



Métrologie fonctionnelle par imagerie 3D et apprentissage de jumeaux numériques : application à la fatigue thermo-mécanique dans les superalliages monocristallins

Axel Aublet

► To cite this version:

Axel Aublet. Métrologie fonctionnelle par imagerie 3D et apprentissage de jumeaux numériques : application à la fatigue thermo-mécanique dans les superalliages monocristallins. Matériaux. Université Paris sciences et lettres, 2023. Français. <NNT : 2023UPSLM028>. <tel-04304032>

HAL Id: tel-04304032

<https://pastel.hal.science/tel-04304032v1>

Submitted on 24 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PSL

Préparée à MINES Paris

**Métrologie fonctionnelle par imagerie 3D et apprentissage
de jumeaux numériques – application à la fatigue
thermo-mécanique dans les superalliages monocristallins.**

Soutenue par

Axel AUBLET

Le 14 avril 2023

École doctorale n°621

**Ingénierie des Systèmes,
Matériaux, Mécanique,
Énergétique**

Spécialité

Mécanique

Composition du jury :

Felix Fritzen Professeur, Université de Stuttgart	<i>Président</i>
Jonathan Cormier Maître de conférence. HDR, ISAE- ENSMA	<i>Rapporteur</i>
Luisa Rocha da Silva Ch. de Recherche HDR, Centrale Nantes	<i>Rapporteuse</i>
Dominique Poquillon Professeure, ENSIACET	<i>Examinatrice</i>
Nicole Spillane Ch. de Recherche, École Polytechnique	<i>Examinatrice</i>
Henry Proudhon Directeur de recherche, CNRS	<i>Directeur de Thèse</i>
David Ryckelynck Professeur, Mines de Paris	<i>co-Directeur de Thèse</i>
Clément Remacha Docteur, Safran Tech	<i>Examineur</i>

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	12
Introduction	15
1 Vers la métrologie fonctionnelle en fonderie	21
1 État de l'art : Élaboration et contrôle de pièces en superalliages monocristallins à base Nickel	21
1.1 La solidification dirigée pour une structure monogranulaire	23
1.2 Les superalliages	25
1.3 Comportement et mécanismes de déformation du CMSX-4 PLUS	28
1.4 Contrôle par radio et tomographies	37
1.5 Mesure de l'orientation du matériau	45
2 Fabrication des éprouvettes	47
2.1 Définition d'une éprouvette technologique à noyaux variables	47
2.2 Gamme de fabrication	49
2.3 Perçage des Shaped Holes	52
3 Jumeaux Numériques des éprouvettes de fatigue	57
3.1 Philosophie de l'approche	57
3.2 Chaîne de traitement d'images	58
3.3 Variations géométriques non paramétrées	64
2 Conception et déploiement d'un essai (T)GMF	66
1 Définition d'un essai complexe à gradient thermique pour l'endommagement d'un superalliage	66
1.1 Endommagement	66
1.2 Couplage à haute température	71
1.3 Choix de la sollicitation de nature thermo-mécanique pour l'endommagement d'un Shaped Hole	74
2 Mise en place d'un banc d'essai (T)GMF	77
2.1 Résumé en français	77
2.2 Introduction	77
2.3 Experimental methods	79
2.4 Results	82
2.5 Discussion	87
2.6 Conclusion	90
3 Résultats expérimentaux de durées de vie	92
3.1 Précision sur la méthodologie de mesure	92

3.2	Matrice d'essais complète	92
3.3	Variabilité expérimentale	96
3	Calcul de durée de vie par la simulation	99
1	Prise en compte de l'effet de structure de la géométrie de l'éprouvette . . .	99
1.1	Comportement asymptotique d'une structure	99
1.2	Concentrateur de contraintes	102
1.3	Optimisation d'un calcul de structure	102
1.4	Vérification au flambage	105
2	Simulation de la réponse mécanique	106
2.1	Modèle thermo-mécanique cyclique	106
2.2	Utilisation des maillages de tomographie	113
2.3	Comparaisons expérimentales	114
3	Calcul de durée de vie	118
3.1	Stabilisation de la contrainte	118
3.2	Effets du gradient thermique	119
3.3	Le modèle Fat-Flu numérique	121
3.4	Confrontation aux DDV expérimentales	125
4	Discussion à propos de la méthodologie	133
4	Morphing pour une métrologie fonctionnelle	140
1	Résumé en français	140
2	Introduction	141
3	Methodology	142
3.1	Introduction of Laplacian problem for 2D shapes in a 3D space . . .	142
3.2	Eigenvectors for Laplacian Eigenmaps	143
3.3	Dimension reduction	144
3.4	Mesh Morphing	146
3.5	Summary of the Algorithm	148
4	Application to manufactured fatigue specimens	149
4.1	Digital Twins generation	149
4.2	Construction of the projection base	151
4.3	Reduction of the modal base	153
4.4	Nodes selection on the reference mesh using DEIM	154
4.5	Non linear deformation of reference mesh	155
4.6	Validation of the deformed mesh	156
5	Discussion	159
6	Conclusion	160
5	Hyper-réduction par apprentissage automatique : application au calcul de durée de vie	162
1	État de l'art sur la réduction de modèle	162
1.1	Méthode <i>a priori</i>	163
1.2	Méthode <i>a posteriori</i>	164
1.3	HROM	166
2	Hyper-réduction pour simulations TGMF	169
2.1	Définition du problème	169
2.2	Construction des bases réduites	170
2.3	Application aux Jumeaux Numériques issus d'images 3D : approche ROM-Net	176
3	Multimodal data augmentation for digital twinning assisted by artificial intelligence in mechanics of materials	180
3.1	Résumé en français	180

3.2	Background	180
3.3	Methods	182
3.4	Results and discussion	184
3.5	Conclusion	189
4	Prédiction de durée de vie accélérée	193
4.1	Définition du système de reconnaissance d'un modèle réduit local pour une image 2D ou 3D donnée	193
4.2	Approche hybride Morphing et HROM	193
4.3	Prédiction de durée de vie	198
Conclusion		201
	Annexe A	205
	Annexe B	209
Valorisation des Travaux de Recherche		216

TABLE DES FIGURES

1	Schéma de principe d'un turboréacteur à double flux [1].	16
2	Systèmes de refroidissement internes des aubes de turbine haute pression. .	17
3	Effet d'un défaut géométrique sur la réponse en durée de vie sous un effort centrifuge : abattement de l'ordre de 10 %.	19
1.1	Étapes du procédé de fonderie à modèle en cire perdue [2].	22
1.2	Sous-produits obtenus à différentes étapes de la fabrication par cire perdue[3].	22
1.3	Grappe enrobée d'une carapace présentant un assemblage de pièces [4]. . . .	22
1.4	Évolution de la structure cristalline des aubes de turbines : équiaxe (à gauche), colonnaire (au centre) et monocristalline (à droite) [5].	23
1.5	Les procédés de fonderie Bridgman pour pièce à grains colonnaires (a) et monocristalline (b) [5].	24
1.6	Observation au Microscope Électronique à Balayage (MEB) d'une dendrite primaire avec bras secondaire [6].	24
1.7	Microstructure multi-échelle d'un superalliage polycristallin : a) éprouvette bi-axiale, b) grains / dendrites désorientées, c) microstructure dendritique, d) microstructure γ/γ' . Extrait de [7, 8]	28
1.8	Structure des superalliages monocristallins : phase γ - CFC (a) et phase γ' - $L1_2$ (b) [6].	29
1.9	Propriétés remarquables des superalliages monogranulaires à base Nickel. .	31
1.10	Schémas représentant a) le glissement et le maclage d'un monocristal et b) la modélisation de Schmid [9].	32
1.11	Progression de la déformation inélastique par bande de glissement en fonction du nombre de cycles à $T = 20^\circ\text{C}$ (haut) [10], augmentation du nombre de bande de glissement avec la contrainte (bas) [8].	33
1.12	Accumulation des dislocations dans les couloirs de matrice γ et blocages aux interfaces γ' [11] $T = 950^\circ\text{C}$ (à gauche) et modélisation de la déformation par propagation des dislocations [12] (à droite).	34
1.13	Illustration des plans de glissement octaédriques et particularisation sur le plan de normal (111) [8].	34
1.14	Illustration schématique d'un tomographe [13]. L'objet est placé entre la source et le détecteur sur une platine de rotation.	37
1.15	Les différentes configurations de faisceaux : a) Fan Beam et b) Cone Beam[14].	39
1.16	Algorithme de reconstruction tridimensionnelle.	39
1.17	Support géométrique utilisé pour le benchmark et maillages avec les différentes méthodes.	41
1.18	Distance de recherche sur la détermination de surface [15].	42
1.19	Étapes majeures du maillage par morphologie mathématique.	44

1.20	Représentation schématique des différents cas d'orientation matérielle d'un superalliage à base Nickel [16].	45
1.21	Pattern typique de la diffraction de Laue en réflexion d'un cristal de superalliage base Nickel monocristallin [16].	46
1.22	Dimensions nominales des éprouvettes brutes de fonderie.	47
1.23	CAO de la boîte à noyaux (en haut) et outillage réel (en bas).	48
1.24	Étapes majeures de la fabrication par voie de fonderie des éprouvettes de fatigue LCF.	49
1.25	Plan d'usinage des éprouvettes de fatigue à partir des brutes de fonderie.	51
1.26	Schématisation de l'écoulement en fonction de la morphologie du Shaped Hole [17].	52
1.27	Fractographie d'une rupture auprès d'un Shaped Hole après un essai de fatigue LCF à gradient thermique [18].	53
1.28	Observation au MEB d'un perçage réalisé par EDM (en haut) et exposition de l'état de surface dans le perçage (en bas).	55
1.29	Schématisation de la mesure d'un écart entre un perçage réel (marron) et le perçage idéal dessiné sur CAO (vert) dans un plan axial. Les flèches de couleur indiquent les écarts dimensionnels issus du procédé de perçage. La mesure réelle ne peut pas être montrée pour des raisons de confidentialité.	56
1.30	Exemple des pires éléments selon le critère Aspect Ratio : morphologie mathématique (à gauche), CAO (centre) et VG Studio Max (à droite).	58
1.31	Superposition des maillages issus de : la CAO (en bleu), de VG Studio Max (en blanc) et de la morphologie mathématique (rouge).	59
1.32	Étapes successives du traitement de volume de tomographie pour le maillage d'une pièce.	61
1.33	Écarts de points de mesure entre maillage volumique de tomographie et segmentation associées.	62
1.34	Figure de Pôle Inverse (IPF) selon l'axe Z (direction axiale des éprouvettes) des mesures d'orientations des éprouvettes tubulaires fabriquées.	63
1.35	Exemples de variations géométriques en production : écarts mesurés sur un moule pour pneu [19] et sur distribution d'écarts sur tubes en aluminium après coulée [20]. L'abscisse de la courbe en bas correspond aux écarts en mm vis à vis de la référence.	64
1.36	Directions et normes des défauts d'excentricité mesurés sur les éprouvettes, représentation dans un plan de section axiale (de normale \vec{z}). L'étoile correspond à la position approximative des perçages dans ce plan.	65
2.1	Évolution microstructurale de l'AM1 sous un chargement de fluage [21].	67
2.2	Effet de l'orientation sur la durée de vie en fluage : a) littérature [22] et b) application du modèle d'endommagement sur le CMSX-4 PLUS.	68
2.3	Amorçage et propagation de stries de fatigue dans un superalliage monogranulaire : amorçage depuis un défaut (gauche) et propagation le long des plans (111) (droite) [23].	69
2.4	Effet de la température sur la propagation de fissures sur une éprouvette entaillée : 650°C (en haut) et 950°C (en bas) [24].	70
2.5	Propagation d'une fissure par bifurcation selon des plans (111) sur AM1 [25].	70
2.6	Effets des interactions de fluage et fatigue : microamorçage et micropropagation d'une fissure dans de l'AM1 revêtu C1A [26].	71
2.7	Lignes isothermes typiques de champ thermique d'une aube de turbine haute pression pour applications civiles [27].	74
2.8	Évolution des géométries internes des aubes de turbine.	75
2.9	Comparaison thermo-mécanique entre une géométrie mono et double paroi [28].	76

2.10	Champ de contrainte adimensionné sur aube de turbine de nouvelle génération et définition du cycle de chargement.	76
2.11	Definition of the loading cycle : 1 cycle lasts about 10 minutes and is repeated 120 times.	80
2.12	(a) Definition of the loading cycle : 1 cycle lasts about 10 minutes and is repeated 120 times and (b) CAD model of the furnace with two ellipsoidal bulb footprints.	81
2.13	Keyence camera position in front of furnace (left) and image from behind (right) of the furnace where we can see the ceramic extensometer.	82
2.14	Shaped Hole at 1100°C in the furnace : presence of 3 thermosensors for temperature acquisition.	83
2.15	Surface temperatures around the hole.	84
2.16	Wall gradient measures.	84
2.17	Total and mechanical strains as a function of time for the complete test of 120 cycles.	85
2.18	Cyclic stress-strain evolution with highlighting of the first, tenth and hundredth cycles (b) of the specimen n°1.	86
2.19	Experimental strain curves scatter : effects of geometrical variations and crystal misorientation.	87
2.20	SEM observed Shaped Holes before testing.	88
2.21	SEM micrographes of the Shaped Hole after testing : observation of two main cracks (a) and zoom in the hole : focus on the right crack and observation of oxidation (b).	89
2.22	Post mortem CT scan of specimen and 3D observation showing crack propagation around the shaped hole realized with <i>VG Studio</i> software.	90
2.23	Précision sur la méthode de mesure de durée de vie : on mesure la longueur de fissure manuellement avec le logiciel <i>ImageJ</i> . La durée de vie est atteinte lorsque la mesure atteint la valeur critique de 300 μm . La piètre qualité de l'image complexifie la détermination expérimentale de durée de vie.	93
2.24	Schématisation d'un perçage orienté d'un angle α avec la surface et effet sur l'endommagement (mesure de déformations planes) [29].	94
2.25	Durées de vie expérimentales en fonction de l'épaisseur de paroi locale.	96
2.26	Durées de vie expérimentales en fonction du label d'alésage.	97
2.27	Variabilité de la mesure de la température T_1 entre les différents essais.	98
3.1	Type de réponses asymptotiques d'une structure en fonction du régime de fatigue considéré [30].	100
3.2	Régimes asymptotiques d'un monocristal sous chargement asymétrique. La zone associée au Rochet dépend fortement de l'amplitude de contrainte appliqué [31].	101
3.3	Portée du gradient de contrainte en fonction a) de la taille de perforations circulaires [32] et b) application pour un Shaped Hole.	103
3.4	Étude de la convergence au maillage dans un Shaped Hole.	104
3.5	Étude de la convergence au maillage : évolution de la contrainte axiale σ_{33}	105
3.6	Éprouvette déformée par flambage plastique sous une contrainte de 260 MPa et observation du flambage sur la mesure de charge.	106
3.7	Modèles thermiques avec les différentes sources d'échange de chaleur : physique (à gauche) et simplifié (à droite).	107
3.8	Champ thermique avec gradient de paroi simulé sur géométrie CAO.	108
3.9	Champ thermique avec effet de refroidissement dû au perçage simulé sur géométrie CAO : a) zoom sur le perçage et b) effet du refroidissement dans la coupe axiale issue du plan de coupe en violet sur a).	109

3.10	Simulation du champ de coefficients d'échange pour une éprouvette multi-perforée [33].	110
3.11	Comparaison des thermocouples numériques et expérimentaux en régime permanent avec incertitude à 2%.	110
3.12	Champ de contrainte axiale (axe Z de l'éprouvette) σ_{33} à l'issue de la dilatation thermique.	111
3.13	Stabilisation de la contrainte axiale au cours du temps dans le Shaped Hole.	112
3.14	Transfert du champ thermique de la géométrie CAO vers la géométrie réelle.	113
3.15	Effet du refroidissement du perçage.	114
3.16	Comparaisons des mesures expérimentales et simulations pour la déformation axiale ε_{33}	115
3.17	Définition des échantillons pour l'analyse métallographique : la zone 1 est issue d'une des tête de l'éprouvette, la zone 2 en début de zone utile et la zone 3 correspond au perçage.	116
3.18	Examen de l'échantillon n°1 : confirmation de l'hypothèse d'un régime élastique, $\sigma = 70\text{MPa}$, $T = 950^\circ\text{C}$). L'axe de chargement est orthogonal à l'image.	116
3.19	Examen de l'échantillon n°2 : faible développement de plasticité, initiation de la mise en radeaux, $\sigma = 170\text{MPa}$, $T = 1050^\circ\text{C}$). L'axe de chargement est orthogonal à l'image.	117
3.20	Examen de l'échantillon n°3 : observation d'une plasticité importante, orientations complexes des radeaux, $\sigma = 550\text{MPa}$, $T = 1080^\circ\text{C}$). L'axe de chargement est orthogonal à l'image.	117
3.21	Pseudo-stabilisation de la contrainte : effet de Rochet.	118
3.22	Évolution des contraintes cylindriques selon la distance à la concentration de contrainte : 0.05, 0.1 et 0.2 mm.	119
3.23	Contrainte orthoradiale $\sigma_{\theta\theta}$ dans le plan médian du perçage. Le repère mobile cylindrique (r, θ) est défini sur la figure du bas.	120
3.24	a) Évolution de la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ selon la direction radiale au sein du perçage en fonction du cycle atteint et b) comparaison avec les résultats de Degeilh sur tube lisse pour différentes amplitudes de gradients thermiques de paroi : $\Delta T = 19^\circ\text{C}$, 70°C et 150°C [33].	122
3.25	Contrainte axiale σ_{zz} dans le plan médian du perçage : examen de la simulation 168211-1.	123
3.26	Présentation de la mise en données du modèle FatFlu utilisé avec le code Zset.	124
3.27	Prédiction du cycle à rupture associé à l'endommagement couplé N_R simulé avant moyenne volumique.	126
3.28	Prédiction du cycle à rupture associé à l'endommagement couplé N_R simulé après moyenne volumique.	127
3.29	Observation de la fissure dans le plan de l'épaisseur en tomographie à haute résolution.	128
3.30	Superposition de la DDV simulée et de la segmentation de la fissure amorcée lors de l'essai 168211-1. Le calcul est réalisé avec la méthode décrite précédemment, à l'aide d'une moyenne volumique de longueur caractéristique de $100\mu\text{m}$	129
3.31	Prévisions CAO et comparaison avec l'expérimental.	130
3.32	Comparaison des durées de vie expérimentales et simulées en fonction de l'épaisseur de paroi.	131
3.33	Courbes de prédiction entre durées de vie expérimentales et simulées.	132
3.34	Prise en compte de la variabilité : effets majeurs sur le comportement.	134
3.35	Développement de la plasticité dans le perçage : précision accrue avec le maillage de tomographie.	136

3.36	Insertion d'un défaut de 0.01, 0.05 et 0.1 mm pour casser la symétrie : pas d'effets majeurs.	137
3.37	Comparaison des durées de vie simulées sur CAO et expérimentales en fonction du diamètre d'alésage.	138
4.1	Flowchart for the Mesh Morphing algorithm.	149
4.2	Illustration of the CAD mesh of the specimens used.	150
4.3	Illustration of the DT mesh of the specimens used.	150
4.4	Geometrical variation in the tubular geometry, processing performed with the <i>VG Studio Max</i> software.	151
4.5	Illustration of the CAD mesh projection along several modes (from left to right) : all modes, modes 2, 10, 100, 1000.	152
4.6	Illustration of several modes projection on CAD mesh (from left to right) : no modes, modes 2, 10, 100, 1000.	152
4.7	Evolution of the several truncation metrics applied on the reference mesh involving 10841 nodes.	153
4.8	Illustration of the pair matching of the anchor nodes selected by the DEIM algorithm with the 100 first modes on the reference (left) and DT (right) meshes.	155
4.9	Illustration of the CAD (left) morphed CAD (centre) and CT (right) meshes.	156
4.10	Distances between the CAD and CT meshes (left) and the deformed CAD by Morphing and CT meshes (right).	157
4.11	Areas used for the convergence study (left) and evolution of the average axial stress σ in several cross sections with respect of the LE modes (right).	158
4.12	Axial stress discrepancy between the DT and the morphed meshes.	159
5.1	Application de la Gappy POD sur un data set d'images : a) image initiale, b) image partielle après application d'un masque \mathbf{m} de 11%, c) image reconstruite depuis le masque avec 42 modes POD [34].	166
5.2	Reconstruction d'un champ thermique partiel par Gappy POD [35]. Le masque \mathbf{m} correspond ici à la présence des spires d'un inducteur et couvre la mesure par caméra thermique à infrarouge.	166
5.3	Illustration d'un RID Ω^{RID} (en rouge) au sein du domaine complet Ω (en gris). Les frontières du RID sont représentés en carrés verts [30].	168
5.4	Comparaison des champs de déformation plastique entre modèle complet et modèle hyper réduit (RID). Visualisation du domaine complet et du RID [30].	169
5.5	Fluctuations du champ de déplacement généré par un défaut [36].	170
5.6	Illustration des modes POD en déplacement (de haut en bas) : modes 1 et 3 selon U1 et modes 1,4 et 7 selon U3.	171
5.7	Comparaison entre la géométrie complète (calculs FOM) et le domaine d'intégration réduit (RID) et zoom dans le perçage.	173
5.8	Estimation de la convergence des bases réduites de différentes grandeurs en fonction du nombre de cycles calculés pour apprendre par POD les modes de base réduite.	174
5.9	Calculs réduits avec plasticité octaédrique γ_{eq} : précision de l'ordre de 10^{-2}	175
5.10	Évolution de la distance de Grassmann en fonction des cycles considérés et de l'erreur POD utilisée.	178
5.11	Approches ROM projection-based linéaire et linéaire par morceaux [37].	179
5.12	Architecture de l'algorithme ROM-Net [38].	179

5.13	Schematic view of augmented data (blue crosses) around digital twins (red points) in a multimodal ambient space $(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\mu}_{\square}, \mathbf{u})$. Oversampling assumes a piecewise linear latent space (green slopes). Each linear subset of the latent space has a dedicated label y . The extent of green segments illustrates the validity domain of LROMs.	182
5.14	The finite element mesh of one digital twin (on the left), a focus on the phase field of the void at the center of this mesh (center), the mesh of the reduced domain Ω_R (right).	185
5.15	Multimodal data for digital twin $i = 1$, on top left $\boldsymbol{\mu}_{\square}^{(1)}$, on the right the 3 components of the strain tensor $\varepsilon(\mathbf{u}^{(1)})$ at 3 time instants t_0, t_1, t_2	186
5.16	Multimodal data for digital twin $i = 2$, on top left $\boldsymbol{\mu}_{\square}^{(2)}$, on the right the 3 components of the strain tensor $\varepsilon(\mathbf{u}^{(2)})$ at 3 time instants t_0, t_1, t_2	186
5.17	Example of augmented multimodal data for digital twin $i = 1$, on the left original data, on the right augmented data, on first row $\boldsymbol{\mu}_{\square}$, second row the shear strain at time t_2	187
5.18	Example of augmented multimodal data for digital twin $i = 2$, on the left original data, on the right augmented data, on first row $\boldsymbol{\mu}_{\square}$, second row the shear strain at time t_2	188
5.19	Strain components of the LROM for digital twin $i = 1$, on top left $\boldsymbol{\mu}_{\square}$, on the right $\varepsilon(\mathbf{V}^{(1)})$. Here, t_0, t_1, t_2 stand for the indices of the vectors that span the LROM.	188
5.20	ROM-Similarity for all instances of augmented data in $\tilde{\mathcal{D}}^{(i)}$. Augmented data related to digital twin 1 have indexes ranging from 1 to 100, Augmented data related to digital twin 2 have indexes ranging from 101 to 200. The dashed line is the constrain $\eta^{(i)}(\mathbf{u}') < \alpha \epsilon_{tol}$	189
5.21	X-Ray computer tomography image of the mechanical specimen.	189
5.22	3D finite element mesh based on the X-Ray computer tomography image.	190
5.23	Example of node displacements along axial direction for mesh morphing according to augmented data for geometrical variations $\Delta\boldsymbol{\mu}_{\square}$	190
5.24	Finite element mesh restrained to Ω_R ($\mathcal{N}/\text{card}(\mathcal{F}) = 2$). Most removed elements are located around the hole.	191
5.25	Shear strain forecast by the finite element model, in Ω_R , at the maximum mechanical loading of the specimen.	191
5.26	ROM-Similarity for all instances of augmented data in $\tilde{\mathcal{D}}^{(i)}$. Augmented data related to digital twin 1 have indexes ranging from 0 to 9, Augmented data related to digital twin 2 have indexes ranging from 10 to 19.	192
5.27	Variations des coefficients réduits vectoriels des Laplacian Eigenmaps γ^{LE}	194
5.28	Étape 2 du Morphing : transfert sur géométrie avec trou.	195
5.29	Vue d'ensemble des étapes de calculs pour la prédiction de durée de vie.	196
5.30	Matrice de dissimilarité s entre 15 LROM.	196
5.31	Superposition entre le maillage déformé par Morphing après l'opération de <i>pruning</i> (en gris) et le maillage du Shaped Hole réel (en bleu).	198
5.32	Variabilité en position du perçage : source d'erreurs d'interpolation par le Zoom Structural.	199
5.33	Prédiction de durée de vie entre modèle complet FOM et modèle réduit hybride ROM - Morphing.	200
5.34	Évolution de la microstructure du CMSX4 Plus au cours du traitement thermique : a) état brut de fonderie, b) après traitement de remise en solution et trempe (à l'air) et c) état final obtenu après l'application des deux revenus [39].	206
5.35	Test de traitement au thermique en laboratoire : sur une pièce (à gauche) et avec un outillage pour passer plusieurs pièces (à droite).	207

5.36	Plan de l'outillage barillet réalisé par fabrication additive céramique.	208
5.37	Modèle 1D thermique du problème de refroidissement d'un tube chauffé par l'extérieur : définition des grandeurs thermiques (à gauche) et tableau recensant les notations (à droite) [33].	209
5.38	Adaptation du modèle thermique 1D a) issus des travaux de [33] et b) application à notre cas avec les coefficients du CMSX4 Plus.	210
5.39	Prédiction du gradient thermique en fonction de la position axiale dans l'éprouvette, sous une consigne externe de 1100°C et un débit de 30g/s. . .	211
5.40	Rayonnement du corps noir : tracé de la luminance L^0 en fonction de la longueur d'onde (à gauche) et de la température (à droite).	212
5.41	Schéma représentant le bilan thermique radiatif issu d'un corps sous un rayonnement infrarouge [40].	213
5.42	Comparaison entre une mesure par caméra thermique (à gauche) et une photo à droite. La numérotation des thermocouples sur la photographie ne correspond pas à la notation sur l'image thermique.	213
5.43	a) et b) Illustrations des effets de réflexion des lampes infrarouges par des bandes verticales au centre de l'éprouvette et c) Cartographie de températures associées pour une consigne à 1100°C.	214
5.44	Observation d'un perçage non débouchant après calibration sur plaques tests. Le Shaped Hole est masqué pour des raisons de confidentialité.	215

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Effets des principaux éléments chimiques d'alliages ajoutés aux différentes générations, adapté de [6].	26
1.2	Tableau recensant les différentes générations avec les principaux alliages associés et les compositions en masses des constituants (wt%). Les cases contenant des "-" signifient une absence ou faible quantité de l'élément considéré.	27
1.3	Coefficients thermo-élastiques du CMSX4 en fonction de la température [41, 42].	31
1.4	Systèmes de glissement regroupés par famille pour une structure cristallographique CFC.	35
1.5	Résultats de l'étude comparative pour le choix de la méthode de maillage des images de tomographie.	59
1.6	Tableau recensant les conditions d'acquisition des mesures RX pour la Tomographie et la RXO.	60
1.7	Résultats de l'étude R&R menés sur le maillage de tomographie.	62
2.1	Ingrédients du modèle Fat Ox Flu tels que définis dans [43].	73
2.2	CMSX4-Plus composition.	79
2.3	Specimen lifetime in cycles using crack length criterion	85
2.4	Matrice d'essais rassemblant les indicatifs, épaisseurs de paroi, durées de vie mesurées et triée en fonction de la charge appliquée.	95
3.1	Tableau recensant les paramètres du modèle thermique.	108
3.2	Tableau comparant les performances de calculs avec un maillage CAO et un maillage CT.	139
4.1	Number of nodes in each of the generated real part meshes.	151
4.2	Results of the reduction of the modal base dimension from the several metrics.	154
4.3	Typical elastic tensor components of a Nickel-based Single Crystal Superalloy with cubic symmetry [44].	156
5.1	Tableau recensant les paramètres du calcul hyper-réduit.	175
5.2	Traitement thermique appliqué au CMSX4-Plus.	205
5.3	Hypothèses simplificatrices du problème fluide.	209

REMERCIEMENTS

La genèse d'un manuscrit débute traditionnellement par les remerciements, je ne vais pas rompre avec les coutumes ancestrales.

Je voudrais remercier en premier lieu le jury de thèse devant lequel j'ai eu l'honneur de présenter mes travaux. À M. Felix FRITZEN, je vous remercie d'avoir accepté de présider ce jury, vos connaissances des travaux sur les jumeaux numériques ont permis de donner un élan de clarté à ce travail. Je remercie également les deux rapports, Mme Luisa DA SILVA et M. Jonathan CORMIER. Merci pour avoir éclairé ces travaux de thèse par votre travail rigoureux et pour les questions soulevées par vos rapports. Je tiens à préciser que je suis très fier que Jonathan, tu aies accepté cette charge en tant qu'ancien professeur de l'ISAE-ENSMA. Mes remerciements vont également auprès de Mmes Nicole SPILLANE et Dominique POQUILLON pour avoir accepté d'être examinatrices de ces travaux de thèse, complétant ce prestigieux jury.

Je tiens désormais à remercier mes différents encadrants de thèse de m'avoir permis de travailler avec vous sur ce sujet. Tout d'abord, merci à M. Henry PROUDHON pour cette aventure exceptionnelle. Merci pour tes grandes qualités professionnelles que sont la rigueur, la quête de compréhension fine et ta ténacité. Et merci également pour tes grandes qualités personnelles, toujours prêt à organiser des moments agréables (je pense notamment à une histoire de pastèque). Merci pour ton investissement permanent auprès de tes collègues et étudiants, c'est véritablement exemplaire. Merci également à M. David RYCKELYNCK, pour m'avoir choisi pour ce travail. Cette complétude que tu formes avec Henry est impressionnante, toi qui est toujours d'un entrain d'enfer et qui apporte des solutions inventives. Tes travaux, reconnus aujourd'hui à juste titre, ouvrent la voie à des perspectives incroyables. J'ai découvert une véritable intérêt pour la réduction de modèle. Merci d'avoir été un véritable coach, toujours à offrir les mots justes pour remotiver. Merci également à MM. Clément REMACHA et Romain CARIOU, mes encadrants industriels de Safran Tech. Clément, merci pour ton encadrement quotidien et le suivi de ces travaux. Tu t'es plongé dans un domaine scientifique complexe qui n'était pas le tien et sur des temps qui ne devraient être consacrés qu'à tes loisirs. Cela en dit long sur ton investissement et ta présence, ainsi que ton audace et ton ouverture scientifique. Romain, je te remercie également pour ton investissement dans ce travail. C'est un véritable plaisir de travailler avec toi. Merci d'avoir ancré le projet dans un environnement de bureau d'étude complexe. Merci de m'avoir donné le sentiment que ce que l'on faisait servirait peut-être à l'avenir, ce qui a toujours été important pour moi. Enfin, je tenais à remercier M. Franck N'GUYEN, qui m'a soutenu et encouragé. Merci pour ces discussions scientifiques rafraichissantes, en quittant le monde de la mécanique. Pour tout cela, je vous remercie pour votre encadrement complémentaire, la réussite de ces travaux est tout autant la vôtre.

Je tiens également à remercier l'équipe de Safran Tech, PFX, avec laquelle j'ai pu

travailler. Merci à MM. Hugues JOUBERT et Christophe BRISSET, respectivement ex et Directeur de la plateforme pour m'avoir accueilli pour cette thèse. Merci à M. Luc ES-SAYAN et M. Sylvain PAQUIN pour avoir suivi ces travaux et permit de les mener à leurs termes. La fabrication de pièces en superalliage monogranulaire nécessite une connaissance technique poussée de la fonderie à solidification dirigée. Pour cela, je tenais à remercier toutes les personnes de PFX avec qui j'ai eu l'occasion de travailler pour produire des éprouvettes technologiques. Merci à Alexiane (la grande soeur spirituelle), Amandine, Donovan, Omer, Nicolas, Quentin, Martin, Ramzi, Guillaume, Wen, Abou, Julio, Virginie, Marie, Mylène, Ali, Benoît, Lorena, Ming, Sébastien, Hervé et Héli. Je m'excuse auprès de ceux que j'aurais oublié, ce n'est pas intentionnel.

Merci également à l'ensemble du Centre des Matériaux de l'École des Mines de Paris. Merci à M. Jérôme CRÉPIN de m'avoir accepté comme doctorant au laboratoire sous sa direction. Merci également à M. Samuel FOREST pour la direction de l'équipe SIMS et toutes ces discussions sur la plasticité cristalline des monocristaux et du café (le carburant du numéricien). Au cours de cette thèse numérique et expérimentale, j'ai pu côtoyer beaucoup de personnes, ce qui est un bel avantage. Merci à M. Alain KÖSTER pour m'avoir permis de réaliser les essais complexes de ma thèse, malgré les incertitudes que nous avions initialement. Son départ soudain a largement ébranlé le laboratoire et le monde de la recherche expérimentale. La réussite de ces travaux lui est largement dédiée. Merci à Matthieu RAMBAUDON, pour ton accompagnement et ton aide à monter la manip'. Ça n'a pas été facile mais nous avons pu y arriver tant bien que mal. Je te félicite pour la période très difficile liée au départ d'Alain, où tu as réussi à mener le bateau avec brio. Merci également à toutes les personnes que j'ai pu embêter avec mes questions (stupides) sans qui je n'aurais jamais pu arriver au bout : Vincent M., Basile, Laurent (big up à la réduction des matrices de 0), Djamel, Maria, Pierre K., Thilo, et Farida. Merci également à Claudine et Véronique, les travailleuses de l'ombre sans qui aucune thèse n'aboutirait. Merci pour votre travail, sans vous le laboratoire ne pourrait pas s'en sortir. Merci également à Catherine qui a pu prendre une retraite bien méritée. Enfin, merci à l'atelier JPE : René, Vasco, Frédéric et les petits jeunes. Merci pour votre présence, pour les petits déjeuners du vendredi matin et pour l'ensemble du boulot que vous abattez.

Merci à l'équipe des doctorants. En trois ans au laboratoire, on croise beaucoup de monde. Merci aux différents doctorants avec qui les difficultés s'amenuisent : Théophile, Abdou, Lili, Nicolas, Clément C., Arjun, Abishek, Deyo, Jorge, Clément R., Boualem, Geoffrey, Zac', Nesrine, Flavien, Capu'. Merci pour tous ces moments passés, individuellement ou en collectifs. Je suis désolé d'avoir loupé pas mal de restos ou de raclettes à Paris mais bon.. Melun, vous comprenez. Merci tout particulièrement à Nathan et Émilie. Merci également à Daria, jeune padawan, je suis très content que tu aies poursuivi en thèse.

Enfin, viennent les personnes les plus proches. Merci aux amis de la team 77 (vous êtes le S), d'école d'ingénieurs et mes amis d'enfance. Tous ces moments passés ensemble m'ont permis de m'extraire de ce travail, ce qui a sûrement contribué à cet aboutissement. Pour tout cela, je vous remercie sincèrement. Merci également à famille Limougeaude, désormais bien ancrée dans le déroulement de ma vie. Je remercie également ma famille, mes parents et mes frères. Je n'en serai pas là sans leur soutien indéfectible. Je mesure la chance que j'ai de vous avoir.

Enfin, je tiens à remercier Loulou (de son prénom d'usage), qui a traversé avec moi les méandres de moments autant difficiles que merveilleux. Par pudeur je n'irai pas plus loin, mais tu sais à quel point tu m'es primordiale.

À tous, merci.

‘Don’t adventures ever have an end? I suppose not. Someone else always has to carry on the story.’

(Bilbo Baggins, The Fellowship of the Rings, J.R.R Tolkien.)

‘Aaaaaaaaaaagh’

(Eloi Mercier à 11 jours, 14 avril 2023 au micro Zoom.)

INTRODUCTION

Contexte industriel

Au sein de l'industrie aéronautique et spatiale, le groupe Safran est un acteur majeur dans le développement de nouvelles technologies. Le groupe, au travers de différentes sociétés de production comme Safran Aircraft Engines (moteurs pour aviation civile et militaire, SAE) ou encore Safran Helicopter Engines (moteurs d'hélicoptères civils et militaires, SHE) possède une forte activité de recherche dont une partie de la R&T est centralisée au sein de Safran Tech. Cette dernière travaille non seulement sur les technologies de rupture mais aussi au développement de nouvelles méthodes pour faciliter la production. Les activités de contrôle de la qualité des pièces fabriquées figurent notamment au premier plan de ces axes de recherche. Parmi elles, les méthodes de contrôle non destructif (CND) sont primordiales pour réduire les coûts de production et détecter les rebuts le plus tôt possible. Toutefois, les critères d'admissibilité demeurent parfois empiriques et dépendent des capacités des systèmes de mesure. L'évolution des performances de ces derniers autorise la ré-évaluation des critères. C'est dans ce contexte que cette thèse de doctorat s'inscrit. Le traitement systématique des pièces par contrôle non destructif (tomographie par exemple), conduit au besoin de dérogation : si une pièce est en dehors de certains critères d'acceptabilité, aura-t-elle pour autant une durée de vie diminuée ?

Les méthodes de fabrication complexes peuvent mener à des variations géométriques au sein des pièces. Celles-ci peuvent impacter des zones mécaniquement sensibles et donc, la durée de vie de la structure. Certaines pièces critiques sont fabriquées par voie de fonderie, à l'image des aubes de turbine haute pression. Il s'agit d'une pièce essentielle de la majorité des systèmes de propulsion utilisés dans l'aviation civile ou militaire. Les turbines récupèrent l'énergie des gaz brûlés dans la chambre de combustion (en amont). On appelle "haute pression" celles qui sont confrontées au flux de gaz le plus énergétique, à la fois en pression et en température. Un schéma d'un turboréacteur est proposé en Fig.1 issue de [1].

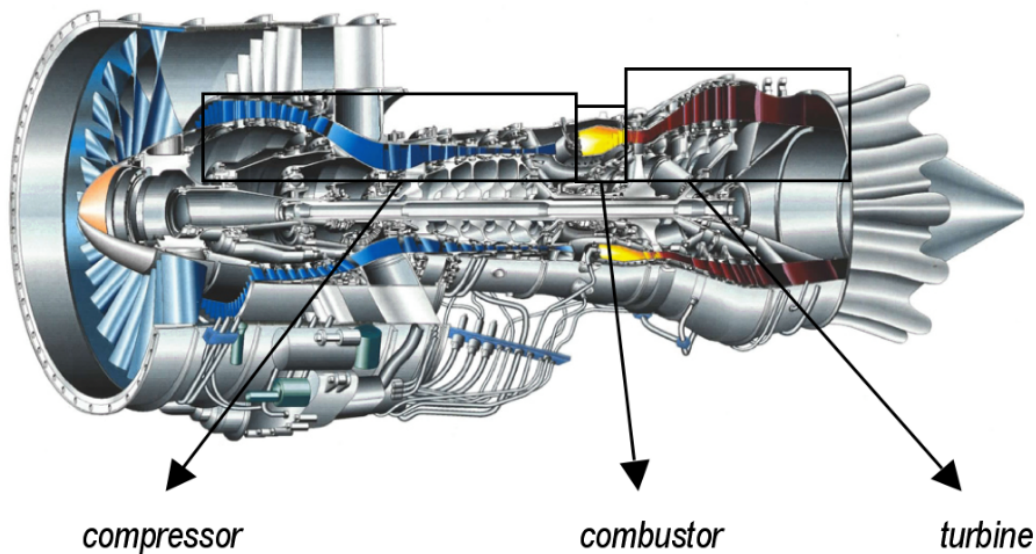
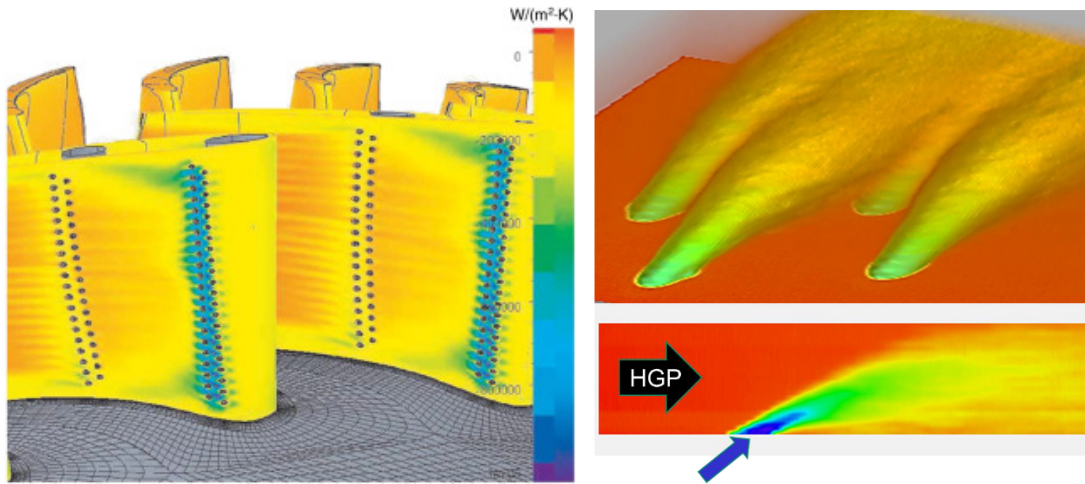


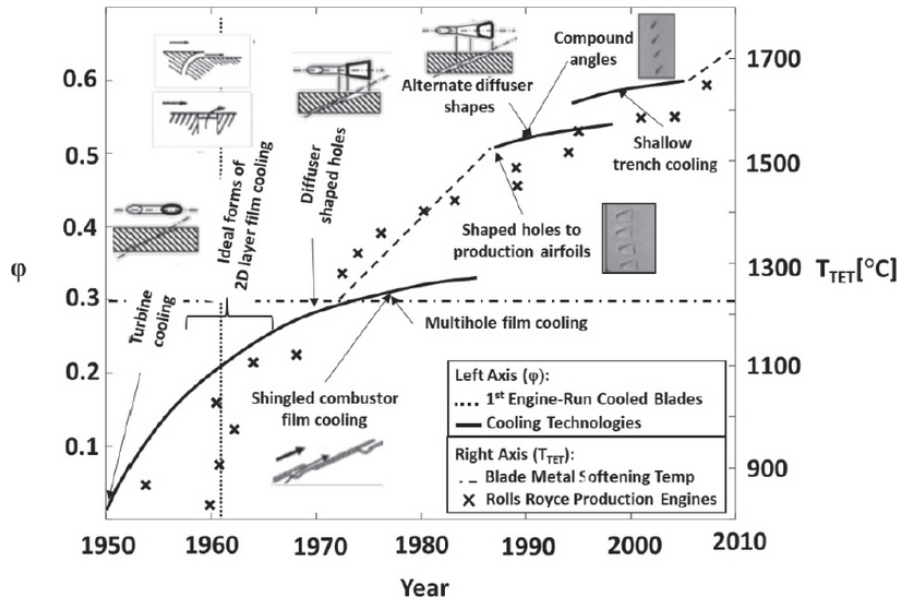
FIGURE 1 – Schéma de principe d'un turboréacteur à double flux [1].

Au sein du moteur, l'air comprimé par les étages de compression en amont est mélangé au carburant puis enflammé. Les gaz générés traversent ensuite les turbines où il se détendent. La turbine mobile récupère l'énergie cinétique des gaz et la transforme en énergie mécanique. Celle-ci est transmise à un arbre afin de faire tourner les étages de compression à l'entrée du moteur. Un étage de turbine est composé d'aubes fixes appelées distributeurs et d'aubes mobiles (HPTB, MHP) qui récupèrent l'énergie cinétique placées sur un disque. Les aubes mobiles sont soumises à des efforts importants de traction mais subissent également la pression engendrée par les gaz. La haute température qui y règne impose d'utiliser des matériaux très performants, tels que les superalliages monocristallins. L'intégrité de la structure est préservée par des protections qui proviennent de trois mécanismes majeurs : la barrière thermique, le refroidissement interne par cavités et le film protecteur fluide engendré par les perçages des pièces.

En effet, un écoulement d'air prélevé dans les étages de compression en amont est injecté à travers les aubes pour les refroidir. La température des gaz peut atteindre plus de 1600°C au sein de la turbine, ce qui ferait fondre les matériaux. L'air refroidit la pièce et des micro-perçages sur l'intrados de l'aube permet un effet de *film cooling*, couche protectrice d'air frais autour de l'extérieur de la pièce, illustré en Fig. 2a et 2b. Les perçages sont des zones de fortes concentrations de contraintes mécaniques et soumises à des gradients thermiques importants. La température du métal en surface des aubes atteint 1000 à 1100°C [45], sous la barrière thermique. La poussée et le rendement du moteur sont directement reliés à la température des gaz à l'entrée de la turbine (TET). Dans une recherche perpétuelle de performance, les géométries des aubes ont évolué, la structure devenant de plus en plus complexe. Les cavités internes et les micro-perçages profilés appelés *Shaped Holes* (SH), évoluent afin d'augmenter l'efficacité du refroidissement sans perturber l'intégrité mécanique de la pièce, comme le montre la Fig. 2c. Ces améliorations continues permettent de dépasser des températures de fonctionnement jusqu'alors considérées comme des limites. C'est dans ce cadre qu'évolue la plateforme de fonderie expérimentale de Safran Tech, appelée PFX. Cette plateforme se propose de concevoir, en alliance avec les bureaux d'études de SAE ou SHE, les nouvelles aubes innovantes pour relever les défis de demain.



(a) Schématisation du refroidissement externe d'une aube [46]. (b) Simulation du flux d'air s'échappant d'un perçage en fonctionnement [47].



(c) Évolution des géométries des perçages et des performances associées [48].

FIGURE 2 – Systèmes de refroidissement internes des aubes de turbine haute pression.

Métrologie fonctionnelle

Du fait de la complexité des géométries et des procédés, une variabilité dimensionnelle des pièces est observée en production. La variance géométrique est mesurée au travers d'un nombre discrets de points de mesures associé à des cotes particulières. On définit classiquement des tolérances (positive et négative) qui définissent un intervalle de tolérance. Celles-ci ont été choisies afin de caractériser l'intégrité de la pièce et sanctionner son admissibilité. Toutefois, dans le cadre de mesures aux limites des intervalles, il est extrêmement difficile et coûteux d'estimer l'impact de la perturbation sur la durée de vie. La méthode de contrôle se doit donc d'évoluer en fonction de l'application de la pièce, à l'image de la cotation fonctionnelle. L'enjeu est de passer d'une métrologie simple (contrôle dimensionnel) à une *métrologie fonctionnelle* (prédiction de la tenue mécanique par exemple). Une avancée majeure serait de pouvoir directement utiliser la mesure dimensionnelle pour les simulations et obtenir une prédiction de la performance de la pièce. Dans le cas de l'aube de turbine haute pression, les géométries et conditions de sollicitations peuvent entraîner des réponses largement non-linéaires à une légère variation dimensionnelle. En effet, une épaisseur de paroi plus grande peut entraîner une modification locale du champ de température autour d'un perçage et y augmenter la sur-contrainte. Ce qui peut conduire à la ruine prématurée de la structure. Plusieurs centaines de cotes sont utilisées pour définir la géométrie d'une aube. Ce qui demande autant de modifications pour réaliser une simulation d'une seule pièce réelle.

Afin d'illustrer simplement ce problème, considérons l'exemple d'une poutre en rotation dont une des extrémités est fixée. Un effort d'inertie s'applique le long de la structure, proportionnellement au carré de la vitesse de rotation ω et à la distance à l'encastrement L . Ainsi, un élément de volume de masse m situé à une distance r de la base sera sollicité avec une force centrifuge de norme $m\omega^2 r$. Si une perturbation géométrique en bout de poutre (côté libre) augmente la masse, alors la contrainte en base de structure augmentera. La charge de fluage sera donc plus sévère et la durée de vie a priori réduite. Pour illustrer cet exemple, le calcul a été réalisé sur avec une poutre de dimension $(1*1*100 \text{ mm}^3)$ et avec une inclusion hémisphérique de rayon 0.2 mm. La durée de vie en fluage a été simulée, cf la Figure 3. Ainsi, on estime que la durée de vie a été réduite d'environ 10% par le simple ajout du défaut qui n'augmente la masse que d'1%. L'effet n'est pas remarquable mais on imagine que pour des variations de cotes plus complexes, l'effet peut être bien plus important. Dans le cadre des aubes de turbines, le problème majeur est que l'estimation de cet abattement nécessite une chaîne de calculs complexes et très lourde en ressources.

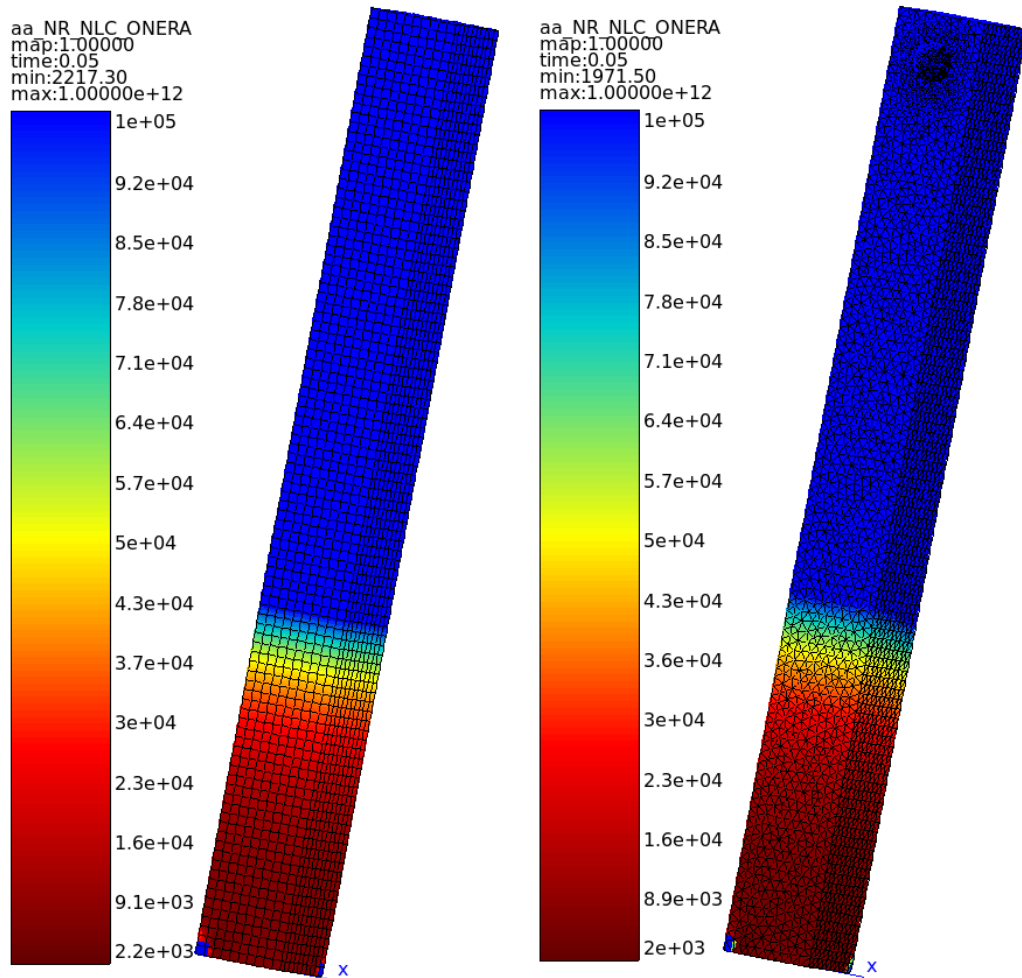


FIGURE 3 – Effet d'un défaut géométrique sur la réponse en durée de vie sous un effort centrifuge : abattement de l'ordre de 10 %.

Objectifs

L'objectif principal de la thèse est de développer une méthodologie de métrologie fonctionnelle capable de faire le lien entre la mesure CND et le bureau d'étude. Il s'agit de pouvoir déterminer, dans une durée compatible avec un flux industriel, un indicateur de performance mécanique depuis la tomographie aux rayons X. En utilisant la durée de vie, l'algorithme doit pouvoir réaliser des simulations thermo-mécaniques élastoviscoplastiques complexes dans un délai de l'ordre de l'heure. En utilisant des mesures réelles, il s'agit d'adopter une approche type Jumeau Numérique afin de pouvoir lier l'ensemble des données de natures variées et en construire une instance numérique la plus fidèle possible de la pièce physique. L'idéal serait de pouvoir travailler directement sur les géométries issues de production. Cependant, ce lien mesure-calcul repose sur la maîtrise des incertitudes des différentes étapes et il est extrêmement difficile de valider les modèles sur des géométries aussi complexes. Il a été choisi de travailler sur une géométrie simplifiée néanmoins représentative de problématiques observables sur pièces complexes. Des éprouvettes tubulaires standards *LCF* (Low Cycle Fatigue) ont été choisies et réalisées dans des conditions de fabrications similaires à celles des aubes de turbine (fonderie à cire perdue pour alliage monocristallin).

Plan du mémoire

Ce mémoire se décompose en cinq chapitres reprenant les différentes étapes de la méthodologie développée. Compte tenu du caractère pluridisciplinaire des ces travaux de thèse, l'état de l'art et les éléments de bibliographie seront placés en début de chaque chapitre. Le Chapitre 1 présente le procédé de fabrication des éprouvettes, le matériau utilisé ainsi que les divers sources de données multimodales. Les variations géométriques sont également décrites et enfin, la définition de la stratégie de jumelage numérique choisie pour ces travaux. Le Chapitre 2 décrit les mécanismes d'endommagement du superalliage en regard des sollicitations étudiées. Des essais de durée de vie complexes types $(T)GMF-LCF$ ((Thermal) Gradient Mechanical Fatigue - Low Cycle Fatigue) sont appliqués sur les pièces afin de mesurer expérimentalement l'impact des défauts géométriques. Le banc expérimental déployé est décrit au travers d'un article publié, puis la matrice d'essai et les mesures de durée de vie sont présentées. Le Chapitre 3 se concentre sur l'établissement du modèle numérique associé aux essais expérimentaux. Les sources de variabilité sont présentées et discutées, de même que l'utilisation des Jumeaux Numériques. On s'intéressera plus particulièrement à simuler le micro-amorçage de fissures via un modèle en contrainte découplé du comportement, le modèle Fat-Flu. Le Chapitre 4 expose une technique innovante de méthode de déformation de maillage. Cet algorithme permet de faire le lien entre les Jumeaux Numériques et la réduction de modèle. La tomographie permet de générer un espace numérique de représentation des défauts géométriques obtenus de façon non-paramétrée. Nous développons ainsi une approche de réduction de modèle sur un espace formé par les maillages des pièces observées par imagerie 3D. Le Chapitre 5 détaille la dernière étape de cette chaîne est d'utiliser les techniques de réduction de modèle afin d'accélérer les calculs. Il est proposé une stratégie d'apprentissage automatique non-supervisée des Jumeaux Numériques pour la prévision de durée de vie. Un article publié présente une technique d'augmentation capable d'enrichir une base de données pour consolider l'approche de réduction de modèle non-linéaire. Enfin, la chaîne complète est appliquée et les performances globales sont rassemblées afin d'en estimer la validité vis à vis des objectifs de la thèse.

CHAPITRE 1

VERS LA MÉTROLOGIE FONCTIONNELLE EN FONDERIE

La métrologie fonctionnelle s'appuie : 1) sur une connaissance à l'état de l'art du procédé de fabrication par fonderie à solidification dirigée et des méthodes de contrôle par imagerie utilisés, 2) sur une production de pièces et 3) sur méthode de jumelage numérique de chaque pièce à partir d'une tomographie aux rayons X de celle-ci. Le jumeau numérique est un modèle aux éléments finis qui incorpore les connaissances sur le comportement élastoviscoplastique du matériau constitutif des pièces, le CMSX-4 PLUS.

1 État de l'art : Élaboration et contrôle de pièces en superalliages monocristallins à base Nickel

Pour la fabrication de pièces creuses à structures internes complexes telles que les aubes de turbine haute pression, le meilleur procédé actuel est la fonderie. Les étapes du procédé de fabrication de pièces par fonderie à cire perdue, illustrées sur la Fig. 1.1, sont découpées en 3 phases majeures. Les étapes 1 à 5 représentent l'élaboration de la grappe (le moule), les étapes 6-7 concernent la coulée et la solidification du métal et enfin, les étapes 8 et 9 sont le dégrappage et les contrôles de chaque pièces issues de la grappe.

La production d'outillages d'injection pour le coulage du superalliage constitue la première phase. Tout d'abord, un moule d'injection en acier (1), traduisant la peau extérieure de l'aube et un noyau céramique, visible en A sur la Fig. 1.2, correspondant aux couloirs de refroidissement interne, sont produits. L'injection de la cire dans l'assemblage constitué du moule en acier (2) au sein duquel est positionné le noyau, permet d'obtenir la même géométrie que la pièce finale, comme visible en B sur la Fig. 1.2. La réduction du nombre de coulées est assurée par l'assemblage, manuel, en grappe de plusieurs modèles en cire, comme illustré sur la Fig. 1.3, alimentés au moyen d'un entonnoir et de canaux de coulée en cire. Des masselottes sont également ajoutées afin de concentrer les défauts de solidification à l'extérieur des pièces, dans des zones de dernière solidification. La grappe constituée est plongée à plusieurs reprises dans une barbotine de farine de céramiques et de liants, jusqu'à obtenir un enrobage homogène appelé "carapace". L'état de surface de la pièce finale obtenue dépend de l'état de surface interne de la première couche de barbotine et de la qualité du décirage, réalisé sous autoclave. Les multiples cycles de cuisson de la carapace assurent les caractéristiques thermiques et mécaniques, afin de limiter les risques de casses par chocs thermiques au contact du métal coulé.

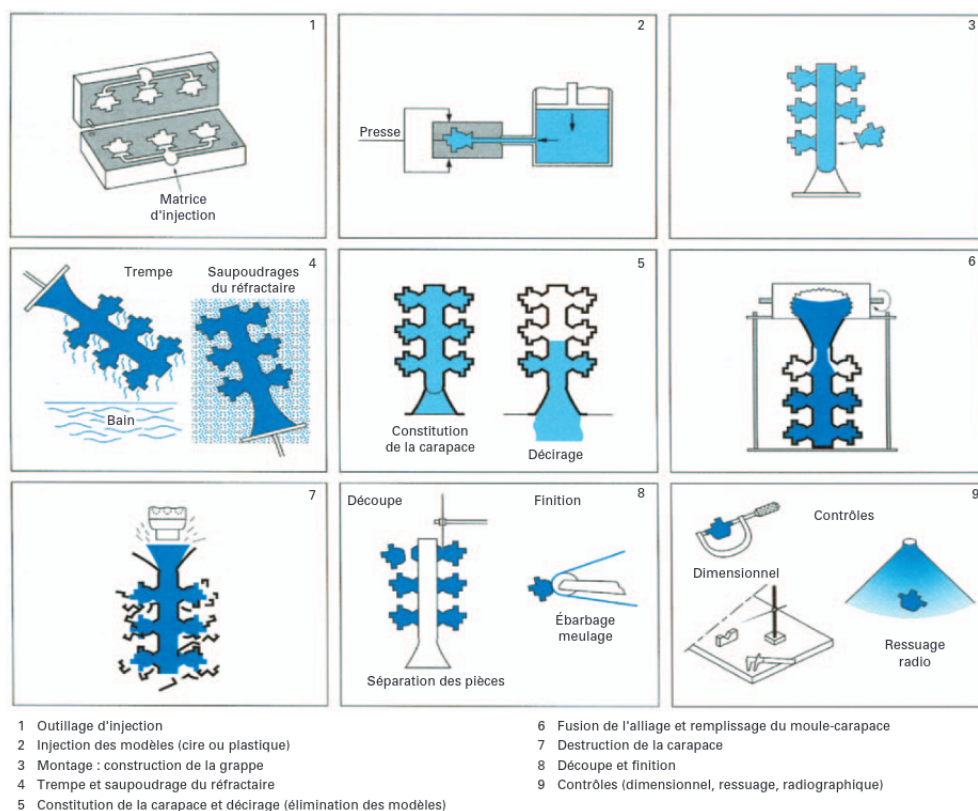


FIGURE 1.1 – Étapes du procédé de fonderie à modèle en cire perdue [2].

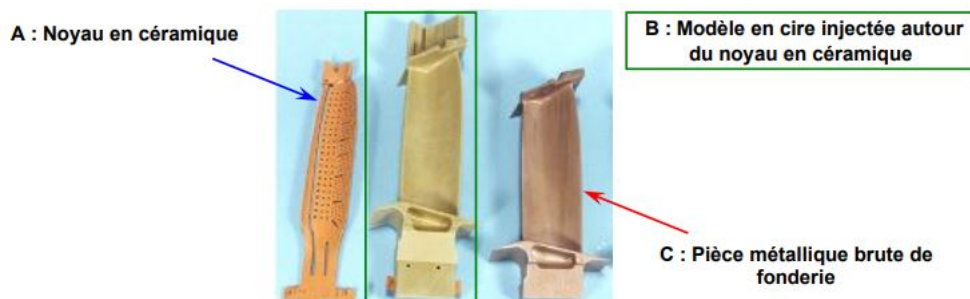


FIGURE 1.2 – Sous-produits obtenus à différentes étapes de la fabrication par cire perdue[3].

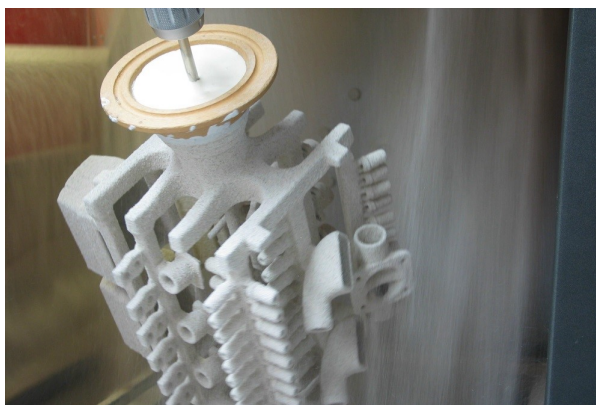


FIGURE 1.3 – Grappe enrobée d'une carapace présentant un assemblage de pièces [4].

1.1 La solidification dirigée pour une structure monogranulaire

Les procédés de mise au point de la matière en lingots, par *Vacuum Induction Melting* (VIM) et *Vacuum Arc Remelting* (VAR), ont permis de grandement diminuer les impuretés liés au procédé de fonderie [49]. Les coulées issues de ces lingots ont ensuite autorisées le développement de pièces à géométrie complexe via la technique de fonderie à cire perdue, à l'image des aubes de turbine. La microstructure a connu différentes évolutions au cours de la création des superalliages. En premier lieu, il s'agissait d'un matériau polycristallin dont les grains avaient une orientation aléatoire. On parlait de structures équiaxes. Au cours de ses travaux, Versnyder a montré que la solidification dirigée (procédé Bridgman) permettait d'aligner les joints de grains selon un axe préférentiel et déterminé [50]. Cette structure possède alors des grains alignés et est appelée structure colonnaire. Le développement s'est accentué par la suite avec la mise au point des monocristaux. La fabrication de pièces monocristallines par solidification dirigée requiert deux conditions principales [51]. Tout d'abord, le flux de chaleur dans le four doit être unidirectionnel afin que l'interface liquide-solide ne se déplace que dans une direction privilégiée. De plus, aucune nucléation de grains ne doit se former dans la partie liquide pendant l'avancée du front de solidification afin d'éviter toute recristallisation indésirable. Une comparaison des différentes structures est montré en Fig. 1.4.

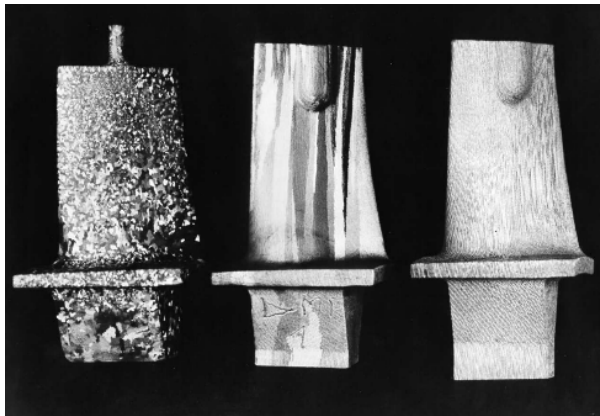


FIGURE 1.4 – Évolution de la structure cristalline des aubes de turbines : équiaxe (à gauche), colonnaire (au centre) et monocristalline (à droite) [5].

Le procédé Bridgman est le plus ancien et le plus largement utilisé de nos jours dans les procédés de fabrication de ce type de pièces. Le moule est placé dans la partie chaude d'un four sous-vide et est rempli de métal liquide porté à une température supérieure à 1500°C. La base du moule est refroidie et agit comme un site de nucléation de grains. Le moule est ensuite déplacé progressivement dans la zone "froide" du four, créant un gradient thermique unidirectionnel. L'orientation cristallographique des grains peut-être aléatoire ou déterminée. Ce contrôle permet de diriger la croissance des grains selon la direction du gradient thermique. Dans le cas de pièces monocristallines, un sélecteur de grain (Fig. 1.5.(b)) est placé entre le socle refroidi et le moule de la pièce. Un schéma illustrant ce procédé est proposé sur la Fig. 1.5.

La solidification induit une structure dendritique de grains ayant suivi la même direction de croissance. Le sélecteur est dimensionné pour que ces grains favorisés germent bien plus rapidement que les autres. Des directions dendritiques secondaires peuvent apparaître lors du refroidissement, mais elles restent aléatoires [52], [6]. La Fig. 1.6 présente la structure dendritique liée à la solidification du superalliage. La taille caractéristique des dendrites est de l'ordre de la centaine de microns.

Le procédé de solidification dirigée peut être une source de défauts internes à la microstructure du matériau (retassures, porosités, Freckles etc.). Les conditions thermodyna-

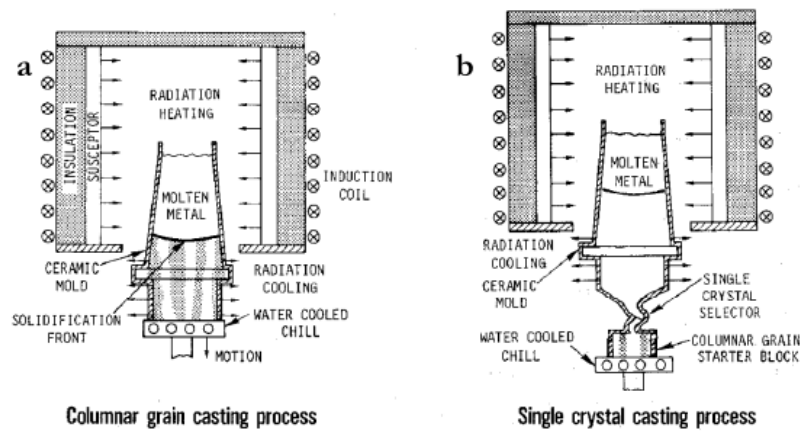


FIGURE 1.5 – Les procédés de fonderie Bridgman pour pièce à grains colonnaires (a) et monocristalline (b) [5].

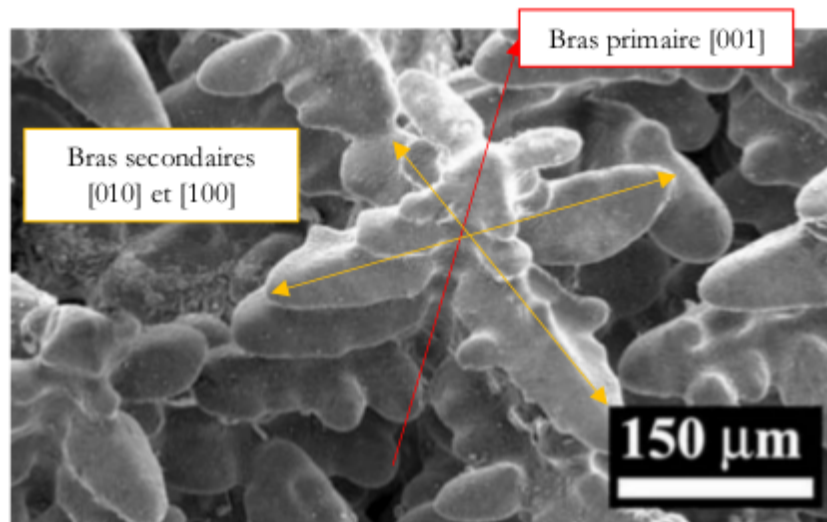


FIGURE 1.6 – Observation au Microscope Électronique à Balayage (MEB) d'une dendrite primaire avec bras secondaire [6].

miques de refroidissement peuvent générer des hétérogénéités de nature chimique. On peut observer de plus des désorientations dendritiques de l'ordre de quelques degrés les uns par rapport aux autres. Cette dernière induit des écarts de comportements mécaniques au cœur du matériau [35]. De nombreuses singularités du procédé peuvent s'y associer et selon les paramètres (gradient thermique, vitesse de refroidissement, vitesse de tirage etc...), des grains parasites peuvent se former. Quel que soit leurs types et morphologie, ces défauts sont particulièrement néfastes pour les propriétés mécaniques en fatigue et en fluage [53–57, 35, 58].

1.2 Les superalliages

Le terme "superalliage" est utilisé afin de particulariser une classe des alliages : il est nécessaire qu'il y ait au moins 9 éléments d'alliage ajoutés au matériau de base. La conception de ces matériaux s'est faite par phases avec l'ajout progressif de différents éléments afin d'améliorer les propriétés mécaniques, stabiliser la microstructure ou faciliter la fabrication. Le Tableau 1.1 recense les effets des différents éléments ajoutés sur l'alliage, issus des travaux de [59–62, 6, 63]. Nous allons brièvement le présenter dans ce paragraphe. Les premiers alliages monogranulaires possédaient les mêmes compositions que les alliages polycristallins avec des éléments tels que le tungstène (W), le tantale (Ta) et le molybdène (Mo) [64]. Ces éléments dits "réfractaires" étaient utilisés pour augmenter les tenues à la température. Les alliages de deuxième génération sont caractérisés par l'ajout de rhénium (Re), élément lourd réfractaire permettant un gain de l'ordre de 30 à 50 °C. Il permet d'obtenir un misfit négatif et limiter les coalescences des précipités γ' . On appelle misfit, ou encore désaccord paramétrique, une propriété liée aux paramètres de mailles de deux phases. Pour un superalliage, ce paramètre est négatif, signifiant que la phase durcissante est plus compacte que la matrice. Ce dernier affecte également la morphologie des phases et la valeur typique de $|0,3|\%$ induit la forme cubique des précipités. Ce paramètre est d'importance capitale pour la conception des alliages car il traduit l'état de contrainte des précipités provoqué par la matrice : les contraintes élastiques appliquées offrent une barrière énergétique à la formation de dislocations et donc, améliorent le comportement [65, 66, 6]. Le passage à la 3^{ème} génération s'est effectué par une augmentation du taux de rhénium jusque 6 %, soit le double de la quantité initiale introduite par rapport aux alliages de 2^{ème} génération. Seulement, cet élément tend à rendre plus instable la microstructure par la précipitation de phases fragiles appelées TCP (*Topologically Close Packed*) non désirées. De plus, l'amoindrissement de la teneur en Chrome diminue la résistance face à la corrosion. Une parade est apparue au cours de la 4^{ème} génération avec l'ajout du ruthénium (Ru). Cet élément peu ségrégeant permet de limiter la formation de phases parasites telles que les TCP [67], en augmentant cependant la densité globale du matériau. Ce pourquoi un alliage de génération intermédiaire a été introduit récemment, le CMSX-4 PLUS, afin de conserver de bonnes propriétés à haute température (HT) en diminuant la masse (via un taux de rhénium plus faible) [41].

Éléments	Localisation	Effets
Nickel (Ni)	Matrice	Tenue structurale initiale à haute température
Aluminium (Al)	Précipités	Formation de la phase γ' Protection oxydation par la formation d'une couche en surface de Al_2O_3
Titane (Ti)	Précipités	Stabilisation de γ' par substitution Al
Chrome (Cr)	Matrice	Durcissement matrice par solution solide Protection corrosion par la formation d'une couche en surface de Cr_2O_3
Cobalt (Co)	Matrice	Durcissement matrice par substitution Ni
Molybdène (Mo)	Matrice	Durcissement matrice par solution solide
Tungstène (W)	Matrice et Précipités	Durcissement matrice par solution solide
Niobium (Nb)	Matrice et Précipités	Formation carbures
Hafnium (Hf)	X	Meilleure coulabilité Formation carbures Stabilisation de γ' Diminution de la vitesse de formation des oxydes Meilleure adhérence du revêtement
Carbone (C) Bore (Br)	X	Formation carbures et borures Facilite élaboration lingots Meilleure tenue mécanique des interfaces
Tantale (Ta)	Précipités	Meilleure coulabilité Diminution défauts type « freckles » Formation carbures Stabilisation de γ' par substitution Al Augmentation du solvus des précipités Augmentation de la résistance au cisaillement
Rhénium (Re)	Matrice	Durcissement matrice par solution solide Ralentissement de la coalescence des γ'
Ruthénium (Ru)	Matrice et Précipités	Limite la formation de phases TCP
Iridium (Ir)	Précipités	Limite la formation de phases TCP Améliore l'interface substrat / revêtement Remplacement du ruthénium
Platine (Pt)	Précipités	Renforts des propriétés à très haute température Stabilisation des propriétés près du solvus

TABLE 1.1 – Effets des principaux éléments chimiques d'alliages ajoutés aux différentes générations, adapté de [6].

La quête d'alliages toujours plus performants se poursuit jusqu'aujourd'hui, particulièrement au Japon avec le *National Institute of Materials Science* (NIMS) et leurs alliages TMS. Ici, on cherche à augmenter les températures de fonctionnement en augmentant d'une part les teneurs en Ru, ou en le remplaçant avec des éléments dits "platinoïdes" à l'image de l'iridium (Ir). L'iridium est quand à lui utilisé pour favoriser les interfaces avec les revêtements utilisés, comme substitut au ruthénium et pour limiter la formation des phases TCP [68]. Toutefois, l'exploitation de ces nouvelles générations au sein de l'industrie aéronautique semble actuellement compromise pour de nombreuses raisons : l'ajout des nouveaux éléments alourdit l'alliage avec des densités > 9 , des coûts d'élaboration importants ainsi que des problèmes d'approvisionnement à envisager, du fait de la rareté des composants chimiques. L'alliage TROPEA, classifié comme génération 1.5 voir inclassifiable, propose quand à lui l'ajout de platine. Ce dernier renforce les précipités par solution solide et permet une meilleure tenue à haute voir très haute température en stabilisant l'alliage à proximité du solvus. Le tableau 1.2 récapitule les noms des alliages les plus célèbres et leurs composition chimique.

Gén.	SX	Cr	Co	Mo	W	Al	Ti	Ta	Nb	Hf	Re	Ru	C	Pt	Ir	Den.
1 ^{ère}	MARM200+Hf	8.	9.	-	12.	5.	1.9	-	1.	1.5	-	-	0.15	-	-	-
	AM1	7.8	6.5	2.	5.7	5.2	1.1	7.9	-	-	-	-	-	-	-	8.6
	CMSX-2	8.	4.6	0.6	8.	5.6	1.	6.	-	-	-	-	-	-	-	8.6
	PWA1480	10.	5	-	4	5.	1.5	12.	-	-	-	-	-	-	-	8.7
1.5 ^{ème}	CMSX-4	6.5	9.	0.6	6.	5.6	1.	6.35	-	0.1	3.	-	-	-	-	8.7
	TROPEA	6.5	9.	0.6	6.	5.6	1.	9.	-	0.1	1.	0.	-	2.	-	8.83
2 ^{ème}	PWA1484	5.	10.	2.0	6.	5.6	-	8.7	-	0.1	3.	-	-	-	-	8.95
	René N5	7.	8.	2.	5.	6.2	-	7.	-	0.2	3.	-	-	-	-	8.7
2 ^{ème} / 3 ^{ème}	CMSX-4 PLUS	3.5	10.	0.6	6.0	5.7	0.85	8.	-	0.1	4.8	-	-	-	-	8.93
3 ^{ème} 4 ^{ème}	CMSX-10K	2.	3.	0.4	5.	5.7	0.2	8.0	0.1	0.03	6.	-	-	-	-	9.05
	René N6	4.2.	12.5	1.4	6.	5.75	-	7.2	-	0.15	5.4	-	0.05	-	-	8.97
	MC-NG	4.0	<0.2	1.	5.	6.	0.5	5.0	-	0.1	4.	4.	-	-	-	8.75
	TMS-138A	2.8	5.8	2.9	6.1	5.8	-	5.6	-	0.05	5.1	1.9	-	-	-	8.7
5 ^{ème}	TMS-162	3.0	5.8	3.9	5.8	5.8	-	5.6	-	0.1	4.9	6.0	-	-	-	9.04
	TMS-196	4.6	5.6	2.4	5.0	5.6	-	5.6	-	0.1	6.4	5.0	-	-	-	9.01
6 ^{ème}	TMS-238 ReIr	4.3	6.1	1.1	3.8	5.5	-	7.2	-	0.1	7.0	-	-	-	12.5	

TABLE 1.2 – Tableau recensant les différentes générations avec les principaux alliages associés et les compositions en masses des constituants (wt%). Les cases contenant des "-" signifient une absence ou faible quantité de l'élément considéré.

Dans le cadre des études menées par PFX, de nouveaux alliages sont étudiés afin d'élaborer les aubes du futurs. Le matériau utilisé pour cette thèse est le CMSX-4 PLUS, un superalliage appartenant à une classe intermédiaire entre la seconde et la troisième génération. Ce matériau pourrait être un candidat potentiel au remplacement de l'AM1, actuellement utilisé pour les aubes de turbine haute pression du moteur M88. Il existe dans une composition très pauvre en Soufre (non présenté dans le tableau), ce qui améliore ses propriétés face à l'oxydation [41].

1.3 Comportement et mécanismes de déformation du CMSX-4 PLUS

1.3.1 Aspect multi-échelle

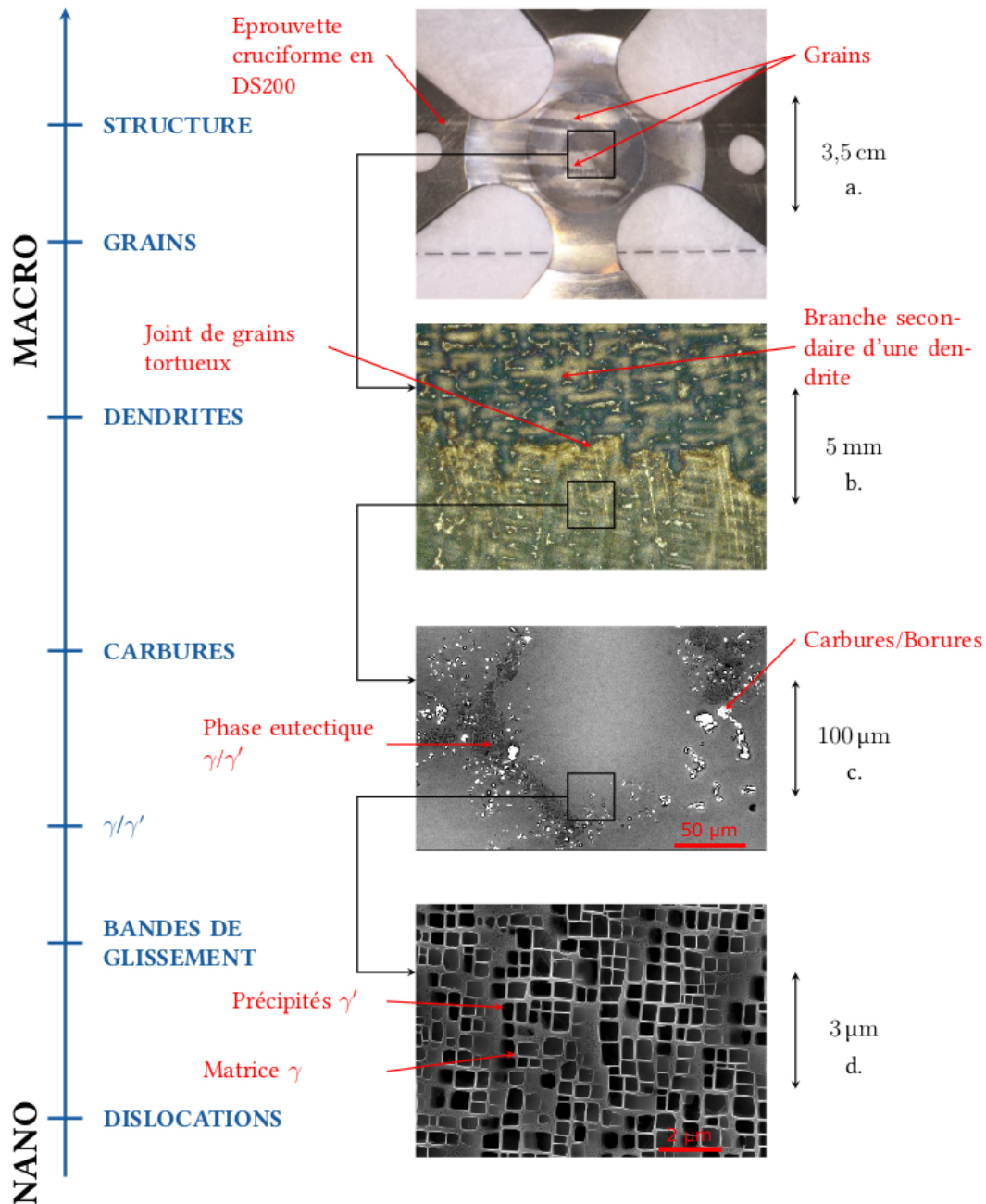


FIGURE 1.7 – Microstructure multi-échelle d'un superalliage polycristallin : a) éprouvette bi-axiale, b) grains / dendrites désorientées, c) microstructure dendritique, d) microstructure γ/γ' . Extrait de [7, 8]

Les superallages, au delà de leur compositions fascinante, possèdent une structure que l'on peut qualifier de multi-échelle. Pour détailler cette propriété, nous utiliserons la Fig. 1.7, issue de la thèse de Coudon [8]. A l'échelle de la structure, de l'ordre du mm et au delà, la matière est continue, les superallages polycristallins à base nickel ayant des grains dont la taille est de l'ordre de 100 à 200 μm . En descendant à l'échelle de la mésostructure (échelle des grains), ces matériaux présentent une structure austénitique avec une maille cristallographique type cubique à face centrée. Celle-ci est composée de dendrites orientées selon la direction de solidification. Lors du refroidissement, des bras

secondaires se développent selon les directions $\langle 100 \rangle$ et $\langle 010 \rangle$ du cristal. Toutefois, la croissance dendritique induit un phénomène de ségrégation entre les dendrites dans une zone appelée espace inter-dendritique. Alors que les dendrites sont riches en éléments lourds (W, Mo, Re), les interdendritiques contiennent en proportion élevée des éléments γ' -gènes tels que le titane et l'aluminium [69]. En pénétrant dans les cœurs de dendrites, où la microstructure est la plus homogène, on atteint les échelles de l'ordre du micron. A cette échelle, le matériau possède une microstructure biphasée γ/γ' . Les précipités se forment lors d'une remise en solution du matériau par traitement thermique : ils croissent en épitaxie avec la matrice. Cette propriété de mutualité assure une forme de continuité des paramètres cristallins, rendant les deux phases cohérentes. La microstructure du CMSX-4 PLUS, comme la majorité des superalliages monogranulaires à base Nickel, est une structure biphasée formée, selon la notation Strukturbericht :

- ~ d'une matrice austénitique appelée phase γ , de structure CFC primitive (cf Fig. 1.8.(a)) ;
- ~ de précipités, représentant la phase γ' de composition nominale $\text{Ni}_3(\text{Al,Ti,Ta})$. Leur structure intermétallique ordonnée L1_2 (cf Fig. 1.8.(b)) forme une structure cohérente ou semi-cohérente avec la matrice γ .

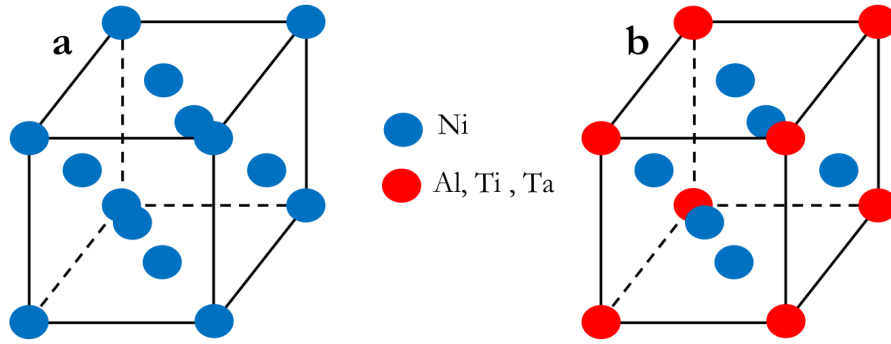


FIGURE 1.8 – Structure des superalliages monocristallins : phase γ - CFC (a) et phase γ' - L1_2 (b) [6].

1.3.2 Élasticité anisotrope

Lorsqu'un chargement mécanique est appliqué sur une pièce cinématiquement bloquée, un phénomène de déformation se produit. Cette notion représente les variations de forme d'un corps sous une sollicitation extérieure mesurées par une grandeur sans dimension, le tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$. Nous nous intéresserons ici à la modélisation des petites déformations : nous nous restreindrons aux déformations macroscopiques $< 5\%$. La déformation totale se décompose de manière classique en une partie élastique (réversible) ε^e et une partie non-élastique, encore appelée plastique ε^p . On la décompose ainsi :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (1.1)$$

On peut également décrire le comportement élastique en utilisant le tenseur d'élasticité d'ordre 4 $\underline{\underline{C}}$ (exprimé en MPa) tel que, pour un état de contrainte σ (également en MPa) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (1.2)$$

Le modèle cristallographique permet de décrire l'anisotropie cubique de la microstructure du matériau. Cette caractéristique se traduit par une simplification du tenseur

C, initialement composé de 81 coefficients. On adopte également la notation de Voigt, afin d'écrire les tenseurs d'ordre 2 en tout point sous forme de vecteurs.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} = \sigma_1 \\ \sigma_{22} = \sigma_2 \\ \sigma_{33} = \sigma_3 \\ \sigma_{23} = \sigma_4 \\ \sigma_{13} = \sigma_5 \\ \sigma_{12} = \sigma_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} = \varepsilon_1 \\ \varepsilon_{22} = \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{33} = \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_{23} = \varepsilon_4 \\ 2\varepsilon_{13} = \varepsilon_5 \\ 2\varepsilon_{12} = \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Dans ce cas, on peut réécrire le comportement élastique :

$$\sigma_I = C_{IJ} : \varepsilon_J^e \quad (1.4)$$

Toutefois, comme nous l'avons vu précédemment, le matériau est un alliage biphasé constitué d'une matrice austénitique γ (solution solide à base Nickel) dans laquelle se forme une précipitation de cuboïdes γ' . Chacune des phases possède une structure cristallographique qui traduit une symétrie cubique. Dans ce cas, le tenseur d'élasticité C n'a plus que 3 termes non nuls et indépendants. La matrice devient alors :

$$\underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Ainsi, la nature cubique de la maille cristalline induit une anisotropie : la réponse mécanique dépend de la direction de sollicitation. Pour représenter cette propriété, on peut tracer l'évolution du module d'élasticité directionnel comme le montre la Fig. 1.9a. On voit que les directions diagonales du cube (du type $\langle 111 \rangle$) sont les directions de rigidités maximales tandis que l'axe $\langle 001 \rangle$ correspond à la direction cristallographique la plus souple. On observe cela car le cuboïde est plus creusé selon les faces de normales $\langle 001 \rangle$ et $\langle 00\bar{1} \rangle$, le maillage y est plus fin. Afin de minimiser la contrainte vue par le matériau et la structure, on fait coïncider la direction de sollicitation avec l'axe le plus souple du matériau : c'est la raison pour laquelle on choisit un matériau orienté selon $\langle 001 \rangle$. Une autre propriété étonnante des alliages monogranulaires à base Nickel à haute teneur en γ' (de l'ordre de 70%) est le durcissement élastique avec la température. La plupart des matériaux métalliques montrent une diminution de leur limite élastique avec la température. Celle des alliages monogranulaires à base Nickel aura tendance à suivre un plateau jusqu'à 500°C, avant d'augmenter pour atteindre un pic vers 750-800°C puis de décroître. L'évolution typique de la limite élastique de ces alliages est présentée en Fig. 1.9b, issue des travaux de [70] sur le CMSX-4.

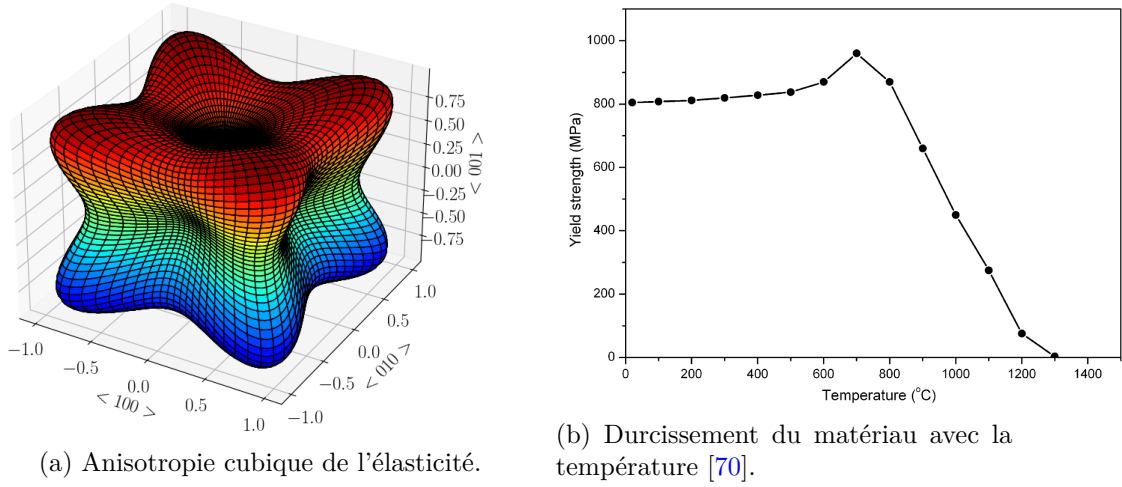


FIGURE 1.9 – Propriétés remarquables des superalliages monogranulaires à base Nickel.

1.3.3 Dilatation thermique

Lorsqu'un matériau est soumis à une source de chaleur, la variation de température provoque une dilatation dite libre de contrainte. Il s'agit d'une traduction macroscopique de la variation d'amplitude de vibrations atomiques sous l'effet d'un changement de température. Si la température augmente, le solide subit une augmentation de volume car les positions moyennes des vibrations augmentent. Ce processus est ainsi réversible, un retour à l'état initial de température permet au matériau de retrouver son volume initial. Cet effet se modélise par une loi de dilatation thermique où la déformation thermique est proportionnelle à la variation de température au travers du coefficient de dilatation thermique α (exprimé en $^{\circ}\text{C}^{-1}$). Par convention, la variation de température est calculée à partir d'une référence T_0 , prise à 20 ou 25 $^{\circ}\text{C}$. La loi de déformation thermique à une température T s'écrit donc :

$$\varepsilon(T) = \alpha(T) \times (T - T_0) \quad (1.6)$$

Une remarque intéressante est que la déformation est additive : la déformation thermique est additionnée à l'élasticité et à la plasticité. Ce qui n'est pas le cas pour la contrainte. Cependant, la présence d'un gradient thermique peut induire un champ de dilatation *contrarié*. Dans ce cas, des contraintes d'origine thermique peuvent apparaître et s'ajouter à l'effet mécanique. Le CMSX-4 PLUS présente une anisotropie cubique mais il est couramment admis qu'une dilatation thermique isotrope peut-être considérée. Le tenseur de dilatation devient alors un coefficient, identifié selon $\langle 001 \rangle$. Le tableau 1.3 présente les différentes propriétés thermo-élastiques du CMSX4, afin de donner un ordre de grandeur pour le CMSX-4 PLUS dont les données sont confidentielles. On peut voir ici, que pour une température de 1100 $^{\circ}\text{C}$, la déformation peut atteindre près de 3.8%, sans générer de contraintes.

Coefficients	20 $^{\circ}\text{C}$	650 $^{\circ}\text{C}$	1200 $^{\circ}\text{C}$
C_{11} (GPa)	250	220	195
C_{12} (GPa)	155	150	150
C_{44} (GPa)	140	110	120
$\alpha(10^{-6}/^{\circ}\text{C})$	11	16	35

TABLE 1.3 – Coefficients thermo-élastiques du CMSX4 en fonction de la température [41, 42].

1.3.4 Plasticité cristalline

Le mécanisme principal de la déformation plastique du monocristal est dû aux glissements des plans cristallographiques les uns par rapport aux autres. Cette observation découle directement des travaux fondateurs de l'autrichien Erich Schmid vers le milieu du XX^{ème} siècle [71]. Elle est illustrée sur la Fig. 1.10.a). La maille d'un cristal est définie comme infiniment périodique et invariante par translation. Toutefois, la matière n'est pas rigoureusement périodique car des défauts peuvent apparaître telles que des lacunes, des fautes d'empilement ainsi que des dislocations. Ces dernières ont la capacité de se propager de proche en proche par un mécanisme de rupture/recollement des noeuds du réseau cristallin. Ces dislocations vont se propager selon des directions portées par le vecteur de Burgers noté \mathbf{b} . Sa norme représente le contour formé par le mouvement de la dislocation et donc, le saut que la dislocation effectuera entre différents plans. Ainsi, on comprend que des plans plus proches seront plus enclin à propager une dislocation. Ces plans favorables correspondent aux plans denses de la maille : ce sont les plans où les distances interatomiques sont les plus faibles. Ces plans sont également appelés plans de glissement et un système de glissement est formé d'un plan et d'une direction de glissement. Selon la modélisation de Schmid, les systèmes favorisés seront déterminés en calculant chaque contrainte de scission pour chacun des plans. On calcule pour cela λ et ϕ , représentant les angles entre direction de glissement, inclinaison du plan de glissement considéré et l'axe de la traction appliquée, cf la Fig. 1.10.b).

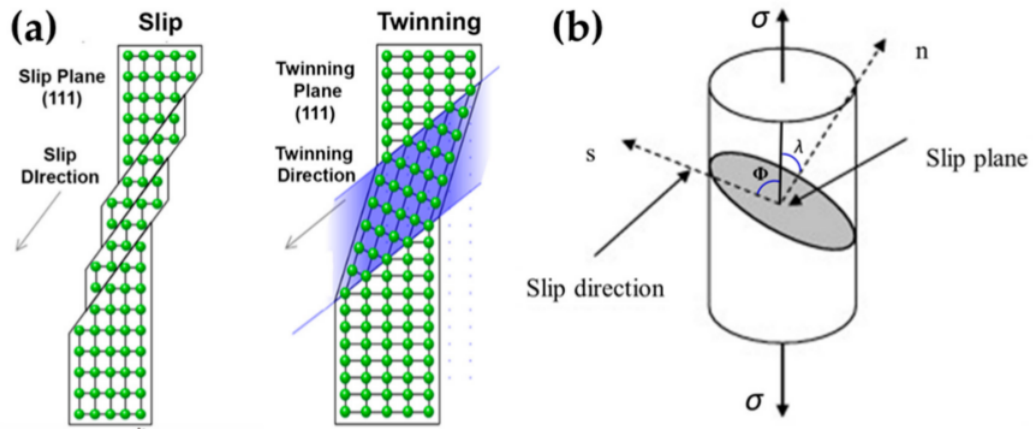


FIGURE 1.10 – Schémas représentant a) le glissement et le maillage d'un monocristal et b) la modélisation de Schmid [9].

Prenons l'exemple d'un monocristal sollicité en état de traction uniaxiale. Il se comporte comme une "ramette de papier" que l'on fait glisser : des plans particuliers vont s'activer et glisser les uns par rapport aux autres, provoquant une déformation locale en escalier. Se forment alors des bandes de glissement marquant le déplacement irréversible de ces plans. Dans le cadre d'un essai de traction avec un cristal $\langle 001 \rangle$ bien orienté, on peut observer les bandes de glissement sur la surface d'une éprouvette bien polie. Hanriot a mis en évidence l'apparition de la plasticité sur des éprouvettes polies miroir, comme le montre la Fig. 1.11 [10]. On considère ici un cas de glissement où un seul système de glissement est activé mais en augmentant la charge, d'autres systèmes peuvent s'activer et venir se superposer, à l'image de la Fig. 1.11.

En mécanique, l'élasticité est un processus réversible de déformation des réseaux cristallins sous l'effet d'une contrainte mécanique. Le caractère irréversible se présente lorsque la déformation plastique s'active. Les dislocations doivent se mouvoir afin d'accommoder la déformation imposée tout en gardant la structure cristallographique globale. Les dislo-

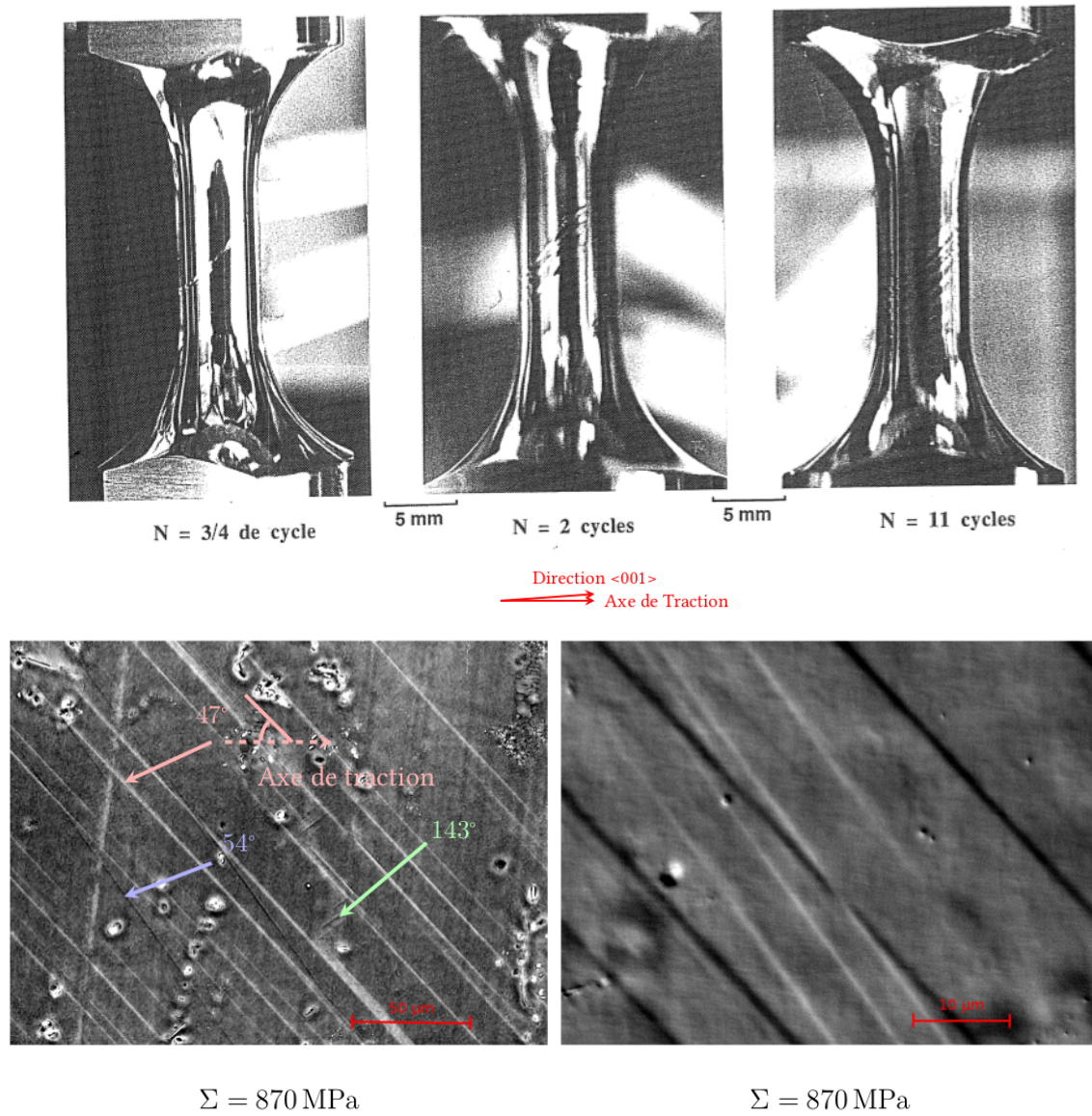


FIGURE 1.11 – Progression de la déformation inélastique par bande de glissement en fonction du nombre de cycles à $T = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (haut) [10], augmentation du nombre de bande de glissement avec la contrainte (bas) [8].

cations, se déplacent selon les direction de glissements avec les distances atomiques les plus courtes afin de minimiser la perte d'énergie associée à ces mouvements. Dans le cas d'un superalliage monocristallin à haute température, les dislocations apparaissent et se répartissent au sein de la phase γ ou aux couloirs d'interface $\gamma - \gamma'$ mais très peu dans la phase durcissante γ' . Les faibles couloirs inter-phases limitent le déplacement des dislocations et les précipités jouent un rôle de barrières. Cet effet est observé au MET sur un échantillon d'AM1 à haute température [11], cf Fig. 1.12 (gauche) et une schématisation du rôle des précipités dans le durcissement microstructural a été proposée 1.12 (droite) [12].

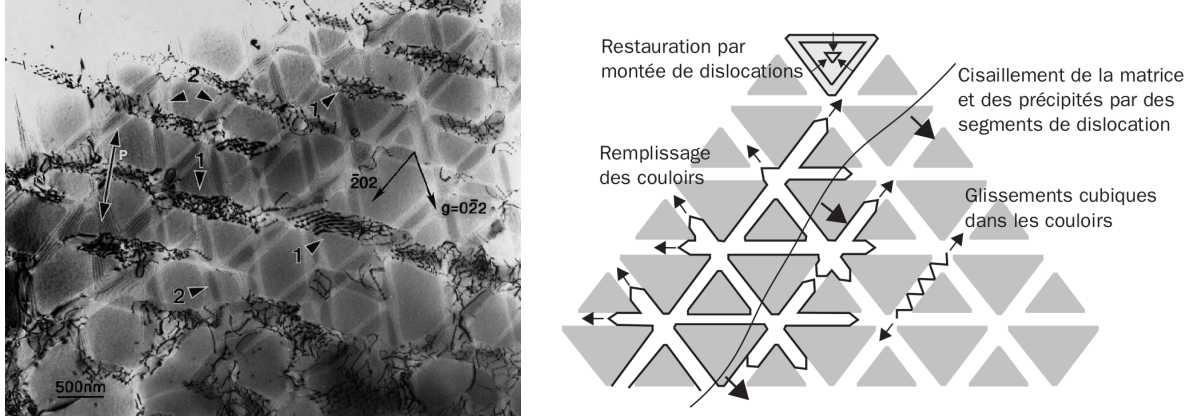


FIGURE 1.12 – Accumulation des dislocations dans les couloirs de matrice γ et blocages aux interfaces γ' [11] $T = 950^\circ\text{C}$ (à gauche) et modélisation de la déformation par propagation des dislocations [12] (à droite).

La maille CFC possède deux familles de plans de glissement, appelés octaédriques et cubiques, présentés en Fig.1.13. Les quatre plans denses (111) dits octaédriques sont munis de trois directions denses $\langle 110 \rangle$ par plans. Ceux-ci forment douze systèmes de glissement octaédriques avec un vecteur de Burgers correspondant à la plus petite translation du réseau de type $\langle 110 \rangle$ (111). Les systèmes cubiques peuvent également s'activer bien qu'ils soient énergétiquement moins favorisés. Ces derniers sont au nombre de six et caractérisés par trois plans (001) (010) et (100) et deux directions de glissement $\langle 110 \rangle$ par plans. Rigoureusement, les glissements sur ces plans correspondent en fait aux glissements déviés des dislocations vis issues des systèmes octaédriques. Finalement, les différents systèmes de glissement de la maille CFC sont rassemblés dans le Tableau 1.4.

