et des géométries limitées, ce qui constitue sa limite principale. De même, le type de défaut géométrique généré n'est qu'un type de défaut exploré parmi d'autres défauts liés au procédé de fabrication. Une étude approfondie d'autres défauts, tel que la présence de défauts internes (porosité) pourraient être exploré, pour ainsi quantifier la sensibilité du comportement mécanique d'une géométrie par rapport à la présence de défauts géométriques internes. Ce verrou est synthétisé dans la Figure 6.55.

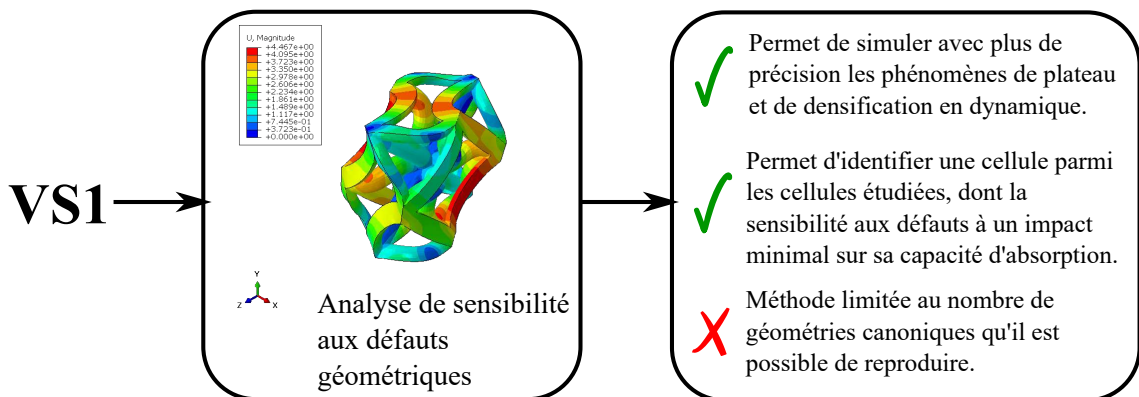


FIGURE 6.55 – Synthèse du verrou **VS1**

Dans un second temps, une optimisation paramétrique sur l'ensemble des cellules étudiées ont été menées. Ces optimisations ont pour objectif de mettre en avant l'influence de la géométrie sur le résultat d'optimisation (à iso cas de chargement et conditions limites), mais aussi l'influence de la vitesse de déformation sur le processus d'optimisation, répondant au verrou **VS2**. L'objectif d'optimisation établi est la maximisation de la capacité

d'absorption d'énergie, en fixant une contrainte géométrique sur la densité relative de la cellule, et des contraintes mécaniques en fixant une raideur élastique homogène équivalent et un coefficient de cisaillement homogène équivalent minimum à respecter. A l'issue du processus d'optimisation, chaque cellule présente un ratio d'anisotropie unique, ce qui indique que des changements géométriques similaires sur différentes cellules vont influencer différemment la capacité d'absorption de ces mêmes cellules. De plus, chaque géométrie ne respecte pas forcément l'ensemble des contraintes établies lors du processus d'optimisation, ce qui permet de resserrer le critère de sélection des cellules lors de la conception d'un absorbeur de chocs fait en matériaux cellulaires périodiques. Cependant, l'optimisation paramétrique a été menée sans inclure de défauts géométriques dans le processus d'optimisation, à cause de temps de calculs rallongés. Une inclusion de défauts géométriques a donc été menée pour évaluer leur influence sur la capacité d'absorption d'une cellule optimisée. Lors de la prise en compte de défauts, la géométrie de cellule identifiée comme étant optimale présente une capacité d'absorption d'énergie dégradée par rapport aux autres cellules avec défauts. L'influence de la vitesse de déformation sur le résultat d'optimisation a aussi été mis en avant : le ratio d'anisotropie de la cellule optimisée a tendance à diminuer avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Cela comporte que, lors de la conception d'un absorbeur à plusieurs couches, il est préférable d'utiliser une cellule avec un ratio d'anisotropie faible proche du point d'impact, et élevé proche de la charge à protéger. Les limites actuelles de ce processus d'optimisation est le temps de calcul : en effet, l'optimisation paramétrique use une méthode méta-heuristique qui nécessite un grand nombre d'itérations. Une piste d'amélioration majeure serait le développement d'un processus d'optimisation déterministe, en employant une méthode au gradient par exemple. Ce verrou est synthétisé Figure 6.56.

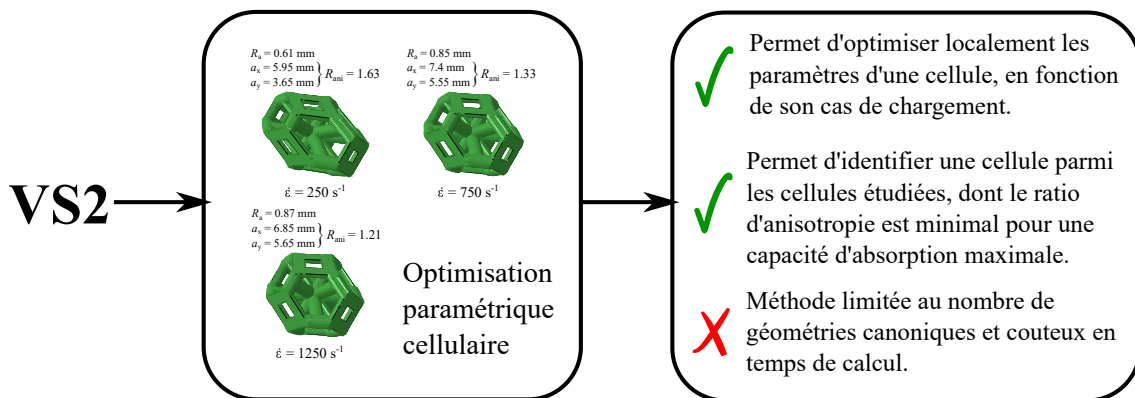


FIGURE 6.56 – Synthèse du verrou VS2

Dans un troisième temps, une méthode d'homogénéisation non-linéaire a été développée afin de déterminer le comportement du milieu homogène équivalent remplaçant le MCP à l'échelle macroscopique. Cette étape a pour objectif de proposer une méthode de modélisation qui permettent de réduire les temps de calcul, tout en conservant une représentativité fiable du comportement macroscopique du MCP, correspondant ainsi au verrou VS3. Le processus d'homogénéisation non-linéaire mis en place est une homogénéisation incrémentale par champs moyens, qui consiste à linéariser entre deux incréments de simulation le comportement homogène de la structure étudiée. Ce processus est mis en place puis appliqué dans un premier temps sur des matériaux denses. Cette première vérification est effectuée pour valider l'algorithme développé. Les effets géométriques mis en avant sont notamment la présence de défauts géométriques et la densification. Cette dernière est prise en compte par l'introduction de plans rigides passifs aux limites du VER de la cellule.

Ainsi, plusieurs processus d'homogénéisation ont été simulés : une homogénéisation sans défauts géométriques et sans densification cellulaire. La prise en compte de la densification a grandement changé le comportement homogène équivalent de certaines cellules, mais l'inclusion de défauts géométriques n'a eu que peu d'effets. Ceci est notamment expliqué par le fait que le processus d'homogénéisation est fait en quasi-statique, et que la limite élastique du matériau en quasi-statique est faible. Par ailleurs, la limite principale des travaux menés autour de l'homogénéisation non-linéaire est son utilisation pour un régime exclusivement quasi-statique, ce qui limite l'utilisation de ces résultats pour des vitesses de déformation intermédiaires et élevées. Une perspective d'évolution est de finaliser le développement du processus d'homogénéisation mis en place pour de plus hautes vitesses et ainsi évaluer le comportement homogène équivalent des cellules étudiées à de plus hautes vitesses. Ce verrou est synthétisé Figure 6.57.

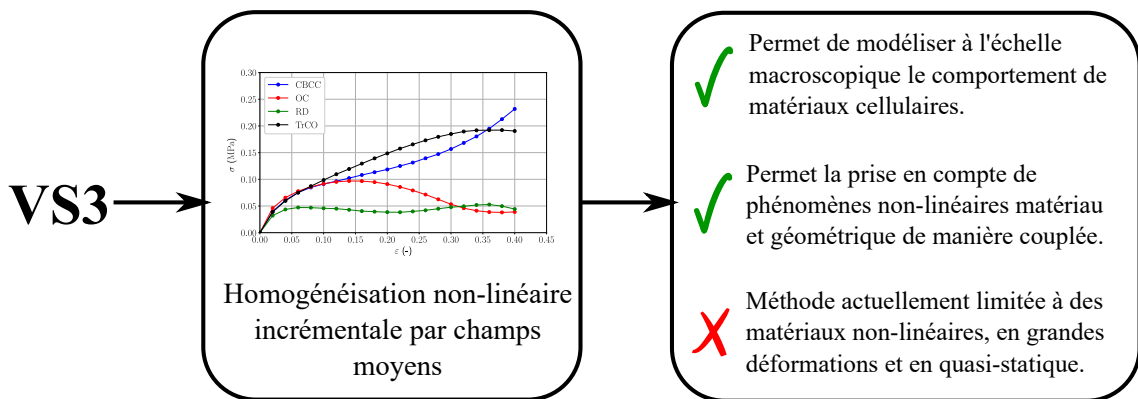


FIGURE 6.57 – Synthèse du verrou VS3

*In fine*, une méthodologie de caractérisation à différentes gammes de vitesse des matériaux architecturés a été développée et mis en œuvre sur les différentes topologies étudiées. Ces méthodes de caractérisation permettent d'évaluer le comportement mécanique d'une structure normalisée composée d'un agencement périodique tridimensionnel de cellules, tout en présentant une méthode de post-traitement simple, répondant ainsi au verrou VS4. L'ensemble des éprouvettes employées dans le cadre de cette campagne expérimentale sont identiques pour toutes les gammes de vitesses étudiées. Quant aux protocoles, ils sont propres à chaque moyen expérimental, mais permettent d'évaluer les comportements mécaniques pour une même déformation appliquée, à vitesse constante. A l'issue des essais de caractérisation, il est possible d'identifier plusieurs points d'importance : il y a bien une augmentation de la raideur élastique, et de la capacité d'absorption d'énergie des matériaux cellulaires avec l'augmentation de la vitesse de déformation, et chacune des topologies étudiées présentent un comportement unique, ce qui corrobore avec les simulations précédemment menées. De plus, la qualité d'impression des éprouvettes permet d'avoir un haut niveau de répétabilité des phases élastiques et plateau. Cependant, pour l'ensemble des cellules étudiées, les phases de densification présentent le plus haut taux de dispersion. Ceci est notamment lié au fait que chaque éprouvette présente des micro-défauts géométriques différents, et donc des modes de déformés différents. Toutefois, le niveau de répétabilité des essais sur la machine de caractérisation conventionnelle et le vérin est suffisamment élevé pour considérer le comportement mécanique identifié comme représentatif. Cependant, le niveau de dispersion sur la Roue Inertielle est plus élevé que sur les deux autres moyens, ce qui met en question la pertinence des résultats issus de la Roue Inertielle vis-à-vis des essais sur vérin électromécanique. Une piste d'amélioration serait d'effectuer les essais de compression sans plaquer le plateau de compression sur



l'éprouvette. Une autre piste d'amélioration serait d'ajouter une cible sur le plateau mobile afin d'acquérir le déplacement du plateau par suivi de cible, comme sur le vérin. Cela permettra d'accroître la précision du déplacement acquis et ainsi augmenter la précision du système. Enfin, les essais ont été menés sur des éprouvettes qui n'étaient pas optimisées pour un chargement uniaxial, un axe d'étude complémentaire serait l'étude expérimentale de matériaux architecturés optimisés pour des cas de chargement dynamiques. Ce verrou est synthétisé Figure 6.58.

