Développement des essais hybrides pour l'évaluation de la résistance au feu des éléments de structure

Bunthan Iea

▶ **To cite this version:**

Bunthan Iea. Développement des essais hybrides pour l'évaluation de la résistance au feu des éléments de structure. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. École des Ponts ParisTech, 2023. Français. NNT : 2023ENPC0008 . tel-04124229

HAL Id: tel-04124229
https://pastel.hal.science/tel-04124229

Submitted on 9 Jun 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École des Ponts ParisTech

THÈSE DE DOCTORAT
de l'École des Ponts ParisTech

Développement des essais hybrides pour l'évaluation de la résistance au feu des éléments de structure

École doctorale N° 531, Sciences, Ingénierie et Environnement (SIE)

Spécialité du doctorat : Structures et Matériaux

Thèse préparée au sein du laboratoire Navier, UMR 8205,

Équipe Matériaux et Structures Architecturés (MSA)

Thèse soutenue le 14 février 2023, par
Bunthan IEA

Composition du jury :

Christian, LA BORDERIE Professeur, Université de Pau	*Président, Rapporteur*
Mohammed, HJIAJ Professeur, INSA de Rennes	*Rapporteur*
Céline, FLORENCE Docteure, ESTP Paris	*Examinatrice*
Duc Toan, PHAM Ingénieur de recherche, CSTB	*Co-directeur de thèse*
Jean-François, CARON Professeur, École des Ponts ParisTech	*Directeur de thèse*
Nicolas, PINOTEAU Ingénieur de recherche, CSTB	*Invité*

École doctorale SIE

THÈSE

présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTEUR

de l'École des Ponts ParisTech

Spécialité : Structures et Matériaux

par

Bunthan IEA

intitulée

Développement des essais hybrides pour l'évaluation de la résistance au feu des éléments de structure

soutenu le 14 février 2023, devant le jury composé de :

Pr. Christian LA BORDERIE	Université de Pau	Président, Rapporteur
Pr. Mohammed HJIAJ	INSA de Rennes	Rapporteur
Dr. Céline FLORENCE	ESTP Paris	Examinatrice
Dr. Duc Toan PHAM	CSTB	Co-directeur de thèse
Pr. Jean-François CARON	École des Ponts ParisTech	Directeur de thèse
Dr. Nicolas PINOTEAU	CSTB	Invité

REMERCIEMENT

Je souhaite tout d'abord exprimer mes remerciements aux Pr. Christian La Borderie, Pr. Mohammed Hjiaj et Dr. Céline Florence qui ont consacré leur temps et leur intérêt à mon travail et qui ont accepté de faire partie à mon jury de thèse.

J'adresse ensuite mes remerciements les plus respectueux à mon directeur de thèse, Pr. Jean-François Caron. Je le remercie particulièrement pour son encadrement scientifique de haut niveau, ainsi que pour la bienveillance dont il a fait preuve tout au long de ma thèse. J'exprime également ma sincère reconnaissance à mon co-directeur de thèse, Dr. Duc Toan Pham, pour avoir été présent à mes côtés tout au long de ces trois années. Je le remercie particulièrement pour ses compétences scientifiques, sa disponibilité et surtout ses qualités humaines. Il a toujours été à l'écoute, prodiguant des conseils et des encouragements, notamment dans les moments difficiles. Je tiens également à remercier mon co-encadrant de thèse, Dr. Nicolas Pinoteau, pour ses compétences scientifiques et techniques. Ses précieux conseils m'ont guidé tout au long de mes travaux pour surmonter les obstacles. Je remercie également Dr. Romain Mège pour nos échanges et l'intérêt qu'il a porté à mes travaux, et grâce à qui le projet de thèse a pu se concrétiser.

Je souhaite également exprimer ma gratitude envers les nombreuses personnes du CSTB qui m'ont aidé dans la réalisation des travaux expérimentaux : Philippe Rivillon, Pierre Pimienta, Stéphane Charuel, Pierre-Jean Degiovanni, Etienne Bruchet, Léo Lebail, Théo Tyan Lamboley, Miguel Cruz, Souhaib Remich, Pierre-Yves Mertz, Eric Degiovanni, Olivier Jousse, Florian Demoulin et tant d'autres que je ne peux pas tous citer ici. Sans leur aide, aucun des essais présentés dans mes travaux n'aurait été réalisable.

Je souhaite exprimer ma chaleureuse gratitude à toute l'équipe RISC (*ex EA2R*) du CSTB, grâce à qui j'ai gardé de très bons souvenirs tout au long de ces trois années : Alan, Amine, Axelle, Ayman, Benoît-Louis, Catherine, Dhionis, El Mehdi, Emilie, Érich, Gabriel, Karine, Laure, Manuel, Mara, Maria, Olivier, Paul, Pauline, Quentin, Renato, Seddik, Véronique, et bien d'autres. Je tiens à remercier tout particulièrement Philippe Leblond, que j'ai eu le privilège d'avoir comme l'encadrant durant mon stage au CSTB qui précède la thèse. Un grand merci également à Yahia Msaad, dont les expertises dans le logiciel SAFIR m'ont été d'une aide précieuse.

Je souhaite également exprimer ma gratitude à tous les doctorants de l'École des Ponts et du CSTB pour l'atmosphère de travail agréable qu'ils ont créée : Elodie, Sabine, Alma, Aya, Charlotte, Hussein, Nihal … et notamment Omar pour ses bons conseils et astuces ; Amal pour sa gentillesse et les rires partagés ensemble (même lors des moments stressants parfois) ; Bouaza pour sa bonne humeur, Nagham pour sa bienveillance et son extrême obligeance ; Miora et Fatima pour leurs grands sourires et les moments festifs (et leur gentillesse) …

Merci à Buntha Ea Kim, Philippe Grall et sa famille ainsi que tous les membres d’Association des Polytechniciens Khmers (AXK) notamment Chetra Mang et Kimhong Chao, pour leur soutien et les bons moments d'amitié.

Enfin, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à l'ensemble de ma famille au Cambodge, et tout particulièrement à mes chers parents et à mes deux frères pour leur encouragement constant et leur soutien moral indéfectible. Malgré la distance qui nous sépare, leur amour et leur soutien inconditionnel m'ont donné la force et la détermination nécessaires pour aller de l'avant. Je leur suis infiniment reconnaissant d'avoir été mes piliers et mes plus grands supporters tout au long de ce parcours.

RÉSUMÉ

Contrairement aux essais au feu courants qui évaluent le comportement en condition d'incendie des éléments de structure de manière isolée, les essais hybrides au feu permettent d'évaluer le comportement de ces éléments dans un environnement plus réaliste en prenant en compte les interactions entre les éléments testés et le reste de la structure. Le présent travail a pour but de développer une méthodologie fiable et opérationnelle des essais hybrides au feu et de fournir ensuite des outils qui soient accessibles aux ingénieurs.

Dans un premier temps, nous nous focalisons sur le développement des algorithmes permettant le transfert de données entre le système de pilotage des vérins hydrauliques et le logiciel de simulation aux éléments finis. L'enjeu essentiel d'un tel transfert consiste à assurer que les conditions aux limites à l'interface entre l'élément testé et le reste de la structure restent identiques et que les résultats issus des essais sont stables.

Par la suite, des essais « virtuels » sont réalisés avec différents algorithmes considérés. Ces essais sont complétés ensuite par des essais à petite échelle sur des ressorts, ce qui représente une étape intermédiaire afin d'améliorer notre plateforme expérimentale. Enfin, une campagne d'essais hybrides sur des poutres métalliques en condition d'incendie (avec différentes combinaisons de sollicitations mécaniques et différents pas de temps) est réalisée, permettant d'évaluer la performance et la fiabilité des outils proposés.

Mots clés : essais hybrides, feu, algorithme, plateforme, campagne expérimentale

ABSTRACT

Unlike common fire tests where the fire behaviour of structural elements is evaluated isolatedly, hybrid fire tests assess the fire behaviour of these elements in a more realistic environment by taking into account interaction between the tested element with the rest of the structure. The purpose of the present work is to develop a reliable and operational methodology for hybrid fire testing in order to provide an accessible tool for engineers.

First of all, we focus on the development of algorithms for the transfer of data between the hydraulic jack control system and the finites elements simulation software. It is essential to provide proofs ensuring that the boundary conditions at the interface between the tested element and the rest of the structure remain identical and that the results of the tests are stable.

Next, the performance of the algorithms considered earlier is compared by conducting « virtual » tests. These tests are then followed by « small-scale tests » performed using linear springs. The small-scale tests represent the stepping-stone which allows the newly developed experimental platform to be perfected. Finally, an experimental campaign of hybrid fire tests with steel beams exposed to fire is carried out (with different hydraulic jack's setups and different time steps) in order to assess the performance and reliability of the platform.

Keywords: hybrid tests, fire, algorithm, platform, experimental campaign

Table des matières

Chapitre 1 Essais hybrides au feu : problématiques et état de l'art 1

1.1 Introduction 1
1.2 Problématiques des essais hybrides au feu 3
1.3 Aperçu des essais hybrides dans le domaine parasismique 5
1.3.1 Essais quasi-statiques 5
1.3.2 Essais sur tables vibrantes : 5
1.3.3 Essais pseudo-dynamiques 5
1.3.4 Essais pseudo-dynamiques avec la sous-structuration 7
1.3.5 Essais hybrides en temps réel 8
1.4 Essais hybrides dans le domaine de la sécurité incendie 10
1.4.1 Méthodes classiques 11
1.4.2 Méthodes classiques de nouvelle génération 16
1.4.3 Méthodes associées aux essais hybrides sismiques 20
1.4.4 Méthodes inspirées des théories du contrôle 24
1.5 Conclusion de l'état de l'art 27
1.6 Organisation du mémoire 28

Chapitre 2 Introduction de la notion « divergence limitée » pour les méthodes classiques 30

2.1 Introduction 30
2.2 Rappel de la méthode classique 30
2.2.1 Schémas de communication 30
2.2.2 Application de la méthode classique avec le vérin piloté en termes de déplacement à un modèle simplifié unidimensionnel 32
2.3 Problème d'instabilité des résultats 37
2.4 Notion de la « divergence limitée » 40
2.5 Études paramétriques avec les essais virtuels 42
2.5.1 Configurations d'essais 42
2.5.2 Instabilité des résultats 43
2.5.3 Influence du pas de temps 45
2.6 Conclusion 48

Chapitre 3 Élargissement du champ d'application des méthodes de PI-Control 49

3.1 Introduction 49
3.2 Rappel des méthodes de PI-Control avec le pilotage en déplacement des vérins (Mergny *et al.* 2020) 49
3.3 Analyse de la stabilité des méthodes de PI-Control 52
3.3.1 Méthodes de PI-Control avec l'erreur mesurée en termes de force 52
3.3.2 Méthodes de PI-Control avec l'erreur mesurée en déplacement 57

3.3.3 Études paramétriques avec des essais virtuels d'un système de ressorts 59
3.4 Méthodes de PI-Control avec le pilotage en force des vérins 64
3.4.1 Différences entre le pilotage en déplacement et celui en force 64
3.4.2 Méthodes de PI-Control avec l'erreur mesurée en termes de déplacement 67
3.4.3 Méthodes de PI-Control avec l'erreur mesurée en termes de force 71
3.4.4 Détermination de la valeur propre optimale 74
3.4.5 Application au cas des essais virtuels d'un portique 77
3.5 Conclusion 83

Chapitre 4 Discussions sur des méthodes de PI-Control et ses dérivés 85

4.1 Introduction 85
4.2 Liens entre les méthodes classiques et les méthodes de PI-Control 85
4.2.1 Vérins pilotés en termes de déplacement 85
4.2.2 Vérins pilotés en termes de force 88
4.3 Rappel de la méthode classique de 2ème génération 90
4.4 Lien entre les méthodes classiques de nouvelle génération et celles de PI-Control .. 95
4.4.1 Vérins pilotés en déplacement 95
4.4.2 Vérins pilotés en force 100
4.5 Conclusion 105

Chapitre 5 Dispositif d'essai unidirectionnel à petite échelle 108

5.1 Introduction 108
5.2 Présentation du dispositif expérimental à petite échelle 109
5.2.1 Introduction de la dilatation thermique « artificielle » 109
5.2.2 Configuration du dispositif d'essai 110
5.3 Plateforme de communication 112
5.4 Essais virtuels 113
5.4.1 Influence du profil de la température 114
5.4.2 Influence du pas de temps 116
5.4.3 Discussion 117
5.5 Essais avec le dispositif à petite échelle 118
5.5.1 Influence du profil de température 118
5.5.2 Influence du pas de temps 119
5.5.3 Discussion 120
5.6 Conclusion 122

Chapitre 6 Réalisation des essais hybrides au feu 123

6.1 Introduction 123
6.2 Programme d'essais 123
6.3 Structure étudiée 124
6.4 Dispositifs expérimentaux 125

6.4.1 Corps d'épreuve 125
6.4.2 Configurations d'essais 126
6.4.3 Installation des capteurs 128
6.4.4 Coordination du contrôle 129
6.5 Estimation des raideurs 131
6.5.1 Cas d'un degré de liberté 131
6.5.2 Cas de deux degrés de liberté 133
6.6 Résultats et discussions 135
6.6.1 1ère série d'essais hybrides à 1DDL avec la FCP 135
6.6.2 2ème série d'essais hybrides à 1DDL avec la DCP 138
6.6.3 3ème série d'essais hybrides à 2DDL avec la DCP 141
6.7 Conclusion 146

Chapitre 7 Conclusions et perspectives 147

7.1 Conclusions 147
7.2 Perspectives 149

Chapitre 1
Essais hybrides au feu : problématiques et état de l'art

1.1 Introduction

La règlementation en matière de construction exige la tenue au feu des éléments de structure de bâtiments en cas d'incendie afin d'assurer la sécurité des personnes et faciliter l'intervention des services de secours.

Sur le plan expérimental, l'évaluation de la résistance au feu des éléments de structure de bâtiments s'effectue essentiellement à partir de la réalisation des essais dits « *prescriptifs* » dans lesquels les conditions aux limites sont prescrites et les composants sont testés de manière isolée par rapport au reste de la structure. De ce point de vue, ces essais ne peuvent pas permettre d'évaluer le comportement au feu d'un élément de structure dans sa configuration plus réaliste où l'interaction entre l'élément testé avec le reste de la structure doit être prise en compte.

En effet, il existe une différence importante entre le cas où l'élément de structure testé au feu est isolé et celui où il est connecté au reste de la structure d'un bâtiment. Afin d'alléger l'exposé qui suit, il est proposé de considérer dans un premier temps un exemple simple d'une structure 2D de type portique qui est soumise à un chargement thermique de type incendie comme présenté à la figure 1.1. On suppose que, contrairement aux autres parties de la structure, le comportement au feu du poteau en bas à gauche de la figure figure 1.1 (marqué en rouge) est mal connu et doit être évalué par des essais. Dans ce cas, il est nécessaire de déterminer les conditions aux limites qui sont susceptibles de représenter l'interface entre le poteau testé et le reste de la structure.

Lors de la réalisation de l'essai, les conditions aux limites appliquées au poteau testé peuvent être en déplacements ou en forces. Dans le cas où les essais prescriptifs sont envisagés, l'introduction de ces conditions aux limites se limite en général aux déplacements ou forces prédéfinis avant l'essai. Cependant, ces conditions aux limites sont dans la majorité des cas peu réalistes. En effet, le poteau testé ici fait partie d'une structure hyperstatique. Ce poteau n'est pas isolé et s'interagit avec les autres composants de la structure. Comme montré la figure 1.1, le poteau, qui se déforme sous l'effet thermique, peut avoir des impacts non négligeables sur le reste de la structure. Et réciproquement, le reste de la structure, exposé entièrement ou partiellement au feu, peut se déformer et avoir aussi des impacts sur le poteau. De plus, la haute température conduit à une dégradation des propriétés mécaniques des matériaux. En conséquence, les conditions aux limites de l'élément testé, qui sont influencées par la présence des autres composants de la structure, ne peuvent pas être prescrites avant que les essais soient réalisés.

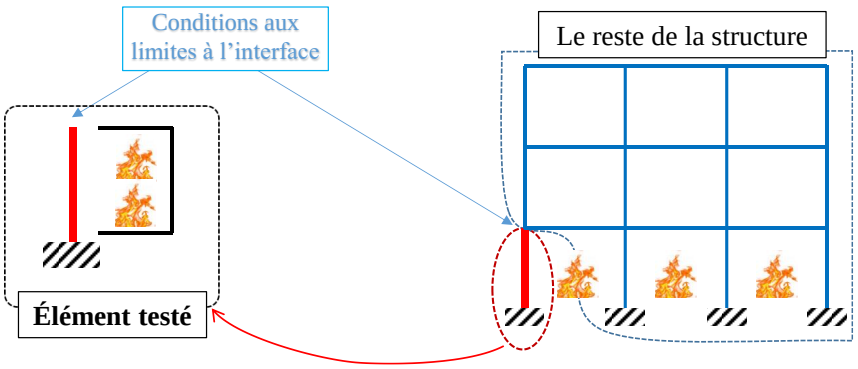


Figure 1.1. Exemple d'une structure simple 2D de type portique où l'élément testé peut s'interagir avec le reste de la structure

Les essais à l'échelle 1, comme par exemple ceux présentés dans le rapport de British Steel (1999), peuvent permettre en principe l'évaluation des éléments de structure dans un environnement plus réaliste que les essais prescriptifs. Cependant, la réalisation de ce type d'essais en grandeur réelle est rare car l'opération est complexe, délicate, voire impossible dans certains cas du fait de la taille usuelle des fours d'essai. De plus, compte tenu du coût souvent exorbitant, ces essais ne sont que rarement reproduits pour étudier la répétabilité des résultats.

Par ailleurs, la méthode d'essais hybride au feu (« *Hybride Fire Testing* » (HFT) en anglais) est une méthode d'essais qui repose sur la division d'une structure étudiée en deux sous-structures distingues (voir la figure 1.2 par exemple):

- la sous-structure physique (couramment appelée « *Physical Substructure* » (PS) en anglais) qui représente l'élément à tester thermo-mécaniquement avec les dispositifs expérimentaux ;

- et la sous-structure numérique (couramment appelée « *Numerical Substructure* » (NS) en anglais) qui représente le reste de la structure (sans élément testé) dont le comportement peut être évalué à l'aide d'un logiciel de simulation aux éléments finis.

L'interaction entre l'élément testé (PS) et le reste de la structure (NS) est prise en compte tout au long de l'essai, permettant de mettre à jour en temps réel (pendant l'essai) les conditions aux limites à l'interface entre les deux sous-structures PS et NS.

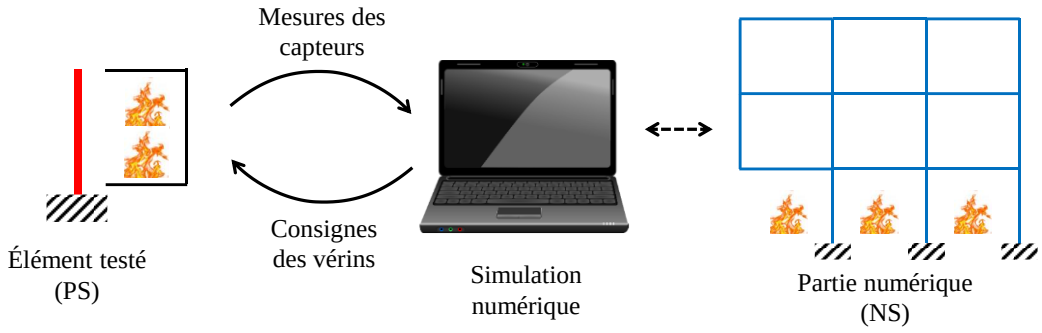


Figure 1.2. Exemple de division en deux parties expérimentale et numérique d'un essai hybride au feu

Dans un essai hybride au feu, les conditions aux limites de la PS sont mises à jour en continue par des vérins dont les consignes sont issues des échanges de données (effectués de manière itérative) entre les deux sous-structures. Les forces ou déplacements sont tout d'abord mesurées sur la PS. Ensuite, ces mesures sont transmises à une plateforme d'essai pour effectuer les simulations numériques de la NS. Une fois que le calcul numérique est terminé, les résultats obtenus permettent par la suite de déterminer les nouvelles consignes pour réappliquer à la PS à la prochaine itération.

En fonction de la procédure de pilotage des vérins, les essais hybrides peuvent être classés en deux catégories principales :

- les essais avec le déplacement contrôlé (« *Displacement Controlled Procedure* » (DCP) en anglais) où les conditions aux limites en translation ou en rotation de la PS sont assurées par des vérins ;

- et les essais avec la force contrôlée (« *Force Controlled Procedure* » (FCP) en anglais) où les conditions aux limites en effort ou en moment de la PS sont assurées par des vérins.

Il est à noter aussi que, dans la suite de ce mémoire, le nombre de degrés de liberté d'un essai hybride désignera le nombre de paramètres qui doivent être pilotés à l'interface entre les deux sous-structures de l'essai. Par exemple, pour un essai hybride à un degré de liberté avec la DCP, une translation (ou une rotation) est la consigne de pilotage des vérins (à appliquer à la PS), puis l'effort (ou le moment) résultant est mesuré sur la PS et envoyé aux calculs numériques de la NS.

1.2 Problématiques des essais hybrides au feu

L'enjeu de la méthode des essais hybrides consiste essentiellement à relier la partie expérimentale (PS) et la partie numérique (NS) pour pouvoir représenter le comportement global de la structure initiale (avant la division de la structure en deux sous-structures). Cela

signifie que l'équilibre des forces ainsi que la continuité des déplacements au niveau de l'interface entre les deux sous-structures doivent être satisfaits. À chaque itération, en raison de l'évolution du chargement thermique en fonction du temps, il est nécessaire de corriger les consignes de vérins pour assurer ces conditions d'équilibre. Cependant, il découle toujours un certain temps entre le moment où une perturbation de l'équilibre peut être constatée et le moment où la correction de consignes des vérins peut être effectuée. En effet, cet écart temporel est supérieur à la somme suivante :

$$\Delta t_{\mathrm{NS}} + \Delta t_{\mathrm{PS}\leftrightarrow\mathrm{NS}} + \Delta t_{\mathrm{Vérin}}$$

où les termes Δt_{NS} et $\Delta t_{\mathrm{PS}\leftrightarrow\mathrm{NS}}$ représentent respectivement le temps nécessaire pour les calculs numériques de la NS et le temps de transfert de données entre la PS et la NS. Le terme $\Delta t_{\mathrm{Vérin}}$ représente le temps nécessaire pour que les vérins puissent atteindre les positions ciblées une fois que les consignes sont envoyées au contrôleur de vérins. Parmi ces trois composants, le terme Δt_{NS} augmente en fonction de la complexité du modèle numérique de la NS à calculer. Le terme $\Delta t_{\mathrm{Vérin}}$, quant à lui, varie en fonction des vitesses de vérins et de l'algorithme de convergence que le contrôleur de vérins emploie.

A titre d'exemple, supposons qu'un déséquilibre à l'interface entre les deux sous-structures est constaté à l'instant t_1 (voir la figure 1.3). Ce déséquilibre est induit par la température $T(t_1)$. Avec le retard de la correction, les vérins ne peuvent atteindre les positions de consignes de correction qu'à l'instant t_2. Or entre t_1 et t_2, la température continue à s'évoluer, résultant en un changement d'efforts et de déplacements aux niveaux de l'interface entre les deux sous-structures $(u_{\mathrm{PS}}, F_{\mathrm{PS}}, u_{\mathrm{NS}}, F_{\mathrm{NS}})(t_2)$. D'où finalement, au moment où les vérins doivent corriger le déséquilibre, les forces et les déplacements à l'interface entre la PS et la NS ne sont plus identiques par rapport au moment où ils sont mesurés, i.e. un nouveau déséquilibre s'est déjà produit. Un tel retard de correction explique le fait que les résultats des essais hybrides comportent toujours des erreurs.

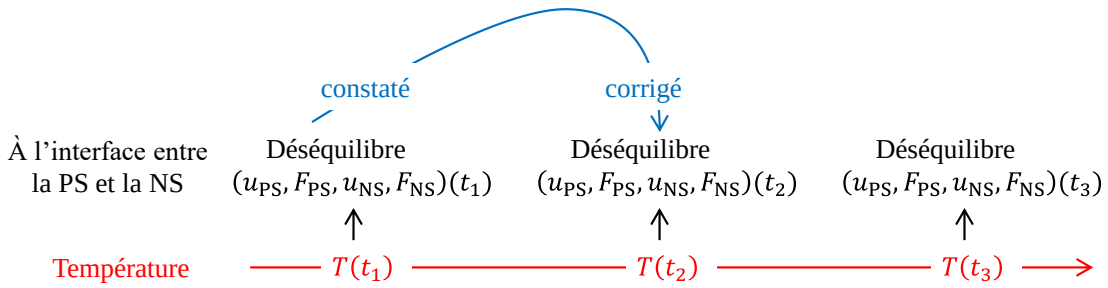


Figure 1.3. Illustration d'un exemple de schéma de corrections retardées des déséquilibres

Pour mieux comprendre les problématiques des essais hybrides au feu dans l'historique de leur développement, il est proposé dans les prochaines sections de présenter un état de l'art des principales études ayant contribué au développement de ce type d'essais. Nous commencerons

d'abord par les essais dans le domaine parasismique qui ont contribué de manière générale à la méthodologie des essais hybrides, puis nous nous focaliserons plus spécifiquement sur les essai hybrides au feu.

1.3 Aperçu des essais hybrides dans le domaine parasismique

Des progrès technologiques notamment dans le domaine de l'électronique et de la mécanique ont permis le développement de plusieurs méthodes expérimentales pour étudier la réponse dynamique des structures sous le chargement sismique. L'objectif de cette section est de présenter brièvement le développement de quelques méthodes d'essais sismiques qui ont inspiré ultérieurement le développement des essais hybrides dans le domaine de la sécurité d'incendie. L'ensemble des travaux recensés ici n'est pas exhaustive. Plus de détails sur le développement des essais hybrides sismiques peuvent être retrouvés notamment dans les travaux de Saouma et Sivaselvan (2008) et McCrum et Williams (2016).

1.3.1 Essais quasi-statiques

Les charges sont appliquées aux corps d'épreuve de manière monotone, alternée ou cyclique. L'essai quasi-statique est techniquement l'essai le plus simple à réaliser. Pour ce type d'essai, la consigne (en force ou en déplacement) est définie avant le début de l'essai.

1.3.2 Essais sur tables vibrantes :

Ces essais consistent à accélérer une plateforme (solidaire d'un corps d'épreuve) grâce aux systèmes de vérins. Cette méthode permet de réaliser les essais plus réalistes que ceux quasi-statiques. Cependant, les performances des vérins limitent dans certain cas les sollicitations sismiques qu'ils sont possibles d'appliquer.

1.3.3 Essais pseudo-dynamiques

Les essais pseudo-dynamiques (souvent appelés aussi « *hybrid simulation* » ou « *online test* » en anglais) occupent une position intermédiaire entre les essais statiques (techniquement simples mais peu représentatifs) et les essais sur tables vibrantes (réalistes mais techniquement compliqués). Ces essais pseudo-dynamiques permettent d'étudier expérimentalement la réponse dynamique d'une structure avec seulement un système de chargement quasi-statique. Ce type d'essais a été en première lieu étudié par Hakuno *et al.* (1969) en se servant un ordinateur analogique. Au milieu des années 70s, Takanashi *et al.* (1975) ont proposé d'améliorer le concept de l'essai de Hakuno *et al.* (1969) pour arriver à une forme qui ressemble à la forme actuelle avec l'ordinateur de calcul numérique.

Les structures étudiées peuvent être schématisées sous formes de systèmes composés de masses et de ressorts. A titre d'exemple, la figure 1.4 présente le principe de cette méthode pour un

essai à un degré de liberté. L'élément testé est un système composé d'une masse attachée à une tige. L'équation du mouvement de la masse peut s'écrire comme suit :

$$m\,\ddot{u}_i + c\,\dot{u}_i + r_i = f_i \tag{1.1}$$

où u_i désigne le déplacement de la masse m à l'itération i, c représente le coefficient d'amortissement du système, f_i est la fore extérieure appliquée au système tandis que r_i désigne la force de réaction. En cas d'un ressort linéaire avec une raideur k , on peut écrire :

$$r_i = k \cdot u_i \tag{1.2}$$

En pratique, nous nous intéressons aux essais pseudo-dynamiques lors que le système étudié a un comportement non linéaire lié aux divers phénomènes inconnus. Dans ce cas, le terme r_i est une force de réaction de l'élément testé mesurée expérimentalement.

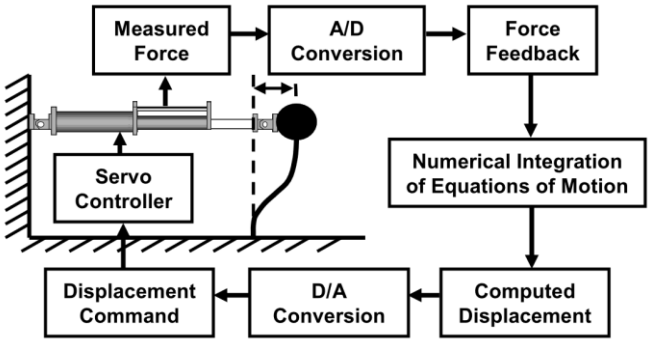


Figure 1.4. Exemple d'un schéma simplifié pour la mise en œuvre de la méthode pseudo-dynamique (Saouma et Sivaselvan, 2008)

Le principe des essais pseudo-dynamiques repose sur la séparation du terme r_i, issu de la mesure expérimentale, et les autres termes dynamiques qui sont pris en compte dans le calcul numérique. Un essai pseudo-dynamique peut suivre les étapes suivantes :

- Au début de l'itération i, le vérin applique le déplacement u_i à l'élémen testé.
- Une fois que le vérin atteint sa position cible, on mesure la force de réaction r_i qui sera injectée dans l'équation 1.1.
- Disposant maintenant de la mesure de r_i, l'équation 1.1 peut être résolue par les calculs numériques de différentes manières selon l'algorithme choisi, e.g. explicite, implicite, etc.
- Une fois que les calculs numériques sont terminés, on dispose d'une nouvelle consigne de déplacement u_{i+1} qui doit être envoyée au contrôleur de vérin pour effectuer l'itération prochaine.

1.3.4 Essais pseudo-dynamiques avec la sous-structuration

La figure 1.5 illustre le concept de la sous-structuration qui consiste à diviser la structure étudiée en différentes sous-structures : une sous-structure soumise aux essais expérimentaux car son comportement est non linéaire et/ou associé aux phénomènes complexes vis-à-vis du chargement sismique ; et le reste de la structure dont le comportement peut être évalué numériquement.

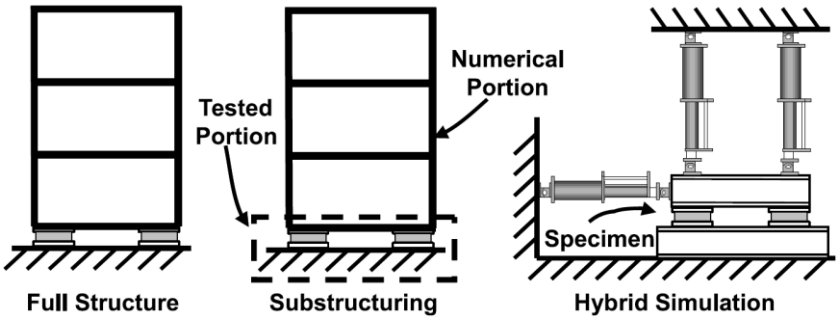


Figure 1.5. Exemple d'un schéma de sous-structuration dans le domaine sismique (Saouma et Sivaselvan, 2008)

Dans les années 80s, il est apparu l'idée d'associer ce concept de la sous-structuration à l'approche des essais pseudo-dynamiques, (voir entre autres les travaux de Dermitzakis et Mahin, 1985 ; Nakashima et Takai, 1985 ; Thewalt et Mahin, 1987). Pour illustrer le principe de cette méthode, il est proposé de considérer une structure simple dont l'équation dynamique peut s'écrire comme suit :

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{C} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{F}_i \tag{1.3}$$

où $\boldsymbol{U}_i$ représente le vecteur des déplacements des nœuds du modèle de la structure à l'itération i. Les matrices $\boldsymbol{M}$ et $\boldsymbol{C}$ sont respectivement les matrices de masses et d'amortissement du système. $\boldsymbol{F}_i$ désigne le vecteur des forces extérieures appliquées au système. Le vecteur $\boldsymbol{R}_i$ représente le vecteur des forces de réaction. Pour le cas d'un système linéaire avec une matrice de raideur $\boldsymbol{K}$, nous pouvons écrire :

$$\boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{U}_i \tag{1.4}$$

Toutefois, nous nous intéressons à ce type d'essai seulement lors que le système étudié a un comportement non linéaire lié aux divers phénomènes inconnus. En cas d'association de la sous-structuration aux essais pseudo-dynamiques, ce vecteur peut être divisé en deux termes comme suit :

$$\boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{R}_i^{\mathrm{PS}} + \boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}} \tag{1.5}$$

où $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{PS}}$ et $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}}$ correspondent respectivement aux forces de réaction de la sous-structure testée et aux celles de la sous-structure numérique. Dans ce cas, les termes de l'équation (1.3) peuvent être regroupés de manière suivante :

$$\left(\boldsymbol{M}\cdot\ddot{\boldsymbol{U}}_i+\boldsymbol{C}\cdot\ \dot{\boldsymbol{U}}_i+\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}}\right)+\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{PS}}=\boldsymbol{F}_i \tag{1.6}$$

Un essai pseudo-dynamique avec la sous-structuration peut suivre les étapes suivantes :

- Au début de l'itération i, les vérins appliquent les déplacement $\boldsymbol{U}_i$ à la partie testée de la structure (la PS).

- Une fois que les vérins atteignent les positions cibles, les forces de réaction $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{PS}}$ sont mesurées.

- En même temps, le vecteur $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}}$ peut être calculé selon le modèle numérique du reste de la structure en utilisant le vecteur de déplacement $\boldsymbol{U}_i$. Par exemple, $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{NS}}\cdot\boldsymbol{U}_i$ s'il s'agit d'un système de ressorts avec la matrice de raideur $\boldsymbol{K}_{\mathrm{NS}}$.

- Avec les vecteurs de force $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{PS}}$ et $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}}$ connus, nous pouvons résoudre l'équation (1.6) selon l'algorithme approprié, e.g. explicite, implicite, … etc.

- Une fois que le calcul numérique est terminé, nous disposons un nouveau vecteur de consignes de déplacement $\boldsymbol{U}_{i+1}$ qui doit être envoyé au contrôleur de vérin pour l'itération prochaine.

Avec les essais pseudo-dynamique, la prise en compte de l'effet dynamique dans le calcul numérique permet d'étudier le comportement de la structure sous sollicitations sismiques en temps dilaté avec les vérins statiques. L'introduction de la sous-structuration dans les essais pseudo-dynamiques constitue un progrès encore plus important dans le développement des méthodes d'essais hybrides car elle permet d'éviter de tester une structure complète. Les éléments testés sont ainsi réduits aux parties les plus pertinentes de structures qui nécessitent d'être étudiées de manière expérimentale (afin d'examiner les phénomènes complexes ou locaux). Cependant, la complexité des essais est augmentée en contrepartie car la continuité des déplacements et l'équilibre des forces doivent être assurés à l'interface entre des sous-structures. Une présentation plus détaillée sur les premiers essais pseudo-dynamiques avec la technique de sous-structuration peuvent être trouvée dans (Nakashima, 1990 ; Shing *et al.* 1994).

1.3.5 Essais hybrides en temps réel

Il convient de noter que l'usage des vérins quasi-statiques pour les essais pseudo-dynamiques rend les essais pseudo-dynamiques plus accessibles, mais la durée des essais doit être prolongée de 100 à 1000 fois la durée réelle d'un séisme. Dans les travaux de Nakashima *et al.* (1992),

une nouvelle méthode d'essai hybride qui s'est réalisée en temps réel a été étudiée. L'intérêt de cette approche a été justifié par l'usage de plus en plus courant des matériaux de construction avec le comportement visco-élastique et des systèmes d'amortissement.

En séparant les termes liés à la sous-structure testée à ceux de la sous-structure numérique, l'équation (1.3) peut être réécrite comme suit :

$$\left(\boldsymbol{M}^{\mathrm{NS}} \cdot \ddot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{C}^{\mathrm{NS}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}}\right) + \left(\boldsymbol{M}^{\mathrm{PS}} \cdot \ddot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{C}^{\mathrm{PS}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{R}_i^{\mathrm{PS}}\right) = \boldsymbol{F}_i \qquad (1.7)$$

où $\boldsymbol{M}^{\mathrm{NS}}$ et $\boldsymbol{C}^{\mathrm{NS}}$ (resp. $\boldsymbol{M}^{\mathrm{PS}}$ et $\boldsymbol{C}^{\mathrm{PS}}$) sont les matrices de masses et d'amortissement de la sous-structure numérique (resp. testée).

soit,

$$\left(\boldsymbol{M}^{\mathrm{NS}} \cdot \ddot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{C}^{\mathrm{NS}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_i + \boldsymbol{R}_i^{\mathrm{NS}}\right) + \widetilde{\boldsymbol{R}}_i^{\mathrm{PS}} = \boldsymbol{F}_i \qquad (1.8)$$

où $\widetilde{\boldsymbol{R}}_i^{\mathrm{PS}}$ est le vecteur des forces qui doivent être mesurées, incluant à la fois les forces $\boldsymbol{R}_i^{\mathrm{PS}}$, le terme d'inertie ($\boldsymbol{M}^{\mathrm{PS}} \cdot \ddot{\boldsymbol{U}}_i$) et le terme cinématique ($\boldsymbol{C}^{\mathrm{PS}} \cdot \dot{\boldsymbol{U}}_i$).

L'équation (1.8) peut en principe être résolue en suivant les mêmes étapes présentées pour l'équation (1.6), sauf pour le terme $\widetilde{\boldsymbol{R}}_i^{\mathrm{PS}}$ qui constitue la différence essetielle entre les essais pseudo-dynamiques et les essais hybrides en temps réel. En effet, non seulement le déplacement, mais aussi la vitesse et l'accélération doivent être pilotées par le dispositif expérimental, ce qui nécessite le développement d'un mécanisme de contrôle et des vérins adaptés. À cause de ces contraintes techniques, jusqu'au début des années 90s, ce type d'essais ne peut être envisagé qu'avec des éléments simples à un degré de liberté (voir Nakashima *et al.* 1992.). Plus tard, grâce aux développements dans le domaine électronique, des améliorations ont été proposées dans les travaux de Nakashima et Masaoka (1999). D'autres travaux contribuent également aux développements de cette méthode d'essai que nous pouvons citer ici entre autres : Blakeborough *et al.* 2001 ; Darby *et al.* 1999, 2001 ; Horiuchi *et al.* 1999).

Il est à noter que les essais hybrides en temps réel constituent un progrès très intéressant par rapport aux essais pseudo-dynamiques. Cependant, la mise en œuvre des essais hybrides est souvent limitée par les contraintes techniques de laboratoire, i.e. les vérins dynamiques possèdent en général une capacité de chargement inférieure à celle des vérins statiques, ce qui limite ainsi les dimensions de l'élément testé.

En parallèle, les travaux de Iemura *et al.* (1999) et Igarashi *et al.* (2000) ainsi que ceux plus récents (voir entre autres : Lee *et al.* 2007 ; Shao *et al.* 2011) ont proposé de réaliser les essais hybrides en temps réel avec les tables vibrantes.

1.4 Essais hybrides dans le domaine de la sécurité d'incendie

Le développement des essais hybrides dans le domaine de la sécurité d'incendie n'a commencé réellement que vers la fin des années 90s. Cette section rapporte l'état de l'art de l'ensemble des méthodes existantes en essayant de les regrouper afin de faciliter la compréhension sur leur évolution. Il convient de noter toutefois que cette classification n'est pas figée. Les diverses méthodes proposées dans la littérature peuvent être considérées à la fois comme similaires ou éloignées les unes par rapport aux autres selon les critères qui sont mis en avance (e.g. algorithmes de communication, dispositifs expérimentaux, échantillons testées, …etc), ce qui peut rendre aussi possible autres manières de les classer.

Les méthodes présentées dans cette section peuvent être classées en 4 groupes. Nous nous focalisons principalement sur l'ordre chronologique de leur développement et leur similarité au niveau des principes de communication entre les deux sous-structures.

Tout d'abord, les méthodes classiques réunissent principalement les méthodes qui ont été développées dans les années 90s. Les algorithmes de communication entre deux sous-structures peuvent être simplifiés à une simple forme d'échanges de données entre les deux sous-structures :

- les vérins assurent les conditions aux limites de la PS;
- puis, les mesures de réaction de la PS sont envoyées aux calculs numériques de la NS;
- lors que les calculs de la NS sont terminés, les réactions de la NS sont servies comme les nouvelles consignes des vérins.

Bien que relativement simple pour la mise en œuvre, cette approche peut engendrer des problèmes d'instabilité des résultats, comme discuté dans (Sauca *et al.* 2018a) par exemple.

Dans la suite de ce mémoire, nous présentons les méthodes classiques de nouvelle génération. Contrairement aux méthodes classiques, ces méthodes de nouvelle génération proposent d'appliquer le même chargement simultanément aux deux sous-structures et de le corriger à chaque itération pour retrouver à la fois la continuité des déplacements et l'équilibre des forces à l'interface des deux sous-structures.

Par la suite, nous étudions les méthodes dites *basées sur des techniques d'essais hybrides sismiques.* Les travaux réalisés ont pour point commun de tenir compte l'effet dynamique, notamment en élargissant les plateformes d'essais ou en améliorant les dispositifs expérimentaux développés antérieurement pour les essais hybrides dans le domaine parasismique aux essais hybrides au feu. Toutefois, il convient de noter que leur approche peut être différente les unes par rapport aux autres car le principe de communication de certains peut

s’approcher à celui des essais classiques, tandis que les autres sont plutôt associés aux méthodes classiques de nouvelle génération.

Enfin, les méthodes inspirées des théories du contrôle comptent parmi celles qui se sont développées les plus récemment. Bien que ces méthodes suivent des procédures très différentes les unes par rapport aux autres, chacune s’inspire d’une manière ou d’une autre des théories du contrôle.

1.4.1 Méthodes classiques

1.4.1.1 Korzen et al. (1999)

Les travaux publiés dans (Korzen *et al.* 1999a, 1999b) sont considérés ici comme les premiers pas dans l’historique du développement des essais hybrides au feu. Ces travaux ont montré la faisabilité de la méthode proposée et inspiré les autres travaux ultérieurs.

La structure étudiée est reportée dans la figure 1.6. Il s’agit d’un bâtiment divisé en deux sous-structures dont l’élément testé est un poteau vertical se trouvant à l’avant dernier étage. La partie numérique (NS), quant à elle, regroupe le reste de la structure excluant le poteau testé (voir la figure 1.6 pour plus de détails).

Le poteau testé est en acier et mesure 3.56 m de long. Il est exposé au feu venant d’un four à gaz vertical (voir le schéma de la figure 1.6 pour plus de détails). Les conditions aux limites en tête et au pied du poteau sont contrôlées par des vérins hydrauliques. Durant la campagne expérimentale, seul le déplacement dans l’axe du poteau est contrôlé, ce qui correspond à un essai hybride à un degré de liberté avec la DCP. La température de gaz dans le four suit la courbe ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002).

Le schéma du transfert de données pendant les essais est illustré dans la figure 1.7. Il est composé de deux boucles distingues : la boucle extérieure et celle intérieure. La boucle extérieure (nommée *Outer Loop*) couvre la partie des simulations numériques. Elle reçoit les mesures de la force et lance les calculs qui donneront des résultats en déplacement. La valeur de déplacement est ensuite envoyée à la boucle intérieure. Cette dernière (appelée *Inner loop*) pilote le mouvement des vérins via la boucle PID. À chaque pas de temps, elle reçoit la nouvelle consigne du déplacement de la boucle extérieure suite à la montée en température. Elle compare le déplacement reçu avec la position des vérins et met les vérins en mouvement si nécessaire.

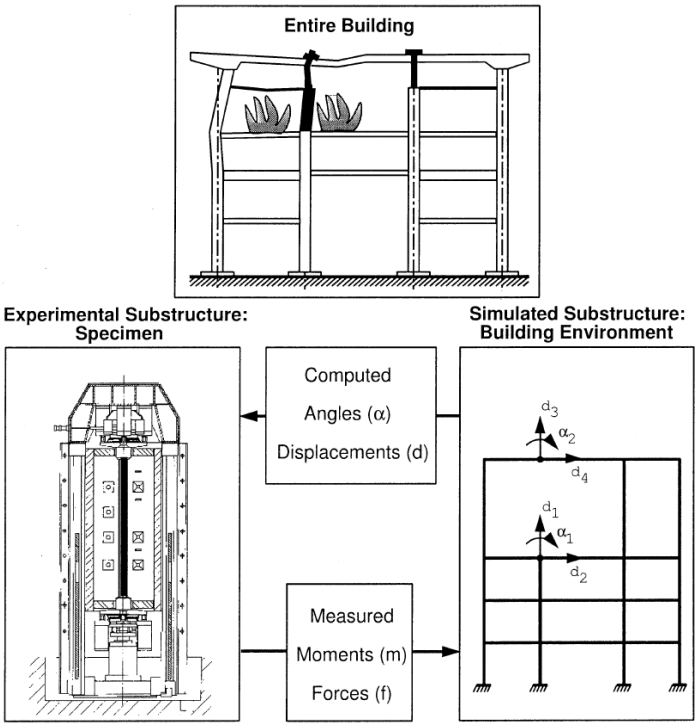


Figure 1.6. Structure étudiée divisée en deux sous-structures dans les travaux de Korzen *et al.* (1999a)

Les résultats d'essais obtenus sont comparés aux résultats obtenus par d'autres types d'essais. Nous pouvons citer notamment les travaux :

- de Korzen *et al.*(2002) où la comparaison est effectuée avec les résultats de l'essais d'une structure complète dans (Moore, 1997) ;
- de Korzen *et al.* (2006) où l'influence de l'échelle des éléments testés est étudiée ;
- de Korzen *et al.* (2010) où l'essai hybride est comparé aux essais dans lesquels la dilatation thermique de l'élément testé est empêchée par des bâtis de raideurs variables.

À travers ses travaux, bien que les questions liées aux erreurs des résultats soient encore très peu discutées, il est démontré que l'influence des structures environnantes de l'élément testé peut avoir des impacts importants sur son comportement, ce qui souligne la nécessité du développement d'une méthode d'essais hybrides plus fiable que celles existantes.

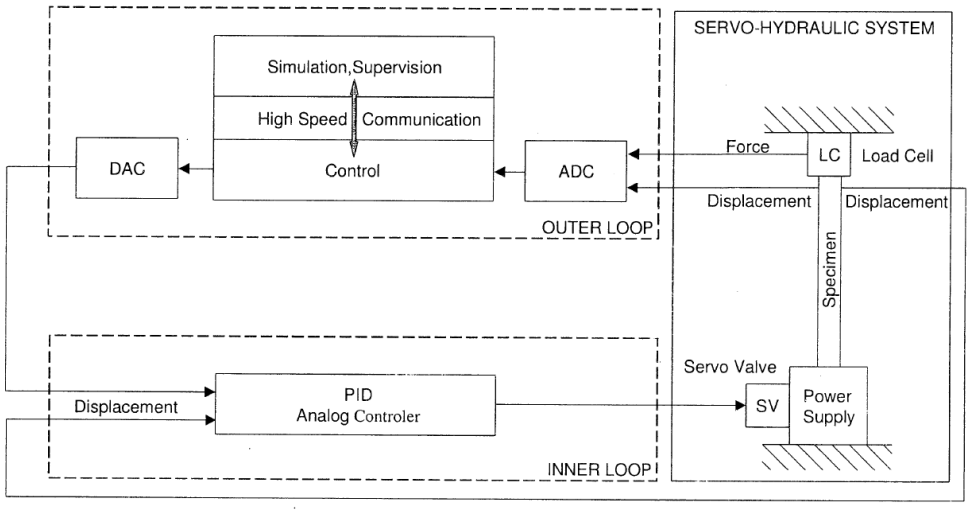


Figure 1.7. Schéma de transfert de données utilisé dans les travaux de (Korzen *et al.* 1999a)

1.4.1.2 Robert et al. (2008)

Une approche similaire à celle présentée dans les travaux de Korzen *et al.* (1999a, 1999b) mais avec les vérins pilotés en force, est étudiée dans les travaux de Robert (2008). La mise en œuvre du dispositif expérimental est présentée dans les travaux de Robert *et al.* (2009, 2010). L'élément testé est une dalle en béton armé exposée au feu sur sa face inférieure. Il s'agit d'un essai hybride à trois degrés de liberté, i.e. trois vérins sont nécessaires pour mettre à jour les conditions aux limites de l'élément testé. De plus, hormis le chargement thermique et l'influence du reste de la structure, l'élément testé est soumis également à un chargement constant, nécessitant davantage d'autres vérins pour l'appliquer. La NS, quant à elle, est simplifiée et représentée par une 3×3 matrice constante qui est préalablement calculée pour assimiler le comportement du reste de la structure. Ce même dispositif expérimental fait l'objet des essais hybrides réalisés avec d'autres procédures notamment ceux dans les travaux de Sauca (2016) et Renard (2021).

1.4.1.3 Mostafaei (2013)

Dans la catégorie des méthodes classiques, nous pouvons citer les travaux de Mostafaei (2013b), dont le principe de base est relativement simple. À chaque pas de temps, les vérins qui contrôlent les conditions aux limites de l'élément testé (PS) sont pilotés en force. Suite à la montée de température, la réponse en déformation de la PS est mesurée et envoyée aux calculs numériques du reste de la structure (NS). Lorsque les calculs numériques sont terminés, les réactions en force sont envoyées au contrôleur de vérins comme une nouvelle consigne pour le pas de temps prochain.

Les résultats d'essais expérimentaux sont reportés dans les travaux de Mostafaei (2013a). La structure étudiée est un immeuble de 6 étages en béton armé (voir la figure 1.8). L'élément testé est le poteau qui se trouve au centre de l'immeuble et au niveau du rez-de-chaussée. La symétrie

du système implique qu'aucun effort latéral (horizontal) ne sollicite le poteau testé. Dans ce cas, l'élément testé s'interagit avec le reste de la structure seulement dans la direction verticale (longitudinale), i.e. essai hybride à un degré de liberté.

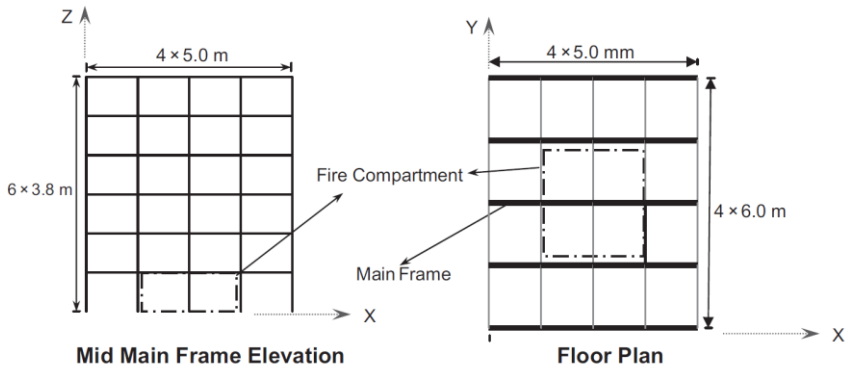


Figure 1.8. Structure étudiée dans les travaux de (Mostafaei, 2013a)

La figure 1.9 montre l'installation du dispositif expérimental. Le poteau testé est placé dans un four vertical à gaz. Au cours de l'essai, la température du four suit la courbe ISO 834 (EN 1993-1-2, 2005). Le poteau mesure 3,81 m en longueur dont une partie de 3,2 m est exposée au feu. Le four est équipé d'un dispositif capable d'appliquer les conditions aux limites à l'élément testé, qui se limite ici à seulement l'effort/déplacement selon l'axe du poteau (direction verticale). Le reste de la structure est simulé via le logiciel d'éléments finis SAFIR® (Franssen et Gernay, 2017). Les résultats obtenus montrent que les essais ont pu être réalisés avec succès. Cependant, le transfert de données entre les deux sous-structures doit s'effectuer manuellement. Par conséquent, le pas de temps à chaque itération est rallongé à 5 min.

Figure 1.9. Dispositif expérimental avec le poteau testé (Mostafaei, 2013a)

Les résultats d'essais hybrides sont comparés aux résultats issus des essais prescriptifs (voir Mostafaei (2013a) pour plus de détails). La figure 1.10 représente les évolutions du chargement

axial appliqué au poteau testé en fonction du temps d'exposition au feu dans le cas des essais hybrides et le cas des essais prescriptifs. On peut noter que le chargement est maintenu contant lors de l'essai prescriptif, tandis que, en cas des essais hybrides, il décroit progressivement en fonction du temps avec le scénario étudié.

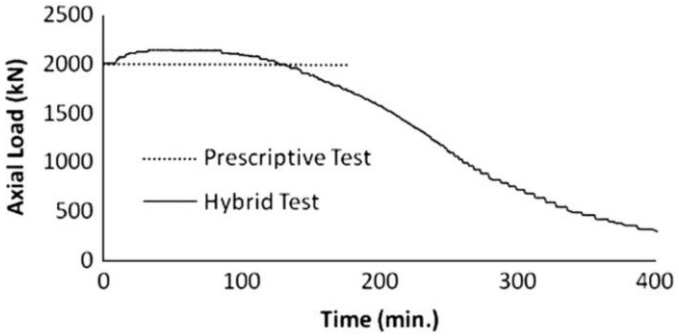


Figure 1.10. Evolutions du chargement sur l'élément testé dans le cas des essais hybrides et dans le cas des essais prescriptifs (Mostafaei, 2013a)

1.4.1.4 Sauca et al. (2018)

Les études plus approfondies sur les méthodes classiques sont réalisées dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a). Les démonstrations théoriques sont basées sur un système simple composé de deux ressorts linéaires (voir la figure 1.11 pour plus de détails). Le ressort PS représente la partie expérimentale, tandis que le ressort NS représente la partie numérique. Les deux ressorts possèdent respectivement d'une raideur k_{P} et k_{N} et mesurent L_{P} et L_{N} en longueur respectivement. Seul le ressort PS est soumis au chargement thermique, le coefficient de dilation thermique de ce ressort étant α. Le ressort NS reste à la température ambiante.

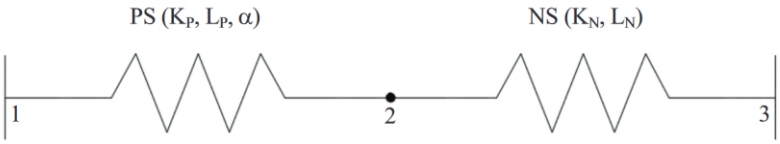


Figure 1.11. Système de ressorts étudié (Sauca *et al.* 2018a)

Dans ces conditions, il est possible de formuler les solutions issues de l'essai hybride des méthodes classique sous une formulation analytique simple. Pour plus de détails sur la démonstration, se reporter aux travaux de Sauca *et al.* (2018a). Dans le cas de la procédure de force contrôlée (FCP), le déplacement de l'élément testé u_{P} à t_i peut s'écrire comme suit :

$$u_{\mathrm{P}}\,(t_i) = \alpha \cdot L_{\mathrm{P}} \cdot \sum_{k=0}^{i-1} \left\{ \left(-\frac{k_{\mathrm{P}}}{k_{\mathrm{N}}} \right)^{k} \cdot [T(t_{i-k}) - T(t_0)] \right\} \tag{1.9}$$

où $T(t)$ désigne la température de la PS à l'instant *t*.

Ainsi, les auteurs ont conclu que :

- Quand $k_{\mathrm{N}} < k_{\mathrm{P}}$, l'essai est *divergent*, i.e. les résultats sont instables.
- Quand $k_{\mathrm{P}} < k_{\mathrm{N}}$, l'essai est *convergent*, i.e. les résultats sont stables.

En revanche, en cas de la DCP, la solution analytique de l'essai devient :

$$F_{\mathrm{P}}(t_i) = -k_{\mathrm{N}} \cdot \alpha \cdot L_{\mathrm{P}} \cdot \sum_{k=0}^{i-1} \left\{ \left(-\frac{k_{\mathrm{N}}}{k_{\mathrm{P}}} \right)^{k} \cdot [T(t_{i-k}) - T(t_0)] \right\} \tag{1.10}$$

L'essai devient « divergent » (resp. « convergent ») lorsque $k_{\mathrm{P}} < k_{\mathrm{N}}$. (resp. $k_{\mathrm{N}} < k_{\mathrm{P}}$).

Dans tous les cas, il convient de noter que, les méthodes classiques sont « conditionnellement stables », i.e. les conditions de stabilité des résultats dépendent du rapport des raideurs de la partie expérimentale et de la partie numérique. Par conséquent, dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a), on a proposé une nouvelle méthode d'essais hybrides qui sera rappelée ultérieurement dans ce qui suit avec les méthodes classiques de nouvelle génération.

1.4.1.5 Pinoteau et al. (2019-2020)

Le problème lié à l'instabilité des résultats de la méthode classique est également le sujet d'étude dans les travaux de Pinoteau *et al.* (2019, 2020). Deux campagnes expérimentales sont menées pour examiner la stabilité des résultats d'essais hybrides au feu en fonction de l'évolution des raideurs de la PS et de la NS avec le temps d'exposition au feu. La structure étudiée est une structure simple 2D de type portique.

L'instabilité des résultats observée lors de la 1ère campagne d'essais confirme les conditions de stabilité exposées plus haut. Cependant, pendant la 2ème campagne, il est observé que l'instabilité des résultats est absente même les conditions de stabilité ne sont pas satisfaites, ce qui soulève certaines questions que nous allons discuter plus en détails au Chapitre 2.

1.4.2 Méthodes classiques de nouvelle génération

1.4.2.1 Tondini et al. (2016)

En s'inspirant de la méthode de sous-structuration de *Finite Element and Interconnecting* (FETI) (voir les travaux de Farhat et Roux, 1991 pour plus de détails), un algorithme de transfert de données, nommé « *Partition Algorithme* » est proposé dans les travaux de Tondini *et al.* (2016a, 2016b). Cette méthode repose sur la sous-structuration de la structure en deux sous-structures relatives à la partie numérique (NS) et à la partie physique (PS). Pour assurer l'équilibre à l'interface des deux sous-structures, le déplacement de la NS (u_{NS}), le déplacement

de la PS (u_{PS}) et un multiplicateur Lagrangien (λ) doivent satisfaire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{\mathrm{NS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS}}) = \boldsymbol{f}_{\mathrm{NS}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{NS}}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{r}_{\mathrm{PS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{PS}}) = \boldsymbol{f}_{\mathrm{PS}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{PS}}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{NS}} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{NS}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{PS}} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS}} = 0 \end{cases} \tag{1.11}$$

où $\boldsymbol{f}_{\mathrm{NS}}$ et $\boldsymbol{f}_{\mathrm{PS}}$ sont respectivement les forces extérieures appliquées à la NS et à la PS. $\boldsymbol{B}_{\mathrm{NS}}$ et $\boldsymbol{B}_{\mathrm{PS}}$, quant à elles, sont des matrices de connectivité qui permettent d'assurer la continuité de déplacements à l'interface des deux sous-structures. r_{NS} et r_{PS} sont respectivement les forces de réaction de la NS et de la PS. Prenons comme exemple, en cas d'absence de forces extérieures et si la NS est un simple ressort linéaire, la force de réaction de la NS s'écrit : $r_{\mathrm{NS}}(u_{\mathrm{NS}}) = K_{\mathrm{NS}} \cdot u_{\mathrm{NS}}$ où K_{NS} désigne la matrice de raideur de la NS.

La méthode proposée dans les travaux de Tondini *et al.* (2016) consiste essentiellement à résoudre les équations (1.11) en utilisant l'algorithme Newton-Raphson modifié. À chaque pas de temps, des itérations sont procédées jusqu'à la convergence des résultats. Par exemple, pour le pas de temps k et l'itération i :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i+1}^{k} \\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i+1}^{k} \\ \boldsymbol{\lambda}_{i+1}^{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k} \\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k} \\ \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k} \end{bmatrix} - D\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k}, \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k}) \cdot \boldsymbol{A}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k}, \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k}) \tag{1.12}$$

où :

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k}, \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_{\mathrm{NS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k}) - \boldsymbol{f}_{\mathrm{NS}} - \boldsymbol{B}_{\mathrm{NS}}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k} \\ \boldsymbol{r}_{\mathrm{PS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k}) - \boldsymbol{f}_{\mathrm{PS}} - \boldsymbol{B}_{\mathrm{PS}}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{NS}} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{PS}} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k} \end{bmatrix} \tag{1.13}$$

et $D\boldsymbol{A}^{-1}$ est la matrice jacobienne de la matrice $\boldsymbol{A}$:

$$D\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k}, \boldsymbol{\lambda}_{i}^{k}) = \begin{bmatrix} D\boldsymbol{r}_{\mathrm{NS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k}) & 0 & -\boldsymbol{B}_{\mathrm{NS}} \\ 0 & D\boldsymbol{r}_{\mathrm{PS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k}) & -\boldsymbol{B}_{\mathrm{PS}} \\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{NS}} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{PS}} & 0 \end{bmatrix} \tag{1.14}$$

Dans cette dernière expression (1.14), $D\boldsymbol{r}_{\mathrm{NS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{NS},i}^{k})$ et $D\boldsymbol{r}_{\mathrm{PS}}(\boldsymbol{u}_{\mathrm{PS},i}^{k})$ représentent respectivement les matrices jacobiennes des forces de réaction $\boldsymbol{r}_{\mathrm{NS}}$ et $\boldsymbol{r}_{\mathrm{PS}}$. Pour plus de détails concernant l'adaptation de cet algorithme en cas de structures hypostatiques, les lecteur pourront se reporter dans les travaux de Tondini *et al.* (2016a, 2016b). De plus, il faut noter que $D\boldsymbol{r}_{\mathrm{PS}}$ est en principe inconnue car elle dépend du comportement de l'élément testé (PS). Dans les travaux présentés, les auteurs proposent de la remplacer par une valeur issue d'une estimation de la valeur initiale

de la raideur de la PS ($\boldsymbol{K}_{\mathrm{PS},0}$). Dans ces travaux, une série d'essais hybrides virtuels est réalisée afin d'évaluer la performance de la méthode proposée.