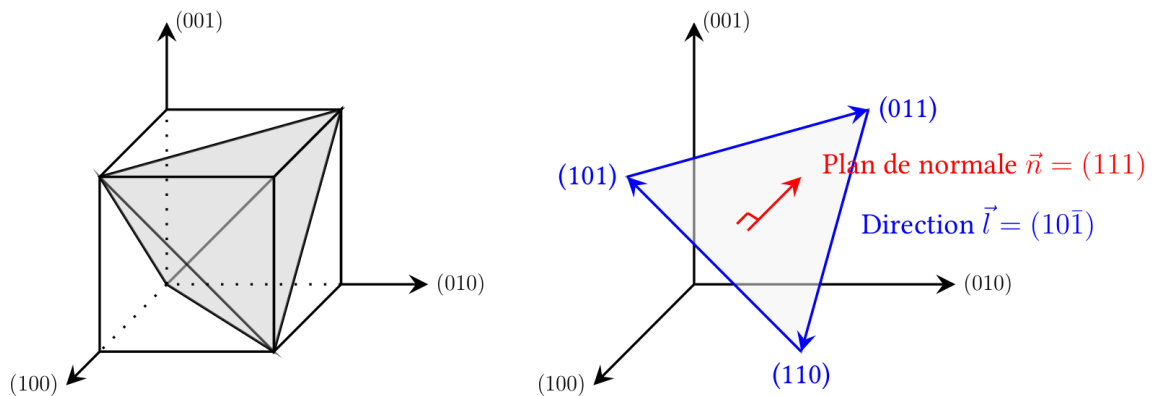


FIGURE 1.13 – Illustration des plans de glissement octaédriques et particularisation sur le plan de normal (111) [8].

La plasticité cristalline est un domaine de recherche où de nombreux modèles ont été développés selon différentes approches. On peut citer les modèles micromécaniques basés

Famille	Systèmes s	Plan de glissement n^s	Direction de glissement l^s
Octaédrique	1	(111)	$[\bar{1}01]$
	2		$[0\bar{1}1]$
	3		$[\bar{1}10]$
	4	$(1\bar{1}1)$	$[\bar{1}01]$
	5		$[011]$
	6		$[110]$
	7	$(\bar{1}11)$	$[0\bar{1}1]$
	8		$[110]$
	9		$[101]$
	10	$(11\bar{1})$	$[\bar{1}10]$
	11		$[101]$
	12		$[011]$
Cubique	1	(001)	$[\bar{1}10]$
	2		$[110]$
	3	(100)	$[011]$
	4		$[0\bar{1}1]$
	5	(010)	$[\bar{1}01]$
	6		$[101]$

TABLE 1.4 – Systèmes de glissement regroupés par famille pour une structure cristallographique CFC.

sur l'étude du déplacement des dislocations [12, 72, 73], mésoscopiques tels que [74] issu du calcul des invariants du tenseur des contraintes ou encore basés sur l'évolution de la microstructure [75, 76]. Enfin, l'approche phénoménologique de Méric et Cailletaud [77–80] que nous utiliserons au cours de ces travaux de thèse. Ici, le glissement est obtenu à l'aide de la loi de Schmid projetant la contrainte appliquée sur chacune des directions de glissement. Cette contrainte projetée est appelée scission résolue et comparée à une valeur seuil, la scission critique τ_c . Il s'agit d'une donnée liée au matériau et représentée en rhéologie par un patin : tant que la contrainte est trop faible, le patin ne glisse pas. Il faudra donc appliquer une contrainte macroscopique σ telle que $\tau > \tau_c$. Dans ce cas, le plan du système de glissement considéré s glisse et l'on caractérise son glissement γ^s par :

$$\gamma^s \neq 0 \text{ si } |\tau^s| \geq |\tau_c| \quad (1.7)$$

Ces systèmes de glissement peuvent s'activer selon le principe de minimisation d'énergie de déformation en fonction de la sollicitation appliquée au cristal. Il est couramment admis que la contrainte de cisaillement critique est la même pour tous les systèmes d'une même famille. Afin de rendre compte de tous les glissement, on définit le tenseur d'orientations par :

$$\underline{\underline{m}}^s = \frac{1}{2} * (\underline{l}^s \otimes \underline{n}^s + \underline{n}^s \otimes \underline{l}^s) \quad (1.8)$$

Avec \underline{n}^s la normale au plan du système de glissement et \underline{l}^s la direction du glissement dans le plan. La loi de Schmid fournit alors la loi d'écoulement de la contrainte de cisaillement τ^s (MPa) associée au système cristallin s considéré pour un état de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ dans le cristal :

$$\tau^s = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{m}}^s \quad (1.9)$$

Afin de représenter le déplacement des dislocations, le modèle se base sur la vitesse de glissement. Cette dernière est directement impliquée dans l'écriture de la déformation

plastique au sein du modèle cristallographique selon l'équation :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^p = \sum_{\substack{s=1 \\ \text{octaédrique}}}^{12} \underline{m}^s \dot{\gamma}^s + \sum_{\substack{s=1 \\ \text{cubique}}}^6 \underline{m}^s \dot{\gamma}^s \quad (1.10)$$

Elle s'exprime à l'aide des variables internes r^s et x^s propres à chaque système s , représentant respectivement les écrouissages isotrope et cinématique.

$$\dot{\gamma}^s = \left\langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{k} \right\rangle^n \text{signe}(\tau^s - x^s) \quad (1.11)$$

avec k et n deux coefficients matériaux paramètres d'un modèle viscoplastique de Norton. La notation $\langle . \rangle$ désigne la partie positive.

L'écrouissage isotrope est une modélisation de la dilatation de la surface de charge dans l'espace des contraintes. Cela peut être relié à la formation de dislocations par les plans de glissement activés qui agissent comme des barrières au mouvement de nouvelles dislocation. Ceci formant alors un durcissement du matériau à l'échelle de la pièce. On modélise cet écrouissage par l'équation :

$$r^s = |\tau_c^s| + Q \sum_r H^{sr} (1 - e^{-bv^r}) \quad \text{où} \quad v^r = |\dot{\gamma}^r| \quad (1.12)$$

Q représente une valeur asymptotique décrivant l'atteinte du cycle stabilisé pour le système s et b en représente la vitesse. Le terme H^{sr} (appelé matrice d'interaction) permet de prendre en compte les interactions entre deux systèmes de glissement s et r . Méric a montré lors de ses travaux que, pour un matériau monocristallin, la matrice H est souvent assimilée à l'identité [79]. Bien que de nombreux travaux tendent à renforcer les termes d'interaction, l'hypothèse de Méric sera conservée dans cette thèse. Dans le modèle utilisé au cours de cette thèse, l'écrouissage isotrope est considéré comme constant : $r^s = |\tau_c^s|$. Cette simplification provient du fait que le modèle est utilisé pour une stabilisation de cycles rapide : on considère que l'écrouissage isotrope n'a pas le temps d'évoluer au delà. Toutefois, cette unique forme d'écrouissage ne permet pas de représenter complètement le durcissement du matériau, en particulier sous un chargement cyclique. On introduit une nouvelle forme d'écrouissage, appelée écrouissage cinématique qui décrit un déplacement de la fonction de charge dans l'espace des contraintes. Une forme non-linéaire classique pour une sollicitation de fatigue isotherme est un écrouissage saturé de la forme :

$$x^s = \pm \frac{c}{d} (1 - e^{\mp d \gamma^s}) \quad (1.13)$$

où c et d sont les coefficients de la loi d'écrouissage.

Dans le cas d'un essai composé de cycles de traction-compression de chargement identique au sens près, on peut observer une variation progressive de la limite d'élasticité en compression vis à vis de celle en traction. Cet effet, encore appelé effet Bauschinger, est lié au développement de plasticité dans un sens de sollicitation et peut être correctement modélisé par l'équation 1.13. Toutefois, les chargements de nature plus complexe peuvent occasionner des effets non pris en compte ici : des effets de Rochet peuvent se développer par exemple, en pointe de fissure [25], des effets de restauration d'écrouissage [81] ainsi que les conséquence d'une anisotropie de la température. On peut alors complexifier l'écrouissage cinématique tel que :

$$x^s = c\alpha^s \text{ avec } \dot{\alpha}^s = \dot{\gamma}^s - d\dot{v}^s \alpha^s \quad (1.14)$$

α désigne une variable d'état associée à l'écrouissage cinématique. Le terme $\omega(\alpha^s)$ modifie le terme de rappel de façon à pouvoir simuler les mécanismes d'une sollicitation cyclique. Ce terme permet donc, par exemple, de pouvoir représenter un état de stabilisation ou au contraire, un mécanisme d'évanescence [82]. Afin d'unifier les effets de saturations aux

faibles et fortes vitesses, un modèle visqueux asymptotique a été développé en utilisant une fonction dite d'activation telle que le *sinh*. Cette fonction hyperbolique permet l'utilisation d'un potentiel unique continu, bien plus pratique du point de vue de la résolution. Dans ce cas, la vitesse de glissement sur un système s est calculée ainsi :

$$\dot{v}^s = \varepsilon^0 \sinh \left(\left\langle \frac{f^s}{K} \right\rangle^n \right) \quad (1.15)$$

Toutefois, des "points de fonctionnement" ont été identifiés où le calcul de la fonction de charge peut diverger. Des paramètres asymptotiques peuvent-être ajoutés à ce modèle afin de faciliter la convergence, tel que le *seuil d'aberration* représentés par deux coefficients limites K_{lim} et n_{lim} . De plus, l'unification des potentiels visqueux implique celle des fonctions d'écrouissage, ce qui est complexe pour les effets sensibles à la vitesse tels que le fluage ou la relaxation. Dans ce cas, un terme dit de restauration statique est ajouté afin de modéliser correctement la sensibilité au fluage, souvent noté $\omega(x)$. Cela se traduit par l'ajout de deux nouveaux coefficients matériaux m et M , souvent difficile à identifier.

$$x^s = \dot{\gamma}^s - d\dot{v}^s \alpha^s - \left(\frac{|x^s|}{M} \right)^m \text{signe}(x^s) \quad (1.16)$$

On peut alors calculer la déformation viscoplastique à l'aide de l'hypothèse de normalité à l'aide de l'Eq(1.10). On recense au total environ 13 paramètres matériaux à identifier pour le modèle et sur la gamme de température $[0, 1100]$ °C. On comprends alors la complexité à mettre en œuvre un tel modèle, d'une part au niveau de l'identification et d'autre part, pour son implémentation numérique.

1.4 Contrôle par radio et tomographies

La tomographie aux rayons X est une technique de contrôle non destructif qui permet, en utilisant l'interaction rayons X- matière, d'obtenir une cartographie en coupes ou en trois dimensions de la matière observée. Fondamentalement, cette technologie repose sur la reconstruction d'une image par des projections à différents angles. En utilisant l'atténuation des rayons X par le matériau, on collecte des radiographies (on parle de contraste d'absorption). La tomographie consiste en la reconstruction du coefficient linéaire d'atténuation aux rayons X. Cela représente l'énergie transmise par l'objet illuminé par un rayonnement. Les travaux menés par Radon en 1917 [83] et ceux plus tard de Cormack et Hounsfield, ont montré que la reconstruction algorithmique d'une image à partir de ses projections est faisable. Ceci avec une précision croissante, sous couvert d'un certain nombre d'acquisitions [84], [85]. Nous allons détailler dans cette section les composants d'un tomographe industriel, à l'image de celui utilisé au cours de cette thèse. Les principaux éléments sont présentés en Fig. 1.14 ci-dessous.

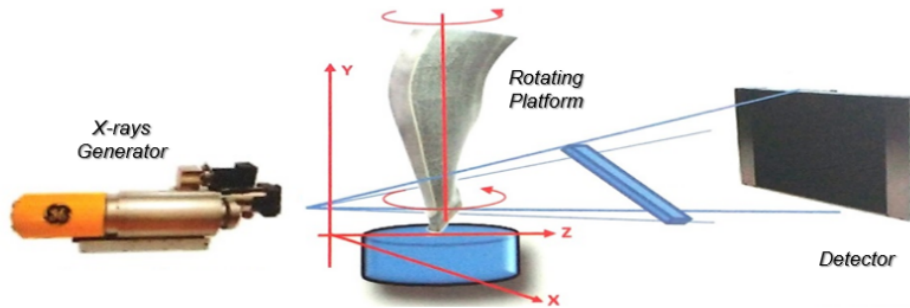


FIGURE 1.14 – Illustration schématique d'un tomographe [13]. L'objet est placé entre la source et le détecteur sur une platine de rotation.

1.4.1 La source

La source permet de générer les rayons X, rayonnement de forte énergie dans la gamme $[10^2, 10^7]$ eV. Il n'existe pas de source directe d'émission de photons suffisamment puissante pour obtenir l'énergie nécessaire à l'imagerie aux rayons X (de quelques keV à quelques MeV). Notons que la production de rayons X de ce procédé a un rendement extrêmement faible : environ 99% de l'énergie est perdue sous forme de chaleur. Safran Tech est doté d'un tomographe XTH 450 de Nikon dont le tube générateur de rayons X fourni une tension d'accélération allant jusqu'à 450 kV. Le faisceau est dirigé vers la cible et à son contact, deux phénomènes majeurs ont lieu. Si un électron incident entre en collision avec un électron des couches proches du noyau de la cible, il peut alors l'éjecter. Le vide créé par cette éjection est comblé par un électron issu d'une couche supérieure. Du fait de la quantification de l'énergie des couches électronique, le photon de fluorescence (RX) émis par cette transition aura comme énergie celle correspondant à la différence entre les deux couches. L'ensemble de ces collisions est source d'un spectre de raies caractéristique du matériau **cible**. De plus, si un électron passe à proximité d'un atome de la cible, il est freiné et dévié par le champ électromagnétique de celui-ci. Il s'agit d'un phénomène appelé Bremsstrahlung (de l'allemand bremsen et strahlung signifiant radiation de décélération). Ce freinage brutal diminue l'énergie cinétique d'un électron au profit d'un rayonnement : il produit un photon.

1.4.2 L'objet

L'objet est placé sur un plateau positionné derrière l'anode, source du rayonnement X. Au sein d'un matériau, le signal est atténué par le phénomène d'absorption. L'évolution de l'atténuation du faisceau au sein de la matière suit la loi de Beer-Lambert :

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (1.17)$$

où I_0 désigne l'intensité du faisceau incident, μ le coefficient d'atténuation linéique (exprimé en cm^{-1}) dépendant, pour une énergie donnée, du numéro atomique Z de l'atome rencontré et $I(x)$ l'intensité du signal après traversée d'une épaisseur x d'atomes de numéro atomique Z . Cette loi traduit la disparition progressive des photons lors de la traversée d'un milieu non vide. Cependant la loi d'absorption donnée par l'Équation 1.17 est établie pour un matériau homogène et un rayonnement monochromatique. Il est possible de décomposer l'atténuation le long du chemin parcouru, en fonction de l'énergie des photons. On peut donc non seulement décrire le caractère polychromatique du rayonnement, mais aussi l'hétérogénéité du matériau. La loi différentielle d'absorption s'écrit :

$$dI(E, x) = I(E, x) e^{-\rho(x)\mu_p(E, x)dx} \quad (1.18)$$

où μ_p dépend du Z local associé à l'élément dx . On définit souvent le coefficient d'atténuation massique (en cm^2/g) tel que $\mu_p = \rho\mu$. On peut alors utiliser une loi d'absorption intégrée le long d'une épaisseur L du matériau :

$$I(L) = \int E I_0(E) e^{-\int_0^L \mu(E, x) dx} dE \quad (1.19)$$

L'objet est placé sur un plateau qui permet les translations et rotations. Ce positionnement nécessite une connaissance de ses coordonnées dans le repère machine la plus parfaite possible. L'acquisition est faite par une succession de coupes selon une rotation et un pas angulaire défini.

1.4.3 Le détecteur

La source produit un faisceau conique dont le centrage peut être réglé par ajustement du courant dans les bobines. Pour notre cadre d'utilisation, la puissance développée par

la source est capable de traverser les objets denses et épais, tout en conservant une résolution de l'ordre de la trentaine de microns. Toutefois, d'autres appareils de tomographie permettent de descendre à des résolutions bien plus faibles, à l'image des travaux de Heinzl et la nanotomographie (résolution de l'ordre de 50 nm) [86]. Plus un élément sera dense et épais, plus la puissance nécessaire sera importante. Le choix du détecteur se fait également en fonction de la géométrie du rayonnement. Le tomographe utilisé au cours de cette thèse peut fournir deux types de géométries d'acquisition, illustrés en Fig.1.15 ;

- ~ **Fan beam** : dans ce cas un faisceau est collimaté au niveau de la source X. Le détecteur utilisé est une barrette linéaire (appelée CLDA, Curved Linear Diode Array) également collimatée par une épaisseur de plomb. Cette technique est utilisée lors du scan d'une pièce avec un fort effet de diffusion. On effectue un scan la pièce par tranche de l'ordre de 50 μm dans le plan objet ;
- ~ **Cone beam** : dans ce cas, on ne place pas de collimateur après de la source. Le faisceau en sortie du tube RX est un cône de révolution d'axe normal au plan du capteur. Cette configuration permet de scanner une pièce en une seule rotation de 360° du plateau. On utilise alors un détecteur dit plan, appelé *flat panel*, sans collimateur non plus. Cette technique permet de pouvoir numériser une, voire plusieurs pièces, bien plus rapidement ;

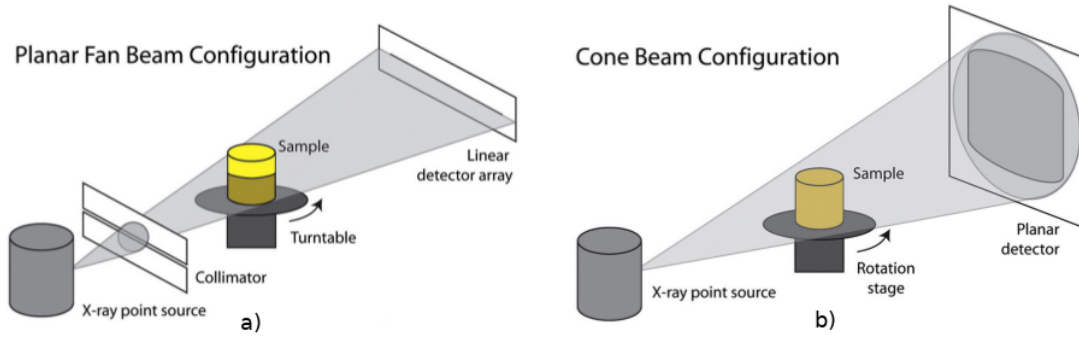


FIGURE 1.15 – Les différentes configurations de faisceaux : a) Fan Beam et b) Cone Beam[14].

1.4.4 Algorithme de reconstruction tomographique

Il existe de nombreuses méthodes de reconstruction d'images de tomographies dont l'algorithme de Feldkamp basé sur la rétroprojection filtrée de radiographies et présenté en Fig.1.16 [87].

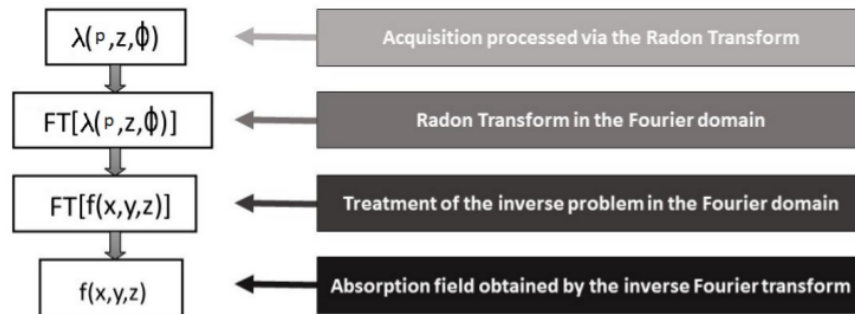


FIGURE 1.16 – Algorithme de reconstruction tridimensionnelle.

On peut également citer les méthodes de reconstructions algébriques à l'image des algorithmes ART, SART ou SIRT basés sur un calcul discret itératif et la résolution d'un problème d'optimisation [88–90]. On peut également citer des méthodes comme la reconstruction par grille ou les méthodes statistiques comme le principe MLEM (Maximum Likelihood Expectation-Maximization) [91]. La représentation d'images en volume est définie ensuite par l'extension tridimensionnelle du pixel : le voxel. On peut associer à chaque voxel une valeur qui traduit l'atténuation locale du signal. Cette valeur est alors représentée par un niveau de gris et on associe au volume une distribution appelée histogramme en niveau de gris. Un voxel représente ainsi le plus petit détail représentable sur un image : on y associe une notion de résolution. Il est nécessaire d'obtenir la résolution spatiale optimale selon le type de pièce, de matériaux et d'application souhaitée. Dans le cadre d'un perçage Shaped Hole pour l'application souhaitée, il est nécessaire d'obtenir une résolution plus fine que celle d'un contrôle dimensionnel plus standard.

1.4.5 Artefacts et corrections

Les différentes étapes d'une tomographie, qu'elles soient physiques ou numériques, peuvent être source de dégradation de l'image appelées artefacts de reconstruction. La source présente des défauts de flou géométrique (lié à son étendue spatiale) qui engendre une erreur sur l'acquisition des contours d'un objet. La stabilité du flux de photons lors de l'acquisition peut également provoquer des variations et influencer sur la qualité des images. L'objet génère un rayonnement diffusé par ré-émission de photons ce qui génère un bruit difficile à filtrer [92]. De plus, la distribution spectrale d'un faisceau polychromatique tend à se modifier au travers de l'objet que les composantes à haute énergie traversent plus facilement. Il se produit une absorption plus grande des basses énergies et un phénomène de durcissement de faisceau apparaît, appelé *beam hardening* en anglais. On peut également citer les mouvements de l'objet durant la rotation (s'il n'est pas suffisamment bien ancré) qui peuvent grandement appauvrir la qualité de la reconstruction. Avec le temps, le détecteur peut s'endommager et certaines zones peuvent défaillir et créer des manques locaux d'informations. Avec la reconstruction cylindrique, ces défauts seront propagés au volume sous la forme d'anneaux dans le plan orthogonal à la rotation. On appelle ces défauts *ring artefacts*, qui peuvent être très difficiles à corriger. Enfin, une zone d'ombre peut apparaître lors de la reconstruction de l'objet liée à une distorsion lors d'une rotation parfaitement centrée de la pièce. Seules les coupes situées dans le plan médian de la source sont mathématiquement exactement bien reconstruit. Bedwani a montré qu'une légère inclinaison de la pièce permet d'augmenter la précision de reconstruction pour respecter ce critère. Ce pourquoi les pièces sont légèrement inclinées au sein des tomographes [93].

1.4.6 Maillages depuis la tomographie

L'accès au volume de tomographie permet d'évaluer de façon précise les géométries internes et ouvre la voie aux liens mesure-calcul. En effet, la segmentation du volume définit les surfaces nécessaires pour générer un maillage. Le développement des techniques d'imagerie bidimensionnelles puis tridimensionnelles ont conduit à la construction de méthodes de maillages. Nous allons rapidement lister les méthodes les plus célèbres et notamment celles utilisées en traitement d'images [94] :

- ~ **maillage par quadrillage** : Disposition d'une grille régulière à l'échelle du pixel pour obtenir maillage exact de la structure mais provoque une structure en escalier ;
- ~ **par mapping issu d'une image** : Grille triangulaire grossière puis raffinement successif jusqu'à convergence d'une structure d'équilibre vis à vis de l'image. Méthode dite *OOF* « Oriented finite element » ;

- ~ **par convergence du maillage sur une forme** : Premier maillage puis ajustement sur les contours. Chaque nœud du maillage doit coïncider avec un point du contour. Méthode fine reposant sur l'optimisation de triangles ;
- ~ **par quadtree** : Partitionnement récursif au niveau du contour, source d'un raffinement important sur le contour. Une extension tridimensionnelle existe via la méthode octree ;
- ~ **par triangulation de Delaunay** : Création de triangles sur un ensemble de points tels qu'aucun point n'est contenu dans un triangle. Un ensemble de germes est placé sur l'enveloppe convexe de l'ensemble de points donné. La méthode peut-être suivie d'une phase de décimation pour déraffiner localement et alléger le maillage ;
- ~ **par marching square / cube** : Méthode issue d'un besoin entre l'image et sa représentation informatique. La détection du contour passe par l'étude d'un pixel (ou voxel en 3D) et de ses voisins immédiats. On forme les éléments par les sommets des pixels/voxels et des frontières géométriques qui le traverse.
- ~ **par morphologie mathématique** : Méthode explicitée ci-après.

Afin de réaliser la chaîne mesure-calcul que cette thèse propose de développer, une étude de quelques techniques a été réalisée. Une première méthode est d'utiliser le volume de tomographie, d'en extraire un maillage surfacique (au format STL par exemple) et de propager un maillage volumique avec un logiciel adapté (ANSA par exemple). Cette approche a été étudiée au cours d'un stage de Master réalisé chez SAE [13]. Toutefois, cette procédure nécessite souvent un ensemble de corrections locales (orientation d'éléments, qualité insuffisante), rendant la méthode difficilement automatisable. Une seconde possibilité est d'étudier la morphologie mathématique comme candidat. Enfin, le logiciel VG Studio Max, utilisé dans le processus qualité en tomographie chez SAE, a proposé le développement d'un module de maillage utilisant la segmentation subvoxelique du volume. Afin de choisir la méthode la plus adaptée, un benchmark a été réalisé avec plusieurs critères d'étude : taille et densité du maillage, qualité des éléments, perte d'informations dimensionnelle, temps de calcul. Le support physique de cette étude est présenté en Fig. 1.17 et consiste en un sous-volume de l'éprouvette.

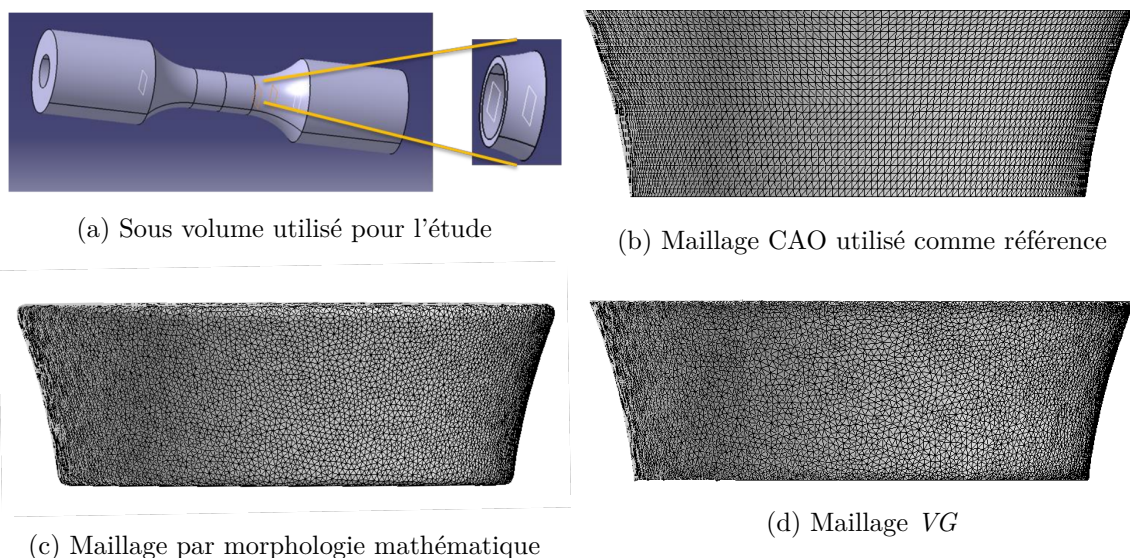


FIGURE 1.17 – Support géométrique utilisé pour le benchmark et maillages avec les différentes méthodes.

Borges et al. [15] ont mis en évidence la puissance des outils du logiciel VG Studio pour la détermination de surfaces avec une image multi-phasée (présence de plusieurs matériaux). L'étude de l'incertitude de segmentation fut quantifiée à l'aide la norme ISO/TS 23165, avec des matériaux d'absorption très variée. La méthode utilisée, très proche de celle mise en place pour cette thèse, repose sur une segmentation grossière (et rapide) de la surface via un algorithme basé sur des régions d'intérêt. Ensuite, la détermination fine s'effectue localement par un échantillonnage de la surface pré-déterminée via un examen des voxels voisins selon la normale à la surface, illustrée en Fig. 1.18. Borges et al. estiment qu'une erreur de reconstruction est comprise entre 40% et 100% de la voxel size. Dans notre cas, cela correspond à une erreur dimensionnelle de l'ordre de 10 à 30 μm .

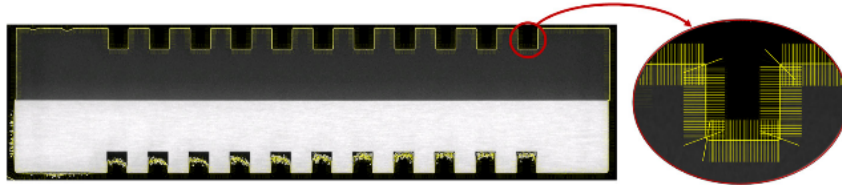
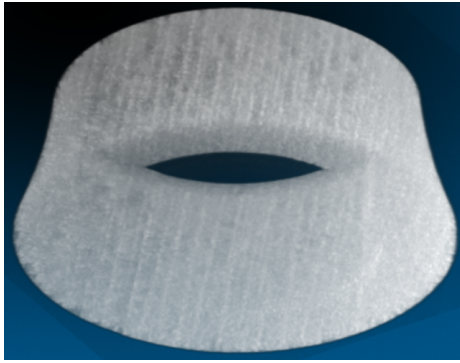


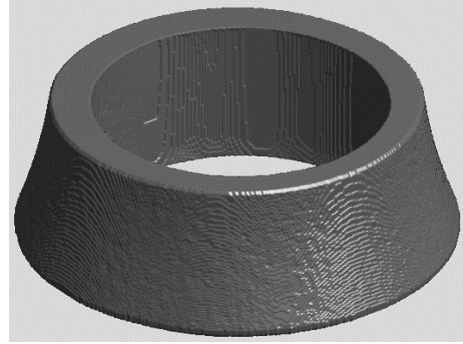
FIGURE 1.18 – Distance de recherche sur la détermination de surface [15].

L'autre outil de maillage disponible pour cette thèse est issu des travaux de Franck N'Guyen [94]. Elle se base sur les méthodes de morphologie mathématique (il s'agit d'une branche des mathématiques) inventée et initialement développée aux Mines de Paris par Matheron [95]. Cette méthode, permet d'approcher les surfaces et volumes pour les images 2D et 3D via des opérateurs tels que l'érosion, la dilatation et le gradient morphologique de l'image. Ces opérateurs sont définis pour des ensembles euclidiens mais également pour des courbes où l'utilisation de distances géodésiques est essentielle pour préserver la forme de la surface. Cette méthode de maillage est basée sur deux étapes principales : la première est la segmentation de l'image. Elle consiste à isoler de l'image uniquement la partie utile c'est à dire une image binaire sur laquelle on pourra réaliser des mesures. Cette étape est de loin la plus complexe à réaliser dans le domaine de l'imagerie en générale car elle doit être exempte de tous les artefacts numériques, malheureusement inhérents aux moyens d'acquisition. Dans le cas de la tomographie, le contraste de l'image est rarement constant en tout point de l'image. Il est donc difficile d'envisager la même technique de segmentation pour l'ensemble de l'objet. Les outils de la morphologie mathématique nous permettent souvent de résoudre ces problèmes en considérant, par exemple, la variation locale du contraste de l'image par des techniques de gradient ou de minima locaux. Le résultat est une image binaire fidèle à la topologie originale de notre éprouvette en Fig. 1.19a. La deuxième étape du maillage morphologique consiste à utiliser les mêmes outils de dérivation, appliqués cette fois dans le cas binaire afin de délimiter uniquement le contour de l'image sur lequel nous pourrions réaliser notre maillage morphologique. Cette procédure est basée sur la triangulation interne de chaque cellule d'un Voronoï établi non pas avec une métrique euclidienne mais avec une métrique géodésique car la propagation des zones d'influence des germes doit être contenue dans l'espace contraint par le gradient de l'image Fig. 1.19c. Le maillage de l'image est une triangulation établie par un graphe interne sur chaque cellule du Voronoï afin d'éviter le problème bien connu des germes cocycliques qui conduit à une triangulation non unique lors de la définition du dual géométrique entre le Voronoï et un Delaunay. On note que l'échantillonnage des germes de Voronoï ne suit pas un processus aléatoire mais demeure contraint par de la topologie, cf la Fig. 1.19d. La densité de points doit être plus élevée dans les zones à morphologie complexe de l'image comme les endroits fins ou les têtes de l'éprouvette. Dans ce cas, il faut respecter les angles des bords droits de l'éprouvette et garder la surface plane. La morphologie mathématique permet de lever cette contrainte au moyen d'opérateurs tels que le squelette morphologique appliqué directement sur l'image binaire, comme illustré en Fig. 1.19e. L'intersection ensembliste du squelette

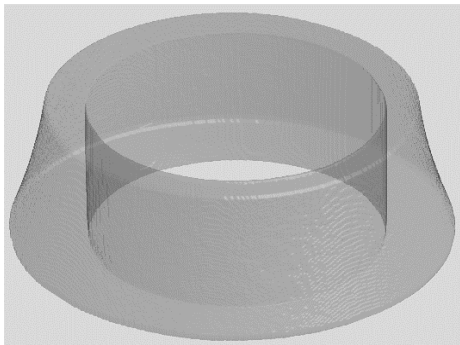
avec le gradient de l'image donne la possibilité d'un échantillonnage différencié du reste de l'image sur les lieux de cette intersection. ; à l'image de la Fig. 1.19f. Enfin, le maillage tétraédrique est généré depuis les cellules par triangulation morphologique, comme illustré en Fig. 1.19g.



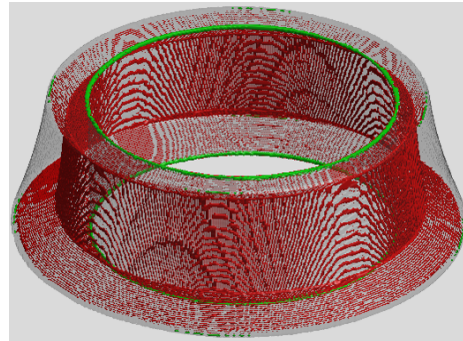
(a) Niveaux de gris du sous-volume.



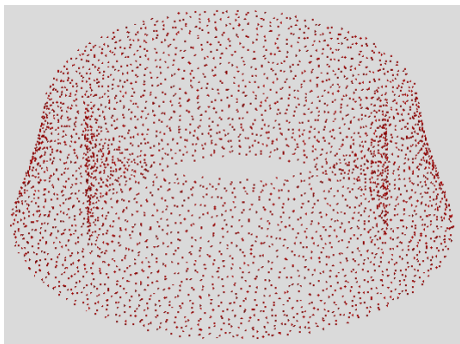
(b) Segmentation morphologique du volume initial.



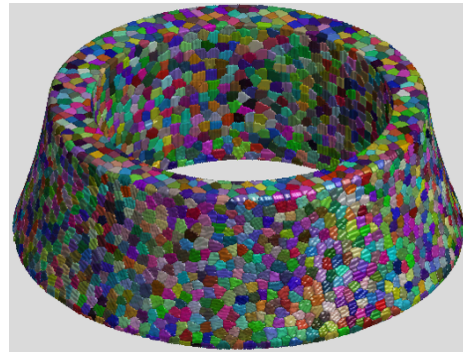
(c) Calcul du gradient intérieur morphologique.



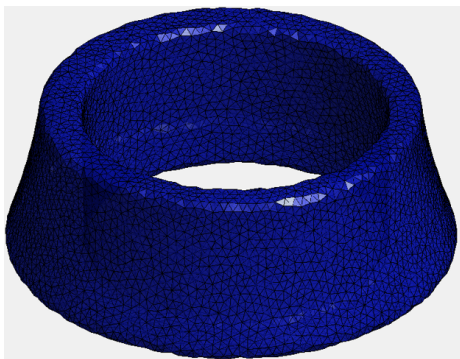
(d) Détection de points remarquables par intersection du squelette morphologique et du gradient intérieur de l'image.



(e) Positionnement des germes : points remarquables et processus uniforme.



(f) Décomposition en cellules de Voronoï géodésiques.



(g) Triangulation morphologique

FIGURE 1.19 – Étapes majeures du maillage par morphologie mathématique.

1.5 Mesure de l'orientation du matériau

La fonderie monogranulaire permet l'obtention de pièces sans joints de grain avec une orientation unique. Le comportement étant fortement affecté par l'orientation matérielle, celle-ci est mesurée et doit rester inférieure à une désorientation limite (écart à l'orientation idéale). Cet admissible est souvent fixé à une valeur proche de 10° vis à vis de l'axe primaire $\langle 001 \rangle$. La Figure 1.20 illustre les différents cas de désorientations possibles. Le cas 1.20.a) correspond au cadre idéal où les dendrites sont parfaitement orientées vis à vis de l'axe $\langle 001 \rangle$. Les cas 1.20.b) et 1.20.c) présentent la majorité des observations en production : le matériau est désorienté et son écart au critère doit être évalué afin d'accepter ou de rebuter la pièce. Enfin, le dernier cas illustre une désorientation relative (non homogène), pouvant aboutir à la formation d'un grain.

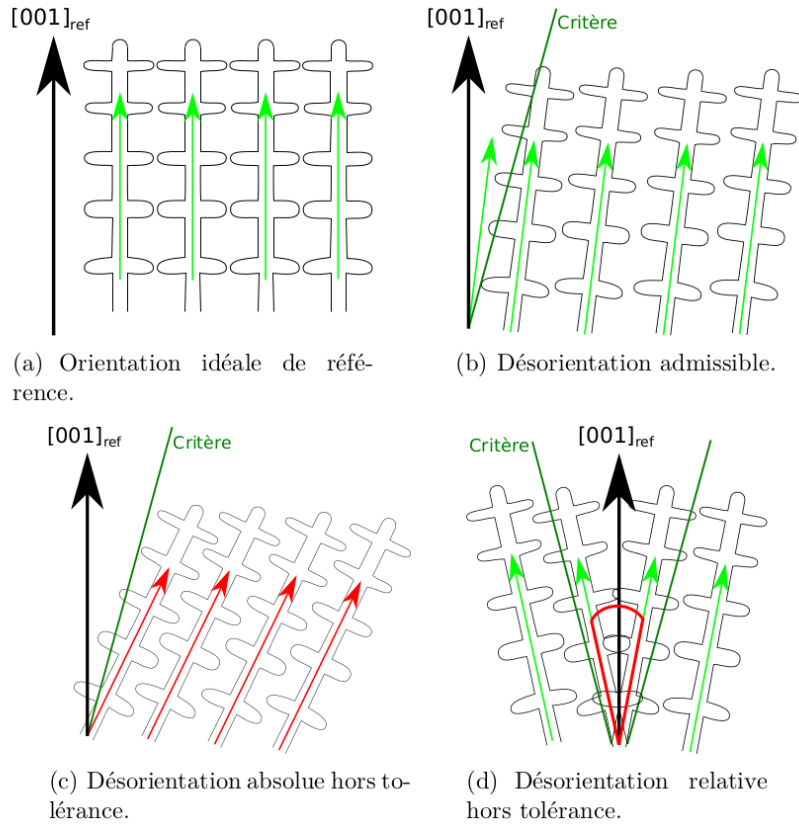


FIGURE 1.20 – Représentation schématique des différents cas d'orientation matérielle d'un superalliage à base Nickel [16].

Pour effectuer cette mesure, on utilise communément la diffraction des rayons X. Cette technique est différente de la tomographie présentée précédemment et l'on s'intéresse ici à l'effet de diffraction du matériau. Lorsqu'un faisceau RX rencontre un matériau, il est diffusé avec une direction aléatoire par tous les électrons qu'il rencontre. Les ondes diffusées provoquent un phénomène d'interférence dont résulte le phénomène de diffraction. Cet effet, extrêmement géométrique, peut-être capté et analysé : chaque plan cristallographique d'un cristal illuminé par un faisceau de rayons X émettra un faisceau de diffraction et ce, pour chaque longueur d'onde du faisceau incident. En plaçant un capteur bidimensionnel et sous certaines conditions (conditions de Bragg et de Laue), un pattern unique dépendant de la structure cristallographie et de la composition peut-être observé. Il s'agit d'un cliché de diffraction. Après indexation de l'image de diffraction, l'orientation du cristal est obtenue sous forme d'une matrice d'orientation. Celle-ci peut-être utilisée pour obtenir les angles d'Euler, utilisées dans le calcul éléments finis. Les orientations cristallographiques suivent des lois géométriques : chaque orientation permet d'obtenir un schéma unique. Ainsi, une

désorientation peut-être déduite par comparaison avec un schéma de référence, celui obtenu avec l'orientation idéale à l'image de la Fig. 1.21. Ainsi, on calcule l'orientation réelle de la maille cristalline, bien en deçà de l'échelle dendritique présentée en Fig. 1.20.

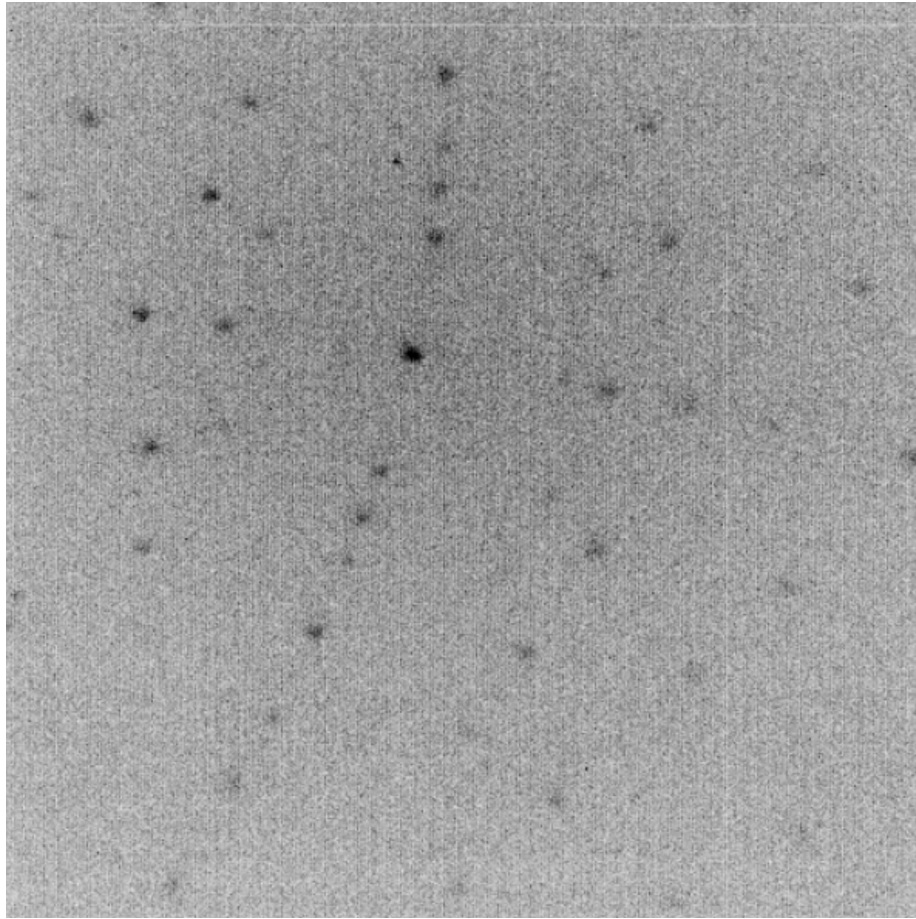


FIGURE 1.21 – Pattern typique de la diffraction de Laue en réflexion d'un cristal de super-alliage base Nickel monocristallin [16].

2 Fabrication des éprouvettes

2.1 Définition d'une éprouvette technologique à noyaux variables

Le but de ces travaux de thèse est de prédire la durée de vie d'une pièce directement à partir des contrôles CND effectués sur celle-ci. Pour réduire la complexité du problème de l'aube, une géométrie plus simple a été choisie comme support géométrique de l'étude. Afin de pouvoir recalculer un modèle sur des essais thermo-mécaniques, il a été choisi d'utiliser des éprouvettes de Fatigue LCF/HCF. Il s'agit d'une géométrie tubulaire proposant une symétrie de révolution. Le plan de l'éprouvette brute est proposé en Fig. 1.22. Le procédé de fonderie fait qu'il n'est pas possible d'obtenir la géométrie finale en sortie de coulée, il y'a très souvent des artifices qu'il est nécessaire d'enlever par la suite. Par exemple, il y'a en haut d'éprouvette un surplus de matière percé par un trou oblong correspondant à l'endroit où la tête de noyau se trouve.

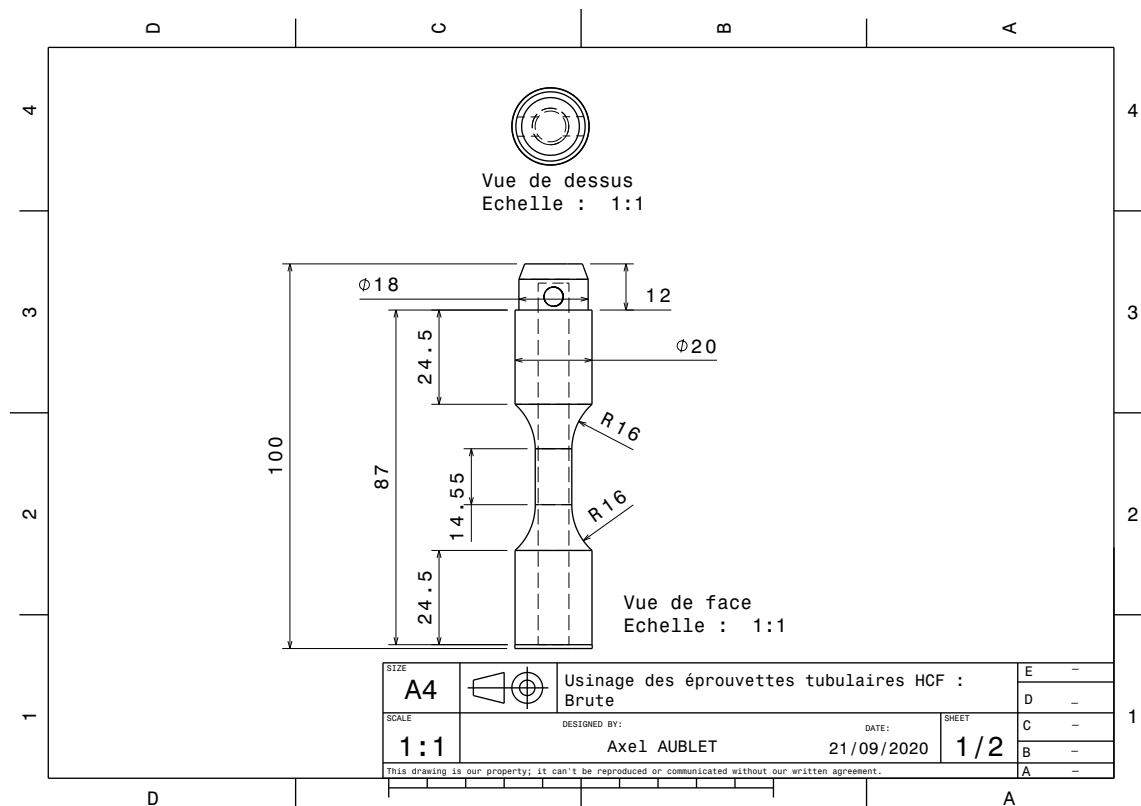


FIGURE 1.22 – Dimensions nominales des éprouvettes brutes de fonderie.

Afin de caractériser la variabilité à l'amorçage de fissures de fatigue-fluage, les épaisseurs de zone utiles ont été choisies comme variables d'une éprouvette à une autre. Pour que les données soient représentatives des cotes mesurées sur aubes réelles, les épaisseurs (nominales) des éprouvettes ont été restreintes à la gamme : $[0.5, 1]$ mm. Le dimensionnement de la structure interne s'effectue par l'intermédiaire d'un noyau (représentant le négatif de l'éprouvette) et de la carapace qui forme l'extérieur. Ainsi, la variation d'épaisseur peut-être pilotée soit par modifications des noyaux, soit par l'épaisseur de cire. Il a été plus simple de faire varier l'épaisseur des éprouvettes de l'intérieur, par l'intermédiaire de noyaux à diamètres distincts. La fabrication complète d'une boîte à noyaux est complexe et coûteuse, les tolérances d'usinage étant de l'ordre du centième. Une boîte à noyau pré-existante a donc été modifiée afin de limiter les coûts et délais de fabrication. La conception et l'outillage réel sont présentés en Fig. 1.23. La solution technique choisie a été d'usiner un ensemble d'inserts de différents diamètres afin de réaliser les noyaux (illustrés par différentes couleurs sur la Fig. 1.23), en plus du diamètre initial de la boîte à noyau. La boîte a

été creusée afin de placer ces inserts pour la fabrication des noyaux. La boîte à noyau permet l'injection des noyaux en céramiques, qui après quelques opérations (piquage, frittage et parachèvement), sont placés dans une presse pour que la cire soit injectée. On récupère alors les noyaux cire et qui seront directement montés sur la grappe de fonderie. Le procédé présenté ici contient quelques étapes similaires à la production des aubes de turbine haute pression. Un des points importants à noter est que de nombreuses opérations demeurent manuelles voire artisanales. Les opérations sensibles telles que le piquage des noyaux ou la mise en grappe sont d'une part très minutieuse (et donc complexe à automatiser) et nécessitent un savoir-faire que seule l'expérience permet d'acquérir. Cette caractéristique est une fierté pour la société de production mais également source d'écarts à la répétabilité : des défauts d'origines diverses peuvent apparaître à chaque étape.

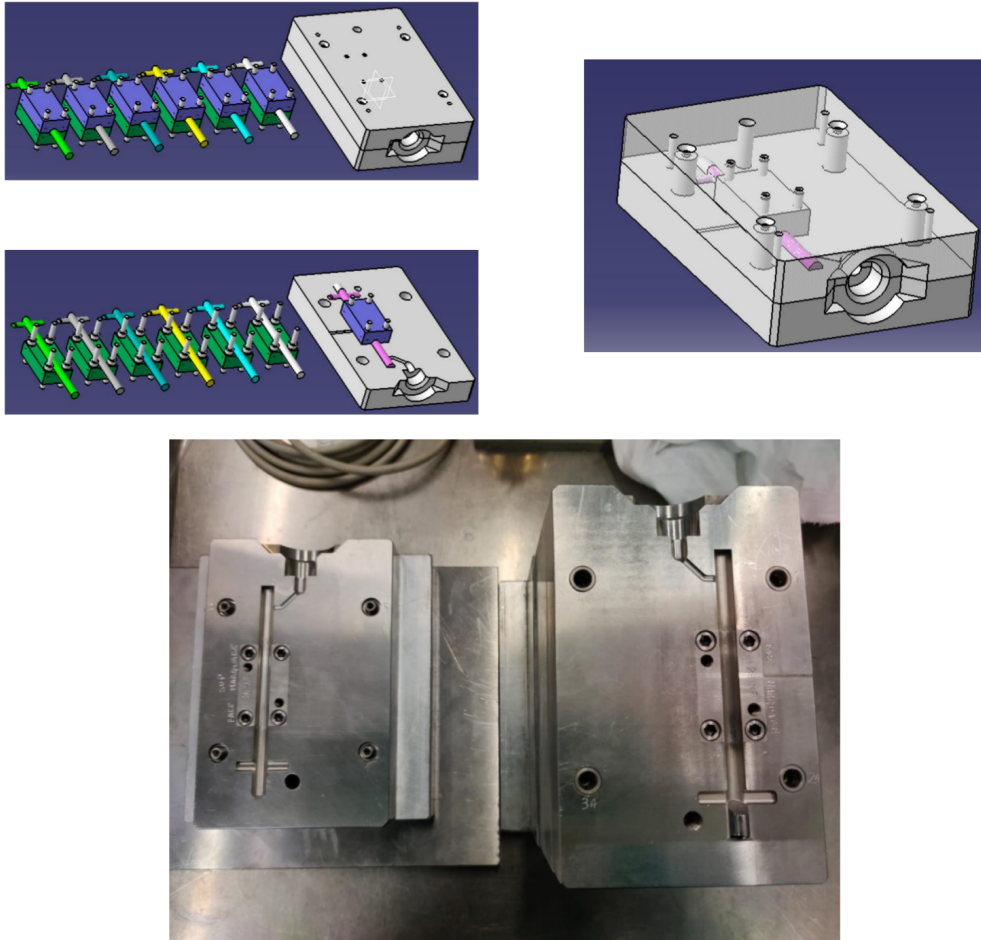


FIGURE 1.23 – CAO de la boîte à noyaux (en haut) et outillage réel (en bas).

2.2 Gamme de fabrication



(a) Noyaux céramiques imprégnés et cuits.



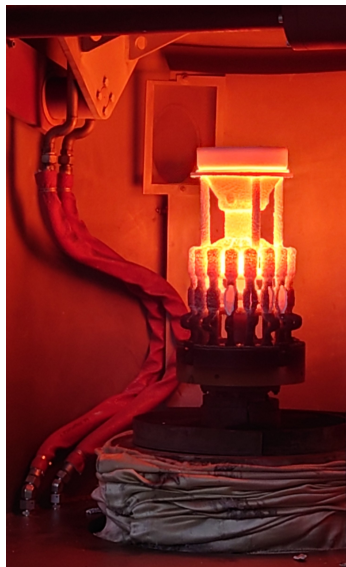
(b) Noyaux cire avec positionnement d'une masselotte et filtre de grains.



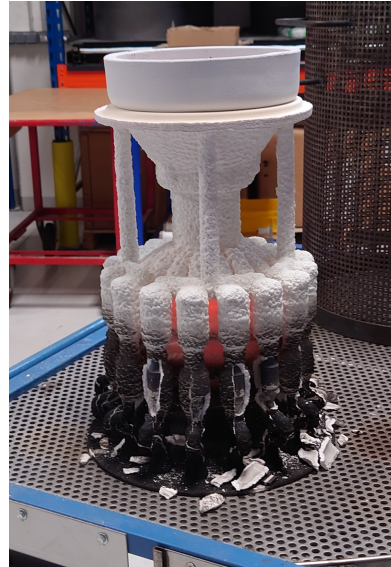
(c) Grappe assemblée.



(d) Grappe moulée.



(e) Sortie du four de fusion.



(f) Grappe en cours de refroidissement.

FIGURE 1.24 – Étapes majeures de la fabrication par voie de fonderie des éprouvettes de fatigue LCF.

Le procédé de fabrication utilisé pour les éprouvettes ressemble peu ou prou à la description faite en Fig. 1.1. Une liste non exhaustive est proposée ici et illustrée en Fig. 1.24.

- ~ **Injection des noyaux céramiques** : des noyaux céramiques, représentant le négatif de l'intérieur des pièces sont injectés et sous presse et cuits (illustré en Fig. 1.24a).
- ~ **Injection des noyaux cires** : une épaisseur de cire est injectée autour et représentera le volume de métal après solidification, cf la Fig. 1.24b.
- ~ **Mise en grappe** : afin de construire le moule, on adjoint tout d'abord un ensemble d'outillage pour faciliter le positionnement et assurer la tenue structurale. Une fois les noyaux cires montés, ceux-ci sont assemblés par lot de 12 en une grappe. Un exemple d'une grappe d'éprouvettes est présentée en Fig. 1.24c.
- ~ **CND des noyaux** : après injection, les noyaux cire sont contrôlés par radiographie et tomographie. Le premier contrôle permet de vérifier l'intégrité structurale de la pièce. La tomographie permet d'effectuer un contrôle dimensionnel.
- ~ **Moulage de la grappe et cuisson de la carapace** : on moule est formé à partir de la grappe par l'opération de moulage : un ensemble de couches céramiques superposées forment une *carapace*. Après cuisson, la grappe devient rigide mais extrêmement fragile. On obtient alors le moule traditionnel de fonderie par cire perdue à l'image de la Fig. 1.24d. Enfin, une opération de décirage est effectuée : on place la carapace dans un four autoclave sous pression et la cire est évacuée.
- ~ **Coulée** : ici il s'agit d'une alimentation en source : le métal en fusion remplira un réservoir (puits de descente ou amenée de coulée) jusqu'en partie basse de la grappe et le niveau remontera progressivement jusqu'en haut. Dans ce cas, le niveau s'élève de façon continue avec moins de turbulence et permet de mieux alimenter le volume. Une grappe en sortie de fusion est proposée en Fig. 1.24e, où le métal encore très chaud est visible au centre.
- ~ **Dégrappage** : après solidification, la grappe finit son refroidissement à l'air libre, comme illustré en Fig. 1.24f. Une fois refroidie, la carapace et les noyaux céramiques sont extraits par nettoyage et décochage sous autoclave. Les pièces peuvent ensuite être découpées de la grappe.
- ~ **CND des pièces** : une fois les pièces extraites, un ensemble de contrôles CND est réalisé. On va d'abord effectuer des radios afin d'examiner la présence de défauts (métallurgiques par exemple) puis dimensionnels. C'est à ce moment que la variation géométrique est mise en exergue : le blocage complet du noyau étant extrêmement complexe à réaliser, celui-ci peut se déplacer voir se déformer. C'est ce qui induit des variations sur la pièce finale.
- ~ **Traitement thermique** : la microstructure finale de l'alliage est obtenue après une série de traitements thermiques (TTH). Ceux-ci permettent d'homogénéiser la composition chimique puis de donner aux précipités durcissants leur bonne morphologie. Une explication plus en détail des traitements thermiques est proposée en Annexe A.
- ~ **Usinage** : une fois les pièces contrôlées et validant les différents critères de qualité, des opérations de parachèvement sont effectuées. Dans le cadre de l'éprouvette, le brut de fonderie est une géométrie tubulaire de longueur 100 mm pour une diamètre de 20 mm et la pièce finale est de longueur 83 mm avec des têtes filetées de cotation M18×2.5 standard. Le plan de la géométrie finale est proposé en Fig. 1.25.¹

1. Les usinages ont été réalisés en partie à l'atelier JPE du Centre des Matériaux et en sous-traitance avec la société Alliance Outillage, spécialisation en fabrication d'outils pour la production industrielle, 37 Chem. de la Chapelle Saint-Antoine, 95300 Ennery.

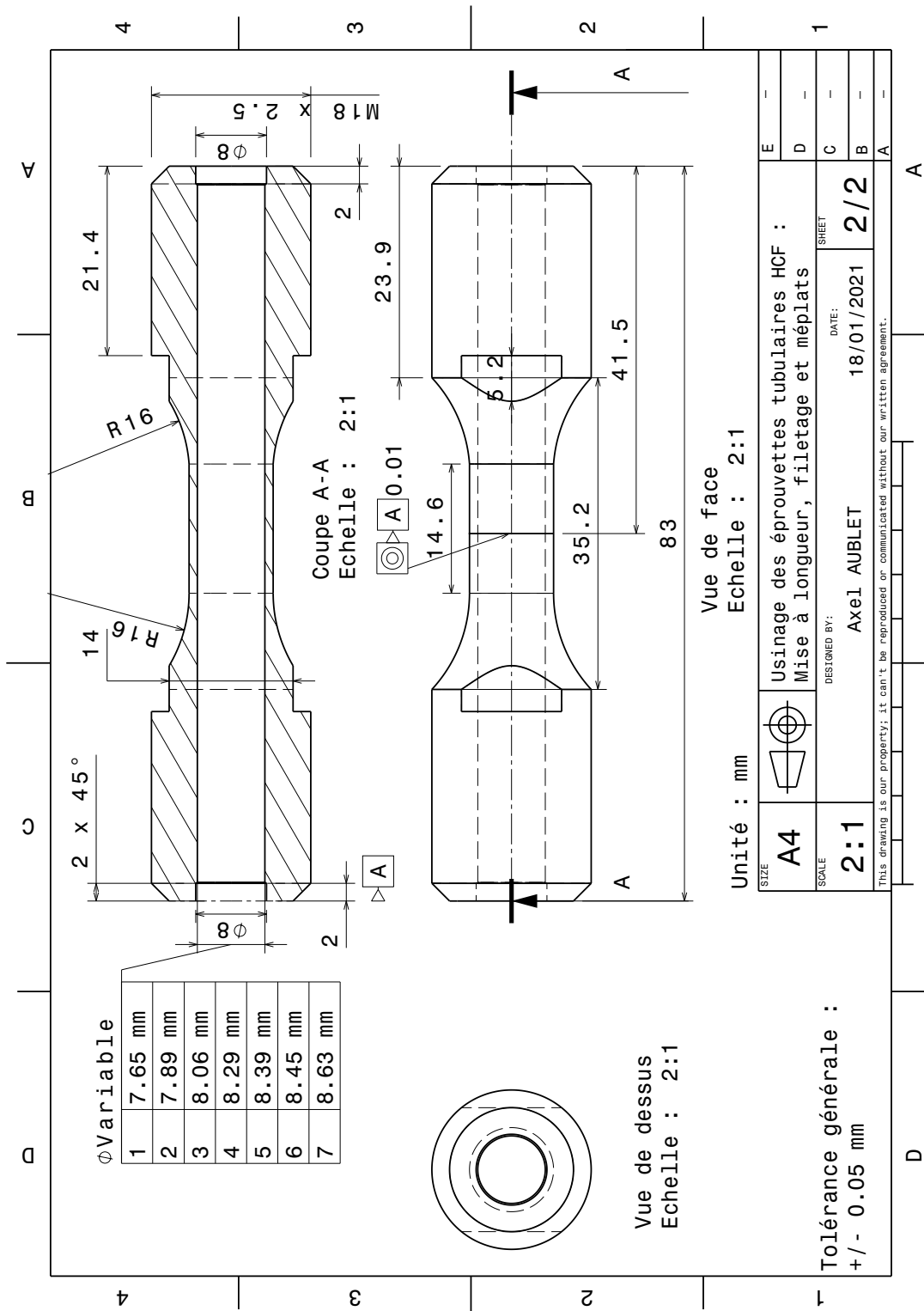


FIGURE 1.25 – Plan d’usage des éprouvettes de fatigue à partir des brutes de fonderie.

2.3 Perçage des Shaped Holes

Les aubes de turbines sont sollicitées à très haute température et la tenue mécanique est assurée par de multiples systèmes de refroidissement, à l'image de cavités internes et perçage en surface. Les cavités internes sont des canaux à travers lesquels circule de l'air à température plus faible, issu des étages de compression en amont. Ce système est efficace pour le refroidissement de la structure interne et les perçages en surface permettent un refroidissement de l'extérieur de la pièce en laissant le flux s'échapper. Ces perçages sont conçus avec des morphologies particulières afin de forcer l'air à s'écouler le long de la paroi. Ces perçages sont dits profilés, également Shaped Holes (SH), créant un effet de *film cooling*. Ils maximisent les refroidissements interne et externe en empêchant le décollement du fluide vis à vis de la paroi. La forme des SH a un impact primordial sur l'efficacité du refroidissement [96]. Quelques études ont quantifié ces impacts, à l'image des travaux de Gao et al. [17, 97], de Z.F Yue et al [98] ainsi que [99] illustré en Fig. 1.26.

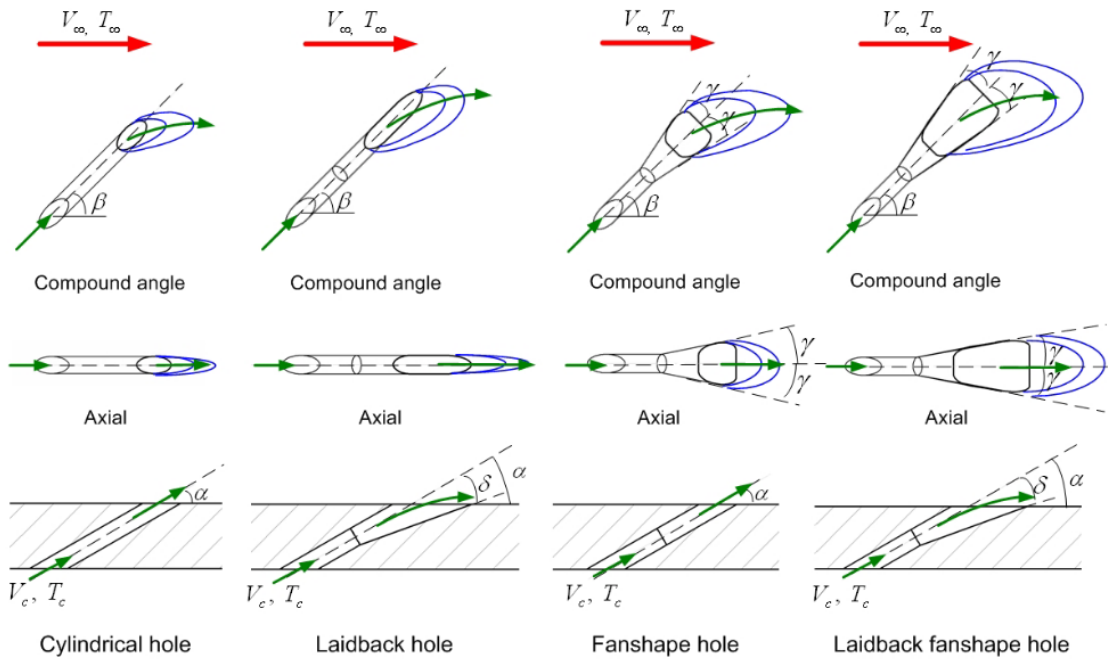


FIGURE 1.26 – Schématisation de l'écoulement en fonction de la morphologie du Shaped Hole [17].

Ces perçages très spécifiques aux aubes de turbines (moteurs aéronautiques, turbines de génératrices à gaz) sont très peu étudiés dans la littérature pour des chargements de fatigue thermo-mécanique. On peut citer les travaux menés par [18] sur des éprouvettes munies de perçages type SH obtenus par perçage laser, dont les résultats sont illustrés en Fig. 1.27. Ils mettent en place un essai LCF (1000-300 MPa, $T = 850\text{ °C}$) avec refroidissement pour simuler l'environnement d'une aube de turbine. Ils remarquent que l'amorçage se situe en surface à cause de défauts liés à la méthode de perçage utilisée. Le laser provoque un effet de fusion localisée et crée une couche fragile en surface. Cette dernière tend à devenir un point faible de la structure, accentué par le gradient de température local en bord de trou. On peut voir un résumé de l'étude du faciès de rupture de l'éprouvette où l'on distingue la propagation des fissures depuis le bord de perçage.

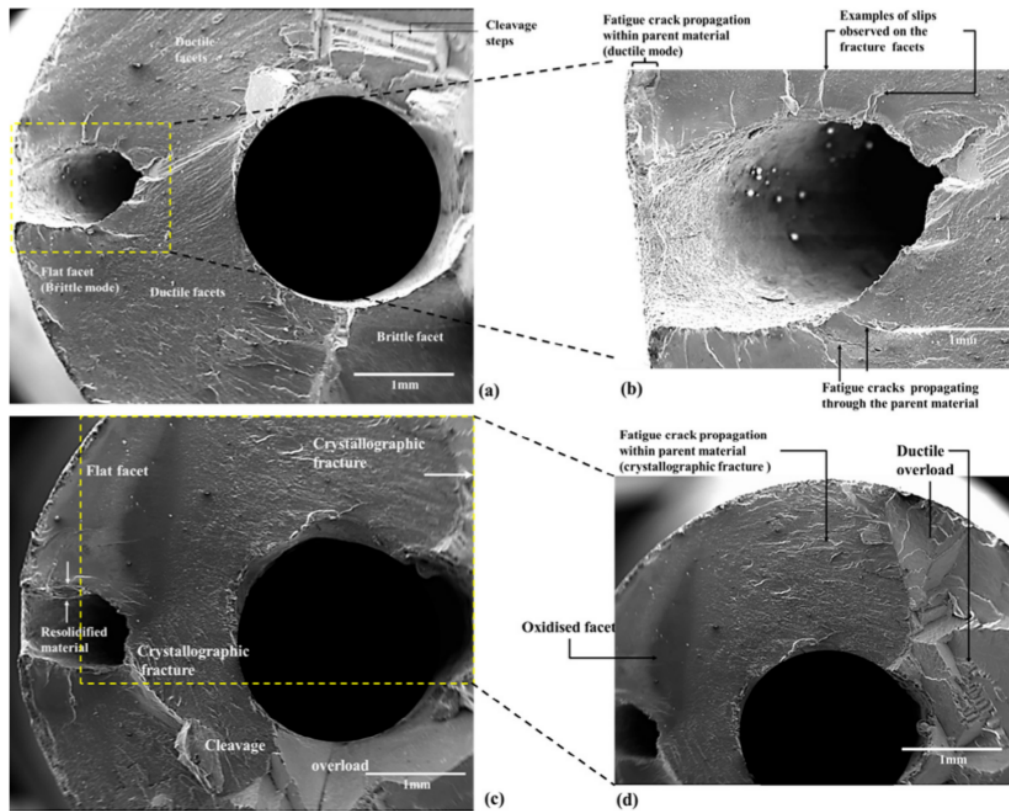


FIGURE 1.27 – Fractographie d’une rupture auprès d’un Shaped Hole après un essai de fatigue LCF à gradient thermique [18].

Au cours de la fabrication des aubes de nouvelle génération chez Safran, les perçages sont réalisés par électro-érosion, encore appelé procédé EDM (Electric Discharge Machining). Il s'agit d'une technique de perçage par érosion successive de la matière via l'explosion d'une bulle de plasma entre une électrode et une pièce métallique. Ces deux derniers forment un couple diélectrique traversé par un courant : arrivant en bout d'électrode, le courant provoque la ionisation d'un canal de matière (air en l'occurrence) provoquant une étincelle ionisante. Une série de micro-explosions provoque la sublimation de la matière qui se condense au contact d'une source froide (jet d'eau par exemple) en microparticules récoltées dans un bac de rétention. La technique est automatisée par une machine à commande numérique où le modèle 3D du perçage à réaliser est fourni. Les électrodes utilisées afin de réaliser ce type de perçage sont des électrodes de laiton d'un diamètre 0,3 mm. Ce procédé reste moins performant que le procédé par laser : il est plus long et plus coûteux en outillage car l'électrode se consomme rapidement. Cette dernière, à cause des hautes températures très locales, induit une fonte de la matière ainsi qu'une réorganisation chimique où se mêlent les composants des électrodes (laiton en général). Toutefois, ce procédé reste le plus simple à mettre en œuvre dans le cas de cavités internes de faibles dimensions car il faut assurer que le procédé n'impactera pas la paroi en vis à vis du perçage. Ce dernier point reste très difficile à contrôler techniquement avec un procédé laser. L'EDM s'opère plan par plan : la profondeur est divisée en pas et la surface du perçage est réalisée à chaque pas. L'électrode est donc consommée de façon continue au fur et à mesure de l'avancée dans la matière. Enfin, le procédé de perçage s'arrête lorsque la paroi est traversée : il n'y a plus de matière donc plus de canal ionisant et l'asservissement permet d'arrêter le procédé. La Figure 1.28 illustre l'observation au microscope électronique à balayage (MEB) d'un SH juste après perçage. On observe d'une part la structure en escalier typique du procédé, engendrant une rugosité de surface et les variations de contraste avec la surface libre illustre une variation de microstructure et de composition. Une mesure chimique par EDS (Spectroscopie aux RX) a été faite et celle-ci montre une importante présence de Zinc et de Cuivre (provenant du laiton) et d'oxygène. Cela crée une enveloppe fragile autour du perçage qui, en addition à l'importante concentration de contrainte, provoque un point de faiblesse majeur dans la structure.

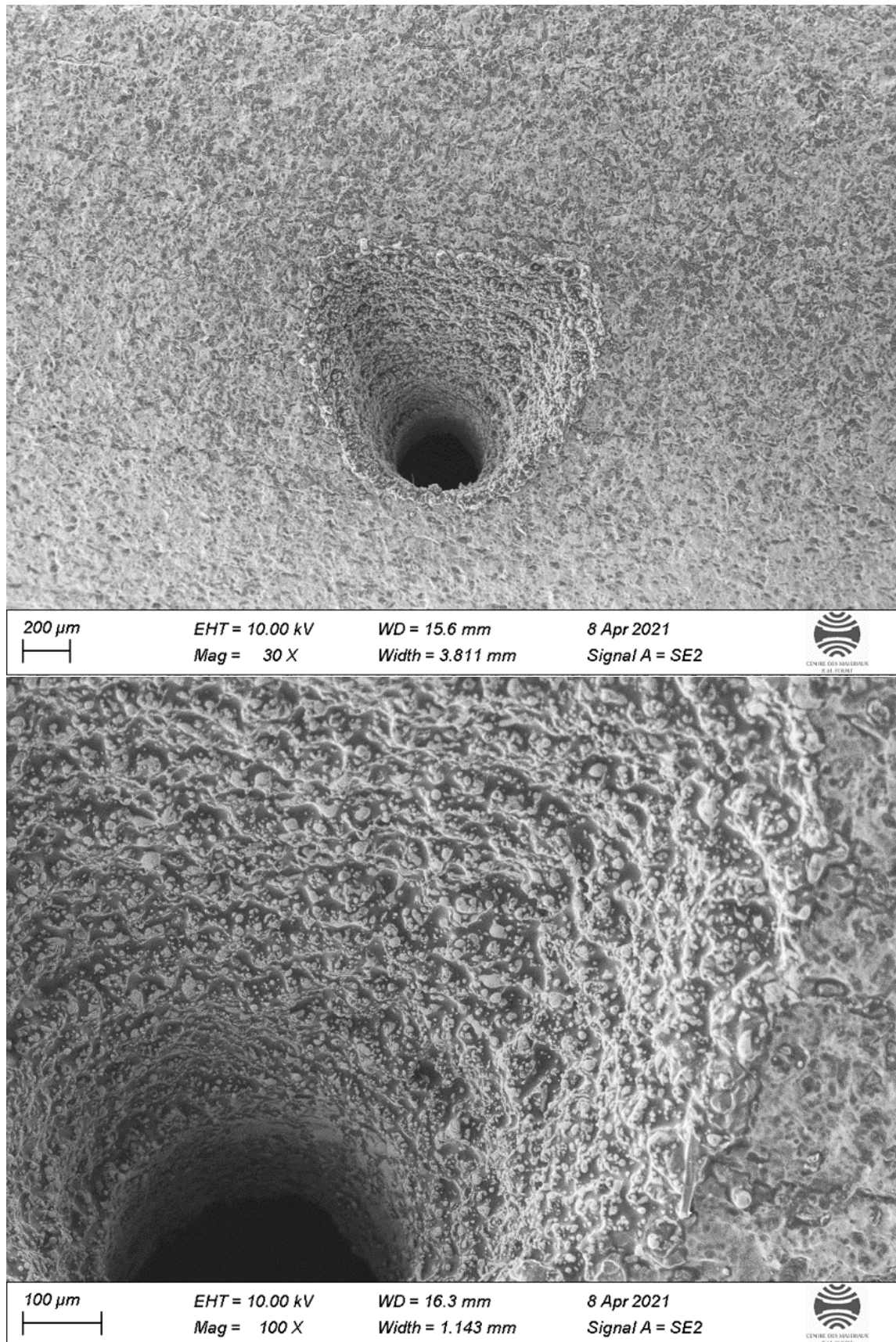


FIGURE 1.28 – Observation au MEB d'un perçage réalisé par EDM (en haut) et exposition de l'état de surface dans le perçage (en bas).

Dans le cadre de la thèse, un perçage réel (géométrie utilisée sur les aubes) a été choisi pour en étudier la durée de vie. De même que le procédé de fonderie apporte des écarts géométriques à l'échelle macroscopique (mouvement du noyau), l'EDM provoque également des variations très localisées. Les perçages peuvent avoir des désorientations complexes difficiles à quantifier avec des paramètres. Les effets locaux sont pourtant primordiaux pour l'amorçage de fissures, comme nous le verrons plus tard dans le manuscrit. Pour des raisons de confidentialité, les données de variations géométriques (alésage du trou, angles des différentes pentes etc.) ne peuvent être fournies mais un exemple est illustré en Fig. 1.29. On voit en gris clair un perçage réel superposé en coupe avec la géométrie idéale. Pour des raisons de confidentialité, la mesure réelle ne peut être montrée mais le schéma représente bien le type de variations observables sur les géométries. Les flèches bleue et violet montrent l'écart entre deux paires de points, caractérisant ici un écart géométrique important. Le film cooling est assuré en partie grâce au changement de pente à proximité de la surface extérieure : le flux d'air se retrouve en conditions de couche limite collée à la paroi. Sur la Figure, le perçage présente un défaut. Le changement de pente s'est effectué plus tôt dans l'épaisseur. Ceci rend son effet de refroidissement moins efficace et modifie la répartition de contrainte locale, pouvant affecter la durée de vie.

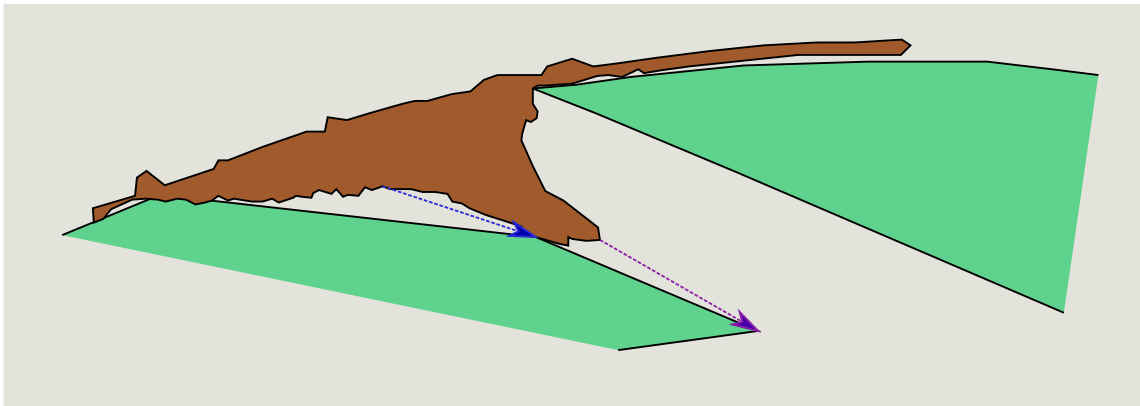


FIGURE 1.29 – Schématisation de la mesure d'un écart entre un perçage réel (marron) et le perçage idéal dessiné sur CAO (vert) dans un plan axial. Les flèches de couleur indiquent les écarts dimensionnels issus du procédé de perçage. La mesure réelle ne peut pas être montrée pour des raisons de confidentialité.

Avec l'augmentation des performances des moteurs, les pièces ont évolué afin de répondre aux nouvelles sollicitations. Afin de réduire les contraintes internes des pièces tournantes, les géométries ont évolué jusqu'à des structures internes extrêmement complexes. Dans ce cadre, le contrôle des dimensions telles que les épaisseurs des parois, angles et courbes nécessitent des systèmes de mesure performants. Des techniques non destructrices ont été utilisées afin de réaliser des mesures systématiques et sans nécessité d'endommagement des pièces. Sous les hauts standards de sécurité exigés dans l'industrie aéronautique, le contrôle unitaire de chaque pièce critique est nécessaire. De nombreux contrôles de natures divers sont juxtaposés fournissant des informations différentes : le contrôle de l'état de la matière par radiographie, de la porosité/craquelures par ressuage, des épaisseurs par ultrasons ou courant de Foucault, la présence de grains indésirables par macrographie ou de l'orientation du matériau par diffraction de Laue. Des méthodes innovantes cherchent à utiliser les techniques de la science des données pour manipuler ensemble toutes ces informations. Nous présentons dans la section suivante une chaîne numérique de métrologie fonctionnelle compatible avec un environnement industriel.

3 Jumeaux Numériques des éprouvettes de fatigue

3.1 Philosophie de l'approche

L'ensemble du contexte et des techniques listées au cours de ce chapitre montre l'intérêt de prendre en compte l'ensemble des informations disponibles en production pour améliorer les processus de contrôle des pièces. Désormais, des techniques de suivi permettent d'accéder aux données réelles de fonctionnement. Ces données permettent de construire alors des *Jumeaux Numériques*. Glaessgen définit ces derniers encore appelés *Digital Twins* ou DT dans son article de 2012 [100]. Celle-ci est rapportée ici : « A Digital Twin is an integrated multiphysics, multiscale, probabilistic simulation of an as-built vehicle or system that uses the best available physical models, sensor updates, fleet history, etc., to mirror the life of its corresponding flying twin. » Il décide ainsi qu'un DT correspond à un modèle numérique lié à un objet réel rassemblant le maximum de données possible. On peut considérer dans ces données les perturbations issues du procédé, les spécifications propres à l'objet réel considéré ainsi que toutes les informations discriminantes que l'on peut obtenir. Le jumeau numérique représente une numérisation à haute-fidélité d'une pièce réelle utilisée pour différents types de simulation (calculs physiques, utilisation pour la prédiction de maintenance, endommagement en service etc.) [101, 102].

L'approche que nous proposons de développer ici est d'utiliser directement les données issues des systèmes de mesure. Un bon candidat serait d'utiliser la tomographie, via l'acquisition du volume. Toutefois, la géométrie complexe d'une aube de turbine impose une grande variation des intervalle de tolérances. On pourrait alors réaliser plusieurs mesures dans différentes zones et avec des conditions d'acquisition différentes : une analyse du pied d'aube se ferait en capteur linéaire, auquel on adjoindrait un examen mieux résolu de la pale et une meilleure définition pour les zones critiques tels que les bords de fuite ou les perçages. Ainsi, la mesure se ferait différemment en fonction de l'application, notamment la vérification des dérogations en cas de variations dimensionnelles. Cette problématique est ainsi abordée par les travaux de cette thèse afin d'en estimer la faisabilité.

3.2 Chaîne de traitement d'images

Afin de réaliser la chaîne de numérisation des éprouvettes, une étude a été réalisée afin de choisir la méthode de maillage volumique la plus adaptée. La qualité des maillages a été évaluée selon un certain nombre de critères (Aspect Ratio, Jacobian Computation, Volume etc.). Les différents critères représentent les données essentielles du maillage : la régularité de la forme des éléments (*Aspect Ratio*), la convexité des liens entre les noeuds (pour les éléments quadratiques) et le volume. Un élément avec un aspect ratio trop important sera allongé selon une direction et il sera très pointu. Cela provoquera une pondération trop importante d'un point d'intégration et une fraction volumique associée plus faible. Dans ce cas, le calcul de plasticité pourra localiser une déformation plastique trop importante, surestimer le calcul de la contrainte et donc sous estimer la durée de vie. La qualité de la résolution éléments finis est très fortement liée à la qualité de l'échantillonnage de l'espace de résolution. Un exemple des pires éléments trouvés sur chacun des maillages selon le critère d'*Aspect Ratio* est proposé en Fig. 1.30.

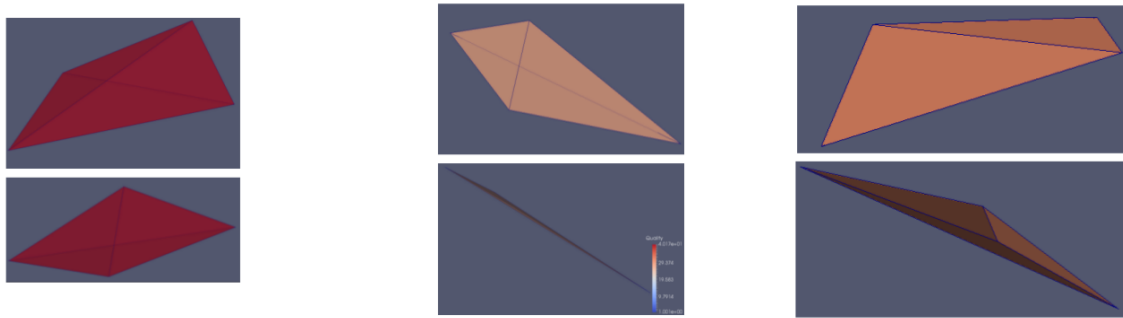


FIGURE 1.30 – Exemple des pires éléments selon le critère Aspect Ratio : morphologie mathématique (à gauche), CAO (centre) et VG Studio Max (à droite).

Pour compléter cette étude, il est pertinent de comparer des indicateurs géométriques tels que l'épaisseur de paroi pour un ensemble de positions donné dans le volume. En ce qui concerne l'expertise nécessaire pour l'utilisation des logiciels, peu de paramètres sont nécessaires pour la segmentation VG. Notamment la recherche des surfaces par la détection d'angles vifs géométriques, encore difficiles à déceler à fine résolution avec la méthode de morphologie mathématique. Les résultats du benchmark sont rassemblés dans le Tableau 1.5. Au regard des différents critères établis, la méthode de maillage développée par VG Studio a montré une meilleure efficacité par rapport au besoin de la chaîne de traitement automatique. Cette approche permet de densifier naturellement le maillage près des accidents géométriques tels que les pointes, concavités ou trous. Toutefois, cette méthode nécessite une optimisation de la métrique car elle peut rapidement générer un très grand nombre d'éléments de maillage, ce qui pose problème pour l'exécution de l'algorithme ou la manipulation des fichiers générés. Enfin, l'étude a été réalisée pour des géométries plus complexes tels que le maillage des perçages où une bonne fidélité dimensionnelle est requise. Dans ce cas, la taille minimale des cellules de Voronoï est égale au voxel du volume, la méthode VG permet l'obtention d'éléments de tailles inférieures (échelle subvoxelique) avec une très bonne précision. Ainsi, en accord avec les résultats de l'étude, il a été choisi d'utiliser le module de maillage proposé par VG Studio, déjà fournisseur de Safran pour le traitement d'images de tomographie. Une superposition des différents maillages est montrée en Fig. 1.31.

Pour établir la chaîne numérique, les différentes étapes de mesures ont été automatisées et les paramètres ont été fixés. Pour la mesure de tomographie et d'orientation matérielle, les conditions de tirs ont été rassemblées dans le Tableau 1.6.

Comme précisé dans la section 1.4, la tomographie permet la reconstruction volumique d'un objet à partir de radiographies 2D. Une fois le volume reconstruit, une suc-

Critères	Maillage CAO	Morphologie Mathématique	VG Studio Max
Approche non-paramétrique	X	V	V
Durée de traitement	++	+++	+
Qualité des maillages	++	+	+++
Performance dimensionnelles	++	+	+++
Résolution limite	Continue	Voxel	Sub-voxel
Niveau d'expertise nécessaire	++	+++	+

TABLE 1.5 – Résultats de l'étude comparative pour le choix de la méthode de maillage des images de tomographie.

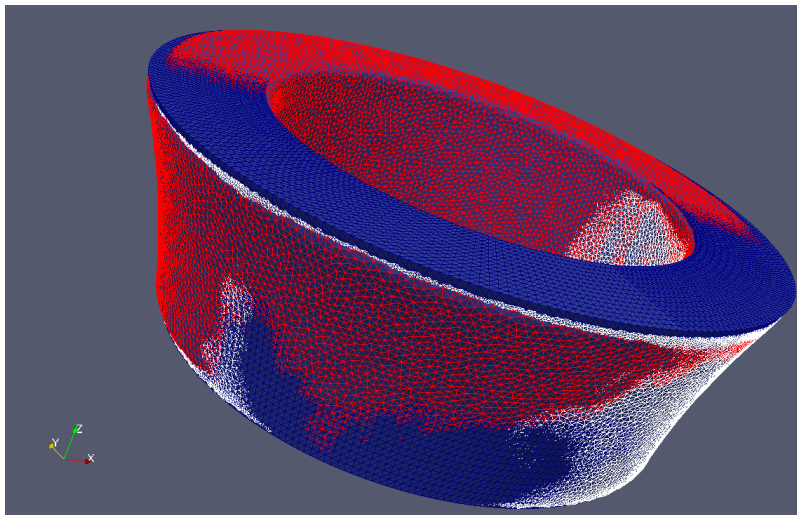


FIGURE 1.31 – Superposition des maillages issus de : la CAO (en bleu), de VG Studio Max (en blanc) et de la morphologie mathématique (rouge).

Paramètres	Voltage(kV)	Courant(μ A)	Puissance (W)	Pas angulaire ($^{\circ}$)
Tomographie	400	625	450	0.14
RXO	50	40×10^3	2×10^3	//
Paramètres	Temps d'exposition (μ s)	Images	Voxel size (μ m)	Pixel size (μ m)
Tomographie	350	2500	29.45	29.45
RXO	//	4	//	400

TABLE 1.6 – Tableau recensant les conditions d’acquisition des mesures RX pour la Tomographie et la RXO.

cession d’étapes est réalisée et présentée en Fig. 1.32. Une pré-segmentation est appliquée afin d’obtenir une première surface grossière, cf Fig. 1.32a). Celle-ci permet de recalcr la géométrie dans l’espace et la déplacer dans le repère de la CAO, qui est également le repère de la simulation, illustré en Fig. 1.32b). Bien que la géométrie soit simple (tube avec un perçage), la segmentation reste difficile car les têtes d’éprouvettes sont assez épaisses (de l’ordre de 2 mm) et la mesure y est très bruitée. Pour cela, nous avons décomposé la segmentation en deux parties : la zone utile et les têtes. La surface de la zone utile est plus simple à déterminer, directement par un seuil sur l’histogramme en niveaux de gris cf Fig. 1.32c). La segmentation des têtes utilise la géométrie CAO pour déterminer les surfaces : une première frontière est déterminée avec la CAO (visible sur la Fig. 1.32d) en bleu), puis une vérification est effectuée à l’aide des distances de recherches normales, cf Fig. 1.18. Cette étape pourrait induire un a priori et falsifier la détermination de surface. Toutefois, la simplicité de la géométrie permet de retrouver les bonnes dimensions car les gradients locaux sont très importants. Les segmentations séparées sont ensuite assemblées afin d’avoir une surface unique, cf Fig. 1.32e). Ensuite, on refait une segmentation depuis le volume initial avec la surface unifiée comme le montre la Fig. 1.32f). Enfin, le maillage tétraédrique est généré depuis la surface segmentée (Fig. 1.32g)), on peut observer les variations géométriques des pièces réelles notamment dans le perçage. Ainsi, l’utilisation de la CAO comme a priori n’influe pas sur la géométrie finale ce qui était essentiel pour la validation de cette méthodologie. En cumulant la mesure et la chaîne de traitement, la durée d’obtention du maillage volumique de façon automatique est d’environ 2h.

Conformément au besoin industriel, la phase de création des jumeaux numériques par tomographie a été automatisée. Cette étape rassemble la conception et fabrication d’un outillage spécifique pour assurer la répétabilité de la mesure par tomographie, l’écriture du fichier contenant les paramètres de tirs, la reconstruction du volume ainsi que l’étape de segmentation. Enfin, les travaux menés avec VG Studio Max (logiciel de traitement des volumes de tomographie) ont permis l’implémentation du programme de maillage automatique contrôlé et compatible avec une simulation par élément finis (EF). Afin d’analyser la qualité du traitement, une étude de répétabilité et de reproductibilité a été réalisée (étude R&R). Pour ce faire un protocole a été mis en place en accord avec la documentation d’analyses des systèmes de mesure (MSA), utilisant les normes internationales communes à la certification. On y analyse la répétabilité (dispersion des résultats pour une même référence d’entrée) et la justesse (dispersion vis à vis d’une valeur de référence). Puisque les pièces étudiées sont fabriquées avec un outillage variable rassemblant 6 diamètres différents, l’analyse nécessite 3 mesures par référence effectuées par 3 opérateurs différents. Un exemple de résultat est proposé en Fig. 1.33, illustrant la justesse du maillage 3D vis à vis de la segmentation. 24 points de mesures ont été placés sur le volume et l’épaisseur est évaluée. Le graphe illustre l’écart entre un maillage de chaque référence et la tomographie associée.

La chaîne de traitement a été appliquée sur les 54 mesures et les écarts maximaux en répétabilité et justesse sont rassemblés dans le Tableau 1.7. En regard de l’application

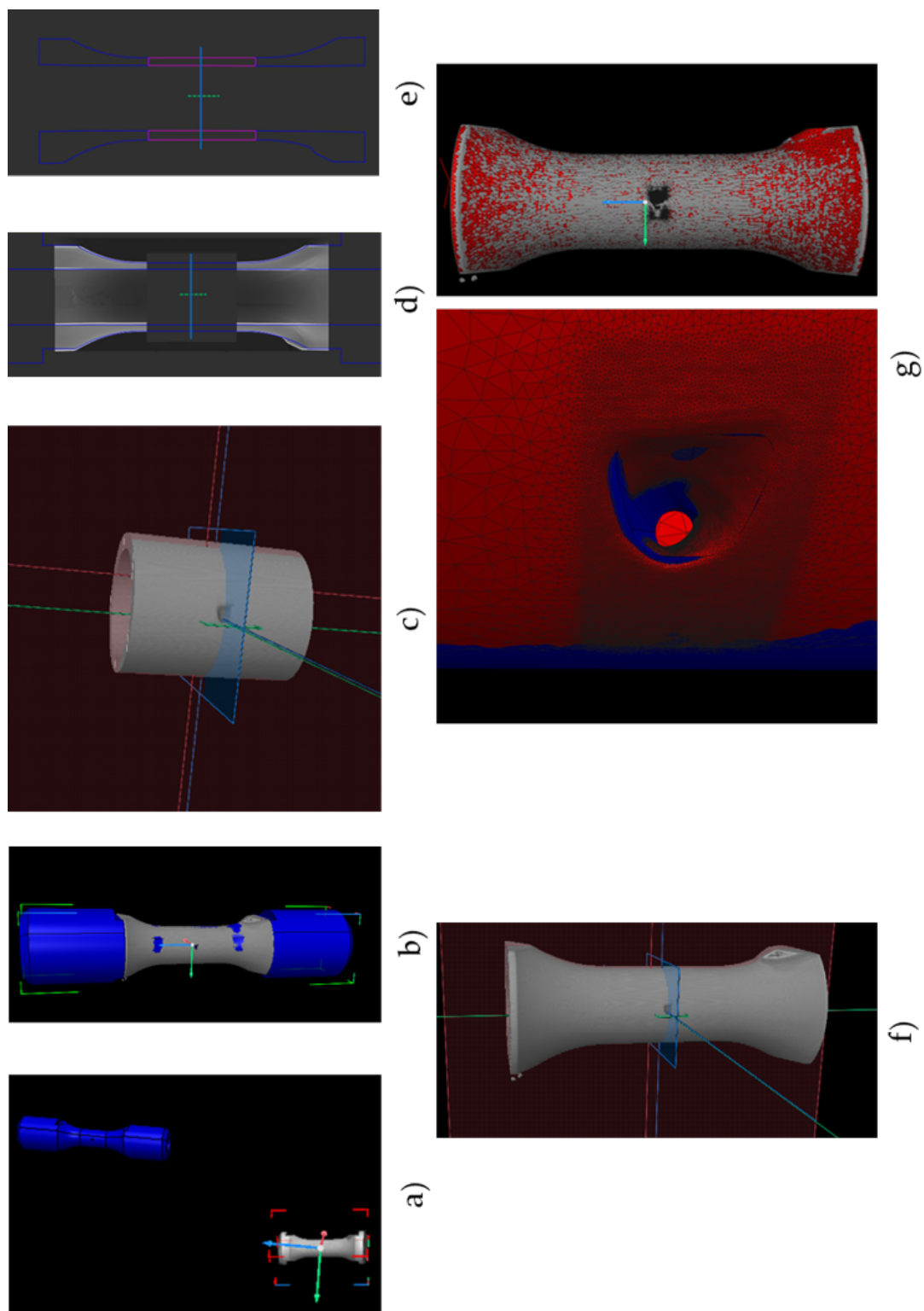


FIGURE 1.32 – Étapes successives du traitement de volume de tomographie pour le maillage d'une pièce.

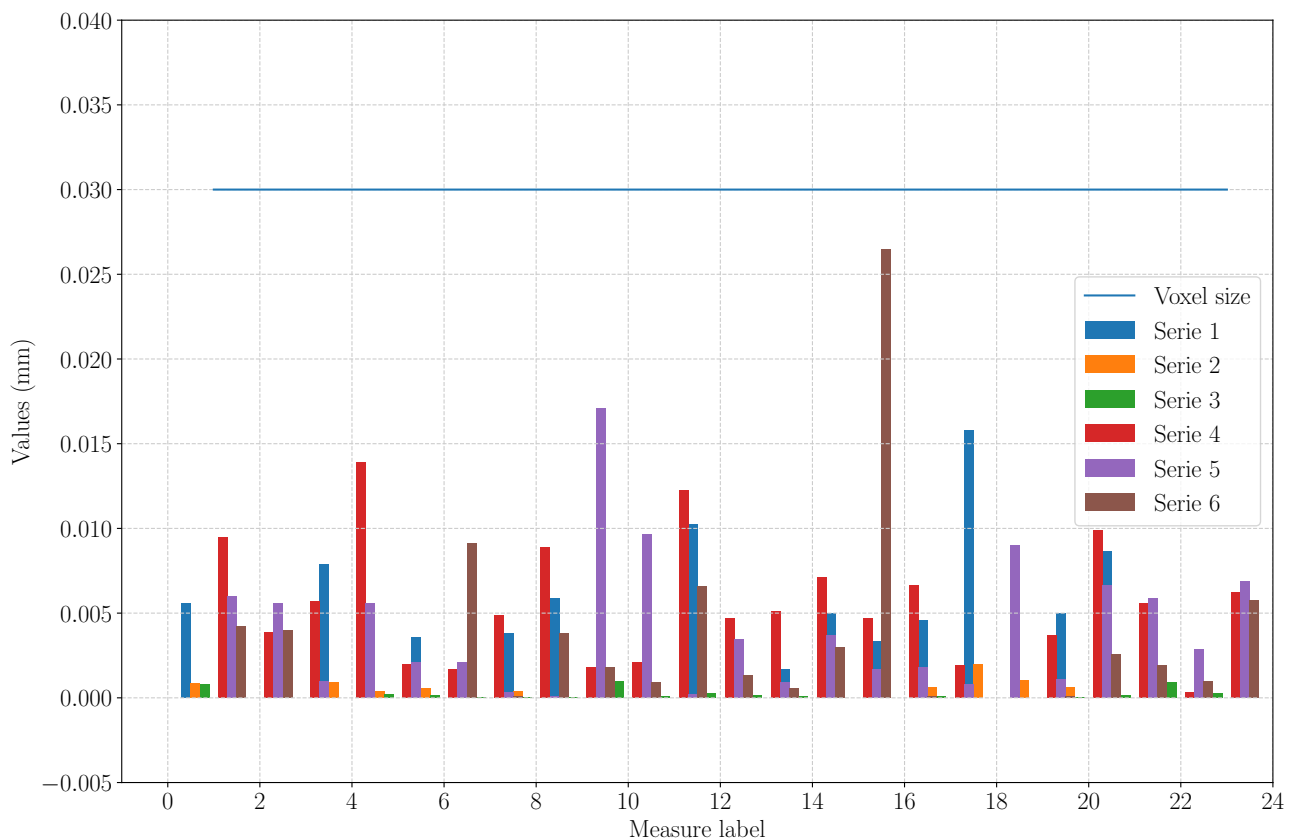


FIGURE 1.33 – Écarts de points de mesure entre maillage volumique de tomographie et segmentation associées.

visée, les objectifs en répétabilité et justesse ont été fixés respectivement à **100 μm** et **50 μm** . Les résultats de l'étude de répétabilité montrent que le système est adapté pour un contrôle industriel et respecte les exigences des normes internationales. De plus, la fiabilité est également vérifiée et les maillages de tomographie représentent fidèlement la géométrie réelle, nécessaire pour les simulations de durée de vie. Pour notre étude, il est produit à partir des scans de tomographie et de son maillage volumique (éléments tétraédriques).

Afin de représenter les orientations dans l'espace, on peut utiliser une figure de pôle. Il s'agit d'une projection stéréographique (projection plane d'une sphère) de l'espace des orientations. Cette représentation permet de situer l'orientation du cristal vis à vis du référentiel du laboratoire. Une autre représentation est la figure de pôle inverse permettant de comparer l'orientation du cube matériel vis à vis de l'orientation idéale. C'est dans cette représentation que nous allons représenter les mesures faites sur les éprouvettes fabriquées au cours de cette thèse. La Figure 1.34 présente l'ensemble des orientations mesurées sur les éprouvettes. On observe que les orientations restent proche de l'axe $\langle 001 \rangle$ et sont en

Opération	Répétabilité (μm)	Justesse (μm)
Segmentation	40	11
Maillage 3D	3	26

TABLE 1.7 – Résultats de l'étude R&R menés sur le maillage de tomographie.

majorité contenus dans un arc de cercle de valeur proche du critère de désorientation critique. Les mesures sont réalisées sur les têtes des éprouvettes après polissage (afin d'enlever un écrouissage d'usinage) en plusieurs points. La mesure fournit une matrice d'orientation du cristal dans l'espace qui est ensuite traduite en angles d'Euler par une transformation réalisée avec la librairie python pymicro².

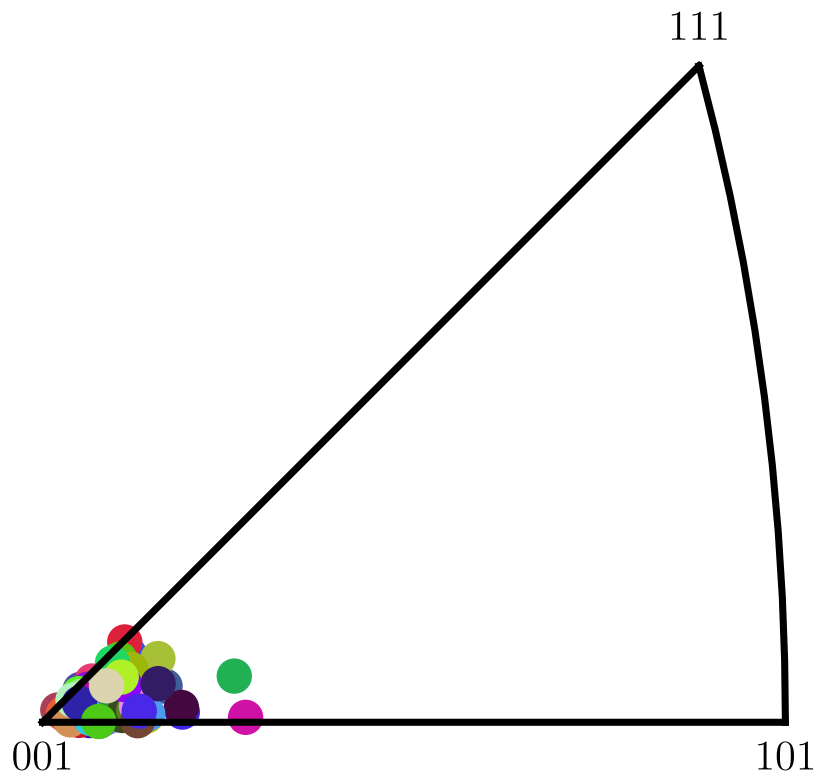


FIGURE 1.34 – Figure de Pôle Inverse (IPF) selon l'axe Z (direction axiale des éprouvettes) des mesures d'orientations des éprouvettes tubulaires fabriquées.

2. Bibliothèque développée par H. Proudhon, www.github.com/heprom/pymicro

3.3 Variations géométriques non paramétrées

Comme énoncé précédemment, l'industrialisation d'un procédé de fonderie induit des variabilités de natures diverses impactant la répétabilité dimensionnelle des produits. La majorité du temps, une pièce finie résulte d'une succession d'opérations ayant nécessité des outillages intermédiaires pouvant impacter le fonctionnement. Chacune des étapes possède des variabilités qui leur sont propres et un processus industriel complexe rend la séparation des variables extrêmement difficile. Un exemple d'écarts de mesure est présenté en Fig. 1.35 où l'enjeu se conçoit très bien : plus la pièce est complexe, plus ses variabilités seront nombreuses et difficile à capter. De plus, la fabrication de pièces creuses demande a priori une quantité plus importante de cotes à vérifier dont la mesure peut-être extrêmement complexe. Le développement des techniques CND a rendu accessible la mesure dans le volume. Les méthodes actuelles proposent de définir des points de mesures pour contrôler la géométrie : il s'agit d'une approche discrète. Dans le cadre de dérogations, celles-ci peuvent être modifiées dans les modèles et les calculs peuvent être réalisés pour estimer la durée de vie de la pièce. Toutefois, la modification de centaines de mesures demeure extrêmement chronophage et une automatisation de cet exercice représenterait un gain majeur. On peut notamment citer les travaux de Dye concernant l'impact de la variation de position des noyaux sur la réponse en fluage des aubes de turbines HP [103].

