Contribution à la modélisation de l'endommagement sous sollicitations dynamiques de céramiques

Luc Bremaud

▶ **To cite this version:**

Luc Bremaud. Contribution à la modélisation de l'endommagement sous sollicitations dynamiques de céramiques. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. HESAM Université, 2023. Français. NNT : 2023HESAE092 . tel-04474636

HAL Id: tel-04474636
https://pastel.hal.science/tel-04474636

Submitted on 23 Feb 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

HESAM UNIVERSITÉ

3SR

cea

Arts et Métiers Sciences et Technologies

´ECOLE DOCTORALE SCIENCES ET METIERS DE L'INGENIEUR

Institut de Mécanique et d'Ingénierie (I2M) - Campus de Bordeaux-Talence

THÈSE

présentée par : **Luc BRÉMAUD**

soutenue le : **20 décembre 2023**

pour obtenir le grade de : **Docteur d'HESAM Université**

préparée à : **l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

spécialité : **Mécanique**

Contribution à la modélisation de l'endommagement sous sollicitations dynamiques de céramiques

THÈSE dirigée par :
M. IORDANOFF Ivan & M. FORQUIN Pascal

et co-encadrée par :
M. GIRARDOT Jérémie & M. MALAISE Frédéric

Jury

M. Jean-Pierre GUIN	Directeur de recherche CNRS, Institut de Physique de Rennes	Président
M. Patrice LONGÈRE	Professeur, Université de Toulouse, ISAE-SUPAERO	Rapporteur
M. Chistophe MARTIN	Directeur de recherche CNRS, Université Grenoble Alpes	Rapporteur
M. Damien ANDRÉ	Maître de conférence, Université de Limoges	Examinateur
M. Ivan IORDANOFF	Professeur des Universités, I2M, ENSAM	Examinateur
M. Pascal FORQUIN	Professeur des Universités, Université Grenoble Alpes	Examinateur
M. Jérémie GIRARDOT	Ingénieur-Chercheur, I2M, ENSAM	Examinateur
M. Frédéric MALAISE	Ingénieur-Chercheur, CEA-CESTA	Examinateur

THÈSE

« *Copier sur un seul, c'est du plagiat. Copier sur deux, c'est de la recherche.* »

Wilson Mizner

Remerciements

Je tiens à remercier le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives (CEA), qui a financé cette thèse, mais qui m'a aussi accueilli pour que j'étudie la modélisation du comportement non-linéaire des céramiques soumises à un choc intense. Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers toutes les personnes que j'ai côtoyé au CEA, les doctorants, les docteurs et tous les chercheurs. Le parcours de recherche a été enrichi grâce leurs conseils éclairés et leur encouragement constant.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury, que le Docteur Jean-Pierre Guin a présidé. Je remercie le Professeur Patrice Longère et le Professeur Christophe Martin pour avoir rapporté mon travail de thèse, ainsi que pour leurs questionnements et remarques sur mon manuscrit et les discussions d'un haut niveau technique durant ma soutenance. J'aimerais chaleureusement remercier Monsieur Damien André, avec qui j'ai pu échanger tout au long de ma thèse, par visio ou bien autour d'une bière en conférence. Sa présence en tant qu'examinateur de ma thèse a une grande signification pour moi.

J'aimerais remercier mes directeurs et encadrants de thèse. Tout d'abord Professeur Ivan Iordanoff, qui, bien qu'il soit resté au-dessus des détails techniques de ma thèse, s'est montré être d'une importance capitale pour ses conseils lors de nos discussions. Je remercie Professeur Pascal Forquin pour les nombreuses discussions enrichissantes que nous avons eues durant ces trois ans. Surtout, il m'a permis de m'essayer à l'expérimentation et de m'en donner le goût. C'est bien grâce à lui que j'ai pu réaliser, à Grenoble au sein du laboratoire 3SR, une campagne expérimentale riche et rigoureuse sur la zircone yttriée projetée plasma. Il est à noter que cette campagne expérimentale n'aurait pû être réalisée sans l'aide plus que précieuse de François Bonnel et de Benoît Cleyet-Marel.

Je remercie Docteur Frédéric Malaise, quoique je ne pourrai jamais le remercier assez. Il a été un pilier pour moi dans mon travail de thèse, de par ses connaissances sans équivoque sur des sujets divers liés à la fragmentation dynamique de céramiques, mais aussi de par son côté humain. Les doctorants et docteurs qui liront ces remerciements sauront de quoi je parle si je présente la thèse comme une mise à l'épreuve des émotions par lesquelles passe le doctorant. Docteur Frédéric Malaise a toujours su me rassurer, tout en m'aiguillant vers la bonne réalisation de ce travail. Ma santé mentale le remercie. Je n'oublie pas, surtout, qu'il a été le seul à lire en entier mon manuscrit et à le corriger pleinement, même si cela a nécessité plusieurs itérations.

Enfin, j'aimerais remercier Docteur Jérémie Girardot. C'est grâce à lui (ou à cause de ?) que j'ai été embarqué dans cette folle aventure qu'est la thèse. Il a été un acteur majeur de la réussite de ma thèse. Il a su me transmettre ce goût pour la recherche, avec une rigueur et une persévérance rudes mais justes. J'ai embrassé sa vision de la recherche et je la partage désormais. Aussi, j'ai pu développer avec lui une relation fraternelle que je chéris. On en a fait de belles ensemble, et croyez-moi, cher lecteur, qu'il est un partenaire extraordinaire lorsqu'il s'agit de rentrer après deux heures du matin, quoiqu'en dise la mère de Ted Mosby.

Vous l'aurez compris, ces remerciements tendent à être de moins en moins formels. Cependant, j'aimerais remercier les personnes qui m'ont, de près ou de loin, permis de faire un travail de qualité, en toute humilité. Je pense aux personnels de l'école doctorale, de l'I2M, du laboratoire 3SR et du

CEA. Je ne citerai personne de peur d'en oublier. Je remercie aussi Docteure Marielle Dargaud et Docteur Jean-Luc Zinszner car il ont été une source d'inspiration pour moi.

Un grand merci aux docteurs, doctorants et stagiaires que j'ai rencontré : Julien, Marie, Sarah, Kevin, Margaux, Julia, Charles, Ali, Sefatullah, Florent, Bruno, Lucas, etc. Je remercie chaleureusement mes amis, qui m'ont soutenu tout au long de la thèse et qui sont venus de loin pour assister à ma soutenance : Auxane, Poeiti, Luc, Gonzague, Hermès, Alesia, Ken, Clément et Tristan, avec qui j'ai le sentiment d'avoir traversé ces trois années de notre vie côte à côte.

Je n'oublie pas mes confrères de l'I2M. Merci pour ces nombreux moments de joie, d'humour et d'amour. Je me rappellerai des nombreuses parties de tarot, ces trop nombreuses soirées passées avec Julie, Morgane, Xavier, Vincent F., Quentin, David, Alexandre, Hugo, Rahul, Maxime et Vincent Longchamp. Sachez, cher lecteur, que Vincent L. m'a cassé une dent et qu'il reste malgré un de mes meilleurs amis. Mille fois merci Vincent pour ces années trop vites passées, et vivement les prochaines. J'ai sûrement oublié d'autres personnes que je remercie.

J'aimerais remercier du fond du cœur ma famille, pour leur soutien inconditionnel et leur aide. Ce manuscrit leur est dédié, et ce n'est pas assez pour leur exprimer toute ma gratitude et mon amour.

Enfin, je pense fort à toi, Jeanne-Sophie, qui m'a soutenu durant tout ce travail de thèse. J'ai la chance de pouvoir te remercier tous les jours de ma vie. Ce manuscrit t'es également dédié.

Table des matières

Acronymes **v**

Nomenclature **xiii**

Table des figures **xxviii**

Liste des tableaux **xxx**

Liste des Algorithmes **xxxi**

Résumé **xxxii**

Abstract **xxxiii**

1 Introduction **1**
1.1 Contexte . . . 1
1.1.1 Contexte historique . . . 1
1.1.2 Contexte industriel . . . 3
1.1.3 Conclusion intermédiaire . . . 4
1.2 Objectifs de la thèse . . . 5
1.3 Plan du manuscrit . . . 6

2 État de l'art **7**
2.1 Étude de la réponse des céramiques face à l'impact d'un projectile . . . 7
2.1.1 Génération et propagation d'ondes . . . 8
2.1.2 Phénoménologie de l'écaillage . . . 9
2.1.3 Comportement mécanique en traction des céramiques et défauts pré-existants . 10
2.1.4 Approche statistique de Weibull . . . 12
2.1.5 Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture . . . 16
2.1.6 Conclusion intermédiaire . . . 17
2.2 Caractérisation en traction dynamique . . . 19
2.2.1 Techniques expérimentales de caractérisation du comportement dynamique des céramiques . . . 19
2.2.2 Identification de la résistance à rupture en traction dynamique et de la vitesse de déformation associée au phénomène d'écaillage . . . 27
2.2.3 Conclusion intermédiaire . . . 32
2.3 Modélisation du comportement dynamique endommageable en traction des matériaux fragiles . . . 34
2.3.1 Principe de la contrainte effective . . . 34
2.3.2 Modélisation de l'endommagement . . . 34
2.3.3 Conclusion intermédiaire . . . 37
2.4 Choix de la méthode numérique . . . 38
2.4.1 Approches continues . . . 38
2.4.2 Approches discrètes . . . 39

2.4.3 Conclusion intermédiaire . . . 40
2.5 Principe de l'approche DEM . . . 42
2.5.1 Construction d'un domaine discret . . . 42
2.5.2 Modèle de poutres cohésives . . . 43
2.5.3 Schéma d'intégration dynamique explicite . . . 45
2.5.4 Tenseur des contraintes virielles . . . 46
2.5.5 Conclusion intermédiaire . . . 48
2.6 Conclusion de l'étude bibliographique . . . 49
2.6.1 Verrous scientifiques . . . 49
2.6.2 Démarche adoptée . . . 49

3 Simulations DEM d'essais d'écaillage 50
3.1 Expériences GEPI sur alumine AL23 . . . 50
3.1.1 Protocole expérimental . . . 50
3.1.2 Observations micrographiques des échantillons après tirs . . . 51
3.1.3 Profils de vitesse . . . 52
3.1.4 Mesure de l'évolution de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation 53
3.1.5 Conclusion intermédiaire . . . 54
3.2 Calibration quasi-statique et dynamique des paramètres microscopiques des liens du domaine discret . . . 55
3.2.1 Construction du domaine discret . . . 55
3.2.2 Calibration quasi-statique des liens du domaine discret . . . 55
3.2.3 Validation du modèle : propagation d'une onde élastique . . . 63
3.2.4 Conclusion intermédiaire . . . 70
3.3 Simulations des tirs GEPI . . . 71
3.3.1 Validation de l'utilisation du tenseur des contraintes virielles : interaction d'une onde avec une surface libre . . . 71
3.3.2 Mise en place d'un critère de rupture en contraintes . . . 74
3.3.3 Simulation numérique du tir GEPI G672 . . . 77
3.3.4 Conclusion intermédiaire . . . 85
3.4 Conclusion du chapitre . . . 86

4 Intégration de lois d'endommagement dans les simulations DEM 87
4.1 Lois d'endommagement étudiées . . . 88
4.1.1 Modèles phénoménologiques . . . 88
4.1.2 Modèle micro-mécanique d'endommagement Denoual-Forquin-Hild (DFH) . . . 92
4.1.3 Conclusion intermédiaire . . . 101
4.2 Intégration de l'endommagement en DEM . . . 102
4.2.1 Stratégie de modélisation . . . 102
4.2.2 Discussion sur l'orthotropie pour le modèle DFH . . . 102
4.2.3 Implémentation de l'endommagement en DEM . . . 103
4.3 Calibration des lois d'endommagement . . . 106
4.3.1 Identification des paramètres des lois d'endommagement . . . 106
4.3.2 Calibration de la cinétique d'endommagement . . . 107
4.3.3 Conclusion intermédiaire . . . 111
4.4 Simulations du tir GEPI G672 . . . 112
4.4.1 Simulations du tir GEPI G672 . . . 112
4.4.2 Protocole de calibration supplémentaire . . . 115
4.4.3 Conclusion intermédiaire . . . 119
4.5 Simulations des tirs GEPI . . . 120
4.5.1 Profils de vitesse en face arrière . . . 120
4.5.2 Faciès de rupture . . . 122
4.5.3 Analyse des champs d'endommagement et de fissuration . . . 123
4.5.4 Analyse des diagrammes de Lagrange . . . 124

4.5.5 Conclusion intermédiaire . . . 128
4.6 Discussion sur les différences de réponse des modèles . . . 129
4.6.1 Localisation du plan d'écaillage . . . 129
4.6.2 Estimation de la contrainte d'écaillage . . . 130
4.6.3 Estimation de la vitesse de déformation . . . 131
4.6.4 Résultats . . . 132
4.6.5 Conclusion intermédiaire . . . 133
4.7 Discussion sur la contrainte d'activation . . . 135
4.7.1 Influence du volume équivalent sur la contrainte d'activation probabiliste du modèle DFH . . . 135
4.7.2 Paramètre d'échelle . . . 136
4.7.3 Simulations DEM du tir GEPI G672 avec différentes configurations de la contrainte d'activation . . . 136
4.8 Conclusion du chapitre . . . 140

5 Simulations DEM d'essais d'impact et de choc laser 142
5.1 Expériences dynamiques complémentaires sur l'alumine AL23 . . . 142
5.1.1 Essais *Rockspall* . . . 142
5.1.2 Essais d'impact sur tranche . . . 143
5.1.3 Expériences de choc laser . . . 144
5.2 Simulation DEM d'essai *Rockspall* sur l'alumine AL23 . . . 147
5.2.1 Construction du domaine discret et calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens . . . 147
5.2.2 Simulation DEM d'un essai *Rockspall* . . . 149
5.3 Simulation DEM d'essai d'impact sur tranche sur l'alumine AL23 . . . 153
5.3.1 Construction du domaine discret et calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens . . . 153
5.3.2 Simulation DEM d'un essai d'impact sur tranche sur l'alumine AL23 . . . 153
5.4 Simulation DEM d'essai laser . . . 156
5.5 Conclusion du chapitre . . . 160

6 Campagne expérimentale sur la zircone yttriée projetée plasma 161
6.1 Campagne expérimentale d'essais *Rockspall* sur la zircone yttriée projetée plasma . . . 161
6.1.1 Configuration expérimentale . . . 161
6.1.2 Résultats expérimentaux . . . 165
6.1.3 Conclusion intermédiaire . . . 171
6.2 Campagne expérimentale d'essais d'impact sur tranche sur la zircone yttriée projetée plasma . . . 172
6.2.1 Configuration expérimentale . . . 172
6.2.2 Résultats expérimentaux . . . 174
6.2.3 Conclusion intermédiaire . . . 179
6.3 Conclusion du chapitre . . . 180

7 Conclusion générale et perspectives 181

Bibliographie 185

A Volume effectif pour des essais de flexion trois et quatre points réalisés sur des spécimens rectangulaires I
A.1 Essais de flexion trois points . . . I
A.2 Essais de flexion quatre points . . . III

B Solutions analytiques du modèle d'endommagement DFH IV
B.1 Grandeurs caractéristiques de la transition de régimes . . . IV
B.2 Cas simplifié d'une vitesse de chargement constante . . . IV

C Analyse paramétrique de l'endommagement critique sur les lois d'endommagement en utilisant le profil de vitesse de surface libre mesuré du tir GEPI G672 VII

D Analyse de convergence des lois d'endommagement en utilisant le profil de vitesse de surface libre mesuré du tir GEPI G672 X

E Gestion de l'orthotropie dans l'approche DEM XIII

F Analyses des méthodes d'évaluation de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation XXIII

F.1 Analyse de convergence avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine XXIII

F.2 Analyse de convergence avec le coefficient de partition XXV

G Campagne expérimentale d'essais de flexion trois points sur une zircone yttriée projetée plasma XXVII

G.1 Configuration expérimentale XXVII

G.2 Résultats expérimentaux XXVIII

G.3 Conclusion intermédiaire XXXI

H Analyses paramétriques des lois d'endommagement Linéaire, Kachanov et Ortiz sur le tir GEPI G672 XXXII

Acronymes

3SR	Sols, Solides, Structures, Risques	5, 170, 171, 179
AL23	Oxyde d'aluminium Al_2O_3 (alumine)	xvi, xviii, xx–xxiii, xxv, xxix, xxx, xxxii, VIII, XX-VIII, XXX, XXXI, 6, 50, 51, 54–56, 59, 62, 68, 74–77, 79, 85, 92, 105, 106, 110, 111, 119, 122, 135, 139, 141–150, 154, 159, 160, 179–182
BCM	*Bond Calibration Model* (modèle de calibration des liens)	44
BRE	Blindage Réactif Explosif	2

CEA	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives	XXVII, 5, 25, 51, 143
CIN	Corrélation d'Images Numériques	xxii, xxiv, 96, 141, 142, 149, 167–170, 179, 182
CMC	Composite à Matrice Céramique	35
CZM	*Cohesive Zone Model* (modèle de zone cohésive)	35, 37, 40
DAM	Direction des Applications Militaires	143
DBM	*Damage Beam Model*	37, 101

DEM	*Discrete Element Method* (méthode des éléments discrets)	xvi–xviii, xx–xxvii, xxix, xxxi–xxxiii, VII–XIII, XVI, XVII, XIX, XXIII–XXVI, XXXII, XXXV, 6, 40–43, 45–50, 54, 55, 59, 60, 63, 67, 69–71, 73–85, 87, 101–103, 105, 111–115, 118–123, 125–129, 131–136, 139, 146, 148–150, 152–160, 178, 180–183
DE	*Discrete Element* (élément discret)	61, 102, 103

DFH	Denoual-Forquin-Hild	xiii, xx–xxvii, xxix, xxxii, xxxiii, VI–IX, XI, XII, XXIII–XXVI, 37, 92, 96, 99, 101, 104, 105, 107–109, 111, 115–123, 125–129, 131–139, 148–150, 153–160, 170, 181–183
FEM	*Finite Element Method* (méthode des éléments finis)	xv, xx, xxi, 25, 38, 48, 53, 55, 105, 106, 121, 122, 127, 139, 140, 180, 183
GCLT	Générateur de Chocs Laser Transportable	xxii–xxiv, 143–145, 155–158, 180

GEPI	Générateur Électrique de Pressions Intenses	xii, xv–xviii, xx–xxii, xxv, xxvii–xxix, xxxii, xxxiii, VII–X, XXIII–XXVI, XXXII–XXXIV, 6, 25–27, 29, 32, 50–55, 76–85, 101, 102, 105, 106, 109–129, 131–133, 136–140, 143, 144, 153, 155, 159, 180–183
GranOO	*Granular Oriented Object*	xxxi, 42, 63, 103
HVI	*HyperVelocity Impact* (impact hypervéloce)	xiv, 3, 4
I2M	Institut de Mécanique et d'Ingénierie	XXVII, 5
LCM	*Linked Cell Method*	148, 153
LEH	Limite Élastique d'Hugoniot	12
LIL	Ligne d'Intégration Laser	3
LMJ	Laser MégaJoule	xiv, 3, 5, 160
MEB	Microscope Électronique à Balayage	xiv, 12
MHD	MagnétoHydroDynamique	51
MMC	Mécanique des Milieux Continus	43, 47, 73

NIF	*National Ignition Facility*	xiv, 3, 4
NOSB	*Non-Ordinary State Based*	39
PFD	Principe Fondamental de la Dynamique	45
PMMA	Poly Méthacrylate de Méthyle Acrylique	161–163, 171, 173, 174
SPH	*Smoothed Particle Hydrodynamics*	40
TLS	*Thick-Level Set*	39
VISAR	*Velocity Interferometer System for Any Reflector*	143, 144, 180
XFEM	*eXtended Finite Element Method* (méthode des éléments finis étendus)	38
YSZ	Zircone Stabilisée à l'oxyde d'Yttrium Y_2O_3	xiv, xxx, XXVII, XXVIII, XXXI, 12, 160, 163, 167, 170, 172, 173, 178
ips	image par seconde	141, 161, 173

Nomenclature

Grandeurs discrètes

$\bar{\sigma}$	Tenseur des contraintes virielles
$\bar{\sigma}_{\mathrm{I}}$	Première contrainte virielle principale
Δl_μ	Allongement d'un lien poutre
ν_μ	Coefficient de Poisson d'un lien poutre
σ_μ	Contrainte équivalente de Rankine
$\sigma_{\mathrm{f}\mu}$	Contrainte à rupture microscopique
$\tilde{r}_\mu$	Rayon adimensionnel
c_{p}	Coefficient de partition
d	Diamètre d'un élément discret
E_μ	Module d'Young d'un lien poutre
G_μ	Module de cisaillement d'un lien poutre
l_μ	Longueur d'un lien poutre
N_{DE}	Nombre d'éléments discrets
n_{l}	Niveau de voisinage
r	Rayon d'un élément discret
r_μ	Rayon d'un lien poutre
S_μ	Section d'un lien poutre
v_{f}	Fraction volumique du domaine discret

Grandeurs d'endommagement

$\bar{D}$	Tenseur d'endommagement
$\tilde{\sigma}$	Contrainte effective
$\tilde{E}$	Module d'Young effectif
$\tilde{S}$	Surface effective
D	Variable d'endommagement
D_{c}	Endommagement critique
E_0	Module d'Young initial
S_{D}	Surface endommagée

Grandeurs géométriques

b Largeur d'un volume parallélépipède

h Hauteur d'un volume parallélépipède

L Longueur d'un volume parallélépipède

L_{i} Longueur entre deux points d'application du chargement

L_{o} Longueur entre deux points d'appui

R Rayon d'un volume cylindrique

S Section d'un volume cylindrique

W Largeur d'une électrode du moyen d'essai GEPI

Grandeurs mécaniques

ΔV_{PB} Différence de vitesse en face arrière

δ Déplacement

$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{éc}}$ Vitesse de déformation associée à l'écaillage

μ_0 Perméabilité magnétique dans le vide

ν Coefficient de Poisson

ρ Densité

σ Contrainte

$\sigma_{\mathrm{éc}}$ Contrainte d'écaillage

σ_{impact} Contrainte générée lors d'un impact

B_{th} Champ magnétique théorique

C_0 Vitesse du son

C_{L} Célérité des ondes longitudinales

C_{R} Célérité des ondes de Rayleigh

E Module d'Young

F Force

I Intensité du courant

k_{p} Coefficient de correction de la pression magnétique

P Pression

P_{mag} Pression magnétique

$t_{\mathrm{éc}}$ Instant d'écaillage

U_{p} Vitesse particulaire

V_{e} Vitesse d'éjection des fragments

Z Impédance

Opérateurs

$\bar{\bar{\cdot}}$ Tenseur

$\cdot_{\mathrm{M}}$ Grandeur macroscopique

$\cdot_{\mu}$ Grandeur microscopique

Δ	Différence
$\dot{\cdot}$	Dérivée temporelle
$\langle \cdot \rangle$	Crochets de Macaulay
$\| \cdot \|$	Norme
$\mathrm{tr}(\cdot)$	Trace
$\otimes$	Produit tensoriel
$\tilde{\cdot}$	Grandeur moyennée
$\vec{\cdot}$	Vecteur

Grandeurs du modèle d'endommagement DFH

$\lambda_0 \sigma_0^{-m}$	Paramètre d'échelle
λ_c	Densité de défauts critiques caractéristique
λ_t	Densité de défauts critiques
Σ	Contrainte macroscopique
σ_c	Contrainte caractéristique
σ_k	Contrainte à rupture probabiliste
σ_std	Écart-type de la contrainte moyenne à rupture quasi-statique
Σ_u	Contrainte ultime
σ_w	Contrainte moyenne à rupture quasi-statique
k	Coefficient d'atténuation de la vitesse de fissuration
m	Module de Weibull
n	Dimension de l'espace
P_no	Probabilité de non-occultation
P_R	Probabilité de rupture
S	Paramètre de forme
t_0	Temps d'amorçage d'une fissure
t_c	Temps caractéristique
t_k	Temps auquel $\sigma = \sigma_\mathrm{k}$
V_c	Volume caractéristique
V_eff	Volume effectif
V_eq	Volume équivalent
v_fiss	Vitesse de fissuration
V_occ	Volume d'occultation

Table des figures

1.1 Module d'élasticité de quelques catégories de matériaux en fonction de leur densité [Callister and Rethwisch, 2014]. . . . 2
1.2 Évolution du développement des systèmes de blindage [Hazell, 2006]. . . . 2
1.3 Schéma du LMJ [Miquel and Prene, 2019]. . . . 3
1.4 Endommagement de différents composants de quelques installations induits pas des HVI de débris [Koniges et al., 2008]. . . . 4
1.4a Lampe amplificatrice du NIF. . . . 4
1.4b Plaque d'aluminium du complexe Omega. . . . 4
1.4c Cratère dans le verre du blindage anti-débris. . . . 4
1.4d Verre brisé par un jet de fusion plasma. . . . 4

2.1 Schéma des trois phases d'interaction observées lors d'impacts sur des plaques de bétons : (a) cratérisation (b) écaillage (c) perforation [Beppu et al., 2008]. . . . 8
2.2 Chargements appliqués lors de l'impact d'un projectile sur un bloc de céramique [Malaise, 1999]. . . . 9
2.3 (a) Configuration expérimentale d'un essai d'impact de plaques. (b) Diagramme de marche. (c) Profil de vitesse en face arrière typique d'un essai d'écaillage [Dargaud, 2021]. 10
2.4 Évolution temporelle de la contrainte et de la déformation d'un essai expérimental de traction uniaxiale sur de l'alumine, à la vitesse de déformation de 27 s^{-1} [Ji et al., 2022]. 11
2.5 Différents types de microstructure et de défauts dans deux céramiques liés au procédé de fabrication. . . . 12
2.5a Micrographie par Microscope Électronique à Balayage (MEB) d'une microstructure d'une céramique frittée [Malaise, 1999]. . . . 12
2.5b Schéma du dépôt de céramique par projection plasma et micrographie par Microscope Électronique à Balayage (MEB) d'une coupe transversale polie d'un dépôt de YSZ projetée plasma [Leclerc et al., 2021]. . . . 12
2.6 Contraintes à rupture d'essais de flexion quatre points quasi-statiques sur quatre nuances de céramiques [Zinszner, 2014] et diagramme de Weibull associé, d'après les résultats de Forquin et al., 2018. . . . 14
2.7 Résistance quasi-statique et probabilité de rupture associée de résultats d'essais de flexion sur une céramique de nitrure de silicium ainsi que les distributions de Weibull pour des échantillons cent fois plus grand et plus petit que le volume effectif [Danzer et al., 2008]. . . . 15
2.8 Influence de la vitesse de déformation sur le comportement dynamique à rupture (compression et traction) des matériaux fragiles. . . . 16
2.8a Dépendance à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture en compression de nombreux matériaux fragiles, incluant des matériaux géophysiques et d'ingénierie [Kimberley et al., 2013]. . . . 16
2.8b Dépendance à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture en traction de bétons [Chambart, 2009]. . . . 16
2.9 Modélisation de la sensibilité de la contrainte dynamique à rupture en traction de matériaux fragiles. . . . 17

2.9a Schéma montrant l'influence de la vitesse de déformation sur l'activation de défauts critiques dans un matériau contenant une certaine distribution de défauts critiques [Ramesh et al., 2015]. . . . 17
2.9b Essais de Monte-Carlo sur la résistance en traction dynamique à rupture d'un carbure de silicium en fonction de la vitesse de chargement [Hild et al., 2003]. . 17
2.10 Classification des moyens expérimentaux d'étude de la réponse dynamique du matériau en fonction de la vitesse de déformation [Ecault, 2013, Ramesh, 2008]. . . . 19
2.11 Évolution de la contrainte d'écaillage de matériaux fragiles en fonction de la contrainte d'impact et du type de choc appliqué lors d'essais d'impacts de plaques. . . . 20
2.11a Contrainte d'écaillage en fonction de la contrainte générée lors d'impacts de plaques sur deux carbures de silicium (fritté, pressé isostatiquement à chaud) [Dandekar and Bartkowski, 2001]. . . . 20
2.11b Signaux de vitesse à l'interface de l'impacteur et de la cible d'essais d'impacts de plaques avec et de compression sans choc sur des échantillons de quartz [LaLone and Gupta, 2009]. . . . 20
2.12 Schéma de la propagation d'ondes et de l'état de contraintes induits lors d'un impact de plaques [Czarnota, 2006]. . . . 22
2.13 Essai d'impact du tranche. . . . 23
2.13a Configuration expérimentale d'essai d'impact sur tranche [Senf and Winkler, 1997]. 23
2.13b Échantillons fragmentés de microbétons (a) sec et (b) humide lors d'essais d'impact sur tranche [Erzar, 2010]. . . . 23
2.14 Essai d'impact normal. . . . 24
2.14a Configuration expérimentale d'un essai d'impact normal en configuration sarcophage [Zinszner et al., 2015]. . . . 24
2.14b Vue post-mortem d'un carreau de céramique fragmenté après un essai d'impact normal [Zinszner et al., 2012]. . . . 24
2.15 Principe de l'essai « *Rockspall* » : (a) propagation d'une onde de compression dans la barre d'Hopkinson, (b-c) évolution chronologique du champ de contrainte modélisée par la *Finite Element Method* (méthode des éléments finis) (FEM) [Duplan, 2016]. . . . 25
2.16 Essai GEPI. . . . 26
2.16a Configuration expérimentale d'un essai GEPI [Zinszner et al., 2017]. . . . 26
2.16b Intensité de courant et niveau de pression délivrés lors d'un essai GEPI [Zinszner, 2014]. . . . 26
2.17 Principe de l'essai laser [Arrigoni, 2004]. . . . 27
2.18 Détermination numérique du plan d'écaillage par localisation de la fissure principale [Hwang et al., 2020]. . . . 28
2.19 Identification du plan d'écaillage responsable du signal numérique de vitesse en face arrière [Dargaud, 2021]. . . . 29
2.20 Signaux de vitesse en face arrière d'un échantillon de céramique (bleu) et d'une électrode (rouge) lors de l'essai GEPI G672 [Zinszner et al., 2015]. . . . 29
2.21 Évolution spatiale des ondes de compression, de détente et leur superposition [Klepaczko and Brara, 2001]. . . . 30
2.22 Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale et de la vitesse de déformation lors d'un essai d'écaillage numérique [Hwang et al., 2020]. . . . 31
2.23 Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale et de la vitesse de déformation pour la détermination de la vitesse de déformation à rupture [Zinszner et al., 2015]. . . . 32
2.24 Représentation du remplissage d'une enveloppe sphérique avec des éléments discrets. . 42
2.25 Représentation d'une liaison cohésive de type poutre [André, 2012]. . . . 45
2.26 Représentation des différents efforts contribuant à l'évaluation de la contrainte normale dans une poutre cohésive. . . . 47
2.26a Traction. . . . 47
2.26b Flexion autour de l'axe $\vec{Z}$. . . . 47
2.26c Torsion. . . . 47

2.27 Visualisation de l'effet du calcul des contraintes sur la représentation de la rupture sur un essai d'indentation quasi-statique. 48
2.27a Visualisation du cône de Hertz induit par un essai d'indentation [Roesler, 1956]. 48
2.27b Simulation numérique 2D d'un essai d'indentation avec l'approche DEM et un critère de rupture des liens basé sur le critère de Rankine [André et al., 2013]. . 48
2.27c Représentation numérique 2D d'un essai d'indentation avec l'approche DEM et un critère de rupture des liens hydrostatique basé sur le tenseur des contraintes virielles [André et al., 2013]. 48

3.1 Schéma de la configuration expérimentale des expériences GEPI conduites sur l'alumine AL23 par Erzar and Buzaud, 2012. 51
3.2 Profils de pression à l'interface de l'électrode et des échantillons d'alumine des expériences GEPI de Erzar and Buzaud, 2012. 51
3.3 Observation post-mortem par microscopie optique et électronique à balayage de l'échantillon d'alumine récupérée après le tir GEPI G672 [Zinszner, 2014]. 52
3.4 Profils de vitesse en face arrière des échantillons d'alumine lors des essais GEPI, réalisés par Erzar and Buzaud, 2012. 53
3.5 Contrainte d'écaillage en fonction de la vitesse de déformation évaluée lors des tirs GEPI sur l'alumine AL23 [Erzar and Buzaud, 2012]. 54
3.6 Visualisation des éléments discrets et des liens qui composent le domaine discret. . . . 55
3.6a Éléments discrets. 55
3.6b Liens. 55
3.7 Influence du rayon adimensionnel $\tilde{r}_\mu$ sur les propriétés élastiques macroscopiques E_M et ν_M [André et al., 2012]. 57
3.7a Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le rayon adimensionnel microscopique $\tilde{r}_\mu$. 57
3.7b Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique $\tilde{r}_\mu$. 57
3.8 Influence du module d'Young microscopique E_μ sur les propriétés élastiques macroscopiques E_M et ν_M [André et al., 2012]. 57
3.8a Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ. 57
3.8b Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le module d'Young microscopique E_μ. 57
3.9 Schéma d'un essai de traction uniaxiale. 58
3.10 Évolution de la contrainte uniaxiale σ_{xx} et des contraintes des faces *xMin* σ_{xx}^{xMin} et *xMax* σ_{xx}^{xMax} avec la déformation uniaxiale d'un essai de traction uniaxiale de calibration avec la DEM. 59
3.11 Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ obtenue lors de simulations numériques d'essais de traction uniaxiale. . 60
3.12 Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ obtenue lors de simulations numériques d'essais de traction uniaxiale. 60
3.13 Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ obtenue lors de la simulation numérique d'essais de traction uniaxiale en choisissant différents domaines discrets composés d'un même nombre d'éléments. . 61
3.14 Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ obtenue lors de la simulation numérique d'essais de traction uniaxiale en choisissant différents domaines discrets composés d'un même nombre d'éléments. 61
3.15 Évolution du rayon adimensionnel microscopique $\tilde{r}_\mu$ avec le nombre d'éléments discrets du domaine $\tilde{N}_\mathrm{DE}$ (moyenne sur dix domaines discrets). 62
3.16 Évolution du module d'Young microscopique $\tilde{E}_\mu$ avec le nombre d'éléments discrets du domaine $\tilde{N}_\mathrm{DE}$ (moyenne sur dix domaines discrets). 63
3.17 Visualisation du domaine discret divisé en tranches dont l'épaisseur est égale à dix fois le diamètre moyen des éléments ($c_\mathrm{p} = 10$). 63

3.18 Profil de pression sinusoïdal appliqué en face avant du domaine discret. 64
3.19 Champ de vitesse particulaire selon l'axe $\vec{x}$ témoignant de la propagation d'une onde élastique dans le domaine discret au cours d'une simulation numérique élastique dynamique. 65
3.20 Profils de vitesse temporel de chaque tranche dans le domaine discret. 66
3.21 Séquence des vitesses particulaires induites lors de la réflexion d'une onde sur une surface libre [Meyers, 1994]. 66
3.22 Évolution du ratio entre la vitesse moyenne mesurée sur la face arrière *xMax* et la face avant *xMin* du domaine discret avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine. . 67
3.23 Évolution du ratio entre la vitesse moyenne incidente et réfléchie mesurée au milieu du domaine avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine. 68
3.24 Évolution du ratio entre la vitesse moyenne incidente et réfléchie mesurée au milieu du domaine avec le coefficient de partition. 68
3.25 Profils de vitesse temporel des tranches avant T^{av} et arrière T^{ar}. 69
3.26 Évolution de l'erreur relative $\tilde{\varepsilon}_{C_{\mathrm{L}}}$ entre la célérité des ondes longitudinales théorique $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{th}}$ et celle mesurée à l'issue de simulations élastiques DEM $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{sim}}$ avec le nombre d'éléments discrets. 70
3.27 Évolution de l'erreur relative $\tilde{\varepsilon}_{C_{\mathrm{L}}}$ entre la célérité des ondes longitudinales théorique $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{th}}$ et celle mesurée à l'issue de simulations élastiques DEM $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{sim}}$ avec le coefficient de partition c_{p}. 70
3.28 Séquence des ondes de contrainte induites lors de la réflexion d'une onde sur une surface libre [Meyers, 1994]. 71
3.29 Moyenne de l'évolution temporelle de la contrainte uniaxiale suivant $\vec{x}$ moyenne au milieu du domaine discret pour dix simulations iso-paramètres. 72
3.30 Évolution du rapport de la contrainte uniaxiale de l'onde réfléchie sur celle de l'onde incidente avec le nombre d'éléments discrets et du niveau de voisinage. Les courbes des différents niveaux de voisinage se confondent. 73
3.31 Évolution du rapport de la contrainte uniaxiale de l'onde réfléchie sur celle de l'onde incidente avec le coefficient de partition et le niveau de voisinage pour un domaine discret composé de $\tilde{N}_{\mathrm{DE}} = 56\ 607 \pm 36$ éléments discrets. Les courbes des différents niveaux de voisinage se confondent. 73
3.32 Destruction des liens connectés à un élément discret dont la première contrainte principale est supérieure à la contrainte à rupture avec la méthode de fissuration *Half-Plane*. 74
3.33 Destruction des liens connectés à un élément discret dont la première contrainte principale est supérieure à la contrainte à rupture avec la méthode de fissuration *All*. . . . 75
3.34 Courbes contrainte-déformation obtenues lors de la simulation numérique d'un essai de traction uniaxiale en utilisant respectivement les méthodes de fissuration *All* et *Half-Plane*. 76
3.34a Méthode de fissuration *All*. 76
3.34b Méthode de fissuration *Half-Plane*. 76
3.35 Calibration de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{\mathrm{f}\mu}$ pour obtenir la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_{w}. 77
3.35a Courbes contrainte-déformation résultant des simulations d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques pour différentes valeurs de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{\mathrm{f}\mu}$ avec la méthode de fissuration *All*. 77
3.35b Évolution de la contrainte à rupture quasi-statique macroscopique avec la contrainte à rupture microscopique. 77
3.36 Profils de vitesse en face arrière de l'essai GEPI G672 expérimental et simulé avec la DEM pour une contrainte à rupture microscopique de $\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 575$ MPa. 78
3.37 Régression linéaire de la contrainte à rupture quasi-statique macroscopique avec la contrainte à rupture quasi-statique microscopique. 78
3.38 Profils de vitesse en face arrière du tir GEPI G672 expérimental et simulé avec la DEM pour une contrainte à rupture microscopique de $\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 1\ 174$ MPa. 79

3.39 Influence de la contrainte à rupture microscopique sur le profil de vitesse calculé en face arrière lors de simulations DEM du tir GEPI G672. 79
3.40 Champ de contrainte dans les liens du domaine discret lors de la simulation numérique DEM du tir GEPI G672 sur l'alumine AL23. 80
3.41 Restitution des profils de vitesse en face arrière des cinq essais GEPI. 81
3.42 Destruction des liens connectés à un élément discret dont la première contrainte principale est supérieure à la contrainte à rupture microscopique, selon la méthode de fissuration All^2. 82
3.43 Calibration de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ pour obtenir la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w. 82
3.43a Courbes contrainte-déformation d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques pour différentes valeurs de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ avec la méthode de fissuration All^2. 82
3.43b Comparaison des évolutions de la contrainte à rupture quasi-statique macroscopique avec la contrainte à rupture microscopique pour les méthodes de fissuration *All* et All^2. 82
3.44 Calibration de la contrainte à rupture microscopique sur le profil de vitesse en face arrière expérimental de l'essai GEPI G672, en utilisant la méthode de fissuration All^2. 83
3.45 Profils de vitesse en face arrière et liens rompus au cours des simulations DEM du tir GEPI G672 avec les méthodes de fissuration *All* et All^2. 84
3.45a Méthode de fissuration *All*. 84
3.45b Méthode de fissuration All^2. 84
3.46 Champ de contrainte dans les liens du domaine discret au temps $t = 2{,}02$ μs de la simulation DEM du tir GEPI G672 avec les méthodes de fissuration *All* (haut) et All^2 (bas). 84
3.47 Restitution des profils de vitesse en face arrière des cinq tirs GEPI avec la méthode de fissuration All^2. 85

4.1 Simulations numériques 0D d'essais de traction réalisées pour plusieurs niveaux de vitesse de déformation constante avec les lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz. . 90
4.1a Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation des lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz (les courbes en pointillés bleue et orange se superposent). 90
4.1b Évolution de la variable d'endommagement des lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz (les courbes en pointillés bleue et orange se superposent). 90
4.1c Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte ultime adimensionnée des lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz. 90
4.2 Simulations numériques 0D d'essais de traction réalisées pour plusieurs niveaux de vitesse de déformation constante avec la loi d'endommagement Linéaire. 91
4.2a Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation de la loi d'endommagement Linéaire. 91
4.2b Évolution de la variable d'endommagement de la loi d'endommagement Linéaire. 91
4.2c Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte ultime adimensionnée de la loi d'endommagement Linéaire. 91
4.3 Simulations numériques 0D d'essais de traction réalisées pour plusieurs niveaux de vitesse de déformation constante avec la loi d'endommagement Kachanov. 92
4.3a Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation de la loi d'endommagement Kachanov. 92
4.3b Évolution de la variable d'endommagement de la loi d'endommagement Kachanov. 92
4.3c Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte ultime adimensionnée de la loi d'endommagement Kachanov. 92
4.4 Représentation schématique de l'application d'un état de contraintes uniforme graduel dans le volume cubique soumis aux essais de Monte-Carlo. 93

4.5 Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) des contraintes à rupture des éléments du volume, du champ de contrainte au cours du temps et de l'évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 500\ \mathrm{s}^{-1}$. 95
4.5a $\sigma_\mathrm{k}/\sigma_\mathrm{w}$. 95
4.5b $t = 1{,}081\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.5c $t = 1{,}155\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.5d $t = 1{,}222\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.5e $t = 1{,}296\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.5f $t = 1{,}370\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.5g $t = 1{,}437\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.5h $t = 1{,}510\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.5i $\Sigma_\mathrm{u}/\sigma_\mathrm{w} = 1{,}28$, $\dot{\varepsilon} = 500\ \mathrm{s}^{-1}$. 95
4.6 Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) de l'état sain, activé ou occulté des éléments du volume au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 500\ \mathrm{s}^{-1}$. 95
4.6a $t = 0{,}940\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6b $t = 1{,}007\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6c $t = 1{,}081\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6d $t = 1{,}155\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6e $t = 1{,}222\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6f $t = 1{,}296\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6g $t = 1{,}370\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6h $t = 1{,}437\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.6i $t = 1{,}510\ \mu\mathrm{s}$. 95
4.7 Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) des contraintes à rupture des éléments du volume, du champ de contrainte au cours du temps et de l'évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 10\ 000\ \mathrm{s}^{-1}$. 96
4.7a $\sigma_\mathrm{k}/\sigma_\mathrm{w}$. 96
4.7b $t = 0{,}039\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.7c $t = 0{,}063\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.7d $t = 0{,}087\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.7e $t = 0{,}110\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.7f $t = 0{,}134\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.7g $t = 0{,}158\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.7h $t = 0{,}181\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.7i $\Sigma_\mathrm{u}/\sigma_\mathrm{w} = 2{,}13$, $\dot{\varepsilon} = 10\ 000\ \mathrm{s}^{-1}$. 96
4.8 Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) de l'état sain, activé ou occulté des éléments du volume au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 10\ 000\ \mathrm{s}^{-1}$. 96
4.8a $t = 0{,}0\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.8b $t = 0{,}010\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.8c $t = 0{,}039\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.8d $t = 0{,}063\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.8e $t = 0{,}087\ \mu\mathrm{s}$. 96
4.8f $t = 0{,}110\ \mu\mathrm{s}$. 96

4.8g $t = 0{,}134$ μs. . . . 96
4.8h $t = 0{,}158$ μs. . . . 96
4.8i $t = 0{,}181$ μs. . . . 96
4.9 Simulation de Monte-Carlo du phénomène d'occultation (approche micro-mécanique du modèle d'endommagement DFH). . . . 97
4.10 Phénomène d'occultation [Forquin and Hild, 2010]. . . . 98
4.11 Simulations numériques 0D d'essais de traction à plusieurs vitesses de déformation en utilisant le modèle d'endommagement DFH (équation B.9). . . . 100
4.11a Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation du modèle d'endommagement DFH. . . . 100
4.11b Évolution de la variable d'endommagement du modèle d'endommagement DFH. 100
4.12 Simulations numériques 0D d'essais de traction à vitesse de chargement constante montrant le caractère multi-échelles du modèle d'endommagement DFH par l'évolution de la contrainte ultime adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation. . . . 100
4.13 Profils de vitesse en face arrière de l'essai GEPI G672 expérimental et simulé avec la DEM de trois manières : avec un endommagement orthotrope *On-Off* (voir partie E) et isotrope avec la méthode de fissuration *All* et *All*^{2}. . . . 103
4.14 Restitutions du profil de vitesse en face arrière du tir GEPI G672 réalisées avec des simulations FEM sur l'alumine AL23 comparées au signal expérimental des travaux de Erzar and Buzaud, 2012 pour trois longueurs caractéristiques de maille [Zinszner, 2014]. 107
4.15 Évolution de la contrainte ultime adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation pour chaque loi d'endommagement étudiée. Comparaison avec les données expérimentales de Erzar and Buzaud, 2012. . . . 108
4.16 Simulations numériques 0D d'essais de traction à une vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1} pour les cinq lois d'endommagement étudiées. . . . 109
4.16a Évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1}). . . . 109
4.16b Évolution de la variable d'endommagement avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1}). 109
4.17 Simulations numériques 0D d'essais de traction à une vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon} = 5\,000$ s^{-1} pour les cinq lois d'endommagement étudiées. . . . 109
4.17a Évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 5\,000$ s^{-1}). . . . 109
4.17b Évolution de la variable d'endommagement avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 5\,000$ s^{-1}). 109
4.18 Simulations numériques 0D d'essais de traction à une vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon} = 20\,000$ s^{-1} pour les cinq lois d'endommagement étudiées. . . . 109
4.18a Évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 20\,000$ s^{-1}). . . . 109
4.18b Évolution de la variable d'endommagement avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 20\,000$ s^{-1}).109
4.19 Comparaison entre les profils de vitesse mesurés en face arrière du tir GEPI G672 sur l'alumine AL23 et calculés à partir de simulations DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement et la méthode de fissuration *All*. . . . 112
4.20 Comparaison entre les profils de vitesse mesurés en face arrière du tir GEPI G672 sur l'alumine AL23 et calculés à partir de simulations DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement et la méthode de fissuration *All*^{2}. . . . 112
4.21 Champ d'endommagement dans le domaine discret des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la méthode de fissuration *All*^{2} et les lois d'endommagement *Heaviside* (haut) et Linéaire (bas) calibrées d'après le tableau 4.1 ($t = 3$ μs). . . . 113
4.22 Diagramme de Lagrange de la contrainte uniaxiale moyenne $\tilde{\sigma}_{xx}$ dans chaque tranche du domaine discret (division en 98 tranches, $c_p = 1$) des simulations DEM du tir GEPI G672 élastique et avec les lois d'endommagement *Heaviside-All*^{2} et Linéaire-*All*^{2} calibrées.114
4.22a Élastique. . . . 114
4.22b Linéaire-*All*^{2}. . . . 114
4.22c *Heaviside-All*^{2}. . . . 114

4.23 Diagramme de Lagrange de la vitesse particulaire moyenne $\tilde{U}_{\mathrm{p}}$ dans chaque tranche du domaine discret (division en 98 tranches, $c_{\mathrm{p}} = 1$) des simulations DEM du tir GEPI G672 élastique et avec les lois d'endommagement *Heaviside*-All^2 et Linéaire-All^2 calibrées. 115
4.23a Élastique. . . . 115
4.23b Linéaire-All^2. . . . 115
4.23c *Heaviside*-All^2. . . . 115
4.24 Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement *Heaviside*, Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz et la méthode de fissuration *All*. . . . 117
4.24a Linéaire. . . . 117
4.24b Kachanov. . . . 117
4.24c DFH. . . . 117
4.24d Ortiz. . . . 117
4.24e Toutes lois d'endommagement. . . . 117
4.25 Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement *Heaviside*, Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz et la méthode de fissuration All^2. . . . 118
4.25a Linéaire. . . . 118
4.25b Kachanov. . . . 118
4.25c DFH. . . . 118
4.25d Ortiz. . . . 118
4.25e Toutes lois d'endommagement. . . . 118
4.26 Comparaison entre les profils de vitesse en face arrière expérimentaux et ceux des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 avec les différentes lois d'endommagement avec la méthode de fissuration *All*. . . . 121
4.26a Linéaire. . . . 121
4.26b Kachanov. . . . 121
4.26c DFH. . . . 121
4.26d Ortiz. . . . 121
4.27 Comparaison entre les profils de vitesse en face arrière expérimentaux et ceux des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 avec les différentes lois d'endommagement avec la méthode de fissuration All^2. . . . 122
4.27a Linéaire. . . . 122
4.27b Kachanov. . . . 122
4.27c DFH. . . . 122
4.27d Ortiz. . . . 122
4.28 Comparaison des faciès de rupture et d'endommagement de l'échantillon d'alumine AL23 soumis au tir GEPI G672 obtenu par microscopie électronique [Zinszner, 2014], par simulation FEM [Zinszner, 2014] et par simulation DEM. . . . 123
4.29 Champs d'endommagement calculés dans le domaine discret des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2 ($t = 3$ μs). . . . 124
4.29a G672. . . . 124
4.29b G693. . . . 124
4.29c G692. . . . 124
4.29d G694. . . . 124
4.29e G695. . . . 124
4.30 Diagramme de Lagrange montrant l'évolution au cours du temps et dans la direction $\vec{x}$ de la contrainte uniaxiale moyenne $\tilde{\sigma}_{\mathrm{xx}}$. Résultats obtenus lors des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2. . . . 126
4.30a G672. . . . 126
4.30b G693. . . . 126

4.30c G692. . . . 126
4.30d G694. . . . 126
4.30e G695. . . . 126
4.31 Diagramme de Lagrange montrant l'évolution au cours du temps et dans la direction $\vec{x}$ de la vitesse particulaire moyenne $\tilde{U}_{\mathrm{p}}$. Résultats obtenus lors des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2. . . . 127
4.31a G672. . . . 127
4.31b G693. . . . 127
4.31c G692. . . . 127
4.31d G694. . . . 127
4.31e G695. . . . 127
4.32 Diagramme de Lagrange du pourcentage de liens rompus dans chaque tranche du domaine discret (division en 10 tranches $c_{\mathrm{p}} = 10$) d'une simulation DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. Le plan de fissuration se situe ici à environ 1,98 mm de la face arrière de l'échantillon. . . . 129
4.33 Diagramme de Lagrange du pourcentage de liens rompus dans chaque tranche du domaine discret (division en 98 tranches $c_{\mathrm{p}} = 1$) d'une simulation DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. Le plan de fissuration se situe ici à environ 1,92 mm de la face arrière de l'échantillon. . . . 130
4.34 Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale moyenne de la tranche d'écaillage. . . . 131
4.35 Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale moyenne et de la vitesse de déformation uniaxiale moyenne de la tranche d'écaillage mesurée par la méthode du gradient. . . . 132
4.36 Évolution de la contrainte d'écaillage $\sigma_{\text{éc}}$ avec la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{\text{éc}}$ calculée avec la méthode du gradient, pour des simulations DEM sur dix domaines discrets identiques représentant la configuration des tirs GEPI avec toutes les lois d'endommagement étudiées avec la méthode de fissuration All^2, comparée à leur évolution analytique et aux résultats expérimentaux de Erzar and Buzaud, 2012. . . . 133
4.37 Distribution de la contrainte à rupture probabiliste σ_{k} des éléments discrets dans le domaine pour les méthodes de fissuration All (haut) et All^2 (bas), à l'état initial. . . . 135
4.38 Densités de probabilité et distribution de la contrainte à rupture probabiliste des éléments discrets de l'approche de Weibull calculées avec le facteur d'échelle pour les méthodes de fissuration All et All^2 et sans [Dousset, 2019]. . . . 137
4.39 Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz, la méthode de fissuration All et une contrainte d'activation fixe, probabiliste avec et sans facteur d'échelle. . . . 138
4.39a DFH. . . . 138
4.39b Linéaire. . . . 138
4.39c Kachanov. . . . 138
4.39d Ortiz. . . . 138
4.40 Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz, la méthode de fissuration All^2 et une contrainte d'activation fixe, probabiliste avec et sans facteur d'échelle. . . . 139
4.40a DFH. . . . 139
4.40b Linéaire. . . . 139
4.40c Kachanov. . . . 139
4.40d Ortiz. . . . 139

5.1 Résultats des essais *Rockspall* sur l'alumine AL23 [Duplan, 2016]. . . . 143
5.1a Images caméra ultra-rapide. . . . 143
5.1b Images CIN. . . . 143
5.2 Résultats des essais d'impact sur tranche sur l'alumine AL23 en configuration ouverte (haut) et en configuration sarcophage (bas) [Duplan, 2016]. . . . 144
5.3 Schéma d'un tir laser GCLT. . . . 144

5.4 Pulse de pression d'ablation des tirs laser GCLT réalisés sur l'alumine AL23. 145
5.5 Profils de vitesse mesurés en face arrière d'échantillons d'alumine AL23 des tirs laser GCLT. 146
5.5a Profils de vitesse en face arrière (réponse élastique). 146
5.5b Profils de vitesse en face arrière (mise en évidence du phénomène d'écaillage). . 146
5.6 Domaine discret représentant la cible des essais *Rockspall*. 147
5.6a Cible *Rockspall* : éléments discrets. 147
5.6b Cible *Rockspall* : liens. 147
5.7 Calibration des paramètres élastiques microscopiques du domaine discret représentant la cible d'alumine AL23 des essais *Rockspall*. 148
5.7a Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_{M} avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ. 148
5.7b Évolution du module d'Young macroscopique E_{M} avec le module d'Young microscopique E_μ. 148
5.8 Calibration des paramètres élastiques microscopiques du domaine discret représentant la mini barre d'Hopkinson utilisée dans les essais *Rockspall*. 149
5.8a Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_{M} avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ. 149
5.8b Évolution du module d'Young macroscopique E_{M} avec le module d'Young microscopique E_μ. 149
5.9 Configuration des simulations d'essais *Rockspall*. 149
5.10 Visualisation de la propagation de l'onde de choc dans les éléments discrets lors d'une simulation DEM d'un essai *Rockspall* sur une cible d'alumine AL23. 150
5.10a Temps $t = 0{,}00$ μs. 150
5.10b Temps $t = 12{,}62$ μs. 150
5.10c Temps $t = 25{,}85$ μs. 150
5.10d Temps $t = 38{,}46$ μs. 150
5.11 Simulation DEM d'un essai *Rockspall* sur une cible d'alumine AL23 en utilisant la loi DFH-All^2. 151
5.11a Temps $t = 40{,}25$ μs. 151
5.11b Temps $t = 43{,}25$ μs. 151
5.11c Temps $t = 47{,}46$ μs. 151
5.11d Temps $t = 48{,}66$ μs. 151
5.11e Temps $t = 49{,}86$ μs. 151
5.11f Temps $t = 51{,}06$ μs. 151
5.11g Temps $t = 52{,}26$ μs. 151
5.11h Temps $t = 53{,}46$ μs. 151
5.12 Domaine discret représentant la cible des essais d'impact sur tranche. 153
5.12a Cible impact sur tranche : éléments discrets. 153
5.12b Cible impact sur tranche : liens. 153
5.13 Configuration des simulations d'essais d'impact sur tranche. 154
5.14 Simulation DEM d'un essai d'impact sur tranche sur une cible d'alumine AL23 avec la loi DFH-All^2. 155
5.14a Temps $t = 0{,}00$ μs. 155
5.14b Temps $t = 0{,}90$ μs. 155
5.14c Temps $t = 2{,}11$ μs. 155
5.14d Temps $t = 3{,}01$ μs. 155
5.14e Temps $t = 4{,}21$ μs. 155
5.14f Temps $t = 5{,}11$ μs. 155
5.14g Temps $t = 6{,}32$ μs. 155
5.14h Temps $t = 7{,}22$ μs. 155
5.15 Simulations DEM du tir GCLT 120 avec la loi d'endommagement DFH-All^2 avec un endommagement critique égal à $D_{\mathrm{c}} = 50$ % et $D_{\mathrm{c}} = 20$ %. 156

5.16 Profil de vitesse de surface libre des tirs GCLT 116, 117, 122, 123 et 126 mesurés et simulés avec la DEM en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2 et un endommagement critique égal à $D_c = 20$ %. 157
5.16a Essai GCLT 116. 157
5.16b Essai GCLT 117. 157
5.16c Essai GCLT 122. 157
5.16d Essai GCLT 123. 157
5.16e Essai GCLT 126. 157
5.17 Profil de vitesse de surface libre des tirs GCLT 118, 120, 121, 124 et 125 mesurés et simulés avec la DEM en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2 et un endommagement critique égal à $D_c = 20$ %. 158
5.17a Essai GCLT 118. 158
5.17b Essai GCLT 120. 158
5.17c Essai GCLT 121. 158
5.17d Essai GCLT 124. 158
5.17e Essai GCLT 125. 158
5.18 Diagramme de Lagrange de la contrainte uniaxiale moyenne $\tilde{\sigma}_{xx}$ calculée dans le domaine discret lors des simulations DEM du tir GCLT 120 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2. 159

6.1 Configuration expérimentale des essais *Rockspall*. 163
6.1a Schéma de l'essai *Rockspall*. 163
6.1b Vue du dessus du montage expérimental des *Rockspall* (inspiration de Dargaud, 2021). 163
6.1c Photographie du montage expérimental. 163
6.2 Moyen utilisé pour la réalisation d'un mouchti sur les échantillons des essais *Rockspall*. 165
6.2a Aérographe. 165
6.2b Mouchti sur l'échantillon de l'essai RO5. 165
6.3 Échantillons fragmentés des essais *Rockspall*. 166
6.3a Échantillon fragmenté de l'essai RO1. 166
6.3b Échantillon fragmenté de l'essai RO2. 166
6.3c Échantillon fragmenté de l'essai RO3. 166
6.3d Échantillon fragmenté de l'essai RO4. 166
6.3e Échantillon fragmenté de l'essai RO5. 166
6.4 Séquence d'images de l'essai *Rockspall* RO5 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma. 167
6.4a Temps $t = 33{,}0$ μs. 167
6.4b Temps $t = 35{,}6$ μs. 167
6.4c Temps $t = 38{,}2$ μs. 167
6.4d Temps $t = 40{,}8$ μs. 167
6.4e Temps $t = 43{,}2$ μs. 167
6.4f Temps $t = 45{,}8$ μs. 167
6.4g Temps $t = 48{,}4$ μs. 167
6.4h Temps $t = 51{,}0$ μs. 167
6.5 Avancée de la pointe de fissure déterminée manuellement avec *ImageJ* à partir d'images de CIN. 169
6.6 Comparaison de l'évolution du chemin de fissuration entre les images issues de la caméra ultra-rapide et leur carte de résidu du traitement par CIN. 170
6.6a Temps $t = 43{,}4$ μs. 170
6.6b Temps $t = 45{,}4$ μs. 170
6.6c Temps $t = 47{,}4$ μs. 170
6.6d Temps $t = 51{,}0$ μs. 170
6.7 Configuration expérimentale des essais d'impact sur tranche. 173
6.7a Schéma de l'essai d'impact sur tranche. 173

6.7b Vue du dessus du montage expérimental des essais d'impact sur tranche (inspiration de Dargaud, 2021). . . . 173
6.7c Photographie du montage expérimental. . . . 173
6.8 Séquence d'images de l'essai d'impact sur tranche n°1 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma. . . . 176
6.8a Temps $t = 0$ μs. . . . 176
6.8b Temps $t = 7{,}2$ μs. . . . 176
6.8c Temps $t = 14{,}6$ μs. . . . 176
6.8d Temps $t = 21{,}8$ μs. . . . 176
6.8e Temps $t = 29{,}2$ μs. . . . 176
6.8f Temps $t = 36{,}4$ μs. . . . 176
6.8g Temps $t = 43{,}8$ μs. . . . 176
6.8h Temps $t = 51{,}0$ μs. . . . 176
6.9 Séquence d'images de l'essai d'impact sur tranche n°2 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma. . . . 177
6.9a Temps $t = 0$ μs. . . . 177
6.9b Temps $t = 18{,}0$ μs. . . . 177
6.9c Temps $t = 36{,}5$ μs. . . . 177
6.9d Temps $t = 54{,}5$ μs. . . . 177
6.9e Temps $t = 73{,}0$ μs. . . . 177
6.9f Temps $t = 91{,}0$ μs. . . . 177
6.9g Temps $t = 109{,}5$ μs. . . . 177
6.9h Temps $t = 127{,}5$ μs. . . . 177
6.10 Séquence d'images de l'essai d'impact sur tranche n°4 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma. . . . 178
6.10a Temps $t = 0$ μs. . . . 178
6.10b Temps $t = 18{,}0$ μs. . . . 178
6.10c Temps $t = 36{,}5$ μs. . . . 178
6.10d Temps $t = 54{,}5$ μs. . . . 178
6.10e Temps $t = 73{,}0$ μs. . . . 178
6.10f Temps $t = 91{,}0$ μms. . . . 178
6.10g Temps $t = 109{,}5$ μs. . . . 178
6.10h Temps $t = 127{,}5$ μs. . . . 178

A.1 Schéma d'un essai de flexion trois points. . . . I
A.2 Schéma d'un essai de flexion quatre points. . . . III

B.1 Évolutions de la contrainte ultime Σ_u adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation. Comparaison entre les régimes quasi-statique (vert) et dynamique (rouge et bleu). . . . V
B.2 Simulations numériques 0D d'essais de traction à vitesse de chargement constante montrant le caractère multi-échelles du modèle d'endommagement DFH par l'évolution de la contrainte ultime adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation. . . . VI

C.1 Analyse paramétrique de l'effet de l'endommagement critique D_c sur les profils de vitesse des échantillons d'alumine AL23 du tir Générateur Électrique de Pressions Intenses (GEPI) G672 calculés par simulations DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement couplées à la méthode de fissuration *All*. . . . VIII
C.1a Linéaire. . . . VIII
C.1b Kachanov. . . . VIII
C.1c DFH. . . . VIII
C.1d Ortiz. . . . VIII
C.2 Analyse paramétrique de l'endommagement critique D_c sur les profils de vitesse en face arrière des simulations DEM du tir GEPI G672 avec les différentes lois d'endommagement avec la méthode de fissuration All^2. . . . IX

C.2a Linéaire. IX
C.2b Kachanov. IX
C.2c DFH. IX
C.2d Ortiz. IX

D.1 Résultats de l'analyse de convergence des simulations DEM pour plusieurs lois d'endommagement couplées à la méthode de fissuration *All*. XI
D.1a *Heaviside*. XI
D.1b Linéaire. XI
D.1c Kachanov. XI
D.1d DFH. XI
D.1e Ortiz. XI
D.2 Résultats de l'analyse de convergence des simulations DEM pour plusieurs lois d'endommagement couplées à la méthode de fissuration *All*^{2}. XII
D.2a *Heaviside*. XII
D.2b Linéaire. XII
D.2c Kachanov. XII
D.2d DFH. XII
D.2e Ortiz. XII

E.1 Représentation 3D d'un lien connecté à deux éléments discrets ainsi que le vecteur d'endommagement du repère local de l'élément discret. XIV
E.2 Représentation 2D de la définition de la variable d'endommagement D appliquée aux liens en fonction des lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*. XV
E.2a *Ellipsoïde*. XV
E.2b *Hankinson*. XV
E.2c *On-Off*. XV
E.3 Axe d'orthotropie. XV
E.4 Domaine discret cubique composé de $N_{\mathrm{DE}} = 21\ 142$ éléments discrets. XVI
E.5 Courbes contrainte-déformation de simulations DEM d'essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global du domaine discret avec la loi d'orthotropie *On-Off* appliquée au vecteur principal d'endommagement $\bar{D} = (1,0; 0,92; 0,2)$. XVII
E.5a Essai de traction uniaxiale dans la direction $\vec{x}$ du repère global. XVII
E.5b Essai de traction uniaxiale dans la direction $\vec{y}$ du repère global. XVII
E.5c Essai de traction uniaxiale dans la direction $\vec{z}$ du repère global. XVII
E.6 Champs discrets des erreurs absolues $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$ entre les variables d'endommagement calculées par simulation et théorique pour des essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global en prenant successivement les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*. La première composante du vecteur d'endommagement local fixée telle que $D_{\mathrm{I}} = 1$. XVIII
E.6a *Ellipsoïde* selon $\vec{x}$. XVIII
E.6b *Hankinson* selon $\vec{x}$. XVIII
E.6c *On-Off* selon $\vec{x}$. XVIII
E.6d *Ellipsoïde* selon $\vec{y}$. XVIII
E.6e *Hankinson* selon $\vec{y}$. XVIII
E.6f *On-Off* selon $\vec{y}$. XVIII
E.6g *Ellipsoïde* selon $\vec{z}$. XVIII
E.6h *Hankinson* selon $\vec{z}$. XVIII
E.6i *On-Off* selon $\vec{z}$. XVIII
E.7 Champs discrets des erreurs absolues $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$ entre les variables d'endommagement calculées par simulation et théorique pour des essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global en prenant successivement les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*. La première composante du vecteur d'endommagement local fixée telle que $D_{\mathrm{III}} = 0$. XIX

E.7a *Ellipsoïde* selon $\vec{x}$. . . . XIX
E.7b *Hankinson* selon $\vec{x}$. . . . XIX
E.7c *On-Off* selon $\vec{x}$. . . . XIX
E.7d *Ellipsoïde* selon $\vec{y}$. . . . XIX
E.7e *Hankinson* selon $\vec{y}$. . . . XIX
E.7f *On-Off* selon $\vec{y}$. . . . XIX
E.7g *Ellipsoïde* selon $\vec{z}$. . . . XIX
E.7h *Hankinson* selon $\vec{z}$. . . . XIX
E.7i *On-Off* selon $\vec{z}$. . . . XIX
E.8 Champs discrets des erreurs absolues maximales ε_{D} entre les variables d'endommagement calculées par simulation et théorique pour des essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global en prenant successivement les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*. . . . XXI
E.8a *Ellipsoïde* selon $\vec{x}$. . . . XXI
E.8b *Hankinson* selon $\vec{x}$. . . . XXI
E.8c *On-Off* selon $\vec{x}$. . . . XXI
E.8d *Ellipsoïde* selon $\vec{y}$. . . . XXI
E.8e *Hankinson* selon $\vec{y}$. . . . XXI
E.8f *On-Off* selon $\vec{y}$. . . . XXI
E.8g *Ellipsoïde* selon $\vec{z}$. . . . XXI
E.8h *Hankinson* selon $\vec{z}$. . . . XXI
E.8i *On-Off* selon $\vec{z}$. . . . XXI
E.9 Champs discrets des erreurs absolues maximales E_{D} entre la variable d'endommagement mesurée par simulation et théorique des essais de traction uniaxiale maximales parmi les trois directions du repère global avec les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*. . . . XXII
E.9a *Ellipsoïde*. . . . XXII
E.9b *Hankinson*. . . . XXII
E.9c *On-Off*. . . . XXII

F.1 Évolution de l'épaisseur de l'écaille crée avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. . . . XXIV
F.2 Évolution de la contrainte d'écaillage avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. XXIV
F.3 Évolution de la vitesse de déformation d'écaillage avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. . . . XXV
F.4 Évolution de l'épaisseur de l'écaille créée avec le coefficient de partition du domaine discret pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. . . . XXV
F.5 Évolution de la contrainte d'écaillage avec le coefficient de partition du domaine discret pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. XXVI
F.6 Évolution de la vitesse de déformation d'écaillage avec le coefficient de partition du domaine discret dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. . . . XXVI

G.1 Configuration expérimentale des essais de flexion trois points. . . . XXVIII
G.2 Échantillon de zircone placé dans le dispositif expérimental d'un essai de flexion trois points avant et après rupture. . . . XXIX
G.2a Échantillon de zircone avant rupture. . . . XXIX
G.2b Échantillon de zircone après rupture. . . . XXIX
G.3 Courbes force-déplacement des essais de flexion trois points réalisés sur sept échantillons de zircone YSZ. . . . XXIX

G.4 Contraintes ultimes (contraintes à rupture) issues des essais de flexion trois points rangées par ordre croissant. XXX
G.5 Diagramme de Weibull associé aux essais de flexion trois points sur la zircone YSZ. . . XXXI

H.1 Influence du paramètre $\mathcal{C}$ de la loi d'endommagement Linéaire sur le profil de vitesse en face arrière expérimental du tir GEPI G672. XXXIII
H.2 Influence du paramètre A_0 de la loi d'endommagement Kachanov sur le profil de vitesse en face arrière expérimental du tir GEPI G672. XXXIII
H.3 Influence du paramètre B_t de la loi d'endommagement Ortiz sur le profil de vitesse en face arrière expérimental du tir GEPI G672. XXXIV

Liste des tableaux

3.1 Contraintes d'écaillage et vitesse de déformation à rupture associées des essais GEPI sur alumine menés par Erzar and Buzaud, 2012. 53
3.2 Propriétés élastiques macroscopiques de l'alumine [Zinszner et al., 2015]. 56
3.3 Paramètres microscopiques des liens calibrés sur les propriétés élastiques de l'AL23 sur des domaines discrets composés de différents nombre d'éléments discrets (moyennés sur dix domaines discrets). 62
3.4 Contraintes à rupture microscopiques calibrées pour les méthodes de fissuration *All* et *All*^{2}. 83

4.1 Paramètres des différentes lois d'endommagement calibrés sur la restitution de l'évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation des simulations 0D. Les paramètres calibrés sont en caractères gras, les entrées des modèles et les paramètres fixes de la littérature sont en caractère standard. 110
4.2 Paramètres des différentes lois d'endommagement après calibration en utilisant le profil de vitesse de surface libre du tir GEPI G672. 116
4.3 Contrainte d'amorçage et critère d'activation des lois d'endommagement étudiées. . . . 120
4.4 Résumé des protocoles de calibration (hors comportement élastique). 134
4.5 Volumes équivalents moyens des éléments discrets selon la méthode de fissuration adoptée dans un domaine discret composé de $N_{\mathrm{DE}} = 56\ 553$ éléments. 135

5.1 Paramètres des domaines discrets construits pour représenter la cible, le projectile et la mini barre d'Hopkinson utilisés dans les simulations DEM d'essais *Rockspall*. 147
5.2 Paramètres élastiques microscopiques des liens du domaine discret de la cible des essais *Rockspall* calibrés sur les paramètres élastiques macroscopiques de l'alumine AL23. . . 147
5.3 Propriétés élastiques macroscopiques génériques de l'acier. 148
5.4 Paramètres élastiques microscopiques des liens des domaines discrets du projectile et de la mini barre d'Hopkinson. 148
5.5 Paramètres de la loi d'endommagement DFH et la méthode de fissuration *All*^{2} utilisés pour représenter le comportement de l'alumine AL23 dans les simulations d'essais *Rockspall*. 150
5.6 Paramètres du domaine discret construit pour représenter le projectile utilisé dans les simulations d'essais d'impact sur tranche. 153
5.7 Paramètres élastiques microscopiques des liens du domaine discret du projectile en acier des simulations DEM des essais d'impact sur tranche. 153

6.1 Données géométriques et massiques des échantillons des essais *Rockspall*. 164
6.2 Données géométriques et massiques du projectile du montage expérimental des essais *Rockspall*. 164
6.3 Données géométriques et massiques du sabot du montage expérimental des essais *Rockspall*. 164
6.4 Données géométriques et massiques de la mini barre d'Hopkinson du montage expérimental des essais *Rockspall*. 164
6.5 Vitesses d'impact du projectile des essais *Rockspall*. 165

6.6 Caractéristiques de la zircone yttriée YSZ projetée plasma. 168
6.7 Données géométriques, volumiques et massiques des échantillons de zircone yttriée testés lors des essais d'impact sur tranche. 173
6.8 Données géométriques et massiques du projectile du montage expérimental des essais d'impact sur tranche. 174
6.9 Données géométriques et massiques du sabot du montage expérimental des essais d'impact sur tranche. 174
6.10 Propriétés physiques et mécaniques des échantillons de zircone yttriée YSZ projetée plasma testés lors des essais d'impact sur tranche. 174
6.11 Vitesses d'impact du projectile mesurées lors des essais d'impact sur tranche. 174

G.1 Données géométriques, volumiques et massiques des échantillons de flexion trois points. XXVIII
G.2 Masse volumique de la zircone yttriée YSZ projetée plasma comparée à celle de l'alumine AL23 [Zinszner, 2014]. XXVIII
G.3 Caractéristiques géométriques du montage expérimental des essais de flexion trois points. XXVIII
G.4 Paramètres de Weibull de la zircone yttriée YSZ projetée plasma issus des essais de flexion trois points. XXXI

Liste des Algorithmes

4.1 Algorithme descriptif de l'intégration d'une loi d'endommagement dans l'approche DEM (logiciel GranOO). 104

Résumé

Les céramiques jouent un rôle crucial dans l'industrie et le secteur militaire en raison de leurs propriétés thermomécaniques uniques. Cependant, leur comportement sous des chargements dynamiques est complexe, avec une résistance en traction significativement plus faible qu'en compression, entraînant fissuration, endommagement et multi-fragmentation. La course à la technologie demande des développements continus des propriétés de blindage des céramiques. Le coût élevé et la complexité technique des expériences dynamiques ont fait émerger des programmes de simulation cherchant à reproduire de façon numérique le comportement à rupture dynamique de ces matériaux.

Cette thèse a exploré l'application de la *Discrete Element Method* (méthode des éléments discrets) (DEM) pour améliorer la reproduction des phénomènes dynamiques dans les céramiques fragiles, en mettant l'accent sur la représentation de la fissuration et de l'évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation. L'alumine a été choisie comme matériau d'étude, au regard des nombreuses données expérimentales présentes dans la littérature.

Le troisième chapitre a traité de la représentation du matériau en régime élastique, tandis que le quatrième chapitre a examiné l'intégration de différents modèles d'endommagement dans l'approche discrète. Des comparaisons entre les profils de vitesses en face arrière expérimentaux et numériques de tirs GEPI ont montré que l'emploi des lois Denoual-Forquin-Hild (DFH) et Kachanov offrait une bonne corrélation avec les données expérimentales.

Le cinquième chapitre présente d'autres types d'essais expérimentaux de fragmentation dynamique sur l'alumine AL23 : des essais *Rockspall* et d'impact sur tranche (issus de la littérature) et des expériences de choc laser. Des simulations numériques DEM, avec la loi d'endommagement identifiée précédemment comme celle qui permet de mieux reproduire les essais d'écaillage des tirs GEPI, sont conduites pour représenter les mécanismes d'endommagement, la fragmentation simple et multiple des cibles d'alumine AL23 soumises à des sollicitations extrêmes.

Enfin, pour obtenir des données expérimentales d'essais dynamiques sur une nouvelle céramique au comportement plus complexe, une campagne expérimentale est menée sur la zircone yttriée projetée plasma. Des essais d'impact sur tranche et *Rockspall* sont menés, pour étudier la fragmentation simple et la multi-fragmentation de cette céramique à la microstructure complexe. Elle permet d'obtenir des données expérimentales qui serviront à de travaux futurs de modélisation.

En résumé, cette thèse contribue à la l'amélioration de la reproduction du comportement des céramiques fragiles soumises à des sollicitations dynamiques comme des impacts ou des chocs. Elle met en évidence le potentiel de la méthode DEM pour représenter les phénomènes de multi-fragmentation et identifie des modèles d'endommagement pertinents pour la simulation des effets dynamiques observés expérimentalement. Ces résultats ont des implications significatives pour la représentation du comportement à rupture en régime dynamique de matériaux de blindage plus performants dans diverses applications industrielles et militaires.

Abstract

Ceramics play a crucial role in both the industrial and military sectors due to their unique thermo-mechanical properties. However, their behavior under dynamic loading is complex, with significantly lower tensile strength compared to compression, resulting in cracking, damage, and multi-fragmentation. The pursuit of technology demands continuous developments in the armor properties of ceramics. The high cost and technical complexity of dynamic experiments have led to the emergence of simulation programs seeking to digitally replicate the dynamic fracture behavior of these materials.

This thesis explored the application of the Discrete Element Method (DEM) to enhance the representation of dynamic phenomena in brittle ceramics, with a focus on simulating cracking and the evolution of failure strength with strain rate. Alumina was selected as the study material, given the abundance of experimental data in the literature.

The first chapter addressed the material representation under elastic conditions, while the second chapter examined the integration of various damage models within the discrete approach. Comparisons between experimental and numerical rear-face velocity profiles from GEPI shots demonstrated that employing the Denoual-Forquin-Hild (DFH) damage law yielded a strong correlation with experimental data.

To obtain experimental data from dynamic tests on a more complex behavior ceramic, an experimental campaign was conducted on plasma-sprayed yttria-stabilized zirconia. By reproducing experimental impact and Rockspall tests with DEM, this thesis showed that it can accurately replicate experimental observations, particularly concerning multi-fragmentation induced by impact.

In summary, this thesis contributes to improving the representation of the behavior of brittle ceramics subjected to dynamic loading such as impacts or shocks. It highlights the potential of the DEM approach and identifies relevant damage models for simulating dynamically observed effects. These findings have significant implications for representing the dynamic failure behavior of high-performance armor materials in various industrial and military applications.

1 Introduction

Sommaire

1.1 Contexte 1
1.1.1 Contexte historique 1
1.1.2 Contexte industriel 3
1.1.3 Conclusion intermédiaire 4
1.2 Objectifs de la thèse 5
1.3 Plan du manuscrit 6

La première partie de ce chapitre d'introduction retrace le développement des céramiques, depuis l'Holocène jusqu'à nos jours, visant à expliquer l'intérêt que portent les sociétés humaines à ces matériaux. De figurines symboles de fertilité aux protections balistiques, les céramiques sont des témoins de l'évolution des civilisations. Aujourd'hui, elles interviennent dans de nombreux domaines industriels et sont présentes dans le quotidien de chacun. Les objectifs de la thèse et les différents chapitres du présent manuscrit sont ensuite présentés.

1.1 Contexte

1.1.1 Contexte historique

Les céramiques traditionnelles : dix mille ans d'histoire

Dans l'esprit du commun des mortels, le terme « céramique » désigne la conception de poteries (porcelaine de Chine, faïence de Gien, céramique de Limoges, *etc*), leur comportement mécanique fragile et les matériaux de construction. Autrement dit, les céramiques dites traditionnelles font référence à des savoir-faire artisanaux plus ou moins antiques, à raison. Les premières traces de l'utilisation des céramiques par les Hommes datent du Gravettien, il a environ 26 000 ans. De nombreuses figurines ont été découvertes lors de fouilles archéologiques menées en Tchéquie. La *Vénus de Dolní Věstonice*, petite statuette prétendument symbole de fertilité, en est l'icône [Vandiver et al., 1989]. Cependant, l'utilisation courante des céramiques est datée de l'Holocène, 8 000 ans avant notre ère. Elle correspond à la sédentarisation de l'Homme, aux débuts de l'agriculture et de la domestication du bétail. Le développement soutenu des céramiques reste une énigme pour les archéologues, bien que des suppositions mènent à penser qu'elles auraient jouer un rôle majeur dans la cuisson d'aliments [Sinopoli, 1991]. Leur utilisation est restée confinée aux poteries usuelles et décoratives jusqu'à la fin du XIX^{e} siècle, alors apparaissant dans des brevets de certaines techniques d'éclairage [Salamon, 2014].

Développement des céramiques techniques

Les céramiques techniques interviennent aujourd'hui dans de nombreux domaines. Elles sont ainsi présentes dans le domaine biomédical, constituant les prothèses dentaires et articulaires, mais aussi dans le secteur bionique [Ruys, 2019]. En revanche, avant d'intégrer ces secteurs, le vecteur de développement et d'innovation restait la défense. Ce n'est qu'au début du XX^{e} siècle qu'elles remplacèrent les lourdes (et onéreuses) plaques d'acier qui servaient de protection de blindage aux chars d'assaut. C'est durant les années 1960 que l'utilisation des céramiques comme blindages à face avant durcie s'accéléra (Figure 1.2). Les hélicoptères de combat américains volant à basse altitude, les pilotes et membres d'équipage devenaient vulnérables aux projectiles. À défaut de l'acier qui rendait l'engin

trop lourd, les céramiques furent adoptées comme blindages sous les sièges des pilotes [Gooch, 2011], en raison de leurs propriétés thermo-mécaniques, comme une grande résistante à la compression, une forte rigidité et ténacité, une faible densité (figure 1.1) et une bonne capacité d'absorption d'énergie à l'impact.

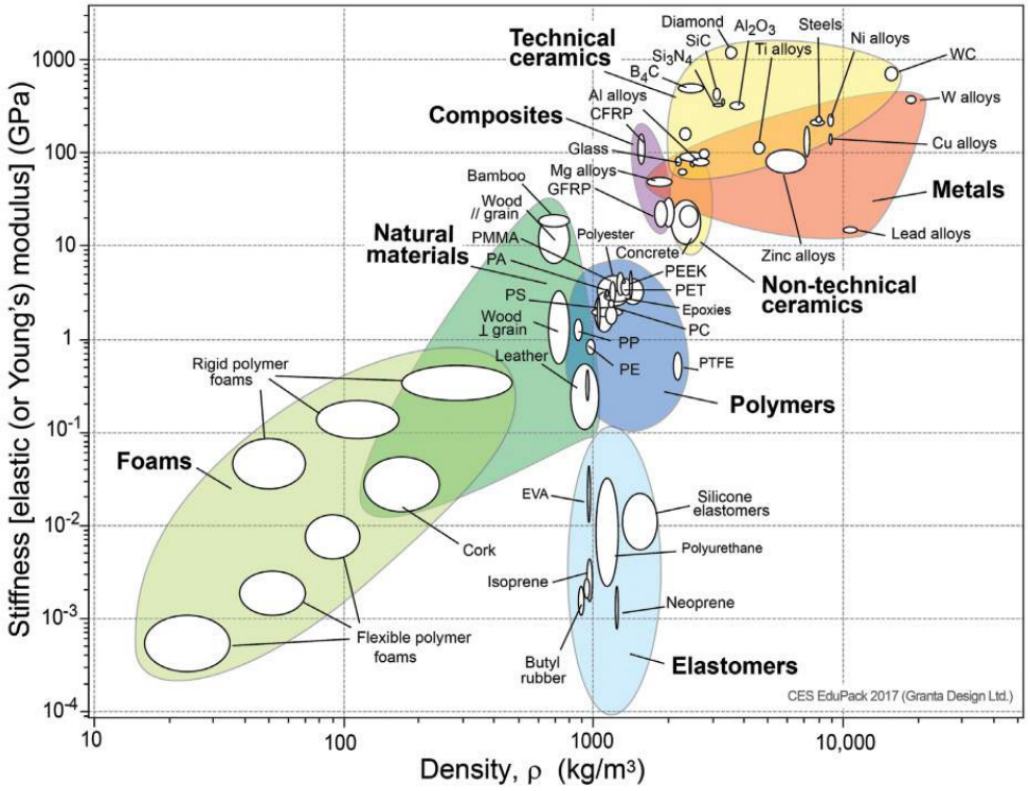


FIGURE 1.1 – Module d'élasticité de quelques catégories de matériaux en fonction de leur densité [Callister and Rethwisch, 2014].

Ces nouveaux blindages furent adaptés à différents types de véhicules et protections corporelles. Dans une recherche d'une meilleure mobilité, d'un poids moins élevé et d'une meilleure résistance, le développement des performances des blindages céramiques devint nécessaire.

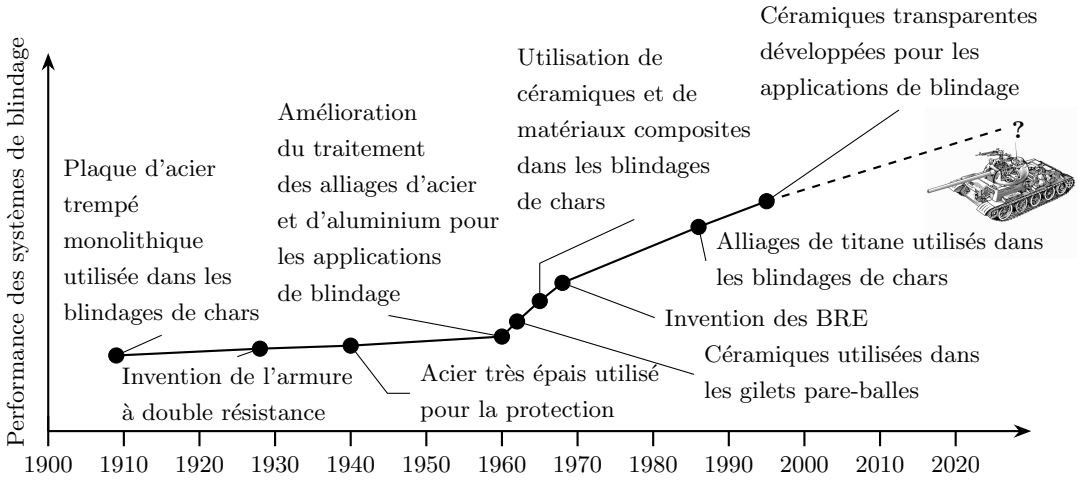


FIGURE 1.2 – Évolution du développement des systèmes de blindage [Hazell, 2006].

Les carreaux de céramique qui constitue le blindage sont accompagnés d'un « *backing* », une face arrière constituée d'un matériau ductile, qui absorbe l'énergie cinétique restante des débris du projectile. De nombreuses recherches ont été menées sur la prévention de la perforation des carreaux

de céramique par un projectile [Brown et al., 2017, Nanda et al., 2011, Roberson and Hazell, 2012], mais l'étude des débris du projectile traversant ces carreaux reste une préoccupation majeure dans l'amélioration des systèmes de blindage [Hazell, 2010, Hazell et al., 1998].

1.1.2 Contexte industriel

Programme de simulation et grandes installations

Avec la fin des essais nucléaires français annoncée par le président Chirac en 1996, le Programme Simulation est mis en place. Il s'accompagne de la mise en place de grandes installations expérimentales (dont le Laser MégaJoule (LMJ)) pour acquérir des données physiques (comme le *National Ignition Facility* (NIF) aux États-Unis). Le développement de programmes de simulation est une motivation centrale pour repousser les limites des connaissances permettant de concevoir des armes fiables et sûres, sans avoir recours à des expérimentations nucléaires [Mongin, 2018]. Ainsi, ces installations permettraient l'étude de fusion par confinement inertiel, d'énergie d'Hohlraum, d'instabilité hydrodynamique et d'implosion hydrodynamique [Miquel and Prene, 2019]. Alors exploité pour des applications de défense, le LMJ ouvre ses portes en 2017 aux recherches académiques fondamentales civiles pour étudier la phénoménologie du cœur des étoiles. Cette installation à la pointe de la technologie est capable de délivrer des impulsions de 1,5 MJ en 1 ns, grâce aux 176 faisceaux laser issus de 22 Ligne d'Intégration Laser (LIL) (figure 1.3). Ces faisceaux laser sont dirigés vers la chambre d'expérience et focalisés sur une cible millimétrique.

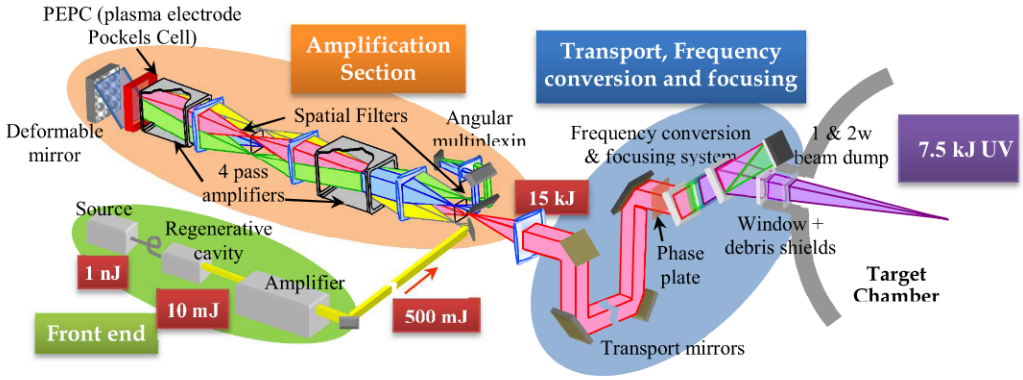
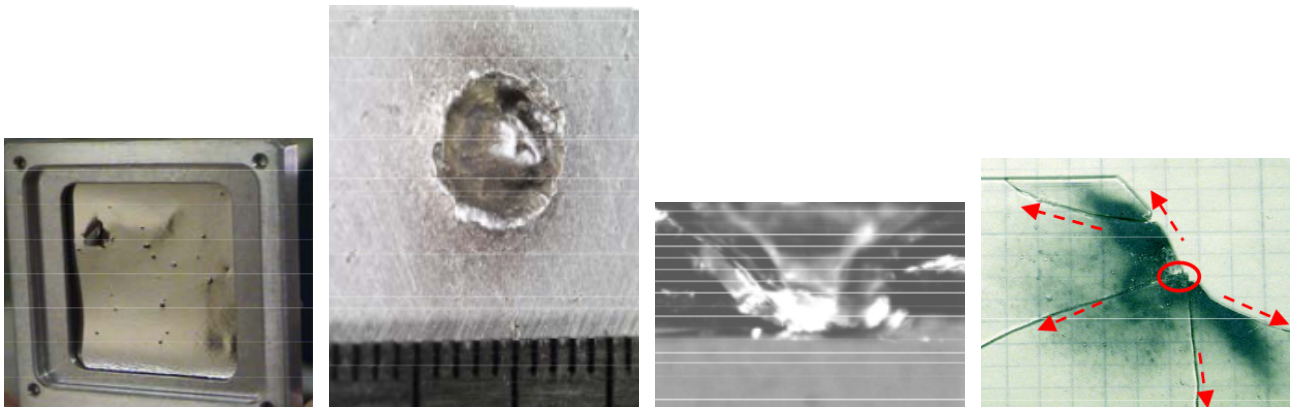


FIGURE 1.3 – Schéma du LMJ [Miquel and Prene, 2019].

La protection de l'instrumentation des grandes installations

Les expériences menées au LMJ entraînent la destruction de la cible lors de l'irradiation par les faisceaux laser, produisant des éjectas de débris dans toutes les directions. Ces débris génèrent des *HyperVelocity Impact* (impact hypervéloce) (HVI) lorsqu'ils entrent en collision avec les parois de la chambre d'expérience ou ses instruments (figure 1.4).



(a) Lampe amplificatrice du NIF.

(b) Plaque d'aluminium du complexe Omega.

(c) Cratère dans le verre du blindage anti-débris.

(d) Verre brisé par un jet de fusion plasma.

FIGURE 1.4 – Endommagement de différents composants de quelques installations induits pas des HVI de débris [Koniges et al., 2008].

C'est pour empêcher l'endommagement de l'instrumentation de la chambre d'expérience que des études sur les dommages induits par les débris ont été menées avec grand intérêt avant et après la construction des grandes installations [Cassany, 2002, Tobin et al., 1999, Mainguy et al., 2005]. La chambre d'expérience est aujourd'hui protégée par 10 cm d'un alliage d'aluminium et de magnésium et par un bouclier anti-neutrons de 40 cm de béton boré [Bourgade et al., 2008]. Récemment, des investigations ont été faites sur l'utilisation de céramiques comme protections de certains composants. D'autres types de céramiques, issus de procédés par projection thermique, sont envisagés pour prolonger la durée de vie de composants présents dans la chambre d'expérience.

1.1.3 Conclusion intermédiaire

Les performances des blindages céramiques ne cessent de s'accroître, en raison de l'augmentation des exigences industrielles, militaires et civiles. La résistance à la perforation, la minimisation de l'endommagement et l'augmentation de la dissipation d'énergie cinétique sont les principales caractéristiques du cahier des charges fonctionnel que doivent remplir les blindages céramiques. Le développement de nouveaux procédés comme la projection plasma permet l'élaboration de nouveaux matériaux pour les blindages céramiques ayant de meilleures propriétés thermo-mécaniques et capables de couvrir des surfaces plus complexes. Ces matériaux doivent être caractérisés dans les régimes cinétiques de leurs applications. Les blindages céramiques étant soumis à des sollicitations extrêmes, il reste difficile de mettre en place des expériences, au vu de leurs coûts et à la dynamique des phénomènes d'endommagement et de rupture engagés. Dans la mesure où l'étude de la tenue de ces matériaux nouveaux ne peut être réalisée entièrement de manière expérimentale, le développement de méthodes numériques est nécessaire.

1.2 Objectifs de la thèse

Compte tenu des coûts élevés des matériaux étudiés, il est impératif de montrer un gain significatif en terme de performance avant de valider leur application industrielle. Les performances des blindages céramiques ne cessent de s'accroître, en raison de l'augmentation des exigences industrielles, qu'elles soient civiles ou militaires. Cela passe par une meilleure compréhension et maîtrise des mécanismes de fissuration, de fragmentation et de perforation des blocs de céramique. Pour cela, des expériences de laboratoire ont été développées pour appliquer par partie des chargements mécaniques proches de ceux générés lors de l'impact à grande vitesse d'un débris. Il y a, par exemple, les expériences d'impact de plaques ou les expériences de choc laser. Les résistances en compression ou en traction des céramiques sont alors évaluées pour des vitesses de déformation supérieures à 1 000 s^{-1}. La réalisation d'expériences sur plusieurs types de céramiques permet alors la comparaison de propriétés qui influent directement sur les performances en tant que blindage. Le caractère fortement dynamique des sollicitations ne facilite pas vraiment les mesures et les observations en temps réel, contrairement à ce qui se fait lors d'essais quasi-statiques. Dans ces conditions, l'utilisation de la simulation numérique devient essentielle pour affiner les analyses et améliorer les connaissances concernant le comportement dynamique des céramiques. Des modèles numériques doivent être développés pour représenter tous les phénomènes mis en jeu. Une fois validés, ces modèles pourront également servir aux calculs de dimensionnement de structures qui seront soumises à des environnements comme ceux générés dans la chambre d'expérience du LMJ. Les outils numériques se confrontent actuellement à des difficultés dans la représentation de la fragmentation de la céramique sous impact et la phase de pénétration du projectile ou débris dans la céramique fragmentée, ils doivent alors être améliorés. L'apport principal de ce travail de thèse est de contribuer à l'amélioration de la représentation numérique du comportement mécanique de matériaux fragiles face à des sollicitations dynamiques. Ce travail, financé par le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives (CEA), en collaboration avec l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie (I2M) et le laboratoire Sols, Solides, Structures, Risques (3SR), se place en amont des standards de calcul développés au CEA.

1.3 Plan du manuscrit

À la suite de ce premier chapitre d'introduction, le deuxième chapitre présente une revue de la littérature pour ce travail de thèse. Il explore la phénoménologie des impacts et le jeu d'interactions des ondes de contrainte. Diverses méthodes expérimentales de caractérisation des matériaux fragiles sont exposées, ainsi que les différentes méthodes numériques permettant de reproduire les mécanismes d'endommagement et de fissuration. Ces approches numériques sont souvent complétées par des modèles d'endommagement. La revue de la littérature explore une large gamme de ces modèles qui permettent de mieux représenter les effets dynamiques que les matériaux fragiles exposent. Enfin, le chapitre introduit le principe de l'approche numérique utilisée. L'étude bibliographique met en évidence les différents défis scientifiques auxquels ce travail de thèse contribue à répondre.

Le troisième chapitre se focalise sur la présentation d'expériences antérieures réalisées dans le cadre du projet GEPI, mettant en évidence le phénomène d'écaillage au sein de l'alumine AL23 soumise à des charges intensives. Une description de la configuration expérimentale et des résultats obtenus est proposée. En outre, un domaine est ensuite construit pour représenter l'échantillon d'alumine AL23 issu de ces expérimentations. La calibration des paramètres élastiques microscopiques des liaisons du domaine discret, qui reflètent le comportement élastique macroscopique du matériau, est entreprise. Cette calibration est validée à travers une analyse de la propagation des ondes de contrainte au sein du domaine discret. Enfin, des premières simulations du phénomène d'écaillage dans l'alumine AL23 sont menées en utilisant un critère de rupture basé sur la contrainte.

Le quatrième chapitre se consacre à l'étude et à l'intégration de diverses lois d'endommagement afin de modéliser de manière plus précise l'évolution de la contrainte à la rupture en fonction de la vitesse de déformation, dans le but de mieux reproduire les profils de vitesse des tirs GEPI. Avant d'implémenter ces lois, il est exposé comment implémenter l'endommagement dans l'approche DEM. Une analyse de la gestion orthotrope de l'endommagement est entreprise. Plusieurs paramètres des lois d'endommagement nécessitent d'être calibrés. Une partie de cette calibration est réalisée au moyen de simulations 0D, basée sur la correspondance entre l'évolution de la contrainte à la rupture en fonction de la vitesse de déformation obtenue avec chaque loi d'endommagement, comparée aux données expérimentales. Une autre partie de la calibration se concentre sur la reproduction du profil de vitesse en face arrière d'un tir GEPI. Les expériences GEPI sont ensuite simulées avec l'approche DEM. Une comparaison est effectuée entre les résultats expérimentaux et numériques dans le but d'évaluer chaque loi d'endommagement (notamment les profils de vitesse en face arrière, les plans de fissuration et les zones d'endommagement). De plus, une méthode de mesure numérique de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation est présentée, et son évolution est mise en parallèle avec les mesures expérimentales.

Le cinquième chapitre présente d'autres types d'essais expérimentaux de fragmentation dynamique sur l'alumine AL23 : des essais *Rockspall* et d'impact sur tranche (issus de la littérature) et des expériences de choc laser (réalisées dans le cadre de ce travail). Des simulations numériques DEM, avec la loi d'endommagement identifiée précédemment comme celle qui permet de mieux reproduire les essais d'écaillage des tirs GEPI, sont conduites pour représenter les mécanismes d'endommagement, la fragmentation simple et multiple des cibles d'alumine AL23 soumises à des sollicitations extrêmes.

Enfin, le dernier chapitre présente une campagne expérimentale d'essais *Rockspall* et d'impact sur tranche menée sur une céramique aux propriétés plus complexes que l'alumine AL23 dense : la zircone yttriée projetée plasma. Les données expérimentales produites préparent le terrain pour réaliser des simulations DEM futures, enrichies de nouveaux développement pour modéliser le comportement d'une céramique poreuse.

2 État de l'art

Sommaire

2.1 Étude de la réponse des céramiques face à l'impact d'un projectile 7
2.1.1 Génération et propagation d'ondes 8
2.1.2 Phénoménologie de l'écaillage 9
2.1.3 Comportement mécanique en traction des céramiques et défauts pré-existants 10
2.1.4 Approche statistique de Weibull 12
2.1.5 Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture 16
2.1.6 Conclusion intermédiaire 17
2.2 Caractérisation en traction dynamique 19
2.2.1 Techniques expérimentales de caractérisation du comportement dynamique des céramiques 19
2.2.2 Identification de la résistance à rupture en traction dynamique et de la vitesse de déformation associée au phénomène d'écaillage 27
2.2.3 Conclusion intermédiaire 32
2.3 Modélisation du comportement dynamique endommageable en traction des matériaux fragiles 34
2.3.1 Principe de la contrainte effective 34
2.3.2 Modélisation de l'endommagement 34
2.3.3 Conclusion intermédiaire 37
2.4 Choix de la méthode numérique 38
2.4.1 Approches continues 38
2.4.2 Approches discrètes 39
2.4.3 Conclusion intermédiaire 40
2.5 Principe de l'approche DEM 42
2.5.1 Construction d'un domaine discret 42
2.5.2 Modèle de poutres cohésives 43
2.5.3 Schéma d'intégration dynamique explicite 45
2.5.4 Tenseur des contraintes virielles 46
2.5.5 Conclusion intermédiaire 48
2.6 Conclusion de l'étude bibliographique 49
2.6.1 Verrous scientifiques 49
2.6.2 Démarche adoptée 49

2.1 Étude de la réponse des céramiques face à l'impact d'un projectile

L'objectif principal de ce travail de thèse est de développer un modèle numérique capable de représenter les phénomènes physiques qui interviennent lors de l'impact à grande vitesse d'un projectile sur un matériau fragile. Avant tout, il s'agit d'identifier ces phénomènes pour pouvoir ensuite en trouver une représentation numérique. Beppu et al., 2008 identifia trois phases d'interaction lors d'essais d'impacts sur des plaques de bétons (figure 2.1) : la cratérisation (a), l'écaillage (b) et la perforation (c).

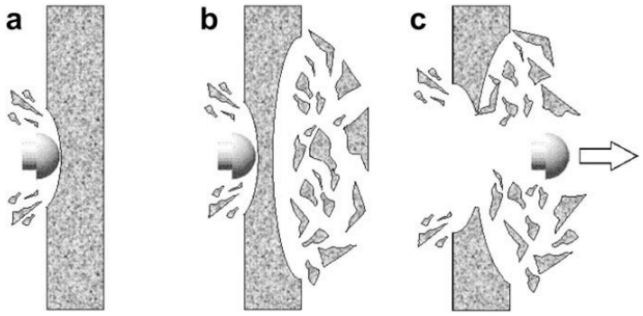


FIGURE 2.1 – Schéma des trois phases d'interaction observées lors d'impacts sur des plaques de bétons : (a) cratérisation (b) écaillage (c) perforation [Beppu et al., 2008].

La figure 2.1 met en évidence le besoin de gérer l'éjection, les mouvements et les interactions de nombreux fragments à l'issue de la fragmentation. Cela contraint le choix de la modélisation, qui sera discuté ultérieurement. Il est nécessaire de comprendre les étapes qui conduisent à la génération de ces fragments pour les modéliser. L'accent sera mis plus spécifiquement sur les phases de génération et de propagation des ondes, ainsi que sur le phénomène d'écaillage.

2.1.1 Génération et propagation d'ondes

Pour bien comprendre la phénoménologie de l'impact d'un projectile sur un bloc de céramique, il faut s'intéresser aux chargements appliqués successivement au bloc de céramique (figure 2.2). Une onde de choc, suivie d'un faisceau d'ondes de détente, est générée lors de l'impact du projectile. Ce train d'ondes a pour effet de solliciter la céramique en compression dans les trois directions d'espace. Si la résistance en compression de la céramique est dépassée, le processus de fragmentation commence, en amont du projectile. Si aucune pression de confinement n'est appliquée dans la zone autour du projectile, les fragments sont éjectés et le projectile entame une phase de pénétration. Lorsque les ondes de détente arrivent en un point donné du bloc de céramique, des contraintes de traction sont appliquées dans les directions radiales et orthoradiales. Un réseau conique de fissures peut alors se former, fragilisant ainsi la céramique et facilitant par la suite la pénétration du projectile. Dès que le train d'ondes arrive en face arrière du bloc de céramique, les ondes de détente interagissent et peuvent générer de nouvelles fissures. Si l'intensité du chargement est suffisante, une fissure de type écaillage se forme proche de la face arrière et un morceau de céramique (appelé « écaille ») est éjecté bien avant l'arrivée du projectile.

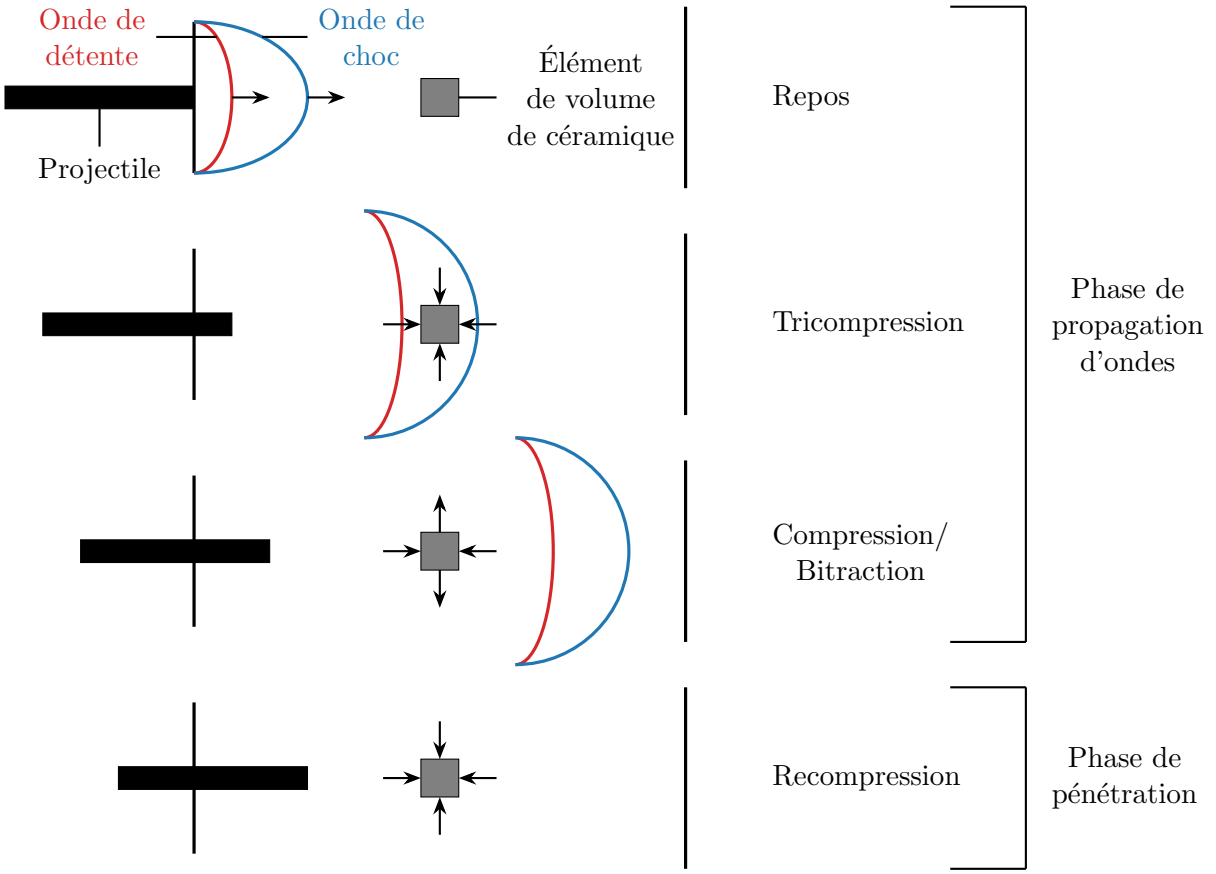


FIGURE 2.2 – Chargements appliqués lors de l'impact d'un projectile sur un bloc de céramique [Malaise, 1999].

2.1.2 Phénoménologie de l'écaillage

Le phénomène d'écaillage a été largement étudié dans la littérature, que se soient pour des métaux, des roches, des composites ou des céramiques [Zinszner et al., 2019, Erzar and Buzaud, 2012, Dargaud and Forquin, 2022, Forquin et al., 2003, Laporte et al., 2012,...]. De nombreuses techniques expérimentales ont été développées pour l'étudier, comme il en sera discuté dans la partie 2.2.1. La figure 2.3 schématise un essai d'impact de plaques qui génère de l'écaillage.

Comme le montre la figure 2.3 (a), un impacteur, se présentant sous la forme d'une plaque, est projeté à grande vitesse sur une autre plaque (appelée communément « cible »). Pour comprendre l'origine du phénomène d'écaillage, la figure 2.3 (b) montre un diagramme de Lagrange (appelé aussi diagramme de marche ou diagramme X-T). Ce diagramme permet de visualiser les mécanismes de propagation et d'interaction des ondes de contrainte, ainsi que les états de contraintes associés. L'impact génère une onde de choc de compression qui se propage dans la cible. Une autre onde de compression est aussi générée par la différence d'impédance entre le projectile et la cible. Elle se réfléchit en un faisceau d'ondes de détente sur la face avant du projectile, puis traverse la face d'impact avant de se propager dans la cible. L'onde de compression qui s'est propagée initialement dans la cible se réfléchit également en un faisceau d'ondes de détente en arrivant sur la face arrière de la cible. Les deux faisceaux d'ondes de détente se croisent, au cœur de la cible, entraînant l'application progressive de contraintes de traction. Si ces contraintes sont suffisamment élevées, la fissuration commence, initiant le phénomène d'écaillage.

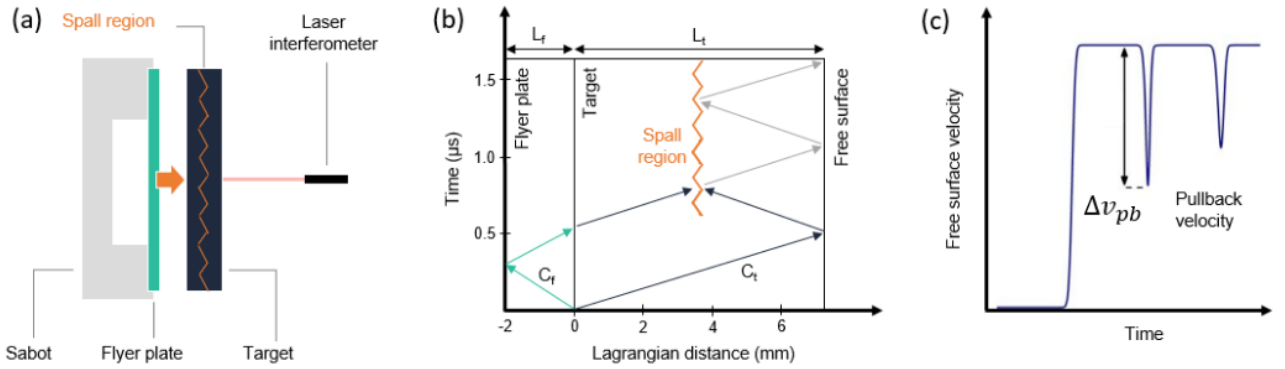


FIGURE 2.3 – (a) Configuration expérimentale d'un essai d'impact de plaques. (b) Diagramme de marche. (c) Profil de vitesse en face arrière typique d'un essai d'écaillage [Dargaud, 2021].

Expérimentalement, le phénomène d'écaillage est reproduit à travers le signal de vitesse capté sur la face arrière de l'échantillon (figure 2.3 (c)). La montée en vitesse correspond à l'arrivée de l'onde de compression incidente sur la face arrière de la cible. Le matériau reste sollicité dans son régime élastique. Le signal de vitesse diminue ensuite dû au rebond de l'onde de compression incidente sur la face arrière, réfléchie en onde de détente. Lors de la fragmentation dynamique due à l'écaillage, une partie de l'onde de détente est réfléchie sur le plan de rupture. Cette onde se propage alors dans l'écaille, alternant entre onde de détente et de compression, produisant des rebonds, visibles sur le signal de vitesse en face arrière.

2.1.3 Comportement mécanique en traction des céramiques et défauts pré-existants

Les céramiques, et plus communément les matériaux fragiles, présentent un comportement fragile ou quasi-fragile en traction. Ce caractère se traduit par une rupture quasi-immédiate une fois leur limite élastique dépassée. Cependant, par les phénomènes comme la microplasticité, la coalescence de microfissures et la population de défauts critiques, la rigidité des matériaux fragiles (et par extension les matériaux quasi-fragiles) ne se détériore pas immédiatement. La figure 2.4 montre une courbe contrainte-déformation issue d'un essai de traction uniaxiale indirecte mené par Ji et al., 2022 sur de l'alumine. Celle-ci est labellisée par six points de référence. La déformation est uniforme jusqu'au point (c) et la contrainte augmente de manière quasi-linéaire, le matériau reste dans son régime élastique. Au point (c), une fissure est initiée sous l'effet du chargement. Les points (d), (e) et (f) correspondent à la propagation de cette fissure jusqu'à la rupture complète de l'échantillon. Il apparaît nettement que le matériau subit une perte de rigidité dès qu'une fissure est amorcée dans l'échantillon et que celui-ci ne se rompt pas instantanément.