1.4.2.2 Sauca et al. (2016-2020)

En raison des problèmes de stabilité des méthodes classiques, la nouvelle méthode d'essais proposée dans les travaux de Sauca *et al.* (2016b, 2016a, 2018a, 2018b, 2018c, 2020), a pour but principal de stabiliser les résultats d'essais malgré l'évolution des raideurs de la PS et de la NS. Cette méthode s'inspire également de la méthode de sous-structuration dans les travaux de Farhat et Roux (1991) et suit une démarche similaire à celle de la méthode dans les travaux de Tondini *et al.* (2016a, 2016b). À chaque pas de temps, l'algorithme proposé corrige les consignes de déplacement.

Prenons le cas où le vérin (qui applique les conditions aux limites de la PS) est piloté en déplacement, cette méthode procède de manière suivante. Au début, la même consigne de déplacement $\boldsymbol{u}_i$ est envoyée à la PS et à la NS pour mettre à jour des conditions aux limites des deux sous structures. Les forces de réaction de chaque sous-structure, nommées respectivement $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ et $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$, sont mesurées. L'incrémentation de la nouvelle consigne de déplacement est calculée de manière suivante :

$$\Delta \boldsymbol{u}_i = -(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}^{*})^{-1} \cdot \Delta \boldsymbol{F}_i \tag{1.15}$$

où $\Delta \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$ est la différence de forces de réaction entre la PS et la NS. $\boldsymbol{K}_{\mathrm{N}}$ et $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}^{*}$ sont respectivement la raideur de la NS et la valeur de l'estimation de la raideur de la PS.

Dans ce cas, la nouvelle consigne de déplacement de chaque pas de temps est calculée de manière suivante :

$$\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{u}_{i-1} + \Delta \boldsymbol{u}_i \tag{1.16}$$

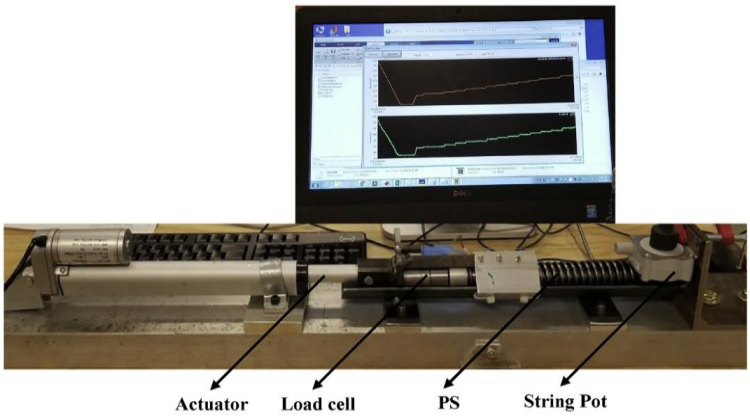


Figure 1.12. Dispositif expérimental à petite échelle (Sauca *et al*. 2020)

En cas d'un degré de liberté, il est démontré analytiquement avec un exemple de systèmes de ressorts que les résultats obtenus sont stables lorsque la raideur de la PS est surestimée, i.e. $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}^{*} > \boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}$. Dans ces travaux, les essais virtuels sont réalisés et confirment ce résultat. Une série d'essais à petite échelle est réalisée ultérieurement dans les travaux de Sauca *et al.* (2018b). Le dispositif expérimental à petite échelle est présenté dans la figure 1.12. Dépourvue de la dilatation thermique, la PS consiste d'un simple ressort linéaire.

Il convient de noter qu'un algorithme associé au mode de pilotage des vérins en force (FCP) est également proposé. Cependant, les conditions de stabilité des résultats ne sont pas suffisamment étudiées (voir Sauca, 2016 pour plus de détails).

1.4.2.3 Qureshi et Elhamni-Khorasani (2018)

Dans les travaux de Qureshi et Elhami-Khorasani (2018) et Qureshi *et al.* (2019), on examine la méthode des essais hybrides dont le principe repose sur la correction des consignes de vérins, semblable à l'approche proposée dans les travaux de Sauca *et al*. (2016). Une série d'essais virtuels montrent que, en cas de pilotage des vérins en force, les résultats peuvent présenter l'instabilité lorsque la raideur de la PS décroit. Pour y remédier, les auteurs proposent une formule pour estimer en temps réel la raideur de la PS à la place de la valeur estimée à l'instant initial (qui est constante).

1.4.2.4 Wang et al. (2018-2019)

Des travaux expérimentaux reportés dans les travaux de Wang *et al.* (2018b, 2018a, 2019) sont réalisés avec une méthode de correction des équilibres semblable à celle présentée dans les travaux de Sauca *et al*. (2016-2020) discutés précédemment. Il s'agit des premières tentatives de la mise en œuvre expérimentale de la méthode classique de nouvelle génération à grande échelle.

La structure de référence pour ces études est un immeuble en acier de 4 étages. La longueur et la section de chaque poutre sont indiquées sur la figure 1.13(a). L'élément testé est le poteau central situé au niveau du rez-de-chaussée de l'immeuble. Lors des essais, ce poteau est exposé au feu ISO 834 dans un four vertical comme le montre la figure 1.13(b). En raison de la symétrie de la structure étudiée, l'interaction entre l'élément testé et le reste de la structure se limite au chargement/déplacement suivant la direction axiale du poteau, i.e. essai hybride à un degré de liberté.

La simulation numérique du reste de la structure s'effectue via un modèle 3D. Une stratégie de *ramp and hold* est utilisée. Pendant que les calculs de la NS continuent à tourner, le vérin se déplace en suivant des consignes issues de l'extrapolation des consignes des déplacements des pas de temps précédents, tolérant un plus grand pas de temps selon l'auteur. De plus, la déformation du cadre de support est prise en compte via un sous-schéma de *Error-*

Compensation. Pour plus de détails, se rapporter notamment aux travaux de Wang *et al.* (2018a, 2019).

De manière globale, il faut se rappeler que les essais réalisés se limitent encore à un degré de liberté. De plus, le sous-schéma de compensation de la déformation du cadre de support peut s'avérer contre-productif. Ceci nécessite notamment l'estimation de la raideur du cadre, ce qui peut provoquer l'instabilité dans les résultats dans les travaux de Wang *et al.* (2019) lorsque la déformation du bâti n'est plus linéaire.

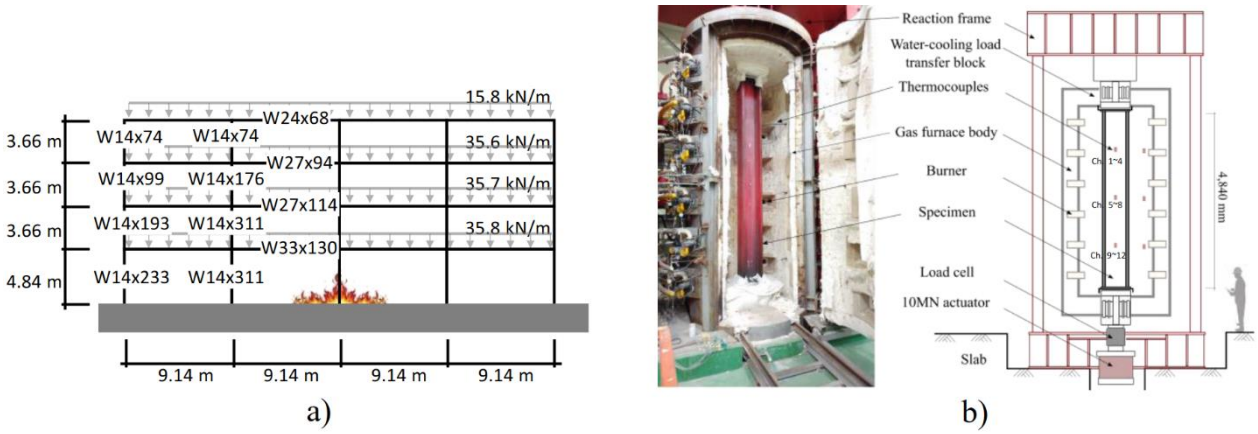


Figure 1.13. Structure étudiée (a) et dispositif expérimental (b) dans les travaux de Wang *et al.* (2018b)

1.4.3 Méthodes associées aux essais hybrides sismiques

1.4.3.1 Whyte et al. (2014-2016)

Les travaux présentés dans (Whyte *et al.* 2014) consistent à étendre une plateforme d'essais hybrides sismiques existante afin qu'elle puisse prendre en compte la température.

La méthode employée suit la procédure de contrôle en déplacement (DCP). À chaque pas de temps, une fois que la température et le déplacement ciblés sont atteints, la force de réaction de la PS est mesurée et envoyée à un logiciel intermédiaire OpenFresco (OpenFresco, 2016). Ce dernier la transfère ensuite au logiciel d'éléments finis OpenSees (OpenSees, 2016) pour évaluer la nouvelle consigne de déplacement en prenant en compte des effets dynamiques du système. Les détails concernant les boucles de communication sont présentés dans les travaux de Whyte *et al.* (2014, 2015, 2016a, 2016b).

Une série d'études expérimentales a été réalisée avec une structure simple comportant deux éléments (voir la figure 1.14) : une poutre A en position horizontale pour la NS et une poutre B en position verticale pour la PS. La poutre B est une éprouvette en acier mesurant 75 mm en longueur. Elle est placée dans un four électrique (voir la figure 1.15) qui est censé d'appliquer la température suivant la courbe ISO 834. Il faut noter que la prise en compte de l'effet

dynamique du système nécessite plusieurs itérations pendant un pas de temps pour que la convergence puisse être atteinte. Par conséquent, l'essai ne peut s'effectuer qu'avec le temps dilaté. Comme le montre la figure 1.14, l'essai s'est déroulé pendant 12 min pour une durée réelle de 30 s. Enfin, il faut également rappeler que, d'apprès les résultats présentés, la température maximale de l'essai se limite à 200°C, ce qui limite fortement les effets qui peuvent être induits par la dégradation des propriétés mécaniques de la PS.

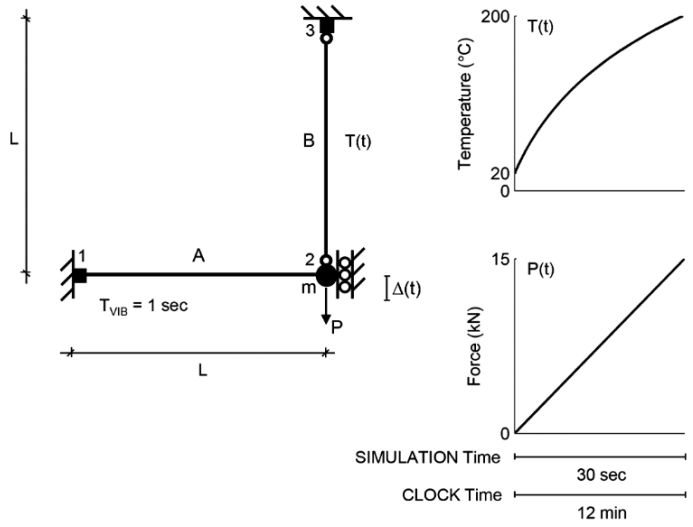


Figure 1.14. Schéma de la structure dans les travaux de Whyte *et al*. (2016a)

Figure 1.15. Dispositif expérimental avec le four fermé avec (a) l'éprouvette testée à l'intérieur et (b) le four ouvert après les essais (Whyte *et al*. 2014)

1.4.3.2 Schulthess et al. (2015-2020) et Grolimund et al. (2019)

Une autre série de travaux de Schulthess *et al.* (2015, 2016, 2020) propose une plateforme d'essais alternative. Avec cette plateforme, les conditions aux limites de la PS sont pilotées en déplacement (DCP). La figure 1.16 rapporte le schéma de communication. Chaque pas de temps est divisé en deux sous-boucles : sous-boucle thermique et celle mécanique. Tout d'abord, la plateforme initie la sous-boucle thermique qui a pour mission de régler la température du four. Pendant ce temps, la sous-boucle mécanique reste inactive, résultant en charge constante appliquée à la PS. Une fois que la température souhaitée est atteinte, la boucle mécanique commence à mettre à jour les conditions aux limites de la PS, ces conditions aux limites étant pilotées en déplacement. Quand le déplacement cible de la PS est atteint, la plateforme mesure la force de réaction de la PS et l'envoie aux calculs numériques réalisés avec le logiciel d'éléments finis ABAQUS (ABAQUS, 2011). Ces calculs déclenchent un solveur d'itération de Newton-Raphson pour trouver la correction de déplacement assurant l'équilibre de force. Les détails concernant la procédure adoptée figurent dans les travaux de Schulthess *et al.* (2015, 2016, 2020) et dans la thèse de Schulthess (2019). À ce titre, l'algorithme utilisé ici suit une démarche semblable à celle des méthodes classiques de nouvelle génération.

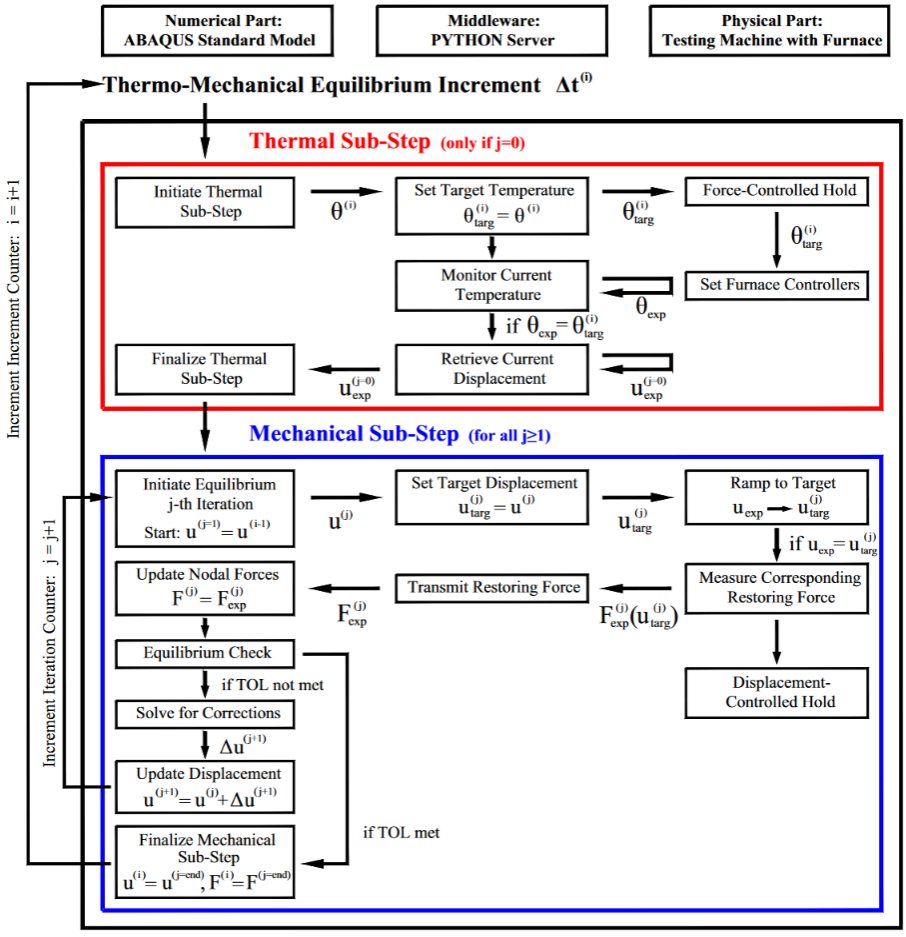


Figure 1.16. Schéma de communication utilisé dans les travaux de Schulthess *et al.* (2020)

Des essais à petite échelle ont été réalisés avec la plateforme développée. La structure étudiée est reportée sur la figure 1.17(a) dans laquelle la poutre verticale représente la PS, tandis que la NS consiste d'une poutre horizontale sur deux appuis. À l'interface entre les deux sous-structures, une charge extérieure $P(t)$ est appliquée (voir la figure 1.17(b)).

Pour la mise en œuvre des essais, un four électrique similaire à celui présenté dans la section précédente de Whyte *et al.* (2014-2016) est employé pour chauffer l'élément testé. La température est pilotée suivant une courbe linéaire dont la pente est de 15°C/min (voir la figure 1.17(b)). Les essais durent 1 heure et la température maximale de 800°C est atteinte.

Avec cette approche, l'auteur a constaté que plusieurs itérations peuvent être nécessaires durant un pas de temps pour atteindre la convergence. Afin de réduire le temps de calcul, une sous-itération appelée « *predicator-feature* » doit être implémentée (voir Schulthess *et al.* 2020), nécessitant une bonne estimation de la raideur de la PS. Durant la mise en œuvre des essais, la valeur de l'estimation de la raideur initiale de la PS a été utilisée. Dans ce cas, l'auteur a constaté des problèmes d'après les résultats obtenus vers la fin des essais à cause de la plastification de l'éprouvette testée.

Par la suite, les travaux présentés dans (Grolimund et Fontana, 2019) ainsi que dans la thèse de Grolimund (2019) améliorent cette plateforme en introduisant la prise en compte de l'effet dynamique. Cependant, cela nécessite plusieurs itérations pour chaque pas de temps afin d'assurer la convergence de l'algorithme. Dans ce cas, comme discuté dans la section précédente lors des travaux de Whyte *et al.* (2014, 2015, 2016a, 2016b), l'essai doit se limiter aux moyens techniques actuels à des essais pseudo-dynamiques, i.e. le temps est dilaté.

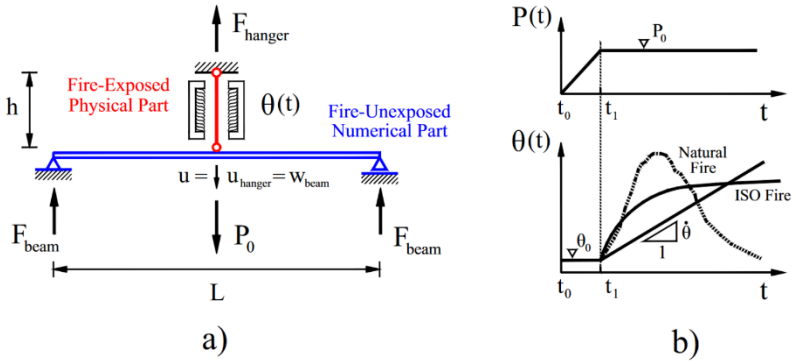


Figure 1.17. Schéma de la structure étudiée dans les travaux de Schulthess *et al.* (2020)

1.4.3.3 Abbiati et al. (2020) et Tsokanas et al. (2021)

Plus récemment, Abbiati *et al.* (2020) propose une nouvelle approche similaire à celle étudiée dans les travaux de Tondini *et al.* (2016a, 2016b), mais en incluant les termes dynamiques.

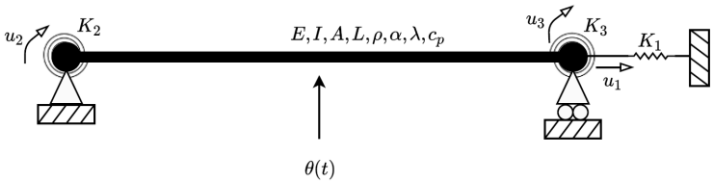


Figure 1.18. Structure étudiée dans les travaux de Tsokanas *et al.* (2021)

Avec cette plateforme, une série d'essais hybrides à petite échelle est réalisée et présentée dans les travaux de Tsokanas *et al.* (2021). La figure 1.18 montre la structure étudiée qui est simplifiée à un système simple composé de deux éléments. La partie testée est une plaque d'aluminium qui mesure 200 mm sur 460 mm dans le plan et 2 mm en épaisseur. Sa surface inférieure est exposée au chargement thermique venant des lampes d'infrarouges. Pendant les essais, la température augmente de manière linéaire pour atteindre la valeur maximale de 135°C à 1400 s. La partie numérique, quant à elle, est un simple ressort linéaire. La figure 1.19 montre l'installation du dispositif d'essais, qui est déjà testé précédemment pour des essais hybrides sismiques dans le cadre des travaux de Abbiati *et al.* (2020). Les résultats montrent que la performance de cette plateforme reste encore à clarifier en cas de structures plus réalistes qui nécessitent notamment le temps de calcul plus long et sont soumises au chargement thermique plus critiques.

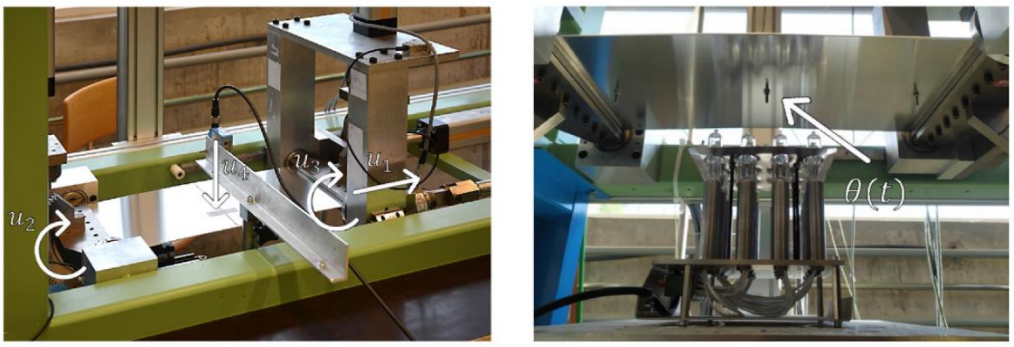


Figure 1.19. Dispositif expérimental avec l'éprouvette : a) vue de dessus et b) vue de dessous avec le module des lampes infrarouges dans les travaux de Tsokanas *et al.* (2021)

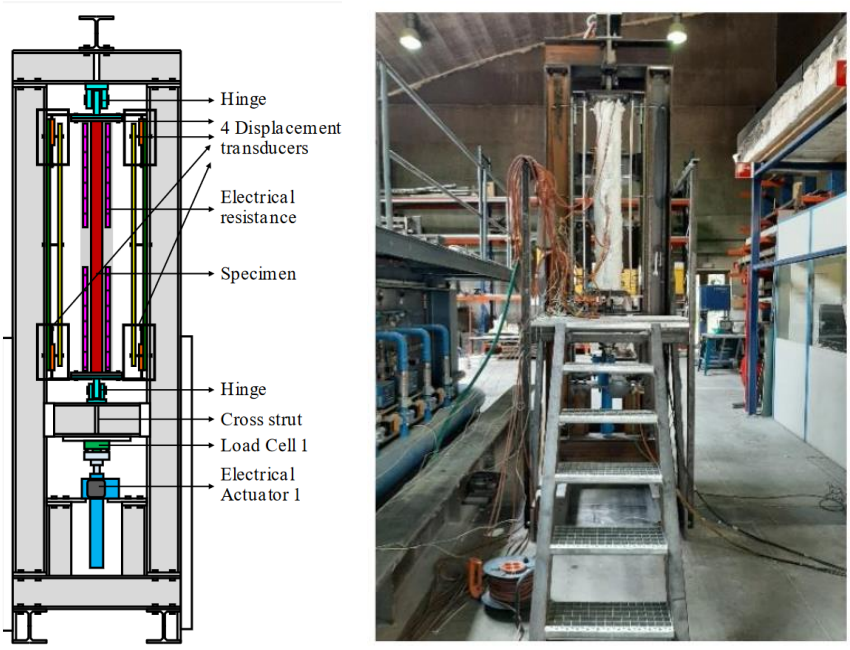
1.4.4 Méthodes inspirées des théories du contrôle

1.4.4.1 Mergny et al. (2018, 2020, 2021) : méthodes de PI-Control

Les méthodes de PI-Control, proposées dans (Mergny, 2021 ; Mergny *et al.* 2018, 2020 ; Mergny et Franssen, 2020), reposent sur le principe du régulateur PID. L'interaction entre la PS et la NS est considérée comme un système unique dont les entrées sont des consignes de vérin. La sortie mesure, quant à elle, les erreurs qui peuvent être liées à l'incompatibilité (i.e. la différence de déplacements) ou à l'équilibre (i.e. la différence de forces) à l'interface entre les

deux sous-structures. Ainsi, le principe de ces méthodes est de trouver la bonne consigne de déplacements en tenant compte des mesures d'erreurs. Cette approche représente une piste très intéressante pour le développement des essais hybrides. Le Chapitre 3 de ce mémoire se consacre sur l'étude de l'élargissement du champ d'application d'une telle approche.

En cas d'un essai à un degré de liberté, les méthodes de PI-Control semblent offrir à ce jour les preuves les plus rigoureuses pour la résolution du problème d'instabilité des résultats (voir notamment Mergny *et al.* 2020). La mise en œuvre de cette méthode est présentée dans les travaux de Mergny et Franssen (2020). Le dispositif d'essais (voir la figure 1.20) permet de réaliser des essais à trois degrés de liberté dans un plan. Les actionneurs utilisés sont des vérins électriques. La source du chargement thermique se limite aux résistances chauffantes englobant l'élément testé, permettant la vitesse de montée en température de 6°C/min.



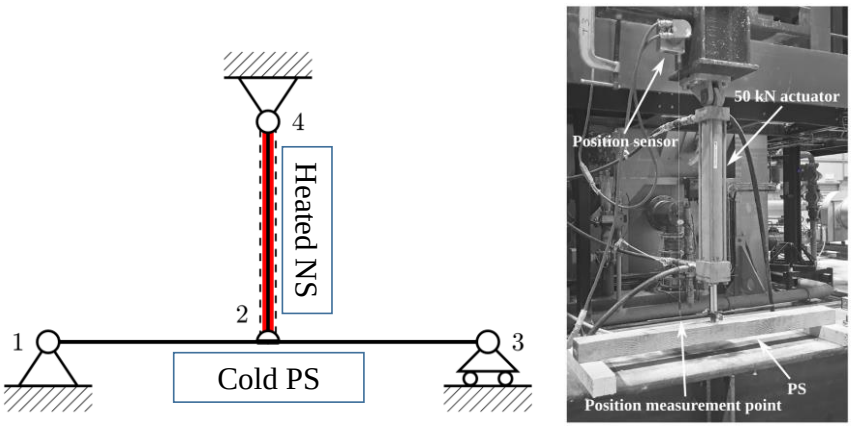
a) b)

Figure 1.20. Schéma (a) et photo (b) du dispositif expérimental dans les travaux de Mergny et Franssen (2020)

1.4.4.2 Renard et al. (2020-2021)

Renard *et al.* (2020, 2021) proposent une méthode inspirée de la procédure de contrôle adaptative en déplacement. Deux séries d'essais expérimentaux sont réalisées. La première est un cas d'étude simple sur une structure à petite échelle (voir la figure 1.21). La structure étudiée (voir la figure 1.21(a)) est un système composé de deux éléments. La NS est un poteau vertical simulé numériquement et soumis au feu ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002)) tandis que la PS est une poutre en bois placée en position horizontale comme le montre la figure 1.21(b).

La deuxième série d'essais est réalisée sur un échantillon à l'échelle 1. Le dispositif expérimental (voir la figure 1.22) est similaire à celui utilisé dans les travaux de Robert *et al.* (2008). Il s'agit ici d'un essai hybride à 3 degrés de liberté dans un plan. Les détails concernant cette campagne d'essais sont reportés dans la thèse de Renard (2021).



a) b)

Figure 1.21. Structure étudiée (a) et dispositif expérimental (b) pour les essais à petite échelle (Renard *et al.* 2020)

Dans cette approche, aucune estimation de la raideur de la PS n'est requise. Cependant, cette méthode repose sur des hypothèses contraignantes liées à la linéarité du système et à l'usage d'une matrice diagonale associée à la raideur de la PS. Dans ses travaux, l'auteur se focalise principalement sur la mise en œuvre expérimentale de la méthode proposée et aucune preuve mathématique de convergence ou de stabilité des résultats ne sont fournie (voir Renard, 2021 pour plus de détails).

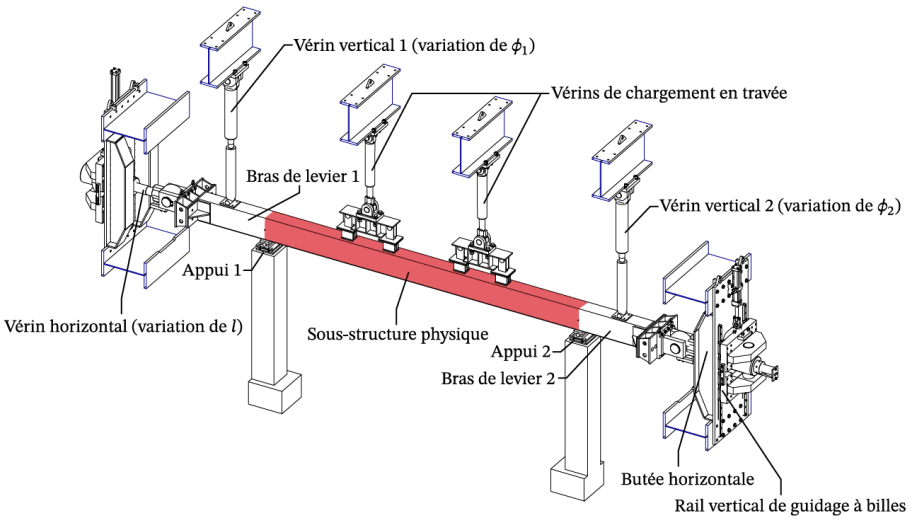


Figure 1.22. Dispositif expérimental à l'échelle 1 (Renard, 2021)

1.4.4.3 Qureshi et al. (2019, 2020)

Récemment, Qureshi *et al.* (2020) proposent une approche d'essais hybrides au feu qui consiste à trouver une stratégie afin d'intégrer directement la réaction de la NS dans le contrôleur de vérins. Ce faisant, le comportement et les propriétés mécaniques de la PS n'ont pas besoins d'être pris en compte dans la procédure. Le principe de la méthode est de concevoir un contrôleur de vérins qui peut reproduire exactement la même réponse dynamique de la NS durant les essais. Pour ce faire, les caractéristiques du système d'actionneur (la surface des pistons de vérins, la fréquence et l'amortissement de l'huile et du servovalve … etc) sont identifiées au préalable et combinées avec la fonction de transfert de données. Cela permet de reproduire le comportement dynamique de la NS via les diagrammes de Bode (voir les travaux de Qureshi *et al.* (2020) pour plus de détails).

Jusqu'à ce jour, la faisabilité technique de cette approche a été étudiée seulement avec des essais virtuels. Il reste encore à réaliser des travaux complémentaires pour démontrer la faisabilité des essais au laboratoire. Par ailleurs, hormis la question de praticabilité, des études paramétriques semblent nécessaires dans les travaux futurs pour démontrer la robustesse de cette méthode vis-à-vis du problème d'instabilité des résultats.

1.5 Conclusion sur l'état de l'art

Les enseignements issus de la première synthèse sur l'état de l'art dans le domaine des essais hybrides appellent quelques commentaires :

- La méthode d'essais hybrides au feu repose sur le principe de la sous-structuration qui divise la structure étudiée en deux parties : la partie testée et la partie numérique qui regroupe le reste de la structure. Les travaux recensés montrent que le comportement au

feu de l'élément testé peut être significativement impacté par les composants restants de la structure. En conséquence, ce type d'essais constitue un complément d'informations intéressant en plus des résultats d'essais prescriptifs.

- Pour pouvoir mener les essais hybrides au feu, plusieurs composants sont nécessaires. Cela constitue une chaine en boucles reliées par une plateforme intermédiaire d'un corps d'épreuve et d'un modèle numérique. De ce point de vue, il est essentiel de développer une nouvelle plateforme intégrée d'un algorithme fiable.

- Bien que plusieurs algorithmes soient proposés dans la littérature, peu d'essais sont réellement réalisés avec succès au laboratoire. Cela peut s'expliquer par la jeunesse de la méthode qui reste malgré tout encore en phase du développement. Mais, il convient d'admettre aussi la complexité de leur mise en œuvre sous les contraintes techniques actuelles.

- La stabilité des résultats est une véritable question qui doit être systématiquement étudiée pour chaque méthode proposée. Une méthode ne peut être considérée fiable que si les conditions de stabilité peuvent être appuyées sur des preuves théoriques robustes.

- Une fois que la stabilité est garantie, il s'ensuit naturellement de chercher à optimiser la performance de la méthode étudiée. Cependant, la recherche de la performance ne doit pas être rompue avec la faisabilité de la mise en œuvre des essais. Ce dernier critère est essentiel pour rendre accessible les méthodes d'essais hybrides au feu aux différents laboratoires, permettant ensuite de favoriser les futurs développements ainsi que leur passage en phase opérationnelle.

1.6 Organisation du mémoire

Les travaux qui seront présentés peuvent se regrouper sous deux parties principales :

La première partie se focalise principalement sur le développement théorique du principe des essais hybrides en condition d'incendie. Cette première partie, qui est constituée de trois chapitres 2, 3 et 4, présente les travaux qui consistent à réexaminer et enrichir les différentes méthodes disponibles dans la littérature pour enfin arriver à une comparaison complète des performances de ces méthodes :

- Le chapitre 2 vise à réexaminer les problèmes d'instabilité des résultats que peuvent engendrer les méthodes classiques de l'essai hybride. Nous nous intéressons ici particulièrement aux conditions qui déterminent la « divergence » des résultats en se référant aux résultats obtenus précédemment lors des travaux expérimentaux. À l'issue des analyses de ces résultats, ce chapitre propose l'introduction d'une nouvelle notion de la « divergence limitée », suivie par des essais virtuels pour étudier ses caractéristiques.

- Basé sur les méthodes de « PI-Control » introduites dans les travaux de Mergny *et al.* (2020), le chapitre 3 se propose d'élargir le champ d'application de ladite méthode. En adoptant une nouvelle approche systématique, ce chapitre présente tout d'abord les cas où les vérins sont pilotés en déplacement, avant d'examiner les cas du pilotage des vérins en force. L'accent est mis sur les paramètres qui peuvent influencer la performance et les conditions de stabilité des résultats. Ce chapitre se termine par des études paramétriques d'une structure de type portique simple afin de d'étudier les avantages et les défauts de ces méthodes.

- Le chapitre 4 étudie la relation que la méthode de PI-Control du chapitre 3 peut avoir avec les méthodes classiques exposées au chapitre 2 ainsi que les méthodes classiques de nouvelle génération présentées dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a). Une fois que ces relations sont établies, nous verrons ainsi, dans chaque cas, comment cela se traduit en termes des conditions de stabilité des résultats, notamment pour des méthodes classiques de nouvelle génération. Deux séries d'essais hybrides virtuels seront présentées afin de mettre en évidence certains cas où les résultats ne sont pas stables.

La deuxième partie du mémoire, constituée des chapitres 5 et 6, présente l'application expérimentale de la méthode d'essais hybride au feu. Il s'agit de la mise en pratique des méthodes discutées lors de la première partie. Ces chapitres s'enchaînent comme suit :

- Le chapitre 5 porte sur le dispositif d'essai à petite échelle fabriqué dans le cadre de cette thèse. L'élément testé est composé d'un système de ressorts linéaires et d'un vérin électrique à faible capacité. L'effet du feu est assimilé à une dilatation thermique « artificielle », ce qui réduit le coût et la complexité d'opération. La réalisation des essais avec ce dispositif est une étape intermédiaire nécessaire pour évaluer la performance des méthodes étudiées ainsi que celle de la nouvelle plateforme développée avant de passer aux essais avec un « vrai » feu.

- Au final, le chapitre 6 présente les campagnes d'essais hybrides avec des poutres métalliques soumises au feu. Ce chapitre présentera la conception du bâti d'essai ainsi que la coordination des différents composants du dispositif. L'objectif principal de ce chapitre est de montrer les difficultés techniques que peuvent présenter la réalisation de ces types d'essais. Les résultats obtenus sont analysés afin d'évaluer la pertinence de la méthode.

Ce mémoire se termine avec le chapitre 7 consacré aux conclusions et perspectives.

Chapitre 2
Introduction de la notion « divergence limitée » pour les méthodes classiques

2.1 Introduction

Comme discuté dans le chapitre précédent, les méthodes classiques représentent les premiers pas dans l'historique du développement des essais hybrides au feu (voir par exemple les travaux de Korzen *et al.* 1999a ; Mostafaei, 2013a, 2013b; Sauca *et al.* 2018a et Pinoteau *et al.* 2020). Cependant, l'utilisation de ces méthodes peut conduire à une « divergence » des résultats, par exemple, lorsque la raideur de la sous- structure physique (la PS) est supérieure à celle de la sous-structure numérique (la NS) en cas du pilotage des vérins en déplacement. Bien que les conditions de stabilités ne soient pas satisfaites, les résultats expérimentaux dans les travaux de Pinoteau *et al.* (2019, 2020) n'ont pas montré des « divergences » claires (les résultats semblent encore converger). C'est donc dans ce contexte que se situe le présent chapitre. Les résultats discutés dans le présent chapitre sont également présentés dans les travaux d'Iea *et al.* (2020).

Par souci de simplification de la démarche, nous nous proposons d'abord d'approfondir la notion de « convergence » des essais hybrides au feu en s'appuyant sur un système simple constitué de deux ressorts linéaires. Nous nous intéresserons aux différents paramètres qui pourraient influencer les résultats finaux. Ensuite, une nouvelle notion de la « divergence limitée » sera introduite pour mieux expliquer les résultats d'essais de Pinoteau *et al.* (2019, 2020).

2.2 Rappel des méthodes classiques

2.2.1 Schémas de communication

Un schéma de communication des méthodes classiques avec les vérins pilotés en déplacement est représenté dans la figure 2.1. L'interaction entre la partie expérimentale et la partie numérique se déroule de la manière suivante :

i. Au début de l'essai, le déplacement de la PS est fixé à u_0.

ii. Soumise au chargement thermique, la PS génère un effort que nous mesurons à l'instant $t = \Delta t$, appelé F_1.

iii. La force mesurée F_1 est immédiatement envoyée aux calculs numériques de la NS.

iv. Une fois que les calculs de la NS sont terminés, nous obtenons le déplacement u_1.

v. Le déplacement u_1 est ensuite envoyé à la PS (comme une consigne au vérin).

vi. Lorsque le vérin atteint la position cible, nous mesurons la force de réaction F_2 à l'instant $t = 2\Delta t$.

vii. Les mêmes étapes sont répétées ainsi dans la suite jusqu'à la fin de l'essai.

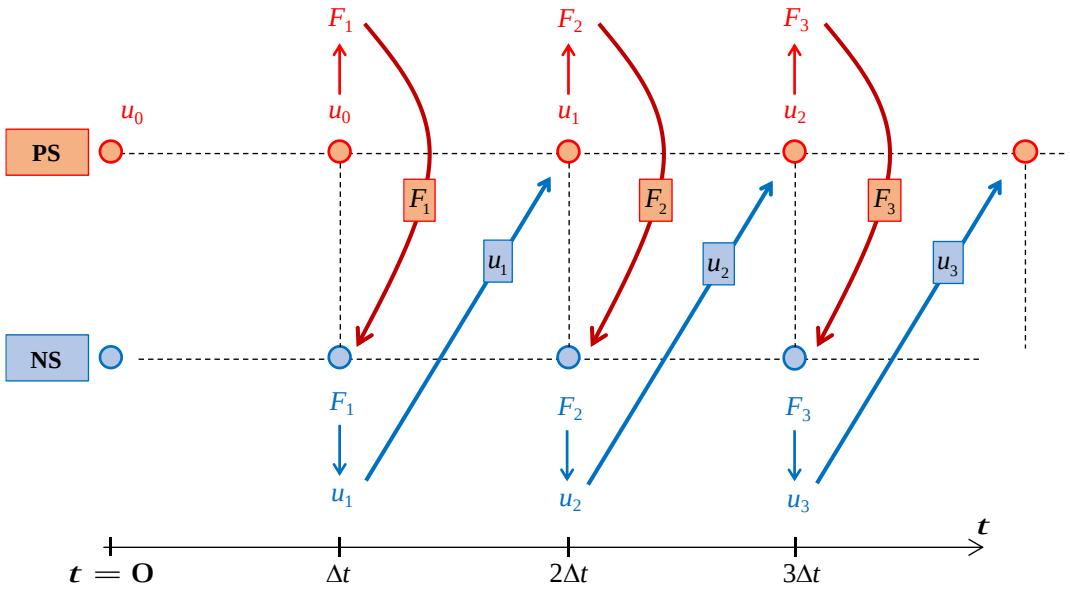


Figure 2.1. Schéma de principe des méthodes classiques avec le pilotage des vérins en déplacement

Bien que rare, il est possible de piloter les vérins en force avec les méthodes classiques. Le schéma de communication correspondant est représenté dans la figure 2.2:

i. Initialement, les vérins appliquent à la PS un chargement F_0.

ii. Pendant que la température augmente, nous mesurons la réaction de la PS en déplacement à l'instant $t = \Delta t$, notée u_1.

iii. Le déplacement u_1 est ensuite envoyé aux calculs numériques de la NS, qui nous donnent, une fois les calculs sont terminés, la force de réaction F_1 de la NS.

iv. Nous transmettons par la suite la force F_1 au contrôleur de vérins pour appliquer le chargement à la PS.

v. Nous mesurons le déplacement u_2 de la PS à l'instant $t = 2\Delta t$ et nous recommençons les mêmes procédures jusqu'à la fin de l'essai.

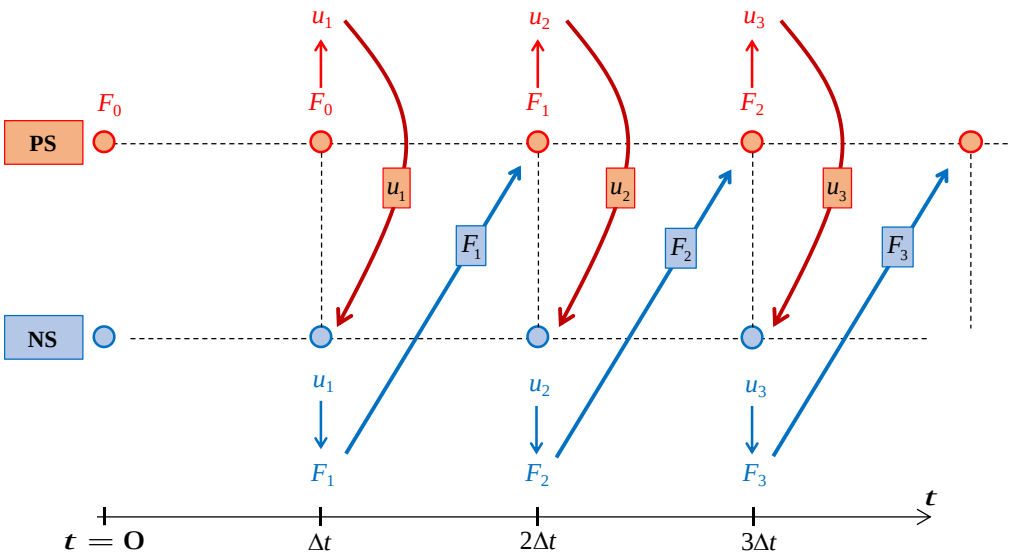


Figure 2.2. Schéma de principe des méthodes classiques avec le pilotage des vérins en force

2.2.2 Application des méthodes classiques avec les vérins pilotés en déplacement à un modèle simplifié unidimensionnel

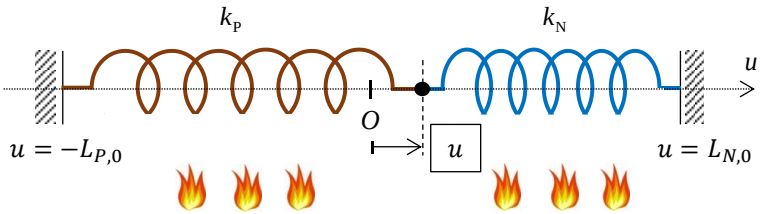
Les travaux de Sauca *et al.* (2018a) ont démontré les conditions de stabilité des méthodes classiques via un modèle simplifié unidimensionnel se composant de deux ressorts linéaires dont seule la partie expérimentale est exposée au chargement thermique. Nous proposons ici de réutiliser ce même modèle mais de le traiter dans un cadre plus général où ces deux ressorts sont soumis aux chargements thermiques (voir la figure 2.3 pour plus de détails).

Nous nous intéressons à l'interaction des deux ressorts au point de leur interface. Le ressort à gauche représente l'élément testé (la PS), tandis que celui à droite correspond à la partie numérique (la NS). Lors de l'essai hybride, le système est divisé en deux sous-structures comme le montre la figure 2.3(b), où k_{P} et k_{N} désignent respectivement les raideurs de la PS et de la NS. S'agissant des ressorts, le comportement de chaque partie peut être défini via les équations suivantes :

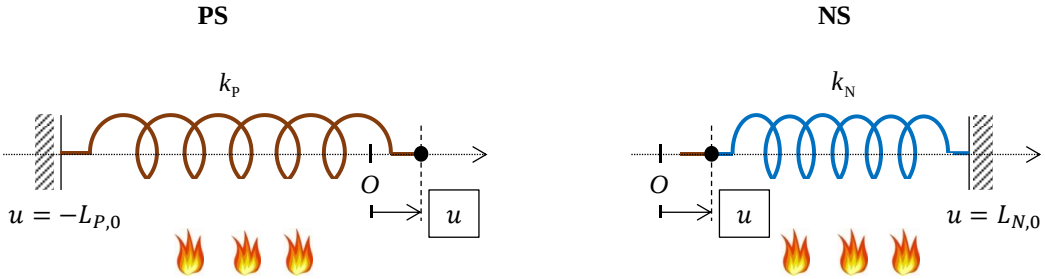
$$F_{\mathrm{P}}(t) = k_{\mathrm{P}}\left(u_{\mathrm{P}}(t) - u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t)\right) \tag{2.1}$$

$$F_{\mathrm{N}}(t) = k_{\mathrm{N}}\left(u_{\mathrm{N}}(t) - u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t)\right) \tag{2.2}$$

où $u_{\mathrm{P}}(t)$ (resp. $u_{\mathrm{N}}(t)$), $u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t)$ (resp. $u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t)$) et $F_{\mathrm{P}}(t)$ (resp. $F_{\mathrm{N}}(t)$) correspondent au déplacement total, à la dilatation thermique ainsi qu'à la force de réaction de la PS (resp. la NS).



(a)



(b)

Figure 2.3. Schéma du système de deux ressorts étudié

L'équilibre est atteint quand l'équilibre de force $F_{\mathrm{P}}(t) = -F_{\mathrm{N}}(t) = F^{\mathrm{eq}}(t)$ ainsi que la compatibilité des déplacements $u_{\mathrm{P}}(t) = u_N(t) = u^{\mathrm{eq}}(t)$ sont assurés :

$$\underbrace{k_{\mathrm{P}}\left(u^{\mathrm{eq}}(t) - u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t)\right)}_{F_{\mathrm{P}}^{\mathrm{eq}}(t)=F^{\mathrm{eq}}(t)} + \underbrace{k_{\mathrm{N}}\left(u^{\mathrm{eq}}(t) - u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t)\right)}_{F_{\mathrm{N}}^{\mathrm{eq}}(t)=-F^{\mathrm{eq}}(t)} = 0 \tag{2.3}$$

Dans ces conditions, les solutions d'équilibre du système en déplacement et en force peuvent être obtenues via les formules suivantes :

$$u^{\mathrm{eq}}(t) = \frac{k_{\mathrm{P}}u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t) + k_{\mathrm{N}}u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t)}{k_{\mathrm{P}} + k_{\mathrm{N}}} \tag{2.4}$$

$$F^{\mathrm{eq}}(t) = \frac{k_{\mathrm{P}}k_{\mathrm{N}}}{k_{\mathrm{P}} + k_{\mathrm{N}}}\left(u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t) - u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t)\right) \tag{2.5}$$

À chaque itération, la discrétisation à chaque pas de temps des équations (2.1), (2.2), (2.4) et (2.5) nous donne les relations suivantes :

$$F_{\mathrm{P},i} = k_{\mathrm{P},i}\left(u_{\mathrm{P},i} - u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}}\right) \tag{2.6}$$

$$F_{\mathrm{N},i} = k_{\mathrm{N},i}\left(u_{\mathrm{N},i} - u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \tag{2.7}$$

et

$$u_i^{\mathrm{eq}} = \frac{k_{\mathrm{P},i} u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + k_{\mathrm{N},i} u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \tag{2.8}$$

$$F_i^{\mathrm{eq}} = F_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{eq}} = -F_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{eq}} = \frac{k_{\mathrm{P},i} k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \left(u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} - u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} \right) \tag{2.9}$$

Dans la suite, nous introduisons Δu_i qui représente la différence de déplacement à l'interface des deux ressorts à l'itération i :

$$\Delta u_i = u_{\mathrm{N},i} - u_{\mathrm{P},i} \tag{2.10}$$

Or, comme indiqué dans le schéma de communication de la figure 2.1 :

$$F_{\mathrm{N},i} = -F_i = -F_{\mathrm{P},i} \tag{2.11}$$

et en tenant compte des équations (2.7) et (2.11) :

$$u_{\mathrm{N},i} = \frac{F_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{N},i}} + u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} = -\frac{F_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} + u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} \tag{2.12}$$

En introduisant l'expression de $F_{\mathrm{P},i}$ de l'équation (2.6) dans l'équation (2.12), nous obtenons :

$$u_{\mathrm{N},i} = -\frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} \left(u_{\mathrm{P},i} - u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} \right) + u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} = -\frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} u_{\mathrm{P},i} + \frac{k_{\mathrm{P},i} u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + k_{\mathrm{N},i} u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}}{k_{\mathrm{N},i}} \tag{2.13}$$

Avec l'expression de u_i^{eq} dans l'équation (2.8), l'équation (2.13) peut s'écrire comme suit :

$$u_{\mathrm{N},i} = -\frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} u_{\mathrm{P},i} + \frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{N},i}} u_i^{\mathrm{eq}} \tag{2.14}$$

En injectant cette expression dans l'équation (2.10), nous obtenons ainsi :

$$\Delta u_i = -\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{N},i}} \left(u_{\mathrm{P},i} - u_i^{\mathrm{eq}} \right) \tag{2.15}$$

ce qui signifie que :

$$u_{\mathrm{P},i} - u_i^{\mathrm{eq}} = -\frac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \Delta u_i \tag{2.16}$$

D'ailleurs, comme nous avons :

$$u_{\mathrm{N},i} - u_i^{\mathrm{eq}} = u_{\mathrm{N},i} - u_{\mathrm{P},i} + u_{\mathrm{P},i} - u_i^{\mathrm{eq}} \tag{2.17}$$

nous en déduisons ainsi :

$$u_{\mathrm{N},i} - u_i^{\mathrm{eq}} = \Delta u_i - \frac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \Delta u_i = \frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \Delta u_i \tag{2.18}$$

En outre, nous remarquons que les formes discrétisées de l'équation (2.3) peuvent s'écrire comme suit :

$$F_i^{\mathrm{eq}} = k_{\mathrm{P},i}\left(u_i^{\mathrm{eq}} - u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}}\right) \tag{2.19}$$
$$-F_i^{\mathrm{eq}} = k_{\mathrm{N},i}\left(u_i^{\mathrm{eq}} - u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \tag{2.20}$$

En soustrayant l'équation (2.6) de (2.19) et l'équation (2.7) de (2.20), nous obtenons :

$$F_{\mathrm{P},i} - F_i^{\mathrm{eq}} = k_{\mathrm{P},i}\left(u_{\mathrm{P},i} - u_i^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.21}$$
$$F_{\mathrm{N},i} - \left(-F_i^{\mathrm{eq}}\right) = k_{\mathrm{N},i}\left(u_{\mathrm{N},i} - u_i^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.22}$$

En intégrant les expressions de $u_{\mathrm{P},i} - u_i^{\mathrm{eq}}$ et $u_{\mathrm{N},i} - u_i^{\mathrm{eq}}$ des équations (2.16) et (2.18) dans les équations (2.21) et (2.22), il s'ensuit que :

$$F_{\mathrm{P},i} - F_i^{\mathrm{eq}} = -\frac{k_{\mathrm{P},i} k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \Delta u_i \tag{2.23}$$
$$F_{\mathrm{N},i} - \left(-F_i^{\mathrm{eq}}\right) = \frac{k_{\mathrm{P},i} k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \Delta u_i \tag{2.24}$$

D'après les équations (2.16), (2.18), (2.23) et (2.24), il est intéressant de souligner que la compatibilité des déplacements à l'interface (i.e. $\Delta u_i = 0$) implique, et vice versa, que la solution de l'essai hybride est identique à la solution d'équilibre. De ce point de vue, Δu_i constitue un paramètre très intéressant pour évaluer la performance des résultats.

D'ailleurs, nous remarquons également, d'après le schéma de communication de la figure 2.1, que :

$$u_{\mathrm{N},i-1} = u_{\mathrm{P},i} \tag{2.25}$$

Par conséquent, l'équation (2.15) peut être réécrite comme suit :

$$\Delta u_i = -\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{N},i}}\left(u_{\mathrm{P},i} - u_i^{\mathrm{eq}}\right) = -\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{N},i}}\left(u_{\mathrm{N},i-1} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}} + u_{i-1}^{\mathrm{eq}} - u_i^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.26}$$

D'après l'équation (2.18)

$$\Delta u_i = -\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{N},i}}\left(\frac{k_{\mathrm{P},i-1}}{k_{\mathrm{P},i-1} + k_{\mathrm{N},i-1}} \Delta u_{i-1} + u_{i-1}^{\mathrm{eq}} - u_i^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.27}$$

Finalement, nous obtenons :

$$\Delta u_i = -\frac{r_{i-1}(1+r_i)}{1+r_{i-1}}\Delta u_{i-1} + (1+r_i)\left(u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.28}$$

où $r_i = k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{N},i}$ est le rapport de raideurs des deux sous-structures.

Nous divisons ensuite les termes à gauche et à droite de l'équation (2.28) par le produit :

$$(1+r_i)\prod_{j=0}^{i-1}(-r_j) = (1+r_i)\times(-r_0)\times(-r_1)\times\ldots\times(-r_{i-1}) \tag{2.29}$$

Dans ce cas, nous avons

$$\frac{\Delta u_i}{1+r_i}\prod_{j=0}^{i-1}\left(-\frac{1}{r_j}\right) = \frac{\Delta u_{i-1}}{1+r_{i-1}}\prod_{j=0}^{i-2}\left(-\frac{1}{r_j}\right) + \left[\prod_{j=0}^{i-1}\left(-\frac{1}{r_j}\right)\right]\left(u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.30}$$

d'où, lorsque $i \geq 2$, nous obtenons par déroulement de la suite en substituant les termes entre 0 et $i-1$:

$$\frac{\Delta u_i}{1+r_i}\prod_{j=0}^{i-1}\left(-\frac{1}{r_j}\right) = \frac{\Delta u_1}{1+r_1} + \sum_{k=1}^{i-1}\left[\prod_{j=0}^{k}\left(-\frac{1}{r_j}\right)\right]\left(u_{k+1}^{\mathrm{eq}} - u_k^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.31}$$

Comme indiqué dans la figure 2.1, nous avons par définition :

$$\Delta u_1 = u_{\mathrm{N},1} - u_{\mathrm{P},1} = u_1 - u_1 = 0 \tag{2.32}$$

Il s'ensuit que :

$$\Delta u_i = (1+r_i)\left(u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}}\right) + (1+r_i)\sum_{k=1}^{i-2}\left[\prod_{j=k+1}^{i-1}(-r_j)\right]\left(u_{k+1}^{\mathrm{eq}} - u_k^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.33}$$

Il faut se rappeler que Δu_i est un paramètre qui détermine la performance des résultats que ce soit en force ou en déplacement. Lorsque Δu_i augmente, l'écart entre la solution d'essai et la solution de référence augmente de manière proportionnelle avec Δu_i. L'équation (2.33) nous montre que la valeur de Δu_i dépend de deux variables : le rapport de raideurs (r_i) et l'incrément de u^{REF} à chaque itération (i.e. $u_{k+1}^{\mathrm{REF}} - u_k^{\mathrm{REF}}$) notamment celui de l'itération i, (i.e. $u_i^{\mathrm{REF}} - u_{i-1}^{\mathrm{REF}}$).

Nous considérons maintenant le cas où les raideurs des deux sous-structures restent constantes tout au long de l'essai (i.e. $r_i = r$). L'expression de Δu_i peut être simplifiée comme suit :

$$\Delta u_i = (1+r)\sum_{k=0}^{i-1} r^{i-k-1}\cdot\left(u_{k+1}^{\mathrm{eq}} - u_k^{\mathrm{eq}}\right) \tag{2.34}$$

Nous retrouvons ainsi les conditions de stabilité établies dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a). Lorsque le rapport de raideurs des deux sous-structures est inférieur à 1, i.e.

$$r = \frac{k_{\mathrm{P}}}{k_{\mathrm{N}}} < 1 \tag{2.35}$$

il s'ensuit ici que :

$$\left|\sum_{k=0}^{i-1} r^{i-k-1}\cdot\left(u_{k+1}^{\mathrm{eq}} - u_k^{\mathrm{eq}}\right)\right| < \sum_{k=0}^{i-1}\left|r^{i-k-1}\cdot\left(u_{k+1}^{\mathrm{eq}} - u_k^{\mathrm{eq}}\right)\right| < c_{\mathrm{eq}}\sum_{k=0}^{i-1} r^{i-k-1} \tag{2.36}$$

où c_{eq} est le maximum incrément des u_i^{eq}, c'est-à-dire :

$$c_{\mathrm{eq}} = \max_k\left|u_{k+1}^{\mathrm{eq}} - u_k^{\mathrm{eq}}\right| \tag{2.37}$$

Nous retrouvons ainsi la condition de stabilité établie dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a), i.e. la solution des méthodes classiques « converge » vers la solution de référence quand la condition de l'équation (2.35) est respectée.

D'ailleurs, hormis le rapport de raideurs r, il faut souligner que l'incrément de u^{eq} peut avoir aussi une influence sur la valeur de Δu_i. Supposons que le rapport r soit infiniment petit, ce qui renforce les conditions de stabilité, nous remarquons que la discontinuité de déplacement persiste. En effet, lorsque r tend vers 0, nous avons d'après l'équation (2.34) :

$$\Delta u_i \to u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}} \tag{2.38}$$

Ceci signifie que la discontinuité des déplacements à l'interface entre la PS et la NS ne peut pas être complètement éliminée comme elle est limitée par l'incrément de la solution d'équilibre (i.e. $u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}}$). Ce dernier est conditionné par la pente de $u^{\mathrm{eq}}(t)$ ainsi que le pas de temps (Δt). L'évolution de la solution d'équilibre $u^{\mathrm{eq}}(t)$ est conditionnée par le type de la structure étudiée. Le pas de temps est, quant à lui, limité par un seuil minimal (voir le Chapitre 1 section 1.2 pour plus de détails).

2.3 Problème d'instabilité des résultats

Pinoteau *et al.* (2020) ont étudié le problème d'instabilité des résultats des méthodes classiques vis-à-vis des conditions de convergence présentées dans les travaux théoriques de Sauca *et al.* (2020). Deux campagnes d'essais ont été réalisées sur une structure 2D simple de type portique,

(figure 2.4(a)). Dans cette étude, la structure est divisée en deux parties (voir la figure 2.4(b)) : la partie testée expérimentalement (la PS) correspond au poteau à gauche et la partie numérique (la NS) regroupe tout le reste de la structure.