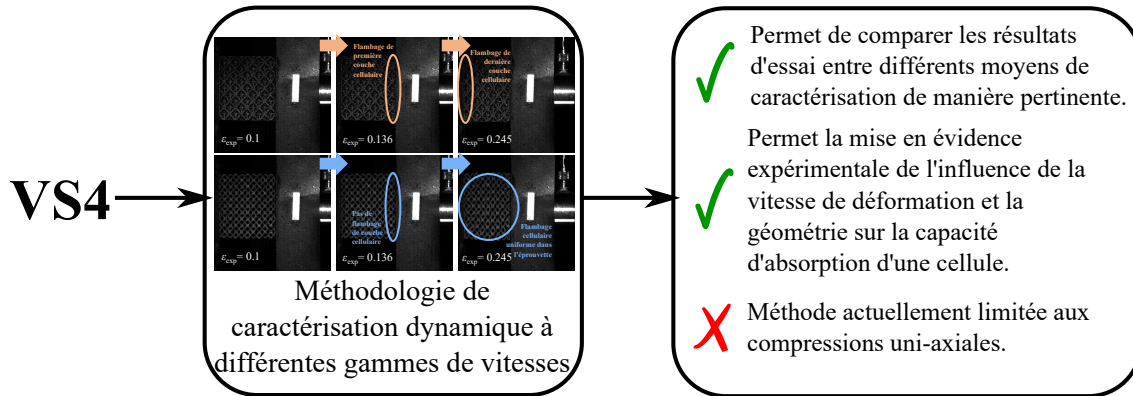


FIGURE 6.58 – Synthèse du verrou VS4

## Perspectives applicatives et approfondissements

L'ensemble de ces travaux constituent une première étape pour la conception d'absorbeurs de chocs élaborés par fabrication additive. La méthodologie a été déverrouillée par bloc d'opérations au travers d'un ensemble de méthodes et développements abordés au cours de ces travaux, et dont les résultats et pistes sont prometteurs. Ces absorbeurs manufacturés par fabrication additive ont pour vocation d'être aussi compétitif d'un point de vue capacité d'absorption d'énergie et masse que les matériaux cellulaires stochastiques actuellement sur le marché.

Plusieurs exemples d'applications directes auxquelles il est possible de penser sont les protections de casque d'infanterie légère, ou de matériel porté (tel que des émetteurs radio). L'avantage de ces absorbeurs est la possibilité de faire des formes sur mesures pour chaque soldat d'infanterie, à faible coût et produit en grande quantité, grâce aux dernières avancées portées aux machines de photopolymérisation Carbon 3D.

Une autre application sont les conteneurs de protection de matières fissiles du CEA. La limite actuelle est la taille du conteneur, largement supérieure au volume de fabrication des machines de photopolymérisation actuellement sur le marché. Toutefois, il serait possible de concevoir les absorbeurs par bloc. Cela laisse même la possibilité de choisir différents motifs d'un bloc à l'autre, permettant le choix optimal de motif en fonction de la zone du conteneur à protéger.

Quelques pistes d'approfondissements ont été données pour l'ensemble des verrous étudiés. Par exemple, les travaux présentés au sein de cette thèse se limitent à quatre topologies de cellules. Une première étape serait d'étendre le champ d'étude en exploitant d'autres géométries. Ces travaux ont été commencés au travers de projets scolaires sur deux années consécutives, menés par des étudiants en école d'ingénieurs et encadrés par l'équipe encadrant et le doctorant. Le groupe de première année a étendu la base de données de cellules lattices pouvant être exploitées et choisies dans le processus d'optimisation, permettant ainsi d'élargir les possibilités de conception d'absorbeurs lattices. Le

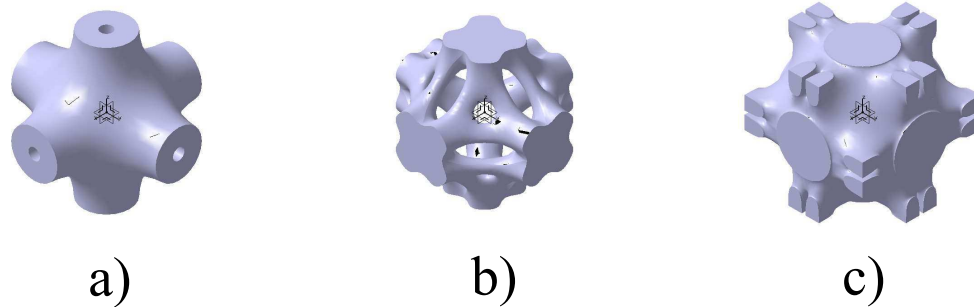


FIGURE 6.59 – Géométries cellulaires issues d’optimisation topologique : a) Cubique face centrée 1, b) Cubique face centrée 2, et c) Cubique face et arrête centrées

second groupe a, quant à lui, fait appel à un processus d’optimisation topologique pour générer les matériaux cellulaires périodiques uniques, et reconstruites par logiciel CAO (c.f. Figure 6.59). Un autre approfondissement, notamment sur l’optimisation, serait de faire appel à un algorithme déterministe, réduisant ainsi les opérations de calcul, qui sont assez coûteuses lorsqu’il est question d’éléments finis. De premières pistes ont notamment été suivies pour l’emploi de l’algorithme GCMMA (de l’anglais *General Convergent Method of Moving Asymptotes*). Un autre approfondissement serait l’extension de la méthode d’homogénéisation non-linéaire aux simulations dynamiques et d’employer des solveurs explicites plutôt qu’implicites durant le processus d’homogénéisation.

D’autres pistes de recherches seraient à explorer. Une piste intéressante, présentant de nombreux défis scientifiques, serait l’inclusion dans la formulation du problème d’optimisation topologique d’une fonctionnelle liée à la capacité d’absorption d’énergie. Ceci représente un objectif ambitieux car il faudrait réaliser un calcul d’optimisation topologique en prenant en compte la dépendance de la loi constitutive du matériau de la vitesse de déformation et l’intégration, dans la formulation du problème d’optimisation topologique, des non-linéarités géométriques (grands déplacements et déformations) et du matériau. Une autre piste intéressante serait l’emploi de différents matériaux au sein d’un VER, afin d’exploiter au mieux les propriétés des matériaux associées à la géométrie du matériau cellulaire et répondre ainsi à des sollicitations mécaniques et thermiques spécifiques. Enfin, l’exploration de gradients de densité seraient une solution géométrique pertinente pour concevoir des absorbeurs à la fois légers et capable d’une haute capacité d’absorption d’énergie.

En conclusion, les objectifs industriels fixés dans le cadre de ces travaux de thèse sont pour la plupart atteints. En effet, les travaux présentés au sein de ce manuscrit constituent la base d’un plus grand plan d’étude, cherchant à intégrer les technologies de demain aux besoins actuels et futurs de concevoir des matériaux cellulaires aux propriétés absorbantes optimales.



## Annexe 1 : conception du système palonnier de la Roue Inertielle

Lors d'essais précédents, le sous ensemble du palonnier (c.f. Figure 2.9 : (21)) a subi plusieurs défaillances techniques majeurs, causant ainsi un dysfonctionnement total du système. Le sous ensemble avait déjà été endommagé et remis en service auparavant. Afin de remettre en service le moyen de caractérisation, une analyse de défaillance des deux itérations a été menée, afin de concevoir un sous-ensemble fiable, pérennisant ainsi le moyen d'essai.

La première itération, présentée dans la Figure A1.1 est un assemblage mécano-soudé de plaques d'épaisseur  $e_p = 2mm$ . Cet assemblage faisait office de corps du palonnier, solidaire d'une chambre de vérin assemblée par éléments de visserie. Ce premier assemblage a subi plusieurs défaillances : la première a été identifiée aux points de soudure tandis que la seconde a été identifiée au niveau des éléments de visserie assemblant le corps de palonnier à la chambre de vérin. La première défaillance démontre une rupture de points de soudure, et des amorces de fissure au niveau de ces points. Ceci est notamment dû à un sous-

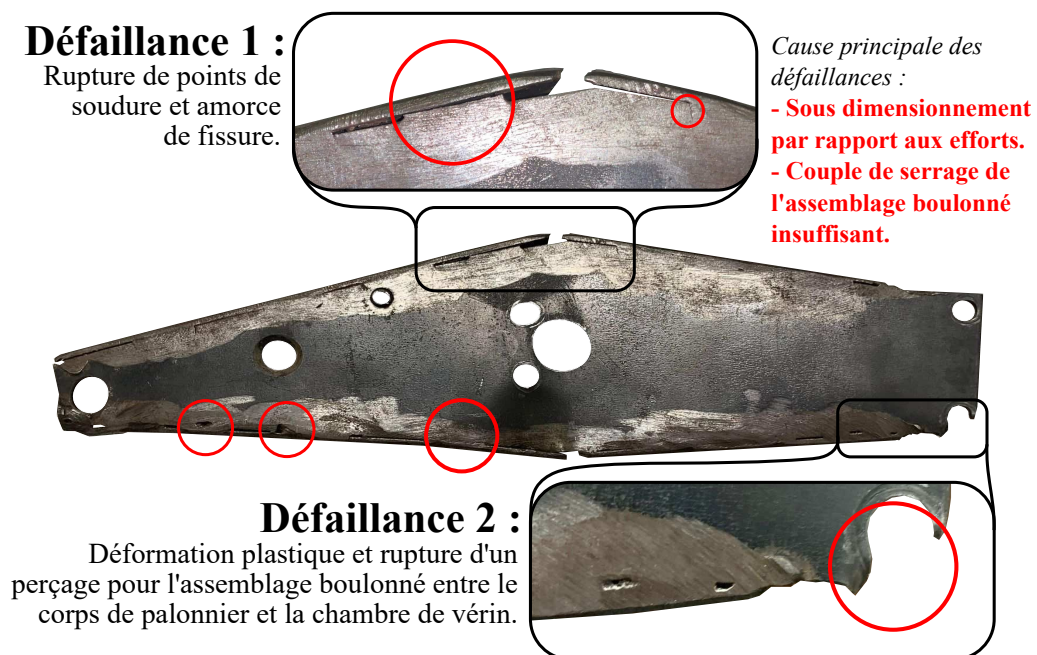


FIGURE A1.1 – Analyse de défaillance du sous ensemble (21) : itération 1.