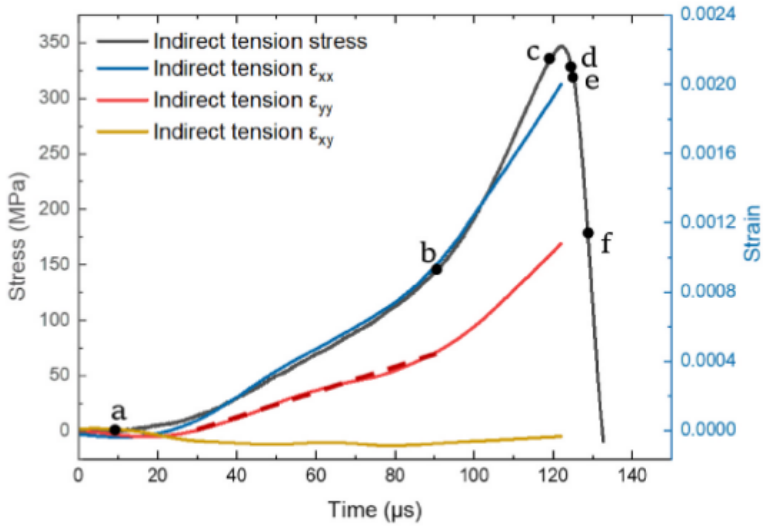
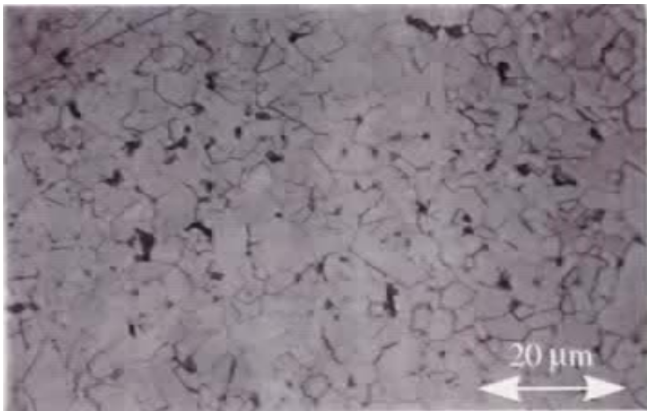
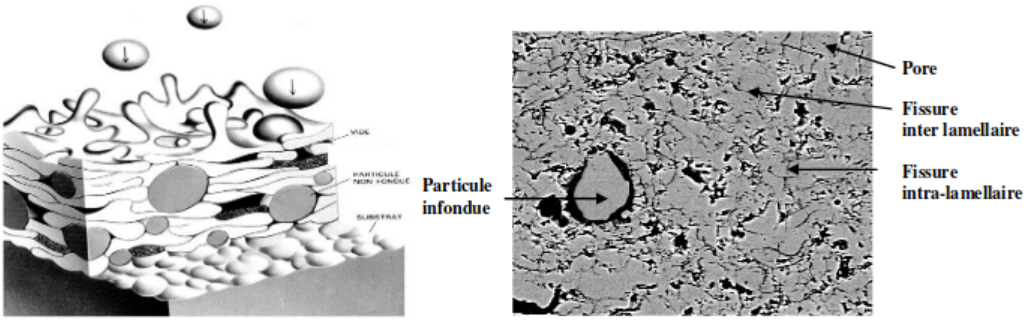


FIGURE 2.4 – Évolution temporelle de la contrainte et de la déformation d'un essai expérimental de traction uniaxiale sur de l'alumine, à la vitesse de déformation de 27 s^{-1} [Ji et al., 2022].

Cette perte de rigidité progressive, bien que quasi-instantanée, est identifiée comme un endommagement des propriétés du matériau au cours du chargement, avant la rupture totale. Le processus de fragmentation résultant de l'amorçage d'un grand nombre de fissures sur des défauts critiques et la distribution spatiale de la contrainte d'amorçage sont supposés jouer un rôle majeur sur le comportement mécanique des matériaux fragiles. Les défauts sont issus du type de procédé de fabrication. La figure 2.5 montre la différence de microstructure entre deux céramiques, une qui est issue d'un procédé de frittage (figure 2.5a) et l'autre d'une projection plasma (figure 2.5b). Alors que dans la première, seules quelques microfissures et joints de grains sont observables, la céramique projetée plasma présente de larges pores et de particules de céramique non fondues, en plus des autres défauts observés.



(a) Micrographie par Microscope Électronique à Balayage (MEB) d'une microstructure d'une céramique frittée [Malaise, 1999].



(b) Schéma du dépôt de céramique par projection plasma et micrographie par Microscope Électronique à Balayage (MEB) d'une coupe transversale polie d'un dépôt de YSZ projetée plasma [Leclerc et al., 2021].

FIGURE 2.5 – Différents types de microstructure et de défauts dans deux céramiques liés au procédé de fabrication.

Les études de Rice, 1977 ont montré que les pores, alors disculpés de leur influence sur la rupture des matériaux fragiles, étaient à l'origine de microfissures à leurs frontières et de la rupture. Les résultats expérimentaux d'impacts de plaques sur des alumines obtenus par Murray et al., 1998 ont montré que la porosité avait une influence sur la Limite Élastique d'Hugoniot (LEH) des alumines étudiées. Cependant, ils notent que leurs observations ne sont pas décorrélées de l'effet de la taille des grains des alumines. L'orientation des porosités est elle aussi importante. Des pores favorablement orientés peuvent générer des zones de traction, menant à la rupture [Bourne, 2006]. Les grains représentent aussi des défauts de grande influence sur la rupture des céramiques. La présence de phase vitreuse inter-grains soumis à un chargement mène à des dislocations, qui peuvent s'additionner aux microfissures pré-existantes [Rice, 1977]. C'est ce qu'a démontré Raiser et al., 1994 avec une campagne expérimentale d'impacts de plaques sur des alumines dont la taille de grain et le pourcentage de phase vitreuse aux joints de grains variaient. Il a été observé qu'une plus faible taille de grains diminuerait l'influence des contraintes résiduelles des joints de grains. Cette étude est motivée par les résultats obtenus par Longy and Cagnoux, 1989, qui observe des phénomènes de microplasticité aux joints de grains. Pour un chargement identique, les contraintes locales appliquées aux grains sont plus élevées pour une alumine plus poreuse. Enfin, Bourne et al., 1994 mena une large campagne expérimentale d'impacts de plaques sur sept alumines composées d'une taille de grains et d'une porosité différente. Dans le même sens que les autres études, leurs observations ont montré que la LEH diminuait avec l'augmentation de la taille des grains et que la contrainte dynamique de traction augmentait plus la porosité de l'alumine testée diminuait.

2.1.4 Approche statistique de Weibull

Principe de l'approche

La nature fragile du comportement mécanique des matériaux céramiques provient donc des différents

types de défauts qui les composent et de la faible ténacité du matériau, qui favorise la propagation des fissures. Contrairement aux matériaux métalliques qui présentent un comportement plastique une fois la limite d'élasticité dépassée, les matériaux fragiles démontrent une certaine dispersion de la résistance à rupture quasi-statique [Jayatilaka and Trustrum, 1977]. Pour modéliser la fragmentation simple, Weibull, 1939 a théorisé une approche statistique de la probabilité de rupture reposant sur deux hypothèses. La première s'appuie sur une population de défauts dispersés dans le matériau de manière probabiliste. La deuxième repose sur une propagation de fissures perpendiculaires à la direction de chargement. Les défauts de la microstructure (représentés par la densité de défauts critiques λ_t de l'équation 2.1) sont reproduits à travers un processus de Poisson [Streit, 2010] tel que :

$$\lambda_\mathrm{t} = \lambda_0 \left(\frac{\langle \sigma \rangle}{\sigma_0} \right)^\mathrm{m}, \tag{2.1}$$

avec m le module de Weibull, σ la contrainte locale et σ_0 le paramètre d'échelle relatif à la densité de défauts critiques de référence λ_0. Les crochets de Macaulay $\langle \cdot \rangle$ indiquent la partie positive de la contrainte locale σ. Le module de Weibull m reflète le comportement probabiliste de la densité de défauts : stochastique si m est faible, déterministe si m est grand. La constante $\frac{\lambda_0}{\sigma_0^\mathrm{m}}$ est un paramètre d'échelle [Hild et al., 2003].

Basée sur une distribution de Poisson, la probabilité d'apparition P_k de k évènements dans un domaine Ω de volume V uniforme s'écrit [Jeulin, 1993] :

$$P_\mathrm{k} = \frac{N^\mathrm{k}}{k!} \exp\left(-N\right), \tag{2.2}$$

où $N = \lambda V$ représente au nombre moyen d'évènements et λ correspond à la densité moyenne d'évènements. La probabilité qu'aucun desdits évènements n'aient lieu s'exprime par :

$$P_{\mathrm{k}=0} = \exp\left(-N\right) = \exp\left(-\lambda V\right). \tag{2.3}$$

L'équation 2.1 intégrée à l'équation 2.2 représente la probabilité de trouver k défauts activés dans un domaine Ω de volume V uniformément chargé :

$$P_\mathrm{k} = \frac{\left(\lambda_\mathrm{t}\left(\sigma\right) V\right)^\mathrm{k}}{k!} \exp\left(-\lambda_\mathrm{t}\left(\sigma\right) V\right). \tag{2.4}$$

D'après le modèle du maillon faible [Rinne, 2009], la probabilité de rupture P_R est définie comme étant la probabilité qu'au moins un défaut dans le volume est activé :

$$P_\mathrm{R} = P_{\mathrm{k}\geq 1} = 1 - P_{\mathrm{k}=0} = 1 - \exp\left(-V\lambda_0 \left(\frac{\langle \sigma \rangle}{\sigma_0} \right)^\mathrm{m}\right). \tag{2.5}$$

Afin de s'assurer de l'uniformité du chargement dans le volume, la notion de volume effectif a été introduite. Le volume V_eff correspond au volume théorique qu'aurait la structure sollicitée de manière uniforme. Il se définit par :

$$V_\mathrm{eff} = \int_\Omega \left(\frac{\langle \sigma^* \left(x, y, z\right) \rangle}{\sigma_\mathrm{R}} \right)^\mathrm{m} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z, \tag{2.6}$$

avec $\sigma_\mathrm{R} = \max_\Omega \sigma^* \left(x, y, z\right)$ et σ^* le maximum de la contrainte principale au point de coordonnées $\{x, y, z\}$. Dans le cas d'essais de flexion trois et quatre points sur des échantillons rectangulaires (essais les plus communément utilisés pour identifier les paramètres de Weibull d'un matériau), le volume effectif est donné comme suit [Jain et al., 2009] :

- essai de flexion trois points :

$$V_\mathrm{eff}^\mathrm{3pt} = \left(\frac{1}{2\left(m+1\right)^2} \right) bhL_\mathrm{o}, \tag{2.7}$$

où L_o la longueur entre les deux points d'appui, b la largeur de l'échantillon et h sa hauteur.

- essai de flexion quatre points :

$$V_{\text{eff}}^{\text{4pt}} = \left(\left(\frac{L_{\text{i}}}{L_{\text{o}}}\right) m + 1\right) \left(\frac{1}{2\,(m+1)^2}\right) bhL_{\text{o}}, \tag{2.8}$$

où L_{i} est la longueur entre les deux points d'application du chargement.

Les démonstrations du calcul effectif d'essais de flexion trois et quatre points de spécimens rectangulaires sont à retrouver en annexe A.

Identification des paramètres de Weibull

Les paramètres de Weibull sont généralement identifiés au moyen d'essais expérimentaux. Des essais de flexion trois ou quatre points quasi-statiques sont menés pour évaluer la dispersion de la contrainte à rupture quasi-statique du matériau étudié. Les contraintes à rupture quasi-statiques sont ensuite arrangées de la plus faible à la plus haute et une probabilité de rupture P_{R} leur est attribuée :

$$P_{\text{R}} = \frac{i - 0{,}5}{N}, \tag{2.9}$$

avec i l'index de la contrainte à rupture quasi-statique et N le nombre total d'essais de flexion réalisés. Afin d'identifier le module de Weibull m, l'équation 2.5 est réécrite en fonction affine :

$$\ln\left(-\ln\left(1 - P_{\text{R}}\right)\right) = m \ln\left(\sigma_{\text{R}}\right) + \ln\left(\frac{V_{\text{eff}}\lambda_0}{\sigma_0^{\text{m}}}\right), \tag{2.10}$$

avec σ_{R} la contrainte à rupture quasi-statique. La fonction affine de l'équation 2.10 est représentée dans un diagramme de Weibull (figure 2.6). Le module de Weibull peut alors être déterminé.

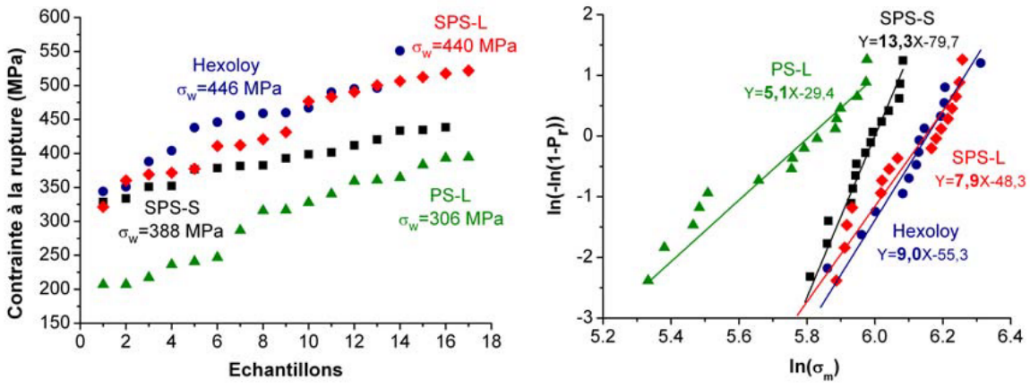


FIGURE 2.6 – Contraintes à rupture d'essais de flexion quatre points quasi-statiques sur quatre nuances de céramiques [Zinszner, 2014] et diagramme de Weibull associé, d'après les résultats de Forquin et al., 2018.

Les essais expérimentaux permettent aussi de déterminer la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_{w} et son écart-type σ_{std} :

$$\sigma_{\text{w}} = \sigma_0 \left(V_{\text{eff}}\lambda_0\right)^{-\frac{1}{m}} \Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right), \tag{2.11}$$

$$\sigma_{\text{std}}^2 = \sigma_0^2 \left(V_{\text{eff}}\lambda_0\right)^{-\frac{2}{m}} \Gamma\left(\frac{m+2}{m}\right) - \sigma_{\text{w}}^2. \tag{2.12}$$

Le paramètre d'échelle $\frac{\lambda_0}{\sigma_0^{\text{m}}}$ défini à l'équation 2.1 est identifié avec l'équation 2.11, connaissant la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_{w} :

$$\left(\frac{\lambda_0}{\sigma_0^{\text{m}}}\right)^{-\frac{1}{m}} = \lambda_0^{-\frac{1}{m}} \sigma_0 = \sigma_{\text{w}} V_{\text{eff}}^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)^{-1}. \tag{2.13}$$

La fonction Γ est la fonction Eulérienne définie par :

$$\Gamma \;:\; z \mapsto \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} \mathrm{d}t \quad \forall z \in \mathbb{C} \;\setminus\; \mathrm{Re}\left(z\right) > 0. \tag{2.14}$$

Limites de l'approche de Weibull

Il semble indispensable de discuter des limites de l'approche statistique de Weibull. Cette approche peut être assimilée à la fois à la fonction de distribution de Weibull ordinaire et à la théorie de rupture statistique. Dans une étude menée par Lei et al., 2020, ces deux notions sont comparées. Leurs conclusions soulignent que l'utilisation de la fonction de distribution de Weibull ordinaire, bien que fréquemment utilisée par souci de simplicité, ne permet par d'obtenir les paramètres de Weibull comme paramètres matériau. En conséquence, cette fonction n'est pas fiable pour la prédiction de la résistance quasi-statique d'un matériau. Il est alors nécessaire d'exploiter la théorie de rupture statistique, basée sur une distribution de défauts uniforme dans l'espace, qui donne une bonne prédiction de la résistance quasi-statique et des paramètres de Weibull intrinsèques au matériau d'étude. Cependant, ces deux approches ne sont pas totalement décorrélées. Considérant certaines hypothèses et au moyen du théorème de la moyenne, Lei et al., 2021 ont transformé la théorie de rupture statistique en fonction de distribution de Weibull ordinaire puis standardisée. Cette étude clarifie l'effet de volume et le nombre de données nécessaires pour la détermination de paramètres de Weibull fiables. L'approche probabiliste de Weibull possède aussi d'autres limites. La théorie indique que pour une même probabilité de rupture (équation 2.5), la résistance d'un échantillon augmente avec la diminution de son volume (figure 2.7), soit :

$$V_{\text{eff}1}\sigma_{\text{w}1}^{\text{m}} = V_{\text{eff}2}\sigma_{\text{w}2}^{\text{m}}. \tag{2.15}$$

Or, cela peut être vu comme une limite : le volume effectif doit être déterminé de façon juste. Forquin et al., 2021 ont contourné cette difficulté en utilisant une distribution de défauts issue d'une microtomographie d'un échantillon vierge.

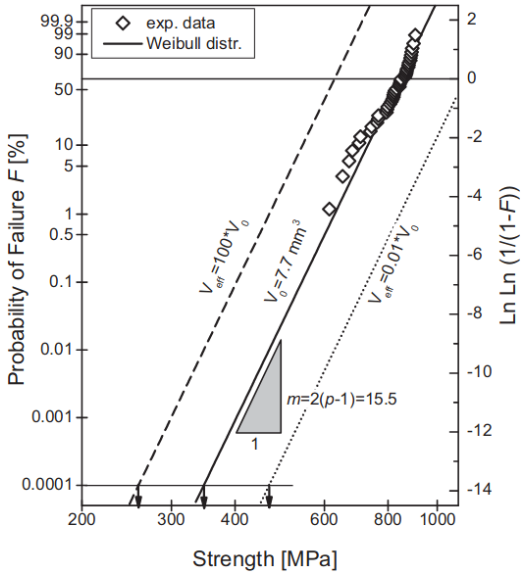


FIGURE 2.7 – Résistance quasi-statique et probabilité de rupture associée de résultats d'essais de flexion sur une céramique de nitrure de silicium ainsi que les distributions de Weibull pour des échantillons cent fois plus grand et plus petit que le volume effectif [Danzer et al., 2008].

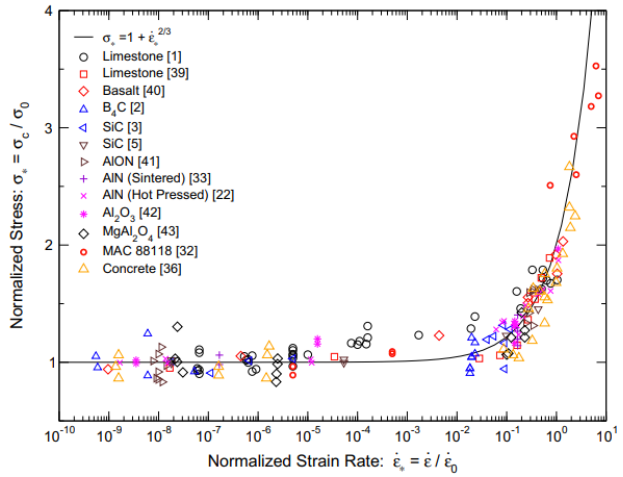
La taille des défauts critiques diminue alors avec la taille du volume des échantillons [Danzer et al., 2007]. Danzer, 2006 démontre que le comportement à rupture quasi-statique d'un matériau fragile ne suit pas nécessairement la distribution de Weibull. Il est fortement influencé par la taille des défauts, leur distribution (bi ou multi modal), ou encore l'état de surface des échantillons. Un volume effectif optimal de $V_{\text{eff}} \simeq 10^{-4}$ mm^3 est conseillé pour des spécimens montrant un module de Weibull d'environ $m = 10 - 20$. L'approche de Weibull souffre en plus d'une hypothèse plus problématique : la population de défauts critiques est intrinsèque au matériau, ils sont donc aussi la cause de la rupture en régime dynamique. Cependant, l'étude de Ramesh et al., 2015 montre que la population de défauts critiques responsable de la rupture dépend fortement du taux de chargement. Les défauts critiques situés au cœur de la zone d'impact d'un échantillon de carbure de bore soumis à un impact balistique n'ont pas pu être clairement identifiés, contrairement aux défauts plus éloignés, qui sont similaires aux

défauts responsables de la rupture quasi-statique [Katz and Brantley, 1971].

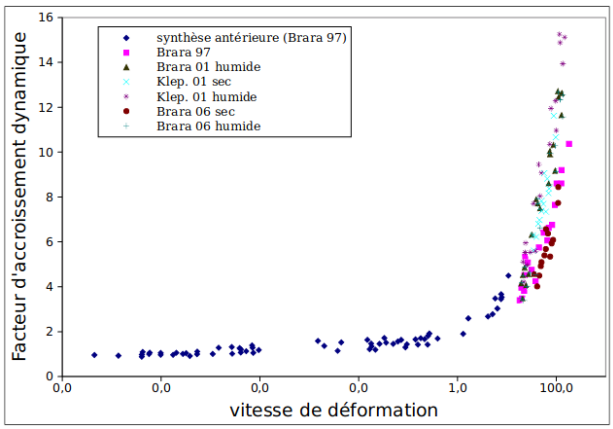
2.1.5 Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture

Comme discuté précédemment à la partie 1, les nombreuses applications des céramiques les amènent à être soumises à des chargements dynamiques à moyennes et hautes vitesses de déformation. Les travaux de la littérature ont démontré que l'influence de la vitesse de déformation sur la résistance en traction et en compression des matériaux fragiles reste une caractéristique à étudier [Forquin, 2017]. En effet, bien que la présence de défauts pré-existants influence la résistance dynamique [Mardoukhi et al., 2017, Saadati et al., 2016], le lien entre la microstructure des matériaux fragiles et l'évolution de la résistance dynamique reste mal défini. Alors qu'un chargement quasi-statique (*i.e.* une faible vitesse de déformation) induit l'initiation d'une fissure (ou la coalescence de plusieurs microfissures) et sa propagation depuis un défaut critique, un chargement dynamique (*i.e.* une moyenne ou haute vitesse de déformation) entraîne l'initiation de plusieurs fissures depuis différents défauts critiques. Cette sensibilité à la vitesse de déformation est aussi influencée par d'autres facteurs liés au chargement (température ambiante, pression hydrostatique, triaxialité et direction du chargement) ou à l'altération à long terme des propriétés initiales du matériau (usure, réactions chimiques lentes, radiations, évaporation de certaines phases [Buzaud et al., 2018, Buzaud et al., 2018]. La présence d'eau libre (notamment dans les bétons), induisant un effet Stefan, peut aussi influencer le comportement des matériaux fragiles soumis à différents niveaux de sollicitation [Rossi, 1991].

De nombreuses études expérimentales ont mises en avant cette sensibilité de la résistance dynamique des matériaux fragiles, notamment des bétons et céramiques. La figure 2.8a rassemble les contraintes à rupture en compression normalisées de nombreux matériaux fragiles en fonction de la vitesse de déformation normalisée [Kimberley et al., 2013]. L'effet de vitesse apparaît nettement et montre une augmentation exponentielle de la contrainte à rupture en compression dès une vitesse de déformation intermédiaire. D'autres résultats expérimentaux ont été résumés par Chambart, 2009 (figure 2.8b). Les contraintes à rupture en traction de bétons augmentent aussi de manière exponentielle avec la vitesse de déformation. Cependant, leur évolution est légèrement décalée : la contrainte à rupture en traction augmente fortement pour des vitesses de déformation supérieure à 10^0 s^{-1}.



(a) Dépendance à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture en compression de nombreux matériaux fragiles, incluant des matériaux géophysiques et d'ingénierie [Kimberley et al., 2013].

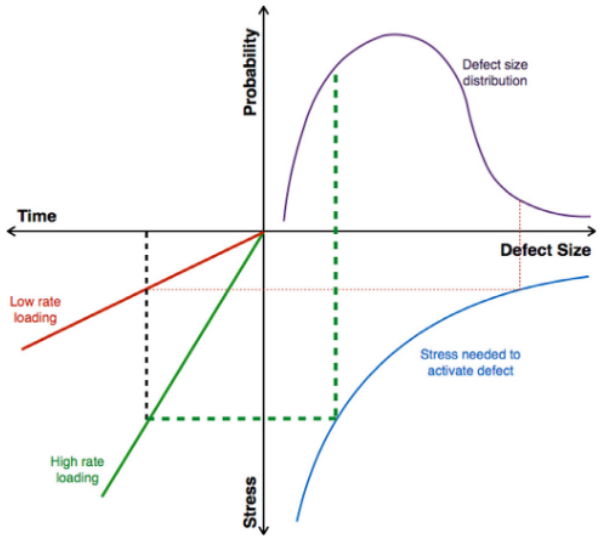


(b) Dépendance à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture en traction de bétons [Chambart, 2009].

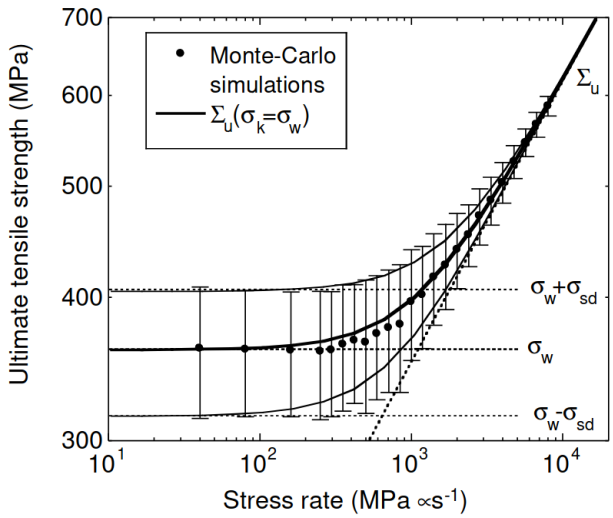
FIGURE 2.8 – Influence de la vitesse de déformation sur le comportement dynamique à rupture (compression et traction) des matériaux fragiles.

Ramesh et al., 2015 illustre par la figure 2.9a cet effet de la vitesse de chargement (équivalent à la vitesse de déformation) sur la résistance dynamique. La probabilité de rupture d'un défaut critique est

définie comme une distribution dépendante de la taille du défaut critique considéré. Celui-ci devient le site d'initiation et de propagation d'une fissure lorsque sa contrainte à rupture est dépassée. Elle est atteinte plus rapidement plus la vitesse de chargement est importante. Cette représentation reflète le contraste entre la fissuration unique induite par une vitesse de chargement faible et une multi-fissuration induite par une vitesse de chargement importante. Forquin et al., 2018 ont mené une étude sur la résistance à la traction dynamique en traction de différents carbure de silicium, démontrant une distribution de la taille des fragments reproductible. Une conclusion de leur travail montre une rupture du matériau déterministe (figure 2.9b) lorsque la vitesse de chargement est élevée (multi-fissuration), alors qu'elle est stochastique pour une faible vitesse de déformation (un seul défaut critique activé amène à la rupture du matériau avec une seule fissure).



(a) Schéma montrant l'influence de la vitesse de déformation sur l'activation de défauts critiques dans un matériau contenant une certaine distribution de défauts critiques [Ramesh et al., 2015].



(b) Essais de Monte-Carlo sur la résistance en traction dynamique à rupture d'un carbure de silicium en fonction de la vitesse de chargement [Hild et al., 2003].

FIGURE 2.9 – Modélisation de la sensibilité de la contrainte dynamique à rupture en traction de matériaux fragiles.

2.1.6 Conclusion intermédiaire

Plusieurs phénomènes physiques interviennent lors de l'impact à grande vitesse d'un projectile ou d'un débris sur une cible de matériau fragile. Des ondes de contrainte sont générées à l'impact et se propagent dans la cible. Les chargements appliqués entraînent la fissuration et la multi-fragmentation de la cible. La pénétration du projectile s'effectue ensuite dans un milieu fragmenté. Le comportement à rupture des matériaux fragiles soumis à un impact reste un domaine ouvert à la recherche. Les travaux de la littérature ont montré que le comportement macroscopique desdits matériaux fragiles trouve ses racines dans leur microstructure, à travers les nombreux défauts qui la constitue. Ces défauts proviennent majoritairement des procédés qui permettent la conception des matériaux. L'approche statistique de Weibull, 1939 permet d'identifier des paramètres intrinsèques aux matériaux fragiles. Les paramètres de cette approche relient la probabilité de rupture d'un matériau fragile à une distribution de défauts probabiliste. Ils mettent en avant la fragmentation simple des matériaux fragiles induite par un chargement quasi-statique. Cette approche statistique reste cependant à exploiter avec précaution. En effet, l'identification des paramètres de Weibull peuvent être biaisés par l'effet de volume des échantillons soumis aux essais expérimentaux. Cette population de défauts dans la microstructure (échelle microscopique) est aussi responsable d'une caractéristique macroscopique complexe des matériaux fragiles : l'effet de vitesse sur la résistance en traction et en compression. Le caractère probabiliste de la résistance quasi-statique lors d'une sollicitation à faible vitesse de déformation et son évolution vers un caractère déterministe pour une forte vitesse de déformation ont été démontrés

expérimentalement. Cette transition s'explique par le passage d'une fragmentation simple en régime quasi-statique à une multi-fragmentation en dynamique. À faible vitesse de déformation, un défaut critique est activé suivant la distribution de Weibull, une fissure est initiée et se propage jusqu'à la rupture. Lors d'un chargement à haute vitesse de déformation, de nombreux défauts critiques sont activés, amenant l'initiation et la propagation de plusieurs fissures de moindre effet, jusqu'à rupture.

2.2 Caractérisation en traction dynamique

2.2.1 Techniques expérimentales de caractérisation du comportement dynamique des céramiques

Afin de caractériser le comportement dynamique d'un matériau, les chargements exercés doivent permettent de solliciter le matériau dans une gamme de vitesse de déformation élevée. La littérature foisonne d'études expérimentales qui impliquent différents moyens expérimentaux. Ceux-ci peuvent être classés en fonction des plages de vitesse de déformation qu'ils permettent d'induire dans le matériau (figure 2.10). Cette partie se concentre sur la présentation de quelques moyens d'essais expérimentaux, permettant d'obtenir des vitesses de déformation situées entre 10^2 s^{-1} et 10^7 s^{-1}, depuis l'essai d'impact de plaques au choc laser.

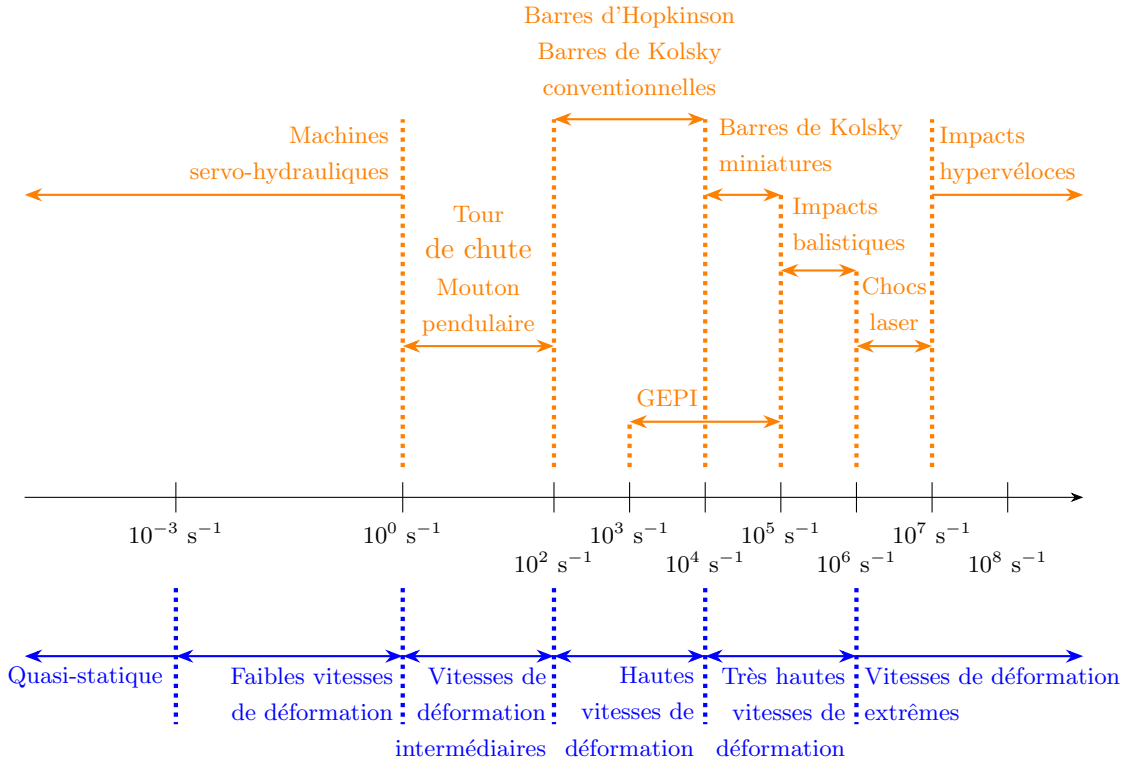


FIGURE 2.10 – Classification des moyens expérimentaux d'étude de la réponse dynamique du matériau en fonction de la vitesse de déformation [Ecault, 2013, Ramesh, 2008].

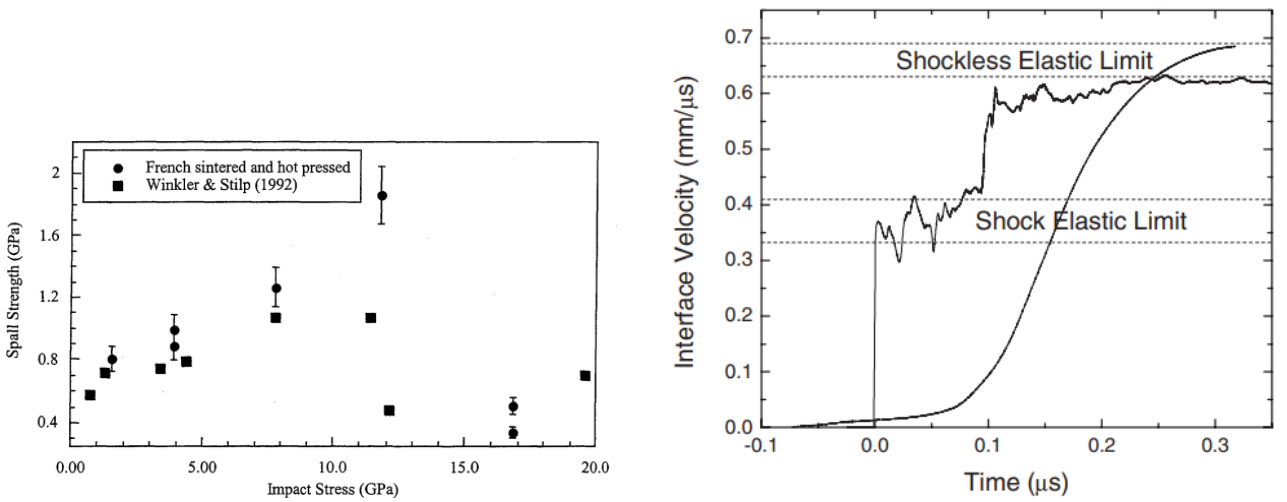
Essais d'impact de plaques

Les essais d'impacts de plaques sont communément utilisés pour étudier le comportement d'un matériau en compression, mais ils ont aussi été exploités pour des essais d'écaillage [Wang et al., 2020]. Cependant, certaines restrictions sont à respecter. Ainsi, pour éviter tout endommagement ou fragmentation en compression, les essais de caractérisation par impact de plaques doivent être effectués à faible vitesse d'impact, sans fenêtre en face arrière de l'échantillon [Paris et al., 2010]. Ce type d'essais ne permettait pas jusqu'à très récemment d'estimer la vitesse de déformation induite dans le matériau soumis à un choc. La contrainte dynamique à rupture, ou contrainte d'écaillage (*i.e.* la contrainte à partir de laquelle le phénomène d'écaillage se produit), n'était alors pas mise en relation avec la vitesse de déformation. Elle était comparée à la contrainte générée par le choc, comme le montre la figure 2.11a, issue des travaux de [Dandekar and Bartkowski, 2001]. Les conclusions de cette étude et des travaux similaires étaient l'identification d'une contrainte d'impact seuil à laquelle la contrainte d'écaillage atteignait son maximum. Ainsi, Dandekar and Bartkowski, 2001 mis en place des essais d'impact de plaques sur différents types de carbures de silicium, avec des contraintes de compression variant de 0,45 GPa à 17 GPa. La contrainte d'écaillage d'un premier carbure de silicium atteint son maximum pour une contrainte d'impact de 11,7 GPa, alors que celle du deuxième n'a pas été

atteinte. Les travaux de Bartkowski and Dandekar, 1996 ont quant à eux montré que la contrainte d'écaillage atteignait un maximum pour un impact de 3,7 GPa. Pourtant, ces études balayait des impacts générant des contraintes entre 1,6 GPa et 12 GPa. Dans une étude postérieure sur du carbure de bore, Bartkowski, 2002 balaie une gamme de contraintes d'impact comprises entre 2 GPa et 15,5 GPa sans identifier une contrainte d'écaillage maximum, celle-ci ne variant pas significativement autour de 0,35±0,07 GPa. Martin, 2004 observa des résultats proches de Bartkowski and Dandekar, 1996 lors d'essais d'impact de plaques sur différentes céramiques, en identifiant une contrainte d'écaillage maximale comprise entre 5 GPa et 7 GPa pour une contrainte d'impact comprise entre 3,8 GPa et 15,3 GPa. Pour ces travaux, la contrainte générée lors de l'impact de plaques est mesurée par interférométrie laser, avec l'équation 2.16 [Dargaud and Forquin, 2022] :

$$\sigma_{\text{impact}} = \frac{\rho_c C_c \times \rho_i C_i}{\rho_c C_c + \rho_i C_i} v_i = \frac{Z_c Z_i}{Z_c + Z_i} v_i, \tag{2.16}$$

où v_i est la vitesse en face arrière de l'impacteur, $Z_i = \rho_i C_i$ (respectivement Z_c) est l'impédance de l'impacteur (respectivement de la cible), avec ρ_i sa densité et C_i la vitesse du son à laquelle il se propage dans le matériau (respectivement ρ_c et C_c du matériau constituant la cible). Cette contrainte sert de donnée d'entré pour une simulation numérique permettant de déduire le chargement et la vitesse de chargement à l'écaillage. La contrainte d'écaillage est mesurée à travers le signal de vitesse en face arrière de la cible avec l'équation de Novikov et al., 1966, qui est explicitée dans la partie 2.2.2.



(a) Contrainte d'écaillage en fonction de la contrainte générée lors d'impacts de plaques sur deux carbures de silicium (fritté, pressé isostatiquement à chaud) [Dandekar and Bartkowski, 2001].

(b) Signaux de vitesse à l'interface de l'impacteur et de la cible d'essais d'impacts de plaques avec et de compression sans choc sur des échantillons de quartz [LaLone and Gupta, 2009].

FIGURE 2.11 – Évolution de la contrainte d'écaillage de matériaux fragiles en fonction de la contrainte d'impact et du type de choc appliqué lors d'essais d'impacts de plaques.

Ces études menées durant les années 1990 n'ont pas identifié la relation existante entre la contrainte d'écaillage et la vitesse de déformation. La raison réside dans la difficulté d'imposer une vitesse de déformation lors d'impact de plaques. Une solution pour dépasser cet obstacle expérimental consiste à concevoir un essai dans lequel la vitesse de déformation est adaptée et maintenue constante dans l'échantillon pendant sa rupture par écaillage. Des études évoluant dans cette direction ont montré que la limite élastique d'un matériau fragile dépendait de la manière dont le pulse de compression était appliqué (figure 2.11b). LaLone and Gupta, 2009 mena des travaux expérimentaux sur des impacts de plaques avec et sans choc sur du quartz, imposant une vitesse de déformation située entre 10^5 s^{-1} et 10^7 s^{-1}. Différents auteurs développèrent des impacteurs à gradient de densité, permettant d'appliquer une rampe de compression, menant au phénomène d'écaillage en contrôlant la vitesse de déformation [Yep et al., 2013, Martin et al., 2007, Forquin and Zinszner, 2017]. Finalement, Dargaud and Forquin, 2022 mena des essais d'impact de plaques sur du carbure de silicium avec des impacteurs d'une forme bien particulière, développés dans le but d'appliquer une rampe de compression

lors de l'impact. Ce type d'impacteurs a permis d'observer le phénomène d'écaillage à une vitesse de déformation quasi-constante. Cette étude mis en relation l'évolution de la contrainte d'écaillage avec la vitesse de déformation associée à la rupture en traction dynamique. Les études de Jones et al., 2020 ont montré qu'après le phénomène d'écaillage, une recompaction de l'échantillon (de cuivre dans leur étude) est observée, alors que le choc reste modeste, de l'ordre de 2 GPa à 3 GPa. Cette recompaction a pour effet de totalement refermer les fissures liées à l'écaillage, modifiant alors le profil de vitesse en face arrière de l'échantillon.

Le principe de l'essai d'impact de plaques est schématisé de manière chronologique sur la figure 2.12. L'état de compression est représenté en bleu, l'état de détente en rouge. En addition du schéma de l'essai, la contrainte et la contrainte nette sont représentées, la contrainte nette étant l'état de contrainte macroscopique. L'essai est explicité en dix étapes, de la manière suivante :

- figure 2.12 (a) : l'impacteur, d'une épaisseur e_i, est animé d'une vitesse constante V_0 dans la direction de la cible, d'une épaisseur e_c.
- figure 2.12 (b) : au moment de l'impact plan, deux ondes de compression sont générées, une dans la cible et une dans l'impacteur. Les deux ondes de compression se propage dans une direction opposée, à une vitesse propre au matériau selon son impédance.
- figure 2.12 (c) : l'épaisseur de l'impacteur étant plus faible que celle de la cible, l'onde de compression atteint plus rapidement la face arrière de l'impacteur et se réfléchit en onde de détente. Additionné au train arrière de l'onde de compression, ceci a pour effet d'abolir la contrainte nette à la face arrière de l'impacteur.
- figure 2.12 (d) : la moitié de l'onde de compression dans l'impacteur est réfléchie en onde de détente. La contrainte nette montre que l'impacteur se trouve alors dans un état totalement déchargé. L'onde de compression dans la cible se propage toujours.
- figure 2.12 (e) et (f) : le contact entre la cible et l'impacteur est rompu.
- figure 2.12 (g) : l'onde de compression de la cible se propage et se réfléchie en onde de détente sur la face arrière. Á la face arrière de la cible, la contrainte nette est nulle.
- figure 2.12 (h) : lorsque la moitié de l'onde de compression est réfléchie en onde de détente, l'état de contrainte dans la cible est nul. Dès lors, la cible est soumise à un état de tension.
- figure 2.12 (i) et (j) : la contrainte nette de la cible n'est plus que de la détente. Le phénomène d'écaillage peut se produire si la contrainte d'écaillage du matériau de la cible est dépassée. Sinon, l'onde de détente continue de se propager dans la cible et fait des allers-retours, en se réfléchissant entre onde de détente et de compression au fur et à mesure que l'onde se réfléchie sur la face avant et arrière de la cible, qui sont alors libres.

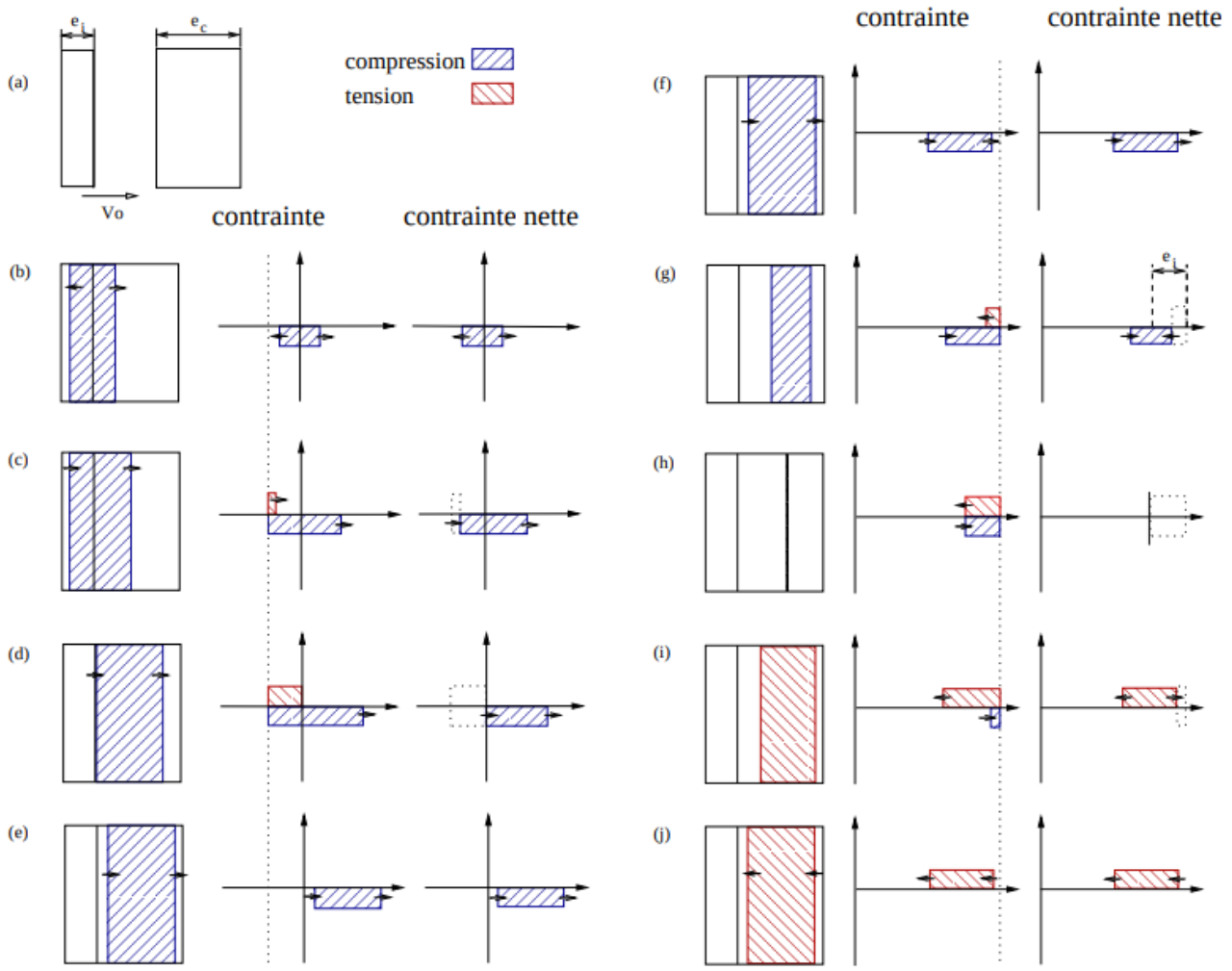
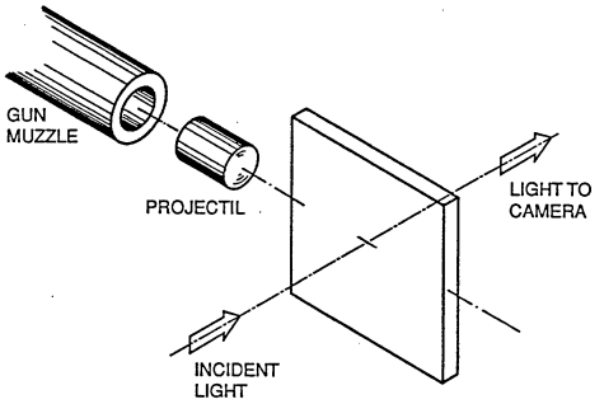


FIGURE 2.12 – Schéma de la propagation d'ondes et de l'état de contraintes induits lors d'un impact de plaques [Czarnota, 2006].

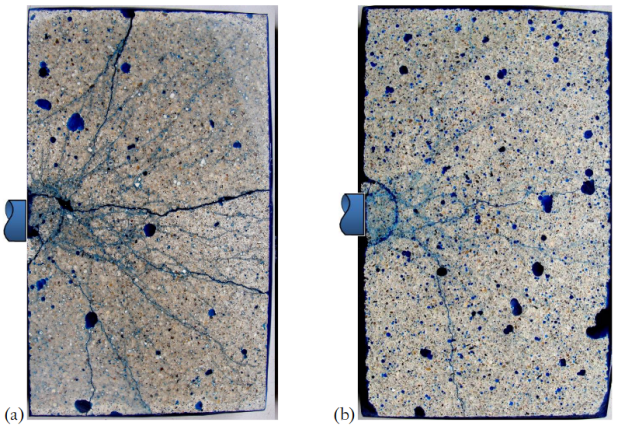
Essais d'impact sur tranche

La configuration expérimentale des essais d'impact sur tranche ont d'abord été développés dans les années 1980-1990 en Allemagne [Strassburger et al., 1994, Strassburger and Senf, 1995, Strassburger et al., 1997], puis plus récemment en France [Forquin et al., 2003, Riou et al., 1998, Denoual and Hild, 2000]. L'objectif des essais d'impact sur tranche est d'étudier le comportement dynamique des matériaux fragiles sous sollicitations extrêmes et d'étudier les différents mécanismes d'endommagement lors de la fragmentation. Les travaux expérimentaux de Strassburger et al., 1994 et de Senf et al., 1994 leur ont permis d'étudier la vitesse de propagation des fissures dans différentes céramiques. Le principe des essais est montré sur la figure 2.13a. Un projectile est amenée à une vitesse considérable (plusieurs centaines de mètres par seconde) par un lanceur à gaz, dans le but qu'il impacte sur la tranche l'échantillon. Pour comprendre les différents mécanismes de l'endommagement et le processus de fragmentation, différentes configurations d'essais d'impacts sur tranche sont définis par Zinszner et al., 2015 : la configuration ouverte et la configuration sarcophage. La configuration ouverte, où l'échantillon reste libre de conditions limites, permet de visualiser la fragmentation dynamique avec des caméras rapides. La deuxième configuration, appelée sarcophage, impose un confinement à l'échantillon. Cela permet, en introduisant une résine à la fin de l'essai dans le confinement et de récupérer l'échantillon avec ses fragments dans leur position initiale. Une analyse post-mortem des échantillons permet d'identifier la densité de fissuration induite par l'impact (figure 2.13b), ou bien d'identifier l'influence des défauts de différents matériaux. Les travaux de Forquin and Erzar, 2010 ont montré l'influence de la présence d'eau libre dans des microbétons sur la densité de fissuration. Celle-ci est mise en relation avec la vitesse de déformation induite lors du choc dans les travaux de

Dargaud, 2021. L'évaluation de la vitesse de déformation est précisée dans la partie 2.2.2.



(a) Configuration expérimentale d'essai d'impact sur tranche [Senf and Winkler, 1997].

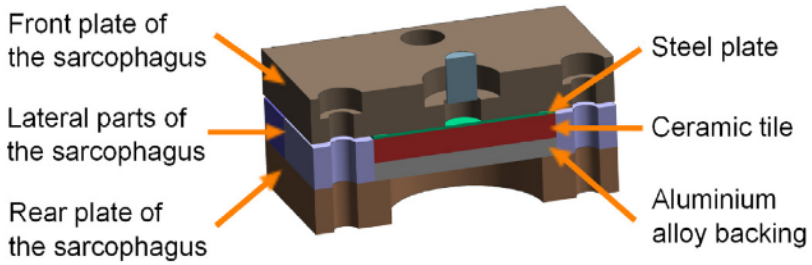


(b) Échantillons fragmentés de microbétons (a) sec et (b) humide lors d'essais d'impact sur tranche [Erzar, 2010].

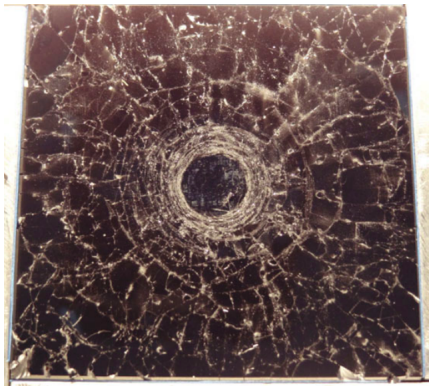
FIGURE 2.13 – Essai d'impact du tranche.

Essais d'impact normal

Les essais d'impact normal sont relativement nouveaux en comparaison des essais d'impact sur tranche. La littérature est assez peu documentée quant aux études expérimentales d'essais d'impact normal. La configuration de tels essais s'apparente à celle des essais d'impact sur tranche précédemment explicitée. Un carreau est confiné dans un sarcophage, afin de récupérer les fragments post-mortem. Un projectile est envoyé par lanceur à gaz perpendiculairement au carreau (figure 2.14a). Malaise, 1999 a étudié l'effet du confinement sur le comportement mécanique de la céramique fragmentée sous impact grâce à une tige encapsulée dans un cylindre en polycarbonate. Les essais ont démontré l'influence majeure de la pression hydrostatique sur l'éjection des débris. Zinszner et al., 2012 mena des essais expérimentaux d'essais d'impact normal sur des céramiques dans le but de caractériser, d'une part, leur résistance à la pénétration, mais aussi pour étudier la densité de fissuration des échantillons (figure 2.14b). L'étude des fragments post-mortem aux essais ont été identifiés comme similaires à ceux issus des essais d'impact sur tranche, d'après Zinszner et al., 2015. La distribution de la taille des fragments a aussi été étudiée par Dargaud, 2021. Une méthode issue de ces travaux a aussi été développée pour identifier la vitesse de déformation associée aux essais, ce qui a permis de mettre en relation la densité de fissuration avec la vitesse de déformation (explicitée dans la partie 2.2.2). Cette évolution est directement liée au comportement dynamique à rupture des matériaux fragiles étudiés, tout comme la contrainte d'écaillage en fonction de la vitesse de déformation.



(a) Configuration expérimentale d'un essai d'impact normal en configuration sarcophage [Zinszner et al., 2015].



(b) Vue post-mortem d'un carreau de céramique fragmenté après un essai d'impact normal [Zinszner et al., 2012].

FIGURE 2.14 – Essai d'impact normal.

Essais *Rockspall*

L'essai « *Rockspall* », autrement appelé « *rocking spalling* », est un essai démontrant le phénomène d'écaillage qui a été développé par Forquin, 2012 et Forquin and Cheriguene, 2011. Cet essai a pour principale mission l'investigation de la vitesse de propagation de fissures lors d'essai dynamique à vitesse de déformation imposée. Il trouve ses origines dans l'essai d'écaillage conventionnel [Klepaczko and Brara, 2001]. Le principe de l'essai « *Rockspall* » (figure 2.15) réside dans l'impact d'un projectile impactant une barre d'Hopkinson, la face arrière de celle-ci étant en contact avec le spécimen. Celui-ci, dont les dimensions sont similaires aux échantillons d'essai d'impact sur tranche, est entaillé à deux endroits. La grande entaille se situe proche de la face avant de l'échantillon, alors que la petite entaille est proche de sa face arrière. L'onde de compression qui traverse la barre d'Hopkinson se propage dans l'échantillon. Lors du passage de l'onde de compression dans l'échantillon, une partie de celle-ci se réfléchie en onde de détente sur la grande entaille, créant un effet de bascule (« *rocking* ») et une discontinuité du champ de contrainte au niveau de la petite entaille, initiant l'amorçage d'une fissure qui se propage depuis la pointe de la petite entaille jusqu'à celle de la grande.

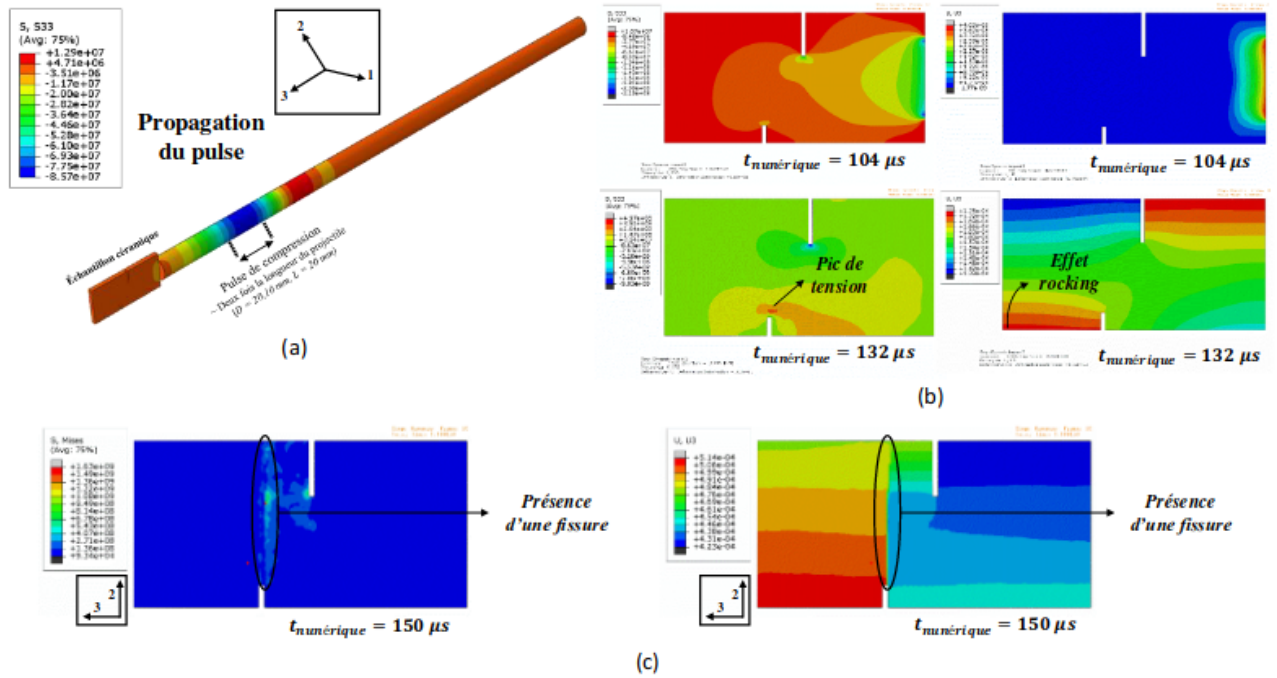


FIGURE 2.15 – Principe de l'essai « *Rockspall* » : (a) propagation d'une onde de compression dans la barre d'Hopkinson, (b-c) évolution chronologique du champ de contrainte modélisée par la *Finite Element Method* (méthode des éléments finis) (FEM) [Duplan, 2016].

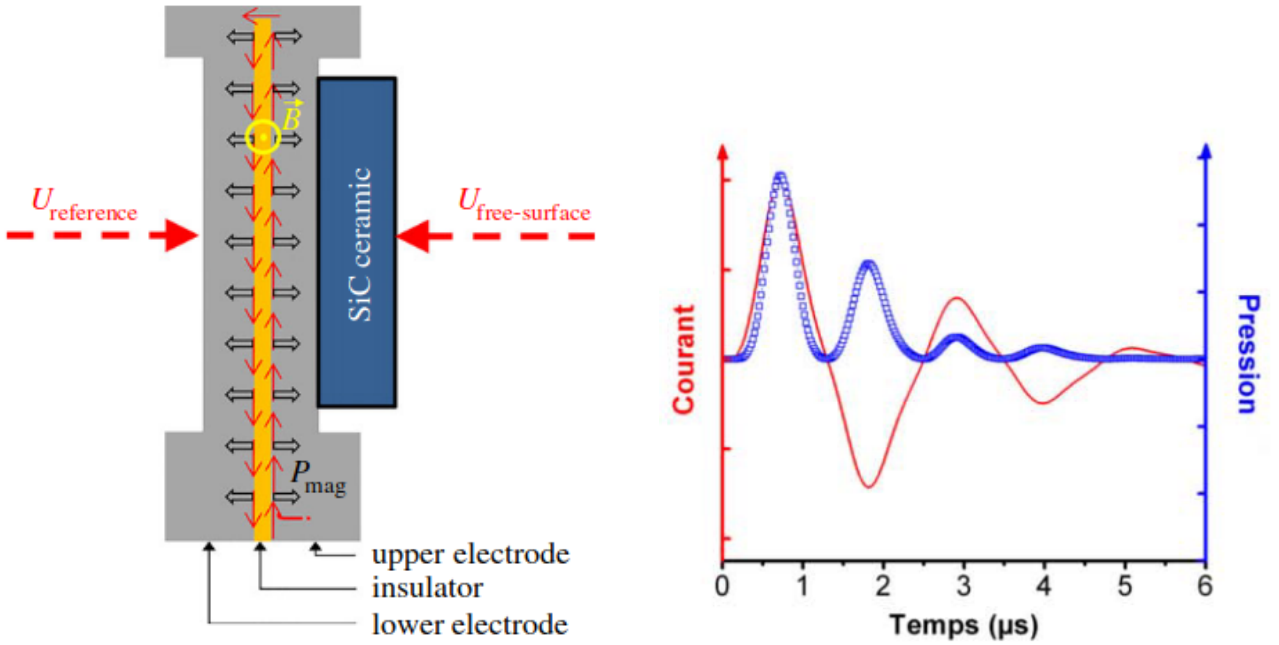
Les travaux de Forquin and Cheriguene, 2011 ont montré qu'il est possible, par corrélation d'image, d'identifier une vitesse de propagation de fissure à la suite des essais « *Rockspall* ». La position des deux entailles ont été méthodiquement étudiées par simulations numériques (FEM) afin de définir la position exacte à laquelle la fissure serait dans les meilleures condition pour être amorcée [Forquin, 2012]. Les travaux les plus récents ont été fournis par Duplan, 2016 et Duplan et al., 2018 sur des céramiques. Une conclusion est qu'il ne semble pas y avoir de claire corrélation entre la vitesse de fissuration d'un matériau fragile et sa ténacité.

Essais GEPI

Le moyen expérimental Générateur Électrique de Pressions Intenses (GEPI) est un outil du CEA-Gramat qui permet d'appliquer une rampe de pression dans les matériaux d'essais sans choc. Un outil similaire (CQ-4) a été développé à l'Institut de Physique des Fluides, de l'académie chinoise d'ingénierie physique [Wang et al., 2013]. Le moyen d'essai est composé de 28 condensateurs mis en parallèle capables, lors de leur décharge simultanée, de délivrer une intensité entre 2,8 MA et 3,5 MA en 550 ns (figure 2.16b). Les condensateurs sont reliés à deux électrodes mis en court-circuit. Leur décharge induit un champ magnétique intense, qui génère par effet Laplace une rampe de pression dans les deux électrodes (figure 2.16a). Ce type d'essai, de par sa configuration symétrique, présente l'avantage de pouvoir caractériser deux échantillons différents en un essai, ou bien un seul mais avec une mesure de référence grâce à une électrode sans échantillon. L'onde de compression ainsi générée traverse alors chacune des électrodes et se propage ensuite dans les matériaux à caractériser. La pression magnétique exercée à l'interface des électrodes et des échantillons est donnée par l'équation 2.17 :

$$P_{\text{mag}}(t) = \frac{B_{\text{th}}^2(t)}{2\mu_0} = k_{\text{p}} \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{I(t)}{W} \right)^2, \tag{2.17}$$

où $B_{\text{th}}(t)$ est le champ magnétique théorique dans la configuration ligne plate évoluant dans le temps, μ_0 la perméabilité magnétique dans le vide, I est l'évolution temporelle de l'intensité du courant et W la largeur des électrodes (dans leur partie utile). Le coefficient k_{p} corrige la prise en compte les effets de bord de la partie terminale des électrodes. D'après l'équation 2.17, il es possible de contrôler le niveau de pression transmis dans les échantillons. Ainsi, en variant la largeur des électrodes ou l'intensité du courant, il est possible d'atteindre des niveaux de pressions jusqu'à 80 GPa.



(a) Configuration expérimentale d'un essai GEPI [Zinszner et al., 2017].

(b) Intensité de courant et niveau de pression délivrés lors d'un essai GEPI [Zinszner, 2014].

FIGURE 2.16 – Essai GEPI.

Le principe des essais GEPI se base sur les travaux de Mangeant, 2002, dans le but de réaliser des essais quasi-isotropes et des impacts hyper-véloces de plaques [Hereil, 2004, Avrillaud et al., 2003]. Le moyen d'essai GEPI a permis d'étudier le comportement dynamique de composites par Gay et al., 2013. Les essais GEPI ont aussi aidé Erzar et al., 2013 à étudier le phénomène d'écaillage dans des échantillons de mortier. Les études mirent en relation la contrainte d'écaillage et la vitesse de déformation associée. En effet, comme vu précédemment, imposer une vitesse de déformation dans le but d'observer le phénomène d'écaillage nécessite une rampe de compression et non un choc. Les essais GEPI apportent cet avantage, comparés aux essais d'impact de plaques, sans qu'un type d'impacteur bien spécifique soit à développer. De plus, les essais ne détruisent pas les échantillons, ce qui permet de mieux visualiser la densité de fissuration post-mortem. Ainsi, les essais d'écaillage de Erzar and Buzaud, 2012 menés sur de l'alumine ont mis en relation les différents mécanismes de fissuration (initiation, propagation, coalescence) avec la vitesse de déformation et la contrainte d'écaillage observées. D'autres études avec le moyen GEPI ont été menées sur différents matériaux fragiles pour comprendre leur comportement dynamique à rupture en traction [Zinszner, 2014, Zinszner et al., 2015, Zinszner et al., 2017, Erzar and Zinszner, 2018, Laporte, 2011].

Essais de choc laser

La littérature est peu abondante concernant les essais d'écaillage ayant pour but d'étudier le comportement dynamique à rupture en traction des matériaux fragiles. Le principe d'un essai de choc laser consiste à appliquer une impulsion laser sur un échantillon maintenu sur un porte-cible (figure 2.17). Lors de l'arrivée du faisceau laser sur la cible, une partie de l'impulsion transforme instantanément une mince épaisseur de la cible en plasma. L'autre partie de l'impulsion laser génère une onde compression dans le matériau. Il est alors possible d'observer le phénomène d'écaillage, de la même manière que pour les autres types d'essais. Afin de maximiser le niveau de pression appliqué, des techniques expérimentales ont mis en œuvre un confinement. Le plasma ainsi produit est prisonnier du confinement, et augmente l'amplitude de l'onde de compression appliquée à l'échantillon.

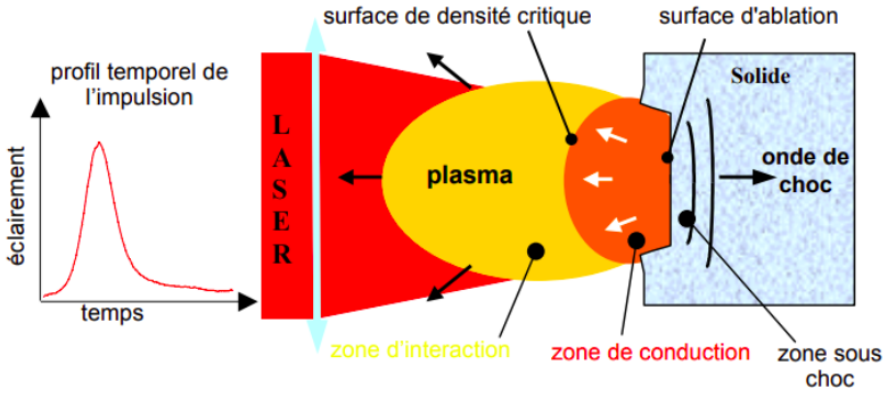


FIGURE 2.17 – Principe de l'essai laser [Arrigoni, 2004].

Différents travaux ont étudié le comportement dynamique de matériaux sollicités par choc laser. Cuq-Lelandais, 2010 étudia la nucléation, la croissance et la coalescence de fissures induites par écaillage (issu d'un choc laser). Par différents essais (impacts de plaques, GEPI, choc laser), Laporte, 2011 étudia l'écaillage d'une résine époxy (Araldur). Les travaux de Laporte et al., 2012 ont permis d'identifier une contrainte d'écaillage dans des composites, ainsi que ceux de Ecault, 2013. Leurs conclusions montrent que la rupture peut être détectée par le signal de vitesse en face arrière et que la contrainte d'écaillage est dépendante du pulse du laser appliqué. Jebahi, 2013 mena des études sur le comportement dynamique à rupture du verre de silicium soumis à un choc laser et Morena and Peroni, 2021 sur du graphite.

2.2.2 Identification de la résistance à rupture en traction dynamique et de la vitesse de déformation associée au phénomène d'écaillage

Comme exprimé dans la partie 2.1.5, le comportement dynamique à rupture des matériaux fragiles en traction est sensible à la vitesse de déformation. Différentes méthodes ont été développées et exploitées par différents auteurs pour identifier la contrainte dynamique à rupture (ou contrainte d'écaillage dans les essais impliquant ce phénomène) et la vitesse de déformation associée. Cependant, l'identification de ces données demande de connaître le plan d'écaillage, le temps auquel le phénomène se produit, la contrainte d'écaillage et la vitesse de déformation associée à la rupture. Dans la mesure où la validation des modèles numériques demande une représentation correcte de la sensibilité de la contrainte dynamique à rupture en traction des matériaux fragiles à la vitesse de déformation, différentes méthodes appliquées aux modèles numériques ont été développées et sont expliquées dans cette partie.

Identification du plan d'écaillage

Dans une première mesure, l'identification du plan d'écaillage est nécessaire pour ensuite déterminer la contrainte d'écaillage et la vitesse de déformation associée. Dans certains travaux expérimentaux, la détermination du plan d'écaillage est pragmatique, résultant d'observations expérimentales. Ainsi, Erzar and Forquin, 2010 mena des essais d'écaillage par barres d'Hopkinson sur des échantillons de microbétons, Klepaczko and Brara, 2001 et Blasone et al., 2021 sur des échantillons de bétons. Ces auteurs déterminent le plan d'écaillage comme étant la position à laquelle l'échantillon se rompt lors des essais d'écaillage menés. Wu et al., 2005 et Galvez Diaz-Rubio et al., 2002 choisissent le plan d'écaillage comme étant la première fissure apparaissant lors de l'essai. Cette méthode possède l'avantage d'être directe et proche de l'expérience. Cependant, elle n'est valide que pour de faibles vitesses de déformation. Les essais à haute vitesse de déformation induisent une fragmentation multiple et une éjection de nombreux fragments, rendant l'identification d'un seul plan de fissuration plus difficile. D'autres auteurs choisissent de déterminer le plan d'écaillage par observations numériques. Hwang et al., 2020 déterminent le plan de fissuration par observation numérique de la fissure principale (figure 2.18). Ce type de méthode demande une justification de l'identification du plan d'écaillage car une simple visualisation de plan de rupture reste assez floue.

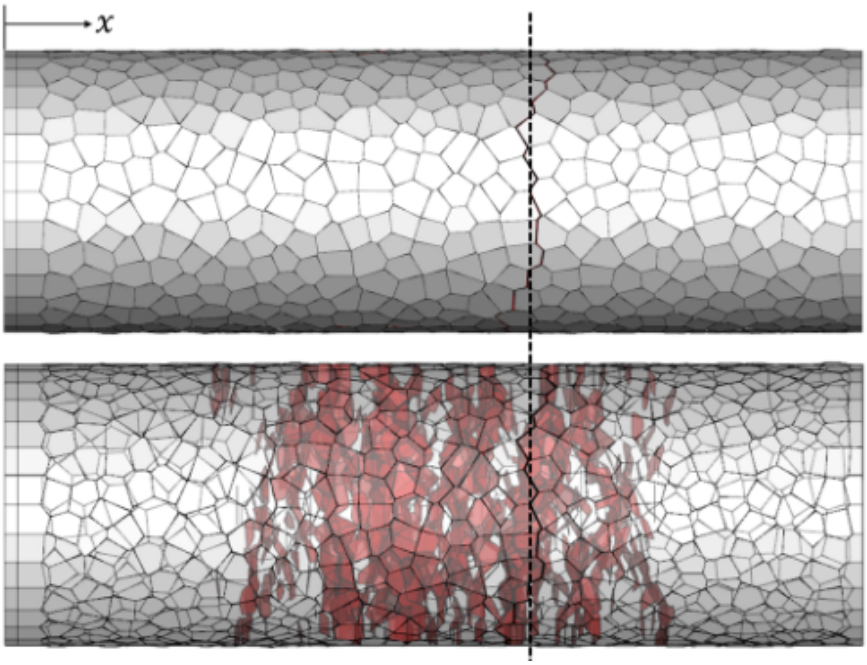


FIGURE 2.18 – Détermination numérique du plan d'écaillage par localisation de la fissure principale [Hwang et al., 2020].

Une autre méthode, développée quasi-simultanément par Dargaud and Forquin, 2022 et Hwang et al., 2016, consiste à définir le plan d'écaillage comme étant le plan responsable du signal de vitesse en face arrière. Ainsi, Hwang et al., 2016 mena des simulations numériques d'essais d'écaillage par barres d'Hopkinson sur du béton soumis à de hautes vitesses de déformation. Le plan de fissuration est déterminé en prenant en compte l'onde de détente, issue de la réflexion de l'onde de compression incidente sur la face arrière de l'échantillon numérique, qui se propage dans le matériau. Celle-ci permet d'identifier le plan d'écaillage si la contrainte exercée dans l'échantillon dépasse la contrainte à rupture du matériau. D'un point de vue temporel, l'onde de détente est la première à activer la rupture et la plus proche de la face arrière. Sur le même principe, Dargaud and Forquin, 2022 utilise une méthode légèrement différente. Une fois réfléchie sur la face arrière de l'échantillon numérique considéré purement élastique, l'onde de détente se propage dans l'échantillon depuis la face arrière vers la face avant. Par simulation numérique, il est possible de mesurer la contrainte de traction. Dès lors, un seuil est fixé au même niveau que la contrainte d'écaillage mesurée (pour cette méthode, la contrainte d'écaillage est mesurée avant l'identification du plan de fissuration, comme détaillé précédemment). Chaque plan de fissuration (d'une largeur d'un élément fini) est identifié si la contrainte de traction exercée est supérieure au seuil. Pour tous les plans de fissuration déterminés, un calcul (équation 2.18) du temps de parcours de l'information du rupture jusqu'à la face arrière de l'échantillon numérique est réalisé :

$$t_{\text{rear}} = t_{\text{R}} + C_{\text{L}} \times e, \tag{2.18}$$

où t_{rear} est le temps auquel l'information de rupture arrive à la face arrière de l'échantillon, t_{R} le temps auquel la contrainte de traction exercée dans le plan de rupture dépasse la valeur seuil (contrainte d'écaillage), C_{L} la vitesse des ondes longitudinales dans le matériau représenté et e la distance entre le plan de fissuration et la face arrière. Le plan de fissuration responsable de l'écaillage est alors défini comme étant celui dont l'information de rupture est arrivée en première sur la face arrière (figure 2.19). Bien qu'ingénieuse, cette technique ne prend pas en compte la responsabilité, l'influence et la dépendance de plusieurs plans de fissuration dans la mesure du signal de vitesse en face arrière. De plus, de par les modélisations numériques réalisées, un plan de fissuration ne peut qu'être plan, alors que les essais expérimentaux montrent qu'il ne l'est pas nécessairement. L'utilisation de simulations purement élastiques ne prend pas en compte l'endommagement dans l'échantillon, alors qu'un plan de fissuration peut être initié sans que son endommagement ne soit nécessairement total.

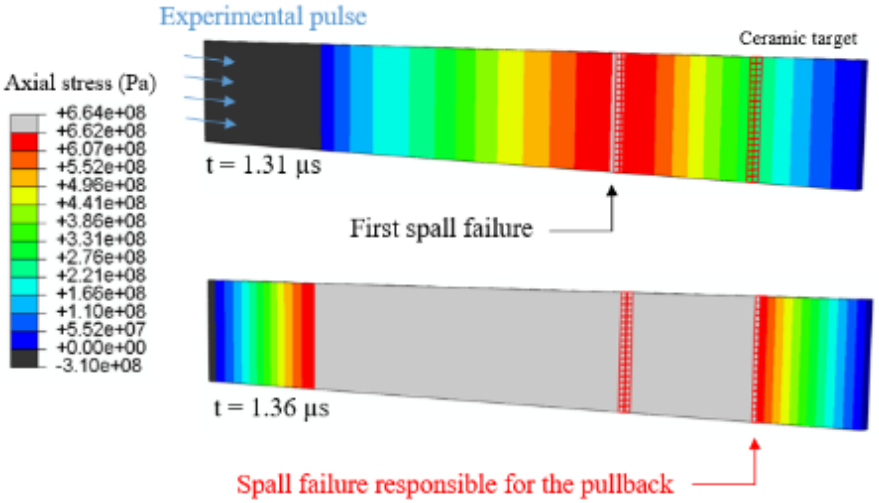


FIGURE 2.19 – Identification du plan d'écaillage responsable du signal numérique de vitesse en face arrière [Dargaud, 2021].

Enfin, une autre méthode utilise le signal de vitesse en face arrière. Différents auteurs comme Zinszner et al., 2015, Zinszner et al., 2017, Erzar and Buzaud, 2012 et Erzar et al., 2013, ayant réalisés des essais expérimentaux avec le moyen d'essai GEPI sur des céramiques, des bétons et du mortier, à hautes vitesses de déformation, utilisent cette technique. Elle consiste à analyser les rebonds du signal de vitesse en face arrière et de calculer, connaissant la vitesse des ondes longitudinales, l'épaisseur de l'écaille (distance entre le plan de rupture principal et la face arrière de l'échantillon). Cette technique est largement utilisée. Cependant, elle demande de prendre en compte des hypothèses. L'écaille ne reste pas totalement intacte durant un essai d'écaillage, l'endommagement peut y être activé à plusieurs endroits. La vitesse des ondes longitudinales peut alors être altérée. De plus, le signal de vitesse en face arrière n'est pas toujours aussi précis que sur la figure 2.20 selon les matériaux étudiés, il devient alors complexe d'identifier les différents rebonds du signal de vitesse en face arrière.

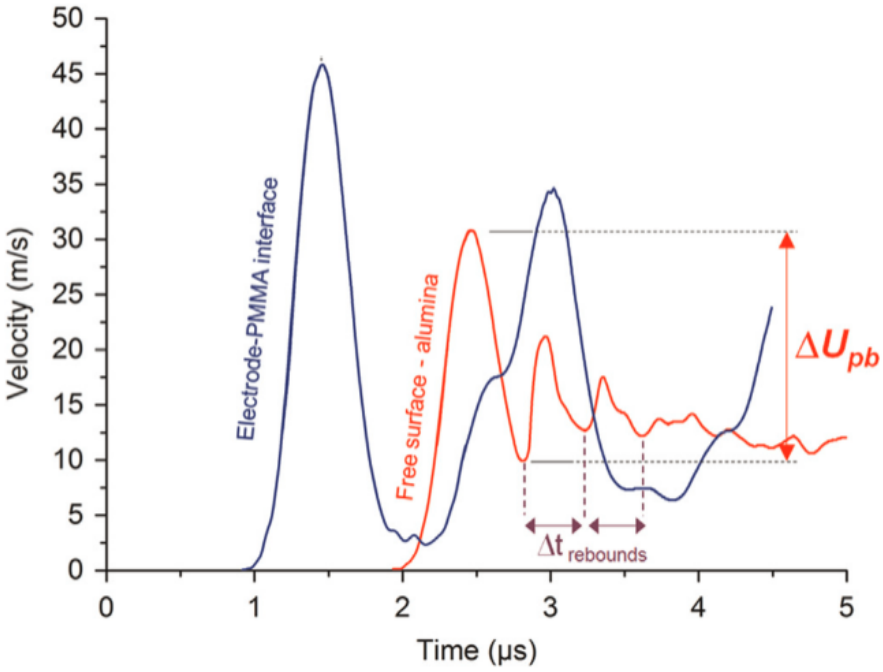


FIGURE 2.20 – Signaux de vitesse en face arrière d'un échantillon de céramique (bleu) et d'une électrode (rouge) lors de l'essai GEPI G672 [Zinszner et al., 2015].

Identification de la contrainte d'écaillage

Lorsque le plan d'écaillage est correctement défini, l'identification de la contrainte d'écaillage, ou la contrainte en traction dynamique responsable de la rupture, est un deuxième écueil. Il existe aussi différentes méthodes pour sa détermination. Une des premières méthodes, notamment pour les essais aux barres d'Hopkinson, consiste à évaluer la contrainte d'écaillage avec l'onde de compression incidente et l'onde de détente réfléchie. Les travaux d'essais d'écaillage aux barres d'Hopkinson sur des microbétons de Erzar and Forquin, 2010 et sur des bétons de Klepaczko and Brara, 2001 et de Wu et al., 2005 utilisent cette technique. Elle est aussi appliquée dans les travaux d'essais brésiliens dynamiques sur des céramiques de Galvez Diaz-Rubio et al., 2002. Des jauges de déformation sont positionnées sur toute la longueur de l'échantillon. Ainsi, les signaux temporels de l'onde de compression incidente et de l'onde de détente réfléchie sur la face arrière peuvent être récupérés (figure 2.21). Avec l'application d'un décalage temporel, les deux ondes sont superposées pour former le signal d'une troisième onde atténuée. La contrainte d'écaillage est alors identifiée comme étant le maximum de l'onde de contrainte superposée.

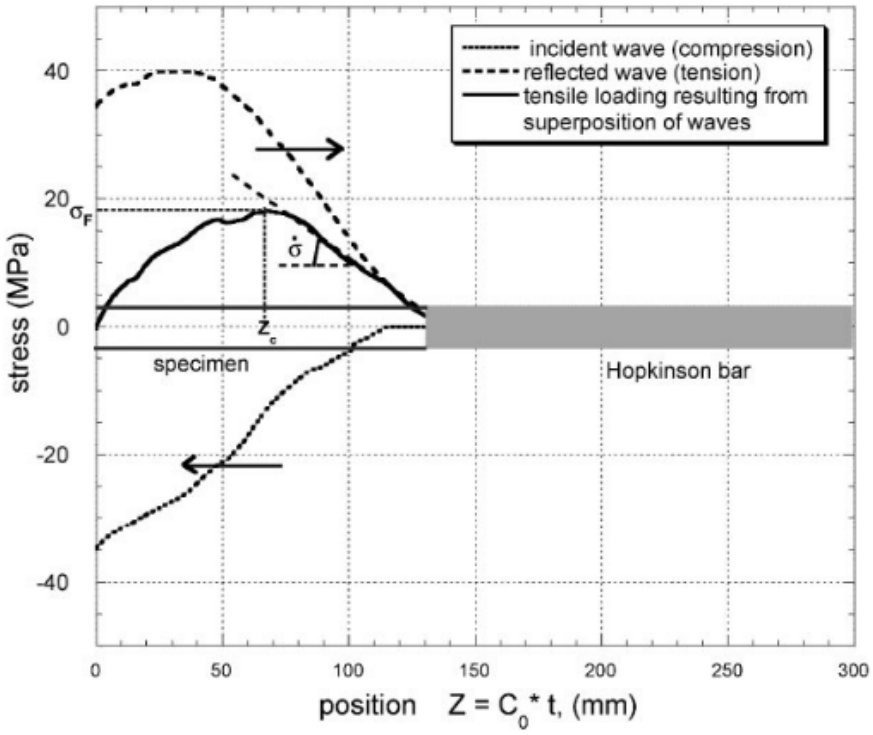


FIGURE 2.21 – Évolution spatiale des ondes de compression, de détente et leur superposition [Klepaczko and Brara, 2001].

D'autres auteurs utilisent une autre technique basée sur la vitesse d'éjection relative des fragments issus de l'écaillage lors d'essais aux barres d'Hopkinson. C'est le cas des essais menés par Hwang et al., 2016 et Erzar and Forquin, 2010 sur des essais expérimentaux sur des bétons, ainsi que pour les simulations numériques de Hentz et al., 2004. L'équation 2.19 relie la contrainte d'écaillage à la vitesse des fragments :

$$\sigma_{\text{éc}} = \rho_0 C_{\text{L}} V_{\text{e}}, \tag{2.19}$$

où $\sigma_{\text{éc}}$ est la contrainte d'écaillage, ρ_0 la densité initiale du matériau, C_{L} la vitesse des ondes longitudinales et V_{e} la vitesse relative des fragments éjectés. Cependant, cette technique ne semble pas permettre l'étude du comportement dynamique des matériaux fragiles à hautes vitesses de déformation, les fragments étant trop nombreux et d'une taille infime. La méthode d'identification de la contrainte d'écaillage la plus communément utilisée reste l'approximation acoustique de Novikov et al., 1966 (équation 2.20). De nombreux travaux se basent sur cette méthode pour une large gamme de vitesses de déformation, de quelques s^{-1} à plusieurs milliers de s^{-1} [Zinszner et al., 2015, Zinszner et al., 2017, Dargaud and Forquin, 2022, Erzar et al., 2013, Erzar and Buzaud, 2012, Erzar and Forquin, 2010,

Hwang et al., 2016, Hwang et al., 2020, Blasone et al., 2021]. L'estimation de la contrainte d'écaillage par cette manière s'appuie sur le signal du vitesse en face arrière des échantillons :

$$\sigma_{\text{éc}} = \frac{1}{2}\rho_0 C_{\text{L}} \Delta V_{\text{PB}}, \tag{2.20}$$

avec ΔV_{PB} la différence entre le premier pic et le premier rebond du signal de vitesse en face arrière. Cette méthode possède le bénéfice d'approcher la contrainte d'écaillage en n'utilisant que le signal de vitesse en face arrière, mais avec une hypothèse acoustique. De plus, la définition de la contrainte d'écaillage devient plus complexe pour des matériaux fragiles ne présentant pas un signal de vitesse en face arrière lisse, comme les matériaux poreux. Enfin, une dernière méthode est présentée dans cette partie. Hwang et al., 2020 mena une étude sur la validation d'un modèle numérique par la représentation d'essais d'écaillage sur du béton. La contrainte d'écaillage est définie comme la valeur maximale de la contrainte exercée dans le plan de fissuration principal (figure 2.22). Cette technique permet d'obtenir la contrainte d'écaillage *in situ*. Cette méthode est propre aux reproductions numériques d'essais expérimentaux.

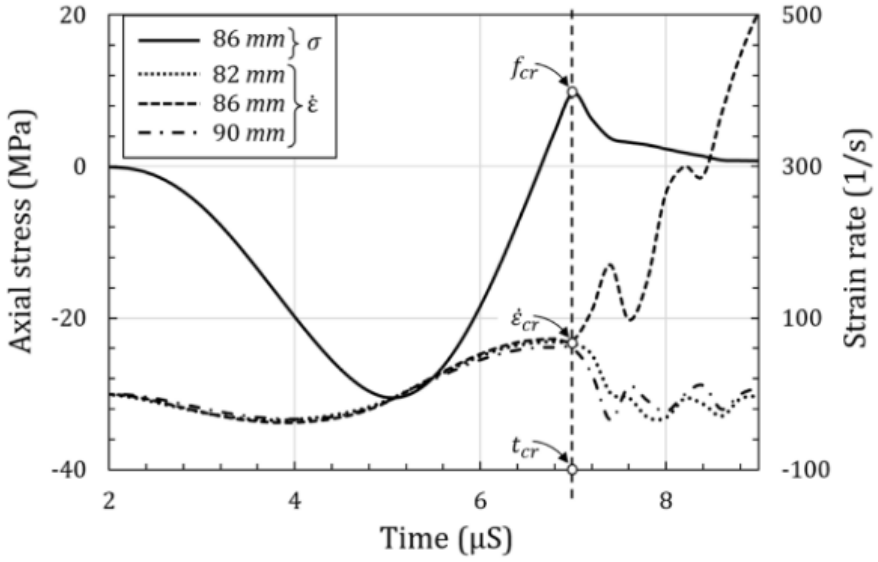


FIGURE 2.22 – Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale et de la vitesse de déformation lors d'un essai d'écaillage numérique [Hwang et al., 2020].

D'autres méthodes sont utilisées, comme la méthode des champs virtuels, qui s'affranchit des hypothèses acoustiques [Pierron and Forquin, 2012].

Identification de l'instant d'écaillage et de la vitesse de déformation à rupture associée

Avec l'objectif d'étudier l'évolution de la contrainte d'écaillage en fonction de la vitesse de déformation associée, celle-ci doit être estimée au lieu et moment de l'écaillage. L'estimation de cette donnée est encore une fois assujettie à plusieurs méthodes. Dans les travaux menés par Zinszner et al., 2015, Zinszner et al., 2017, Dargaud and Forquin, 2022, Erzar and Buzaud, 2012 et Erzar et al., 2013, des simulations numériques purement élastiques sont réalisées dans ce but. Par celles-ci, l'évolution temporelle de la contrainte et de la vitesse de déformation situées sur le plan d'écaillage sont mises en parallèle (figure 2.23). L'instant d'écaillage est repéré comme étant le temps auquel la contrainte dépasse la contrainte d'écaillage précédemment définie. Ce temps est reporté sur l'évolution de la vitesse de déformation, permettant son identification. D'autres auteurs comme Hwang et al., 2016 se basent sur une simulation numérique avec rupture.

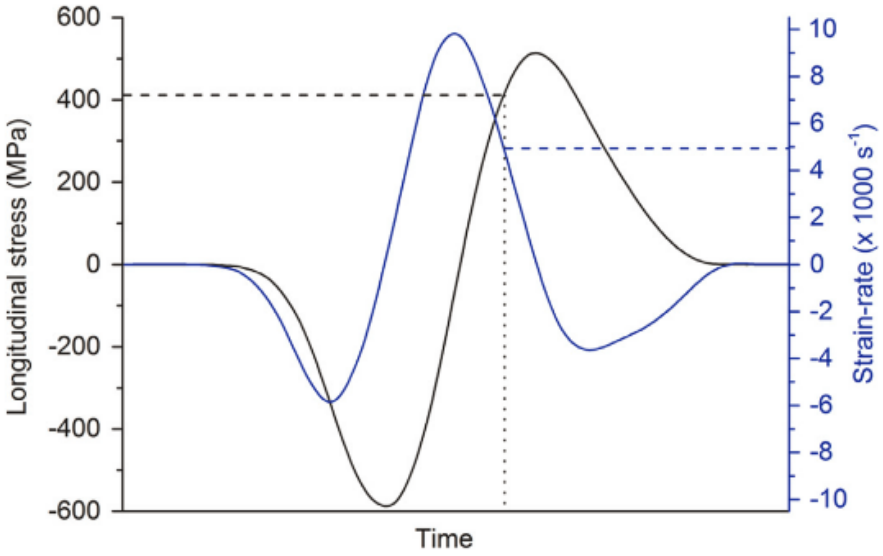


FIGURE 2.23 – Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale et de la vitesse de déformation pour la détermination de la vitesse de déformation à rupture [Zinszner et al., 2015].

Connaissant l'instant d'écaillage obtenu par observation expérimentale, Blasone et al., 2021 et Erzar and Forquin, 2010 déterminent la vitesse de déformation par le signal reçu des jauges de déformation. Hwang et al., 2020 la déterminent directement des signaux obtenus par simulation, au temps où la contrainte d'écaillage est atteinte (figure 2.22). Dans leur travaux, Klepaczko and Brara, 2001 utilisent la loi de Hooke :

$$\dot{\varepsilon}_{\text{éc}} = \frac{\sigma_{\text{éc}}}{E}\frac{1}{t_{\text{éc}}}, \tag{2.21}$$

où $\dot{\varepsilon}_{\text{éc}}$ est la vitesse de déformation associée à l'écaillage, $\sigma_{\text{éc}}$ est la contrainte d'écaillage, E est le module d'Young et $t_{\text{éc}}$ est l'instant d'écaillage. Enfin, Dargaud and Forquin, 2022, Wu et al., 2005 et Galvez Diaz-Rubio et al., 2002, dans leurs essais d'impacts, identifient une méthode similaire à l'équation 2.21. Afin d'obtenir une vitesse de déformation associée à l'écaillage constante durant le processus d'endommagement, celle-ci est mesurée dans le plan de fissuration principal entre le moment où la contrainte exercée dans le plan devient une contrainte de traction (étant précédemment une contrainte de compression), et le moment d'écaillage, où la contrainte atteint la contrainte d'écaillage. L'équation 2.22 exprime cette technique :

$$\dot{\varepsilon}_{\text{éc}} = \frac{1}{E}\left(\frac{\partial\sigma(t)}{\partial t}\right)_{\text{plan de fissuration}}. \tag{2.22}$$

2.2.3 Conclusion intermédiaire

La littérature est riche des nombreuses études menées depuis des décennies sur la compréhension des mécanismes de fragmentation dynamique des matériaux fragiles. Différentes techniques ont été imaginées pour les solliciter à différents niveaux de contrainte et de vitesse de déformation. Les premiers essais d'impacts sur tranche ont démontré que le comportement dynamique à rupture des matériaux fragiles évolue avec le niveau de sollicitation induit. Cependant, ce n'est qu'après le développement d'impacteurs spécifiques que la vitesse de déformation a pu être contrôlée lors des essais. La vitesse de déformation a été alors mise en relation avec la contrainte à rupture. Cet effet dynamique est une caractéristique majeure des matériaux fragiles qui est mise en évidence par une méthode indirecte : le phénomène d'écaillage. D'autres essais, comme les essais GEPI ou laser, permettent d'étudier cette relation à des vitesses de déformation plus importantes. D'autres essais, comme les essais d'impacts sur tranche ou normal et les essais « *Rockspall* », permettent d'étudier les différents mécanismes d'endommagement liés à la fragmentation dynamique et la vitesse de propagation des fissures. Pour pouvoir étudier l'évolution stochastique de la contrainte d'écaillage à faible vitesse de déformation et déterministe à haute vitesse de déformation, l'identification des grandeurs caractéristiques doit être

judicieuse et adéquate. Plusieurs méthodes ont été développées dans ce but, avec différents avantages. Le phénomène doit quant à lui être bien identifié, notamment sa localisation et son instant d'apparition. Différents auteurs ont contribué à préciser ces grandeurs, et à mesurer la contrainte d'écaillage et la vitesse de déformation associée. Il est important de noter qu'aucun protocole générique n'a été développé pour estimer la contrainte dynamique à rupture et sa vitesse de déformation.

2.3 Modélisation du comportement dynamique endommageable en traction des matériaux fragiles

Pour prédire l'évolution de la contrainte ultime observée expérimentalement, les modèles doivent intégrer les mécanismes présentés précédemment. Pour ce faire, la théorie de l'endommagement est adoptée. Elle incorpore le principe de la contrainte effective, qui introduit une variable d'endommagement scalaire D [Morice, 2014], variable interne au sens de la thermodynamique.

2.3.1 Principe de la contrainte effective

Le principe de la contrainte effective est issue de la distinction entre un matériau sain et endommagé. Elle a été initialement proposée par Kachanov, 1958, puis enrichie par différents auteurs comme Lemaitre and Chaboche, 1990, Rabotnov, 1969 et Voyiadjis and Kattan, 1999 [Darabi et al., 2012]. Le concept de la contrainte effective sur la définition de la contrainte comme étant le rapport d'une force sur une surface :

$$\sigma = \frac{F}{S}, \tag{2.23}$$

avec σ la contrainte, F la force exercée sur la surface notée S. L'endommagement, comme vu précédemment, est lié au développement de microfissures ou de microcavités. La matière n'est alors plus continue, et c'est sur ce principe même que s'appuie Kachanov, 1958. La force F ne s'exerce alors plus sur toute la surface S, mais sur une surface saine dite effective $\tilde{S}$, définie par comme la différence entre la surface initiale S et une surface endommagée S_D :

$$\tilde{S} = S - S_\mathrm{D}. \tag{2.24}$$

En intégrant l'équation 2.24 à l'équation 2.23 de la contrainte, il en résulte la définition de contrainte effective $\tilde{\sigma}$:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{F}{S - S_\mathrm{D}} = \frac{F}{S\left(1 - \frac{S_\mathrm{D}}{S}\right)}. \tag{2.25}$$

La variable d'endommagement D est représentée par le terme $\frac{S_\mathrm{D}}{S}$. L'équation 2.25 devient alors :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D}. \tag{2.26}$$

De la même manière, le principe d'équivalence en déformation [Ulm, 1994] et la loi de Hooke donne une définition du module d'Young effectif $\tilde{E}$:

$$\tilde{\sigma} = E\varepsilon \Longleftrightarrow \sigma = \tilde{E}\varepsilon, \tag{2.27}$$

$$\tilde{E} = E_0\left(1 - D\right). \tag{2.28}$$

L'endommagement s'exerce donc sur les propriétés élastiques du matériau. Le module d'Young effectif évolue donc entre le module d'Young initial E_0 du matériau sain, et $E_0\left(1 - D_\mathrm{c}\right)$ pour le matériau totalement rompu, avec D_c l'endommagement critique, généralement égal à l'unité. La définition du module d'Young effectif, donnée par l'équation 2.28, montre que l'endommagement ainsi défini permet une décharge élastique. La variable scalaire D, induisant un endommagement isotrope (ou 1D), est bornée de la manière suivante :

- $D = 0$ pour un matériau sain,
- $0 < D < D_\mathrm{c}$ pour un matériau endommagé,
- $D = D_\mathrm{c}$ lorsque le matériau est rompu.

2.3.2 Modélisation de l'endommagement

Dans la littérature, de nombreux modèles numériques d'endommagement ont été développés pour améliorer la simulation de la réponse d'une cible face à l'impact d'un projectile. La modélisation

complète d'un matériau fragile sous sollicitation dynamique s'axe sur plusieurs points : l'endommagement en traction, l'endommagement en compression, la création de surface par initiation, amorçage et propagation de fissures et les mécanismes post-fragmentation tel que l'éjection de matière et la collision entre fragments. La modélisation de tous ces phénomènes est donc contrainte par le type d'approche numérique utilisée.

Modèles d'endommagement standards

Mazars et al., 1990 a développé un modèle élastique endommageable isotrope pour représenter le comportement du béton en traction et en compression. Il postule que l'accroissement de l'endommagement n'est possible que par une déformation positive, une déformation équivalente locale en traction est alors introduite. L'endommagement évolue lorsque la déformation équivalente atteint une valeur seuil dépendante de la variable d'endommagement courante. Cette valeur représente le seuil duquel l'endommagement s'accroît. Elle représente la déformation élastique maximale, associée à la contrainte à rupture du matériau en traction quasi-statique. Pour modéliser le comportement asymétrique du béton, le modèle considère une variable d'endommagement définie par deux mécanismes différents, selon que la déformation est liée à un chargement en traction ou en compression. L'asymétrie de l'endommagement est modélisée par une pondération d'une variable d'endommagement en traction et en compression. L'évolution des variables d'endommagement en traction et en compression suit une loi exponentielle, qui nécessite la calibration de plusieurs paramètres. Ces paramètres ne sont identifiables qu'à travers des essais/simulations de compression et de traction uniaxiale en régime quasi-statique.
Le modèle de De Vree et al., 1995 utilise un concept assez proche de celui de Mazars et al., 1990, avec l'avantage de ne prendre en compte qu'une seule variable d'endommagement scalaire, par une nouvelle définition de la contrainte équivalente locale. Bien qe ce modèle ne fasse plus appel qu'à une variable d'endommagement en compression et traction, il demande aussi de connaître le tenseur de déformation d'un élément, ce qui restreint son utilisation qu'avec des approches continues.
Le modèle de Desmorat et al., 2007 a été développé pour représenter le comportement anisotrope du béton. Il s'appuie sur une formulation thermodynamique pour construire un tenseur d'endommagement. L'accroissement du tenseur d'endommagement est défini lui aussi par le tenseur des déformations [Desmorat, 2016].

Modèles sensibles à la vitesse de déformation

Pour prendre en compte l'effet dynamique observé expérimentalement dans les essais à haute intensité de chargement sur des matériaux fragiles, des modèles d'endommagement définissent un accroissement de la variable d'endommagement en fonction de la déformation et/ou de la contrainte appliquée. D'autres modèles définissent l'endommagement par l'accroissement de vide dans le matériau endommagé [Rajendran et al., 1989].
Le modèle d'endommagement linéaire est similaire aux lois cohésives utilisées dans les CZM. Il impose une vitesse d'endommagement constante et donc une évolution linéaire de la variable d'endommagement. Il est notamment utilisé dans les travaux de Shojaei et al., 2014 pour représenter le comportement endommageable d'un Composite à Matrice Céramique (CMC).
Le modèle de Mazars et al., 1990 précédemment explicité a été modifié par différents auteurs dans l'objectif de répondre aux différents comportements non-linéaires des matériaux fragiles. Ainsi, Shen et al., 2022 utilise une régularisation de l'énergie de rupture et Ortiz et al., 2015 établit un modèle sensible à la vitesse de déformation. Une vitesse d'accroissement de l'endommagement est introduite par Chuzel, 2009, basée sur le concept de l'effet retard introduit par Suffis and Combescure, 2002.
Dans les années 1960, Kachanov développe un modèle d'endommagement dans l'objectif de représenter les mécanismes d'endommagement induits par fluage [Kachanov, 1986, Kachanov, 1994]. Ce modèle d'endommagement a été enrichi par Rabotnov, 1969 en couplant l'endommagement à la vitesse de fluage. Selon le paradigme choisi (thermodynamique, particulaire, approche par déformations), plusieurs formulations de l'accroissement de l'endommagement sont possibles [Haque and Stewart, 2019, Askes et al., 2020, Stewart and Gordon, 2010, Stewart and Gordon, 2012].
Pour modéliser l'effet retard et ainsi la dépendance à la vitesse de déformation de la contrainte, la contrainte élastique peut être régularisée par l'addition d'une composante visco-élasto-plastique [Kim

et al., 2013, Kim and Lim, 2011, Hwang et al., 2016, Hwang and Lim, 2017, Hwang et al., 2020]. Basé sur un modèle rhéologique, le modèle constitutif défini une contrainte effective dépendante d'une composante visco-plastique et visco-élastique dont les paramètres sont définis dans Hwang et al., 2016.

Modèles phénoménologiques et micro-mécaniques

Il est possible de regarder les différents modèles d'endommagements à travers le prisme de l'échelle à laquelle ils se positionnent. Ainsi, ils peuvent être schématiquement rangés en deux catégories : les modèles phénoménologiques et micromécaniques. Les modèles phénoménologiques consistent à décrire le comportement macroscopique d'un matériau soumis à un chargement et les modèles micromécaniques se basent sur une description à l'échelle microscopique des interactions entre les différents éléments de la microstructure.

Le modèle phénoménologique de Simha et al., 2002 intègre à la fois l'endommagement en compression et l'endommagement en traction. L'accroissement du premier de développe vis-à-vis d'une contrainte équivalente de von Mises. Celui du deuxième dépend de l'évolution de deux sous-quantités d'endommagement : une plus élevée lorsque toutes les contraintes principales sont en traction et une plus lente lorsque l'état de contrainte inclut des composantes de traction et de compression. Des simulations numériques ont montré une bonne reproduction d'essais de pénétration, pour un endommagement critique en traction égal à $D_c = 50$ %. Cependant, les paramètres du modèles doivent être calibrés par approche inverse.

Le modèle phénoménologique de Fernández-Fdz et al., 2011 considère un endommagement en traction amorcé sur un critère en contrainte principale. Ce dernier est basé sur un endommagement et une contrainte maximale.

Le modèle d'endommagement de Holmquist et al., 2017 est un modèle phénoménologique largement utilisé pour décrire le comportement des matériaux soumis à des chargements dynamiques extrêmes. Il se base sur une équation d'état polynomiale, sur une enveloppe de plasticité reproduisant l'augmentation de résistance avec la pression de confinement et sur l'endommagement du matériau. Même si cette approche permet de considérer le passage d'un matériau de son état initial à son état complètement fragmenté, la représentation du comportement du matériau après fragmentation demeure simplifiée et ne tient pas compte de certains facteurs tels que la densité de l'agencement des fragments. En outre, l'absence de paramètres liés à la structure microscopique limite la capacité à modéliser avec précision les variations de comportement balistique observées entre différentes variantes de carbure de silicium. L'endommagement en traction n'est pas correctement reproduit puisque l'endommagement est calculé à partir des incréments de déformation plastique.

Un modèle micromécanique, appliqué à des schistes, a été conçu par Grady and Kipp, 1980 pour reproduire leur fragmentation dynamique. Le modèle repose sur une approche de Weibull qui permet de déterminer le nombre de défauts activés au cours du chargement en fonction de la vitesse de déformation. Lorsqu'un défaut est activé, il provoque la propagation d'une fissure à une vitesse définie. Une zone d'occultation se développe autour de la fissure, à l'intérieur de laquelle les contraintes sont relaxées. Les défauts situés dans ces zones occultées ne peuvent plus être activés, et la mesure de l'endommagement dépend du volume total des zones occultées. Ce modèle permet de reproduire, à partir de données expérimentales, l'augmentation de la contrainte à rupture en traction des roches en fonction de la vitesse de déformation.

Le modèle micromécanique de [Hazell and Iremonger, 2000, Hazell and Iremonger, 1997] repose aussi sur une population initiale de défauts, desquels s'initient les fissures. L'amorçage des fissures est basé sur un critère seuil lié au facteur d'intensité des contraintes. La vitesse de propagation des fissures dépend à la fois de la vitesse des ondes de Rayleigh et de l'intensité des contraintes appliquées. Un élément est considéré comme totalement endommagé lorsque les fissures dans une cellule lagrangienne donnée ont fusionné. Il apparaît clairement que ce modèle est contrainte aux approches continues. Le modèle semble montrer des difficultés à reproduire correctement la multi-fragmentation qui intervient à l'issue d'un impact. Le fonctionnement du modèle de Paliwal and Ramesh, 2008 se rapproche de ce modèle micromécanique.

Le modèle micromécanique de Keita et al., 2014 s'appuie sur une population initiale et périodique de fissures. La variable d'endommagement est définie par le rapport de la distance entre deux fissures sur

leur longueur. Le début de l'endommagement est amorcé par un critère énergétique. Il demande un état initial endommagé (et non sain) et une longueur caractéristique de la distance entre les fissures. Le modèle Denoual-Forquin-Hild (DFH) est un modèle d'endommagement micromécanique anistrope développé par Denoual and Hild, 1998 qui se base sur des résultats d'essais expérimentaux de fragmentation en traction à plusieurs régimes. Il a été étudié et enrichi par de nombreuses études [Denoual et al., 1997, Denoual and Hild, 2000, Denoual and Hild, 2002, Hild et al., 2003, Forquin et al., 2003, Forquin and Hild, 2010, Hild, 2015, Forquin et al., 2018]. Ce modèle a pour avantage de traiter l'amorçage, la propagation et l'interaction des fissures observés dans les mécanismes de fragmentation des matériaux fragiles. L'endommagement lié directement à la fissuration est explicité à travers une approche locale (phénomène d'occultation, transition de régimes, contrainte ultime aux différents régimes) et une approche globale (modèle multi-échelles).

Récentes alternatives

Le modèle de Zhou et al., 2005 utilise une loi d'endommagement linéaire intégrée à une loi cohésive *Cohesive Zone Model* (modèle de zone cohésive) (CZM) pour représenter l'ouverture et la fermeture de fissures lors d'un chargement dynamique. L'amorçage d'une fissure est permis par un critère en contrainte, mais nécessite de connaître le taux de restitution d'énergie critique du matériau et l'implémentation complexe d'un calcul d'une contrainte cohésive sur chaque élément localisé sur le chemin de fissuration, connu à l'avance. L'effet dynamique de l'évolution de la taille des fragments avec la vitesse de déformation est modélisé, mais la contrainte à rupture reste identique indépendamment de la vitesse de déformation.

Le modèle d'endommagement *Damage Beam Model* (DBM) développé par Sage et al., 2022 est inspiré de l'approche CZM. Il permet de prendre en compte une mixité des modes I et II et III d'ouverture de fissures pour représenter le comportement à rupture de matériaux quasi-fragiles. Dédié aux méthodes discrètes, il montre de bonne corrélations entre les simulations numériques les expériences du Benchmark de Carpiuc [Carpiuc et al., 2018] sur du béton. L'avantage de ce modèle est le peu de paramètres qu'il exige, ceux-ci pouvant être déterminés par un essai de compression et un essai de traction. Cependant, il n'est pas étudié pour modélisé le comportement à rupture des matériaux fragiles à différents niveaux de sollicitation.

2.3.3 Conclusion intermédiaire

Le comportement à rupture des matériaux fragiles peut être modélisé de différentes manières à travers des modèles d'endommagement, selon les phénomènes que ceux-ci veulent représenter. Ainsi, de nombreux modèles numériques ont été développés pour représenter les différentes phases que subit un matériau fragile soumis à un impact. Certains incluent l'anisotropie de l'endommagement, la mixité des modes de ruptures ou encore la sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte à rupture. Dans cette démarche, des modèles d'endommagement multi-échelles relient les phénomènes locaux au comportement macroscopique et d'autres traitent directement de la phénoménologie de l'expérience à simuler. Il a été montré que les modèles d'endommagement qui utilisent un accroissement de l'endommagement sont sollicités pour modéliser l'effet dynamique que démontre les matériaux fragiles sous impact. Les modélisations du comportement en compression et traction semblent être plus communément réalisées par des modèles phénoménologiques. Cependant, ils rencontrent des difficultés pour modéliser les mécanismes de fragmentation multiple et de post-fragmentation. Ils sont contraints par la méthode numérique employée. Pour correctement représenter un essai d'impact complet, il semble nécessaire d'incorporer un modèle d'endommagement qui rend compte de l'évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation (dont l'accroissement est communément basé sur un critère en contrainte) dans une méthode numérique adaptée.

2.4 Choix de la méthode numérique

La modélisation numérique des différents comportements et mécanismes de fissuration des matériaux fragiles à rupture fait appel d'une part, à des développements de modèles, comme les modèles d'endommagement précédemment cités, qui reflètent le comportement macroscopique élastique et les critères de fissuration des matériaux fragiles et d'autre part, à des outils numériques appelés méthodes, qui retranscrivent la géométrie, la cinétique et la mécanique de la fissuration des matériaux modélisés. Cette partie est dédiée à la présentation des différentes méthodes numériques employées dans la littérature pour représenter la fissuration, qui se peuvent se classifier en deux approches : continues et discrètes.

2.4.1 Approches continues

Cependant, cette méthode observe des limitations dans la modélisation de la fissuration. Celle-ci génère des discontinuités dans les champs de déplacements et de contraintes qui ne peuvent être traitées par la FEM et la connectivité des éléments engendre des instabilités numériques. De plus, la finesse de discrétisation nécessaire pour représenter l'initiation des fissures entraîne des temps de calcul prohibitifs, voire même des inexactitudes dans les champs de contrainte et de déformation solutions. La modélisation du chemin de fissuration est donc un écueil majeur de cette méthode, mais certains auteurs ont proposé des améliorations de la FEM pour modéliser la rupture, comme l'érosion d'éléments ou l'insertion de discontinuité aux interfaces [Song et al., 2008, Song and Belytschko, 2009].

Méthode des Éléments Finis étendus (XFEM)

Introduite par Belytschko and Black, 1999 et Moës et al., 1999, la Méthode des Éléments Finis étendus (XFEM) a pour but de ne plus prendre en compte les discontinuités dans le maillage mais directement dans la définition du champ de déplacement. Par un enrichissement des degrés de liberté des nœuds appartenant aux mailles traversées, le champ de déplacement est étendu par une composante traduisant le déplacement au sein des mailles intégralement traversées par la fissure. Cette méthode démontre une bonne corrélation entre les chemins de fissuration observés expérimentalement et numériquement [Haboussa et al., 2011, Grégoire et al., 2007, Menouillard et al., 2008]. Cependant, la modélisation des mécanismes de coalescence de fissures et de multi-fissuration demande davantage de développements [Xu et al., 2014, Budyn et al., 2004, Song et al., 2008], notamment dans le cas de simulations tridimensionnelles [Agathos et al., 2016, Sukumar et al., 2000].

Méthode des éléments cohésifs (CZM)

Une autre manière de modéliser la création de surface avec une méthode continue basée sur la FEM est l'insertion d'éléments cohésifs entre les mailles du maillage. Ces éléments sans masse suivent une loi cohésive, qui régit leur rigidité en fonction du déplacement auquel ils sont soumis. Leur dégradation totale entraîne alors une création d'une surface, à l'image du déboutonnage d'une veste, et par conséquent l'avancée de la fissure. Bien que majoritairement utilisée pour modéliser la propagation de fissures sous chargement quasi-statique, de nombreux auteurs ont choisi cette méthode pour modéliser des essais dynamiques [Daphalapurkar et al., 2011, Camacho and Ortiz, 1996, Chambart et al., 2011, Chambart et al., 2014, Taheri Mousavi et al., 2015, Vocialta et al., 2018]. Cependant, l'exploitation d'éléments cohésifs dans le maillage nécessite de connaître à l'avance le chemin de fissuration. L'insertion de tels éléments dans tout le volume engendrerait un coût en temps de calcul énorme.