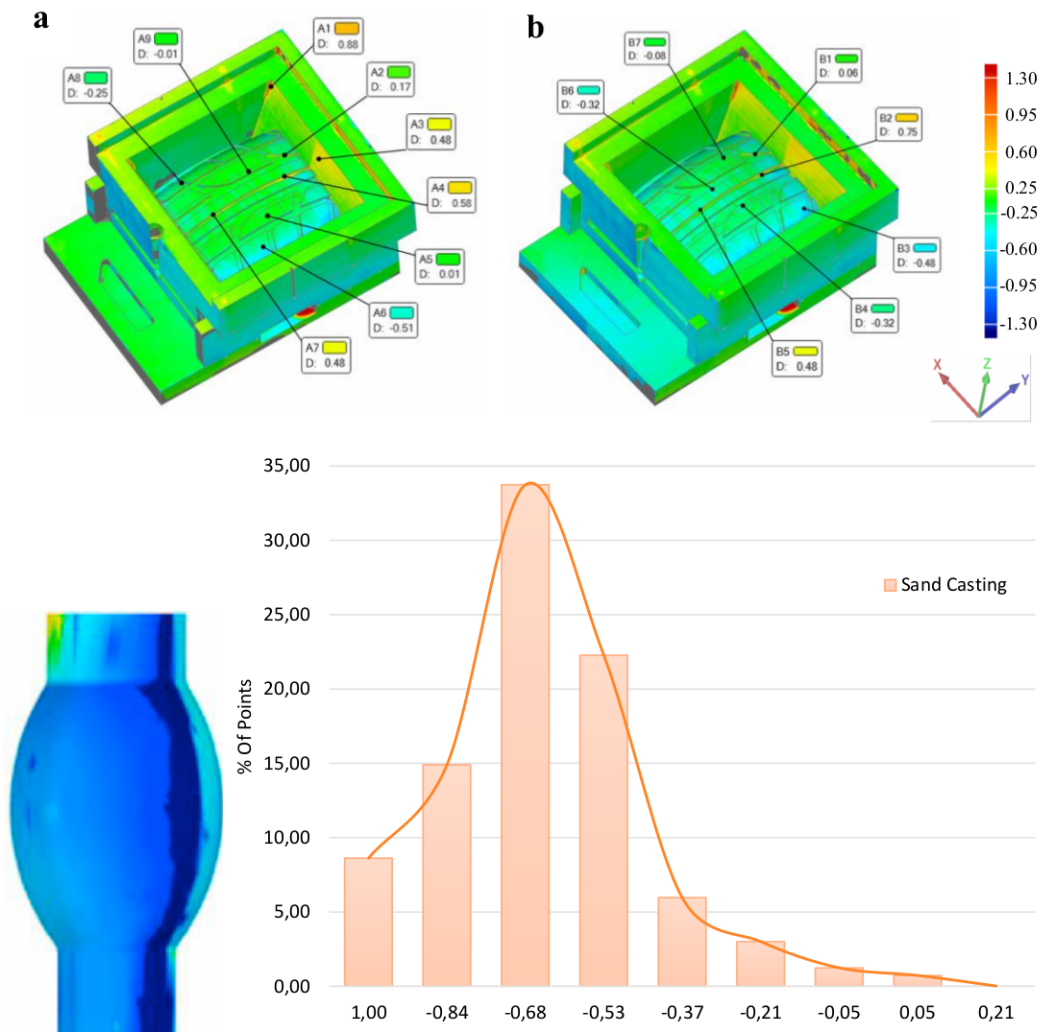


FIGURE 1.35 – Exemples de variations géométriques en production : écarts mesurés sur un moule pour pneu [19] et sur distribution d'écarts sur tubes en aluminium après coulée [20]. L'abscisse de la courbe en bas correspond aux écarts en mm vis à vis de la référence.

Une autre difficulté cruciale réside en la définition des bonnes cotes pour caractériser les défauts géométriques. Pour illustrer cela, prenons le cas de l'éprouvette. Un *déport noyau* caractérise le déplacement du noyau au sein de la grappe et induit une excentricité de l'alésage interne (répartition d'épaisseur non homogène dans les sections). L'origine de ce déplacement pourrait intervenir à différentes étapes (décirage, coulée) et en comprendre la raison permettrait de trouver les solutions efficaces. Ce défaut a été examiné sur les éprouvettes fabriquées pour cette thèse. On peut le représenter dans un graphe où la direction d'excentricité est représentée par un vecteur et dont la norme représente le déplacement du noyau. Ce graphe est présenté en Fig. 1.36. On observe que la direction du défaut n'est pas complètement isotrope. Ceux-ci semblent plutôt s'orienter selon la direction $x < 0$, ceci pouvant peut-être s'expliquer par la masselotte, qui lors de la coulée, modifie l'inertie massique de la géométrie. La masselotte est placée dans le cadran ($x > 0 ; y < 0$), où peu de défauts d'excentricité sont mesurés. Toutefois, il s'agit d'un défaut où une fonction linéaire d'un seul paramètre suffit à le caractériser. En revanche, il devient très difficile de prendre en compte des défauts du type flexion / torsion des noyaux, voir des défauts extrêmement locaux issus d'autres variabilités que le déport noyau. Une approche innovante serait de ne plus chercher à paramétrer les défauts mais de construire un objet les contenant intrinsèquement. C'est ce qui est réalisé à l'aide de la tomographie où la détermination de surface n'utilise pas d'a priori sur la géométrie.

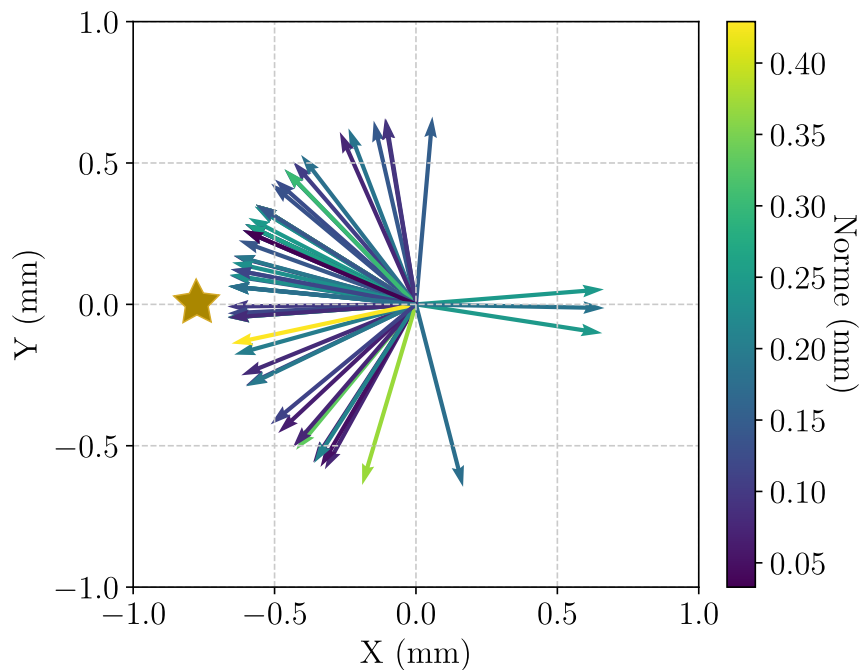


FIGURE 1.36 – Directions et normes des défauts d'excentricité mesurés sur les éprouvettes, représentation dans un plan de section axiale (de normale \vec{z}). L'étoile correspond à la position approximative des perçages dans ce plan.

Ainsi, à chaque pièce physique est associée un jumeau numérique composé d'un maillage issu de tomographie contenant la géométrie réelle. La mesure par RXO permet d'obtenir l'orientation réelle du monocristal et donc, la variation du comportement associé. Nous allons voir au Chapitre 2 que la mise en place d'un essai complexe permet d'associer de nouvelles informations spécifiques à chaque éprouvette telles que la charge appliquée, les mesures de températures et la durée de vie.

CHAPITRE 2

CONCEPTION ET DÉPLOIEMENT D'UN ESSAI (T)GMF

1 Définition d'un essai complexe à gradient thermique pour l'endommagement d'un superalliage

1.1 Endommagement

Le comportement représente le lien entre déformations appliquées et la contrainte induite au sein du matériau. Elle permet de caractériser la réponse mécanique en tout point d'un domaine. Toutefois, le chargement peut dépasser les limites de résistance du matériau, représentées par la limite à rupture σ_r pour un chargement monotone, ou la limite d'endurance σ_D et la contrainte ultime σ_u dans le cadre cyclique de la fatigue. L'endommagement est un phénomène inhérent aux processus de déformation permanente. Comme on l'a vu, la déformation plastique se produit au niveau des plans cristallins, par le biais du déplacement des dislocations. Cependant, ces déformations restent soumises à la cohésion de la matière. L'endommagement est le phénomène qui décrit la perte de cette cohésion et la détérioration progressive de la structure. Cette dernière peut-être lente (fatigue à très grand nombre de cycle) ou extrêmement rapide (clivage dans les matériaux fragiles). Le fonctionnement en régime de plasticité favorise le développement de microfissures (phase d'amorçage) menant à leur coalescence vers des fissures macroscopiques qui se propagent alors jusqu'à la ruine (phase de propagation). Dans le cadre du dimensionnement des structures, il devient primordial de comprendre et de prédire les effets d'endommagement. Il est fréquent de définir un critère empirique de taille des microfissures pour l'amorçage. Dans ce travail, on choisira une longueur critique : $a_c \approx 300 \mu\text{m}$. Une fois cette taille critique de fissures atteinte, on considère que l'on passe du régime d'endommagement au régime de propagation. Nous allons ici détailler les modes d'endommagement typique d'une aube de turbine ainsi que le modèle de calcul de durée de vie utilisé.

1.1.1 Le Fluage

Le fluage est un mécanisme de déformation élastoviscoplastique lié à l'application d'une contrainte constante, d'autant plus actif que la température est élevée. Le fluage agit sur l'ensemble des matériaux métalliques et se décompose en trois stades : les stades primaire, secondaire et tertiaire (notés I, II et III sur la Fig. 2.1). Au cours de ces trois stades la vitesse de déformation évolue jusqu'à provoquer une rupture brutale. Dans un matériau polycristallin, le fluage agit comme moteur de propagation des dislocations jusqu'aux joints de grains. Celles-ci vont induire un état de sur-contrainte poussant à la déformation

plastique importante de défauts tels que des pores (pores de fonderie ou de déformation), pouvant conduire à l'amorçage de fissure. Avec la température, ce fluage est accentué par un phénomène de diffusion qui accélère l'effet des joints de grains. C'est ce mécanisme principal qui explique le développement des superalliages monocristallins qui suppriment tous les joints de grains. Ainsi, le fluage est grandement ralenti mais tout de même source majeure des endommagements des structures chaudes. Pour les monocristaux à base Nickel, les contraintes de cohérences de la microstructure vont activer un mécanisme de diffusion. Ce dernier induit une transformation morphologique favorisée par les hautes températures et le chargement mécanique. C'est ce que l'on nomme la *mise en radeaux* des précipités. En effet, la microstructure cuboïdale tend à se réorganiser pour former un réseau de plaquettes dont l'orientation sera fonction du chargement. Cette transformation est illustrée sur la Fig. 2.1 [21].

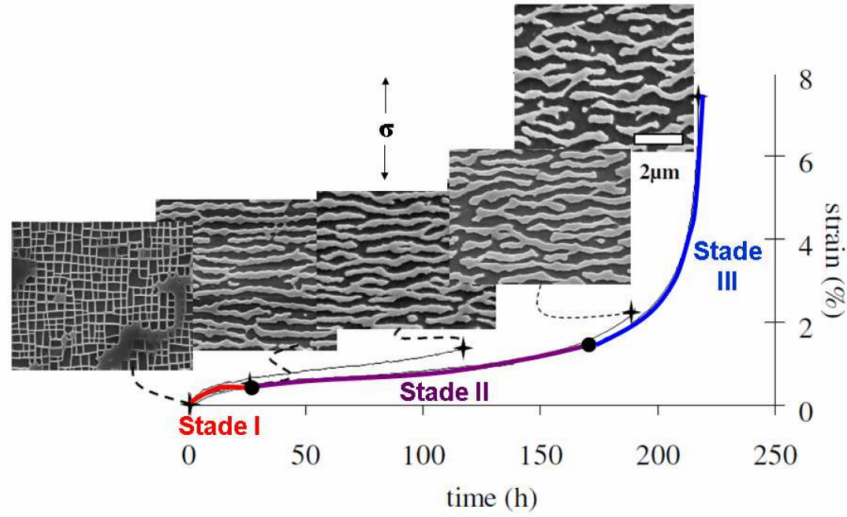


FIGURE 2.1 – Évolution microstructurale de l'AM1 sous un chargement de fluage [21].

Les superalliages monocristallins montrent un comportement au fluage compatible avec la mécanique de l'endommagement continu. Une variable scalaire isotrope d'endommagement D_c (*Creep* en anglais) peut suffire à la description des différents mécanismes [104, 105]. D_c évolue entre 0 et 1 décrivant respectivement un état sain et un état rompu. L'évolution de la variable d'endommagement est formulée par Kachanov [104] pour une sollicitation uniaxiale :

$$dD_c = \left(\frac{\sigma^r}{A} \right) (1 - D_c)^{-k} dt \quad (2.1)$$

où A , r et k sont des coefficients matériau fortement dépendant de la température. Parmi tous les modèles existants pour la description du fluage, certains modèles basés sur l'influence de l'état de contraintes permettent de couvrir une grande gamme de durée de vie. Nous allons détailler ici le modèle que nous allons utiliser, basé sur les travaux de Hayhurst [106]. Ce dernier utilise une contrainte équivalente en fluage, notée χ_c , généralisée aux matériaux anisotropes sous sollicitations multiaxiales par une fonction basée sur les invariants du tenseur des contraintes :

$$\chi_c = \alpha_h \sup(\sigma_i) + \beta_h \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) + (1 - \alpha_h - \beta_h) \sqrt{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{M}} : \underline{\underline{\sigma}}} \quad (2.2)$$

où $\underline{\underline{M}}$ désigne un tenseur d'endommagement d'ordre 4, réduit à 3 coefficients avec l'anisotropie cubique du CMSX-4 PLUS. De plus, dans le cas d'une aube de turbine sollicitée selon $\langle 001 \rangle$, le terme $\sqrt{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{M}} : \underline{\underline{\sigma}}}$ peut-être remplacé par la contrainte équivalente de von

Mises du tenseur $\underline{\sigma}$. On peut introduire la contrainte équivalente au sein de l'Eq (2.1) et la variable d'endommagement devient :

$$dD_c = \left(\frac{\chi_c(t)^r}{A} \right) (1 - D_c)^{-k} dt \quad (2.3)$$

Cette équation différentielle est réécrite en un temps t entre deux instants t_1 et t_2 telle que :

$$D_c(t) = (k+1) \int_{t_1}^{t_2} \frac{(\chi(t) - S_0)^r}{A} dt \quad (2.4)$$

où S_0 est un coefficient matériau à identifier en fonction de la température.

A l'image de ce qui a été décrit précédemment, la microstructure du matériau induit une grande sensibilité du fluage à l'orientation. Les travaux de [22] ont montré que les superalliages présentent des orientations préférentielles où la probabilité de trouver des défauts sources de micro-amorçage peut grandement varier. Ainsi, les directions primaires $\langle 111 \rangle$ et $\langle 001 \rangle$ semblent être optimales pour ce type de sollicitation. Toutefois, la direction primaire $\langle 111 \rangle$ est également la direction élastiquement la plus rigide et la $\langle 001 \rangle$ apparaît comme le meilleur compromis sous les contraintes de fabrication et de comportement. On retrouve en Fig. 2.2.a) un IPF dressé par Reed dressant les différentes frontières des tenues en fluage en fonction de l'orientation primaire du monocristal, obtenu expérimentalement. Afin de comparer ce diagramme au modèle de l'Eq(2.4), près de 1000 simulations de fluage ont été lancées avec des orientations aléatoires (respectant les conditions de symétrie cubique). On dresse alors un IPF auquel on associe une cartographie de durée de vie en cycles, cf la Fig. 2.2.b). On voit que le modèle a une très bonne prédiction vis à vis du diagramme expérimental, où l'on retrouve la bonne tenue selon $\langle 001 \rangle$.

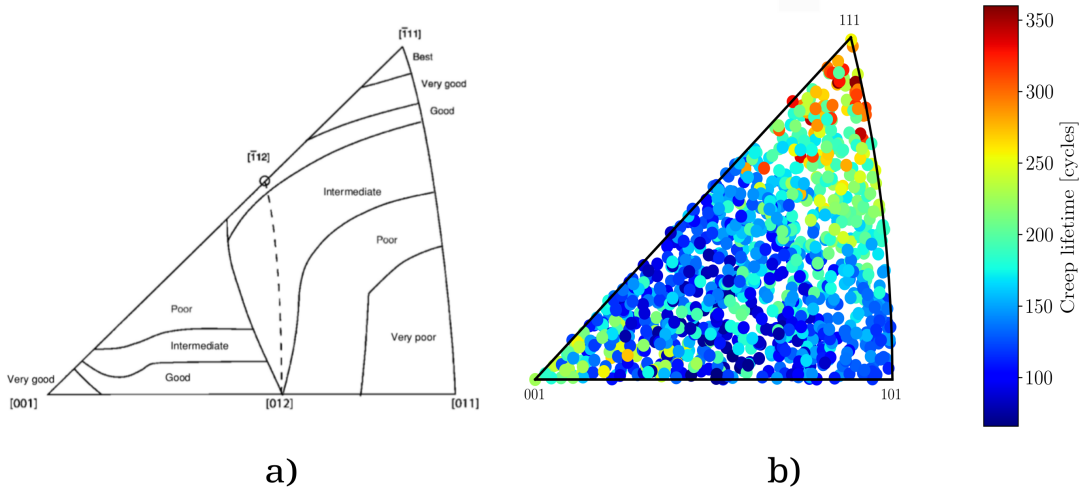


FIGURE 2.2 – Effet de l'orientation sur la durée de vie en fluage : a) littérature [22] et b) application du modèle d'endommagement sur le CMSX-4 PLUS.

1.1.2 La Fatigue

Apparu lors de la révolution industrielle de la fin du XIX^{ème} siècle, le terme fatigue désigne la rupture de pièces en service dans le cas de sollicitations cycliques. Ce phénomène apparaît comme une altération inévitable des propriétés mécaniques d'un matériau pour un niveau de chargement appliqué parfois même inférieur à la limite élastique. Un phénomène d'endommagement progressif à l'échelle de la microstructure se met en place et peut conduire à la ruine de la structure. La caractérisation de l'endommagement par

fatigue fait classiquement référence à de nombreuses variables. Le chargement cyclique est défini par les contraintes maximale et minimale du cycle (σ_{max} , σ_{min}), l'amplitude de contrainte $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ et la valeur du rapport de charge $R_\sigma = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$. Le nombre de cycles à rupture est noté N_f . On peut distinguer différents régimes de fatigue en fonction de la valeur de N_f . La fatigue oligocyclique lorsque $N_f \approx 10^3 - 10^4$ cycles (régime Low Cycle Fatigue ou LCF), l'endurance limitée ou N_f atteint des valeurs de $\approx 10^6 - 10^7$ cycles et enfin (régime du High Cycle Fatigue ou HCF), l'endurance illimitée pour des valeurs supérieures. Aux chargements peuvent s'ajouter des effets délétères tels que la température (on peut effectuer des cycles thermiques et l'on parle alors de fatigue ou cyclage thermique) ainsi qu'un environnement agressif pouvant provoquer des phénomènes d'oxydation source d'un endommagement important.

Du point de vue de la microstructure, la fatigue représente une répétition cyclique d'une contrainte induisant un endommagement dont la nature peut-être extrêmement variée. On peut citer les effets d'inclusion/extrusion en surface liés aux glissements des plans cristallins, la présence de défauts dans la microstructure (pores, hétérogénéités chimiques, joints de grains), ainsi que les effets d'entailles liés aux concentrations de contraintes que l'on peut retrouver dans les structures. Une fois les micro-fissures amorcées, celles-ci vont se propager au sein du matériau avec des stries caractéristiques de la fatigue. La Fig. 2.3 illustre l'amorçage à partir d'un défaut avec des stries circulaires et l'observation de ces stries le long des plans (111) [23].

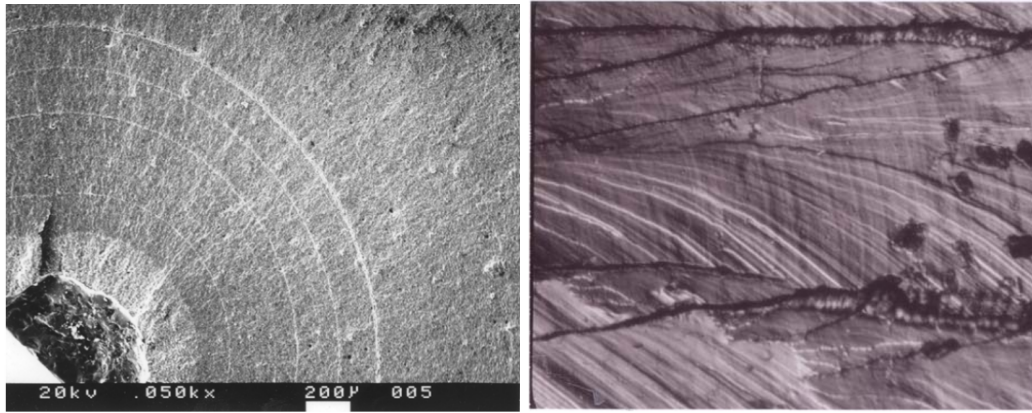


FIGURE 2.3 – Amorçage et propagation de stries de fatigue dans un superalliage monogranulaire : amorçage depuis un défaut (gauche) et propagation le long des plans (111) (droite) [23].

Ainsi, les accidents géométriques tels qu'un coin, congé ou trou d'une structure peuvent former une source d'amorçage préférentiel. À l'image d'un pore, les concentrations de contraintes locales vont conduire à la formation de microfissures pouvant conduire à la propagation d'une macro-fissure jusqu'à la ruine. Un exemple est présenté en Fig. 2.4 avec l'amorçage et la propagation de fissures sur une éprouvette entaillée de CMSX-2 [107, 108, 24]. On voit lors de l'essai à 650°C que les fissures se propagent de part et d'autre de l'entaille selon une direction à $\pm 45^\circ$ de la sollicitation. Cette figure illustre également l'effet de la température sur le régime de propagation : la fissure en plus basse température avance par bifurcation alors qu'à plus haute température, l'avancée est plus stable selon la direction orthogonale au chargement. L'effet du matériau est observé par Flouriot sur l'AM1 [25], illustré en Fig. 2.5. Cependant, à plus haute température, la propagation semble être plus corrélée à l'effet de structure (propagation dans le plan orthogonal au chargement) et moins aux effets matériels.

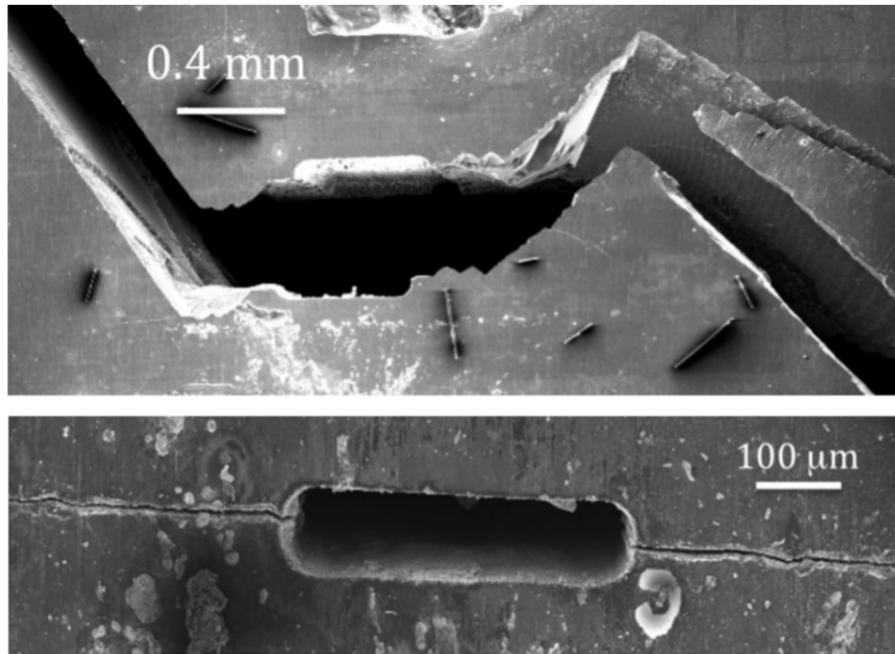


FIGURE 2.4 – Effet de la température sur la propagation de fissures sur une éprouvette entaillée : 650°C (en haut) et 950°C (en bas) [24].

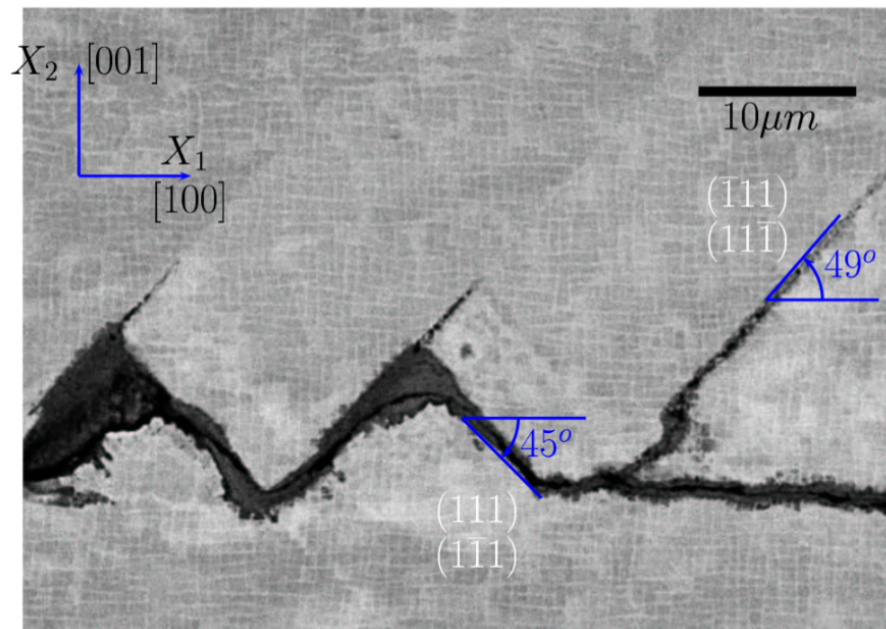


FIGURE 2.5 – Propagation d'une fissure par bifurcation selon des plans (111) sur AM1 [25].

1.2 Couplage à haute température

Dans le cadre des environnements complexes tels que ceux des turboréacteurs, les pièces en rotation sont soumises aux effets de fluage, fatigue et d'oxydation dans un état de superposition. D'un point de vue de la microstructure, les sections 1.1.1 et 1.1.2 présentent les principaux effets du fluage et de la fatigue. Dans le papier fondateur de Gallerneau [43] présentant le modèle Fat-Flu décrit ci-après, les interactions sont décrites comme délétères dans le stade de la micro-propagation. Lors du micro-amorçage, l'oxydation inhérente aux essais à haute température sous air fragilise gravement la surface du matériau. Comme le montre la Fig. 2.6 issue des travaux de Chaboche [26], l'oxydation crée un effet de zone et favorise l'amorçage de nombreuses fissures. L'une d'elles sera favorisée énergétiquement et sa propagation sera accélérée avec les effets de fluage. En effet, le fluage favorise la diffusion des défauts et lacunes, notamment auprès des lèvres de fissures. Ainsi, la déformation plastique pourra d'autant mieux s'y localiser et favoriser l'ouverture de la fissure lors des phases de traction. Cet effet semble fortement lié aux effets de cinétiques : que ce soit lors de chargements "rapides" en LCF ou lents de la HCF, les durées caractéristiques seront tout de même favorable à l'oxydation. Dans le premier cas, les contraintes plus élevées appliquées créeront un potentiel énergétique favorable au fluage. Dans le second cas, les durées d'essais seront adaptées aux cinétiques de diffusion. De nombreux travaux sur les applications de structures chaudes quantifient ces effets à l'image de la superposition TMF (Thermal Mechanical Fatigue) / HCF sur un acier vermiculaire [109], de la simulation de propagation de fissures sur l'AM1 [110] ou encore sur le CMSX-4 [111]. **Verifier la fin du paragraphe.**

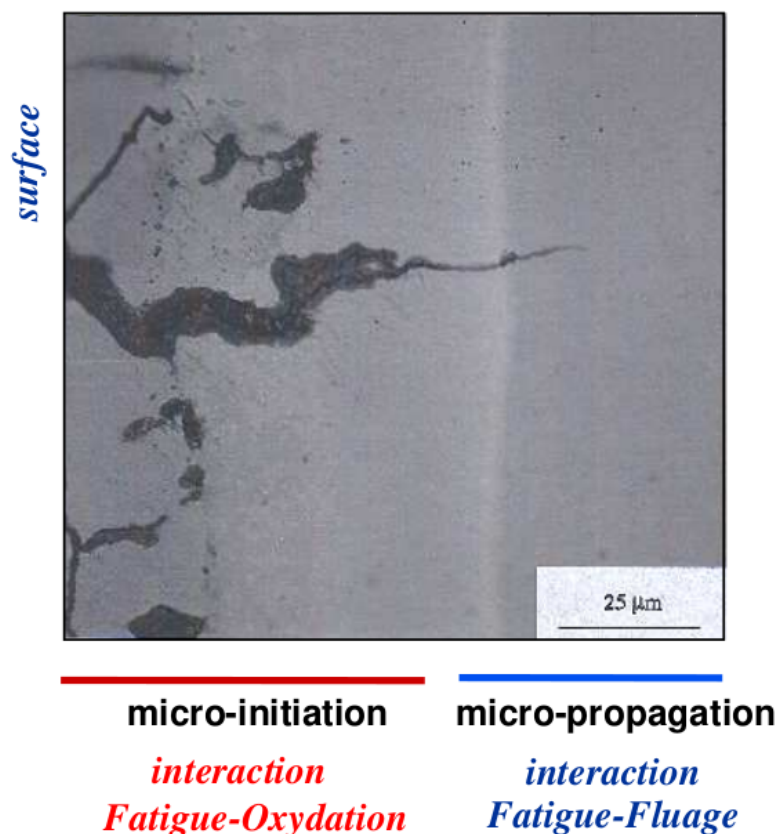


FIGURE 2.6 – Effets des interactions de fluage et fatigue : microamorçage et micropropagation d'une fissure dans de l'AM1 revêtu C1A [26].

Il existe des couplages extrêmement difficiles à caractériser à l'échelle de la microstructure. Dans la littérature, de nombreux modèles se sont intéressés à ce type d'endommagement. On peut les classer en deux grandes catégories : les modèles incrémentaux et les

modèles "en cycles". Dans la première famille, des approches ont cherché à caractériser les effets de couplage entre l'endommagement et le comportement. On peut citer les travaux fondateurs de Lemaître [81, 112, 113] décrivant l'endommagement comme une variable interne et conceptualisée dans l'admissibilité thermodynamiques des potentiels de dissipation. Certains travaux ont modélisé l'endommagement de façon énergétique, en déformation plastique ou en contrainte. De plus, des modèles de micro-amorçages et micro-propagation, basés sur des adaptations de la loi de Paris, ont permis d'examiner les propagations de fissures au sein de superalliages tels que le modèle d'Alam-Rémy [114]. On peut également citer le modèle polystar [76], capable de prendre en compte l'évolution de la microstructure et son effet sur le comportement. L'autre approche principale est le modèle en cycles : on ne cherche plus à caractériser l'endommagement à chaque instant mais à prédire le cycle où l'endommagement sera atteint par extrapolation. L'hypothèse principale est de supposer une stabilisation mécanique de la structure. Cette philosophie est utilisée notablement dans le cas de sollicitations complexes afin de réduire les temps de calculs. On peut recenser les travaux de Chaboche [115–117] capable de couvrir une large de gamme de durée de vie avec prise en compte des états de multiaxialité.

Le modèle Fat-Flu a été développé lors d'une étude co-menée par l'Onera, le Centre des Matériaux et la SNECMA via les travaux de [43] sur éprouvettes en AM1 revêtues. Dans le domaine de la fatigue à haute température, la prédiction est souvent basée sur une approche dite de stabilisation de cycles. Dans ce cadre, la simulation est menée jusqu'à la convergence des boucles de contraintes ou de déformations, spécialement dans les zones critiques de la structure. Pour ce genre de simulations, la réponse en contrainte-déformation de la structure sous sollicitations est calculée à l'aide de la loi de comportement. On considère ainsi un modèle *découplé* cherchant à décrire combien de cycles la structure peut supporter sous un état de contrainte donné. Le modèle cherche à appréhender les endommagements générés par le fluage et la fatigue et leur interaction non-linéaire. Bien que prépondérant vis à vis de l'amorçage, nous ne considérerons pas les effets de l'oxydation dans le modèle. Nous utilisons une variante développée pour les calculs mécaniques sans barrière thermique et estimer les performances du superalliage seul. La partie fluage est évaluée avec le modèle multiaxial de Hayhurst présenté en section 1.1.1. Nous nous intéresserons ici à la fatigue et aux effets d'interaction. On formalise le modèle selon l'équation :

$$dD = f_c(\chi_c, D)dt + f_F(A_{II}, \bar{\sigma}_H, \sigma_I^{Max})dN \quad (2.5)$$

où A_{II} désigne l'amplitude du cisaillement octaédrique, σ_I^{Max} la contrainte maximale principale et $\bar{\sigma}_H$ la contrainte hydrostatique moyenne définie comme la moyenne de la trace du tenseur à chaque cycle. Ceci étant calculé sur chaque éléments du maillage. Les coefficients α et β étant deux paramètres matériau. L'action de la fatigue sur l'endommagement à chaque cycle est donné par un modèle de Chaboche :

$$\delta D_F = \left[1 - (1 - D)^{\beta+1} \right]^\alpha \left(\frac{A_{II}}{M(\bar{\sigma}_H)(1 - D)} \right)^\beta \delta N \quad (2.6)$$

avec $\alpha = 1 - a \left\langle \frac{A_{II} - \sigma_l(\bar{\sigma}_H)}{\sigma_u - \sigma_I^{Max}} \right\rangle$, β et a deux paramètres matériaux et les contraintes :

$$\sigma_l(\bar{\sigma}_H) = \sigma_{l_0}(1 - 3h_l\bar{\sigma}_H) \quad \text{et} \quad M(\bar{\sigma}_H) = M_0(1 - 3h_M\bar{\sigma}_H) \quad (2.7)$$

où σ_{l_0} est la limite en fatigue alternée, h_l , M_0 et h_M des coefficients matériau. La partie positive montre que tant que A_{II} reste inférieur à la limite de fatigue donnée à la pression hydrostatique équivalente, α vaut 1. Ainsi, dans le cadre d'un pré-endommagement, il y aura tout de même une prise en compte d'un cumul de dommage. La limite de fatigue n'ayant plus lieu dans ce cas, on parle d'une limite de fatigue évanescence. Ce modèle prends en tout 13 paramètres dont 3 dépendent de la température. Il a été identifié sur des

essais avec des éprouvettes en AM1 non revêtues sur la plage de 200 à 1200 °C. Le Tab.2.1 rassemble l'ensemble des composantes du modèle tel qu'il a été défini par Gallerneau [43].

	Variable	Multiaxial Expression	Uniaxial Expression
Fatigue	A_{II}	$\frac{1}{2} \sqrt{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{M}} : \underline{\underline{\sigma}}}$	$\frac{\Delta\sigma}{2}$
	σ_{eq}^{Max}	$\sqrt{\sigma_{ij}^M M_{ijkl}^{f2} \sigma_{kl}^M}$	$ \sigma_{Max} $
	$\bar{\sigma}_H$	$\frac{1}{3} \text{mean}(tr(\underline{\underline{\sigma}}))$	$\bar{\sigma}$
Creep	χ^c	$\alpha_h \sup(\sigma_i) + \beta_h tr(\underline{\underline{\sigma}}) + (1 - \alpha_h - \beta_h) \sigma_{eq}$	$ \sigma $ if $\sigma \geq 0$ $ \sigma (1 - 2\beta_h)$ else
	σ_0	$\sup((\sigma))$	$ \sigma $
	σ_h	$N_{ij}^c \sigma_{ij}$	$tr(\sigma)$
	σ_{eq}	$\sqrt{\sigma_{ij}^M M_{ijkl}^c \sigma_{kl}^M}$	$ \sigma $
Oxidation	χ_{ox}	$\sqrt{\sigma_{ij}^M M_{ijkl}^{ox} \sigma_{kl}^M}$	$ \sigma $

TABLE 2.1 – Ingrédients du modèle Fat Ox Flu tels que définis dans [43].

L'intérêt d'un modèle tel que Fat-Flu est d'utiliser une approche en cycles afin de prédire la durée de vie sans avoir à réaliser le calcul complet. Toutefois, l'environnement moteur d'un avion impose des sollicitations complexes et la définition des cycles de fatigue au sens classique peut-être impossible. De plus, les effets anisothermes (variations de température) peuvent être pris en compte par l'introduction d'une normalisation des contraintes afin de fournir un endommagement isotherme équivalent à celui généré par l'effet anisotherme. Dans notre cas, l'endommagement global est calculé à l'aide des contributions élémentaires du fluage et de la fatigue :

$$D = D_C + D_F \quad (2.8)$$

Ce qui fournit alors les incréments de dommage :

$$\begin{aligned} \delta D_F &= \left[1 - (1 - D_F - D_C)^{\beta+1} \right]^\alpha \left(\frac{A_{II}}{M(\bar{\sigma}_H)(1 - (D_F - D_C))} \right)^\beta \delta N \\ \delta D_C &= \left[1 - D_F - D_C \right]^{-k} \left(\frac{\sigma}{A(T)} \right)^{r(T)} \delta t \end{aligned} \quad (2.9)$$

On retrouve alors le couplage fort entre fatigue et fluage, motivé par les observations présentées au début de ce paragraphe. Il est à noter que l'endommagement de fluage est une différentielle en temps et non en cycles, contrairement à la fatigue. Une remarque concerne la difficulté d'identification du modèle. On recense près de 13 paramètres à identifier, dont 5 sur toute la gamme de température utilisée. Ce modèle reste complexe à déployer pour un nouveau matériau.

Ce modèle est utilisé au sein des bureau d'étude de Safran comme outil de dimensionnement pour les pièces chaudes. Malgré sa formulation complexe et son identification difficile, il reste compétitif en regard d'autres modèles de durée de vie. En premier lieu, le modèle ne se base que sur l'historique des contraintes et de la température d'un chargement thermo-mécanique. Pour des structures chaudes pilotées en effort, il est facile d'obtenir et d'analyser ces grandeurs en tout point. De plus, il s'agit d'un modèle découplé du comportement, simplifiant d'une part l'intégration numérique (avec la possibilité d'être utilisé

en post-traitement) et peut servir de passerelle entre différents logiciels. Enfin, son caractère universel permet de comparer des simulations de plusieurs structures entre elles, notamment dans le cadre d'optimisation géométrique.

1.3 Choix de la sollicitation de nature thermo-mécanique pour l'endommagement d'un Shaped Hole

La compréhension fine des sollicitations réelles subies par les structures en service reste un enjeu majeur pour les bureaux d'études industriels. Actuellement, il est impossible de représenter fidèlement l'environnement thermo-mécanique appliqué aux aubes au sein d'une turbine car il est simplement impossible d'effectuer les mesures. Des modèles conservatifs sont utilisés et des coefficients de sécurité sont appliqués afin d'assurer la tenue des moteurs utilisés quotidiennement. Toutefois, le développement de nouveaux dispositifs toujours plus performants [114, 118–120] et la complexification des bancs d'essais permettent d'approcher de plus en plus les sollicitations réelles [121, 122]. Après avoir étudié les propriétés remarquables des superalliages à base Nickel, les techniques expérimentales ont évolué afin d'étudier les effets de structure : réponse d'une aube de turbine, amorçage de fissures près de zones critiques, sollicitations thermo-mécaniques hors phases etc. Par exemple, la Fig. 2.7 illustre un champ thermique typique d'une HPTB. Les maxima de température sont visibles au niveau du bord d'attaque et les températures plus faibles vers le bord de fuite. Toutefois, il reste très complexe de mesurer ces champs thermiques en conditions expérimentales et de les comparer aux pièces réelles avec des heures de vol. De rares traces de retour de pièces après des vols moteurs peuvent être trouvés dans la littérature, à l'image du récent papier [123]. Afin de comprendre les mécanismes d'endommagement sous sollicitations complexes, de plus en plus de moyens expérimentaux sont développés depuis plus de 50 ans pour complexifier les essais [116, 117, 33, 124, 125].

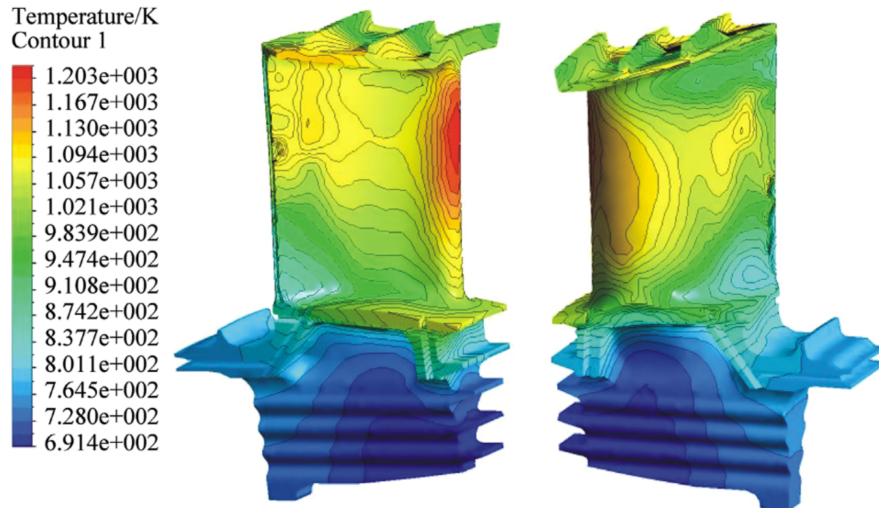


FIGURE 2.7 – Lignes isothermes typiques de champ thermique d'une aube de turbine haute pression pour applications civiles [27].

Certains laboratoires ont mis en place des essais dits de (T)GMF pour *Thermal Gradient Mechanical Fatigue* afin de caractériser les effets des gradients thermiques sur l'amorçage et la propagation de fissures. Les gradients thermiques aux hautes températures induisent des dilatations contrariées, elles-mêmes sources de contraintes thermiques. Celles-ci, induisent des effets de fluage dans le sens du gradient thermique, augmentant l'état de multiaxialité, complexifiant grandement les états locaux de contraintes. Dans ce cadre, Degeilh [33] a mis en place à l'ONERA un essai sur éprouvette tubulaire avec noyau interne afin de maximiser le flux de refroidissement à la paroi, ceci couplé à un modèle fluide de

l'essai. La première difficulté relevée ici est l'effet de structure de l'essai : les mesures sont incomplètes et seules des données macroscopiques sont accessibles. Ainsi, les essais de durée de vie sous ces conditions sont difficiles à réaliser et caractériser, puisqu'il s'agit d'une grandeur locale. Ces essais ne permettent pas de valider les modèles de comportement à l'échelle de la structure. Certains essais à gradient thermique sur éprouvettes tubulaires ont montré l'amorçage de fissures depuis la paroi intérieure, soumise à un état de traction supérieur à la surface externe [126, 127] ou la variation de contrainte moyenne locale entre intérieur et extérieur [128], induisant une variation de sollicitation entre les deux surfaces. Degeilh propose un impressionnant travail expérimental où la complexité est croissante : de l'éprouvette tubulaire lisse jusqu'à l'éprouvette percée avec des trous orientés. La présence du gradient induit une traction interne supplémentaire qui détériore significativement la durée de vie.

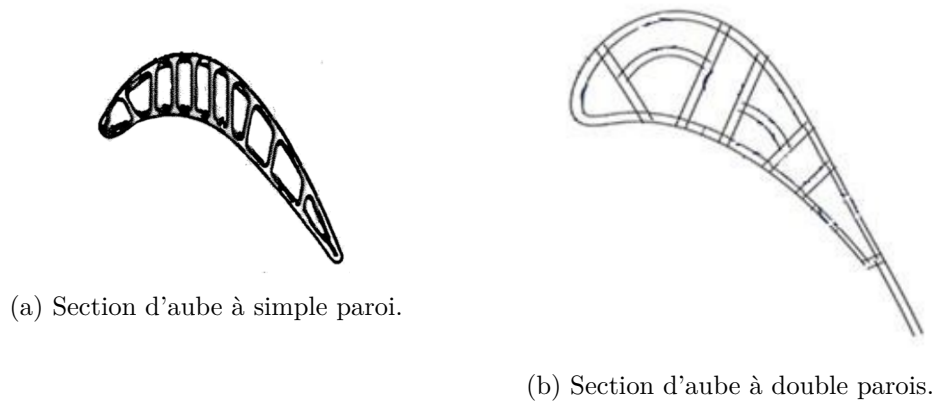


FIGURE 2.8 – Évolution des géométries internes des aubes de turbine.

Ces résultats deviennent d'autant plus important avec le développement des nouvelles géométries d'aubes à circuits avancés. Les augmentations de température nécessitent un refroidissement plus efficace afin de maintenir l'intégrité structurale des aubes. Une piste abordée est l'utilisation de multiples cavités dans l'épaisseur de la pièce. La Fig. 2.8 propose une comparaison entre un design actuel et futur. En favorisant un système de canaux internes plus complexe, l'air injecté refroidit mieux la surface car les ligaments de matière sont plus petits. Dans le cas à multi parois, les cavités sont mieux refroidies car plus petites. Les fortes contraintes proviennent principalement du gradient thermique du aux zones froides. En effet, la structure interne n'est pas exposée au flux chaud de l'extérieur. Ceux-ci peuvent être observés d'après les travaux récents de Skamniotis, cf Fig. 2.9. On y observe le champ thermo-élastique généré par le refroidissement. On voit que la contrainte principale maximale sur l'intrados est largement diminuée, atteignant même des valeurs négatives. Ce résultat est fort étonnant car, malgré l'effort centrifuge appliqué (et l'état de traction global subi par l'aube), les dilatations contrariées peuvent contrer la traction pour solliciter certaines zones en compression. Cet effet inédit est encore peu abordé dans la littérature et notamment les effets délétères d'un maintien en compression.

Ainsi, les bureaux d'étude sont fortement intéressés par les effets des nouvelles géométries. C'est dans cette optique qu'un nouveau type d'essai a été développé pendant cette thèse. Les cycles utilisés en dimensionnement restent difficiles à mettre en œuvre, soit pour des raisons transitoires (essais hors-phase thermique / déformation) ou pour des raisons techniques (anisotherme avec refroidissement variable). Afin d'étudier les effets des gradients thermiques, une sollicitation a été choisie comme un compromis entre différents cycles. Comme illustré sur la Fig. 2.10, un extrait d'une cartographie de contrainte d'une aube de nouvelle génération est présentée. Bien que la légende soit masquée, on voit une zone bleue correspondant à de la compression. Ainsi, le besoin de comprendre les effets de

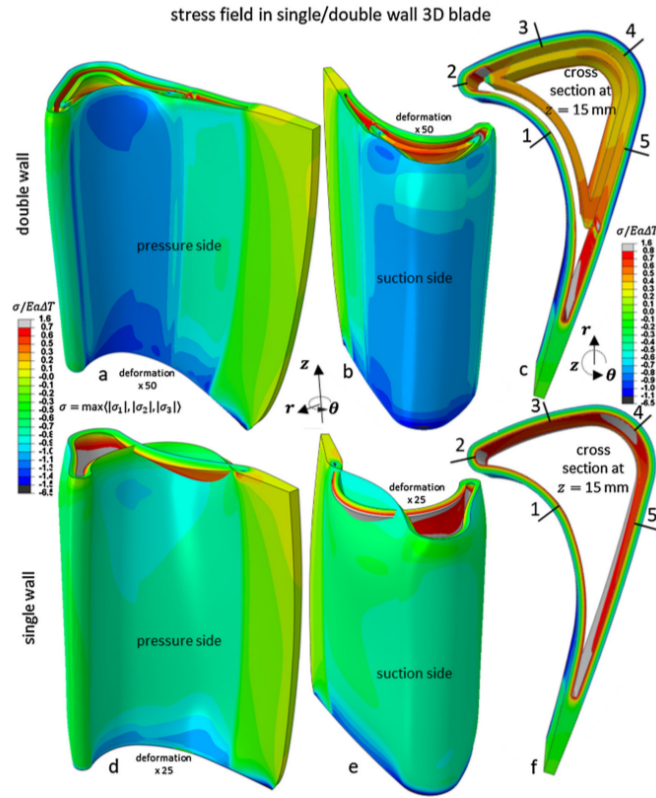


FIGURE 2.9 – Comparaison thermo-mécanique entre une géométrie mono et double paroi [28].

la compression sur la structure a été mis en avant, et particulièrement autour d'un perçage type Shaped Hole. Pour cela, un cycle a été établi afin de mêler effets de fatigue et temps de maintien et d'en déduire les effets sur la structure. Le cycle est présenté sur la Fig. 2.10, composé d'une phase de traction suivi d'un maintien en compression et d'une décharge. Les paliers ont été raccourci à 10 minutes pour des raisons expérimentales (durées d'essai) et répété 120 fois. Une description plus détaillée est présentée en section 2.3.2. Contrairement aux sollicitations réelles, on ne considère pas ici les variations de températures (fatigue thermique). Pour des raisons techniques de simplification, l'effet retour à froid, où la plasticité impose un état de traction, n'est pas présent.

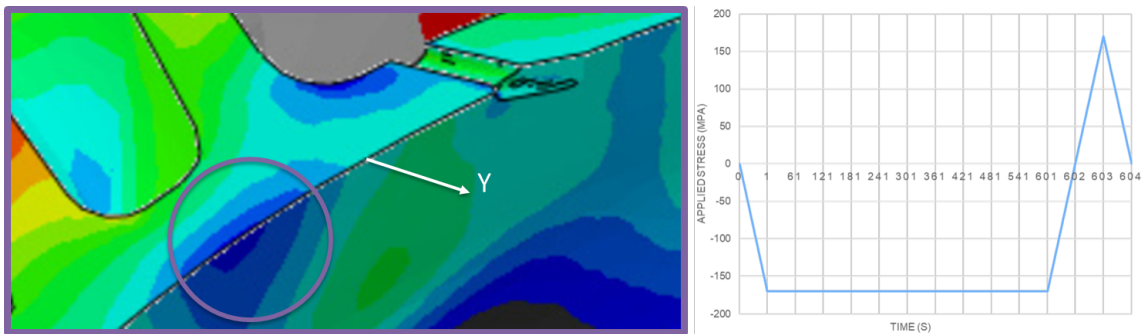


FIGURE 2.10 – Champ de contrainte adimensionné sur aube de turbine de nouvelle génération et définition du cycle de chargement.

2 Mise en place d'un banc d'essai (T)GMF

2.1 Résumé en français

Cette section est une adaptation de l'article intitulé *Mechanical Fatigue Testing Under Thermal Gradient and Manufacturing Variabilities in Nickel-Based Superalloy Parts with Air-Cooling Holes* publié dans le journal *Experimental Mechanics*. Cette section présente le développement d'un banc d'essais de fatigue thermo-mécanique à gradient thermique et son utilisation sur une dizaine d'éprouvettes dont les résultats sont listés en fin de section.

Les aubes de turbines sont soumises à un environnement thermo-mécanique sévère où se mêlent des endommagements de fluage-fatigue couplés. De plus, le refroidissement interne induit un gradient thermique de paroi aggravant l'état de contrainte. Des perçages provoquent des concentrations de contraintes très importantes provoquant l'apparition de fissures sous des régimes de Low Cycle Fatigue. Très difficile à mettre en œuvre, l'endommagement de ce type de structure reste encore peu étudié dans la littérature.

Pour comprendre les effets très performants des nouveaux systèmes de refroidissement, un essai de fluage en compression est proposé. Dans ce cas, on cherche à comprendre les mécanismes d'endommagement et surtout, le couplage avec la fatigue. L'objectif est de réaliser des essais à 1100°C, avec un gradient de paroi de l'ordre de 50°C, avec des cycles de fatigue-fluage de 10 minutes pour une durée totale de 20h d'essai continu. Dans un premier temps, le montage expérimental est décrit. On utilise une machine de traction électromécanique, le chauffage est assuré par un four à lampe infrarouge et de l'air frais est injecté de chaque côté de l'éprouvette. Le perçage permet l'échappement du flux d'air de refroidissement et l'on cherche à déterminer le cycle à l'amorçage d'une fissure dont la longueur atteint 300µm. Cette longueur de fissure, permet de déduire une durée de vie en cycles, est mesurée par une caméra de haute résolution placée devant le four. La mesure est effectuée après l'essai, en post-traitement. La consigne est en force, recalculée pour chaque éprouvette en utilisant la tomographie aux rayons X. La température est mesurée par 3 thermocouples et la déformation axiale par un extensomètre céramique.

Une mesure du gradient de paroi a été réalisée lors d'une phase de calibration par l'intermédiaire d'un trou non-débouchant. La mesure a montré un gradient de l'ordre de 50°C, conformément aux objectifs de l'essai. Cette mesure a permis de fixer le débit d'air frais injecté. Malgré la contrainte moyenne identique entre chaque essais, une grande diversité des déformations a été mesurée. Ceci témoigne à la fois de la variabilité expérimental (notamment thermique) et de l'effet de la variation géométrique. Celle-ci à cause du perçage, modifie la contrainte max dans la section la plus chargée. Les fissures ont été observées en surface des échantillons ainsi que les durées de vie associées. Pour vérifier que les fissures n'étaient pas seulement surfaciques, une géométrie a été étudiée sous un tomographe à haute résolution. La fissure a bien été observée dans le volume, validant le régime d'endommagement souhaité.

Remarque : l'essai présenté ici n'est pas un essai de TGMF stricto sensu, dans le sens où le chargement thermique est constant. Malgré la présence du gradient pariétal, il ne s'agit pas de fatigue thermique. Ce pourquoi la notation (T)GMF est utilisée dans ce manuscrit.

2.2 Introduction

Since its inception, the aerospace industry seeks to develop new engines with improved efficiency which depends primarily on the quality of the fuel combustion and the temperature of the gas mixture burned. Increasing this temperature would reduce propellant consumption and the emission of particles harmful to the environment. However, this implies a revision of the engine components' architecture, such as the High Pressure Turbine Blades (HPTB). These innovations are being developed along several lines of research, such as the design of more sophisticated geometries (more efficient cooling systems notably) and

the use of new materials. Among them, strong candidates materials are studied as several generation Nickel-based SX [52, 129], other kind of superalloy as Cobalt-based [130] or polycrystalline superalloy [131] and also ceramic composites [132]. Nickel-based superalloys, are well-known in aeronautical industry since a few decades for their mechanical superiority under Creep-Fatigue high temperature loadings as encountered in High Pressure Turbines. To improve combustion efficiency, the turbine inlet temperature have to increase as much as possible, up to record values as mentioned recently in [133]. Such a deleterious environment combine to the cooling system brings the new issue of the lifetime of materials under thermal gradient. On service HPTB are submitted to Low Cycle Fatigue (LCF), Thermal Fatigue (TF) and their combination with creep generate a Thermal-Mechanical Fatigue (TMF) loading. Furthermore, cooling systems also generate a different type of loading called Thermal Gradient Mechanical Fatigue ((T)GMF) [134]. Those latter have been studied since a few decades through standardization [135] and testings [117, 136, 131].

The main purpose of this work is to characterize a scatter in lifetime due to manufacturing process variabilities, during representative (T)GMF testing. In this paper, we study a certain kind of damage around a cooling hole drilled on HPTB called Shaped Holes which are morphologically different depending their position. We consider the shaped of holes localized in the top of airblades where cooling is the most efficient. To generate representative damage, a specific loading case is applied on specimens. It looks like loadings often encountered with Thermal Fatigue where specimens aren't free to deform as seen in the MAATRE test rig [76, 137]. Many works in the literature can be found concerning such kind of testings as the selection of new materials for aeronautical applications [138] or the study of real HPTB geometries [35, 120]. More precisely on the damaging around cooling holes as the effect of trepanning speed laser drilling [18], through the skew angle [29] and mechanical response [139, 33]. Those experimental roll-out are recently regaining interest since the recent willing of breakthrough in aeronautical developments. While some works have been conducted on standard specimens [33], airblade wise specimen [140] or full-scale turbine-blades [35, 141], very few studies have investigated the local damaging on critical area such as Shaped Holes. Shaped Holes are specific drills machined on the intrados' surface of HPTB and join internal cooling cavities to the external environment. These holes not only allow cooling airflow to escape but also ensure a film cooling effect due to aerodynamic morphology of the drill. A progressive footprint from the intern surface to the external avoid flow aerodynamic stalling and also creates a shell cooling of the blade. However, although the cooling effect allows to improve inlet temperature, it creates a weak point from the structural point of view. Many works have also treated the subject of geometrical accident in structures and their effect on mechanical response under tensile [29], cyclic [139] and LCF loadings [18]. But, so far, no papers concerning damaging generated by TMGF on such complex areas have been found in the literature. Thus, this paper propose an experimental roll-out for lifetime assessment of Shaped Holes under (T)GMF loading conditions.

The complicated manufacturing process of single crystal superalloy HPTB with internal cavities generate important geometrical variations (local thickness scattering, rotation of the cavity etc.) associated with crystal misorientation which can have a deleterious impact on the structure response. To study this effect, batches of specimen containing such defects have been produced and were tested under (T)GMF to assess their lifetime. The lifetime considered here is defined by the initiation of cracks of a certain size in the vicinity of the Shaped Hole which is a critical area due to fine geometry and local stress concentration. The material, specimen manufacturing and the (T)GMF testing set-up are presented in section 2. Then, testing results, lifetime and crack observations are shown in section 3. Results and their use to calibrate a thermo-mechanical model are discussed in section 4. Finally, a conclusion summarizes the main findings of this paper.

2.3 Experimental methods

2.3.1 Material

The material used here is a 3rd Nickel-based superalloy called the CMSX-4 PLUS developed by Cannon and Muskegon [41] with the nominal chemical composition presented in the Table 2.2.

Elements	Ni	Cr	Mo	Co	W	Re	Al	Ti	Hf	Ta
Wt. Pct.	Bal.	3.5	0.6	10.0	6.0	4.8	5.7	0.85	0.1	8.0

TABLE 2.2 – CMSX4-Plus composition.

The CMSX-4 PLUS, as other Nickel-based superalloys, get a dendritic microstructure composed of a ductile austenitic γ -phase Nickel matrix and γ' -phase hardening precipitates with cuboidal morphology. This alloy is known for getting better mechanical performances than its predecessor (CMSX4) already used in aeronautical industry. This improvements notably under high temperature creep conditions are due to refractory elements adding as (Re, Mo, W) [41]. However, its Re rate is lower than other 3rd SX to decrease weight and axial stresses due to rotation inertia but also lower alloying cost, improve coating compatibility and easy its production. The downside being that the creep-rupture properties are impoverished due to lower Re. In addition, more segregation phases from as cast microstructure are created during manufacturing. Higher temperature Heat Treatment (HT) is needed where Solution Treatment (ST) windows are more and more narrowed (near the alloy melting point). The recommended HT is composed of a ST up-to near 1340°C reached with different dwells to avoid overheating which may lead to alloy melting. The material underwent an Argon quench to fix the cuboidal microstructure followed by an R1 ageing is performed to optimize the precipitates size to about 0.40 μm [39] at about 1100°C for 6 hours and a relaxation annealing at 870°C for about 20 hours. To appreciate lifetime of the SX material itself we consider here no polish treatment nor thermal barrier coating on the specimens after the manufacturing process.

2.3.2 Thermal-mechanical loading

The mechanical loading consist in the repetition of simplified flight-like solicitation inducing specific stress states. The cycle is composed of a take-off (compressive state) followed by the landing stage which, due to plastic strain appearing during compression, generates a tensile state. The cycle is presented in Fig. 2.11. The 10-minutes long cycle has been chosen to recreate the thermal cooling effect of future blade geometries where compression due to thermal cooling may overpass the tensile state generates by inertia with engine rotation. The stress in the gage zone is set to 170 MPa which is slightly higher than the stress value near this kind of area on airblades. The target force required to impose the stress state is computed precisely thanks to the CT measurement of each specimen. This cycle lasts about 10 minutes long and is repeated 120 times to create a 20 hours uninterrupted testing, resulting in a creep-fatigue coupled damage occurring around the drill which represents 120 take off - landings (the cruise stage is neglected here). As we consider tubular specimens under compressive loading, buckling risks have been investigated with FEA simulations and checked with a sacrificial part.

A thermal loading is also applied with a heating at 1100°C which approximates the service temperature seen by the material under the thermal barrier usually applied on airblades. Finally, to perform (T)GMF experiments, fresh air extracted from the laboratory

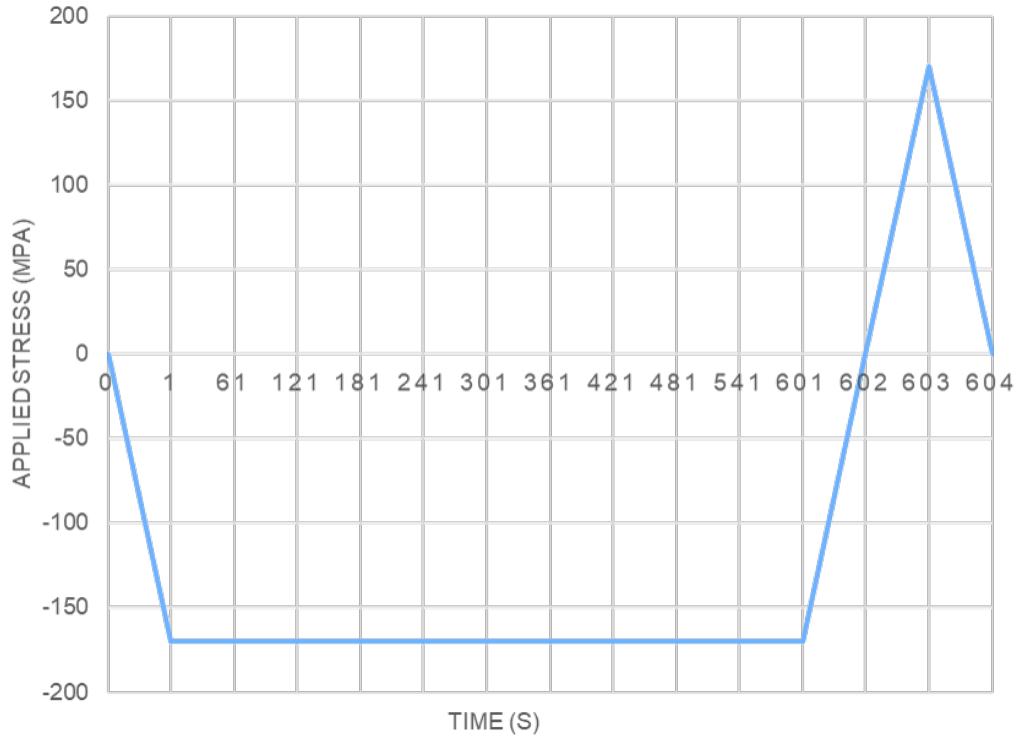


FIGURE 2.11 – Definition of the loading cycle : 1 cycle lasts about 10 minutes and is repeated 120 times.

air network is injected inside the specimen with a 7 bar pressure. This way, air cooling is performed on the inner surface of the specimen and airflow escapes by the hole, as presented on Fig. 2.12.a). The inhomogeneous heating and the wall thermal gradient generated by the fresh air induce an heterogeneous thermal dilatation field and thus a stress state in the Shaped Hole.

2.3.3 Experimental set-up

The set-up is composed around an electro-mechanical tensile INSTRON 4505 test machine. It allows to perform tensile-compression Low Cycle Fatigue with a frequency up to a few Hz. Considering the cycle presented on 2.11, the PID controller of the machine is sufficient to apply the loading direction inversion within a second. The load applied to the specimen is measured by a 10 kN load cell. To avoid parasitic torsion or bending effects, a high degree alignment is carried out with a reference piece. The grips are set in a pot containing Wood metal which, once melted, permits free rotation for alignment. The specimen is blocked by threaded grips on each side of the tensile machine with locknuts to prevent the possible release caused by creep. The specimen is heated by a 6 kW radiation furnace composed of 4 infrared (IR) bulbs placed in ellipsoidal prints to maximize the heating flux in the furnace's central axis. The internal surface of the furnace is mirror-polished to improve the reflection of radiative flux to the specimen. The furnace can be seen opened and through a CAD on Fig. 2.12b). This kind of furnace uses the radiative behaviour of metals for surface heating of samples. Here, considering Nickel-based SX, the test temperature can be reached using only a little more than half of the maximal power in a few minutes. To provide a wall thermal gradient along the specimen, fresh air is extracted from the laboratory pressurised air grid. A debit controller allows to control the airflow debit arriving in the system with flexible pipes. Air arrives in the test machine by the

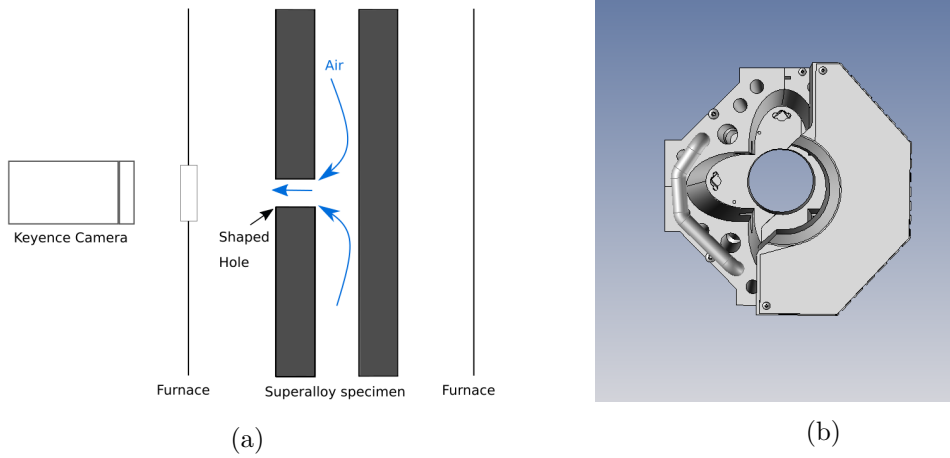


FIGURE 2.12 – (a) Definition of the loading cycle : 1 cycle lasts about 10 minutes and is repeated 120 times and (b) CAD model of the furnace with two ellipsoidal bulb footprints.

fixtures drilled to help cooling under high temperature testing. Several copper joints are placed between the fixtures and machine bars to ensure tightness and force the airflow to cross the specimen. All critical parts of the machine test as mechanical jaws, fixtures and heating furnace are cooled with pressurized cold water. The water is brought to the different systems with the black and yellow flexible wires visible on the right side of Fig. 2.13. To limit the axial thermal gradient and create the cooling in the Shaped Holes, air is injected from both sides of the specimen and escapes in the furnace. The strain measurement is made with a ceramic extensometer placed over gauge zone with a length of about 10 mm and provides strain measurements up to $\pm 5\%$. Due to the low range of measurements and as the thermal loading is almost constant, we can reset the extensometer to only measure the mechanical (elastic and inelastic) deformation.

2.3.4 Acquisition system

During the experiment, data from several sources is gathered with different acquisition systems. The main controller is a Labview program developed to perform TMF tests. As the loading is stress-controlled, the program compare the actual state of loading using the load cell and adjust instructions on the PID controller each 100 ms. Additional data are gathered as extensometer strain measure, displacement applied by the tensile machine and acquired by a National Instrument BNC-2110 connexion block. Thermosensors temperature are stored in another acquisition central Hioki LR8431-20 connected by coaxial wires. To observe crack initiation on the external surface, a high definition microscopy Keyence camera is used. To limit the amount of pictures taken during the 20 h-long experiment, the camera acquisition frequency is synchronised with the current loading state : pictures are taken within 1 Hz during the tensile, compressive and unload phase while 1 picture per minute is acquired during the compressive dwell. An example of the Keyence camera and its position in front of the machine testing is proposed on Fig. 2.13. As shown, the use of an optical microscopic implies a short working distance (distance between the camera and the object) and in our case it has to be very close to the furnace's wall. A Pyrex glass cup is placed in front of the camera to prevent any damage by the hot air gases escaping. The use of this kind of camera is justified by the fact that the hot gases plume disturbs the internal optical index which provokes important noise on pictures. A typical pre-deformation image is presented on Fig. 2.20 where a Shaped Hole is centred in the picture with 3 thermosensors welded around it. The measures of the three sensors T1, T2

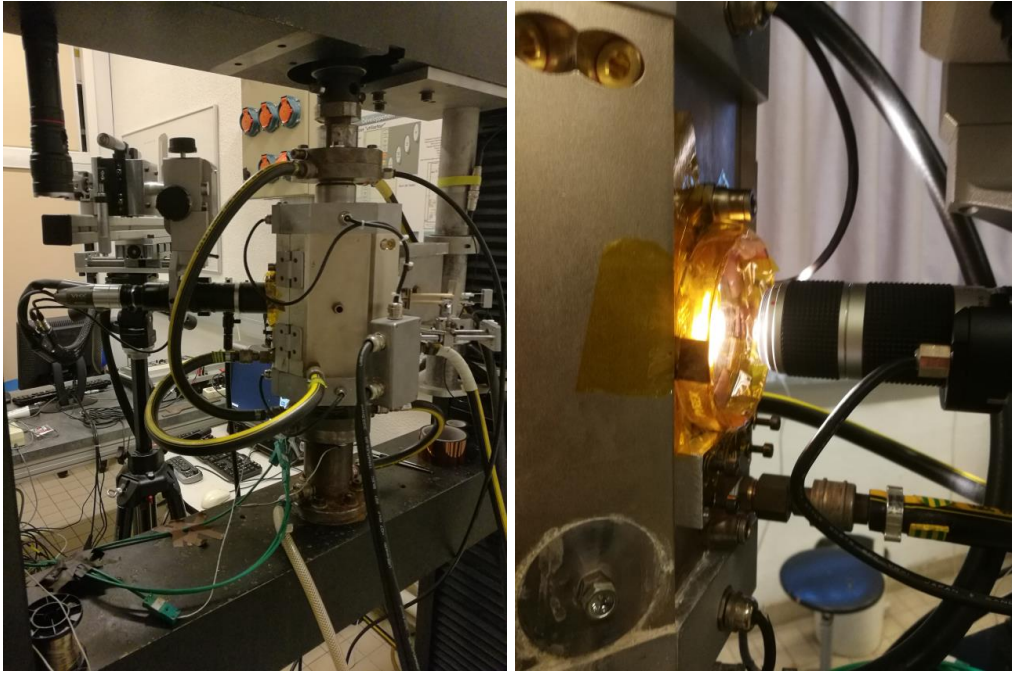


FIGURE 2.13 – Keyence camera position in front of furnace (left) and image from behind (right) of the furnace where we can see the ceramic extensometer.

and T3 are presented in the Fig. 2.15 and T_{reg} is the regulation thermocouple.

2.4 Results

2.4.1 Thermal measures

Heating systems for mechanical testings of metals usually fall into two main categories : induction heating [142, 35, 143], and infrared heating [117, 144, 145]. The former category allows to heat complex parts where thermal fields are hard to generate and can be regulated with a pyrometer. However, copper spires circle the specimen and hide an important part of the geometry during testings which can interfere with optical camera acquisitions. In the present case, an IR furnace has been used. Although well adapted for metals, the radiative heating efficiency is strongly dependent of several parameters such as the geometry's shape, the metal thickness, the presence of asymmetry or the camera-object distance. The furnace considered in this work is monitored by a PID-controller and a thermosensor welded at the back of the specimen. However, the thermal calibration is delicate due to incompatibility with IR camera and high spectral reflectance materials as Nickel-based superalloy. The main reason is that IR lamps emit radiative heating which is absorbed, reflected and transmitted by the specimen. While an IR camera catches the emitted radiation of a heated solid, the reflected part of the lighting is also measured and strongly affects the acquisition. To control the heating, a calibration campaign was realized with several unsheathed K-type thermocouples welded in different parts of the specimen during calibration testings. The curves presented on Fig. 2.15 demonstrate that despite some fluctuations due to heating anisotropy and cooling gradient, the temperature can be considered as constant over time after a few hours. This delay is due to warmed air contained inside the furnace which affects heating efficiency. One of the main difficulty was the measure of the thermal gradient generated by fresh air. As the inner diameter is too small to weld thermosensors inside, a blind drill using EDM process with a 0.4 mm diameter was done. A thermocouple was inserted inside to measure the wall temperature and glued with a ceramic paste in the specimen half-way up. Subtracting the surface thermocouple mea-

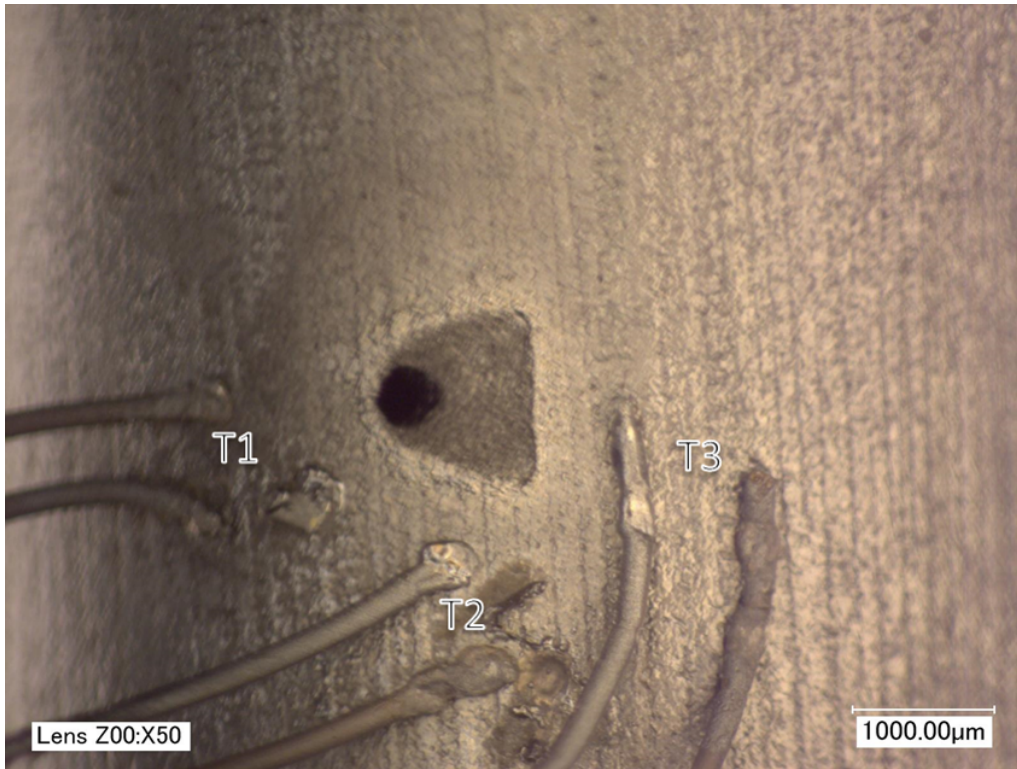


FIGURE 2.14 – Shaped Hole at 1100°C in the furnace : presence of 3 thermosensors for temperature acquisition.

sure, we obtain the temperature difference responsible of the radial temperature gradient. The results are presented on Fig. 2.16 and we can observe that the wall gradient is about -50°C (in the radial direction, through the specimen width) over the 700 µm thickness of the wall, corresponding to the desired cooling value for this work. Once the steady state is reached, within a dozen of minutes, the mechanical loading can be applied.

2.4.2 Mechanical results

The thermal strain ε_{th} can reach 2% for the target temperature and must be removed to access the mechanical strain ε_m , as shown in Fig. 2.17. We can observe that due to the compressive loading, mechanical strain is negative and increases over time. The tensile part of the loading create a fast positive spike of ε_m which promote cracks initiation and increase damage. The strain non-linearity observed is induced by both viscoplasticity (highly active at such temperature) and creep due to stabilized compression phases. Fig. 2.18. shows the engineer strain-stress curve during the test carried-out in force-controlled mode and where strain is free to accommodate. A strong ratcheting effect is observed, which prevents strain-stress loop stabilization over time. It's a well known phenomenon observed with high temperature non symmetric loading magnified by the fact that the yield stress decrease strongly with temperature [146–148]. Ratcheting is a gradual increase of plastic strain, with viscoplastic strain and creep contributions, and blocks strain stabilization. Mechanical strain reaches important values at the end of the experiment for about -3% on the gage zone. The local strain in the hole are even more important, knowing that stress concentration factors that can reach to 3 or 4, depending on the skew angle [29]. We deduce from mechanical measures that such loading state generates high stress-strain response and causes important plasticity localisation in the hole region. This generates high damage and leads to crack initiation we can observe with the optical set-up deployed.

To quantify the impact of the variability obtained during the fabrication process on li-

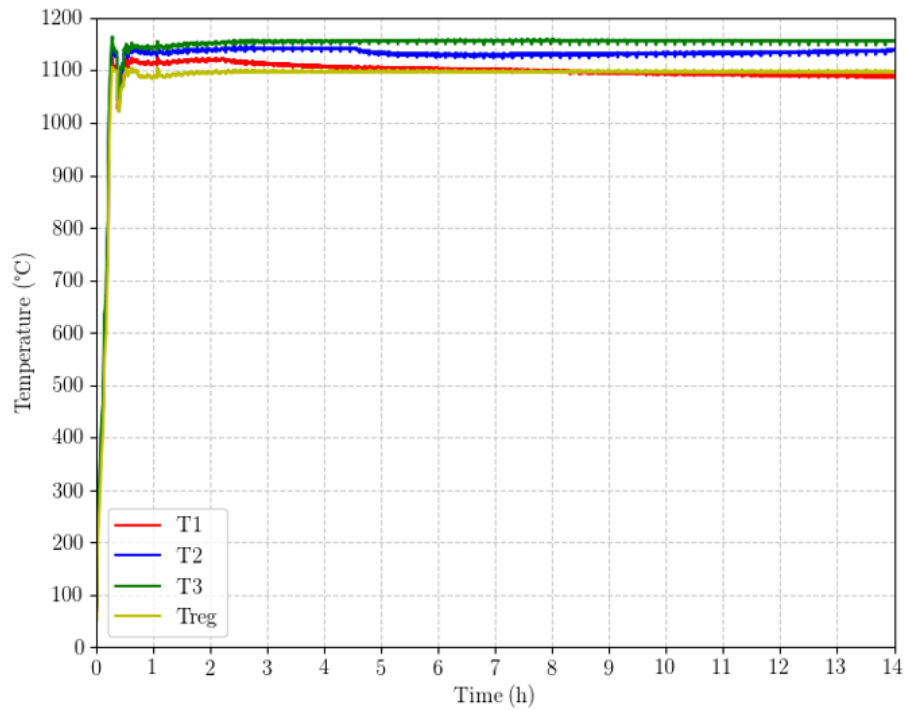


FIGURE 2.15 – Surface temperatures around the hole.

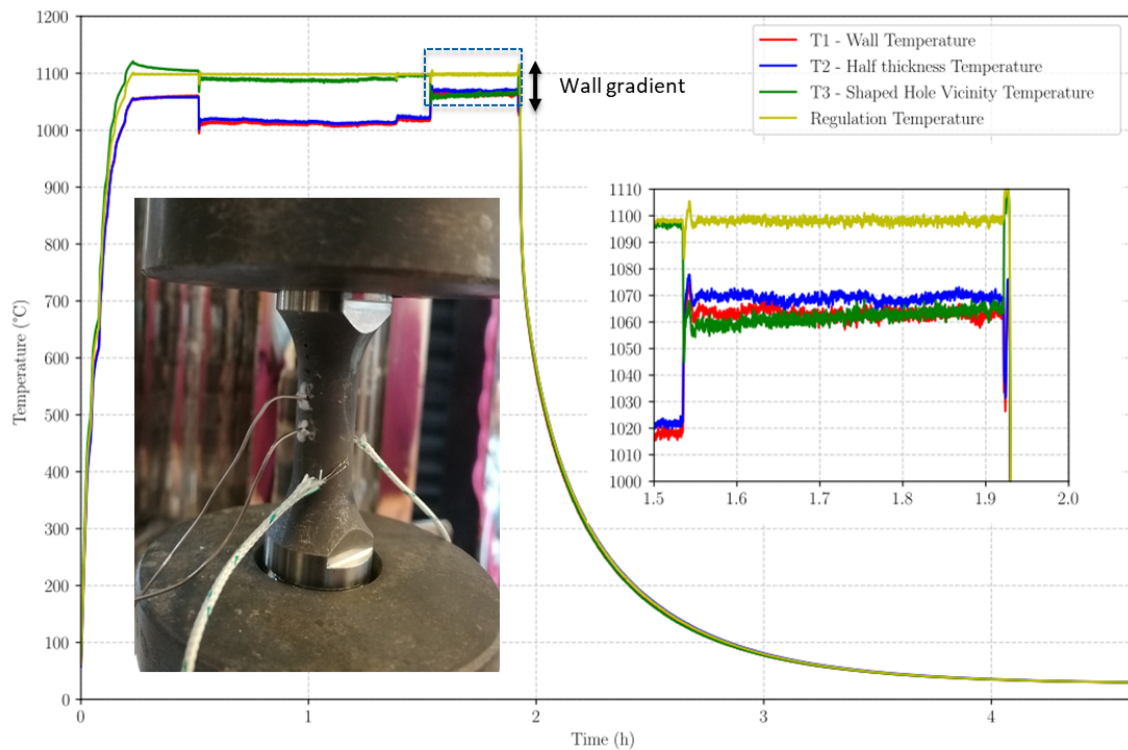


FIGURE 2.16 – Wall gradient measures.

fetime, several specimens containing geometrical defects and materials misorientation were tested using the set-up. The observed scatter of mechanical response for different parts is presented in Fig. 2.19. The latter shows an important impact on the mechanical strain :

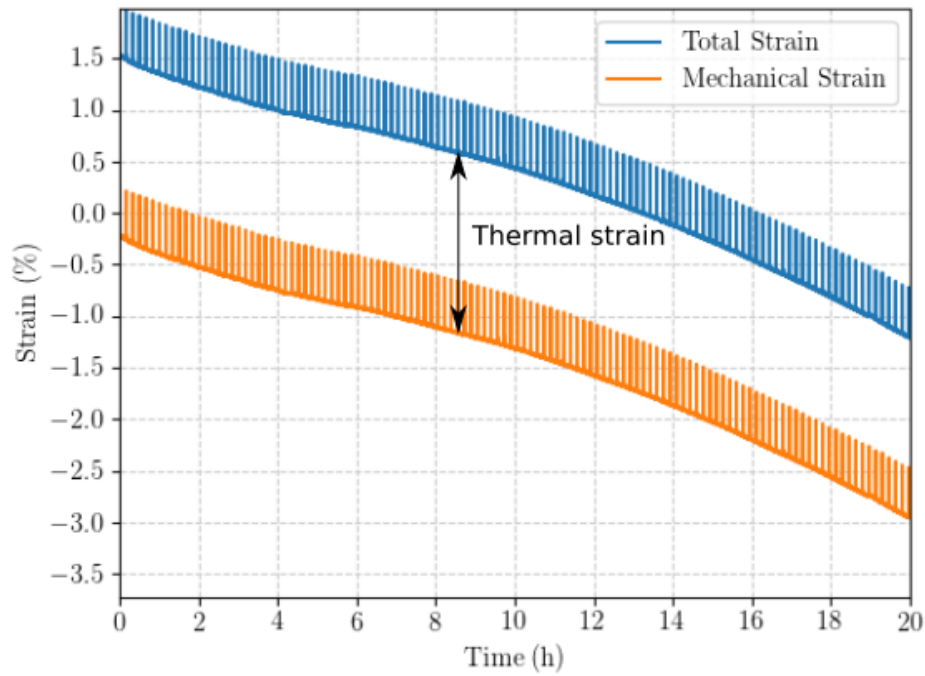


FIGURE 2.17 – Total and mechanical strains as a function of time for the complete test of 120 cycles.

parts with identical core diameter form a cluster (formed by specimens 1, 3, 4, 5 and 6) with near strain evolutions between 0 and -0.5 % while specimens 7 and 10 have different responses with a -3% strain gap. This scatter is highly linked with geometrical defects as core movements which modifies the thickness in the section and thus, the stress repartition and crystalline disorientation which drives the material anisotropy. As presumed, the geometrical defects affect the structure response and thus, crack initiation in the hole.

To evaluate lifetime, a crack length criterion is used. Crack propagation is measured on the surface of the specimen with the pictures obtained during the experiment see Fig.2.14. Thus, the fatigue life is reached once the main crack is 300 μm long. The following table summarizes the lifetime of the 10 specimens presented in Fig.2.19.

Specimen ID	Lifetime (in cycles)
1	61
2	117
3	120
4	61
5	77
6	89
7	78
8	57
9	111
10	92

TABLE 2.3 – Specimen lifetime in cycles using crack length criterion

Stress Strain evolution during testing

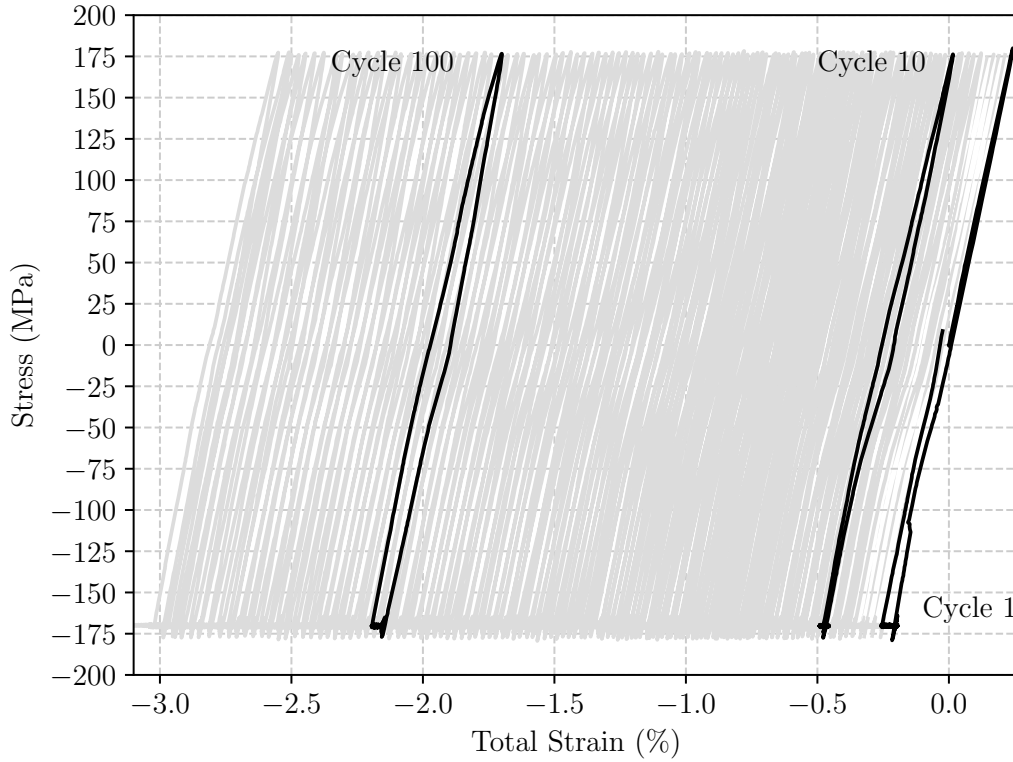


FIGURE 2.18 – Cyclic stress-strain evolution with highlighting of the first, tenth and hundredth cycles (b) of the specimen n°1.

2.4.3 Optical and SEM observations

As presented before, the specimens lifetime is assessed through crack initiation detection (the critical length is $a_c = 300\mu m$). The Shaped Hole is a critical area where thermal and stress gradients localize damage. Local plastic strain in the hole cannot be directly accessed but crack initiation and propagation is observed thanks to the Keyence camera (Fig. 2.13) to the external surface. Also, Scanning Electron Microscopy (SEM) imaging was carried out with a Zeiss Sigma microscope before and after testing. Fig. 2.20 shows the complete drill on the surface before testing. As the Shaped Hole is drill with EDM techniques, the electrode creates a layer-by-layer melting and generates strata perceptible on the picture. The process modifies a local area around the surface called the depletion or recast area, where the alloy is melted with the EDM electrode's brass, as observed in [149]. Then, the Shaped Hole is not only a stress concentrator intensified with the thermal gradient, but also a local area of mechanical weakness. To improve the cooling effect on HPTB, the hole is composed of two sides : one side of constant angle between the two surfaces and the other side with two angles, observable on the SEM picture. To complete our experimental observation, another SEM investigation was realized after the experimental testing, presented on Fig. 2.21. One may observe that two major cracks initiate in the depth of the drill and propagate toward the external side of the specimen, highlighted by the black arrows. Our study focuses on the initiation phase, which is commonly restricted to maximum crack length of $300\mu m$ [32]. Here, the main crack (on the right side of Fig. 2.21) has a length of about $600\mu m$. In that respect, we can consider that the lifetime criterion has been reached. However the post-mortem specimen demonstrates a high corrosion of the drill, due to high temperature and airflow. It is well-known that corrosion creates brittle material

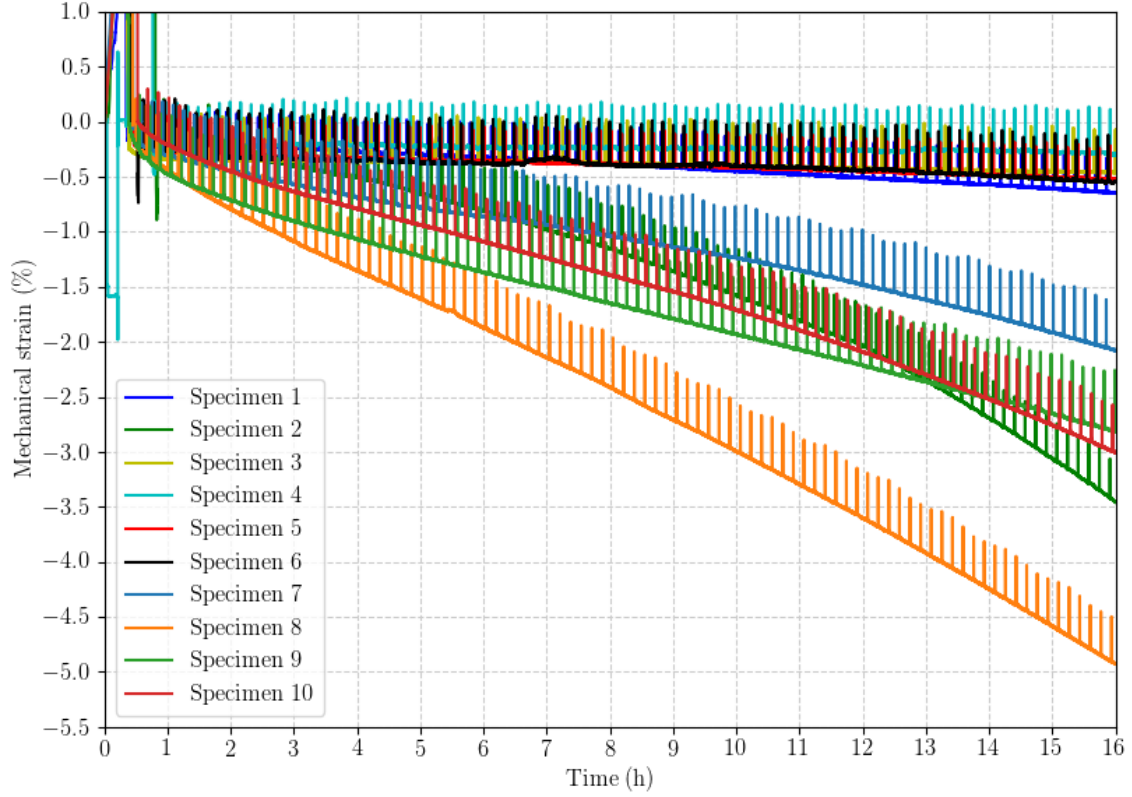


FIGURE 2.19 – Experimental strain curves scatter : effects of geometrical variations and crystal misorientation.

phases which depletes the mechanical behaviour of the superalloy [150, 18]. The border of the drill, which is a depletion area, is highly affected by oxidation after testing where local airflow turbulences affects the oxidation, as the differences of corrosion pattern in the hole shows it. In the vicinity of this oxidation effect, stress concentration increases in respect with the impoverishment of mechanical behaviour. The focus on the low-right picture of the Fig. 2.21 shows that cracks follow a privileged path among the chaotic oxidized microstructure. This path is correlated with plastic strain localization, almost perpendicular with the loading direction.

To go beyond surface oxidation and assess the superalloy damage underneath, a Computed Tomography (CT) scan has been conducted on the post mortem specimen. After reconstruction, the volume rendering and three orthogonal planes slices are presented in Fig. 2.22. The volume rendering demonstrates that cracks initiates in the acute side of the drill as observed by Zhou [29]. The ARAMIS system deployed in his work, used to measure strain during testing, showed that stress concentration is highly linked with the skew angle of the Shaped Hole. The lower angle implies the highest local stress state and thus, foster local damage and cracks initiation. The orthogonal slices prove that cracks propagate in the volume and follow the drill morphology until the outer surface.

2.5 Discussion

The tests presented in this work are supposed to represent simplified damaging loading of HPTB on fatigue specimens. Due to their complex geometries, a simple synthetic HPTB loading is hard to conduct in laboratory conditions. The loading shape presented in Fig. 2.11 propose an unconventional form designed under equivalent creep stage of aircraft's engine mission-like loading. The creep plateau has been reduced and the loading improved to recreate HPTB-like damage conditions in short time to ensure a sufficient overview of the

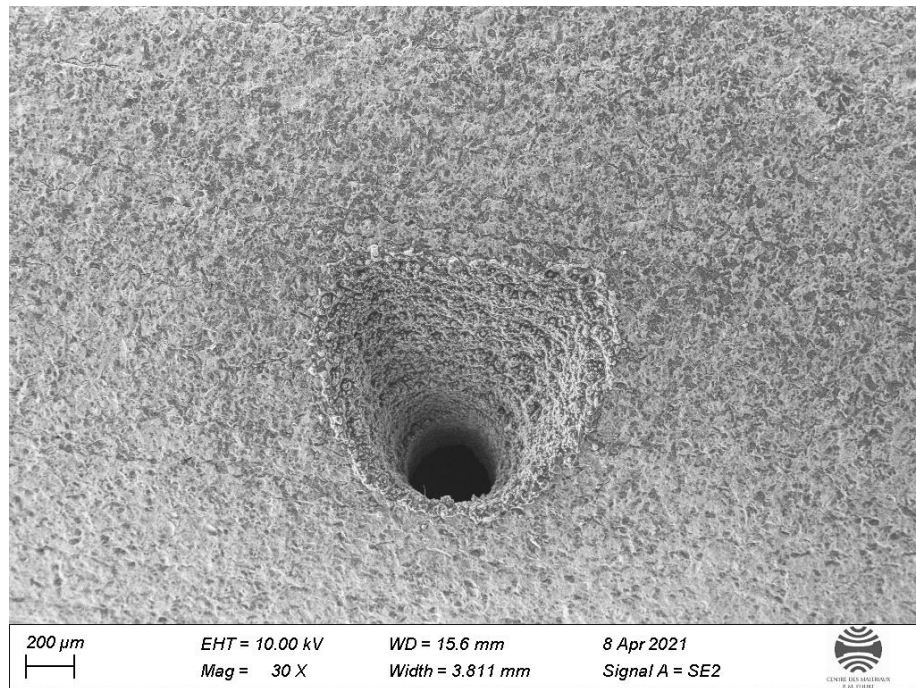


FIGURE 2.20 – SEM observed Shaped Holes before testing.

behaviour response of the parameters scattering. The tests performed in this work allow to study the impact of compressive creep around cooling holes, which may occur on the future HPTB geometries with new cooling systems. The experiment results representativeness compared to real geometries is practicable due to the dimensional ratios that ensure a scale separation between the local hole and the structure. The sample's geometry originates from High Pressure Turbine Blade geometry to study the lifetime scatter around shaped holes under thermo-mechanical loading. We study the impact of a "crossing section artefact" as a shaped hole which provokes an important stress concentration factor which localizes plasticity. The principle of scale effect is complicated to apply in our case due to the presence of the hole and we do not consider the impact of smaller defects as casting porosity. Also, varying the thermal load applied to the specimen has not been carried out in this work and can presumably have an important impact on the fatigue life results.

During the thermal calibration, field measures were considered using a FLIR IR camera. An IR camera performs thermal measure by computing the radiative balance equation using the material emissivity which strongly depends on the surface's aspect (polished or oxidized), topology (smoothness of drilled area) and the environment (atmosphere, distance, obstacles). Here, the material is not painted nor coated and the lamps reflection is catch in the measures which strongly affects the computed temperatures and remains difficult to extract from field measures. To avoid this issue, calibration tests were led where thermosensors were welded at different spots from a test to another. This measure allowed to reconstruct a gappy experimental thermal field of the external surface. For each test, a few thermosensors are welded to catch the thermal experimental scatter to calibrate the thermal model for further simulations. Furthermore, the wall thickness measures carried out by a blind hole permit to obtain an estimation of wall gradient to improve the model. Still, no techniques were available to estimate the thermal field around the Shaped Hole, which could be extremely useful for damaging understanding. Thus, the test rig isn't a high fidelity experimental testing still able to manage lifetime assessment for our study.

Finally, lifetime can be deduced regarding the crack propagation in the structure during the test when it appears on the external surface (at least in the area covered by the Keyence camera) or with post-mortem specimens using CT reconstruction. Those measures

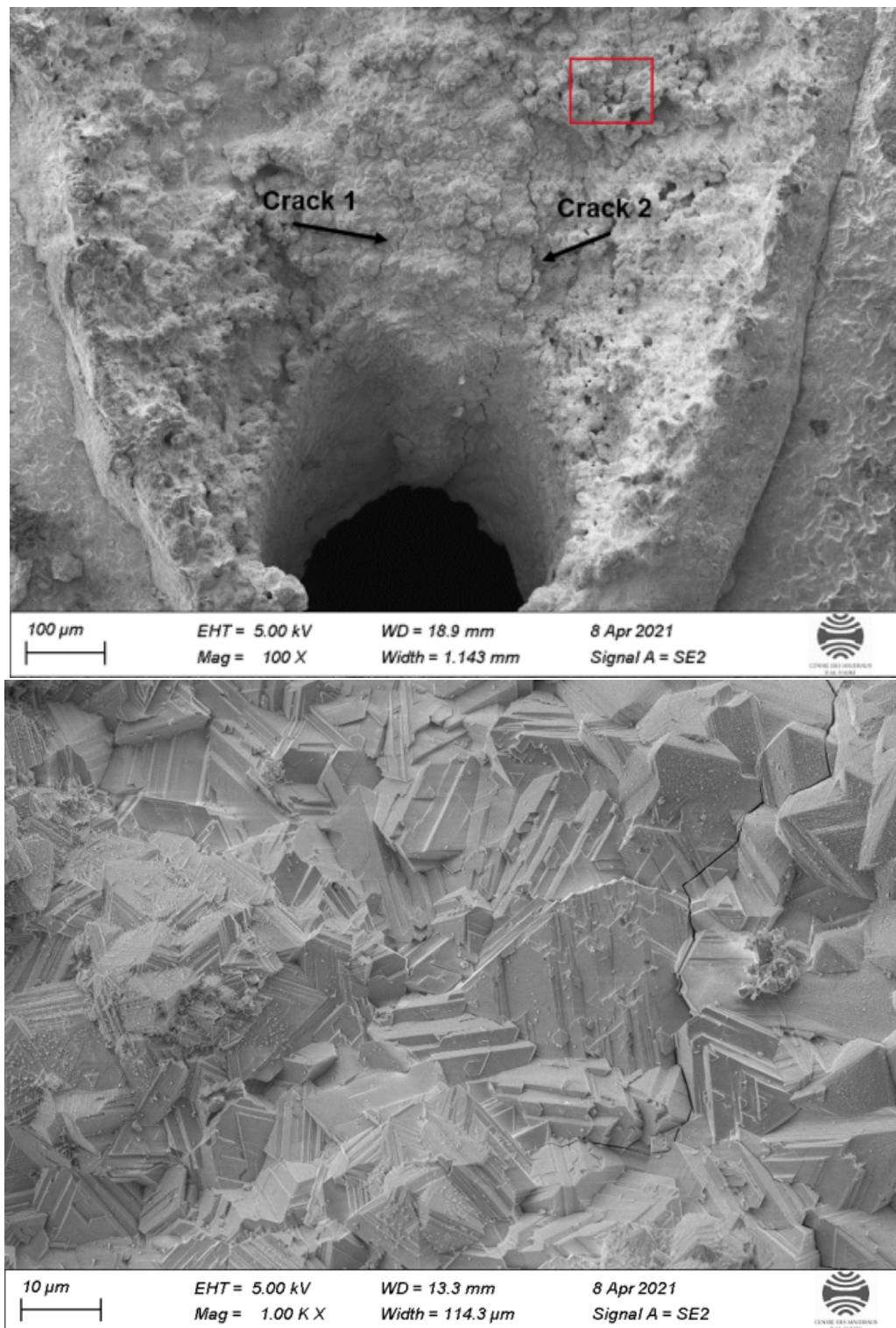


FIGURE 2.21 – SEM micrographes of the Shaped Hole after testing : observation of two main cracks (a) and zoom in the hole : focus on the right crack and observation of oxidation (b).

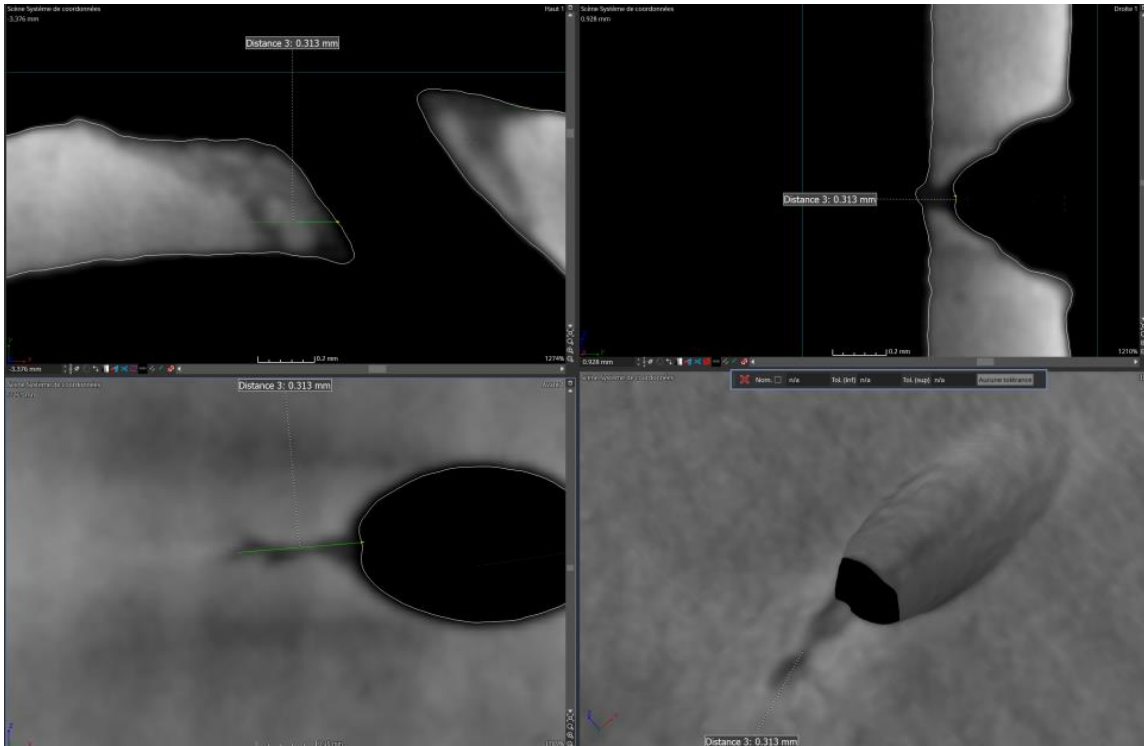


FIGURE 2.22 – Post mortem CT scan of specimen and 3D observation showing crack propagation around the shaped hole realized with *VG Studio* software.

do not allow a progressive tracking of crack propagation but provide data to calibrate a pseudo propagation rate and 3D cracks lengths computations can be compared to highlight lifetime hierarchy.

Although the acquisition set-up could be enriched to gain accuracy, the strain and thermal measures have permit to calibrate a thermal-mechanical model for FEA simulations and lifetime computations. An existing Meric-Cailletaud [78] behaviour model identified on the CMSX-4 PLUS will be used and the thermal model will be registered using the several thermal tests realized during the calibration stage. Then, the Fat-Flu damage model will be applied in a post-processing step to assess to lifetime. This model will be the cornerstone for the following work consisting in lifetime prediction using Digital Twin of the mentioned fatigue specimen.

2.6 Conclusion

The present paper exposes the lifetime assessment of Shaped Hole on Nickel-based Single Crystal superalloy specimen under (T)GMF conditions ($T = 1100^{\circ}\text{C}$, $\sigma = 170\text{ MPa}$ and $R_{\sigma} \approx -1$ with a dwell phase during the compression loading). Noticeable effects of thermal gradient on superalloy damaging have been observed with SEM snapshots and CT scan and led to several conclusions :

- The experimental set-up presented allows assessing simplified still representative in service loading conditions for Shaped Hole damaging under mechanical and gradient thermal loading in a laboratory environment.
- The thermal gradient was characterized to be 50°C in the test conditions.
- Lifetime is deduced by cracks initiation observed in the Shaped Hole which is a critical area due to the fine geometry and local stress concentration.