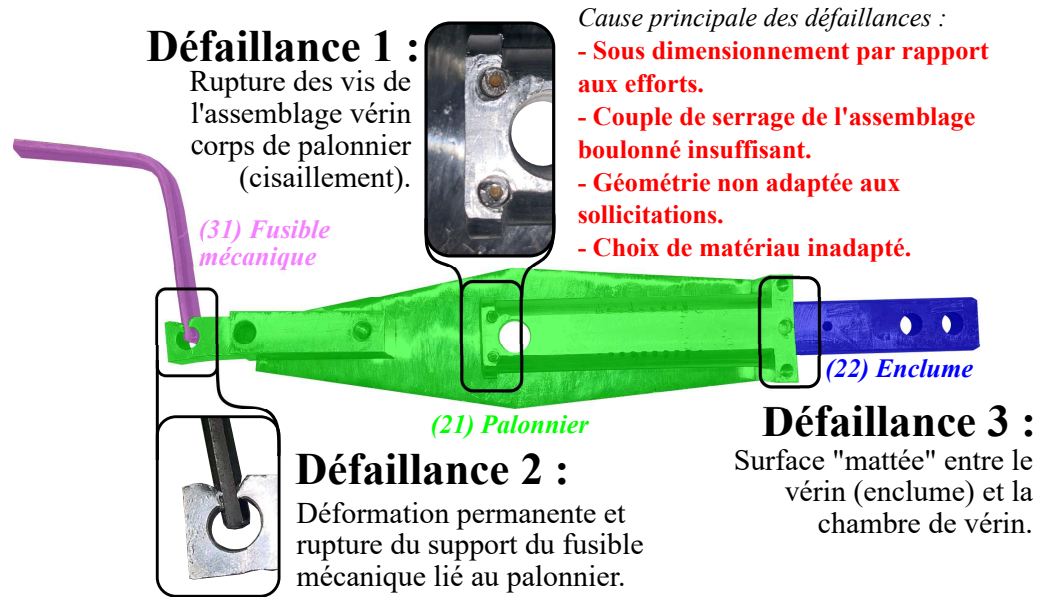


FIGURE A1.2 – Analyse de défaillance du sous ensemble (21) : itération 2.

dimensionnement des points de soudure par rapport au cas de chargement. Le matériau employé est un acier de construction à faible limite élastique ( $\sigma_{adm} = R_e = 355 MPa$ ), le cordon de soudure limitant est le plus petit ( $L_{cordon} = 30mm$ ) et l'épaisseur des plaques assemblées est de  $e_p = 2mm$ . Pour un cas critique ou  $v_{imp} = v_{adm}$ , sachant que le moment d'inertie de la première itération du palonnier est de  $J_{\Delta_{pal-1}} = 1,2 \cdot 10^{-2} kg.m^2$ , l'effort en bout de palonnier lors de l'impact est de  $F_{pal-1} = 16,1kN$ . La contrainte au niveau des cordons de soudure (pour un type de cordon de soudure en L) est alors  $\sigma_w = \frac{F_{pal-1} \sqrt{2}}{aL} = 380 MPa > \sigma_{adm}$  [168]. Les cordons ont donc été sollicités dans le domaine plastique au cours du temps, ce qui a mené à une fatigue des cordons de soudure jusqu'à atteindre rupture. La seconde défaillance est surtout lié à un couple de serrage insuffisant des vis d'assemblage .

La seconde itération du palonnier, présentée dans la Figure A1.2, est un assemblage boulonné de plaques d'épaisseur  $e_p = 4mm$  à un corps de vérin (à droite dans la Figure A1.2) et un support de fusible mécanique (à gauche dans la Figure A1.2). Cette itération a subi plusieurs défaillances : la première a été identifiée au niveau des éléments d'assemblage de visserie entre la chambre de vérin et les plaques, la seconde au niveau du support du fusible mécanique, et la troisième à l'interface entre le vérin de l'ensemble (22) et de la chambre à vérin du palonnier (21). La première défaillance montre une rupture de l'ensemble des éléments d'assemblage au niveau des vis. D'après observation macroscopique du faciès de rupture, la coupe a été nette, ce qui indique une sollicitation en cisaillement [169]. Soit le couple de serrage était insuffisant, soit le nombre d'éléments de visseries n'était pas assez élevé. La seconde défaillance est une déformation plastique du support du fusible mécanique, qui a conduit à la destruction du support. La source du problème dans ce cas était la géométrie du support qui n'était pas adapté ; en effet, en dessous du point de contact avec le fusible était fait un perçage. Les épaisseurs n'étant pas assez élevées face aux sollicitations, le support a été déformé plastiquement ce qui a mené à sa rupture. La troisième défaillance est un mattage de surface entre le vérin et la chambre de vérin. En effet, les deux matériaux employés pour les pièces sont différents : la chambre de vérin est en aluminium et le vérin en acier. La succession d'impacts entre la chambre et le vérin auraient provoqué une plastification locale de la chambre, dégradant l'état de surface et

ainsi la qualité de la liaison pivot glissante entre le vérin et la chambre [53, 170].

Les deux itérations présentent des points communs : chacune ont fait appel à des éléments d'assemblage pour fabriquer l'ensemble (21) et cela a été la cause du dysfonctionnement de la pièce pour chaque itération, et le choix des matériaux employés n'était souvent pas adapté au type de sollicitations endurées. Afin d'éviter toute rupture liée à un assemblage, une conception alternative d'une pièce monobloc a été proposée, présentée dans la Figure A1.3. Afin d'éviter tout effet de mattage prématuré, les ensembles (21) et (22) ont été conçus en acier faiblement allié 50CrMo4 (50CD4) à haute limite élastique et de rupture (respectivement  $R_e = 800MPa$ ,  $R_m = 1200MPa$ ) [171].

La masse de ce nouveau palonnier s'élève à  $m_{pal-3} = 1,4kg$  et le moment d'inertie à  $J_{\Delta_{pal-3}} = 8 \cdot 10^{-3}kg.m^2$ . Ainsi, suivant les Eq. (2.1) à (2.3), l'effort de chargement maximal en bout de palonnier est estimé à  $F_{pal-3} = 10,8kN$ . Afin de valider la géométrie, une simulation de chargements quasi-statiques équivalents a été menée. Pour simplifier au plus la simulation, des points de référence (RP, de l'anglais "Reference Point") ont été créés pour représenter les liaisons des pièces en contact avec le palonnier (c.f. Figure A1.4). RP-1 est associé à l'axe de rotation du palonnier, RP-2 au vérin (associé au sous ensemble (22)) et RP-3 au fusible mécanique (sous ensemble (31)). Afin de simplifier le problème, le degré de liberté (DOF, de l'anglais "Degrees Of Freedom") de rotation autour de l'axe (RP-1,Y), représentant la liaison pivot d'axe Y entre le palonnier et le bâti, est bloqué et un encastrement est assigné à RP-1. Les chargements  $F_{max}$  et  $F_{pal-3}$  sont respectivement appliqués aux RP-2 et RP-3. Le matériau est ductile et sollicité dans un cas critique en flexion. L'ensemble palonnier est dimensionné vis-à-vis des contraintes maximales de VonMises.

Par définition, le critère de dimensionnement de VonMises est le rapport de la contrainte limite fixée et la contrainte maximale de VonMises. Ce rapport donne un coefficient de sécurité dont la valeur doit être supérieure à 1 pour être valide, comme décrit dans l'Eq. (5) :

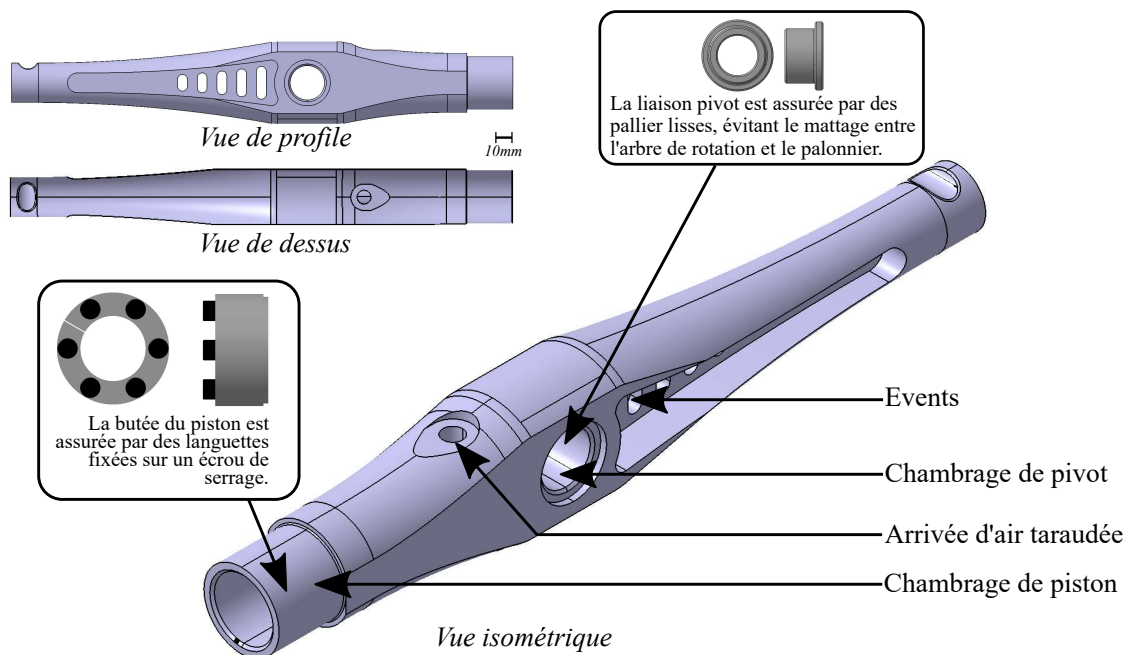


FIGURE A1.3 – Itération 3 du sous-ensemble (21)