Méthode *Element-Free* Galerkin (EFGM)

Cette méthode se présente comme une alternative aux méthodes précédemment citées. En effet, cette technique sans maillage offre des avantages dans la représentation des chemins de fissuration et une meilleure précision des champs solutions, puisque qu'aucune dégradation de leur approximation ne peut être apportée par la connectivité des éléments. De plus, cette méthode simplifie l'implémentation de fonctions d'enrichissement [Belytschko et al., 1995]. Cependant, la capture des phénomènes de fissuration complexes en dynamiques reste un écueil pour cette méthode, qui démontre des questionnements sur la convergence des résultats [Rabczuk et al., 2010].

Méthode des éléments frontières

La méthode des éléments frontières est basée sur la discrétisation uniquement des bords de l'espace, alors que l'intérieur de celui-ci n'est pas divisé. Les équations du problèmes sont résolues sur les éléments des frontières du domaine, ou sur les bords des fissures associées aux nouvelles surfaces crées. Cette méthode est notamment appliquée dans des problèmes de fissuration de matériaux quasi-fragiles pour étudier la propagation de fissures [Saleh and Aliabadi, 1995, Trinh et al., 2015, Aliabadi, 1997, Portela et al., 1992, Dansou et al., 2019]. Cependant, l'utilisation de cette méthode reste timide dans le cas de multi-fissuration ou de phénomènes de fissuration dynamiques. Elle reste limitée dans le traitement des singularités et dans sa formulation basée sur des problèmes statiques.

Méthode des champs de phase

Une autre méthode plus récente a vu le jour et a enthousiasmé la communauté scientifique. La méthode des champs par phase propose de régulariser les discontinuités de l'approche variationnelle induites par la rupture [Francfort and Marigo, 1998]. Elle se rapproche des modèles à gradient d'endommagement [Lorentz et al., 2012, Geromel Fischer and Marigo, 2019] ou *Thick-Level Set* (TLS) [Moës et al., 2011]. Elle consiste à définir la fissure comme l'interaction entre deux phases se situant de part et d'autre d'une discontinuité. De plus, une fonction continue de diffusion est introduite pour représenter l'endommagement aux lèvres et à la pointe de la fissure. Cette fonction de lissage est paramétrée par l'énergie de rupture du matériau et une longueur interne. Celle-ci est directement liée à la distance sur laquelle le champ de phase varie de 0 à 1 dans une bande endommagée localisée. La méthode des champs de phase a été largement employée pour décrire la rupture dynamique de matériaux fragiles. Plusieurs auteurs adoptent une formulation des champs de phase indépendante de la vitesse de rupture, avec une formulation thermodynamique consistante, permettant le branchement de fissures dans des problèmes mécaniques bi- ou tri-dimensionnels [Miehe et al., 2010, Bourdin et al., 2011, Borden et al., 2012]. D'autres utilisent une formulation incluant une dissipation visqueuse, ou rupture diffusive, en tant que régularisation numérique [Miehe et al., 2010], notamment en intégrant un champ local d'historique temporel [Hofacker and Miehe, 2013]. Bien que déjà largement utilisée par la communauté scientifique pour traiter des problèmes de fissuration complexe (branchement, hétérogénéités [Nguyen et al., 2015], etc), la méthode des champs de phase nécessite néanmoins des développements complémentaires [Ulloa et al., 2019]. De plus, elle souffre de certains désavantages, notamment pour la description de sollicitations extrêmes induisant des mécanismes de fissuration ultra-rapides et le manque de lien entre échelles microscopique et macroscopique, mais aussi concernant l'épaisseur de l'interface entre les champs de phase et le coût en temps de calcul.

2.4.2 Approches discrètes

Pour pallier les différents obstacles auxquels sont confrontées les approches continues en matière de représentation de la fissuration, d'autre méthodes alternatives ont émergé.

Méthode péridynamique

Silling, 2000 a introduit la méthode péridynamique. Elle consiste à discrétiser l'espace en un ensemble de points sans connectivité. Cependant, ces points interagissent entre eux selon un horizon de leur voisinage, dont le rayon est défini par une longueur interne. Le comportement des points de l'espace discrétisé est régit par une formulation intégrale de l'équation d'équilibre et de la seconde loi de Newton. Cette formulation permet naturellement la gestion de discontinuités dans le domaine. De nombreux auteurs ont contribué au développement de cette méthode, dont l'attention de la communauté scientifique pour celle-ci demeure en forte croissance [Javili et al., 2019]. Les variables d'état de la méthode péridynamique décrivant les déformations et l'endommagement sont basées sur les champs de déplacement des points de l'espace. Dans le but de capturer plus précisément les phénomènes dynamiques locaux tels que la fissuration dans ses différents modes, la péridynamique a été enrichie par la méthode *Non-Ordinary State Based* (NOSB). Elle introduit des variables représentant des quantités non-ordinaires qui permettent une représentation plus fine du comportement du matériau modélisé. L'efficacité de la méthode péridynamique dans la description de la fragmentation dynamique est montrée dans les travaux de différents auteurs [Silling and Askari, 2005, Ha and Bobaru, 2010].

En effet, elle se montre capable de répondre aux différents problèmes que les approches continues font face, comme la sensibilité du cheminement des fissures au maillage [Yang et al., 2020], mais aussi le lien entre micro- et macro-mécanique [Hu et al., 2011]. D'autres apports ont permis une meilleure représentation de la fragmentation dynamique, en intégrant des lois cohésives CZM à la péridynamique [Yang et al., 2019, Rossi Cabral et al., 2019]. Bien que résiliente, la péridynamique est confrontée à des problèmes d'instabilités et de convergence, qu'ont montré Ganzenmüller, 2015, Tupek and Radovitzky, 2014 et Breitenfeld et al., 2014.

Méthode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH)

Une autre alternative aux approches continues est la méthode *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), introduite par Gingold and Monaghan, 1977 et Johnson et al., 1996. Comme la péridynamique, cette méthode ne nécessite pas de maillage, l'espace est discrétisé en points, ou particules. Elle repose sur une approche lagrangienne, où la formulation lagrangienne totale est la plus utilisée [Islam and Peng, 2019, Vaucorbeil and Hutchinson, 2020]. Le champ de déformation propre à chaque particule est approché par une pondération des positions déformées des particules de leur voisinage. Les champs de contraintes sont ensuite calculés à partir d'une loi constitutive puis traduits en forces d'interaction entre les particules. La méthode SPH a été largement employée dans la représentation de la propagation de fissures pour des problèmes mécaniques dynamiques, tels que les phénomène fissuration dans des volumes complexes [Limido et al., 2007], l'arrachement de matière [Varga et al., 2017, Leroch et al., 2016], les chocs et impacts [Yu et al., 2021, Das and Cleary, 2010, Collé et al., 2018]. Cependant, des problèmes d'instabilité liés à l'agglomération de particules due à la fissuration, de manière similaire à la méthode péridynamique, pénalisent l'utilisation de cette méthode [Ganzenmüller, 2015].

Méthode des Éléments Discrets (DEM)

La méthode *Discrete Element Method* (méthode des éléments discrets) (DEM) se démarque des autres méthodes discrètes par le choix de ne pas résoudre le problème à partir d'un état de déformation. La DEM est une combinaison de l'approche particulaire et de l'approche lattice. Cette dernière a été introduite à la communauté scientifique à travers les travaux de Cundall and Strack, 1979 et de Cundall and Strack, 1980. Elle a été originairement proposée pour modéliser le comportement de milieux granulaires, tels que le sable [Cheng et al., 2003], le broyage de billes [Mishra and Rajamani, 1992] ou l'étalement de poudre [Martin et al., 2003, Martin et al., 2016, Marchais et al., 2021]. Le comportement du matériau modélisé est régit par des lois répulsives qui gèrent les contacts entre les particules qui discrétisent l'espace selon une méthode de remplissage [Jerier et al., 2009]. Parallèlement, l'approche lattice, développée par Schlangen and Garboczi, 1997, consiste à discrétiser un volume continu en réseau de liens, où le comportement du matériau est régit selon la mécanique attribuée aux liens. La modélisation de la fissuration est basée sur la destruction de liens [Grassl et al., 2012]. La DEM combine ces deux approches et s'est étendue à la représentation de milieux continus [André et al., 2012]. Le comportement constitutif du matériau continu équivalent est ainsi gouverné par des relations force-déplacement et ne nécessite pas de résolution de dérivées spatiales. Les lois constitutives ainsi que le critère de rupture sont donc les éléments majeurs de la représentation d'un milieu continu par la DEM [Pan et al., 2018]. La méthode a montré, à travers différents travaux, ses capacités pour modéliser la fissuration induite par des sollicitations dynamiques [André et al., 2012, Coré et al., 2017]. D'autres auteurs ont enrichi la méthode par des développements permettant la représentation de comportements non-linéaires tels que la plasticité [Chen et al., 2014, Zhao et al., 2019]. La versatilité de la méthode a été mise en avant par les travaux de modélisation de transferts de chaleur Terreros et al., 2013, de fissuration dans un milieu hétérogène [Carmona et al., 2014] et de microstructure anisotrope [He et al., 2019].

2.4.3 Conclusion intermédiaire

Bien que cette partie ne liste pas de manière exhaustive toutes les méthodes numériques qui permettent de prendre en compte la discontinuité naturelle qu'entraîne une fissuration, elle met en exergue les avantages et inconvénients des méthodes numériques les plus communément utilisées. Il apparaît, au regard de cette analyse de l'état de l'art, que le problème de la modélisation d'un

impact sur matériaux fragiles reste ouvert. De nombreux travaux actuels sont en cours, tant sur le choix du modèle d'endommagent, qui doit prendre en compte l'influence de la vitesse de déformation, que sur la méthode numérique, qui doit représenter la fissuration dans la simulation. En effet, les méthodes continues demandent de nombreux développements complexes pour prendre en compte la multi-fragmentation, la pénétration d'un projectile, l'éjection de matière et la collision entre les débris générés lors d'un impact d'un projectile sur une cible de matériau fragile. La DEM permet de gérer naturellement les phénomènes post-fragmentation, en traitant le milieu comme une matière continue puis granulaire.

2.5 Principe de l'approche DEM

2.5.1 Construction d'un domaine discret

La mise en application de la méthode DEM, à travers le logiciel *Granular Oriented Object* (GranOO) [André et al., 2014], consiste premièrement à construire un domaine discret, qui est, d'après ce qui a été explicité précédemment, une hybridation des approches lattice et particulaire, soit un réseau de liens connectés à des particules, appelés éléments discrets. Dans le cadre d'une représentation d'un milieu continu homogène isotrope, plusieurs étapes sont nécessaires à la construction d'un domaine discret. Au regard des deux propriétés souhaitées, les dispositions géométriques sont d'une importance capitale, puisqu'elles influent fortement le comportement du matériau modélisé. Les étapes de la construction d'un domaine discret expliquées ici peuvent être retrouvées dans les travaux de André et Jebahi [André, 2012, Jebahi, 2013, Jebahi et al., 2015, Jebahi et al., 2015].

La discrétisation du domaine ne s'effectue pas comme une division d'un espace continu, mais comme un remplissage d'un espace délimité par une frontière, appelée enveloppe. Celle-ci, délimitant les bords du domaine, est dans un premier temps remplie avec des éléments discrets sphériques, injectés de manière aléatoire, de manière à ce qu'aucune interpénétration ne soit permise (figure 2.24). Cette méthode de remplissage permet de créer un ensemble d'éléments discrets désordonné. En effet, différents auteurs ont montrés que la génération d'un ensemble d'éléments discrets ordonné génère des comportements anisotropes [Schlangen and Garboczi, 1996, Carmona et al., 2008]. L'obtention d'un domaine discret désordonné est pilotée par une distribution statistique χ communément uniforme du rayon des éléments discrets [Lochmann et al., 2006], qui s'exprime par :

$$\chi = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{\tilde{r}}, \tag{2.29}$$

où $r_{\max}$ (respectivement $r_{\min}$) représente le rayon maximal (respectivement minimal) des éléments discrets et $\tilde{r}$ la moyenne de leur rayon. Le remplissage des éléments discrets dans l'enveloppe s'achève lorsque qu'aucun autre élément discret ne peut être ajouté.

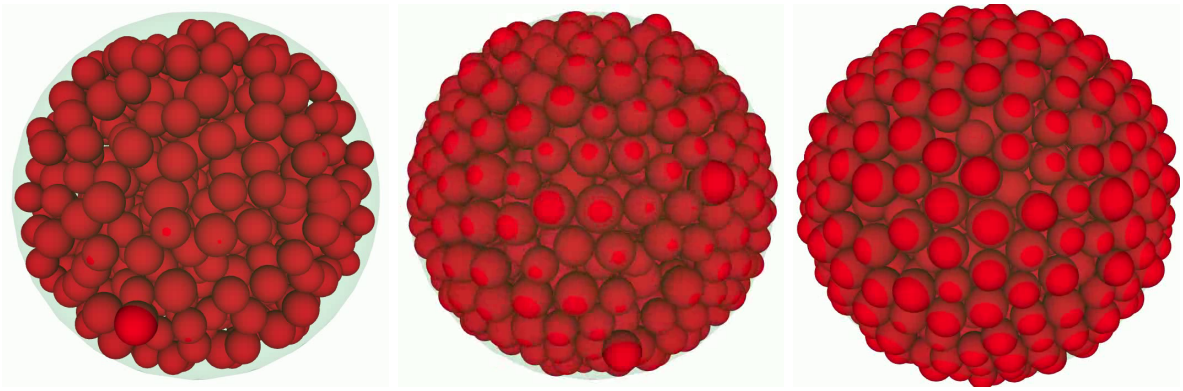


FIGURE 2.24 – Représentation du remplissage d'une enveloppe sphérique avec des éléments discrets.

La deuxième étape consiste en la compaction des éléments discrets déjà générés dans l'enveloppe. Ainsi, différentes techniques de compaction dynamiques existent [Martin et al., 2003, Lubachevsky and Stillinger, 1990], qui consistent en l'obtention d'un domaine discret compact tel que les zones de vide indésirables soit réduites à leur taille minimale. Pour ce faire, un algorithme itératif ajoute aléatoirement un élément discret dans le domaine, puis réorganise l'organisation spatiale de tous les autres éléments discrets dans le domaine pour minimiser l'interpénétration moyenne des éléments. L'étape de compaction dynamique prend fin lorsqu'un critère de stabilisation est atteint (l'énergie cinétique doit être inférieure à une certaine limite). Ces opérations sont très coûteuses en temps. Une manière d'accélérer le processus est d'ajouter plusieurs éléments à chaque itération.

Enfin, une troisième et dernière étape, dite de relaxation, est nécessaire. En effet, à l'issue de l'étape de compaction, l'interpénétration moyenne des éléments discrets est relativement importante. Dans le cas de simulations où le contact entre éléments discrets est requis, telles que des simulations de collision de fragments ou d'impacts, l'interpénétration des éléments engendrerait des actions répulsives entre eux et donc une mauvaise représentation du comportement du matériau. L'étape de relaxation permet de résoudre cette difficulté. Des éléments sont retirés du domaine de manière itérative, jusqu'à ce que le seuil maximal d'interpénétration défini ne soit pas dépassé.

L'homogénéité du domaine ainsi crée est contrôlée à travers deux critères : le nombre de coordination n_{coord} et la fraction volumique v_{f}. Le nombre de coordination est défini comme le nombre moyen de contacts d'un élément discret, ou le nombre moyen de liens qui relient un élément discret à ses voisins. Les travaux de Gotoh et al., 1978 a montré que l'homogénéité est garantie pour un nombre de coordination d'environ $n_{\text{coord}} = 6$. La fraction volumique, définie comme le ratio du volume des éléments discrets et celui de l'enveloppe, doit être proche de $v_{\text{f}} = 0{,}63$ [Finney, 1970].

L'isotropie du matériau modélisé est assurée par la répartition de l'orientation des contacts (ou liens) dans le domaine discret [Cambou, 1998]. Si cette répartition des liens est homogène dans le domaine, alors celui-ci est considéré comme géométriquement isotrope. Différentes techniques permettent de mesurer cette anisotropie géométrique comme le tenseur de fabrique [Ken-Ichi, 1984] ou le solide platonique [André, 2012]. Avec cette dernière méthode, André, 2012 a montré qu'une dispersion du rayon des éléments discrets (équation2.29) de $\chi = 0$ % génère un domaine discret ordonné fortement anisotrope, alors qu'une dispersion radiale de $\chi = 25$ % engendre un domaine discret désordonné isotrope. La méthode proposée par André, 2012 permet de s'assurer que toutes les orientations de l'espace sont équi-représentées. C'est cette équi-représentation qui assure le comportement isotrope continue équivalent du materiau par la MMC. Cette méthode s'avère donc plus robuste que le simple calcul du tenseur de fabrique.

Le raffinement, ou nombre minimum d'éléments discrets dans le domaine, est aussi un questionnement nécessaire à la stabilité des propriétés géométriques. Les travaux de André et al., 2012 ont montré une convergence de la fraction volumique, du nombre de coordination et de l'anisotropie pour un volume de 1 m^3 constitué de 10 000 éléments discrets. Cette valeur de raffinement a été à nouveau validée dans les travaux de André et al., 2013, avec l'analyse de convergence des propriétés mécaniques macroscopiques mesurées dans un domaine discret représentant le verre de silicium. Cependant, cette valeur de raffinement a été analysée seulement pour des simulations quasi-statiques, des analyses de convergence seront nécessaires dans le cadre de simulations numériques dynamiques.

2.5.2 Modèle de poutres cohésives

Une fois le domaine discret construit, les contacts (liens) sont introduits afin de compléter l'hybridation lattice-particulaire de l'approche DEM dans le but de représenter un milieu continu. La cinétique des contacts peut être régie de différentes manières. Ainsi, les liens peuvent adopter la mécanique des ressorts [Kawai, 1978], d'une combinaison de modèles rhéologiques [Antoniou et al., 2018, Hwang et al., 2016, Oñate et al., 2015], ou des poutres [André et al., 2014, Pazmiño et al., 2023]. Les travaux de Schlangen and Garboczi, 1997 ont montré que la configuration poutre des liens permettait une meilleure représentation du comportement du milieu continu, notamment à travers l'effet Poisson.

Dans l'approche DEM considérée, les liens connectant un élément discret à son voisinage sont assimilés à des poutres d'Euler-Bernouilli cohésives cylindriques non massiques. Celles-ci sont définies par deux propriétés géométriques et deux propriétés mécaniques. Les deux propriétés géométriques sont la longueur des poutres cohésives l_μ et leur rayon adimensionnel, ou le ratio du rayon de l'élément discret par le rayon de la poutre $\tilde{r}_\mu$, défini par l'équation 2.30 tel que :

$$\tilde{r}_\mu = \frac{2r_\mu}{r_1 + r_2}, \tag{2.30}$$

avec r_μ le rayon de la poutre et r_1 (respectivement r_2) est le rayon du premier (respectivement second) élément discret lié à la poutre. Les deux propriétés mécaniques liées aux poutres sont leur module de Young E_μ et le coefficient de Poisson ν_μ.

Dans le domaine de la modélisation par éléments discrets, il est largement reconnu que l'étape de calibration est indispensable pour relier les paramètres élastiques microscopiques des poutres $\cdot_\mu$ aux paramètres élastiques macroscopiques du milieu continu homogène représenté $\cdot_{\mathrm{M}}$. Étant donné l'absence de corrélation analytique entre ces paramètres, des simulations de caractérisation spécifiques sont nécessaires pour les associer. Plusieurs techniques sont utilisées dans la littérature, mais elles ne dispensent pas de la nécessité de calibrer minutieusement ces paramètres élastiques microscopiques. Ce calibrage peut être réalisé à l'aide de simulations de caractérisation telles que des essais de compression uniaxiale [Wang et al., 2021] ou des essais de traction [André et al., 2013]. Cependant, il convient de souligner que l'étape de calibration peut être longue et fastidieuse, impliquant souvent une approche d'essais et d'erreurs. Différents auteurs s'efforcent donc de mettre au point une méthode permettant de réduire cette procédure d'essais et d'erreurs [Girardot and Prulière, 2021], tout en réduisant également le temps de calcul des tests de caractérisation virtuels. Parmi ces méthodes, citons le modèle de calibration de liens (BCM) présenté par Estay et al., 2017. Une étude comparative menée par Fakhimi and Villegas, 2007 a démontré l'efficacité des paramètres adimensionnels pour l'étape de calibration. L'étude menée par André et al., 2015 a mis en évidence l'influence du rayon adimensionnel $\tilde{r}_\mu$ sur les paramètres élastiques macroscopiques, justifiant ainsi la nécessité de le calibrer également. Enfin, il est important de noter que la densité de l'élément discret est fixée de manière à égaler la masse totale de l'échantillon discret à celle de l'échantillon continu défini par le volume englobant du domaine discret [Iordanoff et al., 2012].

La figure 2.25 représente la déformée d'une poutre cohésive reliant deux éléments discrets O_1 et O_2. Les extrémités de la liaison sont encastrées au centre de chaque élément discret. La poutre est dans sa position relaxée lorsque l'axe $\left(O_1, \vec{X}_1\right)$ appartenant au premier élément est opposé à l'axe $\left(O_2, \vec{X}_2\right)$ du second élément. Le repère de la poutre est défini par $F\left(O_1, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}\right)$, ce qui permet de définir les rotations des sections droites aux extrémités $\vec{\theta}_1$ et $\vec{\theta}_2$ ainsi que l'allongement Δl_μ. Les déflexions en O_1 et O_2 sont nulles. La théorie des poutres d'Euler-Bernouilli est utilisée pour déterminer les efforts (forces et moments) aux deux éléments discrets liés par une poutre tel que :

$$\vec{F}_{\mathrm{B/DE_1}} = +E_\mu S_\mu \frac{\Delta l_\mu}{l_\mu}\vec{X} - \frac{6E_\mu I_\mu}{l_\mu^2}\left(\left(\theta_{2\mathrm{Z}}+\theta_{1\mathrm{Z}}\right)\vec{Y} + \left(\theta_{2\mathrm{y}}+\theta_{1\mathrm{y}}\right)\vec{Z}\right), \tag{2.31}$$

$$\vec{F}_{\mathrm{B/DE_2}} = -E_\mu S_\mu \frac{\Delta l_\mu}{l_\mu}\vec{X} + \frac{6E_\mu I_\mu}{l_\mu^2}\left(\left(\theta_{2\mathrm{Z}}+\theta_{1\mathrm{Z}}\right)\vec{Y} - \left(\theta_{2\mathrm{y}}+\theta_{1\mathrm{y}}\right)\vec{Z}\right), \tag{2.32}$$

$$\vec{T}_{\mathrm{B/DE_1}} = +\frac{G_\mu I_{\mathrm{O}\mu}}{l_\mu}\left(\theta_{2\mathrm{x}}+\theta_{1\mathrm{x}}\right)\vec{X} - \frac{2E_\mu I_\mu}{l_\mu}\left(\left(\theta_{2\mathrm{y}}+2\theta_{1\mathrm{y}}\right)\vec{Y} - \left(\theta_{2\mathrm{Z}}+2\theta_{1\mathrm{Z}}\right)\vec{Z}\right), \tag{2.33}$$

$$\vec{T}_{\mathrm{B/DE_2}} = -\frac{G_\mu I_{\mathrm{O}\mu}}{l_\mu}\left(\theta_{2\mathrm{x}}+\theta_{1\mathrm{x}}\right)\vec{X} - \frac{2E_\mu I_\mu}{l_\mu}\left(\left(2\theta_{2\mathrm{y}}+\theta_{1\mathrm{y}}\right)\vec{Y} - \left(2\theta_{2\mathrm{Z}}+\theta_{1\mathrm{Z}}\right)\vec{Z}\right), \tag{2.34}$$

avec :

- $\vec{F}_{\mathrm{B/DE_1}}$ la force de réaction de la poutre sur l'élément discret 1,
- $\vec{F}_{\mathrm{B/DE_2}}$ la force de réaction de la poutre sur l'élément discret 2,
- $\vec{T}_{\mathrm{B/DE_1}}$ le moment de réaction de la poutre sur l'élément discret 1,
- $\vec{T}_{\mathrm{B/DE_2}}$ le moment de réaction de la poutre sur l'élément discret 2,
- l_μ la longueur initiale de la poutre,
- Δl_μ l'allongement de la poutre,
- $\vec{\theta}_1\left(\theta_{1\mathrm{x}}, \theta_{1\mathrm{y}}, \theta_{1\mathrm{Z}}\right)$ la rotation de la section droite au point O_1,

- $\vec{\theta_2}\left(\theta_{2\mathrm{X}}, \theta_{2\mathrm{Y}}, \theta_{2\mathrm{Z}}\right)$ la rotation de la section droite au point O_2,
- S_μ la section de la poutre,
- I_{O_μ} le moment quadratique polaire de la section de la poutre,
- I_μ le moment quadratique de la section de la poutre selon $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$,
- E_μ le module de Young de la poutre,
- G_μ le module de cisaillement de la poutre.

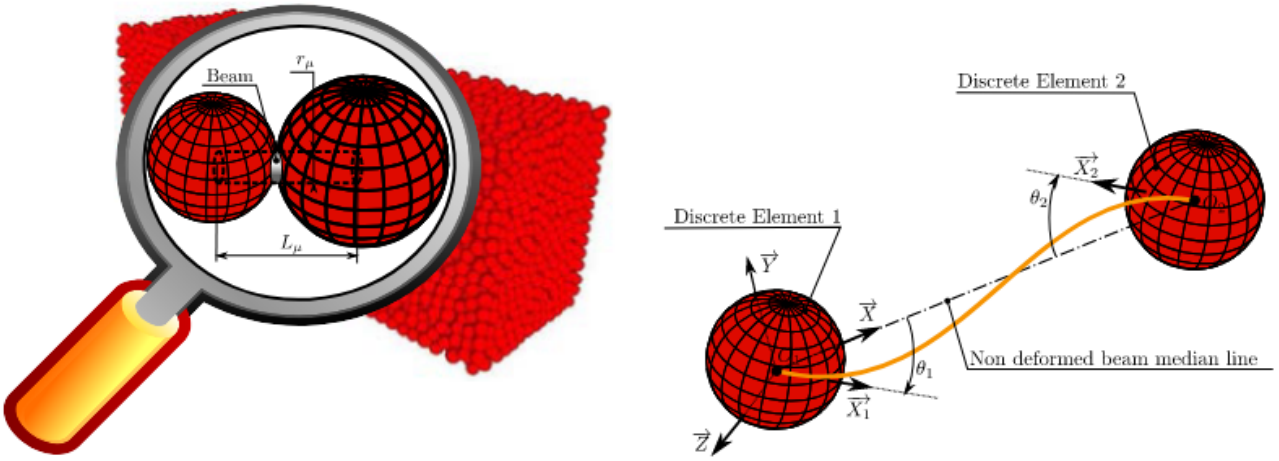


FIGURE 2.25 – Représentation d'une liaison cohésive de type poutre [André, 2012].

2.5.3 Schéma d'intégration dynamique explicite

Différents schémas d'intégration existe, notamment de type dynamique explicite, tels que les schémas d'intégration « Verlet vitesse », « Runge-Kutta », « *leapfrog* » ou « *Gear* » [Eberly and Shoemake, 2004]. Bien que tous ces schémas semblent démontrer le même niveau de stabilité et de rapidité [Rougier et al., 2004] il a été choisi que le schéma d'intégration de l'approche DEM considérée soit le schéma « Verlet vitesse », de par sa simplicité d'implémentation.

Le schéma d'intégration « Verlet vitesse » se divise en deux étapes : le calcul des nouvelles positions des éléments discrets puis le calcul de leur vitesse. Ces deux grandeurs sont issues du calcul des accélérations courantes (linéaires et angulaires) des éléments, déduites des efforts exercés sur les éléments discrets par l'application du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD). Ainsi, pour chaque élément discret du domaine, le vecteur des positions est obtenu par le PFD tel que :

$$\ddot{\vec{p}} = \frac{\vec{f}}{m}, \tag{2.35}$$

avec $\ddot{\vec{p}}$ l'accélération de l'élément discret, $\vec{f}$ le bilan des forces exercées au centre de gravité de l'élément discret et m sa masse. L'algorithme « Verlet vitesse » donne :

$$\dot{\vec{p}}(t+\mathrm{d}t) = \dot{\vec{p}}(t) + \frac{\mathrm{d}t}{2}\left(\ddot{\vec{p}}(t) + \ddot{\vec{p}}(t+\mathrm{d}t)\right), \tag{2.36}$$

$$\vec{p}(t+\mathrm{d}t) = \vec{p}(t) + \mathrm{d}t\dot{\vec{p}}(t) + \frac{\mathrm{d}t^2}{2}\ddot{\vec{p}}(t), \tag{2.37}$$

où t est le temps courant, $\mathrm{d}t$ le pas d'intégration, $\vec{p}$ le vecteur position de l'élément, $\dot{\vec{p}}$ son vecteur vitesse et $\ddot{\vec{p}}$ son vecteur accélération.

2.5.4 Tenseur des contraintes virielles

La modélisation de la rupture avec l'approche DEM consiste à rompre des liens entre différents éléments discrets. Cette rupture de liens s'initie avec le dépassement d'un critère particulier [Schlangen and Van Mier, 1992, Stanley and Ostrowsky, 1988, Thomson et al., 1971, Ostoja-Starzewski, 2002, Tavarez and Plesha, 2007, Shiu et al., 2009]. Cependant, la rupture d'une liaison dans ces cas engendre une surcharge sur les liaisons voisines de la zone de rupture. Cette surcharge se propage rapidement, provoquant à son tour la rupture des liaisons sollicitées. Les critères de rupture étant communément basé sur des déformations [Carmona et al., 2008] ou des contraintes [Potyondy and Cundall, 2004], le développement d'un module de calcul des contraintes dans l'approche DEM est nécessaire.

Ainsi, André, 2012 développe dans ses travaux une définition de la contrainte dans poutres cohésives similaire à celle de Rankine, connue pour étant adaptée aux matériaux fragiles [Srivastava and P. C. Gope, 2012] tel que :

$$\sigma_\mu = \frac{1}{2}\left(\sigma_{\mu\max} + \sqrt{\sigma_{\mu\max}^2 + 4\tau_{\mu\max}^2}\right), \tag{2.38}$$

avec σ_μ la contrainte équivalente de Rankine, $\sigma_{\mu\max}$ la contrainte normale maximale de la poutre et $\tau_{\mu\max}$ sa contrainte de cisaillement maximale. La contrainte normale maximale est définie par :

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mu\max} &= \max\left(\sigma_\mu\right), && (2.39)\\
\sigma_\mu &= \sigma_{\mathrm{T}\mu} + \sigma_{\mathrm{B}\mu}, && (2.40)\\
\sigma_{\mu\max} &= \sigma_{\mathrm{Tmax}\mu} + \sigma_{\mathrm{Bmax}\mu}, && (2.41)
\end{aligned}$$

où $\sigma_{\mathrm{T}\mu}$ est la contrainte dans la poutre cohésive liée à la traction et $\sigma_{\mathrm{B}\mu}$ celle liée à la flexion. Elles sont exprimées par, dans le repère cartésien de la poutre $F\left(O_1, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}\right)$ (avec $\frac{-l_\mu}{2} \leq x \leq \frac{l_\mu}{2}$, $-r_\mu \leq y \leq r_\mu$ et $-r_\mu \leq z \leq r_\mu$) :

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathrm{T}\mu} &= \frac{F_\mu}{S_\mu}, && (2.42)\\
\sigma_{\mathrm{B}\mu}\left(y\right) &= -\left(\vec{M}_{\mathrm{B}\mu} \cdot \vec{Z}\right) \times \frac{y}{I_\mu}, && (2.43)\\
\sigma_{\mathrm{B}\mu}\left(z\right) &= -\left(\vec{M}_{\mathrm{B}\mu} \cdot \vec{Y}\right) \times \frac{z}{I_\mu}, && (2.44)\\
\sigma_{\mathrm{Bmax}\mu} &= |\vec{M}_{\mathrm{B}\mu}| \times \frac{r_\mu}{I_\mu}, && (2.45)
\end{aligned}$$

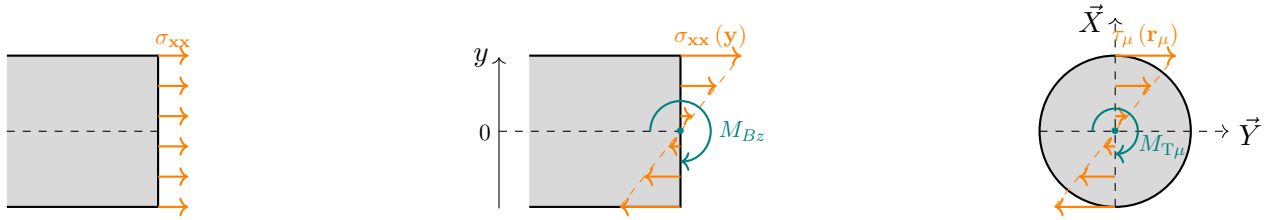
avec :

- F_μ la force exercée dans la poutre liée à sa raideur,
- S_μ la section de la poutre,
- $\vec{M}_{\mathrm{B}\mu}$ le moment de flexion de la poutre et $|\vec{M}_{\mathrm{B}\mu}|$ sa norme,
- I_μ est le moment quadratique de la poutre selon $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$ avec une section cylindrique,
- $r\mu$ est le rayon de la poutre.

La contrainte de cisaillement maximale est définie par :

$$\begin{aligned}
\tau_{\mu\max} &= \max\left(\tau_\mu\left(r\right)\right) = \tau_\mu\left(r = r_\mu\right), && (2.46)\\
\tau_\mu\left(r\right) &= M_{\mathrm{T}\mu} \times \frac{r}{I_{\mathrm{O}\mu}}, && (2.47)
\end{aligned}$$

où $M_{\mathrm{O}\mu}$ est le moment de torsion et $I_{\mathrm{O}\mu}$ est le moment quadratique polaire de la section de la poutre.



(a) Traction. (b) Flexion autour de l'axe $\vec{Z}$. (c) Torsion.

FIGURE 2.26 – Représentation des différents efforts contribuant à l'évaluation de la contrainte normale dans une poutre cohésive.

De cette manière, la rupture des poutres cohésives est effectuée lorsque la contrainte équivalente de Rankine σ_μ (équation 2.38) dépasse une contrainte $\sigma_{\mu f}$, calibrée au préalable. La figure 2.27b montre la propagation de fissures dans un domaine bidimensionnel soumis à un essai d'indentation. Le résultat de la simulation numérique ne correspond pas aux résultats expérimentaux (figure 2.27a). En effet, un cône de Hertz devrait être observé [Hertz, 1896], ce qui démontre l'inadaptabilité de la définition de la contrainte de l'équation 2.38 à l'approche DEM.

Afin d'améliorer la définition de la contrainte dans les approches discrètes appliquées aux simulations dynamiques moléculaires, Zhou, 2003 a développé une formulation d'un tenseur des contraintes symétrique, appelé tenseur des contraintes virielles, tel que celui-ci soit équivalent au tenseur des contraintes de Cauchy [Subramaniyan and Sun, 2008] :

$$\bar{\sigma}_\mathrm{i} = \frac{1}{2\Omega_\mathrm{i}} \left(\frac{1}{2} \sum_\mathrm{j} \vec{r}_\mathrm{ij} \otimes \vec{f}_\mathrm{ij} + \vec{f}_\mathrm{ij} \otimes \vec{r}_\mathrm{ij} \right), \tag{2.48}$$

avec :

- $\otimes$ l'opérateur du produit tensoriel,
- $\bar{\sigma}_\mathrm{i}$ le tenseur des contraintes équivalentes de Cauchy de l'élément discret i,
- Ω_i le volume effectif associé à l'élément discret i,
- $\vec{f}_\mathrm{ij}$ est la force exercée sur l'élément discret i par la poutre cohésive qui lie les éléments discrets i et j,
- $\vec{r}_\mathrm{ij}$ est le vecteur des positions relatives entre les centres des éléments i et j.

Cette nouvelle définition des contraintes et la construction d'un tenseur des contraintes virielles associé à chaque élément a permis à André et al., 2013 de développer un nouveau critère de rupture des liens. Celui-ci est pensé pour modéliser la fissuration en mode I [Lawn, 1993] (traction). Ainsi, la rupture des liaisons entre éléments discrets est possible si la contrainte hydrostatique est dépassée par une valeur de contrainte seuil calibrée $\sigma_\mathrm{f}^\mathrm{hyd}$:

$$\frac{1}{3}\mathrm{tr}\left(\bar{\sigma}_\mathrm{i}\right) \geq \sigma_\mathrm{f}^\mathrm{hyd}. \tag{2.49}$$

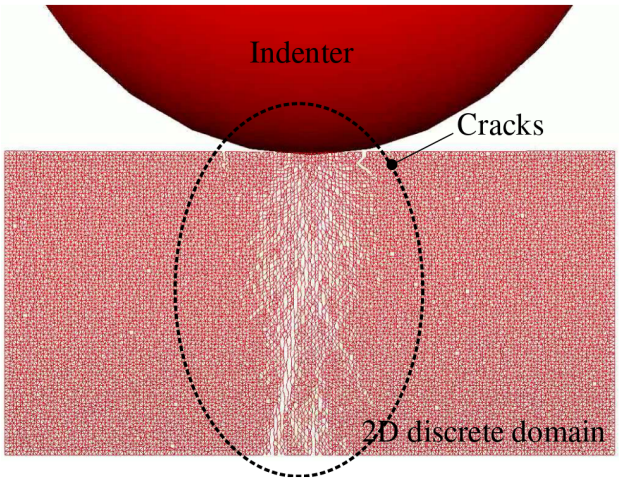
Ce critère de rupture (équation 2.49), associée à la définition du tenseur des contraintes virielles (équation 2.48), a démontré sa justesse dans la représentation de la fissuration dans les travaux de André et al., 2013 avec la même simulation numérique d'un essai d'indentation. La figure 2.27c montre bien le cône de Hertz et une bonne corrélation avec les observations expérimentales. Il est à noter que trois autres critères de rupture des liens sont possibles, ayant chacun démontré leur efficacité, qui sont associés à différents types de Mécanique des Milieux Continus (MMC) :

- le critère de Von Mises, basé sur la valeur maximale des contraintes de Von Mises,
- le critère de Tresca, basé sur la valeur maximale des contraintes de Tresca,

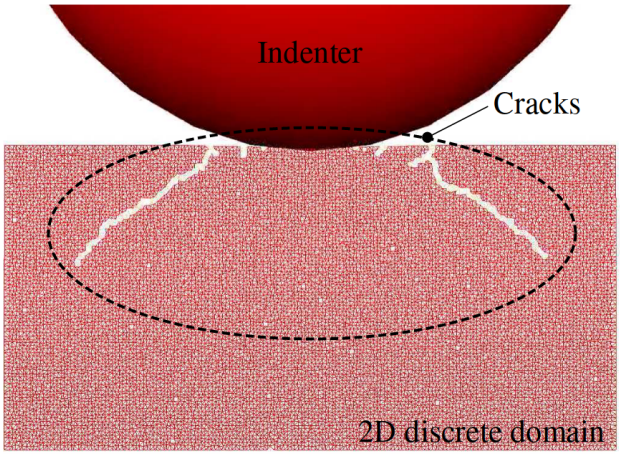
- le critère en contraintes principales, défini par la valeur maximale du vecteur des contraintes principales.

refaire caption

(a) Visualisation du cône de Hertz induit par un essai d'indentation [Roesler, 1956].



(b) Simulation numérique 2D d'un essai d'indentation avec l'approche DEM et un critère de rupture des liens basé sur le critère de Rankine [André et al., 2013].



(c) Représentation numérique 2D d'un essai d'indentation avec l'approche DEM et un critère de rupture des liens hydrostatique basé sur le tenseur des contraintes virielles [André et al., 2013].

FIGURE 2.27 – Visualisation de l'effet du calcul des contraintes sur la représentation de la rupture sur un essai d'indentation quasi-statique.

2.5.5 Conclusion intermédiaire

Bien que récente en comparaison à d'autres approches numériques telle que la FEM, la DEM est de plus en plus utilisée par la communauté scientifique. À mi-chemin entre approche particulaire et lattice, elle permet de modéliser les différents états du comportement des matériaux fragiles soumis des chargements dynamiques. En effet, elle rend compte du comportement élastique, de la fissuration (qu'elle soit simple ou multiple), de l'éjection de matière et de l'interaction entre les débris. Les récents développements comblent les zones d'ombres que comportent cette méthode. Ainsi, bien que par essence, la DEM ne pouvait pas apporter l'information tensorielle des contraintes à chaque élément discret, la construction d'un tenseur des contraintes virielles le permet. La fissuration peut donc s'initier à partir d'un critère de rupture en contrainte propre à chaque élément du domaine.

2.6 Conclusion de l'étude bibliographique

2.6.1 Verrous scientifiques

Au terme de l'état de l'art, plusieurs verrous scientifiques sont mis en évidence. L'impact d'un projectile sur une cible en matériau fragile génère plusieurs phénomènes comme la multi-fragmentation, l'éjection de matière, la pénétration du projectile et la collision entre fragments. Les matériaux fragiles exhibent un comportement à rupture en traction dynamique complexe. L'un des défis majeurs réside dans la nécessité de comprendre en profondeur les mécanismes d'endommagement et de rupture qui prévalent lorsque ces matériaux sont soumis à des sollicitations dynamiques. Les céramiques se comportent différemment sous chargement dynamique et sous chargement quasi-statique, avec une interaction forte de la fissuration avec les défauts microstructuraux. La caractérisation expérimentale des matériaux fragiles soumis à des conditions dynamiques reste ardue, notamment en ce qui concerne la résistance à la traction dynamique, la vitesse de déformation et la vitesse de propagation des fissures. Les essais sont techniquement exigeants et coûteux. Il est souvent difficile de reproduire en laboratoire les conditions réelles d'utilisation des céramiques sous chargement dynamique. La modélisation est donc une nécessité pour continuer d'améliorer les performances des blindages céramiques. **Une difficulté réside dans la reproduction numérique des phénomènes dynamiques tels que la multi-fragmentation ou l'écaillage, qui est encore un problème ouvert.** Les modèles numériques doivent représenter la propagation et l'interaction des ondes de choc, les mécanismes d'endommagement, la multi-fragmentation et l'éjection de matière. De récentes alternatives sur les méthodes numériques sont apparues ces dernières années et une se positionnent réellement en rupture par rapport aux approches classiques. **La modélisation discrète se démarque par sa performance numérique vis-à-vis de l'apparition et de la propagation de la multi-fissuration, mais aussi par la prise en compte des contacts entre fragments.** De ce fait, il s'agit d'une réelle alternative aux modèles classiquement utilisés comme le modèle de Johnson-Holmquist.

2.6.2 Démarche adoptée

Un travail de développement est réalisé pour proposer une nouvelle démarche de modélisation dans le cadre de sollicitations dynamiques sur des céramiques. Dans un premier temps, un travail d'éclaircissement et de validation de l'approche discrète est nécessaire. Le but est de vérifier la conformité du modèle à reproduire la phénoménologie de la dynamique comme la propagation d'ondes de chocs. Afin d'évaluer l'approche DEM dans sa représentation du comportement dynamique de matériaux fragiles, le choix s'est porté sur la modélisation discrète de la fragmentation dynamique en traction au cours d'essais d'écaillage. La simulations numérique de la rupture dynamique et ses spécificités reste un écueil auquel se confronte les modèles actuels. La démarche adoptée est alors de construire un modèle DEM cohérent avec les différents résultats antérieurs d'essais d'écaillage obtenus par Erzar and Buzaud, 2012 sur de l'alumine. C'est dans cette mesure que seront étudiés et comparés différents modèles d'endommagement intégrés à l'approche DEM. Le modèle DEM enrichi sera alors confronté à d'autres sollicitations dynamiques comme des impacts ou des chocs laser, dans l'objectif d'explorer les capacités du modèle discret à travers différents niveaux de vitesse de déformation, de contraintes, et différentes orientation de l'endommagement. Enfin, parce qu'un modèle numérique prédictif ne peut être représentatif d'un seul matériau, des simulations numériques mettront à l'épreuve le modèle sur sa représentation des mécanismes de fragmentation dynamique d'une autre céramique aux propriétés microstructurales et mécaniques plus complexes.

3 | Simulations DEM d'essais d'écaillage

Sommaire

3.1 Expériences GEPI sur alumine AL23 50
3.1.1 Protocole expérimental 50
3.1.2 Observations micrographiques des échantillons après tirs 51
3.1.3 Profils de vitesse 52
3.1.4 Mesure de l'évolution de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation 53
3.1.5 Conclusion intermédiaire 54
3.2 Calibration quasi-statique et dynamique des paramètres microscopiques des liens du domaine discret 55
3.2.1 Construction du domaine discret 55
3.2.2 Calibration quasi-statique des liens du domaine discret 55
3.2.3 Validation du modèle : propagation d'une onde élastique 63
3.2.4 Conclusion intermédiaire 70
3.3 Simulations des tirs GEPI 71
3.3.1 Validation de l'utilisation du tenseur des contraintes virielles : interaction d'une onde avec une surface libre 71
3.3.2 Mise en place d'un critère de rupture en contraintes 74
3.3.3 Simulation numérique du tir GEPI G672 77
3.3.4 Conclusion intermédiaire 85
3.4 Conclusion du chapitre 86

3.1 Expériences GEPI sur alumine AL23

Il a été choisi de ne s'intéresser qu'à la modélisation d'une seule phase de l'impact d'un projectile sur une cible en matériau fragile : les mécanismes d'endommagement et de rupture en traction. Pour valider le modèle discret, des essais d'écaillage sont reproduits, au travers du signal de vitesse en face arrière. Une campagne expérimentale de tirs GEPI a été menée en 2012 par Erzar and Buzaud, 2012 sur l'alumine AL23, fournissant des données expérimentales qui seront comparées aux résultats numériques DEM.

3.1.1 Protocole expérimental

Dans leur étude de caractérisation dynamique de l'alumine AL23 (pureté : 99,7 %, taille de grains : 20 μm à 70 μm), Erzar and Buzaud, 2012 ont réalisé une campagne expérimentale avec le moyen d'essai GEPI présenté dans la partie 2.2.1. Cinq tirs ont été mené (G672, G692, G693, G694 et G695), dont la décharge contrôlée des condensateurs du moyen GEPI a permis d'obtenir des niveaux de chargements différents. La configuration expérimentale utilisée pour ces tirs est schématisée sur la figure 3.1. Les épaisseurs des échantillons sont de 10 mm et leur diamètre est de 60 mm pour le tir G672 et 40 mm pour les autres tirs. L'échantillon est collé sur la partie « haute » de l'électrode. Comme précédemment expliqué dans la partie 2.2.1, la décharge des condensateurs génère un courant puissant qui circule dans les deux électrodes reliées par un court-circuit. Ce courant engendre par effet Laplace une onde de compression des électrodes vers l'échantillon d'alumine. Un premier faisceau laser est utilisé pour

mesurer la vitesse de surface libre [Devlaminck et al., 2014]. Un deuxième faisceau laser sert à mesurer l'évolution de la vitesse en surface libre de l'électrode d'aluminium AL2017. Cette dernière mesure est fondamentale pour la calibration du chargement.

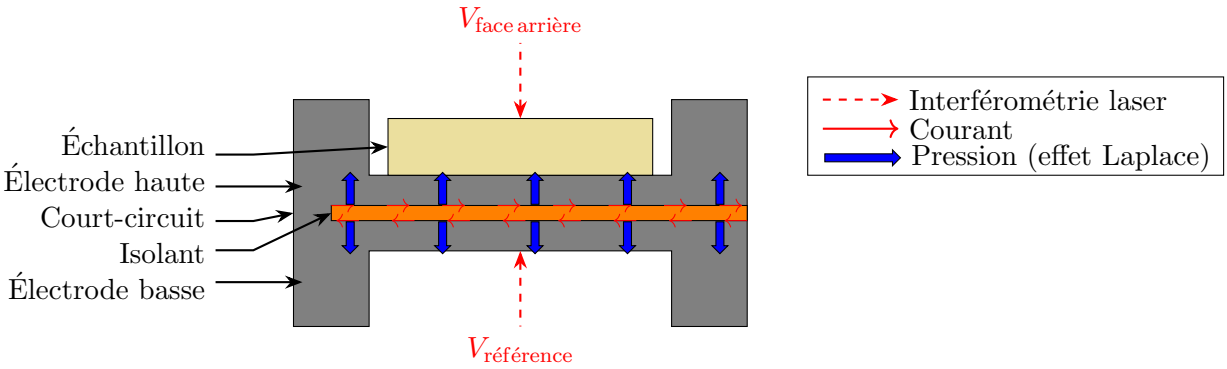


FIGURE 3.1 – Schéma de la configuration expérimentale des expériences GEPI conduites sur l'alumine AL23 par Erzar and Buzaud, 2012.

Les profils de la pression qui s'appliquent sur la face avant (face collée à l'électrode) de l'échantillon d'alumine sont obtenus à l'aide de simulations numériques. Le code de calcul hydrodynamique unidimensionnel UNIDIM (module MagnétoHydroDynamique (MHD)) développé au CEA-Gramat [Petit et al., 1997] est utilisé dans un premier temps pour déterminer le profil de pression magnétique délivré dans l'électrode. L'équation 2.17 fournit une première évaluation de la pression magnétique connaissant la largeur de l'électrode et l'évolution de l'intensité du courant au cours du temps (mesure effectuée à l'aide de boucles magnétiques). En modélisant le comportement de l'électrode d'aluminium à l'aide d'une loi élastoplastique avec écrouissage, il est possible de simuler la propagation de l'onde de contrainte dans l'électrode et confronter les profils de vitesse mesuré et calculé en surface libre de l'électrode. Le paramètre k_{p} permet d'obtenir les meilleures corrélations expérience/calcul.

La figure 3.2 regroupe ces cinq profils de pression. Elle montre bien leur différent niveau, allant de 0,64 GPa à 3,27 GPa, pour une durée comprise entre 0,81 μs à 1,01 μs.

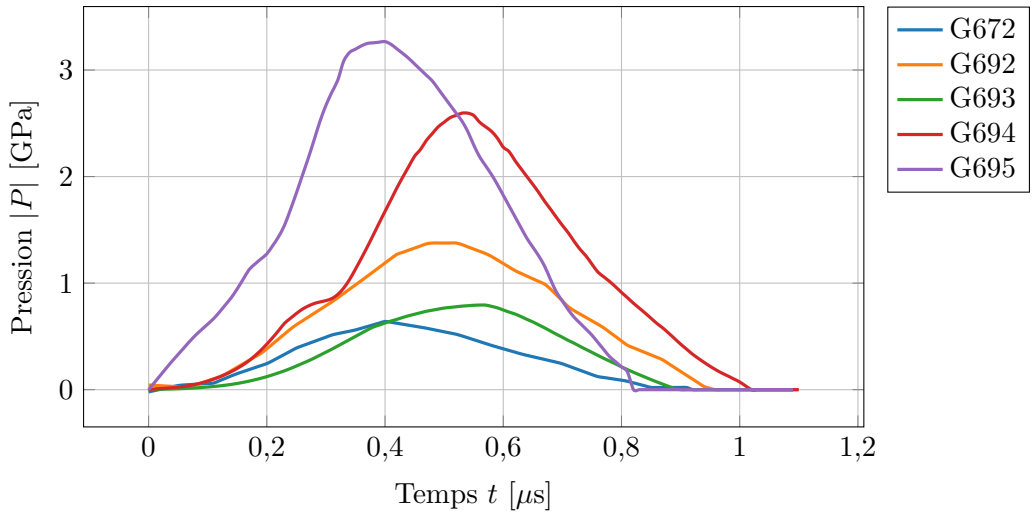


FIGURE 3.2 – Profils de pression à l'interface de l'électrode et des échantillons d'alumine des expériences GEPI de Erzar and Buzaud, 2012.

3.1.2 Observations micrographiques des échantillons après tirs

Un avantage supplémentaire du moyen d'essai GEPI est de permettre la récupération des échantillons après chaque tir, contrairement à d'autres types d'expériences dynamiques. Ceci n'est bien évidement

possible qu'à la condition que la pression générée par effet Laplace ne soit pas trop élevée. Dans le cas contraire, la fragmentation est trop importante et l'échantillon est divisé en de multiples fragments voire pulvérisé. Dans le cas de l'essai G692, l'échantillon d'alumine a été récupéré en deux morceaux, montrant des fissures à environ 3 mm de la face arrière de l'échantillon, ce qui a permis d'identifier le plan d'écaillage relativement simplement. Dans le cas de l'essai G672, dont la pression exercée est la plus faible de la campagne expérimentale, le signal de vitesse en face arrière témoigne de l'apparition du phénomène d'écaillage. Pourtant, l'échantillon est resté intact. Après récupération, induration par une résine, découpe et polissage, il a été possible de visualiser par microscopie optique et électronique à balayage l'état de fissuration dans l'échantillon (figure 3.3). La figure 3.3 montre bien les fissures d'écaillage parallèles à la surface libre de l'échantillon et la coalescence par endroit de microfissures. L'observation des faciès de rupture des échantillons donne la position du plan d'écaillage par rapport à leur face arrière, l'état de fissuration des échantillons écaillés et la taille de l'écaille.

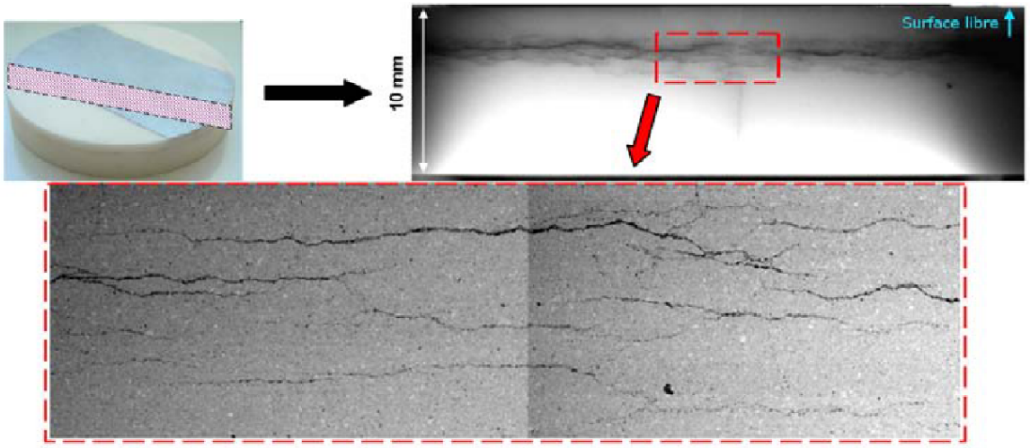


FIGURE 3.3 – Observation post-mortem par microscopie optique et électronique à balayage de l'échantillon d'alumine récupérée après le tir GEPI G672 [Zinszner, 2014].

3.1.3 Profils de vitesse

Le profil de vitesse mesuré en face arrière de l'échantillon d'alumine témoigne également du phénomène d'écaillage. Les signaux de vitesse en face arrière des échantillons d'alumine mesurés par Erzar and Buzaud, 2012 sont regroupés sur la figure 3.4. Il apparaît bien que plus la pression développée par le moyen GEPI est élevée, plus la vitesse en face arrière est importante. De plus, la figure 3.4 montre clairement les rebonds de vitesse en face arrière. Comme expliqué dans la partie 2.1.2, ils sont témoins des aller-retours d'onde de compression et de détente emprisonnée dans l'écaille, entre la face arrière de l'échantillon et le plan de fissuration.

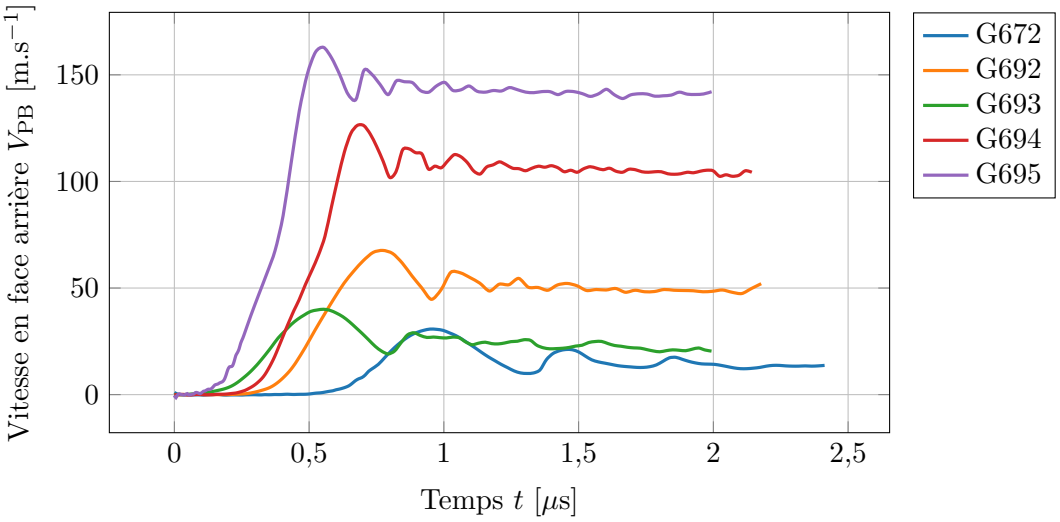


FIGURE 3.4 – Profils de vitesse en face arrière des échantillons d'alumine lors des essais GEPI, réalisés par Erzar and Buzaud, 2012.

3.1.4 Mesure de l'évolution de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation

Un des objectifs des tirs GEPI réalisés par Erzar and Buzaud, 2012 dans leurs travaux de caractérisation dynamique de l'alumine a été d'évaluer la sensibilité de la contrainte d'écaillage à la vitesse de déformation. Le moyen d'essai GEPI le permet en faisant varier l'intensité du chargement de pression sachant que la durée est constante d'un tir à l'autre, car fixé par la décharge des condensateurs. Comme précédemment expliqué dans la partie 2.2.2, Erzar and Buzaud, 2012 ont évalué la contrainte d'écaillage des cinq tirs GEPI par l'approximation acoustique de Novikov et al., 1966 (équation 2.20). Les vitesses de déformation au moment de l'activation de la fissuration sont estimées à l'aide de simulations numériques FEM, en supposant que l'alumine conserve un comportement élastique. Les données obtenues des cinq essais GEPI sont regroupées dans le tableau 3.1, avec une incertitude relativement élevée de $u = \pm 1\ 000\ \text{s}^{-1}$ sur les évaluations des vitesses de déformation. L'incertitude sur les valeurs des contraintes d'écaillage n'est pas communiquée.

Tableau 3.1 – Contraintes d'écaillage et vitesse de déformation à rupture associées des essais GEPI sur alumine menés par Erzar and Buzaud, 2012.

Essai	G672	G692	G693	G694	G695
Contrainte d'écaillage $\sigma_{éc}$ [MPa]	408	453	412	517	520
Vitesse de déformation à rupture $\dot{\varepsilon}_{éc}$ [s^{-1}]	4900	13 000	9 000	20 250	21 500

La figure 3.5 montre l'évolution de la contrainte d'écaillage avec la vitesse de déformation. L'influence de la vitesse de déformation sur la résistance à l'écaillage de l'alumine apparaît clairement. L'augmentation de la contrainte d'écaillage est exponentielle à partir de $\dot{\varepsilon}_{éc} = 10^4\ \text{s}^{-1}$.

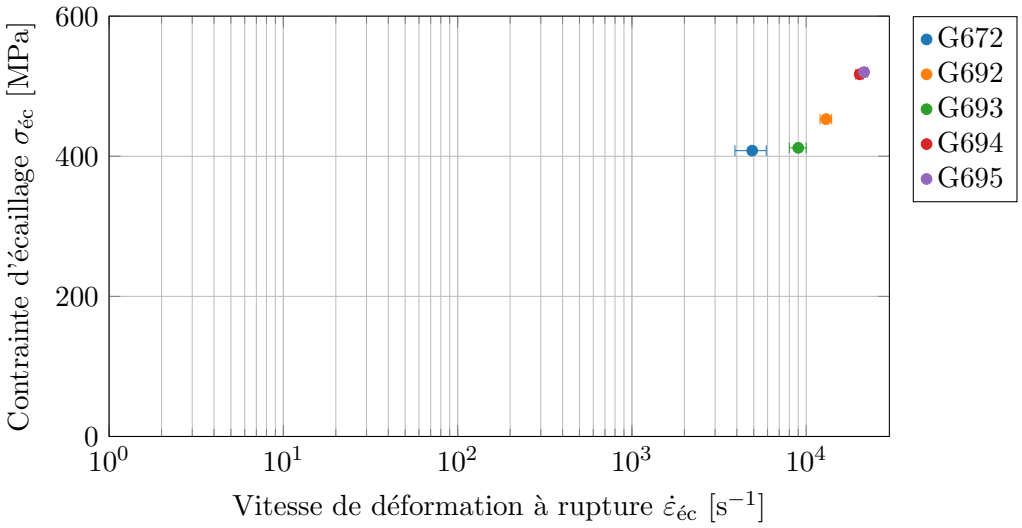


FIGURE 3.5 – Contrainte d'écaillage en fonction de la vitesse de déformation évaluée lors des tirs GEPI sur l'alumine AL23 [Erzar and Buzaud, 2012].

3.1.5 Conclusion intermédiaire

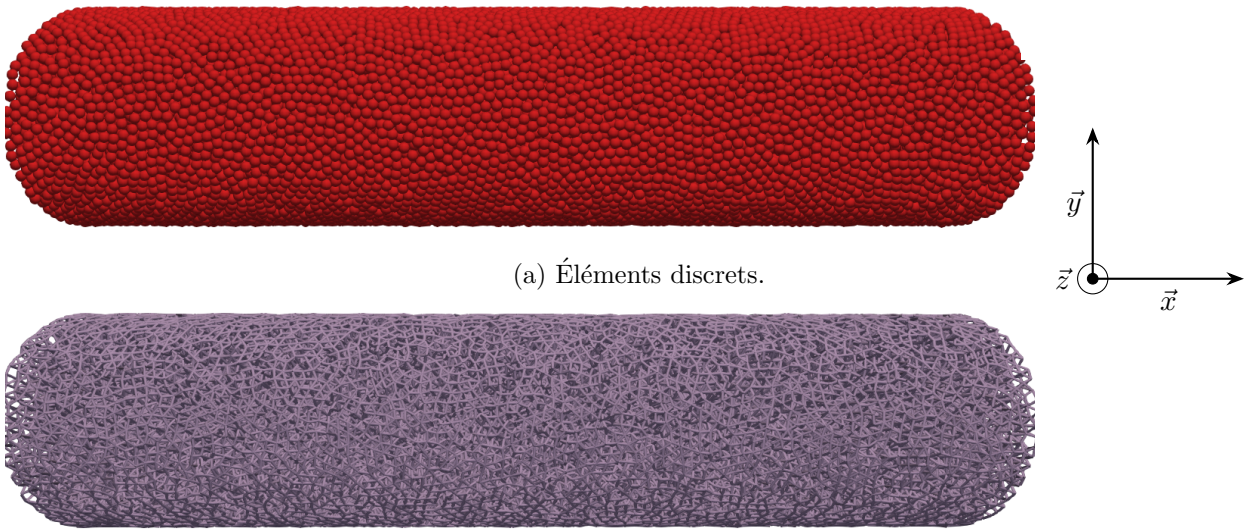
Les expériences d'écaillage réalisées avec le moyen GEPI sur l'alumine AL23 par Erzar and Buzaud, 2012 et Zinszner, 2014 fournissent des données expérimentales précieuses pour évaluer les résultats de l'approche DEM. Les profils de vitesse mesurés en face arrière sont des données essentielles qui témoignent du phénomène d'écaillage. Elles serviront de référence pour valider le modèle DEM. La détermination de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation au moment d'écaillage met en exergue l'effet du chargement dynamique sur la réponse de l'alumine AL23. Cependant, dû aux incertitudes des méthodes d'estimation, les mesures expérimentales ne constituent qu'une tendance qui servira d'adjonction à la restitution des profils de vitesse.

3.2 Calibration quasi-statique et dynamique des paramètres microscopiques des liens du domaine discret

3.2.1 Construction du domaine discret

Une première étape consiste à construire un domaine discret selon la méthode expliquée dans la partie 2.5.1, au même titre qu'il faut définir un volume maillé en FEM. En prenant comme référence les travaux de Zinszner et al., 2015 et de Erzar and Buzaud, 2012, la géométrie du domaine discret est choisie pour représenter les échantillons d'alumine soumis aux tirs GEPI. Ainsi, le domaine discret est défini cylindrique, de longueur $L = 10$ mm, correspondant à l'épaisseur des échantillons d'alumine et de rayon $R = 2{,}5$ mm. Le chargement imposé lors des tirs GEPI entraîne un état de déformation uniaxial. C'est la raison pour laquelle il n'est pas nécessaire de modéliser l'ensemble des échantillons, mais seulement leur partie centrale. Pour éviter des détentes latérales (effets de bords), des conditions de symétrie sont obligatoires sur la frontière radiale du domaine.

La figure 3.6 montre les réseaux d'éléments discrets (figure 3.6a) et de liens (figure 3.6b) qui composent le domaine discret ainsi construit. Neuf autres domaines discrets de mêmes dimensions que le premier ont été construits, dans le but d'étudier la variabilité naturelle de l'approche DEM, induite par l'organisation aléatoire des éléments discrets, sur des résultats numériques.



(a) Éléments discrets.

(b) Liens.

FIGURE 3.6 – Visualisation des éléments discrets et des liens qui composent le domaine discret.

3.2.2 Calibration quasi-statique des liens du domaine discret

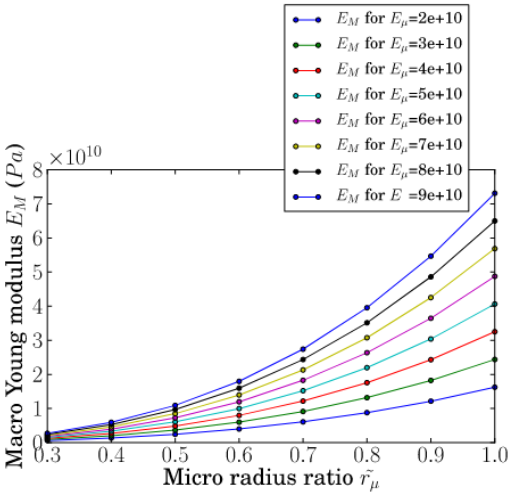
Comme expliqué dans la partie 2.5.2, le modèle de poutre cohésive demande une calibration des propriétés élastiques des liens, ou propriétés élastiques microscopiques. Cette étape a pour but de calibrer les paramètres des liens, assimilés à des poutres d'Euler-Bernouilli, afin que le domaine discret exhibe les propriétés élastiques macroscopiques souhaitées.

Pour évaluer le potentiel de la méthode discrète pour reproduire les résultats des expériences GEPI de Erzar and Buzaud, 2012, la recherche des paramètres microscopiques est axée sur les propriétés élastiques de l'alumine AL23, données dans le tableau 3.2 [Zinszner, 2014].

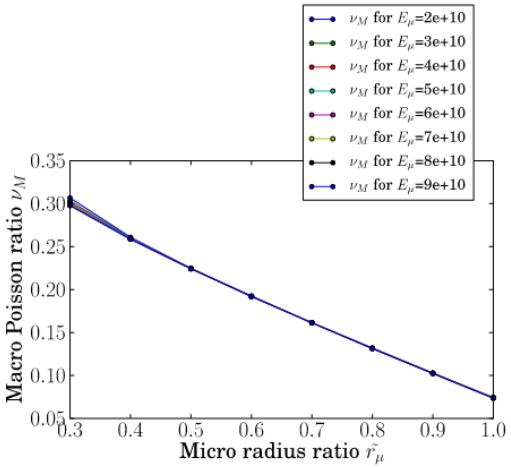
Tableau 3.2 – Propriétés élastiques macroscopiques de l'alumine [Zinszner et al., 2015].

ρ_{M} [kg.m^{-3}]	ν_{M} [$\varnothing$]	E_{M} [GPa]
3 890	0,22	360

D'après les travaux de André et al., 2012 et de Jebahi et al., 2013, les paramètres microscopiques doivent être calibrés dans un ordre bien spécifique. En effet, il a été montré que les paramètres à calibrer sont le rayon adimensionnel microscopique r_μ (équation 2.30), le module d'Young microscopique E_μ des poutres et le coefficient de Poisson microscopique ν_μ. Ce dernier ne montre pas d'influence sur les propriétés élastiques macroscopiques [André et al., 2012], il est alors choisi arbitrairement comme étant égal au coefficient de Poisson macroscopique de l'alumine AL23 tel que $\nu_\mu = \nu_{\mathrm{M}} = 0.22$. Le rayon adimensionnel microscopique r_μ a une grande influence sur le coefficient de Poisson macroscopique ν_{M} (figure 3.7b), contrairement au module d'Young microscopique E_μ (figure 3.8b). Lesdits paramètres microscopiques montrent une influence conséquente sur le module d'Young macroscopique E_{M} (figure 3.7a et 3.8a). Il faut donc ordonner la calibration, de telle manière à ce que le paramètre r_μ soit calibré en premier et le paramètre E_μ en second.

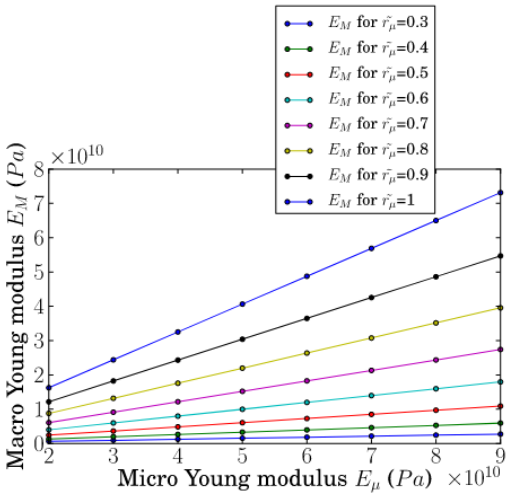


(a) Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le rayon adimensionnel microscopique $\tilde{r}_\mu$.

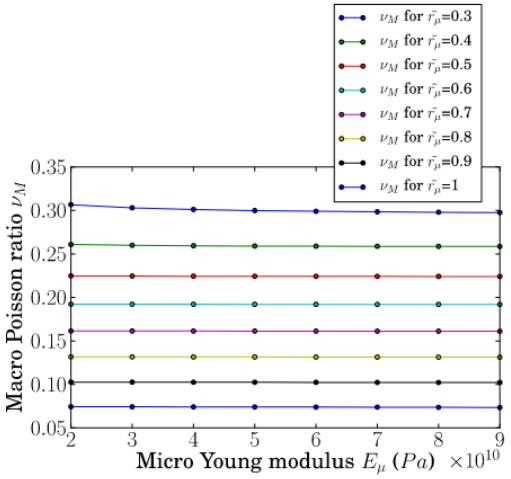


(b) Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique $\tilde{r}_\mu$.

FIGURE 3.7 – Influence du rayon adimensionnel $\tilde{r}_\mu$ sur les propriétés élastiques macroscopiques E_M et ν_M [André et al., 2012].



(a) Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ.



(b) Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le module d'Young microscopique E_μ.

FIGURE 3.8 – Influence du module d'Young microscopique E_μ sur les propriétés élastiques macroscopiques E_M et ν_M [André et al., 2012].

La densité microscopique ρ_μ, qui n'est pas un paramètre à calibrer, mais une propriété des éléments discrets, est définie comme étant le quotient de la densité macroscopique ρ_M par la fraction volumique du domaine (équation 3.1). Elle est donc entièrement dépendante de la densité d'éléments discrets composants le domaine discret mais indépendante de la distribution statistique χ du rayon des éléments discrets, mentionnée dans la partie 2.5.1 (équation 2.29).

$$\rho_\mu = \frac{\rho_\mathrm{M}}{v_\mathrm{f}}. \tag{3.1}$$

Il n'existe pas de corrélation analytique entre les propriétés élastiques à l'échelle microscopique et celles à l'échelle macroscopique. La calibration est donc réalisée à travers la simulation numérique d'essais de traction uniaxiale en considérant les domaines discrets (figure 3.6) en condition de bord libre (pas de condition de symétrie sur la frontière radiale).

Les domaines discrets (figure 3.6) sont soumis à des sollicitations de traction uniaxiale purement élastiques selon l'axe $\vec{x}$. La face avant (dénommée *xMin*) et arrière (dénommée *xMax*) du domaine cylindrique sont assujetties à un déplacement $\vec{\delta}$ de même norme en sens opposé (figure 3.9) tel que :

$$\vec{\delta} = \begin{pmatrix} v_\delta \times \mathrm{d}t \times it \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{x}, \tag{3.2}$$

avec v_δ la vitesse du déplacement imposé, $\mathrm{d}t$ le pas de temps et it l'itération courante incrémentale. Pour garantir le caractère quasi-statique des essais, l'équilibre et un nombre suffisant d'aller-retours d'ondes dans le domaine discret, la vitesse de déplacement augmente progressivement pendant 3 000 itérations puis reste constante à $v_\delta = 2 \times 10^{-2}$ m.s^{-1}. À chaque pas de temps $\mathrm{d}t$, la contrainte uniaxiale σ_{xx} (équation 3.5) est mesurée de la manière suivante :

$$\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMin}} = \frac{F_{\mathrm{x}}^{\mathrm{xMin}}}{S}, \tag{3.3}$$

$$\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMax}} = \frac{F_{\mathrm{x}}^{\mathrm{xMax}}}{S}, \tag{3.4}$$

$$\sigma_{\mathrm{xx}} = \frac{\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMin}} - \sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMax}}}{2}, \tag{3.5}$$

avec $\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMin}}$ (respectivement $\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMax}}$) la contrainte uniaxiale exercée sur la face avant (respectivement arrière) du domaine discret *xMin* (respectivement *xMax*), $F_{\mathrm{x}}^{\mathrm{xMin}}$ (respectivement $F_{\mathrm{x}}^{\mathrm{xMax}}$) la composante selon l'axe $\vec{x}$ du vecteur force (moyenné sur tous les éléments discrets des faces) mesuré sur la face avant (respectivement arrière) du domaine discret *xMin* (respectivement *xMax*) et S la section de l'enveloppe au début de la simulation (section ingénieur). La déformation uniaxiale $\varepsilon_{\mathrm{xx}}$ (équation 3.6) est définie telle que :

$$\varepsilon_{\mathrm{xx}} = \frac{\Delta L}{L_0}, \tag{3.6}$$

où ΔL représente l'allongement de la longueur L de l'enveloppe et L_0 sa longueur initiale.

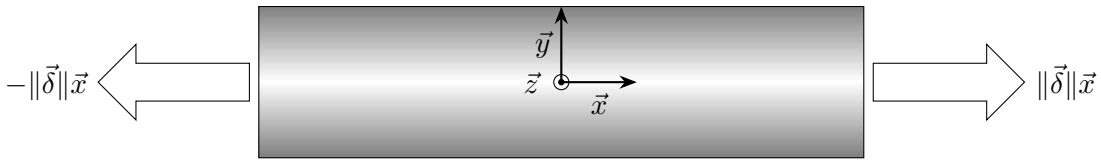


FIGURE 3.9 – Schéma d'un essai de traction uniaxiale.

La figure 3.10 montre l'évolution des contraintes uniaxiales σ_{xx}, $\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMax}}$ et $\sigma_{\mathrm{xx}}^{\mathrm{xMin}}$ avec la déformation uniaxiale lors d'une simulation d'un essai de traction uniaxiale. La superposition des courbes d'évolution des contraintes de la face avant et de la face arrière du domaine discret montre que l'équilibre est atteint, validant ainsi le régime quasi-statique de la simulation. Les simulations numériques sont arrêtées lorsque la contrainte uniaxiale σ_{xx} atteint la valeur seuil de 100 MPa, afin de réduire le coût en temps de calcul des simulations.

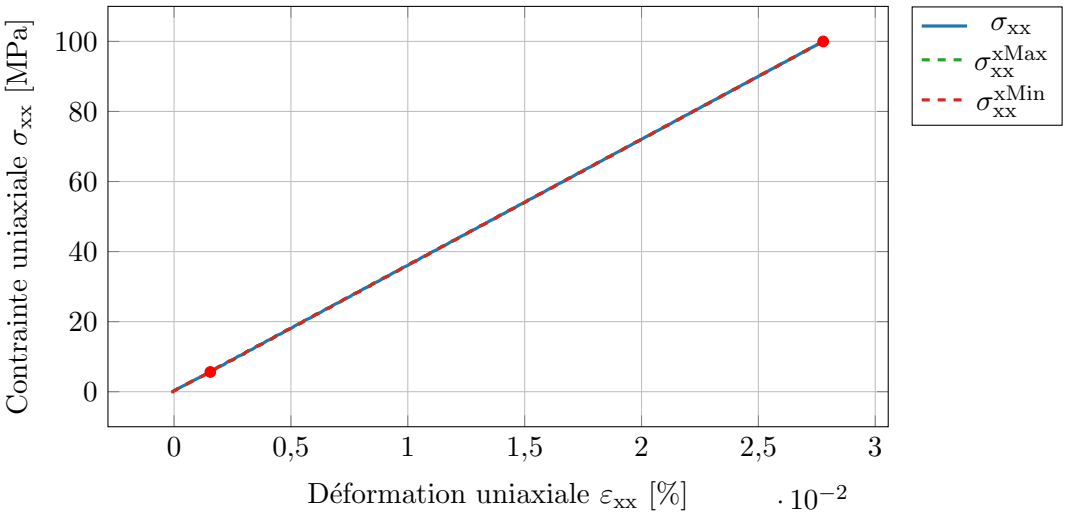


FIGURE 3.10 – Évolution de la contrainte uniaxiale σ_{xx} et des contraintes des faces *xMin* σ_{xx}^{xMin} et *xMax* σ_{xx}^{xMax} avec la déformation uniaxiale d'un essai de traction uniaxiale de calibration avec la DEM.

Deux points rouges sont tracés sur la figure 3.10. Le premier point $P1$ correspond au moment où la vitesse du déplacement imposé atteint sa valeur maximale, qui reste constante par la suite. Le second point $P2$ correspond à la fin du calcul. L'intervalle délimité par ces deux points est utilisé pour déterminer les propriétés élastiques macroscopiques relatives au domaine discret soumis à l'essai.

Le module d'Young macroscopique E_M et le coefficient de Poisson macroscopique ν_M sont déterminés de la manière suivante :

$$E_M = \frac{\sigma_{xx}^{P2} - \sigma_{xx}^{P1}}{\varepsilon_{xx}^{P2} - \varepsilon_{xx}^{P1}}, \tag{3.7}$$

$$\nu_M = -\frac{\varepsilon_{rr}^{P1P2}}{\varepsilon_{xx}^{P1P2}}, \tag{3.8}$$

avec σ_{xx}^{P1} (respectivement σ_{xx}^{P2}) la contrainte uniaxiale mesurée au point $P1$ (respectivement au point $P2$), ε_{xx}^{P1P2} la moyenne des valeurs de la déformation uniaxiale suivant la direction $\vec{x}$ comprises entre les points $P1$ et $P2$ et ε_{rr}^{P1P2} la moyenne des valeurs de la déformation radiale comprises entre les points $P1$ et $P2$, définie par :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\Delta R}{R_0}, \tag{3.9}$$

où ΔR représente la variation du rayon R de l'enveloppe et R_0 son rayon initial.

La méthode de calibration est couplée à un algorithme de dichotomie afin de minimiser le nombre de simulations numériques à réaliser pour identifier les paramètres élastiques microscopiques correspondant aux propriétés élastiques macroscopiques voulues. La figure 3.11 montre l'évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ obtenue à partir de simulations d'essais de traction uniaxiale. Le schéma dichotomique converge vers le coefficient de Poisson macroscopique ν_M de l'AL23 défini dans le tableau 3.2. Le rayon adimensionnel microscopique r_μ calibré est ainsi obtenu. De la même manière, la figure 3.12 montre la convergence du schéma dichotomique pour déterminer le module d'Young microscopique E_μ.

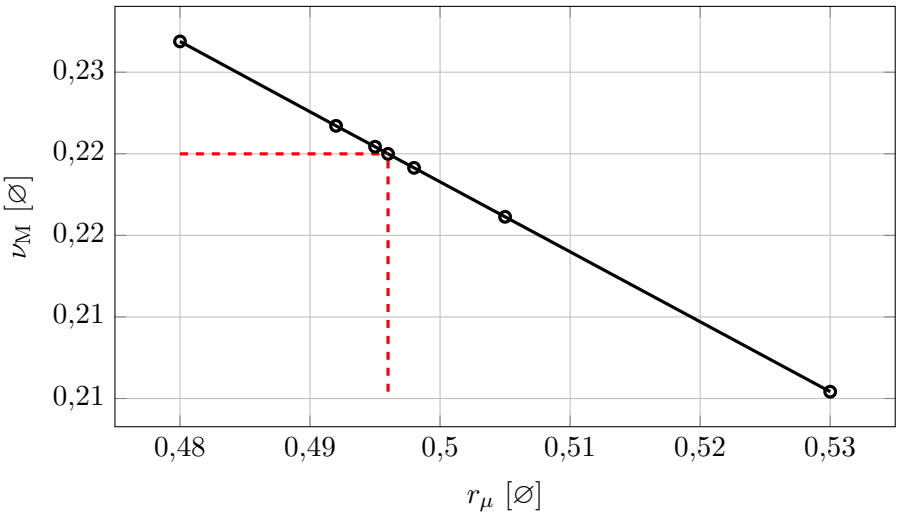


FIGURE 3.11 – Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ obtenue lors de simulations numériques d'essais de traction uniaxiale.

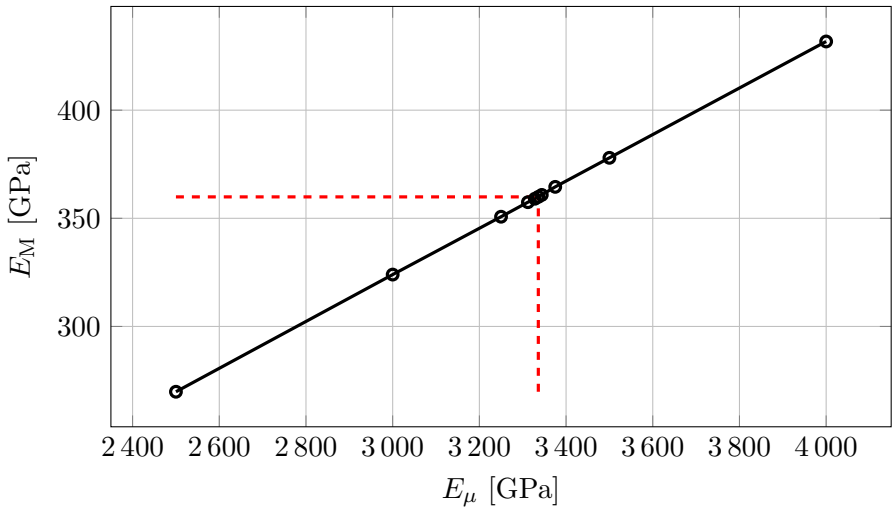


FIGURE 3.12 – Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ obtenue lors de simulations numériques d'essais de traction uniaxiale.

Afin d'étudier la sensibilité des résultats de calibration avec la méthode de remplissage de la méthode DEM, dix domaines discrets composés d'un nombre similaire d'éléments ont été construits. La méthode de calibration des paramètres élastiques microscopiques a été répétée sur ces dix domaines. Les figures 3.13 et 3.14 montrent les courbes de calibration des paramètres élastiques microscopiques r_μ et E_μ. Il n'existe pas de solution unique des paramètres élastiques microscopiques pour obtenir les mêmes propriétés élastiques macroscopiques. La répartition des éléments dans le domaine joue donc un rôle dans la calibration des paramètres.

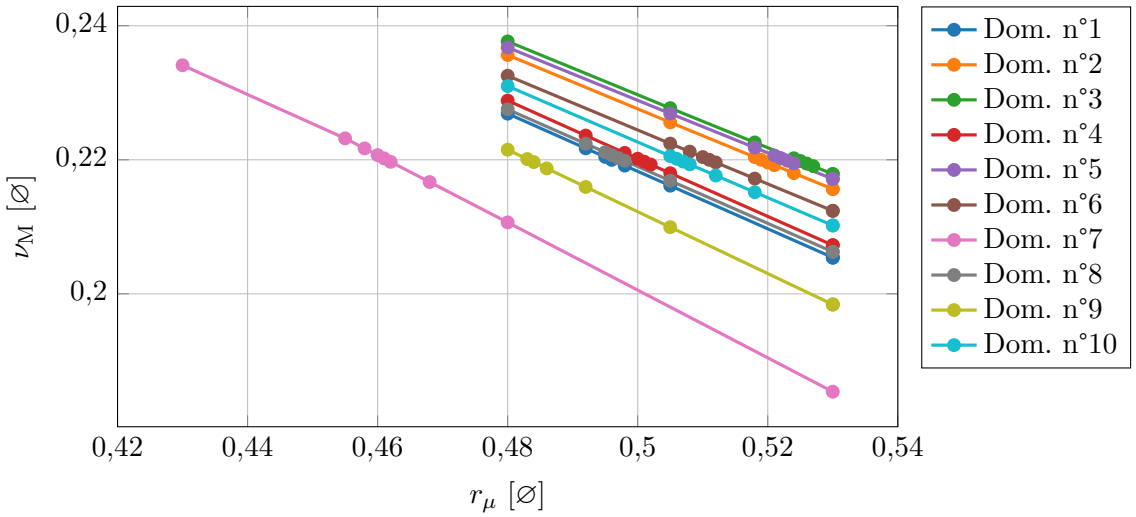


FIGURE 3.13 – Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ obtenue lors de la simulation numérique d'essais de traction uniaxiale en choisissant différents domaines discrets composés d'un même nombre d'éléments.

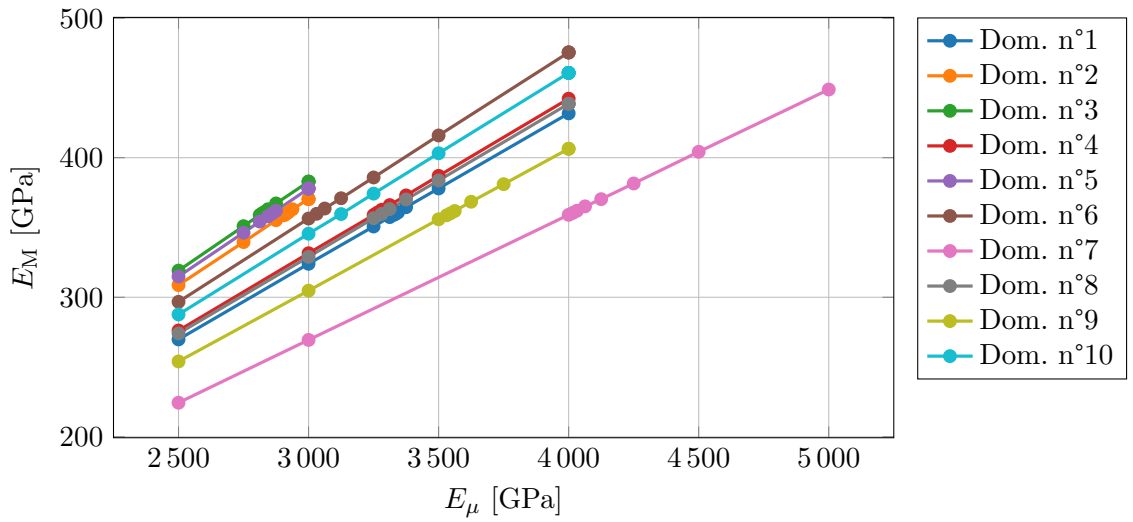


FIGURE 3.14 – Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ obtenue lors de la simulation numérique d'essais de traction uniaxiale en choisissant différents domaines discrets composés d'un même nombre d'éléments.

D'après les travaux de André et al., 2012, la réponse mécanique macroscopique d'un domaine discret est également influencée par le nombre d'éléments discrets (DE) qui le compose. Une analyse de convergence des propriétés élastiques macroscopiques avec le nombre d'éléments discrets du domaine est nécessaire. Des domaines discrets de même dimension (figure 3.6) ont été construits en considérant un nombre croissant d'éléments, qui varie d'environ 10 000 à environ 100 000. Pour chaque nombre d'éléments discrets, un total de dix domaines discrets a été construit pour évaluer l'incertitude sur les paramètres élastiques microscopiques. Le tableau 3.3 rassemble les résultats de la calibration des paramètres élastiques microscopiques obtenus pour sept quantités d'éléments dans le domaine discret.

Tableau 3.3 – Paramètres microscopiques des liens calibrés sur les propriétés élastiques de l'AL23 sur des domaines discrets composés de différents nombre d'éléments discrets (moyennés sur dix domaines discrets).

$\tilde{N}_{\mathrm{DE}}$ [∅]	$\tilde{r}_\mu$ [∅]	$\tilde{E}_\mu$ [GPa]
11 156 ± 19	0,465 ± 0,031	4 062 ± 751
22 272 ± 80	0,535 ± 0,030	2 720 ± 491
33 816 ± 47	0,512 ± 0,040	3 118 ± 688
45 221 ± 38	0,476 ± 0,038	3 831 ± 827
56 607 ± 36	0,502 ± 0,018	3 219 ± 344
85 135 ± 66	0,503 ± 0,025	3 219 ± 437
113 689 ± 71	0,481 ± 0,030	3 701 ± 663

ν_μ [∅]	$\tilde{v}_{\mathrm{f}}$ [∅]	$\tilde{\rho}_\mu$ [kg.m^{-3}]
0,22	0,634 ± 0,003	6 131 ± 30

Les évolutions du rayon adimensionnel microscopique moyenné $\tilde{r_\mu}$ et du module d'Young microscopique moyenné $\tilde{E_\mu}$ avec le nombre d'éléments discrets du domaine sont représentées sur les figures 3.15 et 3.16. Les travaux de André et al., 2012 ont montré qu'un nombre d'éléments discrets égal à 10 000 dans le domaine discret était suffisant pour atteindre une convergence des paramètres élastiques microscopiques calibrés. Ici, il apparaît que le nombre d'éléments à considérer dans le domaine discret pour atteindre la convergence des paramètres élastiques microscopiques est plutôt d'environ 50 000.

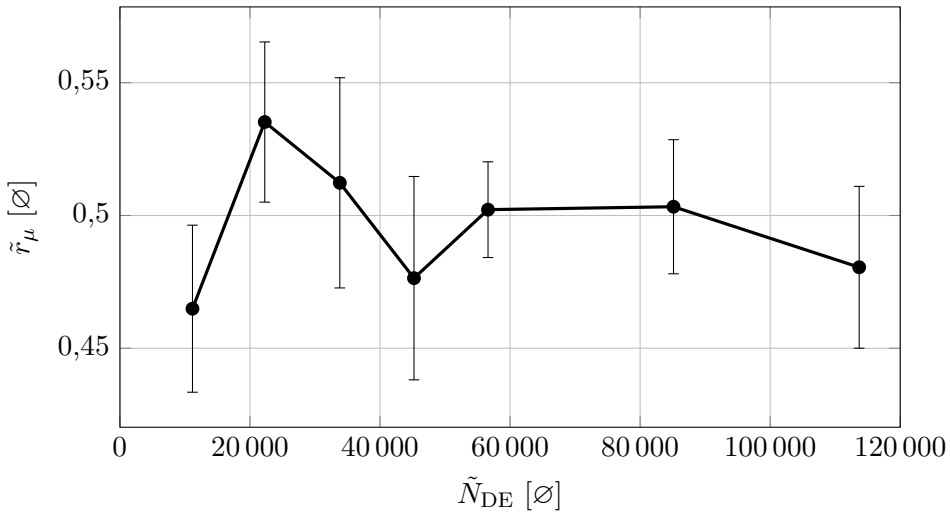


FIGURE 3.15 – Évolution du rayon adimensionnel microscopique $\tilde{r}_\mu$ avec le nombre d'éléments discrets du domaine $\tilde{N}_{\mathrm{DE}}$ (moyenne sur dix domaines discrets).

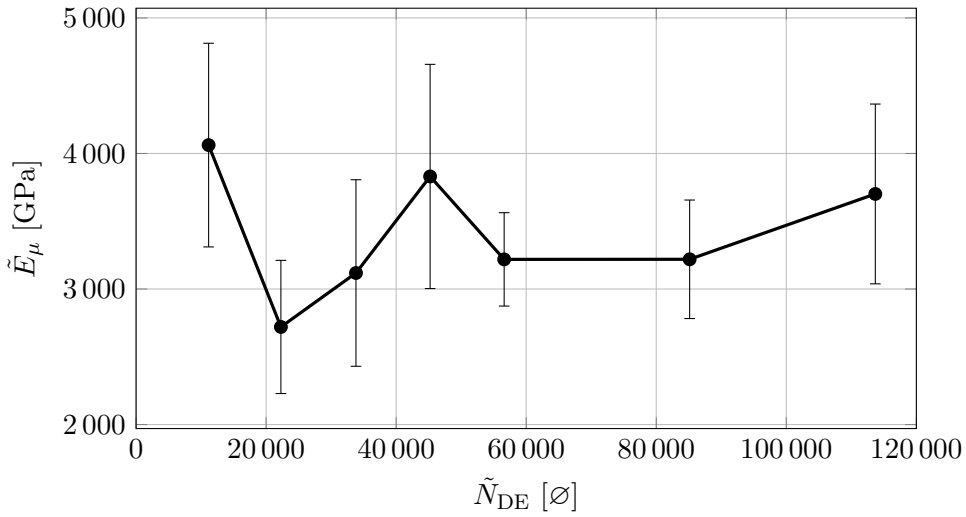


FIGURE 3.16 – Évolution du module d'Young microscopique $\tilde{E}_\mu$ avec le nombre d'éléments discrets du domaine $\tilde{N}_{\mathrm{DE}}$ (moyenne sur dix domaines discrets).

3.2.3 Validation du modèle : propagation d'une onde élastique

L'étape de calibration quasi-statique permet d'obtenir les paramètres élastiques microscopiques des liens qui connectent les éléments discrets du domaine discret. Il semble utile de valider cette calibration pour un régime de sollicitations dynamiques. Il a été choisi de simuler la propagation des ondes longitudinales. Cette étude est requise pour valider l'utilisation de l'approche DEM, à travers le logiciel GranOO [André et al., 2014], pour représenter ensuite des phénomènes plus complexes comme l'écaillage ou l'endommagement généré lors d'impacts à grande vitesse de projectiles.

Afin de pouvoir mesurer la vitesse des ondes longitudinales qui traversent le domaine discret, celui-ci (figure 3.6) a été divisé en tranches. La partition du domaine discret est opérée au moyen d'un coefficient de partition cp et le diamètre moyen des éléments. L'épaisseur des tranches e_{tr} est :

$$e_{\mathrm{tr}} = c_{\mathrm{p}}\tilde{d} = 2c_{\mathrm{p}}\tilde{r}, \tag{3.10}$$

avec $\tilde{d}$ (respectivement $\tilde{r}$) le diamètre moyen (respectivement le rayon moyen) des éléments du domaine discret. La figure 3.17 montre les éléments discrets du domaine ($\tilde{N}_{\mathrm{DE}} = 56\ 607$) répartis dans dix tranches tel que $c_{\mathrm{p}} = 10$.

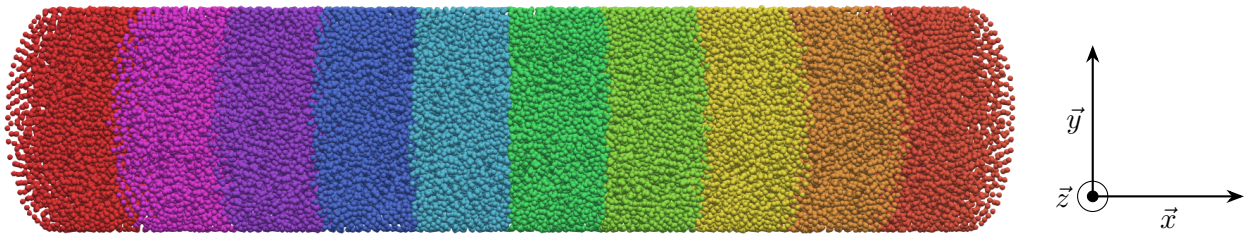


FIGURE 3.17 – Visualisation du domaine discret divisé en tranches dont l'épaisseur est égale à dix fois le diamètre moyen des éléments ($c_{\mathrm{p}} = 10$).

Pour étudier la propagation d'ondes longitudinales à travers le domaine discret, une sollicitation transitoire est appliquée. Le pulse de pression sinusoïdal correspondant, d'une durée de 1 μs et d'une amplitude de 500 MPa, est représenté sur la figure 3.18. Il est appliqué sur la face avant du domaine discret, dont le comportement est supposé élastique, tel que :

$$F_{\mathrm{x}}(t) = \frac{P(t)}{SN}, \tag{3.11}$$

où F_{x} est la composante selon l'axe $\vec{x}$ du vecteur forces des éléments discrets, P la pression du pulse appliquée et N le nombre d'éléments discrets de la face avant du domaine. Les éléments de la frontière radiale du domaine discret sont bloqués ($\delta_{\mathrm{y}} = 0$, $\delta_{\mathrm{z}} = 0$).

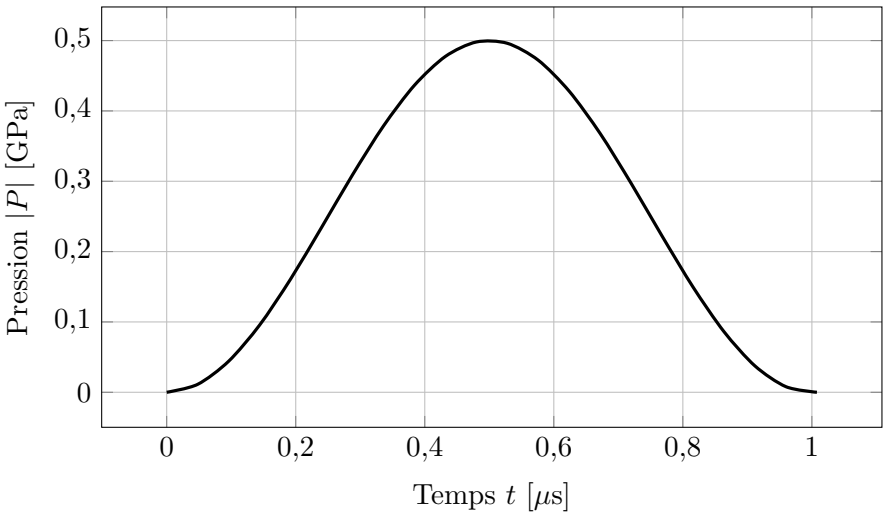


FIGURE 3.18 – Profil de pression sinusoïdal appliqué en face avant du domaine discret.

La figure 3.19 montre la propagation d'une onde longitudinale à travers le domaine discret. Le champ de vitesse particulaire selon l'axe $\vec{x}$ y est représenté. L'onde générée par le pulse de pression sinusoïdal engendre une perturbation locale de la vitesse particulaire. Cette perturbation se propage dans tout le domaine discret avant d'être réfléchie sur la face arrière libre du domaine. L'onde réfléchie se propage alors dans l'autre sens.

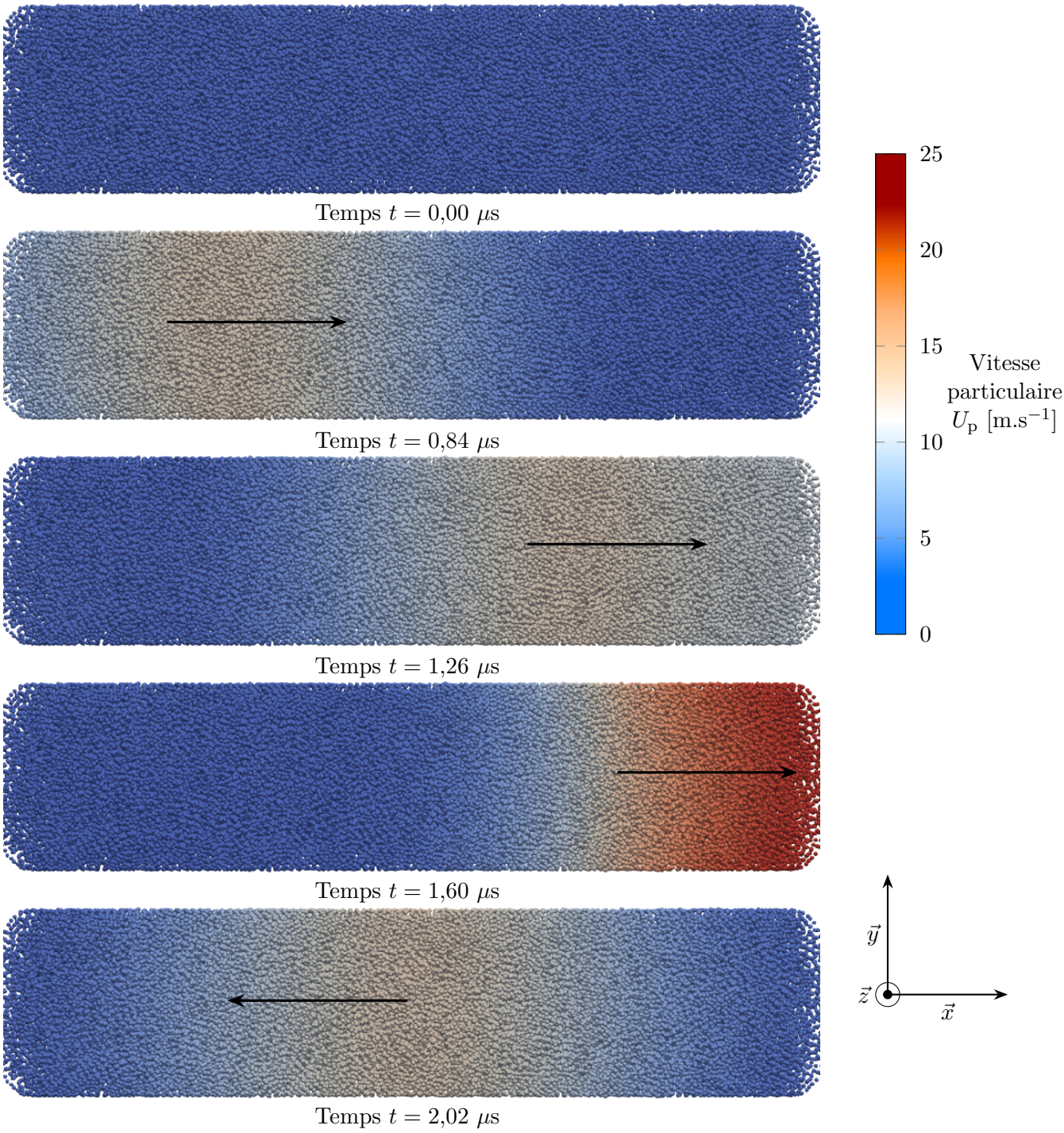


FIGURE 3.19 – Champ de vitesse particulaire selon l'axe $\vec{x}$ témoignant de la propagation d'une onde élastique dans le domaine discret au cours d'une simulation numérique élastique dynamique.

La figure 3.20 montre le profil de vitesse calculé dans chaque tranche au cours de la simulation numérique. La vitesse des tranches est calculée comme la moyenne des vitesses des éléments discrets qui compose les tranches. La propagation de l'onde de pression apparaît clairement. En accord avec la mécanique des chocs, la figure 3.20 montre bien le doublement de la vitesse particulaire en face arrière après réflexion de l'onde incidente. Le deuxième pic de vitesse est dû au retour de l'onde réfléchie sur la face avant.

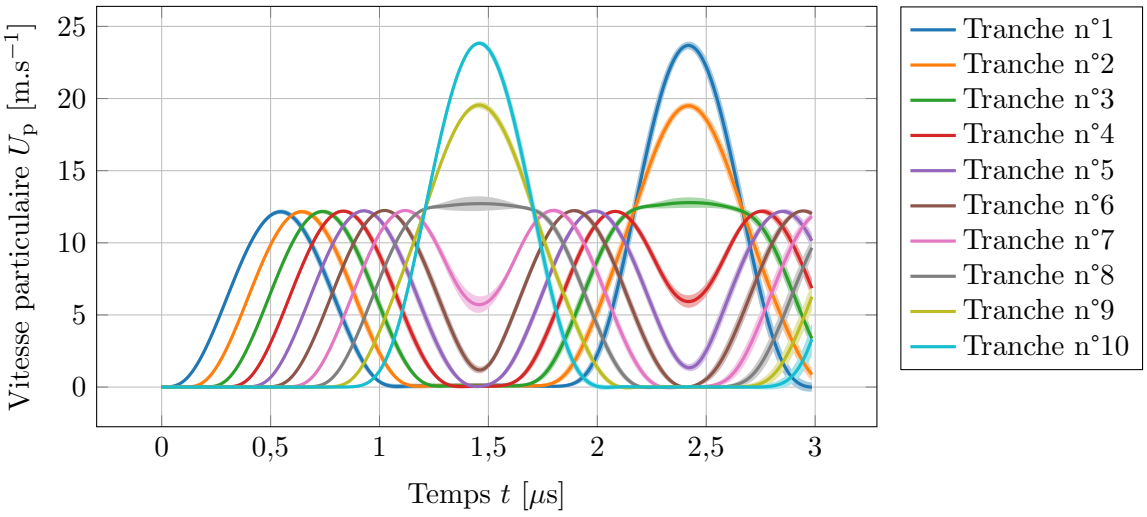


FIGURE 3.20 – Profils de vitesse temporel de chaque tranche dans le domaine discret.

D'après Meyers, 1994, les conditions de transmission et réflexion d'une onde sur une surface libre conduisent à l'obtention d'une vitesse transmise U_{pT} égale à deux fois la vitesse particulaire incidente U_{pI} (figure 3.21), tel que :

$$\frac{U_{pT}}{U_{pI}} = \frac{2\rho_A C_A}{\rho_A C_A + \rho_B C_B} = \frac{2Z_A}{Z_A + Z_B}, \tag{3.12}$$

avec ρ_A, C_A et Z_A (respectivement ρ_B, C_B et Z_B) la densité, la vitesse du son et l'impédance du matériau traversé par l'onde incidente (respectivement du matériau dans lequel l'onde incidente est transmise).

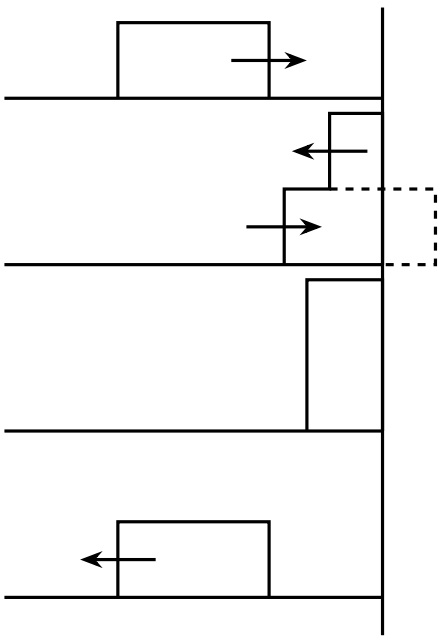


FIGURE 3.21 – Séquence des vitesses particulaires induites lors de la réflexion d'une onde sur une surface libre [Meyers, 1994].

La condition de bord libre stipule effectivement que :

$$Z_B = \rho_B C_B = 0, \tag{3.13}$$

$$\frac{U_{pT}}{U_{pI}} = 2. \tag{3.14}$$

Il s'agit d'un premier élément de validation des simulations numériques réalisées avec le modèle DEM. La mesure directe de la vitesse de l'onde incidente est effectuée sur la face avant (face *xMin*) du domaine discret. De la même manière, la mesure de l'onde transmise est réalisée sur la face arrière (face *xMax*) du domaine discret. Les vitesses particulaires U_{pI} et U_{pT} sont définies comme la vitesse particulaire moyenne de la composante selon l'axe $\vec{x}$ du vecteur vitesse des éléments qui composent les faces avant et arrière tel que :

$$U_{\mathrm{pI}} = \tilde{V}^{\mathrm{xMin}}, \tag{3.15}$$

$$U_{\mathrm{pT}} = \tilde{V}^{\mathrm{xMax}}. \tag{3.16}$$

La figure 3.22 montre l'évolution du ratio de l'équation 3.14 avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine. Celui-ci ne semble pas avoir d'influence sur le ratio entre la vitesse de l'onde transmise et la vitesse particulaire de l'onde incidente. L'écart-type, évalué sur dix domaines discrets, diminue de moitié lorsque le nombre d'éléments dans le domaine discret dépasse $\tilde{N}_{\mathrm{DE}} \simeq 50\ 000$.

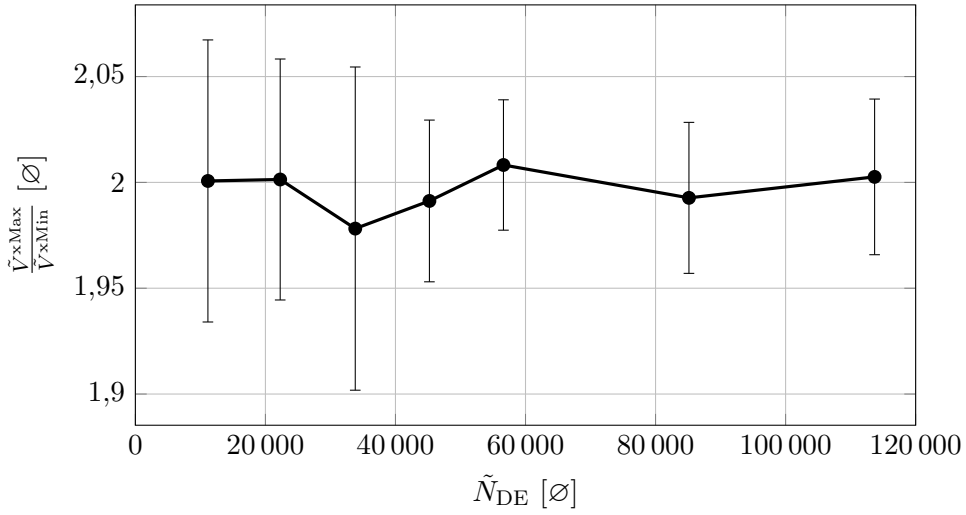


FIGURE 3.22 – Évolution du ratio entre la vitesse moyenne mesurée sur la face arrière *xMax* et la face avant *xMin* du domaine discret avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine.

Le ratio entre la vitesse particulaire de l'onde réfléchie U_{pR} et la vitesse particulaire de l'onde incidente U_{pI} est défini par la relation suivante :

$$\frac{U_{\mathrm{pR}}}{U_{\mathrm{pI}}} = \frac{\rho_{\mathrm{A}} C_{\mathrm{A}} - \rho_{\mathrm{B}} C_{\mathrm{B}}}{\rho_{\mathrm{A}} C_{\mathrm{A}} + \rho_{\mathrm{B}} C_{\mathrm{B}}} = \frac{Z_{\mathrm{A}} - Z_{\mathrm{B}}}{Z_{\mathrm{A}} + Z_{\mathrm{B}}}. \tag{3.17}$$

Dans le cas de la réflexion de l'onde incidente sur une surface libre (équation 3.13), l'équation 3.17 devient :

$$\frac{U_{\mathrm{pR}}}{U_{\mathrm{pI}}} = 1. \tag{3.18}$$

Le ratio de l'équation 3.18 est mesuré sur la tranche située au milieu du domaine discret, soit à 5 cm des faces avant et arrière ($L = 10$ cm). La figure 3.23 montre l'évolution du rapport $\frac{U_{\mathrm{pR}}}{U_{\mathrm{pI}}}$ avec le nombre d'éléments discrets du domaine, qui ne présente pas d'influence majeur. L'écart-type semble diminuer avec le nombre d'éléments discrets dont est composé le domaine. Les résultats des simulations obtenus en utilisant trois coefficients de partition sont représentés sur la figure 3.23. Il apparaît que le rapport de l'équation 3.18 soit moins bien respecté avec l'augmentation de ce coefficient. C'est ce que montre la figure 3.24. L'écart-type du rapport de la vitesse particulaire réfléchie sur celle incidente augmente légèrement avec le coefficient de partition. En revanche, l'écart-type reste négligeable pour $\tilde{N}_{\mathrm{DE}} \gtrsim 50\ 000$.