- At very high temperature levels such as 1100°C , oxidation forms an important part in the damage and generates a brittle phase which locally lower the mechanical resistance of the structure.
- The measured mechanical behaviour evolution during the tests will be further used to calibrate a Creep-Fatigue model for lifetime prediction.

3 Résultats expérimentaux de durées de vie

Dans cette section, nous allons étendre les méthodologies expérimentales présentées en section 2.2 sur l'ensemble des éprouvettes fabriquées pour ces travaux de thèse. Nous présenterons les résultats d'ensemble avant d'examiner un peu plus en détail les résultats d'un essai. Enfin, nous discuterons des sources de variabilité expérimentale et de la dispersion des résultats.

3.1 Précision sur la méthodologie de mesure

Nous allons mieux détailler ici la méthode de détermination de la durée de vie. Comme précisé, la longueur de fissures est mesurée avec un appareil optique via une caméra de microscopie placée devant le four. L'objet est fixe et la distance de travail est limitée par le four. La caméra ne peut pas être positionnée trop près par sécurité, notamment en cas de rupture de la coupole de protection. La mesure optique à différents instants du cycles permet d'acquérir une mesure discontinue de l'endommagement. Les fissures se propagent notamment lors des phases de traction par ouverture de la fissure. On peut observer l'identification d'une fissure sur la Fig. 2.23. Alors que différentes fissures peuvent s'amorcer de part et d'autre du perçage, une fissure finit par l'emporter et se propager plus vite que les autres. Dans ce cas, la mesure de durée de vie sera faite sur la première atteignant la longueur critique $a_c = 300 \mu\text{m}$.

Comme le montre Zhou dans [29], l'orientation d'un perçage influe sur l'état mécanique local. On peut définir l'orientation d'un perçage vis à vis de la normale de la surface par un angle α , comme illustré sur la Fig. 2.24. Plus cet angle est proche de 90° , plus le perçage sera droit et présentera une symétrie de révolution. Dans ce cas, une traction localise la déformation maximale dans le plan équatorial du trou. Cependant, l'inclinaison du perçage ($\alpha \rightarrow 0$) brise la symétrie et modifie la réponse mécanique, induisant également une dissymétrie dans l'endommagement. C'est ce que l'on observe sur les mesures de déformations du trou, où le côté aigu (*acute side*) est bien plus critique que le côté obtus (*obtus side*). Cet effet est partiellement observé sur le perçage SH, étant donné que la forme géométrique est un peu plus complexe. On retrouve bien deux zones d'amorçages critiques le long des deux parois du trou, fortement affectée par la ZAT (Zone Affectée Thermiquement) due à l'EDM et à l'oxydation sévère lors de l'essai. On assiste en effet à un multi micro-amorçage aboutissant à une fissure dominante, tel qu'observé en Fig. 2.23.

Il aurait été souhaitable d'utiliser des techniques de corrélation d'image pour extraire, a minima, une cartographie de déformations locales au niveau du perçage. Ceci n'a pas été réalisé en raison de difficulté de recalage d'images provoquées par les transitoires rapides de l'éprouvette entre traction / compression et par le panache gazeux provoqué par l'air frais dans l'enceinte chaude. Pour ces raisons, il a été choisi de restreindre la mesure de durée de vie à l'amorçage de fissures près du perçage. La longueur de $300 \mu\text{m}$ a été prise en accord avec les pratiques de la littérature, comme mentionné par les travaux de Kaminski [32].

3.2 Matrice d'essais complète

Afin d'évaluer l'impact des variations géométriques, plusieurs dizaines d'éprouvettes ont été fabriquées et testées dans des conditions (T)GMF. Afin d'isoler l'effet des variations d'épaisseurs, nous avons choisi de piloter l'essai en force et d'appliquer une contrainte moyenne constante. Ainsi, la tomographie a été utilisée pour mesurer les sections pleines en zone utile et pour recalculer la force à appliquer. Le Tableau 2.4 recense l'ensemble des éprouvettes utilisées pour des essais ainsi que les durées de vie mesurées. Ce tableau rassemble également les résultats présentés dans le tableau 2.3. On appelle ici *Épaisseur SH* l'épaisseur que la paroi aurait si le perçage n'était pas présent. Il s'agit d'une donnée locale de l'essai et permet de faire le lien défaut d'excentricité-durée de vie. On y retrouve

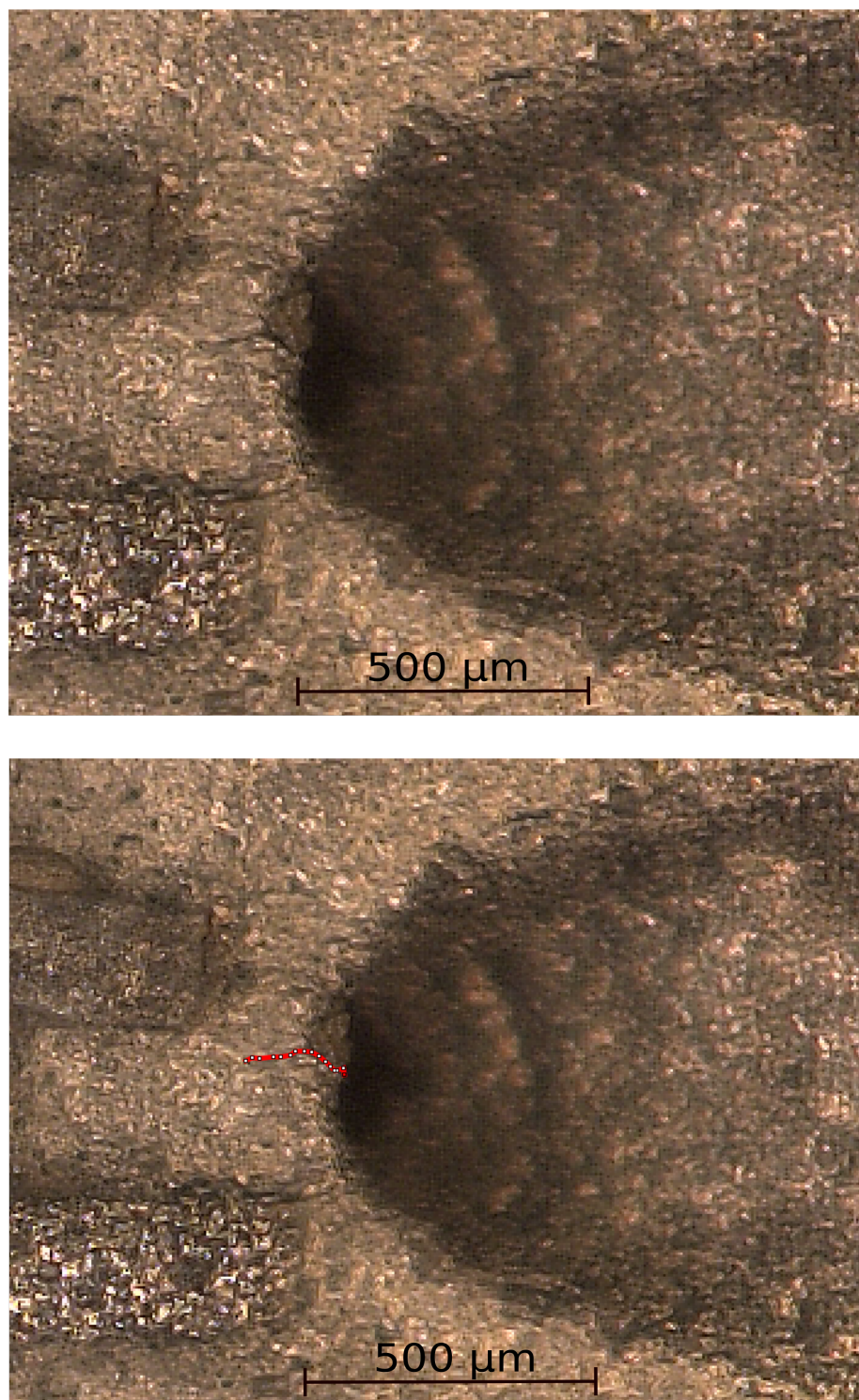


FIGURE 2.23 – Précision sur la méthode de mesure de durée de vie : on mesure la longueur de fissure manuellement avec le logiciel *ImageJ*. La durée de vie est atteinte lorsque la mesure atteint la valeur critique de 300 μm . La piètre qualité de l'image complexifie la détermination expérimentale de durée de vie.

également la force appliquée au cours de l'essai, utilisée comme argument de tri de la matrice d'essai. On définit la nomenclature des éprouvettes comme suit :

Numéro de suivi de la grappe de fonderie - Label de l'insert noyau utilisé - Ordre d'injection du noyau.

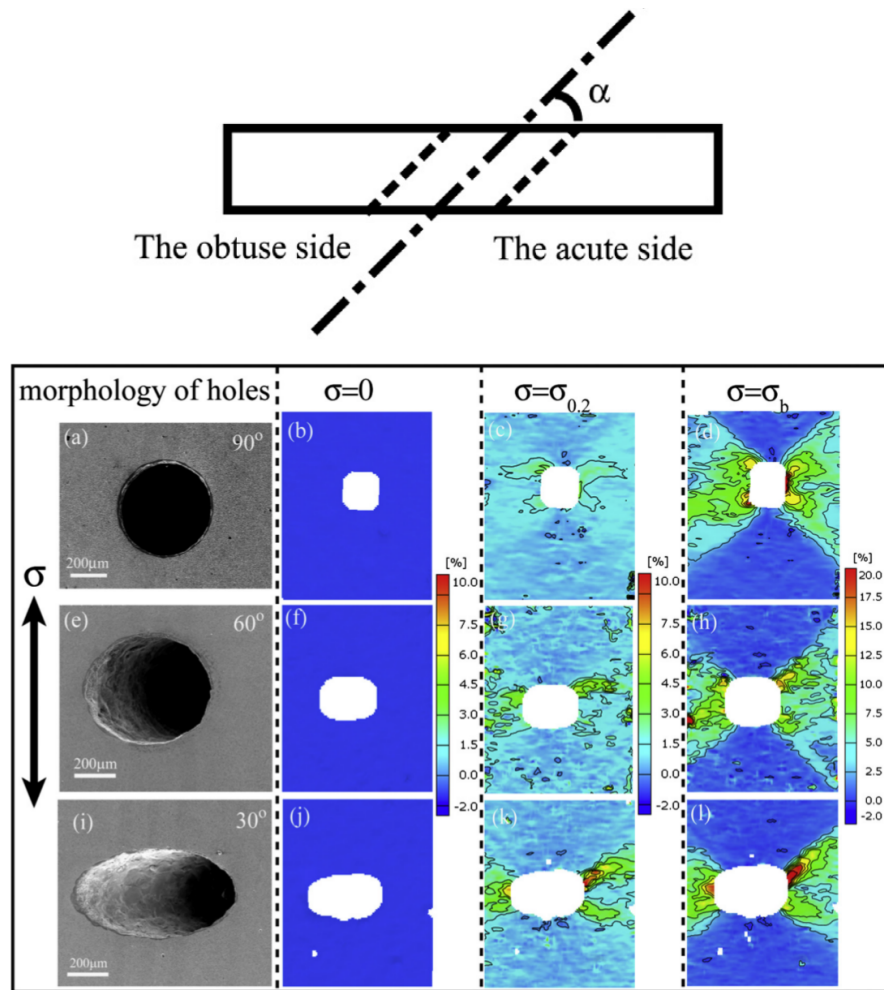


FIGURE 2.24 – Schématisation d'un perçage orienté d'un angle α avec la surface et effet sur l'endommagement (mesure de déformations planes) [29].

Les jeux d'inserts correspondent aux inserts définis au Chapitre 1. Ainsi, l'éprouvette **143831-31** signifie qu'il s'agit d'une éprouvette issue de la grappe **143831**, avec un noyau interne injectée avec le jeu **n°3** et qu'il s'agit noyau **n°1** injecté avec ce jeu. Les éprouvettes de la grappe **168211** ont été coulées avant la mise en place de la nomenclature. Leur numéro correspond à la position au sein de la grappe de chaque pièce. On peut recenser les résultats dans un graphique représentant la durée de vie en fonction de l'épaisseur locale, cf la Fig. 2.25.

Bien que la charge soit recalculée pour assurer une contrainte moyenne identique entre chaque essais, on s'attend à ce que la DDV soit une fonction croissante de l'épaisseur de paroi. En effet, plus il y a de matière, plus les effets de gradients sont atténués et plus l'effet du perçage est atténué. Cette tendance est globalement observée bien qu'il y ait une dispersion importante (ce point est discuté en section 2.3.3). Le but de cette thèse est d'établir une chaîne de prédiction de durée de vie basée sur les liens mesures/calculs sans paramétrisation. La prédiction repose sur la capacité à dégager un lien mathématique, un *modèle*, entre des variables d'entrée et une grandeur de sortie. Ici, il n'y a pas de corrélations claires entre les grandeurs : la durée de vie est influencée de manière complexe et couplée par la géométrie, l'orientation cristalline et la sollicitation locale subie par le matériau. Toutefois, on peut regarder non plus l'épaisseur locale mais le diamètre de l'alésage (correspondant à une mesure plus macroscopique) et le lien avec la durée de vie. Ce lien est présenté en Fig. 2.26. On voit que les mesures semblent un peu plus cohérentes avec une fonction décrois-

Référence	Épaisseur de paroi (mm)	Durée de vie (en cycles)	Force appliquée (N)
143831-91	0.93	72	4860
143833-13	1.121	120	4860
143833-32	0.94	63	4832
143833-11	1.01	111	4826
143831-14	1.03	117	4808
143832-21	0.71	57	4604
143831-25	0.93	92	4550
142216-24	0.81	120	4507
143833-25	0.93	92	4501
143833-24	0.84	95	4490
143830-26	0.98	120	4420
143832-13	1.07	36	4338
143832-14	1.094	78	4338
143831-31	0.73	50	4260
143831-33	0.877	55	4230
142216-38	0.861	106	4221
143830-34	0.902	72	4140
143830-35	0.85	75	4140
143832-37	1.045	52	4084
143833-31	0.88	35	4070
168211-2	0.548	39	3711
143831-55	0.633	109	3690
143831-57	0.562	19	3682
168211-8	0.699	77	3680
143833-55	0.71	76	3653
143832-51	0.925	31	3620
143830-53	0.61	116	3621
143831-23	0.99	120	3606
168211-6	0.639	73	3520
168211-17	0.81	77	3504
168211-19	0.855	89	3504
168211-3	0.83	120	3504
143830-59	0.95	120	3502
142216-58	0.52	31	3470
143832-61	0.556	4	3278
168211-1	0.556	61	3092
143831-64	0.52	22	3080
143831-63	0.681	28	2992
143832-71	0.843	27	2896
143831-72	0.466	1	2728

TABLE 2.4 – Matrice d’essais rassemblant les indicatifs, épaisseurs de paroi, durées de vie mesurées et triée en fonction de la charge appliquée.

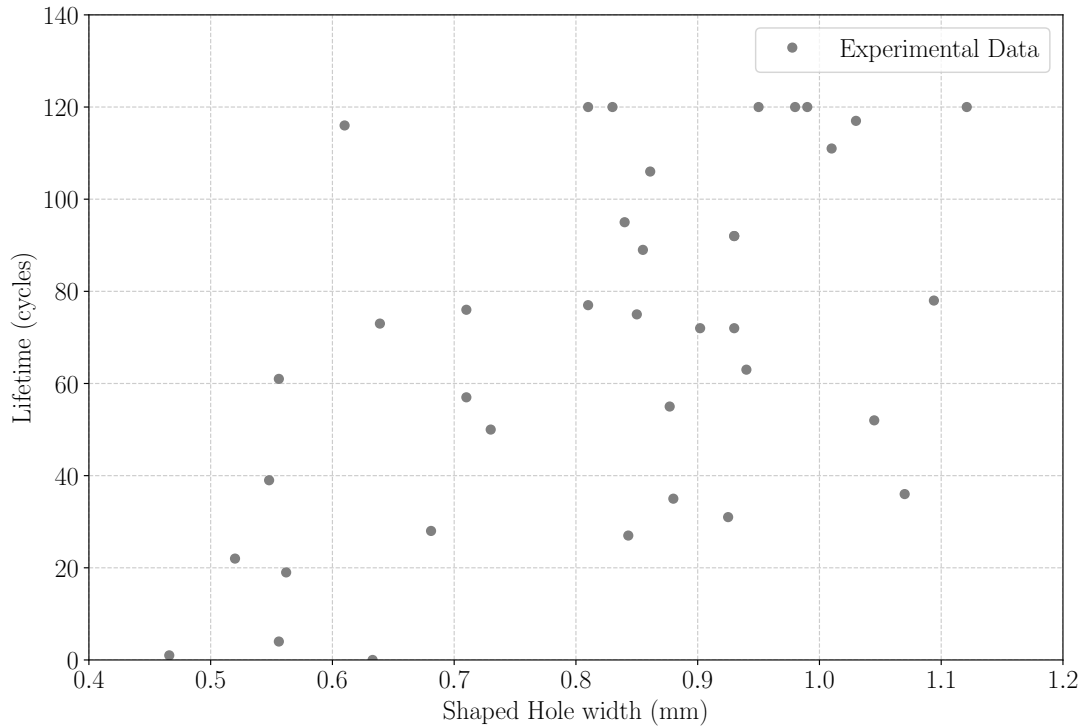


FIGURE 2.25 – Durées de vie expérimentales en fonction de l'épaisseur de paroi locale.

sante : plus l'épaisseur globale de l'éprouvette est grande, meilleur est la tenue mécanique y compris localement. Une autre propriété semble également être observée : plus le diamètre d'alésage augmente, plus les durées de vie décroissent fortement ainsi que leur étendue. Il semble que pour les faibles épaisseurs (de l'ordre de 0.2 à 0.4 mm, associé aux labels 6 et 7), un abattement plus important est mesuré. Pour les plus faibles épaisseurs : un effet de paroi mince se dégage. Ces essais ont mené jusqu'à la rupture de l'éprouvette en des zones variées. Un effet d'échelle (probabilité de trouver un défaut critique dans la microstructure telle qu'une porosité ou une retassure) semble être observé, fournissant un admissible d'un point de vue mécanique.

3.3 Variabilité expérimentale

Comme abordé précédemment, la variabilité des essais est primordiale à estimer afin d'associer une incertitude aux mesures. Prenons l'exemple de la variabilité thermique. Le chauffage est assuré par un four à lampes dont l'efficacité dépend fortement du matériau, de son état de surface et de la qualité de réflexion du four (un poli miroir est optimal). Le nettoyage complet du four nécessite de démonter la majorité de l'essai et du four lui-même (extraction des lampes) ce qui demande beaucoup de temps. Les éprouvettes ne sont pas pré-polies avant essai, le matériau ayant seulement subi le traitement thermique. On a donc à la fois la présence potentielle d'une faible couche d'écrouissage (ayant survécue à l'opération de sablage précédent la macrographie) liée au procédé de fabrication ainsi qu'une éventuelle pollution. Au cours de la montée en température, une oxydation importante se forme à la surface affectant le bilan radiatif. De plus, l'essai n'est pas compatible avec des mesures de champ pour la température, avec une caméra thermique par exemple. Ce point est discuté dans l'Annexe B. La phase de calibration a permis de mesurer les températures sur des zones plus "répétables" telles que les têtes d'éprouvettes et les mors de la machine d'essai. Lors de l'essai, on se contente de mesure ponctuelles via des thermocouples placées

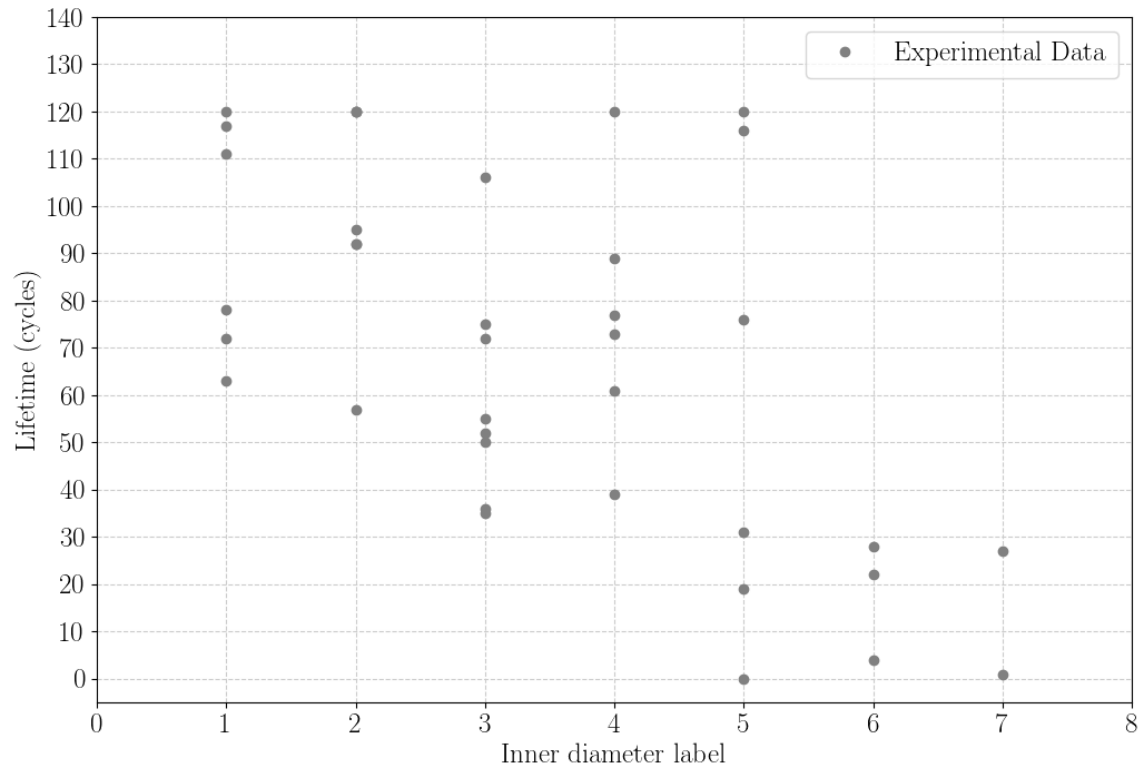
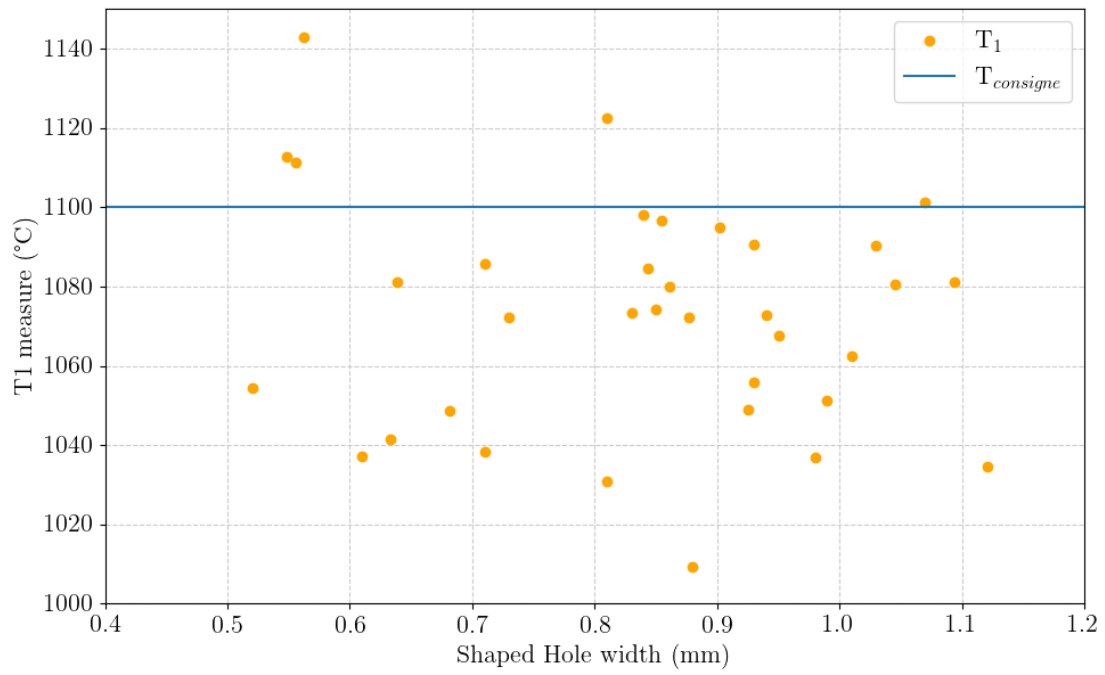


FIGURE 2.26 – Durées de vie expérimentales en fonction du label d'alésage.

à des endroits stratégiques. Nous nous intéresserons au thermocouple T_1 de la Fig. 2.14, placé près du perçage, moins perturbé par le flux d'air issu du perçage, effet étudié par [33]. Les thermocouples utilisés sont de type K, formé par le couple Chromel/Alumel, dont les filaments ont un diamètre de 0.1 mm à souder (coller serait plus exacte) avec une électrode en cuivre de 2 mm. La position du capteur est donc variable et difficilement répétable, induisant une incertitude étant donné les gradients thermique en surface près du perçage. Enfin, la thermique locale est pilotée par le flux de refroidissement injecté à travers l'éprouvette. Ce flux est contrôlé en débit en entrée de la machine et s'échappe par le perçage. La thermique locale est donc un bilan fluide complexe à établir, que ce soit pour estimer les coefficients d'échange (conditions aux limites d'un calcul thermique) et pour déduire les cartes thermiques. Les résultats des mesures de la température T_1 sont présentés en Fig. 2.27.

On observe qu'encore une fois, il n'y a pas de corrélation évidente entre la température mesurée et la géométrie locale du perçage. Globalement on capte bien les effets de refroidissement mais ils ne sont pas directement liés à l'épaisseur locale. Les épaisseurs les plus fines n'induisent pas un meilleur refroidissement. Des mesures surprenantes montrent que malgré une consigne de chauffage à 1100°C, la température a pu la dépasser de plus de 40°C. Ceci peut provenir d'une sous-épaisseur au niveau du point de régulation, nécessitant un flux de chauffage plus important pour maintenir la consigne. L'essai a été calibré sur une valeur de débit en entrée de la machine et à une puissance d'asservissement donnée. Des essais de modélisation thermique infructueux n'ont pas permis de faire le lien entre débit et refroidissement, si bien que les essais ont été réalisés à débit fixé. Afin de fournir un algorithme de prédiction, nous chercherons donc à estimer les effets des différents paramètres sur la durée de vie, au travers d'une quantification d'incertitude. En effet, les mesures de durées de vie comprennent un ensemble de paramètres (défauts géométriques, orientation matérielle, variabilité expérimentale, incertitude de mesure) non nécessairement découplés.



CHAPITRE 3

CALCUL DE DURÉE DE VIE PAR LA SIMULATION

1 Prise en compte de l'effet de structure de la géométrie de l'éprouvette

Au cours du Chapitre 2, nous avons décrit les essais expérimentaux développés dans cette thèse. Nous avons également présenté les modèles de comportement et d'endommagement choisis pour prédire la réponse du matériau. Cependant, la géométrie étudiée engendre une hétérogénéité de la déformation, qui se superpose à l'effet du matériau. Cela provoque un "effet de structure" : la déformation locale dépend également de la complexité géométrique. Nous allons décrire ici le lien entre matériau et structure au travers de l'éprouvette munie d'un perçage Shaped Hole. L'ensemble des simulations présentées dans ce chapitre a été réalisé avec le logiciel Zset Software [151]. Cette suite logicielle est utilisée en simulations mécaniques complexes pour de nombreuses raisons telles que la richesse de la bibliothèque matériau, l'intégration de méthodes avancées ainsi que l'accès natif des solutions aux points d'intégration.

1.1 Comportement asymptotique d'une structure

Lorsqu'une structure est soumise à un chargement cyclique, l'amplitude de l'effort appliqué peut engendrer différentes réponses élastoviscoplastiques. On dénombre quatre grands types de réponses : l'élasticité pure, l'adaptation, l'accommodation et le phénomène de Rochet [152]. Si la structure est sollicitée à des niveaux proches de sa limite élastique ($R_{p,0.2}$), la structure peut répondre élastiquement ($< R_{p,0.2}$) ou s'adapter ($\geq R_{p,0.2}$). Dans le premier cas, la réponse reste élastique en tout point et l'état final est atteint immédiatement (à l'échelle macroscopique). Dans le second cas, quelques cycles permettront une stabilisation vers un comportement élastique. Ces chargements tendent vers des endommagement du ressort de la HCF. Lorsque les niveaux de chargement s'intensifient, notamment lors de régime type LCF, des phénomènes de plasticité se mettent en place associés à une dissipation d'énergie. Lorsque celle-ci est faible, l'hystérésis élasto-plastique due à l'irréversibilité des déformations inélastiques peut se stabiliser : on parle alors d'accommodation. Lorsque un essai est contrôlé en effort et que la contrainte de chargement est non-symétrique, un incrément constant voir croissant de déformation plastique peut-être observé au cours des cycles. Il s'agit du phénomène de Rochet, d'autant plus présent que la température est élevée, source d'un endommagement rapide de la structure jusqu'à la ruine. Un schéma est présenté en Figure 3.1 et présente les différents domaines des réponses

asymptotiques des structures sous chargement cycliques dans l'espaces cycles à rupture - amplitude de contrainte.

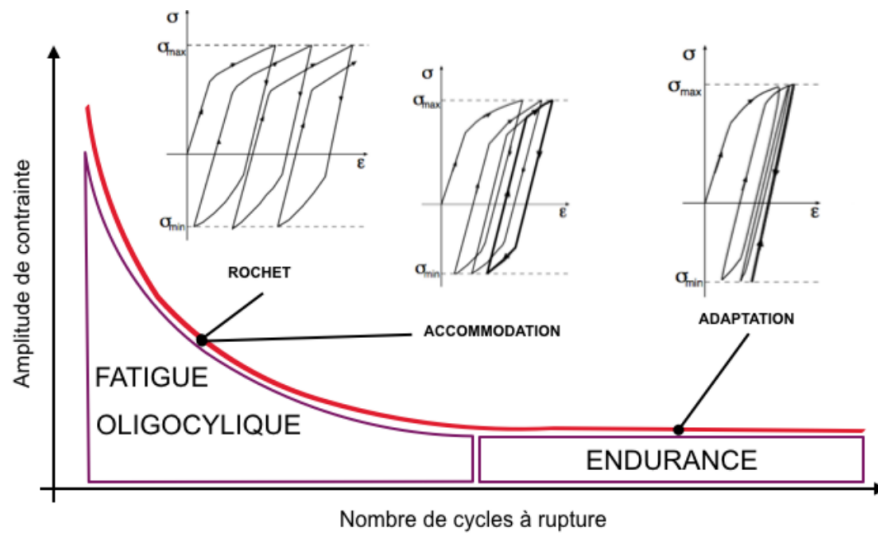


FIGURE 3.1 – Type de réponses asymptotiques d'une structure en fonction du régime de fatigue considéré [30].

Afin de prédire correctement la durée de vie d'une structure, le positionnement du problème dans ce type de graphique est capital. Les phénomènes de fatigue se traduisent par des évolutions microstructurales locales progressives. Il est donc nécessaire de vérifier le régime asymptotique en tout point de la structure. Toutefois, la totalité du chargement doit-être considérée et des paramètres tels que l'oxydation, la température ou encore l'humidité peuvent grandement influencer sur les propriétés du matériau. Le phénomène de Rochet reste encore un sujet actif de recherche, de nombreux travaux ont montré que la modélisation dépend fortement des types d'érouissage cinématiques utilisés [153–156]. Des récents travaux ont montré l'impact de l'amplitude de chargement de fatigue sur le Rochet [31] en plasticité cristalline. Comme le montre la Fig. 3.2, un effet de seuil se dégage assez rapidement sur le niveau d'amplitude de contrainte. Bien que simplifié, ce diagramme montre schématiquement la sensibilité au rochet d'un monocristal, plus spécifiquement à haute température où les propriétés mécaniques sont diminuées.

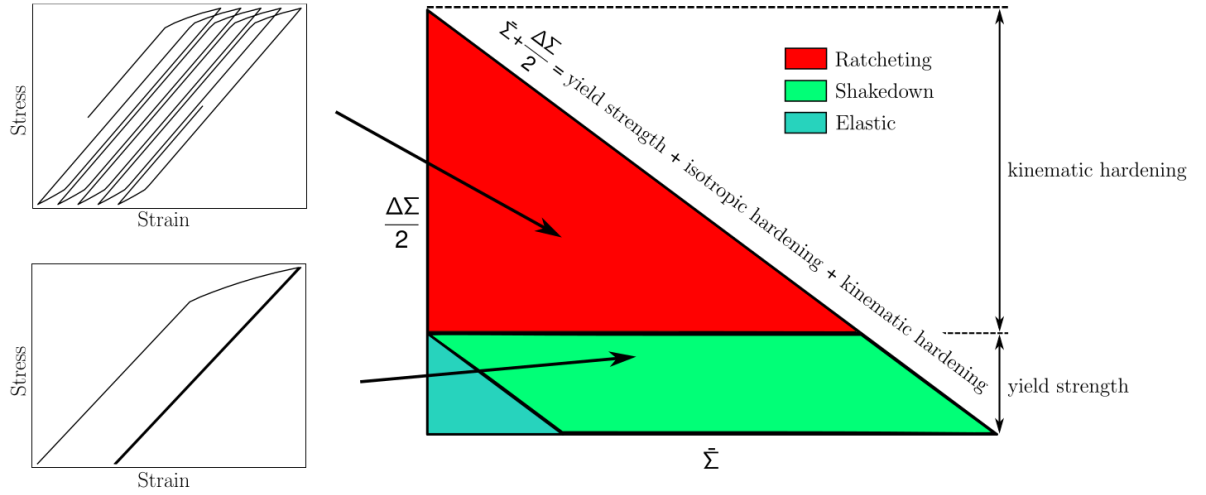


FIGURE 3.2 – Régimes asymptotiques d'un monocristal sous chargement asymétrique. La zone associée au Rochet dépend fortement de l'amplitude de contrainte appliqué [31].

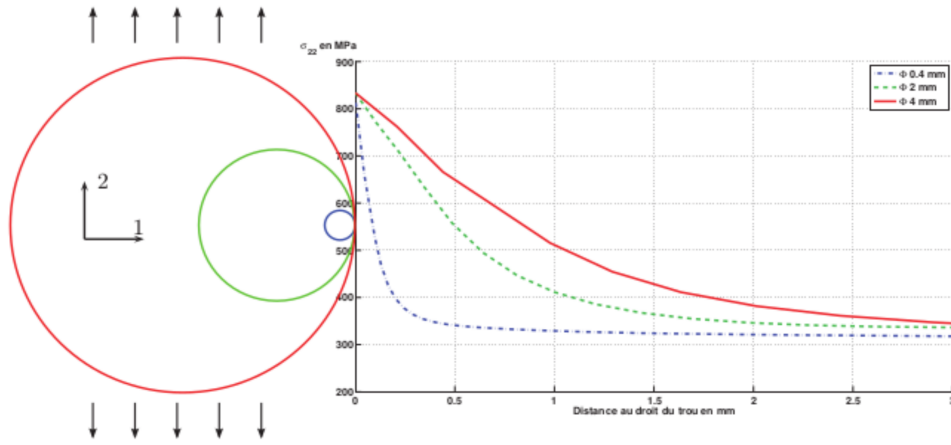
1.2 Concentrateur de contraintes

Lors de l'étude de la durée de vie des structures, une notion clef est la détermination des zones critiques en fonction de critères tels que la limite d'élasticité (à l'aide des surfaces de charge von Mises, Tresca, Hill, etc.). Les géométries industrielles sont développées pour répondre de façon optimale aux besoins, notamment par une réduction de la masse pour les pièces tournantes. Ceci nécessite des singularités géométriques (angles vifs, trous, réduction d'épaisseur, variations brusques de section) sources de zones où la contrainte peut se concentrer et augmenter. Ces points deviennent favorables à un endommagement précoce vis à vis du reste de la structure. L'augmentation de la contrainte locale est caractérisée par un coefficient noté K_t et appelé coefficient de concentration de contrainte. De nombreuses études ont cherché à traduire l'impact de ces accidents géométriques par des coefficients multiplicatifs à appliquer vis à vis d'une zone plus homogène. Ces travaux sont fondés par la théorie des *Stress Concentration Factors*, instaurée par [157] et traduits par des abaques de K_t en fonction de la forme géométriques des singularités. Toutefois, la contrainte maximale seule ne suffit pas à caractériser la criticité, sa distribution spatiale doit être considérée : on parle d'effet de *gradient de contrainte*. Pour caractériser les influences d'un gradient de contrainte en bord de trou, nous pouvons examiner les résultats de [32] sur des éprouvettes plates pourvues de trous de diamètres différents : 0.4, 2. et 4 mm. Une sollicitation uniaxiale de traction est appliquée sur l'éprouvette telle que la contrainte maximale en bord de trou soit identique sur chacune des éprouvettes. Plus le trou est grand, plus la zone pour laquelle la contrainte vaut 90% de la contrainte max sera également grande, comme le montre la Fig. 3.3.a). Dans ce cas, en cas d'amorçage de fissure, un gradient faible sera plus favorable à leur propagation. Afin de pouvoir les comparer, il est nécessaire de considérer ces effets via un calcul de moyenne spatiale. Toutefois, le choix du type de moyenne et la longueur caractéristique dépend fortement de la forme du défaut géométrique et des contraintes locales. Pour notre cas d'étude, le trou considéré n'est pas tubulaire mais profilé d'où son nom de Shaped Hole. La concentration de contrainte est plus importante à cause des angles formés par la forme du perçage dans le plan médian axial. On voit sur la Fig. 3.3.b) que la contrainte est similaire à celle formée par un trou tubulaire de 0.4 mm, mais présente un K_t de l'ordre de 3,5. Aussi, le K_t réel peut varier en fonction des légères variations en pointe de perçage. Il devient donc nécessaire d'obtenir une géométrie locale la plus représentative possible du réel pour le cas d'une étude fine de durée de vie.

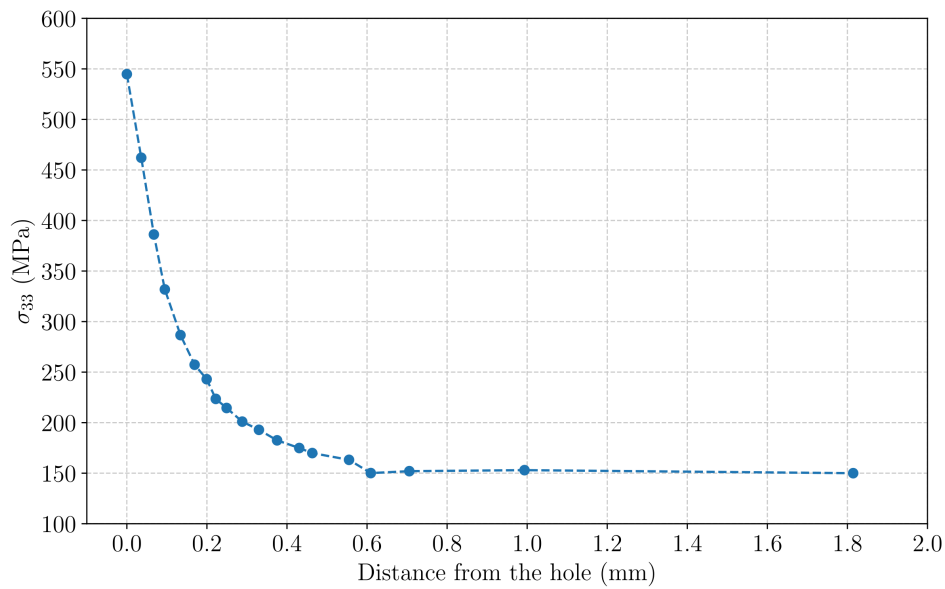
1.3 Optimisation d'un calcul de structure

Les durées de résolution des calculs éléments finis sont d'une complexité temporelle quadratique en le nombre de noeuds du maillage (pour un calcul élastique). Afin d'optimiser la résolution du problème, tout en conservant une solution la plus précise possible, plusieurs solutions s'offrent à l'utilisateur telles que :

- ~ **l'étude des symétries** : l'analyse du problème est essentielle. On cherche ici à diminuer l'espace de résolution en restreignant l'évolution de certaines dimensions (x, y, z, t par exemple) afin de drastiquement réduire les temps de résolution. Ici, l'éprouvette présente une symétrie quasiment plane voire axisymétrique, mais la forme réelle du perçage l'empêche. Par conséquent, nous considérons une **résolution 3D**.
- ~ **l'étude de la réponse asymptotique** : le type de régime asymptotique permet de restreindre le nombre de cycles à simuler afin de représenter l'état mécanique de la structure. Pour ces travaux, nous utilisons **un modèle en contraintes découplé** sous l'hypothèse de l'existence d'une stabilisation de la réponse. Contrairement aux modèles incrémentaux ou couplés, nous cherchons à calculer l'endommagement créé par un cycle stabilisé atteint après quelques cycles.



a)



b)

FIGURE 3.3 – Portée du gradient de contrainte en fonction a) de la taille de perforations circulaires [32] et b) application pour un Shaped Hole.

~ **le raffinement parcimonieux** : une solution précise demande un échantillonnage spatial minimal, traduit par la taille des éléments du maillage. Les zones à K_t nécessitent une discrétisation plus fine, ce que l'on appelle raffinement du maillage. Dans ce cas, il est préconisé de choisir une taille maximale d'élément garantissant la convergence des grandeurs calculées.

~ **formulation de la résolution** : les éléments finis se basent sur la projection discrète de l'espace solution continu (projection de Galerkin). Les éléments d'un maillage possèdent des attributs de résolution permettant de gagner en précision sur la solution, le déplacement u , (éléments linéaires ou quadratiques) ainsi que les gradients de flux dans le volume de l'élément (nombre de points d'intégration déterminés par quadrature de Gauss). Nous utilisons ici des éléments **tétraédriques quadratiques 3D C3D10** (tétraèdres à 10 noeuds et 4 points d'intégration).

~ **l'algorithme de résolution** : la solution (au sens du schéma numérique employé) dépend du problème à résoudre (quasi-statique ou dynamique, famille d'EDP). Une réponse élas-

tique de la structure peut se résoudre en un seul incrément, l'espace de résolution étant linéaire. Toutefois, des effets non-linéaires géométriques et matériels peuvent apparaître, complexifiant la résolution. On résout alors itérativement le problème par linéarisation. On utilise pour les simulations mécaniques un **schéma de Newton-Raphson implicite**, recalculant la matrice tangente à chaque itérations du calcul.

~ **méthodes avancées** : d'autres techniques existent afin d'améliorer les temps de calcul : la décomposition de domaines pour calculs parallèles, les couplages adaptatifs, le remaillage en temps réel, etc.

La liste présentée ci-dessous n'est pas exhaustive et bien d'autres techniques existent. Toutefois, elles illustrent la nécessité de l'ingénierie numérique : un calcul efficace correspond à des hypothèses bien choisies. Nous présentons ici l'étude de convergence au maillage notamment dans la zone d'intérêt, le Shaped Hole. La Figure 3.4 propose différentes tailles de maillage de la géométrie CAO (dont le maillage peut-être facilement contrôlé) avec des éléments allant de 0.5 mm (137997 DOF) jusqu'à 0.01 mm (1634748 DOF). Cette étude a été réalisée sur une géométrie CAO nominale (sans écarts géométriques) avec une épaisseur moyenne dans la distribution. Les maillages ont été générés avec le logiciel Abaqus.

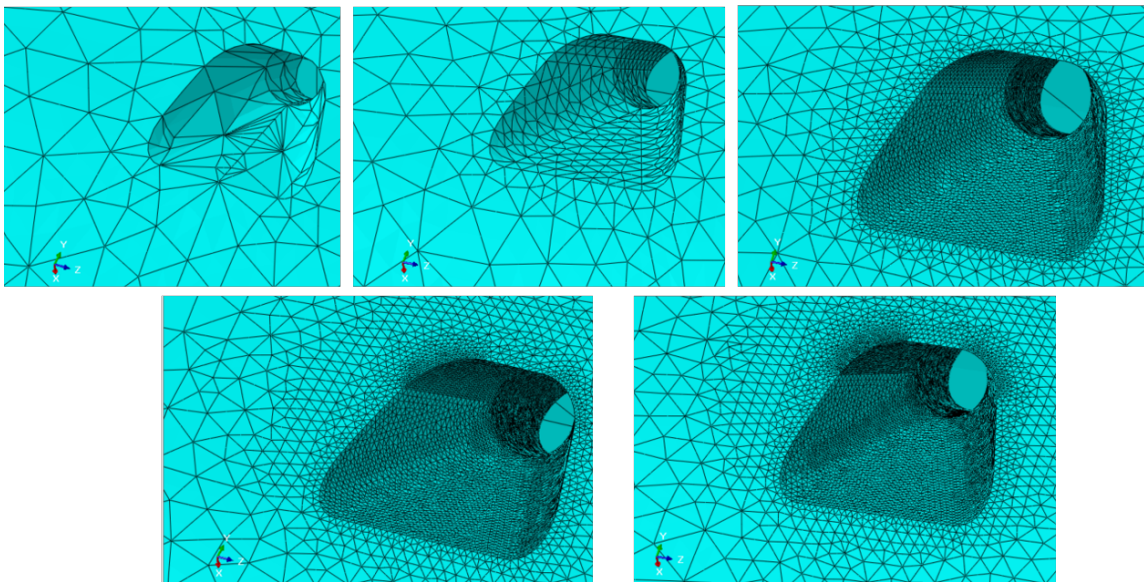


FIGURE 3.4 – Étude de la convergence au maillage dans un Shaped Hole.

Pour effectuer l'analyse de convergence au maillage, plusieurs grandeurs sont étudiées et nous présenterons ici l'évolution de la contrainte axiale σ_{33} . Les résultats sont présentés en Fig. 3.5. Les valeurs sont issues d'une ligne d'éléments légèrement décalée du plan de symétrie du trou. Les courbes montrent que plus le maillage est raffiné, plus les résultats convergent vers une limite que l'on peut assimiler à la solution. Les maillages grossiers pouvant générer des erreurs de l'ordre de 40% mais la précision gagnée avec le raffinement induit une augmentation exponentielle des durées de calculs. Il s'agit donc de trouver un compromis, ici le *Mesh 3* où la taille locale d'éléments est de 0.03 mm. Cette valeur est d'autant plus intéressante qu'il s'agit de la résolution spatiale choisie pour la tomographie (bien que des maillages subvoxeliques peuvent être générés et donc, augmenter artificiellement la résolution des images).

En raison de la complexité du modèle de simulation, notamment la quantité d'éléments nécessaires, une parallélisation par décomposition de domaine aurait été judicieux. Cependant, un des axes principaux de cette thèse est de démontrer l'intérêt de méthodes d'hyper réduction de modèle pour le calcul de structure. Comme détaillé au Chapitre 5, il s'avère qu'un facteur d'accélération intéressant peut-être dégagé dans ce type d'étude.

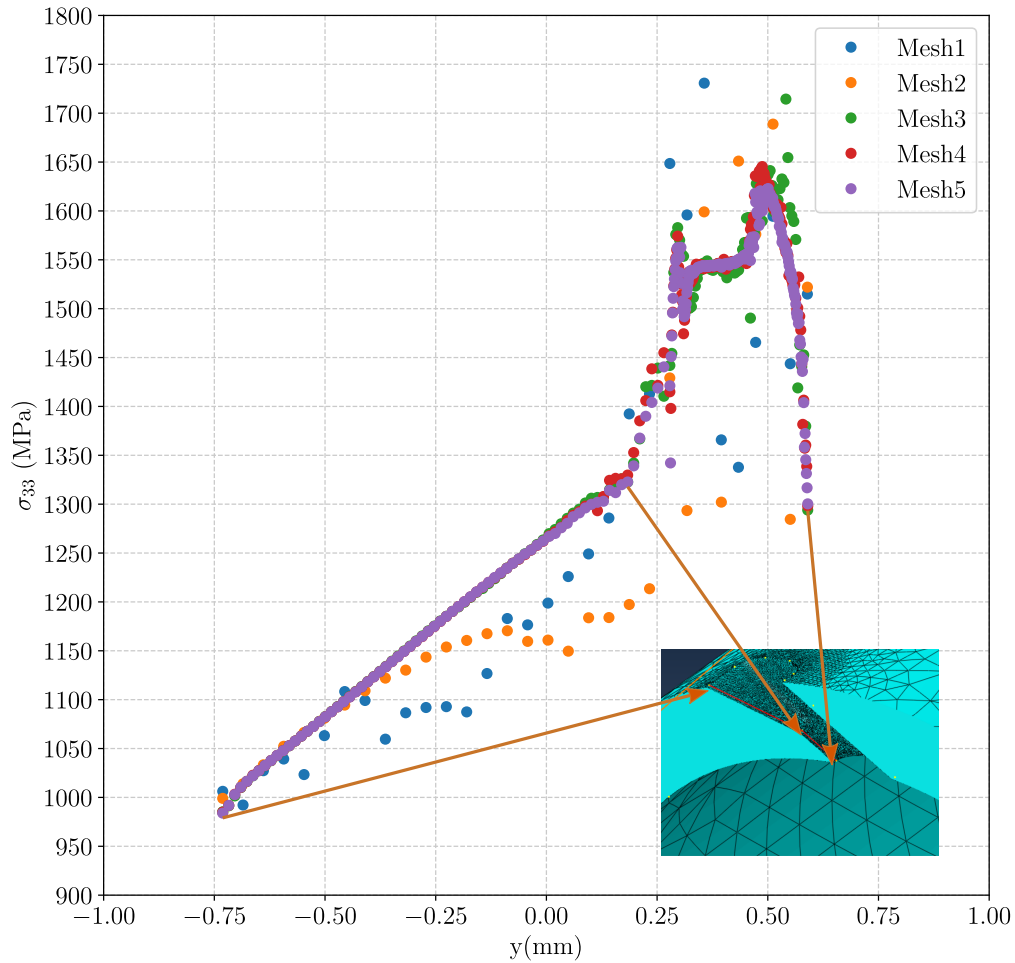


FIGURE 3.5 – Étude de la convergence au maillage : évolution de la contrainte axiale σ_{33} .

1.4 Vérification au flambage

Lorsque l'on considère une géométrie tubulaire soumise à une compression, il est nécessaire de prendre quelques précautions. La structure risque d'entrer dans un régime d'instabilité, lié à une non-linéarité géométrique appelé flambage (ou flambement). Il s'agit d'une flexion brutale de la structure dépassant une charge critique appelée charge critique de flambement, ou charge critique d'Euler. Il s'agit d'un point de bifurcation provoqué par un équilibre énergétique instable. L'élancement de la structure pilote la portée de la flexion. Cette dernière peut générer un état de contrainte local conséquent et conduire au flambage plastique ou à la ruine. Ces effets, comme le voilement de plaques ou le déversement des poutres, sont d'autant plus impactant que la structure est mince. Ainsi, le problème doit être évalué pour les éprouvettes dont l'épaisseur peut atteindre 0,4 voire 0,3 mm. Les formules analytiques de calcul de la charge critique existent pour des poutres et dépendent fortement des conditions aux limites (degrés de liberté disponibles) du problème (la charge critique peut varier d'un facteur 16 [158]). Toutefois, celles-ci restent difficiles à estimer pour des cas complexes tel qu'un essai TGMF.

La question s'est donc posée lors de la définition du chargement de l'essai. La réponse mécanique d'une aube en cycle stabilisé est très hétérogène, le choix de la zone à étudier

influaient donc sur l'amplitude de charge à appliquer. Une première approche était d'étudier une zone fortement chargée (au niveau du pied, en bas de la pale) avec une charge de l'ordre de 250 MPa. Un essai de calibration a été réalisé sur une éprouvette en AM1 tubulaire munie d'un perçage tubulaire droit (angle $\alpha = 90^\circ$). Un calcul simplifié avec une hypothèse de poutre a montré que la charge critique était estimée à 280 MPa. Cependant, les résultats présentés en Fig. 3.6 ont démontré le contraire. Nous pouvons observer sur la photographie un flambage quasi-parfait : une déformation plastique en boudin s'est formée dans le plan de symétrie axial. La courbe (à droite) de la figure montre l'apparition du flambage ayant induit une perte de rigidité de la structure : l'éprouvette s'est déformée "sans efforts" car la charge critique a été dépassée. Il a donc fallu mieux étudier les effets de flambement afin d'adapter le chargement et estimer une charge critique maximale quelles que soient les épaisseurs de parois.

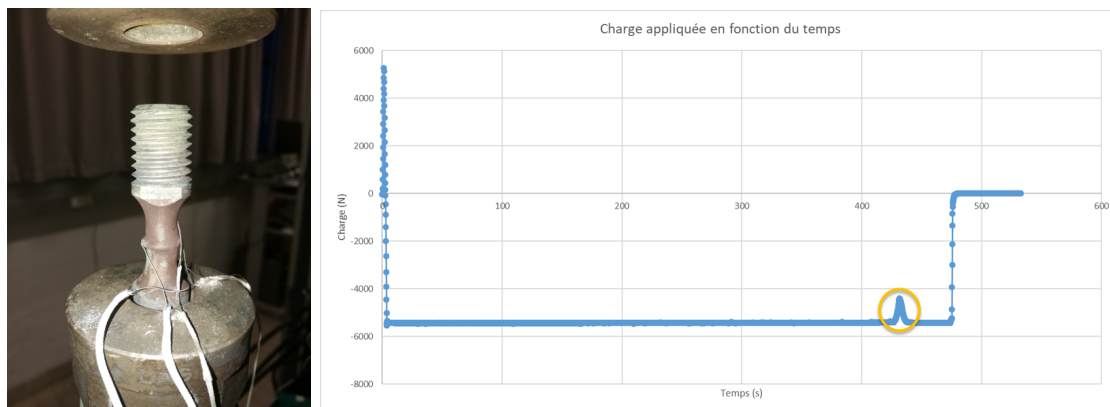


FIGURE 3.6 – Éprouvette déformée par flambage plastique sous une contrainte de 260 MPa et observation du flambage sur la mesure de charge.

Il est difficile d'estimer les charges critiques de flambage pour des structures complexes. Des approches ont été développées afin d'anticiper numériquement l'approche d'un point de bifurcation sur l'ensemble de la structure. Les travaux de Al Kotob [158] ont dégagé une méthode de détection de cette bifurcation appelée *weakened stability analysis*. Il s'agit d'analyser les valeurs propres de la matrice de rigidité et plus particulièrement le signe de la plus petite d'entre elles : un changement de signe (passage négatif) permet de détecter une bifurcation. Cette propriété provient du critère d'unicité de Hill, où la positivité des valeurs propres est nécessaire. Ce critère a été appliqué à notre cas afin de déterminer la charge critique qui est estimée à 220 MPa pour les épaisseurs les plus fines 0.3 mm. Ainsi, le choix d'une charge maximale de 170 MPa a permis de s'affranchir des effets de flambage, qui n'ont plus été observées expérimentalement.

2 Simulation de la réponse mécanique

2.1 Modèle thermo-mécanique cyclique

Nous allons présenter ici le modèle numérique utilisé pour représenter la sollicitation thermo-mécanique cyclique appliquée en conditions expérimentales.

2.1.1 Modèle thermique

Comme présenté aux sections 2.1.3 et 2.2, le chargement appliqué aux éprouvettes est de nature thermo-mécanique. Il ne s'agit pas à proprement parler de Fatigue thermo-mécanique (FMT ou TMF), puisque un régime thermique permanent est imposé. La FMT est souvent caractérisée par un déphasage entre la sollicitation mécanique et le chauffage

(on parle d'essai en phase ou hors-phase) afin de caractériser les effets de couplage thermo-mécanique. Ici, la thermique est isotherme au sens où n'y a pas de variations temporelles bien que le refroidissement interne induise une forte hétérogénéité du champ thermique. Nous supposons donc un régime permanent que nous intégrerons comme condition au limite du calcul mécanique sans couplage.

Le calcul du champ thermique se fait par résolution de l'équation de la chaleur via la méthode des éléments finis. Nous cherchons à obtenir le champ de température \mathcal{T} en tout point et à chaque instant. Nous utilisons un four à lampes infrarouges au cours de l'essai, celui-ci impose un flux thermique radiatif sur l'ensemble de la surface de l'éprouvette. Lorsque le régime permanent est atteint, on peut assimiler les mors de la machine comme une source chaude idéale avec une température fixe de 900°C (mesurée lors d'une phase de calibration). Le flux d'air froid traversant l'éprouvette peut-être représenté par un flux surfacique de refroidissement piloté par un coefficient d'échange h . On peut procéder de la même manière avec le flux s'échappant par le perçage, en augmentation le coefficient associé par effet d'accélération. La Figure 3.7 illustre les différentes modélisations thermiques développées afin de simuler l'essai. Le modèle de gauche essaie de prendre en compte les effets physiques de l'essai que l'on peut mesurer ou estimer. Cependant, ces simulations ont été trop complexes à recaler sur les mesures. Une autre stratégie a été de représenter le champ thermique comme une fonction des coefficients d'échange h . Il est important de ne pas imposer ici de température en surface (interne ou externe) afin de ne pas contraindre le gradient thermique.

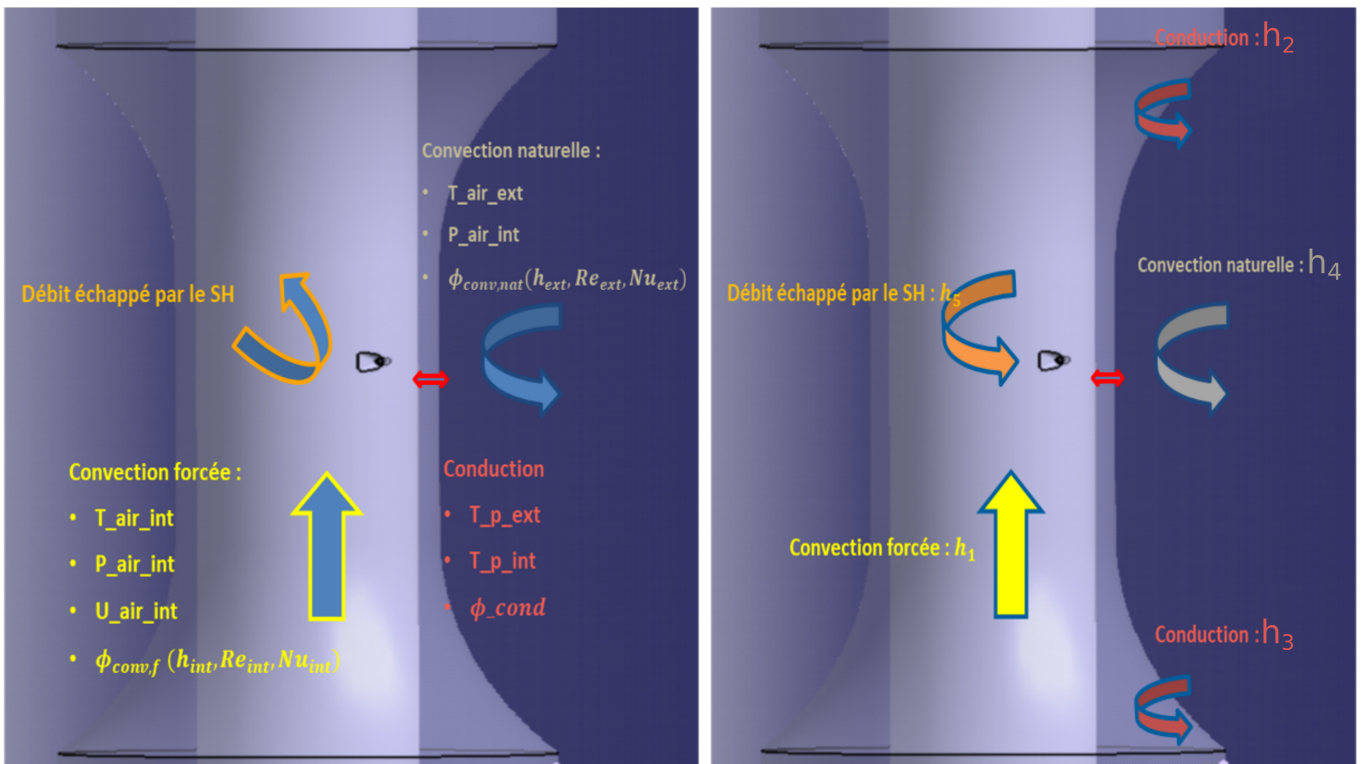


FIGURE 3.7 – Modèles thermiques avec les différentes sources d'échange de chaleur : physique (à gauche) et simplifié (à droite).

Un champ thermique a été généré avec les paramètres renseignés dans le Tableau 3.1. Par symétrie, les conditions portées par les coefficients h_1 et h_2 sont égales. Par manque de mesures internes, il n'a pas été possible de réaliser une identification des coefficients par méthode inverse. Les valeurs du tableau ont été issues d'un processus d'optimisation jusqu'à obtenir un champ moyen satisfaisant par rapport aux mesures. Ceci est plus détaillé dans la section suivante.

Coefficient	Valeur	Unité	Coefficient	Valeur	Unité
h_1	200	W/m ² K	T_1^e	900	K
h_2	1000	W/m ² K	T_2^e	900	K
h_3	1000	W/m ² K	T_3^e	300	K
h_4	1	W/m ² K	T_4^e	300	K
h_5	600	W/m ² K	T_5^e	300	K
P	5900	W			

TABLE 3.1 – Tableau recensant les paramètres du modèle thermique.

La simulation est réalisée en deux étapes, à l'image de l'essai où le flux de refroidissement est appliqué après un état stationnaire sous une consigne de 1100°C, afin de faciliter l'asservissement. On réalise donc un premier calcul avec un champ thermique *quasi* homogène : en effet, un four à lampes induit un gradient axial lié à la variation d'épaisseur, comme montré dans [114, 159]. Ensuite, on introduit le régime permanent du premier calcul comme condition initiale d'un second calcul où dans ce cas, le flux de refroidissement est activé par définition des coefficients h_4 et h_5 . On obtient alors un champ similaire à la Fig.3.8. On peut observer une forte hétérogénéité de la température entre les têtes (autour de 900 °C, valeur mesurée) et la zone utile plus chaude (vers 1100 °C). Toutefois, l'étendue du champ thermique ne permet pas de se rendre compte de l'effet du perçage.

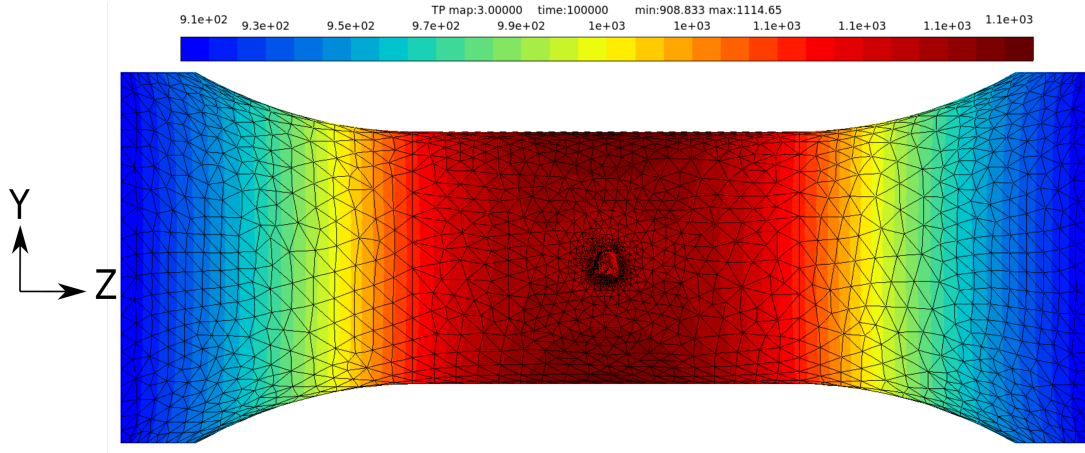


FIGURE 3.8 – Champ thermique avec gradient de paroi simulé sur géométrie CAO.

Pour cela, on regarde de plus près les valeurs calculées dans et au voisinage du trou. On voit sur la Fig. 3.9, que la température locale subit bien l'effet du flux d'air frais, où les valeurs sont autour de 1050°C. On peut remarquer que le refroidissement induit un gradient circulaire autour du trou sans provoquer d'effet film cooling. Ce dernier permet en temps normal un refroidissement de la surface en aval du trou, comme illustré en Fig.2. Ceci est du à la pression extérieure qui appuie sur le flux d'air, le plaquant contre la surface extérieure. Ici il s'agit plutôt d'un écoulement de jet, seule le voisinage du trou est refroidi. La présence des gradients thermiques au sein de l'éprouvette est responsable d'un endommagement plus important, comme étudié en section 3.3.2.

2.1.2 Ajustement des paramètres à l'aide des essais

Certains travaux portant sur les effets des gradients thermique de parois, comme c'est le cas ici, reposent sur une détermination précise de l'état thermique. On peut citer les travaux de [33] où la thermique a été simulée à l'aide d'une modélisation fluide du flux de refroidissement. Cette approche a été comparée avec un calcul complet couplé via les

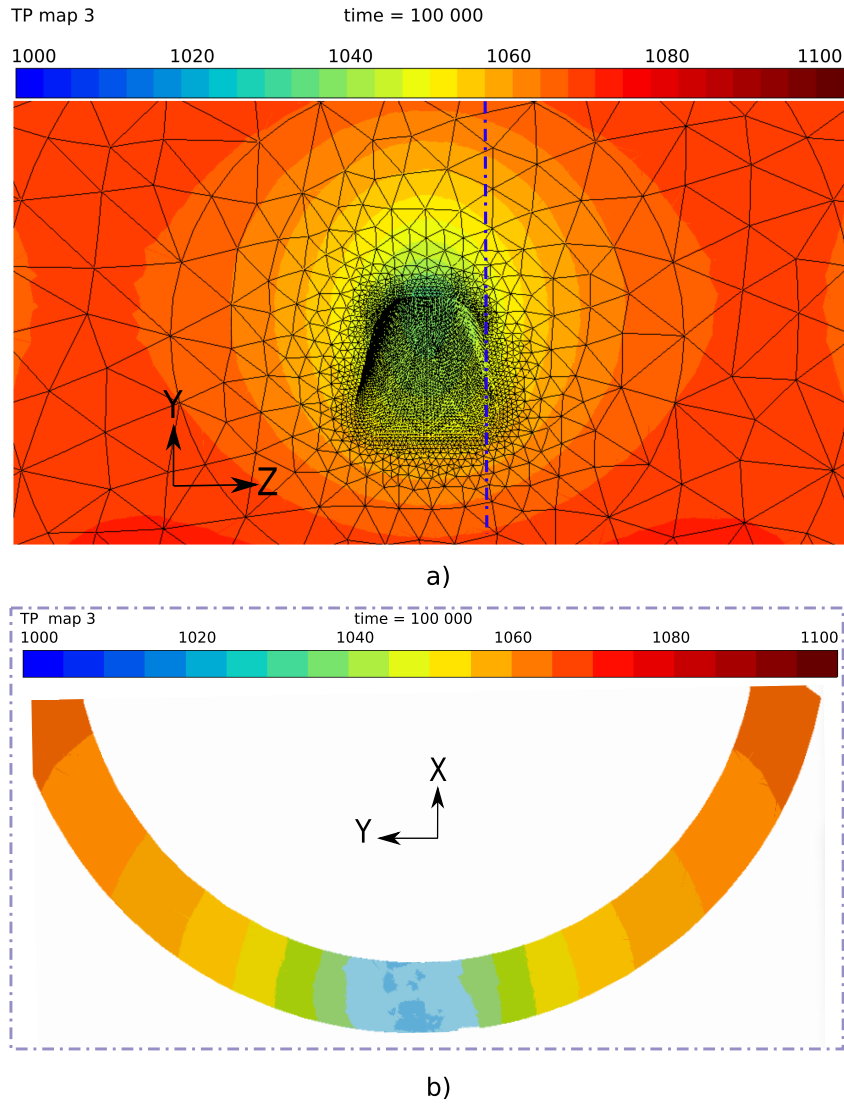


FIGURE 3.9 – Champ thermique avec effet de refroidissement dû au perçage simulé sur géométrie CAO : a) zoom sur le perçage et b) effet du refroidissement dans la coupe axiale issue du plan de coupe en violet sur a).

solveurs CEDRE-ZéBuLoN. Le résultat sur une éprouvette multi-perforée est présenté en Fig. 3.10. On observe que le sens de l'écoulement de l'air induit une hétérogénéité de l'effet de refroidissement au sein du perçage. La paroi du trou qui est percutée par l'air est beaucoup mieux refroidie, si bien que la zone notée 2 peut avoir des coefficients d'échanges localement nuls. Cet effet est provoqué par le sens de l'écoulement et l'orientation du perçage. Dans le cadre de cette thèse, l'air est injecté des deux côtés car le champ de vitesse est bien plus faible que lors des essais de Degeilh [33]. Ce dernier a en effet utilisé un noyau interne réduisant la section de passage et accélérant le fluide contre la paroi de l'éprouvette.

Dans notre cas, un dimensionnement du système de refroidissement a été envisagé en utilisant le modèle 1D de Degeilh (cf l'Annexe B ainsi qu'un modèle fluide 3D. Les simulations fluides n'ayant pas aboutie, une calibration expérimentale a été préférée. Pour ce faire, des perturbations des coefficients (h_i) a été opérée afin de générer plusieurs champs et tenter de prendre en compte la variabilité expérimentale. La Fig. 3.11 illustre la comparaison entre les thermocouples T_1 utilisés lors des essais et les thermocouples numériques associés aux simulations. La variabilité des mesures thermiques a nécessité la réalisation de

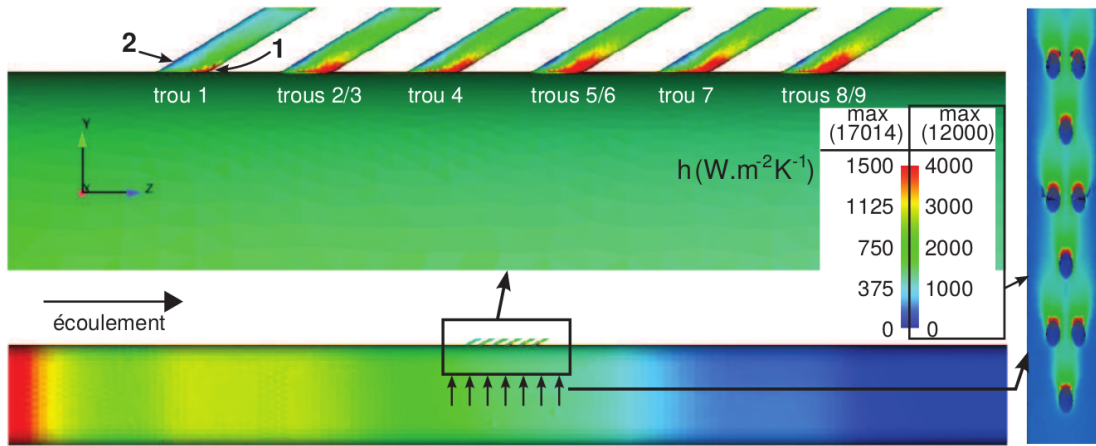


FIGURE 3.10 – Simulation du champ de coefficients d'échange pour une éprouvette multi-perforée [33].

nombreuses simulations afin de trouver les conditions (h_i) fournissant un champ thermique le plus proche possible de la mesure.

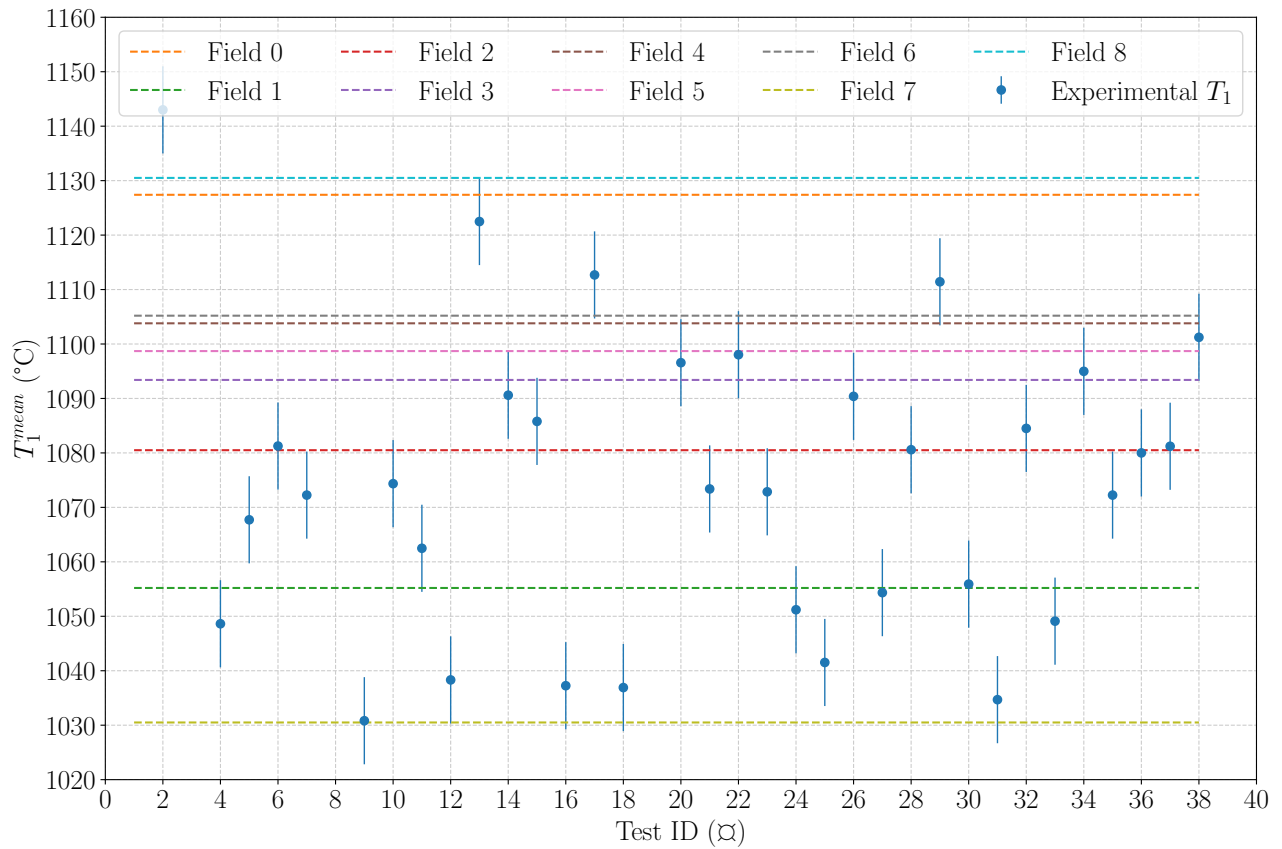


FIGURE 3.11 – Comparaison des thermocouples numériques et expérimentaux en régime permanent avec incertitude à 2%.

La difficulté majeure ici provient du fait que le problème inverse à résoudre est mal posé. Nous cherchons à re-générer un champ 3D à partir de mesures 1D et uniquement sur la surface extérieure. Ce problème est très souvent soulevé dans la littérature et certaines solutions existent afin d'augmenter la quantité de mesures (utiliser plus de thermocouples, mesures indirectes ou mesures de champs). Toutefois, ces différentes pistes n'ont pas pu aboutir. Des mesures internes par soudage d'un thermocouple étaient trop difficiles à cause du diamètre d'alésage trop petit. Ensuite, l'utilisation d'une caméra thermique dans un four à lampes infrarouges n'est pas possible avec ce matériau à ces niveaux de températures. En effet, les mesures de températures sont biaisées par la réflexion spectrale des lampes (réflexion du flux radiatif) par l'éprouvette. La radiométrie crée un bilan thermique complexe et extraire ce bruit est très difficile (point détaillé en Annexe B). L'utilisation d'une peinture thermique afin de limiter ces effets n'a pas été possible car peu de peintures résistent à ces niveaux de température.

2.1.3 Modèle mécanique

Une fois le champ thermique simulé, celui-ci est utilisé comme condition initiale pour le calcul mécanique. Un matériau soumis à un champ de température subira un phénomène de dilatation, proportionnellement à la variation de température depuis un état de référence (20°C usuellement). Ainsi, le champ de température provoque une dilatation de l'éprouvette, jusqu'à ce qu'elle atteigne une déformation de l'ordre de 2% sous 1100°C, cf. section 2.1.3.3. Il est à noter que cette dilatation est laissée libre : la traverse est asservie afin de ne pas appliquer d'effort sur l'éprouvette. L'effet du refroidissement dans le Shaped Hole induit une dilatation différenciée (gradient de dilatation) source de contraintes. On parle dans ce cas de *contraintes thermiques* puisqu'elles apparaissent uniquement en présence du gradient thermique. Les contraintes internes au perçage atteignent des valeurs dépassant la limite élastique du matériau, de l'ordre de 250 MPa. Ainsi, l'effet thermique est suffisant pour générer des déformations irréversibles dans le perçage et a fortiori, initier un endommagement. La simulation renseigne une déformation plastique axiale de l'ordre de 0.3%, légèrement supérieure à la limite conventionnelle de 0.2%. On notera qu'il s'agit d'une déformation plastique de traction puisque le refroidissement s'oppose à la dilatation. Le trou se déplace donc moins que la zone utile, qui provoque un état de traction. Ce pourquoi, la simulation de la réponse mécanique est faite via le modèle EVP anisotrope présenté en section 1.1.3.

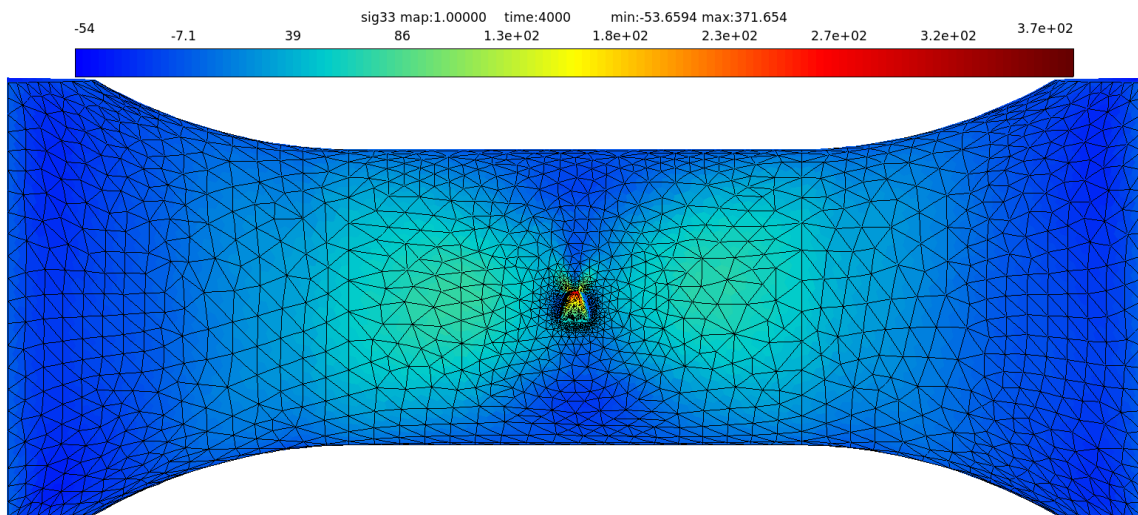


FIGURE 3.12 – Champ de contrainte axiale (axe Z de l'éprouvette) σ_{33} à l'issue de la dilatation thermique.

Une fois la dilatation calculée et l'éprouvette déformée par la thermique, on applique la chargement cyclique. Il s'agit du cycle défini en section 2.2.3.2 avec une phase de traction suivie d'un palier en compression. La phase de traction permet d'imposer une contrainte $\sigma_{nom} = 170$ MPa sur la zone utile, menant aux $170 \times K_t$ soit près de 600 MPa au sein du perçage. Ensuite, la compression symétrique impose la contrainte moyenne de -170 MPa mais la dilatation contrariée du perçage s'y oppose : la traction imposée par l'état thermique réduit la contrainte de compression. C'est ce que nous pouvons observer sur la Fig. 3.13. On y voit l'évolution de σ_{33} au cours du temps de différents points dans le perçage où la contrainte dépasse σ_{nom} . On voit une atténuation de la contrainte maximale de traction et de la contrainte moyenne. Le gradient thermique induit ainsi un effet de *relaxation* sur la contrainte, comme observé par Degeilh [33]. L'effet du gradient thermique est étudié en détail en section 3.3.2.

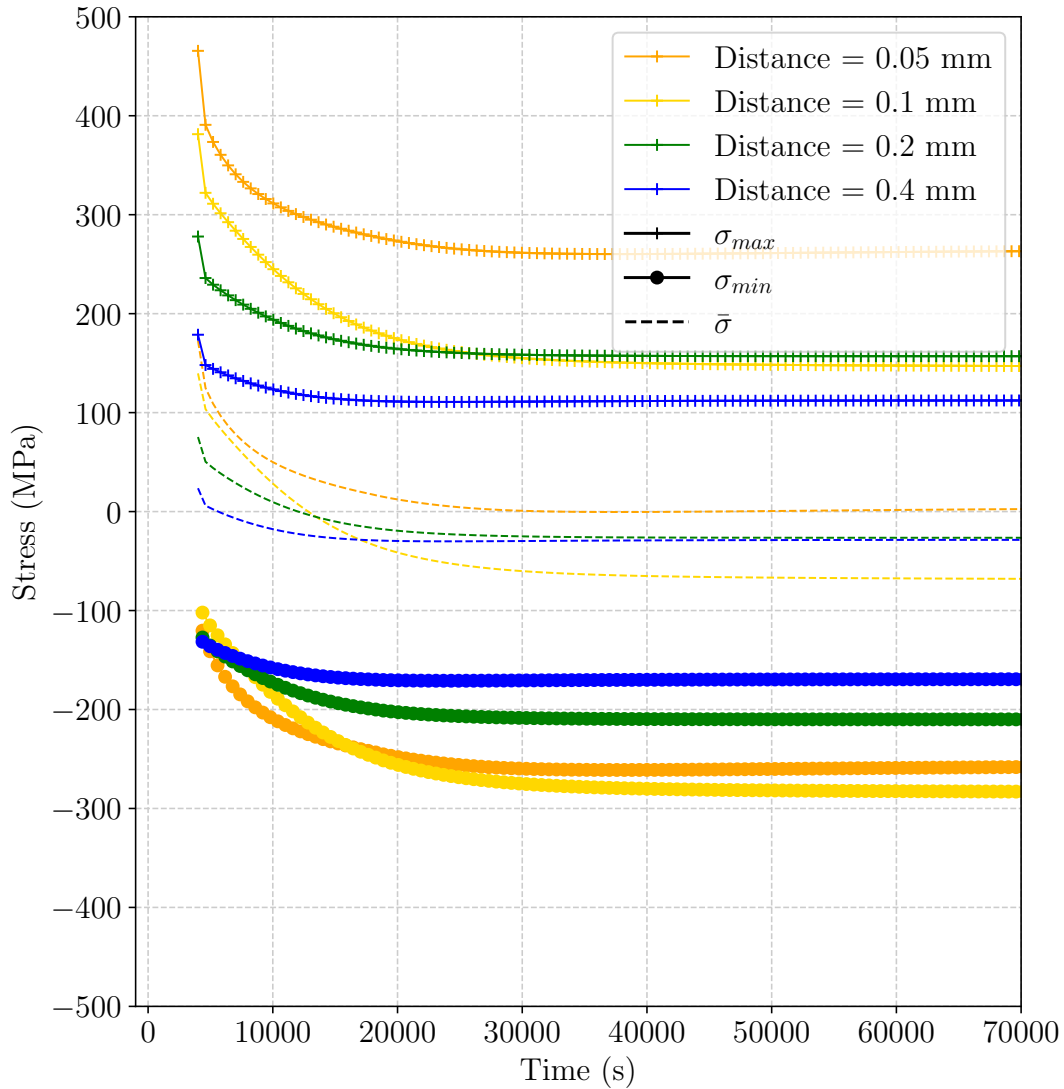


FIGURE 3.13 – Stabilisation de la contrainte axiale au cours du temps dans le Shaped Hole.

2.2 Utilisation des maillages de tomographie

Les sections précédentes détaillent la mise en place de la stratégie de calcul menés sur des géométries CAO. D'un point de vue numérique, cela signifie que les maillages sont générés à partir d'un objet défini mathématiquement. Dans ce cas, la création du maillage peut se baser sur un échantillonnage bien défini et des règles topologiques efficaces pour une bonne qualité d'éléments. Cela permet également d'obtenir des surfaces rigoureusement planes où les conditions aux limites peuvent être facilement déterminées. Toutefois, les maillages issus de tomographie ne garantissent pas une aussi bonne définition des objets qu'ils décrivent. Rappelons que le maillage provient d'une labélisation d'une matrice tridimensionnelle et constitue une forme discrète plus grossière de l'objet qu'une CAO. Ainsi, les surfaces ne sont que très rarement planes et les éléments ne sont pas toujours bien orientés. La mise en données du calcul (définition des ensembles géométriques pour définir le problème) est donc difficilement automatisable, demandant souvent des rectifications manuelles. En effet, à ces niveaux de chargement, une légère torsion / flexion pourrait induire une surcontrainte importante et impacter le calcul de la durée de vie. Cet effet en marche d'escaliers lié au recalage spatial des volumes de tomographie (nécessaire à la segmentation automatique), reste difficile à lisser. Afin de pallier à ces problèmes et automatiser au mieux les calculs, différentes solutions sont proposées. En premier lieu, la planéité des surfaces est améliorée en faisant un recalage plus fin de la géométrie lors de la génération du maillage. On utilise la géométrie CAO afin d'obtenir des coupes les plus planes possibles. De plus, une technique couramment utilisée est d'appliquer un comportement élastique très souple ($E = 1\text{GPa}$, $\nu=0.5$) afin de créer une couche absorbant les réactions trop importantes dues aux conditions aux limites. En effet, des éléments mal orientés peuvent induire un effort tranchant important par rapport à un élément normalement plat. Cela évite une divergence du calcul par un artifice de maillage. Ce point est abordé en section 5.4.2.

Le modèle thermique établi en section 3.2.1.1 est pris comme champ de référence puis projeté sur les maillages de tomographie. Le transfert de champ consiste en une interpolation spatiale d'un champ entre deux géométries. Le mot clef `****transfer_field` a été utilisé avec le code Zset pour réaliser cette opération. On peut observer le champ projeté en Fig. 3.14 sur un maillage issu d'une image de tomographie et l'effet local du refroidissement en Fig. 3.15. Bien que l'interpolation linéaire puisse être une source d'erreur, il s'agit d'une méthode bien plus rapide que de refaire la mise en données pour résoudre le champ thermique sur chacune des géométries.

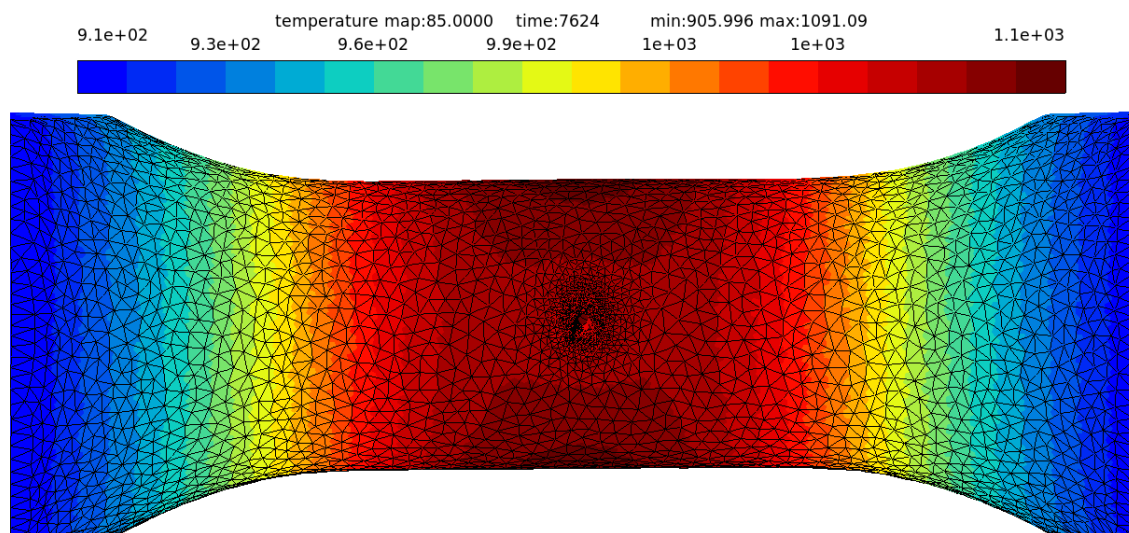


FIGURE 3.14 – Transfert du champ thermique de la géométrie CAO vers la géométrie réelle.

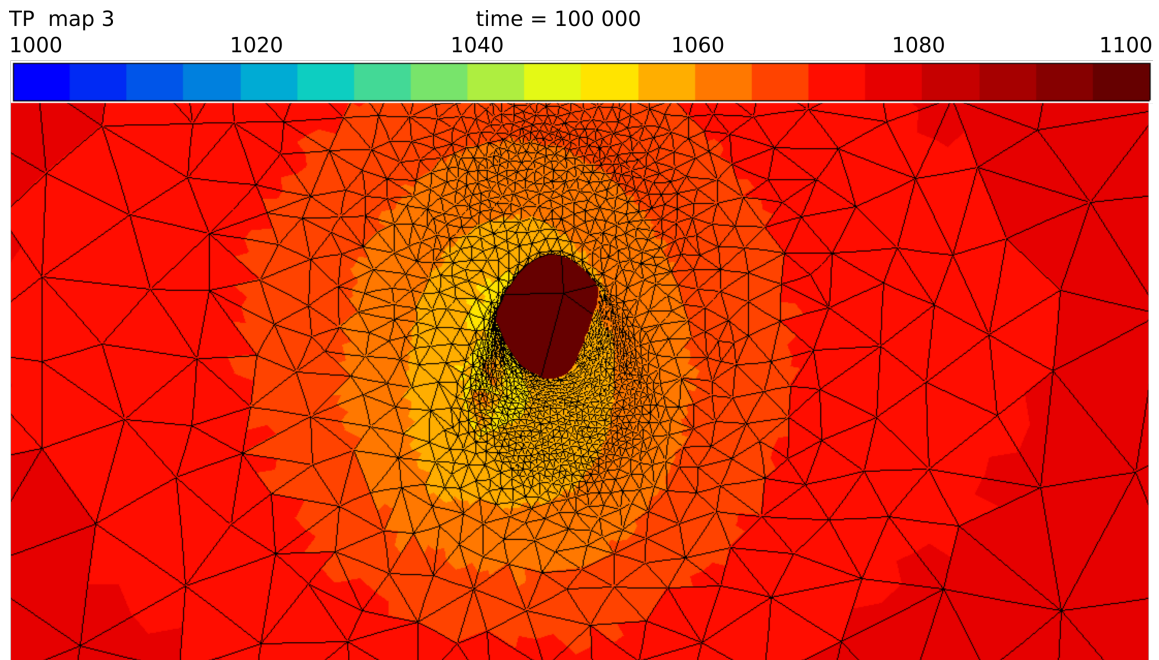


FIGURE 3.15 – Effet du refroidissement du perçage.

Afin que toutes les géométries puissent être maillées, la taille d'éléments de paroi a été choisie à la moitié de l'épaisseur de paroi la plus faible. Cette condition nécessaire induit des tailles de maillage importantes, pouvant atteindre le million de DOF par géométrie réelle.

2.3 Comparaisons expérimentales

2.3.1 Précision du comportement

Le modèle d'endommagement utilisé étant découplé du calcul du comportement, il est nécessaire de valider à la fois la réponse mécanique et le calcul de l'endommagement. Pour cela, nous utilisons les mesures macroscopiques de l'extensomètre céramique placé lors des essais. Cet extensomètre permet de mesurer la déformation axiale ε_{33} en zone utile de l'éprouvette, sur une distance d'environ 10 mm. On peut alors utiliser la partition de la déformation totale en parties thermique et mécanique soit : $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{33}^t + \varepsilon_{33}^m$. Nous pouvons donc examiner la pertinence du modèle utilisé en comparant les déformations mécaniques mesurées et simulées. Plusieurs exemples sont présentés en Fig. 3.16. Pour des questions de lisibilité, l'ensemble des courbes n'est pas tracé et seul une dizaine de couples sont présentés.

Comme observé sur les mesures brutes en section 2.2.4.2, les réponses des éprouvettes sont très variables malgré le recalcul des charges appliquées pour être en iso-contrainte moyenne. En effet, on peut observer un rapport 9 dans l'étendue des déformations observées. Toutefois, le modèle de comportement utilisé est capable de rendre compte de ces variabilités, surtout pour les faibles amplitudes de déformation. Cependant, comme le cas de la courbe jaune, une forte non-linéarité est observée dès le début de l'essai. Il peut s'agir d'un effet très rapide de fluage, d'un effet de structure ou d'une instabilité de la thermique. Cependant, le modèle de comportement ne prend pas en compte la non-linéarité initiale mais rattrape la déformation linéaire asymptotique. Puisque le modèle d'endommagement ne considère pas explicitement en compte le trajet de chargement, les écarts initiaux peuvent donc être négligés en première approche.

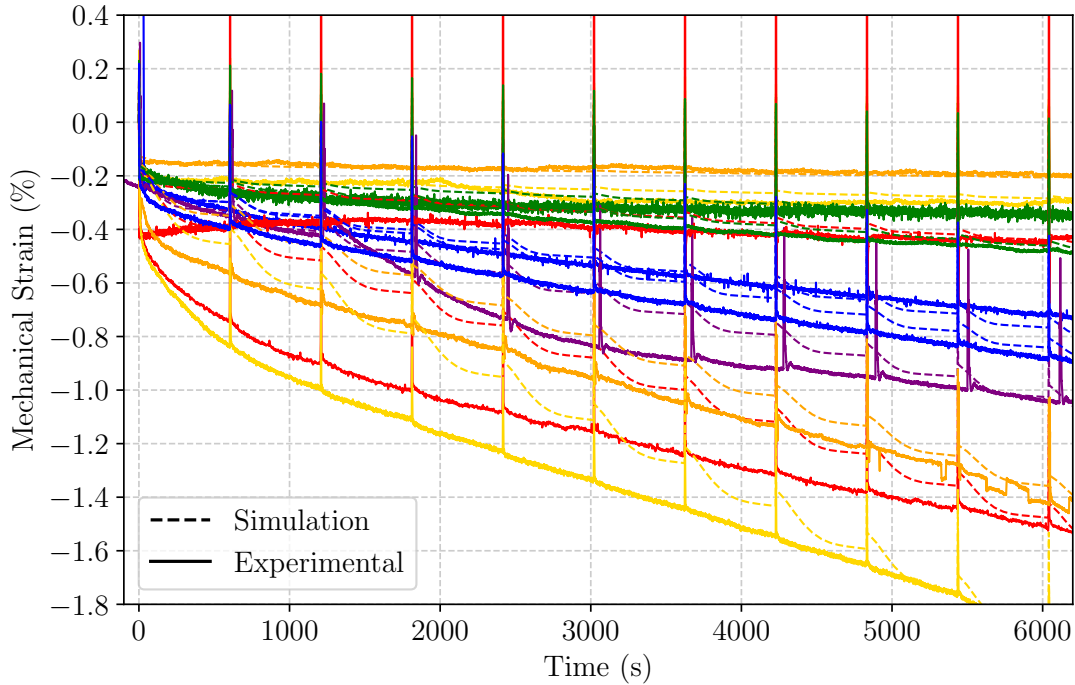


FIGURE 3.16 – Comparaisons des mesures expérimentales et simulations pour la déformation axiale ε_{33} .

2.3.2 Lien avec la microstructure

Afin d'examiner plus en détails les résultats de la simulation, des échantillons ont été prélevés sur une éprouvette post-essai et examinés en métallographie. La Figure 3.17 expose la définition des échantillons sur le modèle 3D de l'éprouvette ainsi que les échantillons réels après prélèvement. Les prélèvements ont été réalisés à l'atelier JPE par électro-érosion. Une fois découpés, les échantillons sont préparés pour une observation au Microscope Électronique à Balayage (MEB) : enrobage à chaud par poudre carbone, polissage (du papier abrasif jusqu'au polissage vibrant diamanté) et métallisation (ajout d'un agent conducteur pour éviter la stagnation électronique). Nous allons examiner les différents échantillons et comparer les observations avec les simulations.

L'observation de l'échantillon n°1 est proposée en Fig. 3.18 à gauche. On peut voir que la microstructure est toujours composée des précipités γ' (en gris) et de la matrice *gamma* (en blanc). On peut donc conclure que les 20 heures d'essais n'ont pas influé significativement sur la microstructure puisqu'elle correspond globalement à l'état pré-essai. Cette observation semble corrélérer avec la modélisation : le couple température/contrainte n'est pas suffisamment élevé pour activer la mise en radeaux. C'est ce que montre l'évolution de la plasticité, où les valeurs demeurent très faibles de l'ordre de 10^{-4} .

On peut s'intéresser ici à l'échantillon n°2, au niveau de la zone utile où l'épaisseur de la section devient constante. Contrairement à la zone précédente, la température ainsi que la contrainte sont plus importantes. On assiste à l'initiation des radeaux après coalescence des cubes initiaux à la transformation morphologique pour devenir des aiguilles. Ceci témoigne d'une déformation plastique à HT plus intense que pour l'échantillon n°1 et est symptomatique des superalliages monogranulaires à base Nickel sous sollicitations à haute température.

Enfin, si l'on examine l'échantillon n°3 prélevé à proximité du perçage, à l'image de la Fig. 3.20, l'activité plastique est beaucoup plus marquée. Alors que le niveau de contrainte augmente (d'autant plus vite que l'on se rapproche du trou, cf la Fig. 3.3, on observe que

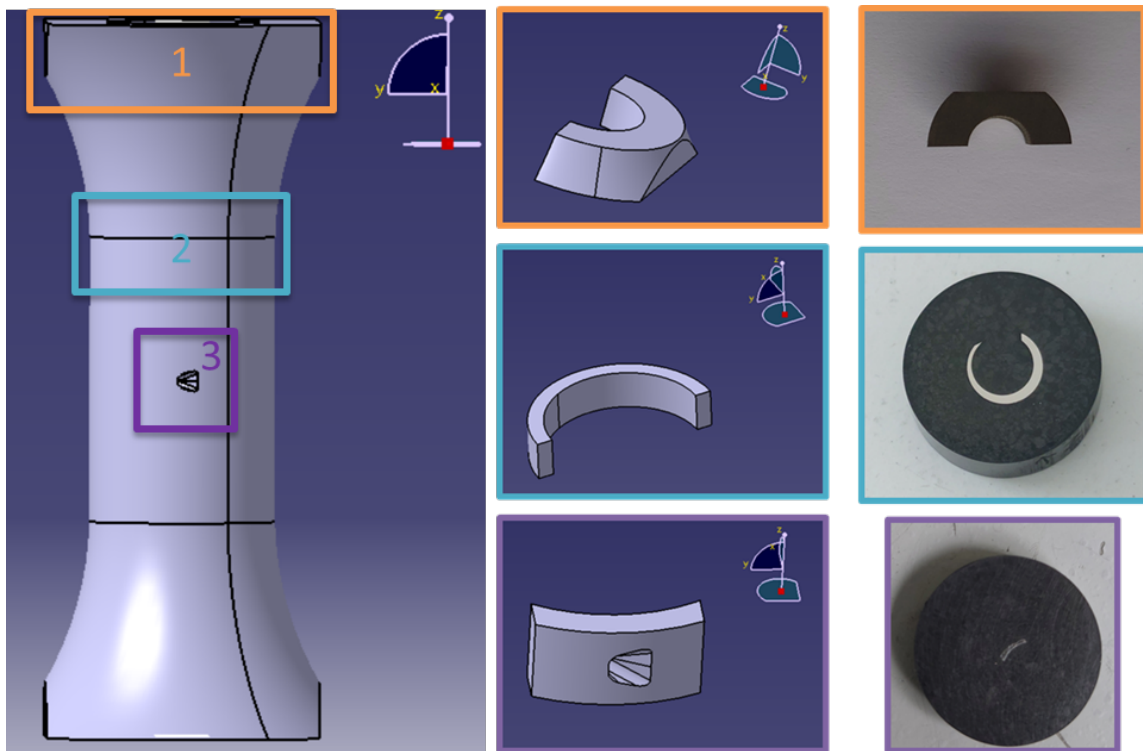


FIGURE 3.17 – Définition des échantillons pour l'analyse métallographique : la zone 1 est issue d'une des tête de l'éprouvette, la zone 2 en début de zone utile et la zone 3 correspond au perçage.

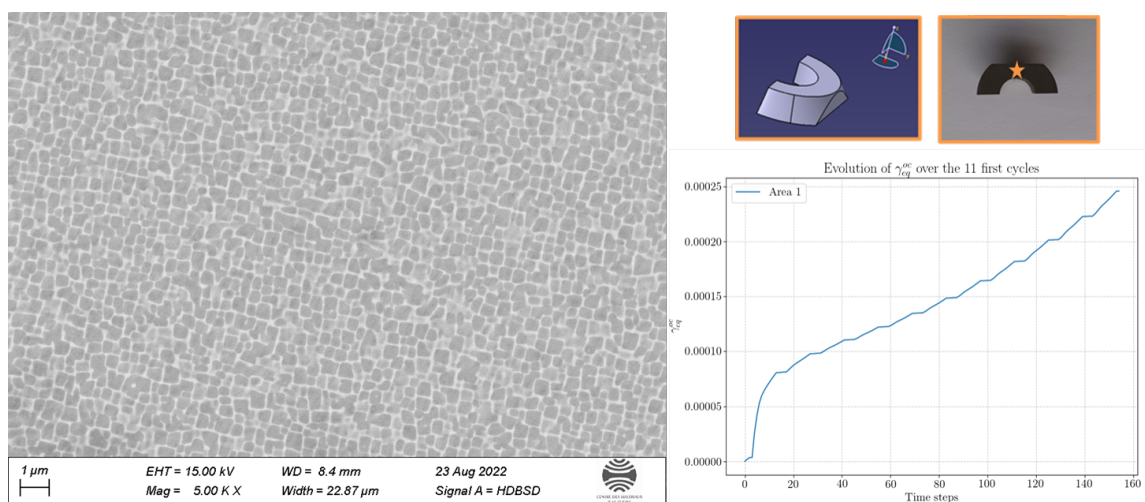


FIGURE 3.18 – Examen de l'échantillon n°1 : confirmation de l'hypothèse d'un régime élastique, $\sigma = 70\text{MPa}$, $T = 950\text{ }^{\circ}\text{C}$). L'axe de chargement est orthogonal à l'image.

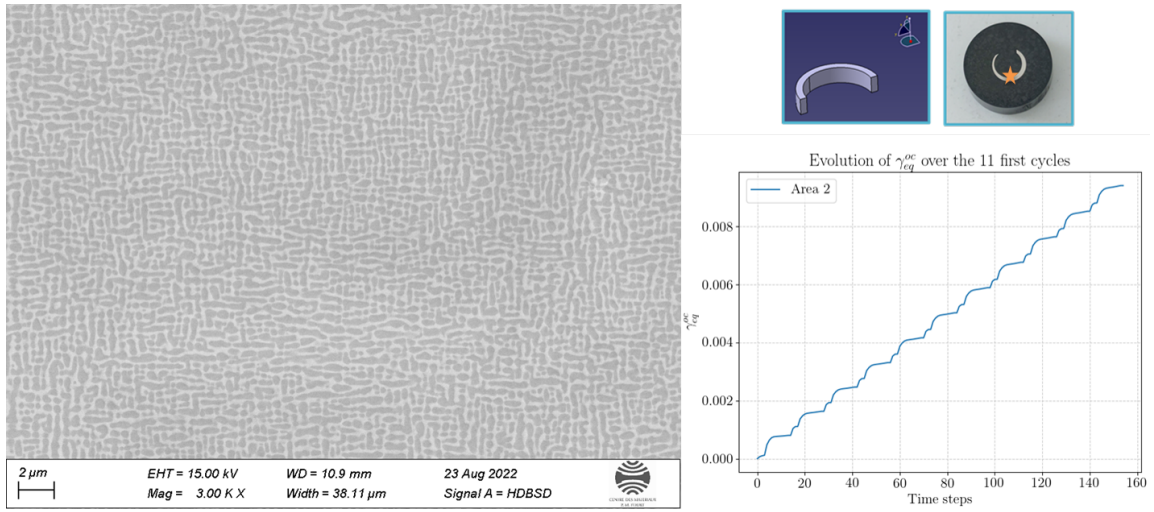


FIGURE 3.19 – Examen de l'échantillon n°2 : faible développement de plasticité, initiation de la mise en radeaux, $\sigma = 170\text{MPa}$, $T = 1050\text{ °C}$). L'axe de chargement est orthogonal à l'image.

les cuboïdes ont complètement disparu au profit des radeaux. Ce résultat s'accorde avec la simulation qui prédit une forte déformation plastique. Il y'a en effet plus d'un rapport 1000 avec la plasticité en têtes d'éprouvettes. Concernant l'orientation des radeaux, la zone est fortement sollicitée en compression selon l'axe orthogonal à l'image. On pourrait s'attendre à une orientation des radeaux selon l'axe de sollicitation, ce qui est difficile à voir ici. Il aurait fallu examiner l'orientation dans le plan orthogonal de l'échantillon pour voir l'orientation vis à vis de l'axe de compression. Un résultat remarquable est qu'une désorientation semble se former le long de l'axe 1. Les radeaux sont parallèles à cet axe à gauche de l'image mais tendent à tourner au fur et à mesure. Il est difficile de conclure sur la direction des radeaux bien qu'une rotation plastique du réseau cristallin pourrait en être la cause.