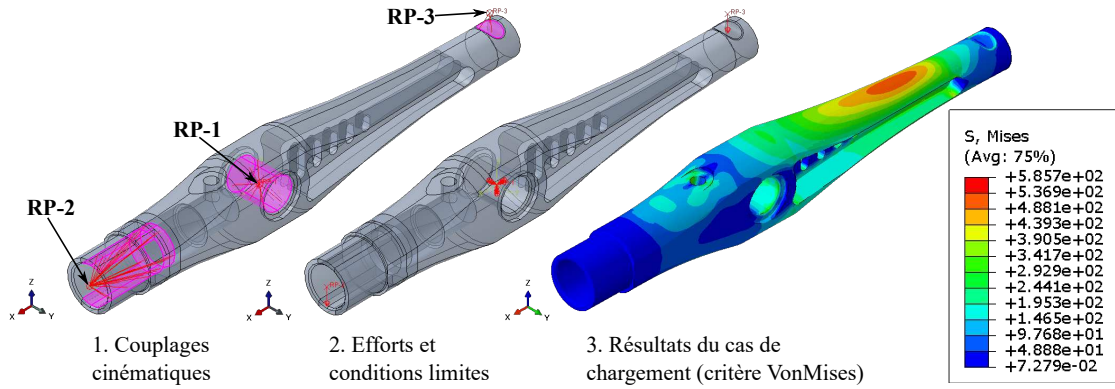


FIGURE A1.4 – Modélisation du palonnier : 1. Mise en place du couplage cinématique entre points de références (RP) et surfaces de contact, 2. Application des efforts et des conditions limites aux RP et 3. Résultats de la simulation non-linéaire et visualisation du champ étudié (Contraintes VonMises)

$$C_{secVM} = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{VM}} \geq 1, \quad (5)$$

avec  $\sigma_{lim}$  la contrainte limite admise et  $\sigma_{VM}$  la contrainte VonMises maximale évaluée. D'après la Figure A1.4, le champ de contrainte est réparti de manière quasi homogène sur l'ensemble de la pièce. La zone à contrôler la plus fréquemment se trouve être la partie entre la liaison pivot (RP-1) et le fusible (RP-3), où les contraintes sont les plus élevées. En l'occurrence, la contrainte VonMises dimensionnant le montage est extraite de cette zone, soit  $\sigma_{VM} = 585MPa$ . La contrainte limite est la limite élastique du matériau employé, soit  $\sigma_{lim} = R_e = 800MPa$ . Ainsi, le coefficient de sécurité  $C_{secVM} = 1,37 > 1$  respecte le critère établi.

## Annexe 2 : Validation analytique de flambage structurel (CBCC)

Afin de valider la simulation de flambage du barreau central, un modèle analytique est développé. L'objectif de ce calcul analytique est de confirmer l'effort de flambage minimal à atteindre pour que la poutre centrale flambe. En effet, en reprenant la théorie d'une poutre soumise à un effort uniaxial [56], le facteur de flambage effectif  $\eta$  est calculé tel que décrit dans l'Eq.(6) :

$$\eta = \frac{\sigma_{av}}{\sigma_{EC}} = \frac{F_{av}}{S_{bar}\sigma_{EC}}, \quad (6)$$

avec  $\sigma_{av}$  la contrainte compression moyenne, exprimée en fonction de l'effort de compression appliqué  $F_{av}$  et l'aire de la section du barreau  $S_{bar}$ , et  $\sigma_{EC}$  la contrainte critique de flambage. Si  $\eta < 1$ , la structure ne flambe pas. La contrainte critique de flambage  $\sigma_{EC}$  se calcul suivant l'Eq.(7) :

$$\sigma_{EC} = \pi^2 E_{TPU} f_{end} \frac{\pi(2R_a)^4}{64} \frac{1}{\pi(R_a)^2(a_x)^2}, \quad (7)$$

avec  $E_{TPU}$  le module d'élasticité du matériau constitutif,  $f_{end}$  le facteur aux conditions limites, qui est un facteur lié à la géométrie (dans ce cas,  $f_{end} = 2.0$ ),  $R_a$  le rayon du barreau, et  $a_x$  la longueur du barreau.

Un modèle analytique est proposé dans la Figure A2.1 et les différentes vues et valeurs des dimensions sont explicitées dans la Figure A2.3. L'objectif est de calculer l'effort de flambage théorique  $F_{EC} = S_{bar}\sigma_{EC}$  du barreau 56 et l'effort effectif de flambage  $F_{av}$ . Pour ce modèle analytique, les points 1, 2, 3, 4 et 5 sont fixes ( $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 = \vec{u}_3 = \vec{u}_4 = \vec{u}_5 = \vec{0}$ ). Ces points sont joints au point 6 par des poutres de section circulaire, de rayon  $R_a = 0.72mm$ , de longueur  $l_{16}, l_{26}, l_{36}, l_{46}$  et  $l_{56}$ . Ces longueurs sont exprimées en fonction des dimensions du VER de la cellule  $a_x, a_y$  et  $a_z$ , suivant l'Eq.(8) :

$$\begin{cases} l_{i6} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, i \in \llbracket 1; 4 \rrbracket, \\ l_{56} = a_x. \end{cases} \quad (8)$$

Le point 6 est mobile suivant l'axe  $\vec{x}$  et un effort  $F_{ap} = R_6$  est appliqué en ce même point. Étant donné que les efforts d'intérêt sont suivant l'axe  $\vec{x}$ , l'ensemble des efforts sont projetés sur cet axe. Le bilan des efforts mécaniques appliqués pour les poutres de l'ensemble du système sont décrits dans l'Eq.(9) :

$$\begin{cases} -R_i + N_{i6}a_{i6} \cdot \vec{x} = \vec{0}, i \in \llbracket 1; 4 \rrbracket, \\ -R_5 + N_{56} = \vec{0}, \\ -\sum_{j=1}^4 N_{j6}a_{j6} \cdot \vec{x} - N_{56} + R_6 = \vec{0}, \end{cases} \quad (9)$$

avec  $R_i, i \in \llbracket 1; 5 \rrbracket$  les résultantes des efforts appliqués aux poutres 16, 26, 36, 46 et 56, de longueur respectives  $l_{16}, l_{26}, l_{36}, l_{46}$  et  $l_{56}$ ,  $N_{i6} i \in \llbracket 1; 5 \rrbracket$  les résultantes coaxiales aux poutres et  $a_{j6}, j \in \llbracket 1; 4 \rrbracket$  les vecteurs coaxiaux des poutres, tel que définis dans l'Eq.(10) :

$$\begin{cases} a_{j6} = \cos \phi \cos \theta \vec{x} \pm \cos \phi \sin \theta \vec{y} \pm \sin \phi \vec{z}, j \in \llbracket 1; 4 \rrbracket \\ \theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right), \\ \phi = \arctan\left(\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}\right). \end{cases} \quad (10)$$

Par ailleurs, les déformations individuelles de chaque poutre sont exprimées suivant l'Eq.(11) :

$$\frac{\vec{u}_6 \cdot \vec{a}_{i6}}{l_{i6}} = \frac{N_{i6}}{ETPU S_{bar}}, i \in \llbracket 1; 5 \rrbracket. \quad (11)$$

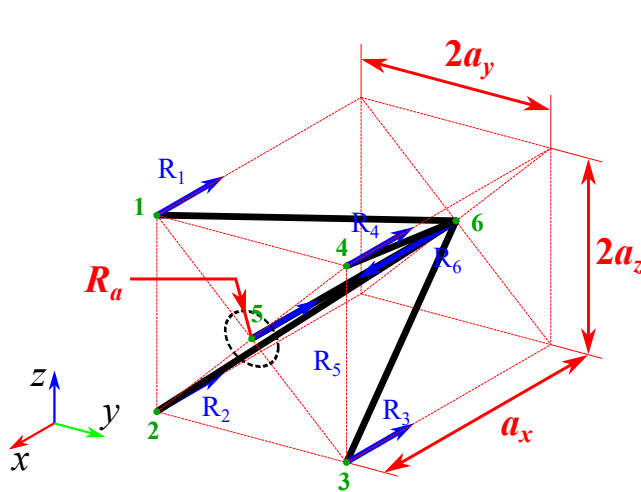


FIGURE A2.1 – Schéma analytique simplifié d'une moitié de cellule CBCC

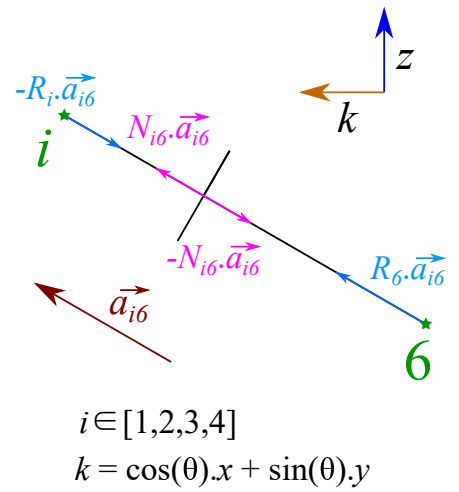


FIGURE A2.2 – Vue précise d'un bilan d'efforts d'une poutre de la structure



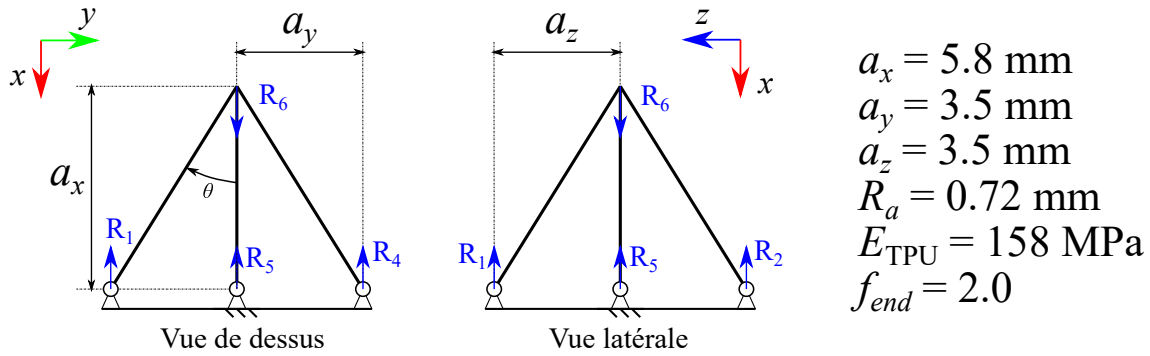


FIGURE A2.3 – Vue de dessus et vue latérale du schéma simplifié de la moitié de cellule CBCC

Or, à partir des Eq.(10) et Eq.(11), il est possible d'exprimer les efforts normaux des poutres  $N_{16}$ ,  $N_{26}$ ,  $N_{36}$  et  $N_{46}$  en fonction de l'effort normal  $N_{56}$ , suivant l'Eq.(12) :

$$\begin{cases} N_{16} = N_{26} = N_{36} = N_{46} , \\ N_{16} = N_{56} \frac{l_{56}}{l_{16}} \cos \theta \cos \phi , \end{cases} \quad (12)$$