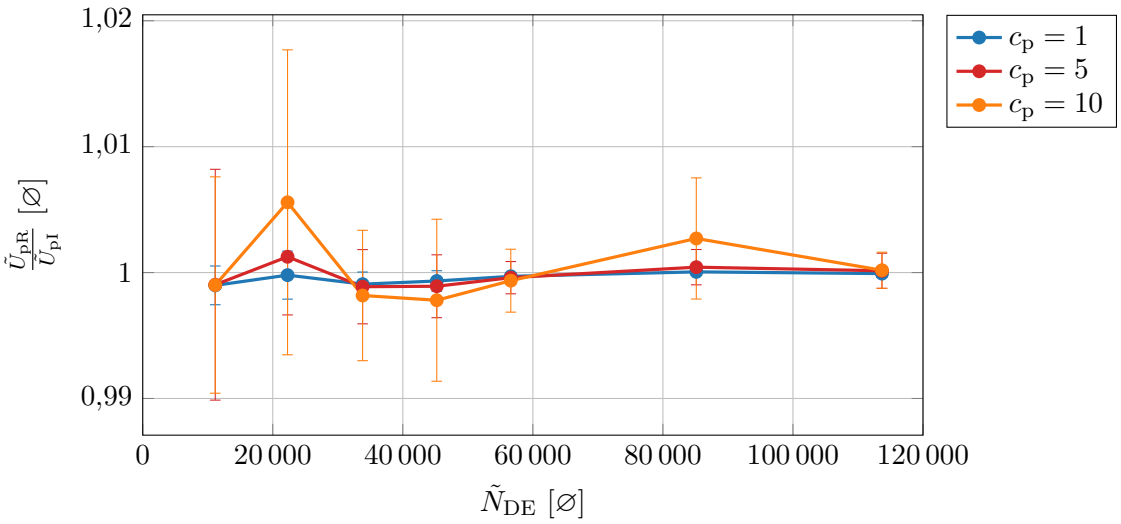


FIGURE 3.23 – Évolution du ratio entre la vitesse moyenne incidente et réfléchie mesurée au milieu du domaine avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine.

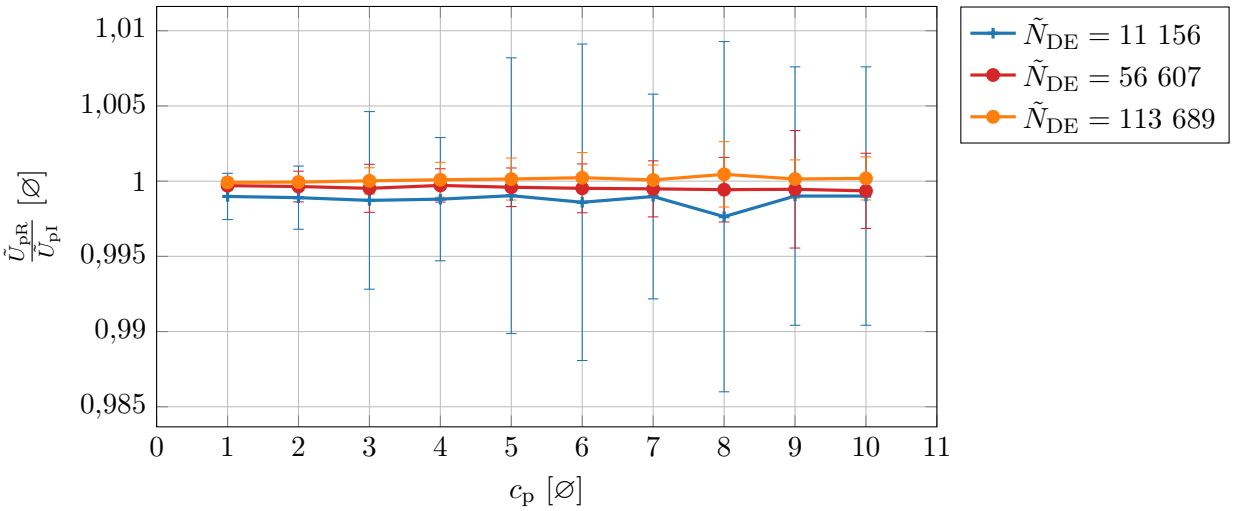


FIGURE 3.24 – Évolution du ratio entre la vitesse moyenne incidente et réfléchie mesurée au milieu du domaine avec le coefficient de partition.

Finalement, une dernière étape de validation consiste à vérifier que l'utilisation des paramètres élastiques microscopiques conduit à la bonne célérité de propagation d'une onde de contrainte. La célérité d'une onde longitudinales C_{L} est définie par :

$$C_{\mathrm{L}} = \left(\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \tag{3.19}$$

La célérité des ondes longitudinales théorique dans l'alumine AL23 est calculée à partir des propriétés élastiques macroscopiques du tableau 3.2 tel que :

$$C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{th}} = \left(\frac{1-\nu_{\mathrm{M}}}{(1+\nu_{\mathrm{M}})(1-2\nu_{\mathrm{M}})} \frac{E_{\mathrm{M}}}{\rho_{\mathrm{M}}} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{3.20}$$

$$C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{th}} = 10\ 279\ \mathrm{m.s}^{-1}. \tag{3.21}$$

Pour estimer la célérité des ondes longitudinales $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{sim}}$ dans le domaine discret, les profils de vitesse ont été comparés en deux points du domaine discret, soit entre deux tranches. Elles sont prises suffisamment éloignées des faces avant et arrière pour éviter les effets de bords. Ainsi, la première tranche

T^{av} se situe à 3 cm de la face avant et la deuxième tranche T^{ar} est située à 3 cm de la face arrière. La figure 3.25 exhibe les profils temporels de vitesse particulaire des tranches T^{av} et T^{ar} au cours d'une simulation dynamique élastique, où le profil de pression de la figure 3.18 est appliqué sur la face avant.

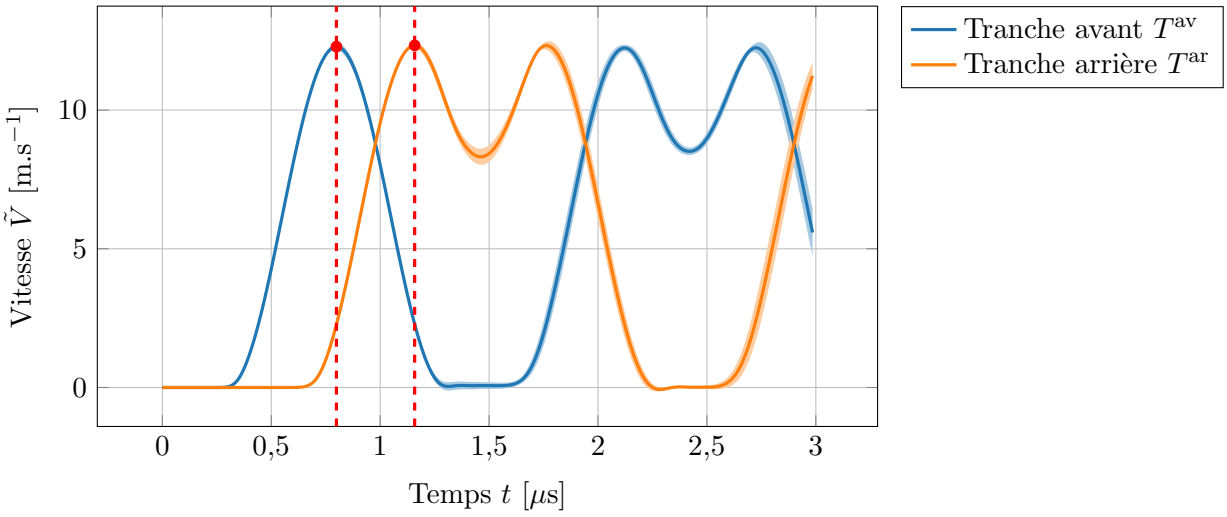


FIGURE 3.25 – Profils de vitesse temporel des tranches avant T^{av} et arrière T^{ar}.

Le temps mis par l'onde pour parcourir la distance qui sépare les tranches T^{av} et T^{ar} est déterminé à l'aide des points rouges représentés sur la figure 3.25. Ces deux points sont choisis comme étant les instants où la vitesse particulaire de chaque tranche atteint son premier maximum. La vitesse de propagation des ondes longitudinales dans le domaine discret $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{sim}}$ est calculée en utilisant la relation suivante :

$$C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{sim}} = \frac{x^{\mathrm{ar}} - x^{\mathrm{av}}}{t^{\mathrm{ar}} - t^{\mathrm{av}}}, \tag{3.22}$$

avec x^{av} (respectivement x^{ar}) la position de la tranche avant (respectivement de la tranche arrière) et t^{av} (respectivement t^{ar}) le temps auquel la vitesse particulaire de la tranche avant (respectivement la tranche arrière) atteint son maximum. La figure 3.26 montre l'évolution de l'erreur relative entre la vitesse de propagation des ondes longitudinales théorique $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{th}}$ (équation 3.20) et celle mesurée à l'issue des simulations DEM $C_{\mathrm{L}}^{\mathrm{sim}}$ (équation 3.22) avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine. Pour des coefficients de partition $c_{\mathrm{p}} = 1$ et $c_{\mathrm{p}} = 10$, l'erreur relative reste relativement faible, entre $\tilde{\varepsilon}_{C_{\mathrm{L}}} = 1$ % et $\tilde{\varepsilon}_{C_{\mathrm{L}}} = 3$ %, quel que soit le nombre d'éléments dans le domaine. Elle montre par ailleurs que l'erreur relative augmente légèrement avec le nombre d'éléments discrets. D'après la figure 3.27, le coefficient de partition ne semble pas avoir d'influence sur la célérité des ondes longitudinales.

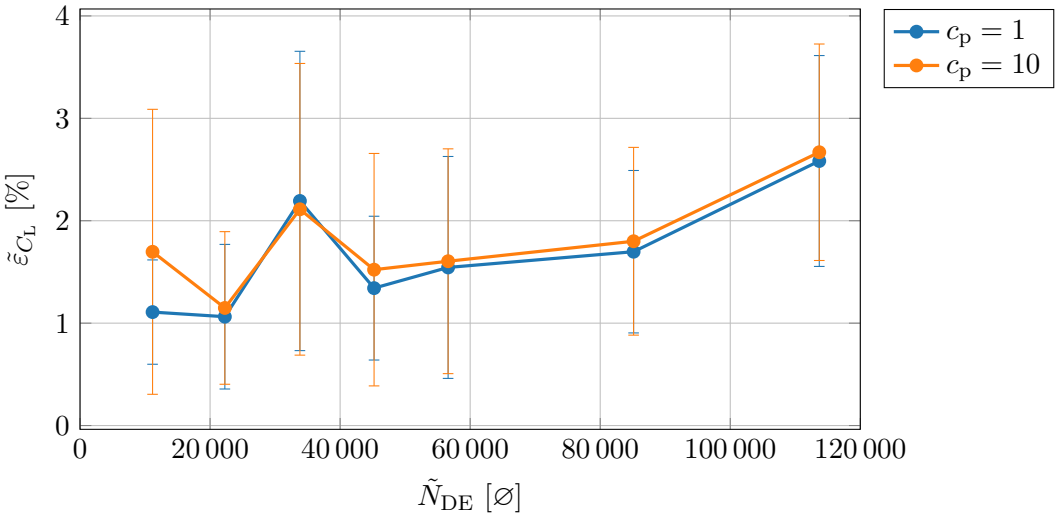


FIGURE 3.26 – Évolution de l'erreur relative $\tilde{\varepsilon}_{C_\mathrm{L}}$ entre la célérité des ondes longitudinales théorique C_L^th et celle mesurée à l'issue de simulations élastiques DEM $C_\mathrm{L}^\mathrm{sim}$ avec le nombre d'éléments discrets.

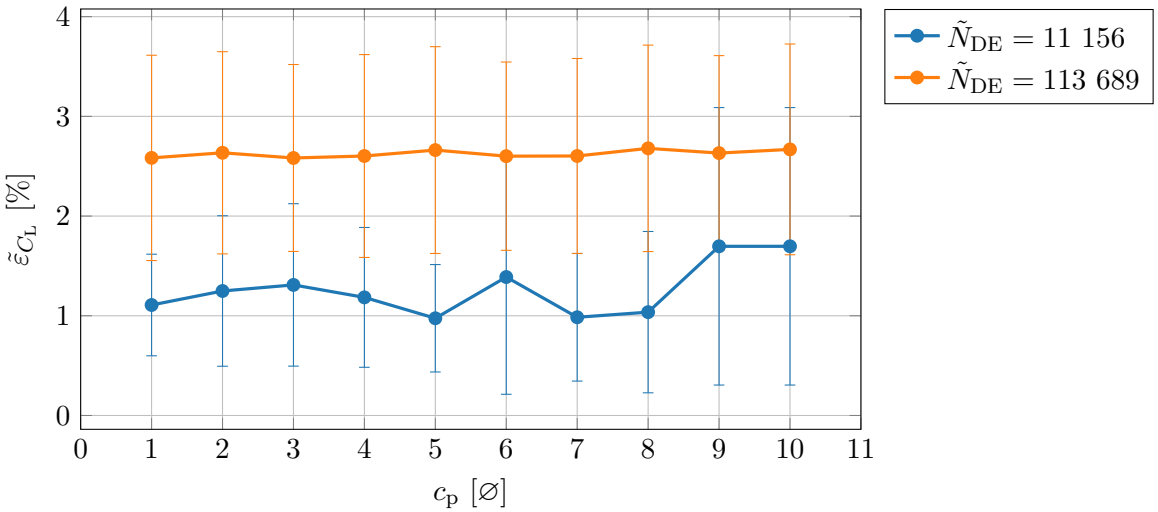


FIGURE 3.27 – Évolution de l'erreur relative $\tilde{\varepsilon}_{C_\mathrm{L}}$ entre la célérité des ondes longitudinales théorique C_L^th et celle mesurée à l'issue de simulations élastiques DEM $C_\mathrm{L}^\mathrm{sim}$ avec le coefficient de partition c_p.

3.2.4 Conclusion intermédiaire

Cette partie a présenté la méthode de calibration quasi-statique des paramètres microscopiques des liens et sa validation au travers de simulations numériques de propagation d'ondes élastiques. Cette étape de calibration est indispensable par le manque de relation analytique permettant de relier les propriétés élastiques macroscopiques du matériau et les paramètres microscopiques élastiques des liens. Un protocole bien précis a été identifié pour calibrer les différents paramètres microscopiques élastiques. Une analyse de convergence de ces paramètres avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine a montré que ce dernier devait comporter au moins $\tilde{N}_\mathrm{DE} \simeq 50\ 000$ éléments discrets. Pour valider la calibration réalisée, la propagation d'ondes longitudinales élastiques a été modélisée avec l'approche DEM. Cela a permis de vérifier la cohérence de la célérité des ondes longitudinales dans les simulations numériques avec la valeur théorique. Les conditions de transmission et réflexion d'une onde de contrainte sur une surface libre sont également parfaitement vérifiées. Le coefficient de partition a été introduit et une valeur de $c_\mathrm{p} = 1$ est recommandée pour la suite.

3.3 Simulations des tirs GEPI

3.3.1 Validation de l'utilisation du tenseur des contraintes virielles : interaction d'une onde avec une surface libre

Introduit dans la partie 2.5.4, le tenseur des contraintes virielles permet d'obtenir un état de contraintes dans chaque élément du domaine discret. Cependant, il est nécessaire de valider l'utilisation de cet outil dans le cadre de simulations numériques de phénomènes dynamiques avec la DEM. Cette étape de validation s'appuie sur une équation de la dynamique des chocs qui statue, dans une condition de bord libre [Meyers, 1994] (figure 3.28) :

$$\frac{\sigma_{\mathrm{R}}}{\sigma_{\mathrm{I}}} = -1, \tag{3.23}$$

où σ_{I} représente la contrainte uniaxiale de l'onde incidente et σ_{R} celle de l'onde réfléchie.

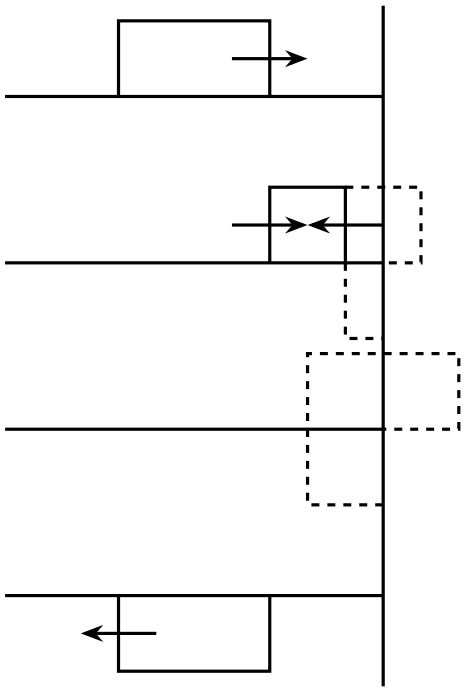


FIGURE 3.28 – Séquence des ondes de contrainte induites lors de la réflexion d'une onde sur une surface libre [Meyers, 1994].

De la même manière que précédemment, une tranche située au milieu du domaine discret est considérée. La figure 3.29 montre l'évolution temporelle de la contrainte uniaxiale dans la direction $\vec{x}$ moyennée sur tous les éléments de la tranche. La contrainte incidente est déterminée lorsque la contrainte uniaxiale suivant $\vec{x}$ atteint son premier minimum. La contrainte réfléchie est obtenue en repérant la contrainte maximale (points rouges sur la figure 3.29). Le premier minimum représente le passage de l'onde de compression induite par le pulse de pression (figure 3.18) et le maximum au passage de la même onde, mais réfléchie en onde de détente sur la face arrière libre du domaine discret.

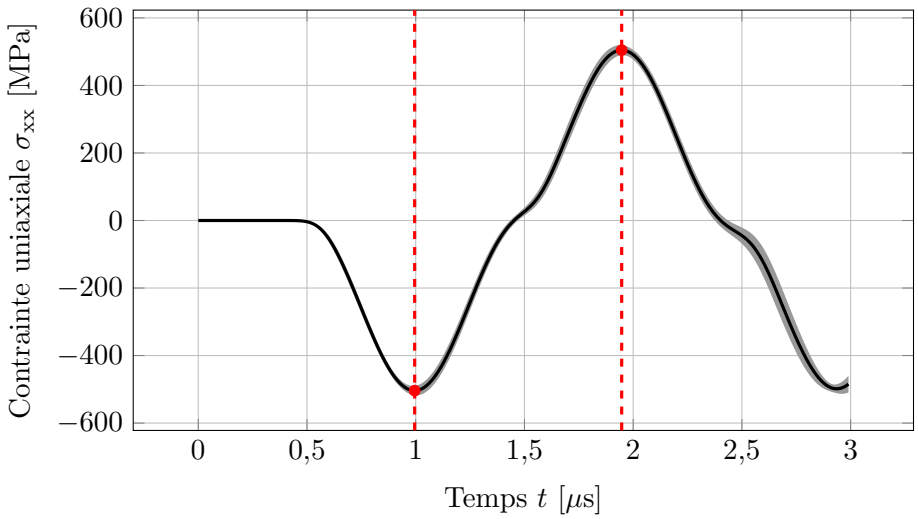


FIGURE 3.29 – Moyenne de l'évolution temporelle de la contrainte uniaxiale suivant $\vec{x}$ moyenne au milieu du domaine discret pour dix simulations iso-paramètres.

La figure 3.30 montre l'évolution du rapport entre la contrainte de l'onde incidente et la contrainte de l'onde réfléchie (équation 3.23) en fonction du nombre d'éléments discrets dans le domaine. Le rapport entre les deux contraintes est relativement stable en fonction du nombre d'éléments discrets. L'erreur est inférieure à 0,3 % et une convergence semble être atteinte pour un nombre d'éléments supérieur à $\tilde{N}_{\mathrm{DE}} \simeq 50\ 000$. Sont également représentés sur la figure 3.30 les résultats obtenus en choisissant plusieurs niveaux de voisinage n_{l} pour le calcul du tenseur des contraintes virielles. Comme expliqué dans la partie 2.5.4, le tenseur des contraintes virielles est construit sur chaque élément discret en considérant les efforts exercés par les éléments discrets voisins (équation 2.48). Cependant, il est possible de choisir le niveau de voisinage utilisé dans le calcul des efforts exercés. Ainsi, un niveau de voisinage égal à $n_{\mathrm{l}} = 0$ représente le calcul du tenseur des contraintes virielles sur les voisins directement liés à l'élément discret considéré. Un niveau de voisinage tel que $n_{\mathrm{l}} = 1$ considère les premiers voisins de l'élément discret et les voisins des voisins. De la même manière, $n_{\mathrm{l}} = 2$ représente les premiers, deuxièmes et troisièmes voisins de l'élément discret auquel le tenseur des contraintes est calculé. Le niveau de voisinage, par sa définition, exerce un rôle similaire à une fonction de lissage. Pourtant, il ne semble pas influencer les résultats (les courbes des différents niveaux de voisinage se superposent). L'erreur semble tendre vers une valeur finie synonyme d'une erreur de justesse de la méthode numérique.

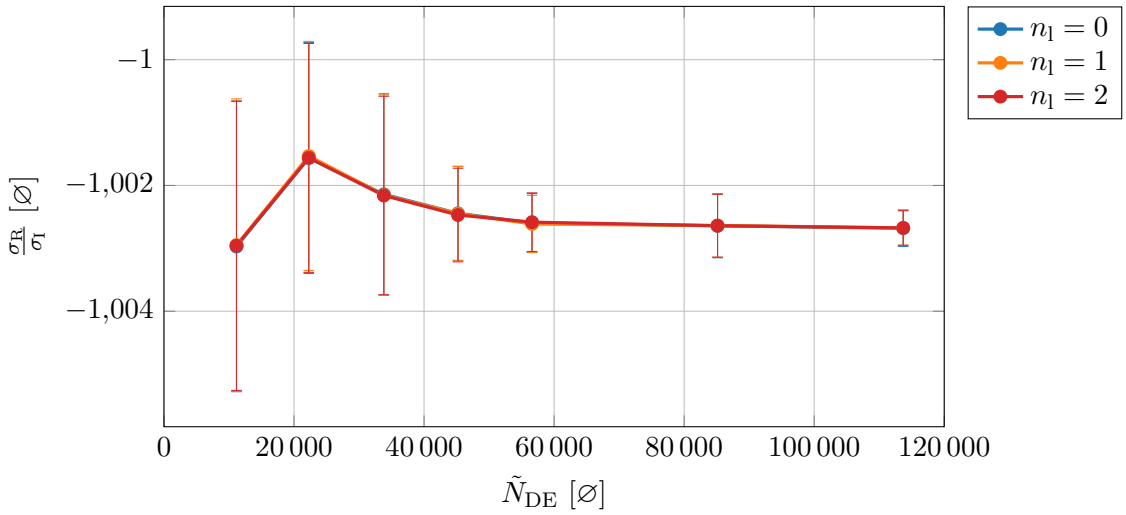


FIGURE 3.30 – Évolution du rapport de la contrainte uniaxiale de l'onde réfléchie sur celle de l'onde incidente avec le nombre d'éléments discrets et du niveau de voisinage. Les courbes des différents niveaux de voisinage se confondent.

Comme précédemment, l'influence du coefficient de partition est étudiée. Les résultats sont représentés sur la figure 3.31. Le rapport de l'équation 3.23 est relativement stable, mais l'erreur augmente avec le coefficient c_p. L'erreur associée à un coefficient de partition $c_p = 10$ est cinq fois supérieure à celle liée à coefficient de partition égal à $c_p = 1$. Comme pour la figure 3.30 précédente, le niveau de voisinage ne montre pas d'influence sur les résultats.

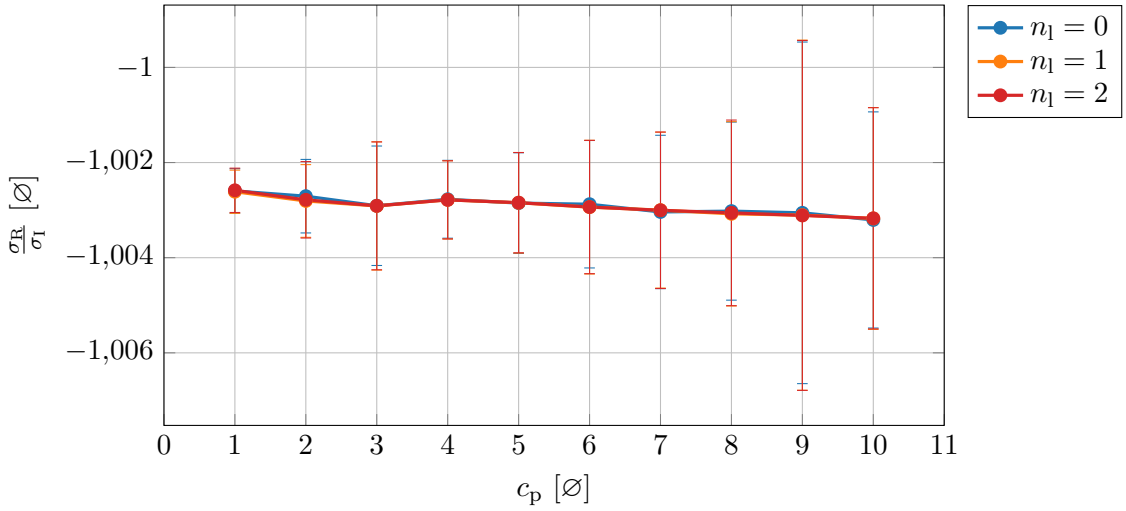


FIGURE 3.31 – Évolution du rapport de la contrainte uniaxiale de l'onde réfléchie sur celle de l'onde incidente avec le coefficient de partition et le niveau de voisinage pour un domaine discret composé de $\tilde{N}_{DE} = 56\ 607 \pm 36$ éléments discrets. Les courbes des différents niveaux de voisinage se confondent.

L'utilisation du tenseur des contraintes virielles est validée car le rapport de la contrainte uniaxiale de l'onde réfléchie sur celle de l'onde incidente reste toujours proche de -1. Les analyses de convergence amènent à la même conclusion que précédemment, à savoir la recommandation de l'utilisation de domaines discrets composés d'au moins $\tilde{N}_{DE} \simeq 50\ 000$ éléments discrets. Un coefficient de partition égal à $c_p = 1$ est préconisé. Enfin, comme le niveau de voisinage utilisé dans le calcul du tenseur des contraintes virielles n'influe pas sur les résultats, il sera choisi à $n_l = 0$ pour minimiser les temps de calcul.

3.3.2 Mise en place d'un critère de rupture en contraintes

Dans l'objectif de modéliser la fragmentation dynamique de la céramique, un critère de rupture doit être défini et une représentation numérique de la fissuration doit être proposée pour les simulations numériques DEM. Ce critère doit se baser sur un état de contraintes. Le tenseur des contraintes virielles répond à ce besoin car il permet d'obtenir un champ de contraintes dans chaque élément du domaine discret. Le critère de rupture peut être appliqué sur les liens [André et al., 2013] ou sur les éléments. Afin d'obtenir un champ de contraintes équivalent au tenseur de Cauchy utilisé dans les approches continues cohérent vis-à-vis de la Mécanique des Milieux Continus (MMC), le choix s'est porté sur le calcul du tenseur de contraintes virielles sur les éléments. Cependant, comme exprimé dans la partie 2.5.4, plusieurs formalismes sont possibles concernant le critère de rupture. Les récents travaux de Dousset, 2019 ont montré qu'un critère de rupture basé sur la première contrainte principale $\bar{\sigma}_{\mathrm{I}}$ du tenseur des contraintes virielles évalué sur chaque élément discret permet une bonne reproduction de la fissuration. Ainsi, la rupture, modélisée par la rupture des liens dans le domaine discret, est amorcée avec le dépassement de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{\mathrm{f}\mu}$ par la première contrainte principale virielle (dans le repère des contraintes principales virielles $(\vec{x}_{\mathrm{I}}, \vec{x}_{\mathrm{II}}, \vec{x}_{\mathrm{III}})$) tel que :

$$\bar{\sigma}_{\mathrm{I}} \geq \sigma_{\mathrm{f}\mu}. \tag{3.24}$$

D'après les travaux de Dousset, 2019, l'utilisation du tenseur des contraintes viriel permet d'obtenir une contrainte à rupture macroscopique sans nécessairement calibrer la contrainte à rupture microscopique associée aux éléments.

Le critère à rupture en contraintes étant défini, il reste à définir un traitement numérique de la fissuration. La méthode généralement retenue en DEM consiste à supprimer des liens au voisinage de l'élément vérifiant le critère de rupture. Les éléments sont connectés entre eux par des liens et il existe plusieurs façons de les supprimer par une « méthode de fissuration ». Dousset, 2019 propose la méthode de fissuration *Half-Plane*. Elle consiste à supprimer les liens connectés à l'élément discret vérifiant l'équation 3.24 situés entre le plan $P\left(\vec{x}_{\mathrm{II}}, \vec{x}_{\mathrm{III}}\right)$ et le vecteur $\vec{x}_{\mathrm{I}}$. La figure 3.32 représente de manière schématique la méthode de fissuration *Half-Plane*.

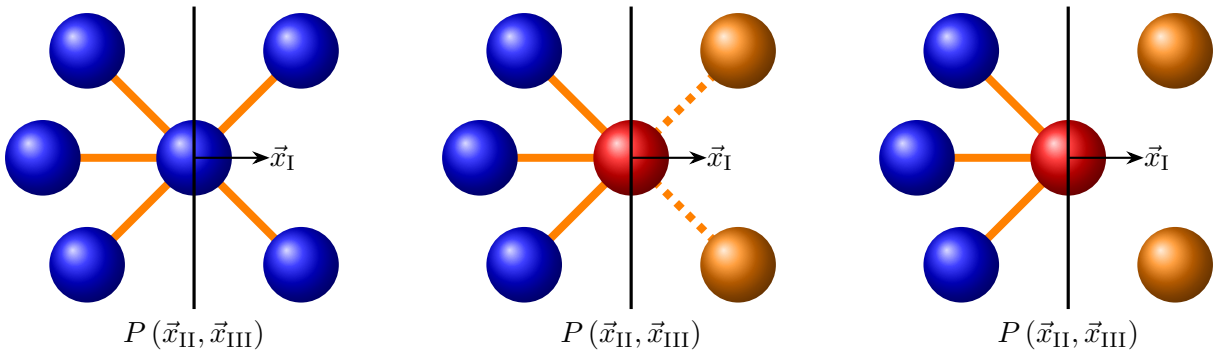


FIGURE 3.32 – Destruction des liens connectés à un élément discret dont la première contrainte principale est supérieure à la contrainte à rupture avec la méthode de fissuration *Half-Plane*.

Une autre méthode de fissuration plus largement utilisée dans les travaux de Jebahi et al., 2017, Nguyen et al., 2019, Asadi et al., 2022 et André et al., 2013, est la méthode de fissuration *All*. Comme le montre la figure 3.33, lorsque le critère en contraintes d'un élément discret est vérifié, tous les liens connectés à l'élément sont rompus.

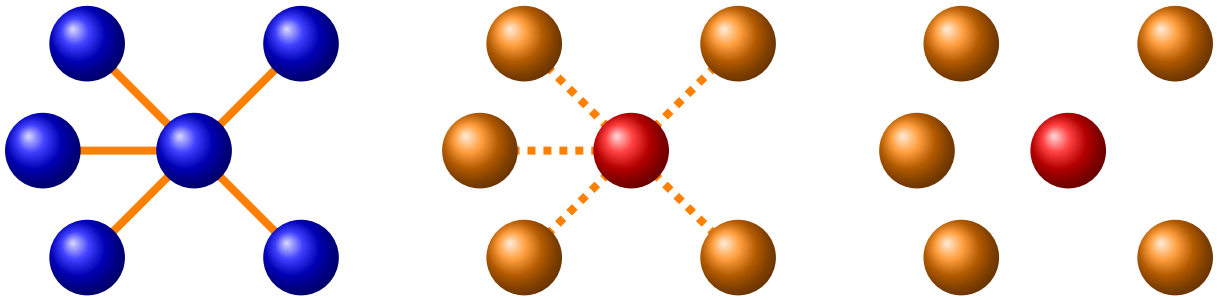
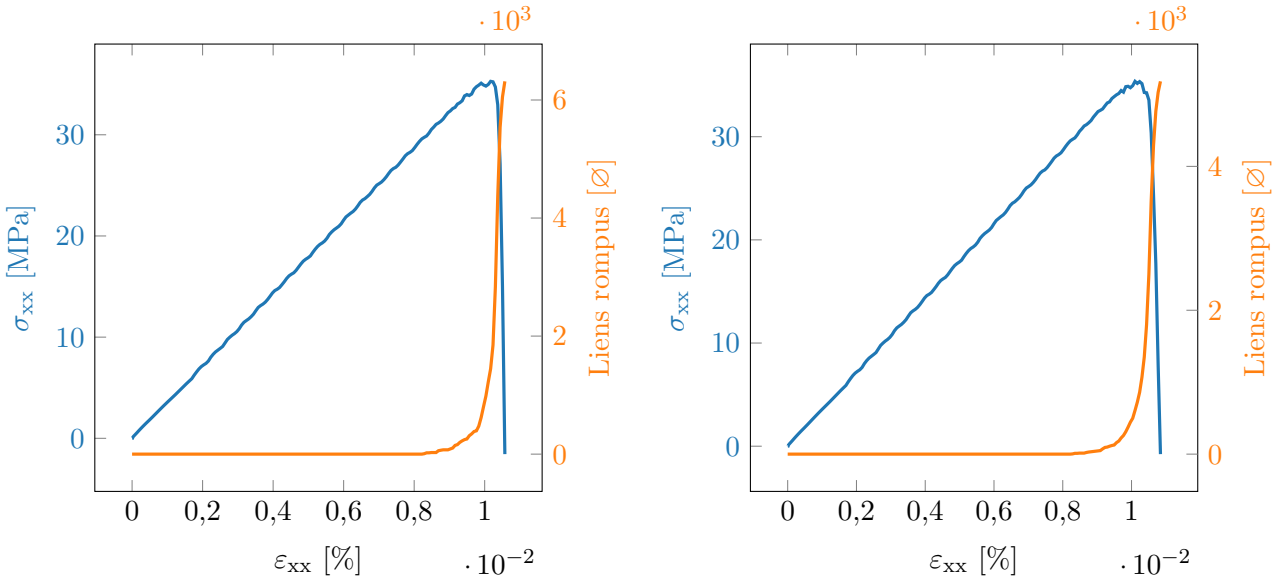


FIGURE 3.33 – Destruction des liens connectés à un élément discret dont la première contrainte principale est supérieure à la contrainte à rupture avec la méthode de fissuration *All*.

Pour choisir la méthode de fissuration qui représente le mieux l'état de fissuration, des simulations d'essais quasi-statiques de traction uniaxiale ont été menés sur des domaines discrets cylindriques composés de $\tilde{N}_{\mathrm{DE}} = 56\ 607 \pm 36$ éléments. Les conditions de chargement restent les mêmes que celles utilisées pour les simulations des essais de traction uniaxiale utilisées pour la calibration des paramètres élastiques microscopiques (partie 3.2.2). Une contrainte à rupture microscopique est arbitrairement fixée à $\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 100$ MPa pour chaque élément discret. Le niveau de voisinage est choisi d'après les résultats précédents, à savoir $n_{\mathrm{l}} = 0$. Les paramètres élastiques microscopiques sont pris comme ceux issus de la calibration de l'alumine AL23 (tableau 3.3).

La figure 3.34 compare les résultats numériques obtenus en utilisant les méthodes *Half-Plane* et *All*. La figure 3.34a montre la courbe contrainte-déformation obtenue avec la méthode de fissuration *All* et la figure 3.34b celle avec la méthode *Half-Plane*. Les deux courbes sont caractéristiques d'un comportement élastique fragile. Dans le cas de la méthode *Half-Plane*, le nombre de liens rompus au cours de la simulation est légèrement inférieur à celui obtenu avec la méthode *All*. Contrairement aux résultats de la littérature [Dousset, 2019], la contrainte à rupture macroscopique, ou contrainte ultime, est bien inférieure à la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{\mathrm{f}\mu}$. Dans le cas de la méthode *All*, la contrainte ultime est égale à $\Sigma_{\mathrm{u}} = 35{,}4$ MPa. Pour la méthode *Half-Plane*, elle vaut $\Sigma_{\mathrm{u}} = 35{,}7$ MPa. La différence entre les deux méthodes est négligeable. L'utilisation de la méthode de fissuration *All* est finalement adoptée. La méthode de fissuration *Half-Plane* est plus précise pour définir une surface de contact mais la méthode *All* est plus simple et le problème ici n'est pas la définition fine de la surface de contact. Il paraît plus légitime de modéliser la séparation de la matière en rompant tous les liens associés aux éléments discrets vérifiant le critère de rupture.



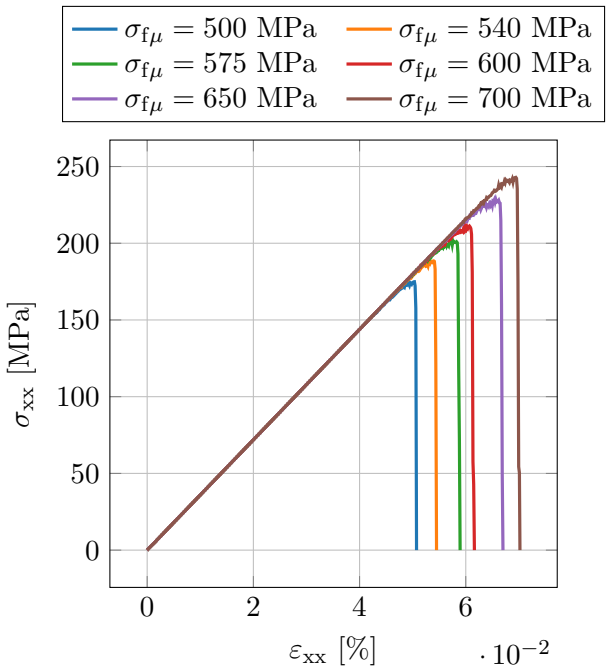
(a) Méthode de fissuration *All*.

(b) Méthode de fissuration *Half-Plane*.

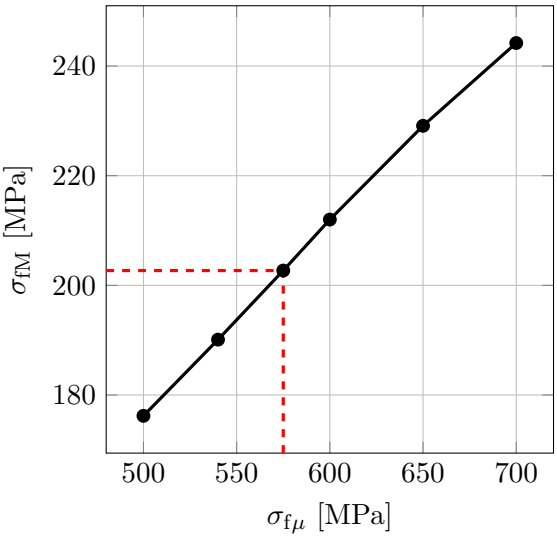
FIGURE 3.34 – Courbes contrainte-déformation obtenues lors de la simulation numérique d'un essai de traction uniaxiale en utilisant respectivement les méthodes de fissuration *All* et *Half-Plane*.

La figure 3.34 démontre qu'il est nécessaire d'identifier une contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ pour obtenir une contrainte à rupture macroscopique.

Des essais de flexion trois points quasi-statiques (quatorze échantillons) menés par Zinszner, 2014 ont montré que la contrainte moyenne à rupture quasi-statique de traction de l'alumine AL23 est égale à $\sigma_w = 202{,}8$ MPa. Des simulations numériques DEM ont été menées pour calibrer la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ et retrouver la contrainte à rupture macroscopique σ_w. La figure 3.35 montre l'influence de $\sigma_{f\mu}$ sur la contrainte à rupture macroscopique (figure 3.35a). La contrainte à rupture macroscopique évolue de manière linéaire avec la contrainte à rupture microscopique (figure 3.35b). Une contrainte à rupture microscopique égale à $\sigma_{f\mu} = 575$ MPa induit une contrainte à rupture macroscopique de 202,7 MPa, soit la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w expérimentale avec une erreur négligeable de 0,049 %.



(a) Courbes contrainte-déformation résultant des simulations d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques pour différentes valeurs de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ avec la méthode de fissuration *All*.



(b) Évolution de la contrainte à rupture quasi-statique macroscopique avec la contrainte à rupture microscopique.

FIGURE 3.35 – Calibration de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ pour obtenir la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w.

3.3.3 Simulation numérique du tir GEPI G672

Des analyses (voir annexe D) ont montré qu'un nombre d'éléments discrets d'environ $\tilde{N}_{DE} \simeq 56\,000$ est suffisant pour atteindre la convergence des résultats numériques présentés dans cette partie.

Pour valider le modèle DEM, le tir GEPI G672 est d'abord simulé. Les simulations sont réalisées en utilisant le domaine discret présenté sur la figure 3.6, composé de $\tilde{N}_{DE} = 56\ 607 \pm 36$ éléments discrets. Comme précédemment, la face arrière est laissée en condition de bord libre et les éléments de la frontière radiale du domaine sont bloqués ($\delta_y = 0$, $\delta_z = 0$). Le chargement est appliqué sur la face avant du cylindre. L'objectif de ces simulations est d'évaluer l'aptitude de l'approche DEM dans la représentation du phénomène d'écaillage dans l'alumine AL23. Pour cela, les profils mesurés et simulés en face arrière de l'alumine sont comparés. Dans les simulations DEM, la vitesse calculée en face arrière est définie comme étant la moyenne de la vitesse (composante du vecteur vitesse dans la direction $\vec{x}$) des éléments discrets composants la face arrière *xMax*. Le tenseur des contraintes virielles est utilisé avec un niveau de voisinage égal à $n_l = 0$. La contrainte à rupture des liens est égale à la contrainte à rupture microscopique calibrée précédemment, soit $\sigma_{f\mu} = 575$ MPa. La méthode de fissuration *All* est utilisée pour supprimer les liens au fur et à mesure de l'activation du critère de rupture dans les éléments.

La figure 3.36 présente le profil de vitesse de surface libre calculé avec l'approche DEM comparé au signal expérimental. La montée de la vitesse jusqu'au premier pic ($t \lesssim 1{,}38$ μs) est parfaitement restituée. Le matériau étant alors en régime élastique, les paramètres élastiques microscopiques permettent une très bonne représentation du comportement élastique à l'échelle macroscopique. Le premier rebond synonyme de l'écaillage n'est par contre pas correctement restitué. Il apparaît à environ $t \simeq 1{,}58$ μs, alors qu'il n'intervient qu'à environ $t \simeq 1{,}72$ μs sur le profil de vitesse expérimental. Le profil de vitesse calculé avec la DEM présente tout de même un rebond, traduisant la modélisation du phénomène d'écaillage. La rupture s'amorce trop tôt dans la simulation DEM.

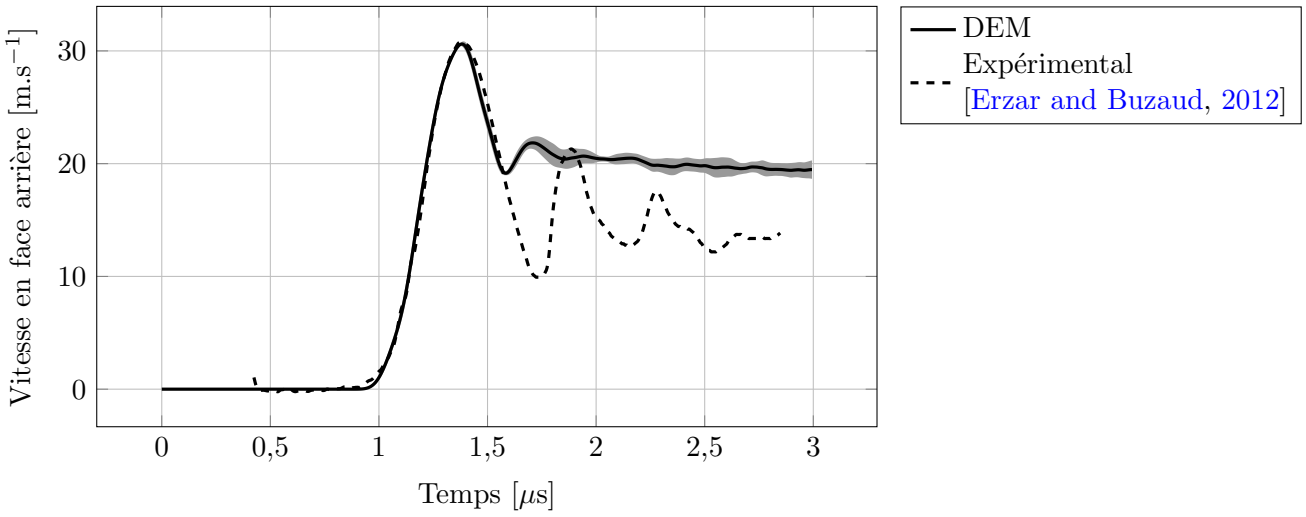


FIGURE 3.36 – Profils de vitesse en face arrière de l'essai GEPI G672 expérimental et simulé avec la DEM pour une contrainte à rupture microscopique de $\sigma_{f\mu} = 575$ MPa.

Le résultat de la simulation DEM d'écaillage n'a vraiment rien d'étonnant. En effet, la contrainte à rupture microscopique a été calibrée en régime quasi-statique pour que la contrainte à rupture macroscopique soit égale à la contrainte moyenne à rupture quasi-statique de l'alumine AL23. Or, les travaux menés par Erzar and Buzaud, 2012 ont montré que la contrainte à rupture en traction augmente avec la vitesse de déformation (figure 3.5). Dans le cas de l'essai G672, la contrainte d'écaillage est estimée à $\sigma_{éc} = 408$ MPa, soit environ deux fois la valeur obtenue en régime quasi-statique. Dans ces conditions, il semblerait donc qu'il faille calibrer la contrainte microscopique $\sigma_{f\mu}$ afin d'obtenir la valeur de contrainte d'écaillage à l'échelle macroscopique.

La figure 3.35b montre une évolution linéaire de la contrainte à rupture macroscopique avec la contrainte à rupture microscopique en régime quasi-statique. Au moyen d'une régression linéaire, il est possible d'estimer la contrainte à rupture microscopique pour obtenir une valeur de contrainte à rupture macroscopique de 408 MPa. D'après la figure 3.37, la valeur de la contrainte à rupture microscopique doit être égale à $\sigma_{f\mu} = 1\,174$ MPa.

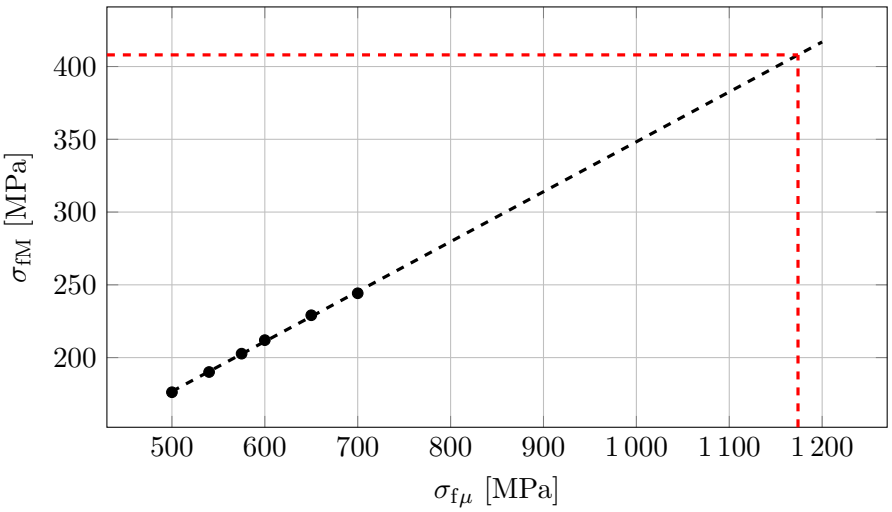


FIGURE 3.37 – Régression linéaire de la contrainte à rupture quasi-statique macroscopique avec la contrainte à rupture quasi-statique microscopique.

Une nouvelle simulation du tir GEPI G672 a été réalisée en utilisant cette nouvelle valeur de $\sigma_{f\mu}$. La figure 3.38 montre la comparaison entre les profils de vitesse mesuré et calculé. Le rebond intervient trop tardivement par rapport au signal expérimental. Cependant, il est raisonnable de

penser que l'erreur n'est pas nécessairement liée à la calibration par régression linéaire de la contrainte à rupture microscopique. Comme expliqué dans la partie 2.2.2, la mesure expérimentale de la contrainte d'écaillage fait appel à certaines hypothèses pouvant biaiser son estimation. Il semble donc logique de calibrer la contrainte à rupture microscopique directement sur le profil de vitesse de surface libre, en prenant pour référence la valeur de la vitesse lors du premier rebond du signal.

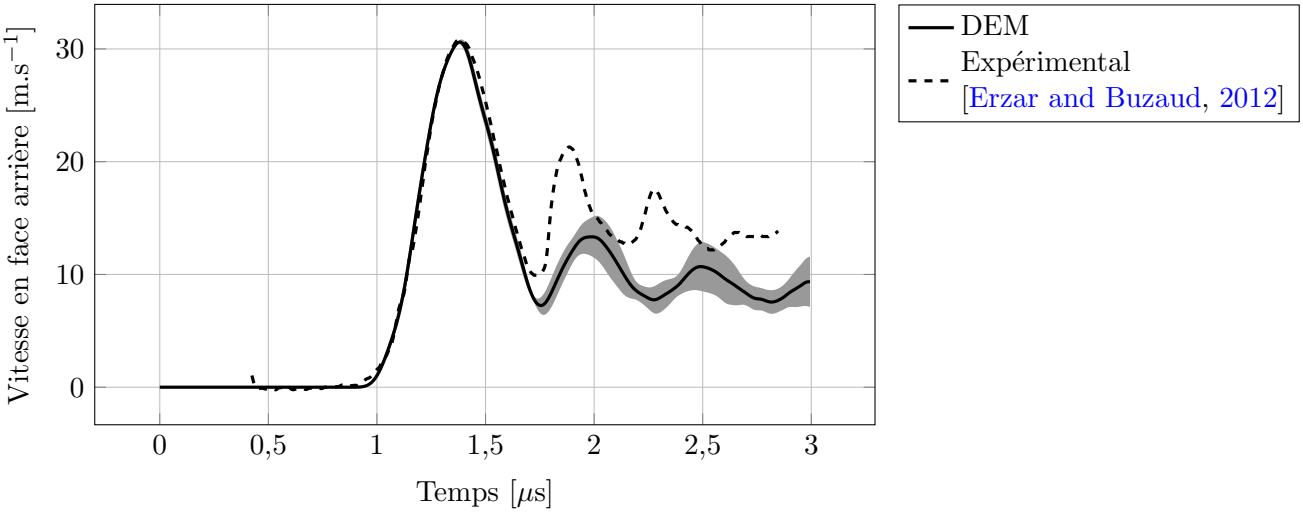


FIGURE 3.38 – Profils de vitesse en face arrière du tir GEPI G672 expérimental et simulé avec la DEM pour une contrainte à rupture microscopique de $\sigma_{f\mu} = 1\ 174$ MPa.

Une étude paramétrique a été conduite sur la contrainte à rupture microscopique. Les résultats sont présentés sur la figure 3.39. Le rebond du profil de vitesse en face arrière issu de la simulation DEM avec $\sigma_{f\mu} = 1\ 050$ MPa coïncide avec celui du signal expérimental. En reprenant la régression linéaire de la figure 3.37, cette contrainte à rupture microscopique correspond à une contrainte à rupture macroscopique égale à 365 MPa.

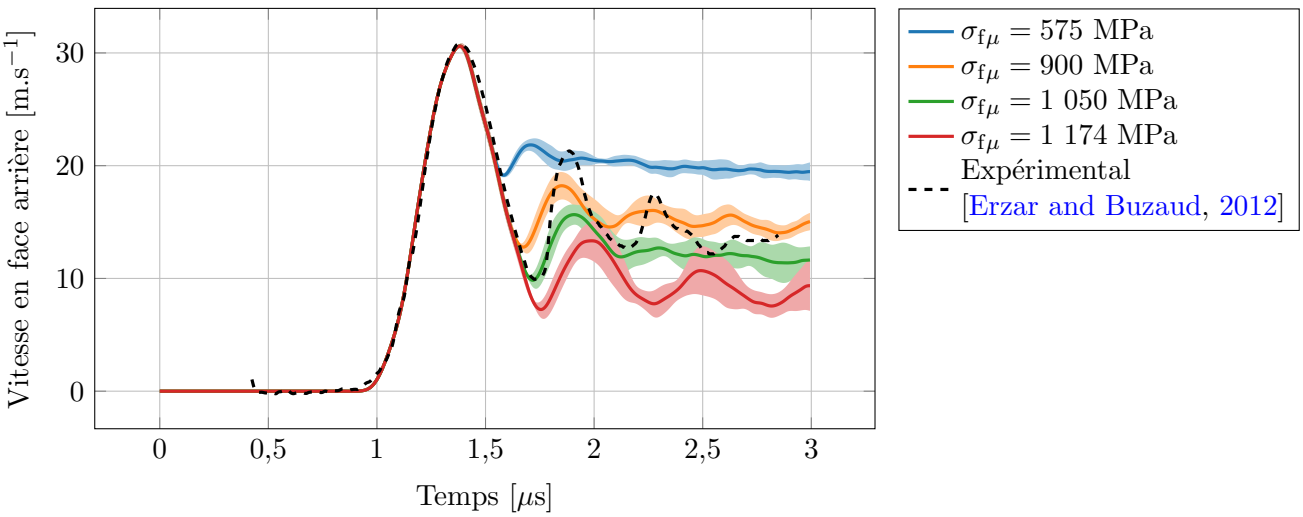


FIGURE 3.39 – Influence de la contrainte à rupture microscopique sur le profil de vitesse calculé en face arrière lors de simulations DEM du tir GEPI G672.

Cette valeur de contrainte à rupture microscopique permet de bien reproduire le début du rebond dû à l'écaille, mais la figure 3.39 montre que le niveau du deuxième pic de vitesse est sous-estimé. Pour analyser cet écart, la figure 3.40 représente une séquence d'images des isovaleurs de contrainte dans les liens du domaine discret au cours de la simulation DEM du tir GEPI G672. Sur les premières images de la séquence, l'onde de compression se propage. Cette onde est réfléchie en onde de détente lorsqu'elle arrive en face arrière. Cette onde de détente rencontre l'onde de détente qui suivait l'onde

de compression incidente. L'alumine est alors soumise à un chargement de traction intense (écaillage) à proximité de la face arrière. L'activation de la rupture dans les éléments conduit à la création d'un plan de fissuration, par suppression des liens. Cependant, tous ne sont pas détruits. De nombreux liens restent sains et continuent à transmettre des efforts et des ondes. Cela s'explique par le fait que certains éléments discrets n'ont pas atteint la contrainte à rupture microscopique. En effet, les différentes orientations des liens génèrent des interactions d'efforts différentes entre chaque élément discret, comme le montre la figure 3.40. Ainsi, tous ne sont pas sollicités de la même manière. Le critère de rupture en contrainte n'est pas atteint dans tous les éléments contenus dans le plan de fissuration. La relaxation des contraintes liée à la destruction desdits liens implique une diminution de l'état de contrainte des éléments discrets voisins. Ceux-ci sont alors encore moins enclins à voir leur première contrainte principale virielle dépasser la contrainte à rupture microscopique.

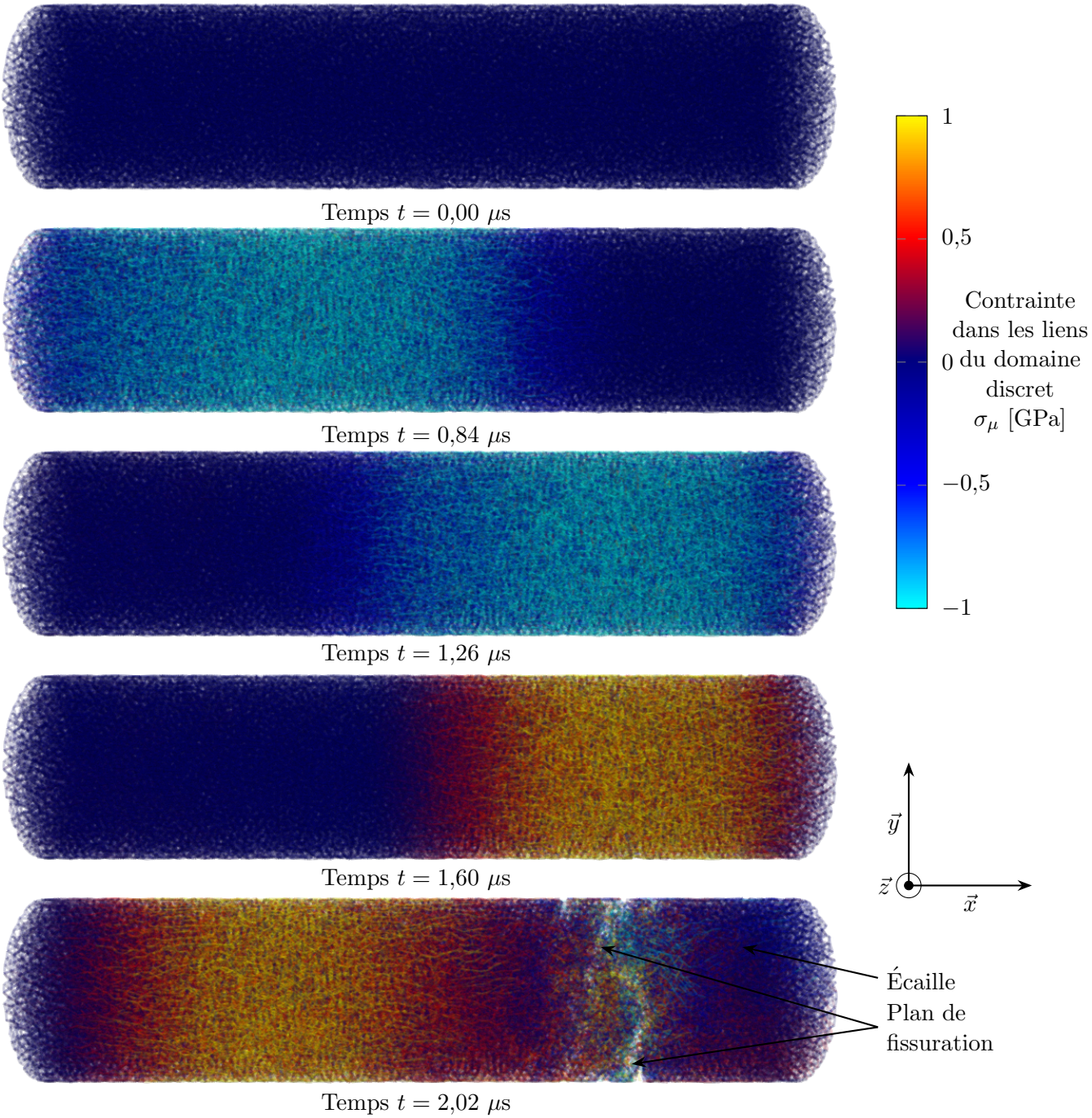


FIGURE 3.40 – Champ de contrainte dans les liens du domaine discret lors de la simulation numérique DEM du tir GEPI G672 sur l'alumine AL23.

Or, cette suppression éparpillée des liens a un impact direct sur le signal de vitesse en face arrière. Comme le plan de fissuration n'est pas nettement défini, seulement une faible partie de l'onde de détente réfléchie reste emprisonnée dans l'écaille, diminuant ainsi le niveau de vitesse et expliquant cette sous-estimation.

Des simulations DEM ont ensuite été conduites sur les autres tirs GEPI G692, G693, G694 et G695. Les profils de vitesse de surface libre issus des simulations sont comparés aux résultats expérimentaux sur la figure 3.41. **Il est important de rappeler que la contrainte à rupture microscopique demeure égale à celle calibrée précédemment sur le tir G672**, soit $\sigma_{f\mu} = 1\ 050$ MPa. Pour chaque tir GEPI, la montée élastique est correctement reproduite, validant encore une fois les étapes de calibration quasi-statique. La forme des signaux de vitesse est qualitativement bien reproduite par les simulations numériques. Le rebond dû à l'activation de l'écaillage et la vitesse derrière l'écaille sont bien calculés. En revanche, le premier rebond des profils de vitesse n'est pas parfaitement restitué lorsque le niveau de chargement augmente. L'écart de vitesse au niveau du rebond entre les signaux expérimentaux et DEM devient de plus en plus important avec l'intensité du chargement. Ce résultat était attendu, car la contrainte d'écaillage augmente avec la vitesse de déformation. Or, dans l'actuel modèle DEM avec la méthode de fissuration *All*, la contrainte à rupture microscopique reste indépendante de la vitesse de déformation. Peu importe l'amplitude du pulse de pression, les liens cassent toujours à la même contrainte seuil. De plus, l'amplitude des oscillations sur les profils de vitesse n'est également pas correctement restituée. Comme montré précédemment sur la figure 3.39, la rupture des liens semble trop lente et pas assez étendue, ce qui n'entraîne qu'un léger retour d'onde sur la face arrière.

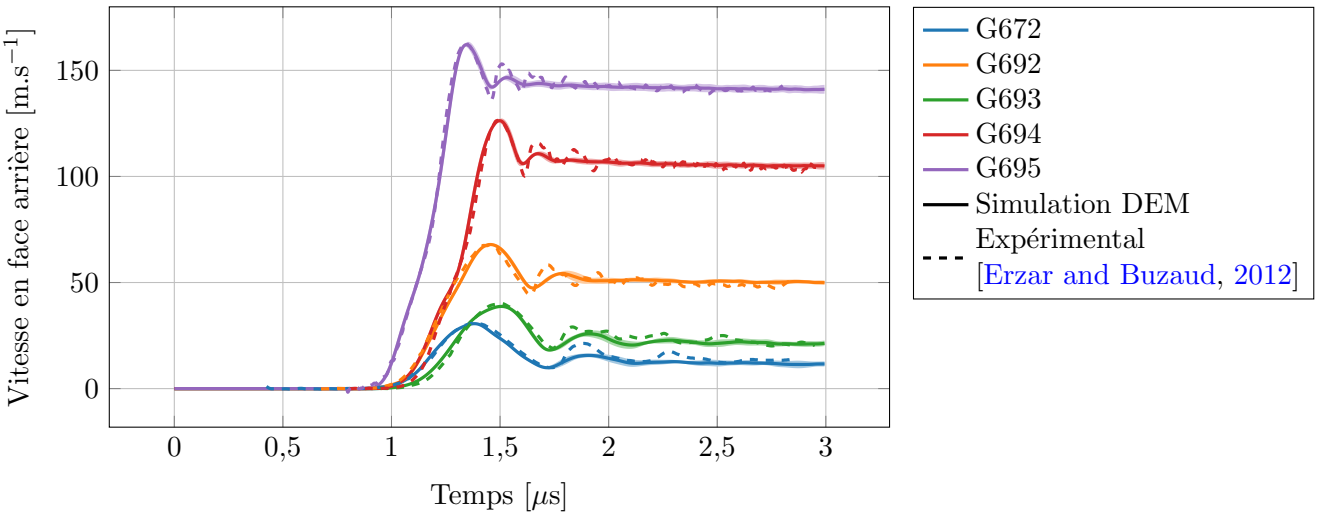


FIGURE 3.41 – Restitution des profils de vitesse en face arrière des cinq essais GEPI.

Pour améliorer la précision des simulations numériques et la restitution du profil de vitesse en face arrière, il semble nécessaire de rompre davantage de liens à l'activation de la fissuration. Ainsi, une nouvelle méthode de fissuration est proposée, appelée *All*^{2} et présentée sur la figure 3.42. Lorsque la première contrainte principale virielle d'un élément discret dépasse la contrainte à rupture microscopique, les liens qui le connecte à ses voisins se rompent, à l'image de la méthode de fissuration *All*, mais aussi les liens connectés aux premiers éléments voisins de l'élément discret concerné.

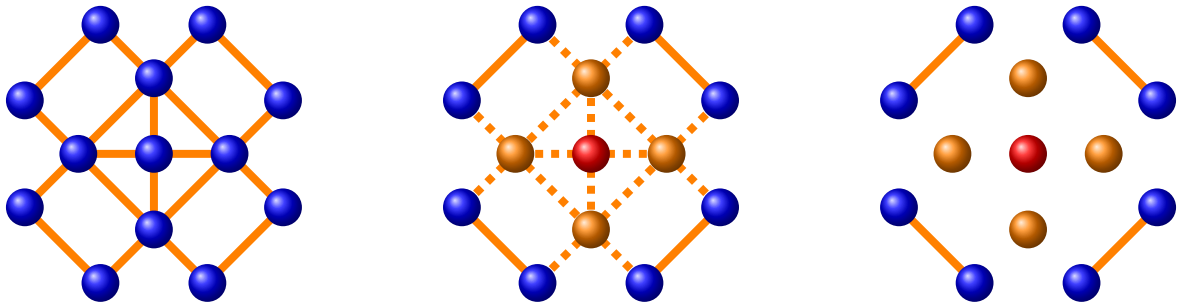
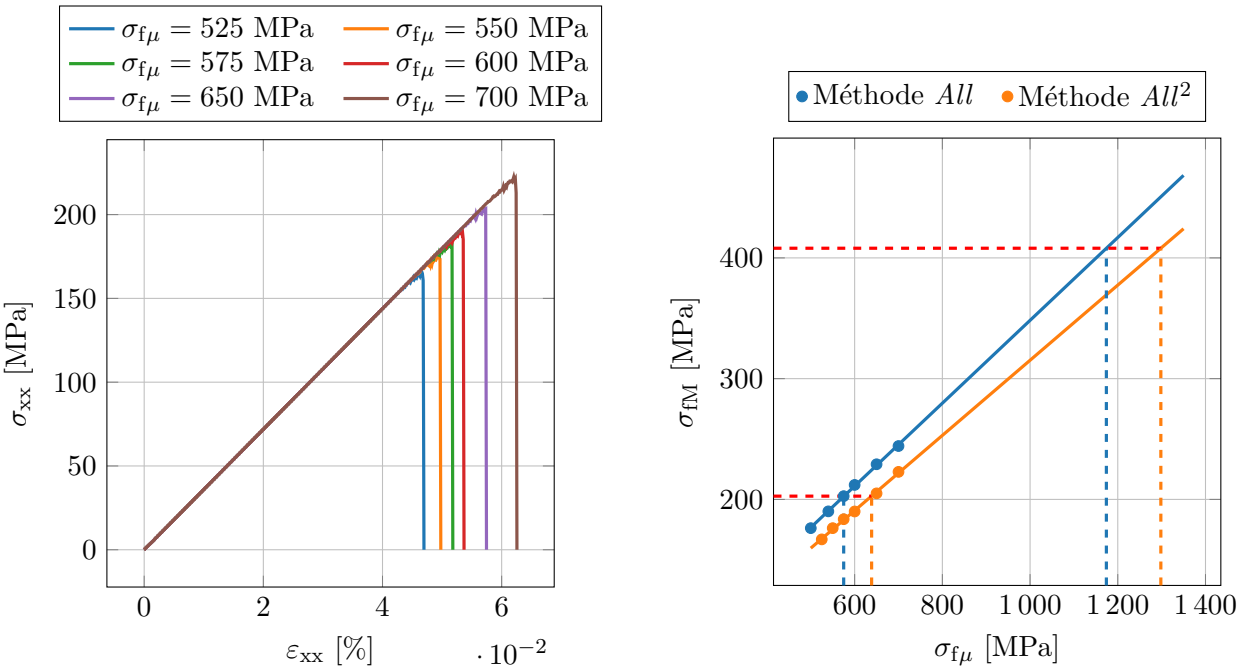


FIGURE 3.42 – Destruction des liens connectés à un élément discret dont la première contrainte principale est supérieure à la contrainte à rupture microscopique, selon la méthode de fissuration All^2.

Cette nouvelle méthode de fissuration influe directement sur le nombre de liens cassés à chaque pas de temps et donc sur la rigidité macroscopique du domaine. Il est donc indispensable de calibrer à nouveau la contrainte à rupture microscopique. La figure 3.43a montre des simulations DEM d'essais de traction uniaxiale menées avec la méthode de fissuration All^2. La figure 3.43b compare les contraintes à rupture en régime quasi-statique des simulations DEM avec les deux méthodes de fissuration ainsi que les régressions linéaires qui leur sont liées. Les coefficients directeurs des deux lois sont quasiment identiques. Pour une même contrainte à rupture macroscopique, la méthode de fissuration All^2 conduit à une valeur de contrainte microscopique légèrement supérieure à celle obtenue en utilisant la méthode de fissuration *All*.



(a) Courbes contrainte-déformation d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques pour différentes valeurs de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ avec la méthode de fissuration All^2.

(b) Comparaison des évolutions de la contrainte à rupture quasi-statique macroscopique avec la contrainte à rupture microscopique pour les méthodes de fissuration *All* et All^2.

FIGURE 3.43 – Calibration de la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$ pour obtenir la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w.

La calibration de la contrainte à rupture microscopique est directement effectuée par approche inverse en confrontant les résultats numériques au profil de vitesse en face arrière du tir GEPI G672. L'étude paramétrique est présentée sur la figure 3.44. Elle montre une amélioration des corrélations expérience/calcul en utilisant une contrainte à rupture microscopique égale à $\sigma_{f\mu}$ = 1 180 MPa. La contrainte à rupture microscopique associée à la méthode de fissuration All^2 est, comme pressenti, plus élevée que celle associée à la méthode *All*.

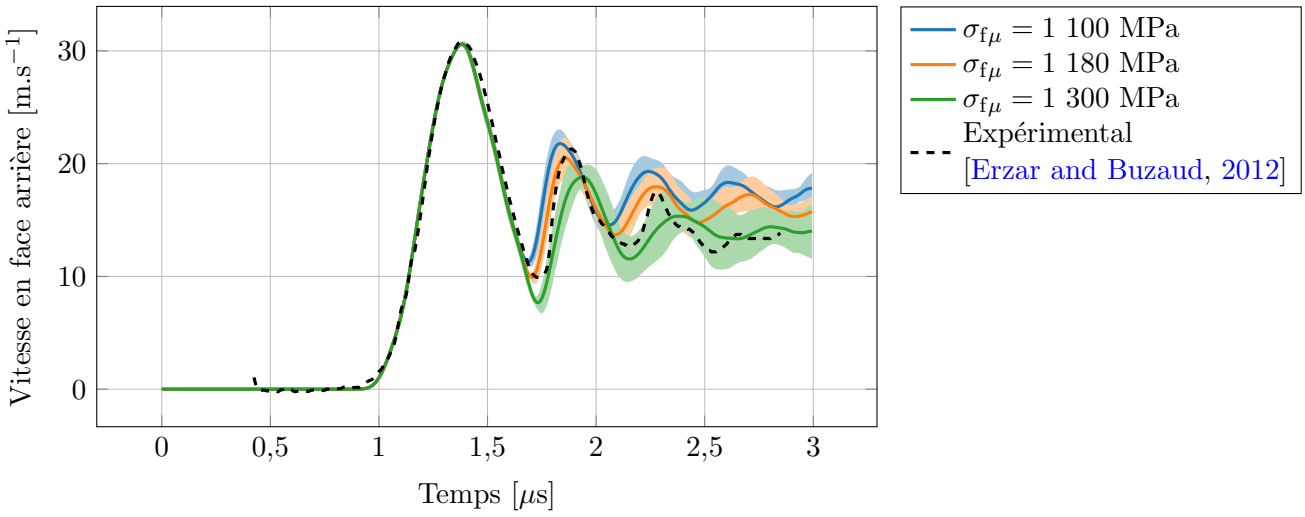


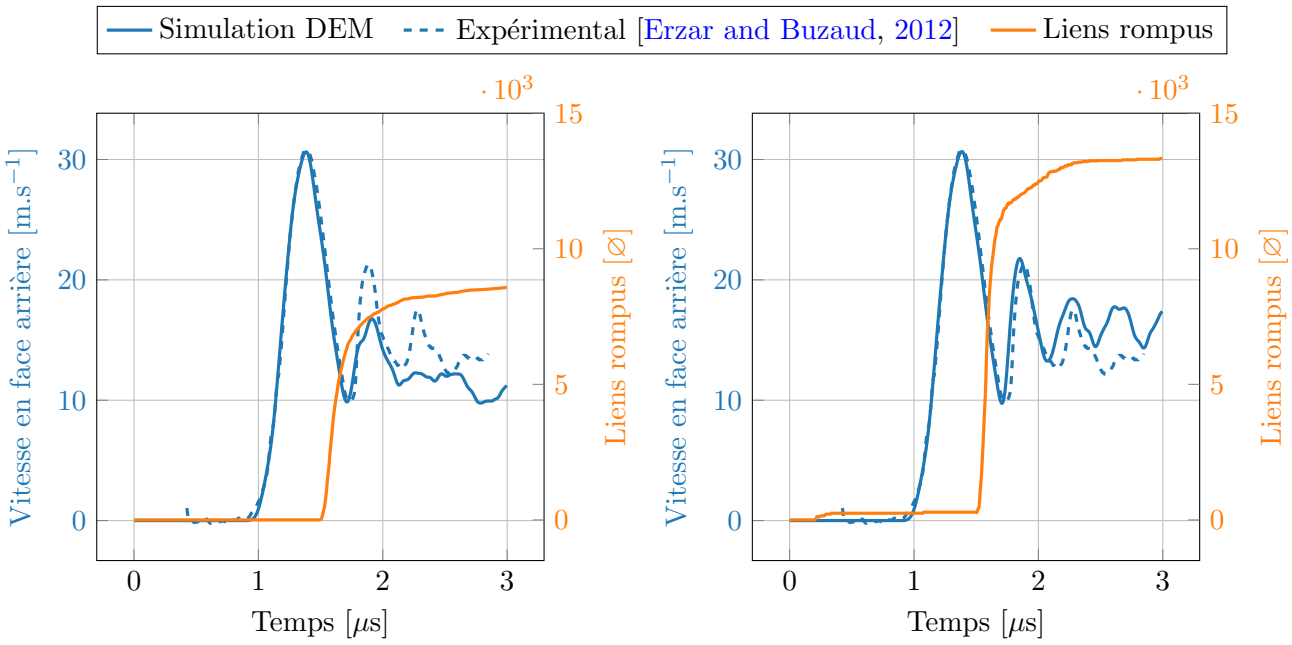
FIGURE 3.44 – Calibration de la contrainte à rupture microscopique sur le profil de vitesse en face arrière expérimental de l'essai GEPI G672, en utilisant la méthode de fissuration All^2.

Le tableau 3.4 compare les contraintes à rupture microscopiques pour les méthodes de fissuration All et All^2 obtenues à partir de la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w, de la contrainte d'écaillage du tir GEPI G672 $\sigma_{éc}^{G672} = 408$ MPa et par approche inverse en restituant le profil de vitesse mesuré en face arrière du même tir GEPI.

Tableau 3.4 – Contraintes à rupture microscopiques calibrées pour les méthodes de fissuration All et All^2.

	$\sigma_{f\mu}$ All [MPa]	$\sigma_{f\mu}$ All^2 [MPa]
Calibration quasi-statique sur $\sigma_w = 202{,}8$ MPa	575	639
Calibration quasi-statique sur $\sigma_{éc}^{G672} = 408$ MPa	1 174	1 298
Approche inverse sur le tir GEPI G672	1 050	1 180

La figure 3.45 montre une comparaison entre les profils de vitesse calculés en face arrière des simulations DEM du tir GEPI G672 avec les deux méthodes de fissuration All et All^2. Le signal de vitesse en face arrière est mieux reproduit dans le cas de la méthode All^2. Cela est corrélé au nombre de liens rompus à l'instant d'écaillage. En effet, une nette différence est visible sur les deux graphiques, qui montrent qu'environ 36 % de liens en plus sont rompus dans le cas de la méthode All^2, comparativement à la méthode All.



(a) Méthode de fissuration *All*.

(b) Méthode de fissuration All^2.

FIGURE 3.45 – Profils de vitesse en face arrière et liens rompus au cours des simulations DEM du tir GEPI G672 avec les méthodes de fissuration *All* et All^2.

Cet effet de la méthode All^2 sur la rupture des liens est également mis en évidence sur la figure 3.46, qui montre l'état de contrainte dans les liens du domaine discret après l'écaillage, pour les deux méthodes de fissuration. Les plans de fissuration sont bien localisés au même endroit dans le domaine discret. Cependant, il apparaît plus franc dans le cas de la méthode All^2, puisqu'il y a un plus grand nombre de liens détruits. De plus, comme la rupture est plus intense et rapide dans le cas de la méthode All^2, une plus grande partie de l'onde de détente est emprisonnée dans l'écaille, entre le plan de fissuration et la face arrière du domaine discret. Cela n'est pas le cas pour la méthode *All* car une majeure partie de l'onde de détente a pu traverser le plan de fissuration par les nombreux liens restés intacts.

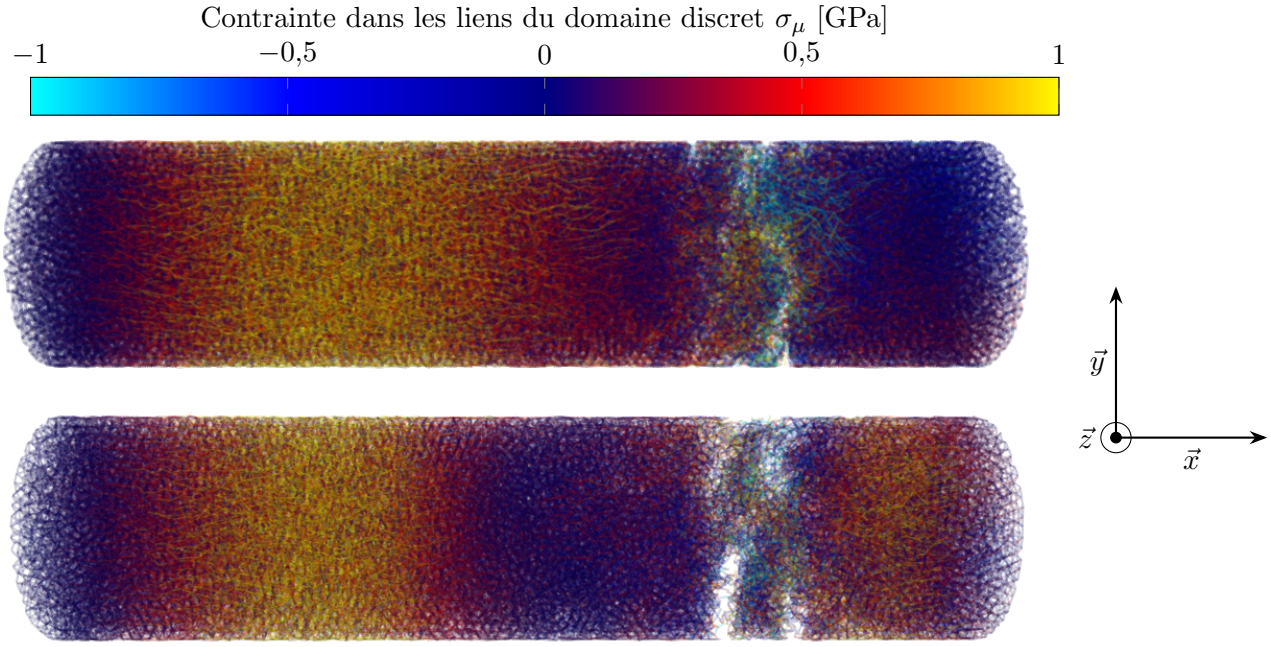


FIGURE 3.46 – Champ de contrainte dans les liens du domaine discret au temps $t = 2{,}02$ μs de la simulation DEM du tir GEPI G672 avec les méthodes de fissuration *All* (haut) et All^2 (bas).

Comme précédemment, les cinq tirs GEPI ont été simulés avec la méthode All^2. La figure 3.47 présente la comparaison entre les profils de vitesses des cinq tirs expérimentaux et issus des simulations DEM. Comme pour les résultats présentés sur la figure 3.41, le premier rebond du profil de vitesse est correctement restitué dans le cas du tir G672, puisque c'est sur ce tir que la contrainte à rupture microscopique a été calibrée. L'écart de vitesse lors du premier rebond entre les signaux expérimentaux et ceux issus des simulations se creuse avec lorsque l'intensité du chargement augmente. Cela s'explique par le fait que la contrainte à rupture augmente avec la vitesse de déformation. Or, cette évolution n'est absolument pas prise en compte avec le modèle de rupture actuel. La méthode All^2 donne toutefois une meilleure corrélation expérience/calcul. Le second pic est maintenant mieux restitué mais les niveaux de vitesse tendent à se stabiliser légèrement au-dessus de ceux mesurés expérimentalement.

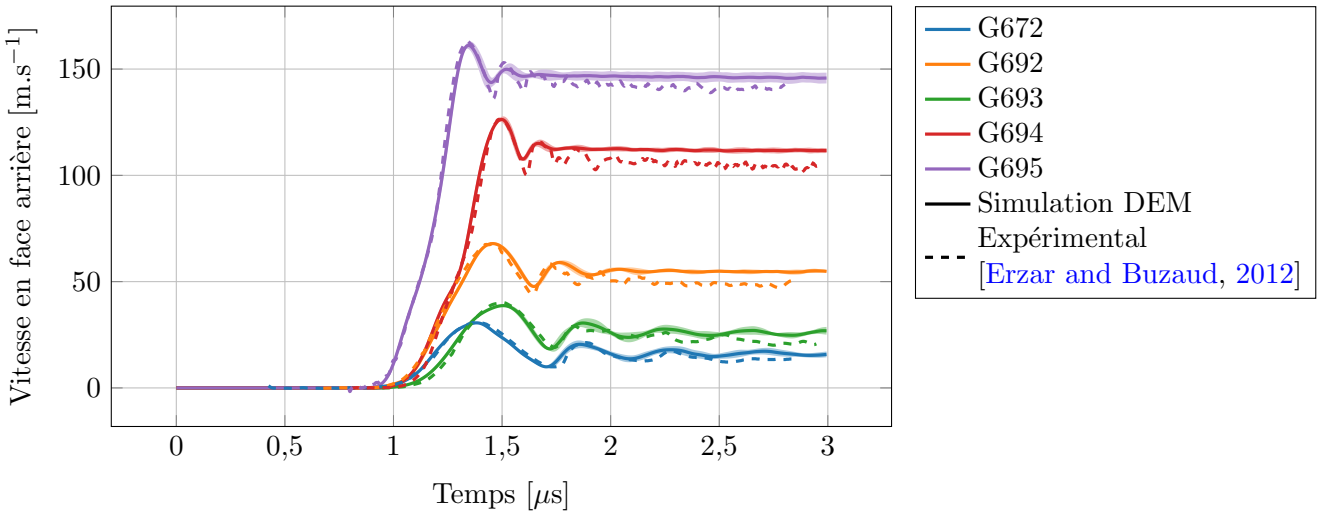


FIGURE 3.47 – Restitution des profils de vitesse en face arrière des cinq tirs GEPI avec la méthode de fissuration All^2.

3.3.4 Conclusion intermédiaire

Les simulations DEM du tir GEPI G672 ont été réalisée en activant la rupture des poutres à l'aide d'un critère en contrainte. Les méthodes de fissuration All et All^2 sont proposées et testées. Des essais de traction uniaxiale ont démontré qu'il est nécessaire de calibrer la contrainte à rupture des liens pour mesurer une contrainte à rupture macroscopique. La contrainte à rupture microscopique a été calibrée pour reproduire numériquement avec la DEM le premier rebond du profil de vitesse mesuré en surface libre. La méthode de fissuration All^2 permet de rompre plus de liens d'où une meilleure restitution du deuxième pic de vitesse sur le signal expérimental. L'application de ce critère de rupture des liens pour simuler les différents tirs GEPI met en évidence la nécessité d'intégrer une loi d'endommagement dépendante du niveau de chargement pour mieux reproduire les profils expérimentaux.

3.4 Conclusion du chapitre

Ce chapitre sert d'introduction à la *Discrete Element Method* (méthode des éléments discrets) (DEM). Il présente l'état de l'art des possibilités de l'approche discrète dans la reproduction de phénomènes dynamiques complexes. Dans une première partie, la campagne expérimentale menée par Erzar and Buzaud, 2012 avec le moyen GEPI sur de l'alumine AL23 est présentée. Leurs travaux, associés à ceux de Zinszner, 2014, ont montré que la contrainte à rupture dynamique de l'alumine AL23 évolue avec la vitesse de déformation. Ces expériences ont été choisies comme référence pour valider l'utilisation de l'approche discrète dans la représentation de phénomène de rupture dynamique. L'analyse des profils de vitesse en face arrière des échantillons témoigne directement du phénomène d'écaillage. Ces profils sont par conséquent de bons outils de comparaison pour mettre en exergue les capacités de l'approche DEM. Une dernière raison de choisir ces campagnes expérimentales comme référence concerne le matériau étudié. En effet, l'alumine AL23 est bien connue dans la littérature, ce qui en fait un bon matériau école.

L'étape de construction des domaines discrets et la calibration quasi-statique des paramètres élastiques microscopiques des liens sont présentées. Cette étape de calibration a été validée par l'étude de la propagation des ondes longitudinales dans le domaine. Les formules analytiques de la dynamique des ondes dans les matériaux continus données par Meyers, 1994 ont été comparées aux simulations. L'approche discrète DEM semble bien adaptée, à condition de passer par une étape de calibration des paramètres microscopiques des liens, pour modéliser la propagation d'ondes dans un milieu continu.

Des simulations d'essais de traction uniaxiale ont montré qu'une calibration de la contrainte à rupture microscopique est nécessaire pour retrouver une contrainte à rupture macroscopique. Ce critère de rupture en contrainte est combiné à la modélisation de la fissuration en DEM par une méthode de fissuration. Différentes méthodes existent dans la littérature. La méthode *All* a été choisie dans un premier temps. Cependant, les profils de vitesse des tirs GEPI calculés lors simulations DEM ont montré que :

- la contrainte à rupture microscopique doit être calibrée directement sur les profils de vitesse. Sa calibration quasi-statique pour retrouver une valeur de contrainte d'écaillage mesurée expérimentalement ne permet pas de restituer le profil de vitesse expérimental.
- un critère de rupture basé sur une simple contrainte à rupture microscopique ne permet pas de retrouver l'évolution de la contrainte d'écaillage avec la vitesse de déformation à rupture associée mesurée expérimentalement.

Une nouvelle méthode de fissuration a été développée, dénommée All^2. Elle permet de briser plus de liens au même instant. Les résultats des simulations DEM montrent une bonne corrélation avec les cinq profils de vitesse expérimentaux. Cependant, l'écart de vitesse au moment du premier rebond du signal s'accroît avec l'intensité du chargement.

Les simulations de rupture dynamique réalisées dans ce chapitre montre que la prise en compte d'une dépendance de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation est nécessaire pour restituer correctement les profils de vitesses expérimentaux. Ainsi, l'intégration de modèles d'endommagement dans l'approche discrète pourra permettre de modéliser l'effet dynamique que présente l'alumine AL23 sous chargement dynamique et de mieux restituer les mesures de vitesse expérimentales.

4 Intégration de lois d'endommagement dans les simulations DEM

Sommaire

4.1 Lois d'endommagement étudiées 88
4.1.1 Modèles phénoménologiques 88
4.1.2 Modèle micro-mécanique d'endommagement Denoual-Forquin-Hild (DFH) . . 92
4.1.3 Conclusion intermédiaire 101
4.2 Intégration de l'endommagement en DEM 102
4.2.1 Stratégie de modélisation 102
4.2.2 Discussion sur l'orthotropie pour le modèle DFH 102
4.2.3 Implémentation de l'endommagement en DEM 103
4.3 Calibration des lois d'endommagement 106
4.3.1 Identification des paramètres des lois d'endommagement 106
4.3.2 Calibration de la cinétique d'endommagement 107
4.3.3 Conclusion intermédiaire 111
4.4 Simulations du tir GEPI G672 112
4.4.1 Simulations du tir GEPI G672 112
4.4.2 Protocole de calibration supplémentaire 115
4.4.3 Conclusion intermédiaire 119
4.5 Simulations des tirs GEPI 120
4.5.1 Profils de vitesse en face arrière 120
4.5.2 Faciès de rupture 122
4.5.3 Analyse des champs d'endommagement et de fissuration 123
4.5.4 Analyse des diagrammes de Lagrange 124
4.5.5 Conclusion intermédiaire 128
4.6 Discussion sur les différences de réponse des modèles 129
4.6.1 Localisation du plan d'écaillage 129
4.6.2 Estimation de la contrainte d'écaillage 130
4.6.3 Estimation de la vitesse de déformation 131
4.6.4 Résultats 132
4.6.5 Conclusion intermédiaire 133
4.7 Discussion sur la contrainte d'activation 135
4.7.1 Influence du volume équivalent sur la contrainte d'activation probabiliste du modèle DFH 135
4.7.2 Paramètre d'échelle 136
4.7.3 Simulations DEM du tir GEPI G672 avec différentes configurations de la contrainte d'activation 136
4.8 Conclusion du chapitre 140

4.1 Lois d'endommagement étudiées

Dans la partie 2.3.2, il a été mis en évidence que la modélisation de l'impact d'un projectile sur une cible de matériau fragile suppose la représentation des mécanismes de fissuration et fragmentation. Le chapitre précédent a prouvé qu'un simple critère de rupture en contrainte n'était pas suffisant et qu'il fallait envisager de représenter les mécanismes d'endommagement pour améliorer les corrélations expérience/calcul. Il existe un certain nombre de modèles d'endommagement. Trois modèles phénoménologiques et un de nature micro-mécanique ont été sélectionnés pour être intégrer dans l'approche DEM et tester leur capacité à restituer le phénomène d'écaillage. Ils prennent tous en compte l'influence de la vitesse de déformation.

4.1.1 Modèles phénoménologiques

Loi d'endommagement d'Ortiz

Ortiz et al., 2015 construit son modèle d'endommagement sur les bases du modèle de Mazars et al., 1990. Il introduit la déformation équivalente locale en traction :

$$\varepsilon_{\text{eq}} = \sqrt{\langle \varepsilon^{\text{ppl}} \rangle^2} = \sqrt{\sum_{\text{i}} \left(H_{\text{i}} \varepsilon_{\text{i}}^{\text{ppl}} \right)^2}, \tag{4.1}$$

avec ε_{eq} la déformation équivalente locale en traction, ε^{ppl} la déformation principale, $\langle \cdot \rangle$ les crochets de Macaulay et H la fonction *Heaviside* définie telle que :

$$H_{\text{i}} = \begin{cases} 0 & \text{pour} \quad \varepsilon_{\text{i}} < 0, \\ 1 & \text{pour} \quad \varepsilon_{\text{i}} > 0. \end{cases} \tag{4.2}$$

L'endommagement évolue lorsque la déformation équivalente précédente atteint une valeur seuil $K(D)$ dépendante de la variable d'endommagement courante :

$$f(\varepsilon, K) = \varepsilon_{\text{eq}} - K(D) = 0, \tag{4.3}$$

où la valeur seuil initiale est notée $\varepsilon_{\text{d0}} = K(D = 0)$ telle que :

$$\varepsilon_{\text{d0}} = \frac{\sigma_{\text{w}}}{E_0}, \tag{4.4}$$

avec E_0 le module d'Young du matériau sain et σ_{w} la contrainte moyenne à rupture issue d'essais de flexion quasi-statique. Comme expliqué dans la partie 2.3.2, la variable d'endommagement est issue d'une pondération entre l'endommagement en traction et compression. Il vient alors :

$$D = \alpha_{\text{t}} D_{\text{t}} + \alpha_{\text{c}} D_{\text{c}}. \tag{4.5}$$

Les facteurs de la pondération (α_{t} en traction, α_{c} en compression) sont définis par :

$$\begin{cases} \alpha_{\text{t}} = \sum_{\text{i}} H_{\text{i}} \varepsilon_{\text{ti}} \frac{\varepsilon_{\text{ti}} + \varepsilon_{\text{ci}}}{\varepsilon_{\text{eq}}^2}, \\ \alpha_{\text{c}} = \sum_{\text{i}} H_{\text{i}} \varepsilon_{\text{ci}} \frac{\varepsilon_{\text{ci}} + \varepsilon_{\text{ti}}}{\varepsilon_{\text{eq}}^2}, \\ \alpha_{\text{t}} + \alpha_{\text{c}} = 1, \end{cases} \tag{4.6}$$

où ε_{ti} (respectivement ε_{ci}) est la déformation positive induite par le chargement en traction (respectivement en compression). Si $\alpha_{\text{t}} = 0$, seul l'endommagement pur en compression est considéré. Pour $\alpha_{\text{t}} = 1$, l'endommagement est en traction uniquement. Les vitesses d'accroissement des variables d'endommagement en traction $\dot{D}_{\text{t}}$ et en compression $\dot{D}_{\text{c}}$ sont définies par Ortiz et al., 2015 telles que :

$$\dot{D}_{\text{t}} = \frac{1}{\tau_{\text{t}}^{\text{c}}} \left(1 - \exp\left(- \left(D_{\text{t}}^{\text{nc}} - D_{\text{t}} \right) \right) \right), \tag{4.7}$$

$$D_{\text{t}}^{\text{nc}}(\varepsilon_{\text{eq}}) = 1 - \frac{\varepsilon_{\text{d0}} (1 - A_{\text{t}})}{\varepsilon_{\text{eq}}} - \frac{A_{\text{t}}}{\exp\left(B_{\text{t}} \left(\varepsilon_{\text{eq}} - \varepsilon_{\text{d0}} \right) \right)}, \tag{4.8}$$

et

$$\dot{D}_\mathrm{c} = \frac{1}{\tau_\mathrm{c}^\mathrm{c}} \left(1 - \exp\left(-\left(D_\mathrm{c}^\mathrm{nc} - D_\mathrm{c}\right)\right)\right), \tag{4.9}$$

$$D_\mathrm{c}^\mathrm{nc}\left(\varepsilon_\mathrm{eq}\right) = 1 - \frac{\varepsilon_\mathrm{d0}\left(1 - A_\mathrm{c}\right)}{\varepsilon_\mathrm{eq}} - \frac{A_\mathrm{c}}{\exp\left(B_\mathrm{c}\left(\varepsilon_\mathrm{eq} - \varepsilon_\mathrm{d0}\right)\right)}, \tag{4.10}$$

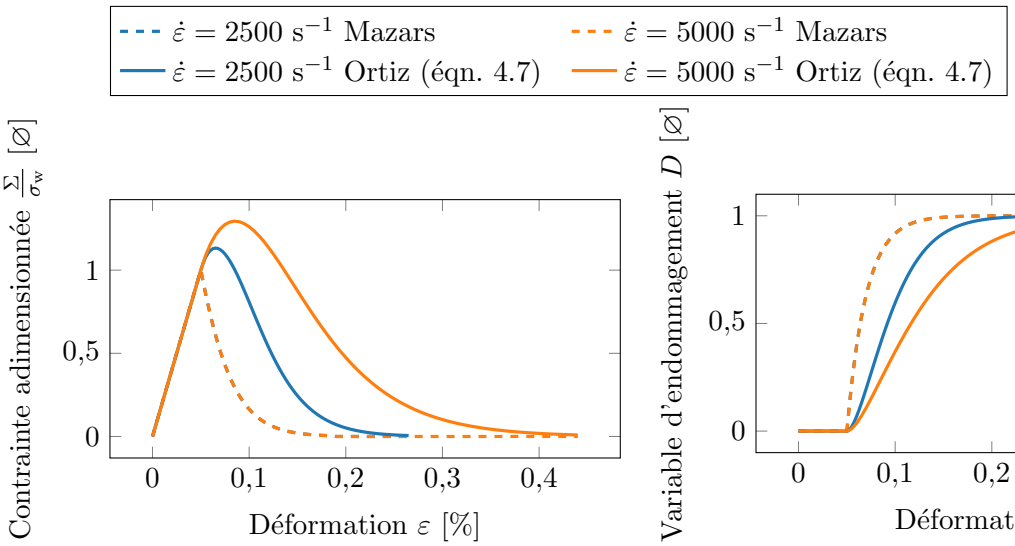
avec $\tau_\mathrm{t}^\mathrm{c}$ et $\tau_\mathrm{c}^\mathrm{c}$ les temps caractéristiques en traction et en compression définissant un temps de rupture minimum pour le matériau représenté. Ils sont donnés par :

$$\tau_\mathrm{t}^\mathrm{c} = \frac{l_\mathrm{car\,t}}{C_0}, \tag{4.11}$$

$$\tau_\mathrm{c}^\mathrm{c} = \frac{l_\mathrm{car\,c}}{C_0}, \tag{4.12}$$

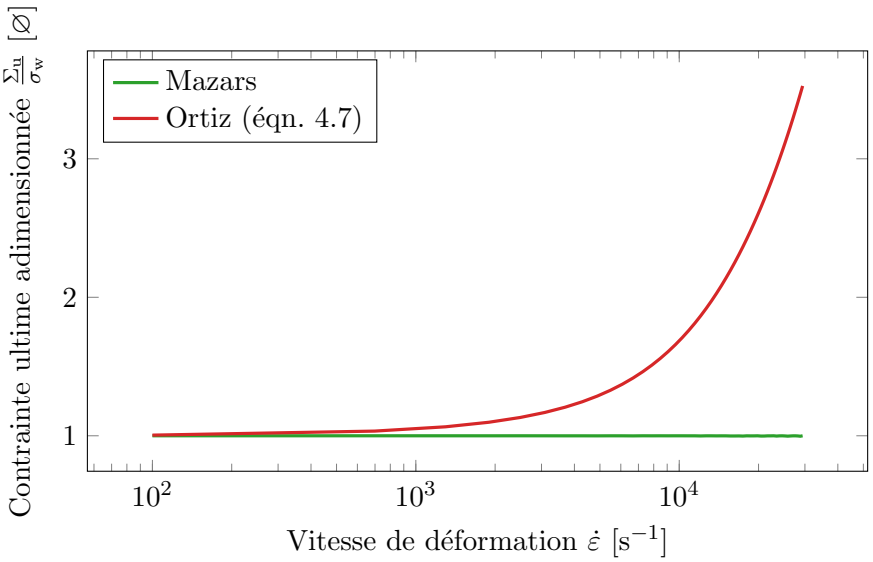
avec C_0 la vitesse du son dans le matériau et $l_\mathrm{car\,t}$ et $l_\mathrm{car\,c}$ des longueurs caractéristiques.

L'introduction de longueurs caractéristiques permet d'éviter la sensibilité au maillage. La contrainte à rupture évolue avec la vitesse de déformation, qui augmente avec la différence entre la variable d'endommagement non corrigée et retardée $(D^\mathrm{nc} - D)$. La figure 4.1a montre des courbes contrainte-déformation de simulations 0D d'essais de traction à vitesse de chargement constante. Deux vitesses de déformation (courbes bleues pour $\dot{\varepsilon} = 2500$ s^{-1} et courbes orange $\dot{\varepsilon} = 5000$ s^{-1}) sont étudiées. La variable d'endommagement D est calculée à partir des lois d'endommagement de Mazars (traits pointillés) et d'Ortiz (traits pleins). L'évolution de la variable d'endommagement au cours de ces essais pour les deux lois et les deux vitesses de déformation est tracée sur la figure 4.1b. Les figures 4.1a et 4.1b montrent bien la sensibilité à la vitesse de déformation de la loi d'endommagement d'Ortiz, alors que la loi originale de Mazars et al., 1990 ne l'est pas. Pour la loi d'Ortiz, l'évolution de l'endommagement est plus lente, ce qui induit une détérioration des propriétés élastiques (équation 2.28) progressive et une contrainte ultime Σ_u qui dépend de la vitesse de déformation. Pour chaque vitesse de déformation, la loi de Mazars fait apparaître une contrainte ultime égale à la contrainte moyenne à rupture en quasi-statique σ_w. Enfin, la figure 4.1c résume les contraintes ultimes adimensionnées calculées avec les lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz pour une gamme de vitesse de déformation allant de $\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1} à $\dot{\varepsilon} = 30\ 000$ s^{-1}. La contrainte ultime adimensionnée de la loi d'Ortiz est similaire à la contrainte moyenne à rupture quasi-statique à de faibles vitesses de déformation, puis augmente rapidement avec celles-ci.



(a) Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation des lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz (les courbes en pointillés bleue et orange se superposent).

(b) Évolution de la variable d'endommagement des lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz (les courbes en pointillés bleue et orange se superposent).



(c) Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte ultime adimensionnée des lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz.

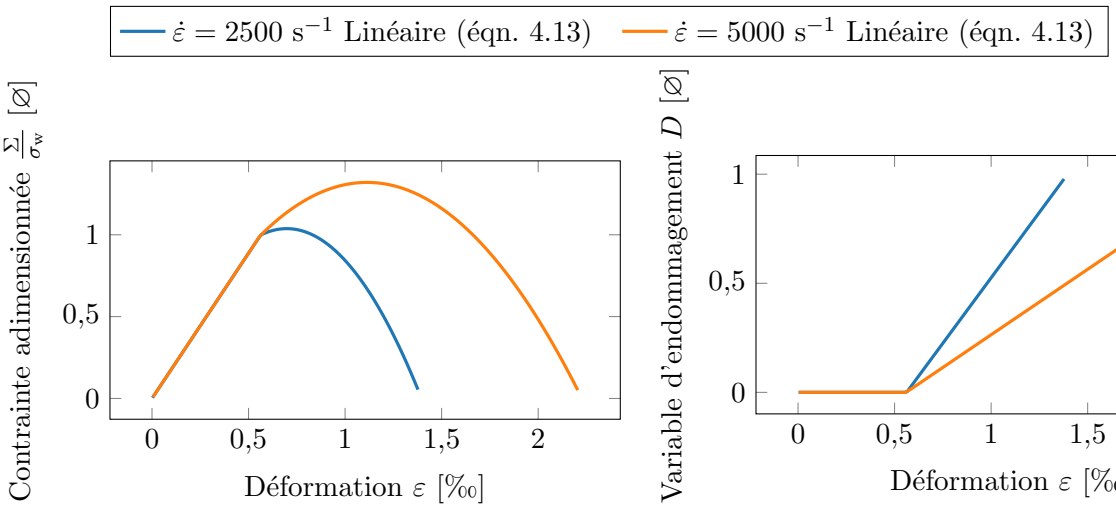
FIGURE 4.1 – Simulations numériques 0D d'essais de traction réalisées pour plusieurs niveaux de vitesse de déformation constante avec les lois d'endommagement de Mazars et d'Ortiz.

Loi d'endommagement Linéaire

Dans cette loi d'endommagement, la vitesse d'accroissement de l'endommagement est définie par :

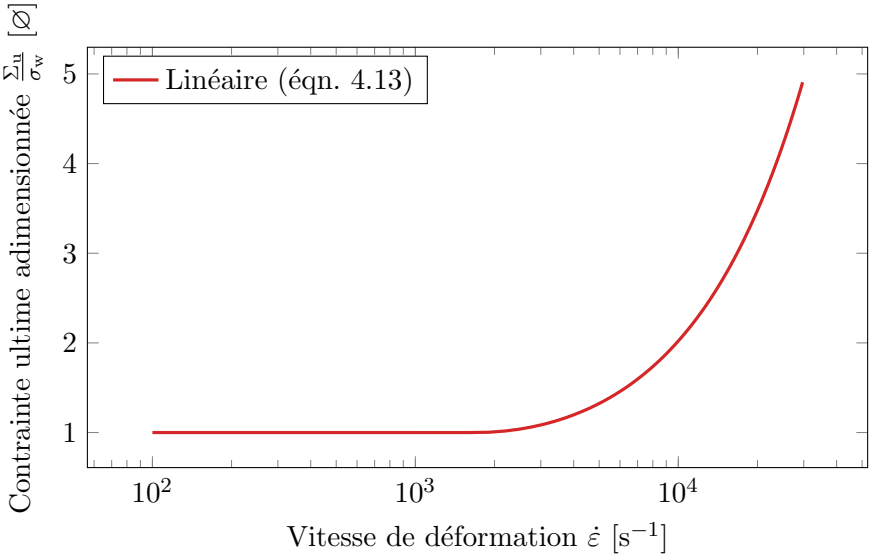
$$\dot{D} = \mathcal{C}, \tag{4.13}$$

où $\mathcal{C}$ est une constante d'unité s^{-1}. La figure 4.2a montre l'évolution de la contrainte adimensionnée par la contrainte moyenne à rupture quasi-statique avec la déformation pour deux vitesses de déformation. La figure 4.2b montre l'évolution de la variable d'endommagement. L'endommagement évolue linéairement en fonction de la déformation mais avec une pente qui dépend de la vitesse de déformation. La contrainte à rupture augmente avec la vitesse de déformation, comme le montre la figure 4.2c.



(a) Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation de la loi d'endommagement Linéaire.

(b) Évolution de la variable d'endommagement de la loi d'endommagement Linéaire.



(c) Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte ultime adimensionnée de la loi d'endommagement Linéaire.

FIGURE 4.2 – Simulations numériques 0D d'essais de traction réalisées pour plusieurs niveaux de vitesse de déformation constante avec la loi d'endommagement Linéaire.

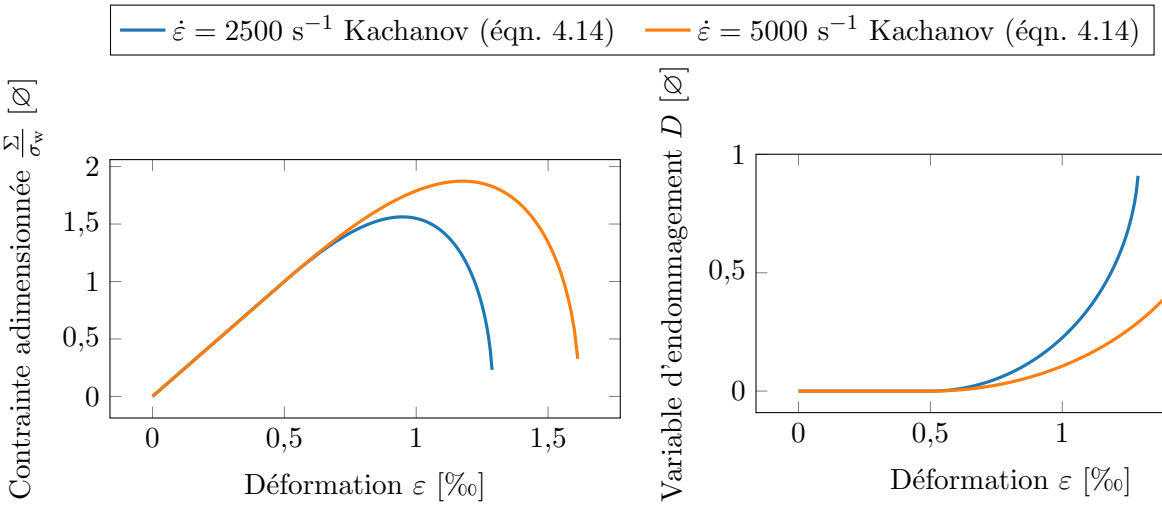
Loi Kachanov

Comme expliqué dans la partie 2.3.2, la vitesse d'accroissement de l'endommagement défini par le modèle d'endommagement de Kachanov-Rabotnov est formulé de plusieurs façons dans la littérature. Laporte, 2011 a utilisé l'expression suivante pour représenter l'endommagement d'une résine époxyde sous choc laser :

$$\dot{D} = \left(\frac{\tilde{\sigma} - \sigma_c}{A_0 \left(1 - D\right)} \right)^r , \tag{4.14}$$

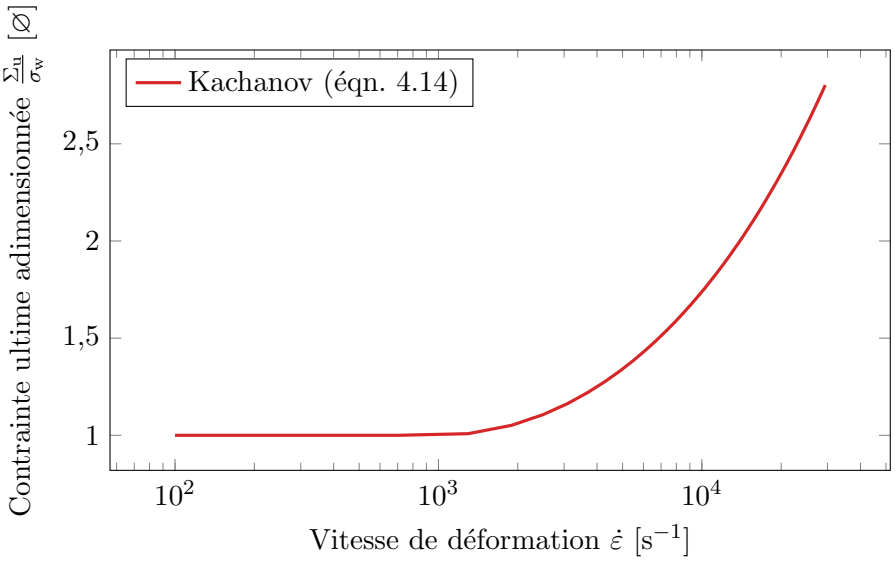
avec σ_c la contrainte à rupture et A_0 et r des paramètres du modèles. Le modèle est présenté sur les figures 4.3a, 4.3b et 4.3c. Les simulations numériques 0D mettent en évidence la sensibilité de la contrainte ultime adimensionnée à la vitesse de déformation. La figure 4.3a montre des courbes contrainte-déformation obtenues lors de la simulation d'essais de traction à vitesse de chargement constante. La figure 4.3b montre l'évolution de la variable d'endommagement. L'évolution de l'endommagement est bien différente de celle obtenue pour le modèle d'Ortiz. Elle commence plus tardivement et progresse plus rapidement, ce qui a pour effet une chute plus brutale de la contrainte lorsque la

variable d'endommagement se rapproche de 1. La figure 4.3c montre la sensibilité de la contrainte ultime pour une large gamme de vitesse de déformation. Une transition entre régime quasi-statique et dynamique plus brutale que dans le modèle d'Ortiz est observée.



(a) Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation de la loi d'endommagement Kachanov.

(b) Évolution de la variable d'endommagement de la loi d'endommagement Kachanov.



(c) Sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte ultime adimensionnée de la loi d'endommagement Kachanov.

FIGURE 4.3 – Simulations numériques 0D d'essais de traction réalisées pour plusieurs niveaux de vitesse de déformation constante avec la loi d'endommagement Kachanov.

4.1.2 Modèle micro-mécanique d'endommagement Denoual-Forquin-Hild (DFH)

Ce modèle micro-mécanique est lié à la nature probabiliste de la microstructure et de ses défauts. Il fait le lien entre l'évolution de la contrainte macroscopique, la vitesse de déformation induite par le chargement et le mécanisme d'occultation, expliqué plus tard. De la même manière que les travaux de Hild et al., 2003 et Zinszner, 2014 qui utilisent des simulations de Monte-Carlo, la section suivante revisite cette approche pour mieux comprendre et cerner les mécanismes en jeu.

Simulations de Monte-Carlo

Afin de comprendre le rôle que joue l'interaction des éléments de la microstructure dans la réponse macroscopique d'un matériau quasi-fragile et lier l'approche micromécanique du modèle DFH à son

approche multi-échelles, des simulations de Monte-Carlo ont été réalisées. Un volume cubique de 1 mm^3 est modélisé (figure 4.4), divisé en 125 000 éléments de volume identiques représentant la population de défauts. Il leur est attribué à chacun d'entre eux une contrainte à rupture probabiliste σ_k. Il est assigné au volume modélisé des paramètres élastiques et des paramètres de Weibull choisis arbitrairement, mais proches de ceux que possède un matériau fragile comme l'alumine AL23. Les simulations de Monte-Carlo consistent à évaluer la sensibilité de la contrainte ultime d'un grand nombre d'essais de traction à la vitesse de chargement constante (ou vitesse de déformation constante) dotés d'une composante probabiliste. L'aspect probabiliste se retrouve dans la définition de la contrainte à rupture de toute la population de défauts. Une gamme de vitesse de déformation de 100 s^{-1} à 25 000 s^{-1} est étudiée. Lors des simulations numériques, chaque élément du volume est soumis de manière uniforme à de la traction à vitesse de chargement constante (figure 4.4). La vitesse de déformation est par conséquent constante elle aussi. Lorsque la contrainte appliquée est supérieure à la contrainte à rupture d'un défaut, celui-ci s'active et se rompt. Pour simuler la création de surface, la contrainte devient alors nulle. Un volume d'occultation se développe avec le temps autour du défaut activé, générant une zone de relaxation des contraintes.