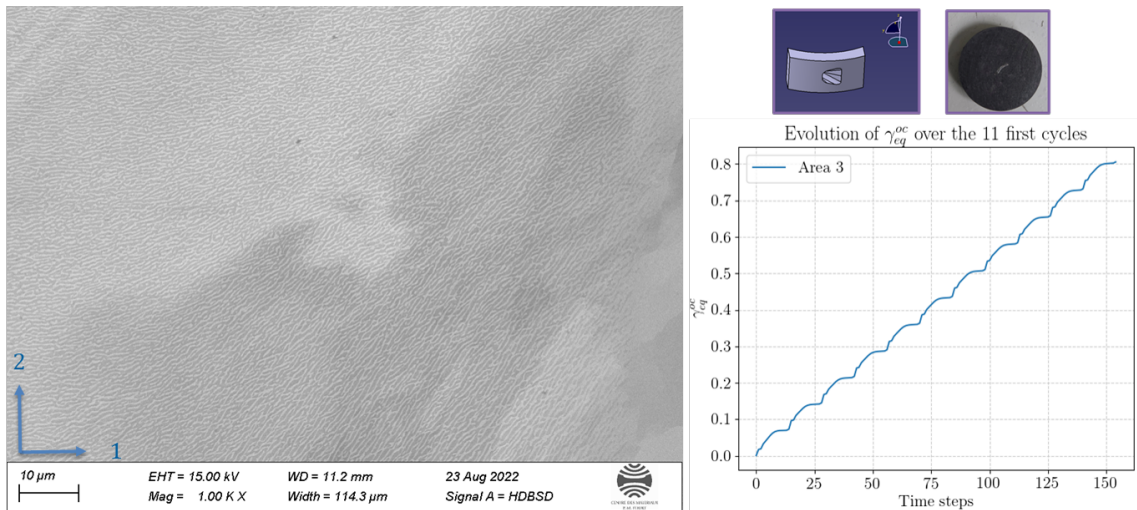


FIGURE 3.20 – Examen de l'échantillon n°3 : observation d'une plasticité importante, orientations complexes des radeaux, $\sigma = 550\text{MPa}$, $T = 1080\text{ °C}$). L'axe de chargement est orthogonal à l'image.

Ainsi, les différentes comparaisons sur le comportement présentées ci-dessus montrent que le modèle de Méric-Cailletaud saturé en \sinh utilisé ici permet de relativement bien décrire la réponse de l'éprouvette. Les écarts des modèles recalés pouvant être de l'ordre

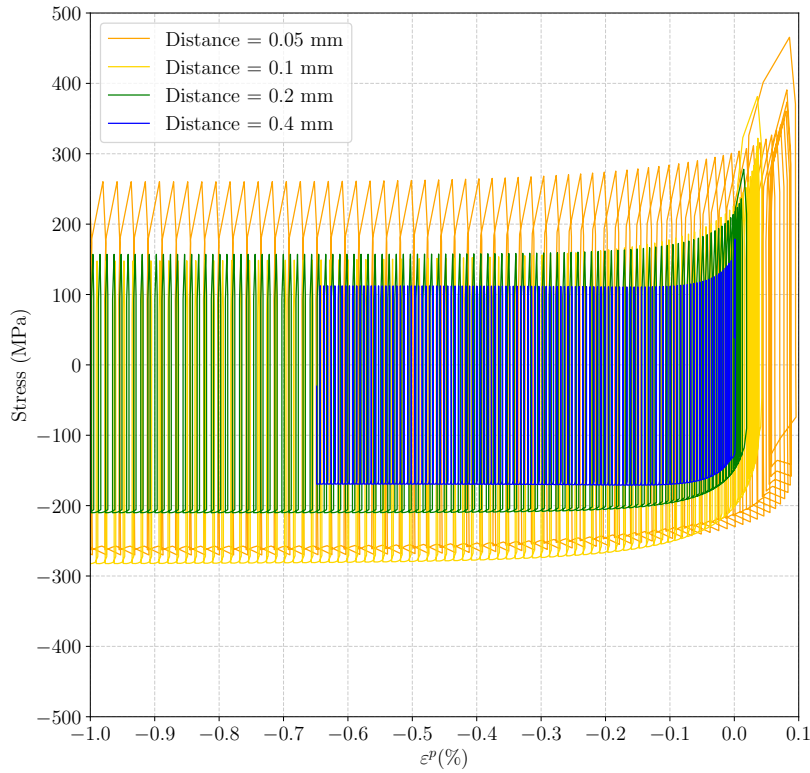


FIGURE 3.21 – Pseudo-stabilisation de la contrainte : effet de Rochet.

de quelques %. Une discussion sur ce point est présente en section 3.4 pour dégager les principales sources de dispersion.

3 Calcul de durée de vie

3.1 Stabilisation de la contrainte

Le modèle d'endommagement utilisé repose sur l'existence de la stabilisation de la contrainte. Le régime idéal serait une accommodation voir même une adaptation. Prenons l'exemple de la Figure 3.13 où l'on peut voir la stabilisation temporelle de la contrainte axiale σ_{33} au cours du temps à différents points du perçage. Cependant, c'est un effort qui est imposé à la structure, induisant un effet de Rochet. Par définition, la contrainte ne peut pas se stabiliser en tout point car le Rochet provoque une augmentation continue de la déformation plastique. On peut alors examiner les boucles $\sigma - \varepsilon^p$, cf la Fig. 3.21. Les boucles se décalent vers la gauche liée à l'incrément de déformation inélastique de compression. On peut considérer une pseudo-stabilisation lorsque l'incrément de Rochet entre deux cycles devient constant (cas d'incrément de Rochet borné).

Pour ne pas regarder manuellement la contrainte en chaque point de Gauss, la stabilisation a été étudiée en utilisant l'outil `***stop_fatigue` développé par [30]. Cette fonction implémentée dans *Zset* permet de déterminer l'état asymptotique d'un calcul cyclique et d'arrêter le calcul en conséquence. L'adaptation et l'accommodation sont détectées par convergence de la plasticité cumulée tandis que le Rochet est étudié par évolution de l'incrément de plasticité cyclique. En appliquant le critère à notre problème, une stabilisation à 34 cycles a été déterminée pour un incrément maximal de $\Delta\varepsilon^p = 10^{-3}\%$ et de 6 cycles pour $\Delta\varepsilon^p = 10^{-1}\%$. Pour la suite, l'hypothèse a été faite que le calcul serait arrêté à 5 cycles, afin de réduire les durées de calcul, 34 cycles représentant près de 30% du nombre total.

3.2 Effets du gradient thermique

La spécificité de l'essai développé est la présence d'un gradient thermique. Il induit un champ hétérogène de dilatation thermique, la déformation naturelle d'un matériau soumis à une température différente de son état de référence. Cette hétérogénéité induit un gradient de déplacement car les zones plus froides seront moins dilatées que les plus chaudes. Apparaissent donc un état de contraintes dites thermiques. La quasi-axisymétrie du problème induit, avec la courbure des parois, un problème de nature cylindrique. Pour mieux caractériser le champ de contrainte, un changement de repère est effectué d'une base cartésienne x, y, z vers la base cylindrique r, θ, z . L'opération de changement de base se fait, si les axes z coïncident, par : $\underline{\sigma}^{xyz} = R_z \underline{\sigma}^{r\theta z} R_z^{-1}$ avec R_z la matrice de rotation autour de l'axe z d'angle 90° .

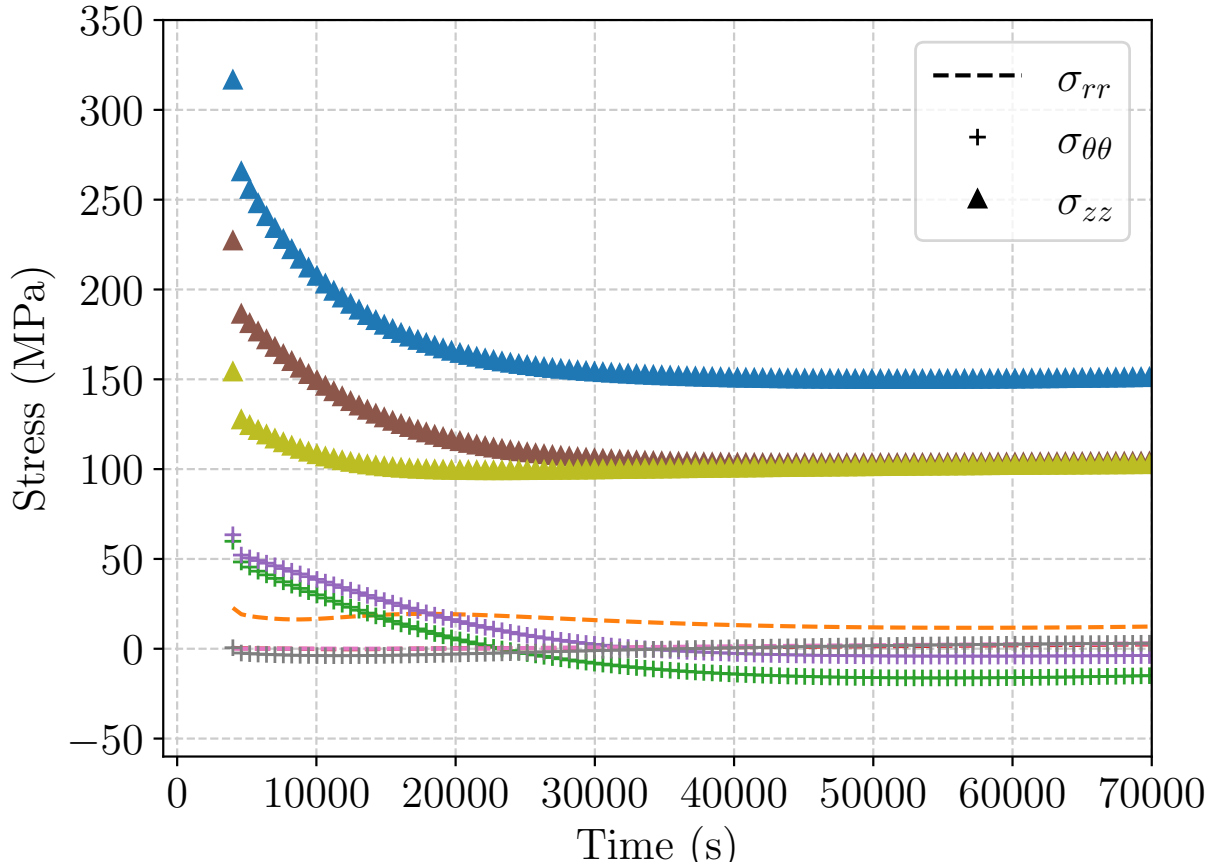


FIGURE 3.22 – Évolution des contraintes cylindriques selon la distance à la concentration de contrainte : 0.05, 0.1 et 0.2 mm.

Nous pouvons examiner l'activité du perçage en différents points dans le repère cylindrique grâce à la Fig. 3.22. Dans cette base, le gradient thermique provoque un champ de dilatation selon la direction radiale r . On s'attendrait donc à obtenir un gradient de contrainte dans ce sens. Toutefois, les travaux analytiques en thermo-élasticité de Timoshenko montrent que la contrainte radiale d'un tube soumis à un gradient thermique de même direction est nulle [160]. Cette propriété a été étendue par Degeilh dans le cadre d'un matériau anisotrope avec écrouissages tels qu'un superalliage à base nickel. De même, il montre que seules les contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} sont non-nulles. La symétrie est telle que $\sigma_{zz} = \sigma_{33}$, nous nous concentrerons donc sur l'étude de $\sigma_{\theta\theta}$. La Figure 3.23 montre le champ $\sigma_{\theta\theta}$ au niveau du perçage lors de la dilatation libre (sans charge mécanique, à gauche), lors de la première traction (à droite) et au cours du palier de compression (en bas). L'adoucissement illustré précédemment est bien observé sur les cartographies et l'on se rend compte de la localisation de la contrainte avec le K_t près de la surface des parois du trou.

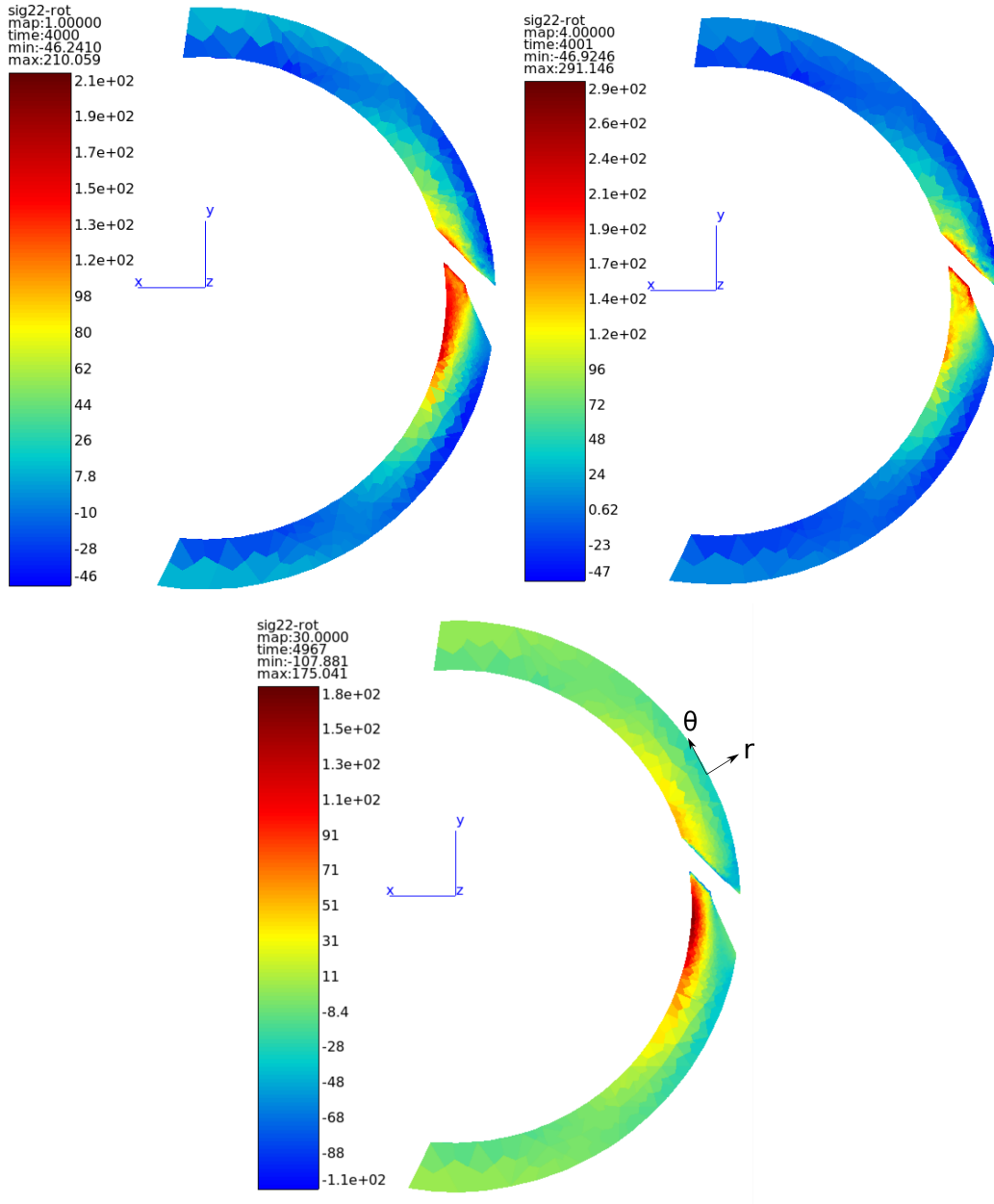


FIGURE 3.23 – Contrainte orthoradiale $\sigma_{\theta\theta}$ dans le plan médian du perçage. Le repère mobile cylindrique (r, θ) est défini sur la figure du bas.

Dans cette position, les contraintes orthoradiales se trouvent être orthogonales au chargement et donc, dans le sens de la propagation des fissures. La contrainte orthoradiale est ainsi motrice de l'endommagement au cours des premiers cycles près du perçage. Nous pouvons observer l'effet d'adoucissement de cette contrainte au cours du temps et son évolution radiale sur la Fig. 3.24.a). La contrainte est choisie lors de la phase de traction car cet instant maximise le champ de contrainte à chaque cycle. L'éloignement de la paroi tend, d'une part à diminuer l'effet du trou mais également à diminuer l'effet du gradient thermique. La contrainte diminue au cours du temps jusqu'à devenir quasiment nulle. Cet effet provient de l'adoucissement plastique et induit un rapprochement progressif vers un état uniaxial, selon σ_{zz} . Ce résultat est également observé pour des tubes soumis à un gradient thermique radial peu importe la valeur du gradient, cf la Fig. 3.24.b).

Nous pouvons observer l'allure du champ de contrainte axiale pour une simulation réalisée sur un jumeau numérique en Fig. 3.25. On voit que les contraintes se localisent le long de la paroi du trou où les fissures sont observées expérimentalement. L'effet de gradient est correctement représenté : la contrainte décroît d'environ 200 MPa/0.1 mm, induisant une maximisation importante au niveau des parois du trou ainsi qu'un fort adoucissement vers la paroi extérieure.

Les effets du gradient thermiques sont complexes. D'une part, l'effet de gradient longitudinale (selon z) provoque un état de traction quasi-uniaxial après relaxation de la contrainte orthoradiale. Les phases de traction provoquent donc des sur-contraintes qui tendent à augmenter le K_t avec la présence de la contrainte zz thermique. D'autre part, la contrainte orthoradiale favorise une traction transverse, dans le sens de l'ouverture des fissures au cours des premiers cycles. Toutefois, un fort effet d'adoucissement est observé, lié au développement d'une forte plasticité instaurant également un régime de Rochet stable. Les conclusions restent partielles car les essais à haute température induisent très rapidement des micro-fissures (longueur $\approx 100 \mu\text{m}$) qui modifient les champs de contraintes locaux (pointes de fissures).

3.3 Le modèle Fat-Flu numérique

3.3.1 Méthode de comptage de cycles rainflow

Dans le cadre du dimensionnement de moteurs pour l'aviation, il est très difficile de déterminer les conditions réelles de fonctionnement. Des cycles fictifs sont élaborés pour représenter les niveaux de contraintes subis par les pièces. Au cours d'un cycle de vol, des régimes de sollicitations complexes se mêlent entre transitoires extrêmes et le long palier du courrier. Lorsqu'un tel cycle est utilisé, comment définir les ingrédients des modèles d'endommagement de fatigue tels que $\Delta\sigma$ ou $\bar{\sigma}$? Une méthode ingénieuse a été développée par Edo et Matsuishi en 1968 [161] pour pallier à ce problème. Il s'agit de considérer tout cycle complexe comme une composition de cycles élémentaires fictifs capable de représenter le trajet de chargement dans l'espace des contraintes. L'origine du nom "Rainflow" proviendrait de l'écoulement de l'eau sur les différents étages de la toiture d'une pagode [162]. Désormais, une autre illustration est proposée dans la littérature : en imaginant qu'un arrosoir inonderait le cycle par le haut. Chaque cavité remplie définit alors un cycle élémentaire. Le compte s'arrête lorsque la surface (ou volume), formée à l'aide de l'intensité maximale du cycle vis à vis du minimale, est remplie. Ainsi, ces composantes élémentaires permettent de calculer simplement les grandeurs de fatigue et sont supposées représenter un endommagement équivalent au cycle complexe. Cette méthode est largement utilisée en ingénierie mécanique pour des applications vibratoires, thermomécaniques ou pour les chargements à haute fréquence subie par les semi-conducteurs [163–165].

D'un point de vue mathématique, la méthode rainflow s'intéresse au trajet de chargement dans l'espace de dimension 6 formé par les composantes du tenseur des contraintes. Cet espace a pour norme la contrainte équivalente isotrope J_2 et est muni du produit doublement contracté comme produit scalaire. Le but de la méthode est de calculer les

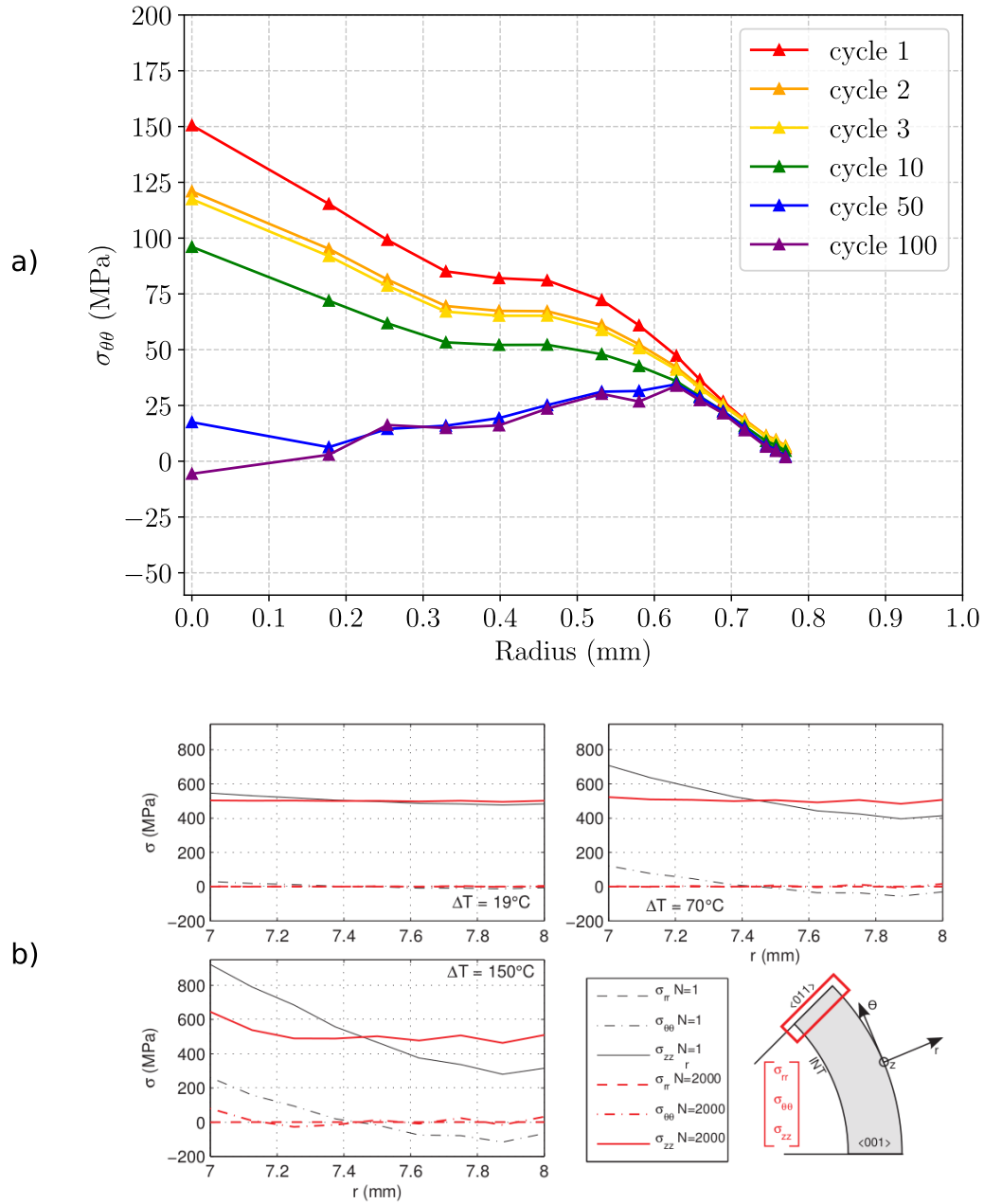


FIGURE 3.24 – a) Évolution de la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ selon la direction radiale au sein du perçage en fonction du cycle atteint et b) comparaison avec les résultats de Degéilh sur tube lisse pour différentes amplitudes de gradients thermiques de paroi : $\Delta T = 19^\circ\text{C}$, 70°C et 150°C [33].

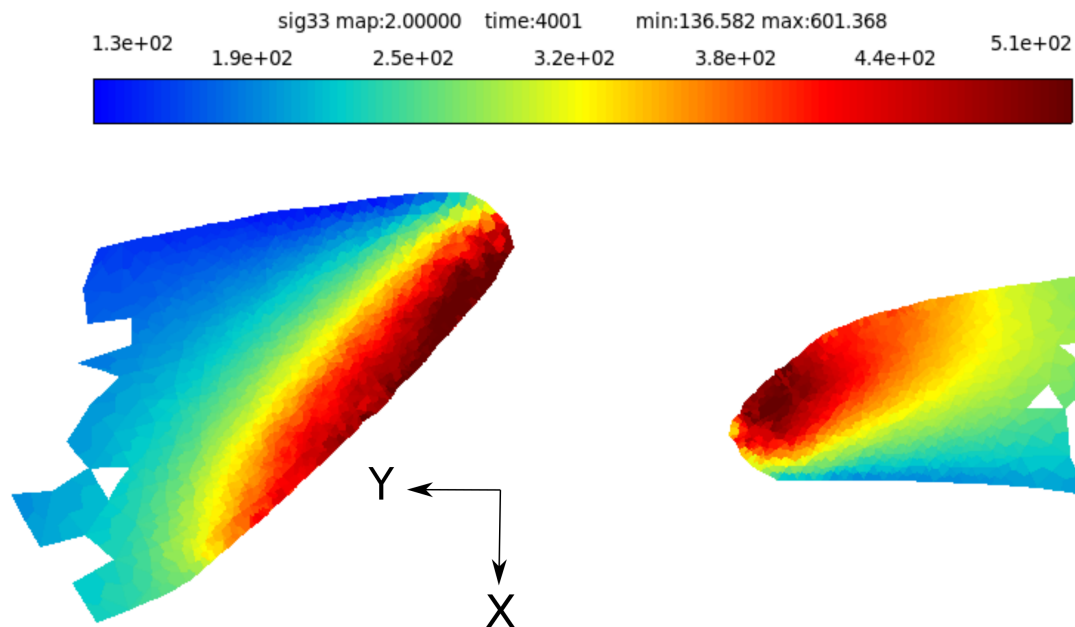


FIGURE 3.25 – Contrainte axiale σ_{zz} dans le plan médian du perçage : examen de la simulation 168211-1.

centres et rayons des hypersphères formées par chaque segment des cycles élémentaires. Ces derniers sont calculés respectivement à l'aide de la valeur moyenne et de l'amplitude de contraintes vu par le cycle. Toutefois, le but de cette méthode est d'associer le trajet de chargement optimal vis à vis de l'endommagement : les cycles élémentaires ayant tendance à générer des valeurs moyennes plus faibles. Pour cela, la maximisation est assurée par une propriété d'élimination pour éviter la redondance du chargement et ajouter trop d'endommagement. Cette propriété est calculée par comparaison des rayons à l'aide de la norme et du déplacement des centres via le produit scalaire. On ne gardera que les hypersphères garantissant un recouvrement maximal au sens de la surface des sphères.

3.3.2 Les différentes implémentations dans *Zset*

Nous préciserons ici les subtilités de l'implémentation du modèle Fat-Flu dans le code *Zset*. Le modèle a été conçu afin d'unifier les pratiques de prédiction de la durée de vie des structures chaudes entre les bureaux d'études. Cependant, certaines spécificités des différentes applications nécessitent des particularisation du calcul de l'endommagement. En particulier, les effets anisothermes (variations de température) peuvent être pris en compte par l'introduction d'une normalisation des contraintes. Un coefficient de contrainte de température équivalente $S(T^*)$ peut-être utilisée dans ce cas, afin de normaliser les contraintes par la contrainte ultime $\sigma_u(T^*)$. La température équivalente T^* est calculée avec un algorithme de Taira [166], afin de fournir un endommagement isotherme équivalent à celui généré par l'effet anisotherme.

Une autre problématique provient de l'hypothèse d'endommagement découplé, certains cas nécessitent de connaître au moins en partie l'histoire du chargement. Il s'agit d'une conséquence apportée par la non-linéarité du problème : il existe une infinité de chemin possibles entre les états initial et final. Parmi eux, certains induisent un trajet de plasticité et un endommagement plus importants. Ainsi, il peut-être intéressant de faire un cumul non-linéaire par morceaux avec une méthode dite de "saut de cycles". Cette technique est issue des travaux de [167–169] est désormais répandue dans les techniques de calculs [170]. Dans ce cas, on saute un nombre n de cycles en supposant une évolution linéaire du dommage de fatigue, celui de fluage pouvant être calculé explicitement en fonction du temps. Plusieurs options sont également disponibles afin d'évaluer l'évolution de la

contrainte moyenne en prenant en compte l'évolution de la contrainte hydrostatique. Cela permet d'ajouter les effets du rapport de charge appliqué ainsi que la complexification des chargements (type mission par exemple où il y'a de nombreux états transitoires rapides).

Enfin, l'utilisateur peut choisir la méthode de cumul utilisé pour les interactions fatigue-fluage au sein du modèle. Dans le cadre des sollicitations avec temps de maintien, il peut-être intéressant de catégoriser le régime d'endommagement afin de réduire les temps de calcul. On peut alors calculer le ratio R_D égal au rapport D_F/D_c et dans le cas de valeurs extrêmes, adapter le modèle d'endommagement.

3.3.3 Algorithme utilisé

On présente dans cette section l'algorithme utilisé pour le calcul de durée de vie à l'issue des simulations de comportement. Les notations utilisées correspondent à celles définies précédemment. La mise en données dans un fichier de calcul *.inp* se fait comme présenté en Fig. 3.26. Nous utilisons les différentes options proposées par l'implémentation du modèle les plus adaptées pour notre cas d'étude. Nous prenons un processus rainflow afin d'extraire les potentiels sous-cycles au sein de la structure. Le cumul utilisé est le modèle non-linéaire présenté en 1.2 avec le coefficient α estimant l'état de contrainte vis à vis de la limite de fatigue. Comme étudié dans la thèse de Kaminski, [32], il est important de traduire l'impact non-local de l'endommagement ayant comme sources la non homogénéité du matériau (présence de défauts métallurgiques), le multi-amorçage de micro-fissures et leurs interactions ainsi que la dissipation d'énergie sur un volume fini. Une méthode classique et relativement efficace est de calculer une moyenne volumique, classée dans les méthodes dites de "couche limite". On cherche dans ce cas une longueur caractéristique, propre au matériau et aux sollicitations envisagées, également capable de dissocier l'effet d'échelle de l'effet de gradient. Pour un trou de 0.4 mm, une longueur de 0.096 mm a été identifiée sur l'AM1. Dans notre cas, la longueur a été fixée à **0.1 mm**. Il est à noter que cette longueur caractéristique doit être identifiée par comparaison du gradient de l'endommagement de fatigue en regard de la distance au trou pour différentes tailles de trous. Pour ce travail, la valeur a été prise par une simple calibration et n'a pas été rigoureusement identifiée.

```

***post_processing           % keyword for postprocessing algorithm
**local_post_processing     % keyword to express a "time dependent" algorithm
**file integ               % keyword to use integration points variable
**elset hole elset         % keyword to restrict computations to a specific mesh part
**material file ./Damage_file.mat % material file containing coefficient values
**output_number 71-85      % application to the 5th cycle with according computation maps and writing on 71th map
**process rainflow         % keyword to use Rainflow procedure to assess Fat Flu model using Rainflow counting
  *mode NLC ONERA          % keyword to use Non Linear Cumulative procedure ONERA based
  *fatigue fatigue_rainflow 4 % keyword to specify the using of rainflow for fatigue assessment
  *creep creep 4           % keyword to specify the using of 3D creep model
**process range            %
  *var sig                 % use of sigma tensor
***global_post_processing  % keyword to express a "space dependent" algorithm
**elset hole elset        %
**output_number 71        % provide the number of the map to apply new algorithm
**process average_around  % keyword to compute a volumic average of a field
  *length 0.1             % give the diameter for the volumic average
  *list_var NR_NLC_ONERA   % give the field for averaging
***return                 % end of procedure

```

FIGURE 3.26 – Présentation de la mise en données du modèle FatFlu utilisé avec le code Zset.

Ainsi, le modèle d'endommagement est calculé en post-processing de la simulation de comportement. La seule donnée d'entrée nécessaire est le tenseur des contraintes sur le cycle stabilisé et le fichier matériau avec les coefficients identifiés aux températures adéquates. La méthode Fat-Flu réalisée est présentée avec le pseudo-algorithme 1. Les résultats étaient trop éloignés des mesures de l'essai. Les durées de vie simulées sont près d'un ordre de grandeur au-dessus des mesures. Bien qu'une tendance intéressante se soit dégagée en fonction de la géométrie, le modèle n'est ni prédictif, ni conservatif. La question de la

validité du modèle s'est donc posée : le modèle FatFlu est-il adapté pour la sollicitation appliquée ?

Les aubes de turbine haute pression sont soumises à des chargements inertiels centrifuge, imposant un état de traction à la structure. Le modèle utilisé est donc adapté pour ces sollicitations, notamment pour la composante de fluage. Bien que les coefficients ont été identifiés au cours d'essais en traction, il est nécessaire de prendre en compte la dissymétrie traction/compression de l'endommagement. Celle-ci a été prise en compte en modifiant le terme β comme pris égal à 0 dans l'Équation (2.2). Dans ce cas, l'impact de l'identification de traction est réduit et permet de prendre en compte l'effet de compression dans l'endommagement. La composante de fluage a donc un effet plus important afin de mieux représenter l'endommagement. Les résultats du modèle modifié sont présentés dans la section suivante.

Algorithm 2 Pseudo algorithme du calcul du cycle à rupture N_r en fonction du tenseur de contrainte d'entrée $\underline{\sigma}$.

Require : Tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$

Ensure : Nombre de cycles à rupture N_r

Initialisation : $N = 0$, $D_c = 0$, $D_F = 0$, $D = 0$

$N+ = 1$

RC = Rainflow($\underline{\sigma}$)

while $D < 1$ **do**

$(1 - D_N^c)^{k+1} = (1 - D_N)^{(k+1)} - \Delta D_c$

$D_c \mapsto D$

Assess $D < 1$

for $i = 1$ **to** RC **do**

$(1 - (1 - D_N^{F_i})^{\beta+1}) = (1 - (1 - D_N^c)^{\beta+1}) + (1 - \alpha)(\beta + 1) \frac{S_H}{M(S_H)}^\beta$

$D_{F_i} \mapsto D$

Assess $D < 1$

end for

end while

$N_r = N$

3.4 Confrontation aux DDV expérimentales

Cette section se propose de présenter les résultats du modèle d'endommagement et de les comparer aux mesures expérimentales. Le post-processing est appliqué à une zone centrée autour du trou et non au maillage complet. La durée de vie est par nature un champ à fort gradient pouvant varier de 10 ordres de grandeurs sur quelques centaines de micron. La Figure 3.27 présente le champ de durée de vie issue de la simulation du jumeau numérique de l'éprouvette de référence **168211-1**. L'endommagement est localisé sur deux zones du perçage, correspondant également à la localisation de plasticité et la contrainte axiale maximale. La simulation reproduit bien la sensibilité critique de la paroi du trou, où les fissures s'amorcent préférentiellement. De plus, les deux cotés du perçage présentent bien une asymétrie d'endommagement. La surface supérieure (selon y) semble s'endommager de façon diffuse, sur une bande d'environ 100 μm de largeur. En revanche, l'endommagement sur l'autre paroi est plus localisé, provoqué par la géométrie réelle du perçage. L'application de la moyenne volumique permet de prendre en compte les effets précisés au paragraphe 3.3.3 et recentre les résultats sur les zones critiques, comme illustré sur la Fig. 3.28.

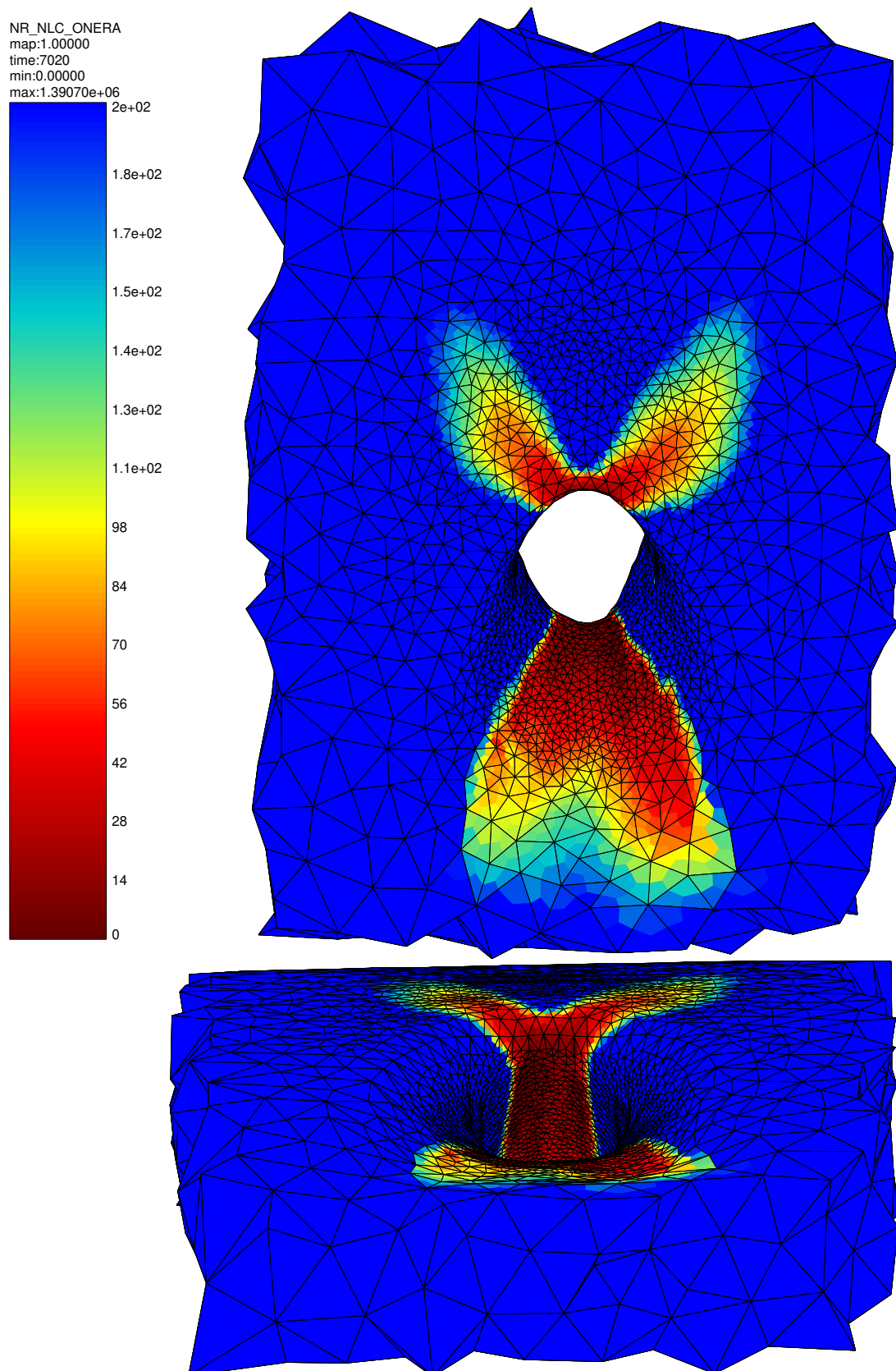


FIGURE 3.27 – Prédiction du cycle à rupture associé à l'endommagement couplé N_R simulé avant moyenne volumique.

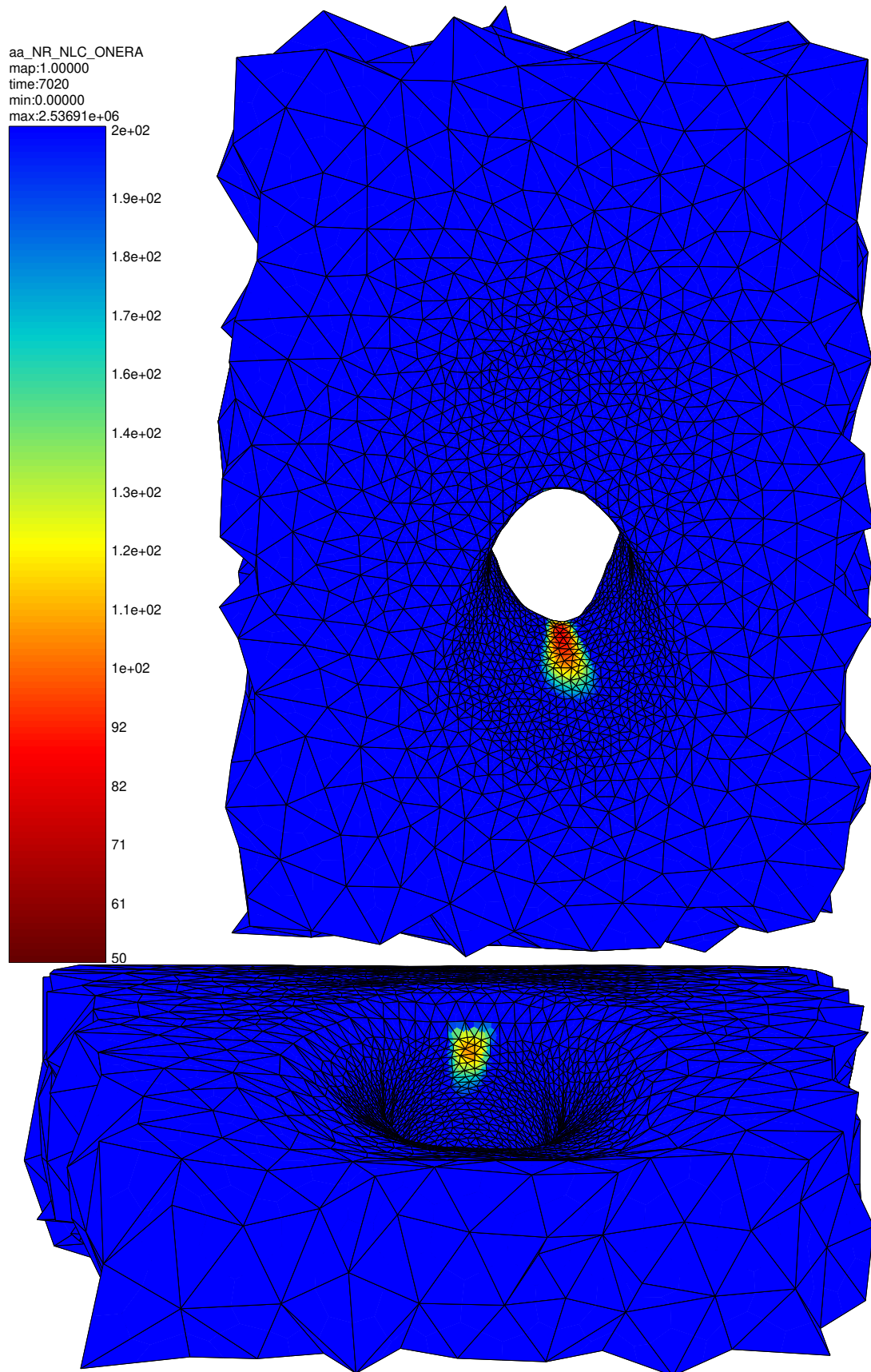


FIGURE 3.28 – Prédiction du cycle à rupture associé à l'endommagement couplé N_R simulé après moyenne volumique.

Afin de vérifier la localisation de l'endommagement, l'échantillon 3 présenté en section 3.2.3.2 a été observé en tomographie à haute résolution. Pour ce faire, le tomographe du laboratoire Navier de l'École des Ponts et Chaussées a été utilisé, avec la très aimable collaboration de M. Patrick Aïmedieu. Une radiographie après reconstruction issue du plan $(Y,Z) = (2,3)$ (dans l'épaisseur) est illustrée en Fig. 3.29. Le chargement est selon l'axe 3. Le trou circulaire montre qu'il s'agit d'une position dans la partie tubulaire du perçage (vers l'intérieur) et son ovalisation selon l'axe Z témoigne de l'effet de la compression. On y observe les deux régimes de fissuration. Ici, les fissures ne se propagent pas par bifurcation cristallographique, comme le montre Flouriot, mais ressemble plus aux fissures observées par Chaboche en Fig. 2.6. Il s'agit de fissures correspondant aux effets de fatigue et de fluage, fortement accentués par la présence de l'oxydation. Cette dernière peut-être directement observée sur la radiographie de part et d'autres du trou et à l'intérieur des fissures. En effet, la zone oxydée formée au cours de l'essai permettent de maintenir les fissures ouvertes, facilitant l'observation aux rayons X. Il n'est pas nécessaire de les ouvrir et donc, de développer un outillage spécial, l'échantillon ayant une taille d'environ 500 μm en largeur.

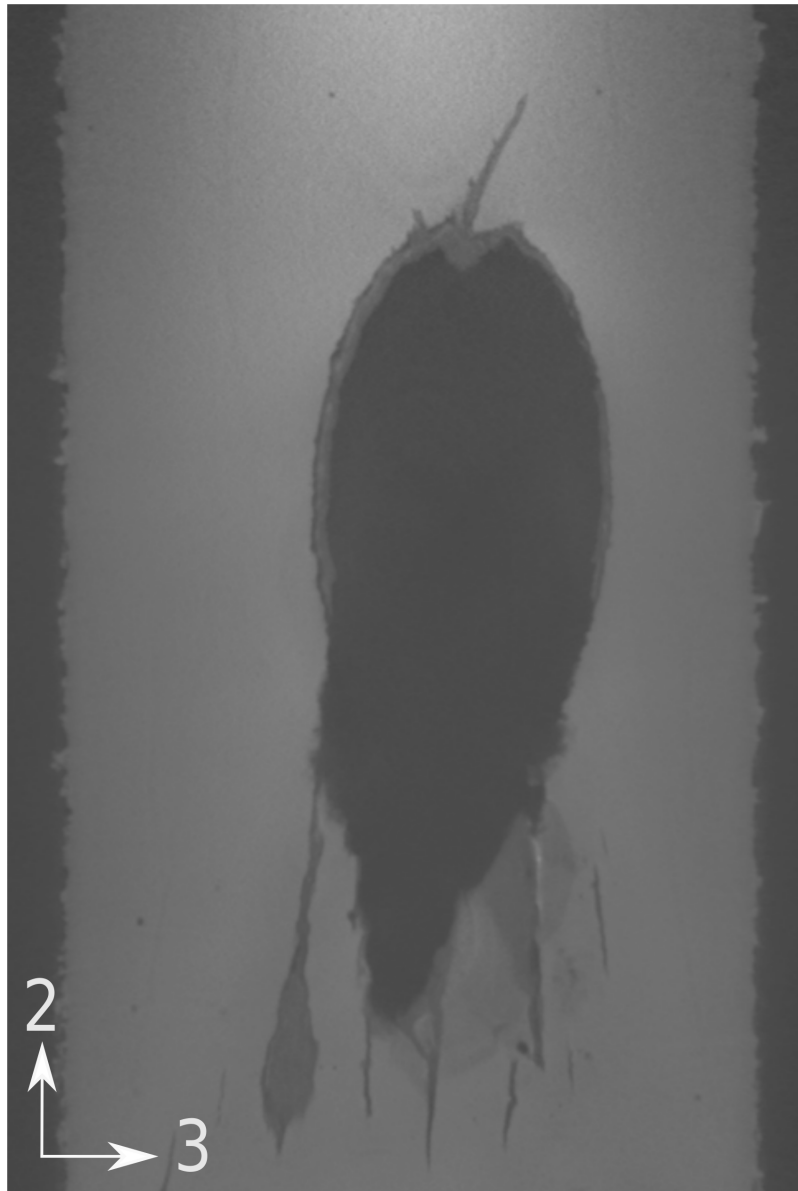


FIGURE 3.29 – Observation de la fissure dans le plan de l'épaisseur en tomographie à haute résolution.

Les images de haute résolutions sont riches d'informations très précieuses. Toutefois, il reste extrêmement difficile de les segmenter, l'histogramme des niveaux de gris étant très continu sans pics marqués (différence du cas idéal du diagramme bimodal). Les travaux de N'Guyen [94] sur la segmentation multiphasées par morphologie mathématique ont toutefois permis de dégager une segmentation satisfaisante des fissures. Après recalage spatial, celle-ci sont superposées au résultat de simulation de durée de vie afin d'en vérifier la cohérence, cf la Fig. 3.30.

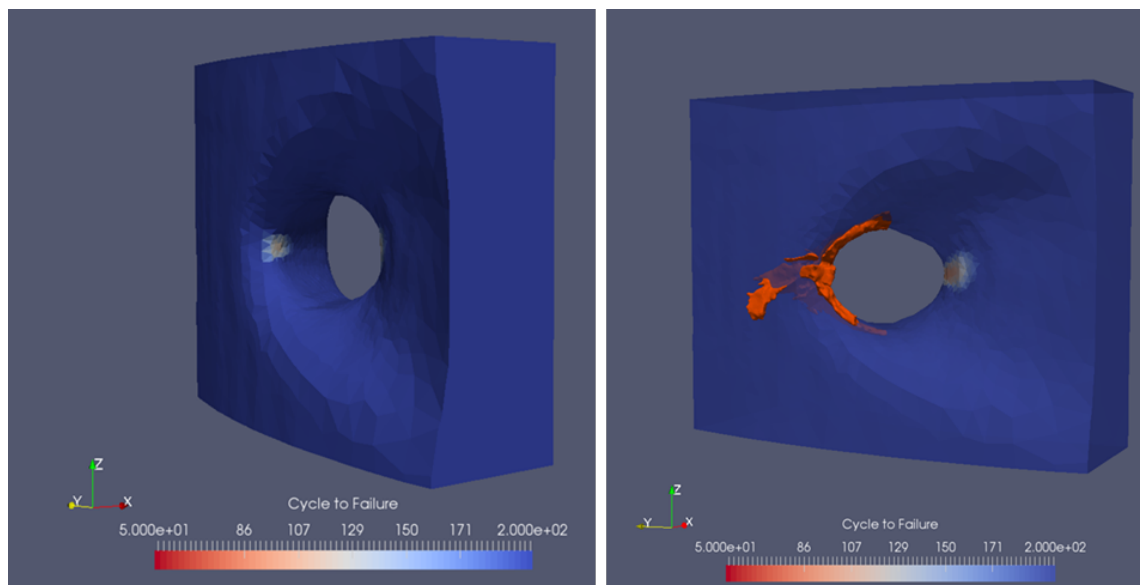


FIGURE 3.30 – Superposition de la DDV simulée et de la segmentation de la fissure amorcée lors de l'essai 168211-1. Le calcul est réalisé avec la méthode décrite précédemment, à l'aide d'une moyenne volumique de longueur caractéristique de 100 μ m.

Pour une question de lisibilité, seule la fissuration du côté gauche est affichée. On observe que le modèle de simulation prédit une très bonne localisation de la fissuration. L'ensemble de la segmentation du trou déformé n'est pas montrée, on s'intéresse seulement à la partie gauche de l'image. La localisation de l'endommagement prédite par le modèle correspond assez bien à la position de la fissure en rouge et permet de valider le modèle d'endommagement ainsi que la modification du paramètre β . Afin de valider la modification du modèle, celui-ci a été évalué sur des simulations avec des maillages issus de CAO, assurant des problèmes mieux posés qu'avec les maillages de tomographie, cf la Fig. 3.31.

La Figure 3.32 rassemble les résultats expérimentaux et les simulations associées avec l'épaisseur de paroi près du perçage. Nous voyons d'une part que les résultats de simulation restent dans un ordre de grandeur acceptable vis à vis des mesures pour un calcul de durée de vie. Ces comparaisons sont généralement assez dispersées car il s'agit d'essais complexes à mettre en œuvre et d'un modèle très non-linéaire et donc sensibles aux petites perturbations de l'état de contrainte. Toutefois, le modèle semble être assez adapté pour les sollicitations considérées. Un diagramme de prédiction est présenté en Fig. 3.33, où les DDV simulées et mesurées sont explicitement comparées. Nous voyons que les prédictions peuvent grandement varier vis à vis des mesures, parfois avec une erreur de l'ordre de 50%. Il ne faut pas oublier que l'on considère un chargement très endommageant réalisé sur 120 cycles. La dispersion naturelle et les erreurs de modélisation (variabilité thermique) induisent des écarts qui peuvent atteindre de grandes amplitudes relatives. Nous considérons donc que Fat-Flu reste un bon candidat pour la prédiction de durée de vie des essais (T)GMF. Ce qui serait sûrement mieux démontré avec une étude plus fine de sensibilité du modèle complet à la thermique.

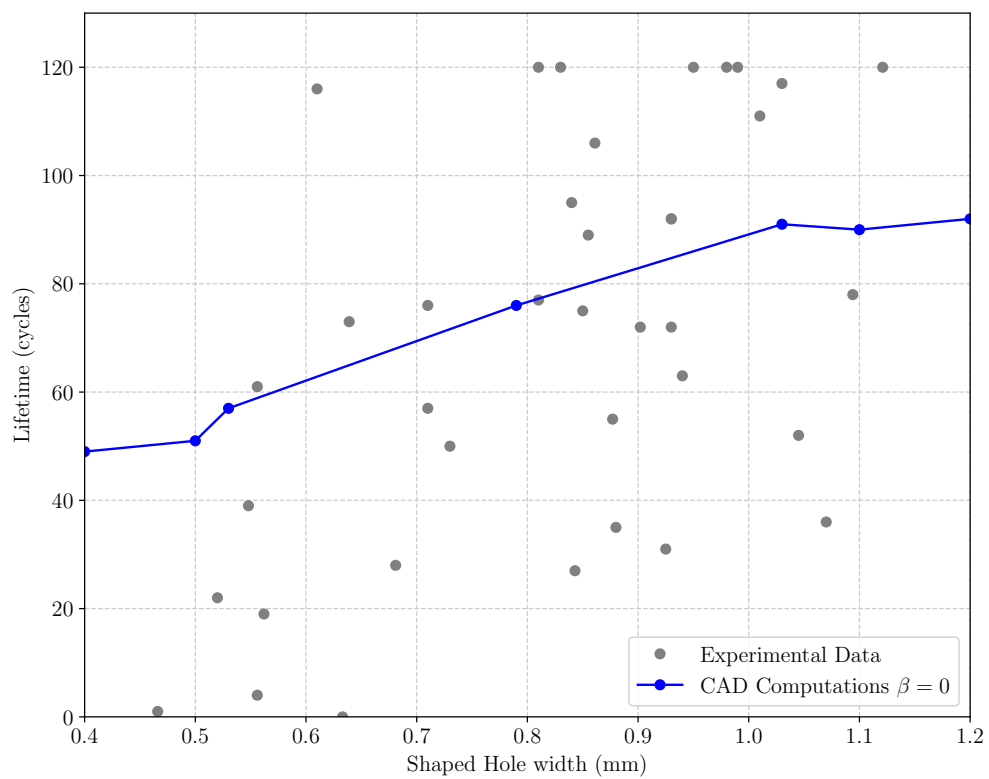


FIGURE 3.31 – Prévisions CAO et comparaison avec l'expérimental.

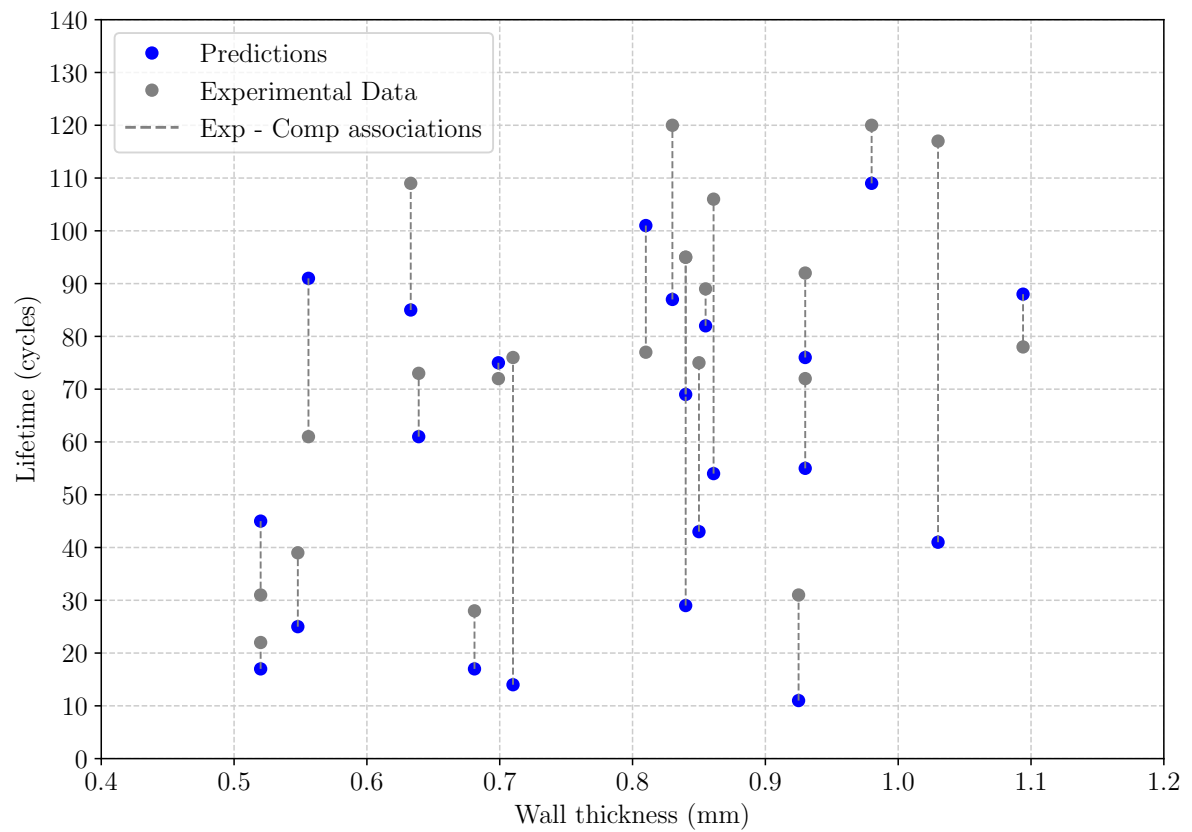


FIGURE 3.32 – Comparaison des durées de vie expérimentales et simulées en fonction de l'épaisseur de paroi.

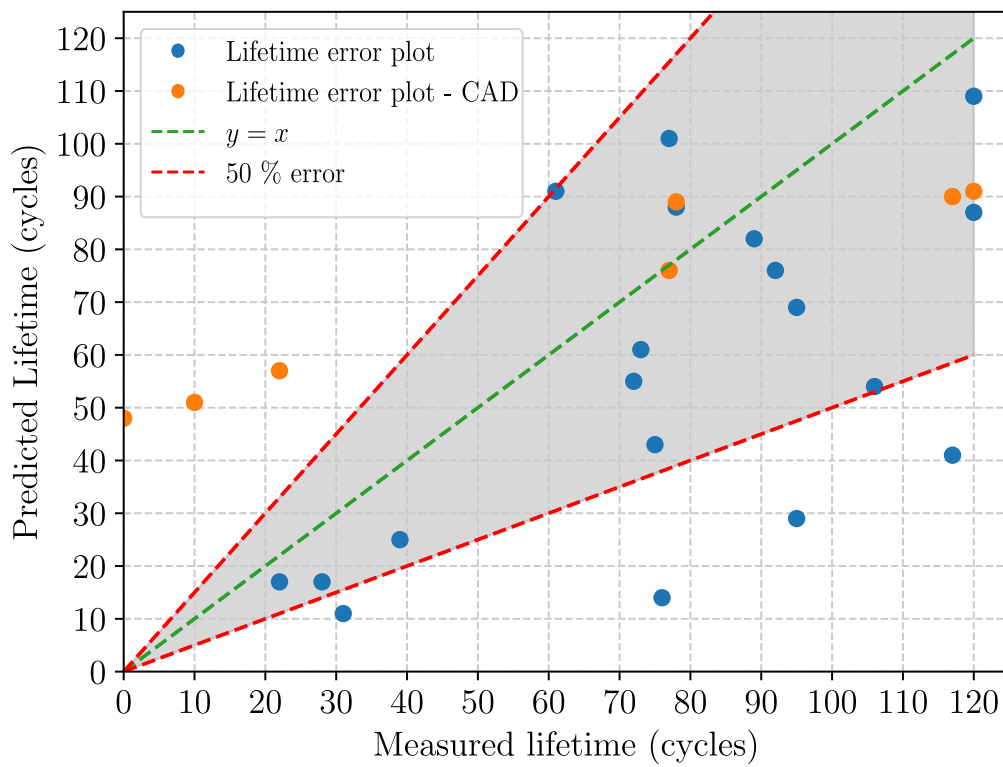


FIGURE 3.33 – Courbes de prédiction entre durées de vie expérimentales et simulées.

4 Discussion à propos de la méthodologie

Cette section se propose de rassembler les différentes hypothèses afin de mettre en exergue les avantages et limites de la méthode utilisée. Les résultats montrent que les modèles utilisés peuvent relativement bien représenter les essais expérimentaux. L'accès à la tomographie permet d'accéder aux géométries réelles sans paramétrisation, diminuant significativement la difficulté de la stratégie du Jumelage Numérique. L'association des mesures de l'orientation cristalline permet de plus de prendre en compte les effets non-linéaires de comportement. Cependant, les conditions expérimentales reproduites par les simulations de durée de vie restent soumises à des incertitudes importantes. Celles-ci complexifient le développement d'une méthodologie de prédiction pour le contrôle des défauts géométriques.

Hypothèses

De nombreuses hypothèses et choix ont été faits pour réaliser ces simulations. En premier lieu, les simulations sont recalées sur les mesures expérimentales. Celles-ci sont réalisées avec des mesures macroscopiques (charge appliquée, déformation de la zone utile) ou des mesures locales de température avec les thermocouples. Ces données ne permettent pas d'obtenir un recalage de champ complet, notamment au niveau du perçage. Il s'agit d'une réelle difficulté expérimentale, les données du gradient thermique nécessitant des mesures perturbatrices (thermocouples placés dans l'épaisseur par exemple).

Le modèle repose sur l'hypothèse d'une stabilisation du champ de contrainte : on cherche alors la durée / nombre de cycles tel que la structure puisse résister sous ce chargement stabilisé. Hors, la structure ne stabilise pas, notamment à cause du développement d'un régime de Rochet tel que la plasticité évolue tout au long des cycles. On admet qu'une pseudo-stabilisation permette d'utiliser le modèle, ce qui reste une hypothèse assez forte. La littérature prouve que pour ce type de sollicitations, des modèles incrémentaux basés sur l'énergie ou la déformation plastique pourraient être plus adaptés. Toutefois, il ne s'agissait pas de l'objectif de cette thèse d'étudier plus finement les mécanismes d'endommagement et les autres modèles n'avaient pas forcément été identifiés sur le CMSX-4 PLUS.

De plus, un effet majeur n'est pas considéré ici : l'effet de l'oxydation. En regard des observations expérimentales, l'oxydation impacte la réponse mécanique locale très rapidement (dès la mise en chauffe) ainsi que les mécanismes de micro-amorçage et micro-propagation des fissures. L'oxydation est induite par la formation de composés tels que les Al_xO_y créant une phase métallurgique désordonnée et très fragile. Cette couche pouvant atteindre quelque dizaines de μm est positionnée en surface notamment là où la contrainte est maximisée, en paroi du trou par exemple. Une zone fragile au sein d'une zone très chargée favorise le développement de fissures de façon relativement isotropes (des microfissures vont se former tout autour du trou), avant qu'une fissure majeure ne l'emporte sur les autres. Les ouvertures de fissures permettent également la création des oxydes dans le volume et donc, de propager la fragilisation du matériau à l'échelle de la structure. D'un côté, les essais d'identification des coefficients des modèles ont été réalisés sur matériaux nus, sans revêtement ou barrière thermique, soumis à ces mêmes phénomènes. Le modèle utilisé prend donc en compte au moins en partie cette oxydation. En revanche, le modèle Fat-Flu développé initialement par Gallerneau [43] propose un terme explicite d'oxydation dans les interactions Fatigue Fluage, formant le modèle FatOxFlu. De récents travaux se sont intéressés à l'impact de l'état chimique de la zone de perçage sur le comportement mécanique [146, 18, 171, 149]. Selon les travaux de [171], la ZAT induite par le procédé de perçage influe significativement sur la micro-propagation des fissures, à des niveaux de charge plus faibles qu'un même perçage attaqué chimiquement pour retrouver une micro-structure de superalliage.

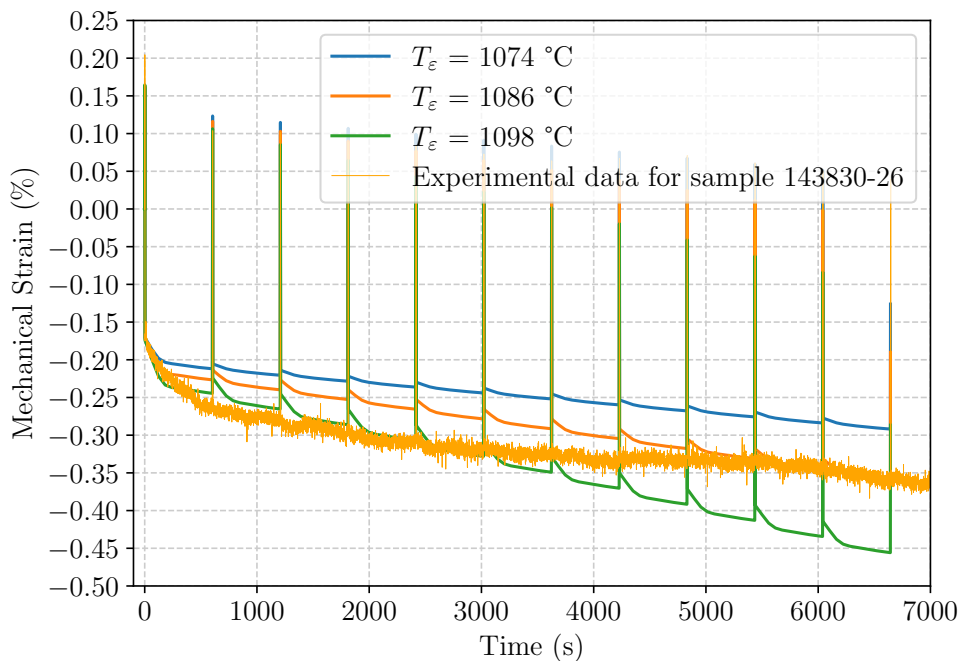


FIGURE 3.34 – Prise en compte de la variabilité : effets majeurs sur le comportement.

Sensibilité du modèle de simulation

Aux niveaux de température considérés, la limite élastique du matériau décroît très rapidement avec un passage de 350 MPa à 250 MPa entre 1050 et 1100°C, d'après la Fig. 1.9a. Selon le champ thermique projeté, l'activité plastique peut grandement différer entre deux simulations, ainsi que la sensibilité au Rochet. L'exercice a été fait au travers de la Fig. 3.34, où une perturbation d'une quinzaine de degré a été simulée au thermocouple numérique T_1 . On voit que la déformation macroscopique qui en résulte peut varier de l'ordre de 50% pour une variation de 15°C. Le modèle choisi correspond à celui donnant une température locale de 1086°C, et donnant le meilleur compromis température locale / déformation macroscopique. En effet, comme le montre Degeilh [33], il est très difficile en simulation de caractériser à la fois le champ thermique très hétérogène avec les différents gradients et le comportement mécanique.

Apport des Jumeaux Numériques

Avec la difficulté de mise en place des simulations avec les maillages issus de tomographie, la question de l'intérêt du déploiement d'une telle chaîne numérique se pose. Les maillages type DT sont plus gros, plus difficiles à préparer (définition des sets géométriques nécessaires), les calculs en résultant sont beaucoup plus longs etc. Un résultat majeur de ces travaux de thèse est la preuve de la précision apportée sur la position spatiale de l'amorçage. L'exemple est présenté en Fig. 3.35, illustrant la comparaison essais-calculs entre les hot-spots de déformation plastique cumulée entre les géométries CAO et le DT. Du côté de la casquette, la fissure principale s'amorce dans le plan de symétrie, où la contrainte axiale est maximale. Si on regarde la géométrie nominale du perçage, la plasticité, ainsi que les maxima de contraintes, sont préférentiellement localisés au début des congés du perçage, évoluant selon les directions de cisaillement. Si l'on regarde la géométrie réelle, le maxima est bien atteint dans le plan médian, fidèlement à l'observation expérimentale. Les parois sont bien plus marquées au sens de l'activité plastique sur la géométrie réelle, plus favorable à la durée de vie. Afin de déterminer la raison de cette meilleure localisation spatiale, un défaut a été introduit dans le plan de symétrie du perçage. Le défaut consiste en l'ablation de matière par une demi-sphère de différents diamètres : 0.01, 0.05 et 0.1 mm. Les résultats des simulations avec défauts sont présentés en Fig. 3.36. Les résultats montrent que la présence du défaut tend à adoucir légèrement la plasticité cumulée, comparée à la simulation sans défaut, et qu'il est nécessaire d'utiliser un diamètre > 0.05 mm afin de localiser l'endommagement. Toutefois, un tel défaut n'est pas observé sur les perçages. Ainsi, l'écart entre CAO et DT n'est pas exclusivement lié à la symétrie de la géométrie nominale, mais à la géométrie réelle du perçage dans son ensemble.

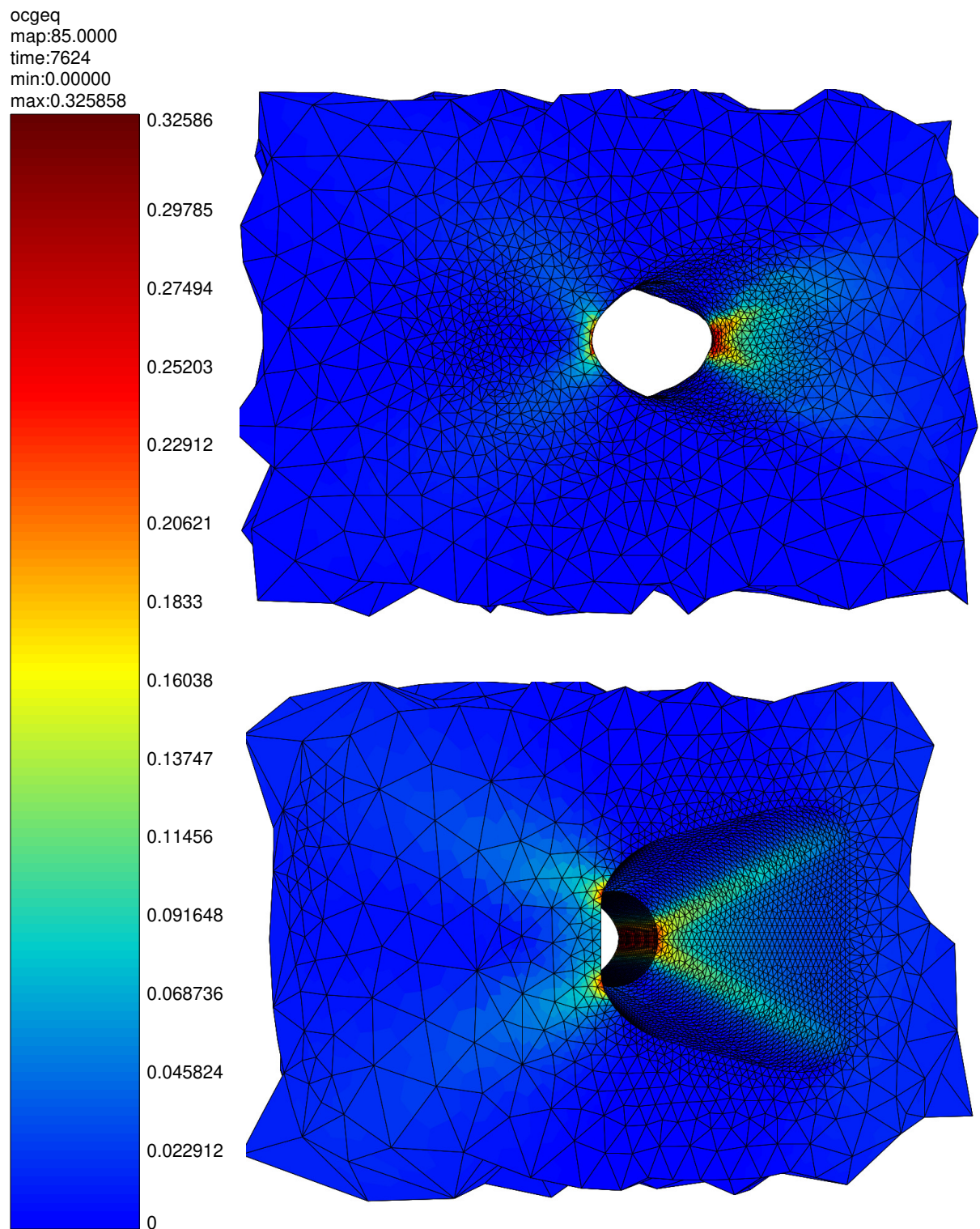


FIGURE 3.35 – Développement de la plasticité dans le perçage : précision accrue avec le maillage de tomographie.

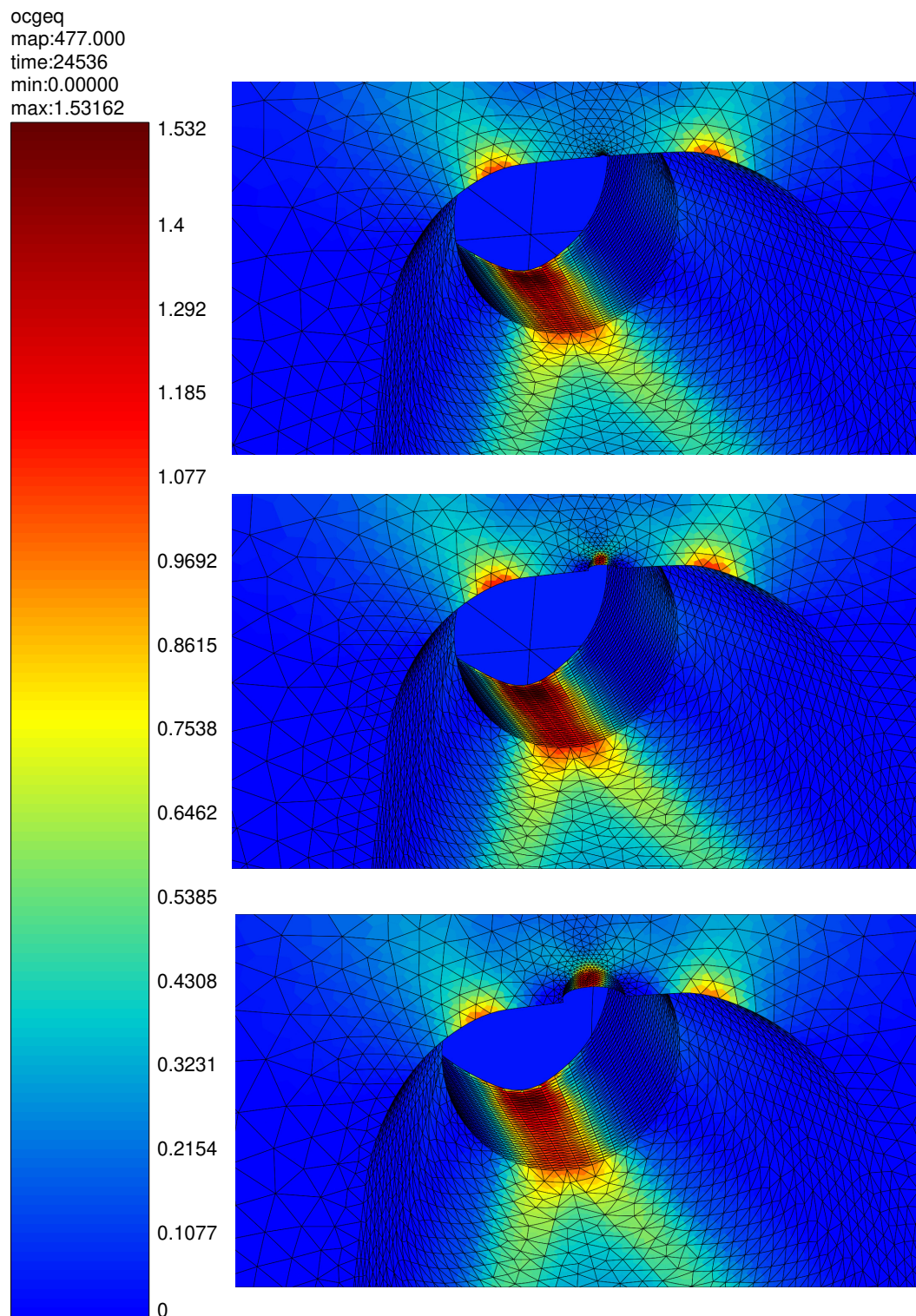


FIGURE 3.36 – Insertion d'un défaut de 0.01, 0.05 et 0.1 mm pour casser la symétrie : pas d'effets majeurs.

Toutefois, l'utilisation des géométries CAO reste très compétitive. Au lieu d'examiner la prévision de durée de vie en fonction de l'épaisseur locale du perçage, comme la Fig. 3.31, il peut-être intéressant de la tracer en fonction du diamètre d'alésage de l'éprouvette. En représentant ce diamètre par un label croissant avec le diamètre d'alésage, il est possible de tracer ce graphe en Fig. 3.37. Deux résultats intéressants peuvent en être extraits. D'une part, pour les diamètres les plus petits (et donc les épaisseurs de paroi le plus grandes), la durée de vie expérimentale semble être distribuée autour des simulations CAO. Ainsi, la simulation sur géométrie nominale semble correspondre à une valeur moyenne au sens de la durée de vie, absorbant les variabilités. Toutefois, cette analyse reste partielle, puisque la variabilité expérimentale reste très complexe à caractériser. Un autre point d'intérêt concerne les label 6 et 7 où la simulation reste largement supérieure aux mesures. Lorsque les épaisseurs macroscopique deviennent fines, pour des valeurs ici comprises entre 0.3 et 0.5 mm, un effet de structure, et plus particulièrement de paroi mince semble se dégager. Dans ces cas ci, les amorçages ont été très rapides et certains essais ont menés à la rupture de la structure et pas nécessairement au niveau du perçage. On recense un cas de rupture dans un congé de raccordement, ou en début de zone utile. Il n'y a pas eu d'investigations plus poussées mais un effet d'échelle pourrait être mis en cause. En effet, diminuer l'épaisseur de paroi induit un effet de taille : il est plus probable de trouver un défaut métallurgique critique pouvant amorcer rapidement une fissure. On pourrait dégager ainsi une limite sur les épaisseurs de parois : le régime d'endommagement pour des parois trop fines n'est plus compatible avec le modèle utilisé. Cependant, le set up expérimental n'étant pas prévu pour une rupture de l'éprouvette (risque de casser l'extensomètre, endommager du four si rupture en compression), peu d'essais ont été réalisés pour les labels 6 et 7, considérés comme à la limite du cadre de l'étude.

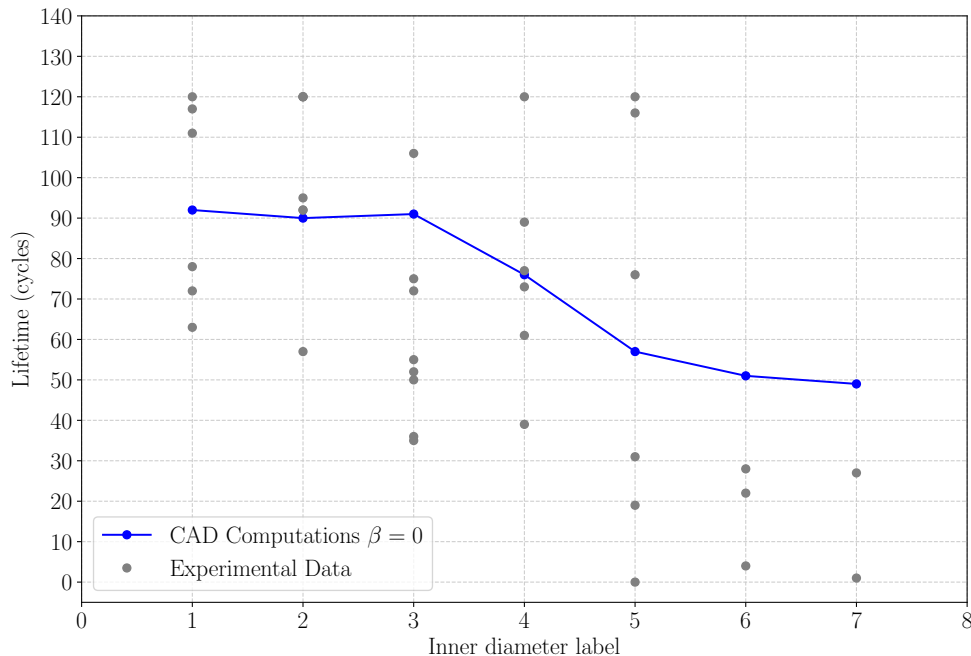


FIGURE 3.37 – Comparaison des durées de vie simulées sur CAO et expérimentales en fonction du diamètre d'alésage.

Liens avec la réduction d'ordre de modèle

Nous avons montré dans ce chapitre qu'il est possible de simuler la réponse mécanique des pièces et de prédire la durée de vie. Ce calcul non-linéaire complexe repose toutefois sur un ensemble de paramètres dont la mesure peut-être insuffisante. Afin d'améliorer les simulations, les géométries réelles sont numérisées par tomographie et traduites par des maillages, représentant à la fois une discrétisation spatiale de la géométrie, ainsi que la dimension (au sens de l'espace vectoriel) de la solution EF. Ainsi, la dispersion en taille des maillages (nombre de noeuds / éléments) induit mathématiquement que chaque solution de simulation appartient à un espace qui lui est propre et non dans un espace commun. On ne peut donc pas comparer les espaces simplement. A l'inverse, réaliser les calculs sur la même CAO paramétrée permet d'accéder à ce type de comparaison. On peut caractériser noeuds à noeuds l'influence des paramètres sur la solution, ce qui est à la fois mathématiquement plus précis et plus simple à réaliser. Une autre problématique concerne les temps de résolution des simulations, qui restent prohibitif avec l'utilisation de jumeaux numériques. L'automatisation de la méthode de maillage des tomographies a nécessité le choix d'une taille d'élément maximale permettant de mailler toutes les épaisseurs de parois fabriquées. Le choix s'est donc porté à 0.4 mm dans la zone utile. Cela induit des maillages de grandes dimensions et donc, des durées de simulations coûteuses. Le Tableau 3.2 permet de comparer la durée d'une simulation réalisée sur CAO (sans défaut, géométrie nominale), et la tomographie. En moyenne, un calcul réalisé sur un maillage CT est environ 20 fois plus long que celui utilisant un maillage CAO.

Maillage	Nombre de noeuds	Temps de calcul
CAO	265318	7 h
CT	966985	132 h

TABLE 3.2 – Tableau comparant les performances de calculs avec un maillage CAO et un maillage CT.

La question de l'intérêt de la méthodologie mise en place est donc primordiale ici. De plus, l'utilisation de la géométrie réelle permet non seulement une meilleure précision des simulations, mais introduit également les mesures réelles dans les chaînes de calculs. Toutefois, les durées de calculs prohibitives ne fournissent pas un avantage significatif à cette méthode. Ainsi, au regard des problématiques soulevées ici, une approche hybride a été imaginée permettant de lier à la fois les données réelles de la tomographie, l'efficacité des simulations réalisées sur maillage CAO et la fourniture d'un espace latent de dimension unique adaptée aux méthodes d'accélération par hyper-réduction de modèle. Il s'agit de la méthode décrite dans le Chapitre 4.

CHAPITRE 4

MORPHING POUR UNE MÉTROLOGIE FONCTIONNELLE

1 Résumé en français

Cette section est une adaptation de l'article intitulé *Empirical anchor points in mesh morphing using Laplacian Eigenmaps : application to "as-manufactured" Digital Twinning*, pas encore publié.

Lors de la production de pièces industrielles, la répétabilité n'est pas idéale et se traduit par des variations de natures variées sur les pièces. Dans le contexte de pièces critiques, il est primordial d'estimer l'impact de ces variations sur le bon fonctionnement des pièces. Des techniques modernes permettent de modifier des modèles CAO ou directement dans les simulations mais cela reste consommateur de ressources. De nouvelles approches permettraient d'utiliser directement les résultats des mesures sans passer par une étape de modifications de paramètres (CAO pour la géométrie en l'occurrence). En prenant l'exemple de la tomographie, il s'agirait d'extraire un maillage conforme à la segmentation et donc à la géométrie réelle de la pièce. Ceci rejoint le paradigme de métrologie fonctionnelle, afin de déduire un indicateur de performance directement depuis la mesure.

Pour développer une approche non paramétrique, l'idée est d'utiliser des techniques issues du domaine du recalage d'image. Dans un contexte d'animations, on ne cherche pas à paramétrer l'évolution de chacun des pixels d'un personnage. Les méthodes recherchent des transformations géométriques non-linéaires à appliquer directement sur un état initial pour qu'il corresponde à un état final. L'idée est donc de déformer une géométrie de référence (maillage CAO) pour qu'il corresponde à une géométrie réelle (issue de tomographie) par une déformation non-linéaire. Des méthodes telles que le *DNA-shape* par une approche modal est un bon candidat pour cette problématique.

Le but de cette approche est double : obtenir un jumeau physique de la pièce réelle par déformation d'une référence et que la géométrie déformée reste conforme pour un calcul éléments finis. L'intérêt final est de pouvoir déterminer l'impact mécanique des variations géométriques de la pièce réelle et donc, contenue dans la référence. Pour ce faire, un espace de représentation commun des deux géométries est généré par les modes propres d'un opérateur Laplacien du graphe. Cet espace est encore appelé *Laplacian Eigenmaps*. Les modes de cet opérateur permettent une représentation orthogonale du spectre de la géométrie. L'écart géométrique réel entre les pièces est projeté dans cet espace via une matrice de passage. Toutefois, le nombre et la densité des noeuds des maillages issus de tomographie est difficilement contrôlable. Pour éviter des problèmes de divergence, seule une sélection de noeuds, appelés noeuds d'ancrage ou noeuds d'interpolation. Ces noeuds n'appartiennent

qu'aux surfaces des maillages, le volume n'est pas nécessaire ici. Par identification des couples de points d'ancrage entre les deux géométries, un champ de déplacement à appliquer à la référence est déterminé. On propage ensuite ce dernier par l'intermédiaire d'un solveur éléments finis.

La méthodologie est détaillée ci-dessous et deux cas de validation sont présentés. Dans un premier temps, la conformité géométrique est examinée avec un champ de distances avant et après déformation. La bonne conformité permet de valider le morphing d'un point de vue géométrique. Ensuite, les champs mécaniques sont examinés avec une simulation de traction simple. L'ordre de grandeur des moyennes des écarts en contrainte est de l'ordre de $\pm 5\text{MPa}$ avec un pilotage en déplacement.

2 Introduction

In the aeronautical sector, the high added value of the produced parts and the need to guaranty the safety of passengers justify the particular attention paid to quality management [172]. This necessity encourages manufacturers to investigate technologies that improve production reliability. However, the great complexity of the design often cause the appearance of significant variations in the geometry of produced parts, which can alter their in-service response. The dimensional inspection is therefore an important step which allows the detection of geometric deviations from the nominal. Today, the acceptability of the parts produced is evaluated, among other methods, by a comparison between real dimensional measurements and ideal geometry from the design phase. However, complex geometries render geometrical deviations evaluation more difficult, especially when these geometries are observed through digital imaging techniques. Many techniques can be found to analyse the geometrical deviations of manufactured parts. Related works are available in many applications as a modal analysis for stamping-manufactured automotive parts [173], the prediction of a parametric weld bead geometry [174] or the dimensional variability control of cast parts with a data driven approach [175].

Generally speaking, image registration is defined as a process allowing to align, geometrically, a real image termed moving (or source) image with a reference image termed fixed (or target) image. The spatial matching between the objects is mainly carried out by the minimization of a cost function based on a distance. This optimal geometric transformation is the result of two elementary steps [176]. First, an affine transformation is applied to eliminate the geometrical discrepancy due to rigid body registering. A frequently used algorithm is the Iterative Closest Point (ICP), implemented by Besl and McKay [177] and variants have been suggested as implemented in [178], with the aim of optimizing each step of the ICP. Secondly, a non-linear transformation, called non-rigid where the last adjustments are performed via a deformation of the source mesh. Depending on the specificities of the algorithm employed, the point clouds may be or may not be connected. The progressive transformation of the source mesh to the target mesh is obtained by solving a mapping problem which requires that the meshes are topologically identical. Then, a mechanically admissible transformation has to ensure the geometric deformation of the moving mesh [179]. Once the two meshes are registered, the literature shows two main categories of mesh deformation using the distance between interior and border nodes through Radial Basis Functions (RBF) as in meshless-based method [180–182] and the connectivity of nodes with Linear Weighted Laplacian Smoothing (LWLS) as mesh-based methods [183]. Other specific techniques are present in the literature as in the Finite Element Method Warping (FEMWARP) [184–186] and the Log-Barrier Warping (LBWARP) [183, 187]. Image registration allows to answer various problems depending on whether the representations of the same scene are made with multi-view [188], multi-temporal [189] or multi-modal [190] analyses. As the transformation between source and target points clouds is not unique, the optimal solutions must conform to a reliability criteria as continuity,

topology (local non-convex features e.g.) and transformation attributes conservation [179].

The modal approach for mesh deformation proposes an analogy with oscillating mechanical systems, by introducing *geometrical modes*, describing the shape of a point cloud. The manipulation of these modes performs a geometry clustering, to classify areas according to their level of similarity [191]. The aim of the modal approach is to extract the geometrical modes of a points cloud defined as the DNA of its geometry or *Shape-DNA* [192]. Thus, several objects can be paired as twins in the sense of the spectrum while having different geometries. This spectrum has the advantage of being isometrically invariant (as scaling or spatial rigid transformations), which means that this fingerprint is independent of the representation. In the various studies performed using the modal approach, the construction was carried out using weights performed by RBFs or with a Graph Laplacian operator [192–197]. The mesh deformation algorithm by modal approach can be used to perform a pose transfer [197]. Many examples of solutions are present in the literature as in the field of animation [198], medical imaging [199], shape tracking [200]. Recent works have shown that dimensional reduction can be operated with LE as other linear operators for feature extraction as Principal Component Analysis (PCA) [201], Linear Discriminant Analysis (LDA) [202], Independent Component Analysis (ICA) [203].

In these methods, the main concern is that the deformed reference mesh must match the real geometry, whilst being suitable for FEA mechanical computations. Setting the boundary conditions on image-based meshes is very time consuming and this is in contradiction with the frequency of quality inspection in process manufacturing. The development of CAD and 3D inspection by X-ray CT have favoured the expansion of the Digital Twinning. Thus, the conservation of the data (boundary conditions e.g.) configured on a mesh before a computation can become a constraint. This paper presents a new mesh deformation algorithm based on the Laplacian Eigenmaps (LE) analysis. Our algorithm is split in an offline phase where only the CAD model is used and an online phase for on-the-fly data processing, as seen in [204]. After building a training base with the eigen vectors of the graph Laplacian applied on a reference mesh, a shape comparison is evaluated in LE space. The geometrical deviations induced by the manufacturing, can be measured by comparing the image-based mesh of the digitized parts termed as the CT mesh, with the mesh of the ideal part termed the CAD mesh. From the eigenvalues differences, a deformation algorithm called Mesh Morphing is carried out via a FEA well-posed problem by sampling a displacement field on a set of points given by a DEIM algorithm [205] of the reference mesh. Then, a FEA solver under finite transformation conditions is applied to perform the volume deformation of the reference mesh.

This paper is divided in two main parts : a methodology description and an industrial use case. In section 3, the methodology is detailed and the several operations are defined with the interest parameters of the algorithm. The application on a real example is presented in section 4 and two validation strategies are performed. The initial hypothesis, improvements and limits are discussed in section 5. Finally, conclusions and outlooks are drawn in section 6.

3 Methodology

3.1 Introduction of Laplacian problem for 2D shapes in a 3D space

The LE is a method based on the framework of spectral shape analysis. This theory allows to tackle some problems such as pattern recognition, classification or matching by using *pattern descriptors* [206]. The identification of geometrical variations induced by manufacturing is performed to comparing a series of meshes of real parts to a reference mesh also called nominal mesh or CAD mesh. This objective justifies the use of global shape descriptors, generally based on the study of invariant isometric characteristics. In other words, several representations of the same model, having experienced rigid body

movements or slight distortions will have similar shape descriptors. Beyond this critical order, the shape descriptors translate geometric elements specific to each model. The most commonly used global shape descriptor is the spectrum of the Laplacian matrix composed of its eigenvectors. According to [207, 208] this spectrum corresponds to an approximation of the spectrum of the Laplace-Beltrami operator, denoted Δ , applied to a Riemannian variety. The aim is to obtain a mapping of a high dimensional space into a lower dimension space and to extract an embedded structure with a distance conservation. Denoting f , a function of class C^2 , defined on a Riemannian variety M , the Laplace-Beltrami operator is written :

$$\Delta f = \text{div} \nabla f \quad (4.1)$$

where linear computations of the divergence div or gradient ∇ operators are guaranteed by the differentiability of M . This problem is solved by computing the eigen vectors of the f function as follows :

$$\Delta f = -\lambda f \quad (4.2)$$

It has been shown in [209] that the Laplacian spectrum S is discrete on a compact manifold. In the case of a regular discrete domain with a sampling in n points, the eigen values are finite and sorted in increasing order such :

$$0 = \lambda_0 \leq \dots \leq \lambda_i \leq \dots \leq \lambda_n \quad (4.3)$$

The space discretization in the form of a network of connected or unconnected nodes allows to consider an approximate version of the Laplace-Beltrami operator, also called the graph Laplacian [210]. The manifold is, therefore, composed by n connected nodes forming the set N of dimension $3n$ (for nodes defined in \mathbb{R}^3), whose connectivity is gathered in the table E . Thus, two nodes $i, j \in N^2$ are said to be adjacent if there is a connection $(i, j) \in E$. The Graph Laplacian operator can be applied on the graph $G = (N, E)$, in order to obtain a matrix representation of the object, called Laplacian matrix, L , based on the connectivity of the nodes of the graph, as well as a weighting of each of the connections [211]. A graph presents an abstraction advantage in comparison with a mesh where the notions of element quality and density are present, while those notions are non necessary on a graph. By analogy with the eigenvalue problem in the continuous case, solving the Laplacian of the graph extracts its spectrum also called Laplacian Eigenmaps. These eigen vectors form an orthogonal base which can be used as a projection base for a geometrical decomposition. The LE are commonly used for feature detection in non-linear manifold learning techniques to extract data structures [196, 212, 213].

Remark : From now and for the rest of this work, we will consider the mesh of an object as a graph. A mesh is a spatial sampling using geometrical definite objects as tetrahedron or hexahedron formed by nodes linked by edges. In the 3D case, the surface mesh can be interpreted as a graph where its nodes are defined in \mathbb{R}^3 .

3.2 Eigenvectors for Laplacian Eigenmaps

As mentioned in section 3.1, the techniques borrowed from spectral shape analysis are based on shape descriptors. Also called geometric modes, these eigenvectors are orthogonal to each other and thus form the base of the modal space. The first step is therefore to build this projection base from the Laplacian matrix of the reference mesh. The latter can be constructed from the list of elements and the nodes that compose them. The first object to be constructed is the adjacency matrix W where topological information can be gathered. It informs if two nodes are connected and can be Gaussian pondered to represent the local density of the graph.

$$W(i, j) = \begin{cases} w_{ij}, & \text{if nodes } i \text{ and } j \text{ are connected in the graph} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (4.4)$$

The weights are, on most of the time, computed with a kernel functions where the compactness is essential (see the heat kernel as in [214] for instance). The property of compactness allows to consider only a certain vicinity of a node and not the whole graph. From W , the degree diagonal matrix D is computed by the sum on the W lines which represents the location of each node vicinity of the graph. W and D are constructed to be symmetric and non-negative matrices as mentioned in [214].

$$d_{ii} = \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad (4.5)$$

Then, the Laplacian matrix of the graph L is computed as :

$$L = D - W \quad (4.6)$$

And then normalized to obtain \tilde{L} as follows :

$$\tilde{L} = D^{-\frac{1}{2}} \times L \times D^{-\frac{1}{2}} \quad (4.7)$$

Normalization is important for a better consistency of the spectral algorithm deployed further [215, 216].

The eigen problem is solved to obtain the eigen couples (λ, ϕ) associated to the normalized matrix \tilde{L} :

$$\tilde{L}\phi = \lambda\phi \quad (4.8)$$

The eigenvectors ϕ , also called Laplacian Eigenmaps or modes, form an orthogonal representational base V of the meshed geometry represented by the graph G . This idea is widely used in animation and image representation works as shown in [197, 217] for geometrical decomposition and motion successions. We can see through their works that structures can be decomposed into elementary components ϕ_i , which recreate the whole geometry when i reaches the matrix dimension n . As mentioned in [197], the eigenvectors have special properties. The first eigen vector is $\{1, 1, \dots, 1\}$ associated to the eigen value 0. The second, also called the Fiedler vector, can be used as a feature descriptor of the geometry.

3.3 Dimension reduction

The use of the complete modal base, ϕ built from \tilde{L} , allows to capture all the geometrical information held by the mesh. However, one of the major assumptions of this study consists in neglecting the local geometrical fluctuations, assimilated to surface roughness. The modal reduction is the main idea of the Reduced Order Modelling approach in Mechanics, where quantity of interest as stress or strain fields are approximated in lower dimensions [218, 34, 219]. The objective of this step is to determine the truncation order $m \leq n$ of the full modal base, ϕ in order to manipulate only a truncated modal base V such that :

$$V = (V_0, V_1, \dots, V_m) \quad (4.9)$$

The LE interest is to perform a mapping from the initial manifold M from a high-dimension (which corresponds to $n = \text{Card}(N)$) to the embedded space V , where the truncation extracts a subspace of dimension m . This truncation has to keep the distance hierarchy of W : if two nodes are close or distant, their projections in the embedded space must respectively be close or distant. Thus, the geometric information held by the vectors

V_{m+1}, \dots, V_n are neglected. The determination of the optimal truncation order $m \leq n$ of the modal base is performed from the study of different metrics, to estimate the impact of the truncation on the reconstructed geometry.

3.3.1 Modal characteristic length

Geometric modes allow to describe geometric components that are more and more localized as their order increases. In other words, it is possible to define a metric similar to an average variation length of the mode as a characteristic length. This characteristic is obtained by introducing, for each of the n modes, the gradient vector ∇V of dimension l with l the number of edges of the mesh. The $k \leq l$ edge, appearing in the E connectivity table, is composed of nodes i and j , distant, in Euclidean metric, by a length noted d_{ij} . Thus, the component of the gradient vector, $\nabla V(i, j)$, associated with the mode of order $m \leq n$ and two nodes $i, j \in N$, is obtained from the relation :

$$\nabla V(i, j) = \frac{V(i) - V(j)}{d_{ij}} \quad (4.10)$$

The characteristic length of the mode of order $k \leq n$, denoted l_k is defined from the following formulas :

$$l_k = \frac{\|V_k\|}{\|\nabla V_k\|} \quad (4.11)$$

where $\|\cdot\|^2$ denotes the Euclidean norm.

The increase in the order of the geometric mode $m \leq n$ is associated with a localization of the geometric variation carried by it. This is explained by a decrease in the characteristic length l_m . The order of truncation of the modal base corresponds to a critical order c from which the characteristic length l_c is lower than a criterion given as a mesh characteristic length or a image-based criterion as the voxel / pixel size.

3.3.2 Reconstruction error

The nodes $i \leq n$ of coordinates $C_i = [x_i, y_i, z_i]$, belonging to the mesh, can be projected into the reduced modal base V . Their representation in V are denoted γ and called reduced coordinates. The coordinates γ formulates as a minimization problem in the reduced modal space :

$$\min_{\gamma^*} \|C - V\gamma^*\|^2 \quad (4.12)$$

The solution obtained by the differentiation of Eq.(4.12) leads to :

$$\gamma = (V^T V)^{-1} V^T C \quad (4.13)$$

$$\gamma = V^T C \quad (4.14)$$

The LE provides to the modes the property of orthogonality which in turn, leads to the expression of γ . The back-projection into the real space generates an approximation of the coordinates of the CAD mesh, and thus to the computation of new coordinates $\tilde{C}_i = [\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i]$ such that :

$$\tilde{C} = V \times \gamma \quad (4.15)$$

Thus, a reconstruction error for each node of index $i \leq n$, noted ε_i , can be defined, corresponding to the distance between its initial position C_i , and its approximated position, noted \tilde{C}_i :

$$\varepsilon_i = \tilde{C}_i - C_i \quad (4.16)$$

However, the operations of projection and pair-matching is time-consuming. To avoid that, a set of nodes is determined to reduce the algorithm computational time. Therefore, we can define the anchor nodes as a restriction of Equation 4.12 to few rows denoted \mathcal{F}_{ref} as proposed in the DEIM (see Algorithm 3). In this case, the minimization problem is modified and due to the selection, the modes do not conserve their orthogonality. For this reason, the selection is written :

$$\min_{\gamma^*} \|C - V[\mathcal{F}_{ref}, :] \gamma^*\|^2 \quad (4.17)$$

$$\gamma = (V[\mathcal{F}_{ref}, :]^T V[\mathcal{F}_{ref}, :])^{-1} V[\mathcal{F}_{ref}, :]^T C \quad (4.18)$$

3.4 Mesh Morphing

This section covers the final steps of the algorithm to perform a deformation of the reference mesh that approximates the geometry of the real part by filtering local geometrical variations. To simplify the reading, the distinction between real and modal spaces is made by considering the *real positions* as the positions of the nodes in the real space (x, y, z) and the *modal* positions as the positions of these same nodes projected in the space generated by the base V . The deformation of meshes with LE approach consists in applying a displacement field to the surface of the CAD model in order to approximate, the geometrical variations induced by the casting. Thus, the idea on which the method is based consists of the following steps :

1. Select anchor nodes on the reference mesh, forming the set of \mathcal{F}_{ref} nodes ;
2. Mesh a real part using CT scanning and perform a rigid transformation to the reference mesh to eliminate rigid body motions ;
3. Define the nearest neighbours \mathcal{F}_{real} on the real part of the anchor nodes determine \mathcal{F}_{ref} and perform a pair matching ;
4. Project, in the modal space, the real position gap, ΔC , to obtain the modal position gap, noted $\Delta \gamma$;
5. Project, in real space (as a back-projection), the deviation of "modal positions" of all the CAD nodes to obtain the displacement field to be applied to the reference mesh surface, noted U^* ;
6. Solve a well-posed mechanical problem with the discrete Dirichlet-like boundary conditions U^* to obtain U^{bulk} and the deformed reference mesh.

3.4.1 Selection of anchor nodes

The truncated modal base V plays the role of a transfer matrix between the real and modal spaces. The interpolation that is mentioned introduces the notion of projection points in the modal space. The set of indices of the projection CAD nodes forms the \mathcal{F}_{ref} list. Those nodes are known as interpolation nodes, magic nodes or anchor nodes [220–223]. Different approaches can be used. First, the projection of all model points : no selection is required since all CAD nodes are used as projection points in modal space. A nearest neighbour search, on the real part meshes, of all CAD nodes is thus necessary, which increases the complexity of the computation, in $O(n^2)$. Second, a projection of a restricted

list of points of the model, which can be randomly selected or by specific technique such as the *Discrete Empirical Interpolation Method* (DEIM). The DEIM algorithm [205], using a modal base V , of dimension $m \in \mathbb{Z}^+$, as input, returns a set of m indices, the anchor nodes \mathcal{F}_{ref} constructed in an iterative way. At each iteration, it is possible to calculate the difference between : the k -th vector of the reduced base, V_k and the approximation of this same k -th vector of the reduced base from the $(k-1)$ -first vectors of this base and the $(k-1)$ -first interpolation points, listed in \mathcal{F} . This difference is akin to an approximation error in the reconstruction of the reduced base and is in the form of a vector of the same dimension as each of the vectors in it. The index added to the vector \mathcal{F}_{ref} corresponds to the nodes that maximizes the absolute error calculated previously.

Algorithm 3 Algorithm used by the discrete empirical interpolation method (DEIM) for the selection of anchor nodes.