Ainsi, en utilisant les Eq.(7) et (12), la résultante  $R_5$  s'exprime uniquement en fonction de l'effort appliqué  $F_{ap}$ , suivant l'Eq.(13) :

$$R_5 = \frac{F_{ap}}{4 \frac{l_{56}}{L_{16}} (\cos \theta \cos \phi)^2 + 1} . \quad (13)$$

La résultante du barreau  $R_5$ , aussi notée  $F_{av}$ , est ainsi tracée pour les modèles numériques en fonction de la déformation totale appliquée à la structure, comme présenté dans la Figure A2.4. De plus, à partir des données analytiques présentées dans la Figure A2.3, l'effort critique  $F_{EC}$  est calculé suivant l'Eq.(14) :

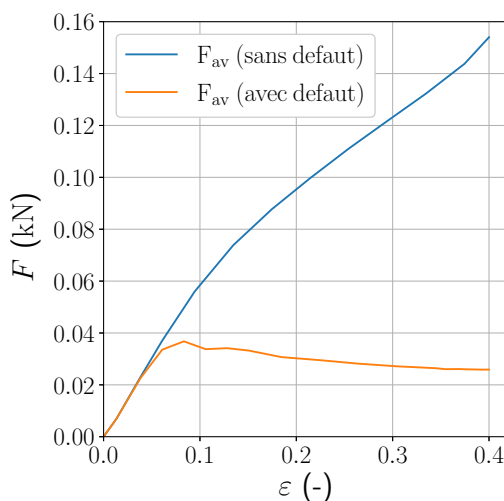


FIGURE A2.4 – Résultantes  $R_5 = F_{av}$  extraits des modèles CBCC optimisés sans et avec défauts

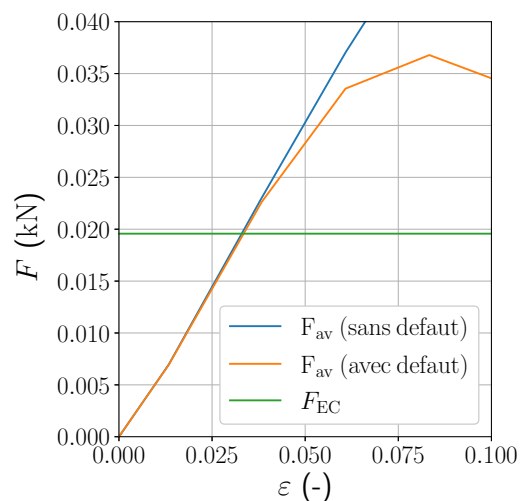


FIGURE A2.5 – Vue agrandie de l'évolution de  $F_{av}$  sans défaut et avec défaut à de petites déformations

---

$$F_{EC} = \pi^2 E_{TPU} f_{end} \frac{\pi(2R_a)^4}{64} \frac{1}{(a_x)^2} = 19.57N . \quad (14)$$

Les valeurs  $F_{av}$  et  $F_{EC}$  sont ainsi comparées dans la Figure A2.5. D'après cette dernière, il est possible de constater que le comportement de la structure avec défaut commence à différer du comportement de la structure sans défaut sensiblement après l'atteinte de  $F_{EC}$ , et de manière significative au delà d'une déformation  $\varepsilon = 0.05$ . Le modèle analytique permet d'un part de montrer que le barreau central est bien sensé flamber, comme le montre la simulation avec défaut, et d'autre part de modéliser de manière représentative le flambage du barreau central 56.



---

# Bibliographie

- [1] H. Kursat Celik, Hayri Ustun, Mustafa Erkan, Allan E.W. Rennie, and Ibrahim Akinci. Effects of bruising of ‘Pink Lady’ apple under impact loading in drop test on firmness, colour and gas exchange of fruit during long term storage. *Postharvest Biology and Technology*, 179 :111561, September 2021.
- [2] Shunfeng Li and Q.M. Li. Response of functionally graded polymeric foam under axial compression. *International Journal of Mechanical Sciences*, 210 :106750, November 2021.
- [3] Chang Qi, Feng Jiang, and Shu Yang. Advanced honeycomb designs for improving mechanical properties : A review. *Composites Part B : Engineering*, 227 :109393, December 2021.
- [4] Patricia Krawczak. Essais mécaniques des plastiques - Caractéristiques instantanées, 1999.
- [5] Amirhosein Heydari, Ali Vahidifar, Elnaz Esmizadeh, and Denis Rodrigue. Experimental and finite element simulation of natural rubber foams using real 3D structures. *Polymer*, 197 :122505, May 2020.
- [6] Martin P. Bendsøe and Ole Sigmund. *Topology Optimization : Theory, Methods, and Applications*. Springer, 2nd edition edition, 2004.
- [7] Giulio Costa. *Design and Optimisation Methods for Structures produced by means of Additive Layer Manufacturing processes*. PhD thesis, ENSAM, Bordeaux, 2018.
- [8] A. Jamil, Z.W. Guan, W.J. Cantwell, X.F. Zhang, G.S. Langdon, and Q.Y. Wang. Blast response of aluminium/thermoplastic polyurethane sandwich panels – experimental work and numerical analysis. *International Journal of Impact Engineering*, 127 :31–40, May 2019.
- [9] Khalil Refai, Charles Brugger, Marco Montemurro, and Nicolas Saintier. An experimental and numerical study of the high cycle multiaxial fatigue strength of titanium lattice structures produced by Selective Laser Melting (SLM). *International Journal of Fatigue*, 138 :105623, September 2020.
- [10] Ever J. Barbero. *Finite element analysis of composite materials using ANSYS*. CRC PRESS, second edition edition, 2014.
- [11] Abaqus Documentation - 2020, 2020.

- 
- [12] Roman Stopa, Daniel Szyjewicz, Piotr Komarnicki, and Łukasz Kuta. Limit values of impact energy determined from contours and surface pressure distribution of apples under impact loads. *Computers and Electronics in Agriculture*, 154 :1–9, November 2018.
- [13] Norme de sûreté de l'AIEA : Règlement de transport des matières radioactives - Édition de 2018, 2018.
- [14] Lorna J. Gibson and Michael F. Ashby. *Cellular Solids : Structure and Properties - Second Edition*, volume 1. Cambridge University Press, cambridge solid state science series edition, 2001.
- [15] R. Hill. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13(2) :89–101, April 1965.
- [16] W.J. Drugan and J.R. Willis. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(4) :497–524, April 1996.
- [17] Lorna J. Gibson. Biomechanics of cellular solids. *Journal of Biomechanics*, 38(3) :377–399, March 2005.
- [18] J. Alsayednoor, P. Harrison, and Z. Guo. Large strain compressive response of 2-D periodic representative volume element for random foam microstructures. *Mechanics of Materials*, 66 :7–20, November 2013.
- [19] Shahriar Safaee, Matthew Schock, Erina B. Joyee, Yayue Pan, and Roland K. Chen. Field-assisted additive manufacturing of polymeric composites. *Additive Manufacturing*, 51 :102642, March 2022.
- [20] Ojestez Tripathi, Devendra Pratap Singh, Vijay Kumar Dwivedi, and Mayank Agarwal. A focused review on aluminum metallic foam : Processing, properties, and applications. *Materials Today : Proceedings*, 47 :6622–6627, 2021.
- [21] Yongyan Pang, Yiyu Cao, Wenge Zheng, and Chul B. Park. A comprehensive review of cell structure variation and general rules for polymer microcellular foams. *Chemical Engineering Journal*, 430 :132662, February 2022.
- [22] Jean Lemaitre, Jean-Louis Chaboche, Ahmed Benallal, and Rodrigue Desmorat. *Mécanique des matériaux solides*, volume 1 of *Science Sup.* Dunod, 3è édition, 2009.
- [23] F. Liu and Q.M. Li. Strain-rate effect of polymers and correction methodology in a shpb test, February 2022.
- [24] Pierre Martinon. *Caractéristiques des élastomères*, 1998.
- [25] Patricia Krawczak. *Essais mécaniques des plastiques - Caractéristiques à long terme et ténacité*, 1999.
- [26] Kang Seok Lee, Jeong-Il Choi, Sang-Koo Kim, Bong-Kee Lee, Jae-Seung Hwang, and Bang Yeon Lee. Damping and mechanical properties of composite composed of polyurethane matrix and preplaced aggregates. *Construction and Building Materials*, 145 :68–75, August 2017.
- [27] S. Sharafi, M.H. Santare, J. Gerdes, and S.G. Advani. A review of factors that influence the fracture toughness of extrusion-based additively manufactured polymer and polymer composites. *Additive Manufacturing*, 38 :101830, February 2021.
-

- [28] H.M.C.C. Somarathna, S.N. Raman, D. Mohotti, A.A. Mutalib, and K.H. Badri. Rate dependent tensile behavior of polyurethane under varying strain rates. *Construction and Building Materials*, 254 :119203, September 2020.
- [29] F.N. Habib, P. Iovenitti, S.H. Masood, and M. Nikzad. Fabrication of polymeric lattice structures for optimum energy absorption using Multi Jet Fusion technology. *Materials & Design*, 155 :86–98, October 2018.
- [30] Bruno P. Reis, Lívia M. Nogueira, Daniel A. Castello, and Lavinia A. Borges. A visco-hyperelastic model with Mullins effect for polyurethane elastomers combining a phenomenological approach with macromolecular information. *Mechanics of Materials*, 161 :104023, October 2021.
- [31] Fady F. Abayazid and Mazdak Ghajari. Material characterisation of additively manufactured elastomers at different strain rates and build orientations. *Additive Manufacturing*, 33 :101160, May 2020.
- [32] Mokarram Hossain, Rukshan Navaratne, and Djordje Perić. 3D printed elastomeric polyurethane : Viscoelastic experimental characterizations and constitutive modeling with nonlinear viscosity functions. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 126 :103546, November 2020.
- [33] R. W. Ogden, G. Saccomandi, and I. Sgura. Fitting hyperelastic models to experimental data. *Computational Mechanics*, 34(6) :484–502, November 2004.
- [34] Franck Renaud, Jean-Luc Dion, and Gaël Chevallier. Méthode d’identification des paramètres d’un modèle de Maxwell généralisé pour la modélisation de l’amortissement. *Mécanique & Industries*, 11(1) :47–55, January 2010.
- [35] S.T. Szyniszewski, B.H. Smith, J.F. Hajjar, B.W. Schafer, and S.R. Arwade. The mechanical properties and modeling of a sintered hollow sphere steel foam. *Materials & Design (1980-2015)*, 54 :1083–1094, February 2014.
- [36] Ming Yu, Ping Zhu, and Yingqi Ma. Experimental study and numerical prediction of tensile strength properties and failure modes of hollow spheres filled syntactic foams. *Computational Materials Science*, 63 :232–243, October 2012.
- [37] Alexander K. Landauer, Xiuqi Li, Christian Franck, and David L. Henann. Experimental characterization and hyperelastic constitutive modeling of open-cell elastomeric foams. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 133 :103701, December 2019.
- [38] Yongle Sun and Q.M. Li. Dynamic compressive behaviour of cellular materials : A review of phenomenon, mechanism and modelling. *International Journal of Impact Engineering*, 112 :74–115, February 2018.
- [39] Dilip Muchhala, B.N. Yadav, Ashutosh Pandey, Venkat Chilla, M Md. Shafeeq, Gau-rav Gupta, Sriram Sathaiyah, and D.P. Mondal. Influences of relative density and strain rate on the mechanical properties of Al-cenosphere-SWNTs hybrid foams. *International Journal of Mechanical Sciences*, 198 :106388, May 2021.
- [40] Dipen Kumar Rajak and Emanoil Linul. Crushing response of Composite Metallic Foams : Density and High Strain Rate effects. *Journal of Alloys and Compounds*, 871 :159614, August 2021.