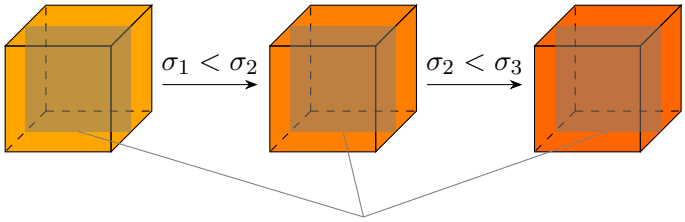


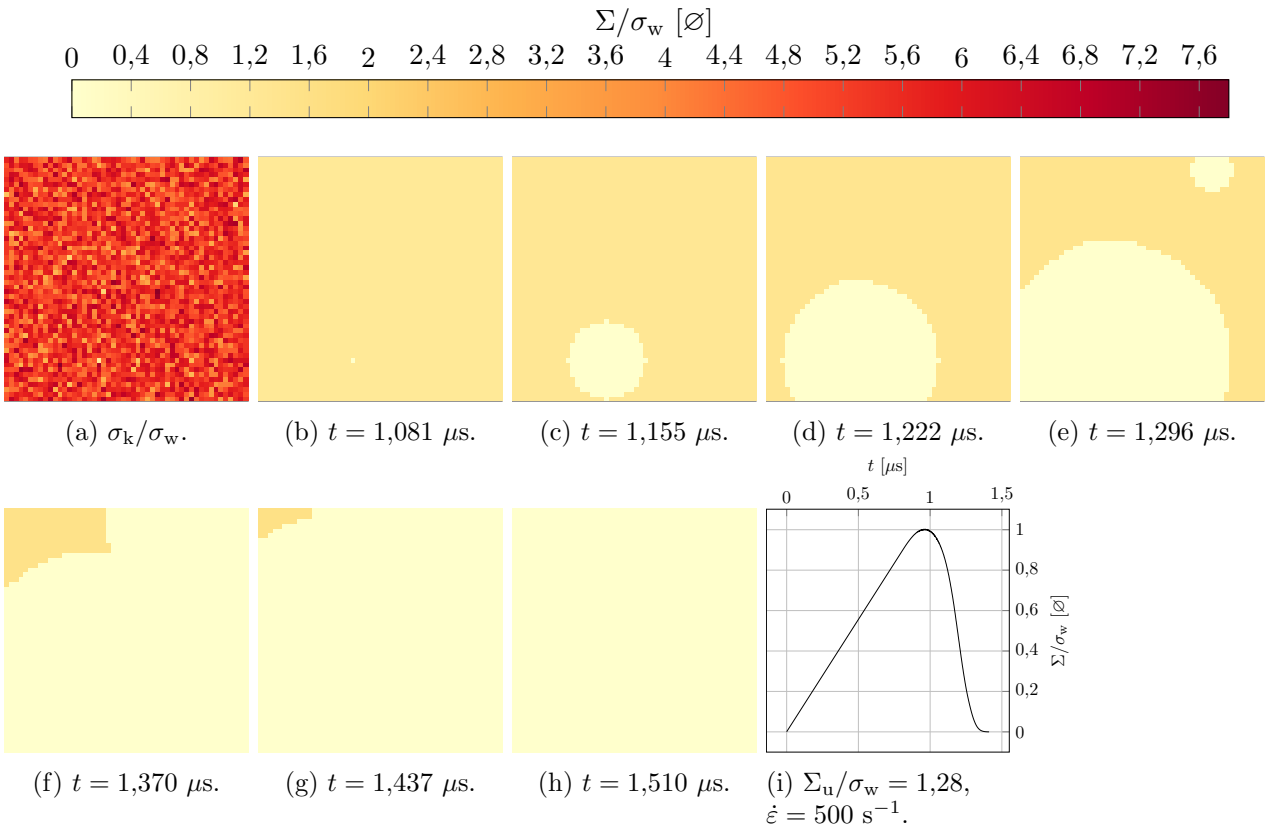
FIGURE 4.4 – Représentation schématique de l'application d'un état de contraintes uniforme graduel dans le volume cubique soumis aux essais de Monte-Carlo.

Pour visualiser le phénomène d'occultation et son influence sur le comportement macroscopique du matériau virtuel, deux représentations sont proposées (500 s^{-1} et 10 000 s^{-1}) sur les figures 4.5, 4.6, 4.7 et 4.8. Les figures 4.5 et 4.7 sont divisées en neuf sous-figures, qui sont des coupes 2D du volume 3D modélisé. La première sous-figure représente la distribution de la contrainte à rupture probabiliste σ_k de toute la population de défauts. Il est à noter que la contrainte seuil σ_k est bien supérieure à la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w car elle est influencée par le volume équivalent de chaque défaut.

Le phénomène d'occultation est visible sur les sous-figures 4.5b à 4.5h (respectivement 4.7b à 4.7h) de la figure 4.5 (respectivement de la figure 4.7). Plus le temps évolue, plus la contrainte appliquée est importante. Lorsqu'un défaut ou plusieurs défauts sont activés, des zones de relaxation de contraintes croissent au cours du temps. Une différence est visible entre la simulation numérique à vitesse de déformation moyenne (500 s^{-1}) et élevée (10 000 s^{-1}). Dans le premier cas, le volume d'occultation croît d'un unique défaut activé et s'étend sur tout le volume rapidement sans qu'aucun autre défaut ne puisse être activé. Dans le second cas, plusieurs défauts s'activent générant plusieurs zones d'occultation dont la taille dépend de leur temps d'activation. Le volume est totalement occulté plus tardivement que dans le premier cas.

Les figures 4.5i et 4.7i montre l'évolution de la contrainte macroscopique du matériau virtuel. La contrainte ultime adimensionnée augmente bien avec la vitesse de déformation. La création et l'accroissement du volume d'occultation expliquent cette augmentation de la contrainte ultime. Lorsque la vitesse de déformation est élevée, le volume d'occultation développé autour des défauts activés n'a pas le temps de s'accroître suffisamment. D'autres défauts voisins sont activés, créant à leur tour un volume d'occultation. De nombreux défauts sont ainsi activés et nombreuses zones d'occultation sont crées. Cela a pour effet d'augmenter la résistance macroscopique du matériau.

Les figures 4.5 et 4.7 ne montrent que l'état de contrainte dans l'échantillon numérique. Il n'est pas possible de discerné les défauts activés des défauts occultés. À défaut de montrer l'état de contrainte, les figures 4.6 et 4.8 représentent les trois états auxquels sont confrontés la population de défauts dans le matériau. Les éléments bleus sont sains, leur contrainte à rupture n'est pas dépassée. Les éléments rouges sont activés car la contrainte appliquée est supérieure à leur contrainte à rupture. Enfin, les éléments verts sont occultés, leur contrainte à rupture n'est pas dépassée, mais leur localisation dans une zone d'occultation induit une relaxation des contraintes. De larges différences sont visibles entre la simulation à moyenne et à haute vitesse de déformation. Dans le premier cas, un seul défaut est activé, une large zone d'occultation se développe et progresse jusqu'à contenir toute la population de défauts de la surface. De ce fait, la fragmentation simple est bien représentée. Dans le second cas, de nombreux défauts sont activés avec un intervalle temporel court. De nombreuses zones d'occultation se développent, pour recouvrir toute la surface. Par opposition à la figure 4.6, la figure 4.8 représente la fragmentation multiple induite à une haute vitesse de déformation.



(a) σ_k/σ_w. (b) $t = 1{,}081$ μs. (c) $t = 1{,}155$ μs. (d) $t = 1{,}222$ μs. (e) $t = 1{,}296$ μs.

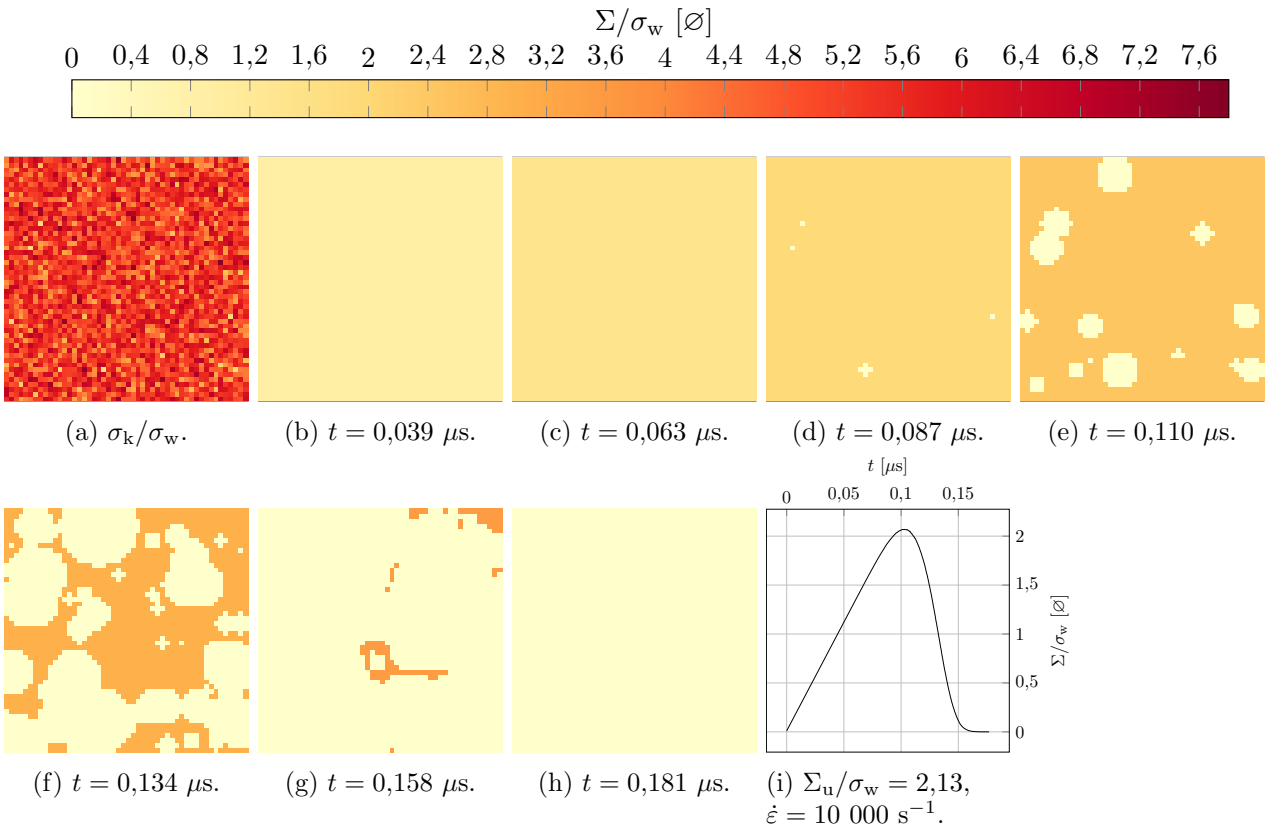
(f) $t = 1{,}370$ μs. (g) $t = 1{,}437$ μs. (h) $t = 1{,}510$ μs. (i) $\Sigma_u/\sigma_w = 1{,}28$, $\dot{\varepsilon} = 500$ s^{-1}.

FIGURE 4.5 – Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) des contraintes à rupture des éléments du volume, du champ de contrainte au cours du temps et de l'évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 500$ s^{-1}.

(a) $t = 0{,}940$ μs. (b) $t = 1{,}007$ μs. (c) $t = 1{,}081$ μs. (d) $t = 1{,}155$ μs. (e) $t = 1{,}222$ μs.

(f) $t = 1{,}296$ μs. (g) $t = 1{,}370$ μs. (h) $t = 1{,}437$ μs. (i) $t = 1{,}510$ μs.

FIGURE 4.6 – Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) de l'état sain, activé ou occulté des éléments du volume au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 500$ s^{-1}.



(a) σ_k/σ_w. (b) $t = 0{,}039$ μs. (c) $t = 0{,}063$ μs. (d) $t = 0{,}087$ μs. (e) $t = 0{,}110$ μs.

(f) $t = 0{,}134$ μs. (g) $t = 0{,}158$ μs. (h) $t = 0{,}181$ μs. (i) $\Sigma_u/\sigma_w = 2{,}13$, $\dot{\varepsilon} = 10\,000$ s^{-1}.

FIGURE 4.7 – Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) des contraintes à rupture des éléments du volume, du champ de contrainte au cours du temps et de l'évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 10\,000$ s^{-1}.

(a) $t = 0{,}0$ μs. (b) $t = 0{,}010$ μs. (c) $t = 0{,}039$ μs. (d) $t = 0{,}063$ μs. (e) $t = 0{,}087$ μs.

(f) $t = 0{,}110$ μs. (g) $t = 0{,}134$ μs. (h) $t = 0{,}158$ μs. (i) $t = 0{,}181$ μs.

FIGURE 4.8 – Visualisation (coupe 2D d'un cube 3D) de l'état sain, activé ou occulté des éléments du volume au cours d'une simulation 0D d'essai de traction à une vitesse de déformation de $\varepsilon = 10\,000$ s^{-1}.

Dans le but de montrer l'aspect multi-échelles du modèle DFH, des simulations numériques 0D d'essais de traction à vitesse de chargement constante balayant une large gamme de vitesse de déformation ont été réalisées. Pour chaque vitesse de déformation, 500 simulations ont été menées pour prendre en compte le caractère probabiliste du modèle. La figure 4.9 met en relation la contrainte ultime identifiée lors de chaque simulation avec la vitesse de déformation associée à l'essai (points bleus). Il apparaît clairement qu'à faible vitesse de déformation, la contrainte à rupture retenue correspond à la contrainte moyenne à rupture du matériau virtuel modélisé. Plus la vitesse de déformation augmente, plus la transition entre les régimes probabiliste et déterministe s'amorce et l'écart-type de la contrainte à rupture diminue. Ces simulations de Monte-Carlo démontrent bien le lien entre l'échelle locale liée au phénomène d'occultation et l'échelle globale définie par la contrainte à rupture macroscopique.

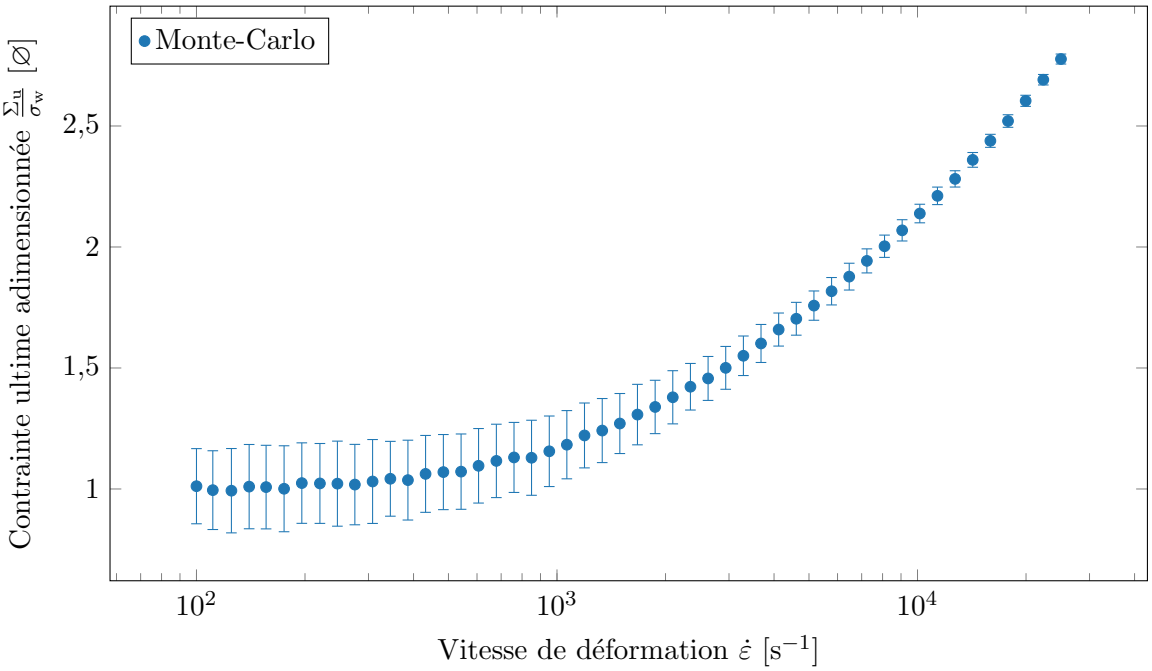


FIGURE 4.9 – Simulation de Monte-Carlo du phénomène d'occultation (approche micro-mécanique du modèle d'endommagement DFH).

Probabilité d'occultation

Le modèle DFH s'appuie sur l'approche statistique de Weibull et avance une hypothèse forte : la population de défauts critiques activés est la même indifféremment du régime de chargement induit. Ainsi, la densité de défauts critiques en régime dynamique reste la même qu'en régime quasi-statique (équation 2.1), rappelée ici :

$$\lambda_t = \lambda_0 \left(\frac{\langle \sigma \rangle}{\sigma_0} \right)^m . \tag{4.15}$$

Lorsqu'un défaut critiques est activé, une fissure est amorcée, dont la vitesse de propagation v_{fiss} est considérée constante et proportionnelle à la vitesse des ondes longitudinales C_L telle que :

$$v_{fiss} = kC_L, \tag{4.16}$$

où k est un coefficient traduisant l'atténuation de la vitesse de fissuration généralement compris entre $k = 0{,}2$ et $k = 0{,}5$. Broek, 1986 et Kanninen and Popelar, 1985 ont démontré par la conservation d'énergie que k tendait analytiquement vers la valeur de 0,38. Cependant, différents résultats expérimentaux ont montré que le coefficient k pouvait être plus grand. C'est le cas de Strassburger and Senf, 1995 avec des essais d'impacts de plaques sur du carbure de silicium. Ils ont estimé $k = 0{,}5C_R$, avec C_R la vitesse des ondes de Rayleigh. Dans une autre étude expérimentale d'essais *Rockspall*, Duplan and Forquin, 2021 ont montré par CIN de l'avancée de la pointe de fissure que le coefficient k était légèrement supérieur à la valeur de 0,38. Une fissure ainsi amorcée au niveau

d'un défaut se propage perpendiculairement à la direction de chargement. Une zone de relaxation des contraintes associée à la propagation de la fissure est alors générée autour du défaut critique activé, délimitée par la pointe de la fissure. La zone de relaxation des contraintes V_{occ} évolue au cours du temps telle que :

$$V_{\text{occ}}(T) = S\left(v_{\text{fiss}}\left(T - t_0\right)\right)^{\text{n}}, \tag{4.17}$$

où T est le temps courant, t_0 le temps d'amorçage de la fissure tel que $t_0 < T$, n la dimension de l'espace ($n = 1$, 2 ou 3) et S un paramètre de forme. Le paramètre de forme S dépend directement de la dimension de l'espace :

$$S = \begin{cases} 2 & \text{pour} \quad n = 1, \\ \pi & \text{pour} \quad n = 2, \\ \frac{4\pi}{3} & \text{pour} \quad n = 3. \end{cases} \tag{4.18}$$

L'équation 4.18 décrit une évolution sphérique. Cependant, la pointe de fissure générant plutôt une zone de relaxation elliptique, le paramètre de forme, dans le cas d'un espace à trois dimensions, est fixé à $S = 3.74$ [Denoual and Hild, 2002]. Ce paramètre est indépendant du temps et chaque zone de relaxation est autosimilaire. La création de la zone de relaxation des contraintes entrave alors l'activation des défauts critiques voisins de celui d'où a été amorcée la fissure. En effet, la contrainte devient insuffisante pour activer une nouvelle fissure (figure 4.10). C'est le phénomène d'occultation. La zone de relaxation des contraintes sera désignée comme la zone d'occultation.

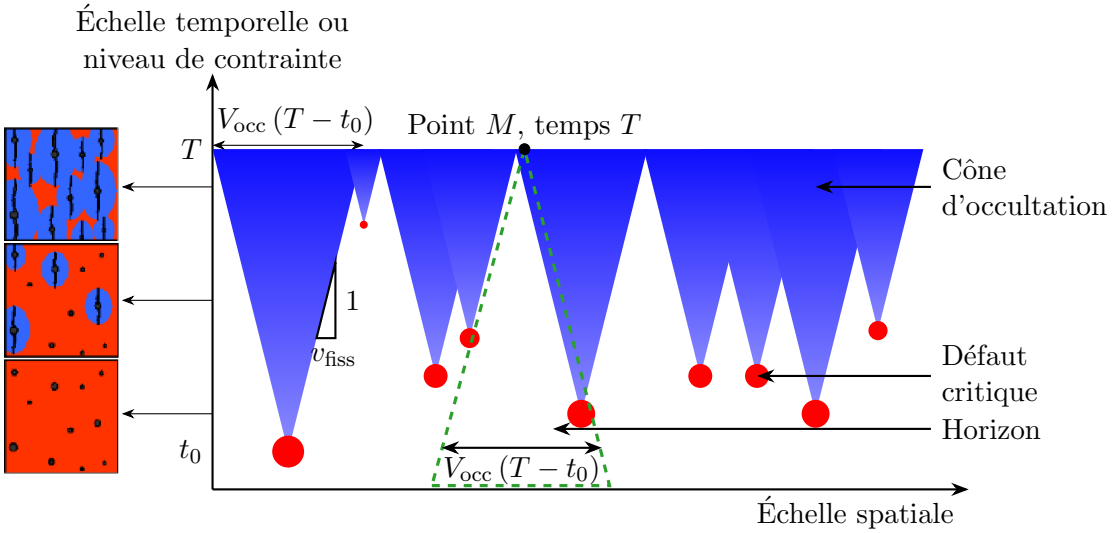


FIGURE 4.10 – Phénomène d'occultation [Forquin and Hild, 2010].

Pour identifier un défaut critique comme occulté, il faut s'intéresser à sa probabilité d'occultation. Inversement, il est possible de déterminer sa probabilité de non-occultation en regardant le passé du défaut (horizon). Dans un premier temps, le temps t_{V} est défini comme le temps auquel le volume décrit par l'horizon d'un point P au temps T est égal au volume sollicité. Ce volume est défini par :

$$V = S\left(v_{\text{fiss}}\left(T - t_{\text{V}}\right)\right)^{\text{n}}. \tag{4.19}$$

La probabilité de non-occultation P_{no} du point P au temps T est composée de deux parties. La première correspond au produit des probabilités de non amorçage de fissures avant t_{V} tel que $T \leq t_{\text{V}}$, la deuxième après t_{V} tel que $T > t_{\text{V}}$:

$$P_{\text{no}}(P, T) = \left(\prod_{T > t_{\text{V}}} P^{\text{i}}_{\notin}(x, T)\right) \times \left(\prod_{T \leq t_{\text{V}}} P^{\text{i}}_{\notin}(x, T)\right), \tag{4.20}$$

avec

$$P^{\text{i}}_{\notin}(x, T) = \exp\left(-\frac{\partial \lambda_{\text{t}}(x, T)}{\partial t} \text{d}V \text{d}t\right). \tag{4.21}$$

Lorsque le chargement est homogène dans l'horizon du point P considéré, la probabilité de non-occultation généralisée s'écrit :

$$P_{\mathrm{no}}(P,T) = \underbrace{\exp\left(-\int_{t=t_{\mathrm{V}}}^{\mathrm{T}} \frac{\mathrm{d}\lambda_{\mathrm{t}}(t)}{\mathrm{d}t} V_{\mathrm{occ}}(T-t)\,\mathrm{d}t\right)}_{\text{fragmentation multiple}} \times \underbrace{\exp\left(-V\int_{t=0}^{t_{\mathrm{V}}} \frac{\mathrm{d}\lambda_{\mathrm{t}}(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t\right)}_{\text{fragmentation simple}}, \tag{4.22}$$

avec λ_{t} la densité de défauts critiques qui intervient dans l'évolution de la densité de fissuration λ_{fiss} du matériau :

$$\frac{\mathrm{d}\lambda_{\mathrm{fiss}}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\lambda_{\mathrm{t}}(t)}{\mathrm{d}t}\left(P_{\mathrm{no}}(P,T)\right) \quad \text{avec} \quad \lambda_{\mathrm{fiss}}(t=0) = 0. \tag{4.23}$$

La probabilité de non occultation fait intervenir deux termes relatifs à deux régimes : le régime de fragmentation simple et le régime de fragmentation multiple. Le premier est lié à la rupture lorsqu'un seul défaut est activé, soit pour des régimes à faible vitesse de chargement. Le second est, quant à lui, lié à la rupture issue de l'activation de nombreux défauts, donc à un régime à haute vitesse de déformation.

Endommagement anisotrope

Pour modéliser les différents chemins de fissuration privilégiés, un endommagement anisotrope est introduit. Les composantes du tenseur d'endommagement sont supposées égales à la probabilité d'occultation $P_{\mathrm{o}} = 1 - P_{\mathrm{no}}$ dans chaque direction. Elles sont exprimées sous une forme différentielle et suivent la cinétique suivante, basée sur la densité de défauts critiques [Denoual and Hild, 2000] :

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left(\frac{1}{1-D_{\mathrm{i}}}\frac{\mathrm{d}D_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}t}\right) = n! S v_{\mathrm{fiss}}^{\mathrm{n}} \lambda_{\mathrm{t}}(\sigma_{\mathrm{i}}(t))\,. \tag{4.24}$$

Pour prendre en compte la transition de régime, la cinétique d'endommagement devient :

$$V_{\mathrm{eq}}\lambda_{\mathrm{t}}(\sigma_{\mathrm{i}}(t)) = \begin{cases} 0 & \text{pour} \quad \sigma_{\mathrm{i}} \leq \sigma_{\mathrm{k}}, \\ \max\left(V_{\mathrm{eq}}\lambda_0\left(\frac{\sigma_{\mathrm{i}}(t)}{\sigma_0}\right)^{\mathrm{m}}, 1\right) & \text{pour} \quad \sigma_{\mathrm{i}} > \sigma_{\mathrm{k}}. \end{cases} \tag{4.25}$$

Le critère en contrainte seuil σ_{k} représente la contrainte maximale supportée par un défaut de volume équivalent V_{eq}. Le critère d'amorçage est défini par l'approche de Weibull avec une probabilité de rupture P_{k}. D'après l'équation 2.5 :

$$P_{\mathrm{k}} = 1 - \exp\left(-V_{\mathrm{eq}}\lambda_0\left(\frac{\sigma_{\mathrm{k}}}{\sigma_0}\right)^{\mathrm{m}}\right). \tag{4.26}$$

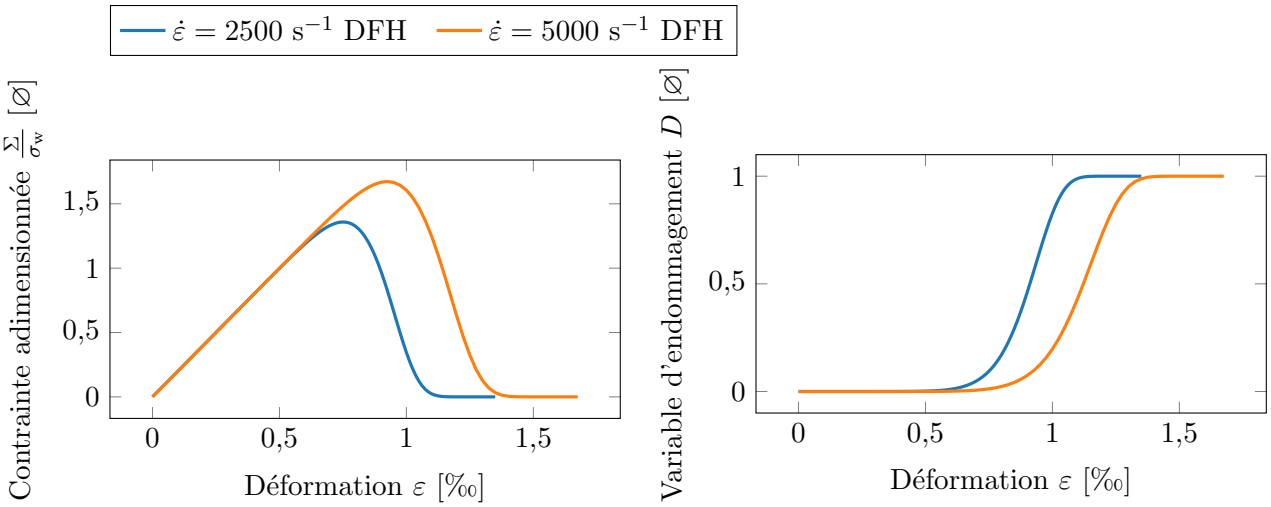
En réarrangeant l'équation 4.26, la contrainte seuil σ_{k} s'exprime par :

$$\sigma_{\mathrm{k}} = V_{\mathrm{eq}}^{\frac{-1}{m}}\left(\lambda_0^{\frac{-1}{m}}\sigma_0\right)\ln\left(\frac{1}{1-P_{\mathrm{k}}}\right)^{\frac{1}{m}}, \tag{4.27}$$

où P_{k} est choisie aléatoirement entre 0 et 1.

Pour comprendre l'influence de la vitesse de déformation et la transition entre les régimes quasi-statique et dynamique, des simulations 0D d'essais de traction à vitesse de chargement constante ont été réalisées. La figure 4.11a montre des courbes contrainte-déformation résultantes de deux simulations 0D réalisées pour différentes vitesses de chargement, induisant des vitesses de déformation égales à 2500 s^{-1} (courbe bleue) et 5000 s^{-1} (courbe orange). Les résultats des simulations montrent que la contrainte ultime Σ_{u} augmente avec la vitesse de déformation. Elle est supérieure à la contrainte moyenne à rupture σ_{w} obtenue en régime quasi-statique. Le caractère quasi-fragile du matériau virtuel, représenté et influencé significativement par les paramètres de Weibull, est visible, se traduisant par une perte de rigidité. Les modules élastiques restent inchangés tant que le matériau reste dans son domaine élastique puis se dégradent avec l'évolution de la variable d'endommagement (équation 2.28). Cette évolution est appréciable sur la figure 4.11b. Pour les deux vitesses de déformation considérées,

l'endommagement commence au même niveau de déformation. L'évolution de la variable d'endommagement s'effectue de manière plus progressive pour la vitesse de déformation la plus élevée.



(a) Courbes contrainte-déformation à différentes vitesses de déformation du modèle d'endommagement DFH.

(b) Évolution de la variable d'endommagement du modèle d'endommagement DFH.

FIGURE 4.11 – Simulations numériques 0D d'essais de traction à plusieurs vitesses de déformation en utilisant le modèle d'endommagement DFH (équation B.9).

La figure 4.12 montre la sensibilité à la vitesse de déformation de la contrainte ultime adimensionnée issue de simulations numériques 0D d'essais de traction à vitesse de déformation constante. L'endommagement modélisé dans ces simulations résulte de l'équation aux dérivées partielles de la variable d'endommagement du modèle multi-échelles (équation 4.24, courbe rouge pleine). La courbe, mise en parallèle avec les résultats des simulations de Monte-Carlo, évolue depuis la contrainte moyenne à rupture à de faibles vitesses de déformation pour tendre vers la solution dynamique plus la vitesse de déformation augmente. Cet effet montre bien le caractère multi-échelles du modèle.

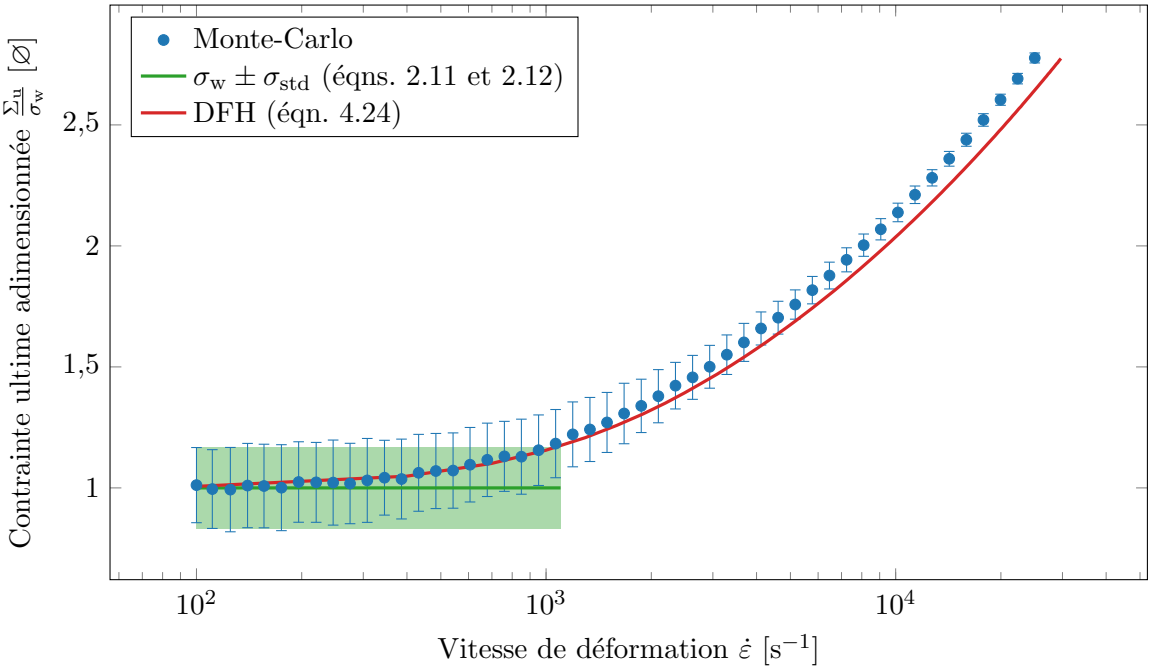


FIGURE 4.12 – Simulations numériques 0D d'essais de traction à vitesse de chargement constante montrant le caractère multi-échelles du modèle d'endommagement DFH par l'évolution de la contrainte ultime adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation.

4.1.3 Conclusion intermédiaire

Les lois d'endommagement retenues pour représenter le comportement dynamique à rupture de la céramique définissent une évolution de l'endommagement à travers sa dérivée temporelle. Cette considération semble nécessaire pour bien représenter l'évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation. En parallèle, les lois d'endommagement s'appuient sur un critère en contrainte pour activer l'endommagement. L'endommagement et la contrainte d'activation sont donc deux grandeurs distinctes à prendre en compte dans les simulations.

4.2 Intégration de l'endommagement en DEM

L'étude bibliographique a mis en avant les capacités de l'approche discrète DEM à modéliser le comportement à rupture en régime dynamique de matériaux fragiles, mais aussi ses limites. Dans cette partie, un couplage de l'endommagement avec la DEM est proposé. L'intégration des lois d'endommagement doit en théorie permettre de mieux représenter le phénomène d'écaillage.

4.2.1 Stratégie de modélisation

L'endommagement se traduit par la détérioration progressive des propriétés élastiques du matériau à partir d'un critère en contrainte et de la définition de lois d'endommagement. Ces lois traduisent la cinétique d'évolution de la variable d'endommagement D en fonction de variables physiques. Or, dans le cas de l'approche discrète DEM, ce sont les liens qui supportent les efforts. La dégradation des propriétés élastiques du matériau en DEM passe par celle des propriétés élastiques des poutres, c'est à dire du module d'Young microscopique. En DEM, l'endommagement est donc supporté sur chaque poutre ; l'équation 2.28 peut donc être réécrite telle que :

$$\tilde{E}_\mu = E_{\mu 0}\,(1 - D)\,. \tag{4.28}$$

Dans les travaux de Sage et al., 2022, chaque lien du domaine suit une loi d'évolution de l'endommagement. Le modèle d'endommagement *Damage Beam Model* (DBM) est piloté par l'élongation des liens, et non par leur état de contrainte. Il n'y a donc aucune nécessité de recourir à l'opérateur viriel. Or, dans les lois explicitées précédemment, l'endommagement est amorcé par un critère *via* une contrainte équivalente issue d'un état tensoriel. Dans le cadre de cette étude, il est donc essentiel de disposer d'un état tensoriel de contrainte et l'opérateur viriel répond à ce besoin. L'intégration des lois d'endommagement dans l'approche DEM est par conséquent réalisée sur les éléments. Pour cette étude, une variable d'endommagement est attribuée à chaque élément discret, qui suivra la loi d'endommagement activée par un critère en contrainte. La variable d'endommagement sera ensuite déployée sur les liens qui sont connectés à l'élément.

Ainsi, en reprenant l'équation 3.24 et la méthode de fissuration *All*, l'endommagement est activé dès que la première contrainte principale virielle (du repère des contraintes principales virielles $(\vec{x}_{\mathrm{I}}, \vec{x}_{\mathrm{II}}, \vec{x}_{\mathrm{III}})$) dépasse la valeur de contrainte seuil. L'endommagement se développe de manière uniforme sur toutes les poutres connectées à cet élément discret. De la même manière, dans le cas de la méthode de fissuration All^2, les poutres liées à l'élément discret et celles aux premiers voisins s'endommagent uniformément. La variable d'endommagement D suit alors une évolution qui dépend de la loi d'endommagement.

4.2.2 Discussion sur l'orthotropie pour le modèle DFH

Le modèle d'endommagement DFH est à l'origine un modèle anisotrope. La variable d'endommagement D est augmentée pour obtenir un tenseur d'endommagement $\bar{D}$. La prise en compte d'une orthotropie permet de rendre compte des changements d'orientation privilégiée de la fissuration au cours d'un chargement, comme dans le cas d'un impact. Cependant, le passage d'un tenseur des contraintes virielles calculé sur chaque élément discret du domaine vers une variable d'endommagement scalaire appliquée aux liens (orientés que dans une direction de l'espace) requiert de nouveaux développements dans l'approche DEM. Ainsi, le traitement et la gestion de l'orthotropie ont été étudiés avec l'approche discrète au moyen de lois d'orthotropie. Les enrichissements apportés pour prendre compte l'orthotropie de l'endommagement sont présentés en annexes (partie E).

La figure 4.13 présente les profils de vitesse en face arrière de simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'orthotropie *On-Off* ($\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 1\ 050$ MPa) et les résultats obtenus précédemment. Bien que les courbes de la figure 4.13 ne soient pas issues de simulations avec endommagement (rupture instantanée des liens basée sur une contrainte à rupture microscopique), elles mettent en avant la limite du travail réalisé pour tenir compte d'une anisotropie de la rupture. Par la suite, il sera choisi de ne

travailler qu'avec une variable scalaire de l'endommagement, au même titre que les trois autre modèles phénoménologiques, le caractère uniaxial de l'essai d'écaillage rendant cette hypothèse acceptée.

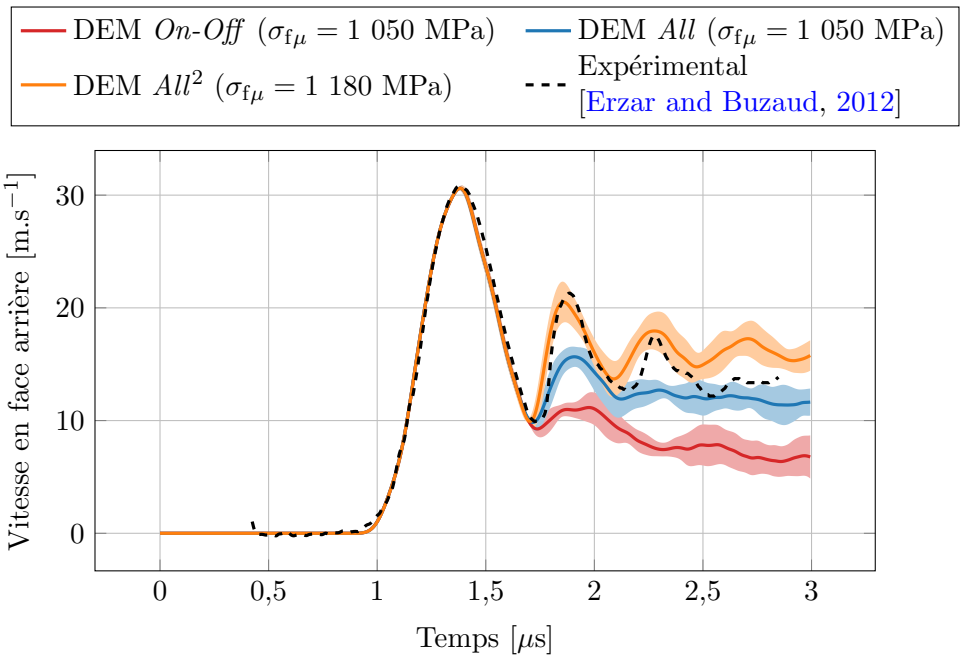


FIGURE 4.13 – Profils de vitesse en face arrière de l'essai GEPI G672 expérimental et simulé avec la DEM de trois manières : avec un endommagement orthotrope *On-Off* (voir partie E) et isotrope avec la méthode de fissuration *All* et *All*^{2}.

4.2.3 Implémentation de l'endommagement en DEM

Pour les besoins de cette étude, quatre lois d'endommagement ont donc été implémentées. Comme montré dans la partie 4.1, ces lois d'endommagement rendent compte de l'évolution de la contrainte à rupture dynamique avec la vitesse de déformation. Les lois d'évolution s'expriment à partir de la dérivée temporelle de la variable d'endommagement D. Chaque loi d'endommagement est considérée isotrope, couplée aux méthodes de fissuration *All* et *All*^{2}. Concernant la loi d'Ortiz, seule la composante de l'endommagement en traction est considérée. À des fins de comparaison, une loi d'endommagement particulière est également définie pour représenter une rupture instantanée avec :

$$\dot{D} = \infty. \tag{4.29}$$

Cette loi décrit bien le passage instantané de la variable d'endommagement de l'état sain du matériau ($D = 0$) à l'état dégradé ($D = D_c = 1$). Elle est par la suite dénommée *Heaviside*.

La variable d'endommagement est calculée à chaque pas de temps pour chaque élément discret. Elle est ensuite déployée sur les poutres selon la méthode de fissuration. L'algorithme 4.1 présente la méthodologie suivie pour l'intégration des lois d'endommagement dans l'approche DEM. À chaque itération i (de manière équivalente à chaque temps t^i), les éléments discrets du domaine sont parcourus. Pour chaque élément discret DE, leur variable d'endommagement est initialement fixée à zéro. Les deux conditions suivantes garantissent un état de traction et un gradient de traction dans le repère local des contraintes virielles :

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_\mathrm{I}}{\mathrm{d}t} > 0, \tag{4.30}$$

$$\sigma_\mathrm{I} > 0. \tag{4.31}$$

Si les conditions des équations 4.30 et 4.31 sont vérifiées, alors la variable d'endommagement associée à l'élément discret est calculée au moyen de la loi d'endommagement $\mathcal{F}_D$ utilisée. La variable d'endommagement est alors déployée sur les liens. Selon la méthode de fissuration *All* ou *All*^{2}, le module

d'Young de chaque poutre connectée à l'élément discret et/ou à ses premiers voisins est dégradé, à l'aide de l'équation 4.28. Cette dégradation des poutres est effectuée si et seulement si la variable d'endommagement courante est supérieure à celle de l'itération précédente $i-1$, afin de garantir un endommagement cumulatif irréversible. Si la variable d'endommagement est supérieure à l'endommagement critique D_c (qui n'est pas nécessairement égal à $D_\mathrm{c}=1$), alors la poutre est rompue.

Algorithme 4.1 : Algorithme descriptif de l'intégration d'une loi d'endommagement dans l'approche DEM (logiciel GranOO).

pour $t^i = t^{i-1} + \mathrm{d}t$ **faire**
  pour chaque élément discret DE **faire**
    si $\frac{\mathrm{d}\sigma_\mathrm{I}}{\mathrm{d}t} > 0$ et $\sigma_\mathrm{I} > 0$ **alors**
      $D^i = \mathcal{F}_D$; `/* Calcul de la variable d'endommagement associée au DE */`
    sinon
      $D^i = D^{i-1}$;
  pour chaque poutre connectée au DE selon la méthode de fissuration **faire**
    si $D^i > D^{i-1}$ **alors**
      si $D^i > D_\mathrm{c}$ **alors**
        Rupture de la poutre
      sinon
        $\tilde{E}^i_\mu = E_{\mu 0}\left(1 - D^i\right)$; `/* d'après l'équation 4.28 */`
    sinon
      $\tilde{E}^i_\mu = \tilde{E}^{i-1}_\mu$

Les variables d'endommagement à l'itération i sont calculées de la manière suivante, pour les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov et Ortiz (les dérivées temporelles sont approximées par un schéma explicite d'ordre 1) :

- loi d'endommagement Linéaire :

$$D^i = D^{i-1} + \mathrm{d}t\mathcal{C}, \tag{4.32}$$

  où D^i est la variable à l'itération i, D^{i-1} sa valeur à l'itération précédente et $\mathrm{d}t$ est le pas de temps du schéma explicite.

- loi d'endommagement Kachanov :

$$D^i = D^{i-1} + \mathrm{d}t\left(\frac{\sigma^i_\mathrm{I} - \sigma_{\mathrm{f}\mu}}{A_0\left(1 - D^{i-1}\right)}\right)^r, \tag{4.33}$$

  avec σ^i_I la première contrainte principale virielle courante.

- loi d'endommagement Ortiz :

$$D^{\mathrm{nc}\,i} = 1 - \frac{\varepsilon_{\mathrm{d}0}\left(1 - A_\mathrm{t}\right)}{\varepsilon^i_\mathrm{eq}} - \frac{A_\mathrm{t}}{\exp\left(B_\mathrm{t}\left(\varepsilon^i_\mathrm{eq} - \varepsilon_{\mathrm{d}0}\right)\right)}, \tag{4.34}$$

$$D^i = D^{i-1} + \frac{\mathrm{d}t}{\tau^\mathrm{c}_\mathrm{t}}\left(1 - \exp\left(-\left(D^{\mathrm{nc}\,i} - D^{i-1}\right)\right)\right), \tag{4.35}$$

  où $\varepsilon^i_\mathrm{eq}$ est calculée à chaque pas de temps (d'après la loi de Hooke) tel que :

$$\varepsilon^i_\mathrm{eq} = \frac{\sigma^i_\mathrm{I}}{\tilde{E}_\mu}. \tag{4.36}$$

La loi d'endommagement DFH demande plus d'étapes pour le calcul de la variable d'endommagement. En effet, d'après l'équation 4.24, une triple intégration temporelle est nécessaire, à laquelle s'ajoute le caractère multi-échelles du modèle. Ainsi, en suivant le modèle présenté au préalable dans la partie 4.1.2, il vient :

- le calcul de la densité de défauts critiques :

$$\lambda_{\mathrm{t}}^{i} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad \sigma_{\mathrm{I}}^{i} \leq \sigma_{\mathrm{k}}, \\ \lambda_0 \left(\frac{\sigma_{\mathrm{I}}^{i}}{\sigma_0} \right)^{\mathrm{m}} & \text{si} \quad \sigma_{\mathrm{I}}^{i} > \sigma_{\mathrm{k}}. \end{cases} \tag{4.37}$$

- le calcul de le triple intégrale temporelle :

$$D_{\mathrm{p2}}^{i} = \begin{cases} D_{\mathrm{p2}}^{i-1} + \mathrm{d}t n! S v_{\mathrm{fiss}}^{n} \lambda^{i} & \text{si équations 4.30 et 4.31 vraies,} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \tag{4.38}$$

$$D_{\mathrm{p1}}^{i} = \begin{cases} D_{\mathrm{p1}}^{i-1} + \mathrm{d}t D_{\mathrm{p2}}^{i} & \text{si équations 4.30 et 4.31 vraies,} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \tag{4.39}$$

$$D^{i} = D^{i-1} + \mathrm{d}t \left(1 - D^{i-1}\right) D_{\mathrm{p1}}^{i}. \tag{4.40}$$

Un critère d'activation de l'endommagement doit en plus être défini pour chacune de ces lois. Pour les quatre premières, l'activation intervient une fois que la première contrainte principale virielle dépasse la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{\mathrm{f}\mu}$. Pour la loi DFH, la variable d'endommagement commence à évoluer dès que les conditions des équations 4.30 et 4.31 sont vérifiées. L'activation de l'endommagement est amorcée et pilotée par la densité de défauts critiques (équation 4.37). Celle-ci est différente de zéro si et seulement si la première contrainte principale virielle dépasse la contrainte à rupture probabiliste σ_{k} (donnée par l'équation 4.27).

4.3 Calibration des lois d'endommagement

Les trois modèles phénoménologiques sont généralement liés à des ajustements de paramètres, qu'il faut identifier et calibrer. Le quatrième modèle, micro mécanique, ne semble pas en nécessiter. Pourtant, le volume équivalent, lié au volume des défauts dans le matériau, demande d'être défini car il jour un rôle majeur dans la description de la contrainte d'amorçage de l'endommagement qui leur est attribuée.

4.3.1 Identification des paramètres des lois d'endommagement

La loi d'endommagement *Heaviside* n'est dépendante que d'un seul paramètre qui est la contrainte à rupture microscopique $\sigma_{f\mu}$, calibrée sur le profil de vitesse du tir GEPI G672. Le travail de calibration a déjà été effectué dans la partie 3. Les simulations DEM quasi-statiques d'essais de traction uniaxiale ont permis d'identifier les contraintes à rupture microscopiques dans le but d'obtenir la contrainte moyenne à rupture quasi-statique de l'alumine AL23 (donnée dans le tableau 3.2). Il a été vu que le choix de la méthode de fissuration utilisée dans les simulations DEM influence la calibration de la contrainte à rupture microscopique. Dans tous les cas, l'objectif est de restituer au mieux le profil de vitesse mesuré lors du tir GEPI G672. Les contraintes à rupture microscopiques à utiliser sont regroupées dans le tableau 3.4.

Pour les lois d'endommagement Linéaire et Kachanov il faut rajouter la détermination de la constante $\mathcal{C}$ pour la loi Linéaire et du paramètre A_0 pour la loi Kachanov, le paramètre r étant fixé de manière arbitraire à $r = 1$ [Laporte, 2011]. L'activation de l'endommagement intervient dès que le critère en contrainte virielle est vérifié. La valeur de la contrainte seuil est définie comme étant la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w.

La loi d'endommagement Ortiz n'utilise que le paramètre B_t. Le paramètre A_t, responsable des contraintes résiduelles, est fixé à $A_t = 1$, d'après les résultats obtenus lors de simulations FEM d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques sur du béton [Mazars et al., 2015]. La loi DFH est régit quant à elle par des paramètres comme la vitesse de propagation des fissures v_{fiss} et les paramètres de Weibull du matériau. Chacun de ces paramètres sont identifiés à partir d'essais spécifiques. Par exemple, les paramètres de Weibull sont déterminés à l'aide d'essais de flexion trois ou quatre points [Zinszner, 2014].

Les lois Ortiz et DFH ne sont pas régularisées. Elles font également appel à une grandeur interne. La loi Ortiz requiert une longueur caractéristique l_{car} définie par l'équation 4.12. Elle est fixée à $l_{car} = 1$ mm dans Ortiz et al., 2015 pour garantir une rupture fragile en régime quasi-statique. Dans la définition de la contrainte à rupture probabiliste σ_k de la loi DFH, un volume équivalent V_{eq} est introduit. Ce volume équivalent est lié à l'élément (qu'il soit fini en FEM ou discret en DEM), qui est considéré comme un défaut ayant sa propre contrainte à rupture probabiliste. Alors que l'introduction de la longueur interne caractéristique l_{car} de la loi Ortiz sert à tendre vers un modèle non-local, la présence du volume équivalent dans la loi DFH crée l'effet inverse. Cela demande alors soit une régularisation par convergence du maillage, soit à une calibration de ce dernier. Or, la première option est impossible : plus le maillage est fin, plus le volume équivalent est petit et plus la contrainte s'éloigne de celle d'un régime de fragmentation multiple à l'échelle du volume équivalent. Une calibration est donc nécessaire, comme le montre la figure 4.14 représentant le profil de vitesse en face arrière du tir GEPI G672 sur l'alumine AL23 simulé avec la FEM. Lorsque la taille caractéristique des mailles grandit, la rupture (intrinsèquement liée au rebond du profil de vitesse en face arrière) est précoce. À l'inverse, lorsque la taille caractéristique est très petite, le rebond intervient tardivement, en comparaison avec le signal expérimental.

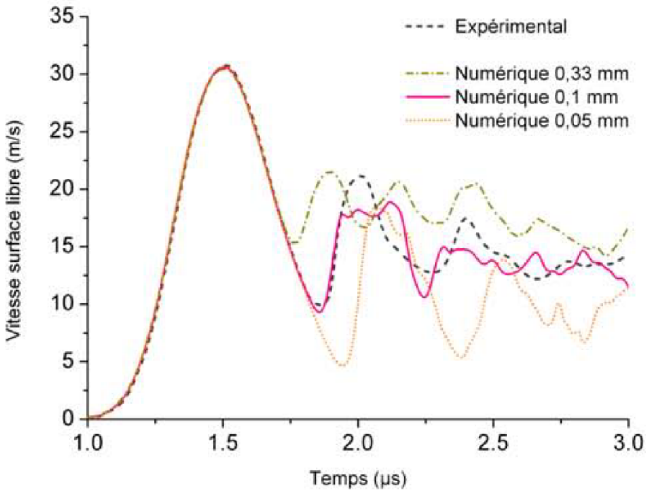


FIGURE 4.14 – Restitutions du profil de vitesse en face arrière du tir GEPI G672 réalisées avec des simulations FEM sur l'alumine AL23 comparées au signal expérimental des travaux de Erzar and Buzaud, 2012 pour trois longueurs caractéristiques de maille [Zinszner, 2014].

4.3.2 Calibration de la cinétique d'endommagement

La calibration des paramètres de chaque loi d'endommagement peut être effectuée de plusieurs manières. En revanche, elle repose toujours sur une comparaison avec des résultats expérimentaux. Pour la calibration des lois d'endommagement, les données expérimentales issues des travaux de Erzar and Buzaud, 2012 sur l'alumine AL23 sont utilisées.

Un protocole de calibration original est proposé. Des simulations numériques 0D d'essais de traction à vitesse de déformation constante sont réalisées en parcourant une large gamme de vitesses de déformation. Les paramètres sont calibrés tels que l'évolution de la contrainte ultime adimensionnée avec la vitesse de déformation soit similaire a celle observée expérimentalement par Erzar and Buzaud, 2012. Dans le cadre des simulations 0D, la contrainte à rupture est prise égale à la contrainte moyenne à rupture quasi-statique $\sigma_w = 202{,}8$ MPa.

La figure 4.15 montre les résultats de ces simulations 0D. L'évolution de la contrainte ultime adimensionnée est tracée pour des vitesses de déformation variant de $\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1} à $\dot{\varepsilon} = 25\ 000$ s^{-1}. La loi *Heaviside* ne présente pas de sensibilité à la vitesse de déformation. Pour toutes les autres lois d'endommagement, la contrainte ultime tend bien vers la contrainte moyenne à rupture quasi-statique à faible vitesse de déformation et augmente de manière importante lorsque la vitesse de déformation dépasse $100 - 1\ 000$ s.$^{-1}$. La loi Linéaire se démarque des autres lois par une augmentation faible jusqu'à $3\ 000$ s.$^{-1}$ et très rapide au delà. Les trois autres lois d'endommagement sont relativement proches les unes des autres.

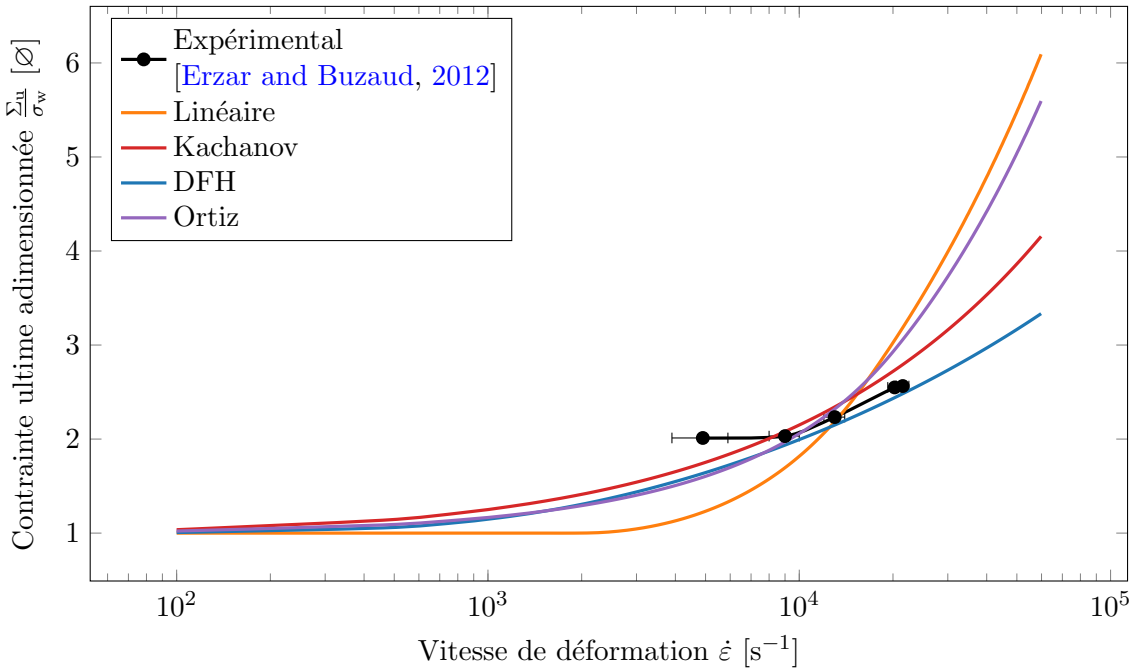
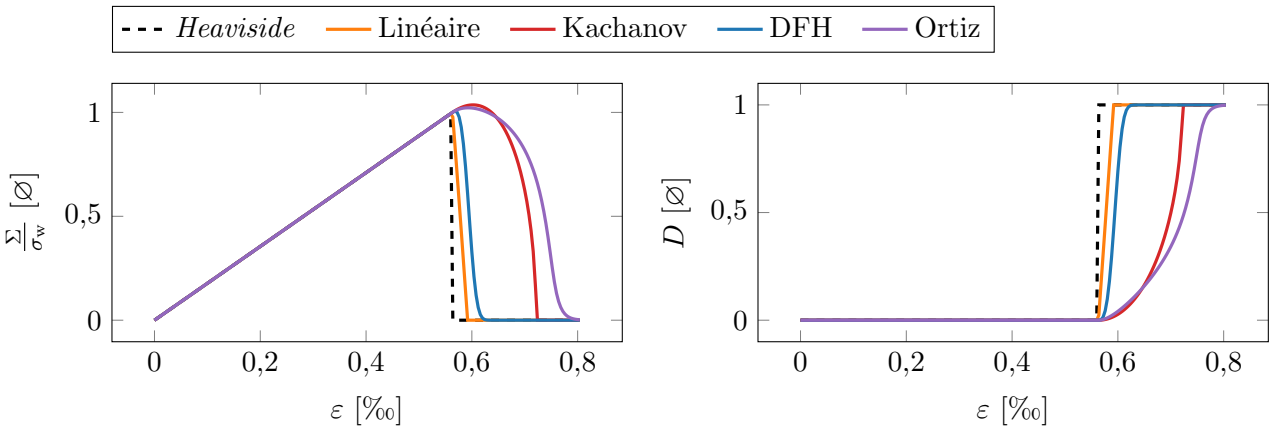


FIGURE 4.15 – Évolution de la contrainte ultime adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation pour chaque loi d'endommagement étudiée. Comparaison avec les données expérimentales de Erzar and Buzaud, 2012.

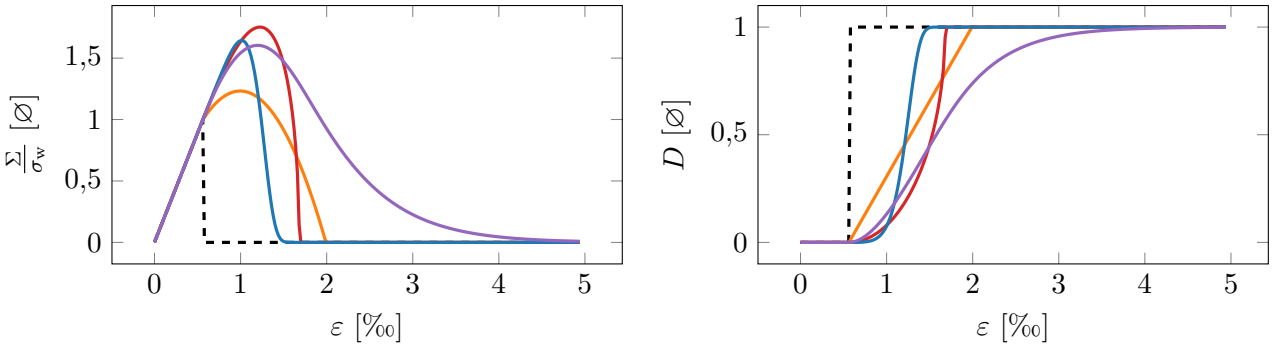
Pour mettre en évidence les différences entre les lois d'endommagement, les courbes contrainte-déformation et l'évolution de la variable d'endommagement sont représentées pour les vitesses de déformation égales à $\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1} (figure 4.16), $\dot{\varepsilon} = 5\ 000$ s^{-1} (figure 4.17) et $\dot{\varepsilon} = 20\ 000$ s^{-1} (figure 4.18).



(a) Évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1}).

(b) Évolution de la variable d'endommagement avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1}).

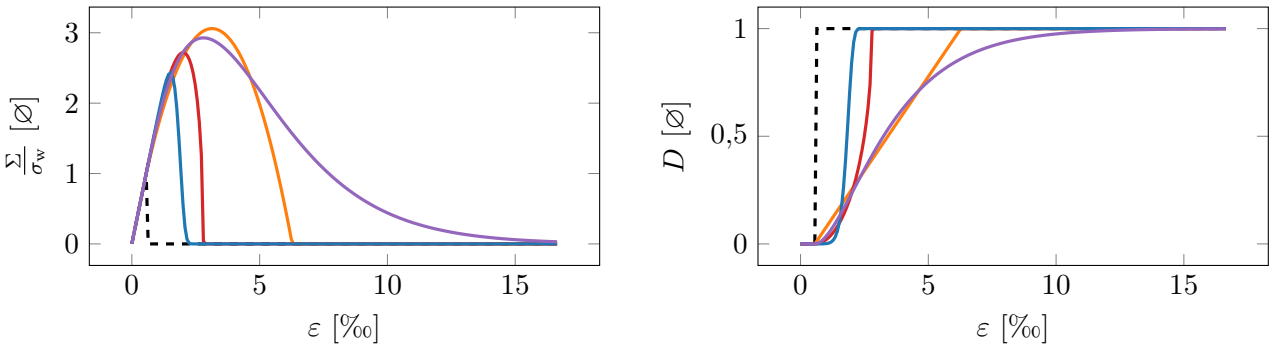
FIGURE 4.16 – Simulations numériques 0D d'essais de traction à une vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1} pour les cinq lois d'endommagement étudiées.



(a) Évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 5\ 000$ s^{-1}).

(b) Évolution de la variable d'endommagement avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 5\ 000$ s^{-1}).

FIGURE 4.17 – Simulations numériques 0D d'essais de traction à une vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon} = 5\ 000$ s^{-1} pour les cinq lois d'endommagement étudiées.



(a) Évolution de la contrainte macroscopique adimensionnée avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 20\ 000$ s^{-1}).

(b) Évolution de la variable d'endommagement avec la déformation ($\dot{\varepsilon} = 20\ 000$ s^{-1}).

FIGURE 4.18 – Simulations numériques 0D d'essais de traction à une vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon} = 20\ 000$ s^{-1} pour les cinq lois d'endommagement étudiées.

À faible vitesse de déformation ($\dot{\varepsilon} = 100$ s^{-1}, figure 4.16), la contrainte chute rapidement dès que le seuil d'activation de l'endommagement est atteint. Les courbes obtenues pour les lois d'endommagement Linéaire et DFH sont assez proches de la courbe correspondant à la loi *Heaviside*. Pour les

lois Kachanov et Ortiz, la relaxation de la contrainte est beaucoup plus lente. Pour cette vitesse de déformation, les contraintes ultimes adimensionnées sont toutes proches de l'unité, comme prévu par la figure 4.15.

À haute et très haute vitesse de déformation ($\dot{\varepsilon} = 5\ 000\ \mathrm{s}^{-1}$ et $\dot{\varepsilon} = 20\ 000\ \mathrm{s}^{-1}$, figure 4.17 et figure 4.18), les contraintes ultimes adimensionnées dépassent la contrainte moyenne à rupture quasi-statique (hormis celle de la loi *Heaviside*). Celle de la loi Linéaire dépasse toutes les autres pour une très haute vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon} = 20\ 000\ \mathrm{s}^{-1}$. L'évolution de l'endommagement représentée avec la loi d'Ortiz est beaucoup plus progressive que celles obtenues avec les autres lois d'endommagement.

La contrainte d'activation des lois d'endommagement Linéaire, Kachanov et Ortiz est égale à la contrainte moyenne à rupture quasi-statique. La contrainte d'activation microscopique a été calibrée dans le chapitre précédent (tableau 3.4) pour les critères de fissuration *All* et All^2. Elle correspond à :

$$\sigma_{\mathrm{f}\mu} = \begin{cases} 575\ \mathrm{MPa} & \text{pour la méthode de fissuration } All, \\ 639\ \mathrm{MPa} & \text{pour la méthode de fissuration } All^2. \end{cases} \tag{4.41}$$

L'activation de l'endommagement de la loi DFH est basée sur la contrainte à rupture probabiliste σ_{k} dépendante du volume équivalent V_{eq}. En se basant sur les travaux de [Jebahi et al., 2017], le volume équivalent de la méthode de fissuration *All* est défini comme une sphère dont le centre est confondu avec celui de l'élément discret dont le rayon est égal à la longueur de la plus longue poutre connectée à l'élément :

$$V_{\mathrm{eq}}^{All} = \frac{4}{3}\pi \left(l_{\mu}^{\max}\right)^3. \tag{4.42}$$

Pour la méthode de fissuration All^2, le rayon de cette sphère est égal à deux fois la longueur de la plus longue poutre tel que :

$$V_{\mathrm{eq}}^{All^2} = \frac{4}{3}\pi \left(2l_{\mu}^{\max}\right)^3. \tag{4.43}$$

La définition du volume équivalent permet d'observer une convergence du calcul des profils de vitesse de surface libre du tir GEPI G672 avec le nombre d'éléments dans le domaine discret. Les analyses de convergence en fonction du nombre d'éléments discrets de chaque loi d'endommagement sont présentées en annexes (partie D).

Les paramètres calibrés des lois d'évolution de l'endommagement sont répertoriés dans le tableau 4.1 suivant.

Tableau 4.1 – Paramètres des différentes lois d'endommagement calibrés sur la restitution de l'évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation des simulations 0D. Les paramètres calibrés sont en caractères gras, les entrées des modèles et les paramètres fixes de la littérature sont en caractère standard.

Loi	Paramètres			
Linéaire	$\boldsymbol{\mathcal{C}}$ [s^{-1}]			
	$3{,}5 \times 10^6$			
Kachanov	r [∅]	$\boldsymbol{A_0}$ [Pas]		
	1	90		
Ortiz	A_{t} [∅]	$\boldsymbol{B_{\mathrm{t}}}$ [∅]	l_{car} [mm]	
	1	1 000	1	
DFH	σ_{w} [MPa]	m [∅]	S [∅]	k [∅]
	202,8	7,4	3,74	0,38
	V_{eq} [mm^3]	C_{L} [$\mathrm{m.s}^{-1}$]	V_{eff} [mm^3]	n [∅]
	$\begin{cases} V_{\mathrm{eq}}^{All} & \text{pour } All \\ V_{\mathrm{eq}}^{All^2} & \text{pour } All^2 \end{cases}$	9 620	5,39	3

4.3.3 Conclusion intermédiaire

Une méthode originale est proposée pour calibrer les paramètres des lois d'endommagement identifiés. Des simulations 0D d'essais de traction uniforme ont été conduites sur une large gamme de vitesses de déformation pour reproduire une évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation similaire à celle déduite de l'analyse des tirs GEPI sur l'alumine AL23.

4.4 Simulations du tir GEPI G672

4.4.1 Simulations du tir GEPI G672

Des simulations DEM du tir GEPI G672 ont été menées en utilisant les différentes lois d'endommagement calibrées (voir tableau 4.1) et les méthodes de fissuration *All* et All^2. Les profils de vitesse calculés sont comparés au signal expérimental sur la figure 4.19 pour la méthode de fissuration *All* et sur la figure 4.20 pour la méthode de fissuration All^2.

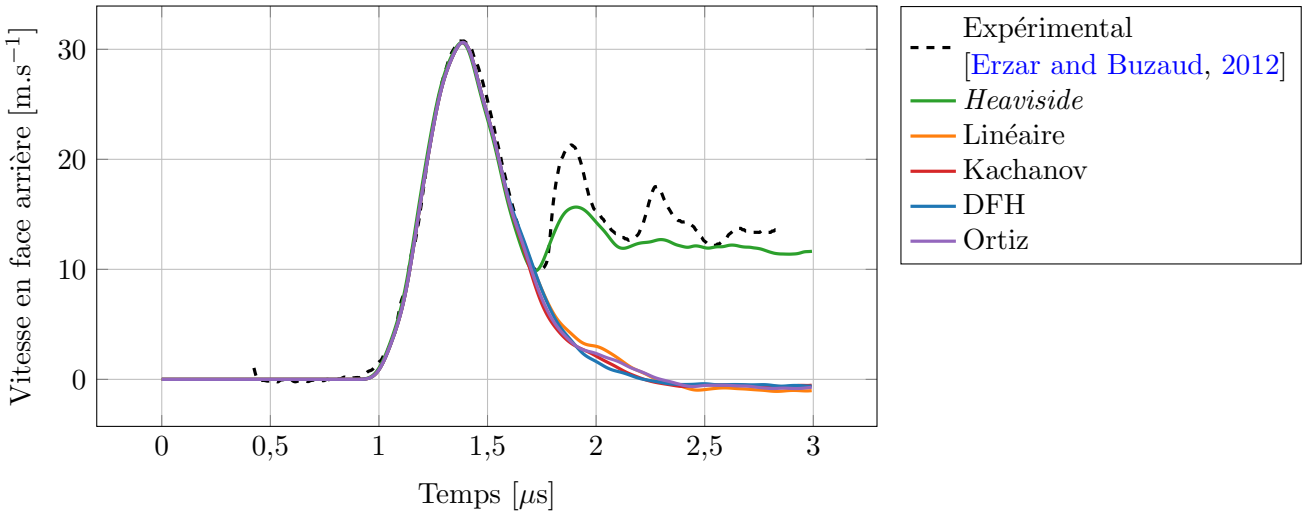


FIGURE 4.19 – Comparaison entre les profils de vitesse mesurés en face arrière du tir GEPI G672 sur l'alumine AL23 et calculés à partir de simulations DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement et la méthode de fissuration *All*.

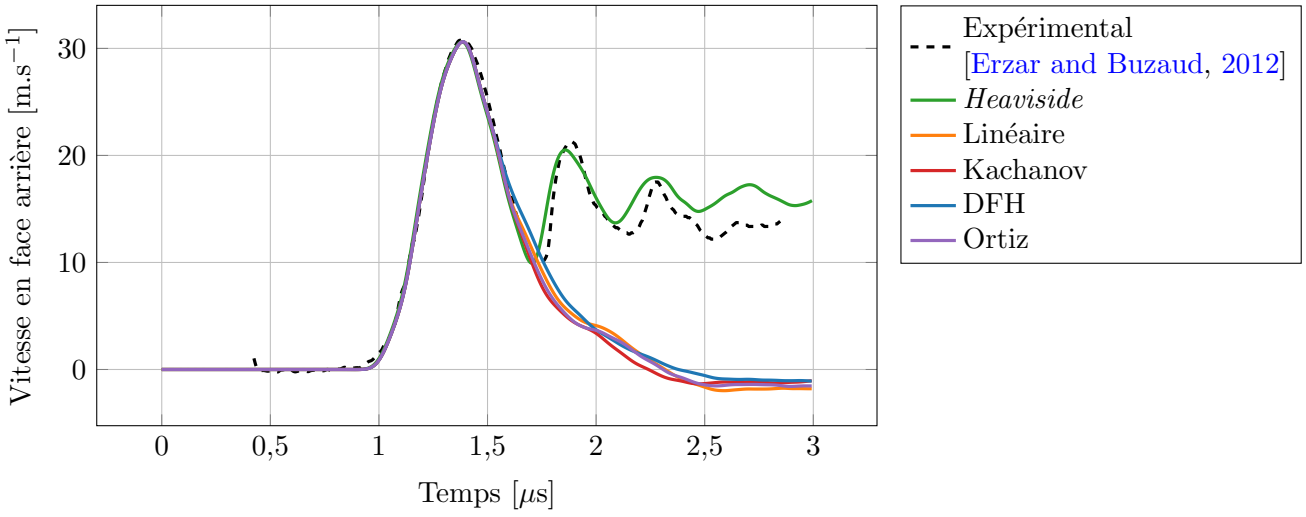


FIGURE 4.20 – Comparaison entre les profils de vitesse mesurés en face arrière du tir GEPI G672 sur l'alumine AL23 et calculés à partir de simulations DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement et la méthode de fissuration All^2.

Bien que la montée élastique du signal est toujours parfaitement reproduite, seule la loi *Heaviside* permet de reproduire un signal de vitesse synonyme d'écaillage. Le profil de vitesse calculé présente effectivement une remontée qui débute pendant la phase de détente et des oscillations dues aux allers-retours d'ondes entre la zone fissurée et la face arrière de l'échantillon.

La raison pour laquelle seul le profil de vitesse en face arrière de la loi *Heaviside* présente le phénomène d'écaillage, à défaut des autres lois d'endommagement, est qu'aucun lien ne casse du-

rant ces simulations. Pour comprendre comment et pourquoi les liens ne se rompent pas, il semble important d'observer l'état de fragmentation et d'endommagement dans le domaine discret. Une comparaison des domaines discrets est effectuée à l'issue de simulations avec les lois d'endommagement *Heaviside* et Linéaire en utilisant la méthode All^2.

La figure 4.21 compare les zones fissurées et endommagées obtenues respectivement avec la loi *Heaviside* et la loi d'endommagement Linéaire. Sur le domaine discret de la simulation utilisant la loi Linéaire, aucun lien n'est rompu. Pourtant, un fort gradient de la variable d'endommagement des liens est observé. Une large zone du domaine est effectivement endommagée. L'endommagement des liens ne semblent atteindre qu'une valeur maximale de seulement $D \simeq 60$ % (soit à $D \simeq 0{,}6$). La figure 4.21 montre que, bien que l'endommagement se développe au cours de la simulation, il n'atteint pas une valeur suffisante pour rompre des liens et créer ainsi le début d'une fissuration, comme c'est le cas en utilisant la loi *Heaviside*.

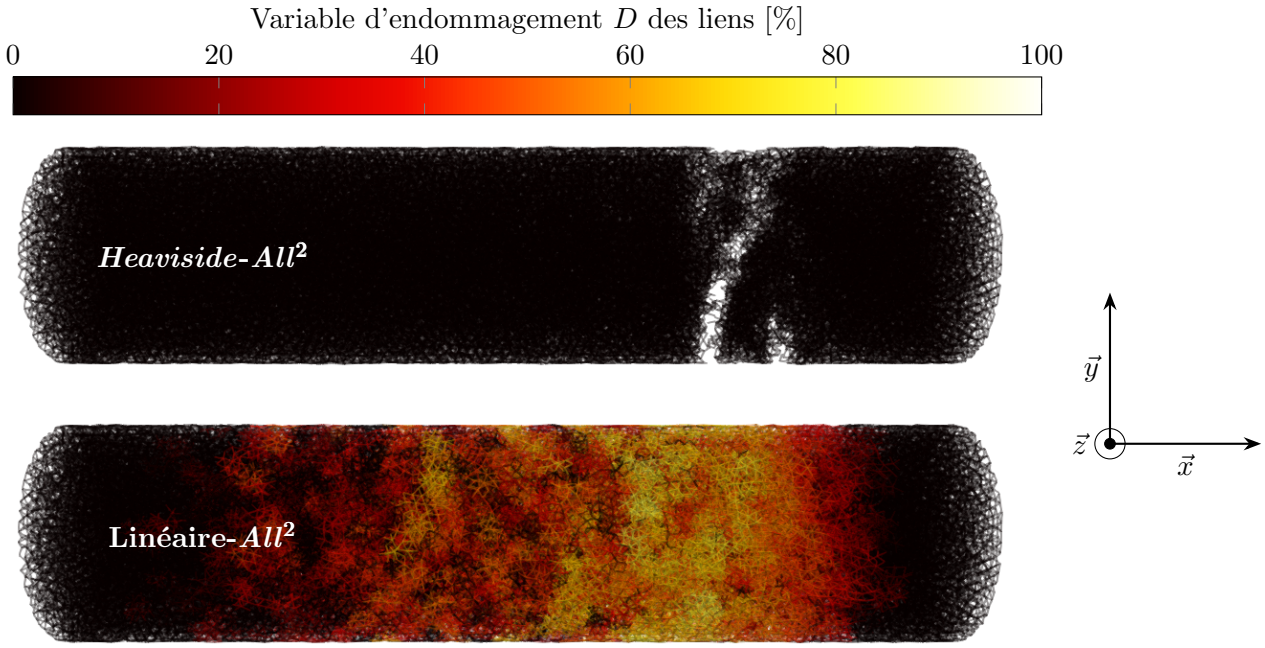
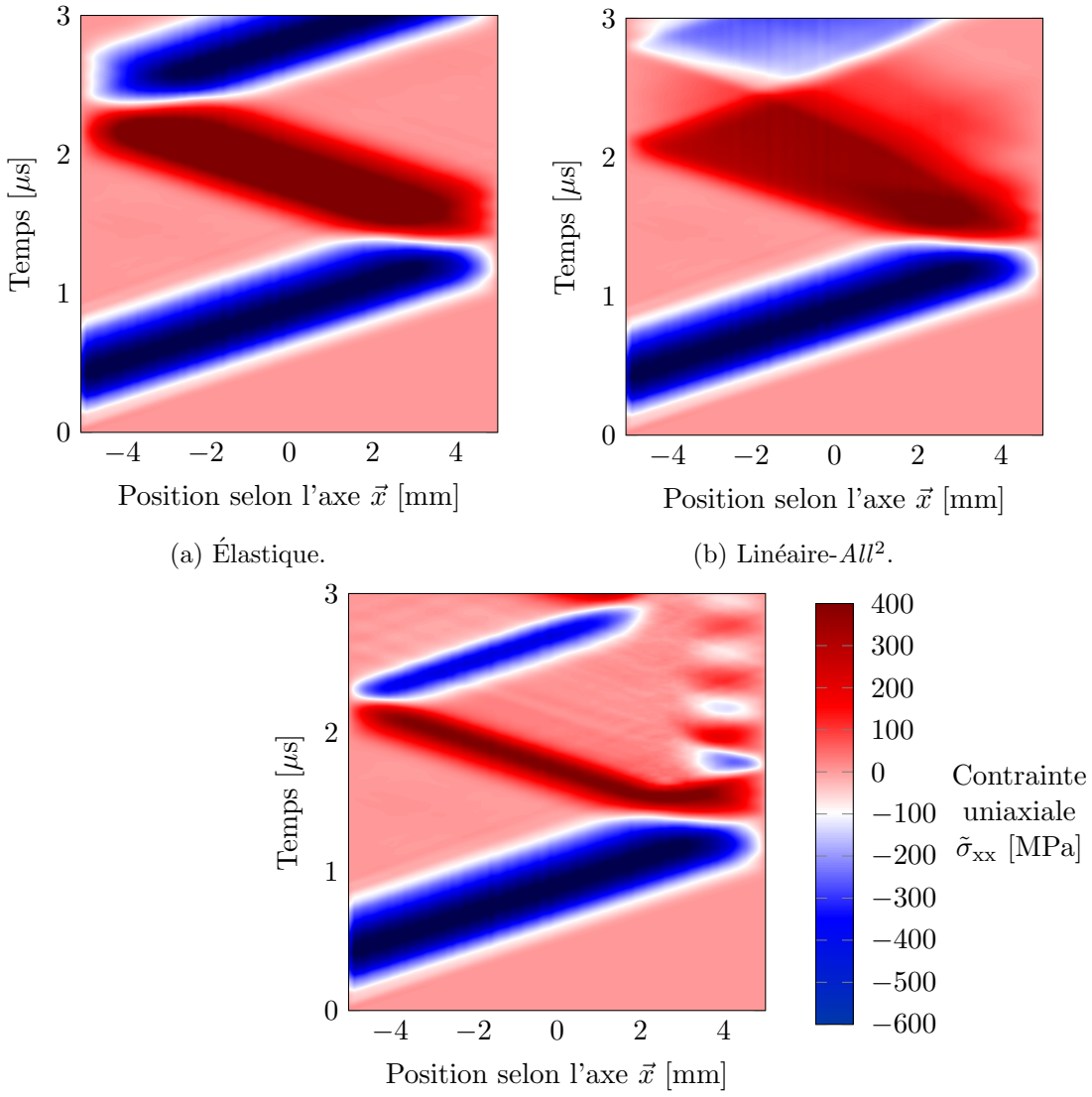


FIGURE 4.21 – Champ d'endommagement dans le domaine discret des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la méthode de fissuration All^2 et les lois d'endommagement *Heaviside* (haut) et Linéaire (bas) calibrées d'après le tableau 4.1 ($t = 3$ μs).

Il est possible d'en apprendre davantage en analysant les diagrammes de Lagrange obtenus par simulation numérique. La figure 4.22 présente les diagrammes de Lagrange calculés en utilisant respectivement un modèle purement élastique sans endommagement (figure 4.22a), la loi d'endommagement Linéaire et la méthode de fissuration All^2 ou Linéaire-All^2 (figure 4.22b) et la loi d'endommagement *Heaviside*-All^2 (figure 4.22c). Les résultats de ces trois simulations sont mis en parallèle pour pouvoir comprendre les phénomènes qui expliquent la forme des profils de vitesse présentés sur les figures 4.19 et 4.20. Pour pouvoir construire ces diagrammes de Lagrange, le domaine discret est divisé en un certain nombre de tranches (coefficient de partition $c_\mathrm{p} = 1$), comme sur la figure 3.17. Les diagrammes de Lagrange de la figure 4.22 représentent la contrainte uniaxiale virielle moyenne $\tilde{\sigma}_{xx}$ dans chaque tranche du domaine discret. Elle est calculée en moyennant la contrainte uniaxiale virielle dans la direction $\vec{x}$ du repère global de chaque élément discret contenu dans chaque tranche.

Les diagrammes de Lagrange représentent en abscisse la position dans le domaine discret et en ordonnée le temps. Sur la figure 4.22a de la simulation DEM élastique, l'onde de compression (en bleu) est générée sur la face avant au début de la simulation puis traverse le domaine discret. Elle se réfléchit en onde de détente (en rouge) sur la face arrière laissée libre du domaine. De la même manière, elle se

réfléchit à nouveau sur la face avant du domaine en onde de détente. Sur la figure 4.22b représentant la simulation DEM avec la loi Linéaire-All^2, l'onde de détente réfléchie sur la face arrière du domaine présente quelques différences par rapport au cas précédent. L'endommagement partiel des liens modifie les propriétés élastiques des liens, mais les ondes continuent de traverser la zone endommagée. Enfin, sur la figure 4.22c de la simulation DEM avec la loi *Heaviside-*All^2, beaucoup de liens sont rompus à l'activation de l'écaillage, créant ainsi le plan de fissuration. Une partie de l'onde de détente réfléchie reste emprisonnée dans l'écaille alors qu'une autre partie continue sa course dans le reste du domaine discret. Les réflexion successives de l'onde sur les bords de l'écaille sont responsables des oscillations observées sur le profil de vitesse de la figure 4.20.



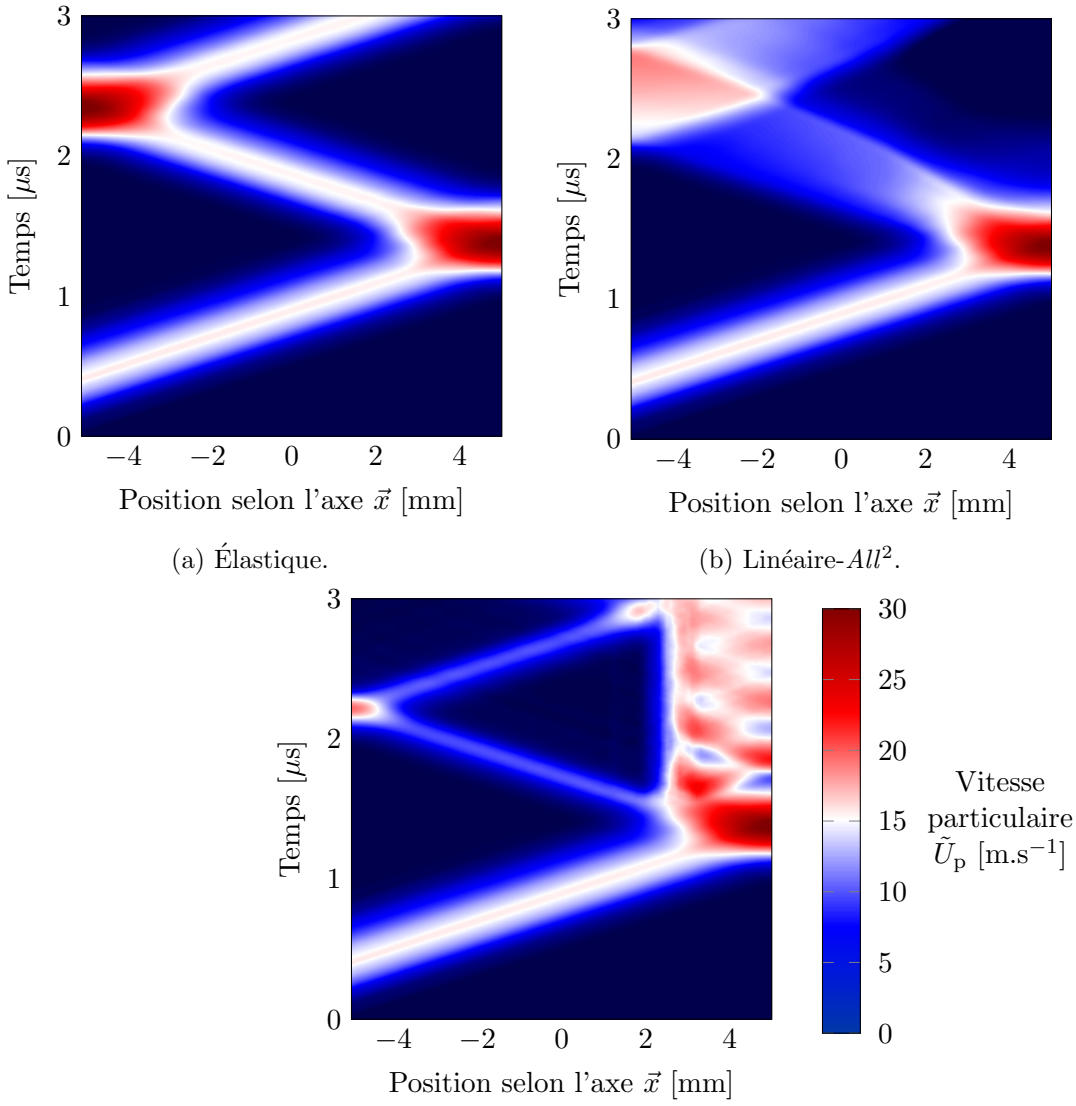
(a) Élastique.

(b) Linéaire-All^2.

(c) *Heaviside-*All^2.

FIGURE 4.22 – Diagramme de Lagrange de la contrainte uniaxiale moyenne $\tilde{\sigma}_{xx}$ dans chaque tranche du domaine discret (division en 98 tranches, $c_p = 1$) des simulations DEM du tir GEPI G672 élastique et avec les lois d'endommagement *Heaviside-*All^2 et Linéaire-All^2 calibrées.

Il est possible d'observer ce phénomène sur les diagrammes de Lagrange de la vitesse particulaire moyenne $\tilde{U}_p$, calculée comme la moyenne de la composante selon l'axe $\vec{x}$ du vecteur vitesse de chaque élément constituant les tranches du domaine discret (figure 4.23).



(a) Élastique.

(b) Linéaire-*All*^{2}.

(c) *Heaviside-All*^{2}.

FIGURE 4.23 – Diagramme de Lagrange de la vitesse particulaire moyenne $\tilde{U}_\mathrm{p}$ dans chaque tranche du domaine discret (division en 98 tranches, $c_\mathrm{p} = 1$) des simulations DEM du tir GEPI G672 élastique et avec les lois d'endommagement *Heaviside-All*^{2} et Linéaire-*All*^{2} calibrées.

4.4.2 Protocole de calibration supplémentaire

Pour activer la rupture des liens endommagés lors des simulations DEM, il faut absolument diminuer la valeur de l'endommagement critique D_c, auparavant choisi égale à $D_\mathrm{c} = 100$ %. Des analyses paramétriques ont été effectuées en faisant varier la valeur de D_c à travers des simulations DEM du tir GEPI G672. La valeur optimale de l'endommagement critique est celle qui permet de reproduire le niveau et l'instant du premier rebond sur le profil de vitesse. Ces analyses paramétriques sont à retrouver en annexes, partie C.

Le tableau 4.2 suivant répertorie les paramètres d'entrée des lois d'évolution de l'endommagement (les paramètres en caractère gras sont issus de la calibration détaillée dans la partie 4.3) avec les nouvelles valeurs calibrées de l'endommagement critique D_c.

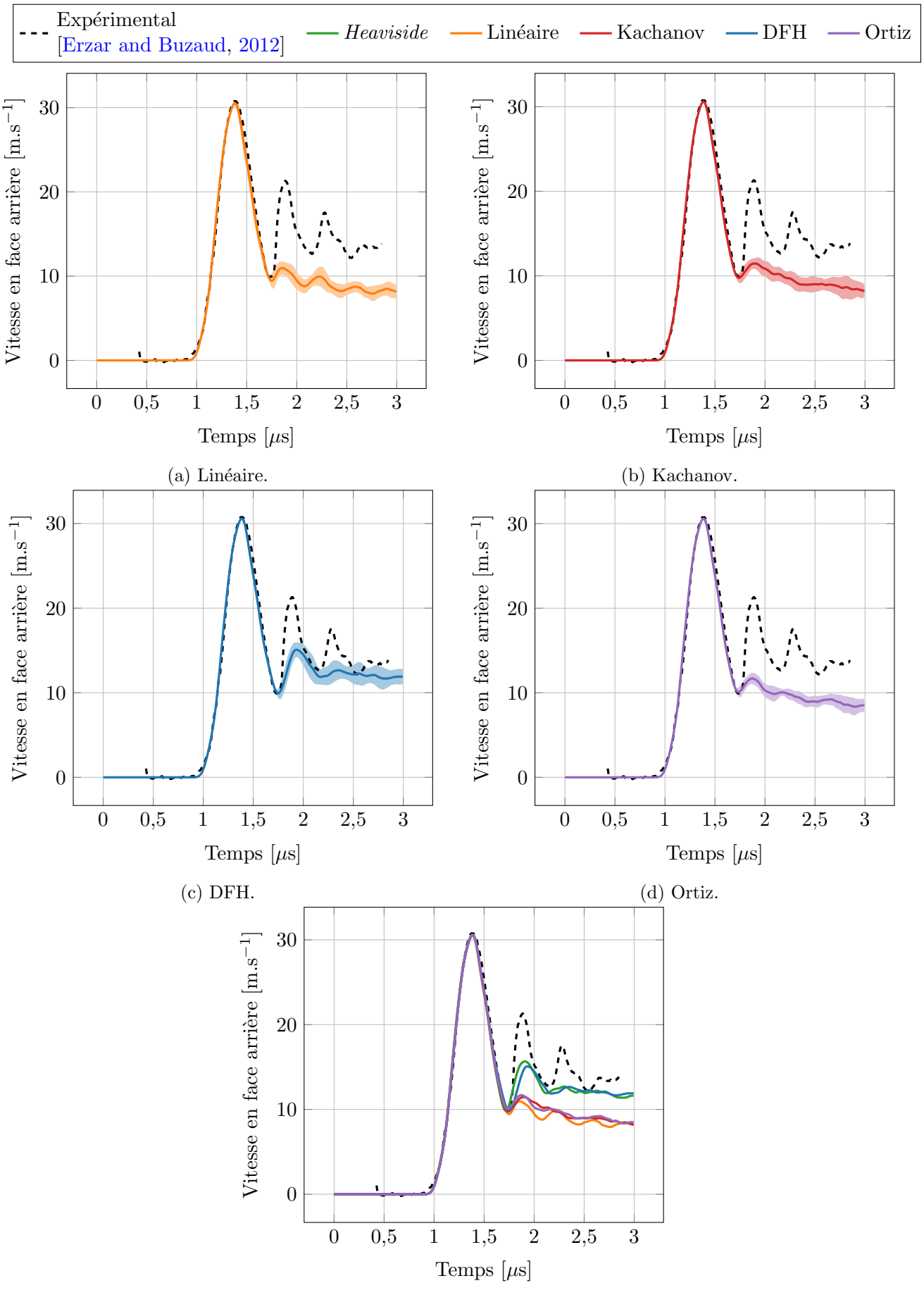
Tableau 4.2 – Paramètres des différentes lois d'endommagement après calibration en utilisant le profil de vitesse de surface libre du tir GEPI G672.

Loi	Paramètres				
Linéaire	$\boldsymbol{\mathcal{C}}$ [s^{-1}]				$\boldsymbol{D_c}$ [%]
	$3{,}5 \times 10^6$				$\begin{cases} 40 & \text{pour } All \\ 40 & \text{pour } All^2 \end{cases}$
Kachanov	r [∅]	$\boldsymbol{A_0}$ [Pas]			$\boldsymbol{D_c}$ [%]
	1	90			$\begin{cases} 25 & \text{pour } All \\ 30 & \text{pour } All^2 \end{cases}$
Ortiz	A_t [∅]	$\boldsymbol{B_t}$ [∅]	l_car [mm]		$\boldsymbol{D_c}$ [%]
	1	1 000	1		$\begin{cases} 30 & \text{pour } All \\ 35 & \text{pour } All^2 \end{cases}$
DFH	σ_w [MPa]	m [∅]	S [∅]	k [∅]	$\boldsymbol{D_c}$ [%]
	202,8	7,4	3,74	0,38	$\begin{cases} 40 & \text{pour } All \\ 50 & \text{pour } All^2 \end{cases}$
	V_eq [mm^3]	C_L [m.s^{-1}]	V_eff [mm^3]	n [∅]	
	$\begin{cases} V_\mathrm{eq}^{All} & \text{pour } All \\ V_\mathrm{eq}^{All^2} & \text{pour } All^2 \end{cases}$	9 620	5,39	3	

Les figures 4.24 et 4.25 montrent les profils de vitesse calculés avec la DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement et les méthodes de fissuration *All* et All^2. Les résultats numériques sont comparés à la mesure expérimentale. Pour étudier variabilité des résultats liée à la construction des domaines avec l'approche discrète, dix domaines composés d'un nombre équivalent d'éléments sont définis pour effectuer ces simulations numériques.

La première partie du profil de vitesse due au comportement élastique de l'alumine est bien restituée. Cela implique qu'aucun lien ne s'est endommagé durant la propagation de l'onde de compression. La position du rebond sur les profils de vitesse calculés ne dépend que de la valeur de D_c et du choix de la méthodes de fissuration (comparaison entre les figures 4.24 et 4.25). Le niveau du pic de vitesse après le rebond caractérise la réponse de l'alumine après le début d'écaillage.

Sur la figure 4.24 (méthode de fissuration *All*), seules les lois *Heaviside* et DFH présentent un rebond conséquent. Pour les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov et Ortiz, le deuxième pic du profil est très faible. Cela correspond à une rupture trop lente et insuffisante des liens. Les profils obtenus avec chaque loi sont comparés sur la figure 4.24e. En accord avec les explications données dans la partie 3.3.3, la méthode de fissuration All^2 résout en partie ce problème (figure 4.25). En effet, l'activation de la fissuration selon la méthode All^2 améliore les corrélations avec l'expérience. Les lois *Heaviside* et DFH observent une excellente corrélation avec le profil de vitesse (figure 4.25e).



(a) Linéaire.

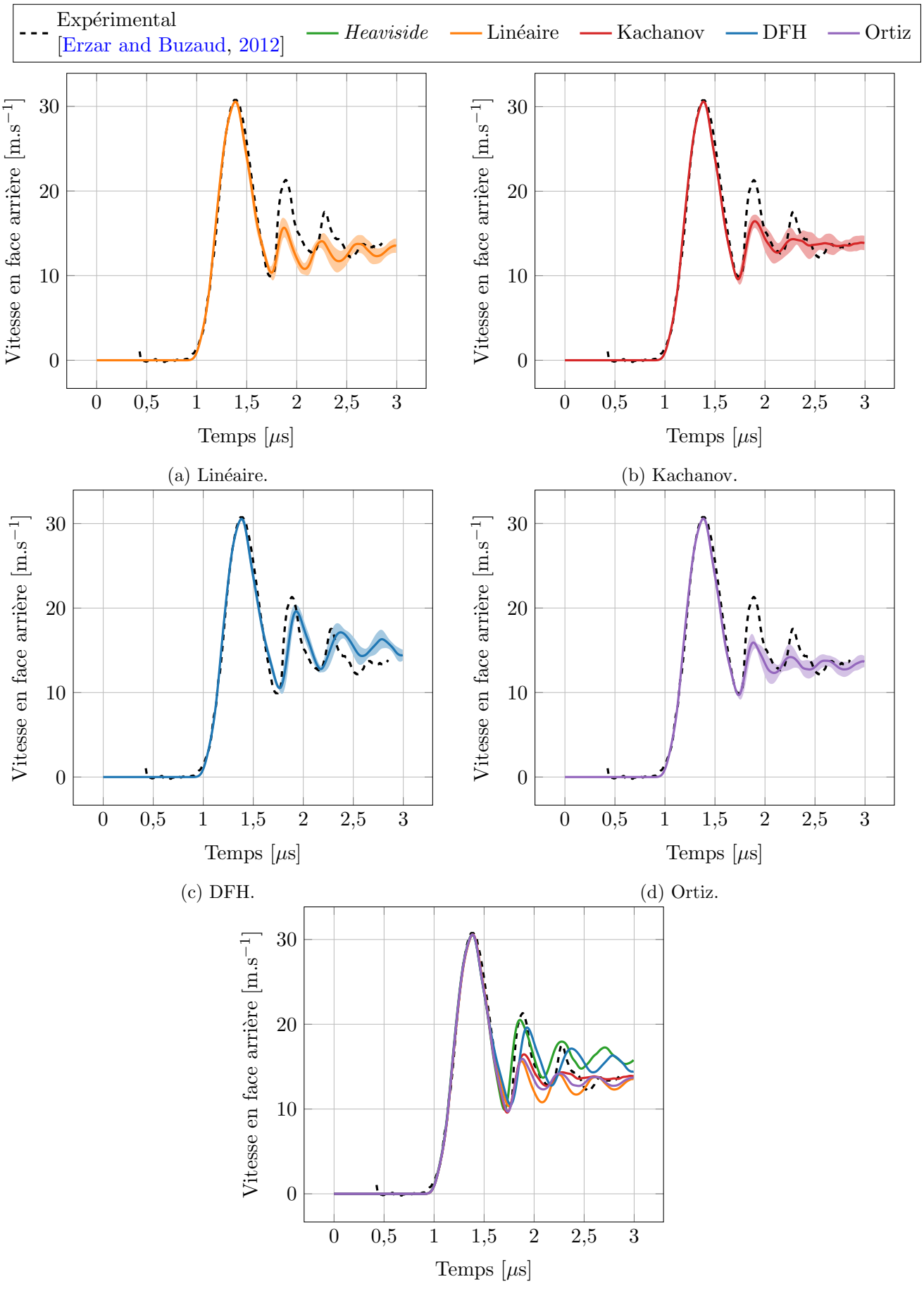
(b) Kachanov.

(c) DFH.

(d) Ortiz.

(e) Toutes lois d'endommagement.

FIGURE 4.24 – Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement *Heaviside*, Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz et la méthode de fissuration *All*.



(a) Linéaire.

(b) Kachanov.

(c) DFH.

(d) Ortiz.

(e) Toutes lois d'endommagement.

FIGURE 4.25 – Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement *Heaviside*, Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz et la méthode de fissuration *All*^{2}.

4.4.3 Conclusion intermédiaire

Le profil de vitesse du tir GEPI G672 et des simulations DEM sont utilisés pour déterminer les valeurs d'endommagement critique D_c correspondant aux méthodes de fissuration *All* et All^2. Les meilleures corrélations expérience/calcul sont obtenues avec les lois *Heaviside-*All^2 et DFH-All^2. Pour aller plus loin et vérifier ces conclusions, il est nécessaire de simuler des tirs GEPI de plus hautes intensités.

4.5 Simulations des tirs GEPI

Les parties précédentes ont permis de calibrer les différents paramètres des lois d'endommagement sur le profil de vitesse expérimental du tir GEPI G672 réalisé sur un échantillon d'alumine AL23. Il s'agit maintenant d'évaluer la pertinence de ces différents modèles en essayant de simuler l'ensemble des essais d'écaillage de plus fortes intensités. Les simulations DEM des cinq tirs GEPI ont été réalisées en appliquant sur la face avant du domaine discret ($\tilde{N}_{\mathrm{DE}} \simeq 50\ 000$, figure 3.6) les pulses de pressions présentés sur la figure 3.2. L'objectif est de comparer les profils de vitesse en face arrière mesurés et calculés avec les différentes lois d'endommagement et méthodes de fissuration.

Les contraintes d'amorçage et le critère d'activation à vérifier sont rappelés dans le tableau 4.3 suivant :

Tableau 4.3 – Contrainte d'amorçage et critère d'activation des lois d'endommagement étudiées.

Loi	Critère d'activation	Méthode de fissuration *All*	Méthode de fissuration All^2
Heaviside	$\sigma_{\mathrm{I}} > \sigma_{\mathrm{f}\mu}$	$\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 1\ 050$ MPa	$\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 1\ 180$ MPa
Linéaire Kachanov Ortiz	$\sigma_{\mathrm{I}} > \sigma_{\mathrm{f}\mu}$	$\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 575$ MPa	$\sigma_{\mathrm{f}\mu} = 639$ MPa
DFH	$\sigma_{\mathrm{I}} > \sigma_{\mathrm{k}}$	Équations 4.27 et 4.42	Équations 4.27 et 4.43

4.5.1 Profils de vitesse en face arrière

Les figures 4.26 et 4.27 présentent les résultats numériques obtenus en utilisant respectivement les méthodes de fissuration *All* et All^2. Indépendamment de la loi d'endommagement ou la méthode de fissuration utilisée, la montée en vitesse et le début de la détente des profils de vitesse sont toujours parfaitement restitués. Ceci est normal puisque la réponse de l'alumine est élastique pendant cette phase.

L'utilisation de la loi Linéaire (figures 4.26a et 4.27a) permet de seulement restituer le niveau de vitesse mesuré en début d'écaillage du tir GEPI G672. Pour tous les autres tirs, l'écart entre les signaux expérimentaux et numériques se creusent avec l'augmentation de l'intensité du chargement. Le retard observé signifie que l'évolution de la contrainte à rupture dynamique, ou contrainte d'écaillage, en fonction de la vitesse de déformation induite avec la loi d'endommagement Linéaire n'est pas adaptée pour reproduire les observations expérimentales (figure 3.5). L'utilisation de la méthode All^2 n'améliore pas les résultats numériques.

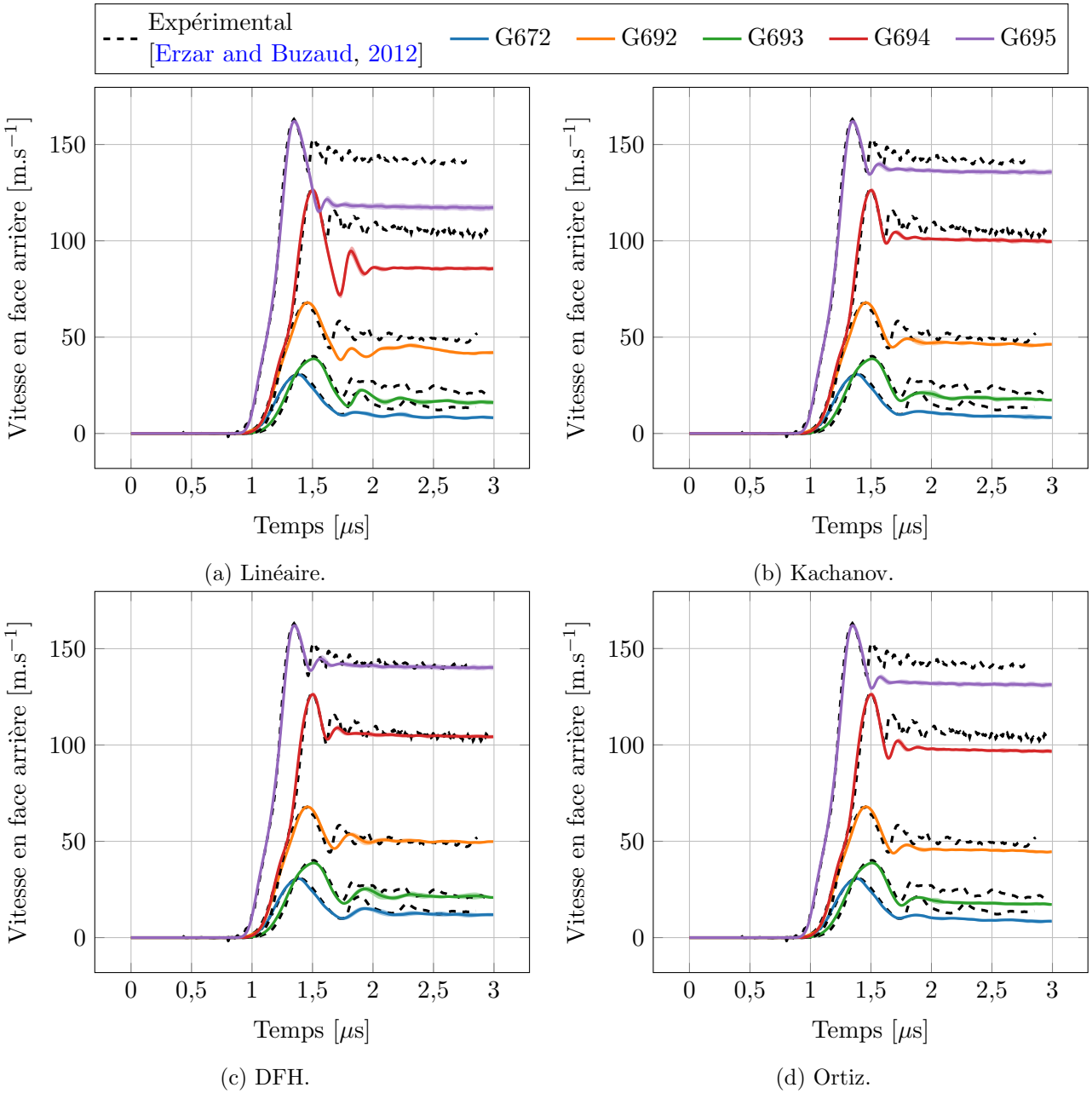
Les mêmes conclusions peuvent être formulées avec la loi Ortiz (figures 4.26d et 4.27d). Plus l'intensité du tir augmente, plus le rebond intervient tardivement en comparaison avec le signal expérimental. Le choix de la méthode de fissuration ne donne pas d'amélioration significative.

Les résultats numériques obtenus avec les lois d'endommagement Kachanov (figures 4.26b et 4.27b) et DFH (figures 4.26c et 4.27c) sont beaucoup plus en accord avec les profils de vitesse expérimentaux. La corrélation est satisfaisante en utilisant la méthode de fissuration *All* et devient excellente avec la méthode All^2. La vitesse de l'écaille (niveau de vitesse après le rebond) calculée avec DFH-*All*, DFH-All^2 et Kachanov-All^2 est conforme à celle mesurée.

L'analyse des figures 4.26 et 4.27 montre que :

- les simulations réalisées avec la méthode de fissuration All^2 produisent de meilleurs résultats, notamment concernant la réponse de l'alumine après écaillage (forme et niveau du profil de vitesse). Ceci s'explique par une création plus intense et rapide du plan de fissuration suite au phénomène d'écaillage ;

- l'utilisation des lois d'endommagement Linéaire et Ortiz entraîne une évolution trop importante de la contrainte d'écaillage par rapport aux résultats expérimentaux. La contrainte d'écaillage étant trop importante, l'écaillage débute trop tardivement, générant le rebond de vitesse à un niveau inférieur à celui mesuré expérimentalement ;
- les lois DFH et la loi de Kachanov couplées à la méthode de fissuration All^2 restituent parfaitement les profils de vitesse de tous les différents tirs GEPI.



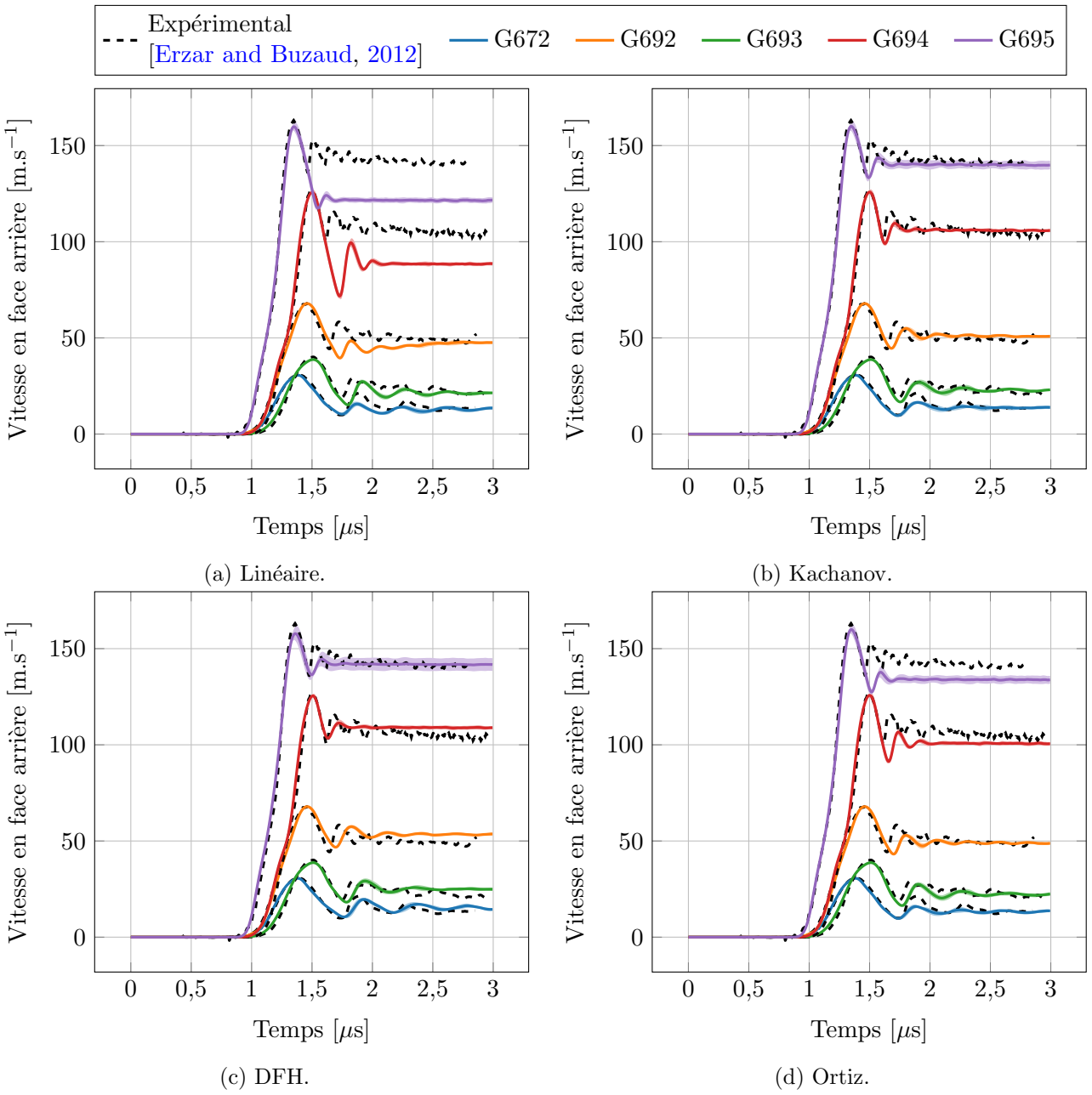
(a) Linéaire.