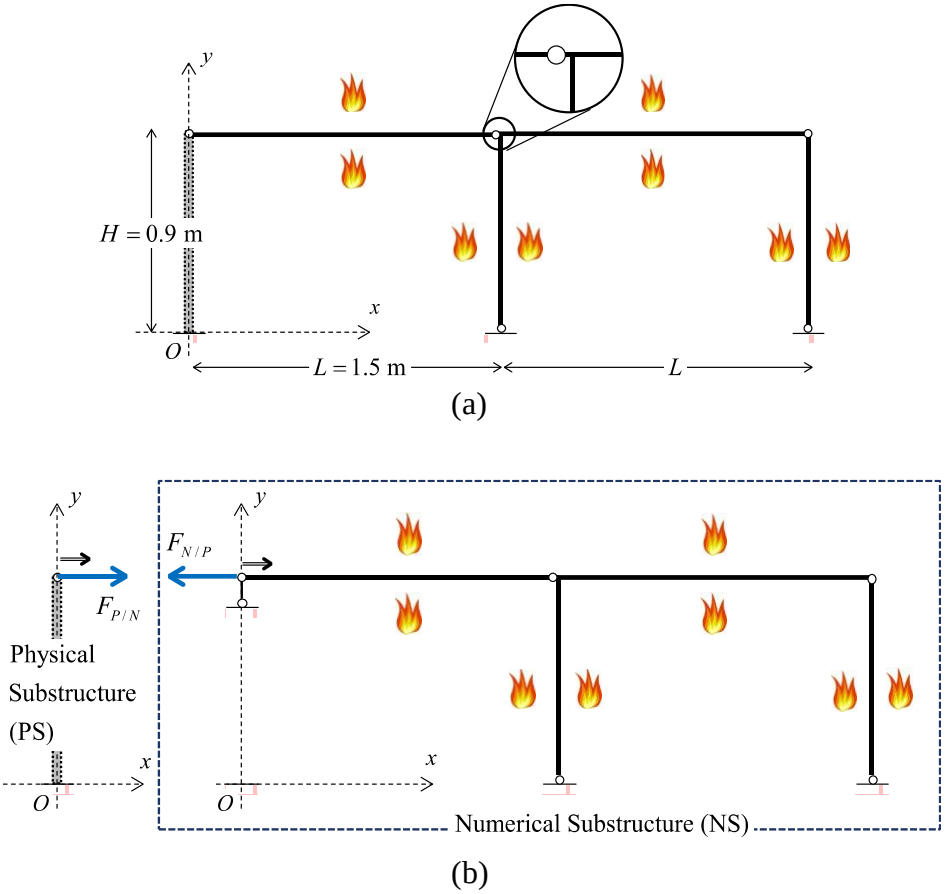


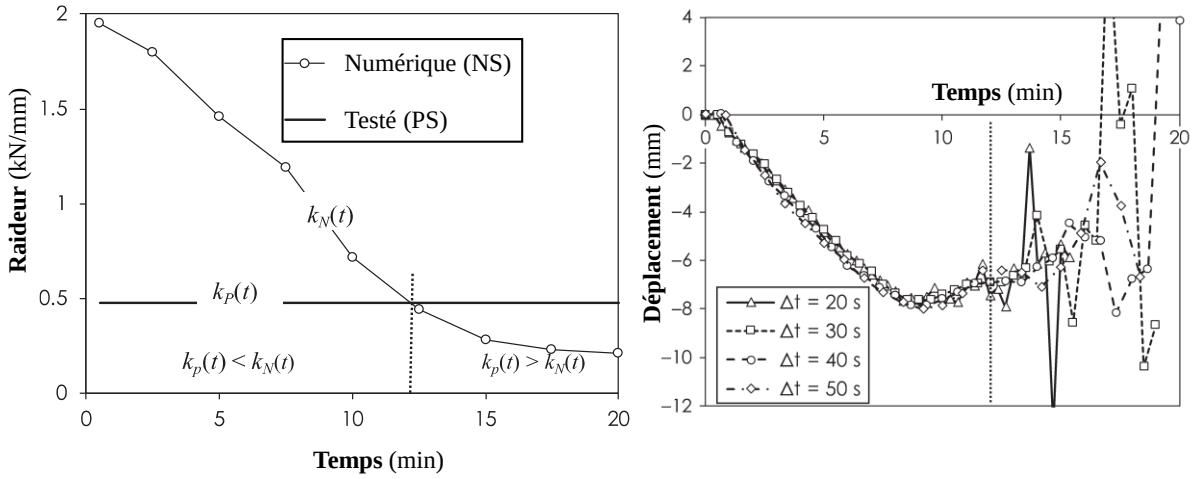
Figure 2.4. Schéma simplifié de la structure étudiée en complète (a) et les deux sous-structures séparées (b) (Pinoteau *et al.* 2020)

La première campagne d'essais consiste à tester la PS à la température ambiante, c'est-à-dire seule la NS est soumise au feu. L'élément testé est une poutre en acier placé horizontalement comme le montre la figure 2.5(a). Les conditions aux limites à l'interface de la PS et de la NS sont mises à jour via un vérin hydraulique vertical. La figure 2.6(a) présente l'évolution dans le temps des raideurs des deux parties (qui durent 20 min). La PS ne subit aucun chargement thermique (sa raideur reste constante tout au long de l'essai). Au contraire, la raideur de la NS, (qui est soumise au feu), est diminuée au cours du temps en raison de la dégradation des matériaux à haute température. Au début de l'essai, la raideur de la NS est supérieure à celle de la PS, mais le rapport de raideurs est inférieur à 1 après environ 12 min d'essai. La figure 2.6(b) montre l'évolution du déplacement du vérin en fonction du temps pour quatre essais différents (correspondant aux quatre valeurs différentes du pas de temps : 20 s ; 30 s ; 40 s et 50 s). Nous constatons sur la figure 2.6(b) que ces résultats sont cohérents avec les courbes de raideurs

montrées dans la figure 2.6(a). En effet, la « convergence » des résultats est assurée au début de l'essai car la raideur de la NS est supérieure à celle de la PS, respectant ainsi la condition rappelée dans l'équation (2.35). Cependant, après environ 12 min d'essai, nous notons dans la figure 2.6(a) que le rapport de raideurs est inférieur à 1 (i.e. $k_P > k_N$). La convergence des résultats n'est donc plus assurée, ce qui se traduit par l'instabilité des résultats en termes de déplacement dans la figure 2.6(b).

(a) (b)

Figure 2.5. Installation des dispositifs expérimentaux lors de la campagne d'essais à froid (a) et la campagne d'essais au feu (b) (Pinoteau *et al.* 2020)



(a) (b)

Figure 2.6. Évolution des raideurs de la PS et de la NS en fonction du temps (a) et consignes de déplacement (b) lors de la campagne d'essais à froid (Pinoteau *et al.* 2020)

Lors de la deuxième campagne d'essais, le chargement thermique est appliqué à la fois à la PS et à la NS. Les poutres sont testées sur le même bâti et placées sur un four, comme le montre la figure 2.5(a). Trois essais dont chacun a une durée totale de 30 min ont été réalisés. Les essais dits « a », « b » et « c » correspondent respectivement aux pas de temps de 30 s, 30 s et 10 s. Les figures 2.7(a) et 2.7(b) nous donnent respectivement l'évolution des raideurs de deux sous-structures et les résultats en termes de déplacement (en fonction du temps). D'après la figure 2.7(a), nous notons que, la raideur de deux sous-structures est diminuée tout au long de l'essai, ce qui est due à la dégradation des matériaux face au chargement thermique. Au début de l'essai, la raideur de la NS est plus grande que celle de la PS. Mais, après environ 14 min, les deux courbes d'évolution de raideurs se croisent, ce qui crée donc une zone où la divergence des résultats est attendue comme lors de la 1ère campagne d'essais. Cependant, nous constatons sur la figure 2.7(b) que les résultats ne présentent pas d'instabilité.

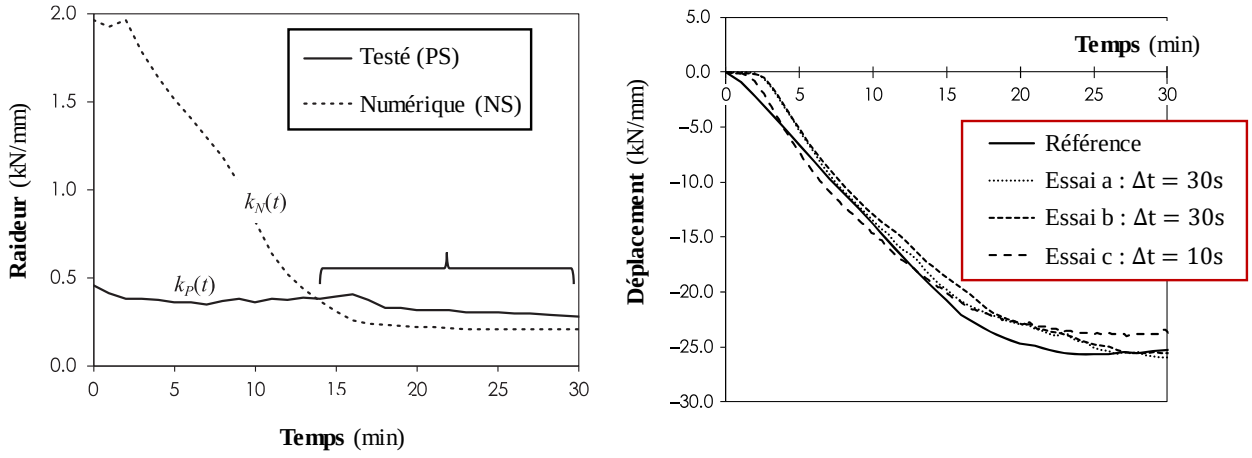


Figure 2.7. Évolution des raideurs en fonction du temps (a) et des consignes de déplacement (b) lors de la campagne d'essais au feu (Pinoteau *et al.* 2020)

2.4 Notion de la « divergence limitée »

La deuxième campagne d'essais de Pinoteau *et al*. 2020 s'est terminée à 30 min. Néanmoins, en examinant les courbes d'évolution de raideurs de la PS et de la NS dans la figure 2.8(a), nous pouvons nous attendre aux tendances suivantes si les essais avaient été prolongés :

- $k_{\mathrm{P}}(t)$, qui est progressivement diminuée depuis le début de l'essai, aurait pu continuer à diminuer au fur et à mesure que la température augmente.

- $k_{\mathrm{N}}(t)$, qui est déjà diminuée très rapidement au début de l'essai, puis stabilisée à partir de 20 min, aurait pu diminuer de manière moins importante que $k_{\mathrm{P}}(t)$.

Dans ce cas, les deux courbes auraient pu se recroiser à nouveau, séparant ainsi la zone de divergence par rapport à la zone de convergence qui suit juste après. C'est dans ce cas particulier que nous introduisons la notion de « divergence limitée », voir la figure 2.9, correspondant au cas où la zone de divergence théorique (i.e. $k_{\mathrm{N}}(t) < k_{\mathrm{P}}(t)$) est limitée à gauche et à droite par deux zones de convergence (i.e. $k_{\mathrm{N}}(t) > k_{\mathrm{P}}(t)$). Ce cas particulier est le sujet des études paramétriques présentées à la section suivante.

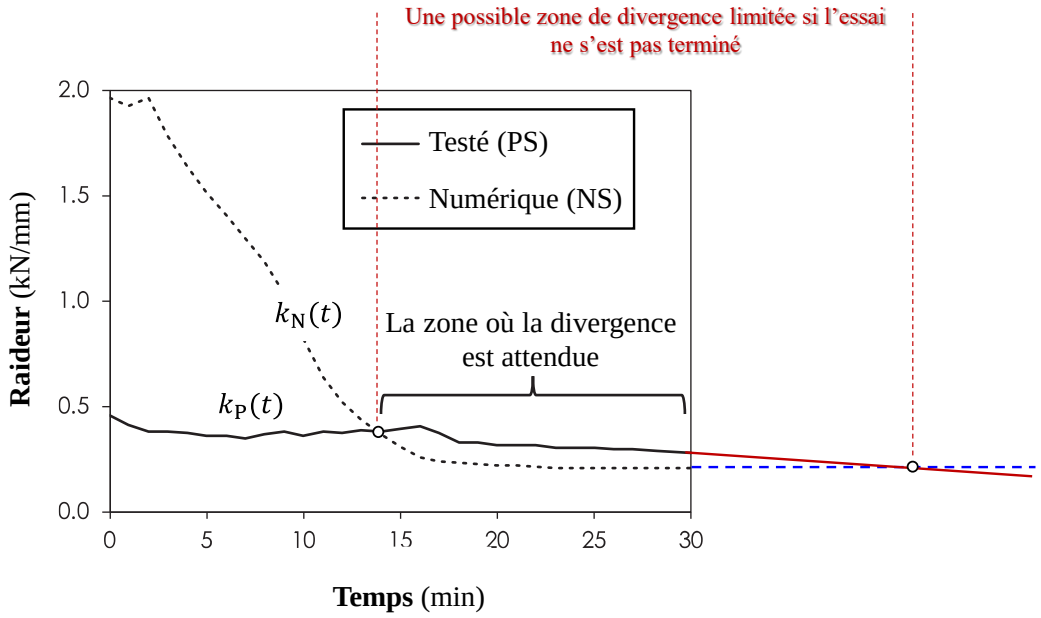


Figure 2.8. Évolution possible des courbes d'évolution des raideurs si les essais ne se sont pas arrêtés

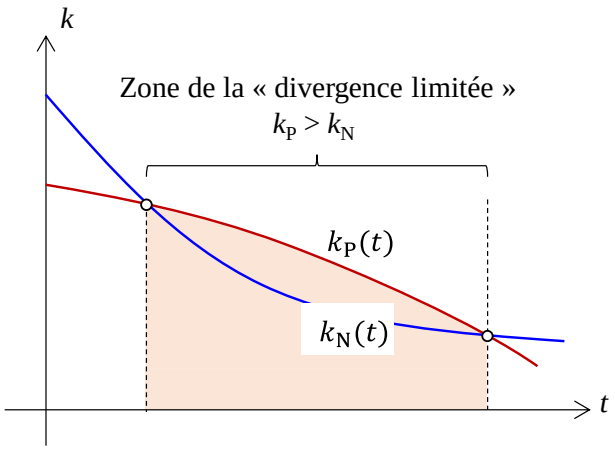


Figure 2.9. Définition de la « divergence limitée »

2.5 Études paramétriques avec les essais virtuels

2.5.1 Configurations d'essais

Afin d'étudier la stabilité des résultats lors de la « divergence limitée », nous réalisons dans cette section six essais hybrides virtuels avec le système de deux ressorts comme celui montré dans la figure 2.3. Les deux ressorts mesurent chacun 2 m en longueur. Le ressort à gauche représente l'élément testé (la PS), tandis que celui à droite correspond à la partie numérique (la NS). Les deux ressorts sont exposés à un feu ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002). Le comportement de chaque ressort peut être défini via les équations suivantes :

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{P}}(t) &= k_{\mathrm{P}}(t)\left(u_{\mathrm{P}}(t) - u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t)\right) \\ F_{\mathrm{N}}(t) &= k_{\mathrm{N}}(t)\left(u_{\mathrm{N}}(t) - u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t)\right) \end{aligned} \tag{2.39}$$

où $u_{\mathrm{P}}(t)$ (resp. $u_{\mathrm{N}}(t)$), $u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t)$ (resp. $u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t)$) et $F_{\mathrm{P}}(t)$ (resp. $F_{\mathrm{N}}(t)$) désignent le déplacement total, la dilatation thermique ainsi que la force de réaction de la PS (resp. de la NS). Sous le chargement thermique, nous utilisons la convention suivante pour chaque ressort :

- Bloqué à gauche, le ressort PS se dilate à droite avec $u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t)$ positif.
- Bloqué à droite, le ressort NS se dilate à gauche avec $u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t)$ négatif.

Nous écrivons ainsi :

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t) &= \alpha \times L_{\mathrm{P}} \times (T_{\mathrm{P}}(t) - T_0) \\ u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t) &= -\alpha \times L_{\mathrm{N}} \times (T_{\mathrm{N}}(t) - T_0) \end{aligned} \tag{2.40}$$

Le coefficient de dilatation thermique est identique pour les deux ressorts : $\alpha = 2 \times 10^{-5}$/K.

Afin d'étudier l'influence de la zone de « divergence limitée », nous examinons les cas où les raideurs des deux ressorts, i.e. $k_{\mathrm{P}}(t)$ et $k_{\mathrm{N}}(t)$ dans l'équation (2.39), varient en fonction du temps. Nous considérons six configurations où, en gardant la courbe de la $k_{\mathrm{N}}(t)$ fixée, nous déplaçons la courbe de la $k_{\mathrm{P}}(t)$ verticalement pour faire varier la taille de la zone de divergence (voir la figure 2.10). La configuration n°1 correspond au cas où la zone de divergence limitée se réduit à un point, i.e. la courbe de la raideur $k_{\mathrm{P}}(t)$ est tangentielle à celle de la $k_{\mathrm{N}}(t)$. En revanche, la configuration n°6 se réfère au cas où la zone de « divergence limitée » est la plus grande parmi les autres configurations. En outre, chaque configuration est étudiée avec six valeurs différentes du pas de temps : 10 s ; 20 s ; 30 s ; 40 s ; 50 s et 60 s.

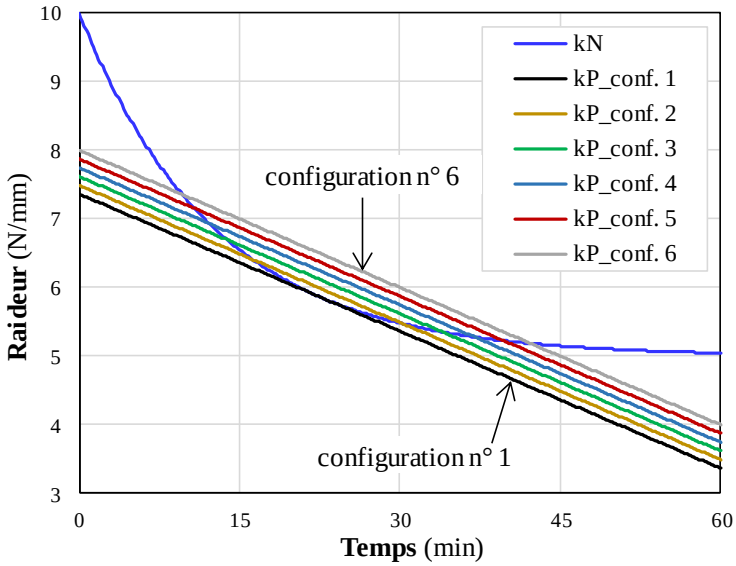


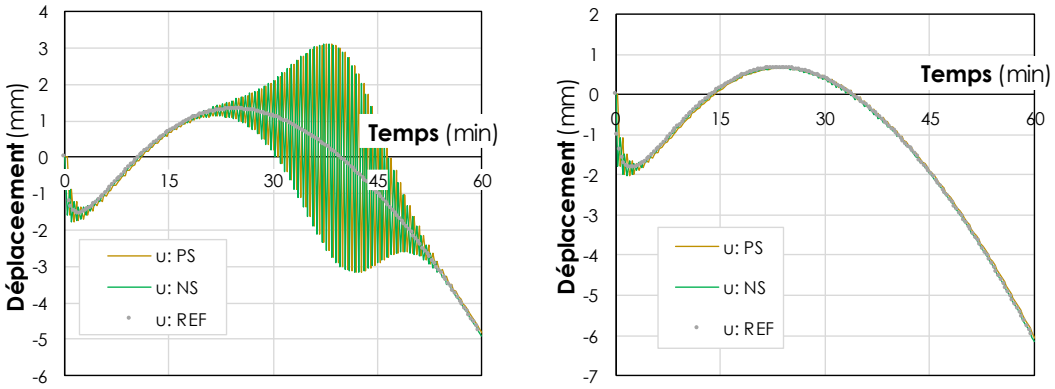
Figure 2.10. Évolution des raideurs de la PS et de la NS au cours du temps pour les six configurations d'essai étudiées

2.5.2 Instabilité des résultats

Les figures 2.11(a) et 2.11(b) présentent les résultats des essais virtuels correspondant respectivement aux configurations n°5 et n°3. Les déplacements de la PS et de la NS sont présentés à côté les solutions de référence (REF) calculées via l'équation (2.8). D'un côté, nous remarquons sans surprise l'instabilité des résultats pour la configuration n°5 en raison de la présence de la zone de divergence. D'un autre côté, comme la zone de divergence issue de la configuration n°3 est légèrement plus petite que celle de la configuration n°5, nous remarquons que l'instabilité des résultats est complétement absente.

En effet, comme discuté précédemment, la valeur de la Δu_i est le résultat du processus d'accumulation. Ainsi, il y a un décalage entre le changement des valeurs du rapport de raideurs r et son impact sur la stabilité des résultats. Examinons, par exemple, la configuration n°5. Lorsque la raideur de la PS devient supérieure à celle de la NS (vers 12 min), l'instabilité ne semble apparaître que vers 17 min. Vice versa, lorsque le rapport de raideurs change à nouveau quand les courbes se recroisent vers 42 min, la stabilité ne se retrouve que vers 52 min. En ce qui concerne la configuration n°3, la zone de divergence est plus restreinte. Ainsi, en raison du décalage, l'instabilité n'aurait pas pu suffisamment s'accumuler alors que la zone de divergence limitée est déjà traversée.

D'ailleurs, bien qu'encore dans la zone de convergence, nous observons également des petites oscillations durant les quelques minutes au début de l'essai à la fois pour la configuration n°3 et celle du n°5 (voir la figure 2.11). Ce phénomène peut être influencé par l'incrémentation de la courbe de la $u^{\mathrm{eq}}(t)$ à chaque itération, i.e. $u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}}$ de l'équation (2.28), ce qui est le plus pénalisant lors du début de l'essai pour une courbe de feu ISO 834 par exemple.



(a) (b)

Figure 2.11. Résultats des essais virtuels en termes de déplacement de la configuration n°5 (a) et de la configuration n°3 (b)

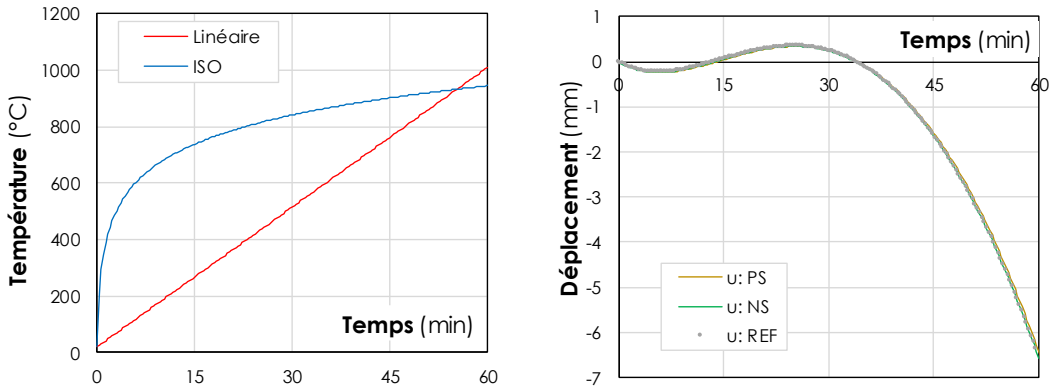
À titre d'illustration, nous réalisons un autre essai virtuel avec le même système de ressorts, i.e. avec les caractéristiques et les courbes de raideurs identiques à celles des essais de la configuration n°3, mais avec le chargement thermique suivant une courbe linéaire :

$$T(t) = 20 + 16{,}5t \tag{2.41}$$

où T représente la température mesurée en °C tandis que t désigne la durée mesurée en min.

À titre de comparaison, cette nouvelle courbe de température est tracée sur la même figure que la courbe du feu ISO 834 (figure 2.12(a)). On observe que les deux courbes commencent à la même température ambiante de 20°C et atteignent la fin de l'essais à 60 min respectivement à 945 °C pour le feu ISO et à 1010 °C pour la courbe linéaire.

La figure 2.12(b) montre les résultats en déplacement. On observe qu'avec la courbe de feu linéaire, la solution d'équilibre comporte une pente plus petite que celle avec le feu ISO. Dans ce cas, non seulement l'instabilité dans la zone de « divergence limitée » est absente, mais les petites fluctuations au début de l'essai les sont aussi. Ce résultat est concordant avec l'équation (2.38). La pente plus petite de la solution d'équilibre introduit moins d'erreurs dans les résultats d'essais hybrides.



(a) (b)

Figure 2.12. Résultats des essais virtuels de la configuration n° 3 en termes de déplacement (a) et en termes de force (b) en fonction du temps

2.5.3 Influence du pas de temps

La figure 2.13 montre l'évolution en fonction du temps de Δu pour chaque configuration et chaque valeur de pas de temps étudié. Il convient de rappeler ici notre choix de Δu car ce paramètre détermine, comme discuté précédemment, le rapprochement des solutions en termes de déplacement et de force de l'essai hybride par rapport aux solutions d'équilibre (voir les équations (2.16), (2.18), (2.23) et (2.24)). Plus Δu s'approche de 0 en termes de valeur absolue, plus la solution d'essai s'approche de la solution d'équilibre.

Les résultats des figures 2.13 (a)-(f) appellent les commentaires suivants :

- Pour chaque configuration et chaque valeur du pas de temps étudiée, nous remarquons le changement de signe des valeurs de Δu à chaque itération (positive à négative et vice versa), ce qui souligne, d'après l'équation (2.28), la dominance du terme de $(-\Delta u_{i-1})$ par rapport à celui de $(u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}})$.

- Durant les quelques minutes au début des essais, nous remarquons des petites oscillations avec des pics maximaux qui varient entre -2 mm et +3 mm, ce qui semble correspondre à la fluctuation au début de l'essai discutée dans la section précédente.

- Pour les quatre premières configurations où les tailles de zones de divergence sont les plus petites, nous n'observons pas l'instabilité des résultats dans la zone où la divergence est attendue. La valeur absolue de Δu peut nettement s'accroître comme

notamment le cas de la configuration n°4, mais la stabilité n'est pas compromise. En revanche pour les configurations n°5 et n°6, nous remarquons clairement l'instabilité des résultats dans la zone de la divergence.

- L'influence des valeurs du pas de temps n'est pas identique en cas d'instabilité des résultats par rapport à celui où la stabilité est considérée comme préservée. Pour les quatre premières configurations (n°1 à n°4), la valeur absolue de Δu diminue quand le pas de temps augmente. Cependant, en ce qui concerne les deux dernières configurations (n°5 et n°6), nous remarquons une tendance inverse (la valeur absolue de Δu augmente quand le pas de temps augmente).

Ce dernier constat peut être expliqué par le fait que Δu est une accumulation des erreurs à chaque itération. En effet, un pas de temps plus petit introduit moins d'erreurs issues de $u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i-1}^{\mathrm{eq}}$. Ainsi, en cas d'absence de l'instabilité (configurations n°1 à n°4), le pas de temps petit semble être plus avantageux que le pas de temps plus grand. Cependant, il faut noter que, pour une même durée, l'essai avec le pas de temps petit nécessite plus d'itérations que lorsque le pas temps est plus grand. En cas de présence de l'instabilité (configurations n°5 et n°6), l'accumulation de la valeur de Δu atteint le seuil où chaque itération supplémentaire accroître davantage sa valeur. Ainsi, un nombre élevé d'itérations avec le pas de temps petit devient plus pénalisant par rapport à un nombre plus limité d'itérations avec le pas de temps plus grand.

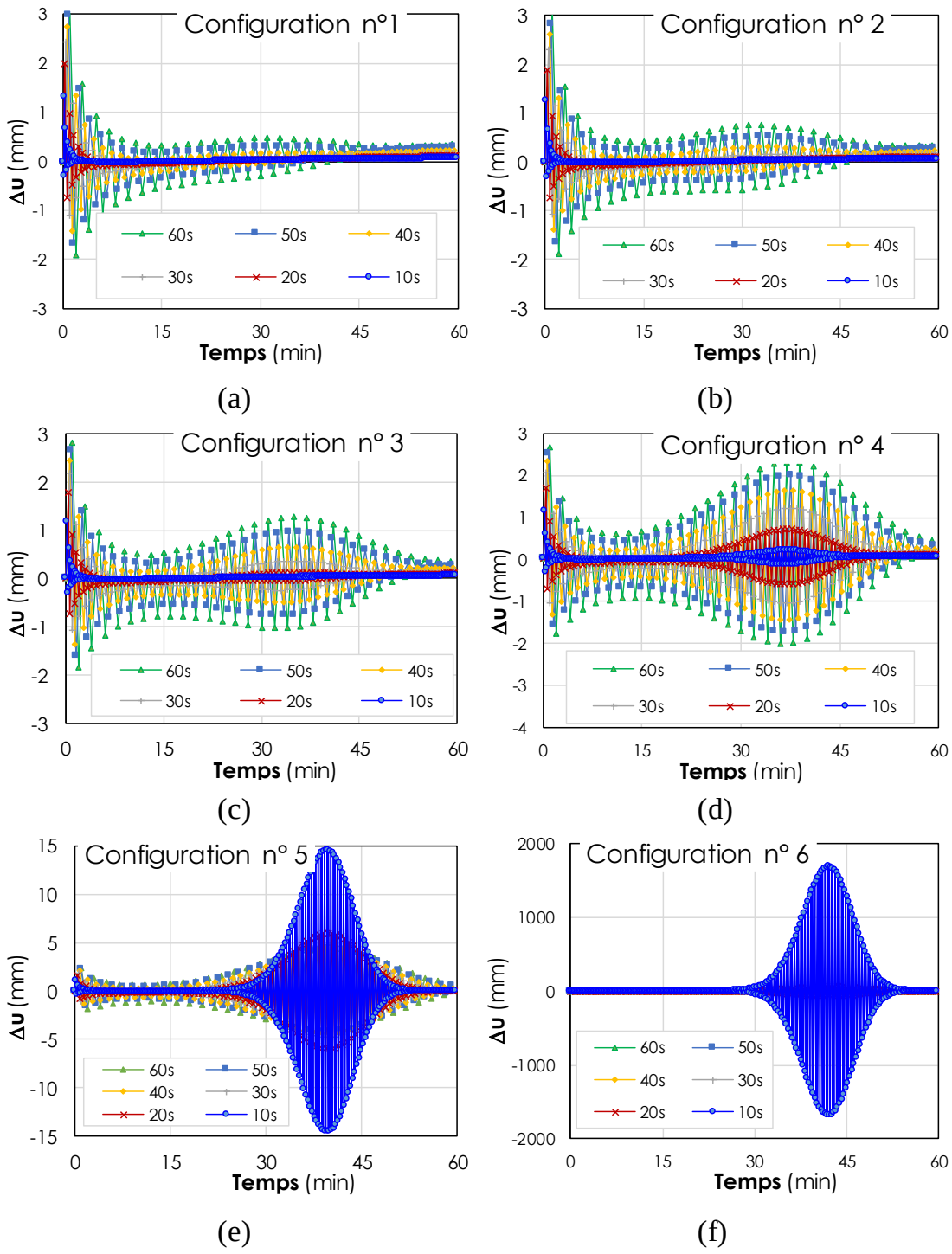


Figure 2.13. Différence des déplacements à l'interface Δu_i en fonction du pas de temps pour différentes configurations étudiées

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réexaminé la stabilité des résultats des essais hybrides avec les méthodes classiques.

Tout d'abord, nous nous focalisons sur l'exemple simple d'un système composé de deux ressorts linéaires. À travers les démonstrations analytiques, nous remarquons que Δu_i constitue un paramètre pertinent pour évaluer les résultats car la continuité de déplacements à l'interface (i.e. $\Delta u_i = 0$) implique, et vice versa, que la solution de l'essai hybride soit identique à la solution d'équilibre. En outre, les équations révèlent le caractère incrémental de l'accumulation de Δu_i. D'un côté, nous avons retrouvé l'influence du rapport de raideurs des deux sous-structures sur l'instabilité des résultats, ce qui reconfirme les conditions de stabilité présentées dans les travaux précédents des autres auteurs. D'un autre côté, nos études ont également souligné l'influence d'un autre paramètre, le profil de solution d'équilibre. En effet, la continuité parfaite des déplacements à l'interface entre la PS et la NS ne peut pas être atteinte car, à chaque itération, Δu_i est limitée par l'incrément de la solution d'équilibre.

Ensuite, en étudiant les résultats expérimentaux reportés dans les travaux de Pinoteau *et al.* (2020), nous nous sommes questionnés sur le phénomène de l'absence de l'instabilité des résultats lorsque les conditions prescrites ne sont pas satisfaites. Nous avons introduit la notion de la « divergence limitée », où la zone de divergence théorique est limitée à gauche et à droite par deux zones de convergence. À travers des essais virtuels, nous avons présenté les exemples où l'instabilité des résultats est absente dans la zone de « divergence » car Δu_i n'aurait pas pu suffisamment s'accumuler alors que la zone de « divergence limitée » est déjà traversée. De plus, nous avons également investigué l'impact des autres paramètres comme le profil de solution d'équilibre qui influence les faibles oscillations au début de l'essai. Au final, nous avons étudié l'influence des petits pas de temps qui peuvent être avantageux lors de la stabilité dans la zone de « divergence limitée », mais qui augmente, en revanche, l'amplitude de la fluctuation des résultats en cas d'instabilité.

Les travaux réalisés dans ce chapitre nous a permis de clarifier les notions de stabilité des essais hybrides en posant un cadre théorique rigoureux pour interroger les conditions de stabilité des méthodes classiques. Pour éviter des problèmes que ces méthodes peuvent engendrer, nous nous focaliserons dans le prochain chapitre sur d'autres méthodes alternatives.

Chapitre 3
Élargissement du champ d'application des méthodes de PI-Control

3.1 Introduction

Les méthodes de PI-Control proposées dans les travaux de Mergny *et al.* (2018), qui reposent sur les principes d'un système de contrôle via le « correcteur PID » (Proportionnel, Intégral, Dérivé), peuvent présenter des avantages considérables sur la stabilité des résultats. Néanmoins, ces travaux se sont limités principalement au mode de pilotage des vérins en déplacement, ce qui ne couvre pas toutes les configurations possibles, notamment lorsque les vérins nécessitent d'être pilotés enforce. C'est la raison pour laquelle nous proposons dans ce chapitre d'élargir le champ d'application des méthodes de PI-Control dans de telles conditions de pilotage des vérins.

Tout d'abord, nous réviserons les conditions de stabilité des résultats obtenus avec des méthodes de PI-Control lorsque les vérins sont pilotés en déplacement. Ces conditions se déclinent en deux options où les erreurs peuvent être mesurées en déplacement ou en force. Nous porterons une attention particulière à l'option où des erreurs sont mesurées en déplacement. Nous réaliserons des essais virtuels pour étudier les influences des différents paramètres.

Ensuite, nous nous focaliserons sur le mode de pilotages de vérins en force où les conditions de stabilité des résultats seront analysées. Cette partie rapporte notamment les résultats qui sont discutés dans les travaux de Iea *et al.* (2022). Le chapitre se terminera par une discussion sur les résultats d'essais virtuels d'une structure simple de type portique afin d'illustrer les différentes solutions obtenues.

3.2 Rappel des méthodes de PI-Control avec le pilotage en déplacement des vérins (Mergny *et al.* 2020)

Les méthodes de PI-Control dans des essais hybrides reposent sur une reformulation du problème d'interaction des deux sous-structures en s'inspirant directement du régulateur PID (*Proportionnel, Intégral, Dérivé*). Cette approche considère l'interaction entre la PS et la NS comme un « procédé » (voir la figure 3.1) dont les commandes d'entrée sont des consignes pour les vérins. En condition d'incendie, la variation de la température constitue une perturbation de l'équilibre entre la PS et la NS. Cette perturbation peut être prise en compte comme une erreur à la sortie. Le but principal de la méthode est de minimiser cette erreur, malgré la perturbation, en choisissant la valeur appropriée de la commande de consigne des vérins.

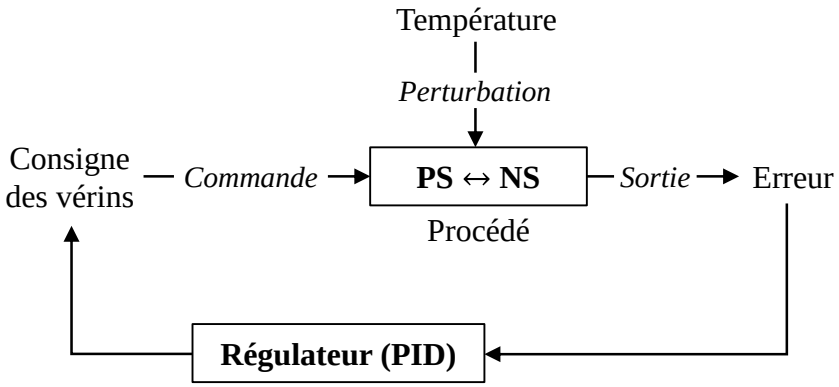


Figure 3.1. Schéma simplifié de l'essai hybride avec le régulateur PID

Lors de la mise en œuvre de telles méthodes avec le pilotage en déplacement des vérins (voir par exemple Mergny *et al.* 2020), deux schémas de communication dans lesquels l'erreur est mesurée en force (voir la figure 3.2(a) par exemple) ou en déplacement (figure 3.2(b)) peuvent être utilisés. L'interaction entre la PS et la NS peut être considérée dans un seul système où l'entrée et la sortie sont respectivement les consignes de vérin et les erreurs mesurées.

Lorsque les erreurs sont mesurées en force, la continuité de déplacements à l'interface entre les deux sous-structures est automatiquement assurée. Pour chaque itération i, il est nécessaire de procéder en plusieurs étapes (figure 3.2(a)) comme suit :

- Une consigne de déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ est tout d'abord envoyée simultanément au contrôleur de vérins ainsi qu'à l'ordinateur qui effectue les calculs numériques de la NS.

- D'un côté, nous obtenons les mesures de forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ une fois que les vérins atteignent leurs positions cibles $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$.

- D'un autre côté, les calculs numériques nous donnent les forces de réaction ($\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$) en utilisant l'égalité $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$.

- Il convient de noter que les forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ mesurées de la PS et les forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$ obtenues de la NS ont par convention des signes opposées. Disposant de leur valeur, nous pouvons calculer les erreurs de force à l'instant $i \cdot \Delta t$: $\boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i} = -\left(\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}\right)$.

- Ainsi, la consigne pour l'itération prochaine peut être obtenue via la formule suivante :

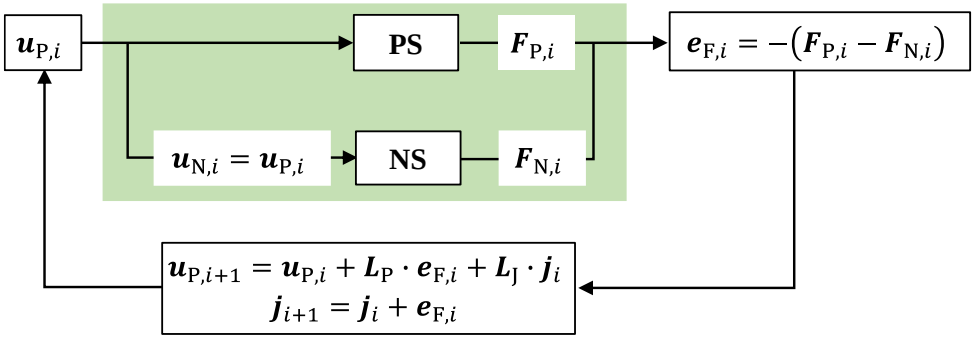
$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1} &= \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \cdot \boldsymbol{j}_i \\ \boldsymbol{j}_{i+1} &= \boldsymbol{j}_i + \boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i} \end{aligned} \tag{3.1}$$

où $\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}}$ est la matrice de gains correspondant aux termes proportionnels des erreurs $\boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i}$, tandis que $\boldsymbol{L}_{\mathrm{J}}$ s'associe aux termes intégrales $\boldsymbol{j}_i$, qui se composent des erreurs $\boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i}$. Nous l'appelons ainsi la méthode de PI-Control (P pour *Proportional* et I pour *Integral*). Dans cette méthode, les valeurs des composants de matrices de gains doivent être définies par les utilisateurs.

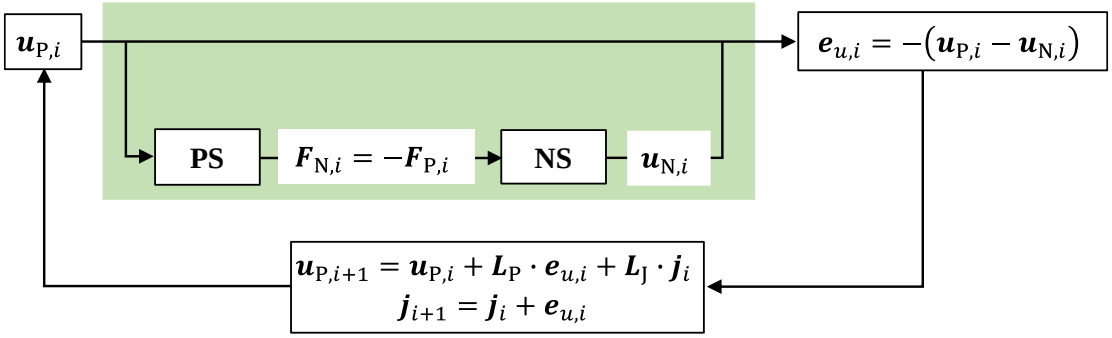
D'une manière similaire, lors que les erreurs sont mesurées en déplacement (voir la figure 3.2(b)), l'équilibre de forces est systématiquement assuré. Au cours de l'essai, nous précédons comme suit :

- D'abord, une consigne de déplacement de vérins est envoyée à la PS.
- Lorsque la position cible des vérins est atteinte, les forces de réaction de la PS ($\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$) sont mesurées.
- Ensuite, les calculs numériques de la NS sont effectués en utilisant l'égalité $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$.
- Une fois que les calculs numériques de la NS sont terminés, nous obtenons les déplacements résultants $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$.
- Disposant maintenant les déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ et $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$, nous pouvons calculer les erreurs de déplacements à l'instant $i \cdot \Delta t$: $\boldsymbol{e}_{u,i} = -\left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}\right)$.
- Similairement au schéma dans lequel les erreurs sont mesurées en termes de déplacements, la consigne de déplacements pour l'itération prochaine est obtenue selon la formule suivante :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1} &= \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \boldsymbol{e}_{u,i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \cdot \boldsymbol{j}_i \\ \boldsymbol{j}_{i+1} &= \boldsymbol{j}_i + \boldsymbol{e}_{u,i} \end{aligned} \tag{3.2}$$



(a)



(b)

Figure 3.2. Schéma du principe de la méthode de PI-Control avec le pilotage de vérine en déplacement lorsque les erreurs sont mesurées en force (a) et en déplacement (b)

3.3 Analyse de la stabilité des méthodes de PI-Control

Les efforts à l'interface des deux sous-structures à l'instant $t = i \cdot \Delta t$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} &= \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} \cdot \left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}}\right) \\ \boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i} &= \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \end{aligned} \tag{3.3}$$

où les forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ et $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i} \in \mathbb{R}^d$, tandis que, $\boldsymbol{K}_{P,i}$ (resp. $\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}$) $\in \mathbb{R}^{d \times d}$ représentent la matrice de raideur de la PS (resp. de la NS), l'indice d correspond au nombre de degrés de liberté. Quant aux déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ (resp. $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$) $\in \mathbb{R}^d$ et $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}}$ (resp. $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}$) $\in \mathbb{R}^d$, ils représentent les déplacements totaux à l'interface de la PS (resp. de la NS) et les déplacements d'origine thermique de la PS (resp. de la NS).

3.3.1 Méthodes de PI-Control avec les erreurs mesurées en termes de force

Introduisant l'équation (3.3) dans les équations (3.1), l'équation qui gouverne le système peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1} \\ \boldsymbol{j}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} \\ \boldsymbol{j}_{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{th} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \\ \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Dans le cas de pilotage d'un seul vérin, i.e. essai à un degré de liberté, les matrices de gains deviennent des scalaires et l'équation (3.4) se simplifie en :

$$\begin{bmatrix} u_{\mathrm{P},i+1} \\ j_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - L_{\mathrm{P}} \cdot \left(k_{\mathrm{N},i} + k_{\mathrm{P},i}\right) & L_{\mathrm{J}} \\ -\left(k_{\mathrm{N},i} + k_{\mathrm{P},i}\right) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{\mathrm{P},i} \\ j_{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{\mathrm{P}} \cdot \left(k_{\mathrm{P},i} \cdot u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + k_{\mathrm{N},i} \cdot u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \\ k_{\mathrm{P},i} \cdot u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + k_{\mathrm{N},i} \cdot u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Dans ces conditions, nous nous intéressons maintenant à la matrice d'état :

$$A = \begin{bmatrix} 1 - L_{\mathrm{P}} \cdot \left(k_{\mathrm{N},i} + k_{\mathrm{P},i}\right) & L_{\mathrm{J}} \\ -\left(k_{\mathrm{N},i} + k_{\mathrm{P},i}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

où son polynôme caractéristique s'écrit :

$$(\lambda - 1)^2 + L_{\mathrm{P}}\left(k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}\right)(\lambda - 1) + L_{\mathrm{J}}\left(k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}\right) \quad (3.7)$$

permettant de calculer ensuite ses valeurs propres :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{1}{2} L_{\mathrm{P}}\left(k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{L_{\mathrm{P}}^2\left(k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}\right)^2 - 4L_{\mathrm{J}}\left(k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}\right)} \quad (3.8)$$

Pour assurer la stabilité des résultats, le module des valeurs propres de la matrice A (i.e. $\lambda_{1,2}$) doit être inférieur à 1. Pour y parvenir, nous devons choisir les bonnes valeurs de L_{P} et L_{J}. En fixant les valeurs propres $\lambda_1 = \lambda_1^*; \lambda_2 = \lambda_2^*$ au début de l'essai, il en résulte que :

$$L_{\mathrm{P}} = \frac{2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*}{k_{\mathrm{P},0} + k_{\mathrm{N},0}};\ L_{\mathrm{J}} = \frac{(1 - \lambda_1^*)(1 - \lambda_2^*)}{k_{\mathrm{P},0} + k_{\mathrm{N},0}} \quad (3.9)$$

Il est important de noter qu'il suffit de choisir les valeurs de λ_1^* et λ_2^* dont le module est inférieur à 1 pour éviter l'instabilité. Or, les matrices de gain L_{P} et L_{J} ne doivent pas être les nombres complexes car elles doivent être utilisées pour les calculs des consignes de vérins (voir les deux équations (3.1) et (3.2) par exemple). Ainsi, les valeurs propres choisies λ_1^* et λ_2^* ne peuvent être que des valeurs réelles et appartenant à $[-1,1]$.

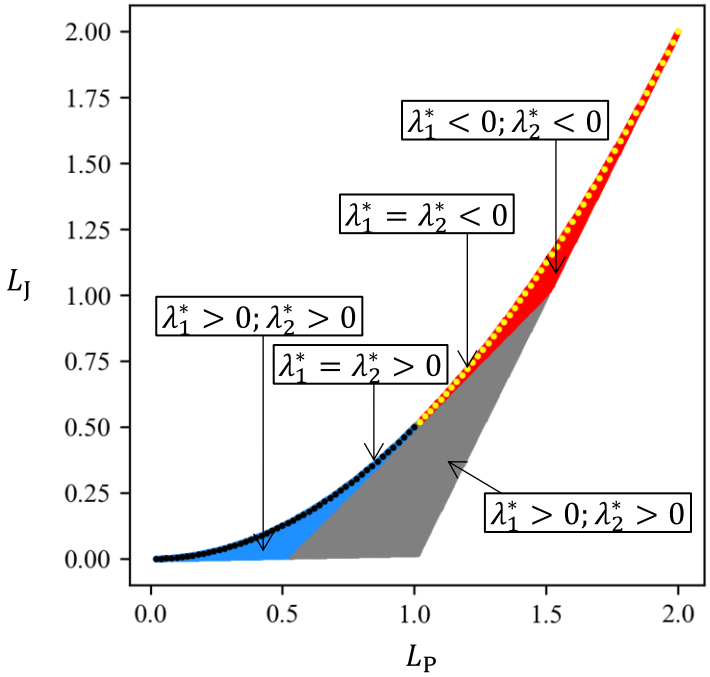


Figure 3.3. Zone admissible pour les matrices de gain (L_P, L_J)

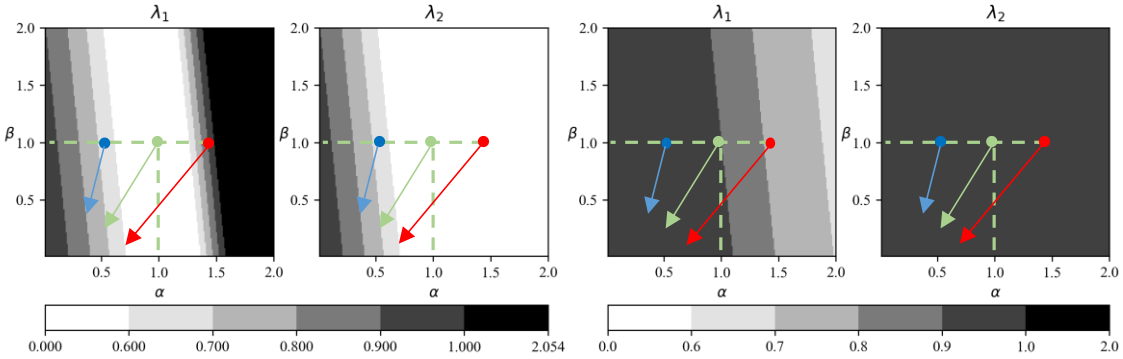
A titre d'exemple, la figure 3.3 illustre la zone admissible du couple $(L_\mathrm{P}, L_\mathrm{J})$ lorsque la raideur k_P est égale à k_N. La zone bleue correspond au cas où λ_1^* et λ_2^* sont toutes positives, i.e. $(\lambda_1^*, \lambda_2^*) \in [0,1]^2$. Cette zone couvre également les points noirs qui représentent le cas de la double valeur propre, i.e. $\lambda_1^* = \lambda_2^* \in [0,1]$. La zone rouge correspond, quant à elle, à la zone où les valeurs propres sont toutes négatives, i.e. $(\lambda_1^*, \lambda_2^*) \in [-1,0]^2$. Elle couvre également les points jaunes qui correspondent au cas de la double valeur propre, i.e. $\lambda_1^* = \lambda_2^* \in [-1,0]$. Enfin, la zone grise représente le cas où λ_1^* et λ_2^* ont les signes opposés, i.e. $(\lambda_1^*, \lambda_2^*) \in [-1,0] \times [0,1] \cup [0,1] \times [-1,0]$.

Cependant, la valeur de la raideur initiale $k_{\mathrm{P},0}$ de la PS est en pratique inconnue. Elle peut être estimée expérimentalement mais une telle estimation peut introduire les erreurs. Il s'ensuit que l'équation (3.9) peut être réécrite comme suit :

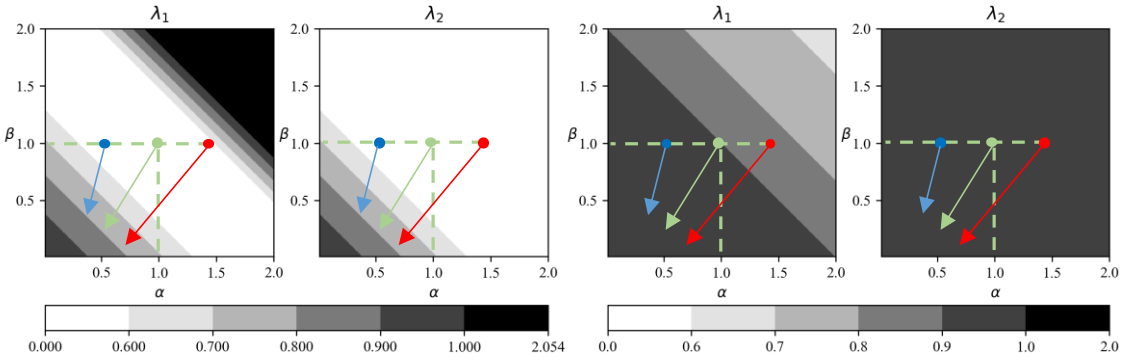
$$L_\mathrm{P} = \frac{2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}};\ L_\mathrm{J} = \frac{(1 - \lambda_1^*)(1 - \lambda_2^*)}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} \tag{3.10}$$

En outre, il est à rappeler que les raideurs de la PS et de la NS peuvent évoluer au cours de l'essai. En tenant compte des erreurs de l'estimation de la raideur initiale $k_{\mathrm{P},0}$ de la PS, les « vraies » valeurs propres de la matrice A deviennent :

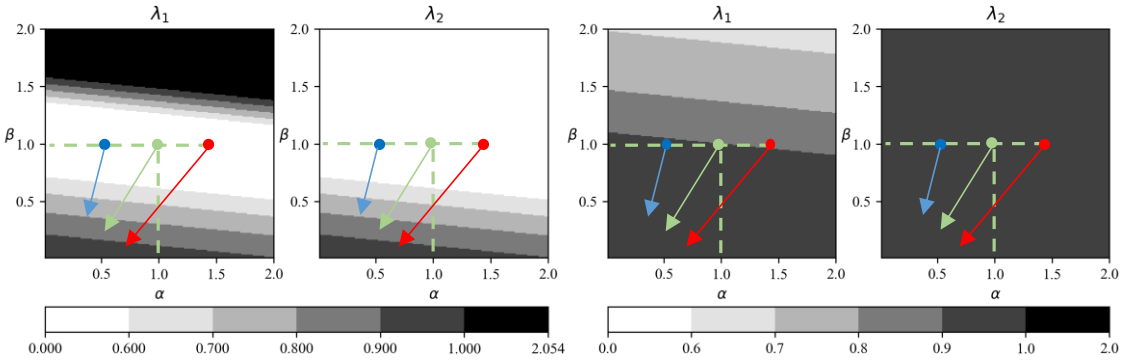
$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{1}{2}(2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*)\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*)^2\left(\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}}\right)^2 - 4(1 - \lambda_1^*)(1 - \lambda_2^*)\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}}} \quad (3.11)$$



a) r = 10; λ* = 0.1 b) r = 10; λ* = 0.9



c) r = 1; λ* = 0.1 d) r = 1; λ* = 0.9



e) r = 0.1; λ* = 0.1 f) r = 0.1; λ* = 0.9

Figure 3.4. Valeur de $|\lambda|$ en fonction des « vraies » valeurs des raideurs de la PS et de la NS lorsque la consigne de déplacements est calculée avec les erreurs mesurées en force

Comme discuté dans (Mergny, 2021), le cas de la double valeur propre, i.e. $\lambda_1^* = \lambda_2^*$, nous suffit pour bien choisir les matrices de gain. Dans ce cas, il s'ensuit que :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{(1-\lambda^*)(\beta_i + r\alpha_i)}{1+r} \pm (1-\lambda^*)\sqrt{\left(\frac{\beta_i + r\alpha_i}{1+r}\right)^2 - \frac{\beta_i + r\alpha_i}{1+r}} \tag{3.12}$$

où $r = k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} / k_{\mathrm{N},0}$ est le rapport entre les raideurs (estimée et calculée) des deux sous-structures à l'instant initial, tandis que $\alpha_i = k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$ et $\beta_i = k_{\mathrm{N},i}/k_{\mathrm{N},0}$ sont respectivement les « vraies » valeurs des raideurs de la PS et de la NS, divisées par leur valeur estimée ou calculée initialement.

L'évolution du module de $\lambda_{1,2}$ en fonction des rapports des raideurs α_i et β_i est représentée dans les figures 3.4(a), 3.4(c) et 3.4(e) lorsque la valeur propre λ^* égale à 0.1 est choisie, et dans les figures 3.4(b), 3.4(d) et 3.4(f) lorsque la valeur propre plus élevée est choisie, i.e. $\lambda^* = 0.9$. Trois configurations sont étudiées : la PS est plus raide que la NS avec $k_{\mathrm{P},0} = 10k_{\mathrm{N},0}$ (figures 3.4(a) et 3.4(b)); la PS est aussi raide que la NS (figures 3.4(c) et 3.4(d)); la PS est moins raide que la NS avec $k_{\mathrm{P},0} = 0.1k_{\mathrm{N},0}$ (figures 3.4(e) et 3.4(f)). La valeur du module de $\lambda_{1,2}$ en fonction de $\alpha = k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$ et $\beta = k_{\mathrm{N},i}/k_{\mathrm{N},0}$ est indiquée par les niveaux de gris de pixel. Le module de $\lambda_{1,2}$ est plus élevée lorsque le pixel est plus foncé. L'instabilité est limitée par la zone noire où la valeur de $|\lambda_{1,2}|$ est supérieure à 1.

Dans toutes les configurations étudiées, on observe que la zone d'instabilité se trouve vers la partie droite. Elle se recule lors que la valeur propre choisie (λ^*) est plus élevée (voir les figures 3.4(b), 3.4(d) et 3.4(f)). Néanmoins, ce choix de λ^* entraîne une augmentation générale de la valeur de module de $|\lambda_{1,2}|$ (indiquée par l'élargissement de la zone grise à gauche). Cela peut conduire à un ralentissement de la convergence.

Par ailleurs, les observations suivantes peuvent être faites sur le choix de la valeur propre :

- Quand λ^* est faible, la convergence est plus rapide car le module de $|\lambda_{1,2}|$ diminue mais la zone d'instabilité est bien présente.

- Quand λ^* est élevé, l'instabilité est éloignée mais au détriment de la vitesse de convergence.

Les erreurs sur l'estimation de $k_{P,0}$ sont représentées par les différents points de départ. Le point vert correspond au cas d'absence d'erreur, i.e. $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = k_{\mathrm{P},0}$ et donc $\alpha = k_{\mathrm{P},0}/k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = 1$. Le point bleu (respectivement rouge) représente le cas de surestimation (respectivement sous-estimation) de $k_{\mathrm{P},0}$, i.e. $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} > k_{\mathrm{P},0}$ et donc $\alpha < 1$ (respectivement $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} < k_{\mathrm{P},0}$ et donc $\alpha >$

1). Il s'ensuit que, pour assurer la stabilité des résultats, il est recommandé de surestimer la raideur initiale de la PS au lieu de la sous-estimer. Effectivement, la sous-estimation de $k_{\mathrm{P},0}$ rapproche le point de départ vers la zone d'instabilité en le déplaçant vers la droite.

Au cours de l'essai, les valeurs de raideurs des deux sous-structures doivent, en général, diminuer. Ainsi, quel que soit le point de départ, la trajectoire de (α, β) doit suivre la direction en bas à gauche. A titre d'exemple, elle est représentée par trois flèches avec les couleurs correspondant à celles des points de départ.

Pour chaque configuration, on notera que les directions des flèches sont opposées de la zone instable. Ainsi la stabilité des résultats est assurée. Comme déjà présenté dans travaux de Mergny *et al.* (2020), ceci montre que la stabilité de la méthode PI-Control avec un vérin piloté en déplacement est toujours assurée lorsque la raideur de la PS est surestimée.