Require: : Reduced base V , of dimension $m \in \mathbb{Z}^+$

Ensure: : List of interpolation indices \mathcal{F}

```

 $r = V_0$ 
 $i_0 = \text{argmax}(|r|)$ 
 $\mathcal{F} = \{i_1\}$ 
for  $k = 1$  to  $m$  do
   $\alpha_k = (V[\mathcal{F}, : k])^{-1} \times V[\mathcal{F} : k]$ 
   $r_k = V[:, k] - V[:, : k] \times \alpha_k$ 
   $i_k = \text{argmax}(|r_k|)$ 
   $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}, i_k\}$ 
end for

```

The DEIM provide a selection of nodes only by the modal base which is totally a data-driven approach. The number of anchor nodes to be selected is a new parameter of the study, depending on the complexity of the geometry as i_k could form a list from 2 or 3 components of r_k at the k -stage of the DEIM. An assumption of linear relationship between the dimension of the reduced base and the number of projection nodes, noted n_{DEIM} can be assumed to adapt the selection :

$$n_{DEIM} = \delta \times m, \delta \in \mathbb{Z}^+ \quad (4.19)$$

We define here, in the Machine Learning sense [224], the only hyper-parameter δ of the method that will drive the quality of the morphing operation.

3.4.2 Pair matching on the CT mesh

All of the steps defined in the previous sections are only dependent on the reference geometry, in that they only involve the reference mesh. From the anchor nodes \mathcal{F}_{ref} , a pair-matching is realized on the CT mesh to find \mathcal{F}_{real} . In practice, a nearest neighbour algorithm is employed which scan a covariance distance matrix. This step has a complexity of $O(\text{Card}(\mathcal{F}) \times n')$ if n' denotes the CT mesh size, which becomes prohibitive in the case of large mesh (common case in CT). Some improvements can be found in the literature such as the Rabin's probabilistic approach [225] or more recently to improve satellite image registration [226]. Under the small deformation assumption between reference and real meshes, we assume that the global registration using ICP makes the two geometries spatially close. This assumption is not always justified and can lead to anomalies in the case of complex geometries as High Pressure Turbine Blades (HPTB), where the surface curvatures could invalidate the use of simple metrics. This case is addressed in section 2.5. The pair matching of the projection nodes will allow to determine the real position difference, noted ΔC between the nodes contained in \mathcal{F}_{ref} and \mathcal{F}_{real} , of real coordinates C_{ref} and C_{real} respectively.

$$\Delta C = C_{real}[\mathcal{F}_{real},:] - C_{ref}[\mathcal{F}_{ref},:] \quad (4.20)$$

The projection of the real deviation of ΔC in the modal space allows to determine the modal deviation $\Delta\gamma$ as :

$$\Delta\gamma = (V[\mathcal{F}_{ref},:]^T V[\mathcal{F}_{ref},:])^{-1} V[\mathcal{F}_{ref},:]^T \Delta C \quad (4.21)$$

Back-projecting the modal discrepancy into real space allows us to determine the displacement field of the surfaces to be applied on the reference mesh so as to approximate the real part geometry, U^* , such that :

$$U^* = V \times \Delta\gamma \quad (4.22)$$

Using the global support of the V modes, U^* is interpolated to all nodes of the reference mesh while ΔC is only computed to a selection of C . We consider thus a discrete form of a continuous displacement field of the surface.

3.4.3 3D Nonlinear deformation of the reference mesh

In the proposed method, the reference 3D mesh has to follow the deformation of its boundary imposed by displacement field U^* [227]. The Morphing is therefore similar to a Finite Element (FE) calculation with U^* as Dirichlet boundary conditions. An homogeneous isotropic material with very low stiffness is consider for the computation. The transformation is performed between the initial state (reference mesh) Ω_0 to an actual state Ω (the real mesh). The problem is solved using a commercial software for FE Analysis which propagates U^* in the bulk to obtain U^{bulk} . We define the transformation gradient F as the gradient of the displacement U^{bulk} as follows :

$$F = 1 + \nabla(U^{bulk}) \quad (4.23)$$

The transformation admissibility is expressed on the determinant of F denoted by J which is necessarily positive. In the case of small deformation, the transformation is assumed as isochoric such that at every time and every point, $J = 1$. However, our algorithm needs the finite deformations formalism to allow volume variation. A bad choice for the hyper parameter δ can provide local displacement conditions leading to element reversal during the computation. To detect such issues, a computation of J in each element is performed to ensure the transformation acceptability. An element reversal corresponds to a change in the orientation of the element and its volume becomes negative, as illustrated in [228]. The geometrical non-linearity of the problem can be solved with a Newton-Raphson algorithm as in the *Zset* Software [151]. This transformation can be used to represent a numerical instance of the CT mesh more suitable for simulations. An application of this algorithm is presented in section 4.

3.5 Summary of the Algorithm

The Mesh Morphing technique is composed of different operations separated in the offline and online steps. As presented in the Fig. 4.1, the two steps are performed independently and linked through a Data base (green frame). The offline stage is a training step where the reduced LE base is computed through a reference mesh. Once this step is performed, the online phase can be operated with real parts, containing geometrical variations due to the manufacturing process. As the LE provide a mapping from geometric to modal space, we can interpret LE as a parametrization of the geometry. Thus, the specific data as γ_{real} or \mathcal{F}_{real} can also be stored in order to evaluate statistics for instance.

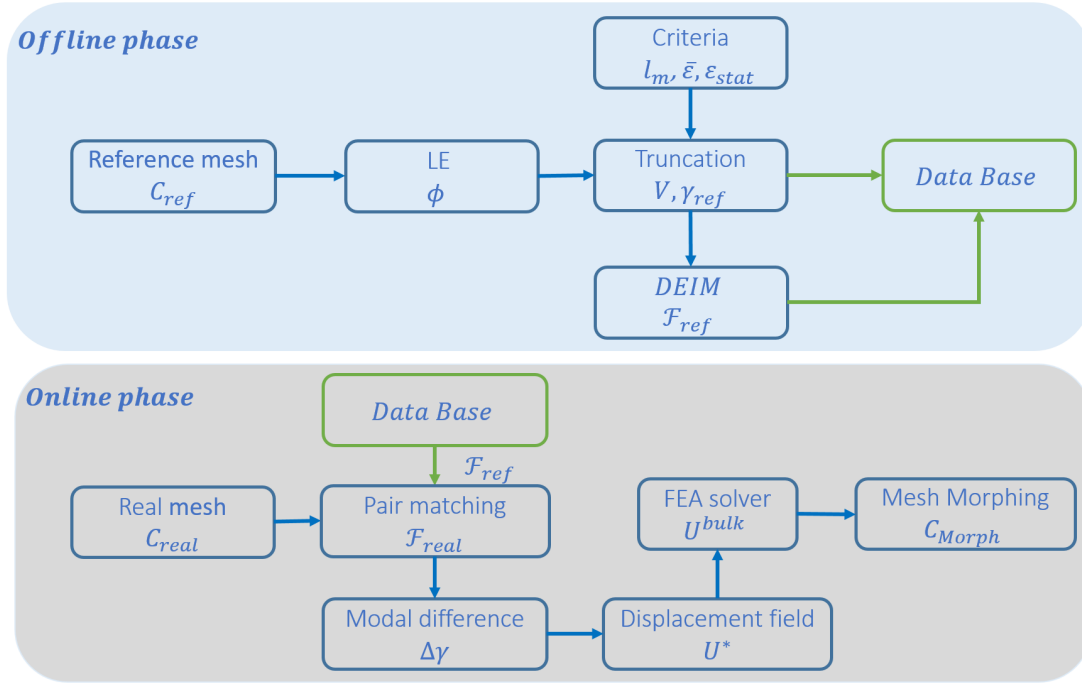


FIGURE 4.1 – Flowchart for the Mesh Morphing algorithm.

4 Application to manufactured fatigue specimens

4.1 Digital Twins generation

The algorithm presented throughout section 3 describes the steps to deform a reference mesh into the mesh of a (DT) mesh using the Laplacian Eigenmaps. In this section, the methodology is applied on real geometries of manufactured mechanical for Thermal Gradient Mechanical Fatigue (TGMF) testings. A series of tubular specimens has been produced by investment casting, then characterized by X-ray Tomography. The drawing plan of the specimens, the origin of the geometrical variations and a presentation of the TGMF tests are available in [229]. An illustration of the reference mesh of the CAD geometry is visible in the Fig. 4.2.

A special attention must be paid to the generation of meshes from X-ray tomography acquisitions, in order to limit the geometrical discrepancies between the real part and its numerical representation. The X-ray tomography acquisition parameters are assumed to have been optimized. Thus, the desired numerical likelihood is obtained from the following operations : Volume reconstruction (3D) from projections (2D X-ray tomography acquisitions), segmentation of the reconstructed volume (image labelization of each voxels) and mesh generation from the segmented volume. All the different steps were performed using the *VG Studio Max* software version 3.5 distributed by Volume Graphics. An example of a generated mesh is shown in Fig. 4.3. As defined in [100], the Digital Twin becomes a new paradigm where state of the art models (resolution of Partial Differential Equations) are performed on the most realistic geometrical support. Initially, the CT mesh is registered on the CAD via a rigid transformation using an Least Square method, commonly used in the industrial environment. This pre-processing step is not necessary in our case as an ICP method is already applied to register the two coordinate systems. The Table 4.1 sums up information about the generated meshes of DTs, defining the number of nodes in volume and on the shell. The larger the local geometrical variations the higher the complexity of the CT mesh.

The investment casting process of hollow parts requires the set of ceramic cores in the mould which will be removed after the metal solidification. During casting, the flow applies

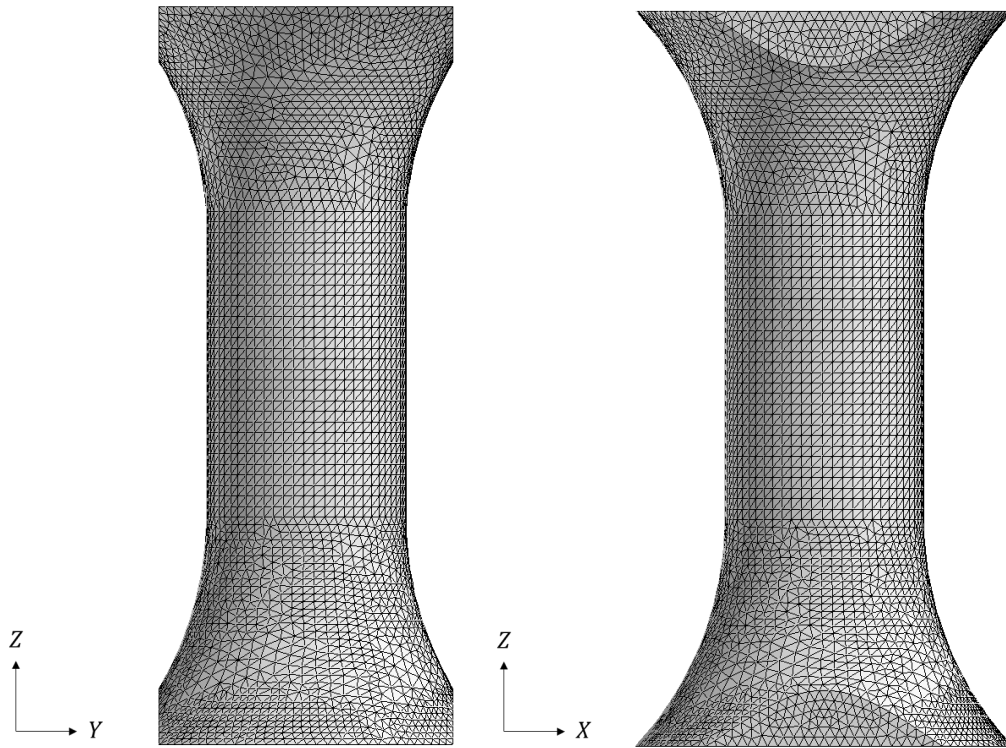


FIGURE 4.2 – Illustration of the CAD mesh of the specimens used.

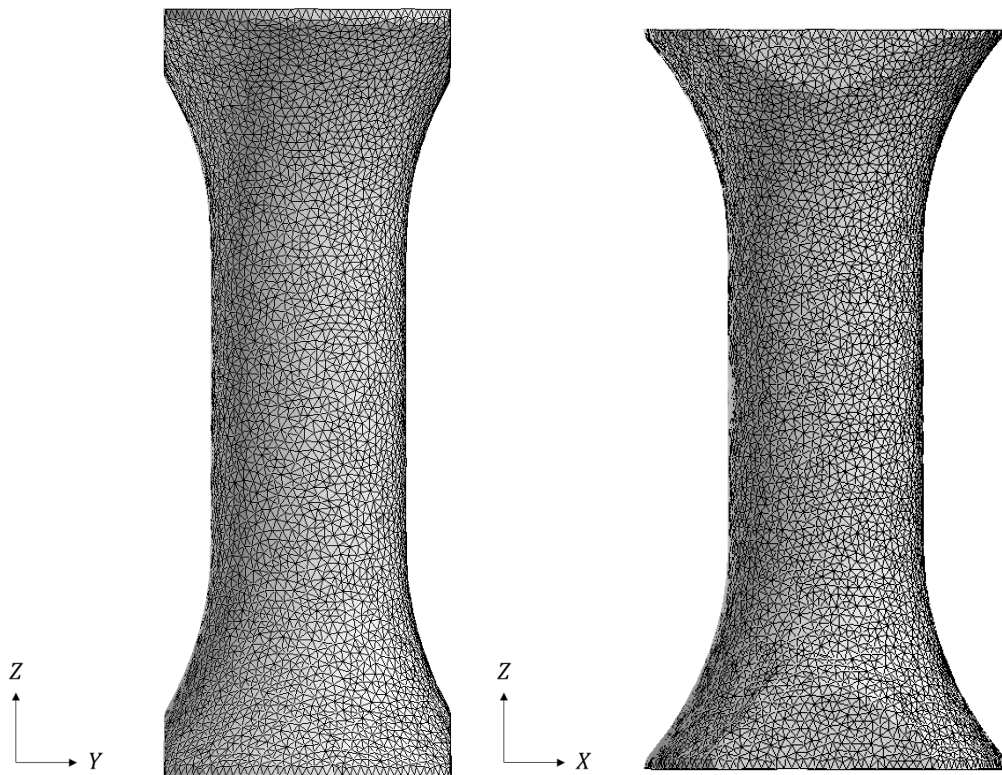


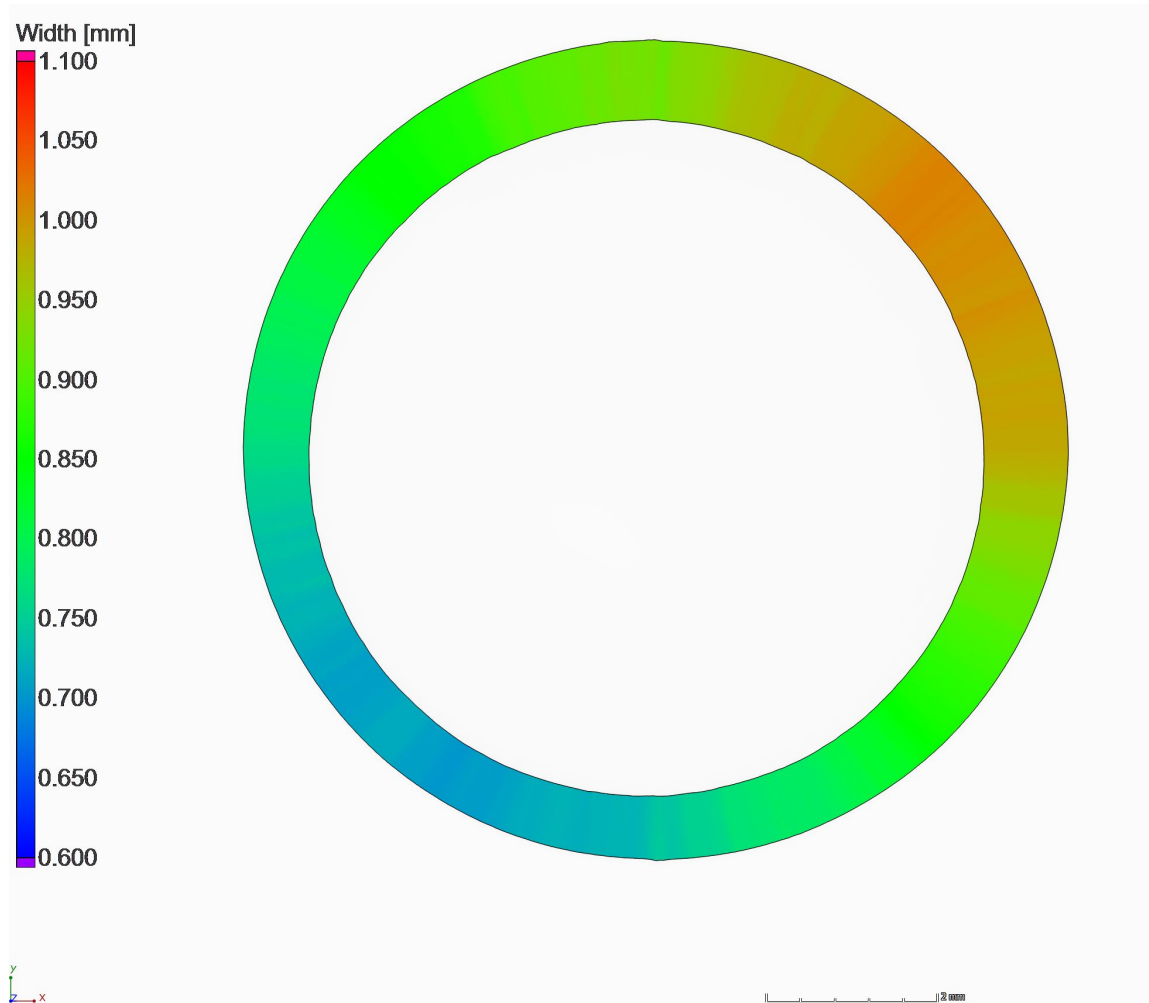
FIGURE 4.3 – Illustration of the DT mesh of the specimens used.

a pressure on the core which may result in inner geometrical variations on the part. Those deviations may impact the mechanical behaviour since it may affect the stress repartition in the specimen cross section. An example of such kind of defect is provided on the Figure 4.4 after CT scanning. The defect is characterized by a 202 μm eccentricity of the inner

Identifier of the part	Number of nodes	Surface nodes
CAD	21605	10841
168211-1	38305	13639
168211-2	167162	31242
168211-3	324833	38469
168211-6	280468	37843
168211-8	173753	27676
168211-17	93315	18933
168211-18	152147	33874
168211-19	297813	35129

TABLE 4.1 – Number of nodes in each of the generated real part meshes.

circle compared to the nominal geometry. Much more complex geometrical defect are also observed, so that the proposed LE is relevant here.

FIGURE 4.4 – Geometrical variation in the tubular geometry, processing performed with the *VG Studio Max* software.

4.2 Construction of the projection base

The first step of the mesh deformation algorithm consists in building the modal base of the CAD geometry, formed by the Laplacian Eigenmaps. The different steps detailed

in section 3 are applied to the CAD mesh. Solving the eigenvalue problem of the Laplacian matrix means determining the eigenvectors whose projections on the CAD mesh are illustrated on the Fig. 4.5. It shows the progressive construction of a structural base of the geometry. For instance, we can see that the second mode seems to represent a plane of symmetry of the graph and illustrates a principal inertial axis. The projection of the higher-order geometric modes on the geometry demonstrates the notion of localization of the geometric variations that can be captured by the modes. By construction, the modes are sorted in order by their fluctuation lengths. By analogy with the frequency of a sound wave, the low order modes will act as low frequencies with an important wave length. In opposition, the high order modes have more localized fluctuations and will be characterized by a kind of roughness of the geometry with low wave lengths. As the LE are the eigen base of the Laplace-Beltrami discrete problem, the modes can be interpreted as vibration modes [230]. The location of the geometric variations that can be captured is distinguished by focusing on the visualizations of the higher order modes as proposed on Fig.4.6.

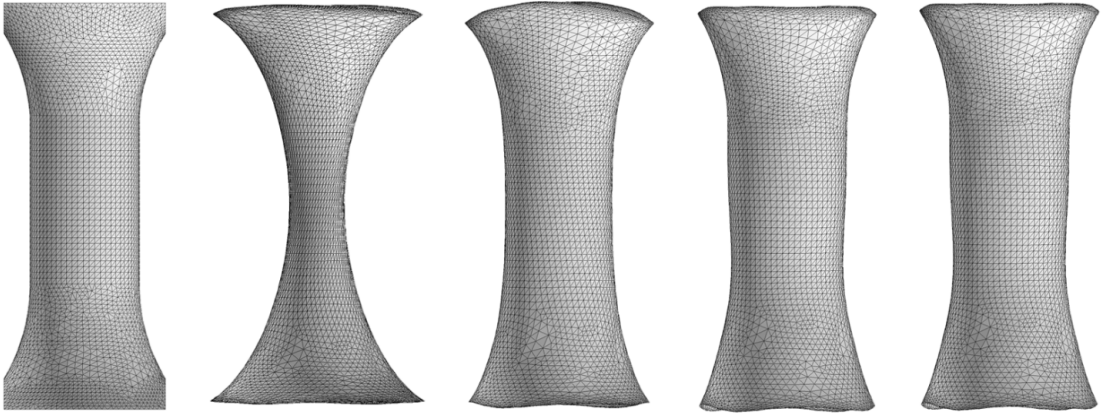


FIGURE 4.5 – Illustration of the CAD mesh projection along several modes (from left to right) : all modes, modes 2, 10, 100, 1000.

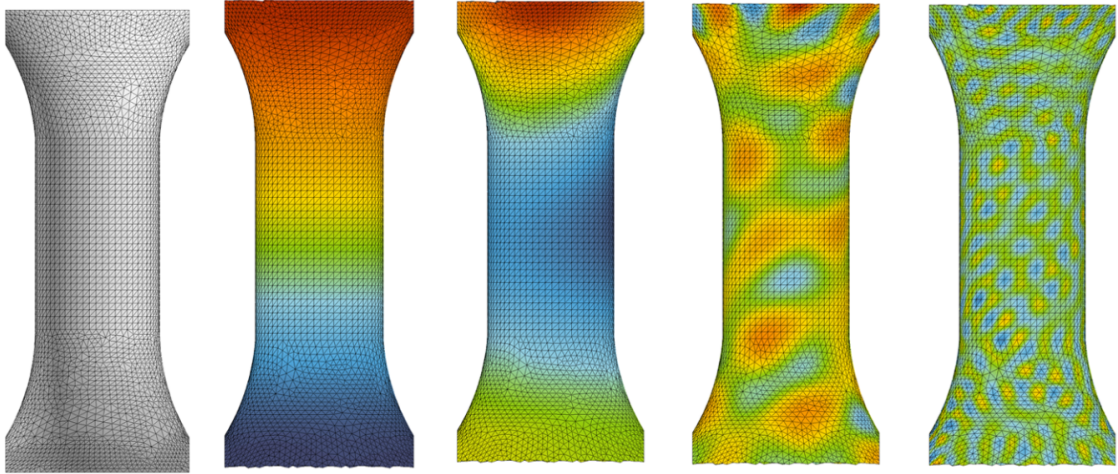


FIGURE 4.6 – Illustration of several modes projection on CAD mesh (from left to right) : no modes, modes 2, 10, 100, 1000.

4.3 Reduction of the modal base

The truncation of the modal base, acting as a filter of local geometric variations, is obtained by studying the evolution of two quantities of interest : the characteristic length of the modes and the reconstruction error of the CAD mesh, described in section 3. The truncation criteria are characteristic dimensions of the CAD mesh, depending only on the level of discretization of the CAD model. As presented in Fig. 4.6, each mode is characterized by a fluctuation length of geometric variations. The equation (4.11) is applied to determine a truncation of the base. The evolutions of the different criteria are presented on the Figure 4.7. A decreasing evolution of the metrics is expected as the modes are getting more and more local. An asymptote is reached with the highest order modes near the minimal element size value which is explained by construction of the formulas (4.10) and (4.11) where the modal gradient is driven by the minimal $d_{i,j}$ value. The second quantity used for modal base reduction concerns the reconstruction error of the CAD mesh. Assuming an optimal truncation for $m = m_{opt}$, it is possible to neglect the information carried by the lasts $m - m_{opt}$ modes. Two forms of reconstruction error are studied : the average reconstruction error $\bar{\varepsilon}$, corresponding to the average of the reconstruction error obtained for each node of the reference mesh and the statistical reconstruction error ε_{stat} , which consists in studying the reconstruction error of 99 % of nodes. This latter error comes from the localization of high order modes with little roughness which affects the mean error as distribution's extrema.

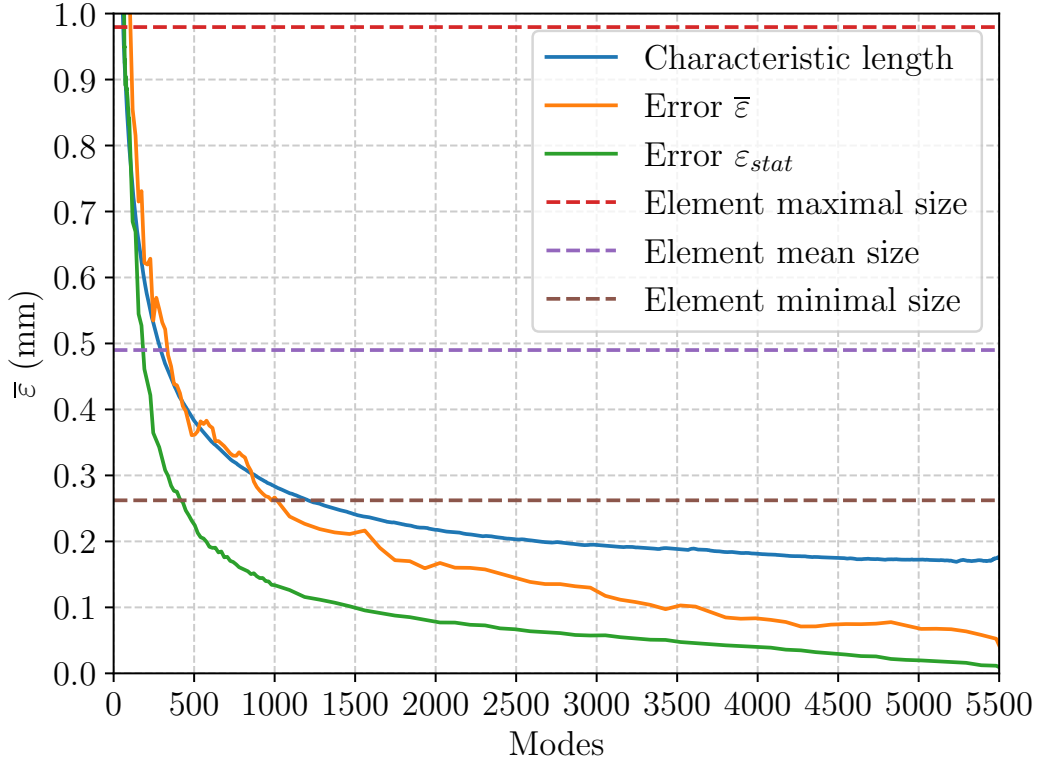


FIGURE 4.7 – Evolution of the several truncation metrics applied on the reference mesh involving 10841 nodes.

The Table 4.2 summarizes the results of the modal base reduction of the reference mesh. The different metrics provide truncation values of the same order of magnitude. The mesh elements information has also been displayed in the Fig.4.7. In this case, the mesh is constructed with a uniform element size. It turns out they have Gaussian distributions

on their size and quality. Thus, the mean element size is a suitable threshold for metrics choice. The dimension of the reduced modal base retained corresponds to the maximum value among the truncation orders obtained from the three quantities of interest. Thus, the truncation has been fixed to $m = 338$. This truncation strongly depends on the topological complexity of the geometry considered.

Criteria	l_m	$\bar{\varepsilon}$	ε_{stat}	Reduced dimension	Reduction rate (%)
Mean element length	289	338	210	338	93.9

TABLE 4.2 – Results of the reduction of the modal base dimension from the several metrics.

4.4 Nodes selection on the reference mesh using DEIM

The DEIM algorithm mentioned in section 3 identifies convenient nodes for each modes of the base on the two meshes. Several nodes can be chosen for each modes and a given node can be selected for several modes. A selection factor δ is defined as an hyper-parameter, in the Machine Learning sense [224], to adjust the amount of node selected by the DEIM. Thus, n_{DEIM} nodes are selected on each meshes and, under the hypothesis of similarity, a pair-matching approach with nodes of the real mesh should operate. A node list denoted F_{ref} is obtained and contains the anchor nodes of the CAD mesh. The Fig.4.8 (left) presents the 338 anchor points identified with the DEIM algorithm on the CAD mesh. The Fig.4.8 (right) illustrates the pair matching of the CAD n_{DEIM} nodes on a CT-based mesh. The choice of n_{DEIM} aims to scope a certain sampling of the possible geometrical variations on the whole surface.

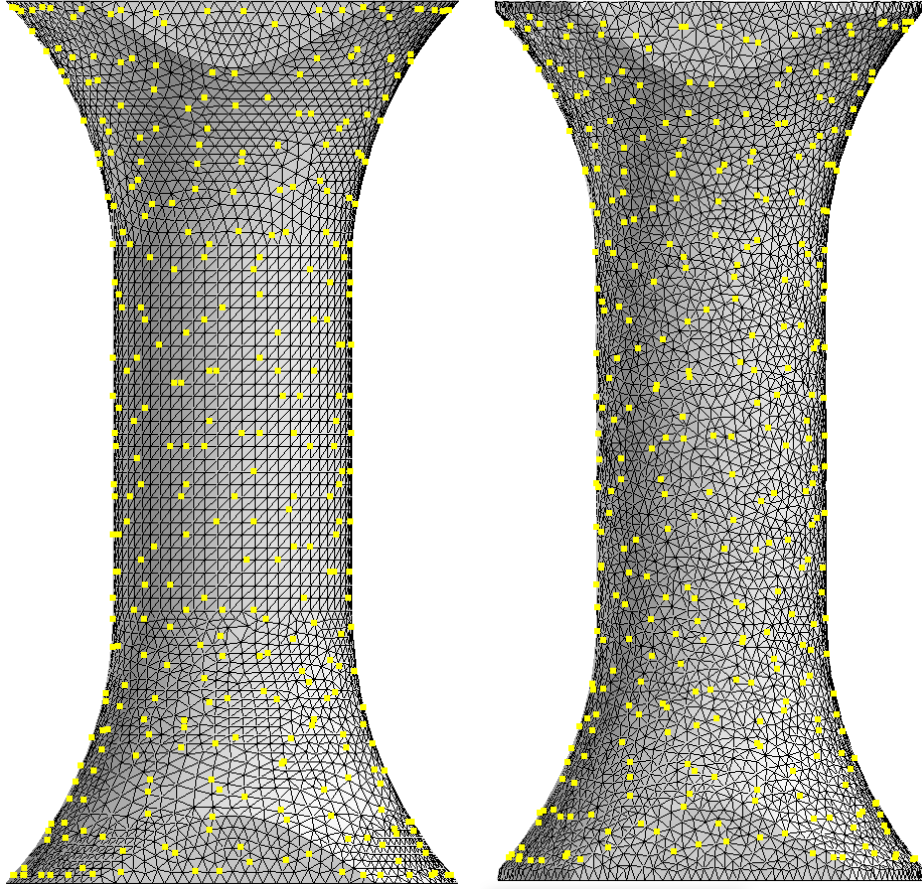


FIGURE 4.8 – Illustration of the pair matching of the anchor nodes selected by the DEIM algorithm with the 100 first modes on the reference (left) and DT (right) meshes.

4.5 Non linear deformation of reference mesh

The DT mesh projection in the modal base is performed by a pair matching between nodes of DT and reference meshes. It is realized by a naive nearest neighbour algorithm applied on the DT mesh. This operation gives the position (in the real space) denoted as ΔC , between the selected nodes F_{ref} and F_{real} of the two meshes, with the real coordinates C_{ref} and C_{real} . The ΔC matrix is then defined with dimensions $(n_{DEIM} \times 3)$. The real discrepancy is then projected in the LE space with the transfer matrix V to obtain the reduced coordinates $\Delta\gamma$. Then, the displacement field is computed with a back projection of the modal differences in the real space which provides U . The last step of the methodology is to propagate the morphing to the volume. The displacement field U consists in a well-posed problem for a FEA resolution. As the computing rely on the application of the number of anchor nodes, the more anchor nodes are used the more precise the computation is. The result of the non linear deformation is shown on the Figure 4.9, in comparison with the initial and the CT meshes.

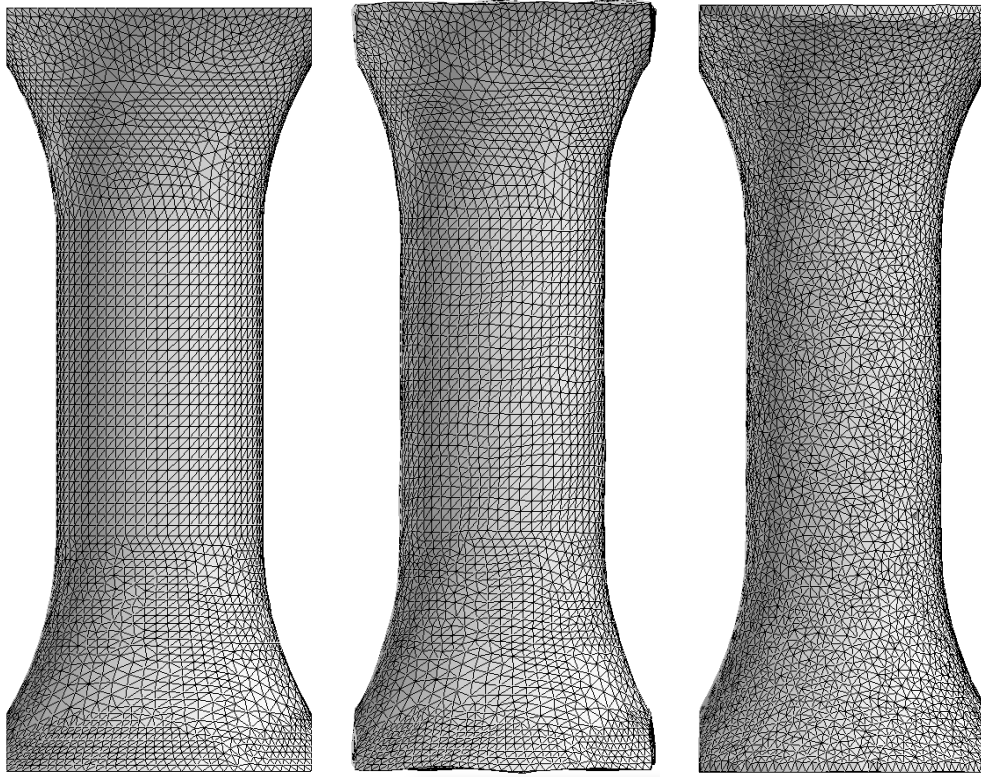


FIGURE 4.9 – Illustration of the CAD (left) morphed CAD (centre) and CT (right) meshes.

4.6 Validation of the deformed mesh

Once the CAD mesh is deformed to become the Morphed mesh, the transformation is checked by two kinds of validation: dimensional and mechanical. The Figure 4.10 shows the whole surface discrepancy fields between the DT mesh and the CAD mesh deformed with the morphing algorithm. The discrepancy maps have been generated with the *GOM* software, specialized in the quality processes under industrial environment. Before deformation, important distances are located on the low head of the geometry, with values higher than 0.35 mm. After the morphing, the geometrical variations are tightened from a continuous distribution to a narrow Gaussian evolution. The distances are significantly reduced to a dispersion centred on -0.02 mm with a standard deviation near -0.02 mm. As the CT conditions provide a voxel size of about 0.03 mm, the results of the Morphing can be validated regarding an uncertainty of ± 0.03 mm on the CT mesh surface determination.

Even if the morphing deformation is convincing according to the Figure 4.10, a comparison on mechanical simulations between the reference and the deformed meshes is required for digital twinning. The deformed mesh validation is performed by FEA, the same elastic mechanical simulation is applied to both meshes. The same boundary conditions are applied and, regarding the application case, an anisotropic behaviour is used. The aim of the validation is to determine if a mesh remains suitable for simulations, as no remeshing techniques is used, and if the structure response of the morphed mesh is well caught. The coefficients used for the simulations are gathered in the Table 4.3.

$T(^{\circ}C)$	C_{1111} (GPa)	C_{1122} (GPa)	C_{1212} (GPa)
20	273.6	182.4	123.7

TABLE 4.3 – Typical elastic tensor components of a Nickel-based Single Crystal Superalloy with cubic symmetry [44].

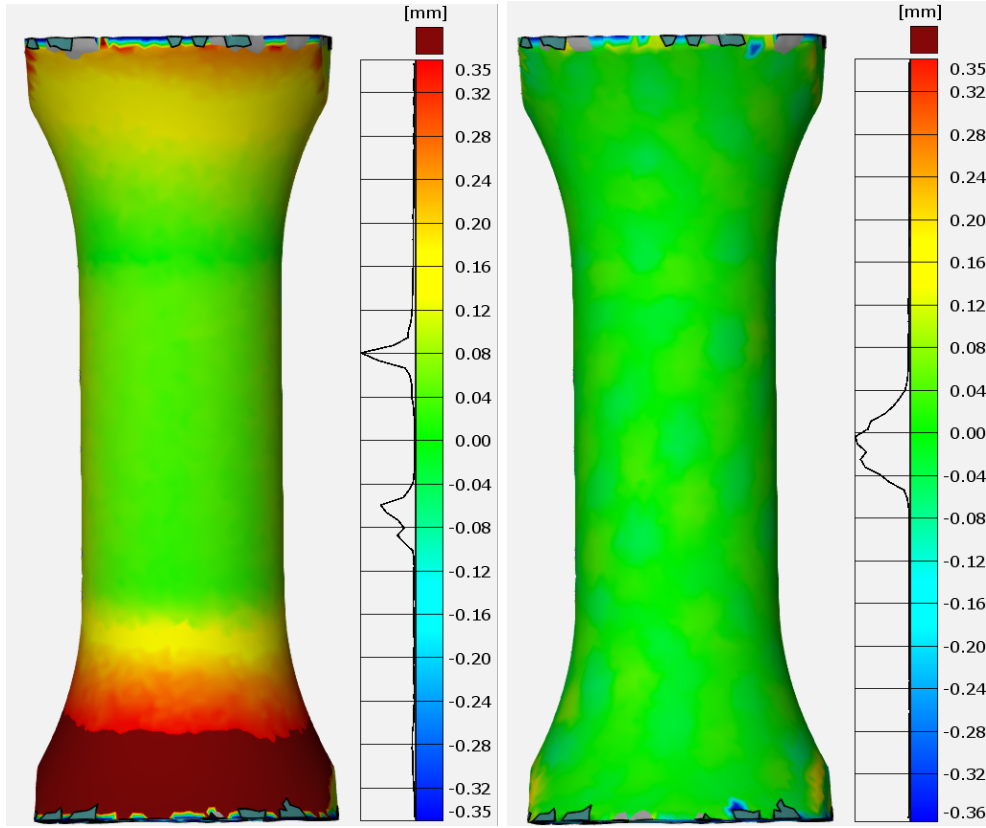


FIGURE 4.10 – Distances between the CAD and CT meshes (left) and the deformed CAD by Morphing and CT meshes (right).

The simulation proposed consists in performing an uniaxiale tensile test applied on the higher head on the sample, while the down surface is clamped. A primary verification of the mechanical response sensibility to the modes could confirm the truncation choice. We check stress discrepancies on several areas of the specimen. The axial stress σ is a relevant indicator to estimate the representation accuracy as the simulations are controlled by Dirichlet conditions (a displacement is applied as boundary conditions). The areas used for the study and the results are presented on the Figure 4.11.

The results of the Figure 4.11 demonstrate that for a modal order $m \geq 300$, the reconstruction is sufficient for a mechanical stabilization of the tensile stress. The convergence of the stress indicates that for higher modes, the supplemental information do not affect the sections used for the study. Thus, the choice of $m = 338$ from the geometrical study is validated by the mechanical simulation. However, the method proposed in this paper aims to deform a reference mesh to fit geometrical variations of real part. The goal is to represent the real mesh and thus, to correctly catch the mechanical response. To check this assumption, the deformed and the CT meshes can be compared by their mechanical simulations. The two simulations are performed using the *Zset* software [151] with an Méric-Cailletaud elasto-viscoplastic behaviour [78], to estimate the impact of the geometrical defect on plasticity. As the meshes are not of the same size, an interpolation of the biggest mesh is performed to correctly evaluate the fields differences. Thus, the distribution of deviations is calculated such as :

$$\Delta\sigma = \sigma_{CT} - \sigma_{Morphing} \quad (4.24)$$

As the simulations are performed with a displacement control, evaluate the axial mean stress is relevant. The data are summarized in the Figure 4.12. The stress differences obtained show Gaussian distributions of error with means in the range $[-5; 5]$ MPa. The

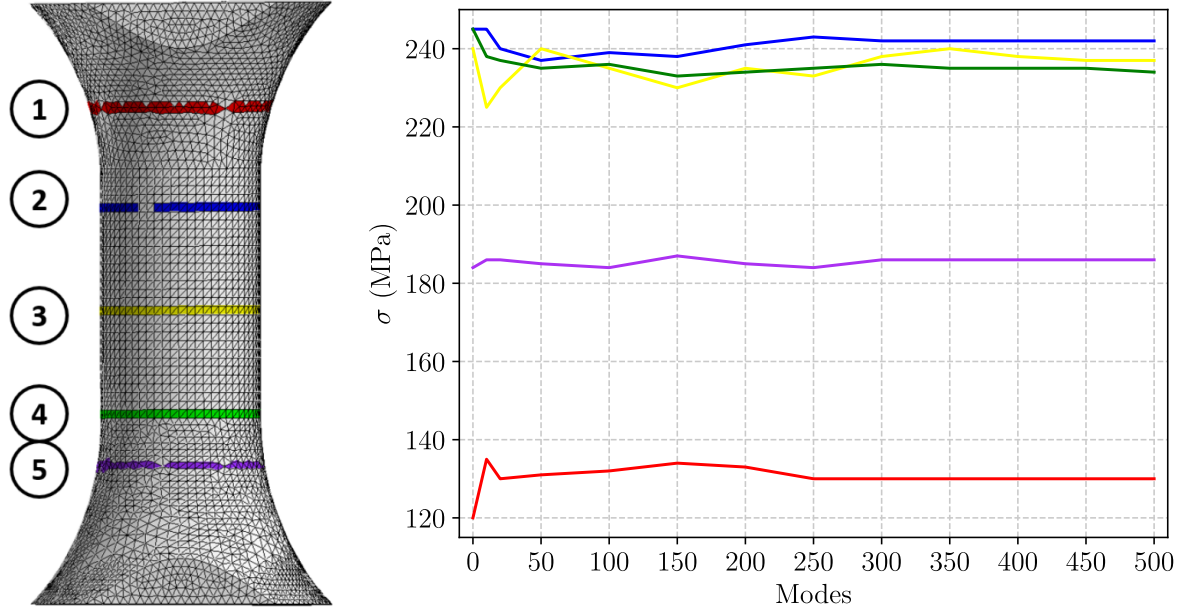


FIGURE 4.11 – Areas used for the convergence study (left) and evolution of the average axial stress σ in several cross sections with respect of the LE modes (right).

boundary conditions are identical for each simulations such as the maximal axial stresses reach ≈ 300 MPa. The mean of distribution errors are in the order of 1% of the maximal stress which is acceptable. The scatter of standard deviations are varying due to the high order modes (from order > 20) which may creates geometrical roughness which can affect locally the stress computation. Furthermore, the green, blue and grey results are concerned by the case of large geometrical variations which is one of the method limits, as discussed in the next section. Those results, in accordance with the geometrical results presented on Figure 4.10, ensure a validation of the mesh Morphing algorithm on a simple tubular geometry.

Remark : Another interest of this approach is the computation pre-processing. As the mechanical boundary conditions set-up was performed before Morphing, the computations were launched without new pre-processing. The clamped nodes were the same for all morphed mesh computations as the tensile surface e.g. The set of nodes have followed the transformation and they kept their indexation, as no remeshing was necessary. This is another gain in time when some simulations need dozens of boundary conditions.

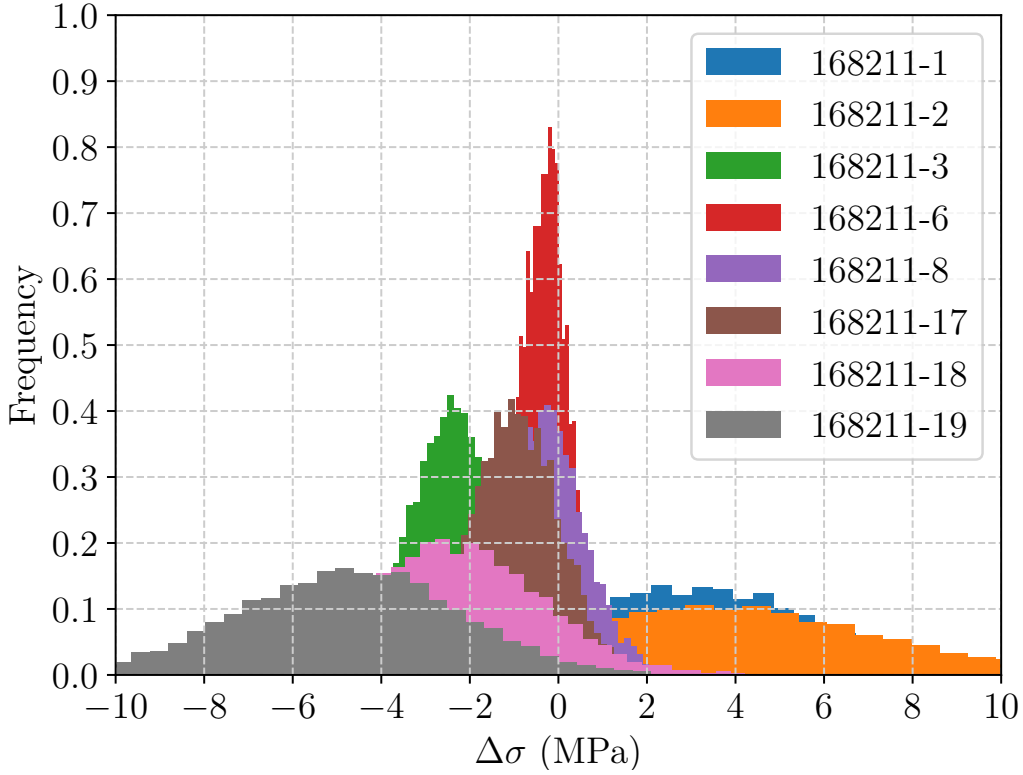


FIGURE 4.12 – Axial stress discrepancy between the DT and the morphed meshes.

5 Discussion

In this paper, an image-based processing is presented to assess geometrical variations of a simple hollow geometry. The preferred process for this kind of geometry and material is the investment casting. We present the foundation of a new approach opened to a large range of applications as the weld bead control, the evaluation of dimensional deviations on stamped or forged parts etc. The work presented in the Introduction in [173–175] might illustrates possible applications for our methodology.

The interest of using Laplacian Eigenmaps as a global shape descriptor lies in their invariance with respect to isometry. A strong assumption is that the nominal part model (CAD mesh) and the real part model are isometric geometries. The method of deformation by means of Laplacian Eigenmaps allows to approximate the geometry of a real part in the case where small deformations have been introduced during manufacturing. This assumption is found in the matching phase since the method assumes that two points representing the same geometry on the two meshes are necessarily the closest neighbours. This assumption is verified in the case of specimens but could be invalidated with more complex geometries. For the example of HPTB, the surface curvatures may invalidate the Euclidean distance as a valuable metric. In this case, geodesy and surface topology must be taken into account to ensure that the volume cannot be "crossed" by the pair matching.

Another point is that the modal base, formed by the Laplacian Eigenmaps is constructed from the pondered adjacency matrix W . This one, in the case of a Gaussian weighting, depends on the discretization level of the CAD mesh. Indeed, the size of the adjacency matrix, and consequently, the dimension of the complete modal base, depends on the number of nodes of the CAD mesh. It seems interesting to verify that the dimension of the reduced modal base is not influenced by the discretization of the CAD mesh. In other words, the question posed is whether there is a relationship between the dimensions of the full space

and reduced modal base provided by a latent structure of the geometry, not only by the edge distances or the mesh refinement. Conversely, increasing the level of discretization of the mesh above a certain limit could be detrimental to catch the geometric variability.

Furthermore, as presented in [195], an alternative would be allowing an association of CAD and CT nodes represented by the same attribute. The idea would be to compute a reduced base for each geometry and determine anchor nodes separately to obtain two selections of nodes \mathcal{F}_{ref} and \mathcal{F}_{real} of the same size. Then, the pair matching would be immediate, without a nearest neighbour computation using an Euclidean distance covariance matrix, very time-consuming to evaluate. This would reinforce the initial assumption that, if two geometries are close in the shape sense, their own representation bases are also close. The distance of two bases can be computed with specific metrics as the Grassmann distance, as seen in [219]. This proposal, not explored in this work, could lead to a more consistent method and reduced the computational time.

In addition with the morphing operation of this algorithm, this algorithm can be used as a geometry generator. The reduced coordinates γ provide a parametrization of the geometry in the base V . Random modifications of each coordinates will provide new boundary conditions to generate a synthetic geometry. An application case is illustrated in [231] in the domain of Data Augmentation for Machine Learning.

Finally, an attention must be paid to the computational complexity of the complete algorithm. First, the LE steps is driven by the W computation with a $\mathcal{O}(N^2)$ temporal complexity, where N corresponds to the number of nodes of the mesh (or the size of the graph). Then, the DEIM algorithm to choose the anchor nodes, is strongly driven by the δ factor and has a quadratic evolution with δ . It is explained by the linear system to solve which grow up with the modal base. The pair matching has the same complexity than the LE method. The cumulation of costly steps make the global algorithm computational complexity important. Optimization can be performed on the pair matching step through a clustering approach on the mesh to eliminate the research of connectivity beyond a given radius of a node-centred sphere. Thus, the DEIM can be replaced by more efficient techniques as the conditioned Q-DEIM [232, 233], the p-DEIM [234] or with an a priori approach [235].

6 Conclusion

The development of image acquisition techniques, particularly using X-ray tomography, is an important technology to improve the decision-making process of manufactured parts. Indeed, the computed tomography reconstruction allows to handle 3D digital versions of produced parts, a process that is usually called "Digital Twinning". The introduction of this technique in the dimensional control chain enables engineers to carry out the lifetime computation on the meshed version of the DT's. Geometrical variations induced by the manufacturing process are assessed with a non-parametric paradigm. However, the difficulty to control the mesh density and the geometrical specificities of each of the parts meshed from CT considerably slows down the Finite Element computations. The present paper proposes an alternative method by developing an algorithm which allows to transform geometrically a reference mesh, whose density is controlled. The transformation is performed to approximate real parts meshes by the reference mesh deformation. This method employs the Laplacian Eigenmaps of the CAD mesh as a base on which the CT meshes are projected to capture the geometrical variations induced by the manufacturing process. This method has the advantage of filtering out geometrical deviations whose magnitudes are lower than a certain characteristic quantity. The transformation is set with a pair matching of specific nodes, chosen with the truncated modal base, between the two meshes. The discrepancy of the selected nodes is projected in the modal base and propagated to the whole reference mesh with the modes. Then, a non-linear deformation is performed on the reference mesh

to ensure the transformation consistency with a transformation gradient evaluation. A case of application was presented in this paper with as manufactured parts containing geometrical defects through a LCF tubular specimen. The LE algorithm has been applied to the example case and has been validated using two independent strategies. On the one hand, a geometrical comparison was performed to investigate if the defects were well approximated by the deformation. On the other hand, the mechanical impact of defects was evaluated by comparing FEA simulations performed on morphed and CT meshes. The results have shown a significant improvement of error distributions on the dimensional deviations and stress standard deviations, typically to less than 1% (average) errors. The algorithm of mesh deformation by Laplacian Eigenmaps appears to be a promising technique in the context of industrial control process with X-ray tomography controlled parts. However, this methodology was applied on simple geometries and its application on more complex problems from other manufacturing processes remains an important challenge to be investigated.

CHAPITRE 5

HYPER-RÉDUCTION PAR APPRENTISSAGE AUTOMATIQUE : APPLICATION AU CALCUL DE DURÉE DE VIE

1 État de l'art sur la réduction de modèle

La méthode des éléments finis constitue désormais un outil indispensable et mondialement utilisé pour la conception de structures industrielles. Les éléments finis forment un lien entre la modélisation du monde physique des équations différentielles aux dérivées partielles (EDP) et leur résolution numérique. Les fondations de cet outil sont la discrétisation de l'espace de résolution et un raffinement tel que la solution approchée converge suffisamment vers la solution exacte. Problématique typique d'une résolution numérique, la précision du calcul est largement proportionnelle à la durée du calcul. Elle dépend de façon exponentielle en le nombre d'éléments. Les modélisations de durée de vie que l'on peut trouver sur les aubes de turbines utilisent des modèles élasto-viscoplastiques demandant un grand nombre de variables à déterminer. Les effets d'endommagement génèrent de plus des conditions de taille sur les éléments qui mènent à des résolutions de durées prohibitives. On peut citer différentes stratégies de réduction des temps de calcul : parallélisation des processeurs, découplage des phénomènes physiques, calculs haute performance etc. Une méthodologie moderne s'est grandement développée dans le monde de la recherche : la réduction d'ordre de modèle. Encore appelée *Reduced Order Modeling* (ROM) en anglais, cette discipline tend à développer des méthodes pour extraire la quantité minimale et suffisante d'informations pour représenter une donnée. Quelle que ce soit sa nature, une donnée est représentée numériquement par une quantité vectorielle de dimension 1 (scalaire comme la mesure d'un capteur par exemple) ou de dimension N (pouvant atteindre 10^{30} dans certains problèmes) [236]. La réduction de modèle cherche à trouver un espace réduit au sein de l'espace complet où les fluctuations les plus intéressantes de l'information sont contenues. Ces méthodes cherchent ainsi à réduire la complexité des modèles physiques afin de diminuer la dimension de l'espace de la solution recherchée. L'émergence des techniques de réduction est due à leur capacité à accélérer les temps de calcul tout en conservant une bonne précision des résultats. La réduction de modèle propose différentes méthodes qui diffèrent selon les principes de construction de ces espaces réduits. Nous allons faire une rapide revue de ces méthodes en les regroupant dans deux grandes familles majeures : les méthodes *a priori* et *a posteriori*.

1.1 Méthode *a priori*

1.1.1 LATIN et approche pilotée par la donnée

Les méthodes *a priori* sont fondées sur le principe de construction à la volée, encore appelée *on the fly methods*. Ces méthodes n'utilisent donc pas de solutions connues pour construire le modèle réduit. Dans ce cadre, la base réduite est calculée en même temps que la prévision et de manière itérative. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de résoudre le modèle complet, appelé *Full Order Model*. Une méthode classique est issue des travaux de Ladèveze avec la méthode LATIN (LArge Time INcrement method) pour une décomposition spatiotemporelle de la solution approchée [237]. Dans ce cas, la solution approchée s'écrit :

$$u(x, t) \approx u_a(x, t) = \sum_{i=1}^a a_i(x) \Phi(t) \quad (5.1)$$

Cette méthode de résolution non-incrémentale en temps est très adaptée aux problèmes de mécanique. Une séparation des équations est effectuée afin de résoudre localement une équation non-linéaire (lois de comportement) puis une seconde équation linéaire globale (conditions d'admissibilité de la solution). Cette méthode a notamment été développée pour des équations aux dérivées partielles temporelles, où elle s'applique par découplage temps/espace. Les fonctions de forme Φ peuvent être calculées par approche radiale.

1.1.2 PGD

Une autre méthode célèbre est la Décomposition Propre Généralisée, ou Proper Generalized Decomposition (PGD) [238]. Il s'agit de déterminer une base qui maximise la projection de l'ensemble des données. Une méthode de prélèvement a été développée en se basant sur des composantes partielles d'un champ recherché. Ces méthodes demeurent sous une hypothèse fondamentale : la séparation des paramètres du modèle. La méthode est développée autour de l'équation suivante. Soit u une solution dépendante de D variables (x_1, x_2, \dots, x_D) représentant les D paramètres d'un problème. Soit a le degré d'approximation d'une solution approchée u_a . Dans ce cas, la solution s'écrit :

$$u(x_1, x_2, \dots, x_D) \approx u_a(x_1, x_2, \dots, x_D) = \sum_{i=1}^a \left(\prod_{j=1}^D f_i^j(x_j) \right) \quad (5.2)$$

Les fonctionnelles f représentent les méta modèles associés aux variables x_j où $j = 1$ à D . Elles sont calculées par *enrichissement* itératif : on calcule la fonction f_{n+1}^j depuis les n premières fonctions via la formulation faible du problème. Cette technique repose sur un algorithme glouton, classiquement utilisé dans les problèmes d'optimisation [239]. Dans un problème où le but recherché est de trouver un sous ensemble optimal, cet algorithme préfère utiliser une fonction objectif et calculer itérativement ses minima locaux, plutôt que de trouver le meilleur sous ensemble parmi tous les possibilités. La PGD est toutefois largement utilisée pour le traitement des problèmes de grande dimensions à l'image des travaux de [238] appliqué à la séparation de fonctions de distribution de Poisson multidimensionnelles ou dans la résolution de l'équation de la chaleur par [240]. Récemment, une approche mécanique numérique pilotée par les données (Data Driven Computational Mechanics) a été proposée par Ortiz [241]. Elle se distingue de la méthode LATIN par un remplacement de la formulation mathématique des lois de comportement par des données brutes observées expérimentalement.

1.1.3 APR

On peut également citer la méthode de réduction de modèle *a priori*, A Priori Reduction (APR) [242]. Résolue de manière incrémentale, cette base utilise la décomposition

via des sous-espaces de Krylov afin de pouvoir construire des bases adaptatives au cours de la résolution de la simulation. Cette actualisation est faite en temps réel sous contrôle d'un paramètre d'erreur entre les solution réduite et calculée. La forme de la solution recherchée est décomposée en modes spatiaux et temporels à l'image d'une solution LATIN. La méthode APR est divisée en trois étapes majeures. Tout d'abord la base spatiale est initialisée telle que les conditions initiales soient satisfaites sur tout le domaine de résolution. Le premier pas de résolution complet peut-être utilisé pour cela. Ensuite vient la phase de construction du domaine où à chaque pas de temps, une projection orthogonale est effectuée entre la base calculée et le résidu de l'itération du calcul complet en cours. La méthode itère jusqu'à convergence du résidu d'orthogonalité : s'il passe sous un seuil minimal, la base est considérée comme réduite. Enfin, une phase d'optimisation peut-être effectuée via une POD (voir ci-dessous) sur les coefficients temporels via la matrice de corrélation. Cette méthode a également été couplée avec une hyper-réduction de modèle (APHR [243]) où un algorithme de sélection des points d'intégration est utilisé. Cela se traduit par une réduction du maillage (domaine réduit, RID) ce qui permet de réduire le temps de calcul nécessaire. Toutefois, une variante de cette méthode a été implémentée en version a posteriori, famille que nous allons voir ci-dessous.

1.2 Méthode a posteriori

Les méthodes a posteriori appartiennent à la famille des méthodes d'apprentissage automatique car le modèle réduit est extrait des données issues de simulations. Bien que plus anciennes que les méthodes a priori, elles bénéficient d'un regain d'intérêt du fait des progrès récents en intelligence artificielle. Par exemple, des auto-encodeurs ont récemment été appliqué à la réduction de modèle par projection d'équations [244]. On trouve également les travaux concernant les modèles réduits locaux couplés à des *classificateurs* optimisés par apprentissage automatique dans le cadre de réseaux de neurones appelés ROM-net [245]. On reviendra sur ce type de modèles d'ordre réduit en section 5.2.3 pour la modélisation de jumeaux numériques issus d'images 3D.

1.2.1 POD

Cette approche est une extension de la POD pour laquelle une réduction de la dimension des données est obtenue à l'aide d'un sous espace vectoriel. Celui-ci décrit un espace latent linéaire. Cette méthode nécessite un ensemble de ressources conséquentes poussant les techniques de réductions de modèle. On appelle la période de calcul des simulations phase hors ligne (*offline phase*) et on appelle la phase en ligne ou *online* pour la partie de calcul avec le modèle réduit. On remarque alors une similitude avec les méthodes de Machine Learning par apprentissage non-supervisé. La méthode la plus connue de cette famille est la POD : *Proper Orthogonal Decomposition*. La POD repose sur une méthode puissante de réduction de la dimension de données afin d'extraire un espace de plus faible dimension. Elle permet le calcul de modes, appelés modes empiriques, modes orthogonaux ou modes de décompositions et qui sont basés sur un algorithme de diagonalisation d'un ensemble de données. Cette dernière est une généralisation d'une méthode extrêmement connue dans les domaines du traitement d'images, de la compression de données. Cette méthode possède différents noms selon ces domaines : décomposition de Karhunen-Loeve, analyses en composantes principales ou détermination de fonctions propres empiriques, comme précisé dans l'introduction de l'article de [246]. La finesse de cette méthode est de pouvoir obtenir une très bonne approximation d'un jeu de données avec une minimisation optimale de l'erreur. La solution d'un calcul mécanique s'écrit de la manière suivante :

$$u_a(x, t) = \sum_{i=1}^{N_{FOM}} q_i(t) \phi_i(x) \quad (5.3)$$

Avec $q_i(t)$ l'évolution du degré de liberté du nœud i et ϕ_i la fonction d'interpolation au même nœud. Cette solution dépend alors du degré de liberté N_{FOM} correspondant au nombre de nœuds du domaine de résolution. Plus le maillage est fin, plus la solution approchée converge vers la solution dite de "haute fidélité". Toutefois, ce raffinement impose une taille de résolution plus importante et donc des moyens informatiques conséquents. Une méthode POD serait alors de travailler sur la taille de la base d'approximation telle qu'une nouvelle solution s'écrive :

$$u_a(x, t) \approx \sum_{i=1}^N \gamma_i(t) \psi_i(x) \quad (5.4)$$

Et dans ce cadre idéal $N \ll N_{FOM}$ afin de justifier la réduction de dimension. Une première remarque est la définition des supports des fonctions : alors que les fonctions de forme ϕ_i sont à support local (compacité sur l'élément), les modes ψ sont quand à eux à support global. Les fonctions γ_i sont appelées coordonnées réduites et les deux bases sont reliées par la matrice \mathbf{V} telle que : $\psi_j = \sum_i \phi_i \times \mathbf{V}^{ij}$. Elle contient l'essentiel de la méthode et c'est sur sa construction que la phase hors ligne se concentre. Un calcul produit un champs u à chaque itération et peut donc engendrer un grand nombre de données dans le cadre d'un calcul viscoplastique. Toutes les données n'étant pas nécessaires, un échantillonnage est effectué afin d'utiliser un nombre restreint de champ intermédiaires. On parle alors de *snapshots* POD mais qui peut également s'effectuer sur un champ u résultat basé sur des calculs dont les conditions varient par fluctuations. N'oublions pas qu'une telle méthode a pour but de mettre en exergue les directions de variations principales des paramètres d'un modèle. La phase hors ligne aboutit donc sur la construction de la matrice \mathbf{V} .

1.2.2 Gappy POD

La reconstruction des zones non perçues par les capteurs est basée sur une méthode Gappy POD, développée par [247]. Comme son nom l'indique, cette dernière est utilisée pour des données manquantes (*gappy data*) en utilisant des méthodes de recouvrement les plus probables via une minimisation des moindres carrés des projections. Leurs travaux montrent que les bases obtenues par extrapolation des modes sur des données manquantes conduisent à des bases très proches de celles calculées avec les données complètes. On peut également citer les travaux de Willcox sur une estimation de bases d'estimation d'écoulement turbulents autour d'un profil d'aile où une estimation d'erreur avec des données bruitées et incomplètes sont de l'ordre de moins de 5% [248].

L'idée est de considérer qu'un masque \mathbf{m} est appliqué sur une donnée \mathcal{D} formant une donnée partielle $\mathcal{D}[\mathcal{F}]$ où \mathcal{F} est la liste des composantes de \mathcal{D} laissées libres par le masque. La Gappy POD propose, à partir d'une base POD \mathbf{V} , de trouver la meilleure extrapolation linéaire de $\mathcal{D}[\mathcal{F}]$ sur \mathcal{D} . Il s'agit d'un problème de minimisation permettant de trouver les coordonnées γ^* telles que :

$$\gamma^* = \min_{\gamma} \|\mathbf{m}[\mathcal{F}] - \mathbf{V}[\mathcal{F}, :] \gamma\|^2 \quad (5.5)$$

Cette équation traduit le même problème que celui traité par l'algorithme DEIM lors de l'algorithme de Morphing, voir section 4.3.3.2. La solution γ^* est connue et permet de reconstruire une approximation $\tilde{\mathcal{D}}$ de l'image complète telle que :

$$\tilde{\mathcal{D}} = \mathbf{V}(\mathbf{V}[\mathcal{F}, :]^T \mathbf{V}[\mathcal{F}, :])^{-1} \mathbf{V}[\mathcal{F}, :]^T \mathbf{m}[\mathcal{F}] \quad (5.6)$$

L'extrapolation est réalisée en utilisant la matrice POD complète \mathbf{V} pour propager la solution à l'ensemble \mathcal{D} . On peut illustrer cette technique à l'aide d'un set d'images de taille \mathcal{P} pixels à partir desquelles base POD \mathbf{V} a été calculée. Un masque \mathbf{m} est appliqué sur l'image tel qu'un ensemble de pixels \mathbf{p} soit de valeur non-nulles. Le masque \mathbf{m} est dans

ce cas la représentation au format de l'image de la liste \mathcal{F} pour le format vectoriel des données. Alors, la reconstruction Gappy-POD permet de reconstruire l'image complète à partir des données partielles \mathbf{p} . Un exemple est proposé en Fig. 5.1.

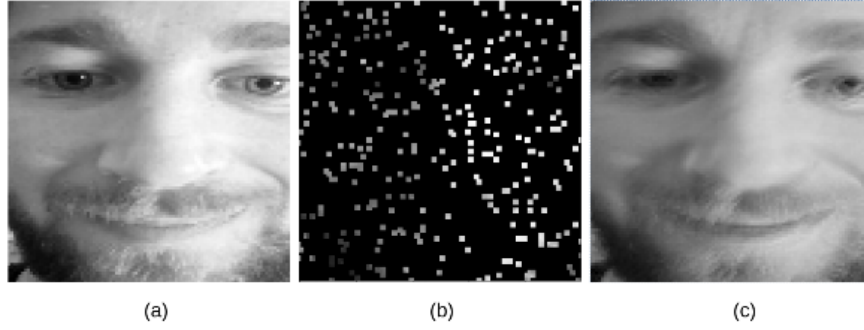


FIGURE 5.1 – Application de la Gappy POD sur un data set d'images : a) image initiale, b) image partielle après application d'un masque \mathbf{m} de 11%, c) image reconstruite depuis le masque avec 42 modes POD [34].

Un autre cas d'application intéressant est la reconstruction de champs thermiques pour des essais thermo-mécaniques sur aubes de turbine bicristallines [35]. Au cours de ces essais, des mesures partielles de températures ont été obtenues via des thermocouples et une caméra thermique. On cherche ici à trouver la décomposition en une base empirique la plus proche par reconstruction des modes masqués. La stratégie mise en place a été de générer un grand nombre de champs de température par modification des sources de chaleur (position, intensité) dans une zone de variabilité proche des mesures expérimentales. On peut alors apprécier l'erreur de reconstruction 3D, de l'ordre de 3% sur la Fig. 5.2.

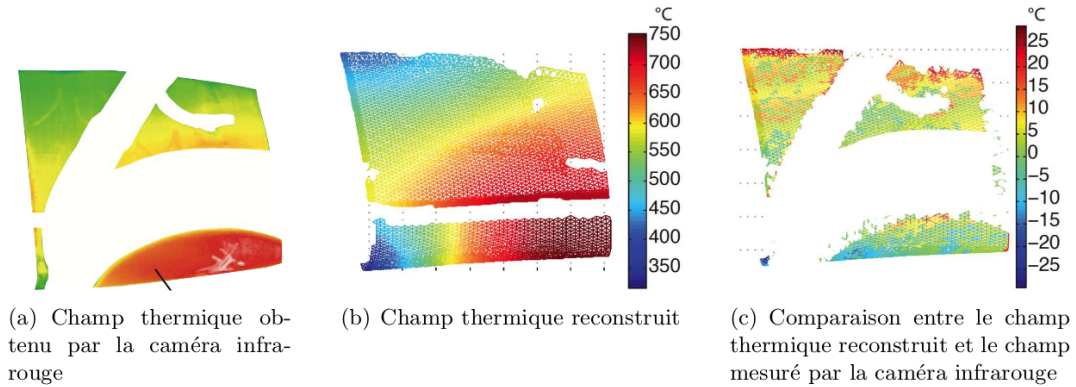


FIGURE 5.2 – Reconstruction d'un champ thermique partiel par Gappy POD [35]. Le masque \mathbf{m} correspond ici à la présence des spires d'un inducteur et couvre la mesure par caméra thermique à infrarouge.

1.3 HROM

L'ensemble des méthodes ci-dessus permettent de réduire la taille des objets mathématiques utilisés comme les images, mesures issues de capteurs ou même les simulations numériques. Une branche s'est développée en s'intéressant également au support de ces données, plus particulièrement pour les simulations, on parle alors d'hyper-réduction. On cherche dans cette approche à réduire les opérateurs de simulations (systèmes linéaire, équations intégrales etc.). Parmi les méthodes d'hyper réduction a posteriori, certaines sont basées sur des interpolations non-linéaires afin de construire la base réduite [247], sur

des méthodes de type quadrature [38] ou encore, sur la construction d'un domaine réduit [249]. Ici, nous allons appliquer une méthode POD à un ensemble de calculs dont les résultats (champs de déplacement à des instants donnés d'un calcul) seront rassemblés dans une matrice de clichés. Nous allons alors résoudre les équations sur la base réduite mais également, résoudre le problème (conditions aux limites, admissibilité de la solution) sur un domaine réduit RID (tronc commun avec l'APHR du paragraphe 5.1.1.3).

Le problème est le suivant : comment résoudre un problème paramétré par un ensemble $(\mu)_{i=1,N}$ de façon optimale ? Considérons un problème de mécanique d'inconnue $u(x, t, \mu)$ définie sur $\Omega \times [0, T] \times \Omega^\mu$ où Ω représente le domaine spatial de résolution, T la discrétisation en temps et Ω^μ le domaine contenant l'ensemble des paramètres du problème. La solution éléments finis fournit une solution u écrite comme une composition séparée en temps et en espace avec un jeu de paramètres fixés. La réduction d'ordre de modèle POD permet, à partir d'un ensemble de simulations, de trouver une base de dimension plus faible permettant d'approcher au mieux la solution complète à une erreur donnée ε_{POD} (usuellement fixée à 10^{-6}). Dans ce cas, la solution réduite s'écrit à l'aide des modes POD ψ et d'amplitudes pondérées par les coefficients réduits γ , comme décrit avec l'Eq.(5.4).

Remarques :

- La POD donne une approximation de rang faible de la solution.
- La POD permet de trouver un sous-espace orthogonale afin de représenter les corrélations entre les données. Il en résulte une perte de localisation de l'information (support local des EF) au profit d'une structure globale. Les modes jouant le rôle de fonction de formes acquièrent donc un support global.
- La matrice \mathbf{V} est de taille $\mathcal{N} * N$ et composée en colonnes des modes ϕ .
- La matrice \mathbf{V} est une matrice de passage entre les espaces complet et réduit puisque les degrés de liberté q s'écrivent : $q = \mathbf{V}\gamma$.

La résolution du modèle réduit se fait par une projection de Galerkin dans l'espace formé par \mathbf{V} . En utilisant une méthode de Newton-Raphson, on peut approximer une solution linéarisée en projetant le résidu \mathbf{r} et la matrice jacobienne \mathbf{J} dans l'espace réduit, comme détaillé dans [30]. Toutefois, la résolution du problème induit une complexité en $2\mathcal{N}N^2 + 2\omega\mathcal{N}N$ avec ω la largeur de la bande de \mathbf{J} . La complexité de résolution est donc linéaire en \mathcal{N} , ce qui peut rester prohibitif pour les très gros calculs ($\mathcal{N} > 10^6$ DoF). Il s'agit donc de réduire non plus la solution, mais également les opérateurs de résolution. D'après les travaux de [242, 218, 249], nous introduisons une matrice \mathbf{Z} dotée de N termes non nuls telle que l'équilibre soit réécrit comme :

$$\mathbf{V}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \mathbf{J} \mathbf{V} \delta\gamma = -\mathbf{V}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \mathbf{r} \quad (5.7)$$

où $\delta\gamma$ correspond à l'incrément des coordonnées réduites représentant l'inconnu du problème réduit.

L'hyper réduction est donc réalisée par l'introduction de la matrice \mathbf{Z} capable de réduire l'opérateur \mathbf{J} . Toutefois, le choix de Z doit assurer la propriété d'unicité de la nouvelle solution, si la solution EF est unique. La technique proposée pour trouver cette matrice Z est la même que celle utilisée pour le morphing c'est à dire la DEIM [250]. Celle-ci est appliquée sur la matrice V afin de sélectionner N points de Ω , appelés points d'interpolations. Des points supplémentaires peuvent être ajoutés en utilisant des bases réduites issues d'autres variables telles que le champ de contrainte $\underline{\sigma}$ ou de glissement octaédrique cumulé γ_{eq} . Enfin, les points sélectionnés peuvent-être regroupés en domaines

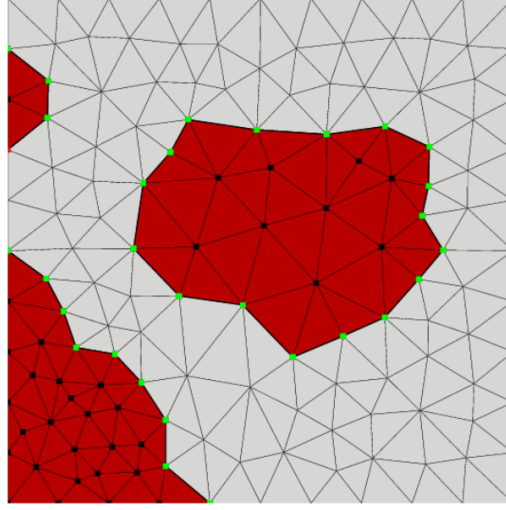


FIGURE 5.3 – Illustration d'un RID Ω^{RID} (en rouge) au sein du domaine complet Ω (en gris). Les frontières du RID sont représentés en carrés verts [30].

locaux Ω^{RID} par la sélection de points alentours par "couches" par la méthode K-SWIM [251]. Un exemple de RID est proposé en Fig. 5.3 en rouge au sein du domaine complet en gris. On voit que le domaine peut-être complètement noyé au sein de Ω sans être nécessairement sur les bords. La résolution du problème nécessite toutefois de définir une interface Γ entre Ω^{RID} et Ω . La résolution se fait par des conditions aux limites de Dirichlet, limitant ainsi la réduction des RID à un point unique.

Les RID sont donc formés afin de trouver les N équations à prélever pour résoudre l'équilibre hyper-réduit de l'équation (5.7). Toutefois, aucune conditions aux limites n'est connue sur la frontière Γ , condition nécessaire à la résolution du problème. Celles-ci sont déterminées à l'aide du partition spatiale des modes entre l'intérieur et l'extérieur du RID. La condition de Petrov-Galerkin est satisfaite car les modes intérieurs au RID restent cinématique admissibles. Il est alors possible d'écrire un équilibre mécanique hyper-réduit, en notant \mathcal{F} l'indice des noeuds utilisés pour le RID tel que :

$$\mathbf{V}[\mathcal{F},:]^T \mathbf{J}[\mathcal{F},:] \mathbf{V} \delta \gamma = -\mathbf{V}[\mathcal{F},:]^T \mathbf{r}[\mathcal{F}] \quad (5.8)$$

Grâce à ceci, la complexité temporelle de la résolution peut-être divisé d'un facteur \mathcal{N}/N . Cette méthode a été utilisée dans le cadre de matériaux non-linéaires (plasticité cristalline [252]), pour des problèmes de contact [253, 254] ou encore à la détection de défauts dans des soudures [30]. Un exemple sur le calcul de la déformation plastique entre modèle complet et modèle hyper-réduit est présenté en Fig. 5.4. On voit que d'une part, la méthode hyper-réduite permet d'accéder à certaines composantes du tenseur des contraintes ($\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{33}$) mais impose une perte d'information majeure sur les autres. Le compromis imposé par la méthode est bien représenté ici : l'accélération du temps de calcul implique une perte d'informations par troncature de l'espace vectoriel. De récents travaux ont cherché à étendre l'hyper-réduction pour aborder de nouvelles thématiques, telles que la résolution par la méthode des longueurs d'arcs [37], la résolution de problèmes de contact [255, 254] ou pour la réduction de modèle non-linéaire par Machine Learning [38] (détaillé en section 5.2.3).

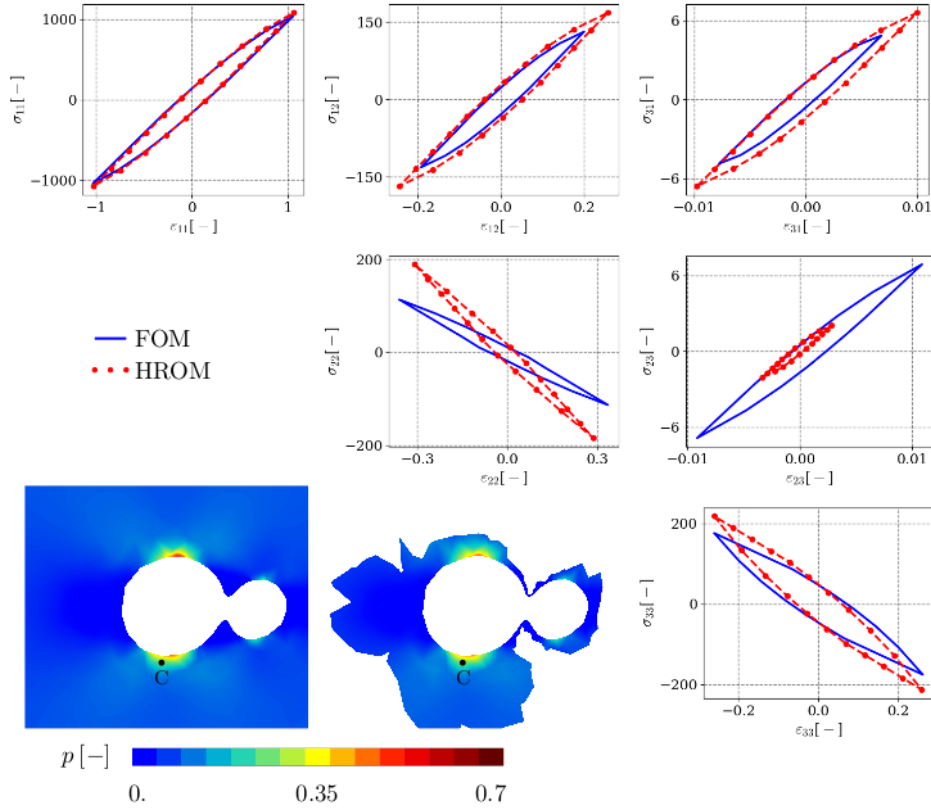


FIGURE 5.4 – Comparaison des champs de déformation plastique entre modèle complet et modèle hyper réduit (RID). Visualisation du domaine complet et du RID [30].

2 Hyper-réduction pour simulations TGMF

2.1 Définition du problème

Comme mentionné précédemment, la thèse cherche à développer une méthodologie de durée de vie la plus rapide possible afin qu'elle puisse être utilisée dans un contexte industriel. Malgré les techniques présentées en section 3.1.3 et appliquées à la thèse, les temps de calculs restent prohibitifs. Le problème considéré ici est d'estimer l'impact des variations de procédé contenues dans des pièces de fonderie sur la durée de vie. Il s'agit donc d'un problème mécanique paramétré par la modification du support géométrique, l'ajout de l'orientation réelle du monocristal et la variabilité expérimentale. Ainsi, cette formulation induit un espace paramétré Ω^μ où vivent les données multimodales. La difficulté ici est que l'on ne cherche pas à paramétrer ces défauts, l'idée n'est pas d'explorer cet espace afin de borner la recherche. Nous utilisons une approche type Jumeau Numérique, comme détaillé en section 1.3.1, qui s'inscrit dans le méthodologie globale dite *Data Driven*. Ce terme est apparu dans la littérature dans les années 80, lorsqu'une nouvelle approche est apparue pour palier aux problématiques de modélisation des systèmes complexes. L'idée majeure consiste en trouver les corrélations entre les données issues de mesures et d'observations sans chercher à déterminer un modèle physique. Il s'agit d'un problème de régression où l'optimisation est guidée par des équations d'équilibres et de fermetures. Ces méthodes, initiées par [256, 257], ont donné naissance aux approches de Machine Learning et l'introduction de la physique comme paramètre de pénalisation à l'images des PINN's [258, 259] ou des TANN's [260, 261].

La connaissance a priori de Ω^μ n'est donc plus nécessaire, il est possible au travers de méthodes a posteriori comme la POD, de trouver les corrélations nécessaires. On ne cherche pas à définir au préalable les paramètres μ , nous cherchons à apprendre des observations

physiques et expérimentales. Nous nous rapprochons ainsi des approches d'apprentissage de type non-supervisées en extrayant les corrélations des simulations mécaniques. Ce type d'approche se prête à l'environnement industriel : une fabrication maîtrisée (taux de rebut acceptable) induit donc que la variabilité est restreinte par les admissibles définis par la cotation (en prenant le dimensionnel comme exemple). L'idée est de considérer qu'une pièce réelle avec ses défauts tels qu'ils sont observés par imagerie 3D, peut-être considérée comme la somme d'une pièce nominale et des fluctuations générées par l'écart au nominal. Prenons l'exemple de l'effet du trou dans une plaque sur le champ de déplacement, illustré en Fig. 5.5. On s'aperçoit que le principe de superposition peut s'appliquer ici : le champ total résulte de la somme du champ issu de la plaque saine et de celui de la plaque trouée. Cette propriété est donc le point de départ du travail : peut-on représenter l'impact de ces défauts simplement avec une fluctuation d'un champ sans défaut ?

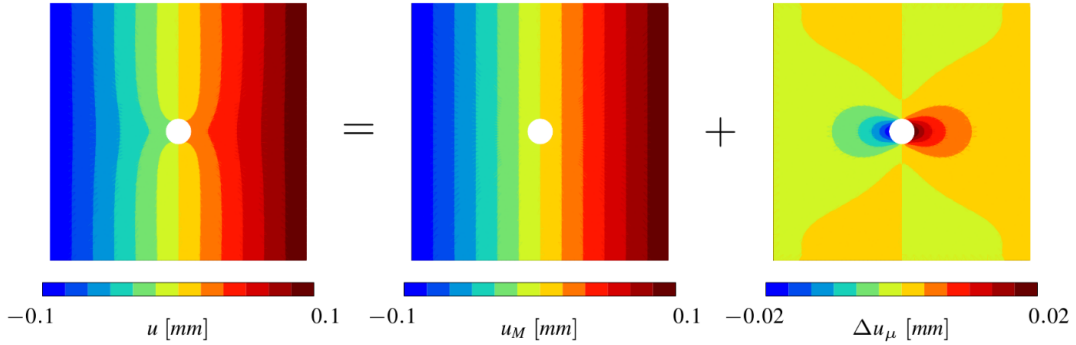


FIGURE 5.5 – Fluctuations du champ de déplacement généré par un défaut [36].

2.2 Construction des bases réduites

Avant de prendre en compte les variations d'une pièce réelle, il est nécessaire de maîtriser la réduction de modèle sur un cas nominal. Prenons l'exemple d'une simulation type TGMF sur la CAO d'une éprouvette. Le calcul complet des 120 cycles est réalisé avec 14 incréments par cycles, soit un total de $T = 1680$ cartes (ou maps) de calcul. Le maillage étant composé de $\mathcal{N} = 265318$ noeuds, la solution du problème u est donc stockée dans une matrice \mathcal{A} de dimension $(3\mathcal{N} \times T)$ ¹ dite matrice de snapshots. Toutefois, cette matrice est très particulière car il y'a près de 500 fois plus de lignes que de colonnes. En "regardant la matrice de loin", celle-ci s'apparente donc à un vecteur, difficile à analyser du point de vue des corrélations. La POD est donc réalisée au travers d'une SVD (Singular Value Decomposition), capable d'extraire une matrice pseudo-diagonale d'une matrice non-carrée. Il s'agit de la méthode optimale d'extraction de l'espace orthogonal de dimension maximale de la matrice donnée en entrée. La SVD, pour une matrice réelle \mathcal{A} , s'écrit comme :

$$\mathcal{A} = \mathbf{V} \times \Sigma \times \mathbf{U}^T \quad (5.9)$$

Les matrices \mathbf{U} , Σ et \mathbf{V} possèdent des propriétés particulières. Σ est appelée matrice pseudo-diagonale et ses valeurs propres sont appelées valeurs singulières. En effet, seuls ses r premiers termes diagonaux $\sigma_{i=1,r}$ sont non-nuls et r correspond au rang de \mathcal{A} . Les matrices \mathbf{V} et \mathbf{U} sont des matrices de passage dites d'entrée et de sortie. Une autre propriété intéressante est que les valeurs propres $\sigma_{i=1,r}$ sont rangées en valeurs dans un ordre décroissant. En prenant l'analogie de modes énergétiques d'une fonction d'onde, cela signifie que l'information perd de plus en plus sa propriété globale et tend à se localiser en augmentant avec l'ordre de valeur propre. C'est donc ici qu'une réduction peut se faire : on peut extraire

1. À chaque nœud est associé le vecteur $u(x, y, z)$ de dimension 3. On vectorise le champ \mathbf{u} pour qu'il soit stocké sur une seule colonne.

une matrice $\tilde{\mathbf{V}}$ de \mathbf{V} en tronquant l'équation (5.9) à un ordre $k \leq r$. Comme dit précédemment, cette troncature se fait usuellement lorsque $\frac{\sigma_k}{\sigma_1} \approx 10^{-6}$. La matrice $\tilde{\mathbf{V}}$ est alors utilisée comme la matrice de réduction d'ordre de modèle puis notée simplement \mathbf{V} , dont les colonnes sont appelés modes. En appliquant cette technique, il est possible d'obtenir des bases réduites associées aux champs considérés. Pour l'exemple du champ \mathbf{u} issu du calcul CAO, la base est composée de 7 modes. Ainsi, 7 modes suffisent à caractériser l'évolution du champ de déplacement pour l'ensemble du calcul. La projection de quelques modes sur le maillage CAO est présentée sur la Fig. 5.6.

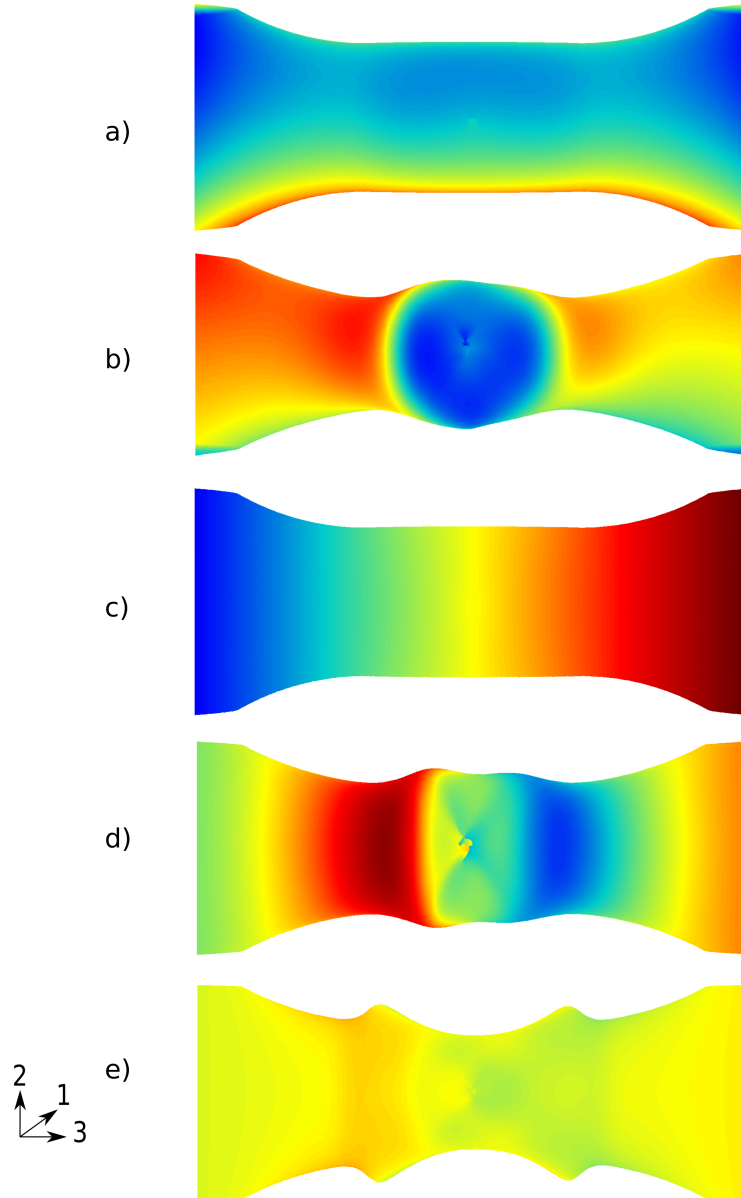


FIGURE 5.6 – Illustration des modes POD en déplacement (de haut en bas) : modes 1 et 3 selon U1 et modes 1,4 et 7 selon U3.

On voit, par exemple sur la Fig.5.6.a), la dilatation thermique bloquée et le gradient thermique autour du trou sur la Fig.5.6.b). On observe sur la Fig.5.6.c) l'effet de sollicitation uniaxiale, vue par la structure, est bien représenté. Il s'agit du premier mode selon le déplacement axial U_3 , celui ayant le plus de poids. Toutefois, les modes d'ordres plus élevés (4 et 7) projetés ici induisent un effet de localisation : il s'agit de l'effet du perçage, qui tend à créer des fluctuations du champ sain, à l'image de la Fig. 5.5. À l'instar des modes propres de vibration d'ordre élevés, l'analyse de ces modes n'est pas recommandée ni chose aisée. Il ne faut pas oublier qu'il s'agit d'une décomposition orthogonale du champ de déplacement complet. Les premiers modes apportent la structure du champ, et peuvent donc parfois s'analyser physiquement, mais les ordres plus élevés ajoutent l'information et la dimension de l'espace vectoriel. Dans ce cas, il n'y a pas nécessairement d'interprétation physique. Afin d'améliorer la sélection du RID pour l'hyper-réduction, la POD peut-être répliquée sur des flux d'intérêts. Dans notre cas, la POD a été appliquée sur le tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$ ainsi que sur le champ scalaire de plasticité octaédrique cumulée γ_{eq}^{oc} .

Une fois les bases réduites déterminées, le RID a été identifié à partir du maillage complet. L'algorithme utilisé demande une base réduite de DOF, celle issue des déplacements par exemple, des bases réduites de flux en option ainsi qu'un hyper-paramètre pour la méthode K-SWIM [251], afin d'assurer l'équilibre mécanique réduit. Dans notre cas, ce paramètre a été fixé à 1, prenant une couche d'élément en "épaisseur". La comparaison entre le domaine complet dit FOM et le RID est proposée en Fig. 5.7. Les maillages sont placées dans le même référentiel afin d'observer les zones conservées pour le domaine réduit. On observe que finalement, le RID n'est pas continu : il s'agit de l'union de sets d'éléments dont au moins 1 nœud a été repéré par la méthode DEIM. Le RID Ω^{RID} correspond ainsi à l'union de différentes contributions permettant de couvrir l'ensemble de la structure, selon des zones précises calculées à partir des modes. Il est à noter que l'utilisateur peut lui-même créer des RID unitaires et les ajouter à l'union.

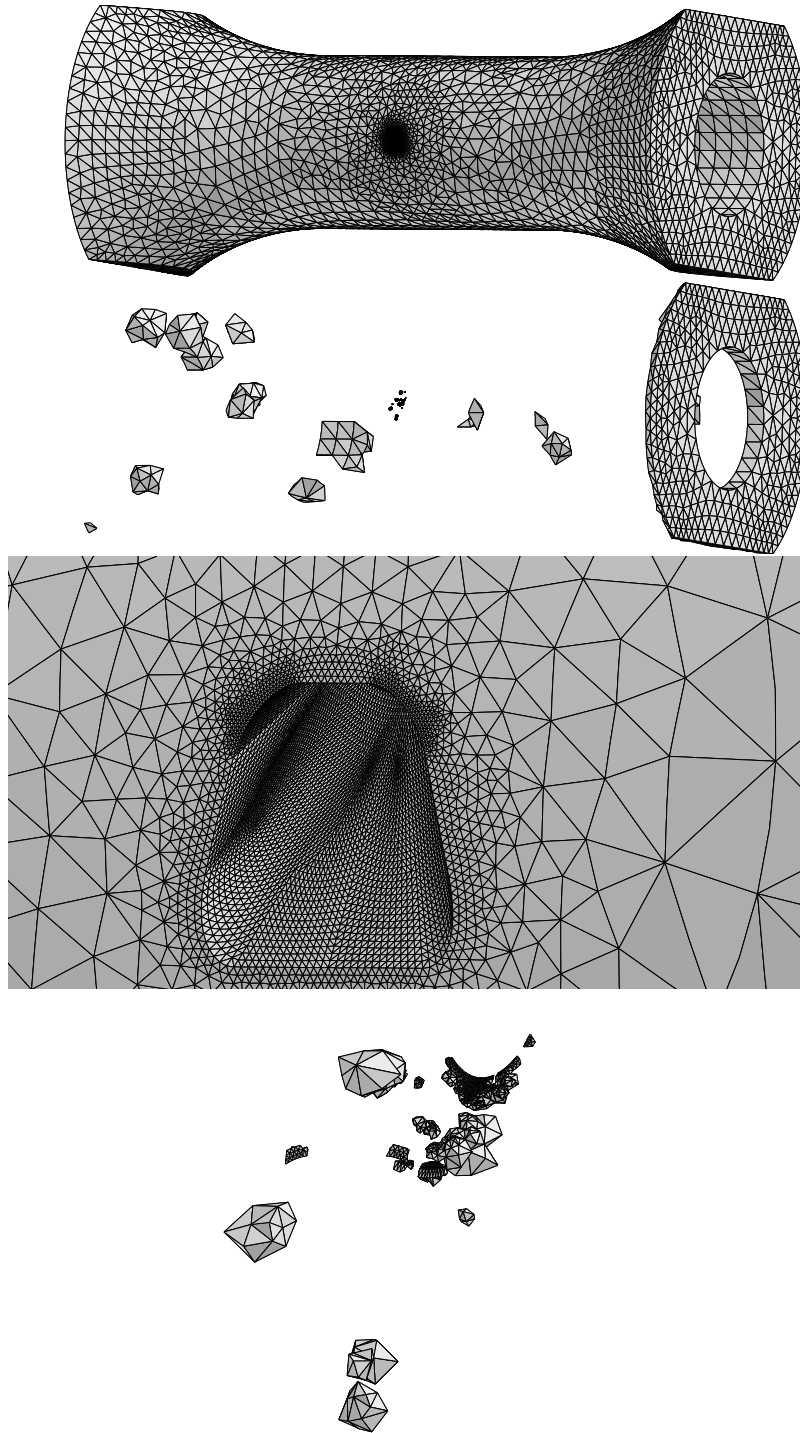


FIGURE 5.7 – Comparaison entre la géométrie complète (calculs FOM) et le domaine d'intégration réduit (RID) et zoom dans le perçage.

A l'image de la stabilisation des champs mécaniques au cours des cycles, il peut-être intéressant d'examiner la convergence des bases réduites en ne s'intéressant qu'à certains cycles. La Figure 5.8 propose l'évolution du nombre de modes des bases pour différentes grandeurs avec une troncature $\varepsilon = 10^{-5}$. La première remarque concerne les différentes vitesses de convergence. Le champ de déplacement converge très rapidement et avec un faible nombre de modes, surtout en comparant au tenseur des contraintes ou à la composante axiale σ_{33} seule. De plus, ajouter des snapshots à la matrice pour la POD n'implique pas une augmentation du nombre de modes : en modifiant la matrice c'est tout l'espace propre qui est modifié. Il peut donc y avoir de nouveaux modes ayant plus de poids dans la POD, diminuant de ce fait la dimension finale. Aussi, on voit que l'évolution de la base réduite issue de la plasticité augmente rapidement avant de décroître. Cet effet est due à l'effet de seuil plastique : initialement, la plasticité est faible et se représente comme un champ de très faible amplitude avec d'importants gradients. Au fur et à mesure qu'elle se développe et se localise dans le perçage, elle s'ordonne de manière à fluctuer sur de plus grandes distances spatiales. Des modes de plus longue portée (faible ordre) permettent alors de bien la représenter. Enfin, l'évolution de la base réduite du tenseur des contraintes est corrélée avec celle de la contrainte axiale σ_{33} : ce qui n'est pas étonnant puisque le tenseur est quasiment uniaxial sur l'ensemble de la structure.

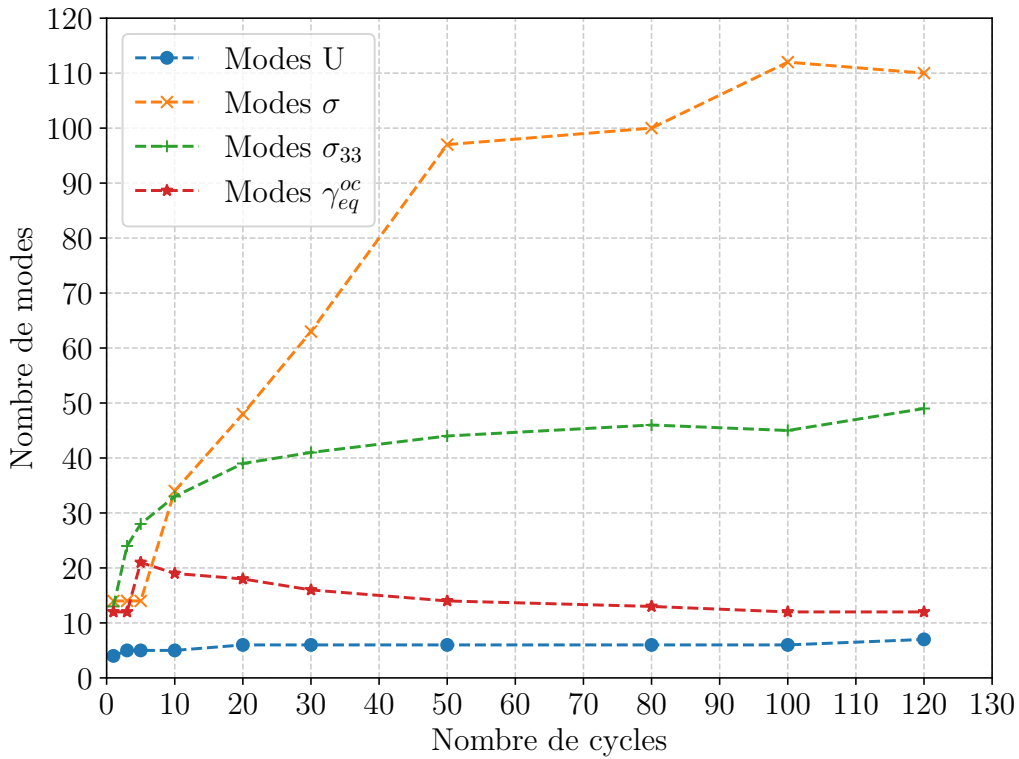


FIGURE 5.8 – Estimation de la convergence des bases réduites de différentes grandeurs en fonction du nombre de cycles calculés pour apprendre par POD les modes de base réduite.

Pour cet exemple, la simulation hyper-réduite a été réalisée avec les paramètres rassemblés dans le Tableau 5.1. Les résultats de la simulation hyper-réduite sont présentés en Fig. 5.9, montrant la prévision du champ de plasticité. Le calcul réduit présenté ici permet de réaliser une très forte accélération du temps de calcul par un facteur d'environ 90. Afin d'estimer numériquement la validité du calcul, un estimateur d'erreur² établi par [262], est

2. Il est important de préciser qu'il ne s'agit pas d'une erreur rigoureuse. Une erreur est souvent

appliqué sur les champs calculés à l'aide de la loi de comportement. Son application sur γ_{eq} montre une erreur de l'ordre de 1 %, ce qui est un très bon résultat ici. La durée de vie a ensuite été calculée à partir du calcul de la déformée et les résultats montrèrent un écart de 11 cycles, soit 13 % d'erreur. On voit ici la problématique soulevée par ce modèle réduit : bien que la précision du comportement soit assez précise, la fonction de durée de vie très non-linéaire avec la contrainte ce qui induit un écart plus important. Il est donc complexe de réduire le maillage dans le Shaped Hole sans augmenter l'erreur de prédiction au niveau de la durée de vie.

Paramètres	Valeur
ε_{POD}	10^{-6}
Base U	7 modes
Base $\underline{\sigma}$	48 modes
Base γ_{eq}	14 modes
Durée calcul FOM	5 jours
Durée calcul HROM	1,3 h
Speed-Up	90
Erreur max sur γ_{eq}	< 1 %
Erreur max sur $\underline{\sigma}$	< 5 %
DDV FOM	88 cycles
DDV HROM	77 cycles

TABLE 5.1 – Tableau recensant les paramètres du calcul hyper-réduit.

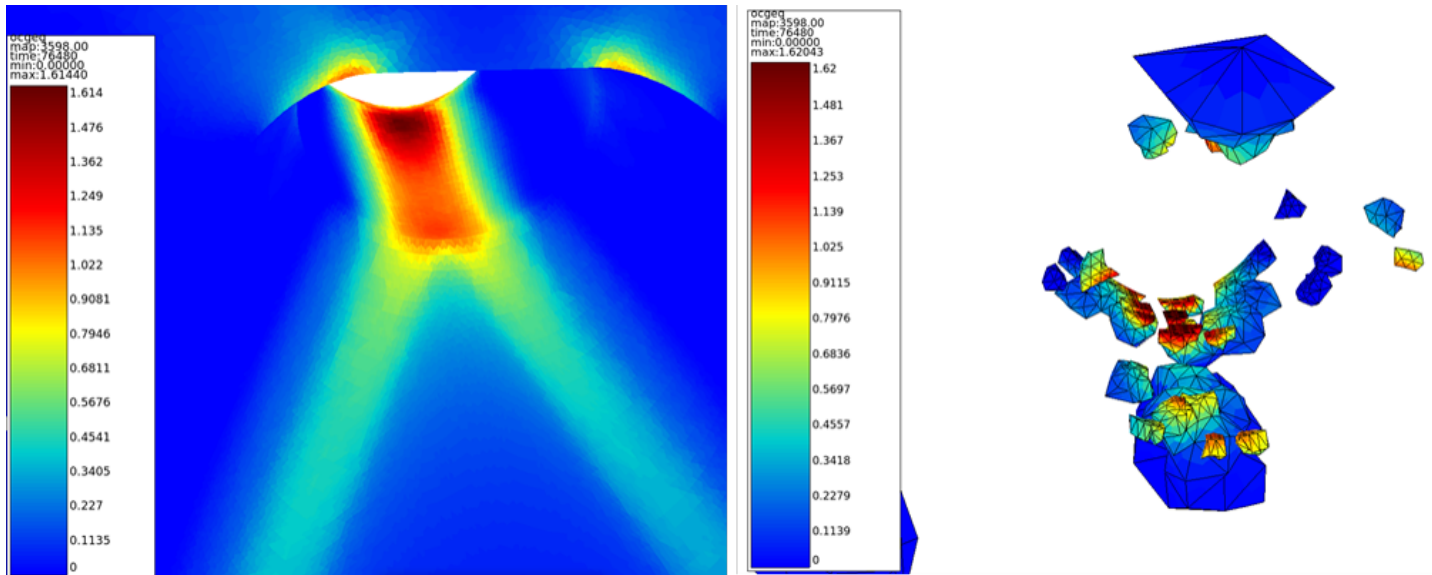


FIGURE 5.9 – Calculs réduits avec plasticité octaédrique γ_{eq} : précision de l'ordre de 10^{-2} .

associée à une distance mathématique et donc à une norme. Cet estimateur est défini à partir d'un état statiquement admissible avec correction en cas de conditions type Neumann. Le lecteur trouvera plus de détails dans l'article associé.