(b) Kachanov.

(c) DFH.

(d) Ortiz.

FIGURE 4.26 – Comparaison entre les profils de vitesse en face arrière expérimentaux et ceux des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 avec les différentes lois d'endommagement avec la méthode de fissuration *All*.



(a) Linéaire.

(b) Kachanov.

(c) DFH.

(d) Ortiz.

FIGURE 4.27 – Comparaison entre les profils de vitesse en face arrière expérimentaux et ceux des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 avec les différentes lois d'endommagement avec la méthode de fissuration All^2.

4.5.2 Faciès de rupture

Sur la figure 4.28, l'état d'endommagement calculés par la simulation DEM du tir GEPI G672 est comparé au faciès de l'échantillon récupéré après le tir et au champ d'endommagement calculé par FEM dans les travaux de Zinszner, 2014. Les simulations DEM prévoient deux plans de fissuration ce qui est cohérent avec l'observation micrographique. Leurs positions sont légèrement décalées par rapport au résultat expérimental. Cela peut s'expliquer par la variabilité naturelle de la DEM, mais aussi par celle du matériau lui-même. En effet, rien ne garantit de retrouver les fissures exactement au même endroit si ce tir était reproduit. La simulation FEM ne montre pas le champ d'endommagement mais seulement les mailles totalement détruites. Leur localisation est en accord avec la simulation DEM et les données expérimentales.

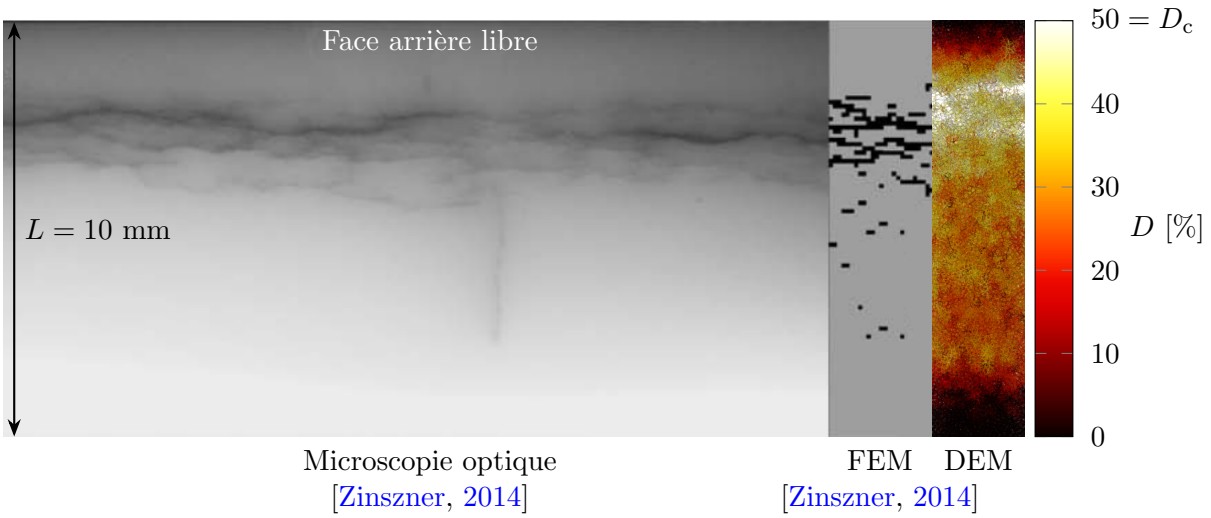
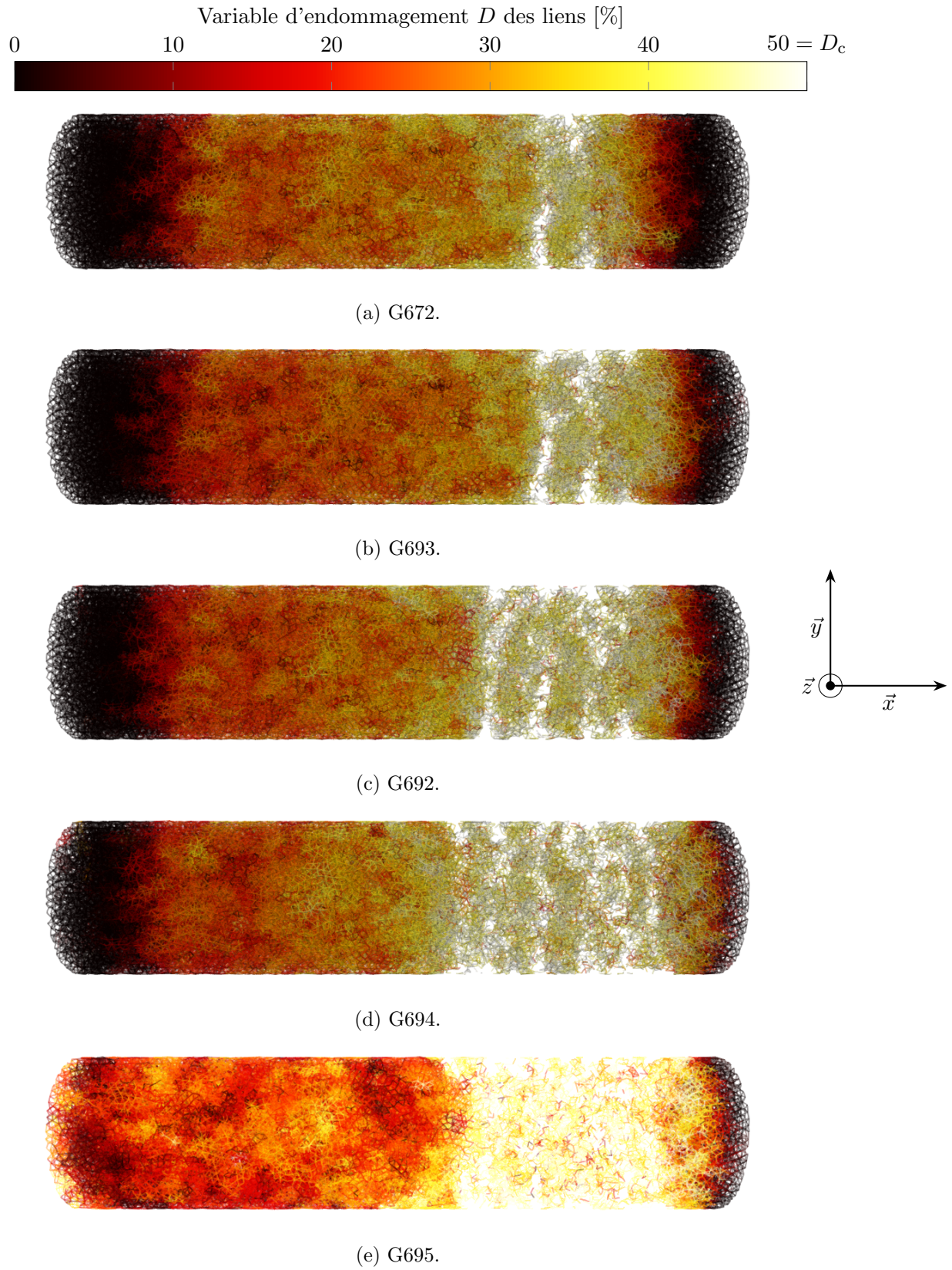


FIGURE 4.28 – Comparaison des faciès de rupture et d'endommagement de l'échantillon d'alumine AL23 soumis au tir GEPI G672 obtenu par microscopie électronique [Zinszner, 2014], par simulation FEM [Zinszner, 2014] et par simulation DEM.

4.5.3 Analyse des champs d'endommagement et de fissuration

La figure 4.29 présente les isovaleurs de la variable d'endommagement $D \in \{0, D_c = 50\ \%\}$ calculées avec la DEM pour tous les tirs GEPI en utilisant la loi d'endommagement DFH et la méthode de fissuration All^2. Sur cette figure, les zones fissurées suite au dépassement du critère de rupture D_c sont également observées.

Une intensification de l'endommagement et de la fissuration avec l'intensité du chargement est observée. Le nombre de plan d'écaillage passe de 2 à 3 entre les tirs G672 et G693. Il est difficile de distinguer les plans de fissuration sur le tir G695 de plus forte intensité. À la fin des simulations numériques, presque tout le domaine discret est endommagé, à l'exception des zones à proximité des faces avant et arrière du domaine. Le niveau de contrainte de traction induit par la rencontre des ondes de détente n'est plus assez élevé dans ces zones pour pouvoir endommager les liens. L'intensité du tir GEPI G695 étant extrêmement élevée, même la face avant est endommagée. La largeur des zones non endommagées proches des faces avant et arrière diminue avec l'intensité du tir.



(a) G672.

(b) G693.

(c) G692.

(d) G694.

(e) G695.

FIGURE 4.29 – Champs d'endommagement calculés dans le domaine discret des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2 ($t = 3$ μs).

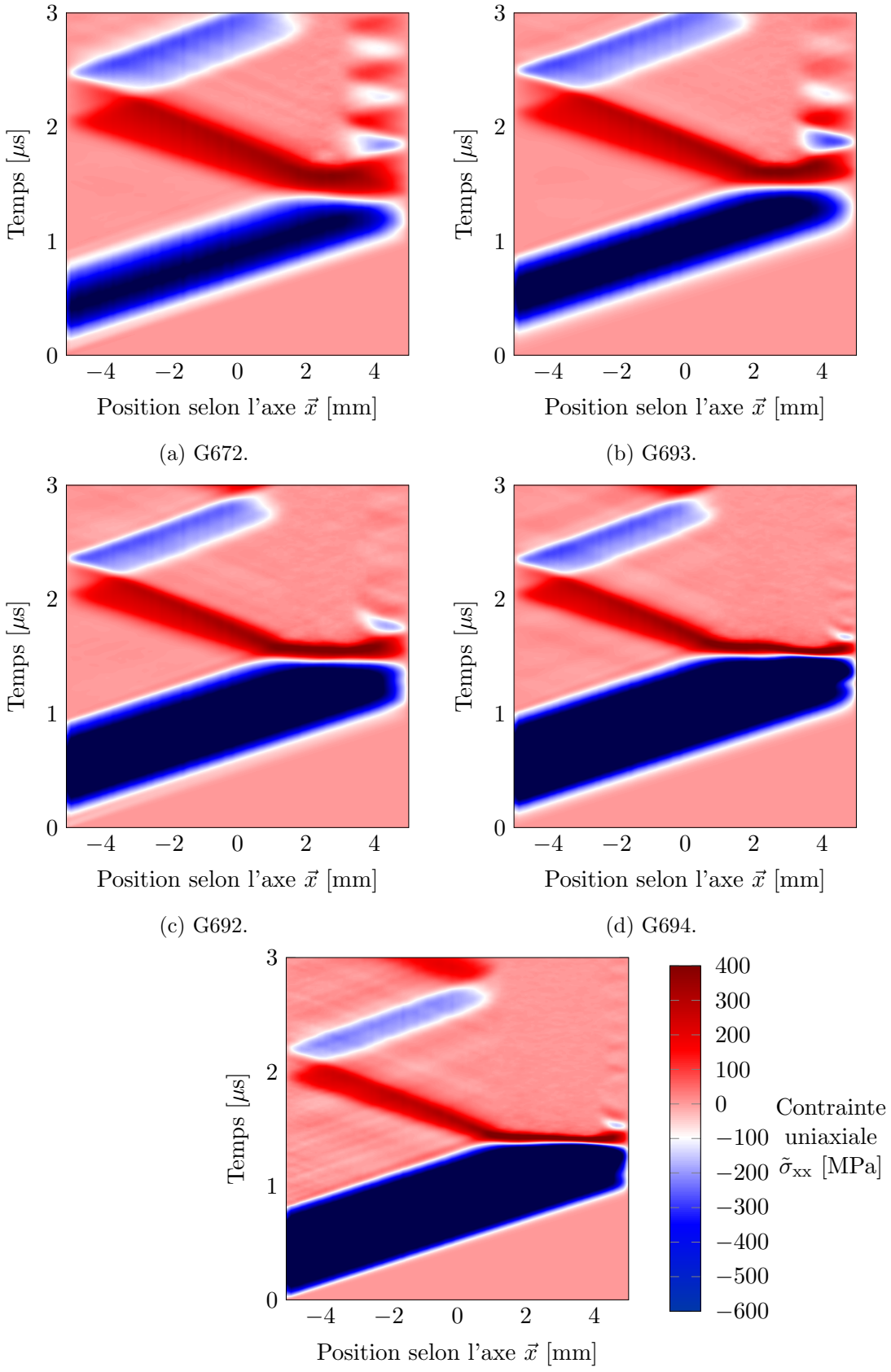
4.5.4 Analyse des diagrammes de Lagrange

La figure 4.30 (respectivement la figure 4.31) présente les diagrammes de Lagrange de la contrainte uniaxiale moyenne $\tilde{\sigma}_{xx}$ (respectivement de la composante selon l'axe $\vec{x}$ de la vitesse particulaire

moyenne $\tilde{U}_{\mathrm{p}}$) au cours du temps.

Pour chaque simulation présentée sur la figure 4.30, la propagation de l'onde de compression jusqu'à la face arrière libre du domaine est observable. Cette onde se réfléchit en onde de détente en arrivant sur la face arrière puis interagit avec l'onde de détente induite par le chargement impulsionnel. La céramique est alors sollicitée en traction. L'intensité des contraintes appliquées est manifestement suffisante puisque le phénomène d'écaillage apparaît clairement pour chaque simulation. Lors de la création du plan de fissuration, l'onde de détente est bien divisée en deux parties : une qui se propage dans tout l'échantillon et l'autre qui reste emprisonnée dans l'écaille. L'observation de la diminution de l'épaisseur de l'écaille est vérifiée lorsque l'intensité du tir augmente. De plus, l'onde de détente qui repart dans le domaine discret semble plus diffuse pour les tirs GEPI les plus faibles que pour ceux à très haute intensité.

Le phénomène d'écaillage est aussi visible sur la figure 4.31. Les diagrammes de Lagrange de la vitesse particulaire montrent aussi la diminution des rebonds des profils de vitesse en face arrière des différents tirs GEPI simulés. Pour les tirs G672 et G693, qui sont les moins intenses, d'amples variations de la vitesse sont visibles sur la face arrière du domaine. Pour les autres tirs, ces variations ne sont plus distinguables, à cause de l'intensité et de la vitesse des ondes de choc. Cela explique pourquoi plus le tir GEPI est puissant, moins les rebonds de vitesse sont amples sur le profil en face arrière.



(a) G672.

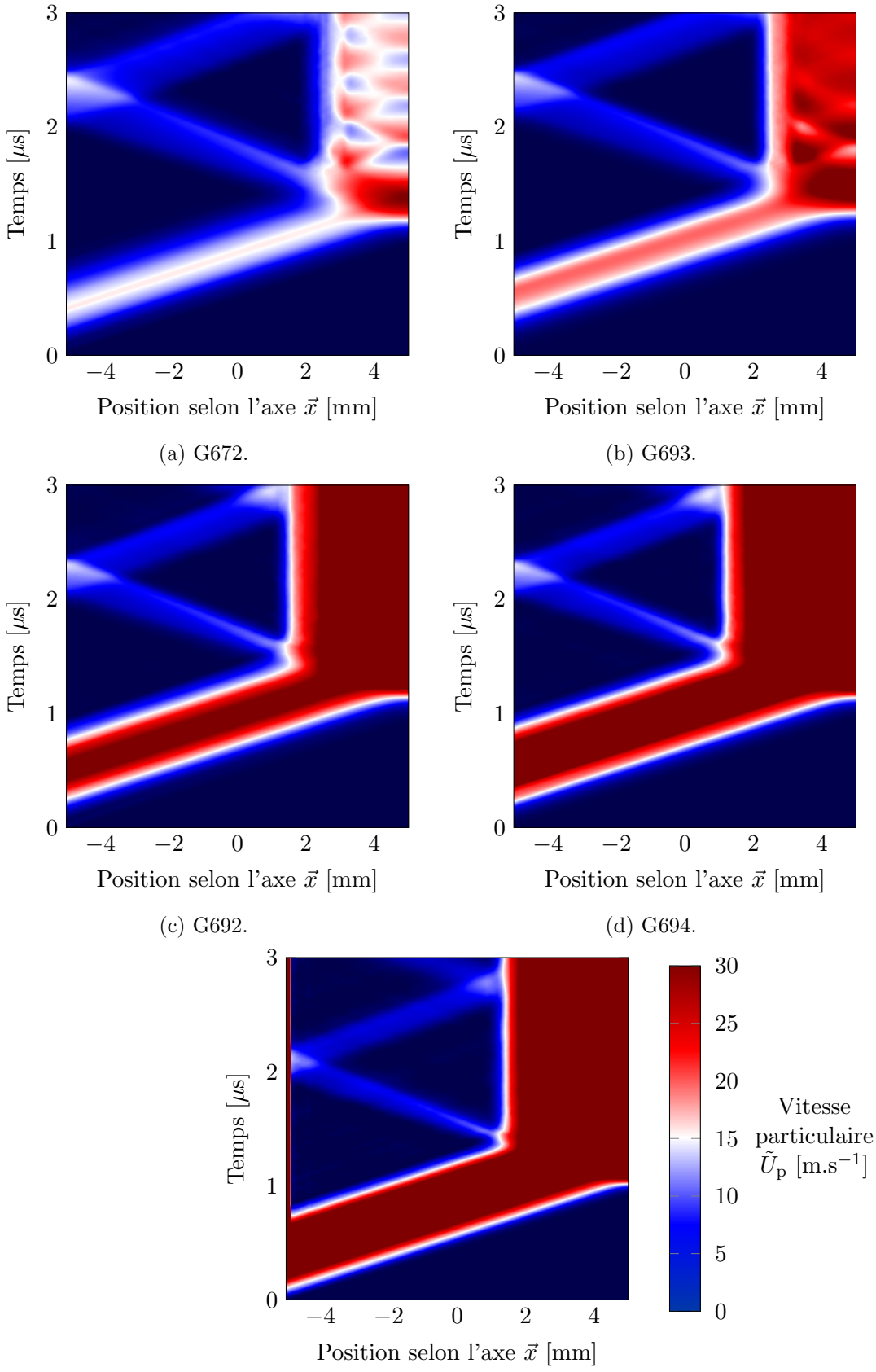
(b) G693.

(c) G692.

(d) G694.

(e) G695.

FIGURE 4.30 – Diagramme de Lagrange montrant l'évolution au cours du temps et dans la direction $\vec{x}$ de la contrainte uniaxiale moyenne $\tilde{\sigma}_{xx}$. Résultats obtenus lors des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2.



(a) G672.

(b) G693.

(c) G692.

(d) G694.

(e) G695.

FIGURE 4.31 – Diagramme de Lagrange montrant l'évolution au cours du temps et dans la direction $\vec{x}$ de la vitesse particulaire moyenne $\tilde{U}_\mathrm{p}$. Résultats obtenus lors des simulations DEM des tirs GEPI G672, G692, G693, G694 et G695 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2.

4.5.5 Conclusion intermédiaire

Les simulations DEM ont été confrontées aux résultats de tous les tirs GEPI. Les confrontations entre les profils de vitesse mesurés et calculés permettent d'évaluer le potentiel de chacune des lois d'endommagement implantées dans l'approche discrète. Les lois d'endommagement DFH-All^2 et Kachanov-All^2 permettent de reproduire correctement les profils expérimentaux. Cela signifie que l'évolution de la contrainte à rupture avec l'intensité du chargement est cohérente avec celle mesurée expérimentalement. Bien que les simulations DEM du tir GEPI G672 en utilisant la loi Kachanov-All^2 montraient une reproduction mitigée du second pic du profil de vitesse, la reproduction des niveaux de vitesses des différents tirs GEPI est plutôt bien réalisée. Les zones endommagées et les plans de fissuration liés à l'écaillage montrent une bonne corrélation avec les observations par micrographie et les simulations FEM. Les résultats des simulations numériques confirment l'utilisation d'une loi d'endommagement adaptée pour reproduire les profils de vitesse des tirs GEPI, en comparaison avec les résultats des simulations DEM en utilisant la loi d'endommagement *Heaviside* (partie 3.3.3).

Cependant, les différentes réponses des modèles d'endommagements soulèvent des questionnements. En effet, les profils de vitesse des simulations DEM des tirs GEPI sont mieux reproduits en utilisant la loi d'endommagement *Heaviside* qu'avec la loi Linéaire, qui montre pourtant une évolution de la contrainte à rupture avec le niveau de sollicitation. De plus, toutes les lois d'endommagement ont été en partie calibrées sur le profil de vitesse de surface libre du tir GEPI G672. Toutefois, d'importants écarts sur les réponses des cinq tirs GEPI sont observés.

Pour explorer plus en profondeur les écarts de prédiction entre les modèles, il est proposé dans la section suivante d'évaluer localement la contrainte d'écaillage et la vitesse de déformation associée *via* un post-traitement adapté.

4.6 Discussion sur les différences de réponse des modèles

Les confrontations entre les profils de vitesse mesurés lors des tirs GEPI et calculés avec la DEM ont déjà mis en évidence que certaines lois d'endommagement ne permettaient pas une bonne estimation des contraintes d'écaillage. Il est proposé de déterminer numériquement pour chaque tir les contraintes d'écaillage et les vitesses de déformation correspondantes. La partie 2.2.2 a montré plusieurs protocoles de post-traitement ainsi que leurs limites. La partie suivante détaille le protocole d'identification du plan d'écaillage, de la contrainte et de la vitesse de déformation associée. Cette analyse s'inspire des travaux de Hwang et al., 2020 et s'adapte aux calculs DEM réalisés dans ce travail de thèse. Les valeurs seront ensuite comparées aux données fournies par Erzar and Buzaud, 2012 qui ont servies à calibrer les lois d'endommagement.

4.6.1 Localisation du plan d'écaillage

Dans la méthode proposée, l'identification du lieu où se produit l'écaillage est nécessaire. Pour cela, le domaine discret est divisé en tranches comme sur la figure 3.17 de la partie 3.2.3. Pour servir d'exemple, le domaine discret est ici divisé en dix tranches, soit un coefficient de partition $c_\mathrm{p} = 10$. Au cours de la simulation DEM, le nombre de lien rompus dans chaque tranche est relevé. Ainsi, à la fin de la simulation, un diagramme de Lagrange du pourcentage de liens rompus au cours du temps dans chaque tranche peut être réalisé. La figure 4.32 montre le diagramme de Lagrange correspondant à une simulation DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2.

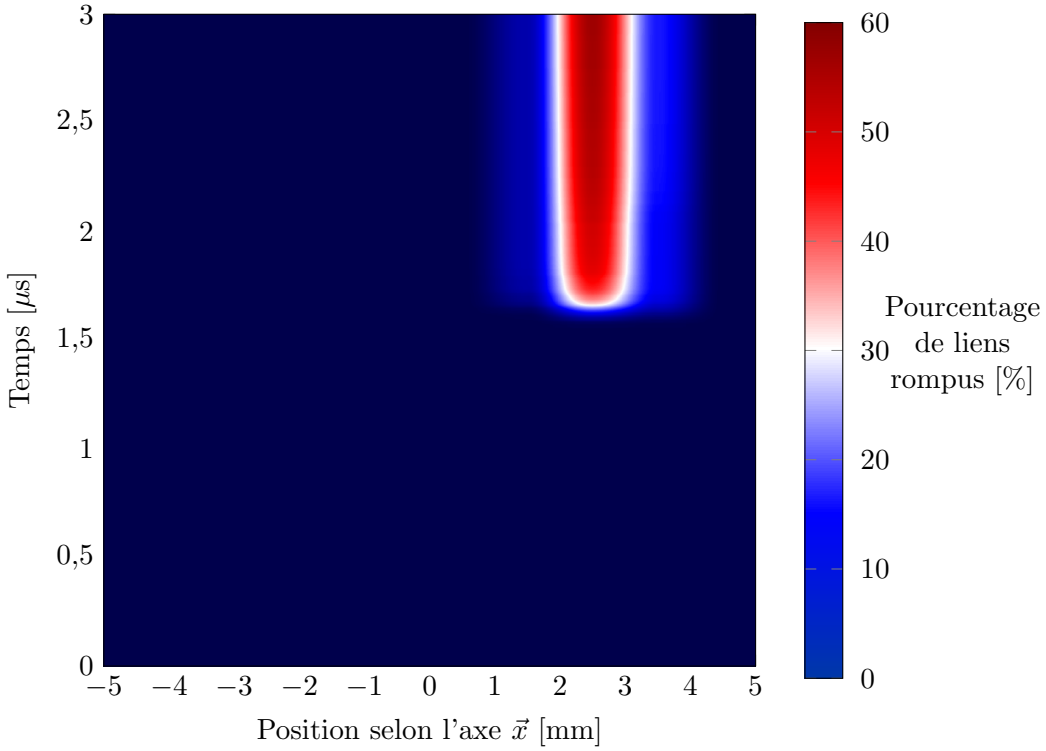


FIGURE 4.32 – Diagramme de Lagrange du pourcentage de liens rompus dans chaque tranche du domaine discret (division en 10 tranches $c_\mathrm{p} = 10$) d'une simulation DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. Le plan de fissuration se situe ici à environ 1,98 mm de la face arrière de l'échantillon.

Sur la figure 4.32, le plan de fissuration apparaît distinctement. En effet, les liens se rompent dans une zone bien spécifique, à environ 1,9 mm de la face arrière du domaine discret. Les liens commencent à se rompre à environ $t \simeq 1{,}6$ μs. Sur le profil de vitesse calculé en face arrière (figure 4.27c), cet instant correspond à la chute de vitesse après le pic élastique, peu avant le premier rebond. La figure 4.32 montre aussi que le pourcentage des liens rompus évolue graduellement selon la position des tranches

du domaine discret. Bien qu'une tranche soit plus sujette à voir ses liens détruits par l'écaillage que les autres, ses voisines le sont tout aussi, mais de manière plus tempérée. La position de l'écaillage, ou la position du plan de fissuration, est définie comme étant la position moyenne de la tranche possédant le plus haut pourcentage de liens rompus à l'issue de la simulation DEM. Cette tranche est dénommée comme étant la tranche d'écaillage.

La localisation de la tranche d'écaillage est donc influencée par la manière dont le domaine discret est divisé, qui est elle-même dépendante du coefficient de partition c_p. Par exemple, la figure 4.33 présente le diagramme de Lagrange du pourcentage de liens rompus au cours de l'exacte même simulation DEM, à ceci près que le coefficient de partition est fixé à $c_\mathrm{p} = 1$. Ainsi, le domaine discret n'est plus divisé en dix tranches mais en quatre-vingt-dix-huit tranches. Il apparaît clairement que l'identification de la tranche d'écaillage responsable du profil de vitesse en face arrière est ici plus subtile. En comparaison avec la figure 4.32, la figure 4.33 présente plusieurs tranches ayant un pourcentage de liens rompus similaire. De plus, ces tranches ne sont pas toutes endommagées au même moment, certaines avec un faible retard. Enfin, d'autres tranches du domaine discret situées en amont du plan d'écaillage sont aussi faiblement endommagées. Une étude de l'influence du coefficient de partition sur l'estimation de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation associée se situe en annexe (voir partie F).

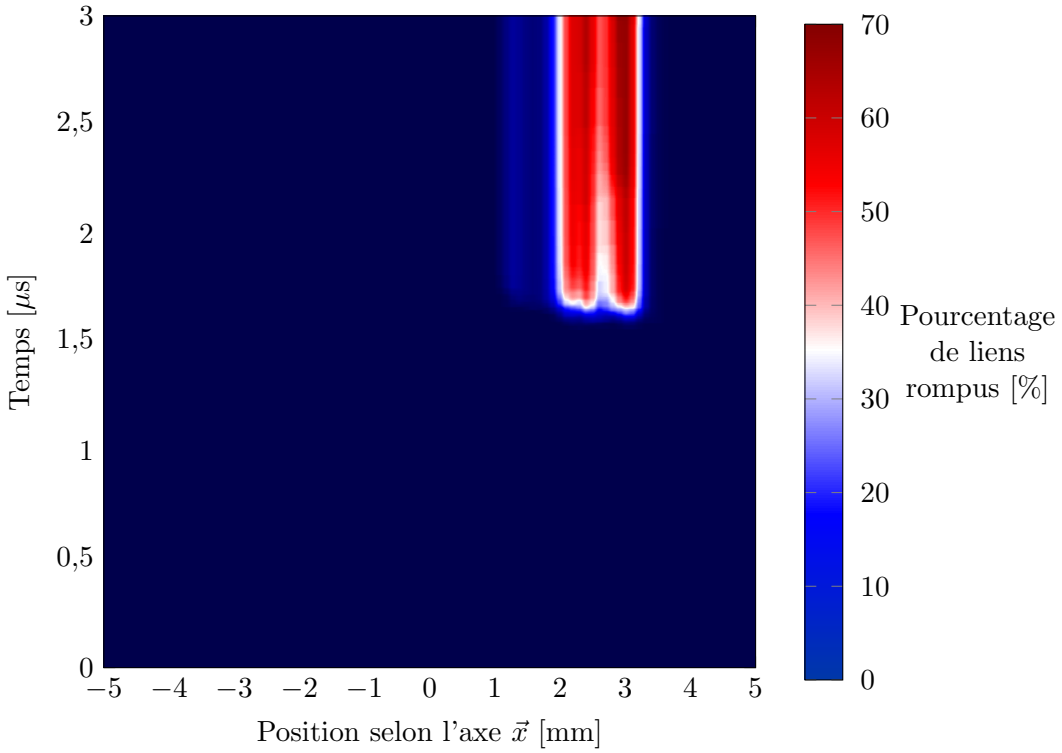


FIGURE 4.33 – Diagramme de Lagrange du pourcentage de liens rompus dans chaque tranche du domaine discret (division en 98 tranches $c_\mathrm{p} = 1$) d'une simulation DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2. Le plan de fissuration se situe ici à environ 1,92 mm de la face arrière de l'échantillon.

4.6.2 Estimation de la contrainte d'écaillage

La figure 4.34 présente l'évolution temporelle de la contrainte uniaxiale moyenne dans la tranche d'écaillage retenue lors de la simulation DEM précédente. La contrainte uniaxiale moyenne est obtenue en calculant la moyenne de la première composante du tenseur des contraintes virielles de chaque élément discret qui compose la tranche d'écaillage. La figure 4.34 montre bien que la tranche d'écaillage subit le passage d'une onde de compression, suivie par des ondes de détente qui génèrent de la traction. Cependant, le niveau de contrainte en traction est limité suite à l'activation de la fissuration. La

contrainte d'écaillage est alors définie comme étant le niveau de contrainte maximal atteint dans la tranche d'écaillage au cours de la simulation.

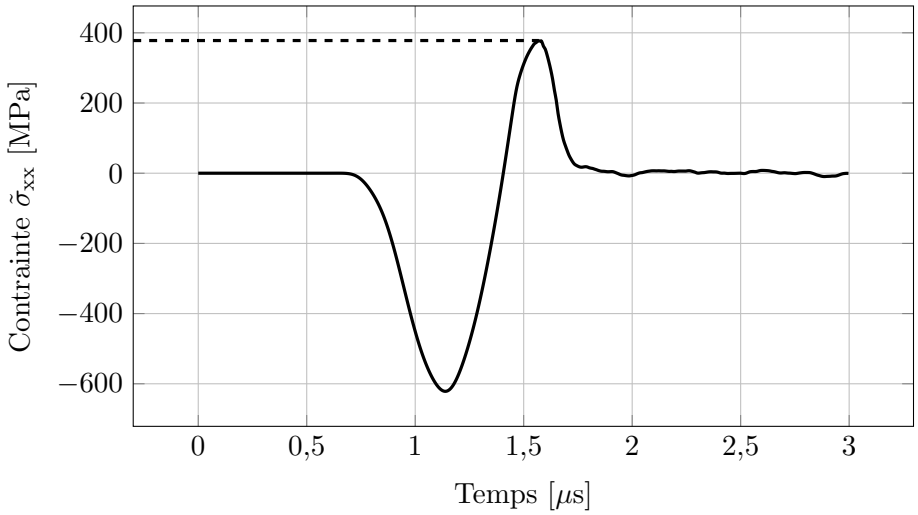


FIGURE 4.34 – Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale moyenne de la tranche d'écaillage.

4.6.3 Estimation de la vitesse de déformation

Une méthode est proposée pour déterminer la vitesse de déformation : la méthode du gradient.

La méthode utilisée pour estimer la vitesse de déformation associée à l'écaillage $\dot{\varepsilon}_{\text{éc}}$ se base sur la déformation de la tranche d'écaillage. Ainsi, la déformation uniaxiale de la tranche d'écaillage est définie par :

$$\varepsilon_{\text{xx}}(t) = \frac{\mathrm{d}\tilde{\delta}_{\text{x}}(t)}{\mathrm{d}\tilde{x}}, \tag{4.44}$$

où $\tilde{\delta}_{\text{x}}(t)$ est le déplacement uniaxial moyen de tous les éléments discrets de la tranche d'écaillage et $\tilde{x}$ leur position moyenne selon l'axe $\vec{x}$. La vitesse de déformation de la tranche d'écaillage est définie par :

$$\dot{\varepsilon}_{\text{xx}}(t) = \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\text{xx}}(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{4.45}$$

avec t le temps courant. Par cette méthode, la vitesse de déformation dans la tranche d'écaillage peut être calculée au cours du temps. La figure 4.35 superpose l'évolution temporelle de la vitesse de déformation dans la tranche d'écaillage et celle de la contrainte uniaxiale présentée sur la figure 4.34. La vitesse de déformation associée à l'écaillage est prise comme étant celle calculée au moment de l'activation de l'écaillage. Celui-ci est déterminé par le moment où la contrainte uniaxiale de la tranche d'écaillage atteint son maximum. Ce temps est alors reporté sur la courbe d'évolution de la vitesse de déformation, ce qui permet d'estimer la vitesse de déformation d'écaillage $\dot{\varepsilon}_{\text{éc}}$.

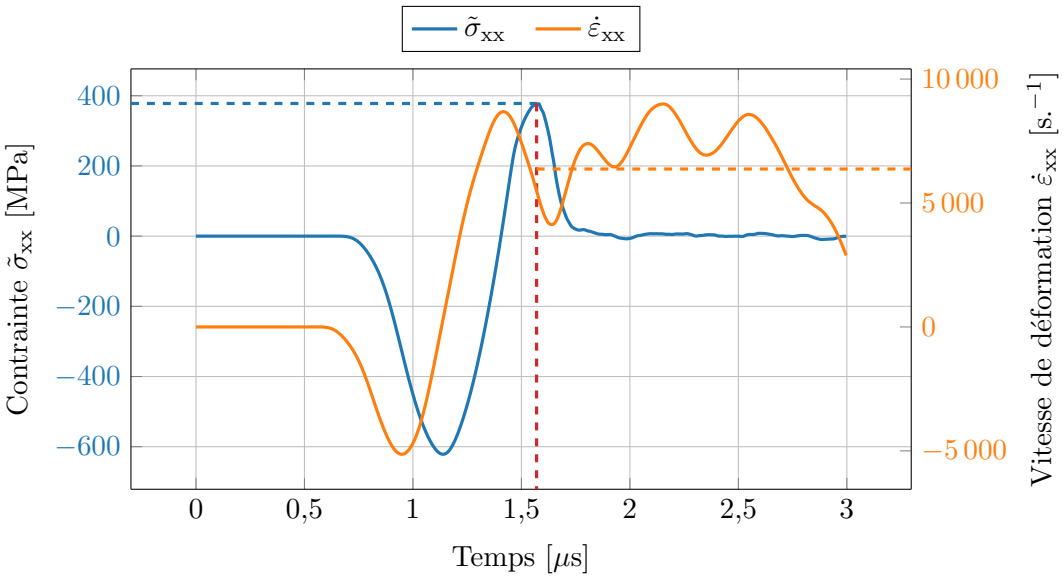


FIGURE 4.35 – Évolution temporelle de la contrainte uniaxiale moyenne et de la vitesse de déformation uniaxiale moyenne de la tranche d'écaillage mesurée par la méthode du gradient.

4.6.4 Résultats

Des analyses de convergence de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation en fonction du nombre d'éléments discrets dans le domaine et du coefficient de partition est réalisée (partie F). Des simulations DEM des tirs GEPI ont été menées pour chaque loi d'endommagement avec la méthode de fissuration *All*^{2} et un coefficient de partition égal à $c_p = 6$.

L'évolution de la contrainte d'écaillage avec la vitesse de déformation des simulations DEM des cinq tirs GEPI sont exposées sur la figure 4.36. Les évolutions calculées sont comparées aux définitions analytiques des lois d'endommagement et aux mesures expérimentales de Erzar and Buzaud, 2012.

La loi *Heaviside*, calibrée sur le profil de vitesse du tir GEPI G672, présente une bonne coainte d'écaillage et la vitesse de déformation de ce tir. Comme attendu, la contrainte d'écaillage reste constante avec l'augmentation de l'intensité des tirs GEPI.
La loi Linéaire apparaît comme la loi qui s'éloigne le plus des données de la littérature. L'augmentation de la contrainte d'écaillage avec la vitesse de déformation est bien trop forte. Bien que la contrainte d'écaillage soit surestimée, en comparaison avec la définition analytique de la loi Linéaire, une même tendance est observée entre l'évolution analytique et numérique.
La loi Kachanov produit des résultats assez proches de ceux attendus analytiquement. De plus, l'évolution de la contrainte d'écaillage avec la vitesse de déformation montre une tendance relativement similaire à celle constatée expérimentalement. Cela vient confirmer les bonnes corrélations expériences/calculs observées sur les profils de vitesse.
La courbe d'évolution donnée par la loi Ortiz ressemble à celle de la loi Linéaire. Sa loi analytique montre une évolution trop rapide de la contrainte d'écaillage avec la vitesse de déformation. La courbe de tendance obtenue est assez éloignée des données produites par Erzar and Buzaud, 2012.
Enfin, c'est bien la loi DFH qui produit des résultats de simulations qui sont à la fois très similaires de ceux attendus avec la loi analytiques et à la fois relativement proches des données de référence, tant en contrainte qu'en vitesse de déformation. Cependant, il est nécessaire de noter qu'une surestimation conséquente de la vitesse de déformation à l'écaillage est observable.

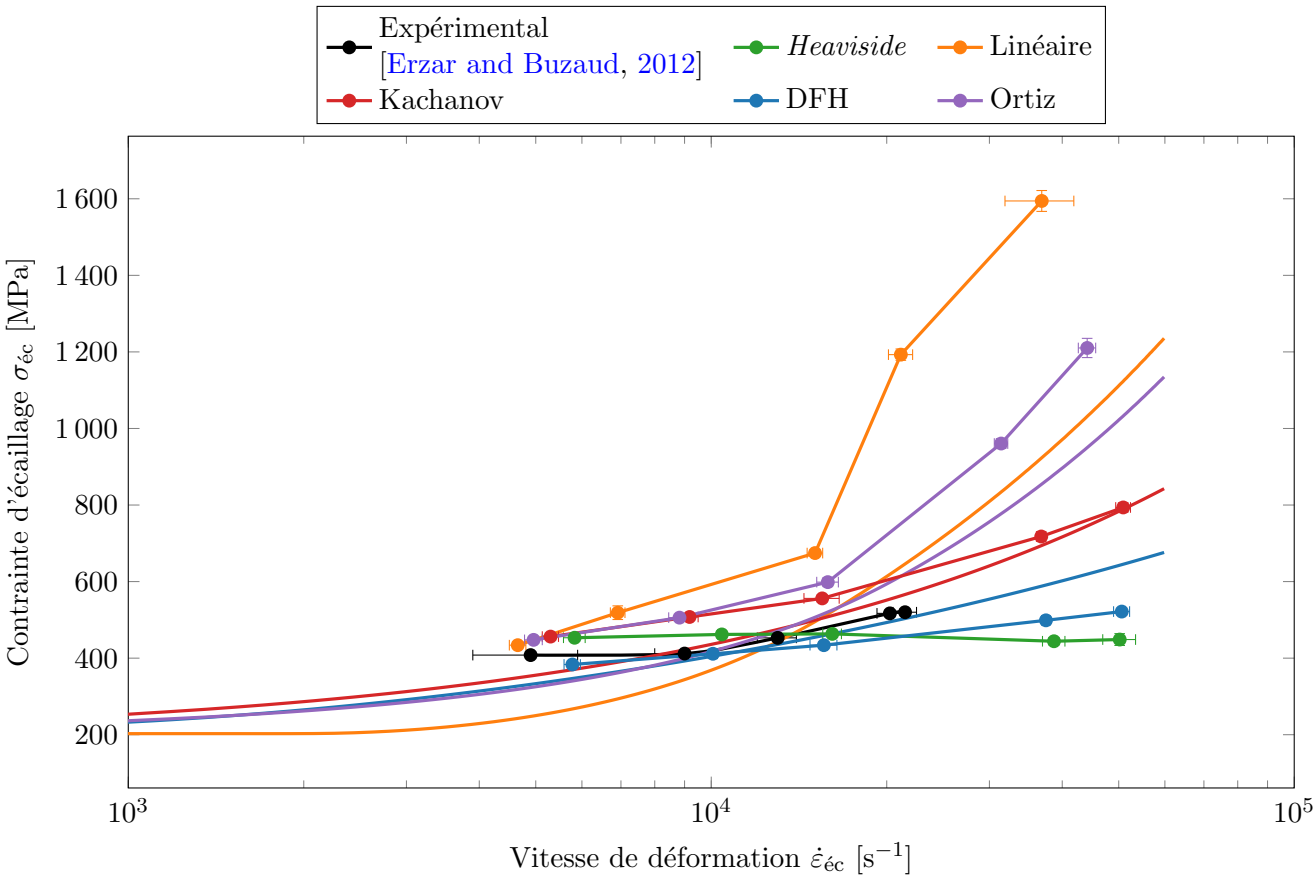


FIGURE 4.36 – Évolution de la contrainte d'écaillage $\sigma_{éc}$ avec la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{éc}$ calculée avec la méthode du gradient, pour des simulations DEM sur dix domaines discrets identiques représentant la configuration des tirs GEPI avec toutes les lois d'endommagement étudiées avec la méthode de fissuration All^2, comparée à leur évolution analytique et aux résultats expérimentaux de Erzar and Buzaud, 2012.

4.6.5 Conclusion intermédiaire

Dans cette section, une méthode d'estimation de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation est présentée. Cette méthode est ensuite appliquée aux simulations DEM des cinq tirs GEPI, en utilisant toutes les lois d'endommagement étudiées. Une comparaison est effectuée avec les données fournies par Erzar and Buzaud, 2012. Les résultats indiquent que les évolutions de la contrainte d'écaillage en fonction de la vitesse de déformation, obtenues avec les lois Kachanov-All^2 et DFH-All^2, concordent assez bien avec les données de référence, avec un léger avantage pour la loi DFH-All^2. Ces conclusions sont cohérentes avec la reproduction des profils de vitesse en face arrière. Il faut souligner que la diversité des méthodes d'estimation de la vitesse de déformation utilisées au sein de la communauté scientifique peut engendrer des incertitudes substantielles sur les résultats. Il est nécessaire de prendre en compte les incertitudes inhérentes aux expérimentations lors de l'évaluation des écarts entre les résultats numériques et expérimentaux. Par conséquent, l'évolution de la contrainte d'écaillage en fonction de la vitesse de déformation ne peut être considérée comme une validation définitive du modèle DEM, mais elle offre plutôt un aperçu des possibilités de l'approche en comparaison avec d'autres méthodes numériques.

La figure 4.36 permet de comprendre les écarts entre les lois d'endommagement observés sur les profils de vitesse des simulations des cinq tirs GEPI. Comme l'intensité des tirs augmente (subséquemment la vitesse de déformation), l'écart entre les contraintes d'écaillage des lois Linéaire et Ortiz, d'une part, et des lois Kachanov et DFH de l'autre, augmente. Ainsi, la rupture intervient plus rapidement pour les deux premières lois, ce qui a pour conséquence de retarder le premier rebond sur le profil de vitesse de surface libre.

La figure 4.36 met aussi en évidence une différente non négligeable entre les valeurs de contrainte d'écaillage analytiques et mesurées à l'issue des simulations DEM. Plusieurs facteurs peuvent en être la source. Les étapes de calibration varie selon les lois d'endommagement, du fait de leurs différences. Elles sont rappelées dans le tableau 4.4. En particulier, il apparaît que la contrainte d'activation est dissemblable selon qu'elle soit liée à la loi *Heaviside*, aux lois Linéaire, Kachanov et Ortiz, ou à la loi DFH. Un travail d'approfondissement est mené par la suite.

Tableau 4.4 – Résumé des protocoles de calibration (hors comportement élastique).

Étapes de calibration	*Heaviside*	Linéaire/Kachanov/Ortiz	DFH
Contrainte d'activation	Approche inverse sur le tir GEPI G672 (Partie 3.3.3)	Simulations d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques (Partie 3.3.2)	✖ (Probabiliste, équation 4.27)
Cinétique de l'endommagement	✖	Simulations 0D (Partie 4.3.2)	✖
Endommagement critique	✖	Approche inverse sur le tir GEPI G672 (Partie 4.4.2)	Approche inverse sur le tir GEPI G672 (Partie 4.4.2)

4.7 Discussion sur la contrainte d'activation

4.7.1 Influence du volume équivalent sur la contrainte d'activation probabiliste du modèle DFH

Comme la figure 4.14 l'a montré, la contrainte à rupture (ou contrainte d'activation de l'endommagement) probabiliste σ_k de la loi d'endommagement DFH est influencée par le volume équivalent V_{eq}. Celui-ci est défini différemment selon la méthode de fissuration utilisée (équations 4.42 et 4.43). La contrainte à rupture probabiliste est donc différente selon la méthode de fissuration utilisée. La figure 4.37 montre la distribution de la contrainte à rupture probabiliste des éléments discrets dans le domaine pour les deux méthodes de fissuration. Bien que la distribution semble homogène dans les domaines discrets, la contrainte à rupture probabiliste des éléments discrets est sensiblement plus élevée pour la méthode de fissuration *All* que pour la méthode All^2.

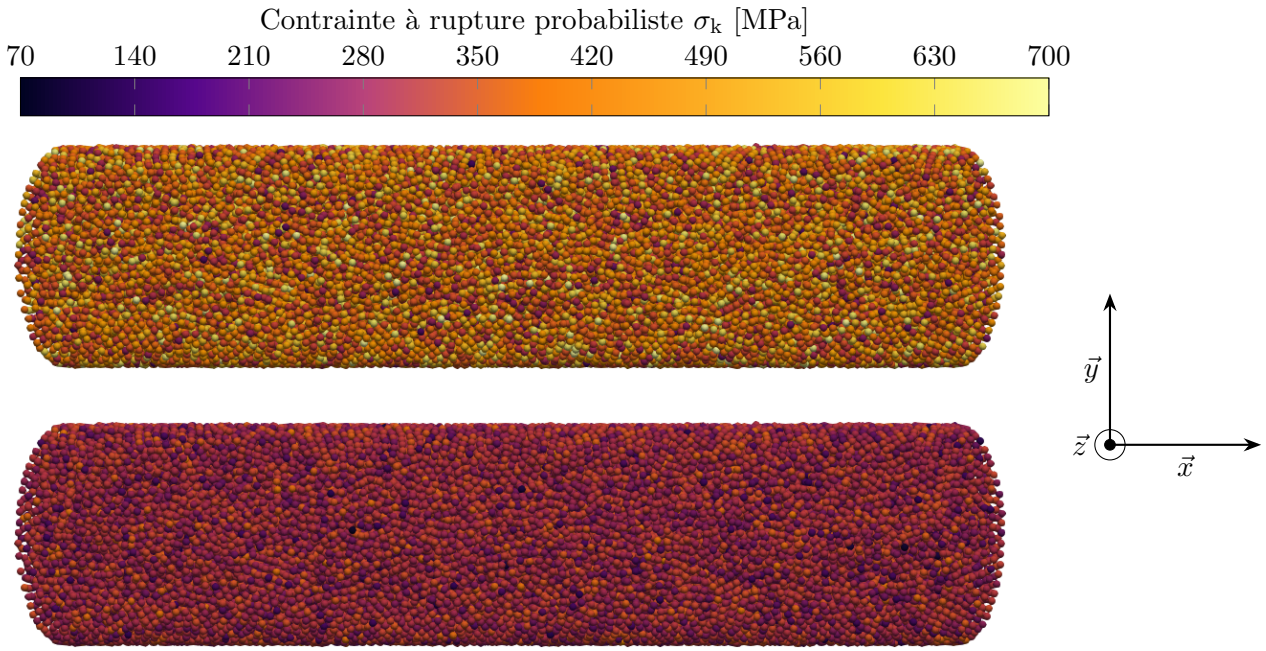


FIGURE 4.37 – Distribution de la contrainte à rupture probabiliste σ_k des éléments discrets dans le domaine pour les méthodes de fissuration *All* (haut) et All^2 (bas), à l'état initial.

Cette différence trouve ses racines dans le calcul du volume équivalent V_{eq}. Le tableau 4.5 présente les valeurs moyennes des volumes équivalents pour les deux méthodes de fissuration. Celui de la méthode *All* étant moins important que pour la méthode All^2, il implique donc bien une valeur moyenne plus grande de la contrainte à rupture probabiliste, d'après l'équation 4.27.

Tableau 4.5 – Volumes équivalents moyens des éléments discrets selon la méthode de fissuration adoptée dans un domaine discret composé de $N_{DE} = 56\ 553$ éléments.

Méthode de fissuration	All	All^2
Volume équivalent moyen $\tilde{V}_{eq}$ [mm^3]	$5{,}157 \times 10^{-3}$	$4{,}852 \times 10^{-2}$

Dans les travaux de Dousset, 2019, une contrainte à rupture probabiliste est utilisée pour modéliser avec l'approche discrète DEM le comportement à rupture de sphères de glace soumises à des impacts. La contrainte à rupture probabiliste est définie par :

$$\sigma_k = \sigma_w \left(-\ln\left(1 - P_R\right)\right)^{\frac{1}{m}} . \tag{4.46}$$

Cette autre définition de la contrainte à rupture probabiliste s'affranchit de la notion de volume équivalent.

4.7.2 Paramètre d'échelle

Pour faire un parallèle entre les deux définitions de la contrainte à rupture probabiliste (équations 4.27 et 4.46), une étude de l'approche probabiliste analytique de Weibull est menée. La fonction de densité de probabilité $f(x;\,\lambda,k)$ et la fonction de répartition inverse $Q(P_{\mathrm{R}};\,\lambda,k)$ associées à la loi de Weibull sont définies par :

$$\begin{aligned} f(x;\,\lambda,k) &= \frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1}\exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k}\right), \quad (4.47) \\ Q(P_{\mathrm{R}};\,\lambda,k) &= \lambda\left(-\ln\left(1-P_{\mathrm{R}}\right)\right)^{\frac{1}{k}}, \quad (4.48) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} &\forall\ x \in [0;\,+\infty[\,, \\ &\forall\ \lambda \in [0;\,+\infty[\,, \\ &\forall\ k \in [0;\,+\infty[\,, \\ &\forall\ P_{\mathrm{R}} \in [0;\,1[\,, \end{aligned} \quad (4.49)$$

avec λ le paramètre d'échelle, k le paramètre de forme et P_{R} la probabilité de rupture. Par identification, les paramètres λ et k peuvent être retrouvés pour l'approche du modèle DFH et celle de Dousset, 2019 :

$$\lambda = \sigma_{\mathrm{w}}\Lambda = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)}\left(\frac{V_{\mathrm{eff}}}{V_{\mathrm{eq}}}\right)^{\frac{1}{m}} & \text{d'après l'équation 4.27,} \\ 1 & \text{d'après l'équation 4.46,} \end{cases} \quad (4.50)$$

$$k = m. \quad (4.51)$$

La définition de la contrainte à rupture probabiliste de l'approche de Dousset, 2019 est donc indépendante d'un quelconque facteur d'échelle Λ, contrairement à l'approche du modèle DFH. À titre de comparaison, le facteur d'échelle Λ du modèle DFH peut être égal à l'unité si et seulement si :

$$\left(\frac{V_{\mathrm{eff}}}{V_{\mathrm{eq}}}\right)^{\frac{1}{m}}\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)^{-1} = 1, \quad (4.52)$$

$$V_{\mathrm{eq}} = V_{\mathrm{eff}}\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)^{-m}. \quad (4.53)$$

Avec les paramètres de Weibull de l'alumine AL23 (répertoriés dans le tableau 4.1), le volume équivalent de l'équation 4.53 serait égal à :

$$V_{\mathrm{eq}} = 8{,}65\ \mathrm{mm}^3. \quad (4.54)$$

Il est bien supérieur aux valeurs répertoriées dans le tableau 4.5 précédent. La contrainte à rupture probabiliste de l'équation 4.46 doit donc être bien inférieure à celle calculée avec le facteur d'échelle.

4.7.3 Simulations DEM du tir GEPI G672 avec différentes configurations de la contrainte d'activation

La densité de probabilité de la contrainte à rupture probabiliste est calculée avec le facteur d'échelle pour les deux méthodes de fissuration *All* et All^2, et sans. La figure 4.38 montre les densités de probabilité des trois cas ainsi que la distribution de la contrainte à rupture probabiliste des éléments discrets dans le domaine de l'approche DEM. La superposition des fonctions de densité et les distributions associées valide l'implémentation dans l'approche DEM du déploiement des contraintes à rupture probabilistes sur les éléments discrets. En accord avec les observations précédentes de la figure 4.37, la contrainte à rupture probabiliste moyenne est plus élevée avec la méthode de fissuration *All* qu'avec la méthode All^2. L'utilisation du facteur d'échelle implique une contrainte à rupture probabiliste localisée autour de la contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_{w}.

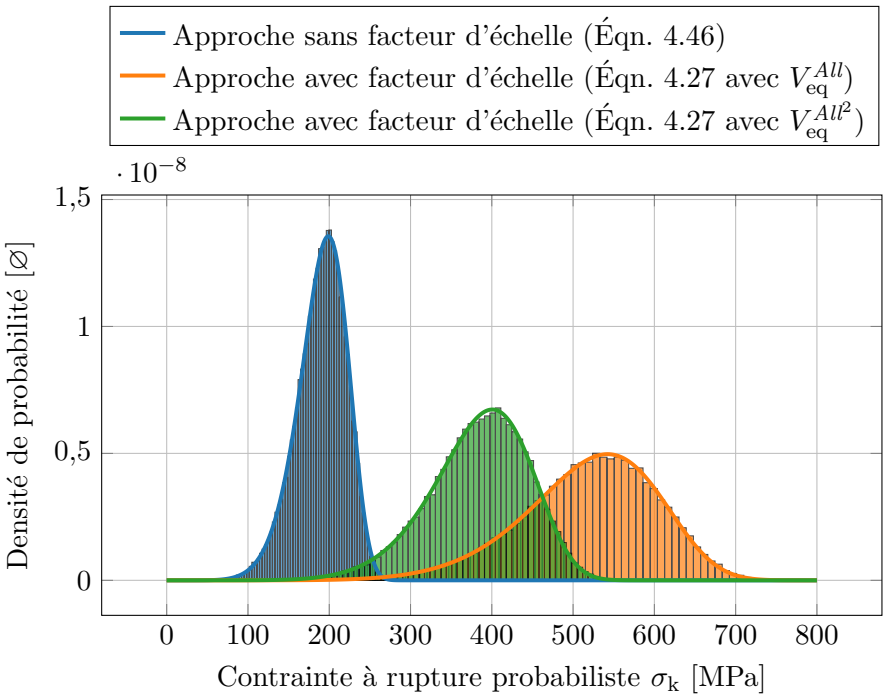


FIGURE 4.38 – Densités de probabilité et distribution de la contrainte à rupture probabiliste des éléments discrets de l'approche de Weibull calculées avec le facteur d'échelle pour les méthodes de fissuration *All* et All^2 et sans [Dousset, 2019].

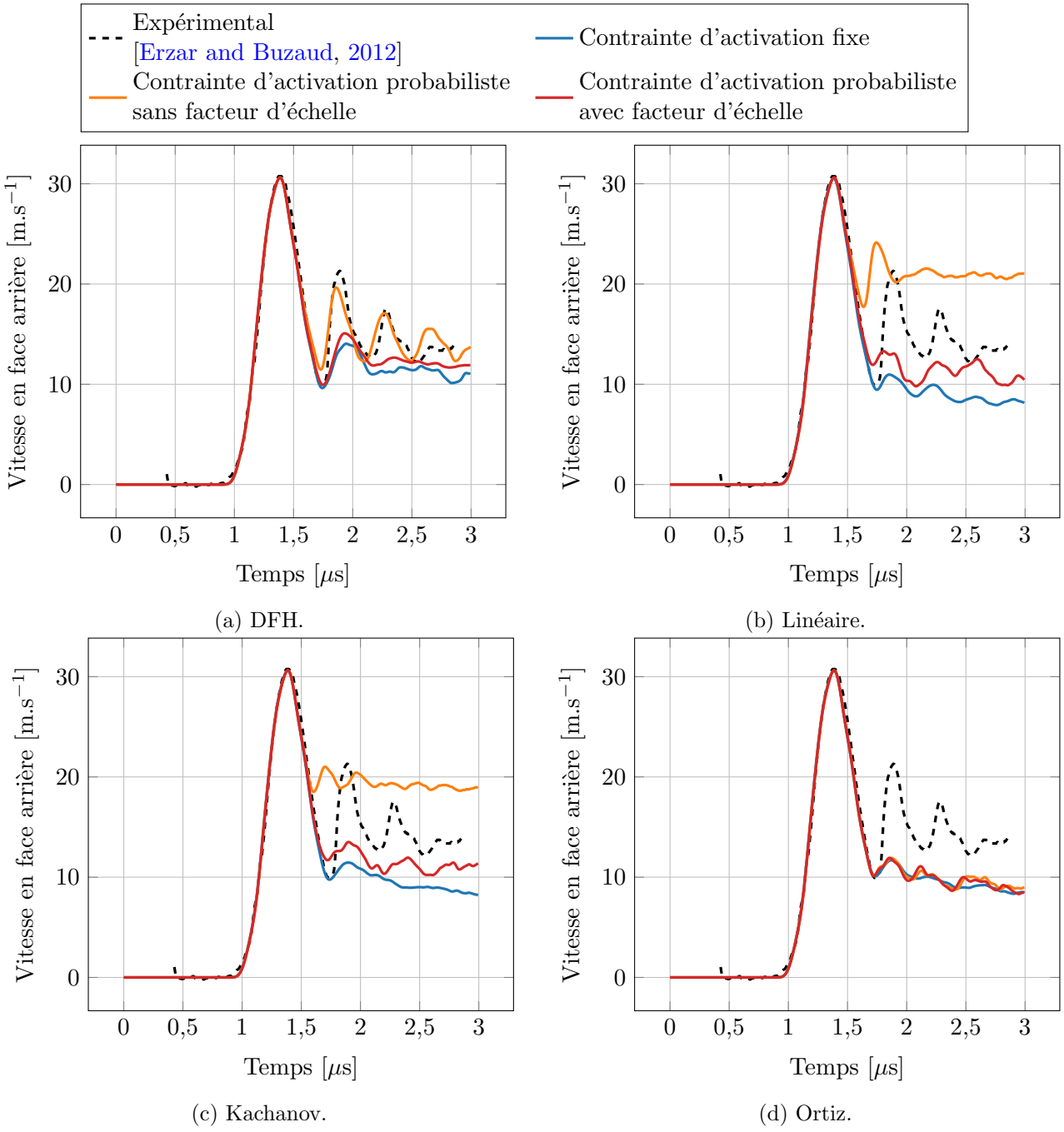
Le tir GEPI G672 a été simulé en utilisant les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov, Ortiz et DFH, pour les trois configurations de la contrainte d'activation probabiliste : fixée (calibration de la partie 3.3.2), probabiliste sans facteur d'échelle et probabiliste avec facteur d'échelle. La figure 4.39 montre les profils de vitesse des simulations en considérant la méthode *All* et la figure 4.40 la méthode All^2. Tous les paramètres de la cinétique d'endommagement (endommagement critique compris) sont identiques aux précédentes simulations (tableau 4.2), afin d'isoler l'effet de la contrainte d'activation uniquement.

La figure 4.39a (respectivement la figure 4.40a) montre les résultats numériques en utilisant la loi DFH-*All* (respectivement DFH-All^2). Dans les simulations avec la loiDFH-*All*, contrairement aux courbes liées à l'utilisation d'une contrainte fixe et probabiliste avec le facteur d'échelle, celle de la contrainte probabiliste sans facteur d'échelle reproduit le deuxième pic du profil de vitesse correctement, même si le premier rebond intervient de façon légèrement précoce. En revanche, ce n'est pas le cas pour les simulations avec DFH-All^2 de la figure 4.40a. Les trois configurations testées présentent un profil de vitesse similaire.

L'influence de la configuration de la contrainte d'activation est analogue dans le cas de simulations avec les lois Linéaire et Kachanov, indépendamment de la méthode de fissuration utilisée (figures 4.39b, 4.39c, 4.40b et 4.40c). Les différences de contrainte d'activation moyenne sont nettes. L'approche sans facteur d'échelle génère une contrainte d'activation globalement inférieure à celle issue de l'approche avec facteur d'échelle et à celle calibrée sur les simulations d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques. Cela induit une rupture précoce dans l'échantillon d'alumine, et par conséquent un premier rebond qui intervient trop tôt. Cet effet est moins visible entre les courbes de la contrainte d'activation probabiliste avec le facteur d'échelle et fixe.

Les différentes configurations de la contrainte d'activation probabiliste ne semble pas avoir d'incidence sur le profil de vitesse calculé à l'issue des simulations DEM avec la loi d'endommagement Ortiz.

En conclusion, l'utilisation d'une contrainte à rupture probabiliste dans les lois d'endommagement autres que celle du modèle DFH ne semble pas permettre une meilleure restitution du profil de vitesse en face arrière. En effet, les différentes étapes de calibration, propres à chaque modèle, gomment plus ou moins fortement l'effet de la contrainte d'activation. Dans le cas des lois DFH et Ortiz, la cinétique de l'endommagement l'emporte, contrairement aux simulations avec les lois Linéaire et Kachanov. L'intensité du chargement en traction induit par le phénomène d'écaillage est si intense (la notion de temporalité est importante) que la définition de la contrainte d'activation n'a pas d'impact sur le profil de vitesse en face arrière.



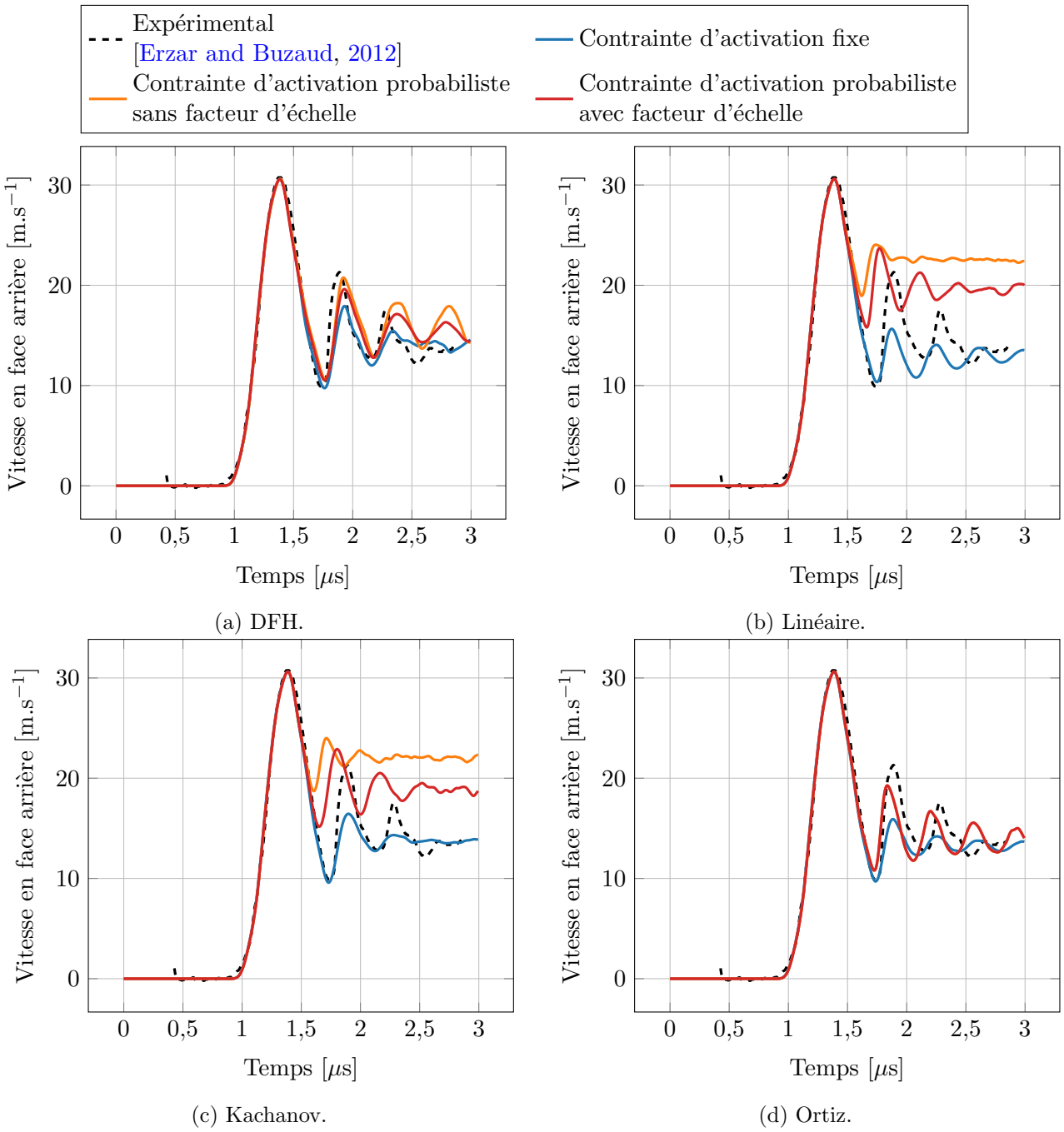
(a) DFH.

(b) Linéaire.

(c) Kachanov.

(d) Ortiz.

FIGURE 4.39 – Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz, la méthode de fissuration *All* et une contrainte d'activation fixe, probabiliste avec et sans facteur d'échelle.



(a) DFH.

(b) Linéaire.

(c) Kachanov.

(d) Ortiz.

FIGURE 4.40 – Comparaison entre les profils de vitesse du tir GEPI G672 mesuré et calculés en utilisant les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz, la méthode de fissuration All^2 et une contrainte d'activation fixe, probabiliste avec et sans facteur d'échelle.

4.8 Conclusion du chapitre

L'objectif de cette partie était de valider l'utilisation de lois d'endommagement dans l'approche discrète DEM pour représenter le comportement à rupture de matériaux fragiles soumis à des sollicitations dynamiques extrêmes. Il a été choisi d'étudier l'alumine AL23 pour plusieurs raisons :

- L'alumine AL23 est un matériau dit « école », c'est-à-dire qu'il est largement étudié par la communauté scientifique et par conséquent son comportement à rupture est bien connu, même pour des sollicitations extrêmes ;
- Une campagne expérimentale d'essais GEPI de Erzar and Buzaud, 2012 a déjà été conduite en 2012, fournissant données expérimentales pour confronter l'approche DEM ;
- Les essais GEPI ont déjà été traités numériquement avec la FEM [Zinszner, 2014] et la loi d'endommagement DFH, ce qui donne un moyen de comparaison nonpareil pour asseoir l'aptitude de l'approche discrète DEM à reproduire le comportement dynamique à rupture de l'alumine.

Plusieurs lois d'endommagement sont proposées pour reproduire le comportement à rupture de l'alumine : les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz (et *Heaviside*). Ces lois définissent une évolution temporelle de l'accroissement de la variable d'endommagement, ce qui permet de créer un effet retard et de rendre compte d'une évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation. L'endommagement est activé par un critère en contrainte défini sur chaque élément discret à partir d'un tenseur des contraintes virielles. La variable d'endommagement est ensuite déployée sur les liens connectés à l'élément discret et ses voisins selon la méthode de fissuration utilisée, en affectant les propriétés élastiques des liens.

Les paramètres de chaque loi d'endommagement ont été calibrés à l'aide de simulations 0D d'essais de traction et de simulations numériques DEM du tir GEPI G672. Cela a permis de calibrer les cinétiques d'endommagement et l'endommagement critique pour représenter correctement le phénomène d'écaillage.

Les cinq tirs GEPI de Erzar and Buzaud, 2012 ont été simulés avec la DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement et méthodes de fissuration étudiées. L'analyse des résultats montre que les lois Kachanov-All^2 et DFH-All^2 permettent d'obtenir une reproduction fidèle des profils de vitesse mesurés sur la face arrière des échantillons d'alumine. L'évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation permet de simuler le phénomène d'écaillage correctement pour plusieurs niveaux de chargement. Une comparaison entre les plans de fissuration dans l'échantillon d'alumine AL23 des simulations DEM, FEM et des observations micrographique a montré que l'approche DEM reproduit correctement la fragmentation dynamique.

L'utilisation de ces modèles semble relativement bien reproduire l'évolution de la contrainte dynamique à rupture avec la vitesse de déformation qui caractérise l'alumine AL23.

Une autre manière de valider l'aptitude à modéliser la rupture dynamique de l'alumine AL23 par l'approche discrète DEM est de vérifier si les lois d'endommagement intégrées restituent bien l'effet dynamique à l'origine de leur utilisation. L'avantage des essais modélisés est que le moyen GEPI génère une rampe de chargement et non un choc au sens propre du terme. La vitesse de déformation au lieu et moment d'écaillage peut donc être considérée constante. Une méthode d'estimation de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation a été proposée. Les lois Kachanov-All^2 et DFH-All^2 ont montré une bonne reproduction des mesures expérimentales, comme pour les profils de vitesse en face arrière. Cependant, il a été remarqué qu'une surestimation assez importante de la vitesse de déformation était mesurée. Une discussion critique est nécessaire. Sans renoncer au fait que l'approche DEM peut amener à la mesure d'une vitesse de déformation supérieure à celle mesurée expérimentalement, il est tout de même nécessaire d'émettre des réserves sur cette dernière. De nombreuses méthodes d'estimation de la vitesse de déformation ont été mises en avant, sans qu'aucun consensus n'ait vraiment été établi par la communauté scientifique. Certains auteurs utilisent des

moyens expérimentaux, d'autres des simulations FEM élastiques corroborées d'une formule analytique faisant appel à certaines hypothèses acoustiques (formule de Novikov, équation 2.20), etc. De plus, Song and Lu, 2012, dans ses travaux, a montré que de nombreux auteurs mesurent la contrainte dynamique à rupture lors de simulations d'essais de traction directe alors que le champ de contrainte simulé n'est plus uniforme et que la vitesse de déformation limite théorique est dépassée. Enfin, une erreur classique liée aux essais de traction indirecte comme les essais d'écaillage types GEPI est due à la proximité de la contrainte d'écaillage avec le niveau maximal du pulse de pression appliqué. Si ces deux valeurs sont trop proches, l'endommagement peut être amorcé alors que la contrainte de détente lié au pulse n'a pas encore atteint son niveau maximal. Cet effet peut directement jouer un rôle sur la détermination de la contrainte d'écaillage et nécessairement sur l'estimation de la vitesse de déformation associée. La prudence est donc de mise lorsqu'il s'agit de comparer des résultats numériques de l'évolution de la contrainte dynamique à rupture suivant la vitesse de déformation avec des résultats expérimentaux.

5 Simulations DEM d'essais d'impact et de choc laser

Sommaire

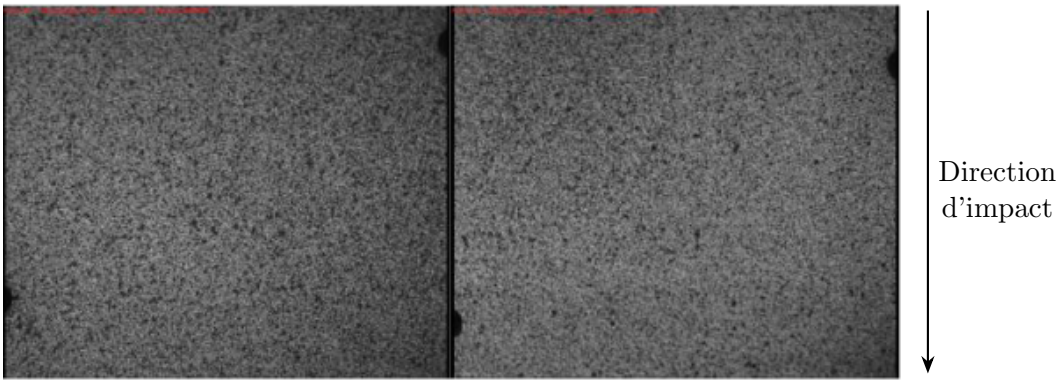
5.1 Expériences dynamiques complémentaires sur l'alumine AL23 142
5.1.1 Essais *Rockspall* 142
5.1.2 Essais d'impact sur tranche 143
5.1.3 Expériences de choc laser 144
5.2 Simulation DEM d'essai *Rockspall* sur l'alumine AL23 147
5.2.1 Construction du domaine discret et calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens 147
5.2.2 Simulation DEM d'un essai *Rockspall* 149
5.3 Simulation DEM d'essai d'impact sur tranche sur l'alumine AL23 153
5.3.1 Construction du domaine discret et calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens 153
5.3.2 Simulation DEM d'un essai d'impact sur tranche sur l'alumine AL23 153
5.4 Simulation DEM d'essai laser 156
5.5 Conclusion du chapitre 160

5.1 Expériences dynamiques complémentaires sur l'alumine AL23

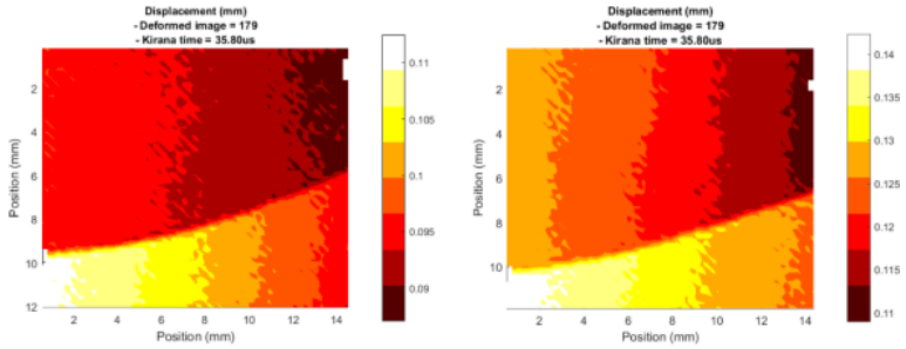
5.1.1 Essais *Rockspall*

Plusieurs campagnes expérimentales ont été menées par Duplan, 2016 pour étudier la fragmentation dynamique de plusieurs nuances de céramiques. Des essais *Rockspall* ont notamment été réalisés sur de l'alumine AL23. Un projectile en acier de diamètre $D_\mathrm{p} = 20$ mm et de longueur $L_\mathrm{p} = 20$ mm est envoyé à une vitesse de $V \simeq 10$ m.s^{-1} sur une mini barre d'Hopkinson en acier de même diamètre et de longueur $L_\mathrm{b} = 92$ mm. Cette dernière est mise en contact avec la face avant de la cible d'alumine AL23 de longueur $L = 60$ mm, de largeur $l = 30$ mm et d'épaisseur $e = 7$ mm. La cible est entaillée en deux endroits : une grande entaille de longueur $L_\mathrm{Ge} = 10$ mm et d'épaisseur $e_\mathrm{Ge} = 1$ mm située à $D_\mathrm{Ge} = 27{,}5$ mm de la face avant et une petite entaille de longueur $L_\mathrm{Pe} = 4$ mm et d'épaisseur $e_\mathrm{Pe} = 1$ mm située à $D_\mathrm{Pe} = 36{,}5$ mm de la face avant. Les images ont été capturées par une caméra ultra-rapide Kirana d'une capacité d'enregistrement de $5 \cdot 10^6$ ips, avec une résolution de 924×728 pixels.

La figure 5.1 montre les résultats des deux essais *Rockspall* menés par Duplan, 2016 sur l'alumine AL23. Alors que la fragmentation simple est très difficilement percevable sur les images de la caméra, les images de CIN montre bien qu'une unique fissure s'est propagée depuis la pointe de la petite entaille vers celle de la grande. Cela est dû au basculement d'une onde de détente sur la grande entaille, ce qui exerce un phénomène de traction au niveau de la pointe de la petite entaille.



(a) Images caméra ultra-rapide.



(b) Images CIN.

FIGURE 5.1 – Résultats des essais *Rockspall* sur l'alumine AL23 [Duplan, 2016].

5.1.2 Essais d'impact sur tranche

La campagne expérimentale de Duplan, 2016 comporte aussi des essais d'impact sur tranche sur plusieurs nuances de céramiques, notamment sur de l'alumine AL23. Des essais ont été réalisés en configuration ouverte et sarcophage. Un projectile en acier de diamètre $D_p = 10$ mm et de longueur $L_p = 15$ mm est lancé à une vitesse de $V \simeq 173$ m.s^{-1} sur la tranche d'une cible d'alumine AL23 de longueur $L = 60$ mm, de largeur $l = 30$ mm et d'épaisseur $e = 7$ mm.

La figure 5.2 montre la fragmentation dynamique de l'alumine AL23 après l'impact du projectile sur la cible. La densité de fissuration est bien plus importante en configuration ouverte. Dans les deux configurations, une zone de cratérisation est observable au point d'impact du projectile sur la cible, ainsi que des fissures radiales qui traversent toute la cible. Des fissures d'écaillage sont aussi visibles sur la figure 5.2. Elles sont amorcées par le croisement de l'onde de détente réfléchie sur la face arrière de la cible avec celle qui suivait l'onde de compression incidente.

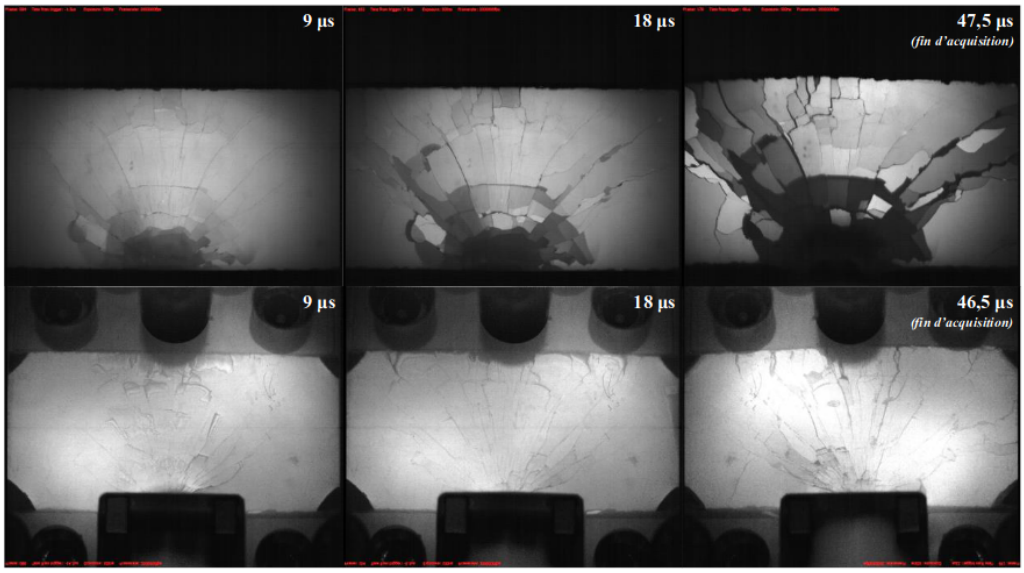


FIGURE 5.2 – Résultats des essais d'impact sur tranche sur l'alumine AL23 en configuration ouverte (haut) et en configuration sarcophage (bas) [Duplan, 2016].

5.1.3 Expériences de choc laser

Une campagne expérimentale d'expériences de choc laser sur de l'alumine AL23 a été menée en 2022 au CEA DAM Île-de-France à l'aide du Générateur de Chocs Laser Transportable (GCLT). Il s'agit d'un laser pulsé de longueur d'onde $\lambda = 1\ 057$ mm qui peut délivrer une énergie maximale de 80 J. La durée du pulse laser est réglable et comprise entre quelques nanosecondes et 100 ns. Les tirs ont été réalisés sur des cibles cylindriques d'alumine AL23 de diamètre $D = 40$ mm et de longueur $L = 1$ mm. La tâche focale du laser étant de 5 mm, plusieurs tirs sont réalisés sur la même cible en visant différents emplacements de sa face avant. Le rayonnement du laser est absorbé dans la couche d'aluminium déposée sur la face avant des cibles d'alumine. Un plasma se forme devant la cible, entraînant une élévation très importante de la température et de la pression. L'éjection de matière entraîne par le principe d'action/réaction l'application d'un profil de pression, ou pression d'ablation. Une onde de choc est ainsi générée dans le dépôt d'aluminium et se propage ensuite dans la cible d'alumine. De la même manière que pour les essais GEPI, la réponse de l'alumine face au choc laser est obtenue en mesurant le profil de vitesse en face arrière par interférométrie Doppler laser à l'aide d'un *Velocity Interferometer System for Any Reflector* (VISAR).

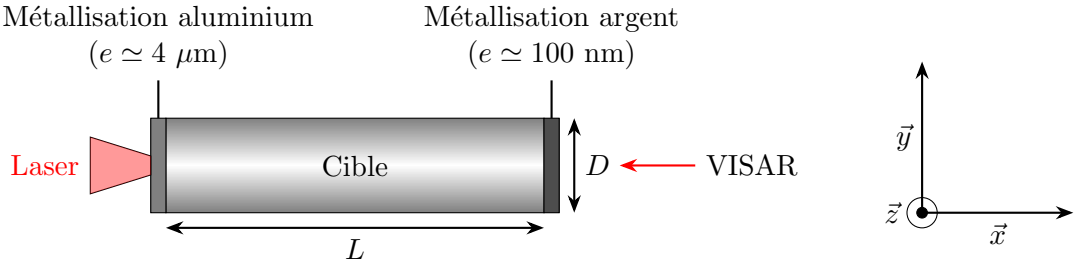


FIGURE 5.3 – Schéma d'un tir laser GCLT.

Dix tirs GCLT ont été conduits durant la campagne expérimentale. Les profils de pression d'ablation sont présentés sur la figure 5.4. Ils sont déterminés en simulant l'interaction laser-matière à l'aide du code ESTHER développé par le CEA. Pour cela, les caractéristiques physiques de l'aluminium sont utilisées, ainsi que les profils d'intensité laser mesurés lors de chaque tir. Le profil de pression d'ablation correspond au profil de pression d'ablation calculé dans la zone d'inversion de la vitesse (une partie de la matière est éjectée, tandis qu'une autre partie est mise en vitesse dans le sens opposé). Des tirs préliminaires de calibration ont été réalisés sur des cibles d'aluminium de 200 µm pour

valider les calculs d'interaction laser-matière. Cette méthodologie a été largement décrite dans les thèses de Bertrand, 2018 et Bardy, 2017. Les incertitudes sur le calcul de la pression d'ablation sont évaluées à environ 15 %. Les pressions d'ablation générées lors de cette campagne sont inférieures à $|P| \simeq 1{,}5$ GPa. Comme pour les expériences GEPI, une phase de montée en compression suivie d'une phase de détente est observée. La durée des pulses est bien plus courte que celle des profils de pression magnétique des tirs GEPI. La durée était d'environ 1 μs pour GEPI, alors qu'elle n'est que de 40 ns pour les tirs GCLT. Ce type d'expérience permet d'étudier le comportement des matériaux pour des vitesses de déformation pouvant aller jusqu'à 10^7 s^{-1}.

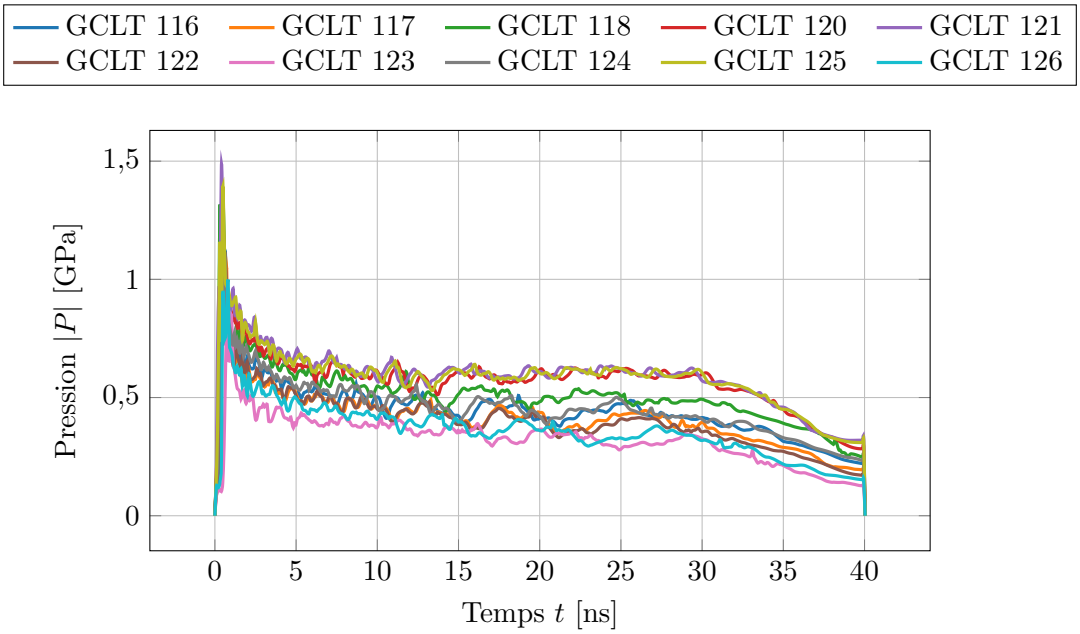
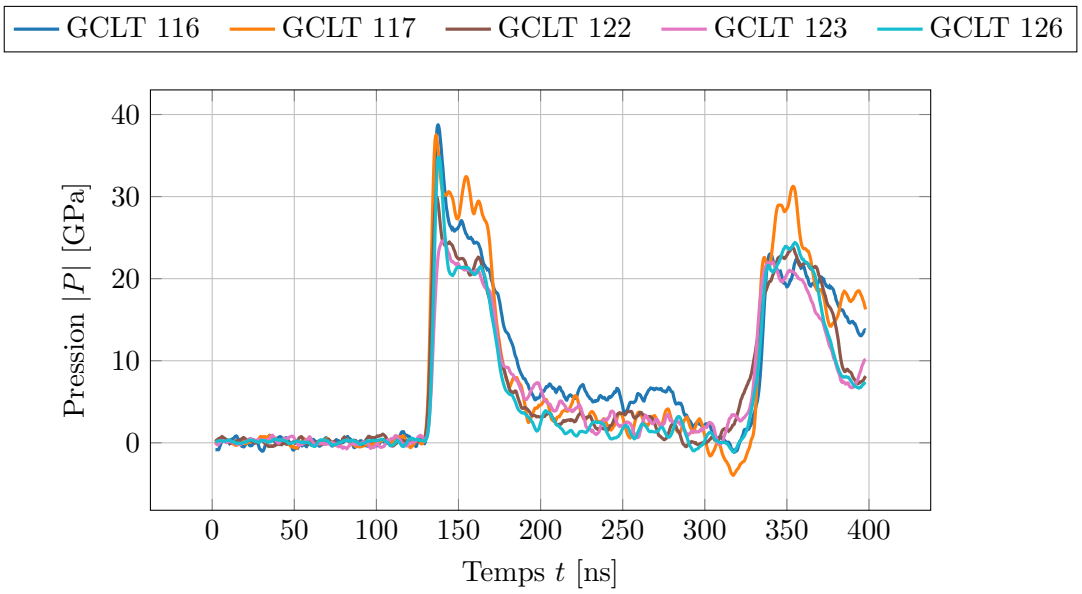
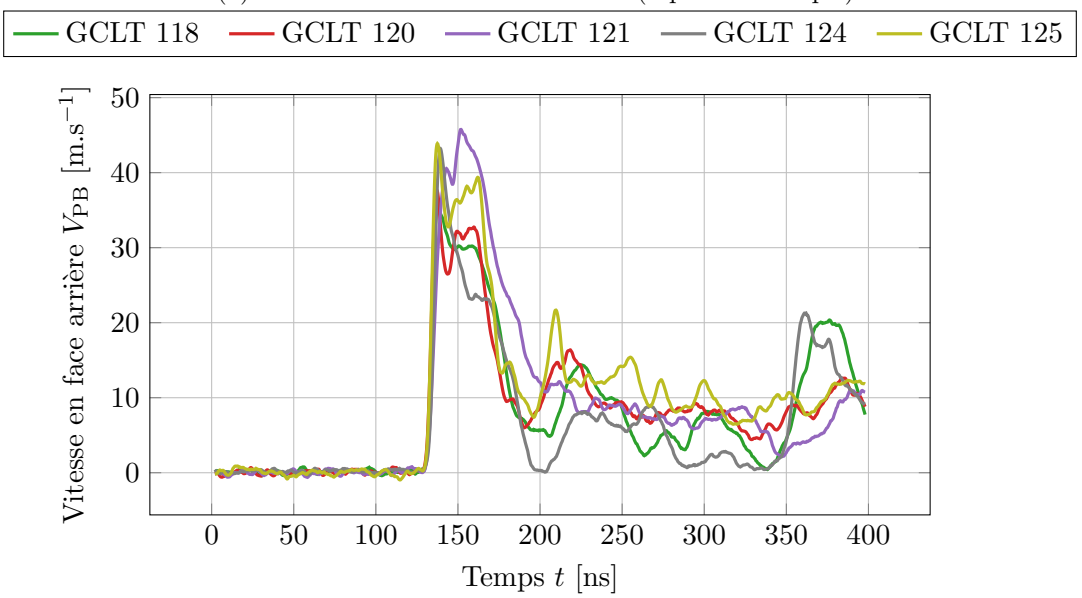


FIGURE 5.4 – Pulse de pression d'ablation des tirs laser GCLT réalisés sur l'alumine AL23.

Les profils de vitesse mesurés par VISAR en face arrière de la cible sont présentés sur la figure 5.5. Les profils de vitesse de la figure 5.5a traduisent une réponse élastique sans endommagement de la cible. Pour les tirs GCLT 116, 117, 122, 123 et 126, la vitesse s'annule à la fin de la phase de détente, car il n'y a aucune activation de la fissuration. Les profils de vitesse de la figure 5.5b montrent clairement l'activation d'une fissuration amorcée pendant la phase de détente. En effet, pour les tirs GCLT 118, 120, 121, 124 et 125, la présence d'un rebond sur les profils de vitesse est observée, synonyme de la création d'un plan ou plusieurs plans de fissuration.



(a) Profils de vitesse en face arrière (réponse élastique).



(b) Profils de vitesse en face arrière (mise en évidence du phénomène d'écaillage).

FIGURE 5.5 – Profils de vitesse mesurés en face arrière d'échantillons d'alumine AL23 des tirs laser GCLT.

5.2 Simulation DEM d'essai *Rockspall* sur l'alumine AL23

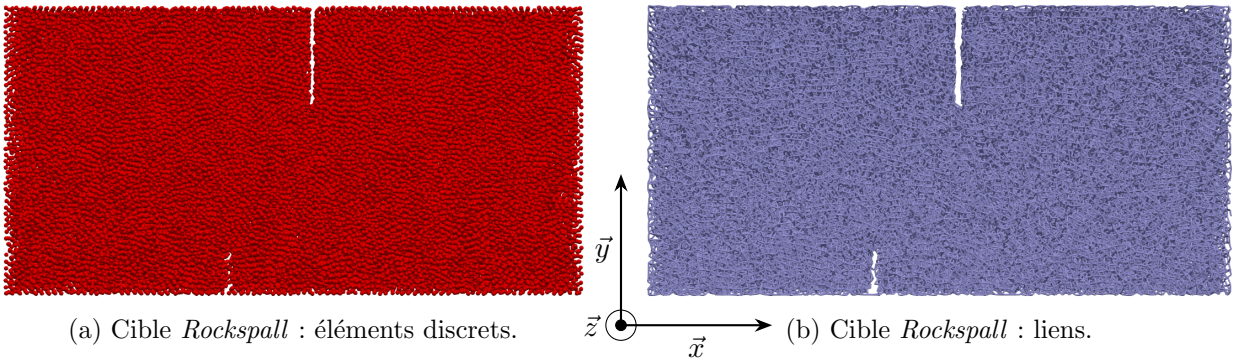
5.2.1 Construction du domaine discret et calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens

Construction des domaines discrets

Pour reproduire les essais *Rockspall* de Duplan, 2016 sur l'alumine AL23, plusieurs domaines discrets sont à construire : celui de la cible d'alumine AL23, celui du projectile et celui de la mini barre d'Hopkinson. Le domaine discret de la cible est construit d'après les données géométriques données dans la partie 5.1.1. Pour représenter les entailles, les éléments discrets ainsi que les liens qui se trouvent dans les zones entaillées sont supprimés (figure 5.6). Deux domaines cylindriques sont construits pour représenter le projectile et la mini barre d'Hopkinson. Le tableau 5.1 suivant donne le nombre d'éléments discrets et le rayon moyen de chacun des domaines discrets des essais *Rockspall*.

Tableau 5.1 – Paramètres des domaines discrets construits pour représenter la cible, le projectile et la mini barre d'Hopkinson utilisés dans les simulations DEM d'essais *Rockspall*.

Type	Cible	Projectile *Rockspall*	Mini barre d'Hopkinson
N_{DE} [∅]	49 785	20 226	19 990
$\tilde{r}$ [mm]	0,33	0,36	0,60



(a) Cible *Rockspall* : éléments discrets. (b) Cible *Rockspall* : liens.

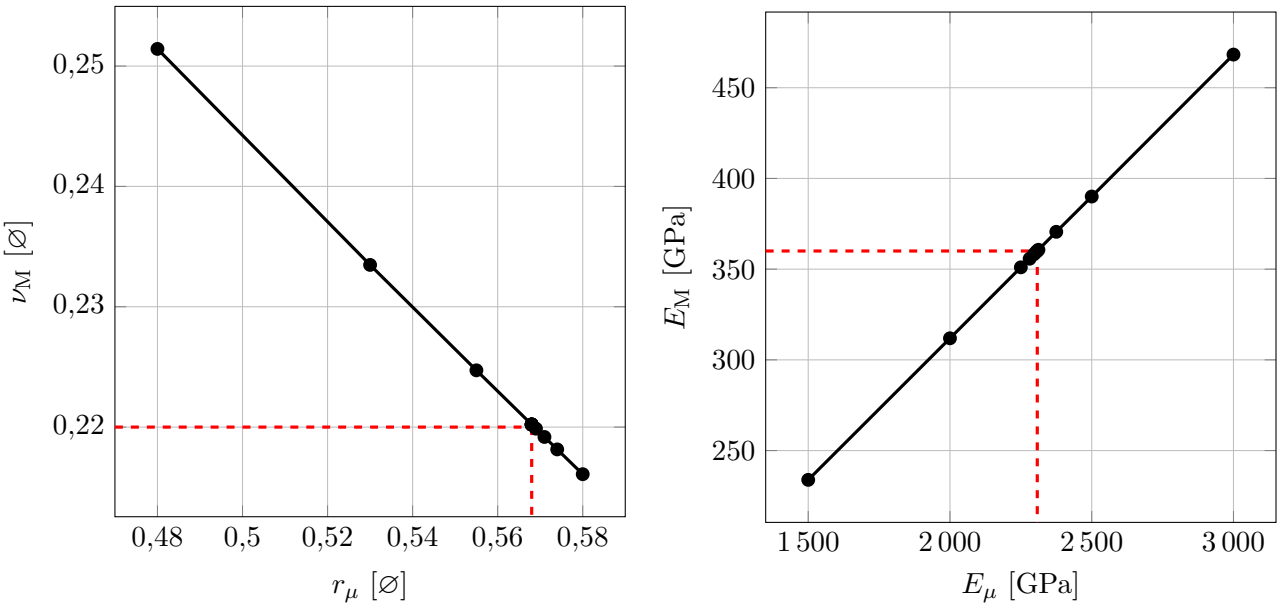
FIGURE 5.6 – Domaine discret représentant la cible des essais *Rockspall*.

Calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens du domaine de la cible d'alumine AL23

Les liens de chaque domaine discret ont été calibrés de la même manière que dans la partie 3.2, c'est-à-dire au moyen de simulations d'essais de traction uniaxiale quasi-statiques. Les simulations DEM de calibration de la cible d'alumine AL23 ont été réalisées sur le domaine discret sans entaille. La calibration de la cible est basée sur les propriétés macroscopiques de l'alumine AL23 données dans le tableau 3.2. La figure 5.7 montre les différents essais de l'algorithme de dichotomie qui permet de calibrer le rayon adimensionnel microscopique r_μ (figure 5.7a) et le module d'Young microscopique E_μ (figure 5.7b). Il s'agit de paramètres essentiels pour décrire la réponse des liens du domaine discret de la cible d'alumine AL23. Le tableau 5.2 récapitule les paramètres élastiques microscopiques de la cible d'alumine AL23.

Tableau 5.2 – Paramètres élastiques microscopiques des liens du domaine discret de la cible des essais *Rockspall* calibrés sur les paramètres élastiques macroscopiques de l'alumine AL23.

ρ_μ [kg.m^{-3}]	E_μ [MPa]	ν_μ [∅]	r_μ [∅]
6 092	2308	0,22	0,568



(a) Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ.

(b) Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ.

FIGURE 5.7 – Calibration des paramètres élastiques microscopiques du domaine discret représentant la cible d'alumine AL23 des essais *Rockspall*.

Calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens des domaines du projectile et de la mini barre d'Hopkinson en acier

Les paramètres élastiques microscopiques des liens des domaines discrets du projectile et de la mini barre d'Hopkinson sont calibrés à partir des propriétés élastiques de l'acier, rappelées dans le tableau 5.3.

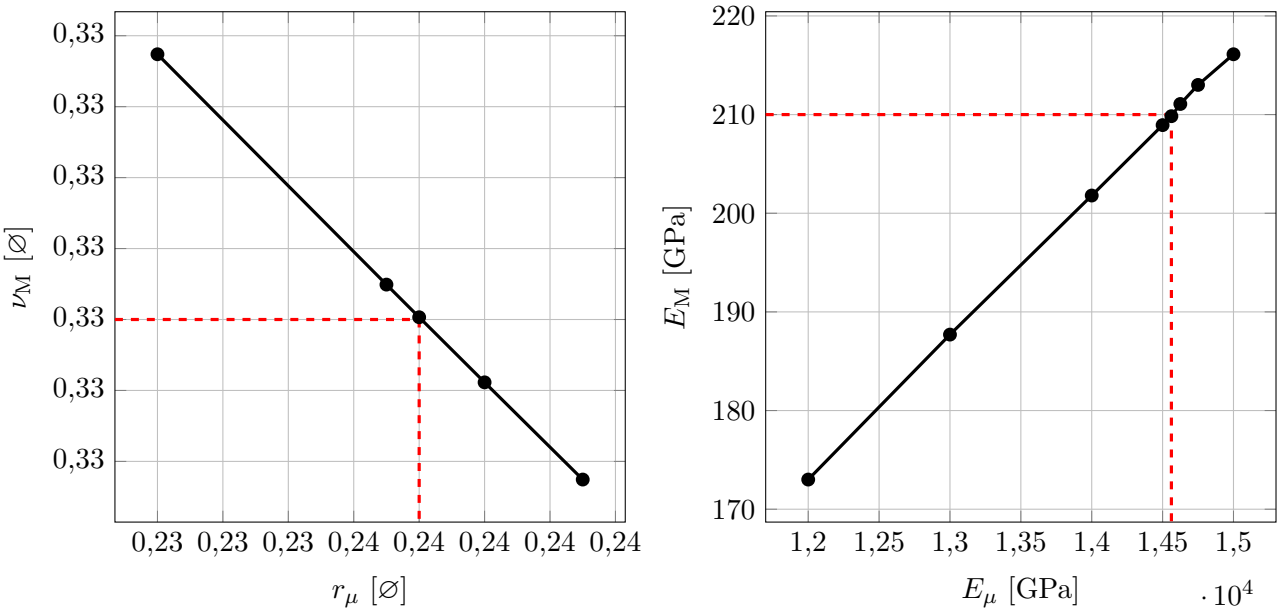
Tableau 5.3 – Propriétés élastiques macroscopiques génériques de l'acier.

ρ_M [kg.m^{-3}]	ν_M [∅]	E_M [GPa]
7 800	0.33	210

La figure 5.8 montre la calibration des paramètres microscopiques des liens du domaine discret de la mini barre d'Hopkinson en acier. Le tableau 5.4 répertorie les paramètres microscopiques des liens des domaines discrets du projectile et de la mini barre d'Hopkinson.

Tableau 5.4 – Paramètres élastiques microscopiques des liens des domaines discrets du projectile et de la mini barre d'Hopkinson.

Type	ρ_μ [kg.m^{-3}]	E_μ [MPa]	ν_μ [∅]	r_μ [∅]
Projectile *Rockspall*	12 065	14 688	0,33	0,235
Mini barre d'Hopkinson	12 169	14 562	0,33	0,238



(a) Évolution du coefficient de Poisson macroscopique ν_M avec le rayon adimensionnel microscopique r_μ.

(b) Évolution du module d'Young macroscopique E_M avec le module d'Young microscopique E_μ.

FIGURE 5.8 – Calibration des paramètres élastiques microscopiques du domaine discret représentant la mini barre d'Hopkinson utilisée dans les essais *Rockspall*.

5.2.2 Simulation DEM d'un essai *Rockspall*

La figure 5.9 montre l'arrangement des domaines discrets pour la réalisation de simulations DEM d'essais *Rockspall*. La cible entaillée, en condition de bords libres, est mise en contact avec la mini barre d'Hopkinson. Il es important de vérifier qu'il n'y aucun échange d'effort entre la barre et la cible entaillée à l'état initial. Les éléments discrets du domaine du projectile sont animés d'une vitesse dans la direction $\vec{x}$ égale à $V_x = -10$ m.s^{-1} (vitesse mesurée expérimentalement [Duplan, 2016]).

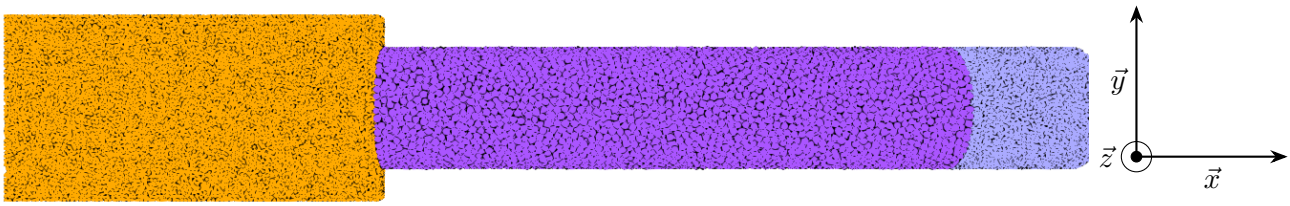


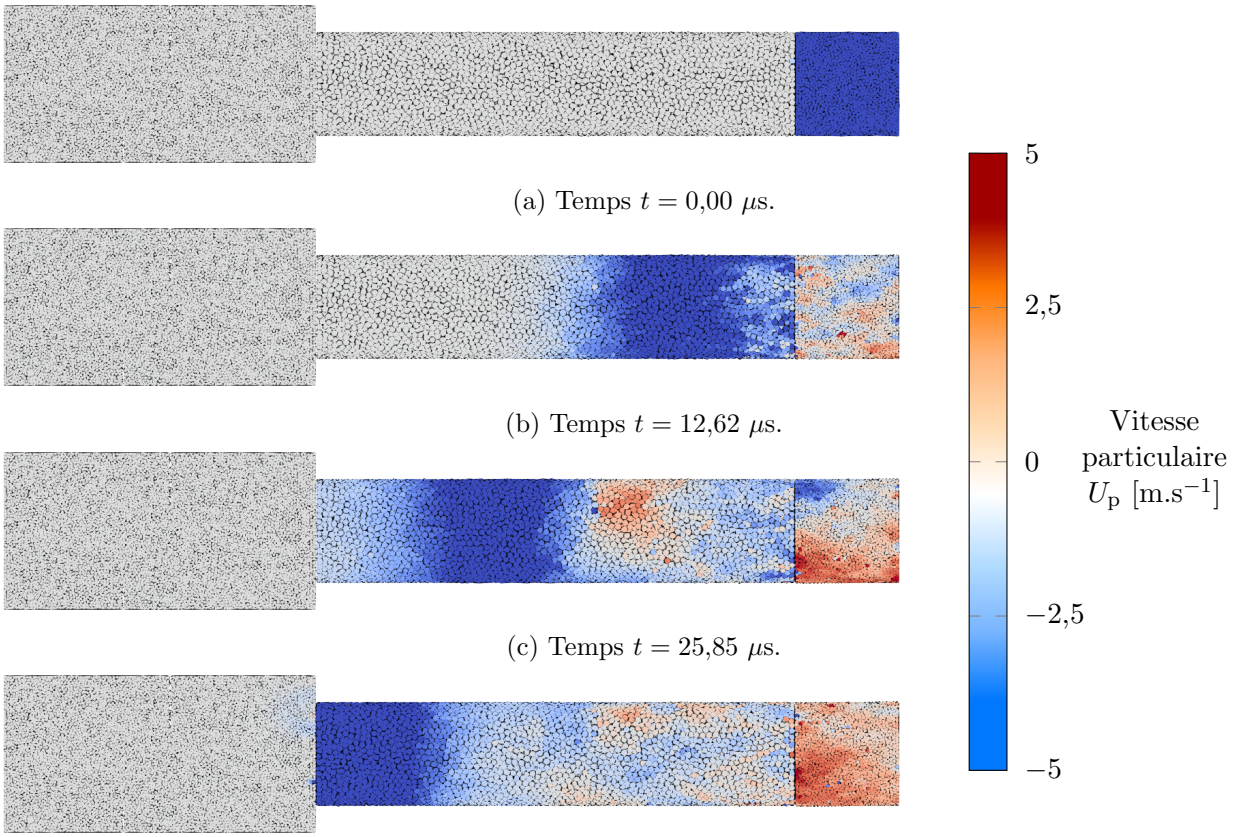
FIGURE 5.9 – Configuration des simulations d'essais *Rockspall*.

La gestion des contacts entre éléments discrets est réalisée à l'aide de l'algorithme *Linked Cell Method* (LCM) [Welling and Germano, 2011]. Comme la fissuration n'intervient que dans la cible et non dans le projectile ou la mini barre d'Hopkinson, le tenseur des contraintes virielles n'est calculé que sur les éléments de la cible. Cela n'empêche pas la propagation d'ondes de contraintes dans le projectile et la mini barre d'Hopkinson. D'après les résultats du chapitre 4, l'endommagement et la fissuration est modélisée à l'aide de la loi d'endommagement DFH et la méthode de fissuration *All*^{2}. Les paramètres utilisés pour l'alumine AL23 sont rappelés dans le tableau 5.5 suivant.

Tableau 5.5 – Paramètres de la loi d'endommagement DFH et la méthode de fissuration All^2 utilisés pour représenter le comportement de l'alumine AL23 dans les simulations d'essais *Rockspall*.

Loi	Paramètres				
DFH-All^2	σ_w [MPa]	m [∅]	S [∅]	k [∅]	D_c [%]
	202,8	7,4	3,74	0,38	50
	$\tilde{V}_{eq}^{All^2}$ [mm^3]	C_L [m.s^{-1}]	V_{eff} [mm^3]	n [∅]	
	$4{,}852 \times 10^{-2}$	9 620	5,39	3	

La figure 5.10 montre la propagation de l'onde de compression générée par l'impact du projectile sur la mini barre d'Hopkinson. Elle est suivie d'une onde de détente.



(a) Temps $t = 0{,}00$ μs.

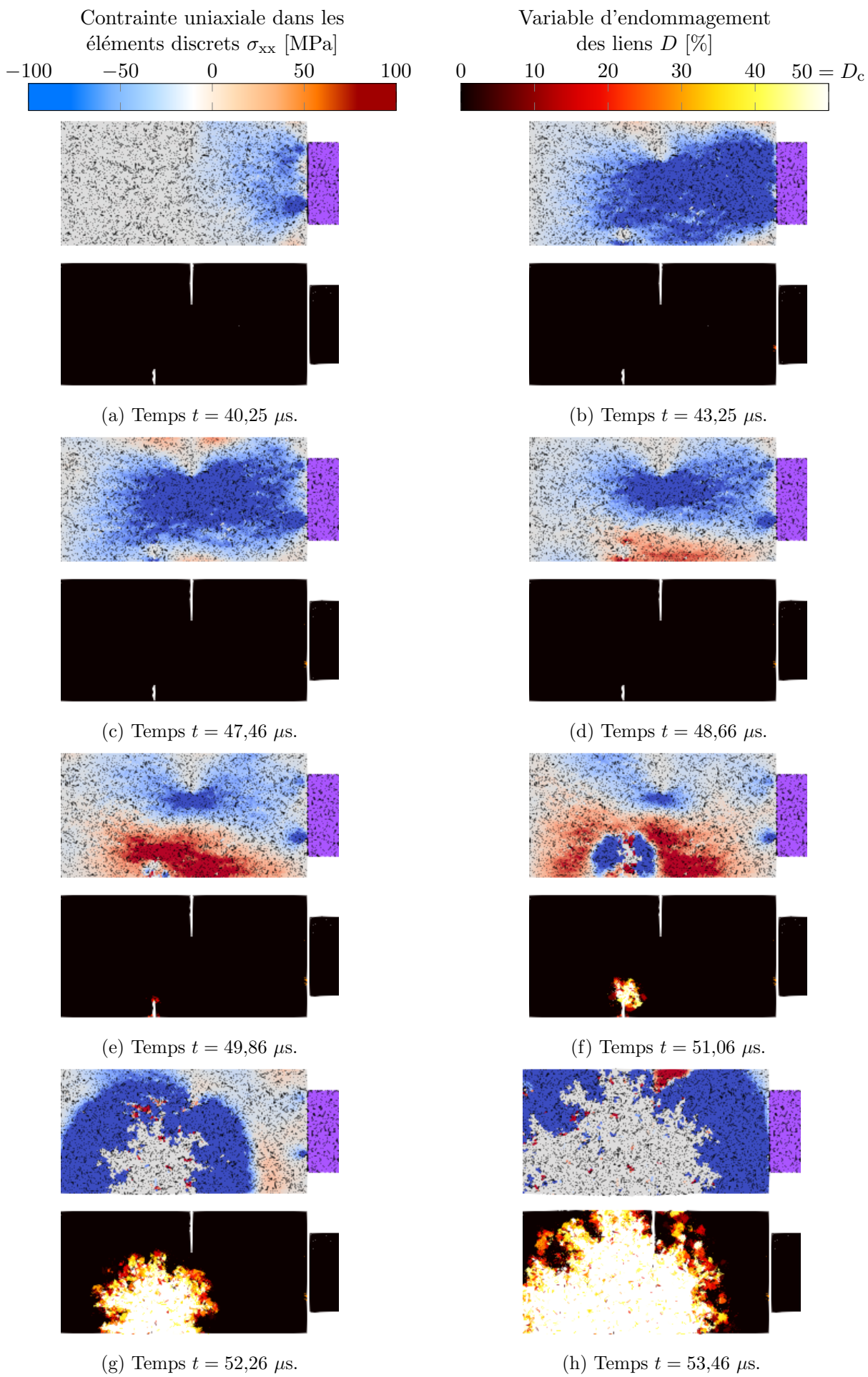
(b) Temps $t = 12{,}62$ μs.

(c) Temps $t = 25{,}85$ μs.

(d) Temps $t = 38{,}46$ μs.

FIGURE 5.10 – Visualisation de la propagation de l'onde de choc dans les éléments discrets lors d'une simulation DEM d'un essai *Rockspall* sur une cible d'alumine AL23.