3.3.2 Méthodes de PI-Control avec les erreurs mesurées en déplacement

Les matrices de raideurs $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}$ et $\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}$ sont inversibles et l'équation (3.3) peut être récrite comme suit :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} &= \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} \\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i} &= \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} \end{aligned} \tag{3.13}$$

Il en résulte que les erreurs $\boldsymbol{e}_{u,i}$ peuvent s'écrire :

$$\boldsymbol{e}_{u,i} = -\left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) \cdot \left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}}\right) + \left(-\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \tag{3.14}$$

Ainsi, les équations qui gouvernent le système deviennent donc :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1} \\ \boldsymbol{j}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} \\ \boldsymbol{j}_{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \\ \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Dans ce cas, la matrice d'état du système peut s'écrire :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

En cas de pilotage d'un seul vérin, ces équations peuvent être reformulées comme la suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 1 - L_{\mathrm{P}}\left(\dfrac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} + 1\right) & L_{\mathrm{J}} \\ -\left(\dfrac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} + 1\right) & 1 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

dont les valeurs propres :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{1}{2}L_{\mathrm{P}}\left(1 + \frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{L_{\mathrm{P}}^2\left(1 + \frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}}\right)^2 - 4L_{\mathrm{J}}\left(1 + \frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}}\right)} \tag{3.18}$$

En fixant les valeurs propres initiales λ_1^* et λ_2^* et en prenant en compte les erreurs de l'estimation de $k_{\mathrm{P},0}$, les matrices de gain doivent être calculées via la formule suivante :

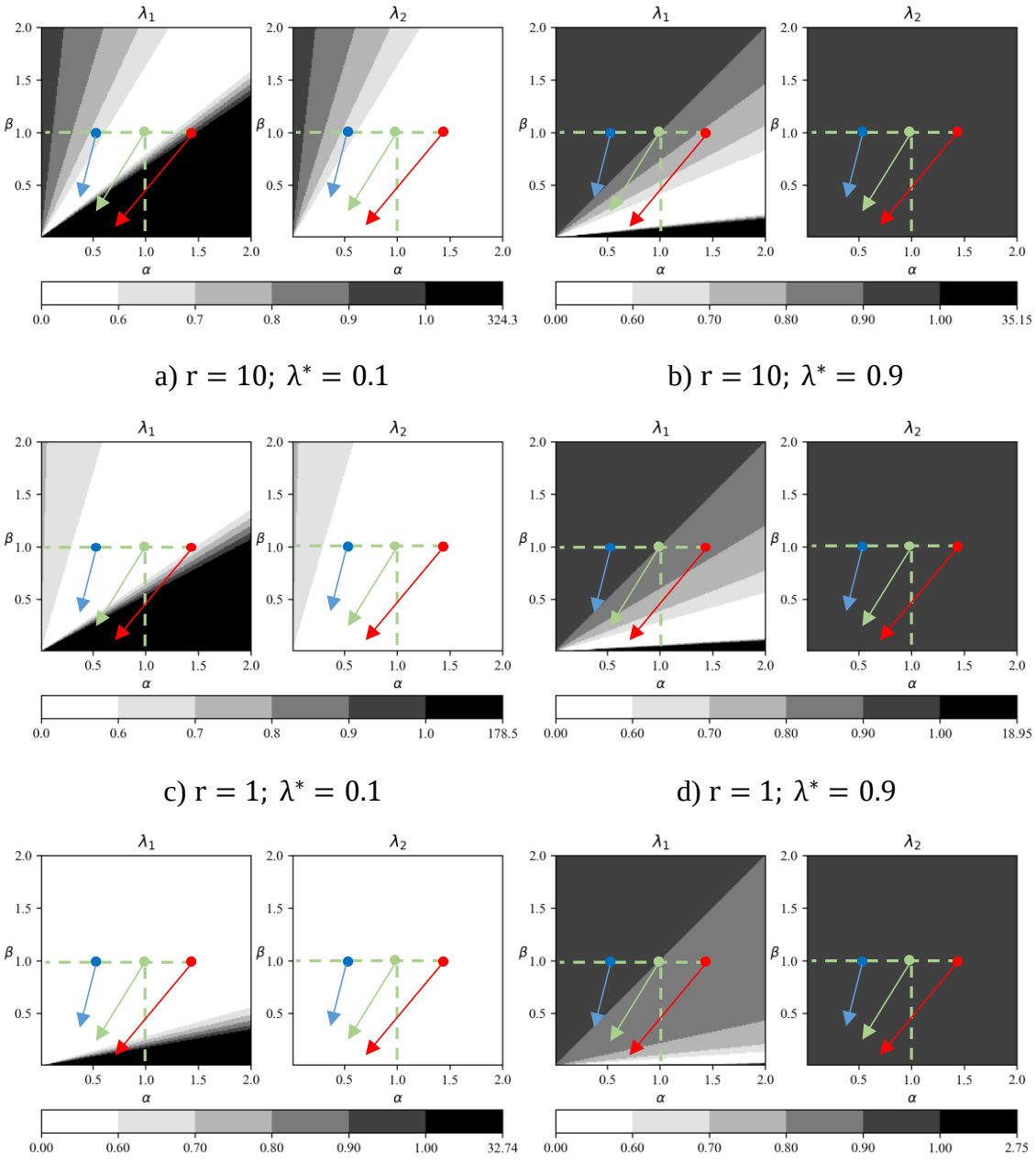
$$L_{\mathrm{P}} = \frac{2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*}{1 + \frac{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}{k_{\mathrm{N},0}}};\ L_{\mathrm{J}} = \frac{(1 - \lambda_1^*)(1 - \lambda_2^*)}{1 + \frac{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}{k_{\mathrm{N},0}}} \tag{3.19}$$

En cas de la double valeur propre, i.e. $\lambda_1^* = \lambda_2^*$, les « vraies » valeurs propres au cours de l'essai deviennent :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{(1 - \lambda^*)(\beta_i + r\alpha_i)}{\beta_i(1 + r)} \pm (1 - \lambda^*)\sqrt{\frac{(\beta_i + r\alpha_i)^2}{\beta_i^2(1 + r)^2} - \frac{\beta_i + r\alpha_i}{\beta_i(1 + r)}} \tag{3.20}$$

La figure 3.5 représente l'évolution du module de $\lambda_{1,2}$ en fonction des rapports de raideurs α_i et β_i dans différentes configurations. La zone noire correspond à l'instabilité, i.e. $|\lambda_1|$ ou $|\lambda_2|$ est supérieur à 1. Contrairement au cas précédent, la zone d'instabilité se trouve maintenant dans la partie inférieure. D'un côté, on observe qu'elle est sensible aux différents rapports de raideurs des deux sous-structures (voir les figures 3.5(c) et 3.5(e)), qui dépend la structure étudiée. D'un autre côté, on note qu'elle se rétrécit nettement lorsque la valeur de λ^* est passée de 0.1 (voir les figures 3.5(a), 3.5(c) et 3.5(e)) à 0.9 (voir les figures 3.5(b), 3.5(d) et 3.5(f)). En même temps, ce recul de l'instabilité est obtenu au prix de l'augmentation générale des valeurs de $|\lambda_1|$ et $|\lambda_2|$, ce qui peut ralentir la vitesse de convergence.

Par ailleurs, comme précédemment montré, les erreurs de l'estimation de la raideur initiale de la PS sont indiquées par la position du point de départ sur figures 3.5. Le point vert, correspondant à $\alpha_0 = 1$ et $\beta_0 = 1$, illustre le cas où $k_{\mathrm{P},0}$ est parfaitement connue (c'est-à-dire sans erreur). Le point bleu (respectivement rouge) à gauche (respectivement droite) montre le cas où la raideur de la PS est surestimée (respectivement sous-estimée). Il en résulte que l'instabilité peut se trouver à travers la direction des flèches, notamment lorsque la valeur propre λ^* choisie est petite (voire les figures 3.5(a), 3.5(c) et 3.5(e)). Effectivement, ce problème semble être évité lorsque la raideur de la PS est suffisamment surestimée ou lorsque λ^* choisie est suffisamment grande. Or, comparée avec l'option présentée dans la section précédente, cette option est nettement moins intéressante pour le même mode de pilotage de vérins. Par la suite, nous ne nous focalisons que sur l'option avec les erreurs mesurées en force.



a) r = 10; $\lambda^* = 0.1$ b) r = 10; $\lambda^* = 0.9$

c) r = 1; $\lambda^* = 0.1$ d) r = 1; $\lambda^* = 0.9$

e) r = 0.1; $\lambda^* = 0.1$ f) r = 0.1; $\lambda^* = 0.9$

Figure 3.5. Valeur de $|\lambda|$ en fonction des « vraies » valeurs de raideurs de la PS et de la NS lorsque la consigne de déplacements est calculée avec les erreurs mesurées en déplacement

3.3.3 Études paramétriques avec des essais virtuels d'un système de ressorts

Dans cette section, différents essais virtuels ont été réalisés afin d'appréhender la stabilité et la performance de la méthode PI-Control avec les erreurs mesurées en force vis-à-vis des différents paramètres. Nous étudions ici le cas d'un système simple composé de deux ressorts linéaires soumis aux chargements thermiques comme ceux présentés dans la figure 2.3. Tous

les deux ressorts sont soumis au même chargement thermique. Leur dilatation thermique est considérée comme linéaire par rapport à l'augmentation de la température (voir l'équation (2.40)).

La raideur k_{P} (resp. k_{N}) de la PS (resp.de la NS) est de 3.5 N/mm (resp. de 7 N/mm). Le coefficient de dilatation thermique est identique pour les deux ressorts : $\alpha = 2 \times 10^{-5}$/K. De plus, le ressort PS (resp. NS) mesure 2 m (resp. 1 m) en longueur.

Les essais virtuels réalisés ici ont pour l'objectif d'étudier les influences de deux paramètres : les valeurs propres λ^* et les configurations de température auxquelles exposés les deux ressorts. Nous considérons les solutions d'équilibre issues de l'équation (2.8) comme les « solutions de référence » :

$$\begin{aligned} u_i^{\mathrm{REF}} &= u_i^{\mathrm{eq}} = \frac{k_{\mathrm{P},i} u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + k_{\mathrm{N},i} u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \\ F_i^{\mathrm{REF}} &= F_i^{\mathrm{eq}} = \frac{k_{\mathrm{P},i} k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \left(u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} - u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} \right) \end{aligned} \tag{3.21}$$

3.3.3.1 Influence des valeurs propres λ^*

Dans un premier temps, les deux ressorts sont soumis au feu ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002). Nous considérons ici cinq différentes valeurs de la valeur propre λ^* : -0,9; -0,6; 0,1; 0,6 et 0,9. Avec les raideurs de la PS et de la NS bien connues (respectivement 3.5 N/mm et 7 N/mm), les matrices de gains peuvent être calculées via l'équation (3.9). Leurs valeurs sont reportées dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 : Matrices de gains en fonction des valeurs propres choisies

λ^*	**-0.9**	**-0.6**	**0.1**	**0.6**	**0.9**
L_{P} **(N/mm)**	0,36190	0,30476	0,17143	0,07619	0,01905
L_{J} **(N/mm)**	0,34381	0,24381	0,07714	0,01524	0,00095

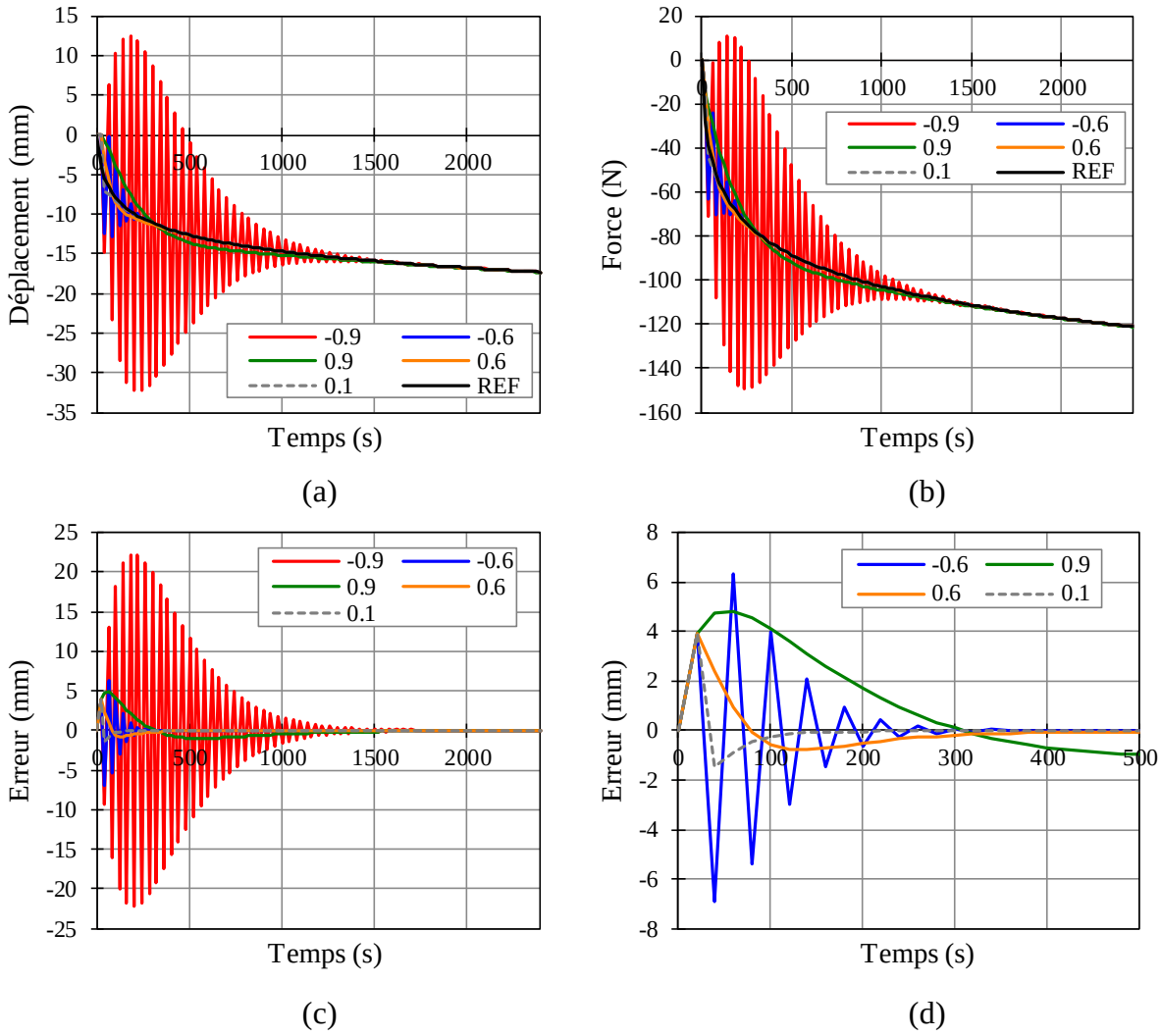


Figure 3.6. Évolution dans le temps du déplacement u_{P} (a); de la force F_{P} (b); de l'erreur de déplacement ($u_{\mathrm{P}} - u_{\mathrm{REF}}$) (c) et de l'erreur de déplacement ($u_{\mathrm{P}} - u_{\mathrm{REF}}$) en vue agrandie

Les figures 3.6(a) et 3.6(b) montrent respectivement les résultats en déplacement et en force des essais virtuels, avec les solutions de référence, i.e. solutions d'équilibre. La figure 3.6(c) montre l'évolution de l'erreur en déplacement en fonction du temps, i.e. écart entre la solution u_{P} de l'essai et la solution de référence. Afin de mieux distinguer les courbes, une vue agrandie de la figure 3.6(c) et sans la courbe de $\lambda^* = -0{,}9$ est présentée dans la figure 3.6(d).

On peut constater sur les figures 3.6(a), 3.6(b) et 3.6(c) que, l'algorithme utilisé représente quelques difficultés de se stabiliser quand λ^* prend la valeur négative. Lorsque $\lambda^* = -0{,}9$, les courbes de déplacement et de force oscillent fortement jusqu'à environ 25 min. Quand $\lambda^* = -0{,}6$, les solutions de l'essai ne trouvent la stabilité qu'après environ 5min. D'ailleurs, lorsque λ^* prend la valeur positive, nous n'avons observé aucune oscillation. Cependant, on remarque bien que la vitesse de convergence est différente selon les différentes valeurs de λ^*. Les courbes

issues de l'essai quand $\lambda^* = 0{,}9$ convergent vers la solution de référence nettement plus lentement que lorsque $\lambda^* = 0{,}3$ ou $\lambda^* = 0{,}1$ (voir la figure 3.6(d)).

3.3.3.2 Influences des courbes d'évolution de température

Dans cette sous-section, nous nous focalisons sur les différents profils de température. Pour tous les cas d'étude, les matrices de gains sont identiques. Elles sont évaluées de la même manière que celle de la section précédente (en utilisant l'équation (3.9)). Avec la valeur propre λ^* choisie égale à 0.1, il en résulte que $L_{\mathrm{P}} = 0{,}17143$ N/mm et $L_{\mathrm{J}} = 0{,}07714$ N/mm (voir le tableau 3.1).

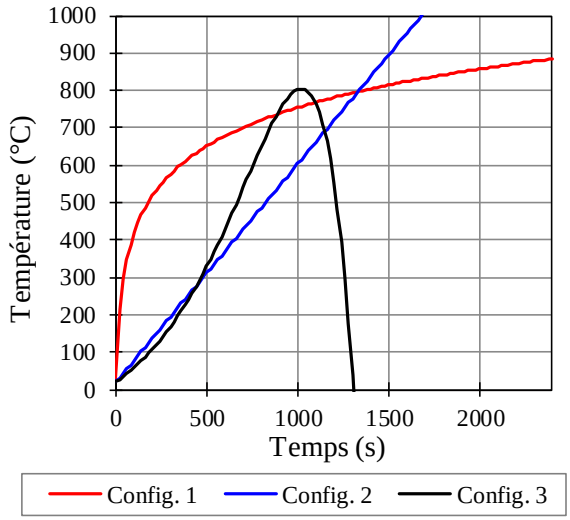


Figure 3.7. Différentes configurations relatives aux courbes d'évolution de température en fonction du temps d'exposition au feu

Nous considérons maintenant trois configurations de température auxquelles les deux ressorts seront exposés. Pour la première configuration (configuration 1), la température suit la courbe de feu ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002). Ainsi, les solutions d'essais sont celles qui sont étudiées dans la section précédente lorsque $\lambda^* = 0.1$. Ensuite, pour la configuration 2, nous nous intéressons au profil de température dont l'évolution dans le temps est linéaire. La température à laquelle s'exposent la PS et la NS s'écrit :

$$T_{\mathrm{P}}(t) = T_{\mathrm{N}}(t) = 20 + 35t \tag{3.22}$$

où T_{P} et T_{N} sont des températures (°C). t représente le temps en min.

Comme le montre la figure 3.7, la température de la configuration 2 démarre plus lentement que celle de la courbe ISO 834 de la configuration 1. Puis, elle poursuit son chemin linéaire et

dépasse la courbe de la configuration 1 à 22 min. En ce qui concerne la configuration 3, la PS et la NS sont exposées à la température comme suit :

$$T_{\mathrm{P}}(t) = T_{\mathrm{N}}(t) = -115{,}05 - 500(t-22)e^{0{,}2(t-22)} \tag{3.23}$$

Il s'agit ici d'un profil de température qui évolue non-linéairement dans le temps avec la particularité d'avoir un pic à 17 min. Via cette configuration 3, notre objectif est d'étudier la capacité d'adaptation des solutions d'essais hybrides lors d'un virage de la solution d'équilibre.

Effectivement, comme le montre l'équation (2.40), les dilations thermiques des deux ressorts dépendent linéairement de la température. Comme les raideurs k_{P} et k_{N} sont constantes, il résulte des équations (3.21) que les solutions de référence dépendent elles aussi linéairement de la température.

Les figures 3.8(a) et 3.8(b) présentent l'évolution dans le temps des solutions d'essais en termes de déplacement et de force respectivement. Les écarts entre ces solutions et les solutions de référence sont dessinés dans la figure 3.8(c) pour le déplacement et dans la figure 3.8(d) pour la force.

Comme indiqué dans les figures 3.8(a) et 3.8(b), nous remarquons sur ces figures que les solutions d'essais virtuels convergent tous les unes comme les autres vers les solutions de référence quel que soit la configuration de température étudiée. Cependant, la courbe représentant les erreurs dans les figures 3.8(c) et 3.8(d) nous montrent que les différents profils de température peuvent influencer l'erreur des solutions. En effet, dans le cas de la configuration 1, la température monte très rapidement au début de l'essai. En conséquence, nous avons pu remarquer des pics d'erreurs dans les figures 3.8(c) et 3.8(d). Au contraire, lorsque la température monte plus lentement, i.e. dans les configurations 2 et 3, on constate que les pics d'erreurs sont nettement moins significatifs. Ensuite, ces écarts se stabilisent très rapidement pour toutes les configurations avant de commencer à décoller à nouveau pour la configuration 3 (qui correspond bien à son virage).

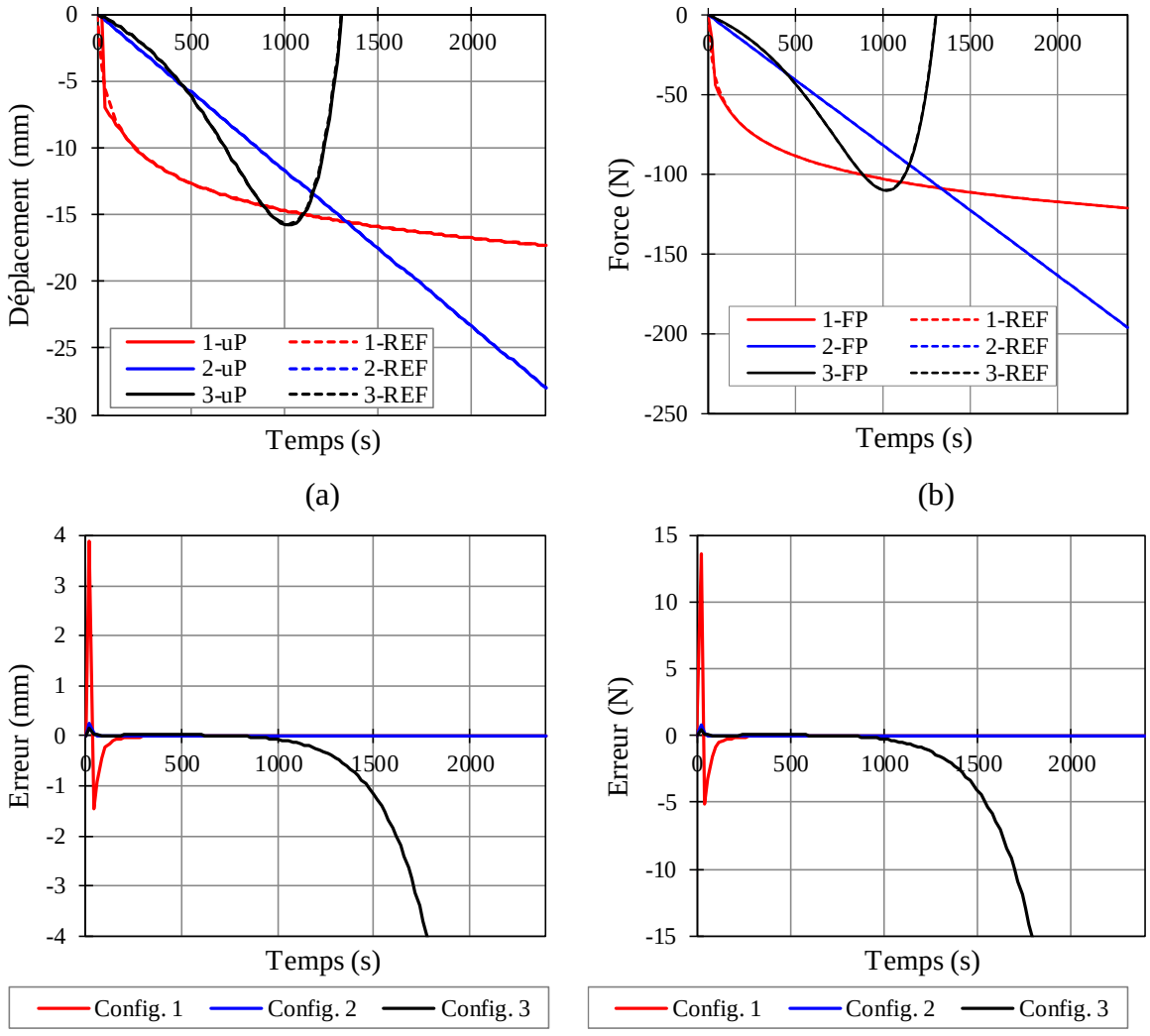


Figure 3.8. Évolution dans le temps : du déplacement u_{P} (a); de la force F_{P} (b); de la température (c) et de l'erreur de déplacement ($u_{\mathrm{P}} - u_{\mathrm{REF}}$) (d)

3.4 Méthodes de PI-Control avec le pilotage en force des vérins

3.4.1 Différences entre le pilotage en déplacement et celui en force

Dans certaines conditions, le pilotage de vérins en force peut représenter un certain nombre d'avantages par rapport au pilotage de vérins en déplacement.

Regardons par exemple la figure 3.9. Avant que l'essai commence, l'élément testé ici (un poteau) se trouve dans sa configuration initiale (voir la figure 3.9(a)) où aucun chargement n'est appliqué.

Lorsque l'essai au feu démarre, la température augmente. Si le vérin est piloté en déplacement (voir la figure 3.9(b)), le déplacement $u_{P,0}$ de la PS est égal à 0 pour la première itération. Jusqu'au moment où la nouvelle consigne de déplacement est reçue pour l'itération prochaine, le déplacement du poteau testé reste toujours bloqué. Cependant, la température ne cesse d'augmenter durant cette période. En conséquence, le poteau est soumis à une compression, ce qui génère un champ de contraintes initiales (non nécessaires), i.e. une surcharge sur le poteau. Une telle surcharge peut causer des endommagements prématurés à l'élément testé lorsque ce dernier est constitué de matériaux fragiles. En effet, le niveau de la surcharge initiale peut résulter de deux facteurs.

D'une part, la surcharge dépend de la vitesse d'augmentation de la température. Lorsque la température augmente très vite dans les premières minutes comme dans le cas de la courbe de feu ISO 834 par exemple, ou celle de feu d'hydrocarbures majorées (HCM) (EN 1991-1-2, 2002), la surcharge devient beaucoup plus importante.

D'autre part, elle dépend du pas de temps. La surcharge augmente quand le pas de temps est augmenté. En conséquence, pour pouvoir réduire la surcharge, nous pouvons essayer de réduire au maximum le pas de temps de notre algorithme. Néanmoins, cette opération n'est pas toujours facile car le pas de temps minimum est restreint par le temps nécessaire pour les calculs de la NS ainsi que par la vitesse de course de vérins disponibles.

Par ailleurs, le poteau n'est soumis à aucune surcharge lorsque le vérin est piloté en termes de force (voir la figure 3.9(c)). En effet, pour la première itération, le vérin reçois la consigne en termes de force de $F_{P,0} = 0$, ce qui signifie que le poteau est libre d'effort. En conséquence, malgré le chargement thermique, l'élément testé n'est soumis à aucune contrainte mécanique (le poids propre étant négligée).

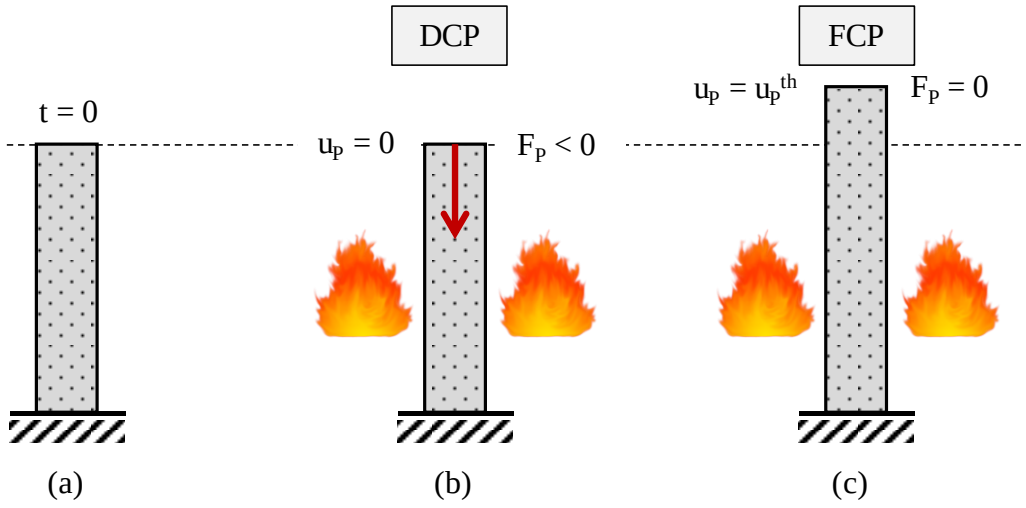


Figure 3.9. Exemple d'un échantillon : (a) sans chargement et (b) au début de l'essai avec les vérins pilotés en déplacement (DCP) et (c) avec les vérins pilotés en force (FCP)

En outre, une différence notable entre les deux options de pilotage de vérins est liée à l'erreur induite par la réaction du cadre de support, notamment lorsque la raideur de l'élément testé est élevée. Pour illustrer ce propos, considérons la figure 3.10 qui montre un schéma simplifié des dispositifs expérimentaux.

Un vérin hydraulique installé sur le cadre de support est assimilé à un ressort d'une raideur k_{f}. Son rôle est de mettre à jour les conditions aux limites de l'élément testé, s'agissant ici d'un poteau qui est assimilé à un ressort avec une raideur k_{P}.

Supposons que le vérin reçois le signal et parcours une distance de u_{cmd} lorsqu'il est piloté en déplacement. Il en résulte que le « vrai » déplacement de l'élément testé u_{P} s'écrit :

$$u_{\mathrm{P}} = u_{\mathrm{cmd}} + u_{\mathrm{f}} = u_{\mathrm{cmd}} + \frac{F_{\mathrm{m}}}{k_{\mathrm{f}}} = u_{\mathrm{cmd}} - \frac{u_{\mathrm{P}} \cdot k_{\mathrm{P}}}{k_{\mathrm{f}}} \tag{3.24}$$

où u_{f} désigne le déplacement engendré par le bâti supportant le vérin lors de l'application de la charge, tandis que F_{m} est la valeur mesurée par le capteur de force (voir la figure 3.10).

Il s'ensuit que :

$$u_{\mathrm{cmd}} = \left(1 + \frac{k_{\mathrm{P}}}{k_{\mathrm{f}}}\right) \cdot u_{\mathrm{P}} \tag{3.25}$$

L'équation (3.25) nous montre une différence non négligeable entre le déplacement du vérin et celui de l'élément testé lorsque la raideur de l'élément testé k_{P} est de même ordre de grandeur que celle du bâti k_{f}. Ce problème a également été soulevé dans les travaux de Wang *et al.* (2018a) où une correction, i.e. «*Compensation Scheme*», est apportée aux consignes de déplacement à chaque itération.

Cependant, il convient de noter que cette opération est très délicate car cela nécessite d'une estimation de la valeur de k_{f} avant les essais hybrides, donc un certain nombre d'essais supplémentaires. De plus, le comportement des bâtis d'essais est rarement linéaire.

Toutefois, ce problème pourrait être évité lorsque le vérin est piloté en termes de force. Compte tenu du fait que le capteur de force peut être intégré directement dans le vérin, il mesure la même valeur de la consigne de fore F_{cmd} que celle appliquée à la PS :

$$F_{\mathrm{m}} = F_{\mathrm{cmd}} = F_{\mathrm{P}} \tag{3.26}$$

Par ailleurs, la raideur k_f du bâti n'a pas d'impacts sur la force F_{P} appliquée sur l'élément testé. Une fois que la consigne de force est atteinte, la réaction en termes de déplacement de la PS est elle aussi indépendante de k_f :

$$u_{\mathrm{P}} = \frac{F_{\mathrm{P}}}{k_{\mathrm{P}}} = \frac{F_{\mathrm{cmd}}}{k_{\mathrm{P}}} \tag{3.27}$$

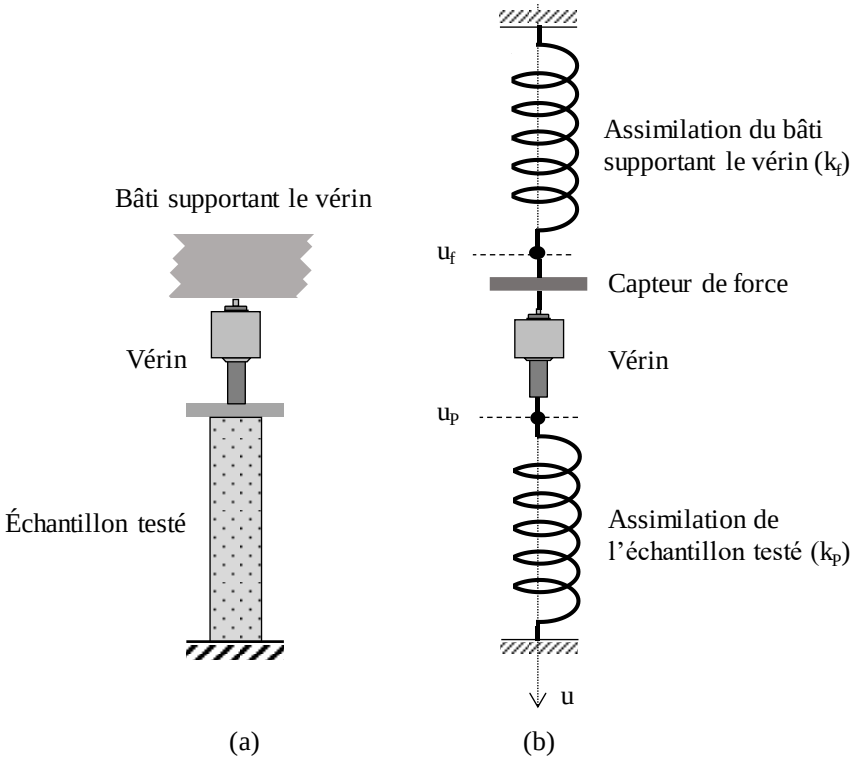


Figure 3.10. Exemple d'un essai simple (a) et son schéma simplifié (b)

3.4.2 Méthodes de PI-Control avec les erreurs mesurées en termes de déplacement

Similairement au mode de pilotage en déplacement, les méthodes de PI-Control se déclinent en deux options lorsque les vérins sont contrôlés en force. Nous considérons d'abord le cas où les erreurs sont mesurées en déplacement. Le schéma correspondant est présenté sur la figure 3.11. Comme indiqué dans cette figure, l'équilibre des forces à l'interface des deux sous-structures est par définition respecté. À chaque itération, nous procédons comme suit :

- La consigne de forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ est simultanément envoyée aux vérins qui contrôlent la PS et l'ordinateur qui effectue les calculs numériques de la NS.
- Une fois que les vérins atteignent les valeurs visées $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$, nous mesurons leur déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$.

- En même temps, nous effectuons les calculs numériques de la NS en utilisant $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$. Une fois que les calculs sont terminés, nous obtenons les déplacements de la partie numérique $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$.

- Disposant maintenant $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ et $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$, nous pouvons calculer les erreurs instantanées à l'itération i : $\boldsymbol{e}_{u,i} = -\left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}\right)$.

- Enfin, la consigne de forces pour l'itération prochaine est calculée via les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i+1} &= \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \boldsymbol{e}_{u,i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \cdot \boldsymbol{j}_i \\ \boldsymbol{j}_{i+1} &= \boldsymbol{j}_i + \boldsymbol{e}_{u,i} \end{aligned} \tag{3.28}$$

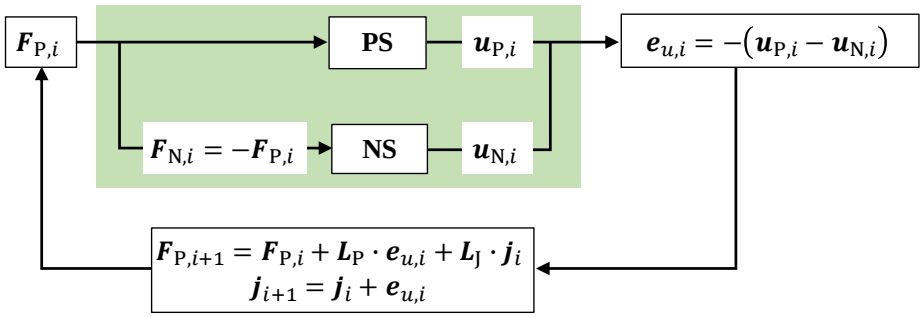


Figure 3.11. Méthode de PI-Control avec les vérins pilotés en force et les erreurs mesurées en déplacement

Comme lors du pilotage en déplacement, nous utiliserons la même approche pour étudier la stabilité des résultats. En utilisant les équations (3.3) et (3.13), les équations qui calculent les consignes peuvent être réécrites comme suit :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i+1} \\ j_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \mathrm{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} \\ j_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(-\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \\ -\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}} \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

La stabilité des résultats dépend des valeurs propres de la matrice d'état :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \mathrm{I} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

En cas d'un pilotage d'un seul vérin (un seul degré de liberté), la matrice d'état se simplifie en :

$$A = \begin{bmatrix} 1 - L_{\mathrm{P}} \cdot \left(\dfrac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{N},i}} \right) & L_{\mathrm{J}} \\ -\left(\dfrac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{N},i}} \right) & 1 \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

avec laquelle nous pouvons calculer les valeurs propres :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{1}{2} L_{\mathrm{P}} \left(\frac{1}{k_{\mathrm{N},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{L_{\mathrm{P}}^2 \left(\frac{1}{k_{\mathrm{N},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} \right)^2 - 4 L_{\mathrm{J}} \left(\frac{1}{k_{\mathrm{N},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} \right)} \tag{3.32}$$

En fixant les valeurs propres au début de l'essai $\lambda_1 = \lambda_1^*$ et $\lambda_2 = \lambda_2^*$, les matrices de gain doivent être calculées selon les formules suivantes :

$$L_{\mathrm{P}} = \frac{2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*}{\dfrac{1}{k_{\mathrm{N},0}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{P},0}}} \; ; L_{\mathrm{J}} = \frac{(1 - \lambda_1^*)(1 - \lambda_2^*)}{\dfrac{1}{k_{\mathrm{N},0}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{P},0}}} \tag{3.33}$$

En tenant compte des erreurs de l'estimation de $k_{P,0}$, nous pouvons réécrire l'équation (3.33) :

$$L_{\mathrm{P}} = \frac{2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*}{\dfrac{1}{k_{\mathrm{N},0}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}} \; ; L_{\mathrm{J}} = \frac{(1 - \lambda_1^*)(1 - \lambda_2^*)}{\dfrac{1}{k_{\mathrm{N},0}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}} \tag{3.34}$$

Considérons le cas de la double valeur propre $\lambda_1^* = \lambda_2^* = \lambda^*$, les matrices de gains sont donc :

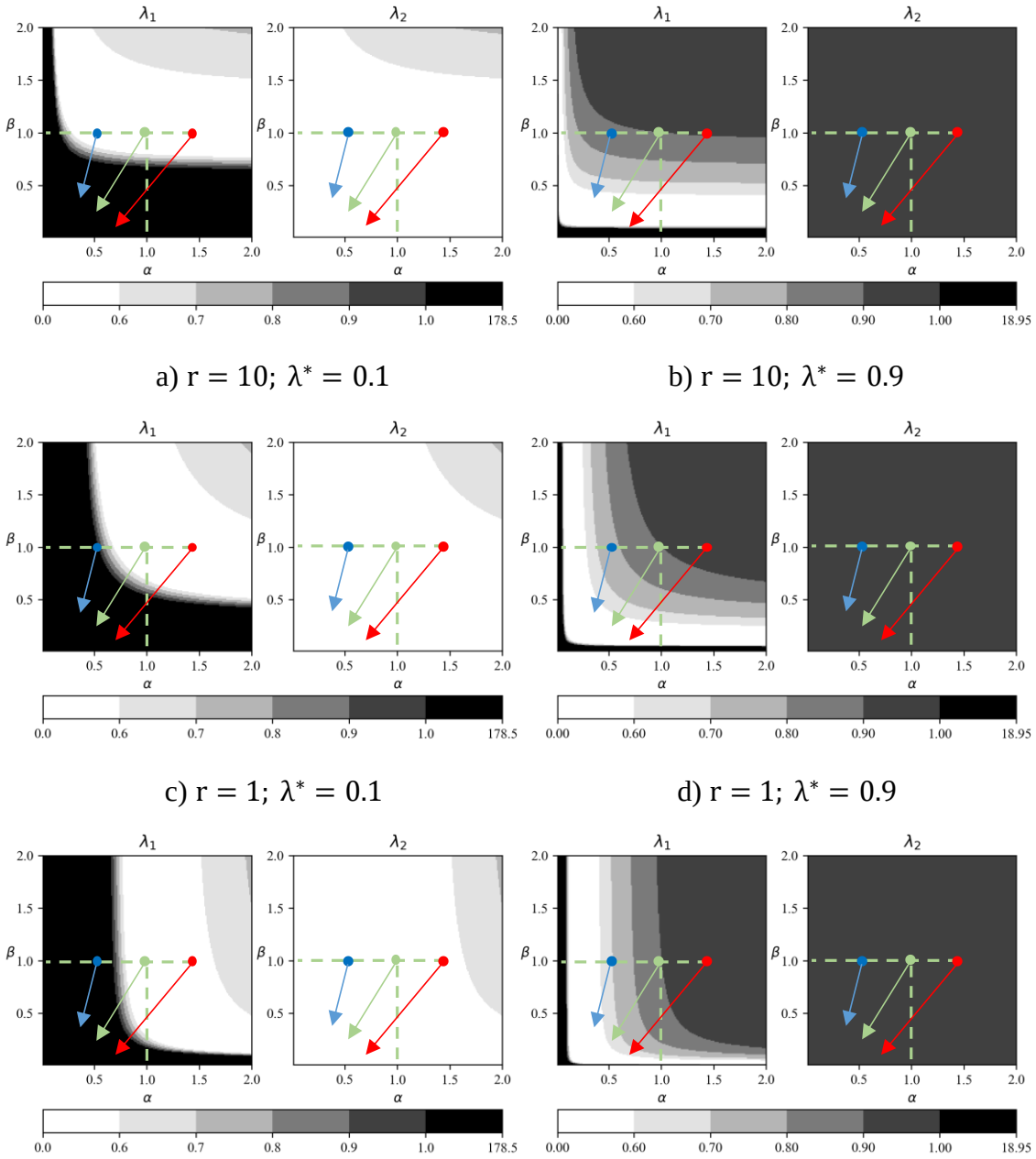
$$L_{\mathrm{P}} = \frac{2(1 - \lambda^*)}{\dfrac{1}{k_{\mathrm{N},0}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}} \; ; L_{\mathrm{J}} = \frac{(1 - \lambda^*)^2}{\dfrac{1}{k_{\mathrm{N},0}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}} \tag{3.35}$$

Comme auparavant, nous nous intéressons aux « vraies » valeurs propres de la matrice d'état au cours de l'essai afin d'évaluer la stabilité du système. Introduisant les expressions de L_{P} et L_{J} dans l'équation (3.32), nous obtenons ainsi :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{(1 - \lambda^*)(\beta_i + r\alpha_i)}{\alpha_i \beta_i (1 + r)} \pm (1 - \lambda^*) \sqrt{\left(\frac{\beta_i + r\alpha_i}{\alpha_i \beta_i (1 + r)} \right)^2 - \frac{\beta_i + r\alpha_i}{\alpha_i \beta_i (1 + r)}} \tag{3.36}$$

La figure 3.12 montre l'évolution du module des valeurs propres en fonction des raideurs de la PS et de la NS. Six configurations sont étudiées qui varient en termes du choix de λ^* ainsi que du rapport de raideurs r. Deux valeurs de λ^* sont étudiées : 0.1 (voir les figures 3.12(a), 3.12(c) et 3.12(e)) et 0.9 (voir les figures 3.12(b), 3.12(d) et 3.12(f)). L'influence du rapport de raideurs r, quant à elle, est considérée avec trois cas d'étude : $r = 10$ (la PS est plus raide que la NS) dans les figures 3.12(a) et 3.12(b) ; $r = 1$ (la PS est aussi raide que la NS) dans les figures 3.12(c) et 3.12(d) ; et finalement $r = 0.1$ (la PS est moins raide que la NS) dans les figures

3.12(e) et 3.12(f). Comme auparavant, les points de départ bleu, vert, rouge indiquent la surestimation, l'absence d'erreur et la sous-estimation de $k_{P,0}$ respectivement.



a) r = 10; λ* = 0.1 b) r = 10; λ* = 0.9

c) r = 1; λ* = 0.1 d) r = 1; λ* = 0.9

e) r = 0.1; λ* = 0.1 f) r = 0.1; λ* = 0.9

Figure 3.12. Valeur de |λ| en fonction des « vraies » valeurs de raideur de la PS et de la NS lorsque le vérin est piloté en fore avec les erreurs mesurées en déplacement

Dans toutes les configurations étudiées, l'instabilité indiquée par la zone noire est bien présente à travers les trois directions de flèche. La taille de cette zone varie en fonction du rapport de raideurs ainsi que du choix de λ^*. Il est à rappeler que ce rapport r dépend des raideurs de la PS et de la NS tandis que la valeur de λ^* dépend de notre choix. Peu importe le rapport de raideurs, la zone d'instabilité se rétrécit lorsque la valeur de λ^* augmente. En ce qui concerne le rapport de raideurs, la largeur de la zone d'instabilité s'élargit selon l'axe α (voir les figures 3.12(a) et 3.12(b)) lorsque $r = 10$, i.e. la PS est plus raide que la NS. Inversement, elle s'élargit selon l'axe β (voir les figures 3.12(e) et 3.12(f)) quand $r = 0.1$, i.e. la NS est plus raide que la PS. Lorsque r est égal à 1 (voir les figures 3.12(c) et 3.12(d), elle semble être symétrique. Il faut rappeler que les axes α et β sont associés respectivement à la PS et à la NS. En conséquence, cela traduit le fait que la stabilité des résultats sont plus sensibles à la diminution de la raideur de la PS (resp. de la NS) lorsque la NS (resp. la PS) est plus raide que le PS (resp. NS). En d'autres termes, la stabilité est plus sensible à l'évolution de raideur de la partie la plus souple.

3.4.3 Méthodes de PI-Control avec les erreurs mesurées en termes de force

La figure 3.13 présente le schéma de principe de la méthode lorsque les erreurs sont mesurées en termes de force. Sur cette figure, on voit que la continuité des déplacements est automatiquement assurée, i.e. $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$. À chaque itération, nous procédons comme suit :

- Premièrement, le vérin de la PS reçois une consigne de forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$.
- Une fois que la consigne de forces est atteinte, nous mesurons les déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ de la PS.
- Ensuite, la consigne de déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ est envoyée à l'ordinateur qui effectue les calculs numériques de la NS.
- Lorsque les calculs de la NS sont terminés, les forces de réaction $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$ sont obtenues.
- Disposant maintenant $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ and $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$, nous pouvons calculer les erreurs instantanées à l'itération *i* :

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i} = -\left(\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}\right) \tag{3.37}$$

- Finalement, la nouvelle consigne pour l'itération prochaine peut être calculée via l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i+1} &= \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i} + \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \cdot \boldsymbol{j}_i \\ \boldsymbol{j}_{i+1} &= \boldsymbol{j}_i + \boldsymbol{e}_{\mathrm{F},i} \end{aligned} \tag{3.38}$$

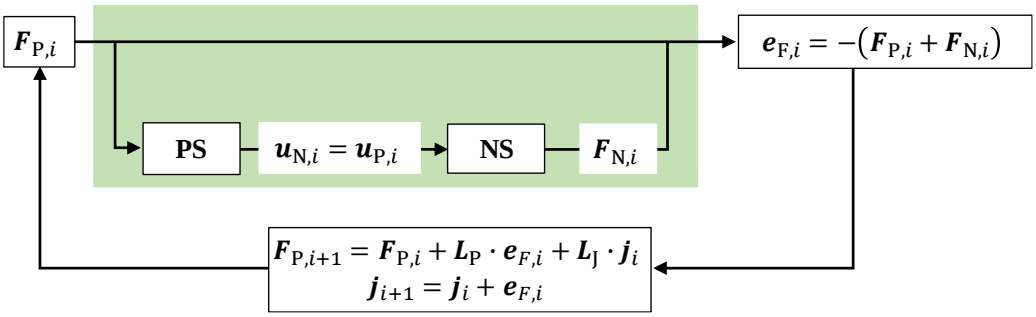


Figure 3.13. Schéma de principe des méthodes de PI-Control avec les vérins pilotés en force et les erreurs mesurées en force

Comme plus haut, nous évaluons la stabilité des résultats en s'appuyant sur les équations (3.3) et (3.13). Les équations qui calculent les consignes peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i+1} \\ \boldsymbol{j}_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} \\ \boldsymbol{j}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}\left(-\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \\ \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}\left(-\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} + \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

La stabilité est déterminée par les valeurs propres de la matrice d'état :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

En cas du pilotage d'un seul vérin (un degré de liberté), la matrice d'état devient :

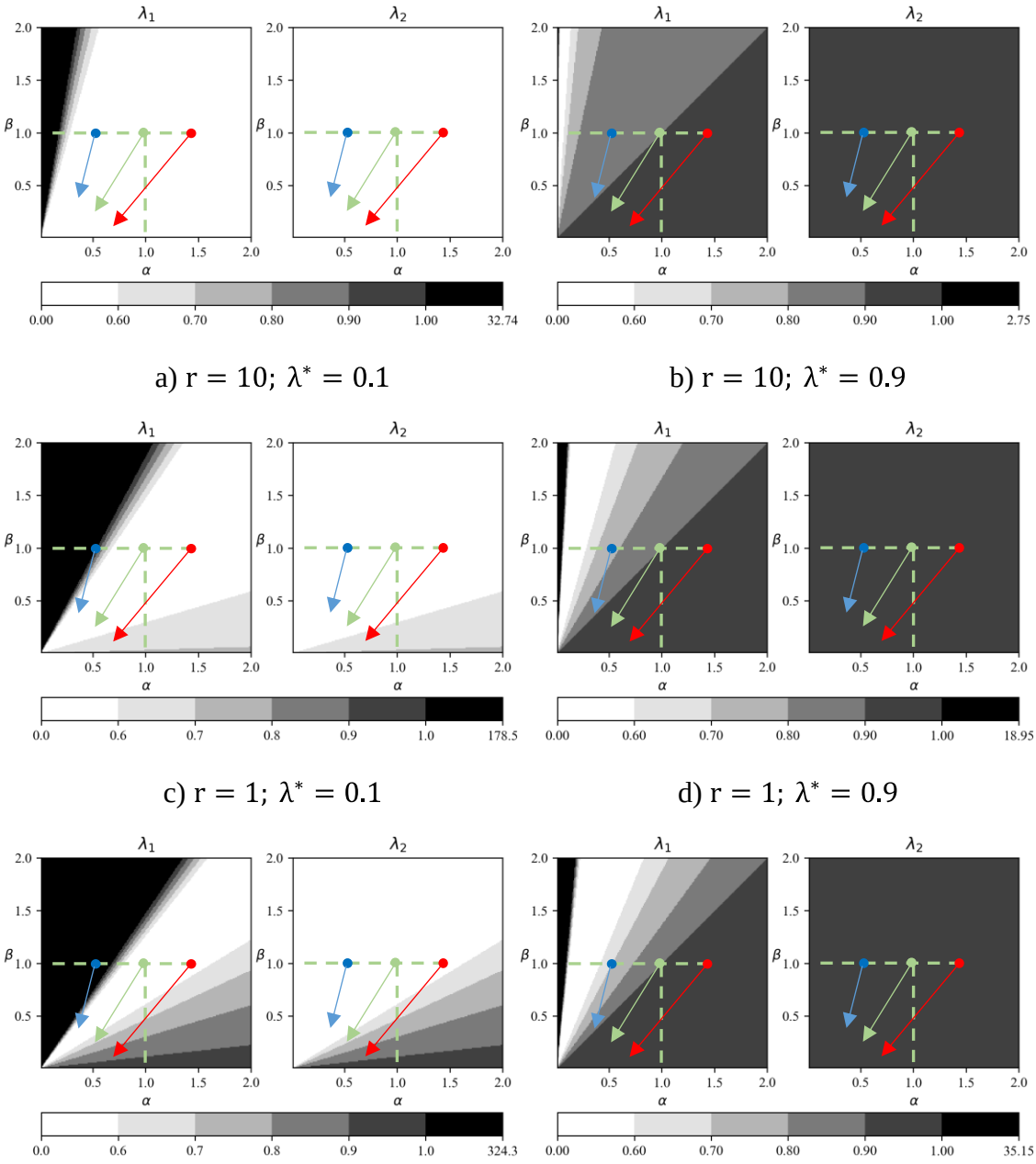
$$A = \begin{bmatrix} 1 - L_P\left(1 + \dfrac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}}\right) & L_J \\ -\left(1 + \dfrac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}}\right) & 1 \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

dont les valeurs propres :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{1}{2} L_{\mathrm{P}}\left(1 + \frac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}}\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{L_{\mathrm{P}}^2\left(1 + \frac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}}\right)^2 - 4L_{\mathrm{J}}\left(1 + \frac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}}\right)} \tag{3.42}$$

En fixant les valeurs propres $\lambda_1 = \lambda_1^*$, $\lambda_2 = \lambda_2^*$ et en prenant en compte les erreurs relatives à l'estimation de $k_{P,0}$, les matrices de gain L_{P} et L_{J} sont calculées via l'équation suivante :

$$L_{\mathrm{P}} = \frac{2 - \lambda_1^* - \lambda_2^*}{1 + \dfrac{k_{\mathrm{N},0}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}} ; L_{\mathrm{J}} = \frac{(1 - \lambda_1^*)(1 - \lambda_2^*)}{1 + \dfrac{k_{\mathrm{N},0}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}} \tag{3.43}$$



a) r = 10; $\lambda^* = 0.1$ b) r = 10; $\lambda^* = 0.9$

c) r = 1; $\lambda^* = 0.1$ d) r = 1; $\lambda^* = 0.9$

e) r = 0.1; $\lambda^* = 0.1$ f) r = 0.1; $\lambda^* = 0.9$

Figure 3.14. Valeur de $|\lambda|$ en fonction des « vraies » valeurs de raideurs de la PS et de la NS lorsque le vérin est piloté en fore avec les erreurs mesurées en force

Nous nous fixons les doubles valeurs propres $\lambda_1^* = \lambda_2^* = \lambda^*$, les formules de L_P et L_J s'écrivent donc :

$$L_P = \frac{2(1-\lambda^*)}{1+\frac{k_{N,0}}{k_{P,0}^{EST}}} ; L_J = \frac{(1-\lambda^*)^2}{1+\frac{k_{N,0}}{k_{P,0}^{EST}}} \quad (3.44)$$

Par conséquent, au cours de l'essai, les vraies valeurs propres de la matrice d'état s'écrivent :

$$\lambda_{1,2} = 1 - \frac{(1-\lambda^*)(\beta_i + r\alpha_i)}{\alpha_i(1+r)} \pm (1-\lambda^*)\sqrt{\left(\frac{\beta_i + r\alpha_i}{\alpha_i(1+r)}\right)^2 - \frac{\beta_i + r\alpha_i}{\alpha_i(1+r)}} \tag{3.45}$$

La figure 3.14 présente l'évolution du module des valeurs propres selon les six configurations étudiées dans la section précédente. Lorsque les erreurs sont mesurées en force, nous remarquons dans ces figures que la zone d'instabilité est moins grande. Nous considérons deux facteurs d'influence : le rapport de raideurs *r* et la valeur propre λ^*.

En ce qui concerne le rapport r, il semble que la zone d'instabilité s'étend principalement suivant l'axe relatif à la sous-structure la plus raide. Cela nous ramène à la même conclusion : la stabilité est plus sensible à l'évolution de raideur de la partie la plus souple. Cependant, comme le rapport *r* est un paramètre intrinsèque de la structure étudiée, nous ne pouvons compter que sur la valeur propre λ^*.

Concernant l'influence de la valeur propre λ^*, nous remarquons d'après la figure 3.14 que la zone d'instabilité est diminuée lorsque λ^* augmente. Cependant cela conduit à une augmentation de manière générale des vraies valeurs propres au cours de l'essai. Dans la section suivante, nous élaborons une formule pour trouver la valeur optimale de λ^* afin d'éviter l'instabilité.

3.4.4 Détermination de la valeur propre optimale

La stabilité n'est pas automatiquement assurée lorsque le vérin est piloté en force. Comme indique la figure 3.14, la zone d'instabilité se rétrécit lorsque la valeur de λ^* augmente. Cependant, on a également observé que l'augmentation de la valeur propre choisie accroît le retard de la convergence. Ainsi, notre objectif est de trouver la valeur optimale de λ^*, i.e. la valeur minimale de λ^* assurant la stabilité des résultats du début jusqu'à la fin de l'essai.

Soit

$$R = \frac{\beta_i + r\alpha_i}{\alpha_i(1+r)} \tag{3.46}$$

Avec la prise en compte de l'équation (3.46), l'équation (3.45) peut se réécrire comme suit :

$$\lambda_{1,2} = 1 - (1-\lambda^*)R \pm (1-\lambda^*)\sqrt{R^2 - R} \tag{3.47}$$

Au cours de l'essai, les termes α_i et β_i diminuent au fur et à mesure que la température de la PS et de la NS augmente. Supposant que $\alpha_{\min}$ et $\beta_{\min}$ sont leurs valeurs minimales respectives :

$$\begin{matrix} 1 \geq \alpha_i \geq \alpha_{\min} \\ 1 \geq \beta_i \geq \beta_{\min} \end{matrix} \tag{3.48}$$

Introduisant le terme R de l'équation (3.46) dans l'équation (3.48), il en résulte que :

$$\frac{1+\beta_{\min} r}{1+r} \leq R \leq \frac{r+\alpha_{\min}}{(1+r)\alpha_{\min}} \tag{3.49}$$

Nous considérons ainsi deux cas possibles :

Cas 1 :

$$\frac{1+\beta_{\min} r}{1+r} \leq R < 1 \tag{3.50}$$

Il s'ensuit que $R^2 - R < 0$. Selon l'équation (3.47), nous en déduisons que les valeurs propres $\lambda_{1,2}$ sont des nombres complexes. Pour assurer la stabilité, leur module doit être inférieur à 1. Il en résulte que :

$$(1-(1-\lambda^*)R)^2 + (1-\lambda^*)^2(R^2-R) < 1 \tag{3.51}$$

Ainsi :

$$\lambda^* > \frac{2R-3}{2R-1} \tag{3.52}$$

Par conséquent,

$$\lambda^*_{\min} > \max\left(\frac{2R-3}{2R-1}\right) = -1 \tag{3.53}$$

Cette contrainte est automatiquement satisfaite car λ^* est déjà choisie de manière à ce que $|\lambda^*| < 1$.

Cas 2 :

$$1 \leq R \leq \frac{r+\alpha_{\min}}{(1+r)\alpha_{\min}} \tag{3.54}$$

Nous en déduisons que $R^2 - R \geq 0$, les valeurs propres $\lambda_{1,2}$ sont ainsi des nombres réels. Pour que leur module soit inférieur à 1, λ^* doit satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} 1-(1-\lambda^*)R + (1-\lambda^*)\sqrt{R^2-R} < 1 \\ 1-(1-\lambda^*)R + (1-\lambda^*)\sqrt{R^2-R} > 1 \end{cases} \tag{3.55}$$

Il s'ensuit que :

$$\lambda^* > 1 - \frac{2}{R + \sqrt{R^2 - R}} \tag{3.56}$$

En conséquence, $\lambda^*_{\min}$ doit satisfaire les conditions suivantes :

$$\lambda^*_{\min} > \max\left(2\sqrt{1 - \frac{1}{R}} - 1\right) = 2\sqrt{\frac{r(1-\alpha_{\min})}{r + \alpha_{\min}}} - 1 \tag{3.57}$$

La figure (3.15) montre, selon différents cas de ratio r, l'évolution de la valeur optimale de la valeur propre ($\lambda^*_{\min}$) en fonction de la valeur minimale atteinte par le rapport de raideurs ($\alpha_{\min}$). Nous remarquons que la valeur de $\lambda^*_{\min}$ augmente lorsque la valeur de $\alpha_{\min}$ diminue, ce qui signifie que, lorsque la raideur de la PS est susceptible d'être plus dégradée, par exemple parce que la durée de l'essai augmente, l'ensemble des valeurs de λ^* qui assure la stabilité doit diminuer également. Par contre, on note que cet ensemble s'élargit à la totalité de l'intervalle $[0,1]$ si $\alpha_{\min}$ est suffisamment élevé, i.e. la durée de l'essai est suffisamment courte.

En outre, la figure montre également que, quand le rapport des raideurs r augmente, la valeur de $\lambda^*_{\min}$ est plus grande pour la même valeur de $\alpha_{\min}$. Il en résulte ainsi, en ayant la PS plus rigide, il est plus difficile d'assurer la stabilité des résultats d'essais. À titre d'exemple, lorsque $k_{\mathrm{P},0} = k_{\mathrm{N},0}$ (i.e. $r = 1$), peu importe la valeur de λ^* entre 0 et 1 peut assurer la stabilité des résultats si la valeur de α_i ne descend pas en deçà de 0.6. Par contre, lorsque $k_{\mathrm{P},0} = 5k_{\mathrm{N},0}$ (i.e. $r = 5$), λ^* doit être plus grand que 0.2 pour les mes mêmes valeurs de α_i.

En pratique, il faut connaître d'abord la valeur minimale que peut atteindre la raideur de la PS ($k_{\mathrm{P,min}}$) afin d'avoir la valeur de $\alpha_{\min} = k_{\mathrm{P,min}}/k^{\mathrm{EST}}_{\mathrm{P},0}$. Pour ce faire, nous pouvons estimer la valeur de $k_{\mathrm{P,min}}$ par exemple via les essais statiques, i.e. où la PS, sous différentes charges constantes, est soumise au chargement thermique identique à celui utilisé lors des essais hybrides. Une fois que nous disposons des estimations de r et $\alpha_{\min}$, la valeur minimale de λ^* peut être calculée directement via l'équation (3.57).

Toutefois, lors de la mise en œuvre expérimentale des essais, il convient de noter que les estimations de r et $\alpha_{\min}$ peuvent comporter des erreurs. Afin d'éviter le problème d'instabilité, il est recommandé de surestimer la valeur de $\lambda^*_{\min}$, ce qui signifie, d'après la figure 3.15, la surestimation de r et la sous-estimation de $\alpha_{\min}$.

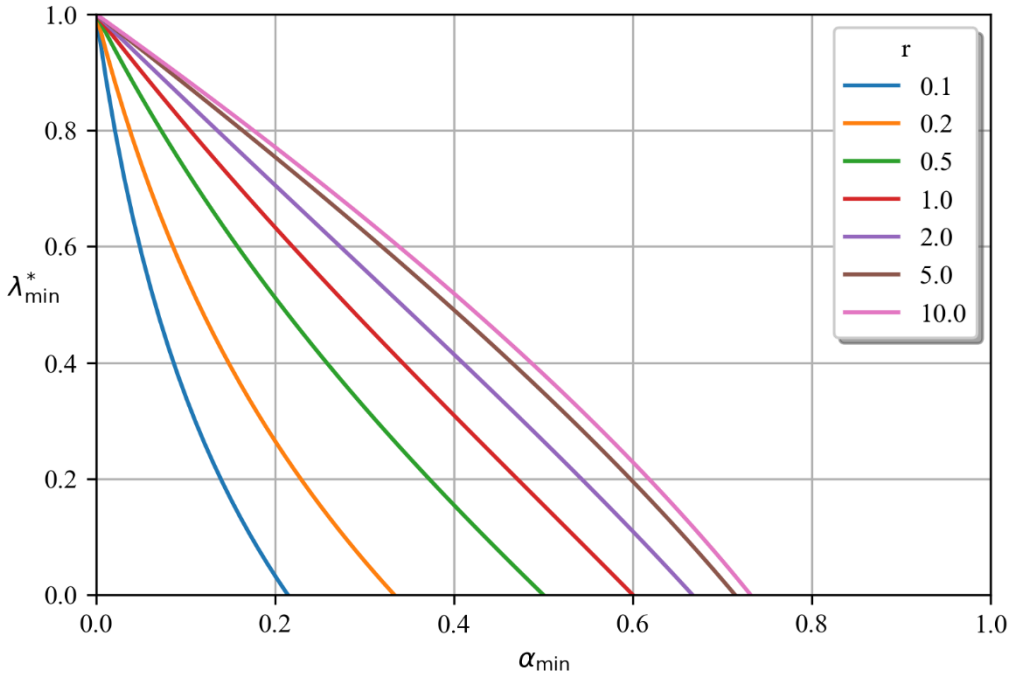


Figure 3.15. Valeur propre optimale ($\lambda^*_{\min}$) à choisir en fonction de la valeur minimale du ratio de raideurs ($\alpha_{\min}$)

3.4.5 Application au cas des essais virtuels d'une structure simple 2D de type portique

3.4.5.1 Structure étudiée

À titre illustratif, les démarches présentées plus haut sont mises en œuvre dans cette sous-section sur une structure simple 2D de type portique dans le plan *Oxy* comme présentée à la figure 3.16. Les trois barres qui composent la structure sont de section HEA120 et chacune mesure 1.2 m en longueur. La barre horizontale est connectée aux deux barres verticales via les articulations. Seule la barre horizontale et une portion de 0,9 m de la barre verticale à gauche sont soumises au chargement thermique. La barre horizontale est exposée au feu ISO 834 sur ses 4 faces, tandis que la barre verticale à gauche s'expose au même feu sur sa face droite (voir la figure 3.16). Le reste de la structure est protégée et reste à température ambiante.