2.3 Application aux Jumeaux Numériques issus d'images 3D : approche ROM-Net

L'intérêt des méthodes de réduction de modèle réside en la simulations d'un certain nombre de calculs complets en faisant varier le jeu de paramètres $(\mu)_i$. Toutefois, de telles approches restent adaptées pour des problèmes où $\text{card}(\mu)_i \leq 10$. Si les paramètres sont plus nombreux, alors l'espace de recherche nécessite, en supposant une approche combinatoire isotrope naïve, au moins 10^{10} simulations pour balayer simplement l'espace. De plus, la taille gigantesque induit que naturellement, les points tendent à s'éloigner : la notion de proximité devient très complexe. De nombreuses techniques modernes reposent sur la notion de proximité et de voisinage, ce qui devient impossible avec trop de paramètres. Il s'agit du fléau de la dimensionnalité (*curse of dimensionality*), couramment rencontré en Data Science. Comme décrit par [30], le problème devient extrêmement compliqué lorsque la donnée d'entrée est une image. Une image bidimensionnelle de 256×256 induit un espace de dimension 2^{16} . En ajoutant des restrictions physiques, il est possible de restreindre l'image aux pixels d'intérêt dont une modification induit une différence en sortie du traitement. En supposant un masque de 10%, l'espace reste de dimension 650, largement soumis au fléau de la dimension. En fonction de l'intérêt du problème, une paramétrisation restrictive simplifiée reste très coûteuse en nombre de simulations nécessaires. A fortiori, cette problématique est exacerbée par la tomographie qui génère des images tridimensionnelles, augmentant exponentiellement la complexité.

La philosophie de ces travaux de thèse est d'utiliser une approche type data-driven, sans chercher à paramétriser le problème. L'accès au maillage de tomographie agit comme un masque du domaine initial et borne l'image à une sélection de voxels transformés en éléments. Cependant, le nombre de noeuds nécessaire à l'automatisation, comme mentionné en section 3.4, fait que les matrices de snapshots génèrent des espaces très différents si bien que les sous-espaces extraits par la POD ne peuvent pas être comparés simplement. Certaines techniques existent pour comparer des bases entre elles, à l'image de la dissimilarité³ de Grassmann définie par l'Équation (5.11), introduite pour la comparaison de bases réduites par [38]. La distance de Grassmann étudie les angles entre deux espaces, à l'image de deux bases de \mathbb{R}^3 en rotation l'une par rapport à l'autre. Si deux bases \mathcal{V} et \mathcal{V}' sont de dimensions respectives p et p' , alors on peut définir les angles principaux θ_k tels que :

$$\forall k \in [p, p'], \quad \theta_k(\mathcal{V}, \mathcal{V}') = \arccos(\sigma_k) \quad (5.10)$$

où les σ_k désignent les valeurs singulières de la matrice de corrélation $C(\mathcal{V}, \mathcal{V}')$. Dans le cas de faibles angles, c'est à dire d'une similitude forte entre \mathcal{V} et \mathcal{V}' , il est possible de définir un lien d'équivalence entre les angles principaux θ_k et la dissimilarité de Grassmann. Cette équivalence s'écrit :

$$\tilde{\delta}_n(u, v) \underset{\|\theta_n\|_2 \rightarrow 0}{\sim} \|\theta_n\|_2 \quad (5.11)$$

Les travaux de Daniel et al [264], ont montré qu'il était possible de définir une dissimilarité orientée pour la ROM δ entre deux paramètres x et x' . Pour une variable primale u désignant une quantité d'intérêt (solution d'une EDP par exemple) et $n \in [1, \mathcal{N}]$ telle que :

$$\delta_n(x, x') = \tilde{\delta}_n(u(x), v(x')) \quad (5.12)$$

Toutefois, la distance tend à diverger si les bases sont de dimensions trop éloignées. La divergence est bien illustrée en regardant le premier angle principal entre différentes bases de contraintes calculées à différents cycles. L'évolution est tracée sur la Fig. 5.10 en fonction

3. Il ne s'agit pas d'une distance rigoureuse car il n'y a pas de norme associée. Le lecteur intéressé pourra lire [263] pour une liste de distances plus explicite utilisée pour la comparaison d'espace de Grassmann.

de l'erreur POD. Ceci introduit une notion capitale dans la réduction d'ordre de modèle non-linéaire : la linéarisation locale de l'espace à approximer.

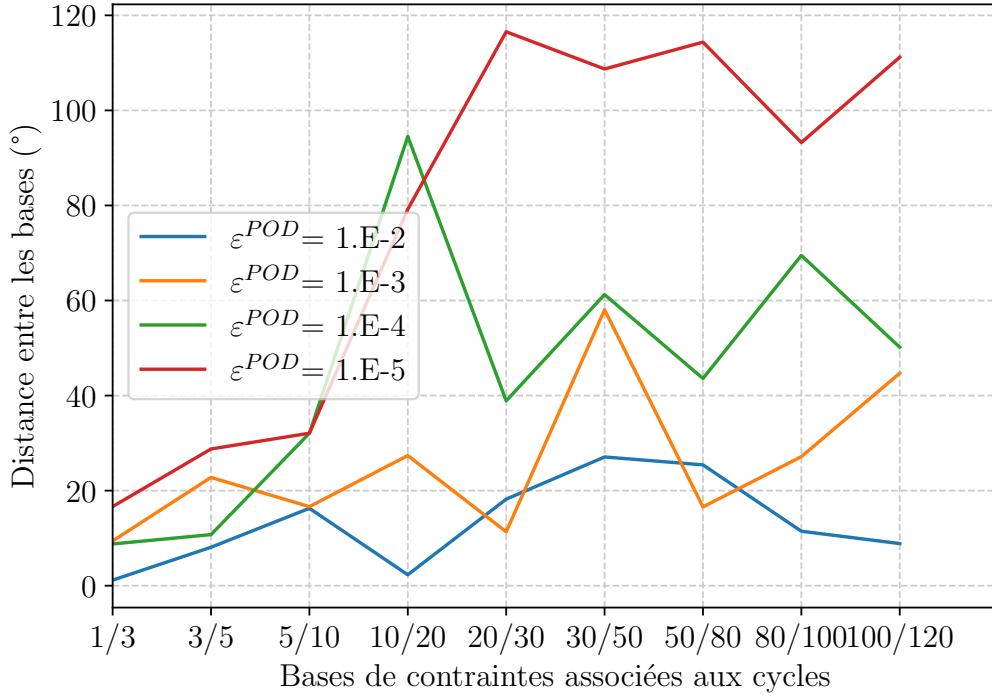


FIGURE 5.10 – Évolution de la distance de Grassmann en fonction des cycles considérés et de l'erreur POD utilisée.

Comme précisé au début de la section 5.1, nous utilisons des méthodes de réduction d'ordre de modèle dites projection-based. Il est supposé que l'espace solution peut-être assimilé comme un sous espace vectoriel, l'espace latent, au sein d'un espace de plus grande dimension (qui lui-même n'est pas nécessairement un espace vectoriel). Toutefois, si l'on cherche à représenter un espace non-linéaire (doté d'une courbure par exemple), l'erreur commise peut-être très importante. Un schéma du problème est présenté en Fig. 5.11. Des approches innovantes ont été développées depuis une dizaines d'années afin de réaliser des approches linéaires par morceaux. En effectuant des clusters dans l'espace non-linéaire, ces derniers peuvent-être approximés par des sous espaces localement linéaires. A l'image de l'approximation d'une dérivée par un ensemble de tangentes, cette méthode permet d'utiliser différentes bases capables de lier les effets non linéaires des fluctuations des paramètres sur la solution. Toutefois, lorsqu'un nouveau jeu de paramètres est demandé, il reste à déterminer quelle modèle réduit doit-être choisi. Pour cela, les travaux très récents tels que les ROM-net permettent de répondre à la question. Développée dans les travaux de Daniel [265], cette méthode est basée sur l'utilisation d'un réseau de neurones par dictionnaire. Un ensemble de modèle réduits est défini au préalable, permettant d'approximer l'espace des solutions. Lors de la phase online, un modèle réduit est choisi dans le dictionnaire via une distance géodésique adaptée (telle que la distance de Grassmann) à partir de la résolution d'un problème simplifié. L'approche ROM-net ne nécessite pas d'avoir un échantillonnage dense de l'espace latent des solutions pour construire un modèle d'ordre réduit. C'est intéressant dans notre cas d'étude car un échantillonnage dense signifie de pouvoir échantillonner tous les défauts envisageables. Ce qui est, au stade actuel de nos connaissances, impossible.

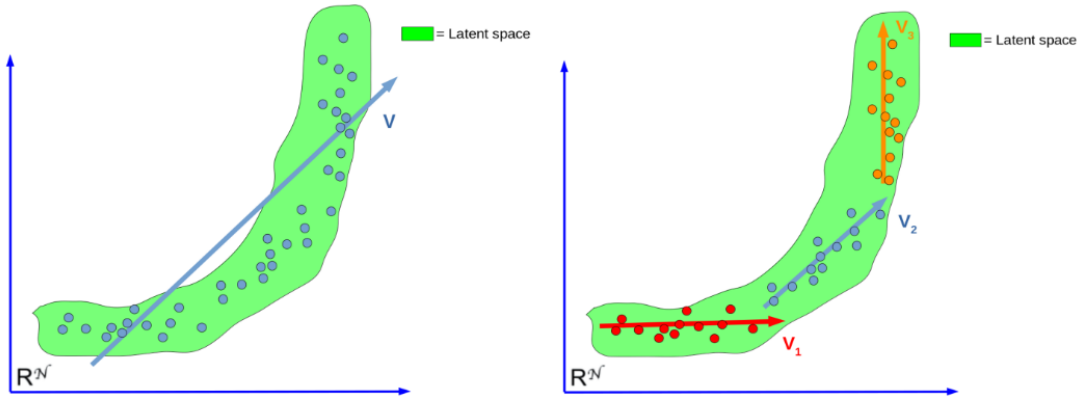


FIGURE 5.11 – Approches ROM projection-based linéaire et linéaire par morceaux [37].

L'architecture d'un ROM-net est illustrée en Fig. 5.12 tirée de [37]. C'est cette méthode que nous nous proposons d'utiliser afin de prédire la durée de vie à partir des paramètres assemblés au sein des Jumeaux Numériques : maillages issus de tomographie, orientation matérielle, mesures expérimentales. La faible quantité de données expérimentales (40 éprouvettes) ne permet pas de bien échantillonner l'espace de durée de vie, de très grande dimension. Des techniques permettent de créer des données artificielles afin de robustifier les approches en bases réduites. Parmi celles-ci, une méthode d'augmentation de données pour la réduction d'ordre de modèle est présentée en section 5.3.

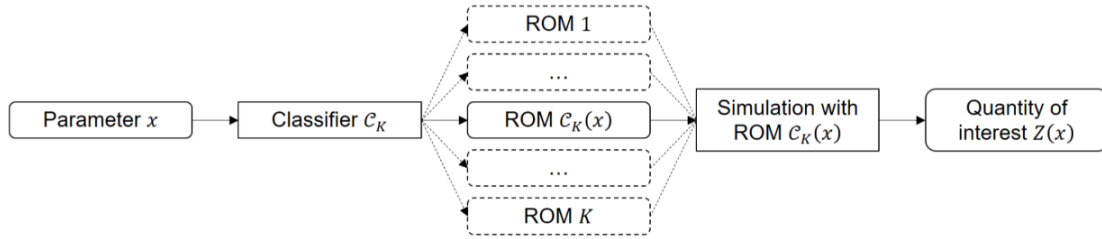


FIGURE 5.12 – Architecture de l'algorithme ROM-Net [38].

3 Multimodal data augmentation for digital twinning assisted by artificial intelligence in mechanics of materials

3.1 Résumé en français

Cette section est une adaptation de l'article intitulé *Multimodal data augmentation for digital twinning assisted by artificial intelligence in mechanics of materials* publié dans le journal *Frontiers in Materials*.

Au sein de la mécanique des matériaux, les approches de jumeaux numériques nécessitent des données de nature multimodales. Une telle composante mécanique possède à la fois des données expérimentales et issues de la simulations. On cherche à la fois à reproduire les observations expérimentales mais aussi à étendre les données dans des buts de prédiction. Que ce soit sur le plan spatial, temporel ou de façon fonctionnelle, il est nécessaire d'augmenter la quantité de données disponibles, celles-ci étant coûteuses à obtenir. Une plus grande quantité de données est essentielle pour augmenter la robustesse des modèles de régression utilisés pour les méta modèles tels que les modèles réduits. Toutefois, les données multimodales sont rares, de grandes dimensions et nécessitent une relation de causalité physique entre les observations et les modèles. Nous proposons un schéma d'augmentation des données couplé à l'élagage des données (*data pruning*), afin de limiter les besoins en mémoire pour les données de haute dimension.

Dans le cadre de la réduction de modèle non-linéaire par classificateur, l'augmentation est essentielle pour le jumelage numérique. Il est nécessaire de préserver les similitudes des domaines de validité des jumeaux numériques, utilisés comme centre des clusters de modèles réduits. Cette similitude peut-être établie au travers d'une mesure mécanique pour estimer des pseudo-distances entre modèles réduits. Nous considérons deux types d'application dans cette section, issus d'imagerie 2D et 3D. Tout d'abord, nous considérons une matrice élastique au sein de laquelle est inséré un défaut (vide) de morphologie aléatoire. Les perturbations du champ de déformations permettent d'établir un ensemble de modèles réduits par POD. Les défauts initiaux subissent alors des transformations géométriques de rotation et cisaillement afin de faire varier ces perturbations. La similarité ROM est estimée et permet de définir si le modèle réduit du défaut initial permet de prédire la perturbation générée par le défaut augmenté. On cherche donc à étendre la validité de prédiction du modèle réduit par création de défauts proches de celui associé au cluster.

Cette méthodologie est ensuite étendue à une géométrie d'éprouvette pour des sollicitations thermo-mécaniques. Les maillages sont déformés avec une méthode de Morphing depuis un maillage issue de tomographie 3D aux rayons X. L'approche du cas 2D est réutilisée pour ce cas 3D pour la prédiction de variables thermo-mécaniques anisotropes avec plusieurs pas de temps. Les données multimodales, qui couplent différentes modalités de représentation, sont difficiles à collecter, et les annoter demande un effort important. Le schéma proposé d'augmentation des données proposé vise à former un système de recommandation qui reconnaît une catégorie de données disponibles dans un ensemble d'apprentissage qui a déjà été entièrement analysé en utilisant des techniques de haute fidélité. Un tel système de recommandation permet l'utilisation d'un ROM-net pour une évaluation rapide de la durée de vie via des modèles locaux d'ordre réduit.

3.2 Background

A Digital Twin (DT) is an ultra-realistic model in geometric details, including manufacturing anomalies, or in material [266], specific to an instance of an engineering system or of a component in a system. More precisely, when considering model-based engineering systems, DT integrate ultra-high fidelity simulations, maintenance history and all available historical among real data. Those information are used to mirror the life of their respective "flying twin", as proposed in [100] for aeronautical applications. In this paper, we consi-

der Real Instances of Mechanical Components (RIMC) that undergo thermo-mechanical loadings in an experiment that reflects what an aircraft engine imposes to a high pressure turbine blade. The as-manufactured geometries are observed by X-Ray Computed Tomography (CT) that generates 3D accurate digital images of RIMC. A numerical model is a DT only if its corresponding RIMC exists. How to make the best use of existing data while exploiting the information with classical mathematical models is an important issue. Data-driven modelling is emerging as a powerful paradigm for physical and biological systems [267]. In various industrial fields related to structural mechanics, most of numerical models incorporate scientific knowledge about mechanics of materials. Hence, the numerical instance of a DT incorporates multimodal data. Each modality of data has its own ambient space related either to material parameters, geometrical and morphological representation or boundary and initial conditions for partial differential equations. One important modality is related to the synthetic data forecast by model-based numerical simulations, predicting the lifetime of the RIMC for instance, upon observational data. Such synthetic data support decision in engineering for maintenance, operating optimization or decommission of RIMC. With the development of Non Destructive Testing (NDT) in the manufacturing industry, we can expect a growing activity on image-based DT [102, 34] for accurate descriptions of as-manufactured geometries and microstructural properties of structural components. Such data are crucial for lifetime predictions [229]. Unfortunately, image-based DT in material science is so complex and time-consuming, so that in practice, this task does not scale with the frequency of quality inspection in manufacturing. This is a major scaling issue for online DT of as-manufactured structural components, where lifetime prediction is strongly affected by geometrical defects. Another issue is the curse of dimensionality related to the dimension of the geometrical ambient space, so that a dense sampling of this space is unaffordable. So, learning regression for lifetime prediction from observational data, as in cross-modal predictions [34], may be not relevant for such image-based modelling. In this work, we augment multimodal data in order to train a ROM-net [245]. A ROM-net learns a piecewise linear latent-space for model order-reduction. It incorporates a classifier, in its first layers, that recommend the selection of a local reduced-order model (LROM), from a digital image of the RIMC, where each LROM has its own label. In this paper, we assume that the latent space has a structure of vector bundle that is locally trivial. This means that LROM's have a validity domain larger than the support of training data [262]. In the sequel, DTs that have similar validity domains for their specific LROM are termed ROM-similar. Therefore, ROM-net predictions should be accurate when the input data have ROM-similar data in the dictionary of LROM. Unfortunately, the multimodal data related to image-based DT are very scarce, compared to the dimension of the ambient spaces of these data. Furthermore, we need to prove the efficiency of digital twining assisted by artificial intelligence prior getting more data related to manufactured components. Hence ROM-net, or more precisely the classifier of the ROM-net, needs augmented data [268]. A review on image-data augmentation schemes is available in [269]. Both image warping and oversampling augmentations are proposed in the literature, so that labels are preserved. Here, the multimodal data involved in digital twining require to account for the causality relation that exists between the model-based predictions and observational image data. In data warping augmentation, alone, the causality relation between observational data and simulated data is not preserved. Hence, labels that refer to LROM can't be preserved by data warping. So, we propose a dedicated oversampling procedure based on ROM-similarity. A schematic view of the assumed piecewise linear latent space is shown in Figure 5.13. In this figure, ROM-similar data are aligned on the same slope. We consider both experimental data and simulated data related to the lifetime of a realistic structural component, composed of CMSX-4 PLUS superalloy, undergoing cyclic loading and plastic strains at high temperature. The next section details the proposed scheme for multimodal data oversampling. In Section 3.4 two examples are provided. The first one is an augmentation around a defect in a 2D picture which affect the local strain fields. In the second

example, we give a detailed description of the considered multimodal data for an academic example and for a mechanical component undergoing cyclic loading at high temperature for its lifetime characterization. The ambient spaces related to the multimodal data in this paper are realistic regarding manufactured parts of the aeronautics industry [229].

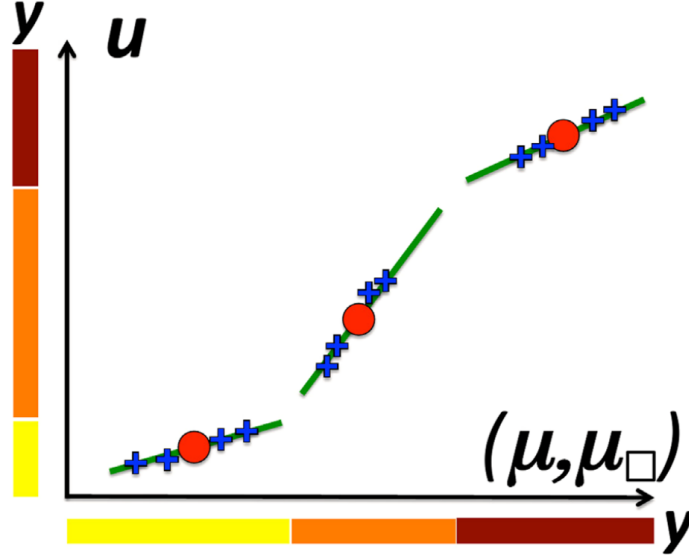


FIGURE 5.13 – Schematic view of augmented data (blue crosses) around digital twins (red points) in a multimodal ambient space $(\mu, \mu_{\square}, \mathbf{u})$. Oversampling assumes a piecewise linear latent space (green slopes). Each linear subset of the latent space has a dedicated label y . The extent of green segments illustrates the validity domain of LROMs.

3.3 Methods

The multimodal data involved in a DT are denoted by μ for material or metallurgical parameters, μ_{\square} for digital images, p for the lifetime prediction and a matrix $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{\mathcal{N} \times n_t}$ of model-based simulated data over n_t time steps. The residuals of the physics-based equations read :

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}; k, \mu, \mu_{\square}) = 0, \quad k = 1, \dots, n_t, \quad p - \ell(\mathbf{u}) = 0 \quad (5.13)$$

where $\mathbf{r}(\cdot; k, \cdot, \cdot) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}}$, $k = 1 \dots n_t$ is a given series of complex physics-based equations that forecast primal variables $\mathbf{u}[:, k]$ (i.e. displacements in mechanical models) and ℓ is a much less complex function for lifetime prediction knowing \mathbf{u} . n_t is the number of residual vectors required to predict the n_t columns of \mathbf{u} . For instance, n_t is the number of loading steps in a mechanical problem. Residuals \mathbf{r} setup the causality relation between the multimodal data.

The solution manifold of all \mathbf{u} fulfilling equation 5.13, for given μ and μ_{\square} , is denoted by E . For reduced order modelling purpose, we assume that E has a structure that the data augmentation scheme has to preserve. This structure is a vector bundle of rank N . It is a family of vector spaces of dimension N parametrized by a base space denoted by M . In the proposed framework, M is the manifold of primal variables \mathbf{u} for digital twins. The vector bundle is assumed to be locally trivial, in the sense that the local vector space is constant on subsets of M . In the sequel, these subsets of M have a dedicated label y and this label refers to a local reduced basis $\mathbf{V}(\mathbf{y}) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N} \times N}$. An instance of a DT is denoted by $\mathbf{X}^{(i)} = \{\mu^{(i)}, \mu_{\square}^{(i)}, \mathbf{u}^{(i)}, p^{(i)}\}$, with $\mathbf{u}^{(i)} \in M$. Its label is denoted by $y^{(i)}$ and $\mathbf{V}(y^{(i)})$ is the local reduced basis attached to the i^{th} DT. The reduced basis $\mathbf{V}(y^{(i)})$ contains the left eigenvectors of the truncated singular value decomposition of $\mathbf{u}^{(i)}$. It is an orthogonal

reduced basis. The original set of DTs indices is denoted by \mathcal{D}_{t0} . The set of indices related to augmented data is denoted by \mathcal{D}_{aug} , such that $\mathcal{D}_{t0} \cap \mathcal{D}_{aug} = \emptyset$. Augmented data $\mathbf{X}^{(a)}$, $a \in \mathcal{D}_{aug}$, are admissible, if they preserve the structure of E in the following sense : it exists $i \in \mathcal{D}_{t0}$ such that :

$$\mathbf{u}^{(a)} \in \text{span}(\mathbf{V}(y^{(i)})) \quad (5.14)$$

$$y^{(a)} = y^{(i)} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}^{(a)}; k, \boldsymbol{\mu}^{(a)}, \boldsymbol{\mu}_{\square}^{(a)}) = 0, k = 1, \dots, n_t, \quad p^{(a)} - \ell(\mathbf{u}^{(a)}) = 0 \quad (5.16)$$

This admissibility criteria involves, in Equation 5.15, the usual constrain that preserve labels of original data. We acknowledge that the proposed data augmentation scheme does not improve the sampling of the base space M . Its purpose is to augment the number of instances that share the same labels. Figure 5.13 is illustrating the structure of manifold E . In this figure, the sampling points on manifold M are the red points. The local vector spaces are represented as green lines. The desired augmented data are represented by blue crosses. The labels have also been represented on each axis to this plot.

Usually, \mathcal{N} is large and can range from 10^5 to 10^7 . The higher the resolution of digital images, the higher the dimensions of $\boldsymbol{\mu}_{\square}$ and \mathbf{u} . In practice, \mathbf{r} and \mathbf{u} are related to a finite element mesh of the digital image $\boldsymbol{\mu}_{\square}$. For such high dimensional multimodal data, preserving memory storage capabilities while performing data augmentation is the main issue to achieve feasible augmentations. The storage limits of high dimensional multimodal data was not in the scope of previous papers on simulated data augmentation [219, 270]. Without solving this issue, no data oversampling is possible here. Therefore, to limit the memory requirement and computational time, oversampling is coupled to a data pruning technique [251] and numerical approximations. The method intends to restrict Equation 5.14 and Equation 5.16 to sets of selected rows among the complete set of rows. These sets are denoted respectively $\bar{\mathcal{F}}$ and \mathcal{F} . In order to have a consistent selection of these sets of rows, the data pruning procedure accounts for the finite element description of the residual \mathbf{r} and the spatial interpolation of the primal variable \mathbf{u} . This interpolation uses finite element shape functions denoted by $(\varphi_j)_{j=1, \dots, \mathcal{N}}$. The interpolated primal variable reads :

$$\tilde{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\xi}; k, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\mu}_{\square}) = \sum_{j=1}^{\mathcal{N}} \varphi_j(\boldsymbol{\xi}) u[j, k](\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\mu}_{\square}) \quad \forall \boldsymbol{\xi} \in \Omega \quad (5.17)$$

where Ω is the geometrical domain occupied by the DT and $\boldsymbol{\xi}$ is the position vector in this domain. In image-based DTs, the finite element shape functions and the domain Ω are specific to each instance of $\boldsymbol{\mu}_{\square}^{(i)}$, for i in \mathcal{D}_{t0} . But this dependence is not included in notations here, for the sake of simplicity. The data pruning procedure proposed in [251] introduces a reduced domain denoted by Ω_R . This reduced domain is the support of finite element shape functions related to \mathcal{F} :

$$\Omega_R = \cup_{j \in \mathcal{F}} \text{supp}(\varphi_j) \quad (5.18)$$

and $\bar{\mathcal{F}}$ is the set of indices of the variable \mathbf{u} restricted to Ω_R , so that the residual restricted to \mathcal{F} can be fully computed using solely $\mathbf{u}[\bar{\mathcal{F}}]$. For the sake of simplicity this restricted residual is denoted by $\mathbf{r}(\mathbf{u}[\bar{\mathcal{F}}], \cdot; \cdot)[\mathcal{F}]$. It is important to note that Ω_R must cover the region of interest for geometrical variations.

For pruned data, approximation errors in Equation 5.14 must be tolerated. We propose a two steps augmentation technique, that contains : 1) a random sampling step of parameters $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\mu}_{\square}$ in the vicinity of $(\boldsymbol{\mu}^{(i)}, \boldsymbol{\mu}_{\square}^{(i)})_{i \in \mathcal{D}_{t0}}$; 2) a screening step in accordance with the admissibility criteria for pruned data. The admissibility of pruned augmented data

fulfill the following equations :

$$\boldsymbol{\gamma}^{(a)}[:, k] = \operatorname{argmin}_{\mathbf{g} \in \mathbb{R}^N} \|\mathbf{u}^{(a)}[\overline{\mathcal{F}}, k] - \mathbf{V}^{(i)}[\overline{\mathcal{F}}, :] \mathbf{g}\|, k = 1, \dots, n_t \quad (5.19)$$

$$\eta^{(a)} = \frac{\|\mathbf{u}^{(a)}[\overline{\mathcal{F}}, :] - \mathbf{V}^{(i)}[\overline{\mathcal{F}}, :] \boldsymbol{\gamma}^{(a)}\|_F}{\|\mathbf{u}[\overline{\mathcal{F}}, :]\|_F} \quad (5.20)$$

$$s = 1 - \eta^{(a)} > s_{tol} \quad (5.21)$$

$$y^{(a)} = y^{(i)} \quad (5.22)$$

$$\mathbf{r}(\mathbf{u}^{(a)}[\overline{\mathcal{F}}, :]; k, \boldsymbol{\mu}^{(a)}, \boldsymbol{\mu}_{\square}^{(a)})[\mathcal{F}] = 0, k = 1, \dots, n_t \quad (5.23)$$

$$\mathbf{u}^{(a)}[j, :] = \mathbf{u}^{(i)}[j, :] \quad \forall j \in \overline{\mathcal{F}} \setminus \mathcal{F} \quad (5.24)$$

$$p = \ell(\mathbf{V}^{(i)} \boldsymbol{\gamma}^{(a)}) \quad (5.25)$$

where $\|\cdot\|_F$ is the Frobenius norm. Here we assume that $\mathbf{V}^{(i)}[\overline{\mathcal{F}}, :]$ is full column rank. The above computation of the reduced coordinates $\boldsymbol{\gamma}^{(a)}$ is known as the Gappy POD [271]. Again, we assume that \mathbf{u} is supported by the mesh of the i^{th} DT, so that the evaluation of $\eta^{(a)}$ makes sense. Equation (5.21) is checking the ROM-similarity of the augmented data. Equation (5.24) in finite element modelling is termed a Dirichlet boundary condition. Other interesting boundary conditions are proposed in [251] for hyper-reduction. s_{tol} is an hyper-parameter of the augmentation scheme.

Remark : It is possible to update the vector bundle after the data augmentation. The accuracy of the LROM that we can compute after data augmentation is not directly related to the threshold used here for the ROM-similarity. For instance, after data augmentation, we can aggregate in a matrix $\hat{\mathbf{u}}^{(i)}$ the primal variable having the same label, for both original and augmented data. Therefore, a truncated singular value decomposition of $\hat{\mathbf{u}}^{(i)}$ can give a very accurate reduced basis for the category of data $y = y^{(i)}$.

3.4 Results and discussion

3.4.1 Modelling the local mechanical response of voids in an elastic material

In a previous work [272], we published 2D DTs of voids in elastic bodies. In this example, we augment the data around two DTs from this previous work. The augmentation ratio is 100 for each DT, prior fulfilling the constraints for the construction of \mathcal{D}_{aug} . Here, mechanical variables are structured data similar to digital images [34]. But not all data augmentation techniques proposed in the literature for digital images are relevant for reduced digital twinning. For instance rotation and shear transformations must be consistent for both geometrical and mechanical data. In this example, the domain Ω is a square (on the left in Figure 5.14). The manufacturing process creates voids and each instance of void is placed in the centre of Ω . The mesh is specific to each DT in order to capture the geometry of the void (at the centre of Figure 5.14). In this mesh a phase field represents the void : if $\phi(\boldsymbol{\xi}) > 0$ then $\boldsymbol{\xi}$ is in the void, else $\boldsymbol{\xi}$ is outside the void ($1 \geq \phi \geq 0$). In mechanical equations of elasticity for digital twinning, the Young modulus reads $E(\boldsymbol{\xi}) = E_o(1 - \phi(\boldsymbol{\xi}))$, where E_o is the Young modulus in the bulk. In this simple example, we restrict our attention to the prediction of shear strains around each void, under a macroscopic shear strain. The reduced domain is shown on the right in Figure 5.14. Here, the cardinal of \mathcal{F} is only 30% smaller than \mathcal{N} . Simulation errors of shear strains is about 18% when solving equations (5.23)-(5.24) instead of equation (5.13). The mechanical problem has 3 time steps t_0, t_1, t_2 . In the first time step a longitudinal traction is imposed to the boundaries of Ω . In the second time step it is transverse traction. In the last time step, we impose a shear strain at the boundaries of Ω .

Multimodal data are the 2D image of the void (i.e. the image of ϕ) and the mechanical shear strain in Ω_R . These data are shown in Figure 5.15 and Figure 5.16 for Digital twins $i = 1$ and $i = 2$ respectively. Augmented image-data are obtained by usual shear and

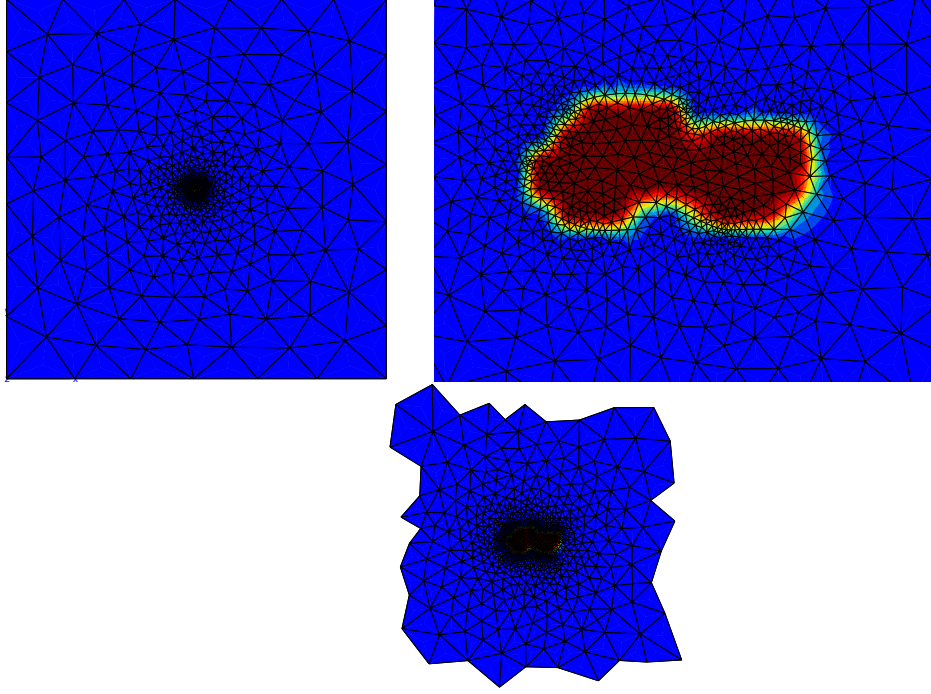


FIGURE 5.14 – The finite element mesh of one digital twin (on the left), a focus on the phase field of the void at the center of this mesh (center), the mesh of the reduced domain Ω_R (right).

rotation of the void image. The resulting phase field is denoted by ϕ' . The mechanical expression of the strain tensor is the symmetric part of the gradient of the displacement field \mathbf{u} . This strain tensor is denoted by $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/2$. The solution of elastic equations (5.23)-(5.24) forecasts the augmented value for the shear strain $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}')$. We can see on the full order simulations, on Figures 5.15 and Figure 5.16, that the mechanical strains are highly dependent on the void morphology.

Two examples of augmented data are shown in Figure 5.17 and Figure 5.18. In these examples, it is clear that the mechanical variables do not follow the warping imposed to $\boldsymbol{\mu}_{\square}$, especially far from the void. Local reduced bases have 3 modes. The reduced basis of the first DT is shown in Figure 5.19. The ROM-Similarity of augmented data is shown in Figure 5.20. Only one augmented data in $\hat{\mathcal{D}}^{(1)}$ fails to be ROM-Similar. They are 28 for the second DT. Blue and red curves are well separated. None of augmented data for one DT is ROM-Similar to the other DT.

3.4.2 Application on fatigue specimen observed via X-ray computer tomography

In this subsection, we consider a mechanical specimen subjected to a mechanical test at high temperature, where as-manufacturing geometry may impact the lifetime of the specimen. The DT includes a 3D X-Ray tomography of the specimen (Figure 5.21), the related finite element mesh (Figure 5.22) and the finite element predictions of thermo-mechanical variables that are modified at several time steps during the test (on the pruned mesh in Figure 5.25). The problem of data scarcity is particularly pronounced for this kind of DTs. In this example, $\mathcal{N} > 3.10^5$, $m = 20$, and the target reduced dimension of LROM is setup to $N = 6$ in order to have $s_{tol} = 0.99$. In this example, $\boldsymbol{\mu}$ is a vector of 3 angles related to single crystal CMSX-4 PLUS of the specimen as presented in [229]. This parameter is augmented randomly using angle variations below 12° . Usual image warping techniques

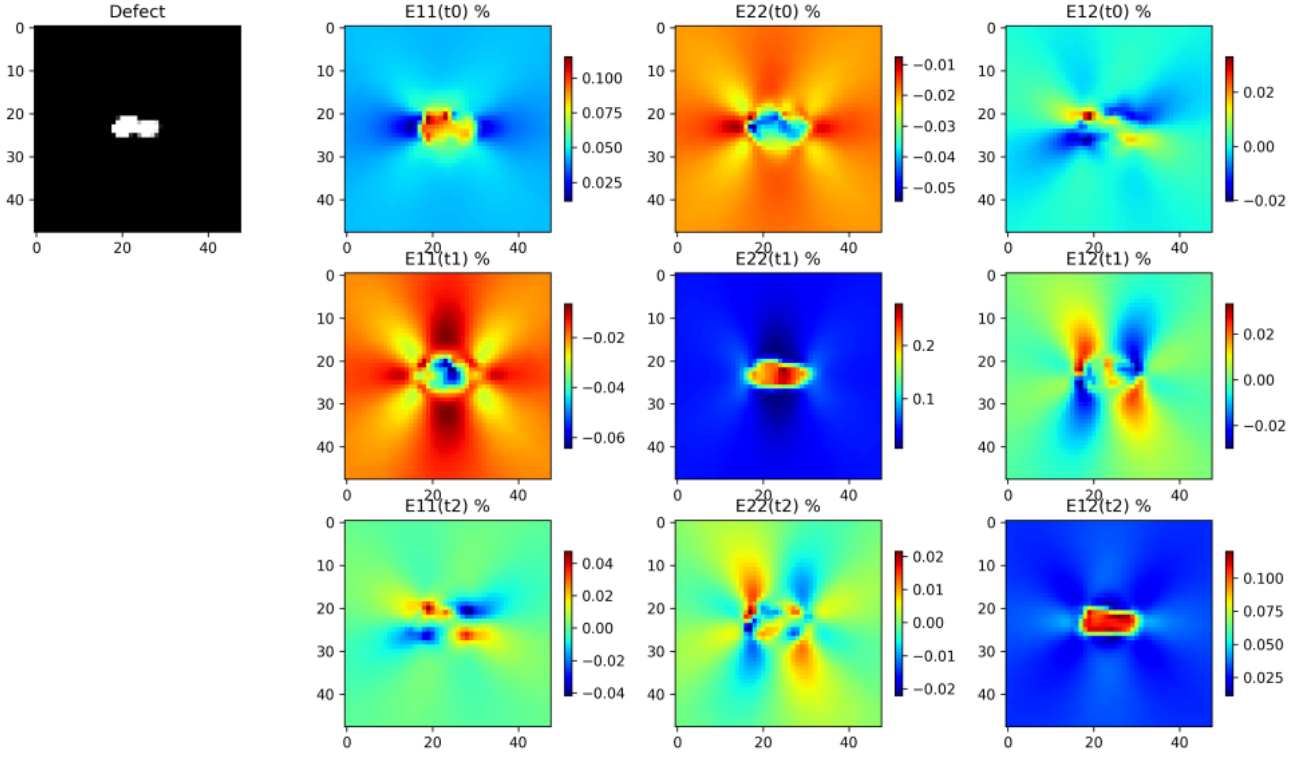


FIGURE 5.15 – Multimodal data for digital twin $i = 1$, on top left $\mu_{\square}^{(1)}$, on the right the 3 components of the strain tensor $\varepsilon(\mathbf{u}^{(1)})$ at 3 time instants t_0, t_1, t_2 .

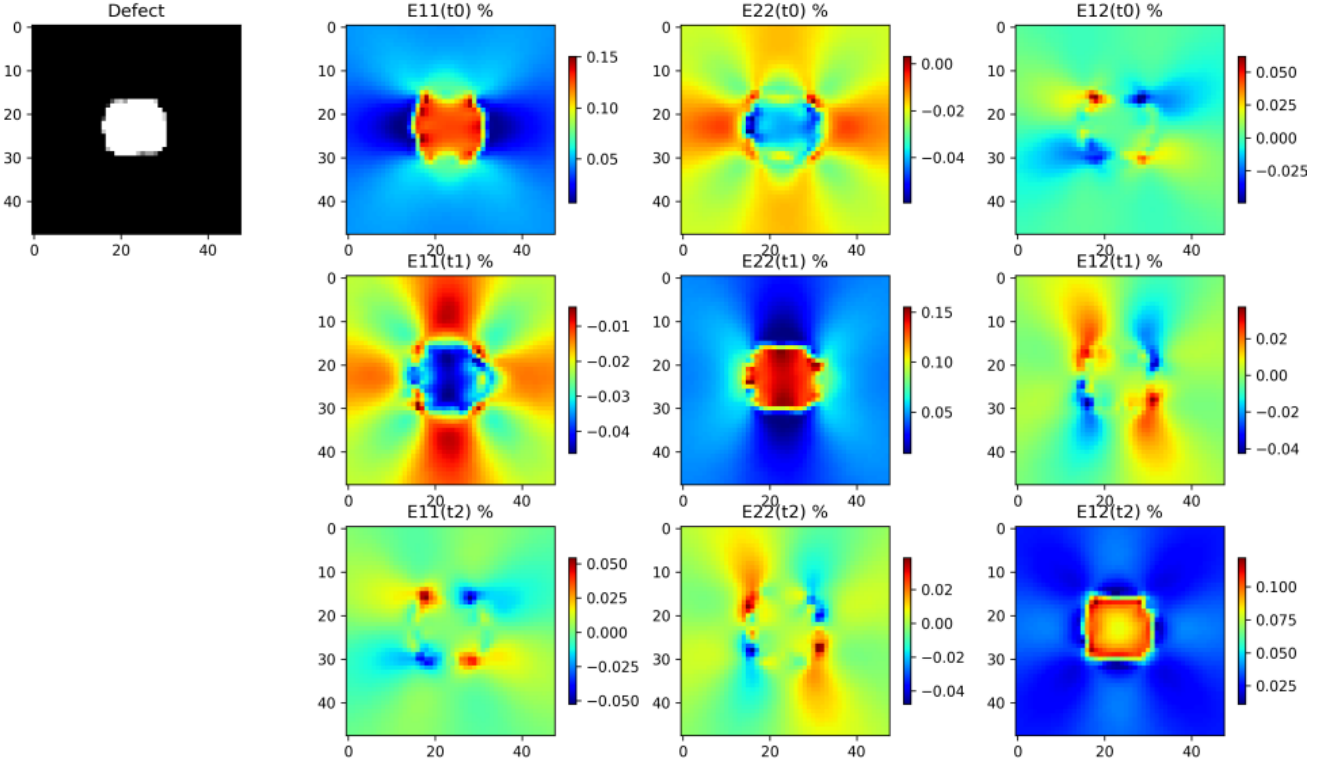


FIGURE 5.16 – Multimodal data for digital twin $i = 2$, on top left $\mu_{\square}^{(2)}$, on the right the 3 components of the strain tensor $\varepsilon(\mathbf{u}^{(2)})$ at 3 time instants t_0, t_1, t_2 .

are not relevant on the 3D tomographic image of DT. Hence, a random mesh morphing have been applied to the mesh of the DT in order to augment observational data μ_{\square} . The

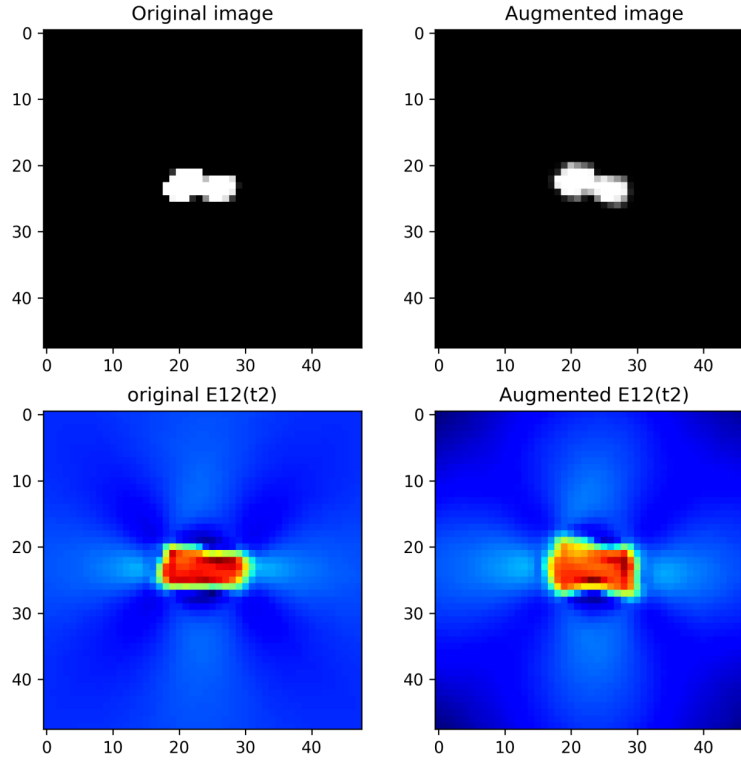


FIGURE 5.17 – Example of augmented multimodal data for digital twin $i = 1$, on the left original data, on the right augmented data, on first row μ_{\square} , second row the shear strain at time $t2$.

geometrical variations were generated around a DT^i using a Gaussian perturbation on geometrical parameters with the following model. For a parameter q , the new value p' was randomly chosen in the vicinity of q with a common log-normal \mathcal{X} law centred on q with a standard deviation of $0.2 * q$ such as $p' \in \mathcal{X}(q, 0.2 * q)$. We generated 10 meshes around each DT and 10 cycles of triangular thermo-mechanical loading were applied.

An example of node displacement for this morphing step is shown in Figure 5.23. Most finite elements removed for the data pruning are located around a cooling hole in the specimen (Figure 5.24). To ensure the consistency of HROM equations 5.23 under Neumann boundary conditions, some sets have to be preserved during the pruning. $\text{Card}(\bar{F})$ is twice smaller than \mathcal{N} , so the memory saving factor is 2. The prediction error of finite element simulation using the pruned mesh is 10% in Ω_R . Data augmentation has been performed for two DTs $X^{(1)}$ and $X^{(2)}$. After augmentation, the ROM-similarity is computed twice for all augmented data. This enables to check the labels of augmented data. The original DTs are quite ROM-similar, so values of s are close to 0.99. They are reported in Figure 5.26. Labels of augmented data are consistent with the ROM-Similarities. However, all ROM-Similarities are very high in this example.

Here, we consider a time-dependent problem due to plasticity computed with a Crystal Plasticity model developed by Méric and Cailletaud in [78]. This kind of problem implies a temporal analysis with initial important spread on the domain (low values with importation gradients) at the first times and then, a localization due to a mechanical defect such as a hole as shown in Figure 5.22. This localization implies local variations of displacement fields around the defect which needs a higher value of N to catch the information in LROM. As we performed a truncature with $N = 6$, we can't gather the local information on plasticity. The development of ROM-Similarity criteria is still a work in progress in plasticity. Here, $\mathbf{V}(y^{(1)})$ and $\mathbf{V}(y^{(2)})$ seem pretty similar hence the close ROM-Similarities reported in

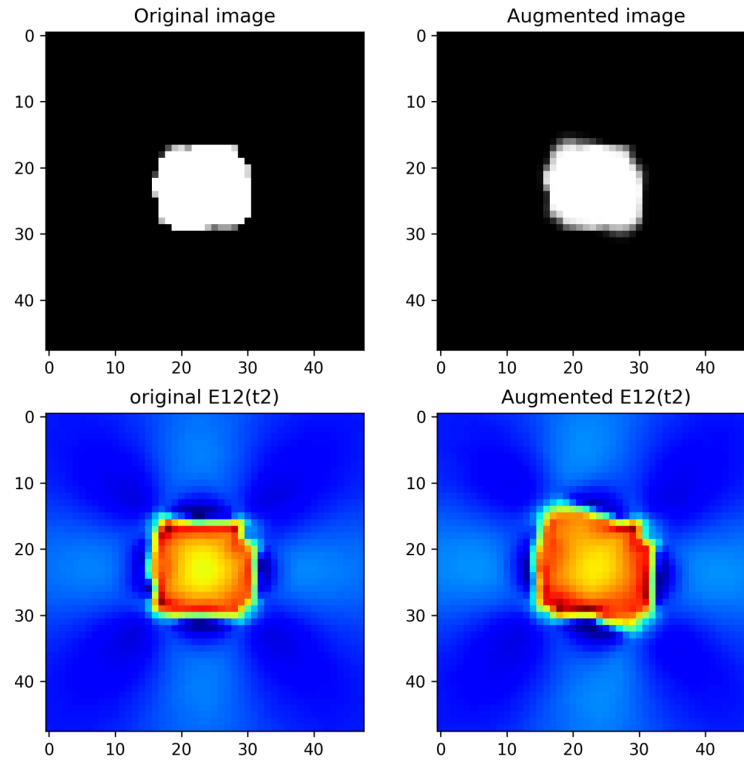


FIGURE 5.18 – Example of augmented multimodal data for digital twin $i = 2$, on the left original data, on the right augmented data, on first row μ_{\square} , second row the shear strain at time $t2$.

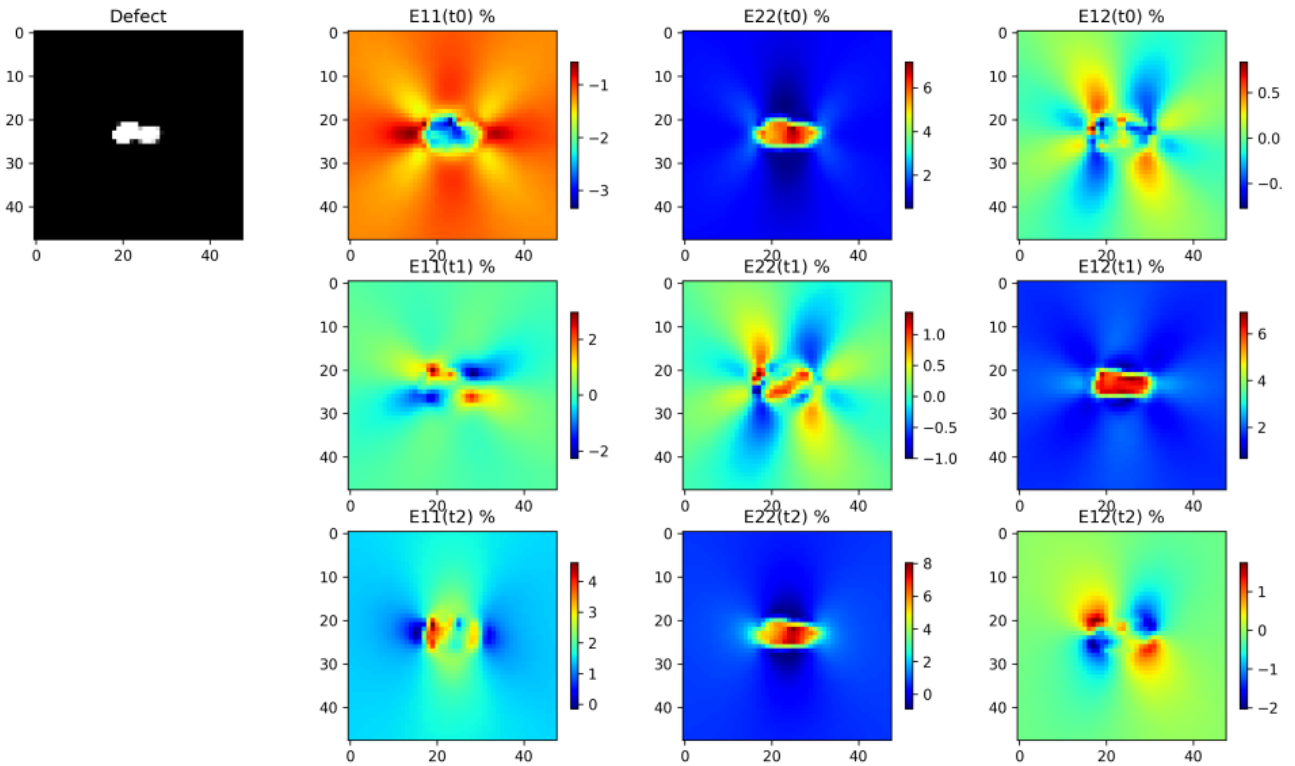


FIGURE 5.19 – Strain components of the LROM for digital twin $i = 1$, on top left μ_{\square} , on the right $\varepsilon(\mathbf{V}^{(1)})$. Here, $t0, t1, t2$ stand for the indices of the vectors that span the LROM.

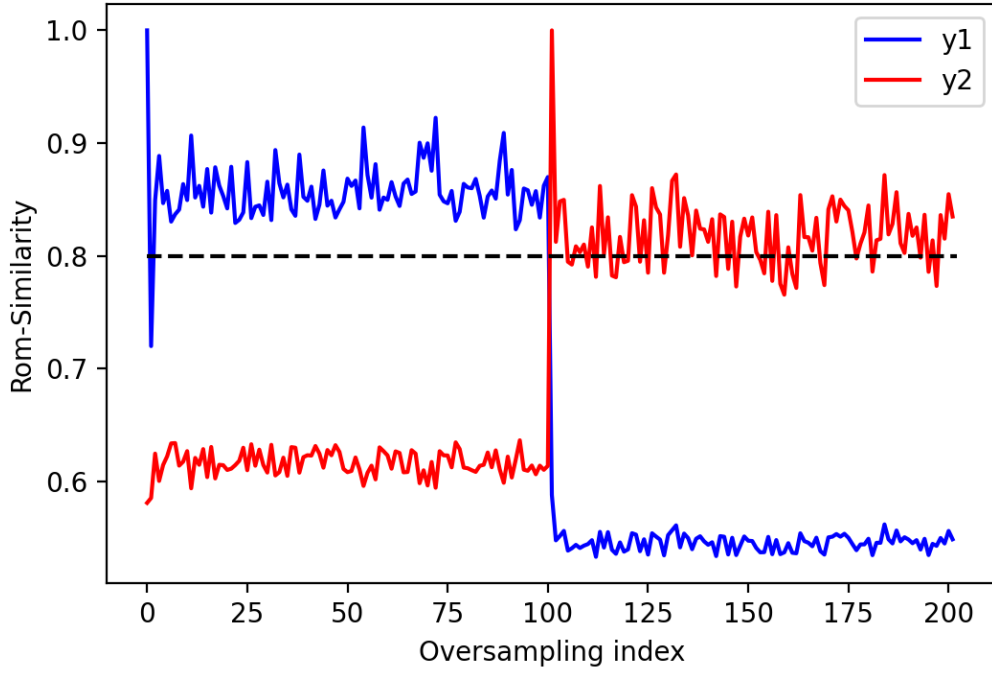


FIGURE 5.20 – ROM-Similarity for all instances of augmented data in $\tilde{\mathcal{D}}^{(i)}$. Augmented data related to digital twin 1 have indexes ranging from 1 to 100, Augmented data related to digital twin 2 have indexes ranging from 101 to 200. The dashed line is the constrain $\eta^{(i)}(\mathbf{u}') < \alpha \epsilon_{tol}$.

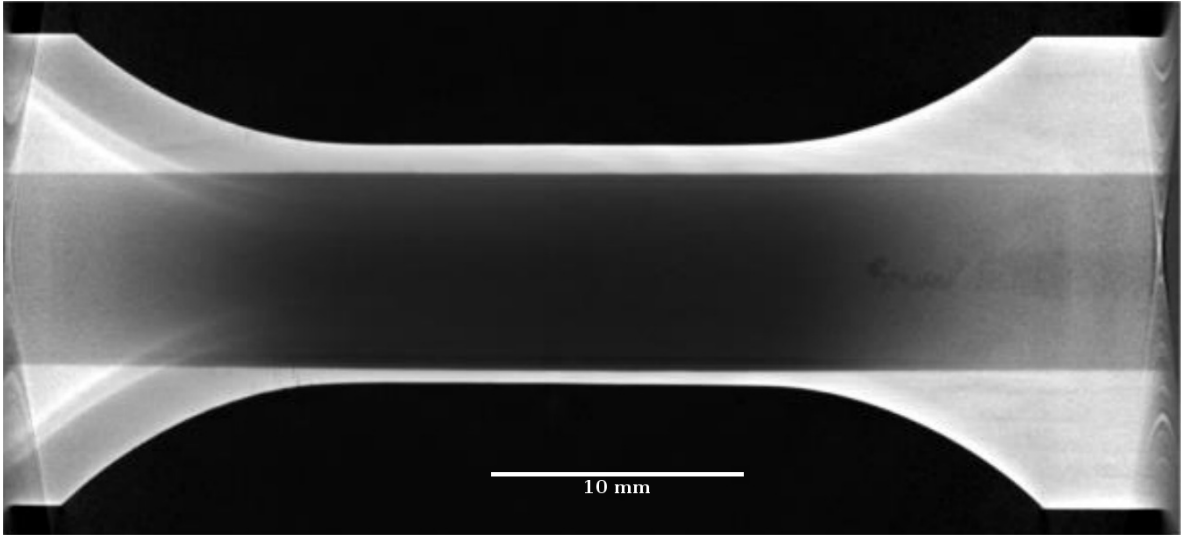


FIGURE 5.21 – X-Ray computer tomography image of the mechanical specimen.

Figure 5.26.

3.5 Conclusion

The proposed data augmentation method is very versatile for multimodal data that includes simulated data in the framework of image-based digital twining. It requires the

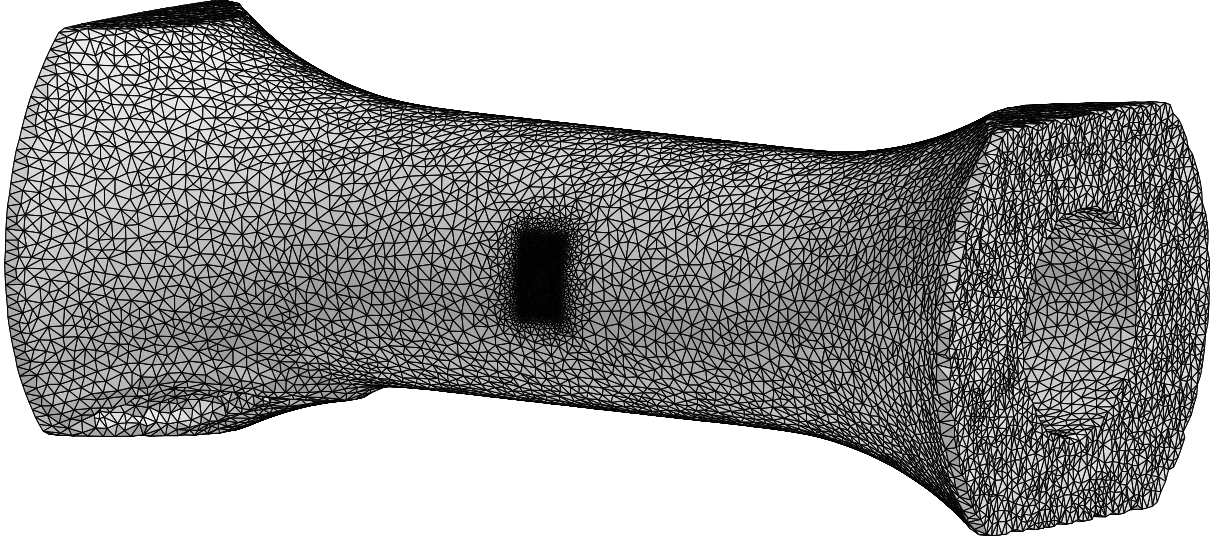
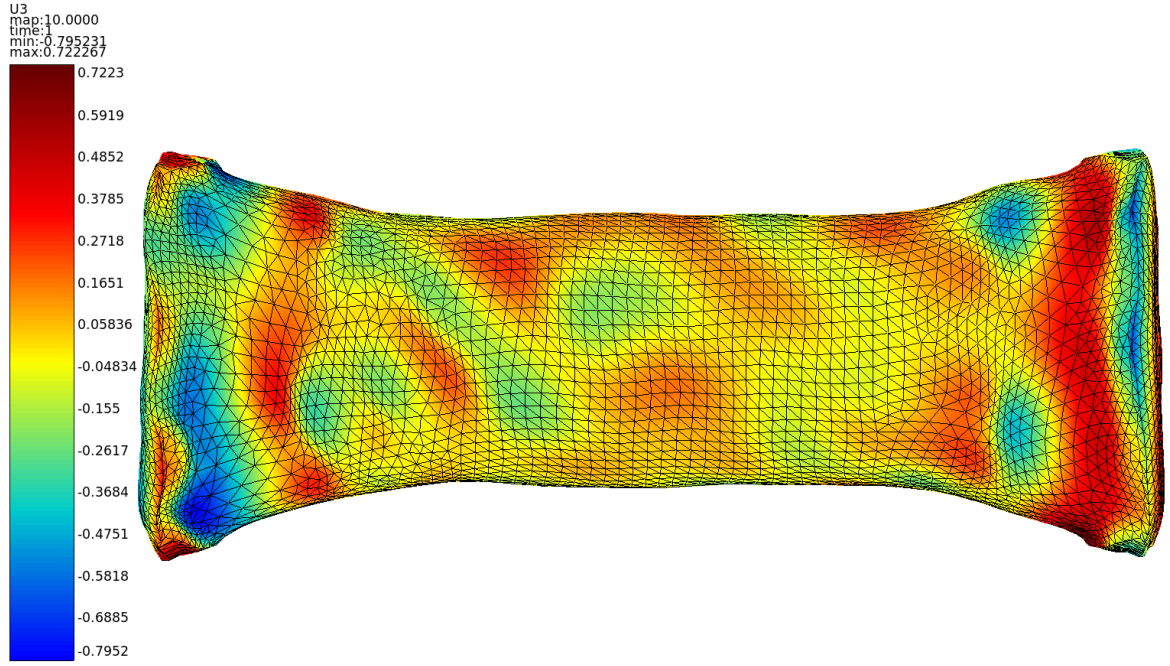


FIGURE 5.22 – 3D finite element mesh based on the X-Ray computer tomography image.

FIGURE 5.23 – Example of node displacements along axial direction for mesh morphing according to augmented data for geometrical variations $\Delta\mu_{\square}$.

access to the finite element model used for digital twining. The method assumes that the latent space hidden in the multimodal data is piecewise linear, so that nonlinear model reduction uses local reduced bases. The validity domains of this reduced bases enable the definition of similarities, termed ROM-Similarity, between multimodal data. The pruning technique, used to limit memory requirement for high-dimensional augmented-data, has an hyper-parameter Ω_R . The larger the domain Ω_R the more accurate the evaluation of ROM-Similarities. The smaller Ω_R the higher the memory savings. The development of ROM-Similarity criteria is still a work in progress in plasticity.

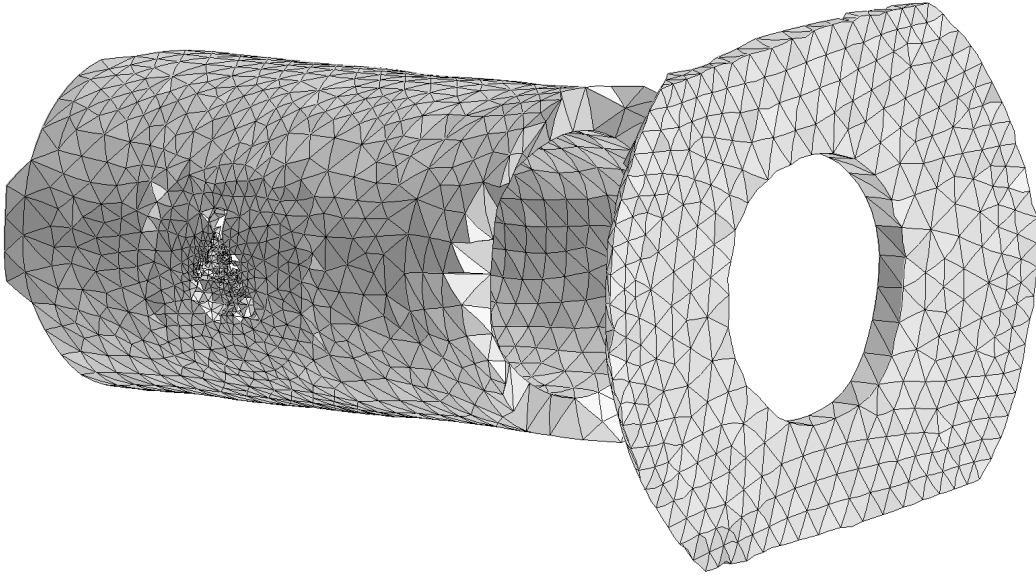


FIGURE 5.24 – Finite element mesh restrained to Ω_R ($\mathcal{N}/\text{card}(\overline{\mathcal{F}}) = 2$). Most removed elements are located around the hole.

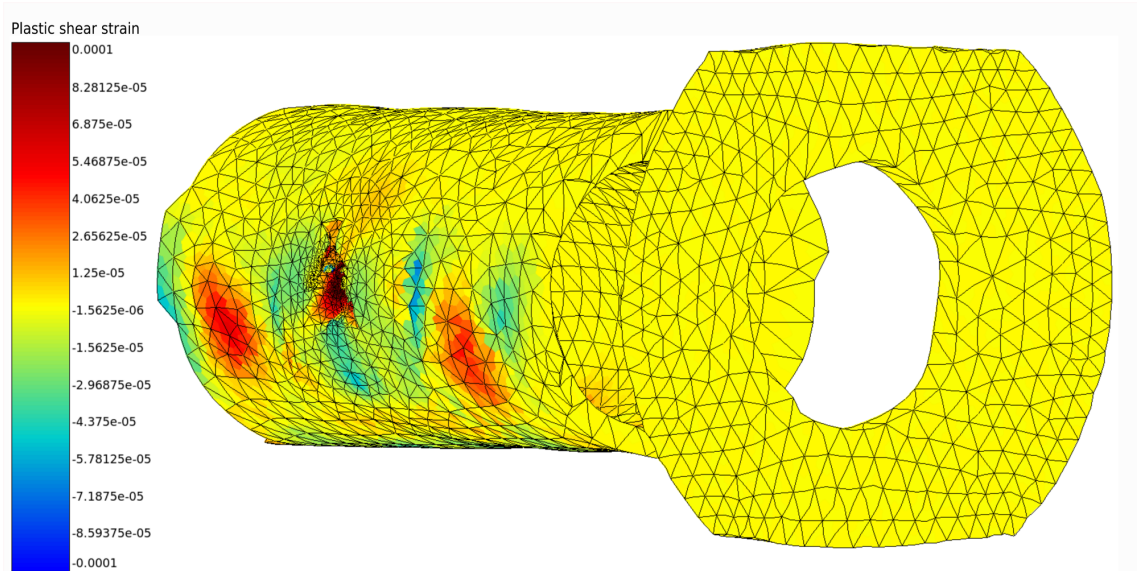


FIGURE 5.25 – Shear strain forecast by the finite element model, in Ω_R , at the maximum mechanical loading of the specimen.

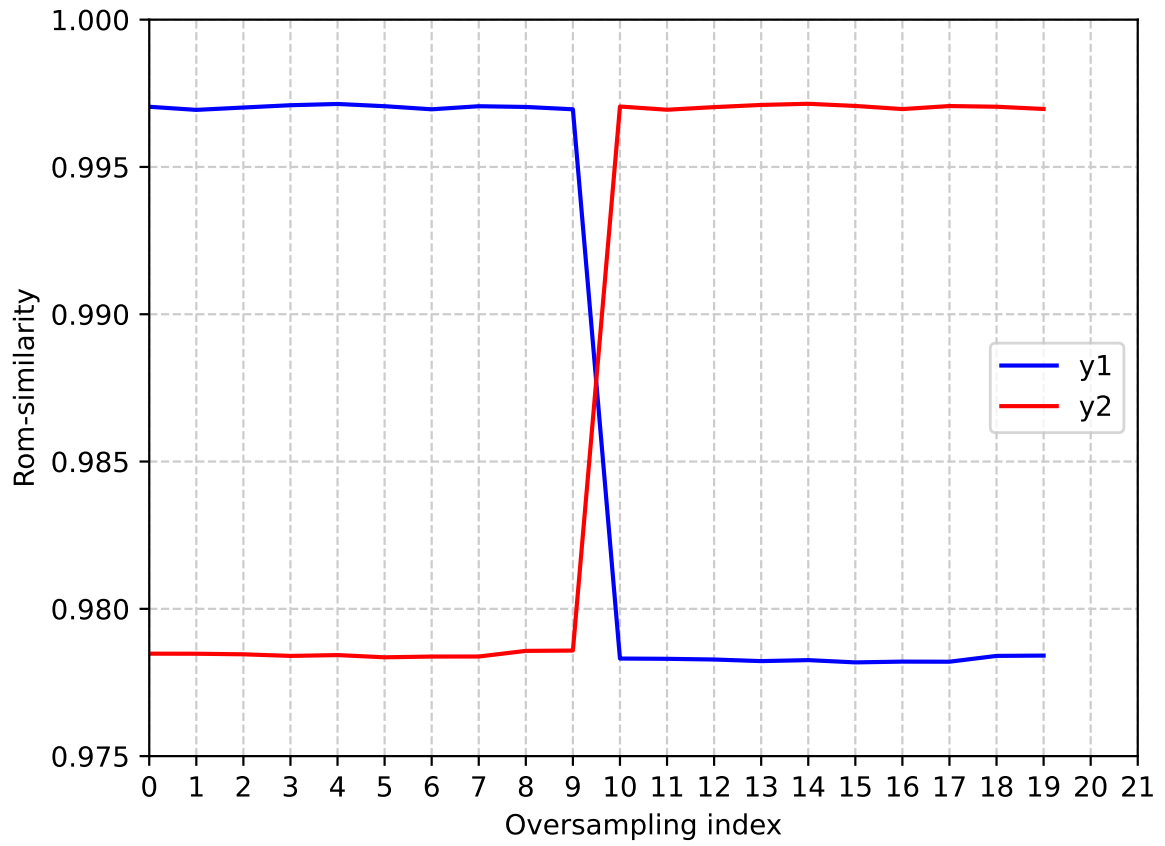


FIGURE 5.26 – ROM-Similarity for all instances of augmented data in $\tilde{\mathcal{D}}^{(i)}$. Augmented data related to digital twin 1 have indexes ranging from 0 to 9, Augmented data related to digital twin 2 have indexes ranging from 10 to 19.

4 Prédiction de durée de vie accélérée

4.1 Définition du système de reconnaissance d'un modèle réduit local pour une image 2D ou 3D donnée

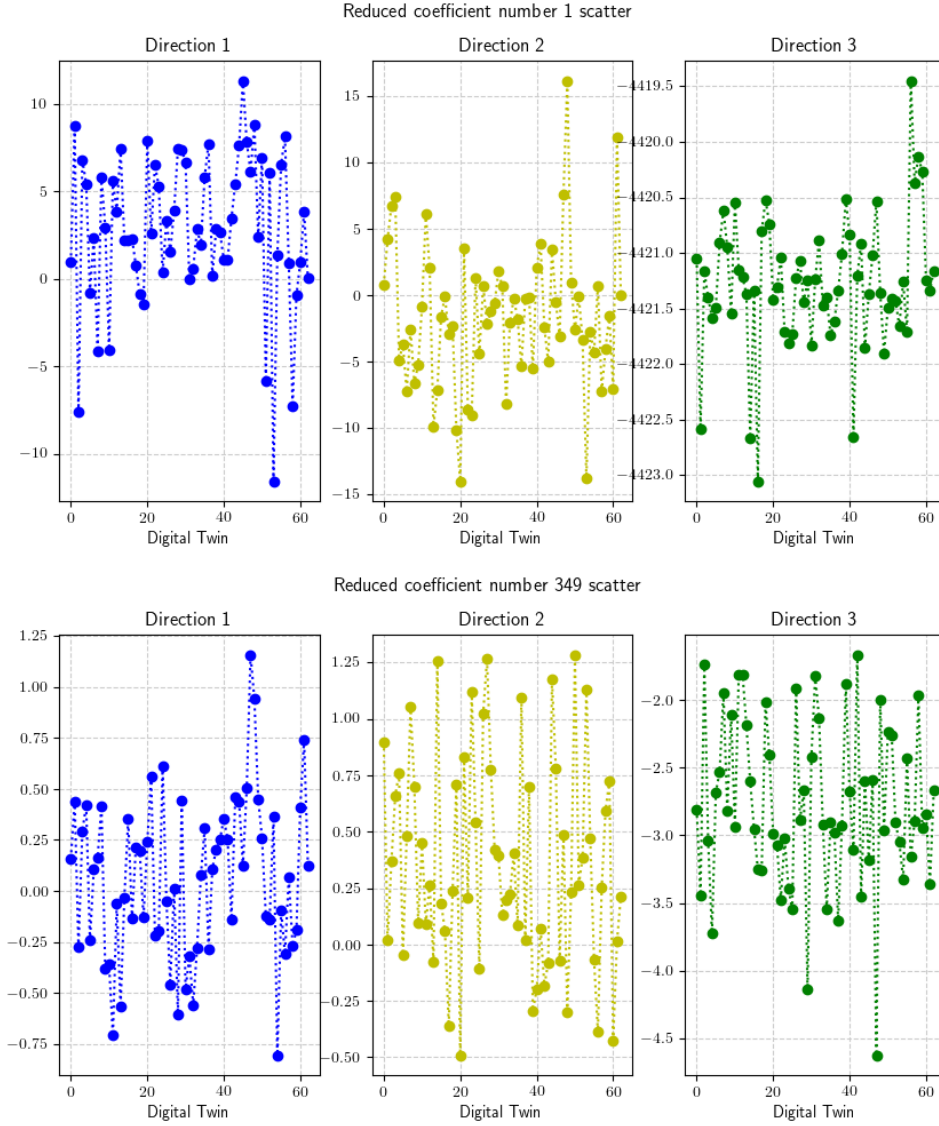
La variabilité des espaces générés par les jumeaux numériques fait qu'il n'est pas possible d'utiliser les méthodes de réduction directement. C'est ce postulat qui a nécessité l'introduction du Morphing, décrit au Chapitre 4. La méthode permet donc d'une part, de créer un espace commun, appelé espace ambiant, afin de collecter les données simulées pour la réduction de modèle. En effet, l'indice des noeuds étant préservés, les champs peuvent être comparés lignes à lignes, les espaces générés par des champs fluctuants peuvent ainsi également être comparés. Les coefficients LE représentent les amplitudes associées aux modes géométriques de chacune des géométries réelles. Il s'agit donc des représentants des particularités de chacune des pièces dans cette base. Selon un certain point de vue, les γ^{LE} permettent une paramétrisation de la structure et de ses défauts. C'est d'ailleurs la méthode utilisée dans l'article présenté en section 5.3 que nous allons détailler un peu. Un exemple de distributions des coefficients réduits γ^{LE} est présenté en Fig. 5.27. Par construction, les γ^{LE} sont des vecteurs de dimension (3×1) et on regarde la répartition des $(\gamma_{j=1,3}^{LE})$ pour chacune des éprouvettes. Il est à noter que sur chaque figure, le Digital Twin 0 correspond à la CAO utilisée, assimilée à une référence. D'un point de vue statistique, il semble que les coefficients réduits oscillent autour des valeurs de référence. Il s'agit d'un résultat attendu : ceci témoigne d'une oscillation aléatoire de la fabrication centrée autour du nominal. Il n'y a pas de biais de justesse tel que le nuage de points serait translaté vis à vis de la référence, pouvant correspondre à un défaut répétable au sein des pièces.

Cela illustre bien la méthodologie d'augmentation de données géométriques mentionnée dans la section 5.3. Il est possible de générer une géométrie nouvelle en piochant aléatoirement des coordonnées $\tilde{\gamma}^{LE}$ puis en reconstruisant la géométrie. Ce tirage aléatoire peut-être réalisé à l'aide d'une loi normale \mathcal{N} telle que : $\tilde{\gamma}^{LE} \sim \mathcal{N}(\gamma^{LE}, 0.2 \times \gamma^{LE})$. Dans ce cas, on génère un grand nombre de combinaisons et on laisse l'algorithme de Morphing sélectionner celles qui pourraient être admise par le Morphing, grâce au filtre présenté au paragraphe 4.3.4.3. On peut générer ainsi de nouvelles géométries à l'image de la Fig. 5.23.

En associant cette méthode et les résultats présentés au paragraphe précédents, permettent de définir le problème pour qu'une approche ROM-Net puisse être utilisée. En reprenant l'exemple traité dans l'article, nous avons utilisés deux DT afin de définir deux bases réduites. Malgré leur proximité, déterminée avec la similarité ROM s définie par l'Équation (5.21), le problème est bien illustré. Considérons que deux bases réduites locales (LROM) V^1 et V^2 soient construites à partir de ces deux géométries réelles associées aux labels y^1 et y^2 . Alors, la variété non-linéaire approximée peut se concevoir comme le schéma présenté en Fig. 5.11. L'augmentation de données permet alors de consolider l'approche développée par l'article : une erreur s_{tol} permet alors d'associer un domaine de validité du LROM associé à chaque label y . C'est ici que le lien entre la ROM et le Morphing est effectué. En calculant une fonction de transfert entre les γ^{LE} et les labels ROM y , le classifieur est capable d'associer un LROM pour une géométrie donnée.

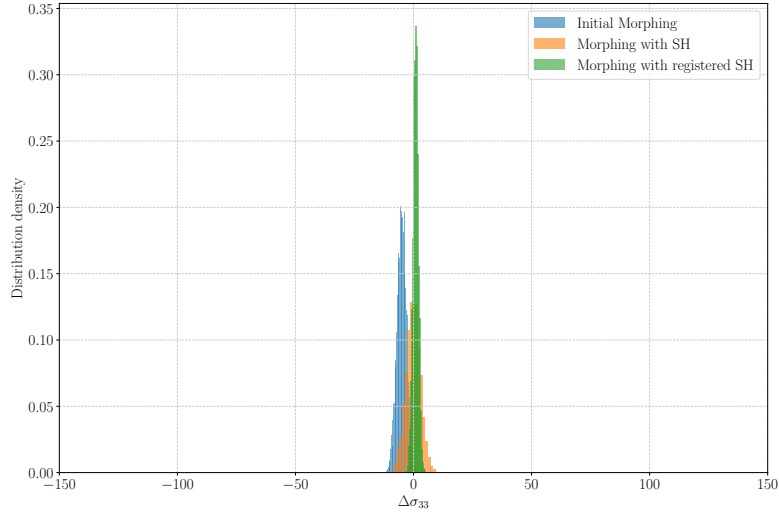
4.2 Approche hybride Morphing et HROM

Comme examiné en section 3.4, l'utilisation de la géométrie réelle du perçage est nécessaire afin de mieux caractériser l'endommagement. Pour ce faire, nous proposons une méthodologie alliant à la fois géométrie réelle, le Morphing de maillage et l'hyper réduction de modèle. Dans un premier temps, les coefficients réduits LE sont calculés à partir du Morphing. Il est important de noter une spécificité ici. Le Morphing utilise un opérateur discret basé sur le maillage considéré comme un graphe. En appliquant cet opérateur sur une géométrie contenant le perçage, l'ensemble des modes de l'opérateur se concentrent sur le perçage et ne représentent pas la géométrie globale. Dans ce cas, il n'est pas pos-

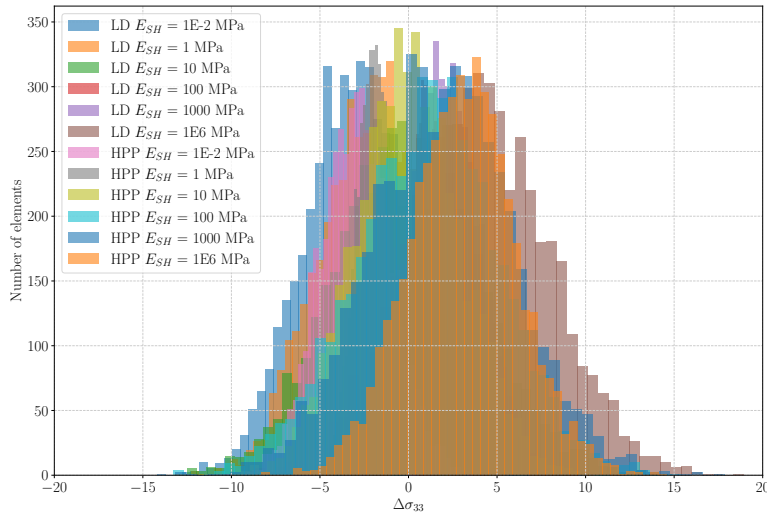
FIGURE 5.27 – Variations des coefficients réduits vectoriels des Laplacian Eigenmaps γ^{LE} .

sible d'utiliser le Morphing pour capter les variations géométriques. Pour répondre à cette problématique, nous réalisons le Morphing en **deux étapes**. Dans le premier cas, la déformation de maillage est réalisée sur la géométrie CAO sans trou. Il s'agit donc de déformer un tube. Cette déformée est ensuite transférée sur une géométrie avec trou, en prenant soin de laisser le trou sans déformation. Ceci permet de ne pas créer de distorsions du perçage artificielles et assurer une transformation admissible (sans retournement d'éléments). Cette étape est essentielle puisque le trou induit un adoucissement de la structure : un tube sans trou est plus rigide ce qui modifie le champ de déplacement. Dans le cas d'un Zoom Structural, le champ de déplacement du tube sans trou est plus important et provoque un endommagement plus important, cf la Fig. 5.28a. Le transfert est réalisé via une déformation non-linéaire de la géométrie avec trou, dont les paramètres ont été choisis par optimisation, cf la Fig. 5.28b. Nous obtenons donc un maillage déformé par morphing contenant un perçage, à l'image de la Fig. 5.29.a).

Une fois la déformation réalisée, 5 cycles thermo-mécaniques sont réalisés sur la géométrie avec trou. Ceci permet d'obtenir la réponse de la structure à l'essai TGMF. Afin de palier aux surfaces extrémales déformées, une couche d'élément élastique est utilisée du côté de l'encastrement, en rouge sur la Fig. 5.29.b). Cette technique numérique classique permet d'atténuer les réactions aux conditions aux limites sans influencer le calcul dans une



(a) Effet de l'adoucissement de la structure avec le perçage sur l'écart avec le calcul DT.



(b) Effet des différents paramètres matériaux pour la méthodologie de transfert.

FIGURE 5.28 – Étape 2 du Morphing : transfert sur géométrie avec trou.

zone plus éloignée. C'est sur cette simulation qu'est réalisée la phase d'entraînement du ROM-Net, afin de définir les différentes bases locales (LROM), cf la Fig. 5.29.c). En appliquant cette technique pour chacune des géométries obtenues par morphing, une base de données de modèle réduits est créée. Les techniques développées avec le ROM-Net permettent ensuite de ne garder que les bases les plus importantes, choisies par une approche de clustering. Celles-ci sont discriminées entre-elles avec la méthodologie décrite en section 3 à l'aide d'une similarité HROM s^{HROM} . Afin de limiter les calculs, les maillages sont réduits à l'aide d'une technique de *pruning*. Développée par Hilth [251], cette méthode permet d'*élaguer* les données en définissant par avance un RID a priori, afin de réduire au préalable la dimension des calculs. On s'assure ainsi que les RID, malgré les LROM variées, seront toujours d'une même taille et accélère les calculs, cf la Fig. 5.29.d). En effet, l'opération de clustering nécessite de réaliser le calcul de s d'une base donnée vers toutes les

autres. La mesure de dissimilarité s n'étant pas symétrique, n bases nécessitent $2n \times (n - 1)$ simulations pour estimer le clustering.

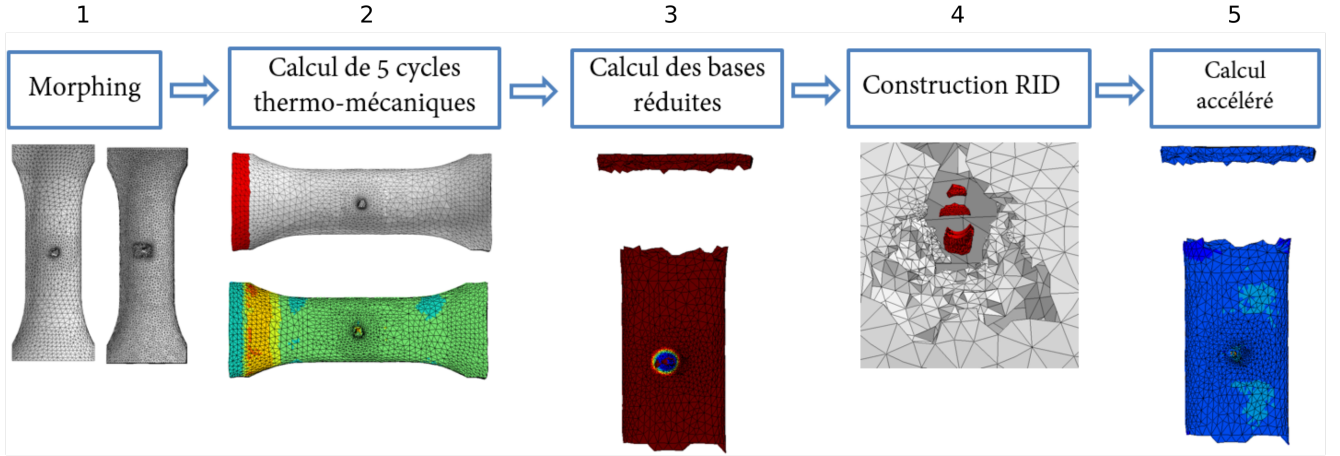


FIGURE 5.29 – Vue d'ensemble des étapes de calculs pour la prédiction de durée de vie.

La méthodologie a été appliquée sur 15 DT et les résultats du clustering des LROM sont présentés en Fig. 5.30. La matrice a été rangée par permutations afin de retrouver les clusters. Puisque les LROMS sont comparés entre eux, les éléments diagonaux sont bien nuls. Deux résultats sont bien illustrés sur ce clustering : certains modèles réduits sont similaires (labels >10) alors que d'autres induisent des erreurs importantes entre eux (labels plus faibles). On retrouve bien une extension des résultats obtenus en section 5.3.4.2 sur les simulations thermo-mécaniques. Une frontière peut-être tracée en définissant des seuils sur l'estimation d'erreur s afin d'associer un modèle réduit selon une géométrie d'entrée donnée.

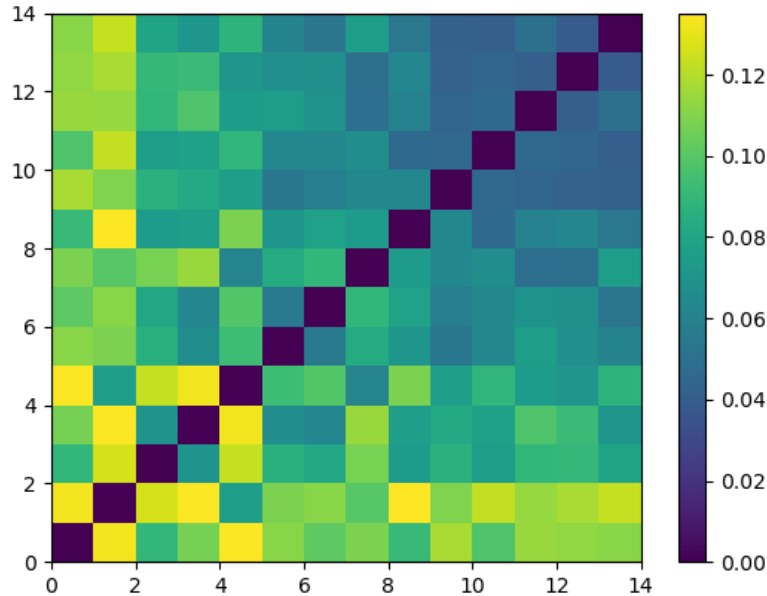


FIGURE 5.30 – Matrice de dissimilarité s entre 15 LROM.

Ainsi, le Morphing de maillage peut-être assimilé à une fonction de transfert capable d'associer au maillage d'une image (tomographie) un ensemble discret de coefficients. Il s'agit d'un lien entre l'espace physique de la mesure (par assimilation du maillage à l'image

d'après les études du Chapitre 1) et un espace de représentation latent utilisable pur la réduction de modèle. Tout ceci via une approche "non paramétrique" de l'espace réel puisque les variations géométriques sont directement contenues dans les maillages.

4.3 Prédiction de durée de vie

Une fois l'entraînement réalisé et le clustering LROM obtenu, une géométrie peut-être fournie en entrée de l'algorithme. Le Morphing en deux étapes est réalisé puis le maillage déformé par morphing subit l'opération de pruning. Le maillage du Shaped Hole est extrait du DT et le lien entre le modèle réduit et la durée de vie est réalisé par un Zoom Structural. Une superposition entre un maillage issu du pruning et le Shaped Hole réel associé est présentée en Fig. 5.31. Dans un premier temps, le champ thermique local est transféré sur le maillage du perçage. Le zoom structural mécanique est ensuite réalisé par résolution d'un problème type `***submodel` où le maillage élagué représente le problème global. Il s'agit ici d'un Zoom descendant du maillage global contenant déjà un trou. En effet, un zoom plus classique est réalisé entre un calcul global grossier vers un problème local plus raffiné. La forme du défaut, sa taille vis à vis du problème complet où la non-linéarité du problème peut nécessiter un zoom bi directionnel. Comme mentionné au paragraphe précédent, la présence d'un trou assouplit la structure. Il peut-être nécessaire de recalculer cette perturbation en réalisant le sous-problème dans l'autre sens, du local fin vers le global grossier. Dans notre cas, l'hypothèse est faite que le perçage réel influe peu sur le champ de déplacement du problème global, ce pourquoi le zoom n'est effectué que dans le sens global-local, sans corrections.

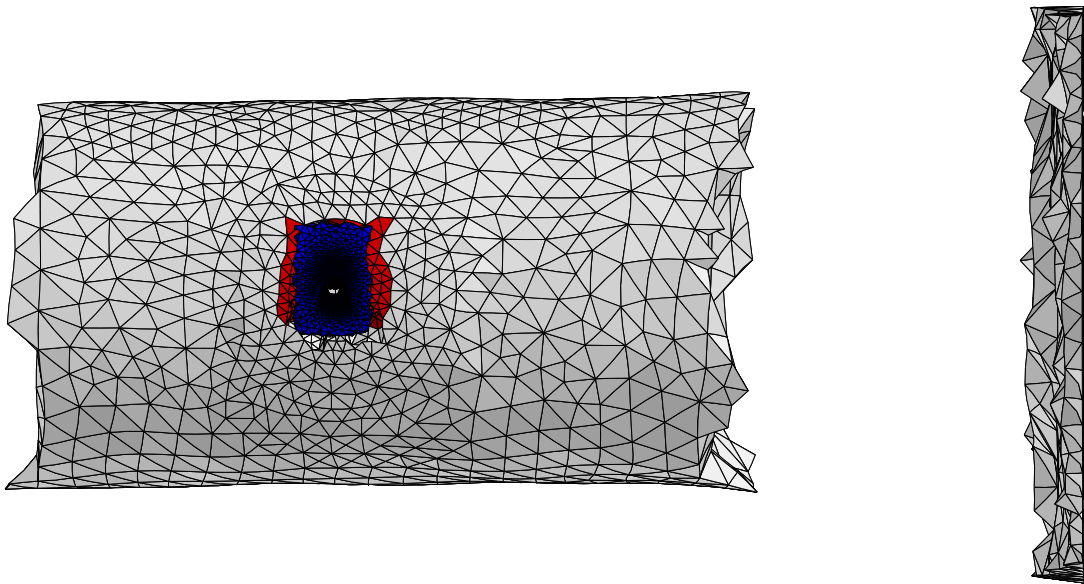


FIGURE 5.31 – Superposition entre le maillage déformé par Morphing après l'opération de *pruning* (en gris) et le maillage du Shaped Hole réel (en bleu).

En regardant de plus près la zone de recollement, cf la Fig. 5.32, nous pouvons apprécier le défaut de positionnement du perçage réel, légèrement translaté vers la gauche (le set associé au trou du maillage morphé étant représenté en rouge). Dans ce cas, ce défaut est très léger, de l'ordre de 100 μm . Toutefois, la validité de l'hypothèse du Zoom à sens unique pourrait être remise en cause dans le cadre d'un défaut plus important.

Le but de la méthode est de prédire la durée de vie. Le Zoom Structural permet, à partir des 5 cycles contenus dans la base réduite, d'obtenir le champ de contraintes en tout point du maillage SH. On peut alors appliquer le modèle d'endommagement Fat-Flu sur le dernier cycle. La Figure 5.33 présente le calcul de DDV entre le modèle complet, issu du Jumeau Numérique, et le modèle réduit hybride. La méthode présentée permet, à modèle fixé, de calculer une durée de vie très proche du FOM. Avec un écart de l'ordre du cycle, les temps de calculs sont plus faibles avec un **speed up de l'ordre de 7**. Cette accélération est assez bonne en regard de la complexité du problème traité. Pour des questions de temps, elle sera améliorée au fur et à mesure que la base de données s'agrandit, renforçant la

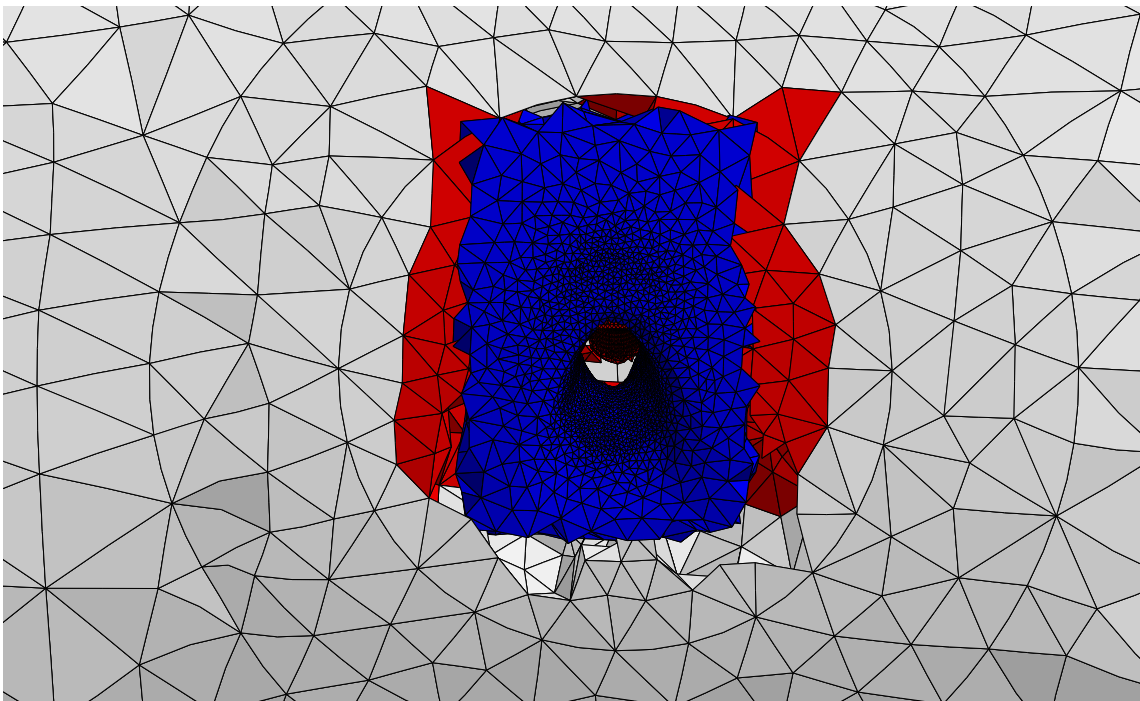


FIGURE 5.32 – Variabilité en position du perçage : source d’erreurs d’interpolation par le Zoom Structural.

précision des LROM et du ROM-Net.

La méthode n’a pas été appliquée sur l’ensemble des DT, simplement sur le résultat présenté en Figure 5.33. La phase online est basée sur le clustering réalisé lors de la phase d’entraînement. Si une géométrie donnée est trop éloignée des données déjà traitées, l’étude des γ^{LE} permet de détecter le besoin d’ajouter une nouvelle LROM au dictionnaire. Bien que complexe à mettre en place, cette approche permet de pouvoir classifier les géométries avec une méthode a posteriori. L’espace des résultats étant de grande dimension, la précision du ROM-Net est croissante en le nombre de pièces. Cette approche est donc adaptée à un suivi industriel où des centaines de pièces sont fabriquées chaque mois et traitées lors des contrôles CND. La gestion de la base de données peut-être entièrement automatisée, de même que le ré-entraînement, en définissant les paramètres de seuils pour le clustering.

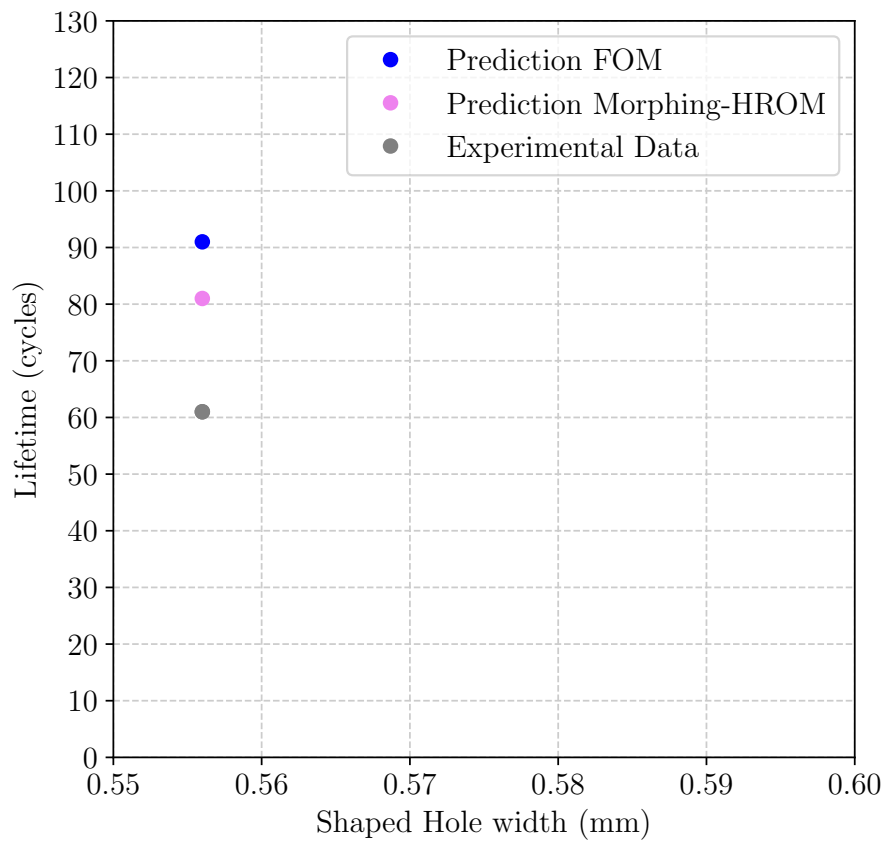


FIGURE 5.33 – Prédiction de durée de vie entre modèle complet FOM et modèle réduit hybride ROM - Morphing.

CONCLUSION

Contexte de l'étude et objectifs

Aujourd'hui, le perfectionnement des appareils de contrôle autorise l'accès à des informations de plus en plus fines, augmentant significativement la quantité de données à traiter. Elles sont de natures diverses et souvent difficiles à juxtaposer entre elles. C'est le cas lors de la fabrication d'aubes de turbines monocristallines par voie de fonderie. Parmi ces données, on peut citer la présence de défauts métallurgique (retassures, grains etc.), l'orientation cristalline ainsi que la variabilité géométrique induite par le procédé. Celle-ci provoque une dispersion de la morphologie des pièces modifiant leurs comportements mécaniques. Il devient extrêmement chronophage d'examiner ces variations au cas par cas et d'estimer leur impact sur les performances mécaniques des pièces (traitement des dérogations). Les besoins modernes d'automatisation des contrôles industriels poussent à l'introduction de méthodologies, à l'image de la métrologie fonctionnelle. Ce nouveau paradigme cherche à étendre la portée du contrôle et de pouvoir déduire directement la performance mécanique depuis la mesure, comme l'imagerie 2D ou 3D par exemple. Pour concevoir une telle méthode, les travaux de cette thèse ont abordé des thématiques transverses telles que : la fonderie monogranulaire, la tomographie aux RX, les essais TGMF, la simulation de durée de vie avec plasticité cristalline ainsi que la réduction d'ordre de modèle non-linéaire. La méthodologie proposée permet de relier entre elles ces différentes thématiques et de le faire dans un contexte industriel.

Résultats majeurs

Éprouvettes technologiques à noyaux variables

Les éprouvettes ont été fabriquées à l'aide d'un procédé industriel de solidification dirigée. Une boîte à noyau a été modifiée via un système d'inserts pour obtenir des diamètres internes variables. Ainsi, 7 références de géométries ont été conçues couvrant un intervalle d'épaisseurs de paroi nominales en zone utile de $[0.4, 1.1]$ mm. La gamme existante a été adaptée avec l'introduction d'un nouveau matériau, le CMSX-4 PLUS. Des perçages ont été réalisés par électro-érosion afin de représenter les effets de concentrations de contraintes rencontrés sur les pales des aubes de turbines haute pression refroidies.

Essais de durée de vie à gradient thermique

Ces éprouvettes ont servi à réaliser des essais de durée de vie type Low Cycle Fatigue avec gradients thermiques. Sollicitées en fatigue avec temps de maintien en compression,

il s'agit d'un effort type Dwell-Fatigue, afin de mettre en œuvre un effet de fluage majeur. Les essais ont été réalisés à 1100°C avec un gradient thermique de paroi de l'ordre de 50°C. Ces conditions peu communes dans la littérature, apparaissent avec les nouvelles géométries d'aubes où les refroidissements internes très efficaces provoquent ces chargements. La durée de vie a été déterminée avec le nombre de cycles tel que la fissure la plus longue ait atteint une longueur de 300µm. La tomographie a été utilisée afin de mesurer la section de chaque éprouvette. Le pilotage en charge de l'essai a été adapté afin d'assurer une contrainte moyenne identique entre les différentes éprouvettes. Les observations expérimentales ont montré que des fissures apparaissent de façon isotrope autour des parois du perçage à cause de la combinaison de la ZAT et de l'oxydation qui s'y forment très rapidement. Aux températures appliquées, le matériau devient très sensible au chargement et la limite élastique est dépassée très rapidement à proximité du trou, point critique de la structure. La présence du gradient thermique induit des contraintes orthoradiales favorables aux premiers cycles à l'amorçage de fissures puis relaxées par le développement de plasticité. Une analyse fine de la microstructure en différents points de l'éprouvette montre que la plasticité se développe de façon très importante, favorisant la mise en radeaux de la microstructure. Les phases de traction permettent la propagation des fissures alors que les temps de maintien induisent un endommagement continu fragilisant le matériau autour de la fissure. Le couplage de ces deux phénomènes induit un sur-endommagement diminuant significativement la durée de vie en regard d'essais découplés. Cependant, la présence de défauts géométriques et la variabilité expérimentale (notamment les conditions thermiques) ont induit une dispersion importante des mesures expérimentales. Cette distribution ne permet pas de trouver une corrélation simple entre la forme locale du perçage et le temps d'amorçage des fissures. D'autres modèles pourraient être plus adaptés pour ce régime de fatigue, à l'image de modèle en déformation plastique ou en énergie. Les mesures expérimentales (déformation axiale, températures locales, durée de vie) ont été utilisées afin de recalibrer un modèle de simulation.

Simulations numériques

Les modèles numériques ont permis de simuler le comportement mesuré au cours des essais. Les durées de vie calculées avec le modèle d'endommagement Fat-Flu étaient surévaluées en regard des mesures expérimentales. La déformation est simulée à l'aide d'une loi de plasticité cristalline anisotrope (loi de Méric-Cailletaud), où la plasticité est calculée à l'aide de l'activation du glissement de plans cristallins. La durée de vie est modélisée avec une approche en contrainte découplée de l'endommagement capable de prendre en compte les effets d'interaction non-linéaires entre fluage et fatigue, avec le modèle Fat-Flu. Une modification du terme d'endommagement de fluage a été proposée et validée afin d'adapter le modèle aux sollicitations appliquées. La prédiction de durée de vie reste dans un ordre de grandeur acceptable bien que la variabilité induise de gros écarts relatifs, puisqu'il s'agit de très faibles nombres de cycles. Cependant, des mesures expérimentales plus locales (à l'intérieur du perçage) ou des mesures de champs auraient permis de générer un modèle thermique plus précis et en réduire les incertitudes. La tomographie a été utilisée afin de générer les maillages des pièces numérisées, avec des qualités compatibles avec la méthode des éléments finis. Ceux-ci ont montré que l'utilisation des géométries réelles permettaient d'avoir une meilleure prédiction de l'endommagement, au détriment du temps de calculs.

Réduction d'ordre de modèle pour le calcul de durée de vie

Afin de déployer les techniques d'hyper-réduction de modèle pour accélérer les calculs, il devient nécessaire de trouver un espace solution de dimension commune. Puisque les maillages issus de tomographie possèdent des dimensions très différentes, une méthodologie a été développée afin de trouver cet espace commun. Un algorithme de *Mesh Morphing* a

été implémenté afin de déterminer un maillage de référence afin qu'il conforme au maillage réel. De fait, l'espace commun a été trouvé puisque le maillage déformé est toujours de même taille. Une stratégie de réduction de modèle par dictionnaire, dite ROM-Net, a ensuite été utilisée pour associer une géométrie réelle donnée à un modèle réduit adapté pour la simulation. Un calcul de quelques cycles est réalisé sur le maillage morphé réduit afin de simuler le champ de déplacement observé par la pièce réelle lors de l'essai. Un zoom structural est ensuite réalisé depuis le maillage morphé réduit vers le perçage réel extrait de la tomographie afin de déterminer la durée de vie avec la géométrie réelle. Cette méthodologie permet ainsi de prédire la durée de vie avec un facteur d'accélération de l'ordre de 7 lors de la phase online. Malgré la complexité calculatoire de la méthode, celle-ci se prête à une utilisation dans un cadre industriel car l'approche par dictionnaire permet de se mettre à jour avec l'augmentation de la base de données. Celle-ci peut fonctionner de façon automatisée afin de prendre en compte les nouvelles informations non observées par le modèle entraîné. L'accélération des calculs a été mise en place par une approche hybride entre Morphing de maillage et hyper-réduction de modèle. Une approche par dictionnaire a été proposée afin de faire le lien entre modèles réduits locaux (pour la réduction de modèle non-linéaire *piecewise*). Le lien entre géométrie et modèle réduit est réalisé en utilisant la paramétrisation dans l'espace réduit des Laplacian Eigenmaps. Cette technique permet, in fine, de déterminer les conditions aux limites mécaniques afin de résoudre un zoom structural sur la géométrie réelle du perçage. En permettant une accélération globale du temps de calcul, une bonne précision sur le calcul de durée de vie est conservée.