- 
- [41] Sara AlMahri, Rafael Santiago, Dong-Wook Lee, Henrique Ramos, Haleimah Alabdouli, Mohamed Alteneiji, Zhongwei Guan, Wesley Cantwell, and Marcilio Alves. Evaluation of the dynamic response of triply periodic minimal surfaces subjected to high strain-rate compression. *Additive Manufacturing*, 46 :102220, October 2021.
- [42] Jiagui Liu, Dominique Saletti, Stéphane Pattofatto, and Han Zhao. Impact testing of polymeric foam using Hopkinson bars and digital image analysis. *Polymer Testing*, 36 :101–109, June 2014.
- [43] Z.P. Sun, Y.B. Guo, and V.P.W. Shim. Deformation and energy absorption characteristics of additively-manufactured polymeric lattice structures — Effects of cell topology and material anisotropy. *Thin-Walled Structures*, 169 :108420, December 2021.
- [44] Peng Wang, Fan Yang, Dongheng Ru, Bailin Zheng, and Hualin Fan. Additive-manufactured hierarchical multi-circular lattice structures for energy absorption application. *Materials & Design*, 210 :110116, November 2021.
- [45] Huan Jiang, Aaron Coomes, Zhennan Zhang, Hannah Ziegler, and Yanyu Chen. Tailoring 3D printed graded architected polymer foams for enhanced energy absorption. *Composites Part B : Engineering*, 224 :109183, November 2021.
- [46] C. Periasamy, R. Jhaver, and H.V. Tippur. Quasi-static and dynamic compression response of a lightweight interpenetrating phase composite foam. *Materials Science and Engineering : A*, 527(12) :2845–2856, May 2010.
- [47] Norme NF EN 17333 - 4 2020 : Caractérisation des mousses, caractéristiques mécaniques, March 2020.
- [48] Norme ISO 844 : Matériaux cellulaires plastiques rigides, propriétés compression, April 2021.
- [49] Weinong Chen and Bo Song. *Split Hopkinson (Kolsky) Bar : design, testing and applications*, volume 1 of *Mechanical Engineering Series*. Springer, 1e edition, 2011.
- [50] Christophe Bacon and Arnaud Brun. Methodology for a Hopkinson test with a non-uniform viscoelastic bar. *International Journal of Impact Engineering*, 24(3) :219–230, March 2000.
- [51] Ph. Viot, K. Shankar, and D. Bernard. Effect of strain rate and density on dynamic behaviour of syntactic foam. *Composite Structures*, 86(4) :314–327, December 2008.
- [52] C Froustey and J Lataillade. Influence of large pre-straining of aluminium alloys on their residual fatigue resistance. *International Journal of Fatigue*, 30(5) :908–916, May 2008.
- [53] Ruihuan Ge, Lige Wang, and Zongyan Zhou. DEM analysis of compression breakage of 3D printed agglomerates with different structures. *Powder Technology*, 356 :1045–1058, November 2019.
- [54] Quanquan Guo, Yongbao Gou, Jun Chen, Yang Zhang, and Yao Zhou. Dynamic response of foam concrete under low-velocity impact : experiments and numerical simulation. *International Journal of Impact Engineering*, 146 :103693, December 2020.

- [55] Fani Derveni, Andrew J. Gross, Kara D. Peterman, and Simos Gerasimidis. Postbuckling behavior and imperfection sensitivity of elastic–plastic periodic plate-lattice materials. *Extreme Mechanics Letters*, 50 :101510, January 2022.
- [56] DNVGL-CG-0128 Buckling. page 124, 2015.
- [57] Honghu Guo, Aikihiro Takezawa, Masanori Honda, Chikara Kawamura, and Mitsuru Kitamura. Finite element simulation of the compressive response of additively manufactured lattice structures with large diameters. *Computational Materials Science*, 175 :109610, April 2020.
- [58] Yongzhen Wang, Xianben Ren, Zihao Chen, Yongbo Jiang, Xiaofei Cao, Shizheng Fang, Tian Zhao, Ying Li, and Daining Fang. Numerical and experimental studies on compressive behavior of Gyroid lattice cylindrical shells. *Materials & Design*, 186 :108340, January 2020.
- [59] R. Hill. A self-consistent mechanics of composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13(4) :213–222, August 1965.
- [60] Robert M. Jones. *Mechanics of composite materials*. Taylor and Francis Inc., second edition edition, 1999.
- [61] Semyon Efremov, Jonàs Martínez, and Sylvain Lefebvre. 3D Periodic Cellular Materials with Tailored Symmetry and Implicit Grading. *Computer-Aided Design*, 140 :103086, November 2021.
- [62] Anita Catapano and Marco Montemurro. A multi-scale approach for the optimum design of sandwich plates with honeycomb core. Part I : homogenisation of core properties. *Composite Structures*, 118 :664–676, December 2014.
- [63] Anita Catapano and Marco Montemurro. A multi-scale approach for the optimum design of sandwich plates with honeycomb core. Part II : the optimisation strategy. *Composite Structures*, 118 :677–690, December 2014.
- [64] M. Montemurro, G. Bertolino, and T. Roiné. A general multi-scale topology optimisation method for lightweight lattice structures obtained through additive manufacturing technology. *Composite Structures*, 258 :113360, February 2021.
- [65] Marco Montemurro, Anita Catapano, and Dominique Doroszewski. A multi-scale approach for the simultaneous shape and material optimisation of sandwich panels with cellular core. *Composites Part B : Engineering*, 91 :458–472, April 2016.
- [66] Marco Montemurro, Khalil Refai, and Anita Catapano. Thermal design of graded architected cellular materials through a CAD-compatible topology optimisation method. *Composite Structures*, 280 :114862, January 2022.
- [67] Timothée Gentieu, Anita Catapano, Julien Jumel, and James Broughton. A mean-field homogenisation scheme with CZM-based interfaces describing progressive inclusions debonding. *Composite Structures*, 229 :111398, December 2019.
- [68] M.I. El Ghezal, L. Wu, L. Noels, and I. Doghri. A finite strain incremental-secant homogenization model for elasto-plastic composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 347 :754–781, April 2019.
- [69] L. Wu, L. Noels, L. Adam, and I. Doghri. A combined incremental-secant mean-field homogenization scheme with per-phase residual strains for elasto-plastic composites. *International Journal of Plasticity*, 51 :80–102, December 2013.



- 
- [70] L. Brassart, L. Stainier, I. Doghri, and L. Delannay. Homogenization of elasto-(visco) plastic composites based on an incremental variational principle. *International Journal of Plasticity*, 36 :86–112, September 2012.
- [71] L. Wu, L. Noels, L. Adam, and I. Doghri. A multiscale mean-field homogenization method for fiber-reinforced composites with gradient-enhanced damage models. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 233-236 :164–179, August 2012.
- [72] Trung Hieu Hoang. *Approches d’homogénéisation numériques incrémentales pour le calcul des structures hétérogènes élasto-plastiques et élasto-visco-plastiques*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2015.
- [73] H.D. Hibbitt, P.V. Marcal, and J.R. Rice. A finite element formulation for problems of large strain and large displacement. *International Journal of Solids and Structures*, 6(8) :1069–1086, August 1970.
- [74] Frédéric Feyel. Multiscale FE2 elastoviscoplastic analysis of composite structures. *Computational Materials Science*, 16(1-4) :344–354, December 1999.
- [75] Felix Fritzen and Oliver Kunc. Two-stage data-driven homogenization for nonlinear solids using a reduced order model. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 69 :201–220, May 2018.
- [76] Yi Cheng, Kaifu Zhang, Biao Liang, Hui Cheng, and Ping Liu. Incremental sequential homogenization on effective elastoplastic properties of composites with functionally graded interphase. *Mechanics of Materials*, page 104211, January 2022.
- [77] Jérôme Bikard. *Fabrication des mousses en polyuréthane*, 2009.
- [78] Hairi Zhang, Hao Zhou, Zuoxin Zhou, Huizhong Zeng, Xiaoyu Zhang, Jianzhong Yang, Hongshuai Lei, and Fusheng Han. Energy absorption diagram characteristic of metallic self-supporting 3D lattices fabricated by additive manufacturing and design method of energy absorption structure. *International Journal of Solids and Structures*, 226-227 :111082, September 2021.
- [79] Chang Qi, Lian-Zheng Pei, Alex Remennikov, Shu Yang, Jun Liu, Jun-Shan Wang, and Xiang-Wei Liao. Parametric study and optimization of the protect system containing a re-entrant hexagon cored sandwich panel under blast impact. *Composite Structures*, 252 :112711, November 2020.
- [80] Zhonggang Wang, Xinxin Wang, Kai Liu, Jian Zhang, and Zhaijun Lu. Crashworthiness index of honeycomb sandwich structures under low-speed oblique impact. *International Journal of Mechanical Sciences*, 208 :106683, October 2021.
- [81] Jiaqi Qi, Cheng Li, Ying Tie, Yanping Zheng, and Yuechen Duan. Energy absorption characteristics of origami-inspired honeycomb sandwich structures under low-velocity impact loading. *Materials & Design*, 207 :109837, September 2021.
- [82] Simon R.G. Bates, Ian R. Farrow, and Richard S. Trask. 3D printed polyurethane honeycombs for repeated tailored energy absorption. *Materials & Design*, 112 :172–183, December 2016.
- [83] Giulio Costa, Marco Montemurro, and Jérôme Pailhès. A 2D topology optimisation algorithm in NURBS framework with geometric constraints. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 14(4) :669–696, December 2018.
-