Lorsque l'onde de compression s'est totalement propagée dans la mini barre d'Hopkinson, elle est transmise à la cible. La figure 5.11 montre une séquence de huit images de la simulation DEM. Pour chaque image de la séquence, une sous-figure montre le champ de la contrainte uniaxiale virielle σ_{xx} des éléments discrets et une autre l'endommagement D des liens. L'onde de compression induite par la mini barre d'Hopkinson sur la cible se propage dans la cible. L'effet de bascule consiste en la création d'une zone de compression à la pointe de la grande entaille et une zone sollicitée en traction à la pointe de la petite. Cependant, alors que l'observation par CIN de [Duplan, 2016] montre la propagation d'une unique fissure depuis la petite entaille jusqu'à la grande, ce n'est pas le cas pour la simulation DEM. Une fissure est bien initiée à partir de la petite entaille, mais il y a bifurcation, ce qui amène à la rupture de tous les liens du domaine au cours de la simulation. Cela rend impossible la détermination d'une vitesse de propagation de fissure dans les simulations DEM.



(a) Temps $t = 40{,}25$ μs.

(b) Temps $t = 43{,}25$ μs.

(c) Temps $t = 47{,}46$ μs.

(d) Temps $t = 48{,}66$ μs.

(e) Temps $t = 49{,}86$ μs.

(f) Temps $t = 51{,}06$ μs.

(g) Temps $t = 52{,}26$ μs.

(h) Temps $t = 53{,}46$ μs.

FIGURE 5.11 – Simulation DEM d'un essai *Rockspall* sur une cible d'alumine AL23 en utilisant la loi DFH-*All*^{2}.

Plusieurs explications sont possibles. Premièrement, l'utilisation de la méthode de fissuration All^2 conduit à une rupture instantanée des liens de plusieurs éléments discrets sans distinction de direction. Aussi, la distribution d'une contrainte à rupture probabiliste crée des défauts et des zones de concentration de contraintes, ce qui peut expliquer la propagation dans toutes les directions des fissures.

5.3 Simulation DEM d'essai d'impact sur tranche sur l'alumine AL23

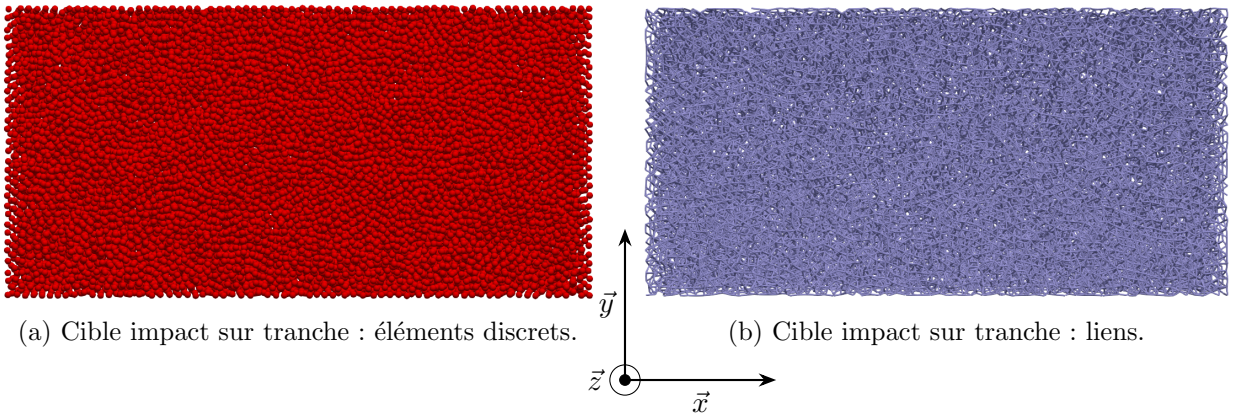
5.3.1 Construction du domaine discret et calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens

Construction des domaines discrets

Un domaine discret représentant la cible et un autre représentant le projectile doivent être construits. Le domaine discret de la cible des essais d'impact sur tranche est identique à celui des essais *Rockspall* sans entailles. Ainsi, le domaine discret de la figure 5.12 est celui de figure 5.6 sans les entailles. Un domaine cylindrique est construit pour modéliser le projectile, en s'appuyant sur les données géométriques fournies dans la partie 5.1.2. Le tableau 5.6 suivant donne le nombre d'éléments discrets et le rayon moyen du domaine du projectile.

Tableau 5.6 – Paramètres du domaine discret construit pour représenter le projectile utilisé dans les simulations d'essais d'impact sur tranche.

Type	Projectile impact sur tranche
N_{DE} [∅]	20 093
$\tilde{r}$ [mm]	0,21



(a) Cible impact sur tranche : éléments discrets.

(b) Cible impact sur tranche : liens.

FIGURE 5.12 – Domaine discret représentant la cible des essais d'impact sur tranche.

Calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens du domaine du projectile en acier

Les paramètres élastiques microscopiques du domaine discret du projectile sont calibrés sur les propriétés élastiques de l'acier (tableau 5.7).

Tableau 5.7 – Paramètres élastiques microscopiques des liens du domaine discret du projectile en acier des simulations DEM des essais d'impact sur tranche.

Type	ρ_μ [kg.m^{-3}]	E_μ [MPa]	ν_μ [∅]	r_μ [∅]
Projectile impact sur tranche	12 102	13 750	0,33	0,242

5.3.2 Simulation DEM d'un essai d'impact sur tranche sur l'alumine AL23

Les domaines discrets de la cible et du projectile sont arrangés de telle sorte que le projectile se situe à proximité de la tranche de la cible au début du calcul, comme le montre la figure 5.13.

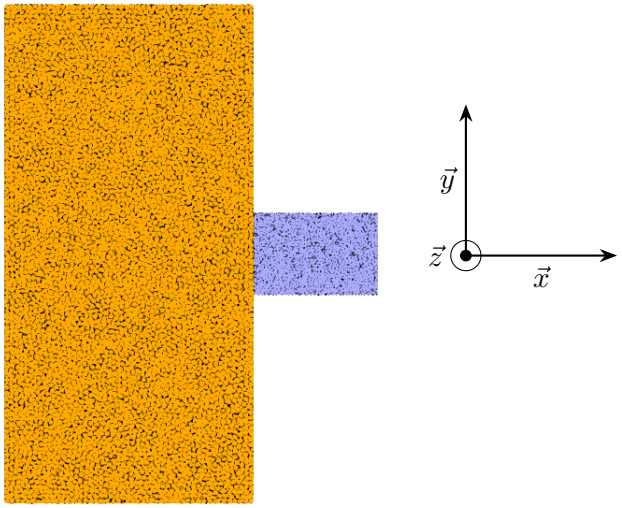
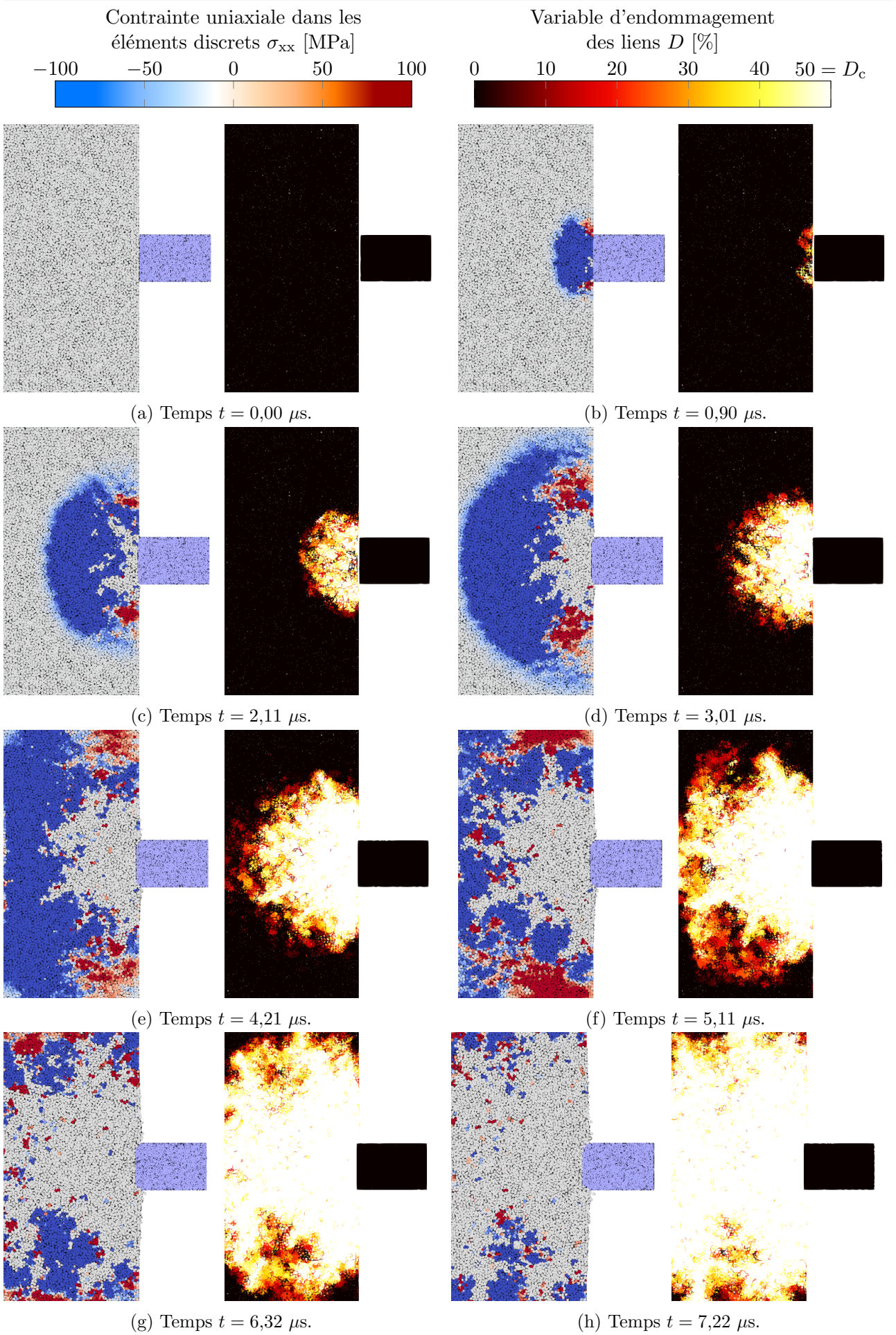


FIGURE 5.13 – Configuration des simulations d'essais d'impact sur tranche.

Le domaine de la cible est en condition de bords libres. Les éléments discrets du domaine du projectile sont animés d'une vitesse dans la direction $\vec{x}$ égale à $V_x = -173$ m.s^{-1} [Duplan, 2016]. La gestion des contacts entre éléments discrets est réalisée avec un algorithme *Linked Cell Method* (LCM) [Welling and Germano, 2011]. Le tenseur des contraintes virielles n'est calculé que sur les éléments de la cible.

La figure 5.14 montre une séquence d'images de la simulation de l'essai d'impact sur tranche. Chaque image représente la contrainte uniaxiale dans la direction $\vec{x}$ σ_{xx} et l'endommagement des liens. Une onde de compression est générée par l'impact du projectile sur la cible. Elle se propage dans la cible et est suivie d'une onde de détente.

La multi-fragmentation de la céramique est beaucoup plus importante que celle observée expérimentalement, et amène à la destruction totale du domaine discret de la cible. Alors que la loi DFH-*All*^{2} avait présenté, une fois calibrée, une excellente reproduction des profils de vitesse en face arrière des tirs GEPI, d'autres phénomènes apparaissent dans la simulation d'un impact sur tranche. Bien que la phénoménologie de l'impact soit bien représentée, la simulation avec l'approche DEM de la multi-fragmentation demande davantage de compréhension des mécanismes en jeu, et d'enrichissements de l'approche discrète.



(a) Temps $t = 0{,}00$ μs. (b) Temps $t = 0{,}90$ μs.

(c) Temps $t = 2{,}11$ μs. (d) Temps $t = 3{,}01$ μs.

(e) Temps $t = 4{,}21$ μs. (f) Temps $t = 5{,}11$ μs.

(g) Temps $t = 6{,}32$ μs. (h) Temps $t = 7{,}22$ μs.

FIGURE 5.14 – Simulation DEM d'un essai d'impact sur tranche sur une cible d'alumine AL23 avec la loi DFH-All^2.

5.4 Simulation DEM d'essai laser

Des simulations DEM des tirs GCLT ont été réalisées sur un domaine discret cylindrique (D = 0,25 mm, L = 1 mm) composés de $N_{\mathrm{DE}} = 56\,582$ éléments discrets. La loi d'endommagement DFH associée à la méthode de fissuration All^2 est utilisée pour représenter le comportement élastique quasi-fragile de l'alumine. Les paramètres sont ceux déterminés dans les précédents chapitres et présentés dans le tableau 4.2. Le volume équivalent moyen est pris égal à $\tilde{V}_{\mathrm{eq}} = 4{,}852 \times 10^{-2}$ mm^3 pour conserver la même distribution de la contrainte à rupture probabiliste que dans les simulations DEM des tirs GEPI.

La figure 5.15 montre le profil de vitesse en face arrière du tir GCLT 120 obtenu avec des simulations DEM en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2 pour deux valeurs d'endommagements critiques ($D_{\mathrm{c}} = 50$ % et $D_{\mathrm{c}} = 20$ %). Ces simulations montrent que la variable d'endommagement critique D_{c} doit être abaissée à $D_{\mathrm{c}} = 20$ % pour activer la rupture de suffisamment de liens et obtenir l'écaillage.

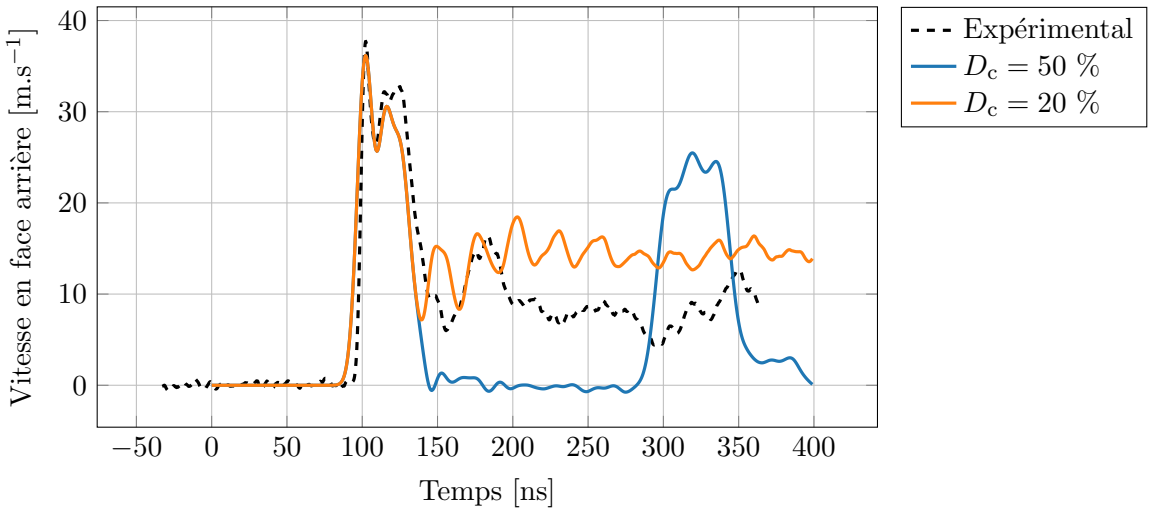
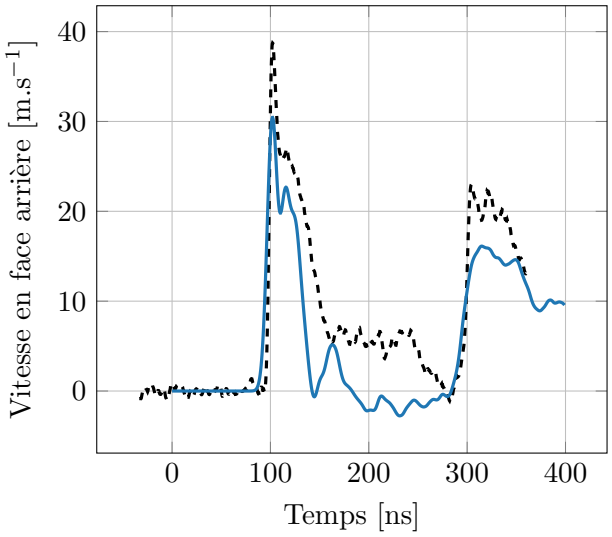


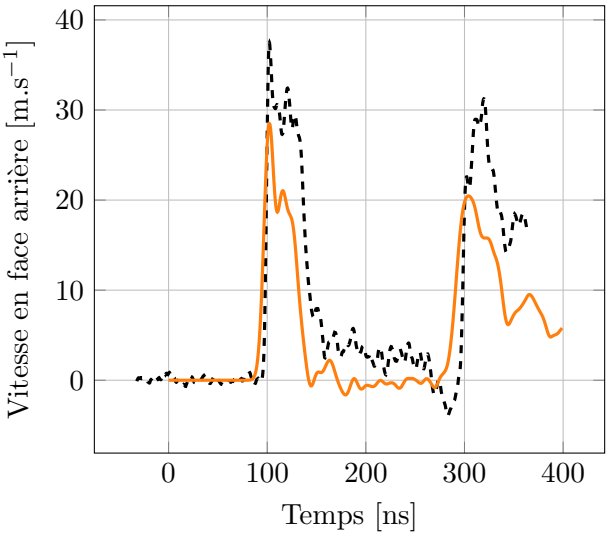
FIGURE 5.15 – Simulations DEM du tir GCLT 120 avec la loi d'endommagement DFH-All^2 avec un endommagement critique égal à $D_{\mathrm{c}} = 50$ % et $D_{\mathrm{c}} = 20$ %.

La figure 5.16 montre la comparaison des profils de vitesse mesurés en face arrière lors des tirs GCLT 116, 117, 122, 123 et 126 avec les résultats numériques. La montée des profils de vitesse n'est pas parfaitement bien reproduite. De légers écarts sur le pied de courbe et sur l'estimation de la vitesse maximale sont observés. L'incertitude de 15 % sur la pression d'ablation est insuffisante pour expliquer ces écarts. Une explication probable est la trop forte intensité et trop grande rapidité du chargement, qui sont particulièrement difficiles à reproduire avec la DEM.

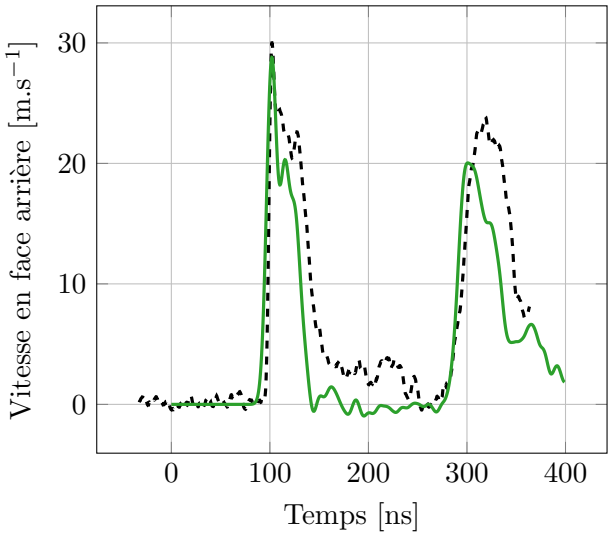
La figure 5.17 présente les résultats des simulations DEM des tirs GCLT 118, 120, 121, 124 et 125. Comme pour les tirs de plus faible intensité, la phase de montée sur le profil de vitesse n'est pas parfaitement restituée dans les simulations DEM. Par contre, l'activation d'une fissuration de type écaillage avec la DEM est constatée, à condition de fixer le seuil d'endommagement critique D_{c} à 20 %. Le diagramme de Lagrange de la contrainte uniaxiale moyenne du tir GCLT 120 de la figure 5.18 montre les allers-retours d'onde de contrainte dans l'écaille, tout comme le plan de fissuration. Il faudrait vérifier expérimentalement sa position à l'aide d'observations micrographiques. En effet, lorsque la valeur déterminée sur les tirs GEPI est utilisée, aucun endommagement n'est activé dans la cible d'alumine. L'évolution de la contrainte à rupture en fonction de la vitesse de déformation définie par le modèle à l'aide des tirs GEPI n'est pas validée par les tirs laser.



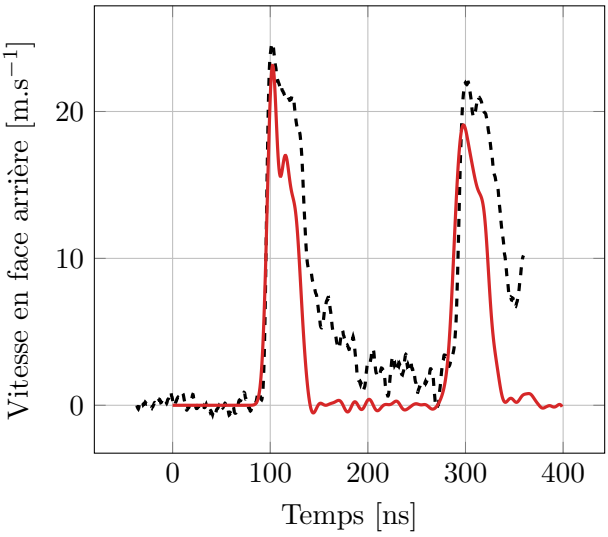
(a) Essai GCLT 116.



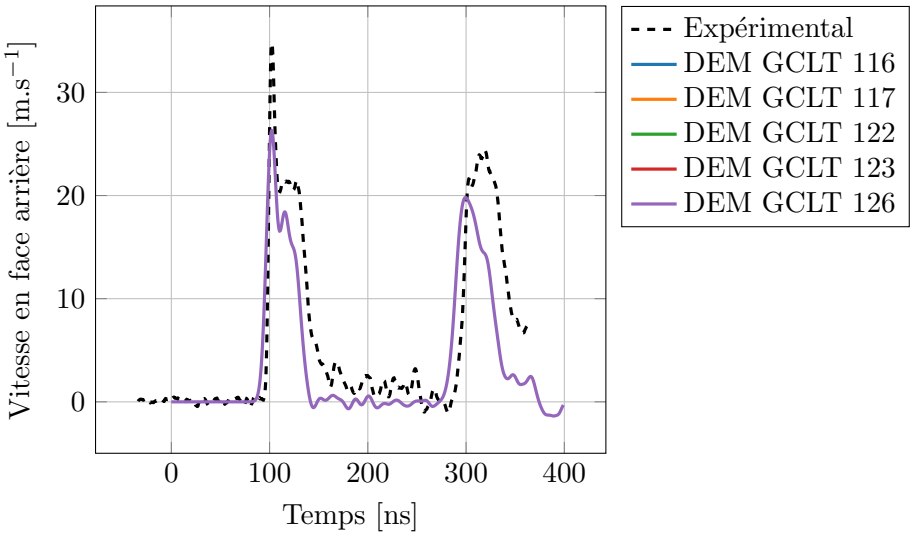
(b) Essai GCLT 117.



(c) Essai GCLT 122.

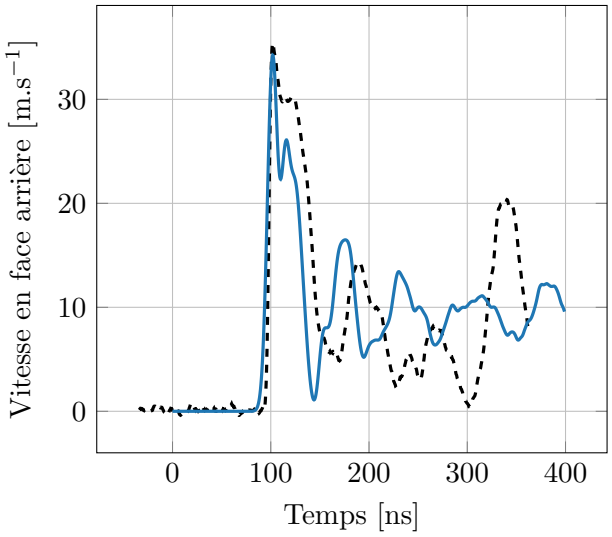


(d) Essai GCLT 123.

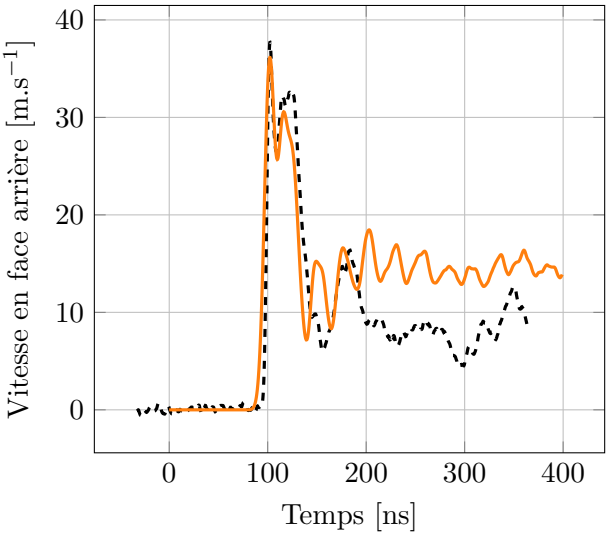


(e) Essai GCLT 126.

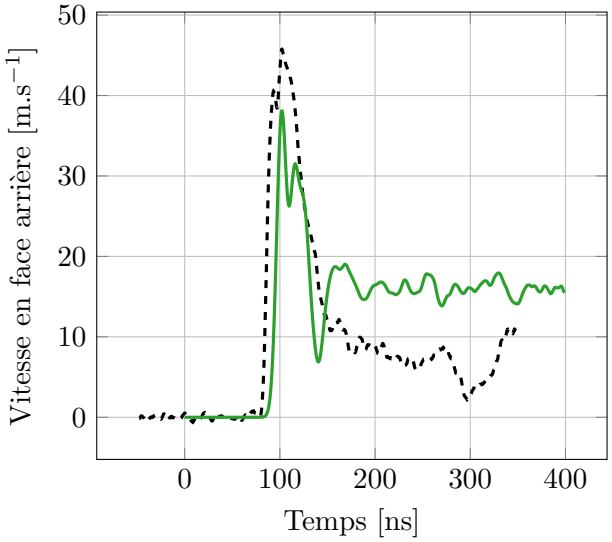
FIGURE 5.16 – Profil de vitesse de surface libre des tirs GCLT 116, 117, 122, 123 et 126 mesurés et simulés avec la DEM en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2 et un endommagement critique égal à $D_c = 20$ %.



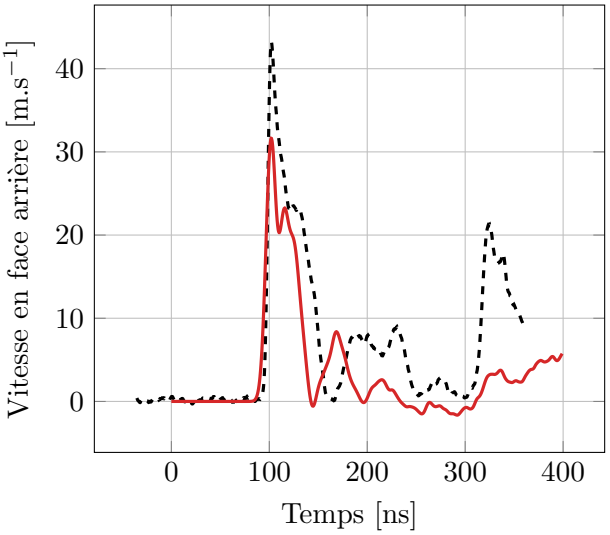
(a) Essai GCLT 118.



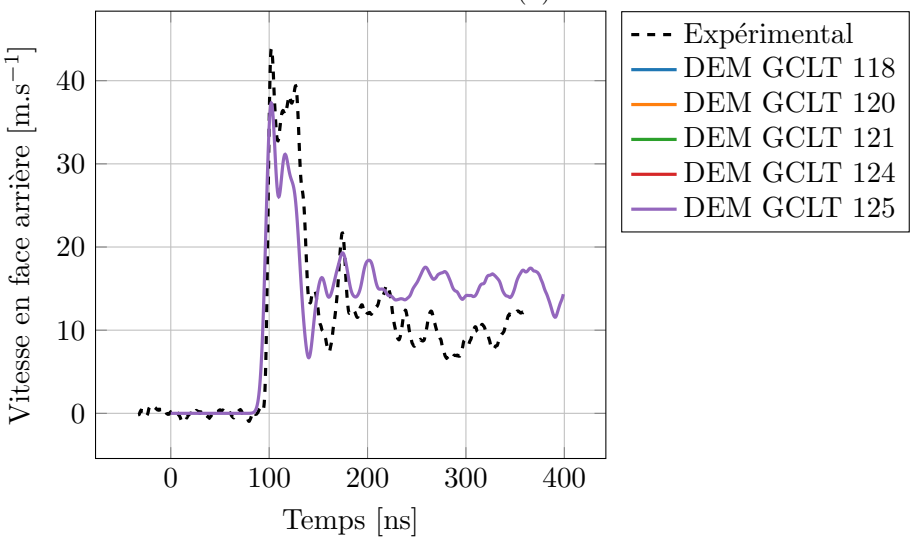
(b) Essai GCLT 120.



(c) Essai GCLT 121.



(d) Essai GCLT 124.



(e) Essai GCLT 125.

FIGURE 5.17 – Profil de vitesse de surface libre des tirs GCLT 118, 120, 121, 124 et 125 mesurés et simulés avec la DEM en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2 et un endommagement critique égal à $D_c = 20$ %.

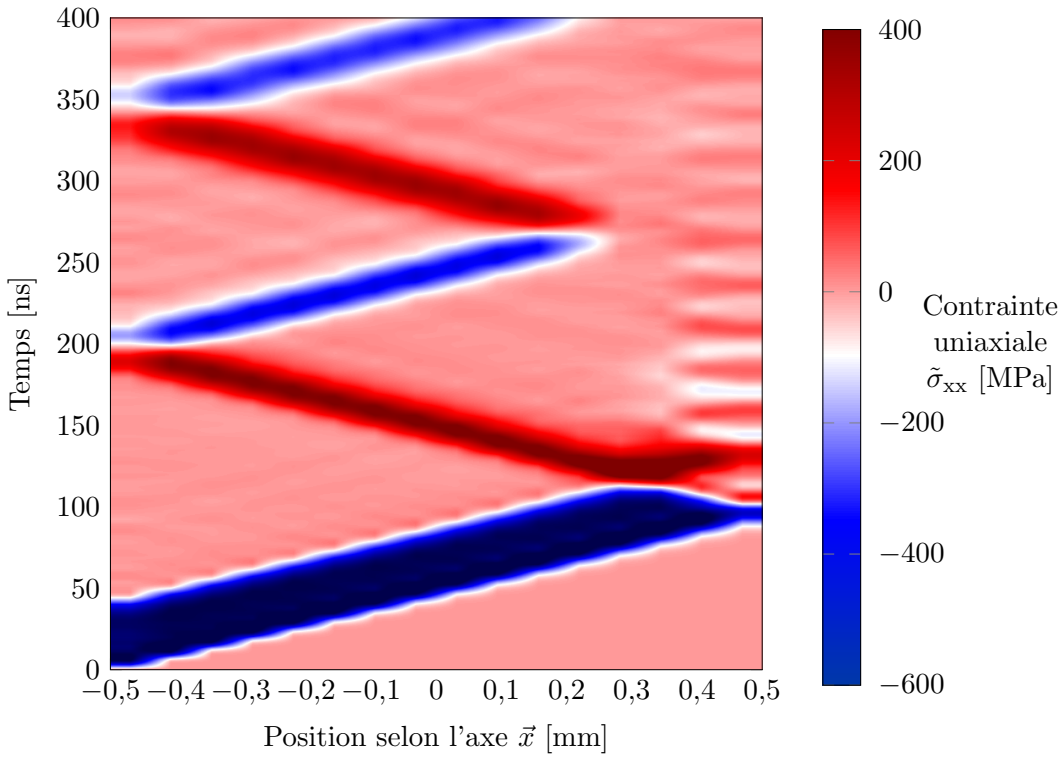


FIGURE 5.18 – Diagramme de Lagrange de la contrainte uniaxiale moyenne $\tilde{\sigma}_{xx}$ calculée dans le domaine discret lors des simulations DEM du tir GCLT 120 en utilisant la loi d'endommagement DFH-All^2.

5.5 Conclusion du chapitre

Les résultats du chapitre précédent ont mis en avant la capacité de l'approche DEM à représenter le comportement dynamique à rupture de l'alumine AL23 au travers de simulations de tirs GEPI. Il a semblé intéressant de repousser les limites de l'approche discrète en simulant d'autres types de sollicitations dynamiques impliquant différents mécanismes d'endommagement et de fragmentation. Ainsi, des essais *Rockspall*, d'impact sur tranche et de choc laser ont été simulés avec la DEM. Les résultats numériques ont été confrontés aux résultats expérimentaux.

Les simulations DEM des essais *Rockspall* et d'impact sur tranche ont montré que l'utilisation d'un modèle d'endommagement dans l'approche discrète ne permet pas de reproduire toute la phénoménologie d'un impact. Les simulations n'ont pas permis de restituer correctement les observations expérimentales. La fragmentation générée suite à l'endommagement des liens et au couplage avec la méthode de fissuration All^2 semble trop importante. Les résultats expérimentaux montrent plutôt que la fissuration s'opère dans des directions privilégiées (comme les fissures radiales dans les essais d'impacts sur tranche). Il faut probablement revoir la façon de dégrader les propriétés des liens et éviter une suppression trop large de liens, comme c'est le cas avec la méthode All^2.

Les expériences de choc laser avaient pour but de tester l'approche discrète DEM dans un domaine de sollicitation complémentaire par rapport aux expériences GEPI. Les profils de pression des tirs laser, bien plus intenses et brefs que ceux des tirs GEPI, impliquent une montée rapide en compression, donc des vitesses de déformation très élevées. Cette phase de chargement n'est pas parfaitement restituée avec les simulations DEM. Toutefois, la loi d'endommagement DFH-All^2 permet de représenter le phénomène d'écaillage, à condition de changer la valeur de l'endommagement critique. Il faudrait améliorer la restitution des profils de vitesse pendant la phase de compression avant d'affiner le traitement de la phase d'écaillage. En tout cas, grâce à ce travail, des données expérimentales complémentaires par rapport aux expériences GEPI sont disponibles.

6 Campagne expérimentale sur la zircone yttriée projetée plasma

Sommaire

6.1 Campagne expérimentale d'essais *Rockspall* sur la zircone yttriée projetée plasma . . . 161
6.1.1 Configuration expérimentale . . . 161
6.1.2 Résultats expérimentaux . . . 165
6.1.3 Conclusion intermédiaire . . . 171
6.2 Campagne expérimentale d'essais d'impact sur tranche sur la zircone yttriée projetée plasma . . . 172
6.2.1 Configuration expérimentale . . . 172
6.2.2 Résultats expérimentaux . . . 174
6.2.3 Conclusion intermédiaire . . . 179
6.3 Conclusion du chapitre . . . 180

La zircone YSZ projetée plasma est une céramique à la microstructure plus complexe que celle de l'alumine AL23 dense. Elle présente une importantes quantité de défauts, tels que des pores, des micro-fissures et des *splats* (particules de poudre céramique non fondues). Elle est notamment utilisée comme revêtement dans la chambre d'expérience du LMJ pour protéger les instruments des débris et fragments de la cible. À ces fins, il est nécessaire d'étudier et de caractériser ce matériau pour obtenir des données expérimentales, avant de les exploiter au travers de simulations numériques DEM. De plus, les différents résultats numériques permettront de tester l'approche discrète et d'identifier les éventuels enrichissements à lui apporter.

6.1 Campagne expérimentale d'essais *Rockspall* sur la zircone yttriée projetée plasma

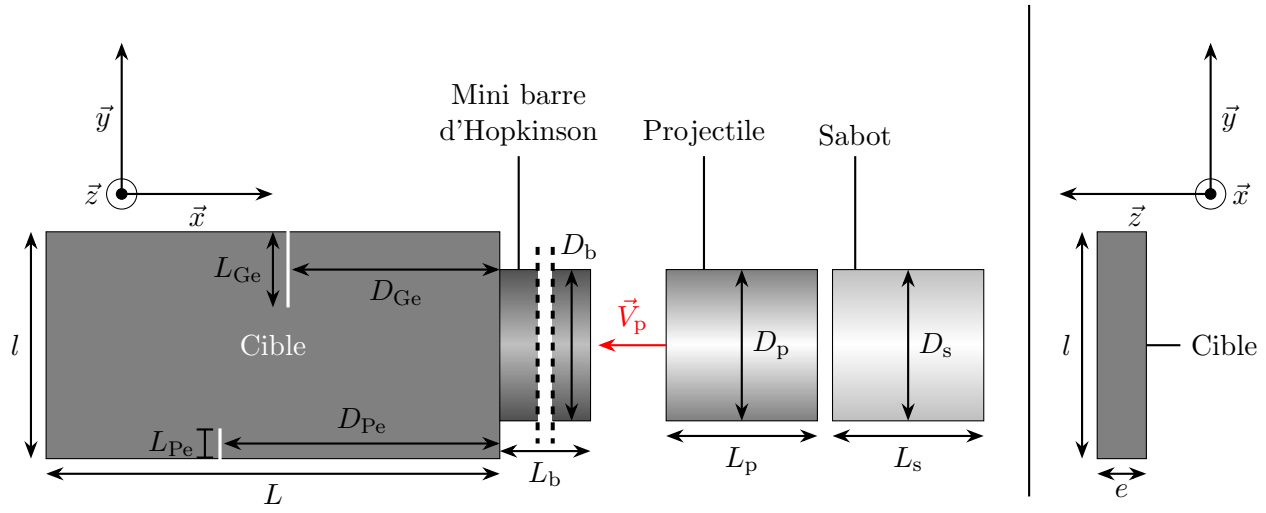
L'objectif des essais *Rockspall* est de mesurer la vitesse de propagation d'une fissure lors d'une sollicitation dynamique. Il s'agit d'un paramètre essentiel qui se retrouve dans la loi d'évolution de l'endommagement du modèle DFH. Le principe de l'essai *Rockspall* consiste à solliciter dynamiquement une éprouvette présentant deux entailles. Un projectile est lancé à faible vitesse sur une mini-barre d'Hopkinson en contact avec l'éprouvette. La grande entaille se situe proche de la face avant de l'échantillon, alors que la petite entaille est proche de sa face arrière. L'onde de compression induite par l'impact du projectile traverse la barre d'Hopkinson et se propage dans l'échantillon. L'onde de compression se réfléchit en onde de détente sur la face arrière et sur la grande entaille, créant un effet de bascule (*rocking*). Une discontinuité du champ de contrainte au niveau de la petite entaille initie l'amorçage d'une fissure qui se propage depuis la petite jusqu'à la grande entaille.

6.1.1 Configuration expérimentale

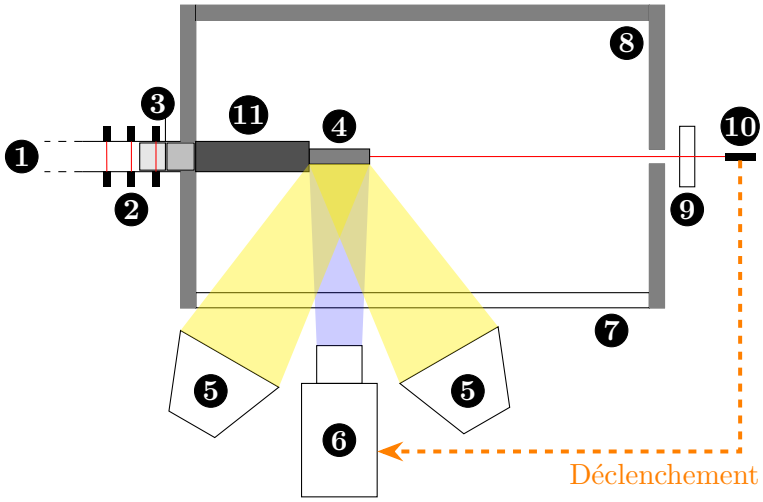
La configuration expérimentale des essais *Rockspall* est représentée sur la figure 6.1. La figure 6.1b montre une vue d'ensemble du montage expérimental, composé des éléments suivants :

1. un tube de diamètre 20 mm monté sur un lanceur à gaz qui permet d'envoyer le projectile à grande vitesse,
2. trois sondes optiques reliées à un oscilloscope pour mesurer la vitesse du projectile à la sortie du tube,
3. un projectile précédé d'un sabot, pour ralentir le projectile et le stabiliser,
4. la cible en céramique, dont la tranche est alignée dans l'axe du tube du lanceur à gaz,
5. deux éclairages LED Nanlite Forza 500 d'une puissance de 500 W,
6. une caméra Shimatzu Hyper Vision HPV-X2 (de 2×10^6 à 5×10^6 d'ips) de résolution de 400×250 pixels.
7. une plaque de PMMA transparent pour protéger l'instrumentation des éclats générés lors de l'impact,
8. une enceinte de confinement pour éviter la projection de débris et l'endommagement de l'instrumentation du montage,
9. une plaquette de PMMA protégeant l'instrumentation laser,
10. un interféromètre laser Polytech visant la tranche arrière de la cible, qui déclenche l'enregistrement de la caméra,
11. une mini barre d'Hopkinson placée directement à la sortie du tube du lanceur à gaz, qui va transmettre le chargement dans l'éprouvette.

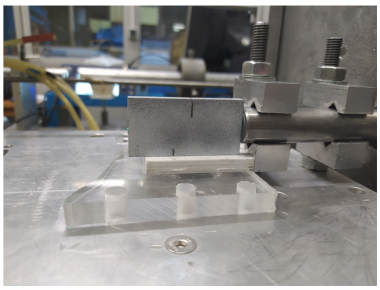
L'éprouvette entaillée est collée (colle époxy et ruban adhésif en cuivre) sur l'autre extrémité de la mini barre d'Hopkinson.



(a) Schéma de l'essai *Rockspall*.



(b) Vue du dessus du montage expérimental des *Rockspall* (inspiration de Dargaud, 2021).



(c) Photographie du montage expérimental.

FIGURE 6.1 – Configuration expérimentale des essais *Rockspall*.

Les données géométriques et massiques des éléments du dispositif expérimental (cible, projectile, sabot et mini barre d'Hopkinson) sont résumées dans les tableaux 6.1, 6.2, 6.3 et 6.4. Les projectiles cylindriques sont en acier, avec un bombé haut de 0,125 mm (rayon de courbure de 400 mm) sur leur face avant. Afin d'obtenir une vitesse d'impact faible, ils sont placés à proximité de l'embouchure du tube du lanceur à gaz. Ils sont accompagnés d'un cylindre tampon en PMMA de mêmes dimensions placé initialement dans le tube à mi-distance entre le réservoir du lanceur à gaz et le projectile en acier, ce qui permet de limiter la vitesse du projectile en acier dans le tube.

Tableau 6.1 – Données géométriques et massiques des échantillons des essais *Rockspall*.

Matériau	Zircone yttriée YSZ projetée plasma
Longueur L [mm]	$60{,}06 \pm 0{,}06$
Largeur l [mm]	$30{,}05 \pm 0{,}09$
Épaisseur e [mm]	$6{,}483 \pm 0{,}037$
Longueur grande entaille L_{Ge} [mm]	10
Épaisseur grande entaille e_{Ge} [mm]	$0{,}63 \pm 0{,}02$
Distance grande entaille/face avant D_{Ge} [mm]	$27{,}64 \pm 0{,}02$
Longueur petite entaille L_{Pe} [mm]	4
Épaisseur petite entaille e_{Pe} [mm]	$0{,}64 \pm 0{,}02$
Distance petite entaille/face avant D_{Pe} [mm]	$36{,}69 \pm 0{,}02$
Masse m [g]	$63{,}84 \pm 0{,}02$

Tableau 6.2 – Données géométriques et massiques du projectile du montage expérimental des essais *Rockspall*.

Matériau	Acier
Diamètre projectile D_{p} [mm]	$20.09 \pm 0{,}01$
Longueur projectile L_{p} [mm]	$20{,}02 \pm 0{,}01$
Masse projectile m_{p} [g]	$48{,}9 \pm 0{,}01$

Tableau 6.3 – Données géométriques et massiques du sabot du montage expérimental des essais *Rockspall*.

Matériau	PMMA
Diamètre sabot D_{s} [mm]	$19{,}96 \pm 0{,}01$
Longueur sabot L_{s} [mm]	$20{,}30 \pm 0{,}06$
Masse sabot m_{s} [g]	$13{,}5 \pm 0{,}01$

Tableau 6.4 – Données géométriques et massiques de la mini barre d'Hopkinson du montage expérimental des essais *Rockspall*.

Matériau	Acier
Diamètre mini barre d'Hopkinson D_{b} [mm]	20
Longueur mini barre d'Hopkinson L_{b} [mm]	92
Masse mini barre d'Hopkinson m_{b} [g]	225

Pour étudier la propagation de la fissure lors des essais *Rockspall*, un mouchti a été réalisé sur chaque échantillons. Un aérographe Iwata *High Performance HP-C Plus Gravity Feed Dual Action Airbrush* a été utilisé, de manière à ce que chaque tâche du mouchti soit d'une taille supérieure à quatre pixels de la caméra. La figure 6.2 montre l'aérographe utilisé et le mouchti réalisé sur la cible de l'essai RO5.

(a) Aérographe. (b) Mouchti sur l'échantillon de l'essai RO5.

FIGURE 6.2 – Moyen utilisé pour la réalisation d'un mouchti sur les échantillons des essais *Rockspall*.

6.1.2 Résultats expérimentaux

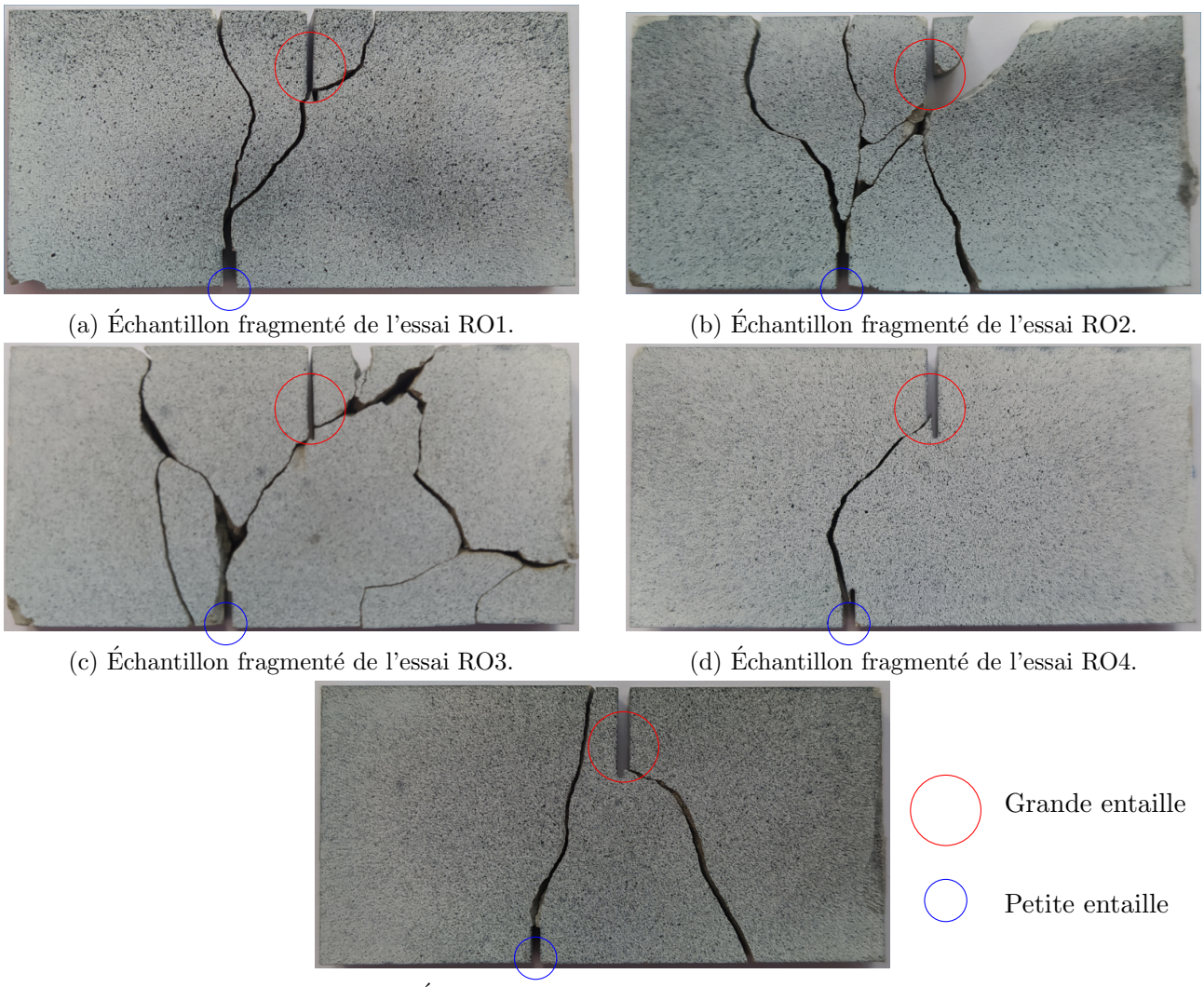
Les sondes de vitesses placées à la sortie du tube du lanceur à gaz ont permis d'obtenir les vitesses d'impact du projectile pour chaque essai *Rockspall*. Elles sont rassemblées dans le tableau 6.5.

Tableau 6.5 – Vitesses d'impact du projectile des essais *Rockspall*.

Essai	Nom	Vitesse projectile $\|\vec{V}_p\|$ [m.s^{-1}]
n°1	RO1	22,03
n°2	RO2	26,18
n°3	RO3	24,15
n°4	RO4	12,79
n°5	RO5	12,32

Les éprouvettes se fragmentent lors de chaque essai. Les éprouvettes ont été reconstituées à partir des fragments pour identifier les chemins de fissuration. Les échantillons fragmentés reconstitués à l'issue des essais *Rockspall* sont présentés sur la figure 6.3. Les chemins de fissuration montrent une multi-fragmentation des échantillons lors des essais RO1, RO2 et RO3 (figures 6.3a, 6.3b et 6.3c). La fissure s'initie à la pointe de la petite entaille mais bifurque, conduisant à la multi-fragmentation de l'éprouvette. Certaines fissures rejoignent la grande entaille mais les bifurcations sont nombreuses. La quantité de fragments prouve que la vitesses d'impact du projectile lors des essais RO1, RO2 et RO3 était trop élevée. Or, l'objectif des essais *Rockspall* est d'initier une fragmentation unique depuis la pointe de la petite entaille se propageant jusqu'au bord opposé.

C'est pourquoi la vitesse d'impact a été réduite sur les deux derniers essais RO4 et RO5. Les résultats des essais RO4 et RO5 (figures 6.3d et 6.3e) font état d'une fragmentation simple, permettant une caractérisation plus aisée de la vitesse de propagation de la fissure. Une fissure unique traverse l'échantillon depuis la petite entaille jusqu'à la grande entaille. Pour l'essai RO4, la fissure ne s'initie pas exactement à la pointe de la petite entaille mais légèrement en amont. L'échantillon récupéré lors de l'essai RO5 présente deux fissures. Les images prises par la caméra (figure 6.4) montrent que la première fissure est initiée à la pointe de l'entaille. La seconde fissure a été amorcée et s'est largement propagée après l'apparition de la première fissure.



(a) Échantillon fragmenté de l'essai RO1.

(b) Échantillon fragmenté de l'essai RO2.

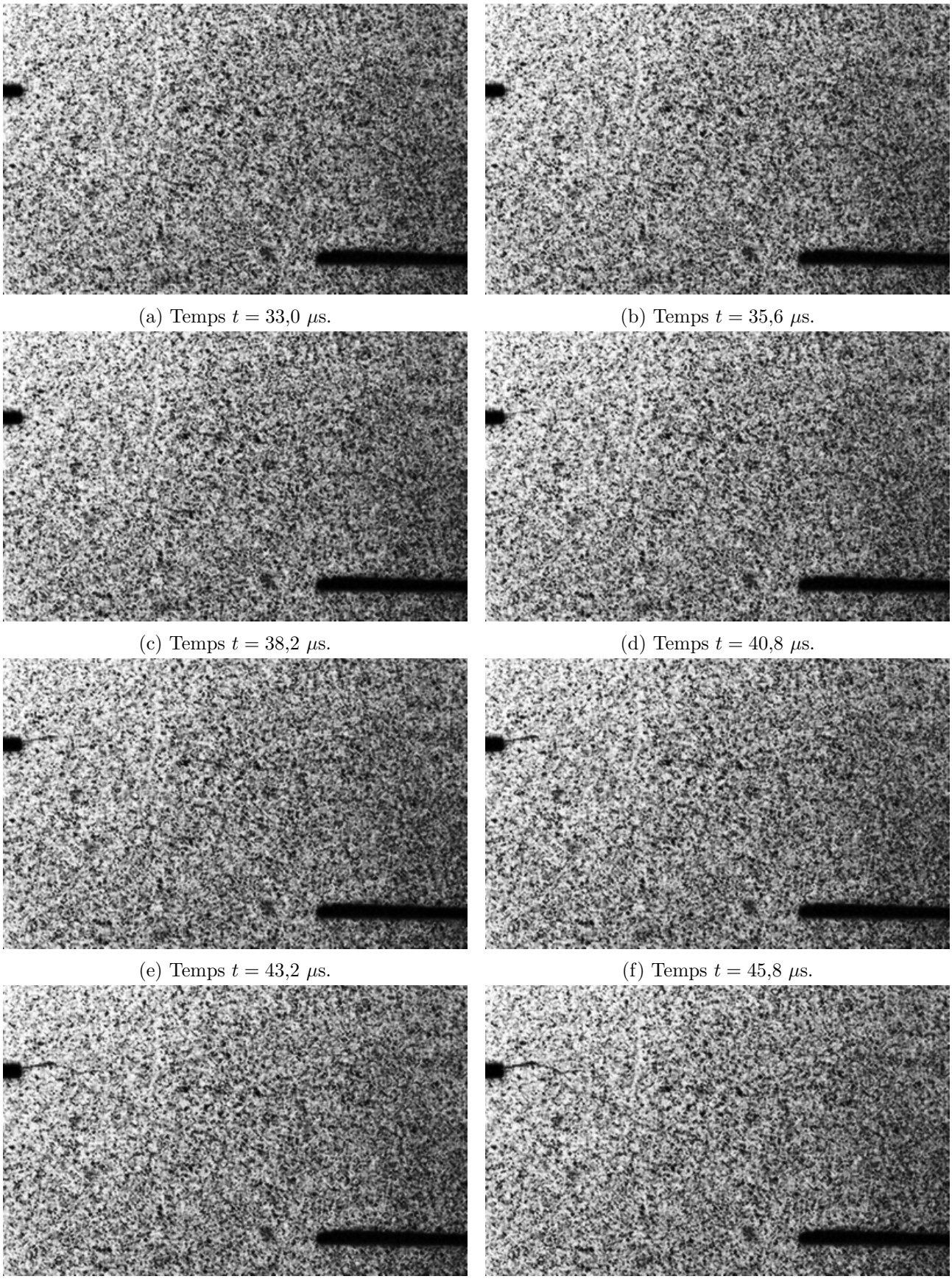
(c) Échantillon fragmenté de l'essai RO3.

(d) Échantillon fragmenté de l'essai RO4.

(e) Échantillon fragmenté de l'essai RO5.

FIGURE 6.3 – Échantillons fragmentés des essais *Rockspall*.

La preuve de cette affirmation est donnée par les images capturées avec la caméra au cours de l'essai RO5 (5×10^6 ips). La figure 6.4 montre une séquence d'images de l'essai RO5. Les images ont été traitées avec le logiciel *ImageJ* [Rasband, 2023]. Il apparaît bien qu'au cours de l'essai, une fissure unique résultante d'une fragmentation simple s'amorce depuis le pointe de la petite entaille. Elle se propage ensuite dans l'échantillon. La totalité de l'essai n'a pu être capturée avec la caméra. Le phénomène de fragmentation étant extrêmement rapide, l'instrumentation est complexe à mettre en œuvre.



(a) Temps $t = 33{,}0$ μs.

(b) Temps $t = 35{,}6$ μs.

(c) Temps $t = 38{,}2$ μs.

(d) Temps $t = 40{,}8$ μs.

(e) Temps $t = 43{,}2$ μs.

(f) Temps $t = 45{,}8$ μs.

(g) Temps $t = 48{,}4$ μs.

(h) Temps $t = 51{,}0$ μs.

FIGURE 6.4 – Séquence d'images de l'essai *Rockspall* RO5 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma.

L'essai *Rockspall* permet d'amorcer une fissure sous sollicitation dynamique à condition de bien

choisir la vitesse d'impact du projectile. La vitesse d'une fissure s'exprime en fonction de la vitesse des ondes de surface C_R, appelée ondes de Rayleigh. Elle représente la vitesse théorique maximale que peut atteindre une fissure en mode I [Rayleigh, 2011]. Pour un matériau isotrope, elle est définie par [Jaeger et al., 2007] :

$$C_R = \left(0{,}874032 + 0{,}200396\nu - 0{,}0756704\nu^2\right) C_T, \tag{6.1}$$

avec ν le coefficient de Poisson du matériau et C_T la vitesse des ondes transversales tel que :

$$C_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \tag{6.2}$$

où G représente le module de cisaillement du matériau et ρ sa masse volumique. Le module de cisaillement s'exprime également en fonction du coefficient de Poisson et du module d'Young :

$$G = \frac{E}{2\,(1+\nu)}, \tag{6.3}$$

où E est le module d'Young du matériau.

Cependant, cette vitesse de propagation en régime dynamique est rarement atteinte. De nombreux auteurs ont montré que la vitesse d'une fissure tend vers une valeur de l'ordre de $v_{fiss} = 0{,}6C_R$, notamment à cause des effets inertiels qui modifient le champ de contraintes en pointe de fissure [Fineberg and Marder, 1999, Ravi-Chandar and Knauss, 1984, Rose, 1976, Strassburger and Senf, 1995].

Les propriétés de la zircone yttriée YSZ projetée plasma sont répertoriés dans le tableau 6.6 suivant.

Propriété matériau	Valeur
Module d'Young E [GPa] (tableau 6.10)	30 ± 1
Coefficient de Poisson ν [∅] [Leclercq, 2014]	0,06
Masse volumique ρ [kg.m^{-3}] (tableaux G.2 et 6.10)	$5\ 448 \pm 76$

Tableau 6.6 – Caractéristiques de la zircone yttriée YSZ projetée plasma.

D'après les équations 6.1, 6.2 et 6.3, la vitesse des ondes de Rayleigh théorique dans la zircone yttriée YSZ projetée plasma est égale à :

$$C_R = 1\ 431 \pm 11\ \text{m.s}^{-1}. \tag{6.4}$$

La vitesse de propagation d'une fissure est obtenue en appliquant un outil de Corrélation d'Images Numériques (CIN) sur les images capturées par la caméra ultra-rapide. Les images ont été traitées avec le logiciel *UFreckles* [Réthoré, 2018] développé par J. Réthoré dans ses travaux [Réthoré, 2005]. La CIN donne accès au résidu de corrélation, qui correspond à la différence entre une image de référence et une image déformée. Il est déterminé par les variations de luminosité et de contraste entre les deux images et le bruit de mesure de l'appareil. La carte de résidu est communément utilisée pour visualiser et mesurer les changements entre deux images [Lachambre, 2014, Grabois et al., 2018, Feld-Payet et al., 2020, Réthoré et al., 2008, Réthoré, 2015].

La carte de résidu déterminée par le logiciel de CIN sur les images de l'essai RO5 est comparée avec les images issues de la caméra ultra-rapide sur la figure 6.4. Celle-ci montre une bonne corrélation entre les images de la caméra et leur traitement numérique. Le chemin de fissuration est nettement visible sur les figures 6.6a, 6.6b, 6.6c et 6.6d.

Bien que la résolution des images traitées par CIN soient relativement faible, elles permettent pourtant de suivre l'avancée de la pointe de la fissure de l'essai *Rockspall* RO5. Avec le logiciel *ImageJ*, le chemin de fissuration visible sur les images de Corrélation d'Images Numériques (CIN) est suivi manuellement. La figure 6.5 suivante montre l'avancée du front de fissure en fonction du temps.

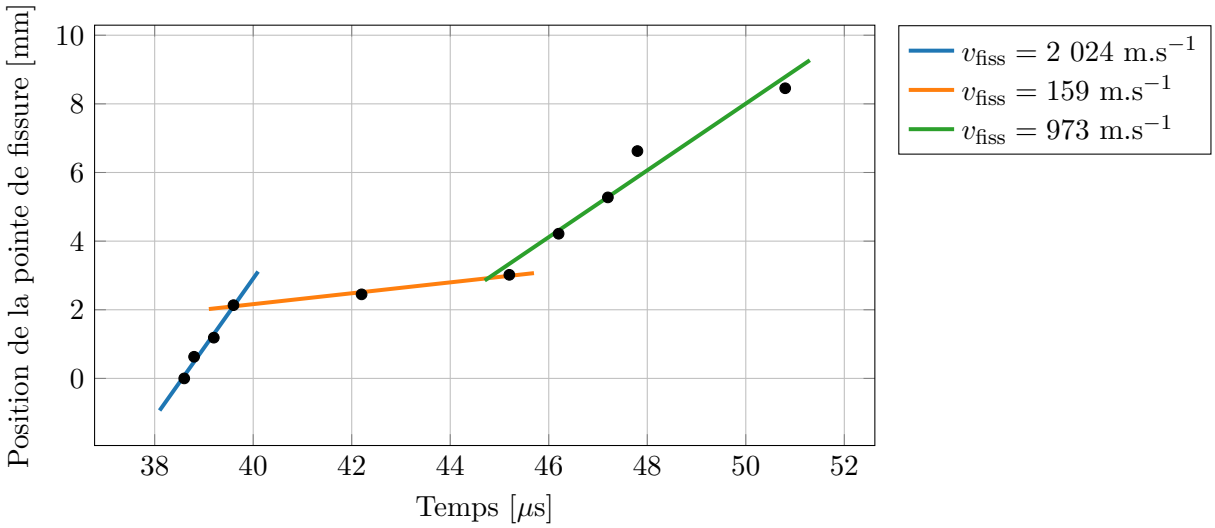
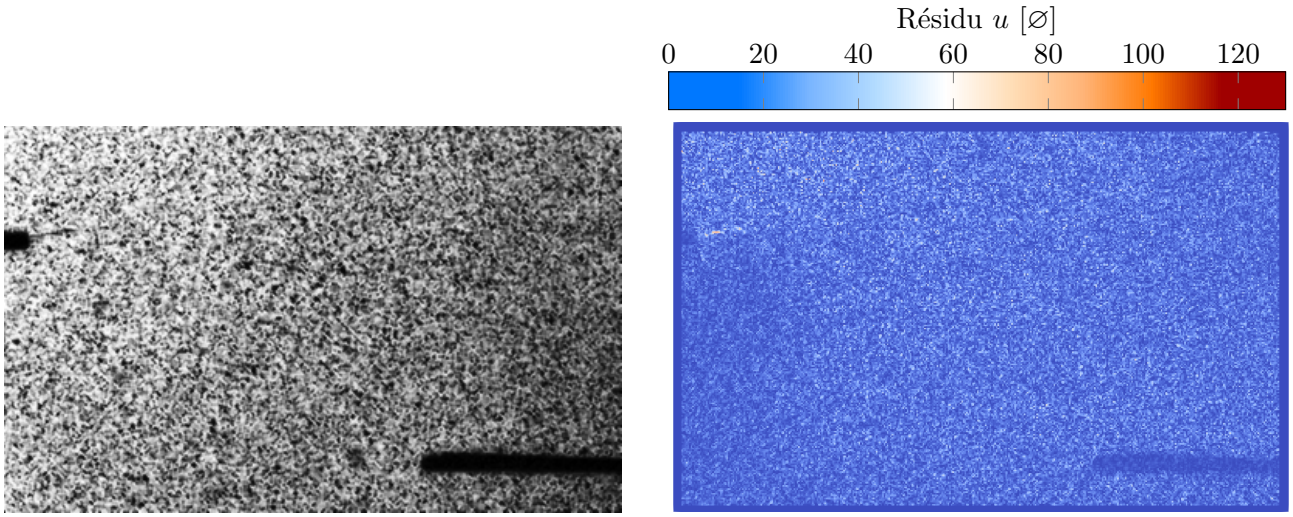


FIGURE 6.5 – Avancée de la pointe de fissure déterminée manuellement avec *ImageJ* à partir d'images de CIN.

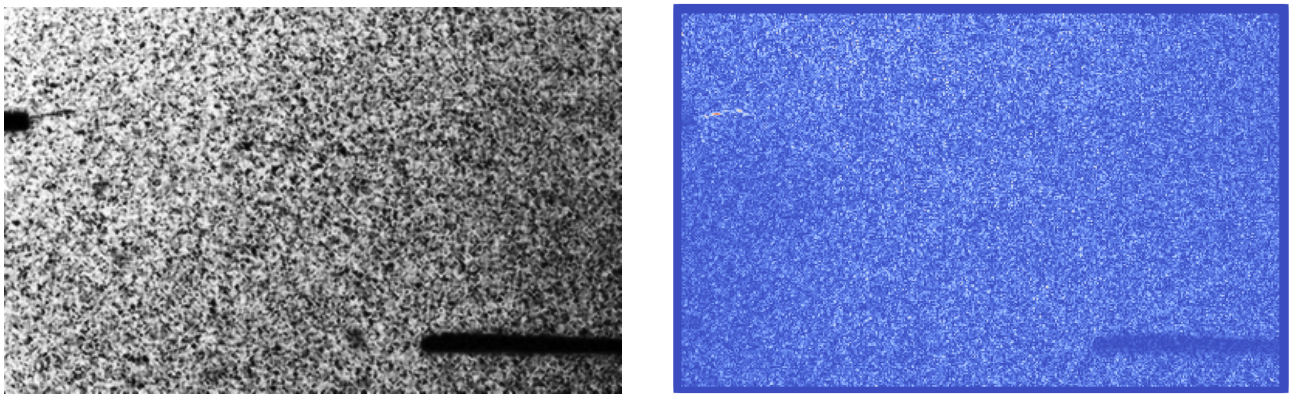
Trois zones distinctes sont identifiables sur la figure 6.5. La première zone correspond à l'initiation de la fissure et le début de sa propagation. La deuxième zone correspond à la bifurcation de la fissure visible sur la figure 6.6a. La troisième zone correspond à la propagation de la fissure après la bifurcation. Une interprétation plus affinée est nécessaire. En effet, la propagation de la fissure devrait s'effectuer à vitesse continue. Or, un palier est observé entre $t = 40$ μs et $t = 45$ μs. L'essai *Rockspall* est un essai complexe à réaliser, l'initiation et la propagation d'une fissure dynamique induit par une interaction d'ondes de contraintes est une technique difficile à maîtriser entièrement. De plus, il est difficile de savoir si la microstructure complexe a pu jouer un rôle sur la propagation dynamique de la fissure dans cet essai.

Dans le cas de l'essai RO5, un phénomène de multifissuration très localisé en pointe de fissure peut expliquer la vitesse apparente de propagation très rapide de $v_{\text{fiss}} = 2\ 024$ m.s^{-1} de la première zone, déterminée par une régression linéaire (ligne bleue sur la figure 6.5). Une bifurcation, potentiellement liée à l'activation d'un défaut critique, aurait dévié la trajectoire de la fissure, se développant alors à très faible vitesse. Cela explique la deuxième zone, où la vitesse de propagation n'est de seulement $v_{\text{fiss}} = 159$ m.s^{-1} (ligne orange sur la figure 6.5). Enfin, la continuité de l'essai montre une propagation dynamique de la fissure de manière linéaire à vitesse constante. La vitesse estimée par régression linéaire donne $v_{\text{fiss}} = 973$ m.s^{-1} (ligne verte sur la figure 6.5).

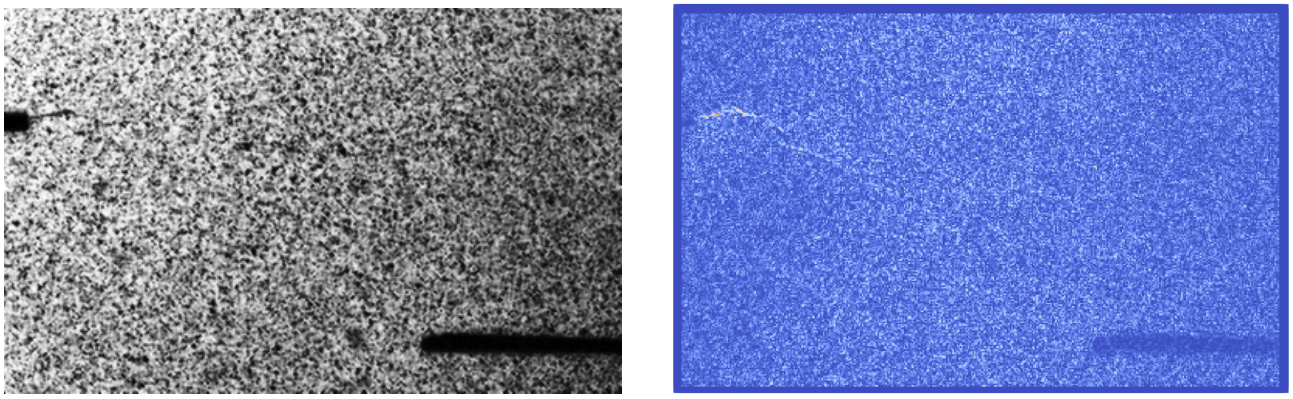
Cette valeur se rapproche de la valeur expérimentale de $v_{\text{fiss}} = 0{,}6C_{\text{R}} = 859$ m.s^{-1} puisque il a été déterminé que $v_{\text{fiss}} = 973$ m.s^{-1} $= 0{,}68C_{\text{R}}$.



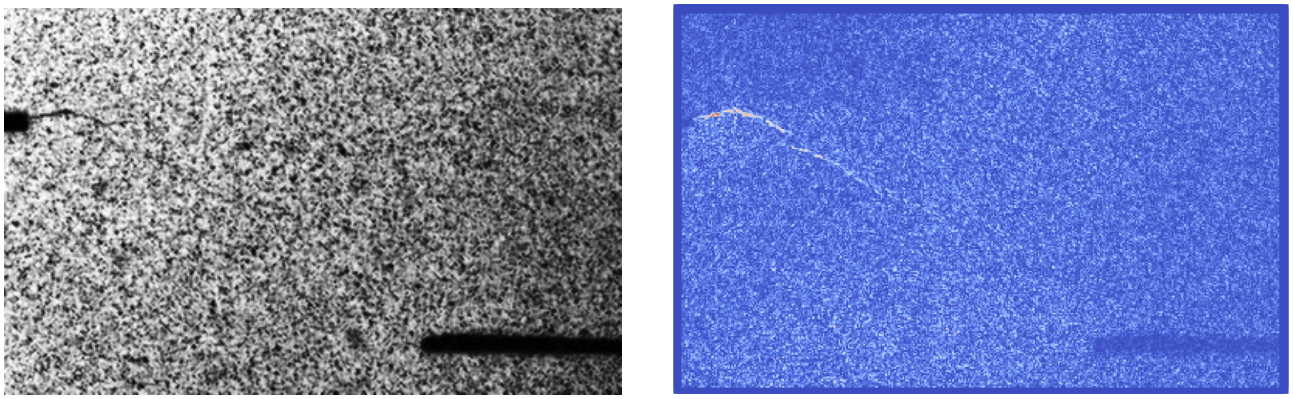
(a) Temps $t = 43{,}4$ μs.



(b) Temps $t = 45{,}4$ μs.



(c) Temps $t = 47{,}4$ μs.



(d) Temps $t = 51{,}0$ μs.

FIGURE 6.6 – Comparaison de l'évolution du chemin de fissuration entre les images issues de la caméra ultra-rapide et leur carte de résidu du traitement par CIN.

6.1.3 Conclusion intermédiaire

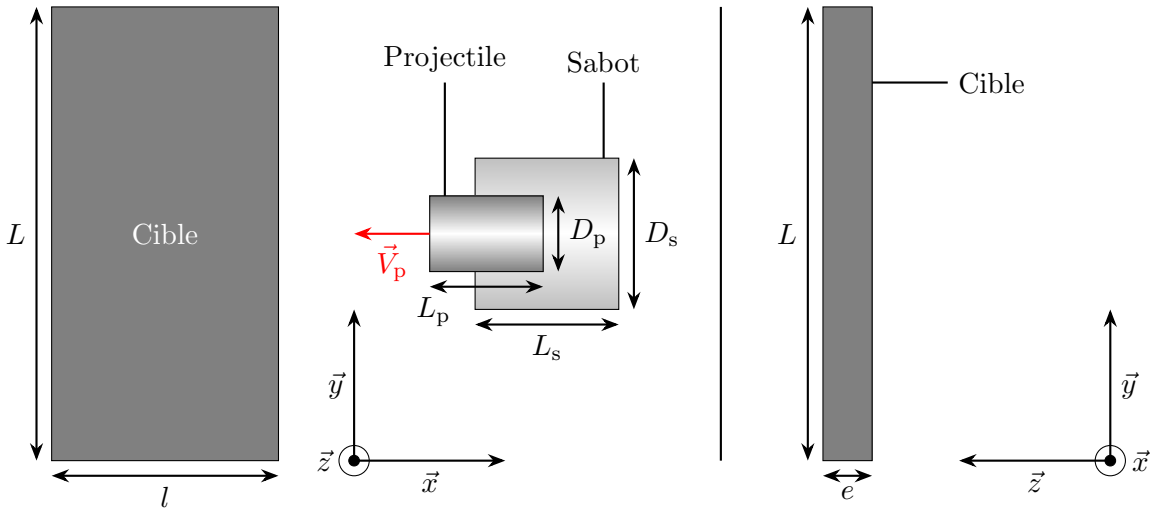
Les essais *Rockspall*, développés au sein du laboratoire 3SR, permettent de générer et propager une unique fissure. Cela implique la mise en place d'une instrumentation pour capturer l'avancée de la fissure sur quelques microsecondes. Les quatre premiers essais ont permis de calibrer la vitesse d'impact du projectile afin d'initier une fissuration simple plutôt qu'une multi-fragmentation. Les images du cinquième essai *Rockspall* ont été traitées par Corrélation d'Images Numériques (CIN), puis analysées pour suivre l'avancée du front de fissuration au cours de l'essai. Ces traitements numériques ont rendu possible l'estimation de la vitesse de propagation d'une fissure en régime dynamique. Cependant, ce résultat est à considérer avec précaution. En effet, la vitesse de propagation de la fissure évolue au cours de l'essai. Il est possible que la microstructure du matériau soit en partie responsable de ce type de réponse, mais il faudrait plus d'essais pour le confirmer. Ces essais serviront dans la calibration du modèle DFH de la zircone yttriée YSZ projetée plasma.

6.2 Campagne expérimentale d'essais d'impact sur tranche sur la zircone yttriée projetée plasma

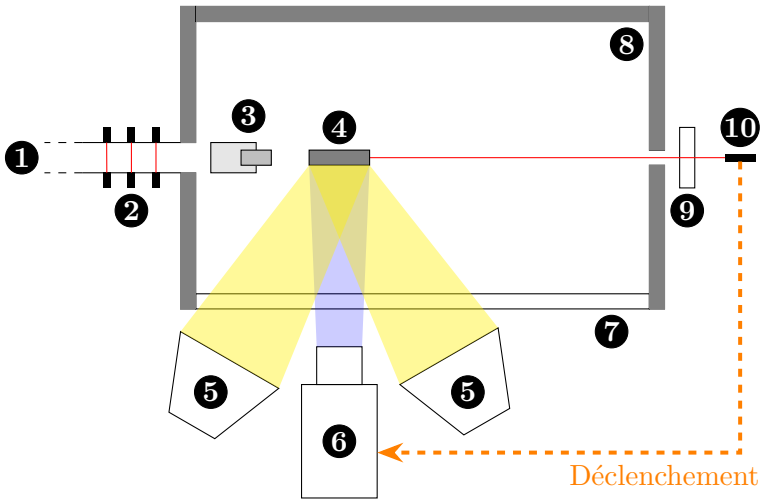
Des essais d'impact sur tranche ont été réalisés au laboratoire 3SR pour pouvoir tester l'aptitude de ce modèle à restituer tous les phénomènes d'endommagement en traction dynamique rencontrés lors d'un impact. Les essais d'impact sur tranche sont des essais dynamiques permettant d'étudier l'endommagement des matériaux fragiles. Ils permettent de visualiser les mécanismes d'endommagement, de fissuration et de fragmentation dans un matériau soumis à un impact. Différentes configurations expérimentales sont possibles comme les configurations ouverte et sarcophage [Dargaud, 2021]. La configuration ouverte consiste à laisser toutes les faces des échantillons en condition de bord libre. Comme expliqué dans la partie 2.2.1, dans la configuration sarcophage, l'échantillon est installé dans un boîtier en acier ou en PMMA appelé sarcophage. Des petites cales de faible épaisseur (environ 0,1 mm) sont placées de telle sorte à ce que l'échantillon soit en condition de bord libre. La configuration sarcophage permet de récupérer l'échantillon endommagé après essai pour effectuer des observations.

6.2.1 Configuration expérimentale

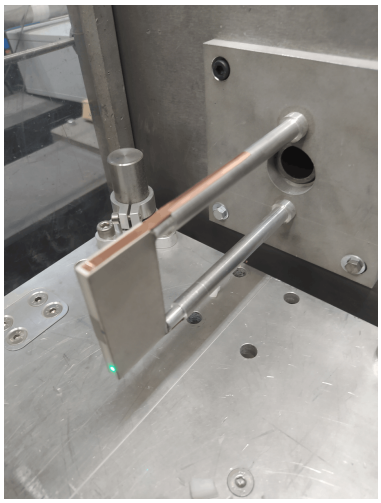
Quatre essais d'impacts sur tranche ont été réalisés au laboratoire 3SR, dont trois en configuration ouverte et un en configuration sarcophage. La figure 6.7 montre une représentation de la cible, du projectile et du sabot. Les données géométriques de ces trois éléments sont résumées dans les tableaux 6.7, 6.8 et 6.9. La figure 6.7b montre une vue d'ensemble du montage expérimental, qui est composé des mêmes éléments que celui utilisé pour les essais *Rockspall*.



(a) Schéma de l'essai d'impact sur tranche.



(b) Vue du dessus du montage expérimental des essais d'impact sur tranche (inspiration de Dargaud, 2021).



(c) Photographie du montage expérimental.

FIGURE 6.7 – Configuration expérimentale des essais d'impact sur tranche.

Tableau 6.7 – Données géométriques, volumiques et massiques des échantillons de zircone yttriée testés lors des essais d'impact sur tranche.

Matériau	Zircone yttriée YSZ projetée plasma
Longueur L [mm]	$60{,}05 \pm 0{,}11$
Largeur l [mm]	$30{,}04 \pm 0{,}04$
Épaisseur e [mm]	$6{,}484 \pm 0{,}007$
Volume V [mm^3]	$11\ 694 \pm 30$
Masse m [g]	$64{,}16 \pm 0{,}02$

Tableau 6.8 – Données géométriques et massiques du projectile du montage expérimental des essais d'impact sur tranche.

Matériau	Acier
Diamètre projectile D_p [mm]	$9{,}93 \pm 0{,}06$
Longueur projectile L_p [mm]	$14{,}88 \pm 0{,}06$
Masse projectile m_p [g]	$9{,}07 \pm 0{,}10$

Tableau 6.9 – Données géométriques et massiques du sabot du montage expérimental des essais d'impact sur tranche.

Matériau	PMMA
Diamètre sabot D_s [mm]	$20{,}04 \pm 0{,}02$
Longueur sabot L_s [mm]	$18{,}99 \pm 0{,}05$
Masse sabot m_s [g]	$8{,}22 \pm 1{,}60$

Les données du tableau 6.7 permettent d'obtenir la masse volumique de la zircone yttriée YSZ projetée plasma (tableau 6.10), qui est cohérente avec celle mesurée sur les éprouvettes de flexion. Des mesures par ultrasons à l'aide d'un appareil Olympus-IMS sur les échantillons ont été réalisées. Il a été possible de d'obtenir par méthode inverse la célérité des ondes longitudinales dans la zircone. L module d'élasticité de la zircone YSZ en déformation uniaxiale en a été déduit. Les trois paramètres matériau identifiés sont à retrouver dans le tableau 6.10.

Tableau 6.10 – Propriétés physiques et mécaniques des échantillons de zircone yttriée YSZ projetée plasma testés lors des essais d'impact sur tranche.

Masse volumique ρ [kg.m^{-3}]	$5\ 486 \pm 14$
Vitesse des ondes longitudinales C_L [m.s^{-1}]	$2\ 350 \pm 42$
Module d'Young E [GPa]	30 ± 1

6.2.2 Résultats expérimentaux

Quatre essais d'impact sur tranche ont été réalisés lors de la campagne expérimentale. Les sondes de vitesses du montage expérimental (❷ sur la figure 6.7b) ont permis d'évaluer la vitesse d'impact des projectiles à la sortie du tube du lanceur à gaz, juste avant qu'ils n'impactent l'échantillon. Les vitesses d'impact des projectiles des quatre essais d'impact sur tranche sont regroupés dans le tableau 6.11 suivante :

Tableau 6.11 – Vitesses d'impact du projectile mesurées lors des essais d'impact sur tranche.

Essai	Nom	Vitesse projectile $\|\vec{V}_\mathrm{p}\|$ [m.s^{-1}]
n°1	EOI1	177,9
n°2	EOI2	186,0
n°3	EOI3	177,3
n°4	EOI4	177,3

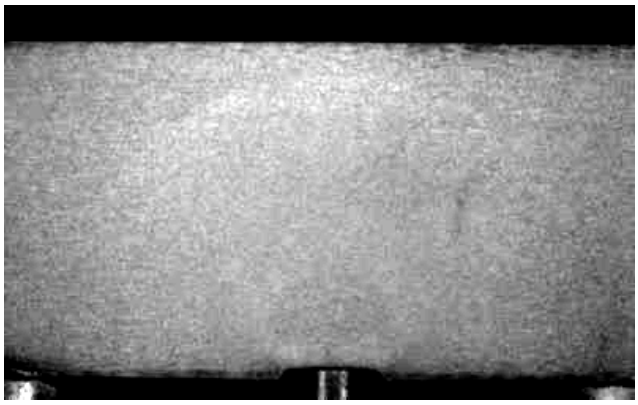
La caméra Shimatzu Hyper Vision HPV-X2 capture 256 images une fois l'acquisition déclenchée. Les figures 6.8, 6.9 et 6.10 montrent des séquences d'images acquises lors des essais d'impact sur tranche n°1, n°2 et n°4.0 Les images de l'essai n°3 n'ont pas été enregistrées suite à un problème dans la chaîne d'acquisition. La fréquence d'acquisition était de 5×10^6 ips pour l'essai n°1 et de 2×10^6 ips pour les essais n°2 et n°4. Sur les figures 6.8, 6.9 et 6.10 le temps de référence correspond à la

première image prise par la caméra. Toutes les images ont été post-traitées avec le logiciel *ImageJ* [Rasband, 2023].

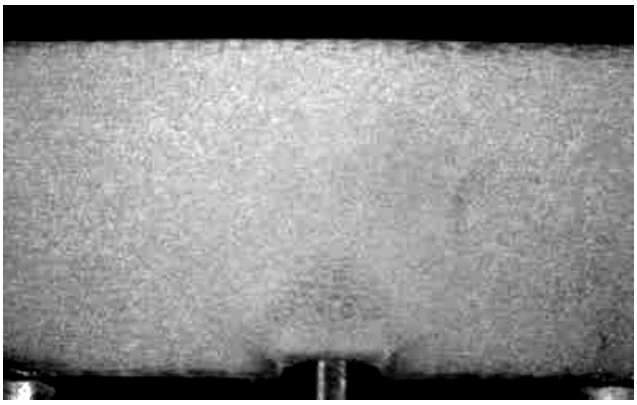
La séquence d'images de l'essai n°1 (configuration ouverte) montre le projectile impactant l'échantillon de zircone et le processus de fragmentation induit. L'onde de choc est visible sur la figure 6.8a par un demi-cercle blanc à proximité de la face arrière de l'échantillon. Les fissures qui s'amorcent ensuite sont toutes dues à des interactions de l'onde avec les bords libres de l'échantillon. Les premières fissures sont parallèles aux bords latéraux de l'échantillon. Des fissures radiales s'amorcent au point d'impact du projectile. Elles se développent avec l'avancée du projectile dans la cible. Enfin, des fissures sont observées en face arrière des échantillons et s'apparentent à un endommagement induit par un phénomène d'écaillage.

La figure 6.9 montre une séquence d'images de l'essai n°2 (configuration ouverte). Les mêmes mécanismes de fissuration similaires à l'essai n°1 sont observés. Cependant, la densité de fissures latérales liées à l'interaction de d'onde de choc avec les supports est moins importante. Les fissures radiales sont plus apparentes et rejoignent les fissures d'écaillage (figure 6.9d).

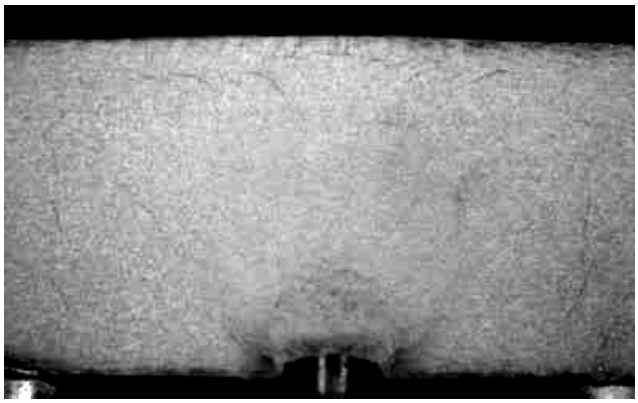
Enfin, la figure 6.10 montre une séquence d'images de l'essai n°4 en configuration sarcophage. Le confinement du sarcophage en PMMA transparent limite fortement la génération des fissures latérales par les effets de bords. La génération et la propagation des fissures radiales est en revanche parfaitement visible. En dépit de l'utilisation sarcophage, l'échantillon de céramique et le sarcophage ont été pulvérisés lors de l'impact, empêchant une analyse post-mortem précise de la quantité et des dimensions des fragments.



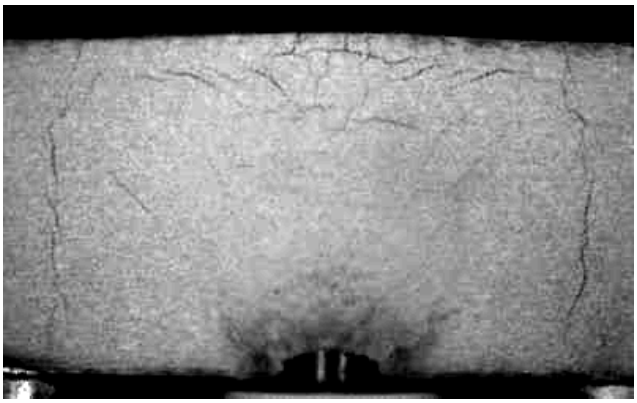
(a) Temps $t = 0$ μs.



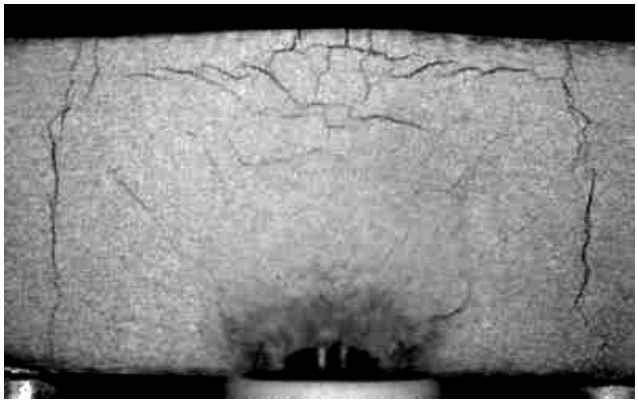
(b) Temps $t = 7{,}2$ μs.



(c) Temps $t = 14{,}6$ μs.



(d) Temps $t = 21{,}8$ μs.



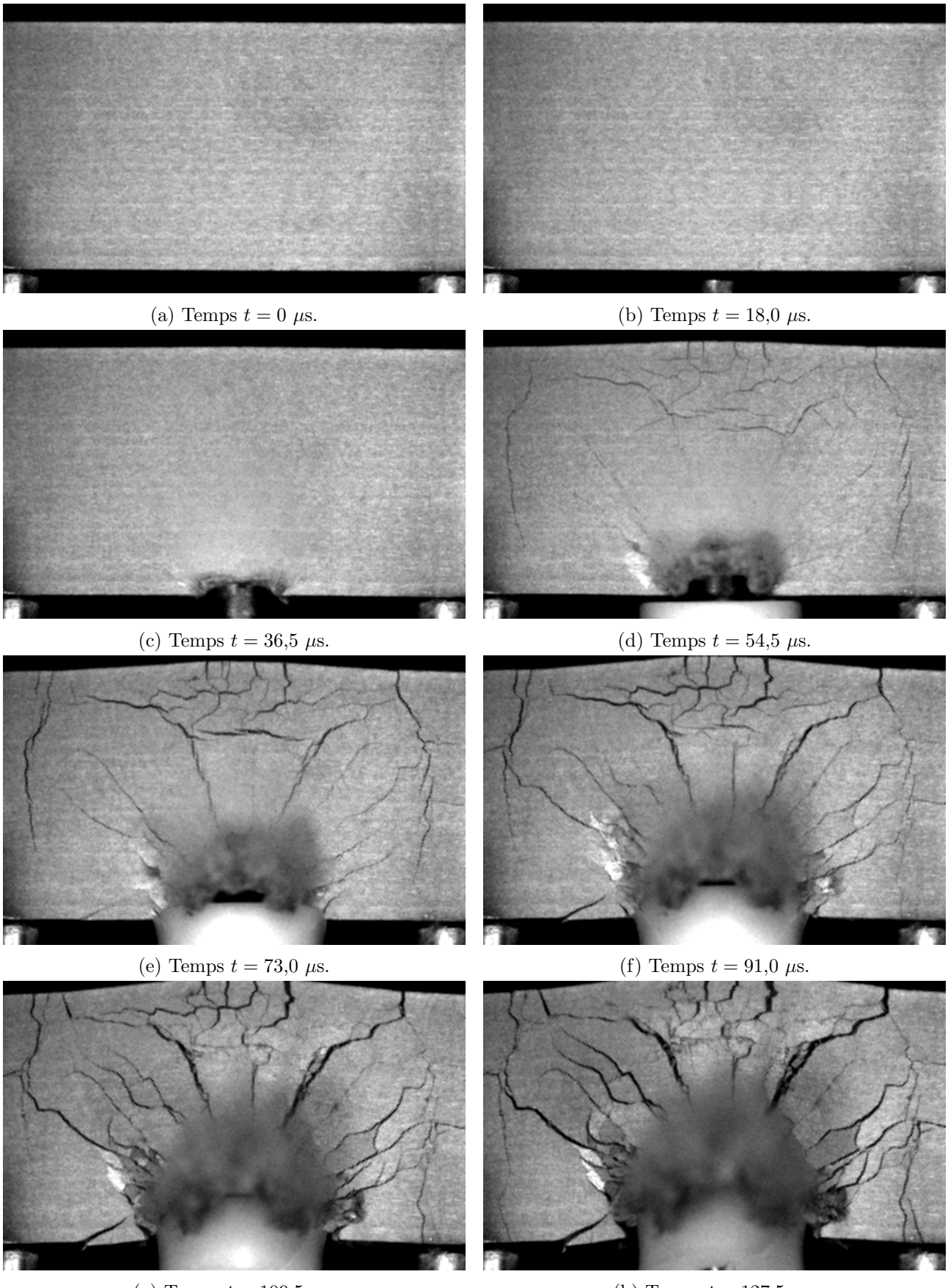
(e) Temps $t = 29{,}2$ μs.

(f) Temps $t = 36{,}4$ μs.

(g) Temps $t = 43{,}8$ μs.

(h) Temps $t = 51{,}0$ μs.

FIGURE 6.8 – Séquence d'images de l'essai d'impact sur tranche n°1 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma.



(a) Temps $t = 0$ μs.

(b) Temps $t = 18{,}0$ μs.

(c) Temps $t = 36{,}5$ μs.

(d) Temps $t = 54{,}5$ μs.

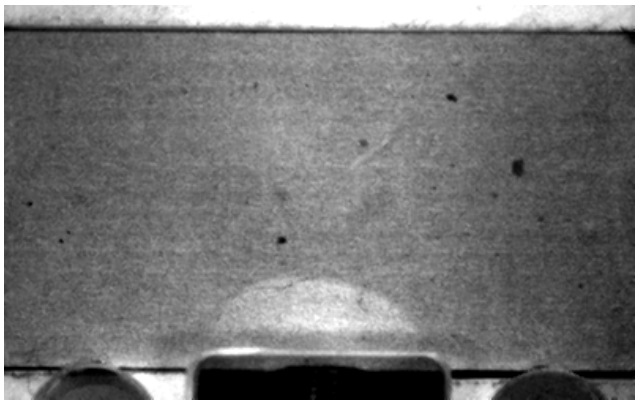
(e) Temps $t = 73{,}0$ μs.

(f) Temps $t = 91{,}0$ μs.

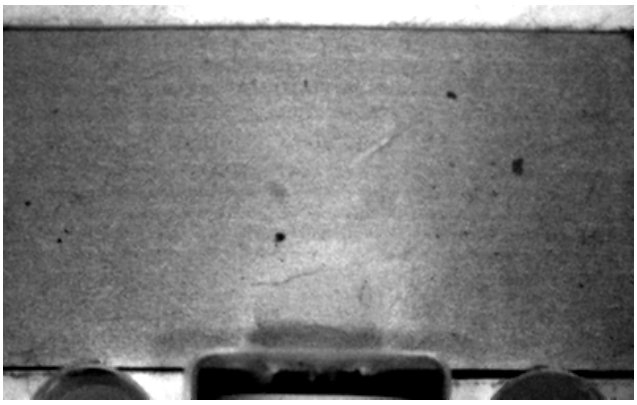
(g) Temps $t = 109{,}5$ μs.

(h) Temps $t = 127{,}5$ μs.

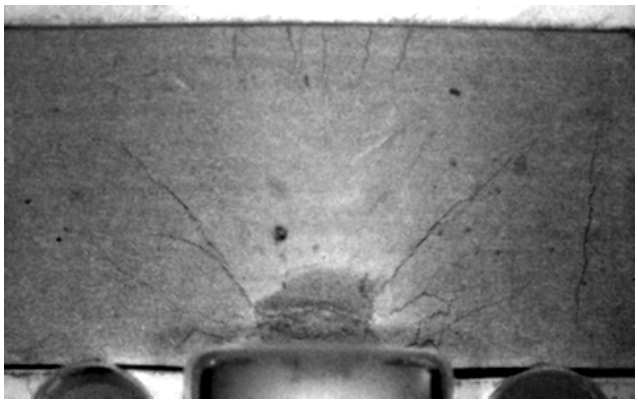
FIGURE 6.9 – Séquence d'images de l'essai d'impact sur tranche n°2 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma.



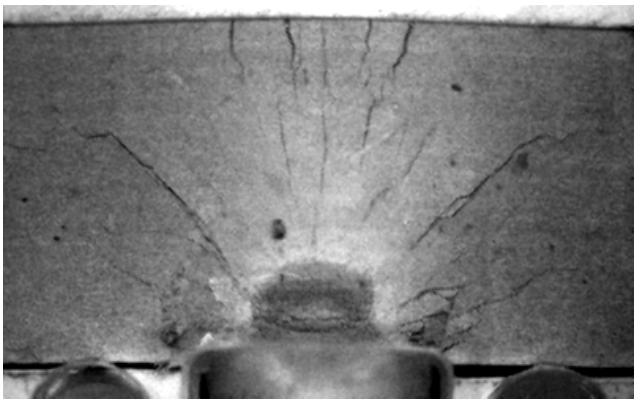
(a) Temps $t = 0$ μs.



(b) Temps $t = 18{,}0$ μs.



(c) Temps $t = 36{,}5$ μs.

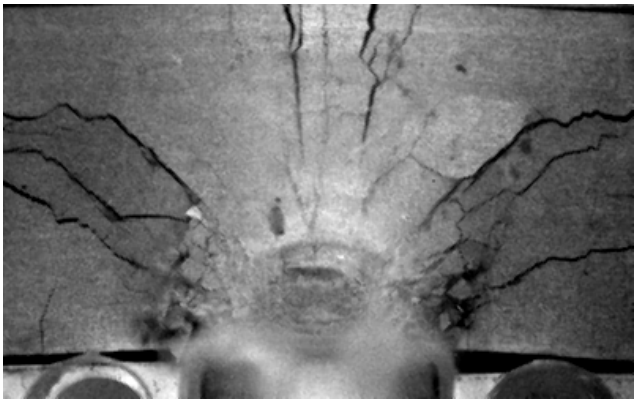


(d) Temps $t = 54{,}5$ μs.

(e) Temps $t = 73{,}0$ μs.

(f) Temps $t = 91{,}0$ μms.

(g) Temps $t = 109{,}5$ μs.



(h) Temps $t = 127{,}5$ μs.

FIGURE 6.10 – Séquence d'images de l'essai d'impact sur tranche n°4 sur un échantillon de zircone yttriée YSZ projetée plasma.

6.2.3 Conclusion intermédiaire

Les quatre essais d'impact sur tranches réalisés ont permis de mettre en avant les mécanismes de fissuration et de fragmentation qui précèdent la phase de pénétration d'un projectile dans la zircone yttriée YSZ projetée plasma. Différents types de fissures ont été identifiés tels que les fissures radiales, latérales et d'écaillage. Ces essais donnent des informations sur la fragmentation dynamique de ce matériau sous impact. Ces données expérimentales pourront être comparées aux résultats des simulations numériques obtenus avec la DEM dans le but de valider sa capacité à modéliser les mécanismes de fragmentation et d'endommagement dynamiques. Des analyses complémentaires pourraient être menées pour déterminer la densité de fissuration à partir des observations expérimentales.

6.3 Conclusion du chapitre

Ce chapitre est consacré à la campagne expérimentale réalisée au laboratoire 3SR. Elle avait pour objectif de caractériser le comportement dynamique d'une céramique projetée plasma à base de zircone yttriée.

La campagne expérimentale menée au laboratoire 3SR s'est concentrée sur la caractérisation dynamique du comportement à rupture de la zircone. Quatre essais d'impact sur tranche et cinq essais *Rockspall* ont été conduits. Cela a permis de mettre en œuvre une instrumentation d'un haut niveau technologique. Les essais d'impact sur tranche ont mis en avant la multi-fragmentation de la zircone sous impact. Différents types de fissures ont été identifiées, induites par différents types de sollicitations. Les essais *Rockspall* consistent en l'initiation d'une fissure unique en régime dynamique (fragmentation simple). Les images du cinquième essai *Rockspall* ont été soumises à un traitement numérique de CIN afin de suivre l'avancée de la pointe de fissure au cours de l'essai. La vitesse de propagation de la fissure dynamique a été mesurée et reste cohérente à la vitesse de propagation théorique. Il est cependant important de rappeler que ce résultat doit être pris avec prudence. La faible résolution des images obtenues par caméra ultra-rapide, qui influent sur les carte de résidu de la CIN, et le suivi manuel de l'avancée du front de fissure sont sources d'imprécisions.

Les résultats, qualitatifs et quantitatifs, des essais dynamiques pourront servir de référence expérimentale pour valider un modèle de comportement de la zircone yttriée. Il s'agit d'un matériau complexe, dont la microstructure est très différente de l'alumine AL23.

7 Conclusion générale et perspectives

Les céramiques font l'objet d'un grand intérêt de la part de la communauté scientifique. Leur utilisation est vaste, et joue un rôle majeur dans le secteur industriel et militaire grâce à leurs propriétés thermo-mécaniques avantageuses. Une des missions principales des céramiques est le blindage. Elles doivent être continuellement améliorées pour répondre aux besoins des différents secteurs. Les céramiques démontrent un comportement complexe face aux sollicitations extrêmes auxquelles elles sont soumises, comme l'impact d'un projectile sur une cible. Leur faible résistance en traction, en comparaison de leur résistance en compression, génère des phénomènes de coalescence de fissures, d'endommagement et de multi-fragmentation. Ces caractéristiques sont toujours étudiées et de nombreux travaux axent leurs recherches autour de la compréhension des effets dynamiques que présentent les céramiques assujetties à des chargements intenses, comme il l'a été montré dans l'étude bibliographique. Précisément, les céramiques exhibent une contrainte à rupture qui augmente de façon exponentielle avec la vitesse de déformation. Alors que pour des chargements quasi-statiques, la contrainte à rupture en traction observe un comportement stochastique, elle devient déterministe à des régimes dynamiques. La compréhension des mécanismes d'endommagement et de fissuration reste un domaine de recherche ouvert.

Certains travaux de la littérature ont pu mettre en évidence l'effet dynamique mentionné sur des céramiques en s'intéressant à une étape de la phénoménologie d'un impact : le phénomène d'écaillage. Des expériences d'écaillage ont été réalisées au moyen de tirs GEPI sur de l'alumine AL23, mais également au travers d'expériences de choc laser avec les tirs GCLT. D'autres types d'expériences ont aussi été développées, comme les impacts sur tranche, les essais *Rockspall* ou les essais d'impact normal. Des mesures par interférométrie laser ou VISAR ont permis d'obtenir des profils de vitesse en surface libre témoignant du phénomène d'écaillage. Alliant mesures expérimentales et simulation FEM élastiques, ces travaux ont montré que la contrainte à rupture en traction évoluait avec la vitesse de déformation induite. Cependant, sans remettre en cause la justesse des résultats, il été démontré dans l'étude bibliographique que les méthodes de mesure de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation ne sont pas uniques, chaque auteur ayant son propre protocole. Certains font appel à des hypothèses ou à des simulations tortues qui demandent une lecture critique et précautionneuse des résultats émis, ainsi que leur comparaison avec d'autres études ou modèles analytiques.

Puisque que les céramiques techniques sont des matériaux coûteux de par leur matière première mais surtout par leur procédé de fabrication et que les expériences nécessaires pour étudier leurs aptitudes de blindage le sont aussi, des programmes de simulation ont été mis en place. Les expériences sont techniquement complexes à mettre en place, au regard des temps brefs des mécanismes étudiés et des moyens nécessaires pour solliciter dynamiquement les céramiques. La grande majorité des travaux sur le sujet ont été menés avec la FEM. Pourtant, comme la plupart des approches continues, la représentation de la fissuration, en particulier la multi-fragmentation mais aussi l'éjection de matière et la collision de débris/fragments, n'est pas naturellement gérée. Elle demande des enrichissements complexes et coûteux en temps de calcul.

C'est pour faire face à cet écueil que l'approche discrète DEM a été récemment développée. Située au croisement des approches granulaire et lattice, les nouveaux développements qui lui ont été apportés ont permis de modéliser des matériaux continus, homogènes et isotropes. De nombreux travaux de

la littérature ont démontré le potentiel de la DEM pour reproduire les différents mécanismes de fissuration en régime quasi-statique. Cette dernière est modélisée à travers la rupture des liens qui connectent les éléments discrets du domaine. La littérature s'affine lorsqu'il s'agit de modéliser la fragmentation dynamique dans des matériaux fragiles soumis à des sollicitations intenses. Il faut noter que l'approche DEM a déjà été utilisée pour modéliser des impacts de grêlons, de sphères creuses en composite, etc. Cependant, ces travaux s'appuie sur une rupture des liens uniquement fragile. Or, les observations expérimentales ont montré que des mécanismes d'endommagement étaient en jeu avant la fragmentation des matériaux fragiles.

L'objectif principal de ce travail de thèse est d'étudier les capacités de l'approche DEM dans la reproduction de mécanismes d'endommagement et de multi-fragmentation dans des matériaux fragiles comme la céramique et d'y apporter des nouveaux développements pour mieux représenter l'impact d'un projectile sur une cible. La prise en compte de l'influence de la vitesse de déformation sur la contrainte à rupture est par conséquent essentielle. L'étude bibliographique a mis en exergue plusieurs modèles d'endommagement, dont le modèle de Denoual-Forquin-Hild (DFH), qui répondent à cet objectif.

L'alumine AL23 a été choisie comme matériau d'étude. Cette céramique dense est un matériau « école » car de nombreuses données expérimentales sont disponibles dans la littérature, sur lesquelles les résultats de ce travail de thèse s'appuient et se comparent. Avant de modéliser les différentes caractéristiques de la rupture avec la DEM, il est nécessaire de correctement représenter le matériau en régime élastique. C'est l'objectif du troisième chapitre. Un désavantage majeur de l'approche DEM est la nécessité de calibrer les paramètres élastiques des liens du domaine discret qui gèrent les efforts. Bien que cette étape de calibration soit bien renseignée dans la littérature, plusieurs questionnements ont été levés. Ainsi, un protocole ordonné de calibration a bien été défini, accompagné d'analyses de convergence qui ont permis d'identifier un nombre d'éléments minimal pour composer le domaine discret. La calibration des paramètres élastiques microscopiques des liens est vérifiée au travers d'une analyse de propagation d'ondes de contrainte dans un domaine discret représentant un échantillon d'alumine. Les propagations d'ondes numériques sont comparées aux définitions analytiques de la théorie des chocs. Une dernière étape de validation de la calibration a été de comparer la vitesse des ondes longitudinales mesurée numériquement à celle donnée par les paramètres élastiques macroscopiques de l'alumine AL23. La dernière partie de ce chapitre introduit la modélisation de la rupture dans l'approche DEM. Elle accrédite l'utilisation du tenseur des contraintes virielles, qui permet de construire un tenseur de contraintes associé à chaque élément discret. Au travers de simulations d'essais de traction uniaxiale, elle justifie l'utilisation d'une méthode de fissuration *All* et met en évidence le besoin de calibrer la contrainte à rupture microscopique associée aux éléments discrets pour obtenir une contrainte à rupture macroscopique donnée. Le chapitre se clôt avec les premières simulations DEM de tirs GEPI sur un échantillon d'alumine. Plusieurs conclusions sont édifiantes. En comparant le profil de vitesse en face arrière de la simulation du tir GEPI G672 avec la mesure expérimentale, il a été remarqué que la méthode de fissuration *All* n'était pas suffisante pour modéliser correctement la création d'un plan de fissuration. La méthode de fissuration All^2 a alors été développée. Il a été montré que la calibration de la contrainte à rupture microscopique devait être effectuée sur la restitution du profil de vitesse du tir GEPI G672. Enfin, en analysant les profils de vitesse en face arrière de simulations DEM de tirs GEPI au chargement dynamique croissant, il a été conclut qu'un simple critère de rupture en contrainte sur la première contrainte principale virielle des éléments discrets n'était pas capable de reproduire les mesures expérimentales, en raison de la non prise en compte de l'effet dynamique précédemment explicité.

L'approche DEM requiert l'implémentation d'une loi d'endommagement pour modéliser correctement les phénomènes dynamiques. Plusieurs modèles d'endommagement rendant compte d'une évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation ont été présentés dans l'étude bibliographique. Les lois d'endommagement Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz ont été retenues et sont explicitées au début du deuxième chapitre. À cette liste s'ajoute la loi *Heaviside* étudiée plus

tôt. L'endommagement dans l'approche DEM est modélisé par la détérioration progressive des propriétés microscopiques élastiques des liens. Lorsqu'un critère en contrainte est vérifié sur un élément discret, l'endommagement s'active et progresse sur les liens auquel il est connecté, selon la méthode de fissuration utilisée. Une étude de la gestion de l'orthotropie de l'endommagement en DEM est réalisée en amont de l'intégration d'un quelconque modèle d'endommagement. À l'issue de l'étude, la restitution du profil de vitesse en face arrière se montre moins efficace avec une rupture des liens orthotrope plutôt qu'une rupture isotrope, que ce soit avec la méthode de fissuration *All* ou All^2. Les lois d'endommagement étudiées demandent un certain nombre de paramètres. Plusieurs trouvent leur origine dans la littérature, d'autres sont issus de l'approche de Weibull. Plutôt que de réaliser de nombreuses études paramétriques, une calibration originale des paramètres restants est proposée. L'objectif de l'intégration des modèles d'endommagement dans la DEM étant de reproduire l'évolution de la contrainte à rupture en traction avec la vitesse de déformation, des simulations 0D d'essais de traction uniforme ont été réalisées pour une large gamme de vitesse de déformation. Les paramètres des lois d'endommagement ont été calibrés selon la proximité entre l'évolution de la contrainte à rupture en traction avec la vitesse de déformation simulée et les mesures expérimentales. Des simulations DEM du tir GEPI G672 avec les lois d'endommagement calibrées n'ont cependant pas présentées de fissuration. L'endommagement critique s'est ajouté à la liste des paramètres à calibrer. Sa calibration est conduite à travers des analyses paramétriques de simulations DEM du tir GEPI G672. Une large partie du quatrième chapitre est dédiée à la comparaison entre la restitution du profil de vitesse en face arrière des tirs GEPI des simulations DEM avec les différentes lois d'endommagement et méthode de fissuration avec les mesures expérimentales. La loi DFH, avec la méthode de fissuration All^2, s'est distinguée de toutes les autres, en montrant une bonne corrélation avec les signaux expérimentaux. Une confrontation est menée entre l'évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation mesurée expérimentalement et à l'issue des simulations DEM des tirs GEPI. Un protocole d'estimation de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation à rupture est développé et mis en place. Les résultats corroborent le choix de la loi DFH-All^2. Les résultats des simulations numériques sont les plus proches des mesures expérimentales, bien qu'une surestimation de la vitesse de déformation soit observable. Une critique des résultats est réalisée, en tenant compte de l'appréciation faite dans l'étude bibliographique à propos des méthodes d'estimation.

Pour observer les capacités de l'approche DEM, agrémentée de la loi d'endommagement DFH-All^2, à modéliser d'autres types de sollicitations, des simulations d'essais *Rockspall*, d'impact sur tranche et de choc laser sur des cibles d'alumine AL23 ont été conduites. Bien que différentes à certains égards par rapport aux observations expérimentales, les simulations DEM reproduisent la phénoménologie des essais *Rockspall* et d'impact sur tranche. L'écaillage généré lors des expériences de choc laser est relativement bien reproduit, bien que l'intensité et la rapidité du chargement soit difficile à simuler avec la DEM. L'approche discrète semble devoir être enrichie d'une modélisation du comportement en compression pour mieux simuler un impact sur une cible de matériau fragile. Les simulations ont montré qu'il est nécessaire d'améliorer l'approche DEM, avec l'intégration d'une loi de compaction par exemple, pour reproduire les phénomènes de compaction qu'une céramique présente face aux sollicitations dynamiques qu'impose un impact.

Une autre céramique technique est finalement employée : la zircone yttriée projetée plasma. De par le procédé de fabrication, elle présente une structure complexe, comprenant pores et micro-fissures. Pour obtenir des données auxquelles pourraient se confronter l'approche discrète dans de futurs travaux, une campagne expérimentale est conduite. Des essais de flexion ont permis d'obtenir les paramètres de Weibull de la zircone, nécessaire pour l'utilisation de la loi d'endommagement DFH. Les propriétés élastiques de la zircone ont aussi été évaluées. Des essais d'impact sur tranches ont mis en évidence la multi-fragmentation, par observation de fissures radiales et d'écaillage, dans la céramique. Des essais *Rockspall* ont aussi été conduit. Au moyen de la CIN, la vitesse de propagation d'une fissure simple a été mesurée, relativement proche de la définition théorique. Ces essais pourront ensuite être traduits avec la DEM sur des cibles de zircone.