Perspectives

La méthodologie proposée dans cette thèse permet, en concaténant un ensemble de données multimodales, d'accéder à la durée de vie de pièces directement à partir des images. En associant un seuil de durée de vie, il pourrait être envisageable d'extraire une sanction statuant sur la qualité de la pièce. Cependant, quelques points restent à étudier afin d'obtenir un véritable outil industriel. D'une part, la variabilité thermique de l'expérimental sur l'ensemble de la structure est un point d'incertitude majeur. Les propriétés mécaniques, comme la limite élastique ou la sensibilité au Rochet, sont très sensibles à ces niveaux de température. Le choix d'un champ thermique pour le calcul n'est pas automatique et nous proposons de faire différentes simulations avec les différents champs générés afin d'estimer la variance de durée de vie par rapport à la température. Une étude plus complète de l'impact des différents paramètres pourrait être menée à l'aide d'outils statistiques comme un modèle de krigeage ou par une étude plus aléatoire à l'aide de modèles réduits. Ces simulations pourraient également être supportées par un travail plus approfondi de l'estimation du champ thermique.

D'un point de vue expérimental, des peintures adaptées pourraient être utilisées afin de réduire la réflectivité spectrale des lampes dans l'éprouvette et permettre l'utilisation de caméras thermiques. De plus, un Jumeau Numérique de mécanique des fluides de l'essai pourrait être réalisé afin d'estimer numériquement la variabilité thermique et obtenir une cartographie tridimensionnelle plus précise. Le facteur d'accélération proposé par la méthode pourrait être amélioré en tout en rendant l'approche plus robuste. L'impact du maintien en compression ainsi que du gradient thermique pourrait également être investigué. Nous avons observé ici un gradient de transformation (entre les différentes mises en radeaux), mais l'étude de leur orientations pourraient permettre de mieux comprendre les gradients thermiques perçus par le matériau.

Concernant l'exploitation des données d'endommagement, il serait intéressant d'inclure le cyclage thermique (effet anisotherme). En simplifiant le cycle mécanique, les effets de retour à froid augmentent la contrainte axiale de traction et donc, l'ouverture des fissures. Une approche sans gradient thermique de paroi (sans refroidissement interne) pour-

rait découpler les forces motrices de l'endommagement et permettre de mieux comprendre le micro-amorçage au sein des perçages sous chargements complexes. De plus, une quantification d'incertitudes pourrait être réalisée sur le champ thermique afin de dresser un méta-modèle. En effet, les approches du ROM-Net ont été appliquée sur des simulations thermo-mécaniques appliquées sur aubes de turbine. Une approche similaire pourrait être envisagée afin de trouver le lien entre géométrie locale, thermique et endommagement. Cependant, le zoom structural effectué depuis un modèle réduit associé au pruning rend le calcul très spécifique à chaque géométrie. Afin d'éviter les problèmes de convergence au bord des maillages du perçage, une attention particulière doit être portée sur la méthode de pruning.

Enfin, l'algorithme de Mesh Morphing repose sur l'hypothèse de similarité des pièces réelles et de la géométrie nominale. Il est supposé que les déformations restent dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations avec des défauts géométriquement linéaires. En effet, la méthode Laplacian Eigenmaps pourraient être mis en défaut pour l'approximation de déformations en cas de fortes courbures ou d'autres déformations non-linéaires. Il serait intéressant de développer une approche, au travers d'un nouvel opérateur ou d'une EDP plus permissive, afin de caractériser les défauts de pièces complexes et notamment dans un cadre géodésique, où le respect des surfaces est primordial. Il s'agit en effet des limites actuelles identifiées pour le passage de la méthodologie de thèse sur aubes de turbines réelles.

ANNEXES

Annexe A - Essai de Traitement thermique (TTH) au laboratoire

Afin d'obtenir des propriétés optimales, les superalliages subissent des traitements thermiques souvent décomposés en trois étapes : une remise en solution suivie de deux revenus. Les températures, durées, vitesses de chauffe / refroidissement et nombre de traitements sont ensuite spécifiques à chaque alliage, en fonction de sa composition chimique et de l'objectif microstructural. Pour notre cas, nous pouvons considérer les travaux de Huleux [39] et considérer le traitement présenté dans le Tableau 5.2.

Étape du traitement	Température cible	Durée
Remise en solution totale (RS)	$T_{RS} = 1335^{\circ}\text{C}$	30h (paliers successifs de 2h)
Trempe	$T = -300^{\circ}\text{C}/\text{min}$	2h
Revenu 1	$T_{R1} = 1160^{\circ}\text{C}$	6h
Revenu 2	$T_{R2} = 850^{\circ}\text{C}$	20h

TABLE 5.2 – Traitement thermique appliqué au CMSX4-Plus.

Le premier traitement de remise en solution est réalisé car la microstructure après la solidification de coulée n'est pas encore optimale en regard des besoins mécaniques. La température appliquée est très proche du solvus de l'alliage (de l'ordre de 1350°C) afin de provoquer une dissolution des précipités γ' dits primaires. Comme le montre la Fig. 5.34, ces derniers sont très gros et n'ont pas une morphologie cubique. Les précipités γ' primaires de sortie de coulée vont être complètement dissous, pour former un matériau monophasé γ . La phase de trempe appliquée ensuite provoque une nouvelle précipitation des γ' . On parle alors des précipités secondaires. Le but de la trempe est de fournir une première précipitation que les revenus vont faire croître. Afin de dissoudre complètement les précipités primaires, il est nécessaire d'atteindre une température homogène très proche du solvus. Toutefois, un dépassement de ce dernier localement peut entraîner un phénomène de *brûlure d'alliage*. Dans ce cas, la matrice serait amenée à fondre et il est extrêmement difficile dans ce cas de rattraper le traitement. Une fonte locale crée un point fragile, délétère d'un point de vue mécanique. Il est courant d'utiliser le terme de fenêtre de remise en solution pour parler de l'intervalle $[T_{RS}; T_{solvus}]$. Alors que cette fenêtre était de l'ordre de 50°C pour les alliages de première génération, elle s'est restreinte à environ 20°C pour les alliages de troisième génération [65]. Si T_{RS} est trop faible, la dissolution peut-être partielle et des précipités primaires peuvent alors subsister. La vitesse de trempe fixe la cinétique de précipitation et permet de conditionner la taille, la morphologie et la densité des précipités secondaires. En augmentant la vitesse, la microstructure devient totalement

hétérogène, jusqu'à perdre la morphologie cubique des précipités γ' , voire même le caractère monocristallin de l'échantillon ou de l'éprouvette. En diminuant cette vitesse, les précipités γ' créés lors du refroidissement ont suffisamment de temps pour croître et obtenir une taille moyenne plus importante après revenus. Plus on s'éloigne de cet état optimal, plus les durées de vie sont réduites.

Ensuite, deux revenus isothermes appelés R1 et R2 sont appliqués à des températures respectives de l'ordre de 1150°C et 850°C. Le revenu R1 permet la croissance majeure des précipités secondaires. Toutefois, ce traitement provoque une précipitation dite tertiaire, de γ' très petits (de l'ordre du nm). Ceux-ci disparaissent par coalescence avec les secondaires lors du revenu R2. La taille des précipités de phase γ' (directement liée à la taille des canaux de la phase γ , soit la distance entre précipités), le misfit et la fraction volumique de précipité sont des paramètres d'influence sur les glissements des dislocations et la résistance au fluage. Ainsi, l'optimisation de ces paramètres de la microstructure se fait souvent par des essais de fluage à diverses températures, comme largement montré par Huleux et al. [39]. Pour le CMSX4 Plus, on estime une taille moyenne d'environ 0.44 μm au sein des dendrites et 0.61 dans l'espace interdendritiques. Au total, le matériau doit présenter une fraction volumique de l'ordre de 68% en γ' .

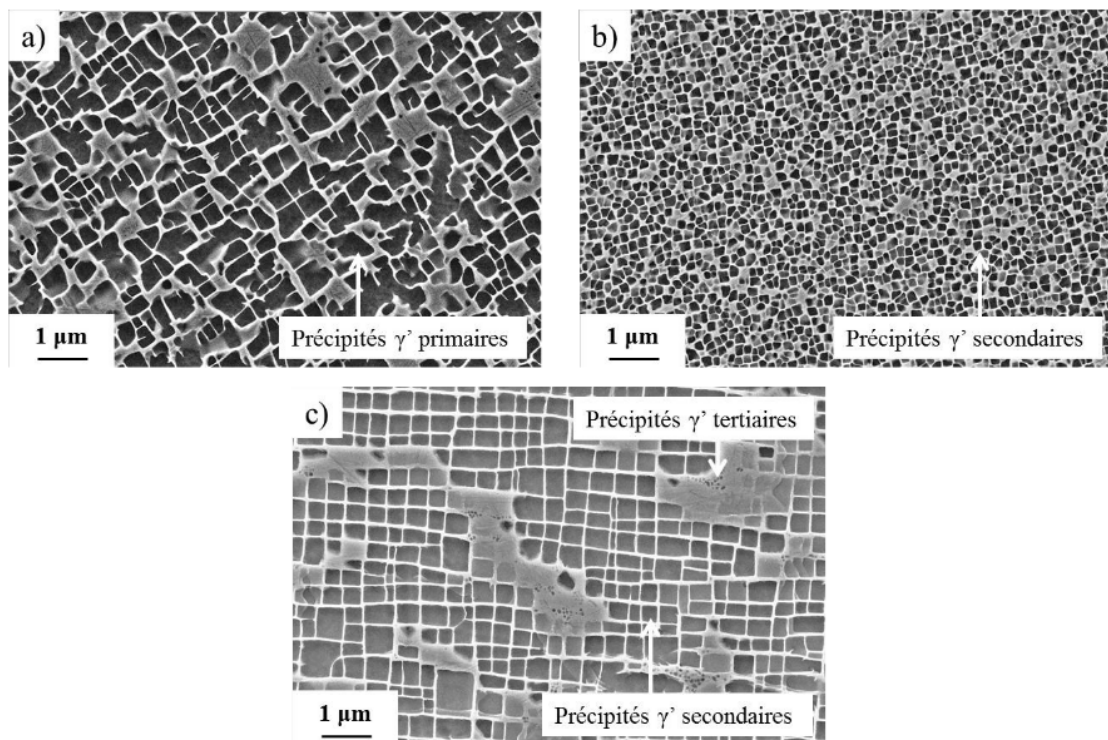


FIGURE 5.34 – Évolution de la microstructure du CMSX4 Plus au cours du traitement thermique : a) état brut de fonderie, b) après traitement de remise en solution et trempe (à l'air) et c) état final obtenu après l'application des deux revenus [39].

Suite à une problématique de production concernant l'étape de traitement thermique (TTH), une étude de faisabilité a été menée au laboratoire du Centre des Matériaux (CDM) afin d'assurer la production des pièces. Pour cela, un four capable d'opérer sous atmosphère (sous pression avec un gaz neutre, ici de l'Argon) a été réhabilité pour réaliser cette étape. Un travail d'étanchéité (remplacement de joints, ajout d'une valve à bulle et d'un dispositif d'insertion de gaz) a été réalisé ainsi que des essais sur des éprouvettes tests. Un exemple de trempe est présenté sur la Figure 5.35, image de gauche, où la température des têtes est de l'ordre de 1300°C.

Les tests sur la première éprouvette-test ayant été concluants, un outillage spécifique

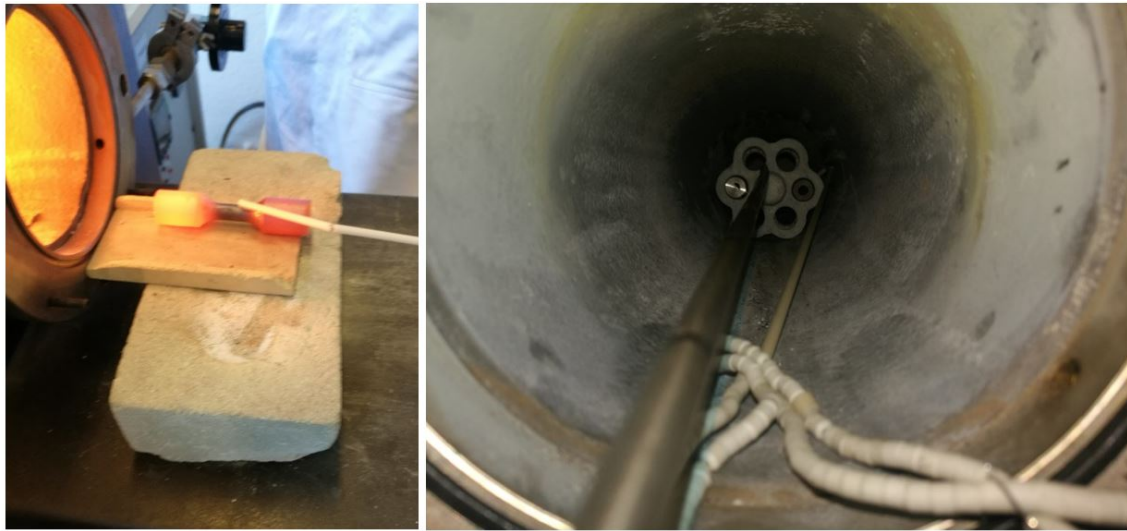


FIGURE 5.35 – Test de traitement au thermique en laboratoire : sur une pièce (à gauche) et avec un outillage pour passer plusieurs pièces (à droite).

a été conçu et fabriqué afin d'augmenter le nombre de pièces admissibles par traitement. Cet outillage consiste en un barillet à deux supports, afin de maintenir les éprouvettes, et muni d'un crochet de «remorquage» pour le saisir et le sortir du four pour opérer la phase de trempe. Le barillet a été fabriqué en céramique en deux parties par fabrication additive assemblées avec une colle pour céramique. Il s'agit de la première pièce de cette taille fabriquée au CDM par impression 3D céramique. L'outillage réel est observable sur la Figure 5.35 de droite tandis que le plan est proposé en Figure 5.36. Cependant, l'ajout de plusieurs pièces a rendu le TTH beaucoup plus difficile à contrôler pouvant aller jusqu'à une refonte locale du métal. Elle a été provoquée par la présence d'un gradient trop important dans l'enceinte lié à une surchauffe du four. Plus il y a de pièces, plus le four doit chauffer pour atteindre la température de consigne. Cependant, la fenêtre de remise en solution (première étape du TTH) est trop proche de la température de fusion, rendant très difficile la mise en œuvre du traitement préconisé par [39]. Heureusement, une solution industrielle a été trouvée peu de temps après, rendant inutiles les essais de TTH au CDM.

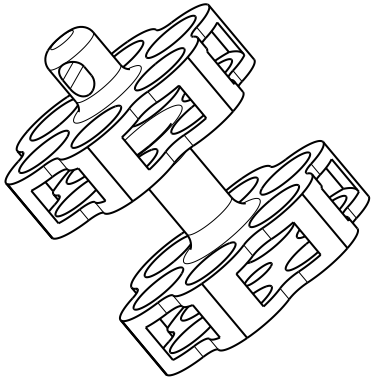


FIGURE 5.36 – Plan de l'outillage barillet réalisé par fabrication additive céramique.

Annexe B - Calibration thermique du banc d'essai

Modèle thermique 1D

Afin de réaliser des essais avec gradient thermiques, un pré-dimensionnement a été fait pour estimer les besoins expérimentaux. Afin d'estimer le débit d'air à injecter au travers de la machine pour obtenir un gradient de paroi, un modèle 1D thermique a été réalisé sous Python. Le modèle s'inspire fortement des travaux de Degeilh et de son modèle pour tube lisse [33].

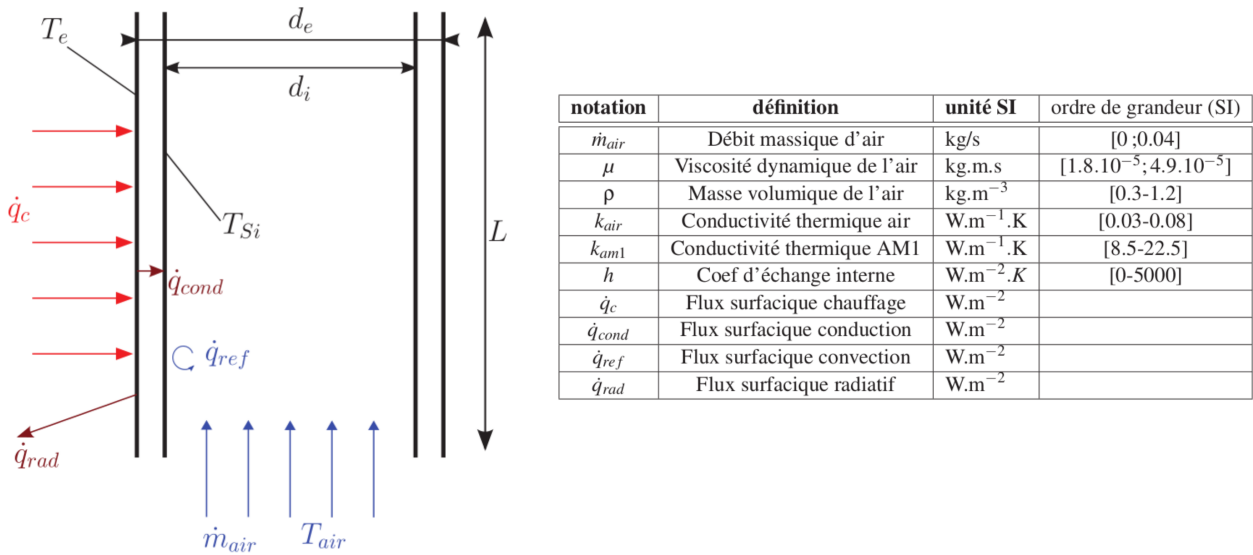


FIGURE 5.37 – Modèle 1D thermique du problème de refroidissement d'un tube chauffé par l'extérieur : définition des grandeurs thermiques (à gauche) et tableau recensant les notations (à droite) [33].

Nous considérons donc un problème type plaque refroidi via un chauffage par rayonnement infrarouge. Il est également important de prendre en compte les effets de conduction à travers la paroi, malgré les épaisseurs considérées. Deux types de convection sont également à considérer : la convection naturelle autour de l'éprouvette par l'extérieur ainsi que la convection forcée provoquée par le débit d'air frais. Enfin, le perçage est représenté comme un débit de fuite où l'effet de refroidissement devient nul. Afin de mettre en équation le problème, on peut lister les hypothèses thermiques suivantes :

Hypothèses	Justification
Plaque plane	Rapport longueur/épaisseur ≈ 20
Écoulement de couche limite	Modèle de couche limite pour T_{Si}
Écoulement laminaire et stationnaire	Hypothèse très forte
Propriétés thermo-physiques uniformes	Pas besoin de résoudre les équations du fluide

TABLE 5.3 – Hypothèses simplificatrices du problème fluide.

Le but du modèle est d'obtenir un ordre de grandeur des gradients de paroi obtenus en fonction du débit d'air injecté. Ceci afin de dimensionner les besoins expérimentaux et les potentiels investissements nécessaires. Dans un premier temps, le modèle a été utilisé avec les données de la thèse de [33]. Le but du calcul est finalement d'obtenir une cartographie 1D

de coefficients d'échange. Le gradient thermique ΔT est déduit alors avec un loi d'échange en supposant la température externe imposée. Nous chercherons donc à résoudre les équations suivantes, en régime établi :

$$N_u = \frac{hD}{k} \quad (5.26)$$

$$T_{S_i} = \frac{T_e \frac{2k}{\log(d_e/d_i)} + T_{air} h d_i}{h d_i + \frac{2k}{\log(d_e/d_i)}} \quad (5.27)$$

où D est une longueur caractéristique de l'écoulement, que l'on peut assimiler au diamètre interne d_i . La question revient alors au calcul du coefficient de Nusselt N_u . Celui-ci représente un coefficient d'échange adimensionné introduit dans la simplification des équations de Navier-Stokes afin de considérer les turbulences en couche limite. Certains modèles proposent des corrélations pour le calcul de N_u et listés par Degeilh [33] : les modèles de Dittus et Boelter (DB), Sieder et Tate (ST), Gnielinski (G) et Petukhov (P). On se propose d'appliquer ces modèles en retrouvant les résultats de Degeilh et en les appliquant à notre cas d'étude (CMSX4 Plus), cf la Fig.5.38.

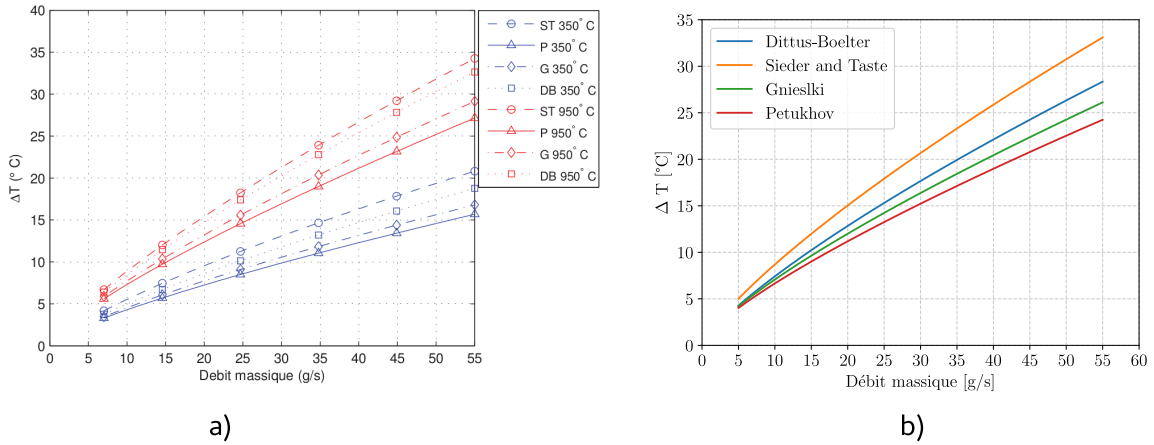


FIGURE 5.38 – Adaptation du modèle thermique 1D a) issus des travaux de [33] et b) application à notre cas avec les coefficients du CMSX4 Plus.

Les résultats ont été appliqués à l'éprouvette munie d'un perçage Shaped Hole et le résultat est présenté en Fig.5.39. En faisant varier le débit, le modèle a permis d'identifier un débit massique de l'ordre de 50 g/s soit **2,5 L/min**. Cette valeur, en regard de toutes les hypothèses simplificatrices utilisées, n'est pas absurde puisque le débit réel est de l'ordre de **5 L/min**.

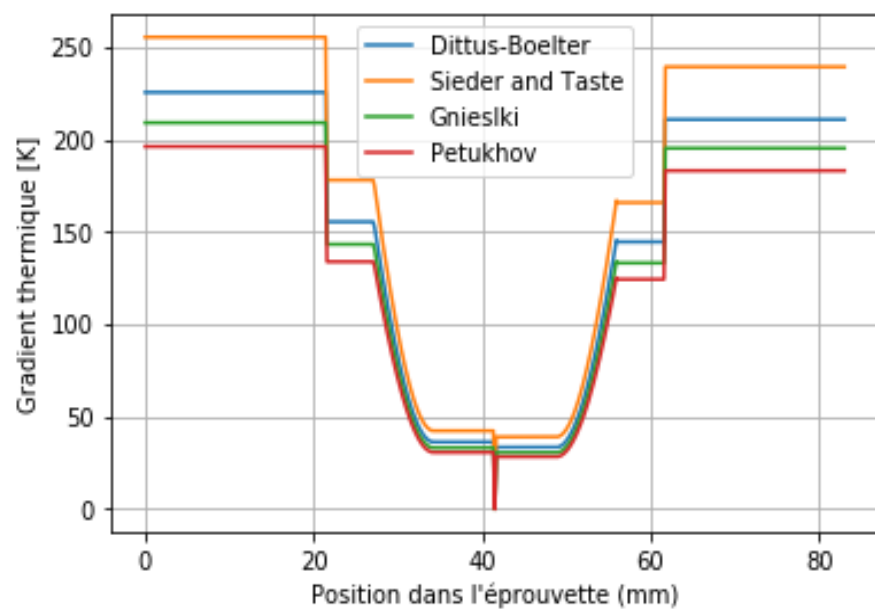


FIGURE 5.39 – Prédiction du gradient thermique en fonction de la position axiale dans l'éprouvette, sous une consigne externe de 1100°C et un débit de 30g/s.

Mesure de champ par caméra infrarouge

Une fois les études réalisées et le banc d'essais assemblé, la question de la mesure du champ de température de l'éprouvette s'est posée. Malgré le faible espace laissé pour les observations par le four, l'utilisation d'une caméra thermique a été envisagée. Contrairement à une caméra optique qui capte, d'une manière ou d'une autre, les photons des longueurs d'onde du visible, une caméra thermique mesure ceux du domaine de l'infrarouge. L'idée est d'acquérir un flux de photons infrarouges et à l'aide de la loi du corps noir, déterminer la température de la source. Un corps noir est une source idéale qui absorbe l'entière d'un rayonnement électromagnétique reçu (à toute longueur d'onde), sans réflexion ni transmission. Le rayonnement qu'il émet dépend alors uniquement de sa température : la mesure du flux de rayonnement (ou luminance) permet alors, grâce au modèle de Planck, de déterminer sa température. La Figure 5.40 représente les courbes d'émission de rayonnement d'un corps noir en fonction de la longueur d'onde à différentes températures (à gauche) ainsi que celle émise par une surface éclairée. On observe sur la courbe de gauche que plus la température augmente, plus le flux émis se rapproche du domaine visible et les écarts diminuent dans le domaine infrarouge. Cela montre que le contraste devient de plus en plus faible et que les mesures à très hautes températures ($>1000^{\circ}\text{C}$) complexifient la détermination des gradients de température.

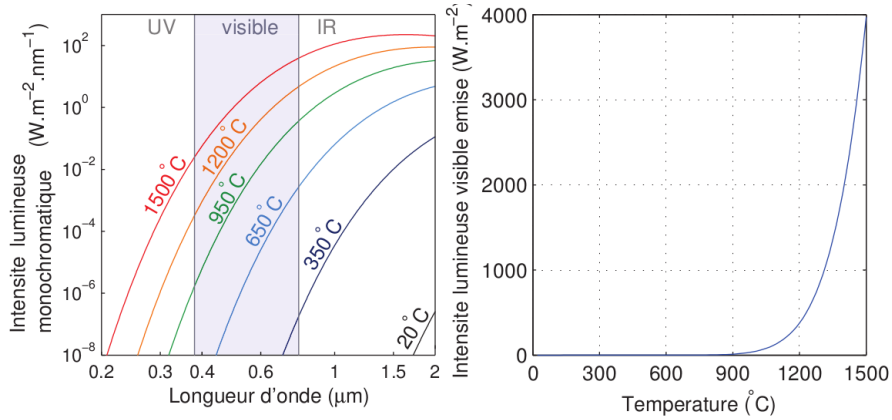


FIGURE 5.40 – Rayonnement du corps noir : tracé de la luminance L^0 en fonction de la longueur d'onde (à gauche) et de la température (à droite).

Par opposition, un miroir radiatif parfait est appelé corps blanc. Les objets réels, n'ayant pas de propriétés d'absorption, réflexion ou transmission parfaites, sont appelés corps gris. Pour expliquer la complexité de la thermométrie, un schéma présentant un bilan radiatif issu d'un corps rayonnant est présenté en Fig. 5.41. En pratique, une caméra ne reçoit pas seulement le rayonnement issu de l'objet vers lequel elle est orientée mais un bilan complet avec l'environnement de mesure.

Chaque capteur reçoit une quantité de photons provenant également de l'air, des autres objets et autres sources de rayonnement. Grâce à un ensemble d'hypothèses, la température du corps est extraite à partir d'un bilan simple (issu de la loi de Stefan-Boltzmann) où les données (type et température de l'atmosphère traversé, distance à l'objet, température et émissivité de l'objet etc.) thermométriques sont à fournir. On obtient alors :

$$T_{obj} = \sqrt[4]{\frac{W_{tot} - (1 - \varepsilon) \cdot \tau \cdot \sigma \cdot T_{refl}^4 - (1 - \tau) \cdot \sigma \cdot T_{atm}^4}{\varepsilon \cdot \tau \cdot \sigma}} \quad (5.28)$$

La caméra utilisée est fabriquée par *Flir* et demande une phase de calibration afin de pouvoir être utilisée via le logiciel *Altair*. Des informations supplémentaires peuvent être ajoutées aux données précédentes afin d'améliorer la mesure telles que le taux d'humidité ou un champ d'émissivité en cas de gradient de propriétés matériaux. La Fig. 5.42 propose

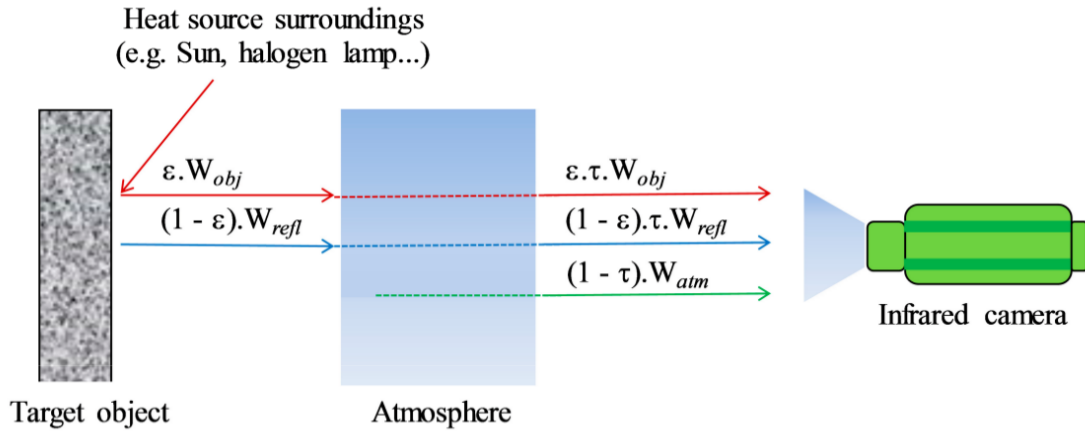


FIGURE 5.41 – Schéma représentant le bilan thermique radiatif issu d'un corps sous un rayonnement infrarouge [40].

un exemple d'image obtenue avec une caméra thermique et une corrélation vis à vis de thermocouples physiques.

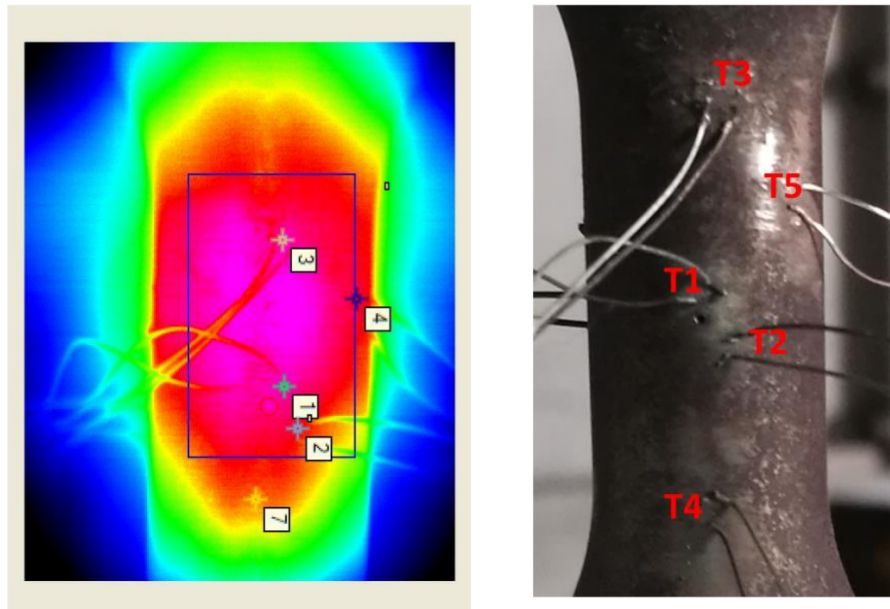


FIGURE 5.42 – Comparaison entre une mesure par caméra thermique (à gauche) et une photo à droite. La numérotation des thermocouples sur la photographie ne correspond pas à la notation sur l'image thermique.

Très adaptée pour les mesures de températures émises par des matériaux non-métalliques, la caméra thermique devient plus difficile à utiliser dans notre contexte d'étude à cause des phénomènes de réflectivité spectrale des lampes par le métal. Comme mentionné précédemment, les contrastes radiatifs diminuent avec la température. De plus, il devient également complexes de différencier les signatures issues de la surface. La loi du corps noir permet de trouver la température du corps émetteur par son flux émis. Pour cela, il faut dissocier les flux réfléchis et transmis du bilan. Or, la proximité des luminances est un problème majeur. Ainsi, on aperçoit les lampes sur l'image de l'éprouvette, comme illustré en Fig.5.43. On voit sur les images a) et b) que des bandes apparaissent avec un plus gros contraste. Cela se traduit sur le bilan thermique Fig.5.43.c), où la température de l'éprouvette dépasse largement les 1150°C pour une consigne à 1100°C , ce qui n'a pas été mesuré par les

thermocouples.

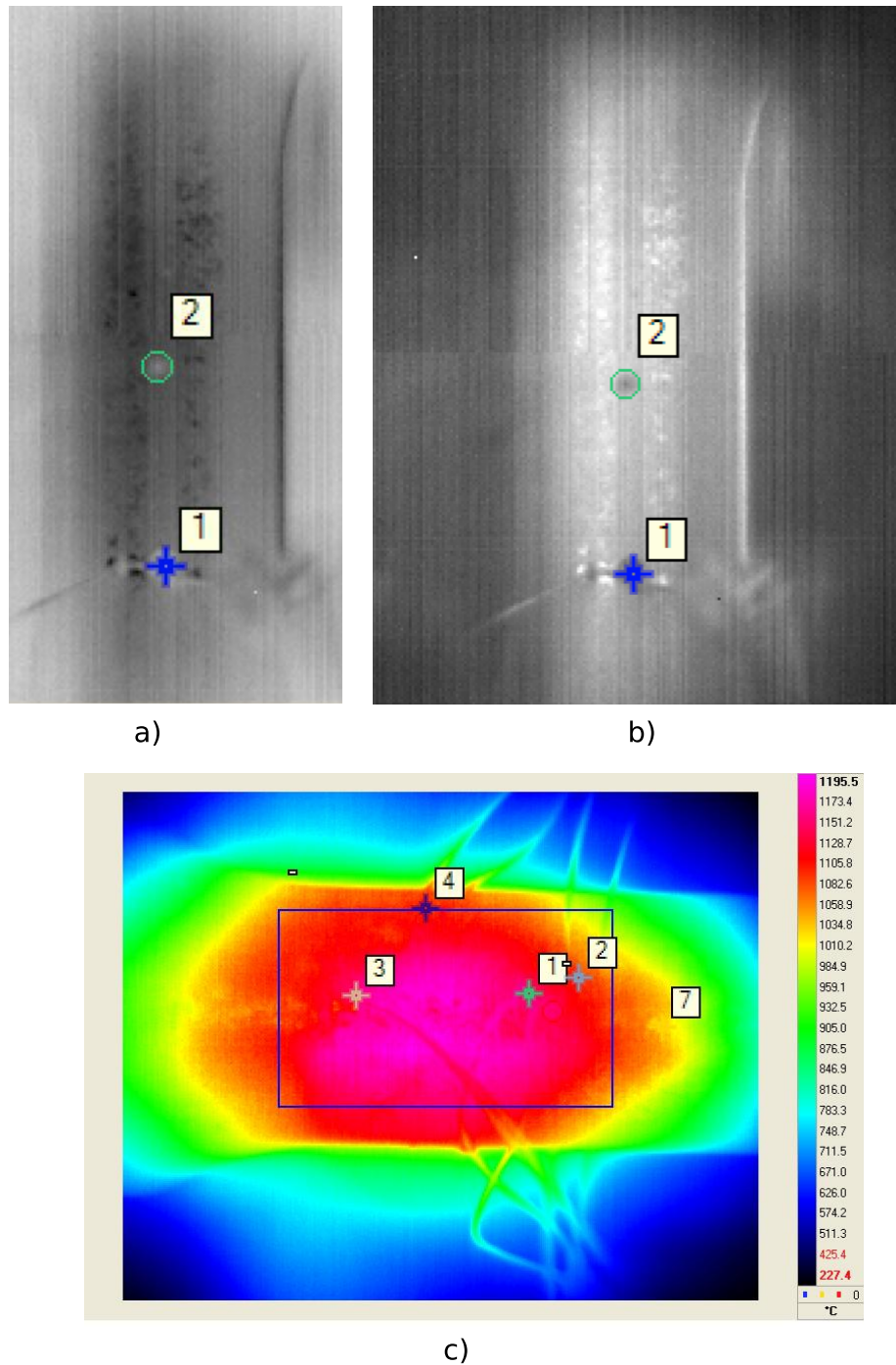


FIGURE 5.43 – a) et b) Illustrations des effets de réflexion des lampes infrarouges par des bandes verticales au centre de l'éprouvette et c) Cartographie de températures associées pour une consigne à 1100°C.

Pour régler ce problème, plusieurs pistes ont été envisagées mais n'ont pas abouti pour des contraintes de temps :

- ~ **Filtre passe bande physique** : le filtrage du rayonnement sur une gamme restreinte permettrait de resserrer la bande énergétique et mieux décorrélérer le bruit de réflectivité.
- ~ **Filtre numérique** : le bruit de réflexion pourrait être supprimé par l'application d'un filtre anti-bruit localisé sur les "bandes" des lampes, avec une calibration adaptée.

~ **Filtre via une approche Gappy-POD** : une méthode de filtration de ces images, notamment par une projection de ces images sur une base POD pourrait être envisagée, par résolution d'un problème inverse de celui abordé par Leroy [35].

Mesure du gradient thermique de paroi

Afin d'obtenir une mesure d'ordre de grandeur du gradient de paroi, une technique innovante a été développée. Il est impossible d'effectuer cette mesure directement dans l'écoulement sans perturber significativement l'écoulement. L'idée a donc été d'utiliser la machine EDM pour effectuer un perçage non-débouchant. Toutefois, la machine n'est pas asservie par la position de l'électrode mais par la réaction que cette dernière reçoit. En effet, l'érosion par plasma provoque une réaction sur la tige de l'électrode et induit un micro-courant. La géométrie de perçage étant débouchante, la machine interrompt l'opération lorsque la paroi est complètement percée. Dans ce cas, il n'y a plus d'érosion ni de contre-courant. Une calibration de la machine a été menée sur des plaques de CMSX4-Plus afin de réaliser des perçages non-débouchant. Une fois connu la quantité d'électrode consommée ainsi que le temps écoulé, un tel perçage a été réalisé sur une éprouvette de calibration, comme présenté sur la Figure 5.44. Ce type de perçage laisse une épaisseur de paroi d'environ 100 μm , que nous négligerons pour supposer que la mesure du thermocouple peut être assimilée à la température de paroi interne.

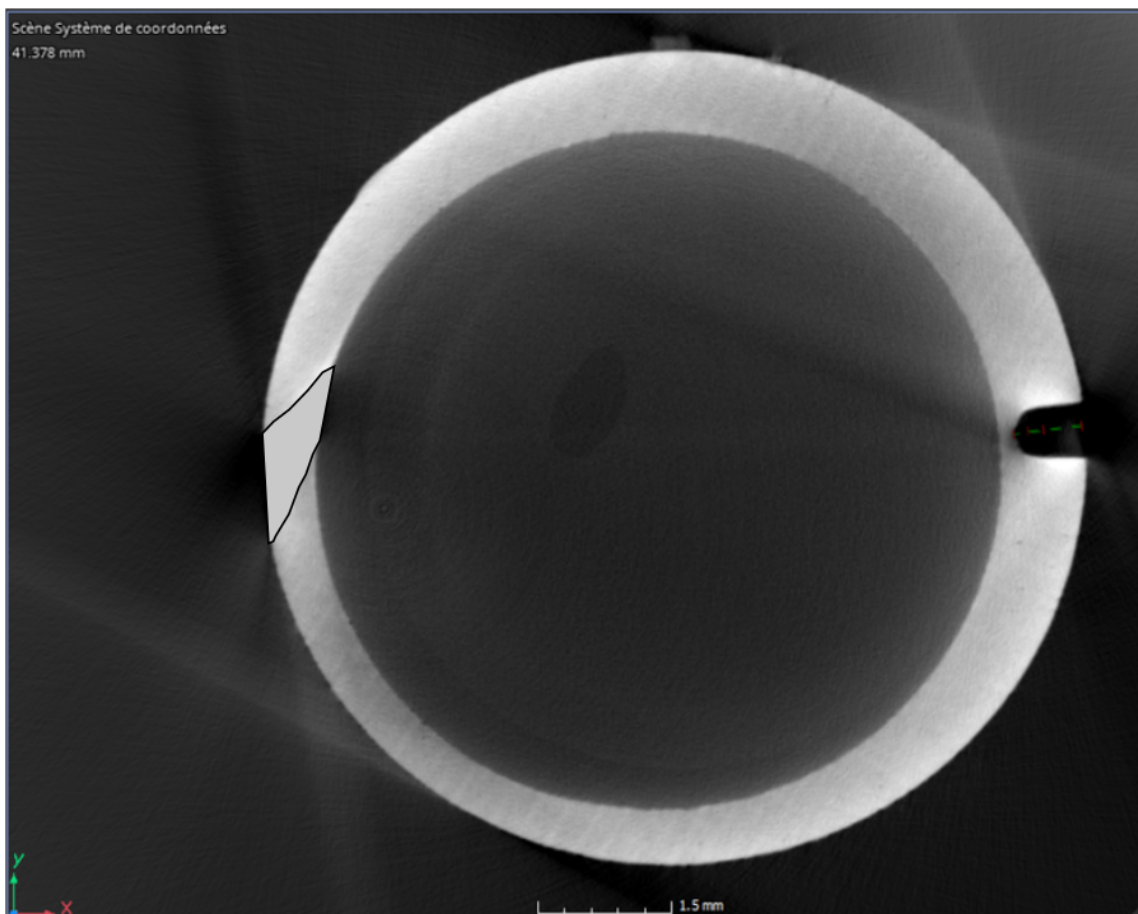


FIGURE 5.44 – Observation d'un perçage non débouchant après calibration sur plaques tests. Le Shaped Hole est masqué pour des raisons de confidentialité.

VALORISATION DES TRAVAUX DE RECHERCHE

Publications

- A. Aublet, M. Rambaudon, F. N'Guyen, D. Ryckelynck, C. Remacha, R. Cariou and H. Proudhon. *Mechanical Fatigue Testing Under Thermal Gradient and Manufacturing Variabilities in Nickel-Based Superalloy Parts with Air-Cooling Holes*. Experimental Mechanics, 62, 1079-1091 2022.
- A. Aublet, F. N'Guyen, Proudhon H., and Ryckelynck D. *Multimodal data augmentation for digital twining assisted by artificial intelligence in mechanics of materials*. Frontiers in Materials, 9, 2022.
- A. Aublet, D. Mesbah, H. Proudhon, P. Kerfriden, C. Remacha, R. Cariou and D. Ryckelynck, *Empirical anchor points in mesh morphing using Laplacian Eigenmaps : application to "as-manufactured" Digital Twinning*, not published yet.
- C. Remacha, G. Redoulès and A. Aublet, *Eigebackground subtraction for industrial flaw detection : application to high-pressure turbine blade CT scans*, not published yet.

Brevets

- Méthodologie de détections de défauts métallurgiques par une approche de détection modales : brevet déposé en France et extension à l'internationale (références : B-024296FR01, FR2106516) ;
- Morphing de maillage : brevet déposé en France (références : B-025180FR01, FR2112804) ;
- Optimisation de géométrie par Morphing : brevet déposé en France (références : B-026114FR01, FR2210204) ;

Conférences

- A. Aublet, F. N'Guyen, H. Proudhon, D. Ryckelynck, C. Remacha, R. Cariou. Prédiction rapide de la qualité de pièces de fonderie par imagerie 3D et calculs mécaniques - Poster Journée Ecole Doctorale pour Doctorants de Deuxième Année, mai 2021 ;

- A. Aublet, F. N'Guyen, H. Proudhon, D. Ryckelynck, C. Remacha, R. Cariou. Image-based Digital Twins on Nickel-based Superalloy Fatigue specimens via Model Order Reduction - Participation orale à la conférence internationale EMMC18 (Oxford, Royaume-Uni) avril 2022 ;
- A. Aublet, F. N'Guyen, H. Proudhon, D. Ryckelynck, C. Remacha, R. Cariou. Jumeaux numériques et réduction de modèle d'éprouvettes de fatigue en superalliage monocristallin base Nickel- Participation orale à la conférence nationale CSMA2022 (Presqu'île de Giens, France) mai 2022 ;
- A. Aublet, F. N'Guyen, H. Proudhon, D. Ryckelynck, C. Remacha, R. Cariou. Image-based Digital Twins on Nickel-based Superalloy Fatigue specimens via Model Order Reduction - Participation orale à la conférence internationale LCF9 (Berlin, Allemagne) juin 2022 ;
- A. Aublet, F. N'Guyen, H. Proudhon, D. Ryckelynck, C. Remacha, R. Cariou. Data Augmentation about "as manufactured Digital Twins " for inline lifetime assessment - Participation orale à la conférence internationale GACM (Essen, Allemagne), septembre 2022 ;

Autres

- Obtention du niveau TRL3 pour la méthodologie : Mesures et recalage de la géométrie d'aube réelle.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. Weide, G. Kalitzin, J. Schluter, and J. Alonso. Unsteady turbomachinery computations using massively parallel platforms. *AIAA Paper 2006-0421*, 01 2006.
- [2] T. Bourdet, M. Gilmer, D. Dan, H. Osmont, and M. Soisson. Fonderie de précision à modèle perdu Application aux super-alliages. *Techniques de l'ingénieur - Mise en forme des métaux et fonderie*, page 17, 2007.
- [3] B. Defay. *Comportement des oxydes dans un procédé de fonderie d'alliages base nickel*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2012.
- [4] J. Soro. La caractérisation des carapaces en céramique., 2018.
- [5] M. Gell, D. N. Duhl, and A. F. Giamei. The Development of Single Crystal Superalloy Turbine Blades. *Superalloys 1980, vol. 41*, pages 205–214, 1980.
- [6] A. Cervellon. *Propriétés en fatigue à grand et très grand nombre de cycles et à haute température des superalliages base Nickel monogranulaires*. PhD thesis, ISAE–ENSMA, 2018.
- [7] L. Mataveli Suave, J. Cormier, P. Villechaise, D. Bertheau, G. Benoit, G. Cailletaud, and L. Marcin. Anisotropy in Creep Properties of DS200 + Hf Alloy. *Materials at High Temperatures, vol. 33, num.4 5*, pages 361–371, 2016.
- [8] F. Coudon. *Comportement mécanique du superalliage base nickel à solidification dirigée DS200+Hf*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 2017.
- [9] G. Yang and S.-J. Park. Deformation of single crystals, polycrystalline materials, and thin films : A review. *Materials*, 12(12), 2019.
- [10] F. Hanriot. *Comportement du superalliage monocristallin AM1 sous sollicitations cycliques*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1993.
- [11] V. Brien and B. Décamps. Low cycle fatigue of a nickel based superalloy at high temperature : deformation microstructures. *Materials Science and Engineering : A*, 316(1) :18–31, 2001.
- [12] B. Fedelich. A microstructural based constitutive model for the mechanical behavior at high temperatures of nickel-base single crystal superalloys. *Computational Materials Science*, 16 :248 - 258, 1999.
- [13] M. El Kanadli. From computed tomography 3d images to numerical simulations of high pressure turbine blades of aeronautical engines at safran aircraft engines. Master's thesis, Politecnico di Milano, 2017.

- [14] J. Polansky and M. Wang. Application of high resolution x-ray computed tomography to mineral deposit origin, evaluation, and processing. *Ore Geology Reviews*, 2015.
- [15] F. Borges de Oliveira, A. Stolfi, M. Bartscher, L. De Chiffre, and U. Neuschaefer-Rube. Experimental investigation of surface determination process on multi-material components for dimensional computed tomography. *Case Studies in Nondestructive Testing and Evaluation*, 6 :93 – 103, 2016.
- [16] A. Arnaud. *Étude et développement d'un système de contrôle volumique de la qualité cristalline des aubes de turbine*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, Université PSL, 2020.
- [17] Z. Gao. *Experimental Investigation of Film Cooling Effectiveness on gas turbine blades*. PhD thesis, Texas A&M University, 2007.
- [18] N. Morar, R. Roy, Mehnen ; J., J.R. Nicholls, and S. Gray. The effect of trepanning speed of laser drilled acute angled cooling holes on the high temperature low cycle corrosion fatigue performance of cmsx-4 at 850 ° c. *International Journal of Fatigue*, 102 :112 – 120, 2017.
- [19] Y. Zhang, X. Zhao, Ke Yang, Kaihua X., Pingkun Y., and Shan Yao. Research of reverse engineering on dimensional accuracy of parts in digital casting process. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*, 563 :022051, 08 2019.
- [20] P. Rodríguez-González, A. Fernández-Abia, María Castro, Pablo Robles, J. Barreiro, and Paola Leo. Comparative study of aluminum alloy casting obtained by sand casting method and additive manufacturing technology. *Procedia Manufacturing*, 41 :682–689, 01 2019.
- [21] F. Diologent. *Comportement en fluage et en traction de superalliages monocristallins à base de nickel*. PhD thesis, Université de Paris Sud, Centre d'Orsay, 2002.
- [22] R. C. Reed. *The Superalloys : Fundamentals and Applications*. Cambridge University Press, 2006.
- [23] Alexander Staroselsky. *Advances in Fatigue, Fracture and Damage Assessment of Materials*, chapter Damage and Cracking Morphology, pages 15 – 53. WITPress, 09 2005.
- [24] L. Rémy, M. Geuffrard, A. Alam, A. Köster, and E. Fleury. Effects of microstructure in high temperature fatigue : Lifetime to crack initiation of a single crystal superalloy in high temperature low cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 57 :37–49, 2013. Fatigue and Microstructure : A special issue on recent advances.
- [25] S. Flouriot. *Détermination expérimentale et simulation numérique des phénomènes de localisation de la déformation en pointe de fissure dans un monocristal CFC*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.
- [26] J.L. Chaboche. L'approche Onera pour le cumul des dommages en fatigue sous chargements complexes et température variable. In Séminaire Commission Fatigue SF2M, editor, *Rapport de Séminaire*. Office Nationale d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, 2016.
- [27] M. Reyhani, M. Alizadeh, A. Fathi, and H. Khaledi. Turbine blade temperature calculation and life estimation-a sensitivity analysis. *Propulsion and Power Research*, 2 :148–161, 06 2013.

- [28] C. Skamniotis and A.C.F. Cocks. 2d and 3d thermoelastic phenomena in double wall transpiration cooling systems for gas turbine blades and hypersonic flight. *Aerospace Science and Technology*, 113 :106610, 2021.
- [29] Z.J. Zhou, Luyi Wang, J.L. Wen, L.H. Lou, and Jihua Zhang. Effect of skew angle of holes on the tensile behavior of a ni-base single crystal superalloy. *Journal of Alloys and Compounds*, 628, 04 2015.
- [30] Lacourt, L. and Forest, S. and Ryckelynck, D. and Willot, F. and Flouriot, S. and de Rancourt, V. Étude numérique de la nocivité des défauts dans les soudures. In *14e Colloque National en Calcul des Structures*, Presqu'île de Giens, France, 2019. CSMA.
- [31] H. Farooq, G. Cailletaud, S Forest, and D. Ryckelynck. Crystal plasticity modeling of the cyclic behavior of polycrystalline aggregates under non-symmetric uniaxial loading : Global and local analyses. *International Journal of Plasticity*, 126 :102619, 2020.
- [32] M. Kaminski. *Modélisation de l'endommagement en fatigue des superalliages monocristallins pour aubes de turbines en zone de concentration de contrainte*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2007.
- [33] R. Degeilh. *Experimental development and modelling of a thermal gradient mechanical fatigue test for single crystal turbine blade application*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Cachan, 06 2013.
- [34] H. Launay, D. Ryckelynck, L. Lacourt, J. Besson, A. Mondon, and Willot. F. deep multimodal autoencoder for crack criticality assessment. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, pages 1–25, 2021.
- [35] M. Leroy. *Étude de la nocivité d'un défaut de fonderie sur la durée de vie en fatigue à haute température d'une aube monocristalline, cas du joint de grains*. PhD thesis, Mines Paristech, 2013.
- [36] L. Lacourt, D. Ryckelynck, S. Forest, V. Rancourt, and S. Flouriot. Hyperreduced direct numerical simulation of voids in welded joints via imagebased modeling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 121, 02 2020.
- [37] Hugo Launay. *Reduced models via machine learning to analyse the criticality of defects*. PhD thesis, Université Paris sciences et lettres, 2021.
- [38] T. Daniel. *Machine learning for nonlinear model order reduction*. PhD thesis, Université Paris sciences et lettres, 2021.
- [39] V. Huleux. *Comparaison des caractéristiques microstructurales et des propriétés en fluage de superalliages monocristallins à base de nickel de différentes générations*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris - Université Paris Sciences et Lettres, 2019.
- [40] H. Tran, DoD.ng Han, C. Kang, A. Haldar, and J. Huh. Effects of ambient temperature and relative humidity on subsurface defect detection in concrete structures by active thermal imaging. *Sensors*, 17 :1718, 07 2017.
- [41] J. B. Wahl and K. Harris. CMSX-4® Plus Single Crystal Alloy Development, Characterization and Application Development. *Superalloys 2016*, 2016.
- [42] A. Epishin, B. Fedelich, M. Finn, G. Künecke, B. Rehmer, G. Nolze, C. Leistner, N. Petrushin, and I. Svetlov. Investigation of elastic properties of the single-crystal nickel-base superalloy cmsx-4 in the temperature interval between room temperature and 1300 °c. *Crystals*, 11(2), 2021.

- [43] F. Gallerneau. *Etude et modélisation de l'endommagement d'un superalliage mono-cristallin revêtu pour aube de turbine*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1995.
- [44] T. Tinga, W.A.M. Brekelmans, and M.G.D. Geers. Cube slip and non-Schmid effects in single crystal Ni-base superalloys. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 18(1) :015005, dec 2009.
- [45] P-Y Thiéry. *Adhérence de barrières thermiques pour aube de turbine avec couche de liaison β -(Ni,Pt)Al ou β -NiAl(Zr)*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble I, 2007.
- [46] T. Hildebrandt, J. Ettrich, M. Kluge, and M. Swoboda. Unsteady 3d navier–stokes calculation of a film-cooled turbine stage : Part 2—cooling flow modeling via discrete cooling holes. *European Turbomachinery Conference*, 2003.
- [47] *Evolution of Turbine Cooling*, volume Volume 1 : Aircraft Engine ; Fans and Blowers ; Marine ; Honors and Awards of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2017. V001T51A001.
- [48] Engineering National Academies of Sciences and Medicine. *High-Priority Research Areas and Topics*. The National Academies Press, Washington, DC, 2020.
- [49] H.J. Fisher and J.L. Walter. Control of Crystal Orientation in Silicon-Iron Ingots. *Metallurgical Transactions, AIME*, 1962.
- [50] F. I. Versnyder and R. Guard. Directional Grain Structure for Temperature Strength. *Transactions of the American Society for Metals*, pages 485–493, 1960.
- [51] F. I. Versnyder and M. E. Shank. The Development of Columnar Grain and Single Ccystal High Temperature Materials through Directional Solidification. *Materials Science and Engineering, vol. 6*, pages 213–247, 1970.
- [52] A. Pineau and S.D. Antolovich. High Temperature Fatigue of Nickel-base Superalloys – a review with special emphasis on deformation modes and oxidation. *Engineering Failure Analysis, vol. 16*, pages 2668–2697, 2009.
- [53] A. F. Giamei and B. H. Kear. On the Nature of Freckles in Nickel base Superalloys. *Metallurgical Transactions, vol. 1, num.8*, pages 2185–2192, 1970.
- [54] D. L. Anton. Slow Cycle Fatigue Characteristics of $\langle 001 \rangle$ and Randomly Aligned Superalloy Single Crystals. *Acta Metallurgica, vol. 32, num.10*, pages 1669–1679, 1985.
- [55] C. T. Sims, N. S. Stoloff, and W. C. Hagel. Ssuperalloys II : High-Temperature Materials for Aerospace and Industrial Power. *Wiley-Blackwell*, 1987.
- [56] J. Cormier, P. Villechaise, and X. Milhet. γ' -phase Morphology of Ni-based Single Crystal Superalloys as an Indicator of the Stress Concentration in the Vicinity of Pores. *Materials Science and Engineering : A, vol.501, num.1*, pages 61–69, 2009.
- [57] C. L. Brundidge and T. M. Pollock. Processing to Fatigue Properties : Benefits of High Gradient Casting for Single Crystal Airfoils. *Superalloys 2012*, pages 369–377, 2012.
- [58] E. Plancher, P. Gravier, E. Chauvet, J-J. Blandin, E. Boller, G. Martin, L. Salvo, and P. Lhuissier. Tracking Pores during Solidification of a Ni-based Superalloy using 4DSynchrotron Microtomography. *Acta Materialia*, 2019.

- [59] P. Caron and T. Khan. Improvement of Creep Strength in a Nickel-base Single-Crystal Superalloy by Heat Treatment. *Materials Science and Engineering*, vol. 61, num.2, pages 173–184, 1983.
- [60] E. W. Ross and K. S. O'Hara. Rene N4 : a First Generation Single Crystal Turbine Airfoil Alloy with Improved Oxidation Resistance, low Angle Boundary Strength and Superior long Time Rupture Strength. *Superalloys 1996*, pages 19–25, 1996.
- [61] K. Harris and J. B. Wahl. Improved Single Crystal Superalloys, CMSX-4(SLS)[La+Y] and CMSX-486. *TMS (The Minerals, Metals & Materials Society)*, 2004.
- [62] T. M. Pollock and S. Tin. Nickel-based Superalloys for Advanced Turbine Engines : Chemistry, Microstructure and Properties. *Journal of Propulsion and Power*, vol. 22, num.2, pages 361–374, 2006.
- [63] Jérémy Rame, Satoshi Utada, Luciana Maria Bortoluci Ormastroni, Lorena Mataveli-Suave, Edern Menou, Lucille Després, Paraskevas Kontis, and Jonathan Cormier. Platinum-containing new generation nickel-based superalloy for single crystalline applications. In Sammy Tin, Mark Hardy, Justin Clews, Jonathan Cormier, Qiang Feng, John Marcin, Chris O'Brien, and Akane Suzuki, editors, *Superalloys 2020*, pages 71–81. Springer International Publishing, 2020.
- [64] P. Carron. Le développement des superalliages monocristallins à base de nickel. In *Journées Annuelles de la SF2M - JA2016*, 2016.
- [65] P. Caron. High γ' Solvus new Generation Nickel-based Superalloys for Single Crystal Turbine Blade Applications. *Superalloys 2000*, pages 737–746, 2000.
- [66] R. C. Reed. The Superalloys : Fundamentals and Applications. *Cambridge University Press*, 2008.
- [67] T. M. Tin, S. et Pollock. Phase Instabilities and Carbon Additions in Single-Crystal Nickel-base Superalloys. *Materials Science and Engineering : A*, vol. 348, num.1,, pages 111–121, 2003.
- [68] Y. Takebe, T. Yokokawa, T. Kobayashi, K. Kawagishi, H. Harada, and C. Masuda. Effect of ir on the microstructural stability of the 6th generation ni-base single crystal superalloy, tms-238. *Nippon Kinzoku Gakkaishi/Journal of the Japan Institute of Metals*, 79 :227–231, 04 2015.
- [69] B. C. Wilson, J. A. Hickman, and G. E. Fuchs. The effect of Solution Heat Treatment on a Single-Crystal Ni-based Superalloy. *JOM*, vol. 55, num.3, pages 35–40, 2003.
- [70] D. C. Cox, B. Roebuck, C. M. F. Rae, and R. C. Reed. Recrystallisation of single crystal superalloy cmsx-4. *Materials Science and Technology*, 19(4) :440–446, 2003.
- [71] E Schmid and W Boas. Kristallplastizität. *Springer*, 1935.
- [72] B. Fedelich. A microstructural model for the monotonic and the cyclic mechanical behavior of single crystals of superalloys at high temperatures. *International Journal of Plasticity*, 18 :1 - 49, 2002.
- [73] B. Fedelich, R.F. Kubler, E.P. O'Dowd, N. Toullos, N. Marchal, S. Forest, and L. Rémy. Crystallographic constitutive equations : formulation, calibration and validation of predicted deformation response. *Rapport technique RT 15/07342, Commission Européenne – Onera*, 2004.

- [74] D. Nouailhas and J.P. Culie. Development and application of a model for single crystal superalloys. *ASME publication*, 26, 1991.
- [75] J.-B. Le Graverend, J. Cormier, S. Kruch, F. Gallerneau, and J. Mendez. *A Strain Rate Sensitive Formulation to Account for the Effect of γ ' Rafting on the High Temperature Mechanical Properties of Ni-Based Single Crystal Superalloys*, pages 189–199. Springer Berlin Heidelberg, 02 2013.
- [76] J. Cormier, F. Mauget, J.B. Le Graverend, C. Moriconi, and J. Mendez. Issues related to the constitutive modeling of ni-based single crystal superalloys under aeroengine certification conditions. *Aerospace Lab*, pages p. 1–13, 2015.
- [77] G. Cailletaud. *Une approche micromécanique phénoménologique du comportement inélastique des métaux*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 1987.
- [78] L. Méric, P. Poubanne, and G. Cailletaud. Single Crystal Modeling for Structural Calculations : Part 1 — Model Presentation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113(1) :162–170, 01 1991.
- [79] L. Méric, G. Cailletaud, and P. Poubanne. Single crystal modeling for structural calculations. part i - finite element implementation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113 :162 - 170, 1991.
- [80] L. Méric and G. Cailletaud. Single crystal modeling for structural calculations. part ii - finite element implementation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 113 :171 - 182, 1991.
- [81] J. Lemaitre. A continuous damage mechanics model for ductile fracture. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 107 :83 - 89, 1985.
- [82] J. Besson, G. Cailletaud, J.L. Chaboche, and S. Forest. *Mécanique non linéaire des matériaux*. Springer, 2010.
- [83] J. Radon. On the determination of functions from their integral values along certain manifolds. *Berichte der Sachsischen Akademie der Wissenschaft*, vol.69, pages 262 – 277, 1917.
- [84] A. M. Cormack. Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications. *Journal of Applied Physics*, 34(9) :2722–2727, 1963.
- [85] G. N. Hounsfield. Computerized transverse axial scanning (tomography) : Part 1. description of system. *The British Journal of Radiology*, 46(552) :1016–1022, 1973.
- [86] C. Heinzl, J. Kastner, M. Firsching, F. Nachtrab, N. Uhlmann, P. Takman, A. Holmberg, M.l Krumm, C. Sauerwein, D. Lichau, and P. Doux. Laboratory x-ray tomography for non-destructive testing of specimens and materials at the nanoscale. *e-Journal of Nondestructive Testing (eJNDT)*, 06 2015.
- [87] L. A. Feldkamp, L. C. Davis, and J. W. Kress. Practical cone-beam algorithm. *Journal of the Optical Society of America*, vol.1, num.6, pages 612 – 619, 1984.
- [88] R. Gordon, R. B, and G.T. Herman. Algebraic reconstruction techniques (art) for three-dimensional electron microscopy and x-ray photography. *Journal of Theoretical Biology*, 29(3) :471 – 481, 1970.
- [89] A. H. Andersen and A. C. Kak. Simultaneous algebraic reconstruction technique (sart) : A superior implementation of the art algorithm. *Ultrasonic Imaging*, 6(1) :81–94, 1984.

- [90] A. Kak and M. Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press, 1988.
- [91] J. Nuyts, C. Michel, and P. Dupont. Maximum-likelihood expectation-maximization reconstruction of sinograms with arbitrary noise distribution using nec-transformations. *IEEE Trans Med Imaging*, 365(75), 2001.
- [92] P. Wils. *Tomographie par rayons X : correction des artefacts liés à la chaîne d'acquisition*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2011.
- [93] S. Bedwani. Etude des artefacts en tomodensitométrie par simulation monte carlo. Master's thesis, Université de Montréal, 2013.
- [94] F. N'Guyen. *Morphologie mathématique appliquée au développement d'outils de maillage EF automatiques dans le cas de microstructures hétérogènes bi et multi-phasées*. PhD thesis, Université de Lille, 2014.
- [95] G. Matheron. Fonctions aléatoires du type tout ou rien. rapport interne du centre de géostatistique et morphologie mathématique. *Ecole des Mines, Fontainebleau*, 1964.
- [96] Ehsan Kianpour, Nor Azwadi Che Sidik, and Iman Golshokouh. Film Cooling Effectiveness in a Gas Turbine Engine : A Review. *Jurnal Teknologi*, 71(2), 2014.
- [97] Z. Gao, D. Narzary, and J.-C. Han. Film-cooling on a gas turbine blade pressure side or suction side with compound angle shaped holes. *Journal of Turbomachinery-transactions of The Asme - J TURBOMACH-T ASME*, 131, 01 2009.
- [98] D.S. Liu, D.X. Zhang, J.W. Liang, Z.X. Wen, and Z.F. Yue. Prediction of creep rupture life of a v-notched bar in dd6 ni-based single crystal superalloy. *Materials Science and Engineering : A*, 615 :14–21, 2014.
- [99] K. Thole, M. Gritsch, A. Schulz, and S. Wittig. Flowfield measurements for film-cooling holes with expanded exits. *Journal of Turbomachinery*, 120(2) :327 – 336, 1998.
- [100] Edward Glaessgen and David Stargel. The digital twin paradigm for future nasa and u.s. air force vehicles. In *Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Aerospace Research Central, 2012.
- [101] L. Frossard, R. Powrie, and C. Langton. In-vivo kinetic system to sustain residuum health of service members with lower limb loss : From proof-of-concept to digital twin. In *Military Health System Research Symposium (MHSRS)*, pages 1–1, 2019.
- [102] G. Seon, Y. Nikishkov, A. Makeev, and L. Ferguson. Towards a digital twin for mitigating void formation during debulking of autoclave composite parts. *Engineering Fracture Mechanics*, 225 :106–792, 2020.
- [103] David Dye, Anxin Ma, and R.C. Reed. Numerical modelling of creep deformation in a cmsx-4 single crystal superalloy turbine blade. pages 911–919, 01 2008.
- [104] L. M. Kachanov. Time of rupture process under creep conditions. *Izvestiia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Teckhnicheskikh Nauk*, 8 :26 - 31, 1958.
- [105] Y. N. Rabotnov. Creep problems in structural members. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 20 :381 - 382, 1969.
- [106] D. Hayhurst. Creep rupture under multiaxial state of stress. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 20 :381 - 382, 1972.

- [107] A. Defresne and L. Remy. Fatigue behaviour of cmsx 2 superalloy [001] single crystals at high temperature i : Low cycle fatigue of notched specimens. *Materials Science and Engineering : A*, 129(1) :45–53, 1990.
- [108] A. Defresne and L. Remy. Fatigue behaviour of cmsx 2 superalloy [001] single crystals at high temperature ii : Fatigue crack growth. *Materials Science and Engineering : A*, 129(1) :55–64, 1990.
- [109] Stuart Holdsworth and Ehsan Hosseini. The effect of temperature on tmf(hcf) crack initiation endurance. *International Journal of Fatigue*, 135 :105559, 2020.
- [110] N Marchal. *Propagation de fissures en fatigue-fluage à haute température de superalliages monocristallins à base de nickel*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006.
- [111] R. Okamoto, S. Suzuki, M. Sakaguchi, and H. Inoue. Evolution of short-term creep strain field near fatigue crack in single crystal ni-based superalloy measured by digital image correlation. *International Journal of Fatigue*, 162 :106952, 2022.
- [112] J. Lemaitre. A course on damage mechanics. *Berlin*, 1992.
- [113] P. Lemaitre, J. ADN Sermage and R. Desmorat. A two scale damage concept applied to fatigue. *International journal of Fracture*, 97 :67 - 81, 1999.
- [114] A. Koster, A.M. Alam, and L. Rémy. A physical-base model for life prediction of single crystal turbine blades under creep-fatigue loading and thermal transient conditions. In L. Rémy and J. Petit, editors, *Temperature-fatigue Interaction*, volume 29 of *European Structural Integrity Society*, pages 203–212. Elsevier, 2002.
- [115] J.L. Chaboche. *Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire*. Office Nationale d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, 1974.
- [116] J-L Chaboche. Sur l'utilisation des variables d'état interne pour la description de la viscoplasticité cyclique avec endommagement. In *Dans Problèmes Non Linéaires de Mécanique*, pages 137–159. Symposium Franco-Polonais de Rhéologie et Mécanique, 1977.
- [117] J.L. Chaboche and O. Jung. Application of a kinematic hardening viscoplasticity model with thresholds to the residual stress relaxation. *International Journal of Plasticity*, 13(10) :785–807, 1997.
- [118] V. Bonnard. *Etude de l'endommagement d'un superalliage monocristallin en fatigue thermo-mécanique multiaxiale*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006.
- [119] F. Mauget, D. Marchand, G. Benoit, M. Morisset, D. Bertheau, J. Cormier, J. Mendez, Z. Hervier, E. Ostojka-Kuczynski, and C. Moriconi. Development and use of a new burner rig facility to mimic service loading conditions of ni-based single crystal superalloys. In *EUROSUPERALLOYS 2014 – 2nd European Symposium on Superalloys and their Applications*, volume 14. MATEC Web of Conferences, 05 2014.
- [120] R. Wang, F. Kanghe, J. and Jing, and D. Hu. Thermomechanical fatigue failure investigation on a single crystal nickel superalloy turbine blade. *Engineering Failure Analysis*, 66 :284–295, 2016.
- [121] C. Courcier, V. Maurel, L. Rémy, S. Quilici, I. Rouzou, and A. Phelippeau. Interfacial damage based life model for eb-pvd thermal barrier coating. *Surface and Coatings Technology*, 205(13) :3763–3773, 2011.

- [122] W. Rongqiao, W. Jiaming, H. Dianyin, S. Xiuli, and F. Jiang. Investigation on experimental load spectrum for high and low cycle combined fatigue test. *Propulsion and Power Research*, 2(4) :235–242, 2013.
- [123] A. Szczepankowski and R. Przysowa. Thermal degradation of turbine components in a military turbofan. *Engineering Failure Analysis*, 134 :106088, 2022.
- [124] J. Xu and H. Yuan. Analysis of temperature gradients in thin-walled structures under thermomechanical fatigue loading conditions. *International Journal of Fatigue*, 166 :107254, 2023.
- [125] Nicolas Leost, Alain Köster, Djamel Missoum-Benziane, Matthieu Rambaudon, Laurent Cameriano, François Comte, Brice Pannerer, and Vincent Maurel. Full-field analysis of damage under complex thermomechanical loading. *International Journal of Fatigue*, 170 :107513, 05 2023.
- [126] M. Bartsch, B. Baufeld, and M. Heinzelmänn. Cmsx-4 with thermal barrier coating under thermal gradient mechanical fatigue. In *Fatigue 2006 - 9th international conference on fatigue*, 05 2006.
- [127] B. Baufeld, M. Bartsch, and M. Heinzelmänn. Advanced thermal gradient mechanical fatigue testing of cmsx-4 with an oxidation protection coating. *International Journal of Fatigue*, 30(2) :219–225, 2008. High Temperature Thermo-mechanical Fatigue : Testing Methodology, Interpretation of Data, and Applications.
- [128] N.X. Hou, Q.M. Yu, Z.X. Wen, and Z.F. Yue. Low cycle fatigue behavior of single crystal superalloy with temperature gradient. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 29(4) :611–618, 2010.
- [129] L. M. Ormastroni, L. Mataveli Suave, A. Cervellon, P. Villechaise, and J. Cormier. LCF, HCF and VHCF life sensitivity to solution heat treatment of a third-generation Ni-based single crystal superalloy. *International Journal of Fatigue*, 130 :105247, 08 2019.
- [130] D-W. Chung, S. Ng Daniel, and D. C. Dunand. Influence of γ' -raft orientation on creep resistance of monocrystalline co-based superalloys. *Materialia*, 12 :100678, 2020.
- [131] J. Sun, H. Yuan, and M. Vormwald. Thermal Gradient Mechanical Fatigue Assessment of a Nickel-Based Superalloy. *International Journal of Fatigue*, 135 :105–486, 01 2020.
- [132] M. Halbig, M. Jaskowiak, J. Kiser, and D. Zhu. Evaluation of Ceramic Matrix Composite Technology for Aircraft Turbine Engine Applications. In *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, pages 1–25. AIAA, 2013.
- [133] F. Yin and A. Gangoli Rao. Performance analysis of an aero engine with inter-stage turbine burner. *Aeronautical Journal*, 121 :1605–1626, 09 2017.
- [134] R. Wang, F. Jing, and D. Hu. In-phase thermal–mechanical fatigue investigation on hollow single crystal turbine blades. *Chinese Journal of Aeronautics*, 26 :1409–1414, 12 2013.
- [135] V. Maurel, A. Köster, and L. Rémy. An analysis of Thermal gradient impact in thermal–mechanical fatigue testing. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 33 (8) :473 – 489, 2010.

- [136] P. Hähner, C. Rinaldi, V. Bicego, E. Affeldt, T. Brendel, H. Andersson, T. Beck, H. Klingelhöffer, H-J Kühn, A. Köster, M. Loveday, M. Marchionni, and C. Rae. Research and development into a European code-of-practice for strain-controlled thermo-mechanical fatigue testing. *International Journal of Fatigue*, 30(2) :372–381, 2008.
- [137] R. Kromer, F. Mauget, L. Despres, S. Costil, and J. Cormier. Thermo-mechanical fatigue evaluation of a thermal barrier coating bond-coatless system. *Materials Science and Engineering : A*, 756, 04 2019.
- [138] R. W. Broomfield, D. A. Ford, J. K. Bhangu, M. C. Thomas, D. J. Frasier, P. S. Burkholder, K. Harris, G. L. Erickson, and J. B. Wahl. Development and Turbine Engine Performance of Three Advanced Rhenium Containing Superalloys for Single Crystal and Directionally Solidified Blades and Vanes. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 120(3) :595–608, 07 1998.
- [139] Y. Pan, R. Zimmer, B. Bischoff-Beiermann, and D. Goldschmidt. Fatigue behaviour of a single crystal nickel superalloy used in heavy-duty gas turbine blade with thin film cooling. In *International conference of fracture*, Honolulu, USA, 2001.
- [140] F. Gallerneau, P. Kanoute, and A. Roos. Méthodologie de durée de vie dans les zones percées. *Rapport technique RT1/13006 DMSM*, 2008.
- [141] D. Ryckelynck and D. M. Benziane. Hyper-reduction framework for model calibration in plasticity-induced fatigue. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 3(15) :1–15, 2016.
- [142] Henrik C.M. Andersson and Eva Sjöström. Thermal gradients in round TMF specimens. *International Journal of Fatigue*, 30(2) :391–396, 2008. High Temperature Thermo-mechanical Fatigue : Testing Methodology, Interpretation of Data, and Applications.
- [143] M. Esmaeilzadeh, F. Qods, H. Arabi, and B.M. Sadeghi. An investigation on crack growth rate of fatigue and induction heating thermo-mechanical fatigue (TMF) in Hastelloy X superalloy via LEFM, EPFM and integration models. *International Journal of Fatigue*, 97 :135–149, 2017.
- [144] T. Beck, P. Hähner, H.-J. Kühn, C. Rae, E. E. Affeldt, H. Andersson, A. Köster, and M. Marchionni. Thermo-mechanical fatigue – the route to standardisation (“tmf-standard” project). *Materials and Corrosion*, 57(1) :53–59, 2006.
- [145] Kartik Prasad and Vikas Kumar. Isothermal and thermomechanical fatigue behaviour of ti-6al-4v titanium alloy. *Materials Science and Engineering : A*, 528(19) :6263–6270, 2011.
- [146] R.A. Kupkovits and R.W. Neu. Thermomechanical fatigue of a directionally-solidified Ni-base superalloy : Smooth and cylindrically-notched specimens. *International Journal of Fatigue*, 32(8) :1330–1342, 2010.
- [147] J. Yang, F. Jing, Z. Yang, K. Jiang, D. Hu, and B. Zhang. Thermomechanical fatigue damage mechanism and life assessment of a single crystal Ni-based superalloy. *Journal of Alloys and Compounds*, 872 :159–578, 2021.
- [148] W. Kong, Y. Wang, Y. Chen, X. Liu, and C. Yuan. Investigation of uniaxial ratcheting fatigue behaviours and fracture mechanism of GH742 superalloy at 923K. *Materials Science and Engineering : A*, 831 :142–173, 2022.

- [149] P. Haiqing, W. Jiajia, Z. Li, Y. Xiaohu, W. Zhixun, and Y. Zhufeng. Oxidation behavior of recast layer of air film hole machined by edm technology of ni based single crystal blade and its effect on creep strength. *Surface and Coatings Technology*, 419 :127–285, 2021.
- [150] H.K. Sezer, L. Li, M. Schmidt, A.J. Pinkerton, B. Anderson, and P. Williams. Effect of beam angle on HAZ, recast and oxide layer characteristics in laser drilling of TBC nickel superalloys. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 46(15) :1972–1982, 2006.
- [151] J. Besson and R. Foerch. Large scale object-oriented finite element code design. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 142(1) :165 – 187, 1997.
- [152] J L Chaboche. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects. *International Journal of Plasticity ; (United States)*.
- [153] D. Frederick, J. DeCastro, and J. Litt. User’s guide for the commercial modular aero-propulsion system simulation (c-mapss). *NASA Technical Manuscript*, 2007–215026, 01 2007.
- [154] S. Forest and M.B. Rubin. A rate-independent crystal plasticity model with a smooth elastic–plastic transition and no slip indeterminacy. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 55 :278–288, 2016.
- [155] C. Hennessey, G.M. Castelluccio, and D.L. McDowell. Sensitivity of polycrystal plasticity to slip system kinematic hardening laws for al 7075-t6. *Materials Science and Engineering : A*, 687 :241–248, 2017.
- [156] A. Cruzado, J. LLorca, and J. Segurado. Modeling cyclic deformation of inconel 718 superalloy by means of crystal plasticity and computational homogenization. *International Journal of Solids and Structures*, 122-123 :148–161, 2017.
- [157] E. R. Peterson. *Stress Concentration Design Factors*. Library of Congres, 1953.
- [158] M. Al Kotob. *Competition between global and local instabilities in the failure of aeronautical structures*. PhD thesis, Université Paris sciences et lettres, 2019.
- [159] A Koster, V. Maurel, and L. Rémy. Analyse des gradients de température dans une éprouvette FMT et influence sur la qualité et la robustesse des modèles anisothermes. *Project : Fatigue crack growth and bifurcation under large scale yielding*, 01 2007.
- [160] New York, McGraw-Hill, , second edition,, editor. *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill Higher Education, 1951.
- [161] M. Matsuishi and T. Endo. Fatigue of metals subjected to varying stress. *Japan Society of Mechanical Engineering*, 1968.
- [162] Y-W. Cheng and J. J. Broz. *Cycle-Couting Methodes for Fatigue Analysis with Random Load Histories : A Fortran Users’Guide*. Institute for Materials Science and Engineering, 1986.
- [163] L. Capponi, M. Česnik, J. Slavič, F. Cianetti, and M. Boltežar. Non-stationarity index in vibration fatigue : Theoretical and experimental research. *International Journal of Fatigue*, 104 :221–230, 2017.
- [164] Chuang Cui, Qinghua Zhang, Ying Luo, Hong Hao, and Jun Li. Fatigue reliability evaluation of deck-to-rib welded joints in osd considering stochastic traffic load and welding residual stress. *International Journal of Fatigue*, 111 :151–160, 2018.

- [165] V. Samavatian, H. Iman-Eini, and Y. Avenas. An efficient online time-temperature-dependent creep-fatigue rainflow counting algorithm. *International Journal of Fatigue*, 116 :284–292, 2018.
- [166] S Taira. Relationship between thermal fatigue and low-cycle fatigue at elevated temperature. In A.E. Carden, A.J. McEvily, and C.H. Wells, editors, *Fatigue at Elevated Temperatures*, pages 80–101. ASTM Conference - Symposia, 1973.
- [167] P.M. Lesne and S. Savalle. An efficient cycles jump technique for viscoplastic structure calculations involving large number of cycles. In *International Conference on "Computational Plasticity" Models Software and Applications*, 1989.
- [168] Lemaître, J. and Doghri, I. Damage 90 : a post processor for crack initiation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 115 :197–232, 1994.
- [169] F. Azzouz, G. Cailletaud, J.L. Chaboche, E. Ostojak-Kuczynski, and S. Quilici. Cyclic calculations and life estimation in thermomechanical fatigue. *9th International Conference on Multiaxial Fatigue and Fracture*, page 785 – 793, 2010.
- [170] O. Sally, F. Laurin, C. Julien, R. Desmorat, and F. Bouillon. An efficient computational strategy of cycle-jumps dedicated to fatigue of composite structures. *International Journal of Fatigue*, 135 :105500, 2020.
- [171] Y. Shang, H. Zhang, H. Hou, Y. Ru, Y. Pei, S. Li, S. Gong, and H. Xu. High temperature tensile behavior of a thin-walled ni based single-crystal superalloy with cooling hole : In-situ experiment and finite element calculation. *Journal of Alloys and Compounds*, 782 :619–631, 2019.
- [172] G. Moroni and S. Petro. Inspection strategies and multiple geometric tolerances. *Procedia CIRP*, 10 :54–60, 2013.
- [173] K. Yang. Improving automotive dimensional quality by using principal component analysis. *Quality and Reliability Engineering International*, 12(6) :401–409, 1996.
- [174] N. Murugan and V. Gunaraj. Prediction and control of weld bead geometry and shape relationships in submerged arc welding of pipes. *Journal of Materials Processing Technology*, 168(3) :478–487, 2005.
- [175] W. Donghong, J. Yu, C. Yang, X. Hao, L. Zhang, and P. Yinghong. Dimensional control of ring-to-ring casting with a data-driven approach during investment casting. *International Journal of Additive Manufacturing Technology*, 119 :691–704, 2022.
- [176] J.S. Giudice, A. Alshareef, T. Wu, C. A. Gancayco, K. A. Reynier, N. J. Tustison, T. J. Druzgal, and M. B. Panzer. An Image Registration-Based Morphing Technique for Generating Subject-Specific Brain Finite Element Models. *Annals of Biomedical Engineering*, 48(10) :2412–2424, 2020.
- [177] P. Besl and H.D. McKay. A method for registration of 3-d shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14 :239–256, 03 1992.
- [178] S. Rusinkiewicz and M. Levoy. *Efficient variants of the ICP algorithm*. IEEE Comput. Soc, Quebec City, Que., Canada, 2001.
- [179] B.C. Mocanu. *3D mesh morphing*. PhD thesis, Telecom SudParis, 2012.
- [180] A. de Boer, M.S. van der Schoot, and H. Bijl. Mesh deformation based on radial basis function interpolation. *Computers & Structures*, 85(11-14) :784–795, 2007.

- [181] T. Henneron, A. Pierquin, and S. Clénet. Mesh deformation based on radial basis function interpolation applied to low-frequency electromagnetic problem. *IEEE Transactions on Magnetics*, 55(6) :1–4, 2019.
- [182] M.E. Biancolini, A. Chiappa, F. Giorgetti, S. Porziani, and M. Rochette. Radial basis functions mesh morphing for the analysis of cracks propagation. *Procedia Structural Integrity*, 8 :433–443, 2018.
- [183] S. M. Shontz. Numerical methods for problems with moving meshes. Technical report, Faculty of the Graduate School of Cornell University, 2005.
- [184] T. J. Baker. Mesh Movement and Metamorphosis. *Engineering with Computers*, 18(3) :188–198, 2002.
- [185] J. Kim, B. J. Miller, and S. M. Shontz. A hybrid mesh deformation algorithm using anisotropic PDEs and multiobjective mesh optimization. *Computers & Mathematics with Applications*, 70(8) :1830–1851, 2015.
- [186] S. M. Shontz and S. A. Vavasis. Analysis of and workarounds for element reversal for a finite element-based algorithm for warping triangular and tetrahedral meshes. *BIT Numerical Mathematics*, 50(4) :863–884, 2010. arXiv : cs/0410045.
- [187] M.L. Staten, S.J. Owen, S.M. Shontz, A.G. Salinger, and T.S. Coffey. A Comparison of Mesh Morphing Methods for 3D Shape Optimization. In William Roshan Quadros, editor, *Proceedings of the 20th International Meshing Roundtable*, pages 293–311. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2011.
- [188] A. Sharma, A. Kumar, H. Daume, and D. W. Jacobs. Generalized multiview analysis : A discriminative latent space. In *2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 2160–2167, 2012.
- [189] P. Smits and L. Bruzzone, editors. *Analysis of Multi-Temporal Remote Sensing Images*. WORLD SCIENTIFIC, 2004.
- [190] D. Machin. Introduction to multimodal analysis. *Journal of Sociolinguistics*, 12(3) :393–398, 2008.
- [191] M. Reuter, C. Wachinger, and H. Lombaert. *Spectral and Shape Analysis in Medical Imaging*. Springer, 2016.
- [192] M. Reuter, F.-E. Wolter, and N. Peinecke. Laplace–Beltrami spectra as ‘Shape-DNA’ of surfaces and solids. *Computer-Aided Design*, 38(4) :342–366, 2006.
- [193] I. Chavel, B. Randol, and J. Dodziuk. *Eigenvalues in Riemannian Geometry*, volume 115 of *Academic Press*. Elsevier, 1984.
- [194] G.L. Scott and H.C. Longuet-Higgins. An algorithm for associating the features of two images. *Proceedings : Biological Sciences*, 244(1309) :21–26, 1991.
- [195] L.S. Shapiro and M.J. Brady. Feature-based correspondence : an eigenvector approach. *Image and Vision Computing*, 10(5) :283–288, 1992.
- [196] M. Belkin and P. Niyogi. Laplacian Eigenmaps for Dimensionality Reduction and Data Representation. *Neural Computation*, 15(6) :1373–1396, 2003.
- [197] B. Lévy. Laplace-Beltrami Eigenfunctions Towards an Algorithm That "Understands" Geometry. In *IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications 2006 (SMI'06)*, pages 13–13, Matsushima, Japan, 2006. IEEE.

- [198] O. Sorkine. Differential Representations for Mesh Processing. *Computer Graphics Forum*, 25(4) :789–807, 2006.
- [199] H. Al Marzouqi, J. Noble, F. Warren, R. Labadie, J. Fitzpatrick, and B. Dawant. Planning a safe drilling path for cochlear implantation surgery using image registration techniques. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 03 2007.
- [200] D. Zhao and S. Li. A 3D image processing method for manufacturing process automation. *Computers in Industry*, 56(8-9) :975–985, 2005.
- [201] K. Pearson. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 2(11) :559–572, 1901.
- [202] Ronald A Fisher. The use of multiple measurements in taxonomic problems. *Annals of eugenics*, 7(2) :179–188, 1936.
- [203] P. Comon. Independent component analysis, a new concept? *Signal Processing*, 36(3) :287–314, 1994. Higher Order Statistics.
- [204] R. Wagner, J. Fischer, D. Gauder, B. Haefner, and G. Lanza. Virtual in-line inspection for function verification in serial production by means of artificial intelligence. *Procedia CIRP*, 92 :63–68, 2020. 16th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing (CIRP CAT 2020).
- [205] S. Chaturantabut and D.C. Sorensen. Discrete Empirical Interpolation for nonlinear model reduction. In *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*, pages 4316–4321, Shanghai, China, 2009. IEEE.
- [206] F. S. Bashiri, R. Rostami, P. Peissig, R. M. D’Souza, and Z. Yu. An Application of Manifold Learning in Global Shape Descriptors. *Algorithms*, 12(8) :171, 2019.
- [207] M. Reuter, S. Biasotti, D. Giorgi, G. Patanè, and M. Spagnuolo. Discrete Laplace–Beltrami operators for shape analysis and segmentation. *Computers & Graphics*, 33(3) :381–390, 2009.
- [208] D. Burago, S. Ivanov, and Y. Kurylev. A graph discretization of the Laplace-Beltrami operator. *arXiv :1301.2222 [math]*, 2014. arXiv : 1301.2222.
- [209] S. Rosenberg. *The Laplacian on a Riemannian Manifold : An Introduction to Analysis on Manifolds*. Cambridge : Cambridge University Press, 1997.
- [210] M. Belkin and P. Niyogi. Convergence of Laplacian Eigenmaps. *NIPS*, 19 :129–136, 2008.
- [211] P. Xie, Z. Zhang, and F. Comellas. The normalized laplacian spectrum of subdivisions of a graph. *Applied Mathematics and Computation*, 286 :250–256, 2016.
- [212] M. Mandad, D. Cohen-Steiner, L. Kobbelt, P. Alliez, and M. Desbrun. Variance-minimizing transport plans for inter-surface mapping. *ACM Trans. Graph.*, 36(4), jul 2017.
- [213] P. Ray, S.S. Reddy, and T. Banerjee. Various dimension reduction techniques for high dimensional data analysis : a review. *Artificial Intelligence Revue*, 54 :3473–3515, 2021.

- [214] A. Cloninger, W. Czaja, and T. Doster. The pre-image problem for laplacian eigenmaps utilizing L_1 regularization with applications to data fusion. *Inverse Problems*, 33(7), 2017.
- [215] F.R.K Chung. *Spectral Graph Theory*. American Mathematical Society, 1997.
- [216] U. von Luxburg, M. Belkin, and O. Bousquet. Consistency of Spectral Clustering. *The Annals of Statistics*, 36(2) :555 – 586, 2008.
- [217] H. Zhang, O. van Kaick, and R. Dyer. Spectral Mesh Processing. *Computer Graphics forum*, 29(6), 2010.
- [218] D. Ryckelynck. Réduction a priori de modèles thermomécaniques. *Compte Rendus Mécanique*, 330 :499–505, 2002.
- [219] T. Daniel, F. Casenave, N. Akkari, and D. Ryckelynck. Optimal piecewise linear data compression for solutions of parametrized partial differential equations. *arXiv preprint : 2108.12291*, 2021.
- [220] Y. Maday, N.C. Nguyen, A.T. Patera, and S.H. Pau. A general multipurpose interpolation procedure : the magic points. *Communications on Pure and Applied Analysis*, 8(1) :383–404, 2009.
- [221] P. Chen, A. Quarteroni, and G. Rozza. A weighted empirical interpolation method : a priori convergence analysis and applications. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 48(4) :943–953, 2014.
- [222] M. Gaß, K. Glau, and M. Mair. Magic points in finance : Empirical integration for parametric option pricing. *SIAM Journal on Financial Mathematics*, 8(1) :766–803, 2017.
- [223] C. Olivier. *Décompositions tensorielles et factorisations de calculs intensifs appliquées à l'identification de modèles de comportement non linéaire*. PhD thesis, Université Paris sciences et lettres, 2017.
- [224] L. Yang and A. Shami. On hyperparameter optimization of machine learning algorithms : Theory and practice. *Neurocomputing*, 415 :295–316, 2020.
- [225] Fortune, S. and Hopcroft, J. E. A Note on Rabin’s Nearest-Neighbor Algorithm. *Procedia CIRP*, 1978.
- [226] X. Hou, Q. Gao, R. Wang, and X. Luo. Satellite-borne optical remote sensing image registration based on point features. *Sensors*, 21(8), 2021.
- [227] L. Geronzi, E. Gasparotti, K. Capellini, U. Cella, C. Groth, S. Porziani, A. Chiappa, S. Celi, and M. E. Biancolini. Advanced radial basis functions mesh morphing for high fidelity fluid-structure interaction with known movement of the walls : Simulation of an aortic valve. In *Computational Science – ICCS 2020*, pages 280–293, Cham, 2020. Springer International Publishing.
- [228] M. Bucki, C. Lobos, Y. Payan, and N. Hitschfeld. Jacobian-based repair method for finite element meshes after registration. *Engineering with Computers*, 27(3) :285–297, 2011.
- [229] A. Aublet, M. Rambaudon, F. N’Guyen, D. Ryckelynck, C. Remacha, R. Cariou, and H. Proudhon. Mechanical Fatigue Testing Under Thermal Gradient and Manufacturing Variabilities in Nickel-Based Superalloy Parts with Air-Cooling Holes. *Experimental Mechanics*, 62 :1079–1091, 2022.

- [230] A. Nasikun, C. Brandt, and K. Hildebrandt. Fast approximation of laplace-beltrami eigenproblems. *Computer Graphics Forum*, 37(5) :121–134, 2018.
- [231] A. Aublet, F. N’Guyen, H. Proudhon, and D. Ryckelynck. Multimodal data augmentation for digital twining assisted by artificial intelligence in mechanics of materials. *Front. Mater*, 9, 2022.
- [232] Z. Drmač. A global convergence proof for cyclic jacobi methods with block rotations. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 31(3) :1329–1350, 2010.
- [233] Z. Drmač and S. Gugercin. A New Selection Operator for the Discrete Empirical Interpolation Method—Improved A Priori Error Bound and Extensions. *SIAM J. Sci. Comput.*, 38(2) :A631–A648, jan 2016.
- [234] E. P. Hendryx, B. M. Rivière, and C. G. Rusin. An Extended DEIM Algorithm for Subset Selection and Class Identification. *Machine learning*, 110(5) :621–650, 2021.
- [235] S. Chaturantabut. Temporal localized nonlinear model reduction with a priori error estimate. *Applied Numerical Mathematics*, 119 :225–238, 2017.
- [236] A. Chiplunkar. *Incorporating Prior Information from Engineering Design into Gaussian ProcessRegression : with applications to Aeronautical Engineering*. PhD thesis, Université de Toulouse, ISAE, 2017.
- [237] P. Ladèveze and J.G. Simmonds. Nonlinear computational structural mechanics : new approaches and non-incremental methods of calculation. *Springer – Mechanical engineering series*, 199 :1603 – 1626, 1999.
- [238] A. Ammar, B. Mokdad, F. Chinesta, and R. Keunings. A new family of solvers for some classes of multidimensional partial differential equations encountered in kinetic theory modeling of complex fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 139 :153 – 176, 2006.
- [239] A.T. Patera, N. C. Nguyen, and K. Veroy. Certified real-time solution of parametrized partial differential equations. *Handbook of Materials Modeling*, 139 :1529–1564, 2005.
- [240] A. Nouy. A priori model reduction through pgd for solving time dependent partial differential equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199 :1603 – 1626, 2010.
- [241] T. Kirchdoerfer and M. Ortiz. Data-driven computational mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 304 :81–101, 2016.
- [242] D. Ryckelynck. A priori hyperreduction method : an adaptive approachs. *ournal of Computational Physics* 202, 202 :346–366, 2005.
- [243] D. Ryckelynck and D. Missoum-Benziane. Multi-level a priori hyper-reduction of mechanical models involving internal variables. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(17) :1134–1142, 2010.
- [244] K. Lee and K. T. Carlberg. Model reduction of dynamical systems on non-linear manifolds using deep convolutionnal autoencoders. *Journal of Computational Physics*, 404, 2020.
- [245] T. Daniel, F. Casenave, N. Akkari, and D. Ryckelynck. Model order reduction assisted by deep neural networks (ROM-net). *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 7(16), 2020.

- [246] Y.C. Liang, H.P. Lee, S.P. Lim, W.Z. Lin, K.H. Lee, and C.G. Wu. Proper orthogonal decomposition and its applications – part i theory. *Journal of Sound and Vibration*, 252(3) :527 – 544, 2002.
- [247] R. Everson and L. Sirovich. Karhunen – loeve procedure for gappy data. *Journal of Optical Society of America*, 12(8) :1657 – 1664, 1995.
- [248] K. Willcox. Unsteady flow sensing and estimation via the gappy proper orthogonal decomposition. *Computers and Fluids*, 2004.
- [249] D. Ryckelynck. Hyper reduction of mechanical models involving internal variables. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77 :75–89, 2009.
- [250] S. Chaturantabut and D. Sorensen. Discrete empirical interpolation for nonlinear model reduction. *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference, CDC/CCC 2009, Proceedings of the 48th IEEE Conference*, pages 4316–4321, 2010.
- [251] W. Hirth, D. Ryckelynck, and C. Menet. Data pruning of tomographic data for the calibration of strain localization models. *Mathematical and Computational Applications*, 24(1), 2019.
- [252] H. Farooq, G. Cailletaud, S Forest, D. Ryckelynck, and A. Marano. A pruning algorithm preserving modeling capabilities for polycrystalline data. *Computational Mechanics*, 126 :1407–1419, 2021.
- [253] J. Fauque. *Modèle d’ordre réduit en mécanique du contact. Application à la simulation du comportement des combustibles nucléaires*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 2018.
- [254] S. Le Berre, I. Ramière, J. Fauque, and D. Ryckelynck. Condition number and clustering-based efficiency improvement of reduced-order solvers for contact problems using lagrange multipliers. *Mathematics*, 10 :1495, 04 2022.
- [255] J. Fauque, I. Ramière, and D. Ryckelynck. Hybrid hyper-reduced modeling for contact mechanics problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 115, 03 2018.
- [256] H. Penny Nii and Edward A. Feigenbaum. *Rule-Based Understanding of Signals*, page 83. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, jun 1978.
- [257] P. C. Treleaven, D. R. Brownbridge, and R. P. Hopkins. Data-driven and demand-driven computer architecture. *ACM Comput. Surv.*, 14(1) :93–143, mar 1982.
- [258] F.S. Carvalho and J.P. Braga. Physics informed neural networks applied to liquid state theory. *Journal of Molecular Liquids*, 367 :120504, 2022.
- [259] S. Cai, Z. Mao, Z. Wang, M. Yin, and G Karniadakis. Physics-informed neural networks (pinns) for fluid mechanics : A review, 2021.
- [260] F. Masi, I. Stefanou, P. Vannucci, and V. Maffi-Berthier. Thermodynamics-based artificial neural networks for constitutive modeling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 147 :104277, 2021.
- [261] F. Masi and I Stefanou. Multiscale modeling of inelastic materials with thermodynamics-based artificial neural networks (tann). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 398 :115190, 2022.

- [262] D. Ryckelynck, L. Gallimard, and S. Jules. Estimation of the validity domain of hyper-reduction approximations in generalized standard elastoviscoplasticity. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 2(1), 2015.
- [263] G. Dong and G. Kuang. Sar target recognition via sparse representation of monogenic signal on grassmann manifolds. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 9 :1–12, 01 2016.
- [264] T. Daniel, F. Casenave, N. Akkari, and D. Ryckelynck. Data augmentation and feature selection for automatic model recommendation in computational physics. *Mathematical and Computational Applications*, 26(1), 2021.
- [265] T. Daniel, F. Casenave, N. Akkari, D. Ryckelynck, and C. Rey. Uncertainty quantification for industrial numerical simulation using dictionaries of reduced order models. *Mechanics & Industry*, 3 :1–23, 2022.
- [266] N. Bellinger, E. J. Tuegel, A. R. Ingraffea, T. G. Eason, and S. M. Spottswood. Reengineering Aircraft Structural Life Prediction Using a Digital Twin. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2011.
- [267] D. Zhang, L. Lu, L. Guo, and G.E. Karniadakis. Quantifying total uncertainty in physics-informed neural networks for solving forward and inverse stochastic problems. *Journal of Computational Physics*, 397 :108850, 2019.
- [268] Y. Lecun, L. Bottou, Y. Bengio, and P. Haffner. Gradient-based learning applied to document recognition. *Proceedings of the IEEE*, 86(11) :2278–2324, 1998.
- [269] C. Shorten and t. M. Khoshgoftaar. A survey on image data augmentation for deep learning. *Journal of Big Data*, 6(1), 2019.
- [270] H. Launay, F. Willot, D. Ryckelynck, and J. Besson. Mechanical assessment of defects in welded joints : morphological classification and data augmentation. *Journal of Mathematics in Industry*, 11(1), 2021.
- [271] R. Everson and L. Sirovich. Karhunen-Loeve procedure for gappy data. *JOSA A*, 12, 08 1995.
- [272] D. Ryckelynck, T. Goessel, and F. Nguyen. Mechanical dissimilarity of defects in welded joints via Grassmann manifold and machine learning. *Institut de France, Académie des Sciences. Comptes Rendus - Mécanique*, 2020.

RÉSUMÉ

Certains environnements, comme les turbines à haute pression des moteurs aéronautiques, imposent des conditions thermomécaniques sévères. Afin de résister à ces sollicitations, les aubes de turbines sont conçues avec des géométries complexes, des matériaux performants ainsi que des systèmes de refroidissement innovants. Ces pièces sont fabriquées fonderie à cire perdue en solidification dirigée à l'aide de superalliages monocristallins. Cependant, la nature du procédé peut induire des variations des cotes géométriques des pièces. Dans les cas aux limites des tolérances, un traitement spécifique et unitaire est appliqué et appelé dérogation. Ces traitements sont actuellement très chronophages et des techniques modernes basées sur les approches dites de Jumeaux Numériques, pourraient permettre de les accélérer. Nous proposons de répondre à cette problématique dans le cadre de cette thèse avec une méthodologie de Métrologie Fonctionnelle. L'innovation de cette approche est de pouvoir juxtaposer un ensemble d'informations multimodales disponibles au travers des mesures issues des contrôles, données expérimentales et modèles de simulation afin de lier la variance géométrique à la durée de vie. Pour construire la méthode, des éprouvettes complexes à géométries variables ont été conçues et fabriquées en fonderie. Une numérisation de ces éprouvettes est réalisée par tomographie et on y associe la mesure de l'orientation matérielle. Avec une méthode adaptée, un maillage de qualité suffisante pour les simulations est généré depuis le volume segmenté. Un modèle de simulation thermomécanique de durée de vie est appliqué, où le comportement est calculé par plasticité cristalline. Ce modèle a été recalé sur des essais de fatigue thermomécanique à gradients développés et réalisés au Centre des Matériaux. Des techniques d'hyper-réduction de modèle sont ensuite utilisées afin de diminuer les temps de calculs. Elles proposent de plus une méthode d'apprentissage de prédiction de la durée de vie d'une nouvelle pièce réelle, sans rejouer l'ensemble de la chaîne de calculs. Pour ce faire, un algorithme de Mesh Morphing a été implémenté afin de trouver un espace de dimension unique pour utiliser la réduction d'ordre de modèle non-linéaire. Cette dernière est réalisée via une approche par dictionnaire afin d'approximer un espace non-linéaire par un ensemble de modèles réduits linéaires.

MOTS CLÉS

Jumeaux Numériques, Calculs mécaniques, Superalliage base Nickel, Fatigue-Fluage et Réduction d'ordre de modèle.

ABSTRACT

Some environments, such as high-pressure turbines in aircraft engines, impose severe thermomechanical conditions. To withstand these stresses, turbine blades are designed with complex geometries, high-performance materials and cooling systems. These parts are manufactured by an investment casting process with directed solidification to obtain single crystal superalloy. However, the process' nature can lead to geometrical variations in the parts dimensions. In the case of tolerance limits, it induces a specific and unitary treatment called derogation. They are known to be very time consuming and modern techniques based on Digital Twins could allow a speed up. We propose to answer this problem within the framework of this thesis with a methodology of Functional Metrology. The innovation of this approach is to juxtapose all the information available through measurements, experimental data and simulation models in order to link the geometric variance of real parts to their lifetimes. To build the method, complex specimens with variable geometries were designed and manufactured in a foundry. A scan of these specimens is performed by tomography and the measurement of the material orientation is associated with it. With an adapted method, a mesh of sufficient quality for the simulations is generated from the segmented volume. A thermomechanical lifetime simulation model is applied, where the behavior is calculated by crystal plasticity. This model was recalibrated on thermomechanical fatigue tests with gradients developed and performed at the Materials Center. Model hyper-reduction techniques are then used in order to reduce the calculation time. They also propose a learning method to predict the lifetime of a new real part, without replaying the whole calculation chain. To do so, a Mesh Morphing algorithm has been implemented in order to find a single dimensional space to use the non-linear model order reduction. The latter is realized via a dictionary approach in order to approximate a non-linear space by a set of linear reduced models.

KEYWORDS

Digital Twins, Numerical Mechanics, Nickel-based superalloy, Creep-Fatigue interaction and Model Order Reduction.