- [84] Jorge Nocedal and Stephen J. Wright. *Numerical Optimization*. Springer, 2006.
- [85] Krister Svanberg. MMA and GCMMA – two methods for nonlinear optimization. page 15.
- [86] S. Jafari and T. Nikolaidis. Meta-heuristic global optimization algorithms for aircraft engines modelling and controller design ; a review, research challenges, and exploring the future. *Progress in Aerospace Sciences*, 104 :40–53, 2019.
- [87] A.R. Namvar and A.R. Vosoughi. Design optimization of moderately thick hexagonal honeycomb sandwich plate with modified multi-objective particle swarm optimization by genetic algorithm (MOPSOGA). *Composite Structures*, 252 :112626, November 2020.
- [88] Osama Abdeljaber, Onur Avcı, and Daniel J. Inman. Optimization of chiral lattice based metastructures for broadband vibration suppression using genetic algorithms. *Journal of Sound and Vibration*, 369 :50–62, May 2016.
- [89] R. Picelli, W.M. Vicente, and R. Pavanello. Evolutionary topology optimization for structural compliance minimization considering design-dependent FSI loads. *Finite Elements in Analysis and Design*, 135 :44–55, November 2017.
- [90] Kun Wu, Haiyan Hu, Lifeng Wang, and Yuqiang Gao. Parametric optimization of an aperiodic metastructure based on genetic algorithm. *International Journal of Mechanical Sciences*, 214 :106878, January 2022.
- [91] Liang Xu and Zhenghua Qian. Topology optimization and de-homogenization of graded lattice structures based on asymptotic homogenization. *Composite Structures*, 277 :114633, December 2021.
- [92] Ugur Simsek, Mirhan Ozdemir, and Polat Sendur. An efficient design methodology for graded surface-based lattice structures using free-size optimization and enhanced mapping method. *Materials & Design*, 210 :110039, November 2021.
- [93] Giulia Bertolino and Marco Montemurro. Two-scale topology optimisation of cellular materials under mixed boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*, page 106961, November 2021.
- [94] Yuze Nian, Shui Wan, Peng Zhou, Xiao Wang, Robert Santiago, and Mo Li. Energy absorption characteristics of functionally graded polymer-based lattice structures filled aluminum tubes under transverse impact loading. *Materials & Design*, 209 :110011, November 2021.
- [95] Jiao Jia, Daicong Da, Jianxing Hu, and Sha Yin. Crashworthiness design of periodic cellular structures using topology optimization. *Composite Structures*, 271 :114164, September 2021.
- [96] Hyun-Ah Lee and Gyung-Jin Park. Nonlinear dynamic response topology optimization using the equivalent static loads method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 283 :956–970, January 2015.
- [97] Neal M. Patel, Byung-Soo Kang, John E. Renaud, and Andrés Tovar. Crashworthiness Design Using Topology Optimization. *Journal of Mechanical Design*, 131(6) :061013, June 2009.

- 
- [98] Chengxing Yang and Q.M. Li. Advanced lattice material with high energy absorption based on topology optimisation. *Mechanics of Materials*, 148 :103536, September 2020.
- [99] Angela Vincenti, Mohammad Reza Ahmadian, and Paolo Vannucci. BIANCA : a genetic algorithm to solve hard combinatorial optimisation problems in engineering. *Journal of Global Optimization*, 48(3) :399–421, November 2010.
- [100] Mainak Mallick, Aniket Chakrabarty, and Niloy Khutia. Genetic algorithm based design optimization of crashworthy honeycomb sandwiched panels of AA7075-T651 aluminium alloy for aerospace applications. *Materials Today : Proceedings*, page S2214785321068966, November 2021.
- [101] Marie-Christine Trouy and Pascal Triboulot. *Matériau bois : Structures et caractéristiques*, 2019.
- [102] Jana Herzberger, Justin M. Surrine, Christopher B. Williams, and Timothy E. Long. Polymer Design for 3D Printing Elastomers : Recent Advances in Structure, Properties, and Printing. *Progress in Polymer Science*, 97 :101144, October 2019.
- [103] J.P.M. Pragana, R.F.V. Sampaio, I.M.F. Bragança, C.M.A. Silva, and P.A.F. Martins. Hybrid metal additive manufacturing : A state-of-the-art review. *Advances in Industrial and Manufacturing Engineering*, 2 :100032, May 2021.
- [104] H. Niknam and A.H. Akbarzadeh. Graded lattice structures : Simultaneous enhancement in stiffness and energy absorption. *Materials & Design*, page 109129, September 2020.
- [105] Chen Ling, Alessandro Cernicchi, Michael D. Gilchrist, and Philip Cardiff. Mechanical behaviour of additively-manufactured polymeric octet-truss lattice structures under quasi-static and dynamic compressive loading. *Materials & Design*, 162 :106–118, January 2019.
- [106] Eric C. Clough, Thomas A. Plaisted, Zak C. Eckel, Kenneth Cante, Jacob M. Hundley, and Tobias A. Schaedler. Elastomeric Microlattice Impact Attenuators. *Matter*, 1(6) :1519–1531, December 2019.
- [107] Guangyong Sun, Xintao Huo, Hongxu Wang, Paul J. Hazell, and Qing Li. On the structural parameters of honeycomb-core sandwich panels against low-velocity impact. *Composites Part B : Engineering*, 216 :108881, July 2021.
- [108] Christoph Schmutzler, Alexander Zimmermann, and Michael F. Zaeh. Compensating Warpage of 3D Printed Parts Using Free-form Deformation. *Procedia CIRP*, 41 :1017–1022, 2016.
- [109] *Caractéristiques techniques : INSTRON Série 6800*, 2020.
- [110] *Norme ISO 37 : Caoutchouc vulcanisé ou thermoplastique — Détermination des caractéristiques de contrainte-déformation en traction*, 2018.
- [111] *Norme ISO 7743 : Caoutchouc vulcanisé ou thermoplastique — Détermination des propriétés de contrainte/déformation en compression*, 2018.
- [112] *Génie mécanique des caoutchoucs et des élastomères thermoplastiques. volume 1*, page 396, 1997.
-

- [113] Fiche technique : RPU70, 2020.
- [114] Fiche technique : EPU40, 2020.
- [115] Deepak Sharma and Somashekhar S. Hiremath. Bio-inspired repeatable lattice structures for energy absorption : Experimental and finite element study. *Composite Structures*, 283 :115102, March 2022.
- [116] Matthew Neville, Till Stensitzki, and Renee Otten. Non-Linear Least-Squares Minimization and Curve-Fitting for Python. page 281.
- [117] J.H. Holland. *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann Arbor : University of Michigan Press. 1975.
- [118] Marco Montemurro. *Optimal design of advanced engineering modular systems through a new genetic approach*. PhD thesis, 2012.
- [119] Marco Montemurro, Angela Vincenti, and Paolo Vannucci. The Automatic Dynamic Penalisation method (ADP) for handling constraints with genetic algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 256 :70–87, April 2013.
- [120] Zhiqiang Liu, He Gong, Jiazi Gao, and Lu Liu. Topological design, mechanical responses and mass transport characteristics of high strength-high permeability TPMS-based scaffolds. *International Journal of Mechanical Sciences*, 217 :107023, March 2022.
- [121] Peng Wang, Fan Yang, Dongheng Ru, Bailin Zheng, and Hualin Fan. Additive-manufactured hierarchical multi-circular lattice structures for energy absorption application. *Materials & Design*, 210 :110116, November 2021.
- [122] Z.P. Sun, Y.B. Guo, and V.P.W. Shim. Static and dynamic crushing of polymeric lattices fabricated by fused deposition modelling and selective laser sintering – an experimental investigation. *International Journal of Impact Engineering*, 160 :104059, February 2022.
- [123] Z.P. Sun, Y.B. Guo, and V.P.W. Shim. Deformation and energy absorption characteristics of additively-manufactured polymeric lattice structures — Effects of cell topology and material anisotropy. *Thin-Walled Structures*, 169 :108420, December 2021.
- [124] Yijie Bian, Fan Yang, Puhao Li, Peng Wang, Weiwei Li, and Hualin Fan. Energy absorption properties of macro triclinic lattice structures with twin boundaries inspired by microstructure of feldspar twinning crystals. *Composite Structures*, 271 :114103, September 2021.
- [125] Miguel Marco, Ricardo Belda, María Henar Miguélez, and Eugenio Giner. Numerical analysis of mechanical behaviour of lattice and porous structures. *Composite Structures*, 261 :113292, April 2021.
- [126] S Lejeunes and S Bourgeois. Une Toolbox Abaqus pour le calcul de propriétés effectives de milieux hétérogènes. *CSMA 10e Colloque Nationale en Calcul des Structures*.
- [127] I. Temizer and P. Wriggers. On the computation of the macroscopic tangent for multiscale volumetric homogenization problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(3-4) :495–510, December 2008.

- 
- [128] Hojun Lim, Corbett C. Battaile, Joseph E. Bishop, and James W. Foulk. Investigating mesh sensitivity and polycrystalline RVEs in crystal plasticity finite element simulations. *International Journal of Plasticity*, 121 :101–115, October 2019.
- [129] Patrick M. Schubel, Jyi-Jiin Luo, and Isaac M. Daniel. Low velocity impact behavior of composite sandwich panels. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 36(10) :1389–1396, October 2005.
- [130] Umut Caliskan and M. Kemal Apalak. Low velocity bending impact behavior of foam core sandwich beams : Experimental. *Composites Part B : Engineering*, 112 :158–175, March 2017.
- [131] Karthik Ram Ramakrishnan, Sandra Guérard, Laurent Maheo, Krishna Shankar, and Philippe Viot. A new method for the study of parabolic impact of foam-core sandwich panels. *Composites Part B : Engineering*, 167 :717–727, June 2019.
- [132] J.A. Harris, R.E. Winter, and G.J. McShane. Impact response of additively manufactured metallic hybrid lattice materials. *International Journal of Impact Engineering*, 104 :177–191, June 2017.
- [133] Sergei Khakalo and Anssi Laukkanen. Strain gradient elasto-plasticity model : 3D isogeometric implementation and applications to cellular structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 388 :114225, January 2022.
- [134] Nejc Novak, Oraib Al-Ketan, Lovre Krstulović-Opara, Reza Rowshan, Rashid K. Abu Al-Rub, Matej Vesenjak, and Zoran Ren. Quasi-static and dynamic compressive behaviour of sheet TPMS cellular structures. *Composite Structures*, 266 :113801, June 2021.
- [135] Junjian Fu, Pengfei Sun, Yixian Du, Hao Li, Xiangman Zhou, and Qihua Tian. Isotropic design and mechanical characterization of TPMS-based hollow cellular structures. *Composite Structures*, 279 :114818, January 2022.
- [136] Chong Li, Hui-Shen Shen, and Jian Yang. Multi-scale modeling and numerical analysis of sandwich beams with FG auxetic 3D lattice cores and GRC face sheets subjected to drop-weight impacts. *Engineering Structures*, 265 :114486, August 2022.
- [137] Xuan Zhao, Lulu Wei, Dawei Wen, Guohua Zhu, Qiang Yu, and Z.D. Ma. Bending response and energy absorption of sandwich beams with novel auxetic honeycomb core. *Engineering Structures*, 247 :113204, November 2021.
- [138] Guglielmo Cimolai. Multi-objective shape optimization of large strain 3D helical structures for mechanical metamaterials. page 19, 2022.
- [139] Hélio Luiz Simonetti, Francisco de Assis das Neves, and Valério S. Almeida. Multiobjective topology optimization with stress and strain energy criteria using the SESO method and a Multicriteria Tournament Decision. *Structures*, 30 :188–197, April 2021.
- [140] Marco Picchi Scardaoni, Marco Montemurro, and Enrico Panettieri. PrandtlPlane wing-box least-weight design : A multi-scale optimisation approach. *Aerospace Science and Technology*, 106 :106156, November 2020.
- [141] Anita Catapano and Marco Montemurro. Strength Optimisation of Variable Angle-Tow Composites Through a Laminate-Level Failure Criterion. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 187(3) :683–706, December 2020.
-