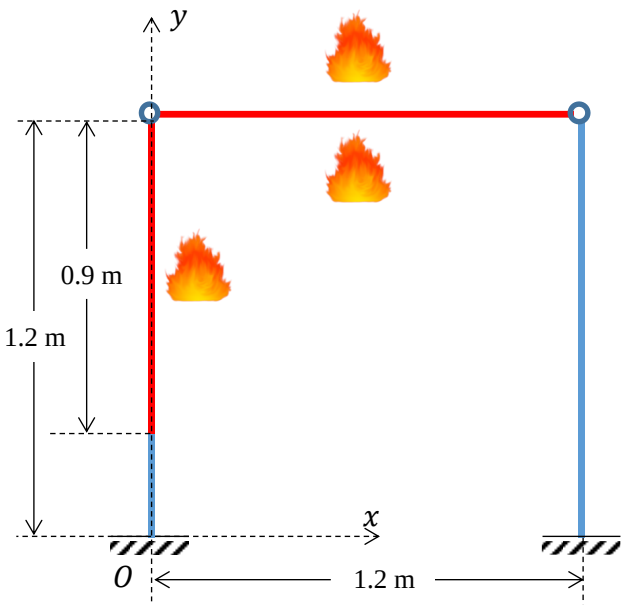


Figure 3.16. Structure simple 2D de type portique étudiée

Pour les essais hybrides au feu, le portique est divisé en deux sous-structures, comme les montre la figure 3.17. La partie expérimentale (PS) est constituée d'une seule barre verticale située à gauche, alors que la partie numérique (NS) est composée de la barre horizontale en haut ainsi que la barre verticale à droite.

Il s'agit ici d'une structure 2D dans un plan. Les deux sous-structures doivent s'interagir en déplacement dans les deux directions *Ox* et *Oy* et en rotation. Cependant, la rotule entre la barre horizontale et celle verticale à gauche permet de limiter l'interaction entre la PS et la NS à seulement les déplacements dans les deux directions du plan. La rigidité dans la direction verticale de la NS peut être négligée due la présence de la rotule entre la barre horizontale et celle verticale à droite tandis que la PS est soumise à une compression-traction axiale. Par conséquent, seule l'interaction suivante la direction *Ox* est considérée dans l'essai hybride.

D'ailleurs, compte tenu de la rotule entre la barre horizontale et celle verticale à droit, il est nécessaire d'y ajouter un support supplémentaire à la NS (voir la figure3.17) pour que cette dernière ne soit pas hypostatique.

La durée d'essai est fixée à 40 minutes. Les simulations numériques des deux sous-structures pour les essais hybrides virtuels sont effectuées en utilisant le logiciel aux éléments finis SAFIR® (Franssen et Gernay, 2017). En outre, nous considérons que les propriétés mécaniques

des matériaux évoluent en fonction de la température suivant les recommandations établies dans (EN 1993-1-2, 2005).

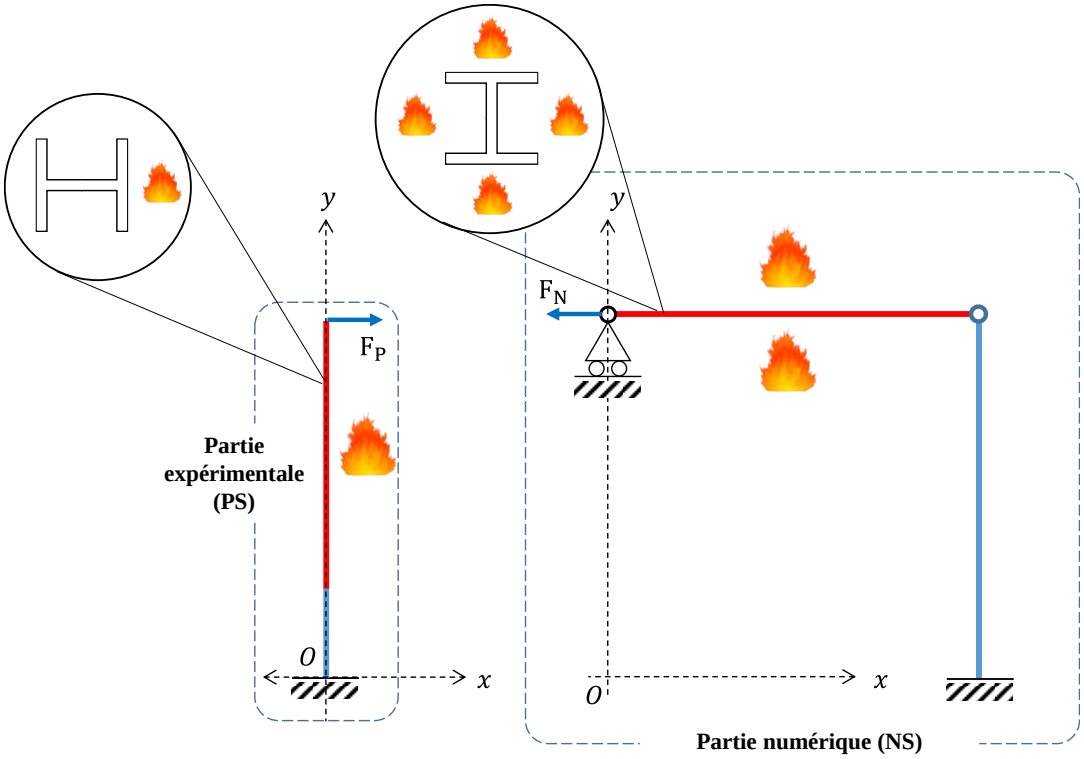


Figure 3.17. Parties expérimentale et numérique de la structure simple 2D de type portique étudiée

3.4.5.2 Valeur propre λ^*

Dans le cadre de ces essais virtuels, la raideur de la PS est supposée connue à l'instant initiale, ainsi $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$ et $k_{P,0}$ sont égales. Les valeurs des raideurs de la PS et de la NS sont déterminées en utilisant le logiciel d'éléments finis SAFIR ® (Franssen et Gernay, 2017) :

$$k_{\mathrm{P},0} = 2{,}2kN \cdot mm^{-1}\ ;\ k_{\mathrm{N},0} = 2{,}19kN \cdot mm^{-1} \tag{3.58}$$

Dans le cas du pilotage de vérins en déplacement avec les erreurs mesurées en force, nous choisissons la valeur propre λ^* égale à 0,1. Nous calculons les matrices de gain en utilisant l'équation (3.9) :

$$L_{\mathrm{P}} = 4{,}087 \times 10^{-7}\ ;\ L_{\mathrm{J}} = 1{,}839 \times 10^{-7} \tag{3.59}$$

Quant au pilotage en force avec les erreurs mesurées en force des vérins, nous effectuons les calculs des matrices de gain via l'équation (3.44). Il en résulte ainsi pour les deux valeurs de λ^* considérées :

$$\begin{aligned} \lambda^* = 0{,}1&: L_{\mathrm{P}} = 0{,}902\ ;\ L_{\mathrm{J}} = 0{,}406 \\ \lambda^* = 0{,}9&: L_{\mathrm{P}} = 0{,}1\ ;\ L_{\mathrm{J}} = 0{,}005 \end{aligned} \tag{3.60}$$

Ces valeurs de λ^* ne sont pas optimales. En effet, nous risquons de faire face à l'instabilité quand λ^* est égale à 0,1, tandis que le choix de λ^* égale à 0,9 ralentit la vitesse de convergence. Afin de trouver un meilleur choix de λ^*, nous commençons d'abord par l'estimation de la valeur minimum de α_i. La figure (3.18) montre l'évolution des raideurs de la PS et de la NS en fonction du temps jusqu'à la fin de l'essai. Sur cette figure, nous observons que les raideurs de la PS et de la NS diminuent progressivement au fur et à mesure que la température augmente. Vers la fin de l'essai ($t = 40$ min), le rapport de raideurs de la PS ($\alpha_{\min}$) équivaut 0.38. Sachant que le rapport de raideurs des deux sous-structures à l'instant initial $r = k_{\mathrm{P},0}/k_{\mathrm{N},0} = 1$, nous pouvons calculer la valeur propre optimale $\lambda^*_{\min}$ en utilisant l'équation (3.57), d'où finalement $\lambda^*_{\min} = 0{,}34$. Pour des raisons de sécurité, il est recommandé d'adopter une valeur légèrement plus élevée de $\lambda^*_{\min}$, nous prenons ainsi $\lambda^*_{\min} = 0{,}35$. D'après l'équation (3.43), il s'ensuit que les matrices de gain :

$$L_{\mathrm{P}} = 0{,}652\ ;\quad L_{\mathrm{J}} = 0{,}212 \tag{3.61}$$

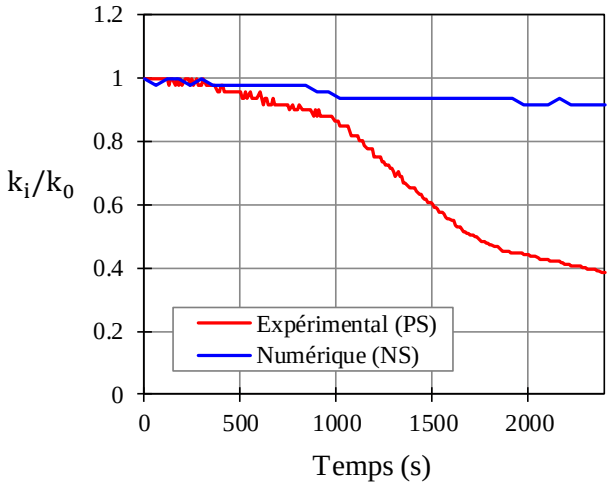


Figure 3.18. Évolution des raideurs de la PS et de la NS en fonction du temps

3.4.5.3 Résultats et discussions

La simulation thermomécanique de la structure complète est effectuée via le logiciel aux éléments finis SAFIR® (Franssen et Gernay, 2017) afin d'obtenir les solutions de référence.

Face aux solutions de référence (REF), la figure (3.19) montre les résultats des essais hybrides réalisés avec les différentes modes de pilotage de vérin :

- Le vérin est piloté en déplacement $\lambda^* = 0{,}1$: DCP 0.1
- Le vérin est piloté en force : FCP 0.1 (pour $\lambda^* = 0{,}1$), FCP 0,9 (pour $\lambda^* = 0{,}9$) et FCP 0.35 (pour $\lambda^* = 0{,}35$)

Les figures 3.19(a) et 3.19(c) présentent les résultats d'essais respectivement en termes de déplacement et de force en fonction du temps d'exposition au feu. L'erreur en termes de déplacement (i.e. $(u_{\mathrm{P}} - u_{\mathrm{REF}})/u_{\mathrm{REF}}$) ainsi que celle en termes de force (i.e. $(F_{\mathrm{P}} - F_{\mathrm{REF}})/F_{\mathrm{REF}}$) sont présentées respectivement dans les figures 3.19(b) et 3.19(d).

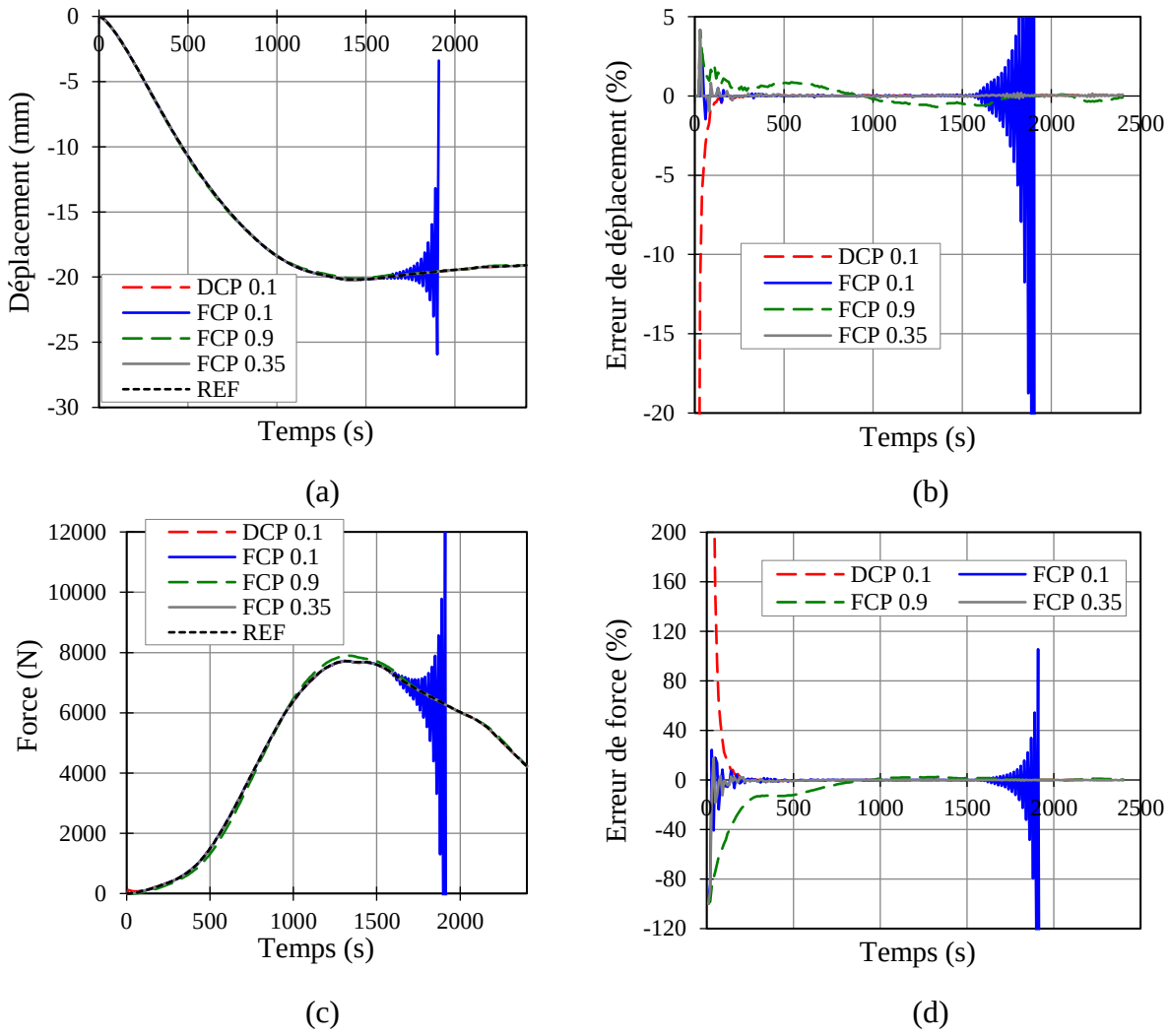


Figure 3.19. Résultats des essais virtuels en fonction du temps d'exposition au feu : déplacement u_{P} (a) ; erreur de déplacement $(u_{\mathrm{P}} - u_{\mathrm{REF}})/u_{\mathrm{REF}}$ (b) ; force F_{P} (c) et erreur de force $(F_{\mathrm{P}} - F_{\mathrm{REF}})/F_{\mathrm{REF}}$ (d)

Les résultats obtenus à partir des essais virtuels appellent quelques commentaires. Tout d'abord, les configurations considérées ici présentent des résultats convergents sauf le cas de FCP 0.1 où l'instabilité est observée à partir de 26 min. Ce résultat est bien cohérent avec ce qu'indique la figure 3.20. Cette dernière présente le chemin d'évolution des raideurs de la PS et de la NS en termes de α_i et β_i projetés sur le graphique qui illustre les zones d'instabilité pour le cas de FCP 0.1. Au début de l'essai $t = 0$ min, comme l'erreur de l'estimation de $k_{\mathrm{P},0}$ est absente, le chemin commence à $\alpha = 1$ et $\beta = 1$. Nous nous trouvons dans la zone blanche, c'est-à-dire pas d'instabilité. Le chemin continue et nous y restons jusqu'à environ 25min. A $t = 25$ min, ce qui correspond à $\alpha = k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{P},0} = 0{,}5696$ et $\beta = k_{\mathrm{N},i}/k_{\mathrm{N},0} = 0{,}9375$, on observe que le chemin traverse la frontière et continue dans la zone noire, i.e. la zone d'instabilité.

D'ailleurs, lorsque le vérin est piloté en déplacement (i.e. DCP 0.1), nous observons dans les figures (3.19b) et (3.19d) qu'un pic d'erreur est présent au début de l'essai, qui semble résulter de la surcharge discutée dans la section précédente. Quand le vérin est piloté en force avec $\lambda^* = 0{,}9$ (i.e. FCP 0.9), on constate que le pic d'erreur au début est atténué et les résultats ne présentent pas le problème d'instabilité. Cependant l'erreur reste néanmoins importante car la convergence de l'algorithme est lente. Le ralentissement de la convergence peut être la conséquence de la valeur élevée de λ^* (qui entraîne l'augmentation des valeurs propres au cours de l'essai). Finalement, il semble que le cas de FCP 0.35 représente bien une bonne compromise. D'une part, les résultats gardent les avantages de FCP 0.9, i.e. la stabilité et la diminution du pic d'erreur. D'autre part, la convergence est plus rapide que celle de FCP 0.9.

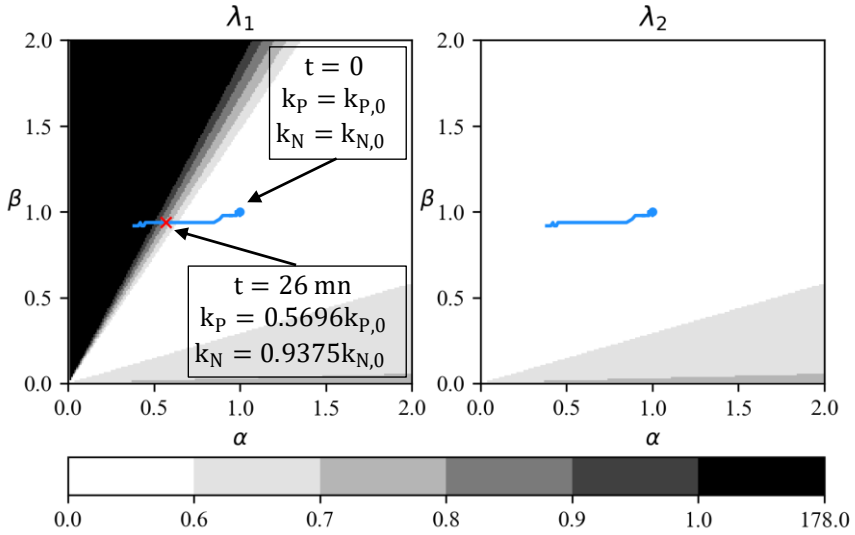


Figure 3.20. Trajectoire d'évolution des raideurs de la PS et de la NS qui traverse la frontière d'instabilité

3.5 Conclusion

En s'inspirant des méthodes de PI-Control pour un pilotage des vérins en déplacement présentées dans les travaux de Mergny *et al.* (2018, 2020) ; Mergny et Franssen, (2020), ce chapitre propose d'élargir le champ d'application de ces méthodes au mode de pilotage en force des vérins pour des essais hybrides au feu.

D'abord, nous avons réexaminé les conditions de stabilité relatives à l'évolution des modules de valeurs propres lorsque les vérins sont pilotés en déplacement. Comme démontré dans les travaux de Mergny *et al.* (2018), les méthodes de « PI-Control » avec le déplacement contrôlé, sont inconditionnellement stables lorsque les erreurs sont mesurées en force, i.e. la stabilité est assurée peu importe l'évolution de la raideur de l'élément testé. Nous avons également révisé les conditions de stabilités quand les erreurs sont mesurées en déplacement. Il en résulte que

cette dernière option est nettement moins avantageuse que lorsque les erreurs sont calculées en force. Puis, des études paramétriques avec des essais virtuels d'un système de ressorts ont été réalisées. Nous avons observé que, lorsque les valeurs propres choisies λ^* sont trop élevées, la convergence devient trop lente. De plus, il est également démontré que l'évolution de la courbe de température peut aussi influencer l'écart des erreurs des solutions.

Ensuite, nous avons examiné quelques inconvénients que représente le pilotage en déplacement par rapport à celui en force des vérins. Avec les démarches similaires à celles précédentes, nous avons étudié les conditions de stabilité des deux options qui découlent du pilotage en force, i.e. les erreurs mesurées en force et en déplacement. Les analyses des évolutions de valeurs propres montrent que les deux options n'assurent pas la stabilité inconditionnelle. Cependant, il s'ensuit que l'option avec les erreurs mesurées en force assure mieux la stabilité que celle avec les erreurs mesurées en déplacement. Nous avons donc dirigé notre attention sur la manière de réduire le risque d'instabilité de la méthode de PI-Control avec le pilotage des vérins en force et les erreurs mesurées en force (en cherchant le choix optimal de la valeur propre λ^*). Si cette valeur propre est trop petite, la zone d'instabilité augmente, ce qui entraîne ensuite le risque d'instabilité. Si la valeur propre λ^* est trop grande, le risque d'instabilité est réduit, mais le résultat converge plus lentement. Ainsi, afin d'assurer la stabilité tout au long de l'essai, nous avons proposé une formule simple pour choisir la valeur propre λ^*. Pour illustrer ces propositions, nous avons étudié un exemple d'essais virtuels d'une structure simple 2D de type portique soumise à un feu ISO.

Disposant maintenant des contions de stabilité des méthodes de PI-Control, il est possible de conclure que ces méthodes sont prêtes pour la mise en œuvre expérimentale. Toutefois, il nous semble intéressant d'abord de les comparer, dans le chapitre suivant, avec les quelques méthodes précédemment connues.

Chapitre 4
Discussions sur des méthodes de PI-Control et ses dérivés

4.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les liens entre les différentes méthodes que nous avons étudiés jusqu'à maintenant : les méthodes classiques, les méthodes classiques de nouvelle génération et les méthodes de PI-Control.

Nous nous intéressons tout d'abord à la relation entre les méthodes classiques et les méthodes de PI-Control. De manière générale, nous comparerons leur schéma de communication ainsi que les conditions de stabilité des résultats. Ensuite, nous rappellerons les principes des méthodes classiques de nouvelle génération ainsi que les nuances que les différents schémas de communication peuvent engendrer. À l'instar des méthodes classiques, nous examinerons par la suite les liens entre les méthodes classiques de nouvelle génération avec les méthodes de PI-Control. À titre illustratif, nous réaliserons des essais virtuels afin de comparer les résultats correspondants.

4.2 Liens entre les méthodes classiques et les méthodes de PI-Control

4.2.1 Vérins pilotés en termes de déplacement

Nous réexaminons la méthode de PI-Control avec le pilotage des vérins et les erreurs mesurées en déplacement dont le schéma de communication est montré dans la figure 3.2(b). En choisissant les valeurs des matrices de gain comme suit :

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \mathbf{I}; \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} = \mathbf{0} \tag{4.1}$$

Les consignes de déplacement à chaque itération (voir l'équation (3.2)) peuvent être reformulées de façon suivante :

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} + \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{e}_{u,i} \tag{4.2}$$

Ensuite, en y introduisant l'expression des erreurs de l'équation (3.14), nous obtenons :

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}\right) = \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i} \tag{4.3}$$

L'équation (4.3) nous indique que la consigne de déplacement $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1}$ envoyée aux contrôleurs de vérins de la PS n'est autre que les déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$ obtenus à partir des calculs numériques de la NS.

Dans ce cas, le schéma de la méthode de PI-Control de la figure 3.2(b) peut être redessiné comme celui montré dans la figure 4.1. À chaque itération, la consigne de déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ est envoyée aux contrôleurs de vérins pour mettre à jour les conditions aux limites de la PS. Une fois que le déplacement cible est atteint, nous mesurons les forces de réaction $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ qui sont ensuite envoyées à l'ordinateur qui effectue les calculs numériques de la NS. Lorsque les calculs sont terminés, nous obtenons les déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$ que nous envoyons aux contrôleurs de vérins de la PS pour l'itération prochaine.

Ce processus correspond parfaitement à celui des méthodes classiques. En d'autres termes, les méthodes classiques avec les vérins pilotés en déplacement est un cas particulier des méthodes de PI contrôle.

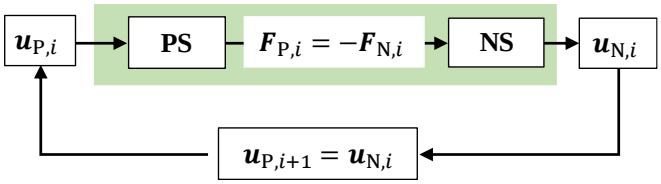


Figure 4.1. Schéma de la méthode de PI-Control avec le pilotage en déplacement des vérins et les erreurs mesurées en termes de déplacement lorsque $\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \boldsymbol{I}\,;\boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} = \boldsymbol{0}$

4.2.1.1 Conditions de stabilité

Tenant compte du choix des matrices de gain de l'équation (4.1), la matrice d'état de la méthode de PI-Control de l'équation (3.16) peut être réécrite comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} & \mathbf{0} \\ -\left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}^{-1} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

En cas de pilotage d'un seul vérin, l'équation (4.4) se simplifie en :

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} & 0 \\ -\left(\dfrac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} + 1\right) & 1 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Dans ce cas, les deux valeurs propres de la matrice A au cours de l'essai sont respectivement 1 et $-k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{N,i}}$. Les résultats de l'essai sont instables lorsque le module des valeurs propres de la matrice *A* est supérieur à 1, ce qui signifie que :

$$\left|-\frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N,i}}}\right| = \frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{N},i}} > 1 \tag{4.6}$$

Les résultats sont donc instables lorsque la raideur de la sous-structure expérimentale est supérieure à celle de la sous-structure numérique, ce qui nous rappelle les conditions de stabilité des méthodes classiques avec les vérins pilotés en termes de déplacement présentées dans les travaux théoriques de Sauca *et al.* (2018a) et les travaux expérimentaux de Pinoteau *et al.* 2020.

D'ailleurs, l'équation (4.6) peut être réécrite autrement :

$$\frac{k_{\mathrm{N},0}}{k_{\mathrm{N},i}} \times \frac{k_{\mathrm{P},0}}{k_{\mathrm{N},0}} \times \frac{k_{\mathrm{P},i}}{k_{\mathrm{P},0}} > 1 \tag{4.7}$$

En effectuant le changement de variables avec $\alpha_i = k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{P},0}, \beta_i = k_{\mathrm{N},i}/k_{\mathrm{N},0}$ et $r = k_{\mathrm{P},0}\ /k_{\mathrm{N},0}$, il s'ensuite que :

$$\beta_i < r \cdot \alpha_i \tag{4.8}$$

À titre d'exemple, nous considérons le cas de l'essai hybride d'un système composé de deux ressorts avec les deux raideurs initiales : $k_{\mathrm{P},0} = 3{,}5$ N/mm et $k_{\mathrm{N},0} = 7$ N/mm. La ligne de $\beta_i = r \cdot \alpha_i$ (en couleur jaune) est projetée dans la figure (4.2) où l'évolution de la valeur absolue de λ est reportée via le niveau de gris. Nous remarquons que cette ligne marque une frontière de la zone noir (instable) en bas ($\beta_i < r \cdot \alpha_i$) et les zones blanche et grise en haut ($\beta_i > r \cdot \alpha_i$) où la stabilité est garantie.

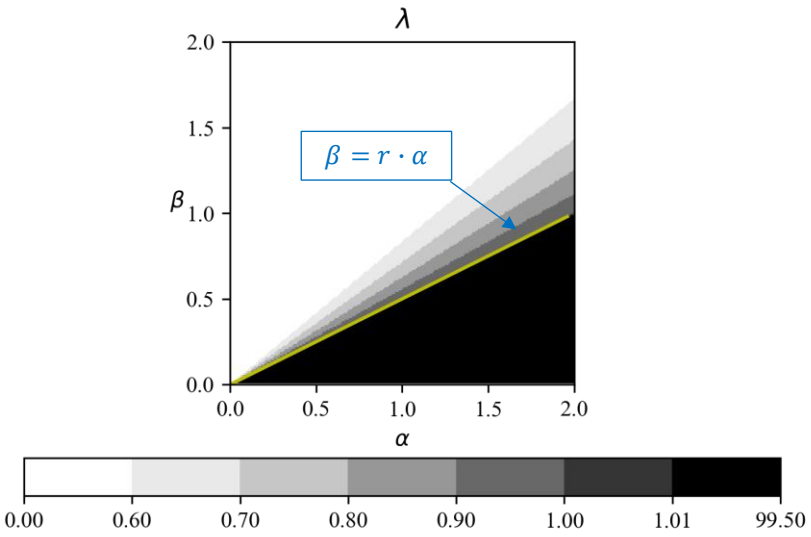


Figure 4.2 Valeur de $|\lambda|$ en fonction des « vraies » valeurs de raideur de la PS et la NS

4.2.2 Vérins pilotés en termes de force

Avec la démarche similaire à celle présentée dans le cas du pilotage en déplacement des vérins, nous examinons le cas de la méthode de PI-Control avec les vérins pilotés et les erreurs mesurées en termes de force dont le schéma est dessiné dans la figure (3.13). Nous choisissons les matrices de gain avec les valeurs suivantes :

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \mathbf{I}; \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} = \mathbf{0} \tag{4.9}$$

Les consignes de forces de l'équation (3.38) peuvent être réécrites donc :

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i+1} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} - \left(\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}\right) = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i} \tag{4.10}$$

ce qui signifie que la consigne de forces envoyée aux contrôleurs de vérins de la PS à l'itération i+1 est les forces obtenues à partir de calculs numériques de la NS à l'itération i.

Dans ce cas, le schéma illustré dans la figure 3.13 peut être redessiné comme celui dans la figure 4.3. À chaque itération, la consigne de force $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ est envoyée aux contrôleurs de vérins de la PS. Lorsque la position cible est atteinte, les déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ sont mesurés et envoyés à l'ordinateur qui effectue les calculs numériques de la NS. Une fois que les calculs sont terminés, nous obtenons les forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$, d'où la nouvelle consigne de forces pour les vérins $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i+1} = -\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$. Ce protocole de communication est identique à celle des méthodes classiques avec les vérins pilotés en force.

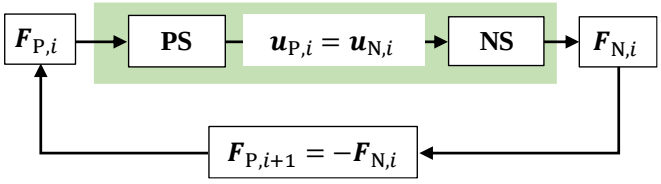


Figure 4.3. Schéma de la méthode de PI-Control avec le pilotage des vérins et les erreurs mesurées en termes de force lorsque $\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \boldsymbol{I}; \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} = \mathbf{0}$

4.2.2.1 Conditions de stabilité

Avec les valeurs de matrices de gain choisies selon l'équation (4.9), la matrice d'état de l'équation (3.40) de la méthode PI-Control se simplifie en :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\mathbf{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1} & \mathbf{0} \\ -\left(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i} \cdot \boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i}^{-1}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

En cas du pilotage d'un seul vérin, on obtient :

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}} & 0 \\ -\left(1 + \dfrac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}}\right) & 1 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

dont les valeurs propres sont respectivement 1 et $-k_{\mathrm{N},i}/k_{\mathrm{P,i}}$. Les résultats sont instables lorsque le module de valeurs propres de la matrice *A* est supérieur à 1 :

$$\left| -\frac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}} \right| = \frac{k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},i}} > 1 \tag{4.13}$$

c'est-à-dire, la raideur de la PS est inférieure à celle de la NS, ce qui correspond aux conditions d'instabilité des méthodes classiques étudiées théoriquement dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a).

En effectuant le changement de paramètres comme dans la section précédente, nous pouvons réécrire l'équation (4.13) comme suit :

$$\beta_i > r \cdot \alpha_i \tag{4.14}$$

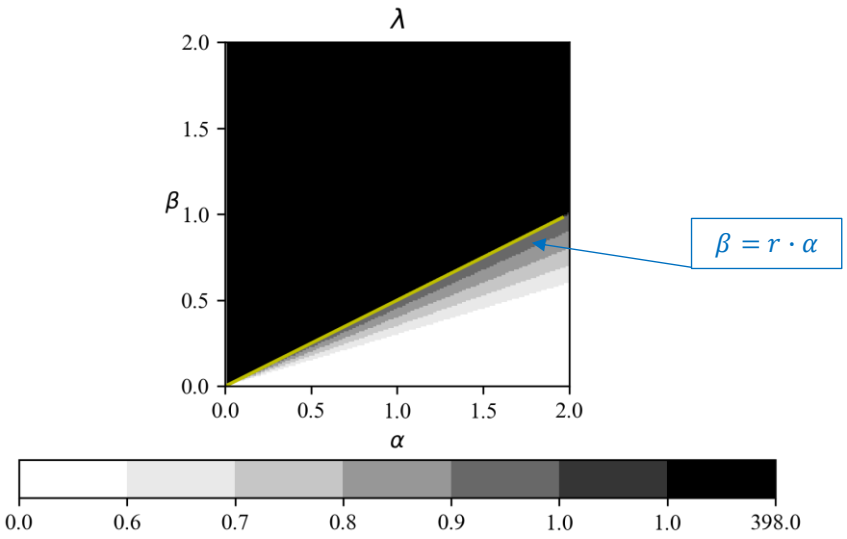


Figure 4.4. Valeur de |λ| en fonction des « vraies » valeurs de raideurs de la PS et de la NS

Comme plus haut, nous considérons à titre illustratif le cas où les raideurs de deux ressorts sont respectivement : $k_{\mathrm{P},0} = 3{,}5$ N/mm et $k_{\mathrm{N},0} = 7$ N/mm. Nous nous intéressons à la figure (4.4) où la ligne de $\beta_i = r \cdot \alpha_i$ (en couleur jaune) est dessinée sur la projection en termes du niveau de gris de la valeur absolue de λ. Nous notons que la zone noire se trouve maintenant en haut de la ligne jaune en raison du changement de signe dans l'équation (4.14) par rapport à l'équation (4.8).

4.3 Rappel des méthodes classiques de 2ème génération

Les méthodes classiques de 2ème génération, introduites dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a), consistent à corriger ponctuellement l'équilibre à l'interface entre les deux sous-structures. Le même principe a été implémenté dans les travaux de Wang *et al.* (2018a, 2019).

Dans cette section, nous allons discuter comment, à partir de ce principe commun, une nuance en termes d'implémentation peut introduire des différences subtiles en termes de résultats. Nous considérons un problème simple des deux ressorts linéaires qui sont identiques à ceux montrés dans la figure 2.3 et nous nous intéressons à l'évolution qui se passe à l'intérieur d'un pas de temps.

En supposant que l'équilibre de forces et la continuité de déplacements sont atteints avant l'instant $t_i = i \cdot \Delta t$ où Δt est le pas de temps, cela signifie que $F_\mathrm{P} = -F_\mathrm{N}$ et $u_\mathrm{P} = u_\mathrm{N}$. En cas de pilotage des vérins en déplacement, les positions fixes des vérins impliquent que la continuité de déplacements reste intacte à l'instant $t_i = i \cdot \Delta t$, c'est-à-dire $u_\mathrm{P}(t_i) = u_\mathrm{N}(t_i) = u_i$, malgré le chargement thermique, et que l'équilibre de forces est perturbé, c'est-à-dire $F_{\mathrm{P},i} \neq -F_{\mathrm{N},i}$, voir la figure 4.5.

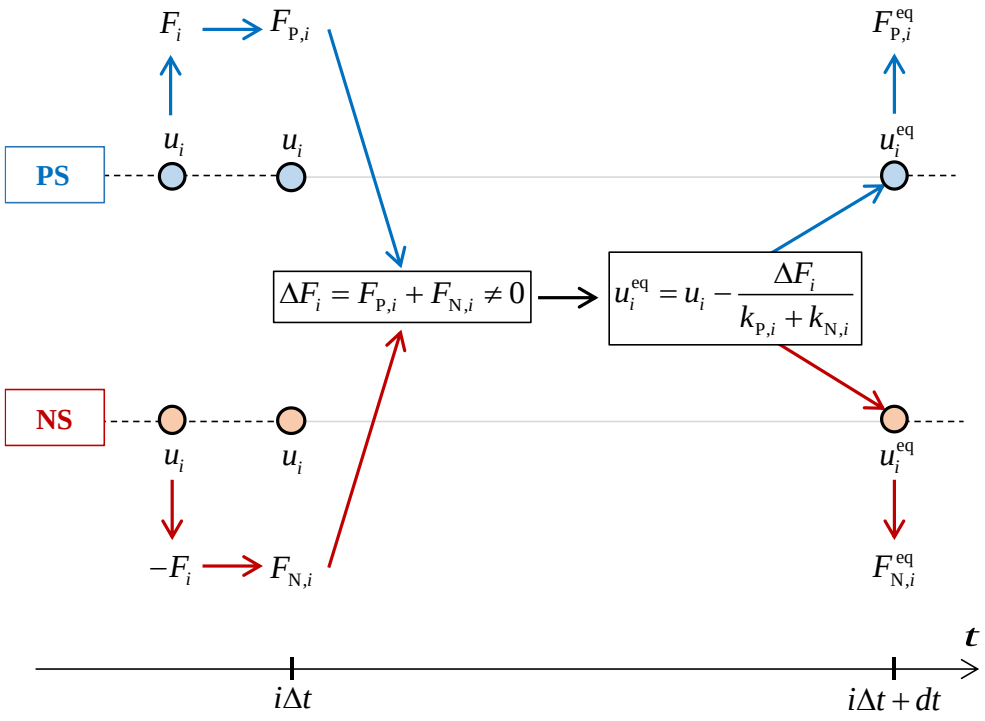


Figure 4.5. Schéma illustrant le processus d'ajustement de l'équilibre

La différence de forces à l'interface entre les deux sous structures à l'instant t_i peut être formulée comme suit :

$$\Delta F_i = k_{\mathrm{P},i}\left(u_i - u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}}\right) + k_{\mathrm{N},i}\left(u_i - u_{\mathrm{N},i}^{\mathrm{th}}\right) \tag{4.15}$$

En se rappelant des solutions d'équilibre de l'équation (2.8) il en résulte que :

$$\Delta F_i = \left(k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}\right) \cdot \left(u_i - u_i^{\mathrm{eq}}\right) \tag{4.16}$$

Par conséquent,

$$u_i^{\mathrm{eq}} = u_i - \frac{\Delta F_i}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \tag{4.17}$$

ce qui implique que, pour revenir à l'équilibre, nous devons corriger les déplacements à l'interface entre les deux sous-structures comme suit :

$$u_i^{\mathrm{corrig}} = u_i - \frac{\Delta F_i}{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \tag{4.18}$$

Au cours de l'essai hybride au feu, nous pouvons procéder en réajustant successivement la position d'équilibre comme le montre la figure 4.6(a) :

i. Au début de l'essai, les vérins de la PS se positionnent initialement à u_0 et le four se démarre à l'instant $t = 0$.

ii. À $t = \Delta t$, i.e. la première itération $i = 1$, nous mesurons les forces de réaction de la PS ($F_{\mathrm{P},1}$). En même temps, nous effectuons les calculs numériques de la NS avec les conditions aux limites en termes de déplacement (qui sont identiques à celles de la PS) et obtenons les réactions de force $F_{\mathrm{N},1}$. Nous calculons les différences entre ces deux forces $\Delta F_1 = F_{\mathrm{P},1} + F_{\mathrm{N},1}$.

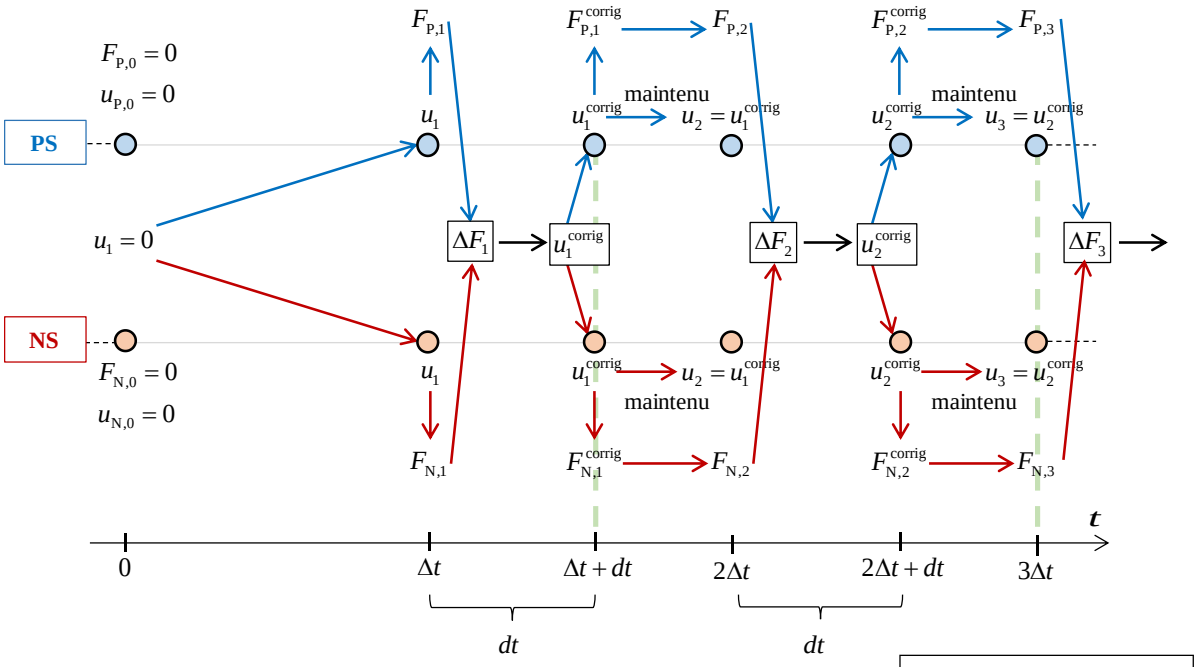
iii. Nous corrigeons les déplacements pour les deux sous-structures suivant l'équation (4.18) :

$$u_1^{\mathrm{corrig}} = u_1 - \frac{\Delta F_1}{k_{\mathrm{P},1} + k_{\mathrm{N},1}} \tag{4.19}$$

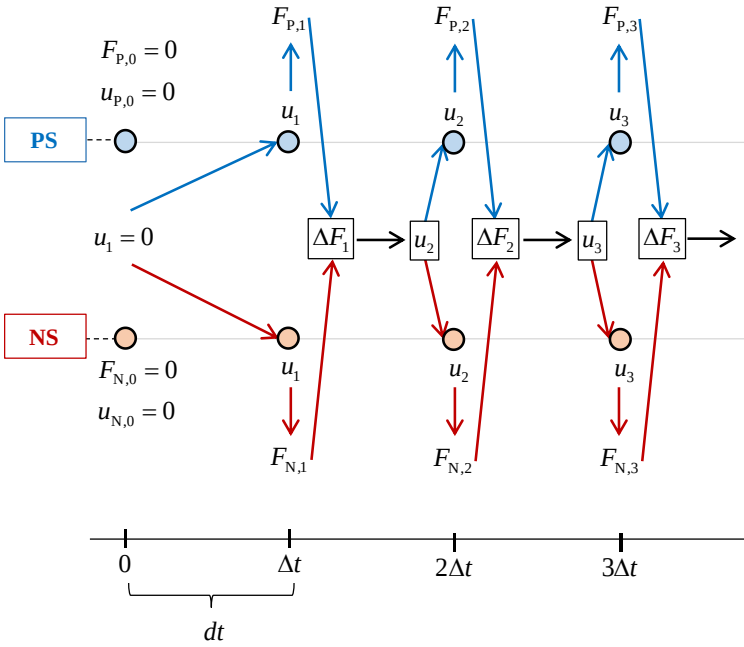
iv. Une fois que la consigne de déplacements est déterminée, une certaine durée de temps (appelée $dt < \Delta t$) peut être nécessaire pour assurer que les vérins atteignent bien les positions cibles, i.e. la position d'équilibre à $\Delta t + dt$. La durée dt doit être suffisamment petite pour que, à $t = \Delta t + dt$, l'équilibre puisse être considéré comme atteint.

v. Ensuite, jusqu'à $t = 2\Delta t$, les vérins se maintiennent à cette position d'équilibre, i.e. $u_{P,2} = u_{N,2} = u_1^{eq}$ et, en même temps, les capteurs se mettent en veille.

vi. À $t = 2\Delta t$, nous mesurons à nouveau les forces de réaction de la PS ($F_{P,2}$) et la même procédure est répétée.



(a)



(b)

Figure 4.6. Schémas des méthodes classiques de 2ème génération qui (a) ajustent l'équilibre et attendent et (b) qui poursuivent en permanent l'équilibre

Il est important de souligner que l'équilibre à l'interface des deux sous structures ne peut être jamais « parfaitement » atteint. Tout d'abord, le réajustement des positions d'équilibre est toujours en retard en raison de l'évolution de la température. En effet, la consigne de déplacements est calculée en fonction de la mesure de forces à l'instant t_i. Cependant, les vérins ne peuvent atteindre les positions cibles qu'à l'instant $t_i + dt$ où la « vraie » position d'équilibre est déjà déplacée parce que la température et les forces de réaction ne sont plus les mêmes que celles à l'instant t_i. Ensuite, afin d'évaluer la consigne de déplacements selon l'équation (4.17), il faut connaitre la raideur de la PS qui est en principe inconnue car elle varie en fonction de la température. Or, la valeur de la raideur de la PS ne peut qu'être estimée avec une valeur approchée que nous appellerons $k^*_{\mathrm{P},i}$. Dans ce cas, l'équation (4.18) peut être réécrite comme suit :

$$u_i^{\mathrm{corrig}} = u_i - \frac{\Delta F_i}{k^*_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \tag{4.20}$$

Plusieurs options d'estimation de la PS ont été proposées dans la littérature. Dans les travaux de Sauca *et al.* (2016b, 2016a, 2018a) et Wang *et al.* (2018a, 2019), la raideur de la PS est estimée par sa valeur initiale, i.e. $k^*_{\mathrm{P},i}$ est constante et égale à $k_{\mathrm{P},0}$ tout au long de l'essai. En effet, nous pouvons obtenir cette valeur initiale de la PS ($k_{\mathrm{P},0}$) en réalisant les essais statiques à température ambiante avant le démarrage des essais au feu. Dans les travaux de Qureshi et Elhami-Khorasani (2018), une autre formule est proposée pour estimer la valeur « tangentielle » de la raideur de la PS.

Avec une bonne estimation de la raideur de la PS, il est théoriquement possible de se rapprocher à l'équilibre en effectuant plusieurs itérations au sein d'un même pas de temps. Or, sur le plan expérimental, il est plus intéressant de se limiter à une seule itération car, pour la raison évoquée plus haut : de multiples itérations rallongent le temps de parcours des vérins et l'état thermique du système au moment de correction s'éloigne encore plus à celui où les mesures sont effectuées.

En acceptant le fait que l'équilibre « parfait » ne peut qu'être jamais atteint, nous avons choisi de simplifier le schéma de communication montré dans la figure 4.6(a) à celui dans la figure 4.6(b) avec le pas de temps plus court. Dans ce cas, nous courrons toujours après l'équilibre en corrigeant ponctuellement la position des vérins sans avoir jamais « l'équilibre parfait ». Au début de l'essai, nous procédons comme le cas précédent en suivant les étapes (i) et (ii). Ensuite, à chaque itération quand ΔF_i est obtenue, nous calculons la nouvelle consigne de déplacements pour l'itération prochaine :

$$u_{i+1} = u_i - \frac{\Delta F_i}{k^*_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}} \tag{4.21}$$

Autrement dit, le moment où l'équilibre est considéré comme « corrigé » n'a plus d'importance. Ainsi les instants $t_i + dt$ n'ont plus besoins d'être synchronisés. Seuls les instants t_i où $F_{\mathrm{P},i}$ est mesurée compte.

Pour illustrer ces nuances, la figure 4.7 présente une comparaison des résultats en termes de déplacement issus des essais hybrides virtuels réalisés avec deux schémas :

- Figure 4.7(a) montre le résultat rapporté dans la thèse de Sauca (2016) dont le schéma est appelé « Schéma n°1 ».

- Figure 4.7(b) présente les résultats obtenus via le schéma simplifié discuté précédemment, appelé « Schéma n°2 ».

Les essais virtuels étudient le système composé de deux ressorts comme montré dans la figure 2.3. Le ressort de la NS reste à la température ambiante, tandis que le ressort de la PS est soumis au chargement thermique suivant une courbe linéaire :

$$T\ (°C) = 20 + 0.5 \times t \tag{4.22}$$

où t est la durée mesurée en min. Les caractéristiques des ressorts sont reportées dans la thèse de Sauca (2016) et rappelées dans le tableau (4.1) :

Tableau 4.1. Caractéristiques des deux ressorts étudiés (Sauca, 2016)

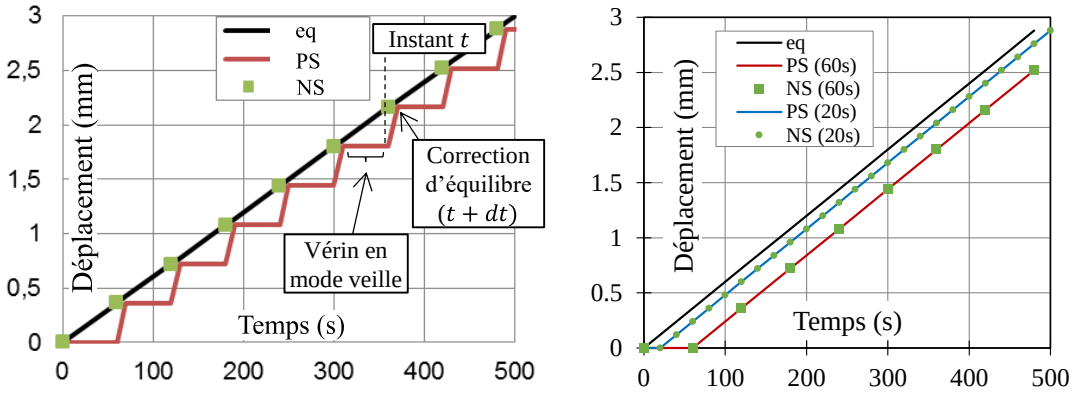
Caractéristiques	**PS**	**NS**
Raideur (kN/m)	1.4	2.8
Longueur (m)	3	1.5
Coef. de dilatation thermique (K^{-1})	1.2×10^{-5}	1.2×10^{-5}

Dans le cadre de ces essais virtuels, la raideur de la PS est constante et connue. Ainsi, les résultats obtenus ne sont pas influencés par les erreurs de l'estimation de la k_{P}.

La figure 4.7(a), issue de Sauca (2016), nous montre les résultats d'essais réalisés avec le pas de temps de 60 s, ce qui correspond à l'intervalle des points verts issus des calculs ponctuels de la NS. À la même fréquence, la courbe rouge, qui indique le mouvement du vérin de la PS, s'écarte de la solution d'équilibre (i.e. courbe noir) avant d'y revenir à l'intervalle de 60 s correspondant à l'instant de la « correction d'équilibre », i.e. $t_i + dt$. Dans le cadre des essais virtuels, nous constatons sur la figure 4.7 que la valeur de dt est petite, i.e. la correction de la consigne de déplacements est presque immédiate. En pratique, il est possible que le mouvement

des vérins puisse prendre un peu plus de temps pour que la boucle de rétroaction de contrôleur converge.

La figure 4.7(b) présente les résultats d'essais virtuels du schéma n°2 réalisés avec les pas de temps de 60 s et 20 s. Contrairement au Schéma n°1, nous remarquons sur cette figure que les courbes de résultats gardent un écart constant par rapport à la solution de référence en raison de la simplification du Schéma n°2, i.e pas d'instants de la « correction d'équilibre ». La suppression des instants intermédiaires $t + dt$ simplifie la mise en œuvre des essais car cela nécessite moins de synchronisation. Ensuite, ce schéma simplifié nous permet également de réduire le pas de temps. Dans ce cas, comme le montre la figure 4.7(b), les solutions d'essai peuvent être rapprochées à la solution d'équilibre avec le pas de temps plus réduit de 20 s.



(a) Schéma 1 (Sauca, 2016)

(b) Schéma 2 (simplifié)

Figure 4.7. Résultats en termes de déplacement des essais virtuels présentés dans les travaux de Sauca (2016) (a) et ceux issues du schéma simplifié (b)

4.4 Lien entre les méthodes classiques de nouvelle génération et celles de PI-Control

4.4.1 Vérins pilotés en déplacement

Nous nous intéressons à la méthode de PI-Control avec les vérins pilotés en déplacement et les erreurs mesurées en termes de force dont le schéma est présenté dans la figure 3.2(a). Nous étudions le cas où les matrices de gain prennent des valeurs suivantes :

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},0}\right)^{-1};\ \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} = 0 \tag{4.23}$$

où $\boldsymbol{K}_{\mathrm{N},0}$ et $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$ désignent respectivement la raideur initiale de la NS et l'estimation de la raideur de la PS à l'instant initial.

Dans ce cas, la consigne de déplacements dans l'équation (3.1) peut être simplifiée comme suit :

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i+1} = \boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},0}\right)^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}\right) \tag{4.24}$$

Par conséquent, le schéma de communication de la figure 3.2(a) peut être redessiné comme celui dans la figure 4.8. À chaque itération, la consigne de déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ est envoyée, en même temps, au contrôleur de vérins de la PS et à l'ordinateur qui effectue les calculs numériques de la NS. Une fois que les vérins atteignent les positions cibles, nous mesurons les forces de réaction $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$. Lorsque les calculs numériques sont terminés, nous obtenons les forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$. Disposant $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ et $\boldsymbol{F}_{\mathrm{N},i}$, nous calculons la consigne de déplacements selon l'équation (4.24). Ce procédé de communication est équivalent à celui des méthodes classiques de nouvelle génération.

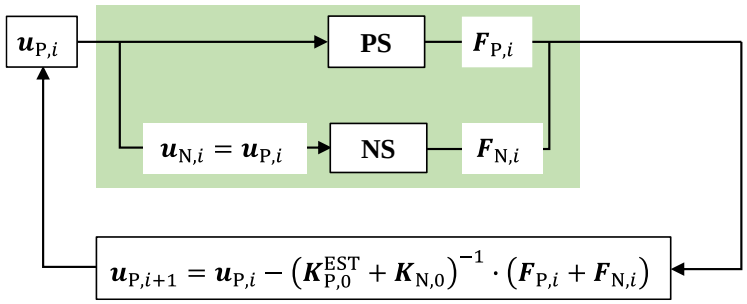


Figure 4.8. Schéma de la méthode de PI-Control avec le pilotage en déplacement des verins et les erreurs mesurées en force lorsque $\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},0}\right)^{-1}$ et $\boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} = \mathbf{O}$

4.4.1.1 Conditions de stabilité

La stabilité des résultats est conditionnée par la matrice d'état de l'équation (3.6). En introduisant la valeur des matrices de gain de l'équation (4.23), la matrice d'état peut se simplifier en :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \left(\mathbf{K}_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + \mathbf{K}_{\mathrm{N},0}\right)^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}\right) & \mathbf{0} \\ -\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

En cas d'un pilotage d'un seul vérin, la matrice *A* devient :

$$A = \begin{bmatrix} 1 - \dfrac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} & 0 \\ -\left(k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}\right) & 1 \end{bmatrix} \tag{4.26}$$

Dans ce cas les valeurs propres sont de 1 et $1 - (k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}) / (k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0})$. Les résultats sont instables lorsqu'il y a des valeurs propres ayant le module supérieur à 1.

L'instabilité peut se produire lorsque la valeur absolue de λ est supérieure à 1 :

$$\left|1 - \frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}}\right| > 1 \tag{4.27}$$

ce qui signifie que

$$\left(1 - \frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}}\right)^2 > 1 \tag{4.28}$$

Dans ce cas

$$\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}}\left(\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} - 2\right) > 0 \tag{4.29}$$

donc

$$\frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} > 2 \tag{4.30}$$

Lorsque la raideur de la PS est surestimée, c'est-à-dire $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} \geq k_{\mathrm{P},0}$, et sous l'hypothèse que les raideurs de chaque sous-structure diminue au cours de l'essai lorsque la température augmente, c'est-à-dire $k_{\mathrm{P},0} \geq k_{\mathrm{P},i}$ et $k_{\mathrm{N},0} \geq k_{\mathrm{N},i}$, il en résulte que :

$$0 < k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i} \leq k_{\mathrm{P},0} + k_{\mathrm{N},0} \leq k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0} \tag{4.31}$$

Dans ce cas, nous obtenons :

$$0 \leq \frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} \leq 1 \tag{4.32}$$

La stabilité des résultats est bien assurée, ce qui est conforme aux résultats annoncés dans les travaux de Sauca *et al.* (2018a).

En effectuant le changement de variables : $\alpha_i = k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$; $\beta_i = k_{\mathrm{N},i}/k_{\mathrm{N},0}$ et $r = k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}/k_{\mathrm{N},0}$, les conditions d'instabilité de l'équation (4.30) peuvent être réécrites comme suit :

$$\alpha \cdot k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + \beta \cdot k_{\mathrm{N},0} > 2\left(k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}\right) \tag{4.33}$$

À titre illustratif, nous considérons un système composé de deux ressorts dont les raideurs sont respectivement de : $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = 3.5$ N/mm et $k_{\mathrm{N},0} = 7$ N/mm. La valeur absolue de λ est représentée en termes du niveau de gris dans la figure 4.9. Nous remarquons que la ligne jaune correspondant à $\alpha \cdot k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + \beta \cdot k_{\mathrm{N},0} = 2\left(k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}\right)$ représente une frontière qui délimite une possible zone de l'instabilité en noir en haut à droite.

Comme présentée dans les travaux de (Sauca *et al.* 2018a), la stabilité des résultats est assurée lorsque la raideur de la PS est surestimée, i.e. $\alpha_0 < 1$.

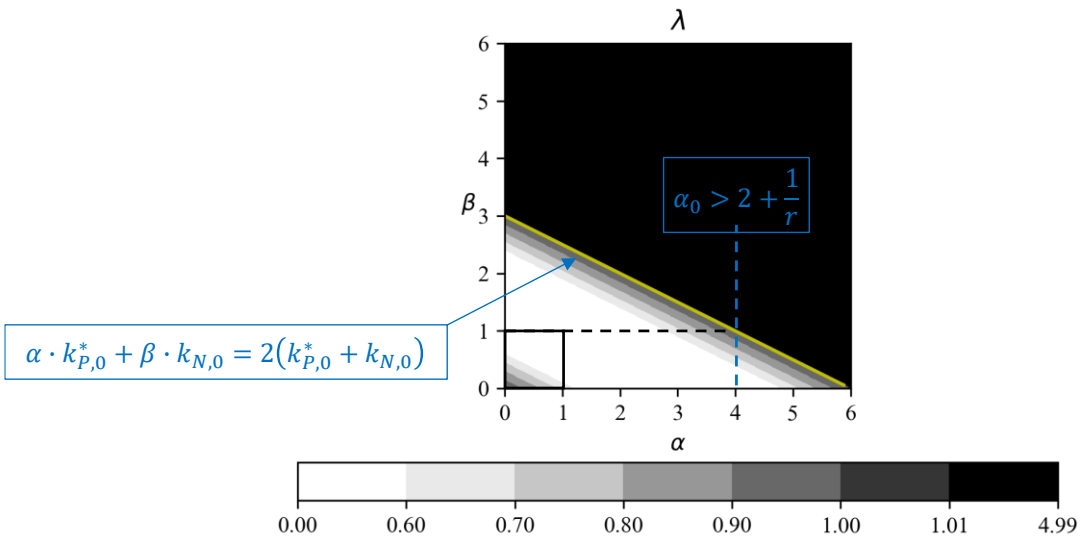


Figure 4.9. Valeur de |λ| en fonction des « vraies » valeurs de raideurs de la PS et de la NS

En revanche, si nous nous intéressons au cas où la raideur $k_{\mathrm{P},0}$ est sous-estimée, nous avons dans ce cas :

$$k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0} < k_{\mathrm{P},0} + k_{\mathrm{N},0} \tag{4.34}$$

Dans ce cas, la valeur absolue de λ s'écrit comme suit :

$$|\lambda| = \left|1 - \frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}}\right| = \frac{k_{\mathrm{P},i} + k_{\mathrm{N},i}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} - 1 \tag{4.35}$$

L'instabilité peut se produire dès l'instant initial quand :

$$|\lambda|(t=0) = \frac{k_{\mathrm{P},0} + k_{\mathrm{N},0}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} + k_{\mathrm{N},0}} - 1 > 1 \tag{4.36}$$

Avec le changement de variables, il en résulte que :

$$\frac{r\alpha_0 + 1}{r + 1} > 2 \tag{4.37}$$

Nous obtenons ainsi,

$$\alpha_0 > 2 + \frac{1}{r} \tag{4.38}$$

Comme illustré dans la figure 4.9, $\alpha_0 = 2 + 1/r$ correspond à l'intersection entre la ligne $\beta = 1$, i.e. l'absence d'erreur de l'estimation de la raideur de la NS à l'instant initial, et la ligne jaune présente la frontière de l'instabilité.

Cela signifie que

$$\frac{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}{k_{\mathrm{P},0}} < \frac{1}{2 + \frac{1}{r}} \tag{4.39}$$

Autrement dit, si $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$ est adopté comme l'estimation de la matrice de raideur de la PS à l'instant initial, l'instabilité des résultats peut avoir lieu lorsque la vraie valeur de $k_{\mathrm{P},0}$ est $(2 + 1/r)$ fois plus grande que $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$.

4.4.1.2 Essais virtuels

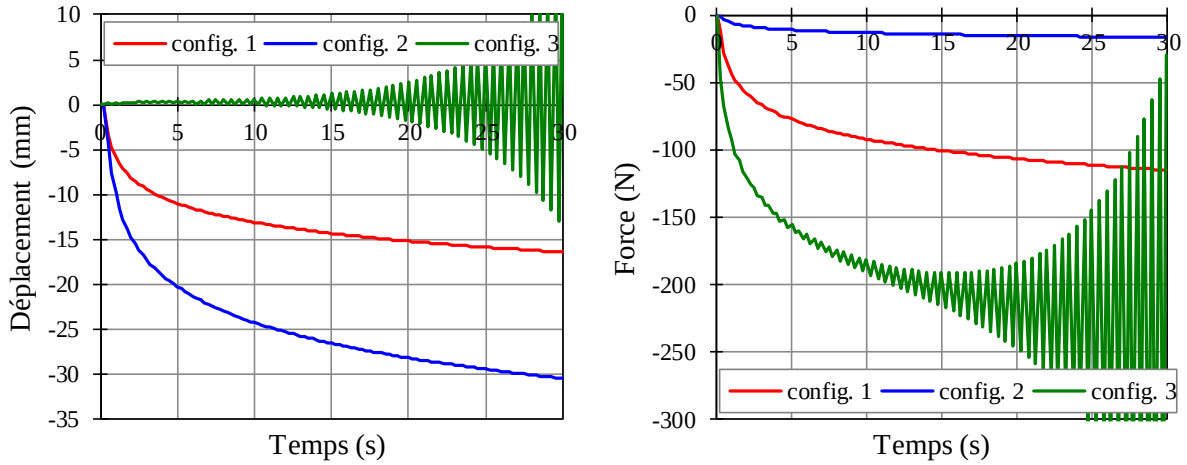
À titre d'exemple, nous considérons le cas d'un système de deux ressorts comme montré dans la figure 2.3. La PS et la NS ont le même coefficient de dilatation thermique $\alpha = 2 \times 10^{-5}$/K et chacun mesure respectivement 2 m et 1 m en longueur. Les deux ressorts sont soumis au feu ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002). Cependant, nous supposons que les valeurs de raideurs restent constantes tout au long de l'essai.

Nous considérons que la partie numérique a une raideur de 7 N/mm. Supposons que l'estimation de la raideur de la PS est égale à 3,5 N/mm. Dans ce cas le rapport r doit être égal à 0.5. D'après l'équation (4.39), l'estimation de $k_{\mathrm{P},0}$ ne doit pas être inférieure à $0{,}25k_{\mathrm{P},0}$ pour éviter le problème d'instabilité des résultats. Pour illustrer cette proposition, 3 cas d'étude sont étudiés avec les essais virtuels : configuration 1 où la raideur $k_{\mathrm{P},0}$ est connue (i.e. $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = k_{\mathrm{P},0}$) ; configuration 2 où la raideur $k_{\mathrm{P},0}$ est surestimée (i.e. $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = 10k_{\mathrm{P},0}$) ; et la configuration 3 où la raideur $k_{\mathrm{P},0}$ est sous-estimée (i.e. $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} < 0{,}25k_{\mathrm{P},0}$). Les valeurs de raideurs sont reportées dans le tableau (4.2).

Tableau 4.2. Les « vraies » valeurs de raideurs de la PS ($k_{P,0}$)

Configuration 1	$k_{\mathrm{P},0}$ est connue	$k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = 3{,}5$ N/mm	$k_{\mathrm{P},0} = 3{,}5$ N/mm
Configuration 2	$k_{\mathrm{P},0}$ est surestimée	$k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = 3{,}5$ N/mm	$k_{\mathrm{P},0} = 0{,}35$ N/mm
Configuration 3	$k_{\mathrm{P},0}$ est trop sous-estimée	$k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}} = 3{,}5$ N/mm	$k_{\mathrm{P},0} = 14{,}5$ N/mm

Les résultats pour chaque configuration sont reportés dans la figure 4.10. On observe que, en cas d'absence d'erreur de l'estimation (config. 1) ou de surestimation de $k_{\mathrm{P},0}$ (config. 2), les résultats en termes de déplacement (figure 4.10(a)) et ceux en termes de force (figure 4.10(b)) ne présentent aucun signe d'instabilité. Cependant, lorsque $k_{\mathrm{P},0}$ est sous-estimée (config. 3), nous remarquons que les résultats commencent à osciller à partir d'environ 5 min.



(a) (b)

Figure 4.10. Résultats en déplacement (a) et en force (b) des essais virtuels du système de ressorts en fonction du temps d'exposition au feu

4.4.2 Vérins pilotés en force

Nous nous focalisons sur la méthode de PI-Control avec le pilotage des vérins en termes de force et les erreurs mesurées en termes de déplacement dont le schéma de communication est illustré dans la figure 3.11. La consigne de forces à chaque itération est calculée selon l'équation (3.28). En choisissant la valeur des matrices de gain comme suit :

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \left(\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}\right)^{-1} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},0}^{-1}\right)^{-1};\ \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} = 0 \tag{4.40}$$

il en résulte que l'équation (3.28) peut être réécrite de façon suivante :

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i+1} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i} - \left(\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}\right)^{-1} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{N},0}^{-1}\right)^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}\right) \tag{4.41}$$

Dans ce cas, le schéma de communication dans la figure 3.11 devient celui dans la figure 4.11. La consigne de forces $\boldsymbol{F}_{\mathrm{P},i}$ est envoyée à chaque itération à la fois au contrôleur de vérins et l'ordinateur qui effectue les calculs numériques de la NS. D'un côté, lorsque la valeur de forces cibles sont atteintes, nous mesurons les déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ de la PS. D'un autre côté, une fois

que les calculs numériques de la NS sont terminés, nous obtenons des déplacements $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$. Disposant $\boldsymbol{u}_{\mathrm{P},i}$ et $\boldsymbol{u}_{\mathrm{N},i}$, la consigne de forces de l'itération prochaine peut être déterminée via l'équation (3.38). Ce procédé de communication est équivalent à ceux des méthodes classiques de nouvelle génération lorsque les vérins sont pilotés en termes de force.

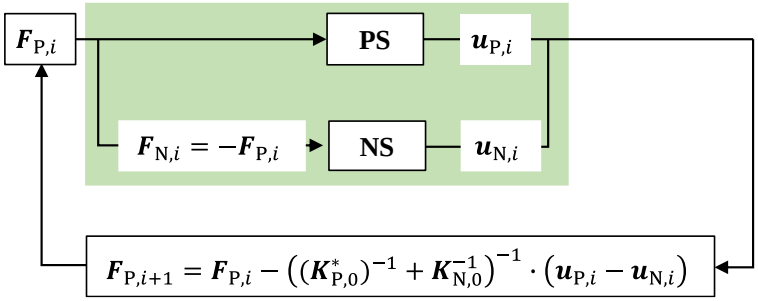


Figure 4.11. Schéma de la méthode de PI-Control avec le pilotage en force des verins et les erreurs sont mesurées en déplacement lorsque $\boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} = \left(\left(\boldsymbol{K}^{\mathrm{EST}}_{\mathrm{P},0}\right)^{-1} + \boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{N},0}\right)^{-1}$ et $\boldsymbol{L}_{\mathbf{J}} = \mathbf{0}$

4.4.2.1 Conditions de stabilité

Les méthodes classiques de nouvelle génération avec les vérins pilotés en force sont encore peu étudiées jusqu'à présent. En effet, les conditions de stabilité de ces méthodes ont été étudiées avec des essais virtuels dans les travaux de Sauca (2016). Dans un premier temps, l'auteur a estimé que les méthodes classiques de nouvelle génération avec les vérins pilotés en force peuvent donner des résultats inconditionnellement stables au même titre que les méthodes classiques de nouvelle génération avec les vérins pilotés en déplacement.

Cependant, observons dans la matrice d'état A de l'équation (3.30), le module des valeurs propres conditionne la stabilité des résultats. Avec les matrices de gain de l'équation (4.40), l'équation (3.30) peut être réécrite comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \boldsymbol{L}_{\mathrm{P}} \cdot \left(\boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{N},i}\right) & \boldsymbol{L}_{\mathrm{J}} \\ -\left(\boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{N},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \left(\left(\boldsymbol{K}^{\mathrm{EST}}_{\mathrm{P},0}\right)^{-1} + \boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{N},0}\right)^{-1} \cdot \left(\boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{N},i}\right) & \mathbf{0} \\ -\left(\boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{P},i} + \boldsymbol{K}^{-1}_{\mathrm{N},i}\right) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

En cas de pilotage d'un seul vérin, l'équation (4.42) se simplifie en :

$$A = \begin{bmatrix} 1 - \dfrac{\dfrac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{N},i}}}{\dfrac{1}{k^{\mathrm{EST}}_{\mathrm{P},0}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{N},0}}} & 0 \\ -\left(\dfrac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \dfrac{1}{k_{\mathrm{N},i}}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Les valeurs propres deviennent donc :

$$1 \text{ et } 1 - \frac{\frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},i}}}{\frac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},0}}} \tag{4.44}$$

L'instabilité des résultats peut se produire lorsque le module de l'un de ces valeurs propres est supérieur à 1. Dans ce cas, il faut que :

$$\left| 1 - \frac{\frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},i}}}{\frac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},0}}} \right| > 1 \tag{4.45}$$

Ce qui signifie que :

$$1 - 2\left(\frac{\frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},i}}}{\frac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},0}}} \right) + \left(\frac{\frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},i}}}{\frac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},0}}} \right)^2 > 1 \tag{4.46}$$

Ainsi, il en résulte que :

$$\frac{1}{k_{\mathrm{P},i}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},i}} > 2\left(\frac{1}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}} + \frac{1}{k_{\mathrm{N},0}} \right) \tag{4.47}$$

L'équation (4.47) peut être reformulée de la façon suivante :

$$\frac{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}}{k_{\mathrm{P},i}} \times \frac{k_{\mathrm{N},0}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}} + \frac{k_{\mathrm{N},0}}{k_{\mathrm{N},i}} > 2\left(\frac{k_{\mathrm{N},0}}{k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}} + 1 \right) \tag{4.48}$$

Nous effectuons le changement de variables : $\alpha_i = k_{\mathrm{P},i}/k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$; $\beta_i = k_{\mathrm{N},i}/k_{\mathrm{N},0}$ et $r = k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}/k_{\mathrm{N},0}$, il s'ensuit que les conditions d'instabilité peuvent être réécrites de façon suivante :

$$\frac{1}{\alpha_i r} + \frac{1}{\beta_i} > 2\left(\frac{1}{r} + 1 \right) \tag{4.49}$$

Ainsi

$$\frac{1}{\alpha_i} + \frac{r}{\beta_i} > 2(1 + r) \tag{4.50}$$

La figure 4.12 présente la solution de l'équation (4.50) pour trois valeurs différentes du rapport de raideurs des deux structures r. Nous remarquons que les courbes qui limitent la zone de

stabilité en haut et la zone d'instabilité en bas pour chaque valeur de r passent toutes par le point (0.5, 0.5) car :

$$\frac{1}{0.5} + \frac{r}{0.5} = 2(1 + r) \tag{4.51}$$

De plus, nous remarquons également que, loin d'être inconditionnellement stables, la figure nous montre que les résultats sont instables lorsque les raideurs des deux sous-structures diminuent en dessous de la courbe de frontière.

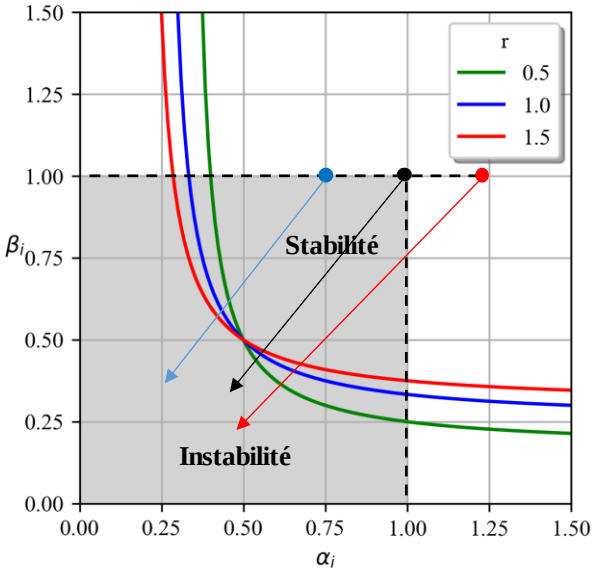


Figure 4.12. Conditions de stabilité des méthodes classiques de nouvelle génération avec les vérins pilotés en force

4.4.2.2 Essais virtuels

Nous considérons le cas d'un système de deux ressorts présentés dans la figure 2.3. Le système est composé de la PS et de la NS qui mesurent respectivement 1 m et 3 m en longueur. Les deux ressorts ont le même coefficient de dilatation thermique $\alpha = 2 \times 10^{-5}$/K et sont soumis à la même courbe de température linéaire :

$$T(t) = 20 + 20t \tag{4.52}$$

Face au chargement thermique, nous supposons que la raideur de chaque ressort s'évolue selon les courbes suivantes :

$$k_{\mathrm{P}}(t) = 10 - 0{,}125t \text{ (N/mm)};\ k_{\mathrm{N}}(t) = 5 - t/15 \text{ (N/mm)} \tag{4.53}$$

où t (min) indique la durée d'exposition au feu

Les évolutions des raideurs de la PS et de la NS sont représentées dans la figure 4.13. Nous notons que les raideurs de deux ressorts diminuent au cours de l'essai. De plus, sans jamais se croiser, la courbe de raideur de la PS (rouge) reste toujours supérieure à celle de la NS (bleue).

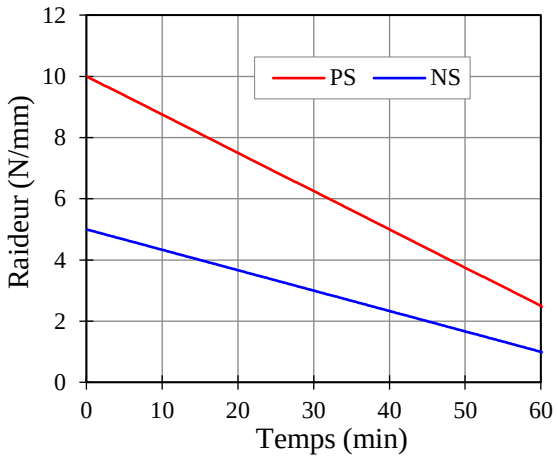


Figure 4.13. Evolutions des raideurs des deux ressorts en fonction du temps d'exposition au chargement thermique

Nous supposons que la raideur de la PS est connue à l'instant initial. Nous examinons les résultats d'essais hybrides virtuels issus de deux méthodes différentes : la méthode classique et la méthode classique de nouvelle génération. Le pilotage du vérin est en force dans les deux cas. Les résultats en déplacement et en force sont reportés respectivement dans les figures 4.14(a) et 4.14(b).

Tout d'abords, nous remarquons que la méthode classique de nouvelle génération avec le vérin piloté en force produit l'instabilité dans les résultats. En effet, avec les deux courbes de raideur étudiées, le rapport des raideurs des deux ressorts à l'instant initial est égal à :

$$\frac{k_{\mathrm{P}}(0)}{k_{\mathrm{N}}(0)} = \frac{10}{5} = 2 \tag{4.54}$$

Dans ce cas, l'équation (4.50) devient :

$$\frac{1}{\alpha_i} + \frac{2}{\beta_i} > 6 \tag{4.55}$$

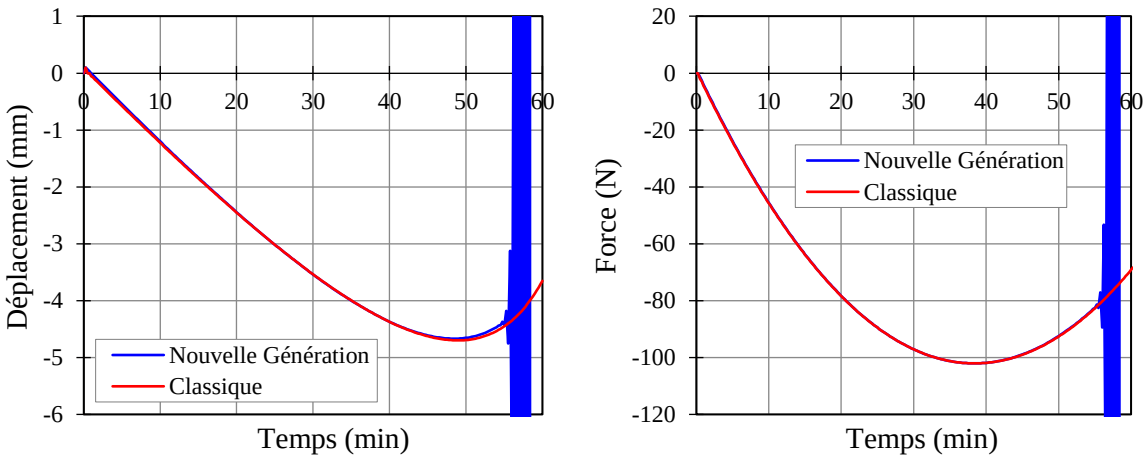
Au début de l'essai, nous constatons que la stabilité des résultats est assurée car $\alpha_0 = 1$ et $\beta_0 = 1$, ce qui fait que l'équation (4.55) n'est pas respectée.

Cependant, nous remarquons ensuite que $\alpha_i \leq 5{,}125$ et $\beta_i \leq 0{,}48$ à partir de 39 min. Dans ce cas

$$\frac{1}{\alpha_i} + \frac{2}{\beta_i} \geq 6{,}11 \tag{4.56}$$

d'où l'instabilité qui commence à se cumuler et devient plus apparente vers 56 min.

Pourtant, contrairement à la méthode classique de nouvelle génération, la méthode classique avec le pilotage des vérins en force ne présente aucun signe d'instabilité. En effet, il faut se rappeler de la condition d'instabilité de la méthode classique avec le vérin piloté en termes de force indiquée dans l'équation (4.13), i.e. l'instabilité se produit lorsque $k_{\mathrm{N},i} \geq k_{\mathrm{P},i}$. Or, d'après la figure 4.13, la raideur de la PS est toujours supérieure à celle de la NS. Ainsi, la stabilité de ses résultats est toujours assurée.



(a) (b)

Figure 4.14. Résultats en termes de déplacement (a) et en termes de force (b) des essais virtuels du système de ressorts en fonction du temps d'exposition au chargement thermique

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les relations étroites qui lient les méthodes classiques, les méthodes classiques de nouvelle génération et les méthodes de PI-Control, avec, en passage, la clarification des nuances que les schémas de communication des méthodes classiques de nouvelle génération peuvent engendrer. Considérées jusqu'à maintenant comme de natures différentes, les méthodes classiques et les méthodes classiques de nouvelle génération sont toutes des cas particuliers des méthodes de PI-Control. La figure 4.15 retrace les liens entre ces différentes méthodes, mettant en lumière les conditions de stabilité des résultats. Une méthode est dite « inconditionnellement » stable lorsque la stabilité de ses résultats peut être atteinte systématiquement. Ceci appelle les commentaires suivants :

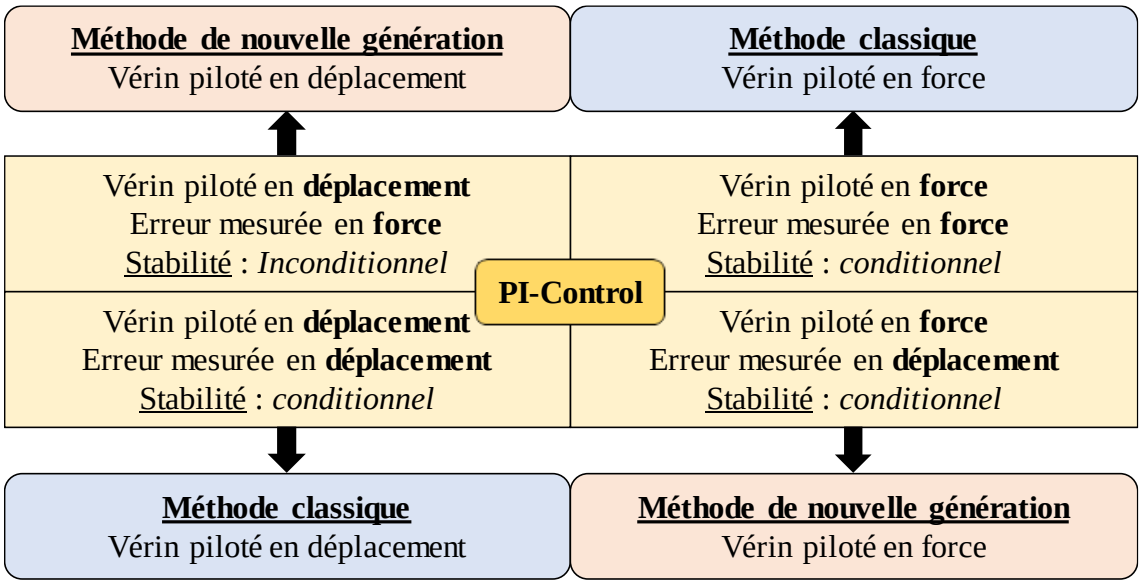


Figure 4.15. Schéma illustratif des conditions de stabilité des méthodes de « PI-Control » en relation avec les méthodes antérieures

- Les méthodes classiques avec les vérins pilotés en déplacement (resp. en force) est un cas particulier des méthodes de PI-Control avec les vérins pilotés et les erreurs mesurées en déplacement (resp. en force). Conformément aux résultats des précédents travaux, leurs stabilités sont conditionnées par le rapport des raideurs des deux sous-structures.

- Les méthodes classiques de nouvelle génération avec les vérins pilotés en déplacement sont issues des méthodes de PI-Control avec les vérins pilotés en déplacement et les erreurs mesurées en force. En cas de pilotage d'un seul vérin, il est reconfirmé que la stabilité des résultats est assurée lorsque la raideur de la PS est surestimée, ce qui n'est plus le cas lorsqu'elle est sous-estimée. Dans ce cas, les travaux réalisés dans ce chapitre nous ont permis de quantifier le seuil à ne pas franchir.

- Encore peu étudiées jusqu'à maintenant, les méthodes classiques de nouvelle génération avec les vérins pilotés en force est un cas particulier des méthodes de PI-Control dont les vérins sont pilotés en force et les erreurs sont mesurées en déplacement. Loin d'être inconditionnellement stable, il est démontré que l'instabilité des résultats peut se produire quand les raideurs des deux sous-structures sont diminuées. Dans ce cas, il est intéressant de souligner à travers les résultats d'essais virtuels que l'instabilité des résultats peut se produire avec les méthodes classiques de nouvelle génération, alors qu'elle est évitée avec les méthodes classiques. Autrement dit, les méthodes classiques de nouvelle génération peuvent être moins stables que les méthodes classiques.

Enfin, d’après les liens établis entre les méthodes de PI-Control et les autres méthodes, il convient de noter qu’une seule nouvelle plateforme suffit à couvrir toutes les méthodes. En effet, pour passer d’une méthode à autre, il nous suffit de moduler les matrices de gain.

Chapitre 5
Dispositif d'essai unidirectionnel à petite échelle

5.1 Introduction

Malgré un grand nombre de méthodes théoriques proposées dans la littérature, le nombre plus limité d'essais hybrides au feu réalisés nous rappelle la complexité de la mise en œuvre de ces méthodes.

En effet, la fabrication et l'installation des dispositifs expérimentaux peuvent demander un long travail de préparation. Tout d'abord, les essais hybrides au feu nécessitent le déploiement des vérins hydrauliques pour mettre à jour les conditions aux limites de l'élément testé en temps réel en compagnie du chargement thermique. Ainsi, comme les essais conventionnels au feu, les équipements expérimentaux, notamment les vérins déployés, doivent être bien positionnés et bien protégés contre les éventuels incidents. Dans le cas des essais hybrides, nous sommes confrontés de plus à l'incertitude liée aux mouvements des vérins qui ne peuvent pas être connus en avance.

Il est ainsi important de disposer des dispositifs expérimentaux plus accessibles que les équipements au laboratoire nous permettant d'assurer le bon fonctionnement de la plateforme de communication comme l'étape intermédiaire avant les « vraies » campagnes d'essais hybrides. Dans ce but, un dispositif à petite échelle a été développé en utilisant les ressorts linéaires et les vérins électriques pour assimiler le comportement et la dilatation thermique de manière « artificielle » de l'élément testé. Conçu avec le principe de communication suffisamment proche à celui des dispositifs des échelles plus grandes, ce dispositif à petite échelle nous permet de corriger rapidement des éventuelles erreurs liées à la mise en œuvre de la plateforme de communication.

Dans ce chapitre, nous montrons d'abord comment la dilation thermique de la partie testée peut être introduite avant de détailler les différents composants du dispositif. Nous décrivons ensuite le fonctionnement de la nouvelle plateforme d'essais hybrides développée. Enfin, nous présentons et comparons les résultats d'essais virtuels et ceux des essais réalisés avec le dispositif à petite échelle.

5.2 Présentation du dispositif expérimental à petite échelle

5.2.1 Introduction de la dilatation thermique « artificielle »

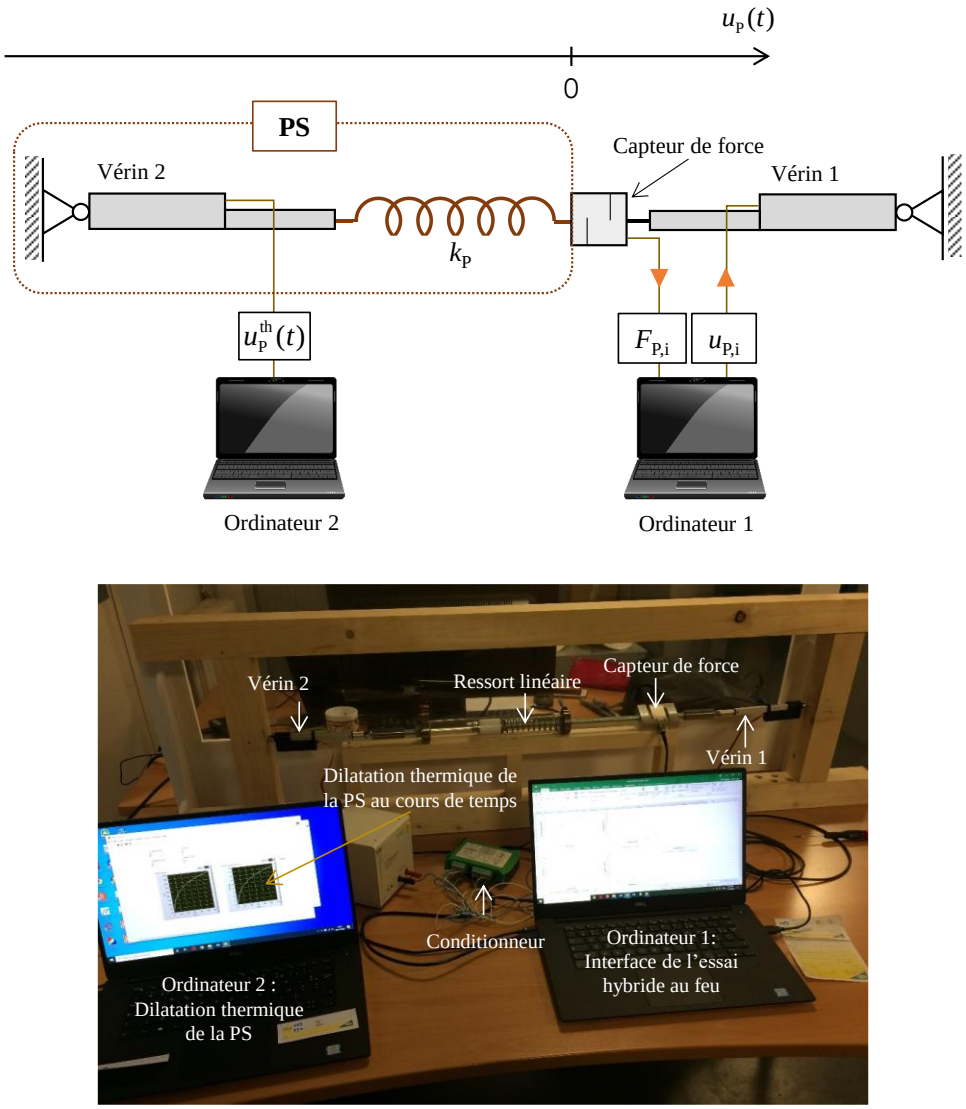


Figure 5.1. Dispositif expérimental à petite échelle

La figure 5.1 montre le dispositif expérimental à petite échelle constitué de ressorts et de vérins électriques de petite dimension (similaires à ceux utilisés dans les travaux de Sauca *et al.* (2018b, 2020)). Cependant, au lieu de se limiter au cas des éléments testés (PS) qui restent à la température ambiante, la dilatation thermique est prise en compte ici de manière artificielle en introduisant un vérin supplémentaire.

Comme indiqué dans le schéma simplifié de la figure 5.1, le dispositif est constitué principalement de la PS connectée en série à un capteur de force et à un vérin, appelé « Vérin 1 ». La PS est composée d'un vérin (« Vérin 2 ») et d'un ressort linéaire, avec la raideur

k_{P}. La raideur du vérin est considérée comme infiniment plus rigide que celle du ressort. Ainsi, la raideur de la PS est égale à la raideur du ressort, appelée k_{P}, qui est constante tout au long de l'essai.

Les deux vérins ont des rôles bien différents. D'un côté, le Vérin 1 est piloté par un ordinateur, appelé « Ordinateur 1 » dans lequel la plateforme de l'essai hybride au feu est implémentée. En faisant une analogie avec les « vrais » essais hybrides au laboratoire, le Vérin 1 est un vérin hydraulique qui reçoit des consignes de la plateforme d'essais hybrides et met à jour les conditions aux limites de la PS à chaque itération. D'un autre côté, le Vérin 2 a pour mission d'assurer la dilatation thermique de la PS en l'absence d'un « vrai » feu. Ce vérin est contrôlé par un deuxième ordinateur indépendant, appelé « Ordinateur 2 » qui modifie sa position suivante une trajectoire prédéfinie. En effet, le Vérin 1 et Vérin 2 se mettent en position u_{P} et $u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}$ respectivement. Le comportement linéaire du ressort peut s'écrire sous l'équation :

$$F_{\mathrm{P}} = k_{\mathrm{P}} \times u_{\mathrm{ressort}} = k_{\mathrm{P}}(u_{\mathrm{P}} - u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}) \tag{5.1}$$

où u_{ressort} est le déplacement du ressort. Le terme F_{P} désigne la valeur mesurée par le capteur de force. Dans ce cas, le déplacement $u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}$ agit comme le déplacement thermique de la PS.

5.2.2 Configuration du dispositif d'essai

Le cadre du dispositif est composé de 4 poutres en bois de section carrée de 6×6 cm. Les deux poutres verticales mesurent 50 cm de long. Comme indiquées dans la figure 5.2(a), elles sont connectées aux poutres horizontales via des chevilles en acier (voir la figure 5.2(a)). Certains trous sont prévus afin de permettre de moduler la distance entre ces deux poutres verticales pour accommoder en cas nécessaire la longueur initiale des ressorts et des vérins. Une fois fixées, les quatre poutres forment un cadre rectangulaire rigide.

Les deux vérins sont connectés au cadre de manière à ce que les déplacements sont bloqués tout en laissant libre en rotation (voir la figure 5.2(b)). Dans le cadre de nos études, des vérins sont de type électrique et linéaires avec un système analogique de retour de position intégré, ce qui permet d'ajuster les déplacements de chacun via les cartes de contrôle. Ces dernières reçoivent les signaux de consignes depuis les ordinateurs via les portes USB. Chaque vérin peut supporter une charge maximale de 300 N et peut parcourir une distance de 100 mm avec une vitesse maximale de 4,8 mm/s.

Directement connecté au Vérin 1, le capteur de force est une cellule de charge de type « S » (voir la figure 5.2(c)) avec la capacité de chargement maximale de ± 0,5 kN. Ses signaux sont transmis à l'Ordinateur 1 via les conditionneurs de signal analogique, comme montrés à la figure 5.2(d).

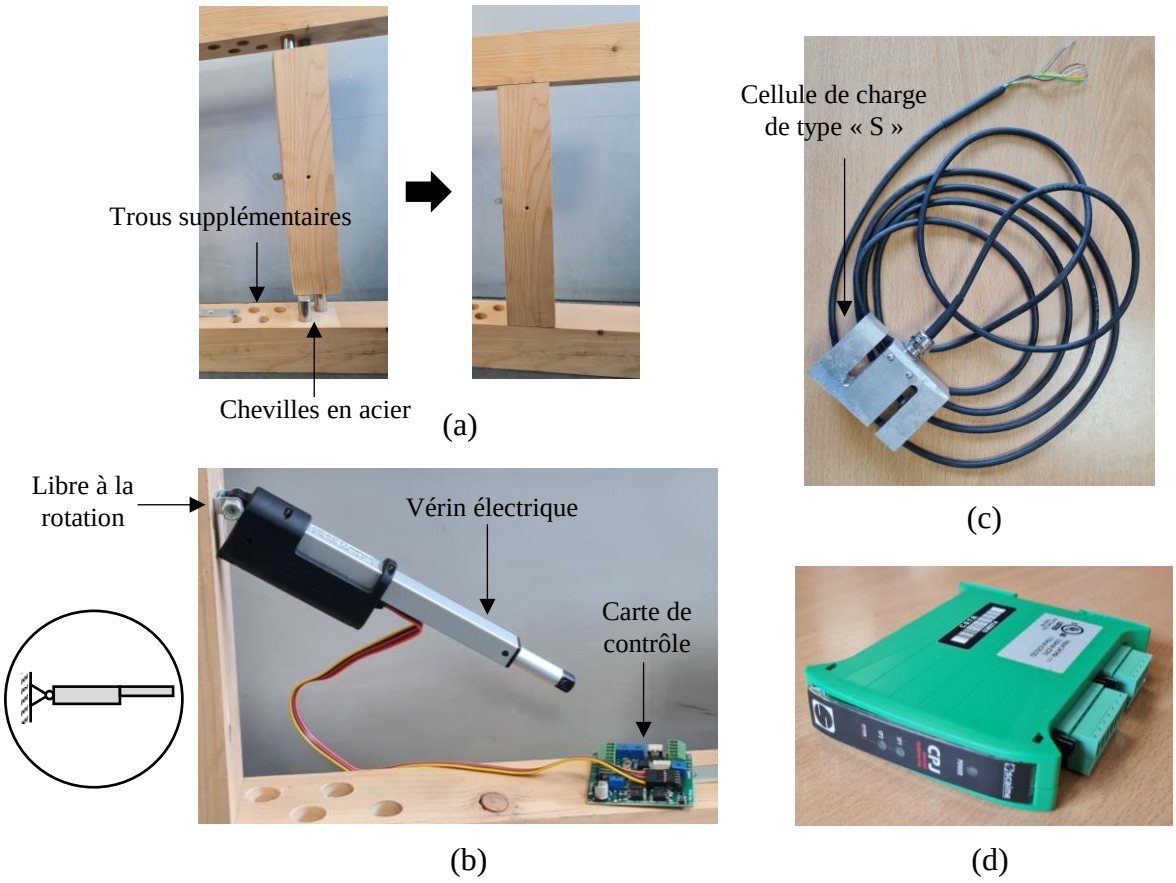


Figure 5.2. Composants du dispositif expérimental à petite échelle : a) cadre en bois ; b) vérin électrique ; c) capteur de force et d) conditionneur

La figure 5.3 présente le système de guidage qui limite la déformation du ressort de PS à un mouvement unidirectionnel. Ce système est composé d'un ressort linéaire enveloppé par un tube en verre acrylique. Le ressort est connecté à un piston qui ne peut se déplacer que suivant l'axe longitudinal du tube. Dans ce cas, la traction appliquée au système de guidage est équivalente à la compression appliquée au ressort. Au milieu du dispositif, un plus petit cadre en bois est mis en place pour supporter le système de la PS. En laissant libre le déplacement horizontal, ce cadre assure que les ressorts et les deux vérins se trouvent à la même hauteur. Lors des essais, le ressort utilisé mesure 27,5 mm en diamètre et 165 mm en longueur. Sa raideur est égale à 1,38 N/mm. Comme la raideur du ressort est constante, il convient de remarquer que les études réalisées avec ce dispositif excluent tous les phénomènes liés à la dégradation des matériaux de la PS à haute température.

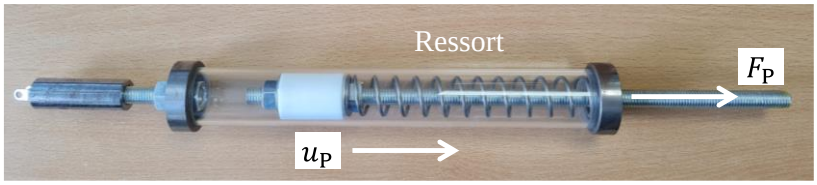


Figure 5.3. Système de ressort linéaire de la PS

5.3 Plateforme de communication

La plateforme de communication doit assurer une connexion fiable entre la sous-structure numérique et la partie expérimentale tout en prenant en compte la compatibilité de ces composants vis-à-vis des outils disponibles. La plateforme étudiée ici s'inspire de celle développée lors des campagnes d'essais de Pinoteau *et al.* (2019, 2020) afin de bénéficier de sa compatibilité disponible avec les dispositifs au laboratoire. Cette plateforme se base sur les composants suivants : le logiciel de calculs aux éléments finis SAFIR® (Franssen et Gernay, 2017) pour les calculs thermomécaniques de la NS ; une application développée dans le langage VBA pour initier les calculs de SAFIR et une application programmée dans le langage LABVIEW pour contrôler en continue les vérins de la PS et pour lire les signaux des capteurs. Cependant, le défaut de cette plateforme est que toute la communication entre les différents logiciels est basée uniquement sur le fichier « .txt ». En effet, l'application de LABVIEW et celle de VBA ont fonctionné de manière indépendante et ne se sont communiquées qu'à travers un même ficher, ce qui peut entraîner un problème de conflit lorsque ce même fichier est écrit et lu en même temps par ces deux applications.

Dans ce contexte, la nouvelle plateforme développée a pour objectif, d'une part, d'améliorer le processus de communication en évitant ce problème de conflit, et d'autre part, d'avoir une architecture plus adaptable, ce qui permet de regrouper les différentes méthodes étudiées dans une seule plateforme. Dans cette section, nous nous focalisons sur le cas d'implémentation du schéma des méthodes classiques de 2ème génération.

Afin d'éviter le problème de conflit, une nouvelle application programmée dans le langage LABVIEW est désignée comme le serveur central, i.e. l'application centralise tout le processus de communication schématisé dans la figure 5.4. National Instrument LABVIEW (pour *Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench*) est un langage graphique de programmation qui nous permet de contrôler les instruments et acquérir les données de mesure des capteur (voir Elliott *et al.* 2007). En matière d'essais hybrides au feu, nous pouvons citer quelques exemples comme les travaux de Sauca *et al.* (2018b, 2018c), qui utilisent déjà ce langage pour échanger des données entre les calculs aux éléments finis avec SAFIR et le logiciel MATLAB, ainsi que les travaux de Wang *et al.* (2018a, 2019), qui utilisent l'interface « NICON » développée antérieurement pour les essais sismiques de Zhan et Kwon (2015).

Comme discuté dans la section précédente, la plateforme poursuit en permanent la correction de positions des vérins sans chercher à atteindre l'équilibre parfait. L'interaction entre ses modules est schématisée dans la figure 5.4. À chaque itération, une consigne de déplacements u_i est envoyée au contrôleur de vérins et aux calculs numériques de la NS. On assure que les calculs sont bien terminés ainsi que la position cible est bien atteinte avant t_i. L'application programmée dans LABVIEW qui est le serveur central assure que la mesure des capteurs de force $F_{\mathrm{P},i}$ via la carte NI USB analogue est effectuée précisément à l'instant exact t_i. Une fois que $F_{\mathrm{P},i}$ est obtenue, le serveur central calcule immédiatement la consigne de déplacements

$u_{\mathrm{P},i+1}$ pour l'itération prochaine via l'équation (4.21). Ensuite, le serveur central envoie la consigne $u_{\mathrm{P},i+1}$ au contrôleur de vérins qui ajuste la position de vérins via la boucle PID jusqu'à ce que la position cible soit atteinte. En même temps, l'application de LABVIEW lance les modules de VBA pour les calculs de $F_{\mathrm{N},i+1}$ de l'itération prochaine. Un calcul thermomécanique dans le logiciel SAFIR pourra être lancé. Dans le cas contraire, par exemple en cas d'absence de chargement thermique, un calcul élastique via la matrice de raideur est suffisant. Le cas étudié du dispositif à petite échelle concerne le système de ressorts. Ainsi, les forces de réaction $F_{\mathrm{N},i+1}$ sont simplement obtenues via l'équation (2.7). Il faut noter que le pas de temps Δt doit être suffisamment grand pour assurer que les vérins de la PS atteignaient les positions cibles et les calculs de la NS soient terminés avant l'instant t_{i+1}. Dans ce cas, nous pouvons mesurer $F_{\mathrm{P},i+1}$ précisément à l'instant exact t_{i+1}. Nous répétons ainsi les étapes. De plus, il est utile de noter que le moment précis où la position cible du vérin est atteinte n'a pas d'importance.

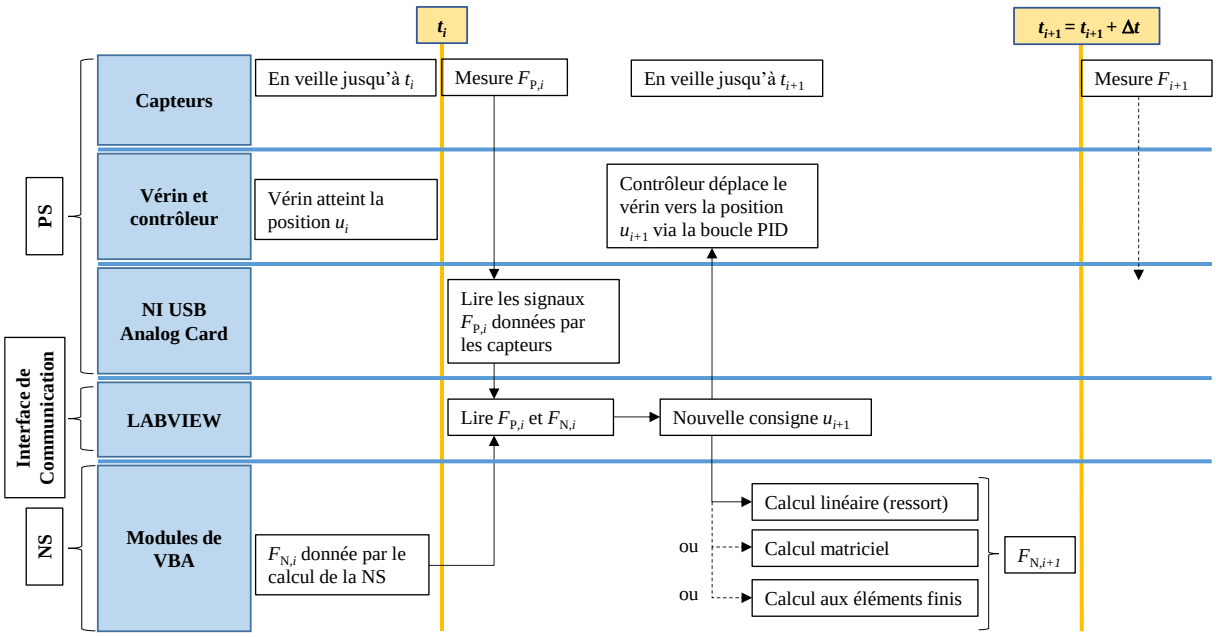


Figure 5.4. Nouvelle interface de communication pour l'essai hybride au feu

5.4 Essais virtuels

Compte tenu de leur dimension, les essais que nous pouvons réaliser avec notre dispositif à petite échelle doivent être limités par le chargement maximal et la course maximale que les vérins peuvent supporter. Ainsi, il est nécessaire de réaliser en avant des essais virtuels afin de déterminer au préalable les valeurs appropriées des paramètres. De plus, les solutions de ces essais virtuels peuvent également présenter les caractéristiques que nous pouvons utiliser comme référence pour mieux analyser les résultats d'essais avec le dispositif expérimental.

Deux séries d'essai sont réalisées afin d'étudier, d'une part, l'influence des courbes d'évolution de température et, d'autre part, l'influence des pas de temps sur les erreurs des résultats.

Les deux sous-structures de ces essais virtuels sont des ressorts linéaires dont les caractéristiques sont reportées dans le tableau 5.1. Tous les deux ressorts sont soumis au chargement thermique, ce qui résulte en dilatations thermiques comme suit :

$$u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(t) = \alpha_{\mathrm{P}} L_{\mathrm{P}} (T(t) - T_0)$$
$$u_{\mathrm{N}}^{\mathrm{th}}(t) = \alpha_{\mathrm{N}} L_{\mathrm{N}} (T(t) - T_0) \quad (5.2)$$

Tableau 5.1. Caractéristiques des ressorts des deux sous-structures

	PS	NS
Raideur (N/mm)	1,72	0,4
Longueur (m)	2	1
Coef. de dilatation thermique (K^{-1})	2×10^{-5}	2×10^{-5}

Il convient de souligner que la raideur de la PS est choisie égale à 1,72 N/mm, ce qui est identique à celle du ressort du dispositif expérimental.

5.4.1 Influence de l'évolution de la température

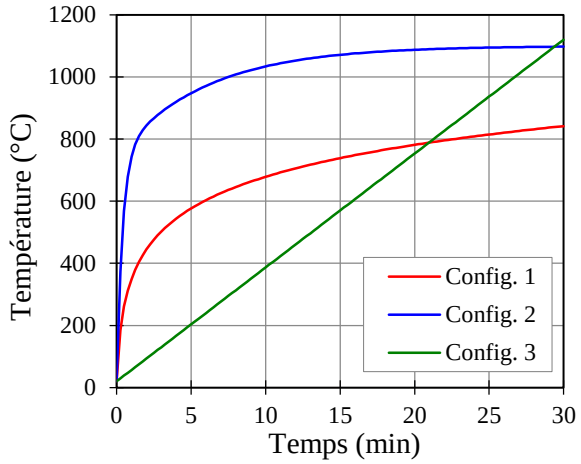


Figure 5.5. Trois différentes configurations de température étudiées

La figure 5.5 présente les trois courbes d'évolution de température considérées pour les essais :

- Configuration 1 : courbe standardisée de feu ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002).
- Configuration 2 : courbe standardisée de feu hydrocarbure (EN 1991-1-2, 2002).

- Configuration 3 : courbe linéaire qui commence avec la température ambiante et atteinte la température de 1120°C à 30 min. Ainsi, cette courbe reste en dessous de la courbe ISO depuis le début jusqu'à environ 21 min quand elle la croise et prend des valeurs supérieures.

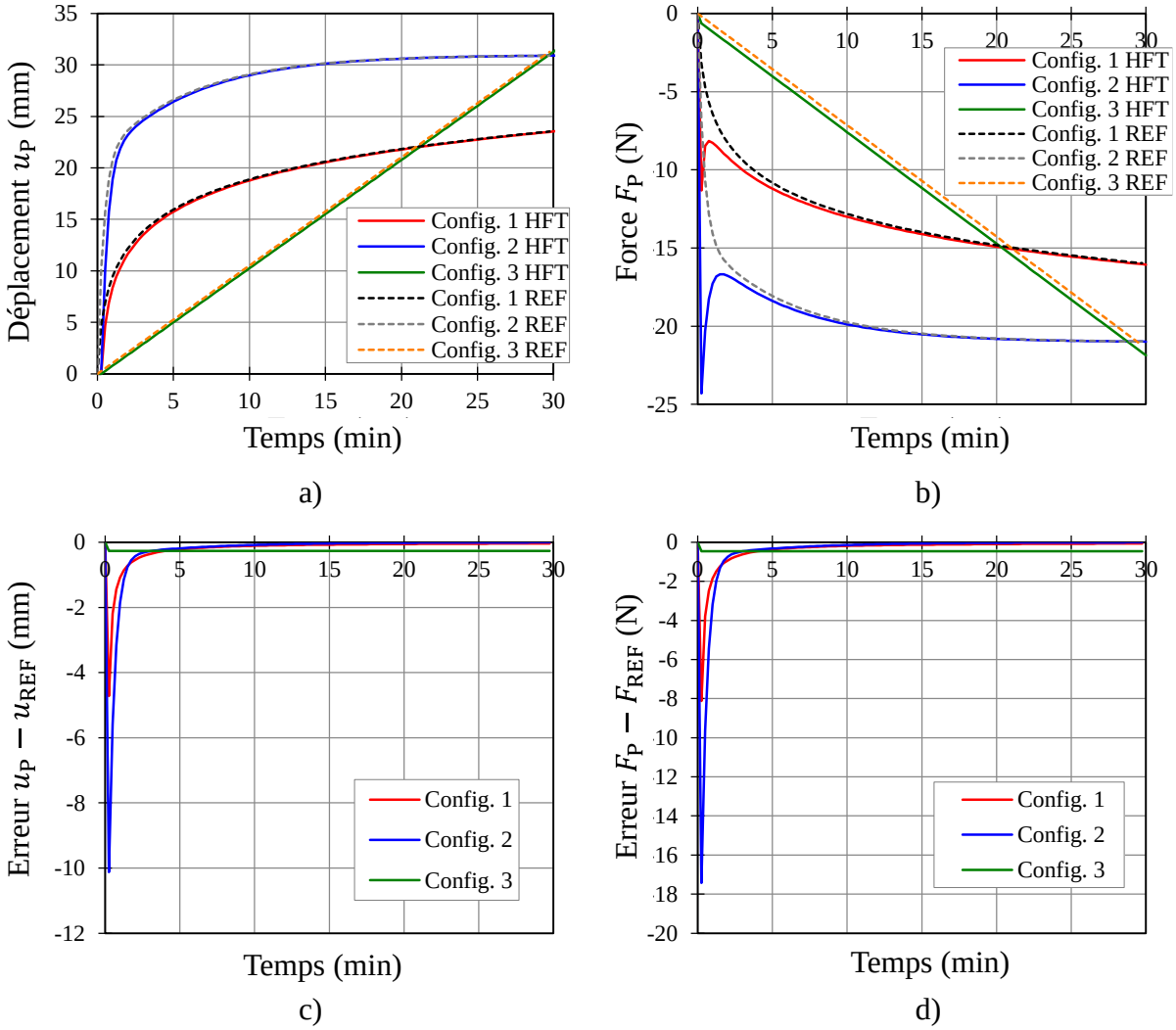


Figure 5.6. Résultats d'essais virtuels correspondant aux différentes configurations de température

Les essais virtuels sont réalisés pour chaque configuration de température avec le pas de temps de 15 s. Les résultats obtenus en termes de déplacement et de force sont présentés respectivement dans les figures 5.6(a) et 5.6(b). Pour chaque configuration de température, les résultats d'essais sont comparés avec les solutions de référence calculées via les formules (2.8) et (2.9). Il convient de remarquer que les résultats en force des configurations 1 et 2 présentent un pic d'erreur au début de l'essai durant lequel la température augmente fortement, tandis qu'aucun significatif pic d'erreur est observé dans le cas de la configuration 3 dans laquelle la température augmente linéairement. De plus, il convient de souligner que le pic d'erreur de la

configuration 1 (de la courbe ISO 834) est moins important que celui de la configuration 2 (de la courbe hydrocarbure).

Les figures 5.6(c) et 5.6(d) présentent les écarts entre les solutions des essais hybrides de chaque configuration de température et les solutions de référence correspondantes au cours du temps. Pour la même configuration de température, nous remarquons une similitude entre l'évolution d'erreur en termes de déplacement et celle en termes de force. D'après les figures 5.6(a) et 5.6(b), il semble que seuls les résultats en termes de force sont pénalisés.

5.4.2 Influence du pas de temps

Par la suite, les essais hybrides virtuels de la configuration 1 sont répétés avec trois valeurs de pas de temps : 5 s ; 15 s et 30 s. Les figures 5.7(a) et 5.7(b) comparent les résultats obtenus en déplacement et en force avec les solutions de référence. Il convient de souligner, d'après les figures, que tous les résultats en force présentent un pic d'erreur au début. En plus, nous observons également que le pic d'erreur devient plus important lorsque le pas de temps augmente. Le tableau 5.2 rapporte la valeur maximale du pic pour chaque valeur du pas de temps étudié.

Tableau 5.2. Valeur du pic d'erreurs en termes de force pour chaque pas de temps

$\Delta t\ (s)$	**Max** $\lvert F_{\mathrm{P}} - F^{\mathrm{eq}} \rvert$ **(N)**
5	3,8
15	8,1
30	11,9

Les figures 5.7(c) et 5.7(d) tracent l'évolution des erreurs (i.e. les différences entre les solutions de l'essai hybride et les solutions d'équilibre) en fonction du temps, respectivement en déplacement et en force pour chaque valeur de pas de temps. Comme précédemment, nous constatons la similitude de l'évolution des erreurs en déplacement et en force, mais seules les solutions en force présentent des pics d'erreur significatifs.

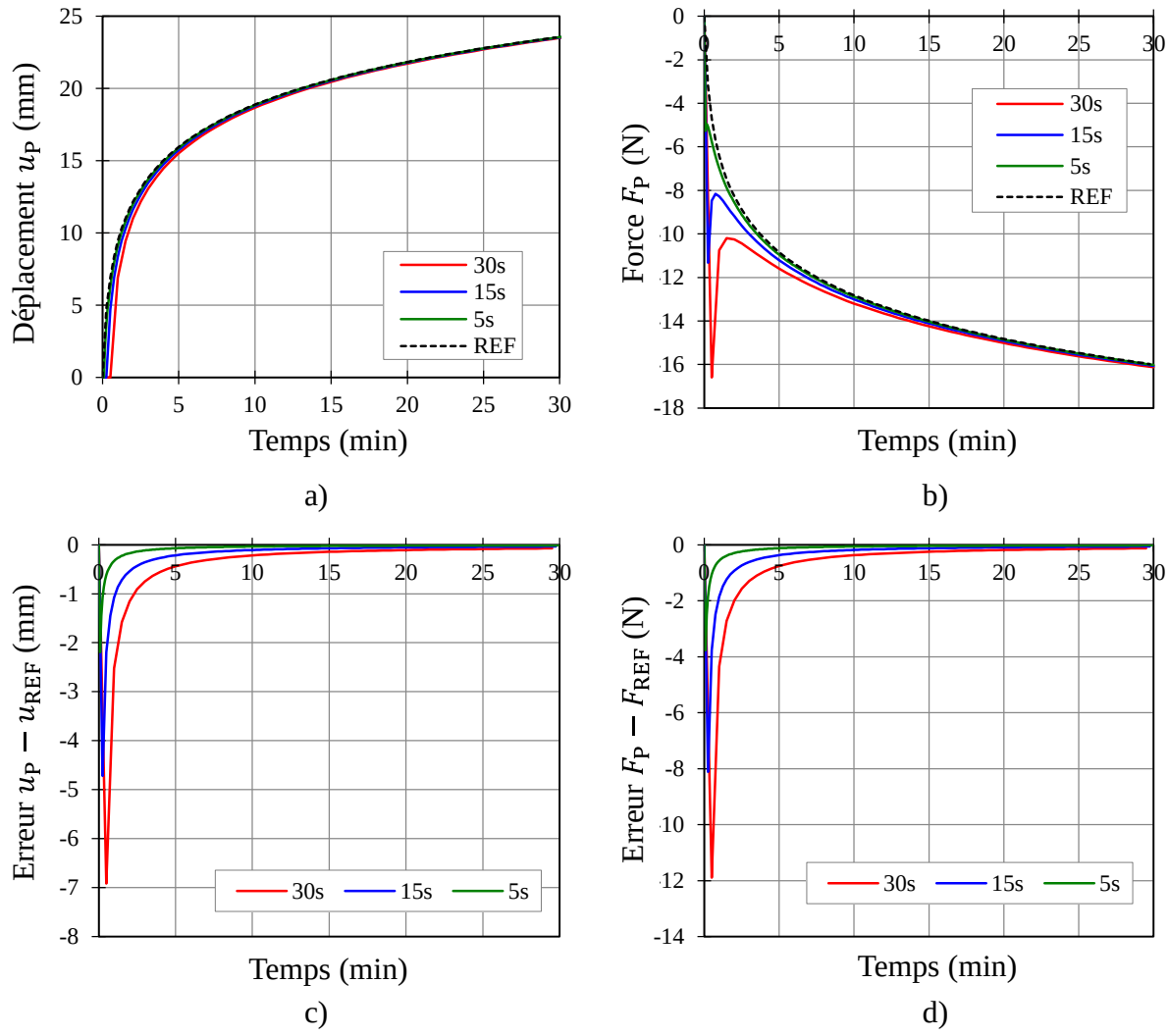


Figure 5.7. Résultats d'essais virtuels pour différentes valeurs de pas de temps

5.4.3 Discussion

Comme les deux sous-structures étudiées ici sont des ressorts linéaires, il convient tout d'abord de rappeler l'équation (2.21) :

$$F_{\mathrm{P},i} - F_i^{\mathrm{eq}} = k_{\mathrm{P},i}\left(u_i - u_i^{\mathrm{eq}}\right) \tag{5.3}$$

Or, la raideur de la PS reste constante tout au long de l'essai. Dans ce cas, les erreurs en force doivent être toujours proportionnelles à celles en déplacement, ce qui explique la similitude de leur évolution entre les figures 5.6(c) et 5.6(d) ainsi qu'entre les figures 5.7(c) et 5.7(d).

Ensuite, il convient de souligner également que la méthode employée est la méthode classique de nouvelle génération avec le pilotage des vérins en déplacement. Comme discuté à la section 4.3, la consigne à l'itération $i + 1$ résulte de la correction des erreurs de force à l'itération i :

$$u_{i+1} = u_i^{\mathrm{eq}} \tag{5.4}$$

Autrement dit, les courbes de solution de l'essai hybride en déplacement dans les figures 5.6(c) et 5.7(c) sont simplement les translations à droite de la courbe des solutions d'équilibre d'un pas de temps. Dans ce cas, les solutions de l'essai doivent avoir toujours les mêmes profils (avec un petit décalage) que les solutions de référence.

En ce qui concerne les solutions en force, nous introduisons l'équation (5.4) dans l'équation (5.3) :

$$F_{\mathrm{P},i+1} - F_{\mathrm{P},i+1}^{\mathrm{eq}} = k_{\mathrm{P},i+1}\left(u_{i+1} - u_{i+1}^{\mathrm{eq}}\right) = k_{\mathrm{P},i+1}\left(u_i^{\mathrm{eq}} - u_{i+1}^{\mathrm{eq}}\right) \tag{5.5}$$

Dans ce cas,

$$F_{\mathrm{P},i+1} = F_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{eq}} + k_{\mathrm{P},i}\left(u_{\mathrm{P},i}^{\mathrm{th}} - u_{\mathrm{P},i+1}^{\mathrm{th}}\right) \tag{5.6}$$

Contrairement aux résultats en déplacement, les profils des résultats d'essais en force ne sont pas nécessairement identiques à ceux des solutions de référence. Leur différence dépend du profil des solutions de référence en déplacement, i.e. les sauts à chaque itération des solutions de référence.