- [142] Michele Iacopo Izzi, Marco Montemurro, Anita Catapano, and Jérôme Pailhès. A multi-scale two-level optimisation strategy integrating a global/local modelling approach for composite structures. *Composite Structures*, 237 :111908, April 2020.
- [143] Michele I Izzi, Marco Montemurro, Anita Catapano, Daniele Fanteria, and Jérôme Pailhès. Multi-scale optimisation of thin-walled structures by considering a global/local modelling approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of Aerospace Engineering*, 235(2) :171–188, February 2021.
- [144] Enrico Panettieri, Marco Montemurro, Daniele Fanteria, and Francesco Coccia. Multi-scale Least-Weight Design of a Wing-Box Through a Global/Local Modelling Approach. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 187(3) :776–799, December 2020.
- [145] Marco Montemurro, Alfonso Pagani, Giacinto Alberto Fiordilino, Jérôme Pailhès, and Erasmo Carrera. A general multi-scale two-level optimisation strategy for designing composite stiffened panels. *Composite Structures*, 201 :968–979, October 2018.
- [146] Marco Montemurro and Anita Catapano. On the effective integration of manufacturability constraints within the multi-scale methodology for designing variable angle-tow laminates. *Composite Structures*, 161 :145–159, February 2017.
- [147] Giulia Bertolino, Marco Montemurro, and Giorgio De Pasquale. Multi-scale shape optimisation of lattice structures : an evolutionary-based approach. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, 13(4) :1565–1578, December 2019.
- [148] Lei Zhu, Liao Sun, Xiaoyang Wang, and Nan Li. Optimisation of three-dimensional hierarchical structures with tailored lattice metamaterial anisotropy. *Materials & Design*, 210 :110083, November 2021.
- [149] R Bradshaw. Fiber waviness in nanotube-reinforced polymer composites—II : modeling via numerical approximation of the dilute strain concentration tensor. *Composites Science and Technology*, 63(11) :1705–1722, August 2003.
- [150] Duy-Khanh Trinh. *Méthodes d’homogénéisation d’ordre supérieur pour les matériaux architecturés*. PhD thesis.
- [151] Z J Zhang, A Butscher, S Watts, and D A Tortorelli. Anisotropic yield models for lattice unit cell structures exploiting orthotropic symmetry. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, page 40, 2022.
- [152] Marco Delucia, Anita Catapano, Marco Montemurro, and Jérôme Pailhès. A stochastic approach for predicting the temperature-dependent elastic properties of cork-based composites. *Mechanics of Materials*, 145 :103399, June 2020.
- [153] Wenlong Tian, Lehua Qi, Xujiang Chao, Junhao Liang, and M.W. Fu. A new interpolative homogenization model for evaluation of the effective elasto-plastic responses of two-phase composites. *Composite Structures*, 210 :810–821, February 2019.
- [154] E. Tikarrouchine, G. Chatzigeorgiou, F. Praud, B. Piotrowski, Y. Chemisky, and F. Meraghni. Three-dimensional FE2 method for the simulation of non-linear, rate-dependent response of composite structures. *Composite Structures*, 193 :165–179, June 2018.

- 
- [155] G. Lielens, P. Pirotte, A. Courniot, F. Dupret, and R. Keunings. Prediction of thermo-mechanical properties for compression moulded composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 29(1-2) :63–70, January 1998.
- [156] Norme NF EN 17333-4 : Caractérisation des mousses mono-composants - Partie 4 : Résistance mécanique, 2020.
- [157] Kapil Bharadwaj Bhagavathula, Christopher S Meredith, Simon Ouellet, Dan L Romanyk, and James David Hogan. Density, strain rate and strain effects on mechanical property evolution in polymeric foams. *International Journal of Impact Engineering*, 161 :104100, March 2022.
- [158] Adrien Donnard. *Etude du comportement mécanique multiaxial de matériaux cellulaires*. PhD thesis.
- [159] Sofiane Guessasma and Hedi Nouri. Comprehensive study of biopolymer foam compression up to densification using X-ray micro-tomography and finite element computation. *European Polymer Journal*, 84 :715–733, November 2016.
- [160] Shunfeng Li and Q.M. Li. Response of functionally graded polymeric foam under axial compression. *International Journal of Mechanical Sciences*, 210 :106750, November 2021.
- [161] Z.P. Sun, Y.B. Guo, and V.P.W. Shim. Characterisation and modeling of additively-manufactured polymeric hybrid lattice structures for energy absorption. *International Journal of Mechanical Sciences*, 191 :106101, February 2021.
- [162] Aliaa M. Abou-Ali, Oraib Al-Ketan, Reza Rowshan, and Rashid Abu Al-Rub. Mechanical Response of 3D Printed Bending-Dominated Ligament-Based Triply Periodic Cellular Polymeric Solids. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 28(4) :2316–2326, April 2019.
- [163] Louise Le Barbenchon. *Description multi-échelles du comportement mécanique d'un matériau cellulaire composite sous sollicitations sévères. Application aux agglomérés de liège pour l'aéronautique*. PhD thesis.
- [164] John S. Weeks and Guruswami Ravichandran. High strain-rate compression behavior of polymeric rod and plate Kelvin lattice structures. *Mechanics of Materials*, 166 :104216, March 2022.
- [165] L. Gong, S. Kyriakides, and W.-Y. Jang. Compressive response of open-cell foams. Part I : Morphology and elastic properties. *International Journal of Solids and Structures*, 42(5-6) :1355–1379, March 2005.
- [166] M. Keshavarzan, M. Kadkhodaei, and F. Forooghi. An investigation into compressive responses of shape memory polymeric cellular lattice structures fabricated by vat polymerization additive manufacturing. *Polymer Testing*, 91 :106832, November 2020.
- [167] Pavana Prabhakar, Haotian Feng, Sabarinathan P. Subramaniyan, and Mrityunjay Doddamani. Densification mechanics of polymeric syntactic foams. *Composites Part B : Engineering*, 232 :109597, March 2022.
- [168] Jean-Louis Fanchon. *Guide des Sciences et Technologies Industrielles*. Nathan, afnor edition, 2016.
-

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [169] Theodoros Pitrakkos, Walid Tizani, Manuela Cabrera, and Nazar Faqe Salh. Blind bolts with headed anchors under combined tension and shear. *Journal of Constructional Steel Research*, 179 :106546, April 2021.
- [170] Praveen Raj, G. Ramya Devi, V.K. Manoj Kumar, and O.P. Sukesh. Tensile and shear strength evaluation in joining dissimilar plates of mild steel with aluminum alloy through explosive cladding approach. *Materials Today : Proceedings*, page S2214785321048847, July 2021.
- [171] Philippe Chomel. Sélection des matériaux métalliques - Démarches de choix. *Conception et Production*, August 2015.









Alexandre RIOT

# A dynamic behaviour study of architected materials made by additive manufacturing



## Résumé

Cette thèse porte sur le développement d'une méthodologie de conception de matériaux cellulaires périodiques, issus de la fabrication additive, pour l'amélioration de la réponse mécanique d'absorbeurs de chocs. La méthodologie de conception proposée est la suivante : (1) parmi les géométries conventionnelles, identifier les cellules à haute capacité d'absorption d'énergie, (2) sélectionner la plus performante et en optimiser la géométrie pour un cas de chargement critique, (3) homogénéiser le comportement mécanique non linéaire cellulaire et (4) intégrer ce comportement dans une macrostructure comme matériau homogène équivalent. Le premier point est résolu en étudiant 4 topologies d'architectures au travers d'une analyse de sensibilité extensive, en évaluant l'influence de la géométrie, de la vitesse de chargement, et de défauts géométriques, sur la capacité d'absorption d'énergie de ces cellules. Le second point est résolu en optimisant les paramètres géométriques cellulaires pour en maximiser la capacité d'absorption d'énergie, tout en respectant des contraintes géométriques et mécaniques, via l'emploi d'un algorithme génétiques (ERASMUS). Le troisième point est résolu en employant une méthode d'homogénéisation non-linéaire incrémentale appliquée sur les géométries cellulaires précédemment étudiées. Enfin, des campagnes expérimentales sont menées afin d'évaluer expérimentalement l'influence de la géométrie et de la vitesse de chargement sur la réponse mécanique d'éprouvettes constituées de matériaux cellulaires périodiques. Ces résultats mettent en avant de premiers outils numériques d'aide à la conception et la simulation de structures constituées de matériaux architecturés et soumises à des cas de chargement dynamiques.

Matériaux cellulaires périodiques • Fabrication additive • Dynamique implicite • Analyse de sensibilité • Optimisation paramétrique • Homogénéisation non-linéaire • Essai de compression dynamique

## Abstract

This thesis deals with the development of a design methodology of periodic cellular materials, made using additive manufacturing, for improving the mechanical response of shock absorbers. The key points of the design methodology are the following: (1) among the canonical geometries, identify the geometries with high energy absorption capacities, (2) choose the most effective cell and optimize its geometry for a critical loading condition, (3) homogenize the nonlinear mechanical behaviour of the cell and (4) integrate the determined behaviour into a macrostructure as an equivalent homogeneous material. The first step is solved studying 4 geometries through an extensive sensitivity analysis, evaluating the influence of geometry, strain rate effects and geometrical imperfections on the energy absorption capacity of the cell. The second step is solved optimizing, the geometrical parameters of the cell to maximize its energy absorption capacity, while respecting geometrical and mechanical constraints, using a genetic algorithm (ERASMUS). The third step is solved using a nonlinear incremental homogenization method applied to the previously studied periodic cellular materials. Finally, experimental campaigns have been carried out to assess the influence of geometry and strain rate on the mechanical response of samples made of periodic cellular materials. These results put forward possible numerically assisted design and simulation tools for structures made of architected materials and subject to dynamic loads.

Periodic Cellular materials • Additive manufacturing • Implicit dynamics • Sensitivity analysis • Parametric optimization • Non-linear homogenization • Experimental dynamic compression