5.5 Essais avec le dispositif à petite échelle

Les essais hybrides avec le dispositif à petite échelle sont réalisés afin d'examiner, comme lors des essais virtuels, l'influence des deux paramètres : l'évolution de température et le pas de temps. Les paramètres liés à la NS restent identiques à ceux utilisés lors des essais virtuels. Quant à la PS, elle est représentée par un autre ressort. Son déplacement thermique est gouverné par le Vérin 2 suivant les trajectoires identiques à celles des essais virtuels :

$$u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{th}}(T) = -(T - T_0) \times 2 \times 10^{-6} \tag{5.7}$$

où T représente la température qui varie en fonction du temps suivant la courbe étudiée. Lors de la mise en œuvre des essais, le Vérin 2 met à jour le déplacement thermique à chaque 10s.

5.5.1 Influence de l'évolution de température

Comme lors des essais virtuels, nous considérons trois évolutions de température. Chaque essai dure 30min avec le pas de temps de 15s. Les résultats en force et en déplacement sont comparés aux solutions d'équilibre dans les figures 5.8(a) et 5.8(b). Les écarts entre les solutions des essais hybrides et celles de référence en déplacement (resp. en force) sont présentés à la figure 5.8(c) (resp. 5.8(d)).

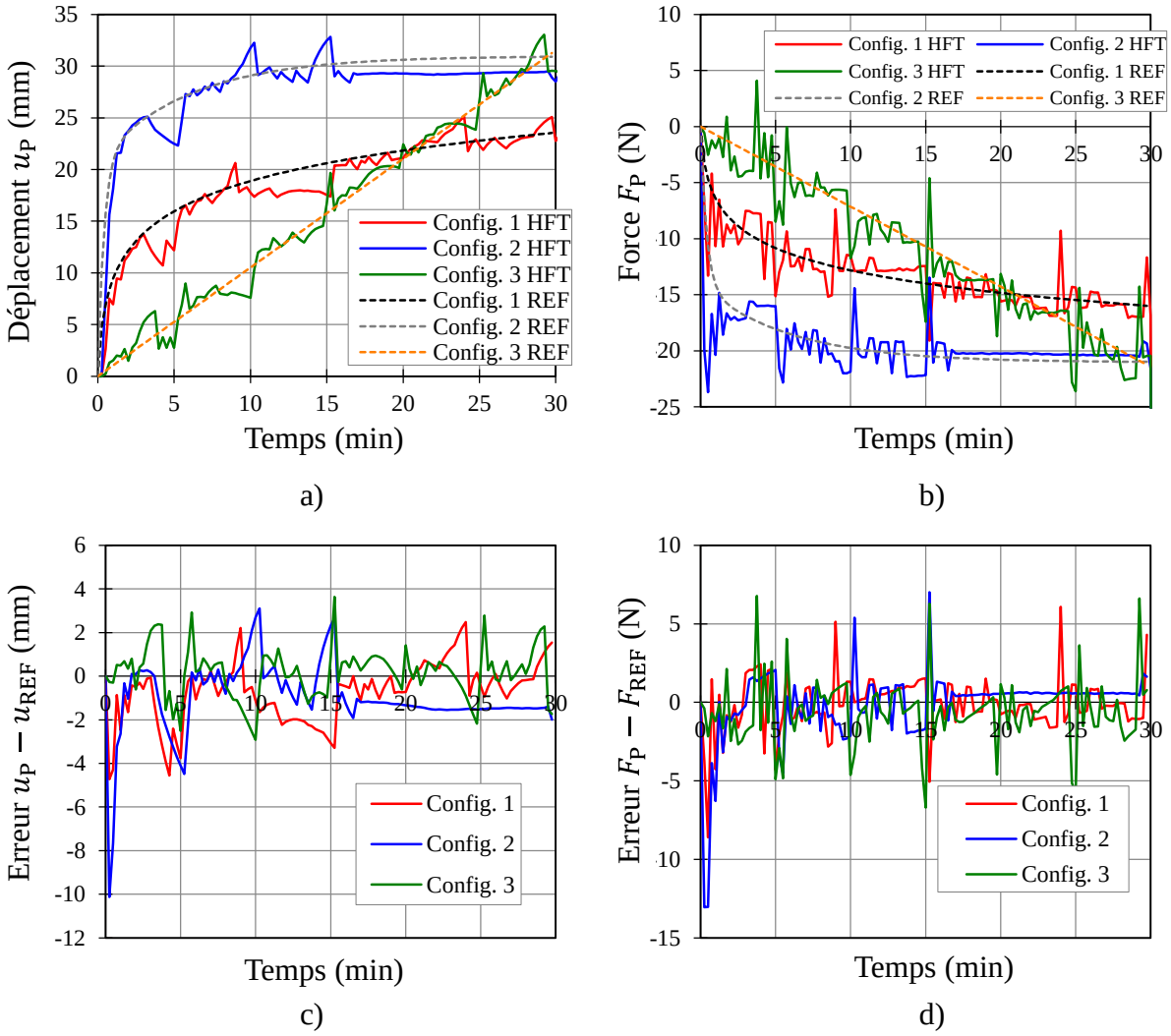


Figure 5.8. Résultats des essais hybrides avec le dispositif à petite échelle pour les différentes configurations de température

5.5.2 Influence du pas de temps

Comme lors des essais virtuels, les influences de trois différentes valeurs de pas de temps sont étudiées : 5s ; 15s et 30s. Les figures 5.9(a) et 5.9(a) présentent les solutions issues des essais hybrides en comparaison avec les solutions de référence respectivement en déplacement et en force. Les écarts entre les solutions des essais avec les solutions de référence sont rapportés dans les figures 5.9(c) et 5.9(d).

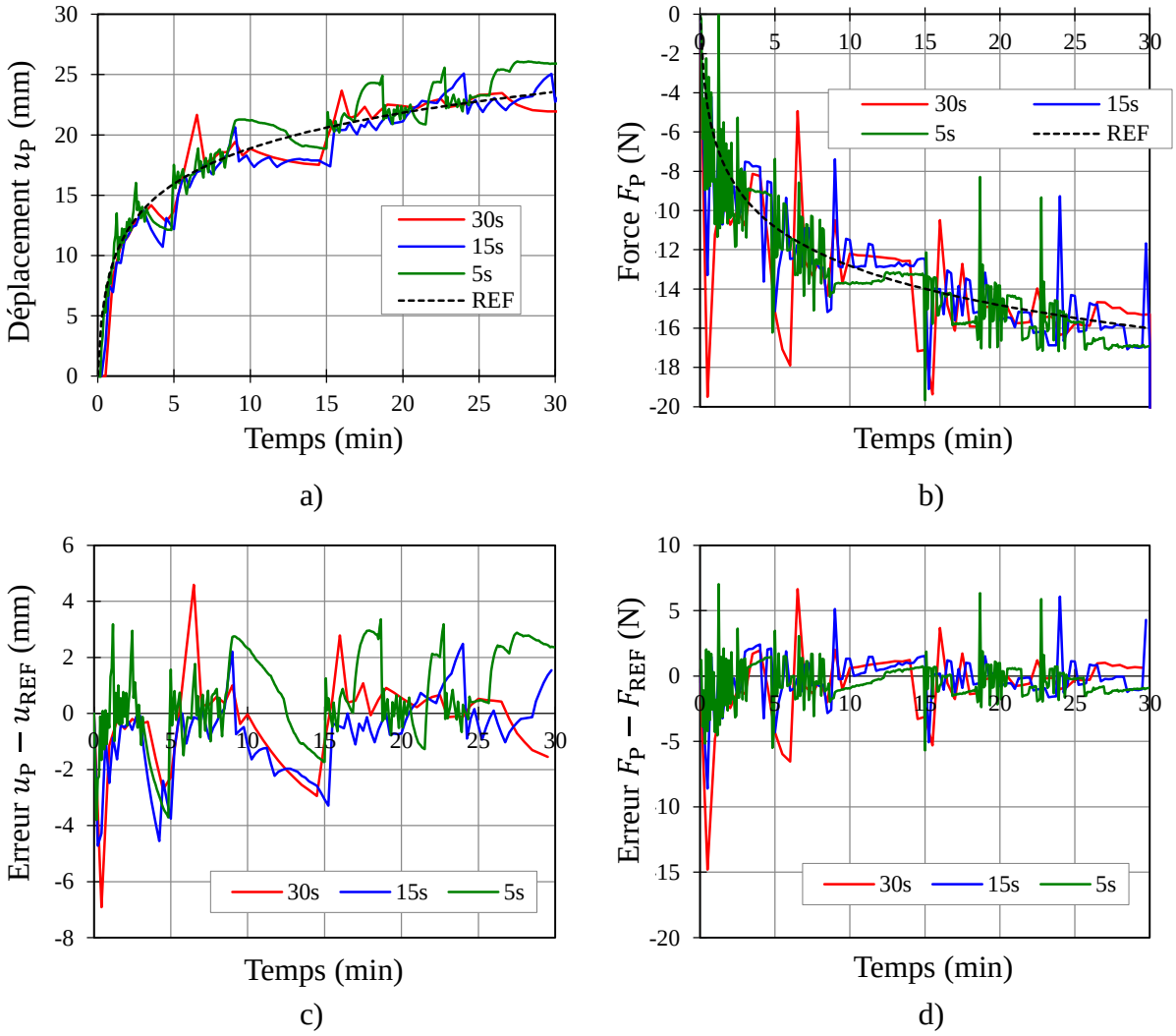
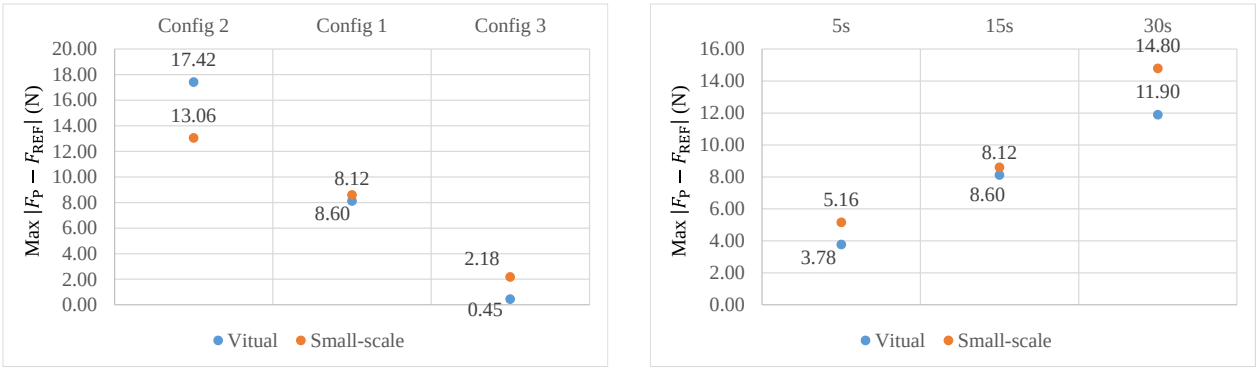


Figure 5.9. Résultats des essais hybrides avec le dispositif à petite échelle pour les différentes valeurs de pas de temps

5.5.3 Discussion

Les figures 5.10(a) et 5.10(b) comparent les valeurs des pics d'erreurs en force au début des essais à petite échelle par rapport à celles des essais virtuels respectivement, pour différentes courbes d'évolution de température et valeurs du pas de temps. Nous observons d'après les figures que les tendances observées sont concordantes.



a) b)

Figure 5.10. Valeurs des pics d'erreurs au début des essais

Parmi les différentes courbes de températures, la configuration 2 (i.e. courbe de feu HCM) et la configuration 1 (i.e. courbe de feu ISO) présentent les pics d'erreurs les plus importants. Comme montré aux figures 5.6(c) et 5.8(c), les pics d'erreurs semblent correspondre aux essais dont la montée en température est très rapide. La configuration 2, dont les solutions de référence possèdent une pente plus importante que celle de la configuration 1, a des pics d'erreurs plus élevés. La configuration 3, dont les solutions de référence progressent linéairement, présente les pics d'erreurs les moins élevés parmi les trois configurations étudiées.

En ce qui concerne les influences des valeurs de pas de temps, le grand pas de temps semble favoriser le pic d'erreurs plus que le petit pas de temps. Le pic maximal est observé dans le cas de 30s, suivi par le cas de 20s. Ce pic d'erreurs est bien visible dans les résultats d'essais, comme montrés dans les figures 5.7(c) et 5.9(c). Une telle tendance semble être moins marquante dans le cas de 5s car, d'un côté, le pic d'erreurs est plus petit et, d'un autre côté, les erreurs sont dissimulées dans les bruits.

Ces erreurs semblent résulter de différents facteurs. Tout d'abord, il convient de reconnaître que les vérins électriques et leur système de contrôle possèdent une précision assez limitée. Les erreurs peuvent ainsi être introduites à chaque mouvement de vérins. De plus, compte tenu du poids du système de guidage du ressort, il est possible que ces erreurs de bruits sont accentuées encore plus par la friction issue du contact entre le tube et son support. En effet, lorsque la nouvelle consigne de déplacement est suffisamment proche à l'ancienne, le vérin semble avoir de difficulté de se mobiliser car la force nécessaire pour le pousser peut être négligeable devant celle de la friction. Par conséquent, comme montré à la figure 5.8(a), les mouvements de vérin dans la configuration 1 semblent rester presque immobiles durant la dernière phase d'essais (où les courbes de solution de référence se stabilisent). Quant à la configuration 3, comme les solutions de référence progressent linéairement tout au long de l'essai, les positions du vérin électrique sont périodiquement fixées et corrigées.

Ces erreurs influencent certes les résultats, mais n'ont toutefois pas empêché les essais à avancer. Le contrôleur de vérins continue à recevoir des consignes de déplacements à chaque

nouvelle itération. Lors que la nouvelle consigne de vérin génère un écart suffisamment grand par rapport à l'ancienne consigne, le vérin se met en mouvement et corrige sa position.

5.6 Conclusion

La réalisation des campagnes d'essais hybrides au feu est une opération délicate qui demande beaucoup de temps de préparation. Ce chapitre présente un dispositif expérimental à petite échelle, conçu dans le cadre de cette thèse, qui nous permet d'identifier rapidement les enjeux de la mise en œuvre de la nouvelle plateforme d'essais hybrides développée. La PS est un système d'un ressort linéaire. En l'absence du feu (moins facile à maîtriser), la déformation thermique de la PS est introduite en utilisant un vérin électrique supplémentaire.

La nouvelle plateforme avec la méthode classique de nouvelle génération est testée avec ce dispositif. Deux études paramétriques sont réalisées. Les résultats de ces études sont comparés à ceux des essais virtuels. Nous avons remarqué d'après les exemples étudiés que :

- Pour la même valeur de pas de temps, les essais avec les évolutions de température qui augmentent plus rapidement engendrent les pics d'erreurs au début de l'essai plus élevés.

- Pour la même évolution de température, le pic d'erreurs au début de l'essai devient plus important lors que le pas de temps choisi est grand.

Bien que les résultats avec ce dispositif à petite échelle soient peu représentatifs en raison de ses dimensions, cela nous permet de valider le bon fonctionnement de la nouvelle plateforme d'essais dans les situations bien plus réalistes que les essais virtuels. De plus, ce dispositif nous donne également la possibilité de répéter un grand nombre d'essai à faible coût supplémentaire.

Les travaux réalisés dans ce chapitre constituent une étape intermédiaire dont les retours d'expérience nous sont utiles avant de passer aux essais avec le « vrai » feu. Ces essais sont rapportés dans le chapitre suivant.

Chapitre 6
Réalisation des essais hybrides au feu

6.1 Introduction

Après les étapes intermédiaires relatives aux essais à petite échelle, ce chapitre a pour but d'étudier et de valider la mise en œuvre des méthodes d'essais hybrides via une campagne d'essais réalisée avec le « vrai » feu. La plateforme testée intègre les méthodes de PI-Control adaptées à la fois au mode de pilotage des vérins en force et en déplacement.

Dans ce chapitre, nous détaillerons tout d'abord le programme de la campagne d'essais. Les structures étudiées sont présentées ensuite avant d'examiner les dispositifs expérimentaux (y compris les échantillons testés, les configurations, l'installation ainsi que la coordination des dispositifs). Par la suite, nous discutons sur la procédure d'estimation des raideurs de l'élément testé qui est une étape importante avant la réalisation des essais hybrides proprement dit.

6.2 Programme d'essais

La campagne d'essais hybrides présentée dans ce chapitre est constituée de 3 séries d'essais. La 1ère séries d'essais a pour but d'étudier la faisabilité de la mise en œuvre des essais hybrides avec la procédure de pilotage de vérins en force (FCP). Pour ce faire, nous adoptons la méthode de PI-Control avec la FCP et les erreurs mesurées en force. Le sujet d'étude est une structure 2D de type portique présentée à la section prochaine. La 2ème et la 3ème séries d'essais, quant à elles, utilisent la méthode de PI-Control dans le cas des vérins contrôlés en déplacement (DCP). Pendant que la 2ème série d'essais étudie la même structure que la 1ère série d'essais, la 3ème série d'essais se focalise sur une structure en trois dimensions, nécessitant le pilotage de plusieurs vérins simultanément. Les caractéristiques de chaque série d'essais sont récapitulées dans le tableau 6.1.

Tableau 6.1. Trois séries d'essais réalisées lors de la campagne expérimentale :

Série d'essais	Structure étudiée	Nombre de vérins	Pilotage d(es) vérin(s)
1ère	2D	1	en force
2ème	2D	1	en déplacement
3ème	3D	2	en déplacement

Chaque série d'essais est divisée en deux phases. Nous réalisons tout d'abord les essais dit « à froid » où l'élément testé (PS) reste à la température ambiante. Sans chargement thermique, ces types d'essais peuvent être répétés plusieurs fois sur le même corps d'épreuve, facilitant ainsi

les études paramétriques. De plus, ces essais servent également à identifier des éventuelles erreurs dans la plateforme avant de passer à une nouvelle phase d'essais dits « à chaud » où la PS est exposée au feu.

6.3 Structure étudiée

Comme introduites lors de la section précédente, deux structures différentes sont étudiées durant la campagne d'essais.

Tout d'abord, la structure 2D étudiée dans la 1ère et la 2ème séries d'essais, est une structure déjà étudiée précédemment lors des essais virtuels (voir la figure 3.16). Cette structure est composée de barres d'acier avec la section transversale HEA120. La partie testée (PS) est une barre à gauche qui mesure 1,2m en longueur. Elle s'expose partiellement au chargement thermique comme le montre la figure 3.17. Les calculs thermomécaniques du reste de la structure (NS) sont effectués via le logiciel aux éléments finis SAFIR (Franssen et Gernay, 2017). La PS et la NS ne s'interagissent que suivant la direction Ox (essai hybride à un degré de liberté). Dans ce cas, il est nécessaire d'employer seulement un vérin.

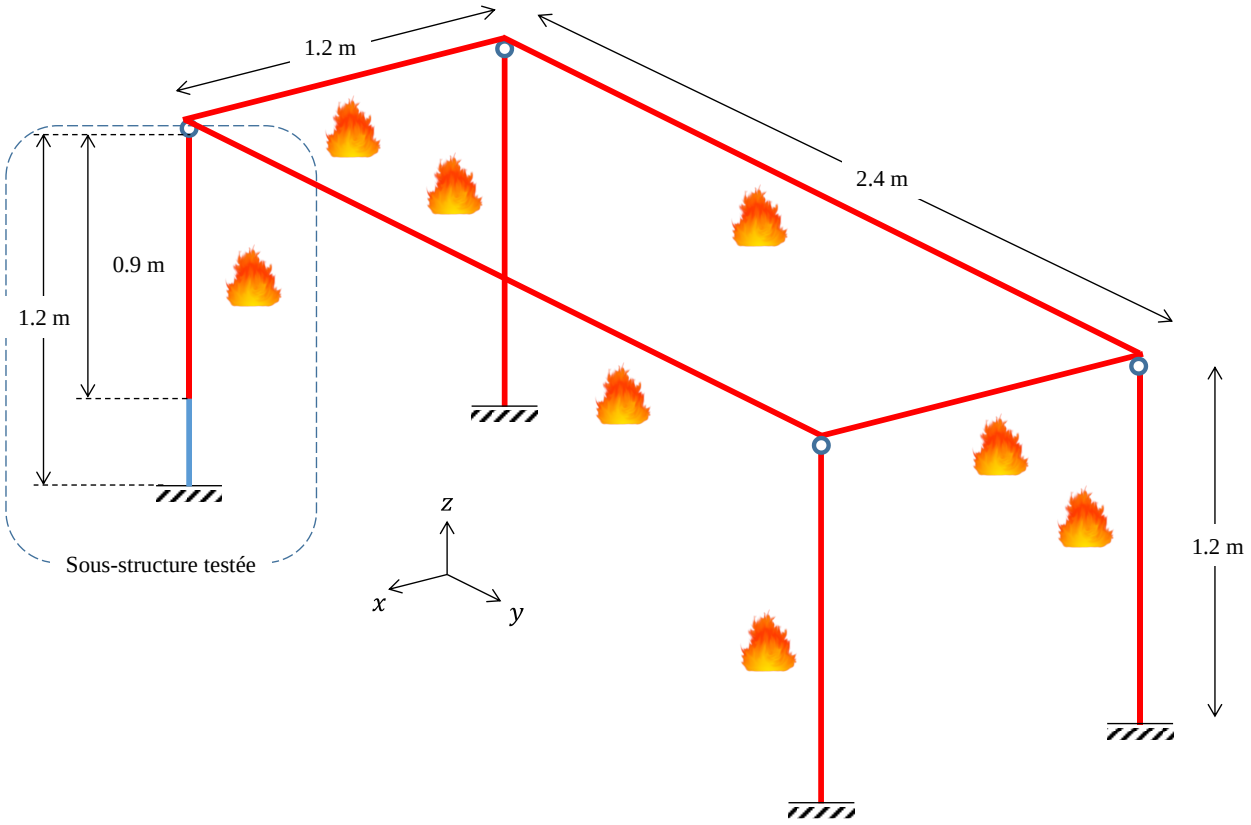


Figure 6.1. Structure 3D étudiée

Ensuite, la structure 3D, comme montrée à la figure 6.1 est étudiée lors de la 3ème série d'essais. La figure 6.2 montre les deux sous-structures (la PS et la NS) issues de la division. Comme pour la structure 2D, toutes les barres qui la composent sont en acier de section transversale

HEA120. La PS, constituée d'une barre d'acier verticale, est partiellement soumise au feu sur une de ses 4 faces (comme le montre la figure 6.2) sur une portion de 0,9 m. Les autres barres qui forment la NS sont soumises au chargement thermique entièrement tout au long de sa longueur. Parmi elles, la barre verticale à gauche est exposée au feu sur la face à droite, tandis que sur la face à gauche des deux barres verticales à droite. Les barres horizontales restant, quant à elles, sont chauffées sur toutes les faces. La simulation thermomécanique de la NS est réalisée via les calculs de structures en 3D dans le logiciel SAFIR® (Franssen et Gernay, 2017). Comme pour les calculs de la structure 2D précédents, les propriétés mécaniques des matériaux évoluent en fonction de la température suivant les recommandations établies dans (EN 1993-1-2, 2005). L'interaction entre la PS et la NS de cette structure 3D s'effectue dans les deux directions Ox et Oy, ce qui nécessite l'emploi de deux vérins. Pour la suite, nous définissons la « direction 1 » (resp. « direction 2 ») correspondant à la direction Ox (resp. direction Oy).

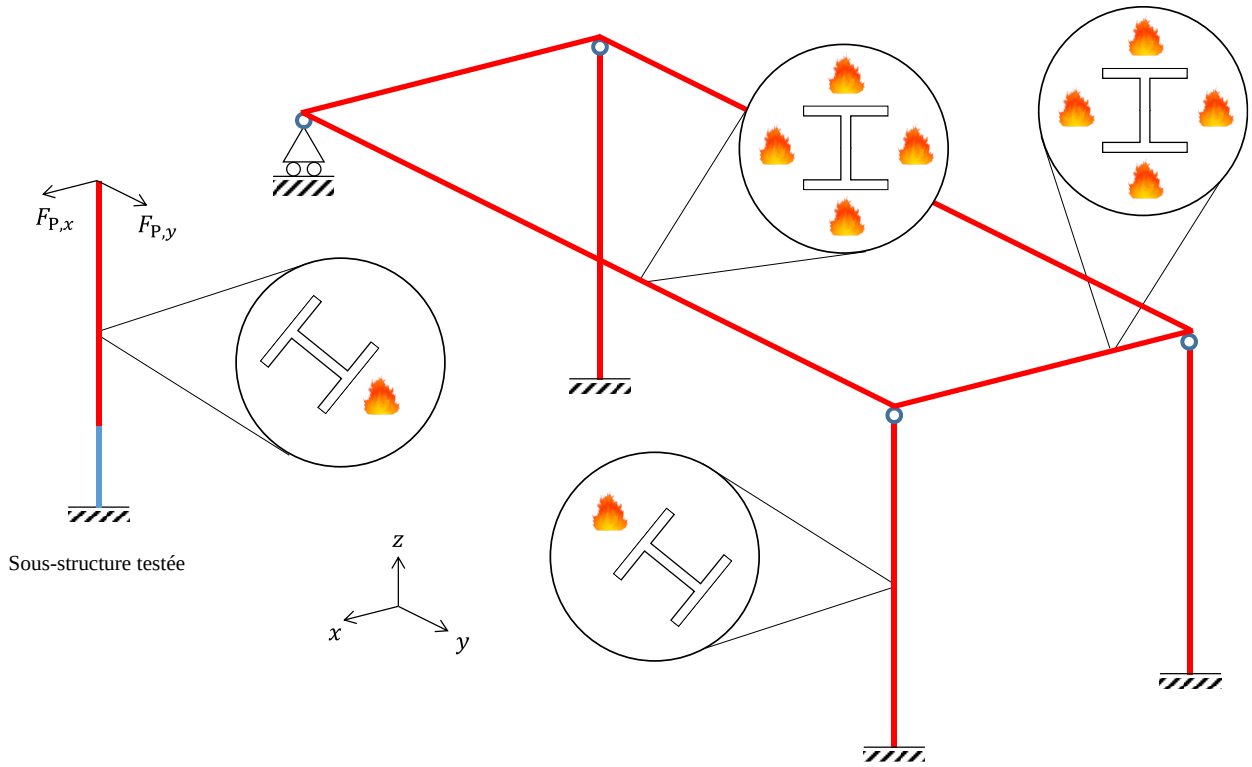


Figure 6.2. Parties expérimentale et numérique de la structure 3D étudiée

6.4 Dispositifs expérimentaux

6.4.1 Corps d'épreuve

La figure 6.3 présente un échantillon des éléments testés. Il s'agit d'une poutre d'acier mesurant 1.2 m en longueur avec une section HEA120. Pour des raisons logistiques, les matériaux qui constituent les poutres sont issues de deux lots différents. Les corps d'épreuve fabriqués avec l'acier du premier lot sont testés lors de la 1ère série d'essais, tandis que ceux de l'acier du deuxième lot sont employés lors des 2ème et 3ème séries d'essais.

Figure 6.3. Exemple d'un échantillon testé de la PS

Pour faciliter le montage de la poutre testée au châssis du dispositif expérimental, chaque échantillon est soudé à une « plaque d'acier du support ». Cette dernière mesure 2 cm en épaisseur. Comme le montre la figure 6.4(a), la plaque mesure 18 cm sur 18 cm dans le plan et est pourvue de 8 trous répartis à une distance de 7,5 cm. Lors du montage d'essais, les échantillons sont attachés au châssis via les vis de type M12 (voir la figure 6.4(b) par exemple).

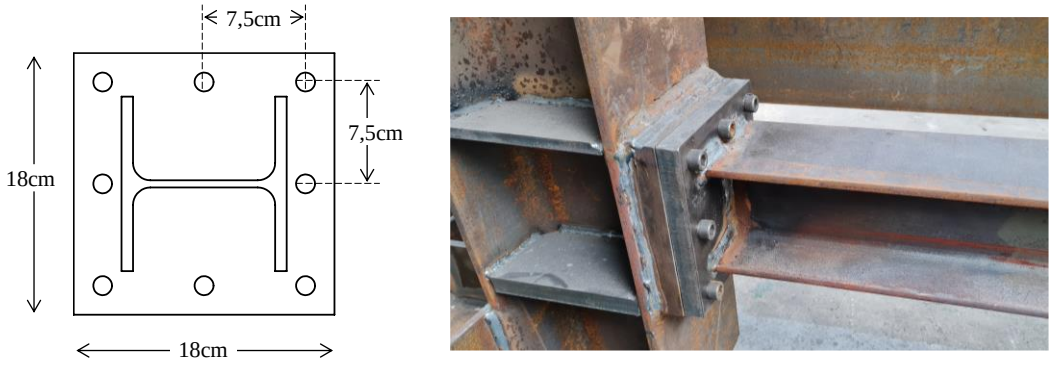


Figure 6.4. Plaque d'acier du support

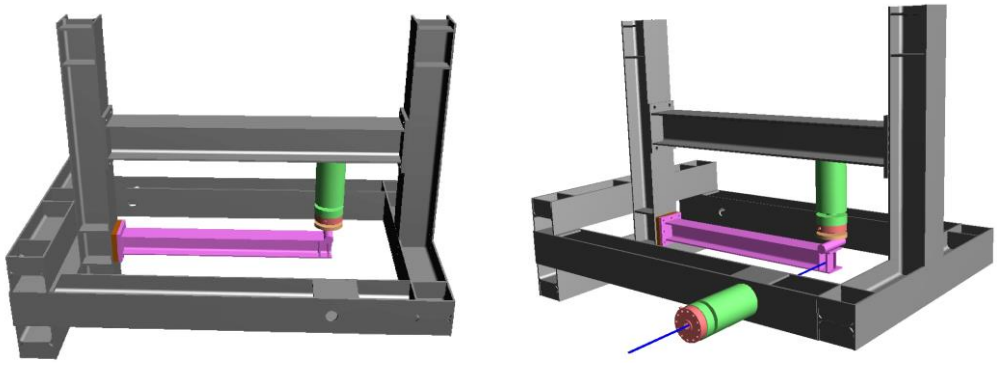
6.4.2 Configurations d'essais

Le châssis est conçu avec les poutres en acier d'une section transversale HEA200. Les figures 6.5(a) et 6.5(b) présentent un schéma montrant la mise en place de la poutre testée dans le châssis d'essai. Dans les deux cas, l'échantillon testé se met en position horizontale lors du montage du dispositif d'essai.

La figure 6.5(a) illustre la première configuration avec la structure 2D étudiée pendant la 1ère et la 2ème séries d'essais. Seul un vérin en position verticale est nécessaire pour mettre à jour les conditions aux limites de la PS. Lors de la mise en œuvre des essais, le vérin hydraulique utilisé peut parcourir une course maximale de 100 mm et peut appliquer le chargement maximal de 100 kN. Le point de contact entre le vérin et la semelle supérieure de la poutre testée est assuré par une barre d'acier soudée à la tête du vérin, laissant libre ainsi la rotation (voir la figure 6.5(a)).

La deuxième configuration d'essais avec la structure 3D étudiée pendant la 3ème série d'essais, est montrée à la figure 6.5(b). Deux vérins hydrauliques sont nécessaires pour actualiser les conditions aux limites de la PS. Pendant que le vérin vertical reste identique à celui avant, un

deuxième vérin hydraulique supplémentaire est installé en position horizontale. Ce dernier peut appliquer un chargement maximal de 50 kN et peut parcourir jusqu'à 150 mm. Le mouvement du vérin horizontal est transmis à la poutre testée via une tige d'acier fixée à l'âme de la poutre (voir la figure 6.5(b)).



a) b)

Figure 6.5. Configuration du dispositif expérimental avec (a) un vérin et (b) deux vérins

a) c)

b) d)

Figure 6.6. a) Photos du dispositif expérimental et b) châssis équipé de deux vérins ; c) châssis supporté par les tréteaux ; d) surface restant du four couvert par des isolations thermiques

Les figures 6.6(a) et 6.6(b) montrent l'installation du dispositif expérimental placé au-dessus du four. Le châssis d'essai équipé de vérins est supporté par les tréteaux, comme le montre la figure 6.6(c). Le four utilisé est un four à gaz. Dans les deux cas d'études (structures portiques 2D et 3D), la température du four est pilotée suivant la courbe de feu ISO 834 (EN 1991-1-2, 2002). En ce qui concerne le corps d'épreuve, seule la semelle inférieure de la poutre testée est exposée directement au feu. L'élément testé est une poutre HEA120. L'ouverture du four mesure 1 m sur 0,6 m (voir la figure 6.6(b)). L'espace restante est couverte par les isolations thermiques comme le montre la figure 6.6(d).

6.4.3 Installation des capteurs

Les vérins hydrauliques utilisés sont intégrés chacun des capteurs de force et de déplacement. Hormis ces capteurs, 8 autres capteurs de déplacement supplémentaires sont positionnés dans le dispositif d'essai : 4 suivant la direction verticale (DV1, DV2, DV3, DV4) et 4 suivant la direction horizontale (DH1, DH2, DH3, DL). Les figures 6.7(a) et 6.7(b) présentent les schémas indiquant leur position. Tous les capteurs sont placés sur un support indépendant du châssis de l'essai :

- Les capteurs DH1 et DV1 mesurent, respectivement selon la direction horizontale et verticale, le déplacement du bâti aux points où les vérins sont connectés.

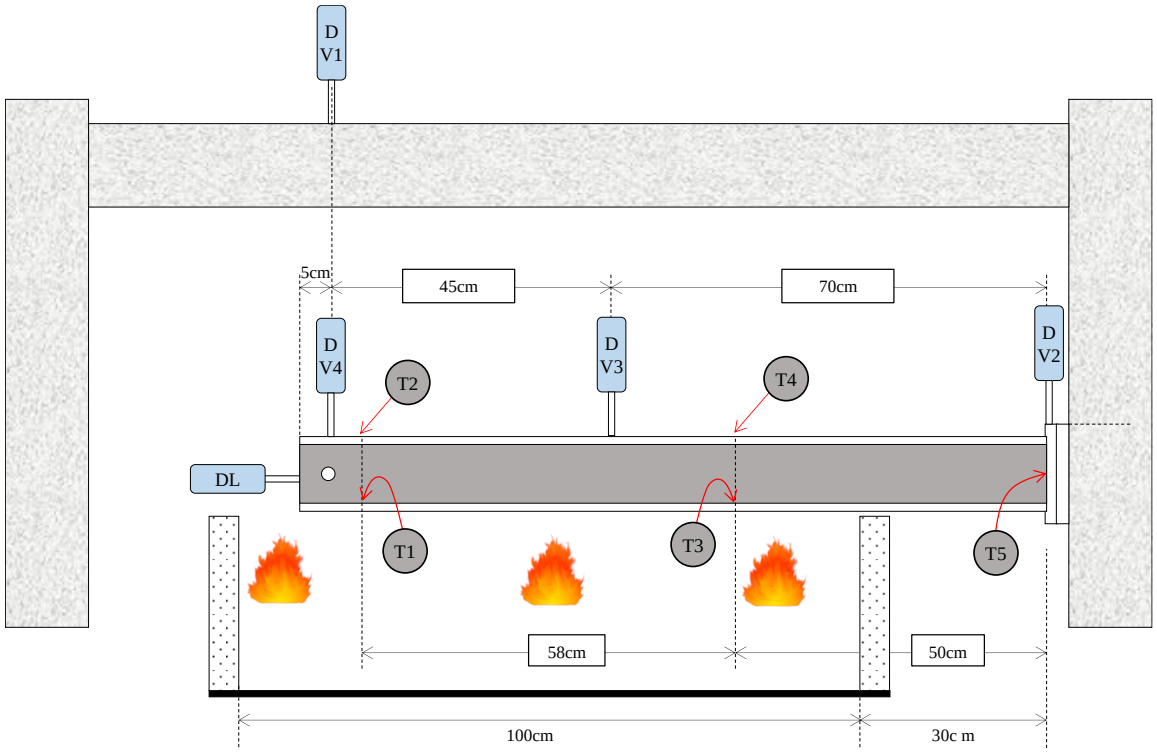
- Les capteurs DH2 et DV2 mesurent, respectivement selon la direction horizontale et verticale, les éventuels déplacements de la plaque d'acier du support par rapport au châssis.

- Les capteurs DH3 et DV3 mesurent, respectivement selon la direction horizontale et verticale, les déplacements de la poutre testée à une distance de 70 cm de la plaque d'acier du support (voir la figure 6.7).

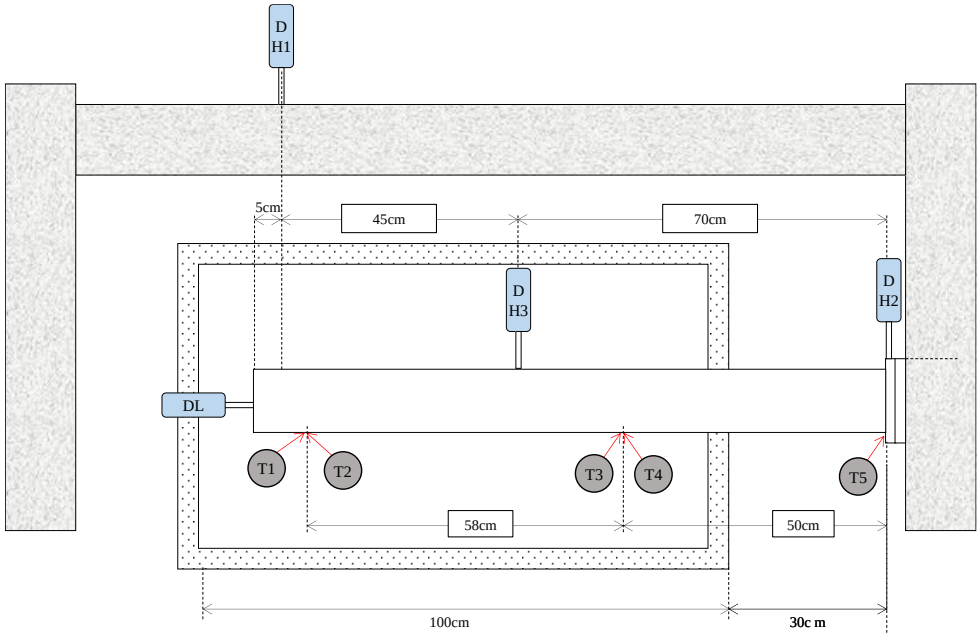
- Le capteur DL mesure la dilatation thermique de l'éprouvette selon l'axe longitudinal.

- Le capteur DV4 mesure le déplacement selon la direction verticale de l'éprouvette au point du contact entre le vérin vertical et la poutre testée.

Le capteur DV4 semble mesurer le déplacement au même point que le capteur de déplacement intégré dans le vérin vertical. Cependant, leur point de repère est différent. Le capteur DV4 mesure le mouvement de la poutre testée par rapport au sol, tandis que le capteur intégré dans le vérin vertical le mesure par rapport au châssis qui supporte le vérin. Leur différence peut nous donner ainsi la déformation du châssis d'essai.



(a)



(b)

Figure 6.7. Schéma des positions de capteurs avec (a) la vue latérale et (b) la vue de dessus

6.4.4 Coordination du contrôle

Le schéma de la figure 6.8 présente les différents composants qui constituent la chaîne de communication pour l'essai hybride lors de la 3ème série d'essais. Le schéma similaire avec un

seul vérin employé (i.e. le vérin 1 supprimé) peut être facilement adapté pour les 1ère et 2ème séries d'essais.

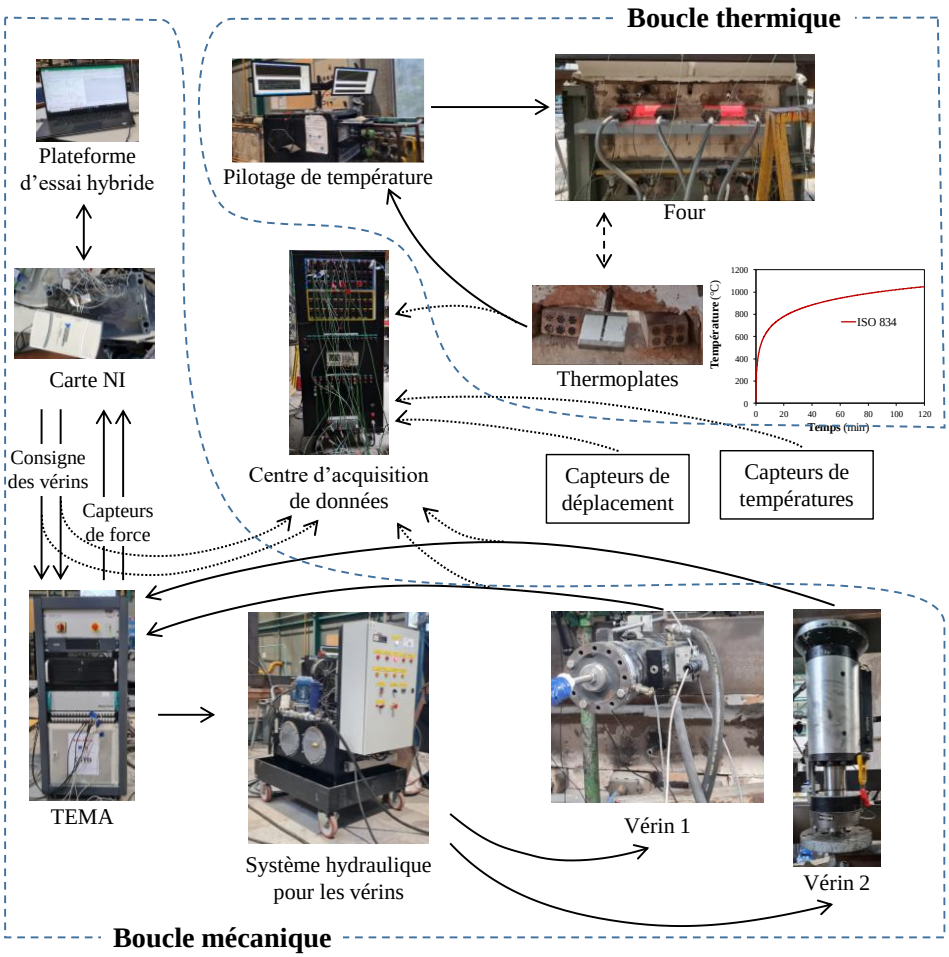


Figure 6.8. Coordination entre les différents composants du dispositif expérimental

D'après le schéma de la figure 6.8, il convient de distinguer deux boucles d'échanges de donnés : la boucle mécanique qui pilote les vérins hydrauliques et la boucle thermique qui contrôle la température du four. La boucle mécanique est pilotée par la plateforme d'essais hybrides implémentée dans un ordinateur, tandis que la boucle thermique est contrôlée manuellement. Ces deux boucles sont séparées mais doivent être synchronisées. Par conséquent, deux opérateurs au minimum sont nécessaires. Premièrement, la plateforme d'essais hybrides est lancée et se met en mode veille en attendant le signal du départ de l'essai. Un opérateur se tient au côté de l'ordinateur et prêt à lancer la première itération. Ensuite, la vanne de gaz du four est ouverte manuellement. Un deuxième opérateur se met à la commande du four pour piloter la température. L'essai commence lorsque le feu est allumé et le premier opérateur déclenche simultanément la première itération.

Une fois synchronisées, les deux boucles restent automatiquement synchronisées tout au long de l'essai bien qu'elles fonctionnent indépendamment. D'un côté, un opérateur est à la

commande du contrôleur du four pour piloter manuellement la température en ajustant le débit du gaz. Le feedback des thermoplates dans le four rend possible le pilotage de la température suivant la courbe ISO 834. D'un autre côté, l'ordinateur avec la plateforme d'essais hybrides continue à mettre à jour les consignes de vérins de manière automatique. Via le port USB, l'ordinateur est connecté à une carte NI qui, en agissant comme l'intermédiaire, le relie à un système de contrôle de TEMA. Au cours de l'essai, ce dernier peut piloter le mouvement des vérins via une boucle PID en contrôlant le débit de l'huile dans le système hydraulique. En même temps, le TEMA reçoit les signaux des capteurs de force et les envoie à la plateforme d'essais hybrides à l'aide de la carte NI.

En dehors des boucles mécanique et thermique, le centre d'acquisition a pour but de synchroniser les données d'enregistrement issus des deux boucles en les regroupant dans un fichier commun. Indépendamment du pas de temps de l'essai hybride, les signaux de mesures des capteurs de déplacement, des thermocouples, des capteurs de force, des capteurs de température dans le four (thermoplates) ainsi que les consignes de commande sont enregistrés avec une fréquence de 0,5 Hz.

6.5 Estimation des raideurs de la PS

6.5.1 Cas d'un degré de liberté

L'estimation de la raideur de la PS s'effectue par la mesure de la force de réaction résultant du chargement appliqué par un vérin hydraulique. Le vérin se déplace à chaque 5s avec un incrément de 0,25 mm jusqu'à ce qu'il atteigne 10 mm. La force de réaction atteint une valeur maximale de 8 kN, comparable à la valeur maximale attendue lors des essais hybrides. La figure 6.9 montre la force de réaction mesurée en fonction du déplacement appliqué à un élément testé (fabriqué avec des matériaux du deuxième lot). La raideur de l'échantillon est estimée à 793,8 N/mm.

Cependant, cette estimation de la raideur est bien inférieure à celle attendue des calculs numériques ou celle issue d'un calcul analytique. En effet, lors des essais d'estimation de la raideur, la PS est une simple poutre encastrée. Sa raideur (k_{P}) peut être calculée via une formule suivante :

$$k_{\mathrm{P}} = \frac{3EI}{L^3} \tag{6.1}$$

où E, I, L désignent respectivement le module d'élasticité, le module d'inertie et la longueur de la poutre. La PS est une poutre avec une section HEA120 en acier et mesure 1,2 m en longueur. Par conséquent :

$$k_{\mathrm{P}} = \frac{3 \times (2{,}1 \times 10^{11}) \times (606{,}2 \times 10^{-8})}{1{,}2^3} = 2210{,}1 N/mm \tag{6.2}$$

La valeur de la raideur estimée expérimentalement est 3 fois inférieure à celle attendue théoriquement.

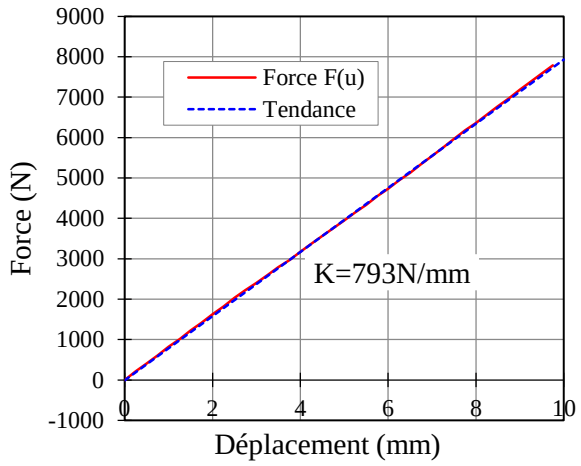
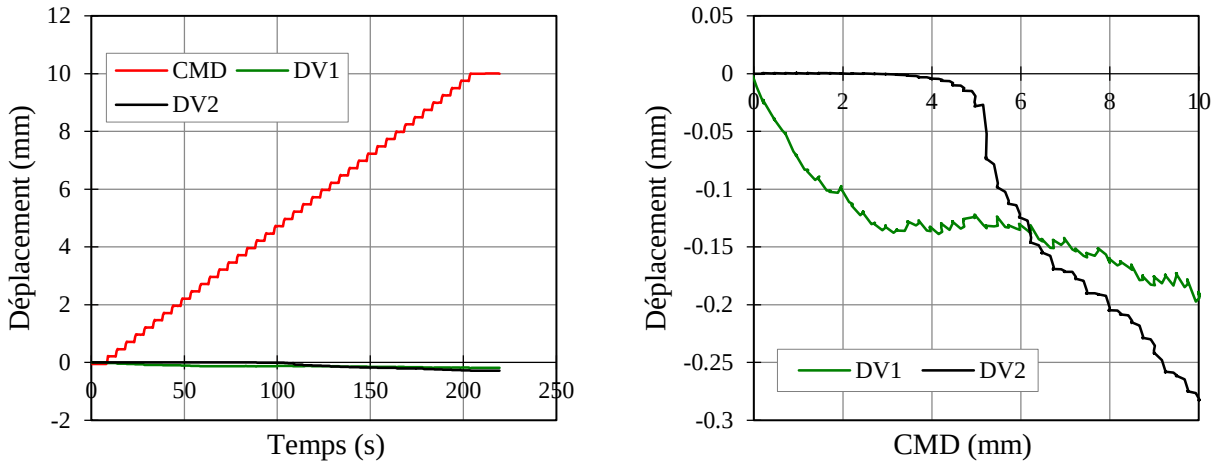


Figure 6.9. Estimation de la raideur de la PS



a) b)

Figure 6.10. Mesures des capteurs de déplacement : (a) en compagnie des consignes de vérins et (b) en se focalisant sur les capteurs DV1 et DV2

Il convient d'examiner si cette différence est issue de la déformation du châssis ou de la plaque du support d'échantillon. La figure 6.10(a) montre les mesures des capteurs de déplacement en fonction du temps obtenues lors de l'estimation de la raideur de la PS. Bien que beaucoup plus faible par rapport aux consignes du vérin, la déformation du bâti semble bien exister. La figure 6.10(b) rapporte les mesures des capteurs DV1 et DV2 en fonction des consignes du vérin. Les mouvements du châssis et de la plaque semble bien être liés au chargement appliqué à la PS. Cependant leur comportement n'est pas linéaire. Le châssis qui supporte le vérin commence à

se déformer presque soudainement depuis le début. Ensuite, cette déformation commence à stagner entre les consignes de 3 mm jusqu'à 6 mm, avant de reprendre l'augmentation à nouveau. En ce qui concerne la plaque d'acier qui supporte l'échantillon, elle ne se déforme qu'après la consigne de 3 mm.

La figure 6.11 représente la force de réaction de la PS en fonction de la consigne du vérin et de la mesure donnée par le capteur DV4. Il convient de rappeler que ce dernier mesure le déplacement de la PS par rapport au sol, ce qui exclut ainsi la déformation du châssis. Dans ce cas, la valeur estimée de la raideur de la PS est augmentée à 963 N/mm mais reste encore bien inférieure à la valeur attendue théoriquement de 2210 N/mm.

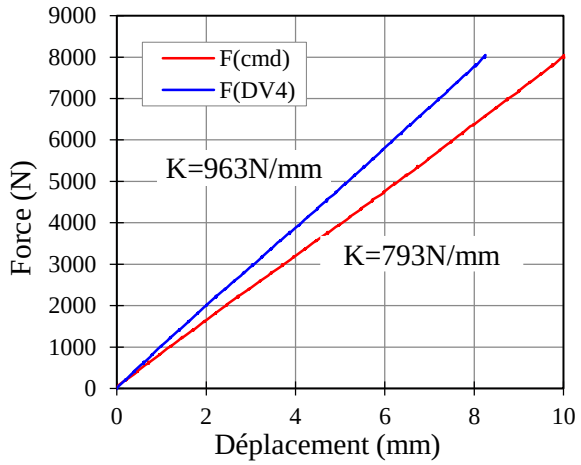


Figure 6.11. Estimation de la raideur de la PS avec la prise en compte de l'influence de la déformation du châssis

Durant les campagnes d'essai, l'origine de la faible valeur de la raideur de la PS reste non résolue. Cependant, plusieurs tests répétés montrent des résultats assez homogènes.

6.5.2 Cas de deux degrés de liberté

La matrice de raideur de la PS, notons K_{P}, peut être estimée en mesurant la force de réaction résultant du chargement appliqué. La matrice K_{P} doit satisfaire la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} k_{\mathrm{P},11} & k_{\mathrm{P},12} \\ k_{\mathrm{P},21} & k_{\mathrm{P},22} \end{pmatrix}}_{K_{\mathrm{P}}} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \tag{6.3}$$

où la direction 1 (resp. 2) désigne la direction horizontale (resp. verticale). F_1 et F_2 sont les forces mesurées, tandis que u_1 et u_2 sont des déplacements appliqués à la PS.

Pour estimer la matrice K_P , tout d'abord, la position du vérin vertical est fixée à 0 mm, tandis que le vérin horizontal se déplace :

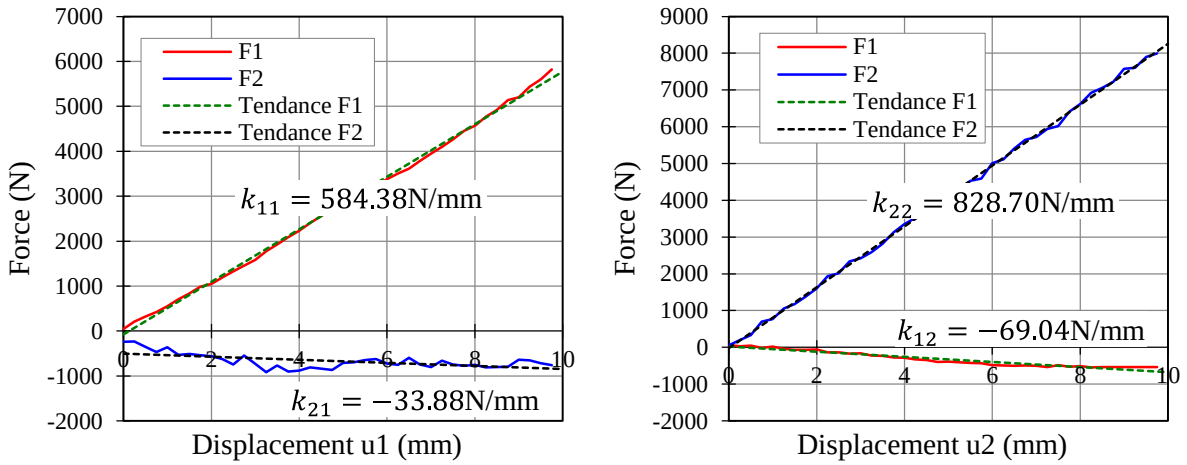
$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{P,11} & k_{P,12} \\ k_{P,21} & k_{P,22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{P,11} \cdot u_1 \\ k_{P,21} \cdot u_1 \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

Disposant des mesures de force F_1 et F_2 et de déplacement u_1, il est possible d'estimer les termes $k_{P,11}$ et $k_{P,21}$ de la première colonne de la matrice de raideur.

De la même façon, nous estimons les termes $k_{P,12}$ et $k_{P,22}$ de la deuxième colonne en déplaçant le vérin vertical tout en immobilisant le vérin horizontal.

Durant la mise en œuvre, le déplacement du vérin suit le même protocole que lors du pilotage du dispositif d'un degré de liberté : incrément de 0,25 mm tous les 5 s jusqu'à la valeur maximale de 10 mm. La figure 6.12(a) (resp. 6.12(b)) rapporte les forces mesurées en fonction du déplacement du vérin horizontal (resp. vérin vertical). Nous obtenons l'estimation de la matrice de raideur de la PS :

$$K_P = \begin{pmatrix} 58{,}38 & -69{,}04 \\ -33{,}88 & 828{,}699 \end{pmatrix} \tag{6.5}$$



a) b)

Figure 6.12. Estimation de la matrice de raideur de la PS

À travers ces estimations de raideur, il apparaît que les échantillons testés ne possèdent pas de raideurs correspondant à celle de la poutre de PS issue des structures de référence présentées aux figures 3.16 et 6.1. Cependant, ceci ne nous empêche pas réellement de poursuivre notre objectif principal qui consiste à étudier la performance de la plateforme. Les résultats obtenus des essais réalisés avec les échantillons que nous disposons seront comparés avec les solutions de référence issues des structures légèrement modifiées.

6.6 Résultats et discussions

L'organisation de cette campagne d'essai constitue un vrai défi car elle mobilise un grand nombre de dispositifs expérimentaux appartenant aux différents laboratoires :

6.6.1 1ère série d'essais hybrides à 1DDL avec la FCP

6.6.1.1 Essais à froid

Pendant les essais à froid, l'élément testé reste à la température ambiante. La NS, quant à elle, est soumise au chargement thermique comme présentée à la figure 3.17. L'influence de deux paramètres est examinée : la valeur propre λ^* et le pas de temps. Tout d'abord, deux valeurs de λ^* sont considérées : 0,1 et 0,9. Esuite, pour chaque valeur de λ^*, les essais sont répétés avec 3 différentes valeurs de pas de temps, soit 5 s ; 10 s et 20 s. Afin de pouvoir répéter les essais sur le même corps d'épreuve, nous choisissons de limiter la durée de chaque essai hybride à froid à 5 min, évitant ainsi les éventuelles déformations plastiques.

Avant la réalisation des essais avec la méthode de PI-Control, les matrices de gain L_{P} et L_{J} doivent être estimées à l'aide de l'équation (3.44), nécessitant l'estimation de la raideur de la PS. L'échantillon utilisé pour cette série d'essais est issu du premier lot des éprouvettes. L'estimation expérimentale de sa raideur donne une valeur de 974 N/mm. Comme discuté précédemment dans le Chapitre 3, il est recommandé de sous-estimer la raideur de la PS en cas des essais hybrides avec le pilotage des vérins et les erreurs mesurées en force. Ici, la valeur de $k_{\mathrm{P},0}^{\mathrm{EST}}$ est choisie égale à 900 N/mm. Dans ce cas, les valeurs de L_{P} et L_{J} peuvent être déterminées d'après l'équation (3.44). Le tableau 6.2 rapporte leur valeur correspondant à chaque valeur de λ^* :

Tableau 6.2. Les valeurs des matrices de gain en fonction des valeurs propres choisies

$\boldsymbol{\lambda^*}$	$\boldsymbol{L_{\mathrm{P}}}$	$\boldsymbol{L_{\mathrm{J}}}$
0,1	0,35	0,16
0,9	$5{,}82 \times 10^{-2}$	$2{,}91 \times 10^{-3}$

Les figures 6.14(a) et 6.14(b) présentent les résultats d'essais hybrides à froid en fonction du temps à côté des « solutions de référence ». Ces dernières sont issues de la simulation d'une structure de référence via le logiciel de calcul aux éléments finis SAFIR® (Franssen et Gernay, 2017). La figure 6.13 montre la nouvelle structure de référence qui est une structure modifiée de la structure rapportée à la figure 3.16 (structure d'étude initiale). En effet, en raison de la faible valeur de la raideur estimée de la PS, le poteau à gauche de la structure est remplacé par un ressort dont la raideur est égale à l'estimation expérimentale de 974 N/mm. Le reste de la structure reste, quant à lui, inchangé.

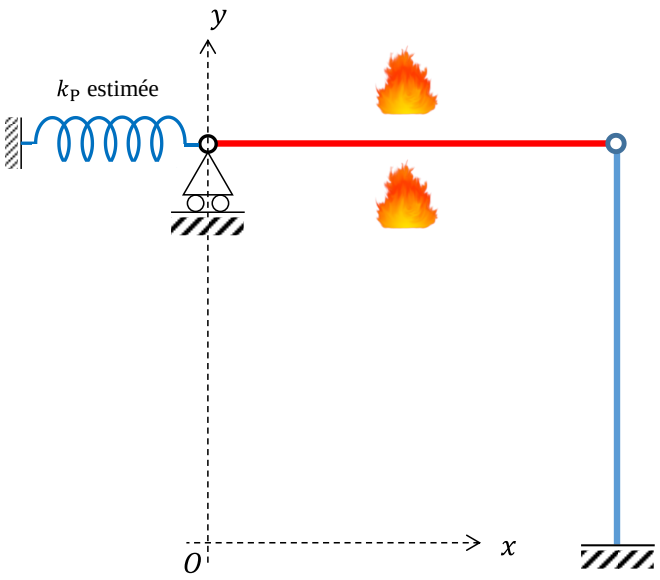


Figure 6.13. Structure de référence 2D dont la PS est remplacée par un ressort linéaire

D'après les figures 6.14(a) et 6.14(b), il convient de remarquer que la stabilité des résultats est bien assurée durant les 5 min d'essai, ce qui confirme que la nouvelle plateforme développée fonctionne bien avec le pilotage des vérins en force. Nous observons ensuite que les résultats obtenus avec la valeur propre λ^* égale à 0,1 présente presque aucun écart avec les solutions de référence, tandis que l'écart entre les solutions associées à λ^* égale à 0,9 et les solutions de référence est nettement supérieur. Comme prévu, la valeur supérieure de λ^* guarantit la stabilité en détriment de la performance des résultats. Enfin, nous pouvons nous intéresser au paramètre du pas de temps. En effet, parmi les solutions issues de λ^* égale à 0,9, celles avec le pas de temps plus petit a des écarts plus petits par rapport aux solutions de référence.

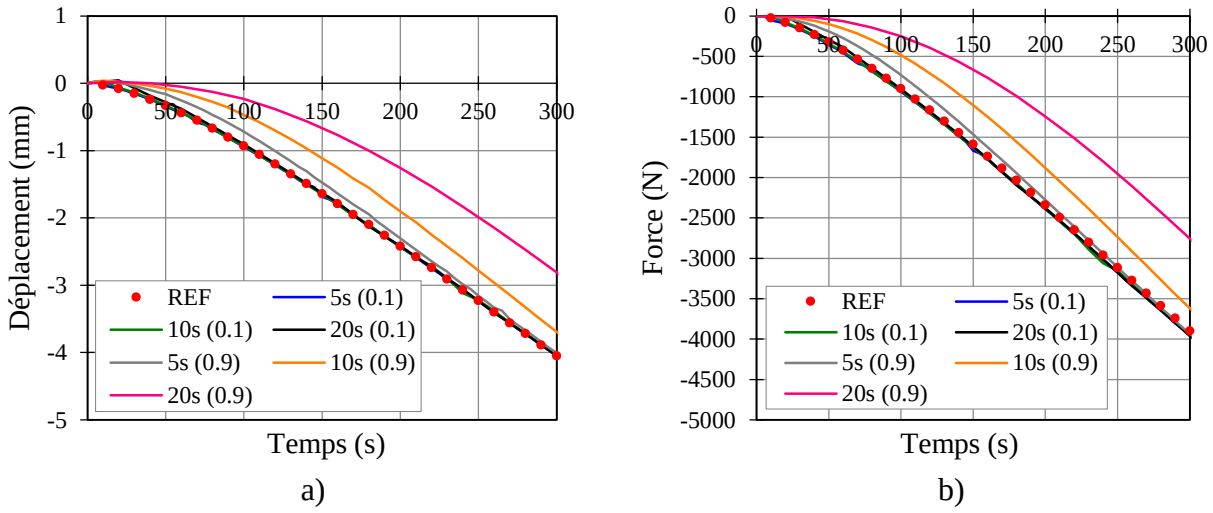


Figure 6.14. Résultats des essais hybrides à froid en fonction du temps

6.6.1.2 Essais à chaud

Cette phase de la 1ère série d'essais est réalisée d'abord avec la valeur propre λ^* égale à 0,9. Dans ce cas, les valeurs des L_P et L_J correspondant sont identiques à celles rapportées dans le tableau 6.2. La stabilité des résultats obtenus est assurée. Nous procédons ensuite à l'amélioration des résultats en réduisant la valeur de λ^* via l'équation (3.57), ce qui nécessite une estimation de la valeur de la raideur de la PS vers la fin de l'essai. Dans ce but, immédiatement après la fin de l'essai avec la λ^* égale à 0,9, nous effectuons rapidement une estimation de k_P. Les résultats sont rapportés dans figure 6.15 où les forces mesurées sont dessinées en fonction du déplacement. La raideur de la PS à 40 min est estimée à 490 N/mm.

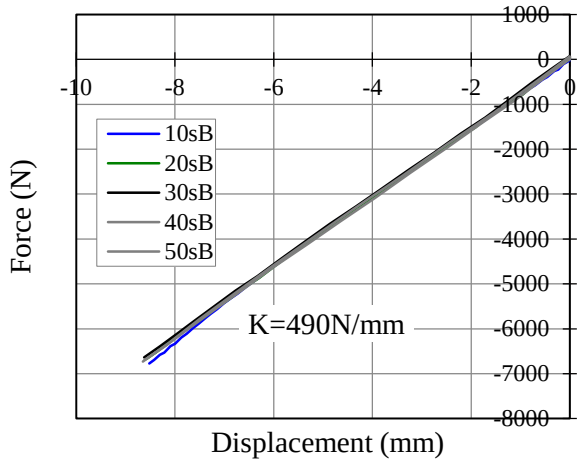


Figure 6.15. Estimation de la raideur de la PS à la fin d'essais

Disposant maintenant de l'estimation de k_P à la fin d'essai, il convient de rappeler que le rapport de raideurs des deux sous-structures r (resp. le ratio $\alpha_{\min}$) de l'équation (3.57) doit être surestimé (resp. sous-estimé) afin d'assurer la stabilité des résultats (voir la section 3.4.4). Pour ce faire, il suffit de surestimer la raideur de la PS à l'instant initial. Dans le cadre de notre étude, $k_{P,0}$ est surestimée à 1500 N/mm. Il en résulte que :

$$r = \frac{k_{P,0}^{EST}}{k_{N,0}} = \frac{1500}{2195} = 0{,}68;\ \alpha_{\min} = \frac{k_{P,40\min}}{k_{P,0}^{EST}} = \frac{490}{1500} = 0{,}33 \tag{6.6}$$

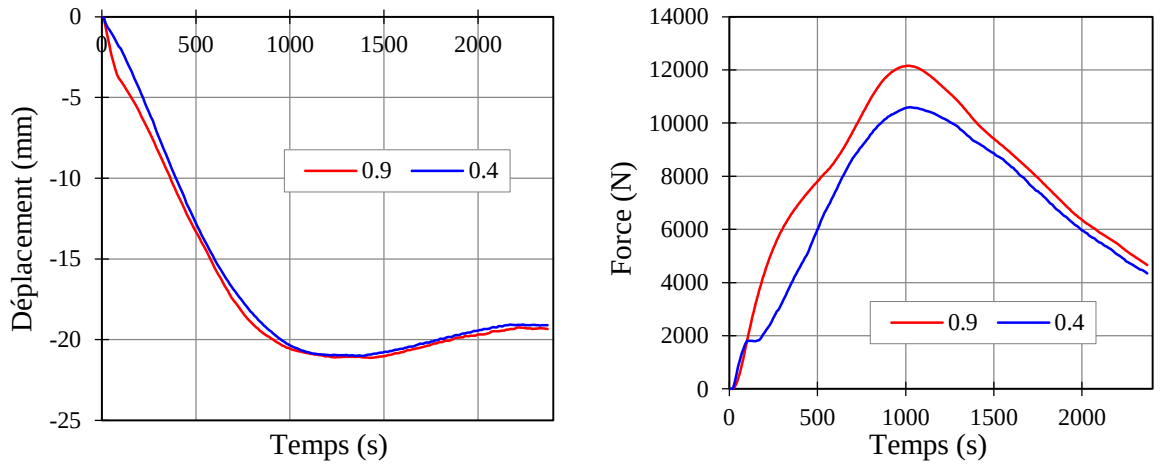
Dans ce cas, d'après l'équation (3.57) :

$$\lambda_{\min}^* > 0{,}34 \tag{6.7}$$

Nous optons la valeur de $\lambda_{\min}^*$ égale à 0,4.

Les figures 6.16(a) et 6.16(b) rapportent les résultats des essais hybrides réalisés avec la valeur propre λ^* égale à 0,9 et ceux avec λ^* égale à 0,4. La valeur du pas de temps des deux essais est

fixée à 10 s. Il convient de souligner tout d'abord que, en respectant la limite fixée par l'équation (3.57), la valeur de λ^* peut être bien réduite tout en assurant la stabilité des résultats. Ensuite, bien qu'il soit impossible de faire une comparaison fiable faute des solutions de référence, il est raisonnable d'estimer, d'après les solutions des essais à froid, que le choix de λ^* égale à 0,4 peut bien améliorer les résultats des essais. Si c'est le cas, nous remarquons d'après les figures 6.16(a) et 6.16(b) que l'élément testé semble être soumis au chargement moins important lors que λ^* est égale à 0,4 que lors que λ^* est égale à 0,9.



a) b)

Figure 6.16. Résultats des essais à chaud de la 1ère série d'essais

6.6.2 2ème série d'essais hybrides à 1DDL avec la DCP

6.6.2.1 Essais à froid

Les essais à froid pour cette 2ème série d'essais sont répétés pour 5 différents pas de temps : 10 s, 20 s, 30 s, 40 s et 50 s. La durée maximale de chaque essai se limite à 10 min.

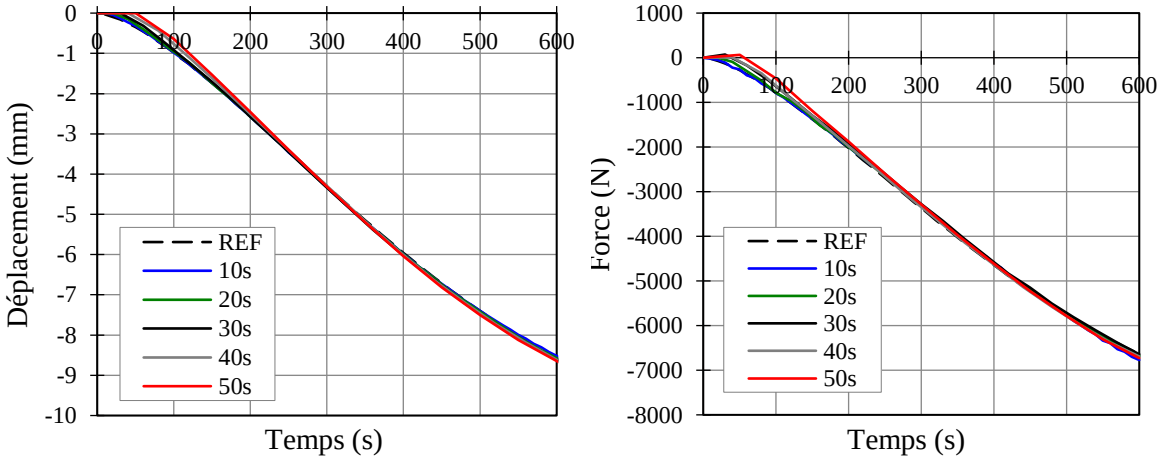
Pour déterminer les valeurs de L_{P} et L_{J}, la raideur de la PS à l'instant initial doit être estimée avant que les essais puissent commencer. Les éprouvettes de la PS testées sont fabriquées avec les matériaux issus du deuxième lot. La valeur de $k_{\mathrm{P},0}$ est estimée expérimentalement égale à 793,8 N/mm. Comme discuté lors du Chapitre 3, il est recommandé de surestimer cette valeur. Dans le cadre de notre étude cette valeur est choisie égale à 950 N/mm. Pour une valeur propre $\lambda_1^* = \lambda_2^* = \lambda^* = 0{,}1$, il en résulte d'après l'équation (3.9) que:

$$L_{\mathrm{P}} = 5{,}72 \times 10^{-7}\ \mathrm{m/N}; L_{\mathrm{J}} = 2{,}58 \times 10^{-7}\ \mathrm{m/N} \tag{6.8}$$

Les figures 6.17(a) et 6.17(b) présentent respectivement les résultats d'essais hybrides à froid à côté des résultats de référence en termes de déplacement et de force en fonction du temps. Comme lors de la 1ère série d'essais, les résultats de référence sont obtenus via la simulation

numérique de la structure de référence présentée à la figure 6.13. La valeur de la raideur de la PS est fixée égale à sa valeur obtenue expérimentalement, i.e. 793,8 N/mm.

Nous remarquons, d'après les figures, que ces résultats se coïncident sauf au tout début de l'essai où l'influence du paramètre du pas de temps est visible. Les erreurs sont plus importantes lorsque le pas de temps est augmenté. Il convient de noter toutefois que, pour notre structure étudiée, cette erreur est rapidement rattrapée.



a) b)

Figure 6.17. Résultats des essais à froid de la 2ème série d'essais

La figure 6.18 représente l'évolution de la force mesurée en fonction du déplacement imposé par le vérin à l'élément testé durant les essais. Nous notons bien que les éprouvettes restent dans le domaine élastique, ce qui semble expliquer la bonne concordance des résultats avec les solutions de référence où la PS est un ressort linéaire.

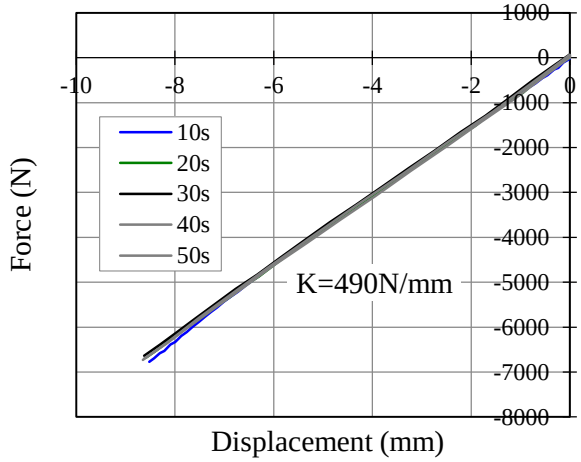


Figure 6.18. Comportement mécanique de l'élément testé

6.6.2.2 Essais à chaud

Les essais à chaud de la 2ème série sont réalisés pour une durée maximale d'une heure. Deux valeurs de pas de temps sont considérées : 20 s et 40 s. La valeur propre λ^* est égale à 0,1.

Les figures 6.19(a) et 6.19(b) présentent l'ensemble des résultats d'essais à chaud issus de la 1ère et la 2ème série d'essais. Avec les corps d'épreuve issus de deux lots différents, il convient de rappeler que les raideurs de la PS pour les deux séries sont sensiblement différentes. Par conséquent, les résultats obtenus se rassemblent bien selon leur série d'essai, ce qui représente le caractère spécifique des essais hybrides : le changement du comportement de la PS entraîne le changement des conditions aux limites qui doivent y être appliquées.

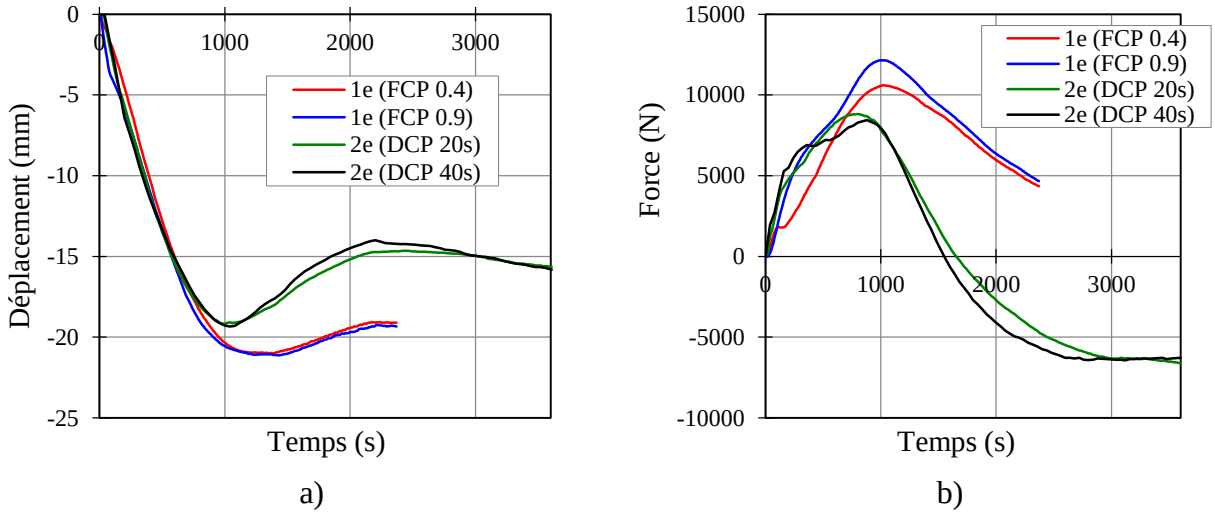


Figure 6.19. Résultats des essais à chaud de la 2ème série d'essais en compagnie de la 1ère série d'essais en fonction du temps d'exposition au feu

En effet, ces conditions aux limites sont issues directement de l'interaction entre l'élément testé et le reste de la structure qui l'entoure :

- Du début vers 1000 s, seule la semelle inférieure de la poutre de la PS est exposée directement au feu. Par conséquent, l'élément testé se déforme à gauche (voir la figure 3.16) sous l'effet bilame. Pendant ce temps, le reste de la structure est soumis également au chargement thermique et a tendance aussi à déplacer le point d'interface à gauche. Les résultats d'essais durant cette période résultent du fait que le reste de la structure se déforme moins vite que la PS, ainsi essaie de retenir la PS. En d'autres termes, le reste de la structure tire la poutre vers la droite toute en se déplaçant à gauche.

- Par la suite, nous observons que les déplacements commencent à se stabiliser, tandis que les forces changent progressivement leur direction. Ceci peut être expliqué par le fait que la poutre de la PS qui ne se déforme plus à gauche car la température devient

plus uniforme, ce qui conduit à diminuer l'effet bilame. Cependant, la dilatation thermique du reste de la structure continue à évoluer. Les résultats d'essais de cette période résultent du fait que la poutre testée essaie de résister à l'influence du reste de la structure (qui continue à se déformer et la pousser à gauche).

6.6.3 3ème série d'essais hybrides à 2DDL avec la DCP

6.6.3.1 Essais à froid

La 3ème série d'essais démarre avec la phase où l'élément testé reste à la température ambiante et le reste de la structure est exposé au chargement thermique dans les mêmes conditions que celles présentées à la figure 6.2. Les essais sont effectués pour 4 valeurs de pas de temps : 10 s; 20 s; 30 s et 40 s. Chaque essai a une durée d'une heure.

La mise en œuvre des essais nécessite les matrices de gain. Pour déterminer leur valeur appropriée, la matrice de raideur de la PS est surestimée à :

$$K_{\mathrm{P}} = \begin{pmatrix} 6 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 9{,}5 \times 10^5 \end{pmatrix} \mathrm{N/m} \tag{6.9}$$

Le calcul des matrices de gain s'effectue via le logiciel Mathematica (Wolfram, 2022). En choisissant les valeurs propres de la matrice d'état : 0,1 ; 0,1 ; 0 ; 0, les matrices de gains obtenue sont:

$$L_{\mathrm{P}} = \begin{pmatrix} 1{,}38 & 0 \\ 0 & 0{,}33 \end{pmatrix} \times 10^{-7}\mathrm{m/N}; L_{\mathrm{J}} = \begin{pmatrix} 9{,}85 & 0 \\ 0 & 1{,}15 \end{pmatrix} \times 10^{-7}\mathrm{m/N} \tag{6.10}$$

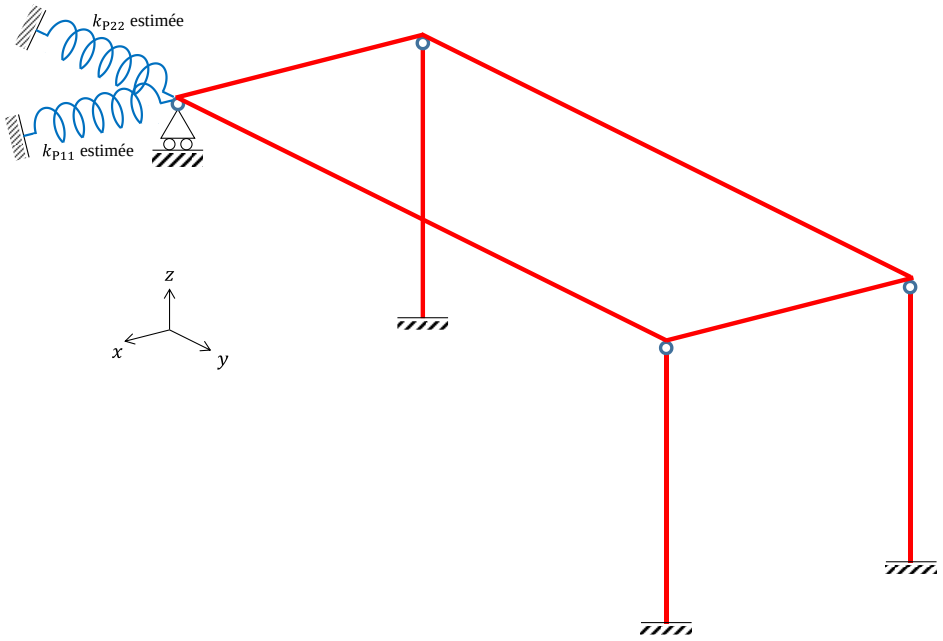


Figure 6.20. Structure de référence où la PS est remplacée par deux ressorts linéaires

Compte tenu de la différence entre l'élément testé réel et son modèle, la structure complète de la figure 6.1 est remplacée par une nouvelle structure rapportée dans la figure 6.20. La poutre testée est remplacée par deux ressorts linéaires qui suivent la direction x et la direction y. Les deux ressorts disposent repectivement d'une valeur de raideur de 584,38 N/mm et 828,70 N/mm conformément aux termes diagonaux de la matrice de raideur de la PS estimée expérimentalement. Dans ce contexte, il convient de remarquer que les termes non diagonaux de la matrice de raideur, i.e. $k_{P,12}$ et $k_{P,21}$, sont tout d'abord négligés. Leur influence est sujet aux discussions plus tard dans la section. Les solutions de référence de cette nouvelle structure est obtenues via les calculs de structures en 3D avec le logiciel SAFIR (Franssen et Gernay, 2017).

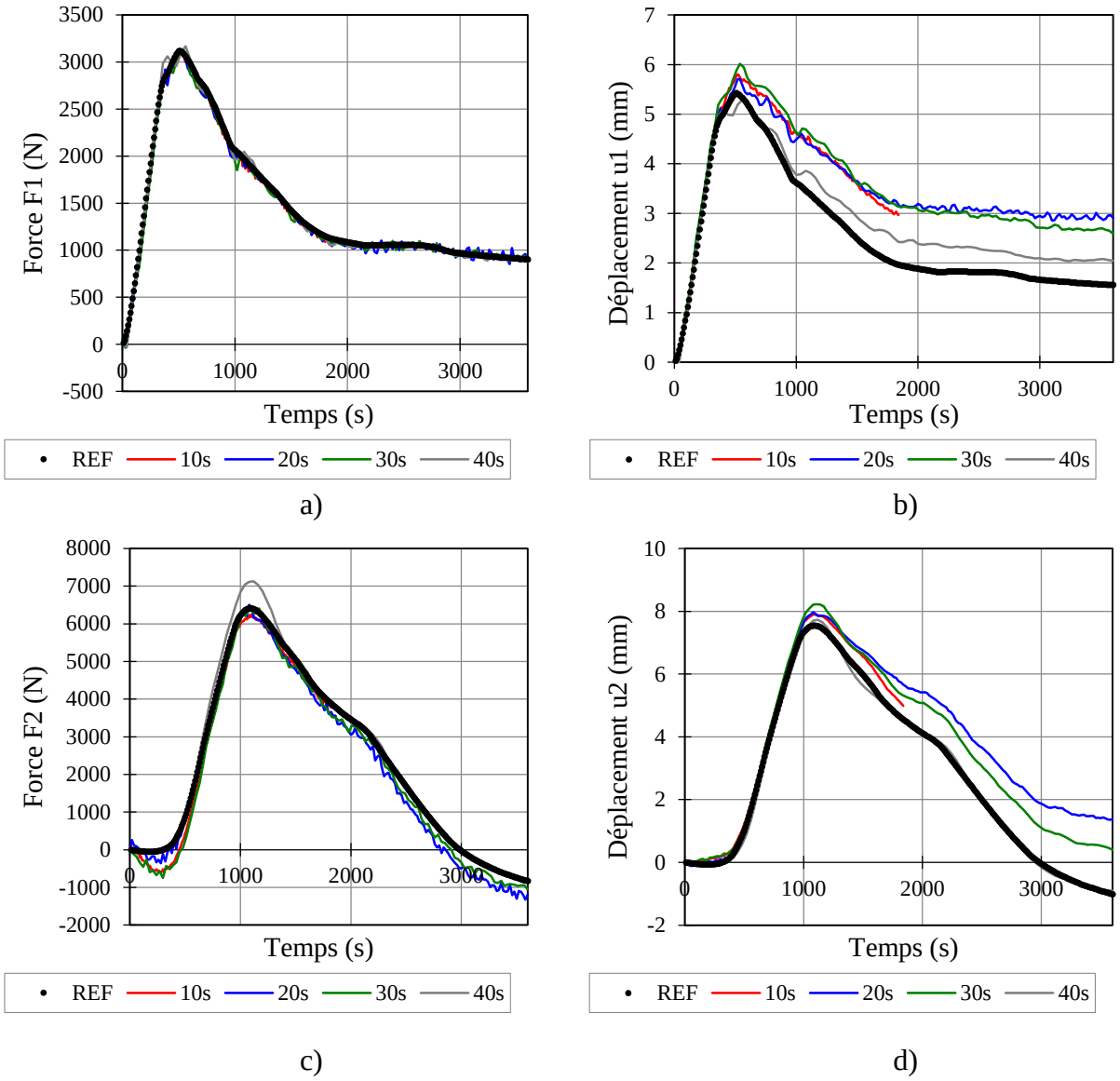
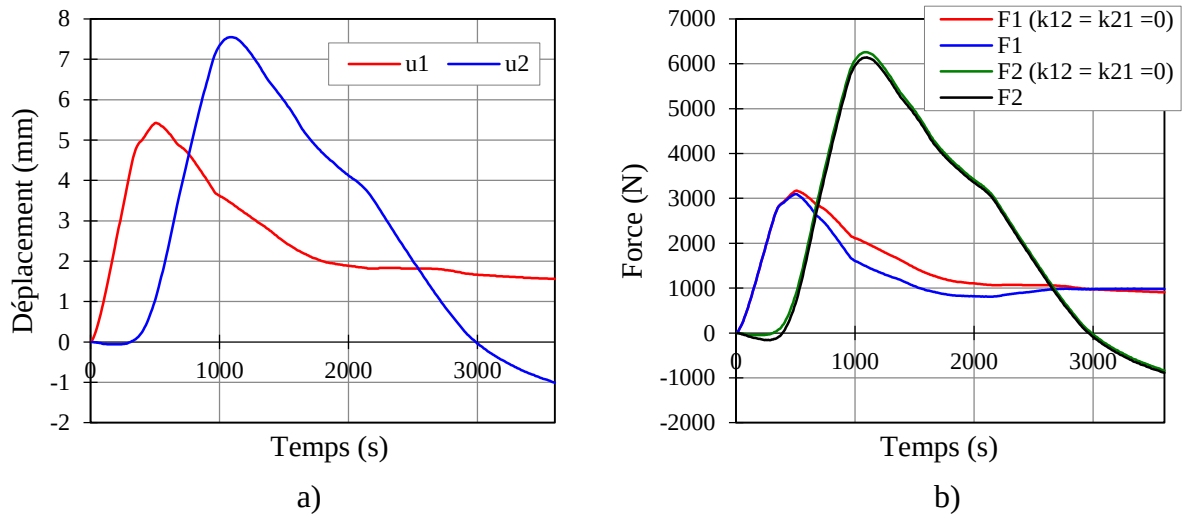


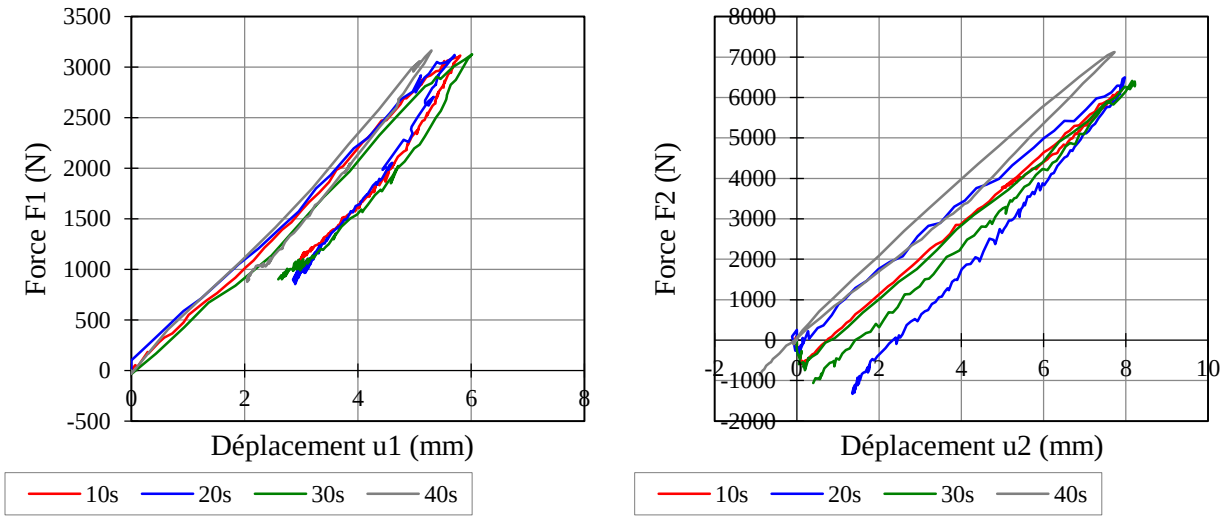
Figure 6.21. Résultats des essais à froid de la 3ème série d'essais : direction 1 en force (a) et en déplacement (b) ; direction 2 en force (c) et en déplacement (d)

Les figures 6.21(a)-(d) rapportent les résultats des essais hybrides à froid en compagnie des solutions de référence. Nous remarquons avant tout que les essais ne présentent pas de problème d'instabilité. La nouvelle plateforme ainsi que le nouveau dispositif expérimental développés fonctionnent avec un pilotage de deux vérins.



a) b)

Figure 6.22. Solutions de référence dans les deux directions : (a) en déplacement ; (b) en force issues des calculs avec et sans termes non diagonaux de la matrice de raideur



a) b)

Figure 6.23. Forces mesurées en fonction du déplacement de l'élément testé suivant la direction 1 (a) et la direction 2 (b)

Les résultats d'essais hybrides sont en concordance avec les solutions de référence dès le début de l'essais jusqu'à environ 500 s dans la direction 1 et jusqu'à 1000 s pour la direction 2. Ensuite, les écarts entre les solutions des essais et les solutions de référence semblent apparaître progressivement notamment au niveau des déplacements (voir les figures 6.21(b) et 6.21 (d)). Il faut toutefois noter que les résultats correspondant au pas de temps de 40 s semblent rester plus concordants aux solutions de référence que ceux des autres valeurs de pas de temps.

La figure 6.22(a) dessine, en fonction du temps, les solutions de référence en déplacement selon les deux directions. En l'absence des déformations thermiques, les solutions de référence en force peuvent être obtenues simplement en multipliant le vecteur de déplacement avec la matrice de raideur. La figure 6.22(b) compare les forces issues du calcul qui néglige les termes non diagonaux de la matrice de raideur, i.e. $k_{\mathrm{P},12} = k_{\mathrm{P},21} = 0$, avec le calcul où ces termes sont pris en compte, i.e. $k_{\mathrm{P},12} = -69{,}04$N/mm et $k_{\mathrm{P},21} = -33{,}88$N/mm.

Ces résultats appellent les commentaires suivants :

- Depuis le début jusqu'à environ 500 s, les valeurs de déplacement u_2 et de force F_2 restent pratiquement nulles, alors que les valeurs de déplacement u_1 et F_1 sont toutes positives, ce qui signifie que l'élément testé n'est subi à l'action du reste de la structure que suivant la direction 1. Dans ce cas, nous remarquons d'après la figure 6.22(b) que les termes non diagonaux de la matrice de raideur n'ont pas d'impact sur les résultats. Par conséquent, les résultats des essais hybrides sont en concordance avec les solutions de référence peu importe la valeur de pas de temps (voir la figure 6.21).

- De 500 s à 1000 s environ, le déplacement u_2 et la force F_2 commencent à prendre les valeurs positives, i.e. le reste de la structure commence à appliquer le chargement vers l'élément testé dans la direction 2 en plus de la direction 1. La présence de l'interaction suivant la direction 2 semble exposer l'influence des termes non diagonaux de la matrice de raideur dans le calcul des F_1 étant donné que leur courbe s'écarte (voir la figure 6.22(b)). Néanmoins, cette influence semble être absente pour le calcul des F_1. Par conséquent, nous remarquons sur les figures 6.21(a)-(d) que les résultats d'essais hybrides sont en concordance suivant la direction 2, alors que les courbes de F_1 commencent à s'écarter après avoir dépassé le pic. La figure 6.23(a) présente la force F_1 en fonction de u_1. Nous constatons en effet que, parmi les 4 essais étudiés, la presence du chargement suivant la direction 2 semble perturber l'application du chargement dans la direction 1, ce qui fait que le comportement de la PS n'est plus linéaire et semble y rester jusqu'à la fin des essais.

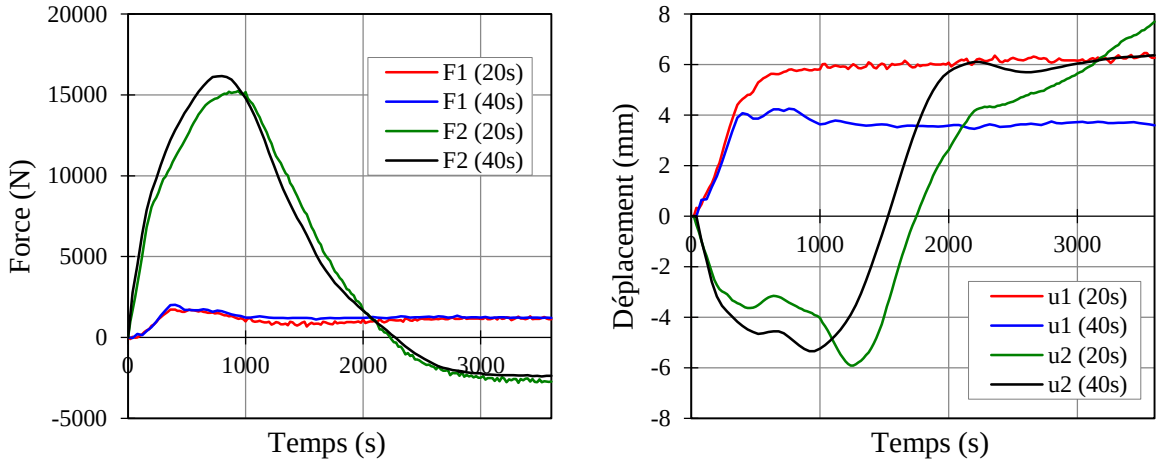
- De 1000 s jusqu'à la fin des essais, il convient d'observer que les résultats d'essais hybrides suivant la direction 2 eux aussi commencent à s'écarter des solutions de référence (voir les figures 6.21(a)-(d)), alors que l'influence des termes non diagonaux semble rester non significatif d'après la figure 6.22(a). Avec l'influence très limitée

issue des chargements dans la direction 1, les perturbations dans la direction 2 semble résulter du début de la plastification. En effet, la figure 6.22(b) présente la force F_2 mesurée de la PS en fonction du déplacement u_2. Nous remarquons sur cette figure que, parmi les 4 essais réalisés, seule la trajectoire de l'essai avec le pas de temps de 40s semble retrouver son point d'origine vers la fin. Ceci semble bien cohérent avec les résultats présentés à la figure 6.23(b) où les courbes correspondant au pas de temps de 40 s concordent aux solutions de référence mieux que celles avec les autres pas de temps.

6.6.3.2 Essais à chaud

La 3ème série d'essais est complétée par des essais à chaud. Chaque essai est réalisé pendant une heure. Deux valeurs de pas de temps sont étudiées : 20 s et 40 s. Les solutions obtenues en force et en déplacement sont rapportées dans les figures 6.24(a) et 6.24(b).

D'après ces figures, il convient de constater tout d'abord que la stabilité des résultats est toujours assurée même lorsque la PS est exposée au feu ISO, ce qui montre à nouveau le bon fonctionnement de la plateforme et des dispositifs expérimentaux.



a) b)

Figure 6.24. Solutions des essais à chaud de la 3ème série d'essais

Ensuite, d'après la figure 6.24(a), nous observons une distinction apparente entre la direction 2 (i.e. la direction forte de la poutre testé) par rapport à la direction 1 (i.e. la direction faible de la poutre testée). Les forces mesurées dans la direction 2 est plus élevées que celles dans la direction 1 bien que les valeurs maximales des consignes de déplacements semblent peu distinctives.

De plus, en examinant l'influence des deux valeurs du pas de temps, il convient de noter que leurs solutions semblent se concorder bien notamment au début de l'essai avant de

progressivement s'écarter à partir d'environ 300 s. En l'absence de solutions de référence, il est impossible de comparer les deux résultats. Cependant, il est possible toutefois de noter que les résultats d'essais avec le pas de temps de 20 s semblent comporter plus de petites oscillations que ceux avec le pas de temps de 40 s. Ce phénomène mérite d'être analysé davantage avec les résultats des autres futurs essais avant de pouvoir tirer une conclusion plus claire.

6.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la faisabilité de la mise en œuvre des essais hybrides avec les dispositifs expérimentaux du laboratoire. Avec la méthode de PI-Control, la nouvelle plateforme développée a montré ses capacités de mener les essais hybrides sur des poutres d'acier exposées au « vrai » feu d'un four à gaz. Sa mise en œuvre repose sur les dispositifs issus des usages courants, ce qui rend facilement accessible la généralisation de telle l'approche.

Trois séries d'essais ont été réalisées avec différentes méthodes de pilotage des vérins ains qu'avec différents nombres de degré de liberté de l'interaction entre les deux sous-structures. La première série d'essais est réalisée sur une structure 2D avec le pilotage des vérins en force, tandis que la 2ème série d'essais étudie le cas du pilotage en déplacement. Les essais hybrides sur une structure 3D nécessitant le pilotage de plusieurs vérins en même temps sont sujet de la 3ème séries d'essais.

Chaque série d'essais comporte deux phases d'étude. La première phase à froid avec l'élément testé restant à la température d'ambiante, nous renseigne des éventuelles erreurs à ajuster mais nous servent également comme des études paramétriques en compagnie des solutions de référence. Quant aux phases d'essais à chaud où l'élément testé est exposé au feu, elles nous permettent de tirer quelques conclusions indispensables sur la faisabilité et la complexité de la mise en œuvre des méthodes d'essais hybrides.

Chapitre 7
Conclusions et perspectives

7.1 Conclusions

Les essais courants évaluent la résistance au feu des éléments de structure de bâtiment de manière isolée. Ce type d'essais ne permet pas de prendre en compte l'interaction entre l'élément testé avec le reste de la structure.

L'objectif de la thèse est de proposer une méthodologie fiable pour la réalisation des essais hybrides qui permettent d'évaluer le comportement au feu des éléments de structure dans leur configuration plus réaliste que celle des essais courants. Un grand nombre de méthodes théoriques sont proposées dans la littérature, mais la mise en œuvre de telles méthodes reste encore un sujet complexe et limite la généralisation de leur usage.

La première phase des travaux présentés dans ce mémoire concerne essentiellement les études des différents algorithmes permettant d'assurer une bonne synchronisation entre les dispositifs expérimentaux de la partie testée et le logiciel de simulation de la partie numérique. Les performances de ces méthodes sont sujets aux comparaisons via des analyses théoriques ainsi que des exemples numériques.

Dans un premier temps, nous avons examiné les problèmes d'instabilité des résultats qui peuvent être engendrés par les essais réalisés avec les méthodes classiques. Souvent associée à l'instabilité des résultats, la notion de « divergence » des essais peut occasionner des ambiguïtés lors de l'interprétation des résultats. À travers un système simple composé de deux ressorts, nous avons réexaminé les facteurs qui influencent la stabilité des résultats. Outre le rapport de raideurs des deux sous-structures, nous avons démontré comment les solutions de référence peuvent influencer les résultats d'essais et comment il est impossible d'atteindre la solution idéale. Ensuite, nous avons proposé une nouvelle notion de la « divergence limitée » où il est montré via des exemples d'essais virtuels que l'instabilité des résultats peut être absente alors que la divergence est théoriquement attendue.

Nous nous sommes focalisés dans un deuxième temps aux méthodes de PI-Control. En s'inspirant de la version proposée dans la littérature, notre contribution consiste à étendre son domaine d'application. Les méthodes de PI-Control peuvent ainsi se décliner en 4 options selon le mode de pilotage des vérins et la mesure des erreurs. Pour chaque option, les conditions de stabilité des résultats sont analysées de manière systématique. Peu importe le mode du pilotage des vérins en déplacement ou en force, il est recommandé de privilégier les options avec les erreurs mesurées en force. En cas du pilotage de vérins en force, une formule a été ensuite proposée pour aider les utilisateurs à choisir les bonnes valeurs propres λ^*.

Par la suite, ces 4 options de méthodes de PI-Control ont été confrontées aux méthodes classiques et aux méthodes classiques de nouvelle génération précédemment étudiées. Ces comparaisons nous ont permis de mettre en lumière les liens étroits entre ces différentes méthodes. Nous avons retrouvé les conditions de stabilité des résultats qui sont semblables à celles discutées précédemment :

- S'agissant d'un cas particulier des méthodes de PI-Control avec les vérins pilotés et les erreurs mesurées en déplacement (resp. force), les méthodes classiques avec les vérins pilotés en déplacement (resp. force) sont *inconditionnellement* stables, i.e. la stabilité des résultats dépend du ratio des raideurs des sous-structures qui peut être évolué au cours de l'essai.

- Liées aux méthodes de PI-Control avec les vérins pilotés en déplacement et les erreurs mesurées en force, les méthodes classiques de nouvelle génération avec le pilotage des vérins en déplacement sont *conditionnellement* stables, i.e. la stabilité des résultats est indépendante du ratio des raideurs des sous-structures, tant que la raideur de la PS est surestimée.

Nous nous intéressons également aux méthodes classiques de nouvelle génération avec les vérins pilotés en force qui sont jusqu'à aujourd'hui encore assez peu étudiées. Ces méthodes peuvent s'associer aux méthodes de PI-Control avec les vérins pilotés en force et les erreurs mesurées en déplacement. La stabilité des résultats dépend de l'évolution des raideurs des deux sous-structures.

La deuxième phase des travaux se focalise sur l'application expérimentale des méthodes d'essais hybrides afin d'étudier la faisabilité de ces méthodes, notamment la performance de la nouvelle plateforme de communication développée.

Il faut noter tout d'abord que la campagne d'essais hybrides sur le four à gaz peut nécessiter des longs travaux de préparation. Nous avons ainsi développé dans le cadre de cette thèse un nouveau dispositif expérimental à petite échelle dont la PS est un ressort linéaire. Bien que sa dimension soit réduite, le dispositif à petite échelle est conçu de manière que la nature de communication avec la plateforme d'essai reste très similaire à celle lors des essais à l'échelle plus grande. Cela nous a permis de mieux comprendre le fonctionnement de la plateforme lors de sa mise en œuvre et de corriger en amont des éventuelles erreurs. Ce dispositif a la particularité de pouvoir prendre en compte la déformation thermique de l'élément testé. En l'absence de feu, nous avons introduit la déformation thermique de la PS via un vérin électrique supplémentaire. Des séries d'essais avec les méthodes classiques de nouvelle génération ont été réalisées et les résultats obtenus ont été comparés avec ceux des essais virtuels, ce qui nous a permis de valider le bon fonctionnement de la nouvelle plateforme.

Enfin, la plateforme a été utilisée pour mener une campagne d'essais hybrides sur des poutres d'acier. La campagne d'essais comporte 3 séries d'essais. La première série examine la faisabilité des méthodes de PI-Control avec les vérins pilotés en force. La structure étudiée est un portique simple. La deuxième série d'essais étudie la même structure avec le mode de pilotage des vérins en déplacement. Les essais sont répétés pour différentes valeurs de pas de temps. La dernière série d'essais considère, quant à elle, le cas d'une structure 3D. Pour ce faire, nous avons conçu dans le cadre de cette thèse un dispositif expérimental capable de piloter simultanément deux vérins. Il convient également de noter que chaque série d'essais se divise en deux phases : les essais à froid où la PS reste à la température ambiante et les essais à chaud où la PS est exposée au feu.

Les résultats de ces campagnes d'essais nous montrent que les outils développés sont bien opérationnels. Durant la phase d'analyse, il semble que la valeur de la raideur de la PS est bien différente de celle prévue. Toutefois, des comparaisons fiables des résultats sont rendues possible grâce à l'ajustement du modèle en remplaçant la PS par des ressorts. Cela nous a permis de tirer quelques conclusions intéressantes sur la faisabilité et la complexité de la mise en œuvre des méthodes d'essais hybrides.

7.2 Perspectives

Un certain nombre de perspectives peuvent être envisagé pour les éventuels futurs travaux de prolongement de ce sujet de recherche. En effet, il a été montré ici que les méthodes de PI-Control constituent une option à privilégier car elles présentent à la fois un caractère « généraliste » en englobant les autres méthodes connues jusqu'à ce jour et, en même temps, leur mise en œuvre reste accessible avec les outils courant dans des laboratoires. Sur le plan théorique, la stabilité des résultats en cas d'un degré de liberté peut être considérée comme bien étudiée. Dans le futur, il est ainsi intéressant d'élargir nos connaissances en examinant le cas du pilotage de plusieurs vérins. De plus, nous pourrons également envisager des approches plus sophistiquées comme par exemple les méthodes dites « adaptatives », i.e, les matrices de gains de la boucle de PID peuvent s'évoluer au cours des essais.

Sur le plan expérimental, il convient de reconnaître que le dispositif à petite échelle a fait preuve d'utilité, non seulement pour évaluer la performance de la plateforme, mais aussi pour réaliser les études paramétriques à faible coût. Pour le futur développement, nous pouvons envisager des améliorations du dispositif notamment au niveau de la précision, e.g. en réduisant la friction via un système de roues et en utilisant les vérins électriques qui disposent d'une meilleure précision.

Enfin, suite aux travaux présentés ici, nous disposons maintenant un outil opérationnel nous permettant de réaliser les essais hybrides. Le moment est arrivé de nous servir de cet outil dans les études de cas plus réalistes afin d'enrichir nos connaissances scientifiques. Dans ce cas, le dispositif expérimental actuel peut nécessiter d'être modifié afin de mieux s'adapter aux futurs

cas d'étude. En outre, il peut également être nécessaire de réduire le temps de simulation de la partie numérique. En effet, souvent limité par le temps du calcul de la NS, le pas de temps des essais hybrides doit être réduit autant que possible afin de pouvoir obtenir des résultats satisfaisants. Plusieurs pistes pourraient être examinées comme par exemple la substitution du modèle classique d'éléments finis de la NS par des modèles issus de l'apprentissage machine. De plus, il serait intéressant de traiter cette question conjointement avec les études d'incertitude, qui n'ont pas pu être étudiées dans le cadre des travaux présentés ici.

Bibliographie

ABAQUS. (2011). *ABAQUS/Standard user's manual, Dassault Systèmes Simulia Corporation*. Dassault Systèmes Simulia Coorporation.

Abbiati, G., Covi, P., Tondini, N., Bursi, O. S. et Stojadinović, B. (2020). *A real-time hybrid fire simulation method based on dynamic relaxation and partitioned time integration*. Journal of Engineering Mechanics, 146(9), 04020104. https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001826.

Blakeborough, A., Williams, M., Darby, A. et Williams, D. (2001). *The development of real–time substructure testing*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 359(1786), 1869-1891.

British Steel. (1999). *The behaviour of multi-storey steel framed buildings in fire*. British Steel. ISBN 978-0-900206-50-4.

Darby, A., Blakeborough, A. et Williams, M. (1999). *Real-time substructure tests using hydraulic actuator*. Journal of Engineering Mechanics, 125(10), 1133-1139.

Darby, A., Blakeborough, A. et Williams, M. (2001). *Improved control algorithm for real-time substructure testing*. Earthquake engineering & structural dynamics, 30(3), 431-448.

Dermitzakis, S. N. et Mahin, S. A. (1985). *Development of substructuring techniques for on-line computer controlled seismic performance testing*. Engineering Research Center.

Elliott, C., Vijayakumar, V., Zink, W. et Hansen, R. (2007). *National Instruments LabVIEW: A Programming Environment for Laboratory Automation and Measurement*. JALA: Journal of the Association for Laboratory Automation, 12(1), 17-24. https://doi.org/10.1016/j.jala.2006.07.012.

EN 1991-1-2. (2002). *Eurocode 1: actions on structures. part 1-2: general actions-actions on structures exposed to fire*.

EN 1993-1-2. (2005). *Eurocode 3: design of steel structures. part 1-2: general rules – structural fire design*.

Farhat, C. et Roux, F.-X. (1991). *A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 32(6), 1205-1227. https://doi.org/10.1002/nme.1620320604.

Franssen, J.-M. et Gernay, T. (2017). *Modeling structures in fire with SAFIR ® : theoretical background and capabilities*. Journal of Structural Fire Engineering, 8(3), 300-323. https://doi.org/10.1108/JSFE-07-2016-0010.

Grolimund, R. (2019). *Consolidated Fire Analysis - Towards Coupled Numerical-Experimental Analysis of Fire-Exposed Structures with Stability Problems*. ETH Zurich. . Thèse de doctorat.

Grolimund, R. et Fontana, M. (2019). *Consolidated Fire Analysis - a Coupled Experimental and Numerical Framework for the Analysis of Steel Structures Subjected to Fire*. Proceedings of the 3rd International Fire Safety Symposium. Ottawa, Ontario, Canada.

Hakuno, M., Shidawara, M. et Hara, T. (1969). *Dynamic destructive test of a cantilever beam, controlled by an analog-computer*, 1969(171), 1-9. Proceedings of the Japan society of civil engineers, Japan Society of Civil Engineers.

Horiuchi, T., Inoue, M., Konno, T. et Namita, Y. (1999). *Real-time hybrid experimental system with actuator delay compensation and its application to a piping system with energy absorber*. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 28(10), 1121-1141.

Iea, B., Pham, D. T., Pinoteau, N. et Caron, J.-F. (2022). *PI-Control Hybrid Fire Testing with Force-Controlled Procedure*. Experimental Techniques. https://doi.org/10.1007/s40799-021-00540-7.

Iea, B., Pham, D. T., Pinoteau, N., Mege, R. et Caron, J.-F. (2020). *Influence of time step on stability of the hybrid fire testing in a limited divergence zone*. Proceedings of the 11th International Conference on Structures in Fire. Brisbane, Australia.

Iemura, H., Igarashi, A. et Takahashi, Y. (1999). *Substructured hybrid techniques for actuator loading and shaking table tests*, 821-826. Proceedings of the First International Conference on Advances in Structural Engineering and Mechanics.

Igarashi, A., Iemura, H. et Suwa, T. (2000). *Development of substructured shaking table test method*. Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering.

Korzen, M., Magonette, G. et Buchet, P. (1999a). *Mechanical loading of columns in fire tests by means of the substructuring method*. 8th International Conference on Fire Science & Engineering interflam. Edinburgh, Scotland.

Korzen, M., Magonette, G. et Buchet, P. (1999b). *Mechanical loading of columns in fire tests by means of the substructuring method*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 79, S617-S618.

Korzen, M., Neves, C., Rodrigues, J. P. C. et Valente, J. C. (2006). *Behaviour in fire of thermally restrained compressed steel members experimental and numerical approach*. Proceedings of the Fourth International Workshop Structures in Fire, SiF ’06, 1, 273-286.

Korzen, M., Rodrigues, J. P. C. et Correia, A. M. (2010). *Composite Columns Made of Partially Encased Steel Sections Subjected to Fire*. Proceedings of the 6th International Conference on Structures in Fire. Lancaster, Pennsylvania, USA.

Korzen, M., Ziener, K.-U. et Riemer, S. (2002). *Some remarks on the substructuring method applied to fire resistance tests of columns*. World Congress on Housing, Housing Construction-An Interdisciplinary Task. Coimbra, Portugal.

Lee, S.-K., Park, E. C., Min, K.-W., Lee, S.-H., Chung, L. et Park, J.-H. (2007). *Real-time hybrid shaking table testing method for the performance evaluation of a tuned liquid*

damper controlling seismic response of building structures. Journal of Sound and Vibration, 302(3), 596-612.

McCrum, D. P. et Williams, M. S. (2016). *An overview of seismic hybrid testing of engineering structures*. Engineering Structures, 118, 240-261. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.03.039.

Mergny, E. (2021). *Multi-degree-of-freedom hybrid fire testing in a non-linear environment*. Université de Liège. Liège, Belgique. Thèse de doctorat.

Mergny, E., Drion, G. et Franssen, J.-M. (2020). *Stability in hybrid fire testing using PI control*. Experimental Techniques. https://doi.org/10.1007/s40799-020-00375-8.

Mergny, E., Drion, G., Gernay, T. et Franssen, J.-M. (2018). *A PI-controller for hybrid fire testing in a non-linear environment*. Proceedings of the 10th International Conference on Structures in Fire. Belfast, United Kingdom.

Mergny, E. et Franssen, J.-M. (2020). *Real-time multi degrees of freedom hybrid fire testing using PI control*. Proceedings of the 11th International Conference on Structures in Fire. Brisbane, Australia.

Moore, D. (1997). *Full-scale fire tests on complete buildings*, 3-15. Proceedings of the 2nd Cardington conference: Fire, static and dynamic tests of building structure.

Mostafaei, H. (2013a). *Hybrid fire testing for assessing performance of structures in fire—application*. Fire Safety Journal, 56, 30-38. https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2012.12.003.

Mostafaei, H. (2013b). *Hybrid fire testing for assessing performance of structures in fire—methodology*. Fire Safety Journal, 58, 170-179. https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2013.02.005.

Nakashima, M. (1990). *Integration techniques for substructure pseudo-dynamic test*. Proceeding of the 4th US National Conference on Earthquake Engineering, 515-524.

Nakashima, M., Kato, H. et Takaoka, E. (1992). *Development of real-time pseudo dynamic testing*. Earthquake engineering & structural dynamics, 21(1), 79-92.

Nakashima, M. et Masaoka, N. (1999). *Real-time on-line test for MDOF systems*. Earthquake engineering & structural dynamics, 28(4), 393-420.

Nakashima, M. et Takai, H. (1985). *Computer-actuator online testing using substructure and mixed integration techniques*. Proceeding of the 7th Symposium on the Use of Computers in Building Structures, Architectural Institute of Japan, 205-210. Tokyo, Japan.

OpenFresco. (2016). *Open Framework for Experimental Setup and Control*. http://openfresco.neesforge.nees.org.

OpenSees. (2016). *Open System for Earthquake Engineering Simulation*. http://opensees.berkeley.edu.

Pinoteau, N., Pham, D. T., Mege, R. et Nguyen, H. H. (2019). *Development of hybrid fire testing by numerical and experimental subdivision*. Proceedings of the 3rd International Fire Safety Symposium. Ottawa, Ontario, Canada.

Pinoteau, N., Pham, D. T., Nguyen, H. H. et Mège, R. (2020). *Development of hybrid fire testing by real-time subdivision of physical and numerical substructures*. Journal of Structural Fire Engineering, 11(4), 481-497. https://doi.org/10.1108/JSFE-07-2019-0026.

Qureshi, R. et Elhami-Khorasani, N. (2018). *Instantaneous stiffness correction for hybrid fire testing*. Proceedings of the 10th International Conference on Structures in Fire. Belfast, United Kingdom.

Qureshi, R. K., Elhami-Khorasani, N. et Gernay, T. (2019). *Adaption of active boundary conditions in structural fire testing*. Journal of Structural Fire Engineering, 10(4), 504-528. https://doi.org/10.1108/JSFE-12-2018-0042.

Qureshi, R. K., Elhami-Khorasani, N. et Mettupalayam, S. (2020). *Developing real-time hybrid simulation to capture column buckling in a steel frame under fire*. Proceedings of the 11th International Conference on Structures in Fire. Brisbane, Australia.

Renard, S. (2021). *Développement et implémentation d'un protocole automatique de conduite d'essais hybrides de résistance au feu*. Université de Bordeaux. . Thèse de doctorat.

Renard, S., Mindeguia, J.-C., Robert, F., Morel, S. et Franssen, J.-M. (2020). *An adaptive controller for hybrid fire testing*. Experimental Techniques. https://doi.org/10.1007/s40799-020-00369-6.

Robert, F. (2008). *Comportement des bétons sous haute température et en cas d'incendie: caractérisation multi-échelle*. L'Ecole Normale Supérieure de Cachan. . Thèse de doctorat.

Robert, F., Rimlinger, S. et Collignon, C. (2009). *Promethee, Fire Resistance Facility Taking Into Account the Surrounding Structure*. 1st international Workshop on Concrete Spalling due to Fire Exposure.

Robert, F., Rimlinger, S. et Collignon, C. (2010). *Structure fire resistance: a joint approach between modelling and full scale testing (substructuring system)*. 3rd fib International Congress.

Saouma, V. E. et Sivaselvan, M. V. (dir.). (2008). *Hybrid simulation: theory, implementation and applications*. Taylor & Francis. ISBN 978-0-415-46568-7.

Sauca, A. (2016). *Development and implementation of a methodology for hybrid fire testing applied to concrete structures with elastic boundary conditions*. Université de Liège. Liège, Belgique. Thèse de doctorat.

Sauca, A., Gernay, T., Robert, F., Tondini, N. et Franssen, J. M. (2016a). *Stability in hybrid fire testing*. Proceedings of the 9th International Conference on Structures in Fire. New Jersey, USA.

Sauca, A., Gernay, T., Robert, F., Tondini, N. et Franssen, J.-M. (2016b). *A novel methodology for hybrid fire testing*. 6th European Conference on Structural Control. Sheffield, England.

Sauca, A., Gernay, T., Robert, F., Tondini, N. et Franssen, J.-M. (2018a). *Hybrid fire testing: discussion on stability and implementation of a new method in a virtual environment*. Journal of Structural Fire Engineering, 9(4), 319-341. https://doi.org/10.1108/JSFE-01-2017-0017.

Sauca, A., Zhang, C., Chernovsky, A. et Seif, M. (2018b). *Hybrid fire testing of a single degree-of-freedom linear system*. Proceedings of the 10th International Conference on Structures in Fire. Belfast, United Kingdom.

Sauca, A., Zhang, C., Chernovsky, A. et Seif, M. (2020). *Communication framework for hybrid fire testing: developments and applications in virtual and real environments*. Fire Safety Journal, 111, 102937. https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2019.102937.

Sauca, A., Zhang, C. et Seif, M. (2018c). *Stability of steel structures at elevated temperatures: a hybrid fire testing approach*. Structural Stability Research Council Annual Stability Conference 2018. Baltimore, Maryland.

Schulthess, P. (2019). *Consolidated fire analysis - coupled numerical simulation and physical testing for global structural fire analysis*. ETH Zurich. Zurich, Switzerland. Thèse de doctorat.

Schulthess, P., Neuenschwander, M., Knobloch, M. et Fontana, M. (2015). *Consolidated fire testing – a framework for thermo- mechanical modelling*. Proceedings of the VI International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, 8.

Schulthess, P., Neuenschwander, M., Knobloch, M. et Fontana, M. (2016). *Consolidated fire analysis—Coupled thermo-mechanical modelling for global structural fire analysis*. Proceedings of the 9th International Conference on Structures in Fire. New Jersey, USA.

Schulthess, P., Neuenschwander, M., Mosalam, K. M. et Knobloch, M. (2020). *A computationally rigorous approach to hybrid fire testing*. Computers & Structures, 238, 106301. https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2020.106301.

Shao, X., Reinhorn, A. M. et Sivaselvan, M. V. (2011). *Real-time hybrid simulation using shake tables and dynamic actuators*. Journal of Structural Engineering, 137(7), 748-760.

Shing, P. B., Bursi, O. S. et Vannan, M. T. (1994). *Pseudodynamic tests of a concentrically braced frame using substructuring techniques*. Journal of Constructional Steel Research, 29(1-3), 121-148.

Takanashi, K., Udagawa, K., Seki, M., Okada, T. et Tanaka, H. (1975). *Nonlinear earthquake response analysis of structures by a computer-actuator on-line system*. Bulletin of Earthquake Resistant Structure Research Center, 8, 1-17.

Thewalt, C. R. et Mahin, S. A. (1987). *Hybrid solution techniques for generalized pseudodynamic testing*. Earthquake Engineering Research Institute. ISBN 9798206299939.

Tondini, N., Abbiati, G., Possidente, L. et Stojadinovic, B. (2016a). *A static partitioned solver for hybrid fire testing*. Proceedings of the 9th International Conference on Structures in Fire. New Jersey, USA.

Tondini, N., Abbiati, G., Possidente, L. et Stojadinovic, B. (2016b). *Hybrid simulation applied to fire testing: a newly conceived numerical framework*. 6th European Conference on Structural Control. Sheffield, England.

Tsokanas, N., Abbiati, G., Kanellopoulos, K. et Stojadinović, B. (2021). *Multi-axial hybrid fire testing based on dynamic relaxation*. Fire Safety Journal, 126, 103468. https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2021.103468.

Wang, X., Kim, R. E., Kwon, O.-S. et Yeo, I. (2018a). *Hybrid simulation method for a structure subjected to fire and its application to a steel frame*. Journal of Structural Engineering, 144(8), 04018118. https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002113.

Wang, X., Kim, R. E., Kwon, O.-S., Yeo, I. et Ahn, J. (2018b). *Performance assessment of a structure subjected to fire through hybrid (numerical-experimental) simulation*. Proceedings of the 10th International Conference on Structures in Fire. Belfast, United Kingdom.

Wang, X., Kim, R. E., Kwon, O.-S., Yeo, I.-H. et Ahn, J.-K. (2019). *Continuous real-time hybrid simulation method for structures subject to fire*. Journal of Structural Engineering, 145(12), 04019152. https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002436.

Whyte, C. A., Mackie, K. R., Abbiati, G. et Stojadinovic, B. (2015). *Validation of openfresco-based thermomechanical hybrid simulation to address an earthquake-fire coupled problem*. VI International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering. Venice, Italy.

Whyte, C. A., Mackie, K. R., Abbiati, G. et Stojadinovic, B. (2016a). *Optimal tuning of thermomechanical hybrid simulation parameters*. Proceedings of the 9th International Conference on Structures in Fire. New Jersey, USA.

Whyte, C. A., Mackie, K. R. et Stojadinovic, B. (2014). *Experimental Modeling of the Structural Response to Fire Loads using the Hybrid Simulation Technique*. Proceedings of the 10th National Conference in Earthquake Engineering (10 NCEE), 12p. https://doi.org/10.3929/ETHZ-B-000092035.

Whyte, C. A., Mackie, K. R. et Stojadinovic, B. (2016b). *Hybrid simulation of thermomechanical structural response*. Journal of Structural Engineering, 142(2), 04015107. https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001346.

Wolfram. (2022). *Wolfram Cloud*. https://www.wolframcloud.com/.

Zhan, H. et Kwon, O.-S. (2015). *Actuator controller interface program for pseudo- dynamic hybrid simulation*. The 2015 World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics. Incheon, Korea.