Alors quelles conclusions tirer de ce travail de thèse ? Un certain recul est nécessaire. L'objectif principal était de contribuer à l'amélioration de la représentation numérique du comportement à rupture en régime dynamique de matériaux fragiles. Plutôt que de continuer à enrichir la modélisation via une approche continue commune, le choix s'est porté sur une approche discrète récente qui démontre pourtant un certain potentiel. La DEM semble pouvoir contourner tous les obstacles auxquelles les approches classiques font face : la gestion de la fissuration (coalescence, multi-fragmentation), de l'éjection de matière et de la collision entre fragments. Un enrichissent apporté à la DEM par les travaux de la littérature l'a même dotée d'une méthode de calcul d'un état tensoriel des contraintes (mais pas des déformations). De nombreuses études ont démontré la fiabilité de cette approche dans la représentation de la rupture en régime quasi-statique des matériaux fragiles, ainsi qu'en régime dynamique, bien que la littérature soit plus fine sur ce sujet là. L'apport majeur de ce travail a été d'intégrer et d'analyser des modèles d'endommagements, communément utilisés avec la FEM, qui permettent de reproduire les effets dynamiques observés expérimentalement. Il permet d'explorer une nouvelle voie dans la démonstration de l'efficacité de la DEM.

Il faut considérer ce travail comme une des premières pierres de la modélisation de phénomènes dynamiques complexes avec la DEM. En ce sens, plusieurs choix ont dû être faits. Les lois d'endommagement étudiées qui rendent compte d'une évolution de la contrainte à rupture en traction avec la vitesse de déformation se basent sur un critère de rupture en contrainte. Il a été choisi de travailler avec l'état tensoriel des éléments discrets au travers du tenseur des contraintes virielles. Ce choix trouve ses racines dans la possibilité de générer un état d'endommagement anisotrope, qui s'est révélé pourtant inefficace. Sans cette coercition, il aurait été tout à fait possible de baser le critère de rupture sur l'état des contraintes des liens. La traduction du modèle d'endommagement DFH directement dans les liens peut faire l'objet d'une étude future. Dans ce travail, une nouvelle méthode de fissuration, All^2, a été développée. Pourtant, personne ne semble y voir recouru jusqu'à présent. Alors est-elle propre à l'approche discrète ou aux types d'essais simulés ? Bien qu'elle semble efficace pour modéliser la création du plan d'écaillage lors des simulations des tirs GEPI, elle surpondère la multi-fragmentation dans les simulations d'essais d'impact sur tranche et *Rockspall*. Est-ce que la totalité de ce travail sur l'intégration de modèles d'endommagement dans l'approche discrète ne permet de modéliser que quelques types d'essais bien précis ? N'a-t-elle pas un impact plus significatif sur l'enrichissement de l'approche utilisée ? Comme a dit Thomas Edison : ≪ Je n'ai pas échoué des milliers de fois, j'ai réussi des milliers de tentatives qui n'ont pas réussi ≫. Cette citation trouve tout son sens ici. Dans le contexte actuel, l'approche discrète nécessite d'être amenée dans ses retranchements, d'essayer des méthodes, suivre des chemins qui se révèlent peut-être moins fructueux que d'autres. Définir ces tentatives comme des erreurs serait injuste et contraire à la méthode scientifique, qui s'appuie sur des essais, des raisonnements et des conclusions. Ce travail a montré qu'il était possible de modéliser avec précision les effets dynamiques d'endommagement, de fissuration et de fragmentation avec la DEM. De futures études pourront l'enrichir pour mieux rendre compte du comportement à rupture de matériaux fragiles à la microstructure complexe, avec des lois de compaction, une modélisation de la microstructure, l'intégration de lois d'état ou le développement d'un outil pour calculer l'état de déformation des éléments. Davantage de travaux sont nécessaires pour asseoir la légitimité de la DEM pour qu'elle soit envisagée dans tout types de modélisation du comportement dynamique des matériaux fragiles, au même titre que la FEM. Une meilleure démocratisation de l'approche discrète générerait son développement rapide. Cette thèse en a ouvert la voie.

Bibliographie

[1] AFNOR. NF EN ISO 20501 - Céramiques techniques - Analyse statistique de Weibull des données de résistance à la rupture., Dec. 2022. URL https://www.iso.org/fr/standard/69875.html.

[2] K. Agathos, E. Chatzi, and S. P. Bordas. Stable 3D extended finite elements with higher order enrichment for accurate non planar fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 306 :19–46, July 2016. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2016.03.023.

[3] M. Aliabadi. A new generation of boundary element method in fracture mechanics. *International Journal of Fracture*, 86(1/2) :91–125, 1997. ISSN 03769429. doi: 10.1023/A:1007381025099.

[4] D. André. *Modélisation par Eléments Discrets des Phases d'Ebauchage et de Doucissage de la Silice*. phdthesis, Université de Bordeaux, Talence, France, Mar. 2012. URL https://worldcat.org/title/800620348.

[5] D. André, I. Iordanoff, J.-l. Charles, and J. Néauport. Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 213-216 :113–125, Mar. 2012. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2011.12.002.

[6] D. André, M. Jebahi, I. Iordanoff, J.-l. Charles, and J. Néauport. Using the discrete element method to simulate brittle fracture in the indentation of a silica glass with a blunt indenter. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 265 :136–147, Oct. 2013. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2013.06.008.

[7] D. André, J.-l. Charles, I. Iordanoff, and J. Néauport. The GranOO workbench, a new tool for developing discrete element simulations, and its application to tribological problems. *Advances in Engineering Software*, 74 :40–48, Aug. 2014. ISSN 09659978. doi: 10.1016/j.advengsoft.2014.04.003.

[8] D. André, J.-L. Charles, and I. Iordanoff. *3D Discrete Element Workbench for Highly Dynamic Thermo-mechanical Analysis*. Number 3 in Discrete Element Model and Simulation of Continuous Materials Behavior Set. Wiley-ISTE, 2015. ISBN 978-1-84821-772-0. URL https://www.istegroup.com/fr/book/3d-discrete-element-workbench-for-highly-dynamic-thermo-mechanical-analysis/.

[9] A. Antoniou, L. Daudeville, P. Marin, A. Omar, and S. Potapov. Discrete element modelling of concrete structures under hard impact by ogive-nose steel projectiles. *The European Physical Journal Special Topics*, 227(1-2) :143–154, Sept. 2018. ISSN 1951-6355, 1951-6401. doi: 10.1140/epjst/e2018-00059-y.

[10] M. Arrigoni. *Etude de l'influence des rugosités d'interface, de porosités et de l'épaisseur d'échantillon sur la propagation des chocs laser dans des systèmes revêtus. Application au procédé LASAT*. phdthesis, Université de Poitiers, Poitiers, France, Dec. 2004. URL https://theses.hal.science/tel-00376349/document.

[11] F. Asadi, D. André, S. Emam, P. Doumalin, and M. Huger. Numerical modelling of the quasi-brittle behaviour of refractory ceramics by considering microcracks effect. *Journal of the European Ceramic Society*, 42(3) :1149–1161, Mar. 2022. ISSN 09552219. doi: 10.1016/j.jeurceramsoc.2021.11.016.

[12] H. Askes, J. Hartikainen, K. Kolari, R. Kouhia, T. Saksala, and J. Vilppo. On the Kachanov-Rabotnov continuum damage model. *Rakenteiden Mekaniikka*, 53(2) :125–144, Mar. 2020. ISSN 1797-5301, 0783-6104. doi: 10.23998/rm.82528.

[13] G. Avrillaud, L. Courtois, J. Guerre, P. Hereil, F. Lassalle, F. Bayol, P. L'Eplattenier, B. Kovalchuck, E. Kumpjak, N. Zoi, and A. Kim. GEPI : a compact pulsed power driver for isentropic compression experiments and for non shocked high velocity flyer plates. In *Digest of Technical Papers. PPC-2003. 14th IEEE International Pulsed Power Conference (IEEE Cat. No.03CH37472)*, pages 913–916, Dallas, TX, USA, 2003. IEEE. ISBN 978-0-7803-7915-2. doi: 10.1109/PPC.2003.1277959. URL http://ieeexplore.ieee.org/document/1277959/.

[14] S. Bardy. *Contrôle et optimisation du test d'adhérence par choc laser sur assemblages collés*. phdthesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, France, Dec. 2017. URL https://hal.science/tel-01738520.

[15] P. Bartkowski and D. P. Dandekar. Spall strengths of sintered and hot pressed silicon carbide. In *AIP Conference Proceedings*, volume 370, pages 535–538, Seattle, Washington (USA), 1996. AIP. doi: 10.1063/1.50654. URL http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.50654. ISSN : 0094243X.

[16] P. T. Bartkowski. Spallation of Hot Pressed Boron Carbide Ceramic. In *AIP Conference Proceedings*, volume 620, pages 779–782, Atlanta, Georgia (USA), 2002. AIP. doi: 10.1063/1.1483653. URL http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1483653. ISSN : 0094243X.

[17] T. Belytschko and T. Black. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45(5) :601–620, June 1999. ISSN 0029-5981, 1097-0207. doi: 10.1002/(SICI)1097-0207(19990620)45:5¡601::AID-NME598¿3.0.CO;2-S.

[18] T. Belytschko, Y. Lu, L. Gu, and M. Tabbara. Element-free galerkin methods for static and dynamic fracture. *International Journal of Solids and Structures*, 32(17-18) :2547–2570, Sept. 1995. ISSN 00207683. doi: 10.1016/0020-7683(94)00282-2.

[19] M. Beppu, K. Miwa, M. Itoh, M. Katayama, and T. Ohno. Damage evaluation of concrete plates by high-velocity impact. *International Journal of Impact Engineering*, 35(12) :1419–1426, Dec. 2008. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2008.07.021.

[20] A. Bertrand. *Comportement de matériaux carbonés sous sollicitations dynamiques intenses : analogie entre irradiations lasers et impacts hypervéloces*. phdthesis, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris, France, Nov. 2018. URL https://pastel.hal.science/tel-02073146v1/document.

[21] M. Blasone, D. Saletti, J. Baroth, P. Forquin, E. Bonnet, and A. Delaplace. Ultra-high performance fibre-reinforced concrete under impact of an AP projectile : Parameter identification and numerical modelling using the DFHcoh-KST coupled model. *International Journal of Impact Engineering*, 152 :103838, June 2021. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2021.103838.

[22] M. J. Borden, C. V. Verhoosel, M. A. Scott, T. J. Hughes, and C. M. Landis. A phase-field description of dynamic brittle fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 217-220 :77–95, Apr. 2012. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2012.01.008.

[23] B. Bourdin, C. J. Larsen, and C. L. Richardson. A time-discrete model for dynamic fracture based on crack regularization. *International Journal of Fracture*, 168(2) :133–143, Apr. 2011. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/s10704-010-9562-x.

[24] J. L. Bourgade, R. Marmoret, S. Darbon, R. Rosch, P. Troussel, B. Villette, V. Glebov, W. T. Shmayda, J. C. Gomme, Y. Le Tonqueze, F. Aubard, J. Baggio, S. Bazzoli, F. Bonneau, J. Y.

Boutin, T. Caillaud, C. Chollet, P. Combis, L. Disdier, J. Gazave, S. Girard, D. Gontier, P. Jaanimagi, H. P. Jacquet, J. P. Jadaud, O. Landoas, J. Legendre, J. L. Leray, R. Maroni, D. D. Meyerhofer, J. L. Miquel, F. J. Marshall, I. Masclet-Gobin, G. Pien, J. Raimbourg, C. Reverdin, A. Richard, D. Rubin de Cervens, C. T. Sangster, J. P. Seaux, G. Soullie, C. Stoeckl, I. Thfoin, L. Videau, and C. Zuber. Diagnostics hardening for harsh environment in Laser Mégajoule (invited). *Review of Scientific Instruments*, 79(10) :10F301, Oct. 2008. ISSN 0034-6748, 1089-7623. doi: 10.1063/1.2991161.

[25] N. Bourne. Impact on alumina. I. Response at the mesoscale. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 462(2074) :3061–3080, Oct. 2006. ISSN 1364-5021, 1471-2946. doi: 10.1098/rspa.2006.1661.

[26] N. K. Bourne, Z. Rosenberg, I. G. Crouch, and J. E. Field. The effect of microstructural variations upon the dynamic compressive and tensile strengths of aluminas. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical and Physical Sciences*, 446(1927) :309–318, Aug. 1994. ISSN 0962-8444, 2053-9177. doi: 10.1098/rspa.1994.0106.

[27] M. Breitenfeld, P. Geubelle, O. Weckner, and S. Silling. Non-ordinary state-based peridynamic analysis of stationary crack problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 272 :233–250, Apr. 2014. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2014.01.002.

[28] D. Broek. *Elementary engineering fracture mechanics*. Springer Netherlands, Dordrecht, 1986. ISBN 978-94-009-4333-9. OCLC : 840305539.

[29] L. Brown, P. Hazell, I. Crouch, J. Escobedo, and A. Brown. Computational and Split-Hopkinson Pressure-Bar studies on the effect of the jacket during penetration of an AK47 bullet into ceramic armour. *Materials & Design*, 119 :47–53, Apr. 2017. ISSN 02641275. doi: 10.1016/j.matdes.2017.01.062.

[30] E. Budyn, G. Zi, N. Moës, and T. Belytschko. A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing : a method for multiple crack growth. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(10) :1741–1770, Nov. 2004. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.1130.

[31] E. Buzaud, A. Cosculluela, H. Couque, and E. Cadoni. Advances in the characterization, modelling and simulation of materials subjected to dynamic loading. *The European Physical Journal Special Topics*, 227(1-2) :1–2, Sept. 2018. ISSN 1951-6355, 1951-6401. doi: 10.1140/epjst/e2018-00106-3.

[32] E. Buzaud, A. Cosculluela, H. Couque, and E. Cadoni. *Advances in the Characterization, Modeling and Simulation of Materials Subjected to High Strain Rates*, volume 1-2 of *The European Physical Journal Special Topics*. The European Physical Journal Special Topics, Sept. 2018. ISBN 1951-6355. URL https://link.springer.com/article/10.1140/epjst/e2018-00106-3.

[33] W. D. Callister and D. G. Rethwisch. *Materials science and engineering : an introduction*. Wiley, Hoboken, NJ, 9. ed edition, 2014. ISBN 978-1-118-32457-8.

[34] G. Camacho and M. Ortiz. Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal of Solids and Structures*, 33(20-22) :2899–2938, Aug. 1996. ISSN 00207683. doi: 10.1016/0020-7683(95)00255-3.

[35] B. Cambou. *Behaviour of granular materials*. Springer, Wien, 1998. ISBN 978-3-7091-2526-7. OCLC : 883323246.

[36] H. A. Carmona, F. K. Wittel, F. Kun, and H. J. Herrmann. Fragmentation processes in impact of spheres. *Physical Review E*, 77(5) :051302, May 2008. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi: 10.1103/PhysRevE.77.051302.

[37] H. A. Carmona, F. K. Wittel, and F. Kun. From fracture to fragmentation : Discrete element modeling : Complexity of crackling noise and fragmentation phenomena revealed by discrete element simulations. *The European Physical Journal Special Topics*, 223(11) :2369–2382, Oct. 2014. ISSN 1951-6355, 1951-6401. doi: 10.1140/epjst/e2014-02270-3.

[38] A. Carpiuc, M. Poncelet, J. Réthoré, and S. Roux. CARPIUC benchmark overview : crack advance, reorientation, propagation and initiation under complex loadings. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 5(1) :24, Dec. 2018. ISSN 2213-7467. doi: 10.1186/s40323-018-0115-6.

[39] B. Cassany. Fragments and Debris Generation Using a High Power Pulsed Electron Beam. In *AIP Conference Proceedings*, volume 650, pages 361–364, Albuquerque, New Mexico (USA), 2002. AIP. doi: 10.1063/1.1530873. URL http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1530873. ISSN : 0094243X.

[40] M. Chambart. *Endommagement anisotrope et comportement dynamique des structures en béton armé jusqu'à la ruine.* phdthesis, École Normale Supérieure de Cachan, Cachan, France, Sept. 2009. URL https://theses.hal.science/tel-00436617/document.

[41] M. Chambart, S. Levy, and J. F. Molinari. How the obscuration-zone hypothesis affects fragmentation : Illustration with the cohesive-element method. *International Journal of Fracture*, 171(2) :125–137, Oct. 2011. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/s10704-011-9631-9.

[42] M. Chambart, R. Desmorat, and F. Gatuingt. Intrinsic dissipation of a modular anisotropic damage model : Application to concrete under impact. *Engineering Fracture Mechanics*, 127 : 161–180, Sept. 2014. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2014.06.006.

[43] H. Chen, E. Lin, and Y. Liu. A novel Volume-Compensated Particle method for 2D elasticity and plasticity analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 51(9) :1819–1833, May 2014. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.01.025.

[44] Y. P. Cheng, Y. Nakata, and M. D. Bolton. Discrete element simulation of crushable soil. *Géotechnique*, 53(7) :633–641, Sept. 2003. ISSN 0016-8505, 1751-7656. doi: 10.1680/geot.2003.53.7.633.

[45] Y. Chuzel. *Caractérisation expérimentale et simulation numérique d'impacts de glace à haute vitesse.* phdthesis, INSA Lyon, Lyon, France, Jan. 2009. URL https://lamcos.insa-lyon.fr/files/theses/392-thesepdf.pdf.

[46] A. Collé, J. Limido, and J.-P. Vila. An Accurate SPH Scheme for Dynamic Fragmentation modelling. *EPJ Web of Conferences*, 183 :01030, 2018. ISSN 2100-014X. doi: 10.1051/epjconf/201818301030.

[47] A. Coré, J.-B. Kopp, P. Viot, J.-L. Charles, and F. Dau. Experimental Investigation and Discrete Element Modelling of Composite Hollow Spheres Subjected to Dynamic Fracture. *International Journal of Polymer Science*, 2017 :1–15, 2017. ISSN 1687-9422, 1687-9430. doi: 10.1155/2017/7638482.

[48] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65, Mar. 1979. ISSN 0016-8505, 1751-7656. doi: 10.1680/geot.1979.29.1.47.

[49] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. Discussion : A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 30(3) :331–336, Sept. 1980. ISSN 0016-8505, 1751-7656. doi: 10.1680/geot.1980.30.3.331.

[50] J.-P. Cuq-Lelandais. *Etude du comportement dynamique de matériaux sous choc laser subpicoseconde.* phdthesis, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, Poitiers, France, Dec. 2010.

[51] R. Curti, S. Girardon, G. Pot, and P. Lorong. How to model orthotropic materials by the discrete element method (DEM) : random sphere packing or regular cubic arrangement ? *Computational Particle Mechanics*, 6(2) :145–155, Apr. 2019. ISSN 2196-4378, 2196-4386. doi: 10.1007/s40571-018-0202-y.

[52] C. Czarnota. *Endommagement ductile des materiaux metalliques sous chargement dynamique - Application à l'écaillage.pdf.* phdthesis, Université Paul Verlaine de Metz, Metz, France, Dec. 2006. URL https://www.researchgate.net/figure/Representation-de-Lagrange-de-limpact-de-plaques-et-croisement-des-ondes-dans-le-plan_fig11_30515103.

[53] D. P. Dandekar and P. Bartkowski. Tensile Strengths of Silicon Carbide (SiC) Under Shock Loading. *Army Research Laboratory Aberdeen Proving Ground*, page 56, 2001. URL https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA388072.pdf.

[54] A. Dansou, S. Mouhoubi, C. Chazallon, and M. Bonnet. Modeling multicrack propagation by the fast multipole symmetric Galerkin BEM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 106 :309–319, Sept. 2019. ISSN 09557997. doi: 10.1016/j.enganabound.2019.05.019.

[55] R. Danzer. Some notes on the correlation between fracture and defect statistics : Are Weibull statistics valid for very small specimens ? *Journal of the European Ceramic Society*, 26(15) : 3043–3049, Jan. 2006. ISSN 0955-2219. doi: 10.1016/j.jeurceramsoc.2005.08.021. Number : 15.

[56] R. Danzer, P. Supancic, J. Pascual, and T. Lube. Fracture statistics of ceramics – Weibull statistics and deviations from Weibull statistics. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(18) :2919–2932, Dec. 2007. ISSN 0013-7944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2006.05.028. Number : 18.

[57] R. Danzer, T. Lube, P. Supancic, and R. Damani. Fracture of Ceramics. *Advanced Engineering Materials*, 10(4) :275–298, Apr. 2008. ISSN 14381656, 15272648. doi: 10.1002/adem.200700347.

[58] N. P. Daphalapurkar, K. Ramesh, L. Graham-Brady, and J.-F. Molinari. Predicting variability in the dynamic failure strength of brittle materials considering pre-existing flaws. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59(2) :297–319, Feb. 2011. ISSN 00225096. doi: 10.1016/j.jmps.2010.10.006.

[59] M. K. Darabi, R. K. Abu Al-Rub, and D. N. Little. A continuum damage mechanics framework for modeling micro-damage healing. *International Journal of Solids and Structures*, 49(3-4) : 492–513, Feb. 2012. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2011.10.017.

[60] M. Dargaud. *Experimental and numerical analysis of the failure modes induced in ceramic materials under dynamic loading.* phdthesis, Université Grenoble Alpes, Grenoble, France, Apr. 2021. URL https://theses.hal.science/tel-03320732/.

[61] M. Dargaud and P. Forquin. A Shockless Plate-Impact Spalling Technique, Based on Wavy-Machined Flyer-Plates, to Evaluate the Strain-Rate Sensitivity of Ceramic Tensile Strength. *Journal of Dynamic Behavior of Materials*, 8(1) :73–88, Mar. 2022. ISSN 2199-7446, 2199-7454. doi: 10.1007/s40870-021-00317-4.

[62] R. Das and P. Cleary. Effect of rock shapes on brittle fracture using Smoothed Particle Hydrodynamics. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 53(1) :47–60, Feb. 2010. ISSN 01678442. doi: 10.1016/j.tafmec.2009.12.004.

[63] J. De Vree, W. Brekelmans, and M. van Gils. Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics. *Computers & Structures*, 55(4) :581–588, May 1995. ISSN 00457949. doi: 10.1016/0045-7949(94)00501-S.

[64] C. Denoual and F. Hild. On the characteristic scales involved in a fragmentation process. *Le Journal de Physique IV*, 08(PR8) :Pr8–119–Pr8–126, Nov. 1998. ISSN 1155-4339. doi: 10.1051/jp4:1998815.

[65] C. Denoual and F. Hild. A damage model for the dynamic fragmentation of brittle solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 183(3-4) :247–258, Mar. 2000. ISSN 00457825. doi: 10.1016/S0045-7825(99)00221-2.

[66] C. Denoual and F. Hild. Dynamic fragmentation of brittle solids : a multi-scale model. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 21(1) :105–120, Jan. 2002. ISSN 09977538. doi: 10.1016/S0997-7538(01)01187-1.

[67] C. Denoual, G. Barbier, and F. Hild. A probabilistic approach for fragmentation of brittle materials under dynamic loading. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Chemistry-Astronomy*, 325(12) :685–691, Dec. 1997. ISSN 12518069. doi: 10.1016/S1251-8069(97)82333-0.

[68] R. Desmorat. Anisotropic damage modeling of concrete materials. *International Journal of Damage Mechanics*, 25(6) :818–852, Aug. 2016. ISSN 1056-7895, 1530-7921. doi: 10.1177/1056789515606509.

[69] R. Desmorat, F. Gatuingt, and F. Ragueneau. Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(10) : 1539–1560, July 2007. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2006.09.012.

[70] J. Devlaminck, J. Luc, and P.-Y. Chanal. Digital signal processing for velocity measurements in dynamical material's behaviour studies. *Review of Scientific Instruments*, 85(3) :035109, Mar. 2014. ISSN 0034-6748, 1089-7623. doi: 10.1063/1.4866683.

[71] S. Dousset. *Comportement mécanique dynamique de la glace : Contributions expérimentales et numériques pour le cas d'impacts de grêle sur structures aéronautiques*. phdthesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers et Université de Laval, Talence, France, May 2019. URL https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-02548156.

[72] K. Duan, C. Kwok, and M. Pierce. Discrete element method modeling of inherently anisotropic rocks under uniaxial compression loading : Simulation of Inherently Anisotropic Rock. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 40(8) :1150–1183, June 2016. ISSN 03639061. doi: 10.1002/nag.2476.

[73] Y. Duplan. *Caractérisation expérimentale et modélisation des propriétés de rupture et de fragmentation dynamiques d'un noyau de munition et de céramiques à blindage*. phdthesis, Université Grenoble Alpes, Grenoble, France, May 2016. URL http://www.theses.fr/2020GRALI075.

[74] Y. Duplan and P. Forquin. Investigation of the multiple-fragmentation process and post-fragmentation behaviour of dense and nacre-like alumina ceramics by means of tandem impact experiments and tomographic analysis. *International Journal of Impact Engineering*, 155 : 103891, Sept. 2021. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2021.103891.

[75] Y. Duplan, P. Forquin, B. Lukić, and D. Saletti. Numerical analysis of a testing technique to investigate the dynamic crack propagation in armour ceramic. *EPJ Web of Conferences*, 183 : 02039, 2018. ISSN 2100-014X. doi: 10.1051/epjconf/201818302039.

[76] D. H. Eberly and K. Shoemake. *Game physics*. The Morgan Kaufmann series in interactive 3D technology. Morgan Kaufmann, Amsterdam, 2004. ISBN 978-1-55860-740-8.

[77] R. Ecault. *Etude expérimentale et numérique du comportement dynamique de composites aéronautiques sous choc laser. Optimisation du test d'adhérence par ondes de choc sur les assemblages composites collés*. phdthesis, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, Poitiers, France, Dec. 2013. URL https://theses.hal.science/tel-01242721/file/PhD_Ecault-final_pdf_valide.pdf.

[78] B. Erzar. *Ecaillage, cratérisation et comportement en traction dynamique de bétons sous impact : approches expérimentales et modélisation*. phdthesis, Université Paul Verlaine, Metz, France, Sept. 2010. URL https://theses.hal.science/tel-00589205/document.

[79] B. Erzar and E. Buzaud. Shockless spalling damage of alumina ceramic. *The European Physical Journal Special Topics*, 206(1) :71–77, May 2012. ISSN 1951-6355, 1951-6401. doi: 10.1140/epjst/e2012-01588-0.

[80] B. Erzar and P. Forquin. An Experimental Method to Determine the Tensile Strength of Concrete at High Rates of Strain. *Experimental Mechanics*, 50(7) :941–955, Sept. 2010. ISSN 0014-4851, 1741-2765. doi: 10.1007/s11340-009-9284-z.

[81] B. Erzar and J.-L. Zinszner. Dynamic characterization of tungsten carbide behaviour at very high strain-rates. *EPJ Web of Conferences*, 183 :02061, 2018. ISSN 2100-014X. doi: 10.1051/epjconf/201818302061.

[82] B. Erzar, E. Buzaud, and P.-Y. Chanal. Dynamic tensile fracture of mortar at ultra-high strain-rates. *Journal of Applied Physics*, 114(24) :244901, Dec. 2013. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.4852935.

[83] D. Estay, F. Chacana, J. Ibarra, L. Pérez, and S. Lascano. Bond calibration method for Young's modulus determination in the discrete element method framework. *Granular Matter*, 19(3) :60, Aug. 2017. ISSN 1434-5021, 1434-7636. doi: 10.1007/s10035-017-0734-5.

[84] A. Fakhimi and T. Villegas. Application of Dimensional Analysis in Calibration of a Discrete Element Model for Rock Deformation and Fracture. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 40 (2) :193–211, Apr. 2007. ISSN 0723-2632, 1434-453X. doi: 10.1007/s00603-006-0095-6.

[85] S. Feld-Payet, G. Le Besnerais, V. Bonnand, D. Pacou, and L. Thiercelin. Crack path tracking from full field measurements : A novel empirical methodology. *Strain*, 56(2), Apr. 2020. ISSN 0039-2103, 1475-1305. doi: 10.1111/str.12333.

[86] D. Fernández-Fdz, R. Zaera, and J. Fernández-Sáez. A constitutive equation for ceramic materials used in lightweight armors. *Computers & Structures*, 89(23-24) :2316–2324, Dec. 2011. ISSN 00457949. doi: 10.1016/j.compstruc.2011.08.003.

[87] J. Fineberg and M. Marder. Instability in dynamic fracture. *Physics Reports*, 313(1-2) :1–108, May 1999. ISSN 03701573. doi: 10.1016/S0370-1573(98)00085-4.

[88] J. L. Finney. Random packings and the structure of simple liquids. I. The geometry of random close packing. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 319(1539) :479–493, Nov. 1970. ISSN 0080-4630. doi: 10.1098/rspa.1970.0189.

[89] P. Forquin. An optical correlation technique for characterizing the crack velocity in concrete. *The European Physical Journal Special Topics*, 206(1) :89–95, May 2012. ISSN 1951-6355, 1951-6401. doi: 10.1140/epjst/e2012-01590-6.

[90] P. Forquin. Brittle materials at high-loading rates : an open area of research. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 375 (2085) :20160436, Jan. 2017. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi: 10.1098/rsta.2016.0436.

[91] P. Forquin and R. Cheriguene. A rocking spalling test to characterize the crack velocity in concrete. In T. Proulx, editor, *Experimental and Applied Mechanics, Volume 6*, pages 1–2. Springer New York, New York, NY, 2011. ISBN 978-1-4614-0221-3 978-1-4614-0222-0. doi: 10.1007/978-1-4614-0222-0“1. Series Title : Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series.

[92] P. Forquin and B. Erzar. Dynamic fragmentation process in concrete under impact and spalling tests. *International Journal of Fracture*, 163(1-2) :193–215, May 2010. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/s10704-009-9419-3.

[93] P. Forquin and F. Hild. A Probabilistic Damage Model of the Dynamic Fragmentation Process in Brittle Materials. In *Advances in Applied Mechanics*, volume 44, pages 1–72. Elsevier, 2010. ISBN 978-0-12-380878-3. doi: 10.1016/S0065-2156(10)44001-6.

[94] P. Forquin and J.-L. Zinszner. A pulse-shaping technique to investigate the behaviour of brittle materials subjected to plate-impact tests. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 375(2085) :20160333, Jan. 2017. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi: 10.1098/rsta.2016.0333.

[95] P. Forquin, C. Denoual, C. Cottenot, and F. Hild. Experiments and modelling of the compressive behaviour of two SiC ceramics. *Mechanics of Materials*, 35(10) :987–1002, Oct. 2003. ISSN 01676636. doi: 10.1016/S0167-6636(02)00321-6.

[96] P. Forquin, L. Tran, P.-F. Louvigné, L. Rota, and F. Hild. Effect of aluminum reinforcement on the dynamic fragmentation of SiC ceramics. *International Journal of Impact Engineering*, 28 (10) :1061–1076, Nov. 2003. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/S0734-743X(03)00034-4.

[97] P. Forquin, G. Rossiquet, J.-L. Zinszner, and B. Erzar. Microstructure influence on the fragmentation properties of dense silicon carbides under impact. *Mechanics of Materials*, 123 :59–76, Aug. 2018. ISSN 01676636. doi: 10.1016/j.mechmat.2018.03.007.

[98] P. Forquin, M. Blasone, D. Georges, and M. Dargaud. Continuous and discrete methods based on X-ray computed-tomography to model the fragmentation process in brittle solids over a wide range of strain-rates - application to three brittle materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 152 :104412, July 2021. ISSN 00225096. doi: 10.1016/j.jmps.2021.104412.

[99] G. Francfort and J.-J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(8) :1319–1342, Aug. 1998. ISSN 00225096. doi: 10.1016/S0022-5096(98)00034-9.

[100] F. Galvez Diaz-Rubio, J. Rodriguez Pérez, and V. Sanchez Galvez. The spalling of long bars as a reliable method of measuring the dynamic tensile strength of ceramics. *International Journal of Impact Engineering*, 27(2) :161–177, Feb. 2002. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/S0734-743X(01)00039-2.

[101] G. C. Ganzenmüller. An hourglass control algorithm for Lagrangian Smooth Particle Hydrodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 286 :87–106, Apr. 2015. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2014.12.005.

[102] E. Gay, L. Berthe, E. Buzaud, M. Boustie, and M. Arrigoni. Shock adhesion test for composite bonded assembly using a high pulsed power generator. *Journal of Applied Physics*, 114(1) : 013502, July 2013. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.4811696.

[103] A. Geromel Fischer and J.-J. Marigo. Gradient damage models applied to dynamic fragmentation of brittle materials. *International Journal of Fracture*, Mar. 2019. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/s10704-019-00356-y.

[104] R. A. Gingold and J. J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181(3) :375–389, Dec. 1977. ISSN 0035-8711, 1365-2966. doi: 10.1093/mnras/181.3.375.

[105] J. Girardot and E. Prulière. Elastic calibration of a discrete domain using a proper generalized decomposition. *Computational Particle Mechanics*, 8(4) :993–1000, July 2021. ISSN 2196-4378, 2196-4386. doi: 10.1007/s40571-020-00385-8.

[106] W. A. Gooch. Overview of the Development of Ceramic Armor Technology : Past, Present and the Future. In J. J. Swab, S. Widjaja, and D. Singh, editors, *Ceramic Engineering and Science Proceedings*, pages 193–213. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, Nov. 2011. ISBN 978-1-118-09525-6 978-1-118-05990-6. doi: 10.1002/9781118095256.ch18.

[107] K. Gotoh, W. Jodrey, and E. Tory. A random packing structure of equal spheres — statistical geometrical analysis of tetrahedral configurations. *Powder Technology*, 20(2) :233–242, July 1978. ISSN 00325910. doi: 10.1016/0032-5910(78)80054-0.

[108] T. M. Grabois, J. Neggers, L. Ponson, F. Hild, and R. D. Toledo Filho. On the validation of integrated DIC with tapered double cantilever beam tests. *Engineering Fracture Mechanics*, 191 :311–323, Mar. 2018. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2017.12.015.

[109] D. Grady and M. Kipp. Continuum modelling of explosive fracture in oil shale. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 17(3) :147–157, June 1980. ISSN 01489062. doi: 10.1016/0148-9062(80)91361-3.

[110] P. Grassl, D. Grégoire, L. Rojas Solano, and G. Pijaudier-Cabot. Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 49(13) :1818–1827, June 2012. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2012.03.023.

[111] D. Grégoire, H. Maigre, J. Réthoré, and A. Combescure. Dynamic crack propagation under mixed-mode loading – Comparison between experiments and X-FEM simulations. *International Journal of Solids and Structures*, 44(20) :6517–6534, Oct. 2007. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2007.02.044.

[112] Y. D. Ha and F. Bobaru. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics. *International Journal of Fracture*, 162(1-2) :229–244, Mar. 2010. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/s10704-010-9442-4.

[113] D. Haboussa, D. Grégoire, T. Elguedj, H. Maigre, and A. Combescure. X-FEM analysis of the effects of holes or other cracks on dynamic crack propagations : X-FEM ANALYSIS OF THE EFFECTS OF HOLES OR OTHER CRACKS. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 86(4-5) :618–636, Apr. 2011. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.3128.

[114] M. S. Haque and C. M. Stewart. Comparative analysis of the sin-hyperbolic and Kachanov–Rabotnov creep-damage models. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 171 :1–9, Mar. 2019. ISSN 03080161. doi: 10.1016/j.ijpvp.2019.02.001.

[115] P. Hazell, N. Fellows, and J. Hetherington. A note on the behind armour effects from perforated alumina/aluminium targets. *International Journal of Impact Engineering*, 21(7) :589–595, Aug. 1998. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/S0734-743X(98)00014-1.

[116] P. J. Hazell. *Ceramic Armour : Design and Defeat Mechanisms*. Argos Press, Canberra, Australia, 2006. ISBN 1 921138 01 7. URL https://www.abebooks.com/9781921138010/Ceramic-Armour-Design-Defeat-Mechanisms-1921138017/plp.

[117] P. J. Hazell. Special issue on ceramic armour. *Advances in Applied Ceramics*, 109(8) :445–445, Nov. 2010. ISSN 1743-6753, 1743-6761. doi: 10.1179/174367610X12804792635864.

[118] P. J. Hazell and M. J. Iremonger. Crack softening damage model for ceramic impact and its application within a hydrocode. *Journal of Applied Physics*, 82(3) :1088–1092, Aug. 1997. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.365875.

[119] P. J. Hazell and M. J. Iremonger. The numerical analysis of dynamically loaded ceramic : a crack softening approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48(7) :1037–1053, July 2000. ISSN 0029-5981, 1097-0207. doi: 10.1002/(SICI)1097-0207(20000710)48:7¡1037::AID-NME914¿3.0.CO;2-R.

[120] Y. He, J. Zhang, T. Andriollo, J. Hattel, and W. Zhao. Investigation of the elastoplastic and fracture behavior of solid materials considering microstructural anisotropy : A discrete element modeling study. *Computational Materials Science*, 170 :109164, Dec. 2019. ISSN 09270256. doi: 10.1016/j.commatsci.2019.109164.

[121] S. Hentz, F. V. Donzé, and L. Daudeville. Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. *Computers & Structures*, 82(29-30) :2509–2524, Nov. 2004. ISSN 00457949. doi: 10.1016/j.compstruc.2004.05.016.

[122] P. L. Hereil. GEPI : An Ice Generator for Dynamic Material Characterisation and Hypervelocity Impact. In *AIP Conference Proceedings*, volume 706, pages 1209–1212, Portland, Oregon (USA), 2004. AIP. doi: 10.1063/1.1780455. URL http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1780455. ISSN : 0094243X.

[123] H. Hertz. Hertz's Miscellaneous Papers. *Nature*, 55(1410) :6–9, Nov. 1896. ISSN 0028-0836, 1476-4687. doi: 10.1038/055006f0.

[124] F. Hild. On characteristic parameters involved in dynamic fragmentation processes. *Mechanics of Materials*, 80 :340–350, Jan. 2015. ISSN 01676636. doi: 10.1016/j.mechmat.2013.11.012.

[125] F. Hild, C. Denoual, P. Forquin, and X. Brajer. On the probabilistic–deterministic transition involved in a fragmentation process of brittle materials. *Computers & Structures*, 81(12) :1241–1253, May 2003. ISSN 00457949. doi: 10.1016/S0045-7949(03)00039-7.

[126] M. Hofacker and C. Miehe. A phase field model of dynamic fracture : Robust field updates for the analysis of complex crack patterns : A PHASE FIELD MODEL OF DYNAMIC FRACTURE. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 93(3) :276–301, Jan. 2013. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.4387.

[127] T. J. Holmquist, G. R. Johnson, and C. A. Gerlach. An improved computational constitutive model for glass. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 375(2085) :20160182, Jan. 2017. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi: 10.1098/rsta.2016.0182.

[128] W. Hu, Y. D. Ha, and F. Bobaru. Modeling dynamic fracture and damage in a fiber-reinforced composite lamina with peridynamics. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 9(6) :707–726, 2011. ISSN 1543-1649. doi: 10.1615/IntJMultCompEng.2011002651.

[129] Y. K. Hwang and Y. M. Lim. Validation of three-dimensional irregular lattice model for concrete failure mode simulations under impact loads. *Engineering Fracture Mechanics*, 169 :109–127, Jan. 2017. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2016.11.007.

[130] Y. K. Hwang, J. E. Bolander, and Y. M. Lim. Simulation of concrete tensile failure under high loading rates using three-dimensional irregular lattice models. *Mechanics of Materials*, 101 : 136–146, Oct. 2016. ISSN 01676636. doi: 10.1016/j.mechmat.2016.08.002.

[131] Y. K. Hwang, J. E. Bolander, and Y. M. Lim. Evaluation of dynamic tensile strength of concrete using lattice-based simulations of spalling tests. *International Journal of Fracture*, 221(2) :191–209, Feb. 2020. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/s10704-020-00422-w.

[132] I. Iordanoff, J. L. Charles, and D. Andre. Development of the GranOO Discrete Element Platform for Dynamic Problems : Application for Tribological Application. In *ASME/STLE 2012 International Joint Tribology Conference*, pages 325–329, Denver, Colorado, USA, Oct. 2012. American Society of Mechanical Engineers. ISBN 978-0-7918-4508-0. doi: 10.1115/IJTC2012-61200. URL https://asmedigitalcollection.asme.org/IJTC/proceedings/IJTC2012/45080/325/260394.

[133] M. R. I. Islam and C. Peng. A Total Lagrangian SPH method for modelling damage and failure in solids. *International Journal of Mechanical Sciences*, 157-158 :498–511, July 2019. ISSN 00207403. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2019.05.003.

[134] J. C. Jaeger, N. G. W. Cook, and R. W. Zimmerman. *Fundamentals of rock mechanics*. Blackwell, Malden, 4th ed edition, 2007. ISBN 978-0-632-05759-7.

[135] R. Jain. *Effective Area and Effective Volume Calculations for Ceramic Test Specimens*. phdthesis, Cleveland State University, Orlando, Florida, USA, May 2008. URL https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2009/48821/231/344590.

[136] R. Jain, J. Lock, and S. F. Duffy. Effective Area and Effective Volume Calculations for Ceramic Test Specimens. In *Volume 1 : Aircraft Engine ; Ceramics ; Coal, Biomass and Alternative Fuels ; Controls, Diagnostics and Instrumentation ; Education ; Electric Power ; Awards and Honors*, pages 231–239, Orlando, Florida, USA, Jan. 2009. ASMEDC. ISBN 978-0-7918-4882-1. doi: 10.1115/GT2009-59028. URL https://asmedigitalcollection.asme.org/GT/proceedings/GT2009/48821/231/344590.

[137] A. Javili, R. Morasata, E. Oterkus, and S. Oterkus. Peridynamics review. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 24(11) :3714–3739, Nov. 2019. ISSN 1081-2865, 1741-3028. doi: 10.1177/1081286518803411.

[138] A. D. S. Jayatilaka and K. Trustrum. Statistical approach to brittle fracture. *Journal of Materials Science*, 12(7) :1426–1430, July 1977. ISSN 0022-2461, 1573-4803. doi: 10.1007/BF00540858.

[139] M. Jebahi. *Discrete-continuum coupling Method for Simulation of Laser-induced Damage in Silica Glass*. phdthesis, Université de Bordeaux, Nov. 2013. URL http://rgdoi.net/10.13140/RG.2.1.1722.1608.

[140] M. Jebahi, D. André, F. Dau, J.-l. Charles, and I. Iordanoff. Simulation of Vickers indentation of silica glass. *Journal of Non-Crystalline Solids*, 378 :15–24, Oct. 2013. ISSN 00223093. doi: 10.1016/j.jnoncrysol.2013.06.007.

[141] M. Jebahi, D. André, I. Terreros, and I. Iordanoff. *Discrete Element Method to Model 3D Continuous Materials*. Number 1 in Discrete Element Model and Simulation of Continuous Materials Behavior Set. Wiley-ISTE, Mar. 2015. ISBN 978-1-84821-770-6. URL http://www.iste.co.uk/book.php?id=847.

[142] M. Jebahi, F. Dau, J.-L. Charles, and I. Iordanoff. *Discrete-continuum Coupling Method to Simulate Highly Dynamic Multi-scale Problems*. Number 2 in Discrete Element Model and Simulation of Continuous Materials Behavior Set. Wiley-ISTE, 2015. ISBN 978-1-84821-771-3. URL http://www.iste.co.uk/book.php?id=892.

[143] M. Jebahi, F. Dau, I. Iordanoff, and J.-P. Guin. Virial stress-based model to simulate the silica glass densification with the discrete element method : Virial stress-based model to simulate the silica glass densification with the discrete element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 112(13) :1909–1925, Dec. 2017. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.5589.

[144] J.-F. Jerier, D. Imbault, F.-V. Donze, and P. Doremus. A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing. *Granular Matter*, 11(1) :43–52, Jan. 2009. ISSN 1434-5021, 1434-7636. doi: 10.1007/s10035-008-0116-0.

[145] D. Jeulin. Morphological Models for Fracture Statistics. *Materials Science Forum*, 123-125 : 505–514, Jan. 1993. ISSN 1662-9752. doi: 10.4028/www.scientific.net/MSF.123-125.505.

[146] M. Ji, H. Li, J. Zheng, S. Yang, Z. Zaiemyekeh, and J. D. Hogan. An experimental study on the strain-rate-dependent compressive and tensile response of an alumina ceramic. *Ceramics International*, 48(19) :28121–28134, Oct. 2022. ISSN 02728842. doi: 10.1016/j.ceramint.2022.06.117.

[147] G. R. Johnson, R. A. Stryk, and S. R. Beissel. SPH for high velocity impact computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139(1-4) :347–373, Dec. 1996. ISSN 00457825. doi: 10.1016/S0045-7825(96)01089-4.

[148] D. R. Jones, S. J. Fensin, B. M. Morrow, D. T. Martinez, and R. S. Hixson. Shock recompaction of spall damage. *Journal of Applied Physics*, 127(24) :245901, June 2020. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/5.0011337.

[149] L. M. Kachanov. Time of the Rupture Process under Creep Conditions. *Izvestiia Akademii Nauk SSSR*, pages 26–31, 1958.

[150] L. M. Kachanov. *Introduction to continuum damage mechanics*, volume 10 of *Mechanics of Elastic Stability*. Springer Netherlands, Dordrecht, 1986. ISBN 978-90-481-8296-1 978-94-017-1957-5. doi: 10.1007/978-94-017-1957-5.

[151] M. Kachanov. On the Concept of Damage in Creep and in the Brittle-Elastic Range. *International Journal of Damage Mechanics*, 3(4) :329–337, Oct. 1994. ISSN 1056-7895, 1530-7921. doi: 10.1177/105678959400300402.

[152] M. F. Kanninen and C. H. Popelar. *Advanced fracture mechanics*. Oxford University Press, New York, 1985. ISBN 978-0-19-503532-2. OCLC : 11467958.

[153] R. N. Katz and W. A. Brantley. Fractography of High Boron Ceramics Subjected to Ballistic Loading. In W. W. Kriegel and H. Palmour, editors, *Ceramics in Severe Environments*, pages 271–282. Springer US, Boston, MA, 1971. ISBN 978-1-4684-3143-8 978-1-4684-3141-4. doi: 10.1007/978-1-4684-3141-4“‘18.

[154] T. Kawai. New discrete models and their application to seismic response analysis of structures. *Nuclear Engineering and Design*, 48(1) :207–229, June 1978. ISSN 00295493. doi: 10.1016/0029-5493(78)90217-0.

[155] O. Keita, C. Dascalu, and B. François. A two-scale model for dynamic damage evolution. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 64 :170–183, Mar. 2014. ISSN 00225096. doi: 10.1016/j.jmps.2013.11.003.

[156] K. Ken-Ichi. Distribution of directional data and fabric tensors. *International Journal of Engineering Science*, 22(2) :149–164, Jan. 1984. ISSN 00207225. doi: 10.1016/0020-7225(84)90090-9.

[157] K. Kim and Y. M. Lim. Simulation of rate dependent fracture in concrete using an irregular lattice model. *Cement and Concrete Composites*, 33(9) :949–955, Oct. 2011. ISSN 09589465. doi: 10.1016/j.cemconcomp.2011.01.002.

[158] K. Kim, J. E. Bolander, and Y. M. Lim. Failure simulation of RC structures under highly dynamic conditions using random lattice models. *Computers & Structures*, 125 :127–136, Sept. 2013. ISSN 00457949. doi: 10.1016/j.compstruc.2013.04.007.

[159] J. Kimberley, K. Ramesh, and N. Daphalapurkar. A scaling law for the dynamic strength of brittle solids. *Acta Materialia*, 61(9) :3509–3521, May 2013. ISSN 13596454. doi: 10.1016/j.actamat.2013.02.045.

[160] J. Klepaczko and A. Brara. An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. *International Journal of Impact Engineering*, 25(4) :387–409, Apr. 2001. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/S0734-743X(00)00050-6.

[161] A. E. Koniges, C. S. Debonnel, J. Andrew, D. Eder, D. Kalantar, N. Masters, A. Fisher, R. Anderson, B. Gunney, B. Brown, K. Sain, F. Bonneau, J.-L. Bourgade, J.-M. Chevalier, P. Combis, A. Geille, J.-P. Jadaud, Maroni, D. Raffestin, J.-L. Ulmer, J. Vierne, A. M. Tobin, M. Meyers, and H. Jarmakani. Experiments for the validation of debris and shrapnel calculations. *Journal of Physics : Conference Series*, 112(3) :032072, May 2008. ISSN 1742-6596. doi: 10.1088/1742-6596/112/3/032072.

[162] J. Lachambre. *Développement d'une méthode de caractérisation 3D des fissures de fatigue à l'aide de la Corrélation d'Images Numériques obtenues par tomographie X*. phdthesis, INSA Lyon, Lyon, France, 2014. URL https://lamcos.insa-lyon.fr/files/theses/906-thesepdf.pdf.

[163] B. M. LaLone and Y. M. Gupta. Elastic limit of x-cut quartz under shockless and shock wave compression : Loading rate dependence. *Journal of Applied Physics*, 106(5) :053526, Sept. 2009. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.3213369.

[164] D. Laporte. *Analyse de la réponse d'assemblages collés sous des sollicitations en dynamique rapide. Essais et modélisations*. PhD thesis, ENSMA, Oct. 2011. URL https://theses.hal.science/tel-00639342v1.

[165] D. Laporte, F. Malaise, M. Boustie, J.-M. Chevalier, and E. Buzaud. Tensile strength of aluminum-epoxy resin composite structure under high strain rate conditions. In *Conference of the American Physical Society*, pages 1069–1072, Chicago, Illinois, 2012. doi: 10.1063/1.3686463. URL http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.3686463.

[166] B. Lawn. *Fracture of Brittle Solids*. Cambridge University Press, 2 edition, June 1993. ISBN 978-0-521-40972-8 978-0-521-40176-0 978-0-511-62312-7. doi: 10.1017/CBO9780511623127.

[167] W. Leclerc, A. Ammar, D. Moukadiri, T. Dridi, and M. Guessasma. Halo approach to model cracks initiation and propagation in 3D Discrete Element Method simulation of homogeneous and heterogeneous materials. *Composite Structures*, 259 :113222, Mar. 2021. ISSN 02638223. doi: 10.1016/j.compstruct.2020.113222.

[168] T. G. Leclercq. *Etude du comportement thermomécanique de la YSZ projetée plasma sous vieillissement hydrique*. phdthesis, INSA Lyon, Lyon, France, Jan. 2014. URL https://theses.hal.science/tel-01208021/document.

[169] W.-S. Lei, P. Zhang, Z. Yu, and G. Qian. Statistics of ceramic strength : Use ordinary Weibull distribution function or Weibull statistical fracture theory ? *Ceramics International*, 46(13) : 20751–20768, Sept. 2020. ISSN 02728842. doi: 10.1016/j.ceramint.2020.05.024.

[170] W.-S. Lei, Z. Yu, P. Zhang, and G. Qian. Standardized Weibull statistics of ceramic strength. *Ceramics International*, 47(4) :4972–4993, Feb. 2021. ISSN 02728842. doi: 10.1016/j.ceramint.2020.10.073.

[171] J. Lemaitre and J.-L. Chaboche. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1 edition, Feb. 1990. ISBN 978-0-521-32853-1 978-0-521-47758-1 978-1-139-16797-0. doi: 10.1017/CBO9781139167970.

[172] S. Leroch, M. Varga, S. Eder, A. Vernes, M. Rodriguez Ripoll, and G. Ganzenmüller. Smooth particle hydrodynamics simulation of damage induced by a spherical indenter scratching a visco-plastic material. *International Journal of Solids and Structures*, 81 :188–202, Mar. 2016. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2015.11.025.

[173] J. Limido, C. Espinosa, M. Salaün, and J. Lacome. SPH method applied to high speed cutting modelling. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(7) :898–908, Sept. 2007. ISSN 00207403. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2006.11.005.

[174] K. Lochmann, L. Oger, and D. Stoyan. Statistical analysis of random sphere packings with variable radius distribution. *Solid State Sciences*, 8(12) :1397–1413, Dec. 2006. ISSN 12932558. doi: 10.1016/j.solidstatesciences.2006.07.011.

[175] F. Longy and J. Cagnoux. Plasticity and Microcracking in Shock-Loaded Alumina. *Journal of the American Ceramic Society*, 72(6) :971–979, June 1989. ISSN 0002-7820, 1551-2916. doi: 10.1111/j.1151-2916.1989.tb06254.x.

[176] E. Lorentz, S. Cuvilliez, and K. Kazymyrenko. Modelling large crack propagation : from gradient damage to cohesive zone models. *International Journal of Fracture*, 178(1-2) :85–95, Nov. 2012. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/s10704-012-9746-7.

[177] B. D. Lubachevsky and F. H. Stillinger. Geometric properties of random disk packings. *Journal of Statistical Physics*, 60(5-6) :561–583, Sept. 1990. ISSN 0022-4715, 1572-9613. doi: 10.1007/BF01025983.

[178] S. Mainguy, B. Le Garrec, and M. Josse. Downstream impact of flaws on the LIL/LMJ laser lines. In G. J. Exarhos, A. H. Guenther, K. L. Lewis, D. Ristau, M. Soileau, and C. J. Stolz, editors, *Boulder Damage Symposium XXXVII : Annual Symposium on Optical Materials for High Power Lasers*, page 599105, Boulder, CO, Oct. 2005. doi: 10.1117/12.638571. URL http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.638571.

[179] F. Malaise. *Réponse d'une céramique à l'impact d'un barreau à grande vitesse (1500 m/s). Croisement essais dynamiques-modelisation numérique*. phdthesis, ENSAM, Paris, France, 1999. URL https://www.theses.fr/1999ENAM0024.

[180] C. Mangeant. SYRINX Project : HPP Generators Devoted to Isentropic Compression Experiments. In *AIP Conference Proceedings*, volume 620, pages 1173–1176, Atlanta, Georgia (USA), 2002. AIP. doi: 10.1063/1.1483746. URL http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.1483746. ISSN : 0094243X.

[181] K. Marchais, J. Girardot, C. Metton, and I. Iordanoff. A 3D DEM simulation to study the influence of material and process parameters on spreading of metallic powder in additive manufacturing. *Computational Particle Mechanics*, 8(4) :943–953, July 2021. ISSN 2196-4378, 2196-4386. doi: 10.1007/s40571-020-00380-z.

[182] A. Mardoukhi, Y. Mardoukhi, M. Hokka, and V.-T. Kuokkala. Effects of strain rate and surface cracks on the mechanical behaviour of Balmoral Red granite. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 375(2085) :20160179, Jan. 2017. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi: 10.1098/rsta.2016.0179.

[183] C. Martin, D. Bouvard, and S. Shima. Study of particle rearrangement during powder compaction by the Discrete Element Method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51(4) : 667–693, Apr. 2003. ISSN 00225096. doi: 10.1016/S0022-5096(02)00101-1.

[184] C. L. Martin, Z. Yan, D. Jauffres, D. Bouvard, and R. K. Bordia. Sintered ceramics with controlled microstructures : numerical investigations with the Discrete Element Method. *Journal of the Ceramic Society of Japan*, 124(4) :340–345, 2016. ISSN 1348-6535, 1882-0743. doi: 10.2109/jcersj2.15269.

[185] L. P. Martin, J. R. Patterson, D. Orlikowski, and J. H. Nguyen. Application of tape-cast graded impedance impactors for light-gas gun experiments. *Journal of Applied Physics*, 102(2) :023507, July 2007. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.2756058.

[186] S. R. Martin. *Experimental Chracterization of the effect of the microstructure on dynamic behavior of SiC*. phdthesis, Georgia Institute of Technology, USA, June 2004. URL https://smartech.gatech.edu/bitstream/handle/1853/5024/martin_samuel_r_200407_mast.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

[187] J. Mazars, Y. Berthaud, and S. Ramtani. The unilateral behaviour of damaged concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 35(4-5) :629–635, Jan. 1990. ISSN 00137944. doi: 10.1016/0013-7944(90)90145-7.

[188] J. Mazars, F. Hamon, and S. Grange. A new 3D damage model for concrete under monotonic, cyclic and dynamic loadings. *Materials and Structures*, 48(11) :3779–3793, Nov. 2015. ISSN 1359-5997, 1871-6873. doi: 10.1617/s11527-014-0439-8.

[189] T. Menouillard, J. Réthoré, N. Moës, A. Combescure, and H. Bung. Mass lumping strategies for X-FEM explicit dynamics : Application to crack propagation : MASS LUMPING STRATEGIES FOR X-FEM EXPLICIT DYNAMICS. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 74(3) :447–474, Apr. 2008. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.2180.

[190] M. A. Meyers. *Dynamic Behavior of Materials*. Wiley, 1 edition, Sept. 1994. ISBN 978-0-471-58262-5 978-0-470-17227-8. doi: 10.1002/9780470172278.

[191] C. Miehe, F. Welschinger, and M. Hofacker. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field FE implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83(10) :1273–1311, Sept. 2010. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.2861.

[192] J.-L. Miquel and E. Prene. LMJ & PETAL status and program overview. *Nuclear Fusion*, 59 (3) :032005, Mar. 2019. ISSN 0029-5515, 1741-4326. doi: 10.1088/1741-4326/aac343.

[193] B. Mishra and R. K. Rajamani. The discrete element method for the simulation of ball mills. *Applied Mathematical Modelling*, 16(11) :598–604, Nov. 1992. ISSN 0307904X. doi: 10.1016/0307-904X(92)90035-2.

[194] D. Mongin. Chapitre 5. Le lancement politique du programme Simulation. In *Dissuasion et Simulation*, Hors collection, pages 117–140. Odile Jacob, 2018. ISBN 978-2-7381-4492-8. URL https://www.cairn.info/dissuasion-et-simulation--9782738144928-p-117.htm.

[195] A. Morena and L. Peroni. Numerical Simulations of Laser-Induced Shock Experiments on Graphite. *Materials*, 14(22) :7079, Nov. 2021. ISSN 1996-1944. doi: 10.3390/ma14227079.

[196] E. Morice. *Fissuration dans les matériaux quasi-fragiles : approche numérique et expérimentale pour la détermination d'un modèle incrémental à variables condensées*. phdthesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Cachan, France, Mar. 2014. URL https://theses.hal.science/tel-01048626/document.

[197] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1) :131–150, Sept. 1999. ISSN 0029-5981, 1097-0207. doi: 10.1002/(SICI)1097-0207(19990910)46:1¡131::AID-NME726¿3.0.CO;2-J.

[198] N. Moës, C. Stolz, P.-E. Bernard, and N. Chevaugeon. A level set based model for damage growth : The thick level set approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 86(3) :358–380, Apr. 2011. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.3069.

[199] N. H. Murray, N. K. Bourne, and Z. Rosenberg. The dynamic compressive strength of aluminas. *Journal of Applied Physics*, 84(9) :4866–4871, Nov. 1998. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.368729.

[200] H. Nanda, G. J. Appleby-Thomas, D. C. Wood, and P. J. Hazell. Ballistic behaviour of explosively shattered alumina and silicon carbide targets. *Advances in Applied Ceramics*, 110(5) : 287–292, July 2011. ISSN 1743-6753, 1743-6761. doi: 10.1179/1743676111Y.0000000015.

[201] T. Nguyen, J. Yvonnet, Q.-Z. Zhu, M. Bornert, and C. Chateau. A phase field method to simulate crack nucleation and propagation in strongly heterogeneous materials from direct imaging of their microstructure. *Engineering Fracture Mechanics*, 139 :18–39, May 2015. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2015.03.045.

[202] T.-T. Nguyen, D. André, and M. Huger. Analytic laws for direct calibration of discrete element modeling of brittle elastic media using cohesive beam model. *Computational Particle Mechanics*, 6(3) :393–409, July 2019. ISSN 2196-4378, 2196-4386. doi: 10.1007/s40571-018-00221-0.

[203] S. A. Novikov, I. I. Divnov, and A. G. Ivanov. The study of fracture of steel, aluminium, and copper under explosive loading. *Phys Metals Metal sci (USSR)*, 21 :608–615, 1966.

[204] R. Ortiz, E. Deletombe, and Y. Chuzel-Marmot. Assessment of damage model and strain rate effects on the fragile stress/strain response of ice material. *International Journal of Impact Engineering*, 76 :126–138, Feb. 2015. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2014.09.011.

[205] M. Ostoja-Starzewski. Lattice models in micromechanics. *Applied Mechanics Reviews*, 55(1) : 35–60, Jan. 2002. ISSN 0003-6900, 2379-0407. doi: 10.1115/1.1432990.

[206] E. Oñate, F. Zárate, J. Miquel, M. Santasusana, M. A. Celigueta, F. Arrufat, R. Gandikota, K. Valiullin, and L. Ring. A local constitutive model for the discrete element method. Application to geomaterials and concrete. *Computational Particle Mechanics*, 2(2) :139–160, June 2015. ISSN 2196-4378, 2196-4386. doi: 10.1007/s40571-015-0044-9.

[207] B. Paliwal and K. Ramesh. An interacting micro-crack damage model for failure of brittle materials under compression. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(3) :896–923, Mar. 2008. ISSN 00225096. doi: 10.1016/j.jmps.2007.06.012.

[208] Z. Pan, R. Ma, D. Wang, and A. Chen. A review of lattice type model in fracture mechanics : theory, applications, and perspectives. *Engineering Fracture Mechanics*, 190 :382–409, Mar. 2018. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2017.12.037.

[209] V. Paris, N. Frage, M. Dariel, and E. Zaretsky. The spall strength of silicon carbide and boron carbide ceramics processed by spark plasma sintering. *International Journal of Impact Engineering*, 37(11) :1092–1099, Nov. 2010. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2010.06.008.

[210] T. Pazmiño, I. Pombo, J. Girardot, L. Godino, and J. Sánchez. Multiscale simulation of volumetric wear of vitrified alumina grinding wheels. *Wear*, 530-531 :205020, Oct. 2023. ISSN 00431648. doi: 10.1016/j.wear.2023.205020.

[211] J. Petit, Y. A. Alexeev, S. P. Ananiev, and M. N. Kazeev. The Electromagnetic Cylindrical Compression : A Tool to Test Behavior Modeling under Large Strain at High Strain Rate. *Le Journal de Physique IV*, 07(C3) :C3–109–C3–114, Aug. 1997. ISSN 1155-4339. doi: 10.1051/jp4:1997321.

[212] F. Pierron and P. Forquin. Ultra-High-Speed Full-Field Deformation Measurements on Concrete Spalling Specimens and Stiffness Identification with the Virtual Fields Method : **Concrete Spalling with Full-Field Measurements**. *Strain*, 48(5) :388–405, Oct. 2012. ISSN 00392103. doi: 10.1111/j.1475-1305.2012.00835.x.

[213] A. Portela, M. H. Aliabadi, and D. P. Rooke. The dual boundary element method : Effective implementation for crack problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33(6) :1269–1287, Apr. 1992. ISSN 0029-5981, 1097-0207. doi: 10.1002/nme.1620330611.

[214] D. Potyondy and P. Cundall. A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(8) :1329–1364, Dec. 2004. ISSN 13651609. doi: 10.1016/j.ijrmms.2004.09.011.

[215] T. Rabczuk, G. Zi, S. Bordas, and H. Nguyen-Xuan. A simple and robust three-dimensional cracking-particle method without enrichment. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(37-40) :2437–2455, Aug. 2010. ISSN 00457825. doi: 10.1016/j.cma.2010.03.031.

[216] J. N. Rabotnov. *Creep problems in structural members*. Number 7 in North-Holland series in applied mathematics and mechanics. North-Holland, Amsterdam, 1969. ISBN 978-0-7204-2357-0.

[217] G. F. Raiser, J. L. Wise, R. J. Clifton, D. E. Grady, and D. E. Cox. Plate impact response of ceramics and glasses. *Journal of Applied Physics*, 75(8) :3862–3869, Apr. 1994. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.356066.

[218] A. M. Rajendran, M. A. Dietenberger, and D. J. Grove. A void growth-based failure model to describe spallation. *Journal of Applied Physics*, 65(4) :1521–1527, Feb. 1989. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.342967.

[219] K. Ramesh, J. D. Hogan, J. Kimberley, and A. Stickle. A review of mechanisms and models for dynamic failure, strength, and fragmentation. *Planetary and Space Science*, 107 :10–23, Mar. 2015. ISSN 00320633. doi: 10.1016/j.pss.2014.11.010.

[220] K. T. Ramesh. High Rates and Impact Experiments. In W. N. Sharpe, editor, *Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics*, pages 929–960. Springer US, Boston, MA, 2008. ISBN 978-0-387-26883-5 978-0-387-30877-7. doi: 10.1007/978-0-387-30877-7“˙33. Series Title : Springer Handbooks.

[221] W. Rasband. ImageJ, Mar. 2023. URL http://imagej.nih.gov/ij.

[222] K. Ravi-Chandar and W. G. Knauss. An experimental investigation into dynamic fracture : III. On steady-state crack propagation and crack branching. *International Journal of Fracture*, 26 (2) :141–154, Oct. 1984. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/BF01157550.

[223] J. W. S. Rayleigh. *The theory of sound. Volume 1.* Cambridge University Press, Cambridge, 2011. ISBN 978-1-139-05808-7. OCLC : 778796519.

[224] R. W. Rice. Microstructure Dependence of Mechanical Behavior of Ceramics. In *Treatise on Materials Science & Technology*, volume 11, pages 199–381. Elsevier, 1977. ISBN 978-0-12-341811-1. doi: 10.1016/B978-0-12-341811-1.50010-8.

[225] H. Rinne. *The Weibull distribution : a handbook*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Fla., 2009. ISBN 978-1-4200-8743-7.

[226] P. Riou, C. Denoual, and C. E. Cottenot. Visualization of the damage evolution in impacted silicon carbide ceramics. *International Journal of Impact Engineering*, 21(4) :225–235, Apr. 1998. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/S0734-743X(97)00018-3.

[227] C. Roberson and P. J. Hazell. Resistance of Silicon Carbide to Penetration by a Tungsten Carbide Cored Projectile. In E. Medvedovsk, editor, *Ceramic Transactions Series*, pages 165–174. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, Apr. 2012. ISBN 978-1-118-40679-3 978-1-57498-206-0. doi: 10.1002/9781118406793.ch14.

[228] F. C. Roesler. Brittle Fractures near Equilibrium. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 69(10) :981–992, Oct. 1956. ISSN 0370-1301. doi: 10.1088/0370-1301/69/10/303.

[229] L. R. F. Rose. Recent theoretical and experimental results on fast brittle fracture. *International Journal of Fracture*, 12(6) :799–813, Dec. 1976. ISSN 0376-9429, 1573-2673. doi: 10.1007/BF00034620.

[230] P. Rossi. A physical phenomenon which can explain the mechanical behaviour of concrete under high strain rates. *Materials and Structures*, 24(6) :422–424, Nov. 1991. ISSN 0025-5432, 1871-6873. doi: 10.1007/BF02472015.

[231] N. Rossi Cabral, M. A. Invaldi, R. Barrios D'Ambra, and I. Iturrioz. An alternative bilinear peridynamic model to simulate the damage process in quasi-brittle materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 216 :106494, July 2019. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2019.106494.

[232] E. Rougier, A. Munjiza, and N. W. M. John. Numerical comparison of some explicit time integration schemes used in DEM, FEM/DEM and molecular dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61(6) :856–879, Oct. 2004. ISSN 0029-5981, 1097-0207. doi: 10.1002/nme.1092.

[233] A. J. Ruys. *Alumina ceramics : biomedical and clinical applications*. Woodhead publishing series in biomaterials. Woodhead publishing, Duxford, 2019. ISBN 978-0-08-102442-3.

[234] J. Réthoré. *Méthode éléments finis étendus en espace et en temps : application à la propagation dynamique des fissures*. phdthesis, INSA Lyon, Lyon, France, June 2005. URL https://www.researchgate.net/publication/37813519_Methode_elements_finis_etendus_en_espace_et_en_temps_application_a_la_propagation_dynamique_des_fissures.

[235] J. Réthoré. Automatic crack tip detection and stress intensity factors estimation of curved cracks from digital images : AUTOMATIC CRACK TIP DETECTION AND SIF ESTIMATION OF CURVED CRACKS. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 103(7) : 516–534, Aug. 2015. ISSN 00295981. doi: 10.1002/nme.4905.

[236] J. Réthoré. UFreckles, Oct. 2018. URL https://zenodo.org/record/1433776.

[237] J. Réthoré, F. Hild, and S. Roux. Extended digital image correlation with crack shape optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 73(2) :248–272, Jan. 2008. ISSN 00295981, 10970207. doi: 10.1002/nme.2070.

[238] M. Saadati, P. Forquin, K. Weddfelt, and P.-L. Larsson. On the Tensile Strength of Granite at High Strain Rates considering the Influence from Preexisting Cracks. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2016 :1–9, 2016. ISSN 1687-8434, 1687-8442. doi: 10.1155/2016/6279571.

[239] M. Sage, J. Girardot, J.-B. Kopp, and S. Morel. A damaging beam-lattice model for quasi-brittle fracture. *International Journal of Solids and Structures*, 239-240 :111404, Mar. 2022. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2021.111404.

[240] D. Salamon. Advanced Ceramics. In *Advanced Ceramics for Dentistry*, pages 103–122. Elsevier, 2014. ISBN 978-0-12-394619-5. doi: 10.1016/B978-0-12-394619-5.00006-7.

[241] A. Saleh and M. Aliabadi. Crack growth analysis in concrete using boundary element method. *Engineering Fracture Mechanics*, 51(4) :533–545, July 1995. ISSN 00137944. doi: 10.1016/0013-7944(94)00301-W.

[242] E. Schlangen and E. Garboczi. New method for simulating fracture using an elastically uniform random geometry lattice. *International Journal of Engineering Science*, 34(10) :1131–1144, Aug. 1996. ISSN 00207225. doi: 10.1016/0020-7225(96)00019-5.

[243] E. Schlangen and E. Garboczi. Fracture simulations of concrete using lattice models : Computational aspects. *Engineering Fracture Mechanics*, 57(2-3) :319–332, May 1997. ISSN 00137944. doi: 10.1016/S0013-7944(97)00010-6.

[244] E. Schlangen and J. Van Mier. Experimental and numerical analysis of micromechanisms of fracture of cement-based composites. *Cement and Concrete Composites*, 14(2) :105–118, Jan. 1992. ISSN 09589465. doi: 10.1016/0958-9465(92)90004-F.

[245] H. Senf and S. Winkler. Experimental investigation of wave and fracture phenomena in impacted ceramics : sapphire. *Army Research Laboratory*, page 102, Feb. 1997. URL https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA323321.pdf.

[246] H. Senf, E. Strassburger, and H. Rothenhäusler. Stress wave induced damage and fracture in impacted glasses. *Le Journal de Physique IV*, 04(C8) :C8–741–C8–746, Sept. 1994. ISSN 1155-4339. doi: 10.1051/jp4:19948114.

[247] J. Shen, M. R. T. Arruda, and A. Pagani. Concrete damage analysis based on higher-order beam theories using fracture energy regularization. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, pages 1–15, July 2022. ISSN 1537-6494, 1537-6532. doi: 10.1080/15376494.2022.2098430.

[248] W. Shiu, F. V. Donze, and L. Daudeville. Discrete element modelling of missile impacts on a reinforced concrete target. *International Journal of Computer Applications in Technology*, 34 (1) :33, 2009. ISSN 0952-8091, 1741-5047. doi: 10.1504/IJCAT.2009.022700.

[249] A. Shojaei, G. Li, J. Fish, and P. Tan. Multi-scale constitutive modeling of Ceramic Matrix Composites by Continuum Damage Mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, 51(23-24) :4068–4081, Nov. 2014. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2014.07.026.

[250] S. Silling. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1) :175–209, Jan. 2000. ISSN 00225096. doi: 10.1016/S0022-5096(99)00029-0.

[251] S. Silling and E. Askari. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Computers & Structures*, 83(17-18) :1526–1535, June 2005. ISSN 00457949. doi: 10.1016/j.compstruc.2004.11.026.

[252] C. M. Simha, S. Bless, and A. Bedford. Computational modeling of the penetration response of a high-purity ceramic. *International Journal of Impact Engineering*, 27(1) :65–86, Jan. 2002. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/S0734-743X(01)00036-7.

[253] C. M. Sinopoli. Approaches to Archaeological Ceramics. In *Approaches to Archaeological Ceramics*, pages 1–7. Springer US, Boston, MA, 1991. ISBN 978-0-306-43575-1 978-1-4757-9274-4. doi: 10.1007/978-1-4757-9274-4“1.

[254] J.-H. Song and T. Belytschko. Cracking node method for dynamic fracture with finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77(3) :360–385, Jan. 2009. ISSN 00295981, 10970207. doi: 10.1002/nme.2415.

[255] J.-H. Song, H. Wang, and T. Belytschko. A comparative study on finite element methods for dynamic fracture. *Computational Mechanics*, 42(2) :239–250, July 2008. ISSN 0178-7675, 1432-0924. doi: 10.1007/s00466-007-0210-x.

[256] Z. Song and Y. Lu. Mesoscopic analysis of concrete under excessively high strain rate compression and implications on interpretation of test data. *International Journal of Impact Engineering*, 46 :41–55, Aug. 2012. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2012.01.010.

[257] A. K. Srivastava and P. C. Gope. *Strength of materials*. PHI Learning, New Delhi, 2nd ed edition, 2012. ISBN 978-81-203-4522-5. OCLC : 949744899.

[258] H. E. Stanley and N. Ostrowsky. *Random Fluctuations and Pattern Growth : Experiments and Models*. Springer Netherlands, Dordrecht, 1988. ISBN 978-94-009-2653-0. OCLC : 840304991.

[259] C. M. Stewart and A. P. Gordon. Analytical Method to Determine the Tertiary Creep Damage Constants of the Kachanov-Rabotnov Constitutive Model. In *Volume 9 : Mechanics of Solids, Structures and Fluids*, pages 177–184, Vancouver, British Columbia, Canada, Jan. 2010. ASMEDC. ISBN 978-0-7918-4446-5. doi: 10.1115/IMECE2010-39153. URL https://asmedigitalcollection.asme.org/IMECE/proceedings/IMECE2010/44465/177/359696.

[260] C. M. Stewart and A. P. Gordon. Strain and Damage-Based Analytical Methods to Determine the Kachanov–Rabotnov Tertiary Creep-Damage Constants. *International Journal of Damage Mechanics*, 21(8) :1186–1201, Nov. 2012. ISSN 1056-7895, 1530-7921. doi: 10.1177/1056789511430519.

[261] E. Strassburger and H. Senf. Experimental investigations of wave and fracture phenomena in impacted ceramics and glasses. *Army Research Laboratory*, page 154, Feb. 1995. URL https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA292142.pdf.

[262] E. Strassburger, H. Senf, and H. Rothenhäusler. Fracture propagation during impact in three types of ceramics. *Le Journal de Physique IV*, 04(C8) :C8–653–C8–658, Sept. 1994. ISSN 1155-4339. doi: 10.1051/jp4:1994899.

[263] E. Strassburger, H. Senf, C. Denoual, P. Riou, and C. Cottenot. An Experimental Approach to Validate Damage Evolution Laws for Brittle Materials. *Le Journal de Physique IV*, 07(C3) : C3–909–C3–914, Aug. 1997. ISSN 1155-4339. doi: 10.1051/jp4:19973153.

[264] R. L. Streit. The Poisson Point Process. In *Poisson Point Processes*, pages 11–55. Springer US, Boston, MA, 2010. ISBN 978-1-4419-6922-4 978-1-4419-6923-1. doi: 10.1007/978-1-4419-6923-1“˙2. URL http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6923-1_2.

[265] A. K. Subramaniyan and C. Sun. Continuum interpretation of virial stress in molecular simulations. *International Journal of Solids and Structures*, 45(14) :4340–4346, July 2008. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2008.03.016.

[266] A. Suffis and A. Combescure. Modèle d'endommagement à effet retard : Etude numérique et analytique de l'évolution de la longueur caractéristique. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 11(5) :593–619, Jan. 2002. ISSN 1250-6559. doi: 10.3166/reef.11.593-619.

[267] N. Sukumar, N. Moës, B. Moran, and T. Belytschko. Extended finite element method for three-dimensional crack modelling. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48(11) :1549–1570, Aug. 2000. ISSN 0029-5981, 1097-0207. doi: 10.1002/1097-0207(20000820)48:11¡1549::AID-NME955¿3.0.CO;2-A.

[268] S. Taheri Mousavi, N. Richart, C. Wolff, and J. Molinari. Dynamic crack propagation in a heterogeneous ceramic microstructure, insights from a cohesive model. *Acta Materialia*, 88 : 136–146, Apr. 2015. ISSN 13596454. doi: 10.1016/j.actamat.2015.01.003.

[269] F. A. Tavarez and M. E. Plesha. Discrete element method for modelling solid and particulate materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 70(4) :379–404, Apr. 2007. ISSN 00295981, 10970207. doi: 10.1002/nme.1881.

[270] I. Terreros, I. Iordanoff, and J. Charles. Simulation of continuum heat conduction using DEM domains. *Computational Materials Science*, 69 :46–52, Mar. 2013. ISSN 09270256. doi: 10.1016/j.commatsci.2012.11.021.

[271] R. Thomson, C. Hsieh, and V. Rana. Lattice Trapping of Fracture Cracks. *Journal of Applied Physics*, 42(8) :3154–3160, July 1971. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.1660699.

[272] M. Tobin, D. Eder, J. Latkowski, S. Brereton, B. MacGowan, R. Horton, T. Duewer, F. Zaka, S. Davis, and J. Ertel. Debris Shield Survivability and Lifetimes for NIF. In *First International Conference on Inertial Fusion Sciences and Applications*, page 10, Bordeaux, France, Sept. 1999. ISBN 2-84299-179-6. doi: 20179412. URL https://www.osti.gov/etdeweb/biblio/20179412. event-place : Bordeaux.

[273] Q. T. Trinh, S. Mouhoubi, C. Chazallon, and M. Bonnet. Solving multizone and multicrack elastostatic problems : A fast multipole symmetric Galerkin boundary element method approach. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 50 :486–495, Jan. 2015. ISSN 09557997. doi: 10.1016/j.enganabound.2014.10.004.

[274] M. Tupek and R. Radovitzky. An extended constitutive correspondence formulation of peridynamics based on nonlinear bond-strain measures. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 65 :82–92, Apr. 2014. ISSN 00225096. doi: 10.1016/j.jmps.2013.12.012.

[275] J. Ulloa, P. Rodríguez, C. Samaniego, and E. Samaniego. Phase-field modeling of fracture for quasi-brittle materials. *Underground Space*, 4(1) :10–21, Mar. 2019. ISSN 24679674. doi: 10.1016/j.undsp.2018.08.002.

[276] F.-J. Ulm. *Modélisation élastoplastique avec endommagement du béton de structures. Application aux calculs statiques et dynamiques de structures en béton armé et béton précontraint.* phdthesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, France, Jan. 1994. URL https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00529366/document.

[277] P. B. Vandiver, O. Soffer, B. Klima, and J. Svoboda. The Origins of Ceramic Technology at Dolni Věstonice, Czechoslovakia. *Science*, 246(4933) :1002–1008, Nov. 1989. ISSN 0036-8075, 1095-9203. doi: 10.1126/science.246.4933.1002.

[278] M. Varga, S. Leroch, H. Rojacz, and M. R. Ripoll. Study of wear mechanisms at high temperature scratch testing. *Wear*, 388-389 :112–118, Oct. 2017. ISSN 00431648. doi: 10.1016/j.wear.2017.04.027.

[279] A. Vaucorbeil and C. R. Hutchinson. A new total-Lagrangian smooth particle hydrodynamics approximation for the simulation of damage and fracture of ductile materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 121(10) :2227–2245, May 2020. ISSN 0029-5981, 1097-0207. doi: 10.1002/nme.6306.

[280] M. Vocialta, M. Corrado, and J.-F. Molinari. Numerical analysis of fragmentation in tempered glass with parallel dynamic insertion of cohesive elements. *Engineering Fracture Mechanics*, 188 :448–469, Feb. 2018. ISSN 00137944. doi: 10.1016/j.engfracmech.2017.09.015.

[281] G. Z. Voyiadjis and P. I. Kattan. *Advances in damage mechanics : metals and metal matrix composites*. Elsevier, Amsterdam New York, 1st ed edition, 1999. ISBN 978-0-08-043601-2.

[282] G. Wang, B. Luo, X. Zhang, J. Zhao, C. Sun, F. Tan, T. Chong, J. Mo, G. Wu, and Y. Tao. A 4 MA, 500 ns pulsed power generator CQ-4 for characterization of material behaviors under ramp wave loading. *Review of Scientific Instruments*, 84(1) :015117, Jan. 2013. ISSN 0034-6748, 1089-7623. doi: 10.1063/1.4788935.

[283] H. Wang, S. Higgs, A. Ameri, M. Gonzales, B. McDonald, P. J. Hazell, Z. Li, and J. P. Escobedo-Diaz. Spall fracture of two high strength armor steels. In *Conference of the American Physical Society*, page 120031, Portland, OR, USA, 2020. doi: 10.1063/12.0001024. URL http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/12.0001024.

[284] Z. Wang, D. Ma, T. Suo, Y. Li, and A. Manes. Investigation into different numerical methods in predicting the response of aluminosilicate glass under quasi-static and impact loading conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*, 196 :106286, Apr. 2021. ISSN 00207403. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2021.106286.

[285] W. Weibull. *A Statistical Theory of the Strength of Materials*. Handlingar / Ingeniörsvetenskapsakademien. Generalstabens litografiska anstalts förlag, 1939. URL https://books.google.fr/books?id=otVRAQAAIAAJ.

[286] U. Welling and G. Germano. Efficiency of linked cell algorithms. *Computer Physics Communications*, 182(3) :611–615, Mar. 2011. ISSN 00104655. doi: 10.1016/j.cpc.2010.11.002.

[287] H. Wu, Q. Zhang, F. Huang, and Q. Jin. Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strength of concrete. *International Journal of Impact Engineering*, 32(1-4) : 605–617, Dec. 2005. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2005.05.008.

[288] D. Xu, Z. Liu, X. Liu, Q. Zeng, and Z. Zhuang. Modeling of dynamic crack branching by enhanced extended finite element method. *Computational Mechanics*, 54(2) :489–502, Aug. 2014. ISSN 0178-7675, 1432-0924. doi: 10.1007/s00466-014-1001-9.

[289] D. Yang, X. He, S. Yi, and X. Liu. An improved ordinary state-based peridynamic model for cohesive crack growth in quasi-brittle materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 153-154 :402–415, Apr. 2019. ISSN 00207403. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2019.02.019.

[290] D. Yang, X. He, X. Liu, Y. Deng, and X. Huang. A peridynamics-based cohesive zone model (PD-CZM) for predicting cohesive crack propagation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 184 :105830, Oct. 2020. ISSN 00207403. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105830.

[291] S. J. Yep, J. L. Belof, D. A. Orlikowski, and J. H. Nguyen. Fabrication and application of high impedance graded density impactors in light gas gun experiments. *Review of Scientific Instruments*, 84(10) :103909, Oct. 2013. ISSN 0034-6748, 1089-7623. doi: 10.1063/1.4826565.

[292] S. Yu, X. Ren, J. Zhang, H. Wang, and Z. Sun. An improved form of smoothed particle hydrodynamics method for crack propagation simulation applied in rock mechanics. *International Journal of Mining Science and Technology*, 31(3) :421–428, May 2021. ISSN 20952686. doi: 10.1016/j.ijmst.2021.01.009.

[293] G.-F. Zhao, J. Lian, A. Russell, and N. Khalili. Implementation of a modified Drucker–Prager model in the lattice spring model for plasticity and fracture. *Computers and Geotechnics*, 107 : 97–109, Mar. 2019. ISSN 0266352X. doi: 10.1016/j.compgeo.2018.11.021.

[294] F. Zhou, J.-F. Molinari, and K. Ramesh. A cohesive model based fragmentation analysis : effects of strain rate and initial defects distribution. *International Journal of Solids and Structures*, 42 (18-19) :5181–5207, Sept. 2005. ISSN 00207683. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2005.02.009.

[295] M. Zhou. A new look at the atomic level virial stress : on continuum-molecular system equivalence. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 459(2037) :2347–2392, Sept. 2003. ISSN 1364-5021, 1471-2946. doi: 10.1098/rspa.2003.1127.

[296] J. Zinszner, B. Erzar, P. Forquin, and E. Buzaud. Dynamic fragmentation of an alumina ceramic subjected to shockless spalling : An experimental and numerical study. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 85 :112–127, Dec. 2015. ISSN 00225096. doi: 10.1016/j.jmps.2015.08.014.

[297] J. Zinszner, P. Forquin, and G. Rossiquet. Experimental and numerical analysis of the dynamic fragmentation in a SiC ceramic under impact. *International Journal of Impact Engineering*, 76 : 9–19, Feb. 2015. ISSN 0734743X. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2014.07.007.

[298] J.-L. Zinszner. *Identification des paramètres matériau gouvernant les performances de céramiques à blindage*. phdthesis, Université de Lorraine, Dec. 2014. URL `https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01751581/file/DDOC_T_2014_0337_ZINSZNER.pdf`.

[299] J. L. Zinszner, P. Forquin, and G. Rossiquet. Design of an experimental configuration for studying the dynamic fragmentation of ceramics under impact. *The European Physical Journal Special Topics*, 206(1) :107–115, May 2012. ISSN 1951-6355, 1951-6401. doi: 10.1140/epjst/e2012-01592-4.

[300] J.-L. Zinszner, B. Erzar, and P. Forquin. Strain rate sensitivity of the tensile strength of two silicon carbides : experimental evidence and micromechanical modelling. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 375(2085) : 20160167, Jan. 2017. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi: 10.1098/rsta.2016.0167.

[301] J.-L. Zinszner, B. Erzar, and P. Forquin. Shockless Characterization of Ceramics Using High-Pulsed Power Technologies. In D. E. Lambert, C. L. Pasiliao, B. Erzar, B. Revil-Baudard, and O. Cazacu, editors, *Dynamic Damage and Fragmentation*, pages 365–385. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, Jan. 2019. ISBN 978-1-119-57931-1 978-1-78630-408-7. doi: 10.1002/9781119579311.ch12.

A Volume effectif pour des essais de flexion trois et quatre points réalisés sur des spécimens rectangulaires

A.1 Essais de flexion trois points

Le schéma d'un essai de flexion trois points est représenté sur la figure A.1. Le spécimen est de largeur b et de hauteur d. Le calcul du volume effectif est indépendant de la longueur de l'échantillon. L'échantillon est en appui simple sur deux supports distant de L_o, chacun exerçant une force égale à $P/2$. L'effort P est appliqué sur la face supérieure par un indenteur en appui simple au milieu de l'échantillon.

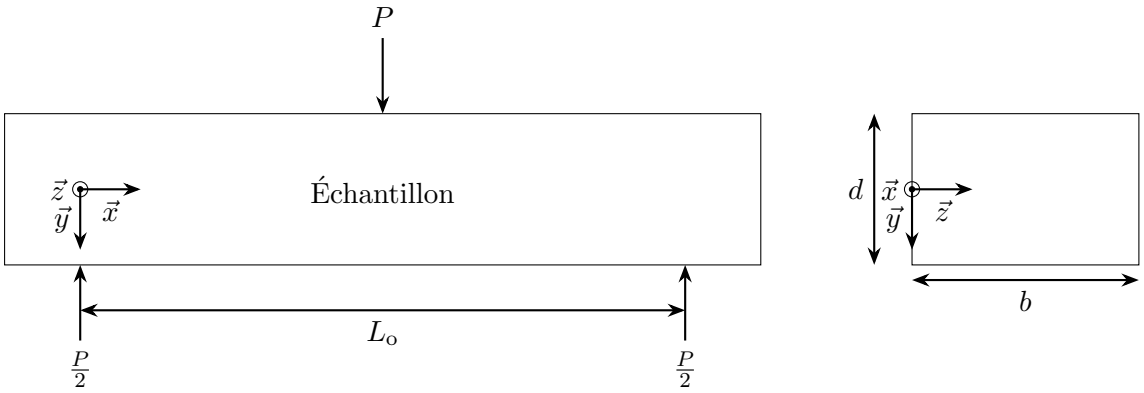


FIGURE A.1 – Schéma d'un essai de flexion trois points.

La formule analytique du volume effectif est donnée par [Jain et al., 2009] :

$$V_{\text{eff}}^{\text{3pt}} = \int_V \left(\frac{\sigma\left(x,y\right)}{\sigma_{\max}} \right)^m \mathrm{d}V, \tag{A.1}$$

avec V le volume de l'échantillon relatif à la longueur L_o, $\sigma\left(x,y\right)$ la contrainte longitudinale, $\sigma_{\max}$ sa valeur maximale et m le module de Weibull. D'après la théorie des poutres, la contrainte longitudinale s'exprime par :

$$\sigma\left(x,y\right) = \frac{6Pxy}{bd^3}. \tag{A.2}$$

Elle est maximale pour les valeurs de x et y telles que :

$$x = \frac{L_o}{2}, \tag{A.3}$$

$$y = \frac{d}{2}. \tag{A.4}$$

En remplaçant les équations A.3 et A.4 dans la formule de la contrainte longitudinale (équation A.2), la contrainte longitudinale maximale est définie par :

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{2}\frac{PL_o}{bd^2}. \tag{A.5}$$

En développant l'intégrale, l'équation A.1 devient :

$$V_{\text{eff}}^{\text{3pt}} = 2\int_0^b \int_0^{\frac{d}{2}} \int_0^{\frac{L_o}{2}} \left(\frac{\sigma\left(x,y\right)}{\sigma_{\max}}\right)^m \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{A.6}$$

En incorporant les équations A.2 et A.5 à l'équation A.6 précédente, il vient :

$$\boxed{V_{\text{eff}} = \left(\frac{1}{2\left(m+1\right)^2}\right) bdL_o.} \tag{A.7}$$

A.2 Essais de flexion quatre points

La configuration expérimentale d'un essai de flexion quatre points est présentée sur la figure A.2, avec les mêmes données géométriques que précédemment (figure A.1). Ici, l'effort est exercé par deux indenteurs qui génèrent chacun une force égale à $P/2$. Ils sont distants d'une longueur L_i.

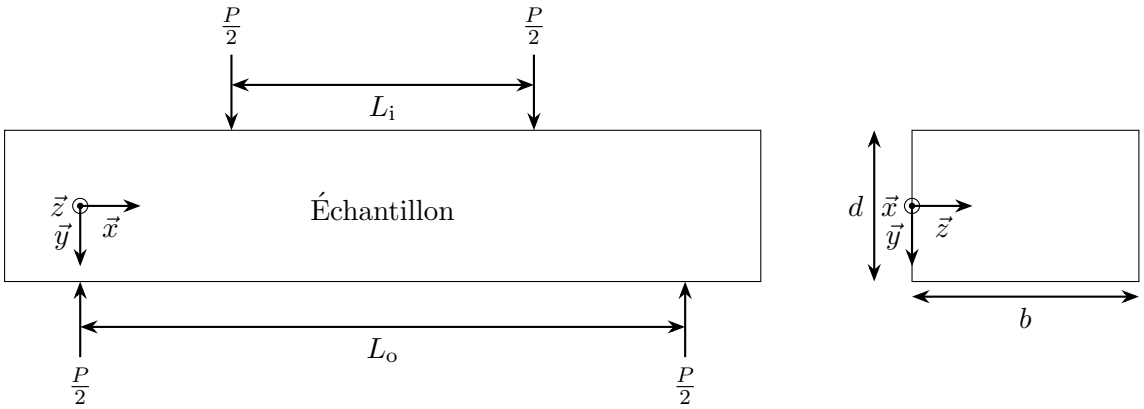


FIGURE A.2 – Schéma d'un essai de flexion quatre points.

La contrainte longitudinale est donnée par la théorie des poutres telle que :

$$\sigma\left(x,y\right)=\left[\frac{6Pxy}{bd^3}\right]_{x=0}^{x=\frac{\left(L_\mathrm{o}-L_\mathrm{i}\right)}{2}}+\left[\frac{3P\left(L_\mathrm{o}-L_\mathrm{i}\right)y}{bd^3}\right]_{x=\frac{L_\mathrm{o}-L_\mathrm{i}}{2}}^{x=\frac{L}{2}}. \tag{A.8}$$

La contrainte longitudinale maximale est atteinte pour les mêmes valeurs de x et y que précédemment (équations A.3 et A.4). L'équation A.8 donne alors :

$$\sigma_\mathrm{max}=\frac{3}{2}\frac{P}{bd^2}\left(L_\mathrm{o}-L_\mathrm{i}\right). \tag{A.9}$$

En incorporant les équations A.8 et A.9 dans l'équation A.1, le volume effectif d'un essai de flexion quatre points devient :

$$\boxed{V_\mathrm{eff}^\mathrm{4pt}=\left(\left(\frac{L_\mathrm{i}}{L_\mathrm{o}}\right)m+1\right)\left(\frac{1}{2\left(m+1\right)^2}\right)bdL_\mathrm{o}.} \tag{A.10}$$

B Solutions analytiques du modèle d'endommagement DFH

B.1 Grandeurs caractéristiques de la transition de régimes

En considérant le cas simple d'un chargement constant tel que $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \dot{\sigma} \geq 0$, il est possible de définir plusieurs quantités caractéristiques (notation $\cdot_{\mathrm{c}}$) à partir des conditions suivantes :

$$\lambda_{\mathrm{c}} V_{\mathrm{c}} = 1, \tag{B.1}$$
$$\lambda_{\mathrm{c}} = \lambda_{\mathrm{t}(\sigma(\mathrm{t_c}))}, \tag{B.2}$$
$$V_{\mathrm{c}} = V_{\mathrm{occ}}\left(t_{\mathrm{c}}\right), \tag{B.3}$$
$$\sigma_{\mathrm{c}} = \dot{\sigma} t_{\mathrm{c}}. \tag{B.4}$$

En utilisant les équations ci-dessus et l'équation 4.15, les grandeurs caractéristiques dont définies par :

$$t_{\mathrm{c}} = \left(\lambda_0^{\frac{-1}{m}} \sigma_0\right)^{\frac{m}{m+n}} \dot{\sigma}^{\frac{-m}{m+n}} \left(S^{\frac{1}{n}} v_{\mathrm{fiss}}\right)^{\frac{-n}{m+n}}, \tag{B.5}$$
$$V_{\mathrm{c}} = \left(\lambda_0^{\frac{-1}{m}} \sigma_0\right)^{\frac{mn}{m+n}} \dot{\sigma}^{\frac{-mn}{m+n}} \left(v_{\mathrm{fiss}} S^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{mn}{m+n}}, \tag{B.6}$$
$$\sigma_{\mathrm{c}} = \left(\lambda_0^{\frac{-1}{m}} \sigma_0\right)^{\frac{m}{m+n}} \dot{\sigma}^{\frac{n}{m+n}} \left(S^{\frac{1}{n}} v_{\mathrm{fiss}}\right)^{\frac{-n}{m+n}}, \tag{B.7}$$
$$\lambda_{\mathrm{c}} = \left(\lambda_0^{\frac{-1}{m}} \sigma_0\right)^{\frac{-mn}{m+n}} \dot{\sigma}^{\frac{mn}{m+n}} \left(S^{\frac{1}{n}} v_{\mathrm{fiss}}\right)^{\frac{-mn}{m+n}}. \tag{B.8}$$

Ces grandeurs permettent d'étudier le phénomène d'occultation. Ainsi, la saturation s'opère entre t_{c} (probabilité d'occultation de 5 %) et $2t_{\mathrm{c}}$ (probabilité d'occultation de 95 %) [Forquin and Hild, 2010]. La contrainte caractéristique σ_{c} permet de comprendre les influences des différents paramètres avec la vitesse de chargement sur l'occultation. La zone V_{c} ainsi définie contient en moyenne un défaut critique qui s'activera au temps caractéristique t_{c} [Hild et al., 2003].

B.2 Cas simplifié d'une vitesse de chargement constante

Lors d'un chargement quasi-statique constant, l'endommagement est instantané, le matériau sain ($D = 0$) devient totalement endommagé ($D = 1$). La contrainte ultime résultante de la fragmentation simple observée sera donc égale à la contrainte moyenne à rupture définie par l'approche de Weibull (plus ou moins son écart-type). Cependant, l'endommagement est graduel pour un chargement dynamique (fragmentation multiple). Par une combinaison des équations 2.1, 4.17 et 4.20, la variable d'endommagement s'écrit :

$$D = 1 - \exp\left(-\frac{m!n!}{(m+n)\,!}\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\mathrm{c}}}\right)^{m+n}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{m!n!}{(m+n)\,!}\left(\frac{T}{t_{\mathrm{c}}}\right)^{m+n}\right). \tag{B.9}$$

En reprenant l'équation 2.26, la variable d'endommagement est reliée à la contrainte locale (ou effective) $\tilde{\sigma}$ et à la contrainte appliquée Σ (notée σ dans l'équation 2.26). La contrainte ultime Σ_{u} est

définie par :

$$\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}\sigma} = 0, \tag{B.10}$$

ce qui permet de la déterminer :

$$\Sigma_\mathrm{u} = \sigma_\mathrm{c} \left(\frac{1}{e} \frac{(m+n-1)\,!}{n!m!} \right)^{\frac{1}{m+n}}. \tag{B.11}$$

La figure B.1 montre l'évolution de la contrainte ultime adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation. La courbe verte représente la contrainte moyenne σ_w (équation 2.11) et son écart-type σ_std (équation 2.12), qui sont des valeurs déterminées expérimentalement. La courbe verte n'est pas issue de simulations 0D, elle a pour but de positionner le régime quasi-statique du matériau virtuel. La courbe rouge montre l'évolution de la contrainte ultime Σ_u adimensionnée issue des simulations 0D, en utilisant l'équation B.9. Elle est identifiée comme la contrainte macroscopique maximale subie par le matériau (voir figure 4.11a). Enfin, la courbe bleue est le résultat obtenu en utilisant l'équation B.11 (courbe droite dans un repère log-log). La figure B.1 montre l'équivalence entre les équations B.9 et B.11. L'intersection des droites verte et bleu/rouge montre la transition entre les régimes quasi-statique et dynamique.

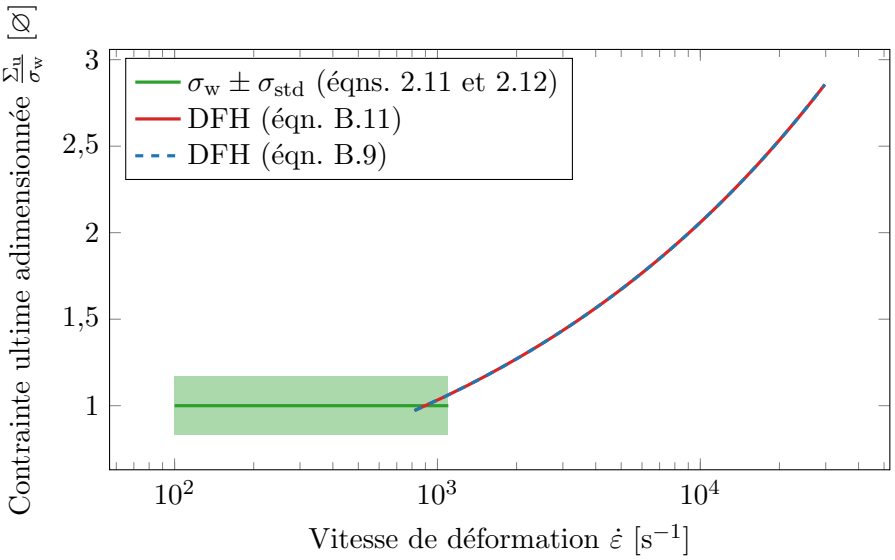


FIGURE B.1 – Évolutions de la contrainte ultime Σ_u adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation. Comparaison entre les régimes quasi-statique (vert) et dynamique (rouge et bleu).

L'équation 4.24 peut être approchée par une expression de forme fermée, au temps t_k tel que $\sigma = \sigma_\mathrm{k}$:

$$D = 1 - \exp\left(-V_\mathrm{occ}\left(T - t_\mathrm{k}\right) \lambda_\mathrm{t}\left(\sigma\left(t_\mathrm{k}\right)\right) - \int_{t\mathrm{k}}^{\mathrm{T}} V_\mathrm{occ}\left(T-t\right) \frac{\mathrm{d}\lambda_\mathrm{t}\left(\sigma\left(t_\mathrm{k}\right)\right)}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t \right). \tag{B.12}$$

Dans le cadre idéal d'une vitesse de chargement constante, l'équation B.12 devient :

$$D = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t_\mathrm{k}}{t_\mathrm{c}}\right)^{m+n} \frac{m!n!}{(m+n)\,!} h\left(\tau, m, n\right) \right), \tag{B.13}$$

avec

$$h\left(\tau, m, n\right) = \left(1+\tau\right)^{m+n} - \left(1 + \left(m+n\right)\tau + \frac{\tau^2}{2}\left(m+n\right)\left(m+n-1\right)\right), \tag{B.14}$$

et

$$\tau = \frac{T}{t_\mathrm{k}} - 1, \tag{B.15}$$

$$t_\mathrm{k} = \frac{\sigma_\mathrm{k}}{\dot{\sigma}}. \tag{B.16}$$

La figure B.2 compare les différentes expressions de l'endommagement du modèle DFH. La courbe verte représente la contrainte à rupture adimensionnée quasi-statique et son écart-type, la courbe bleue pleine la solution différentielle, la courbe bleue en traits pointillés la solution analytique (dans le cas d'un chargement à vitesse constante) et la courbe rouge l'expression de forme fermée du modèle rendant compte de la transition de régime (la contrainte à rupture prenant les valeurs de $\sigma_\mathrm{k} \pm \sigma_\mathrm{std}$). Cette dernière montre bien l'évolution du caractère probabiliste à faible vitesse de déformation vers un caractère déterministe à haute vitesse de déformation. De plus, la contrainte à rupture adimensionnée de la solution analytique donnée par l'équation B.13 et celle de l'équation 4.24 tendent bien vers la valeur du régime quasi-statique à faible vitesse de déformation et vers l'asymptote de la solution analytique de l'équation B.9 pour des régimes dynamiques.

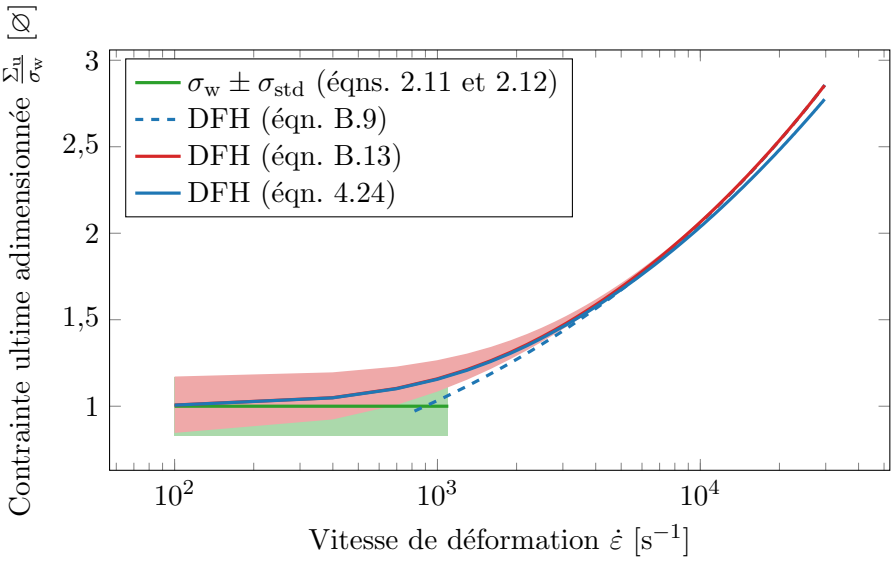
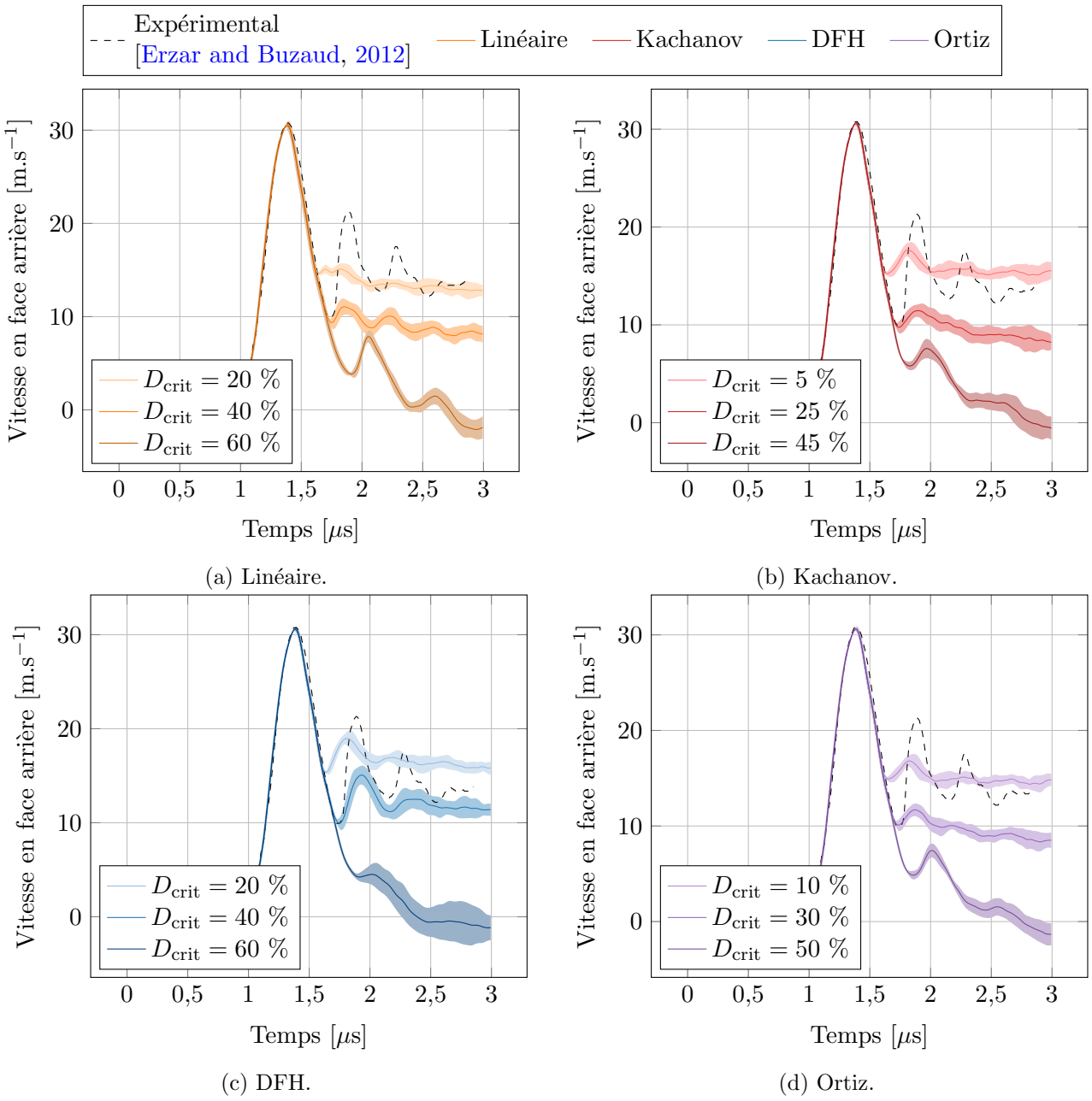


FIGURE B.2 – Simulations numériques 0D d'essais de traction à vitesse de chargement constante montrant le caractère multi-échelles du modèle d'endommagement DFH par l'évolution de la contrainte ultime adimensionnée en fonction de la vitesse de déformation.

C Analyse paramétrique de l'endommagement critique sur les lois d'endommagement en utilisant le profil de vitesse de surface libre mesuré du tir GEPI G672

Il est nécessaire de calibrer l'endommagement critique des lois d'endommagement afin que le phénomène d'écaillage observés lors des tirs GEPI soit bien reproduit par simulation numérique. Pour chaque loi d'endommagement étudiée, à savoir la loi Linéaire, Kachanov, DFH et Ortiz, une analyse paramétrique de l'endommagement critique D_c est réalisée. Elle se base sur la restitution du premier rebond du profil de vitesse mesurée en face arrière d'un échantillon d'alumine lors du tir GEPI G672. La figure C.1 correspond aux simulations DEM réalisées avec la méthode de fissuration *All* et la figure C.2 à celles utilisant la méthode de fissuration All^2. L'endommagement critique a une influence majeure sur la rupture des liens, donc sur la création du plan de fissuration lié à l'écaillage et par conséquent sur la forme du profil de vitesse simulé. Les analyses paramétriques montrent que le niveau de vitesse pour lequel intervient le rebond (*i.e.* l'écaillage) dépend fortement de la valeur de l'endommagement critique D_c. Plus celui-ci est faible, plus le premier rebond de vitesse intervient tôt et réciproquement.



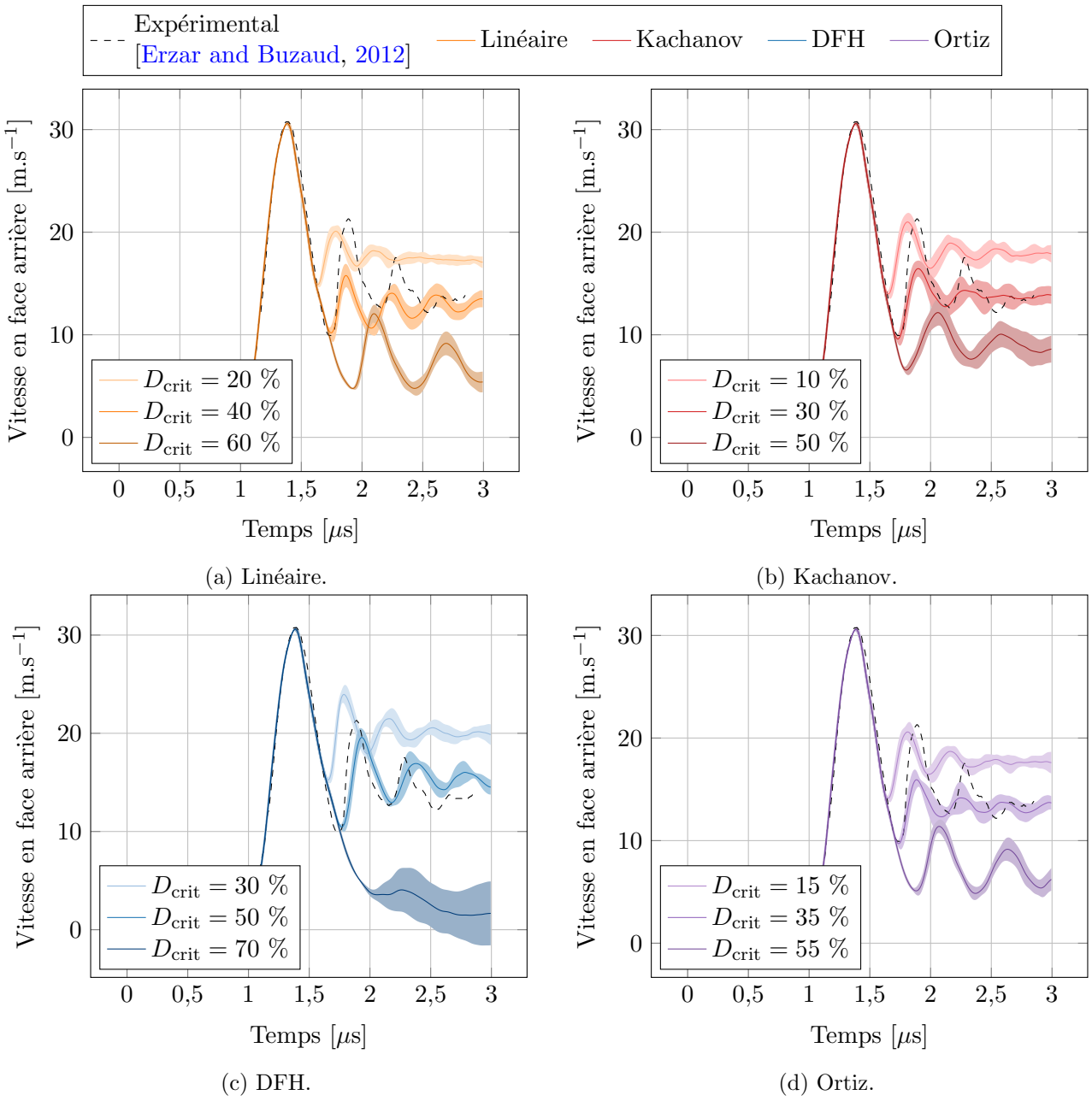
(a) Linéaire.

(b) Kachanov.

(c) DFH.

(d) Ortiz.

FIGURE C.1 – Analyse paramétrique de l'effet de l'endommagement critique D_c sur les profils de vitesse des échantillons d'alumine AL23 du tir Générateur Électrique de Pressions Intenses (GEPI) G672 calculés par simulations DEM en utilisant les différentes lois d'endommagement couplées à la méthode de fissuration *All*.



(a) Linéaire.

(b) Kachanov.

(c) DFH.

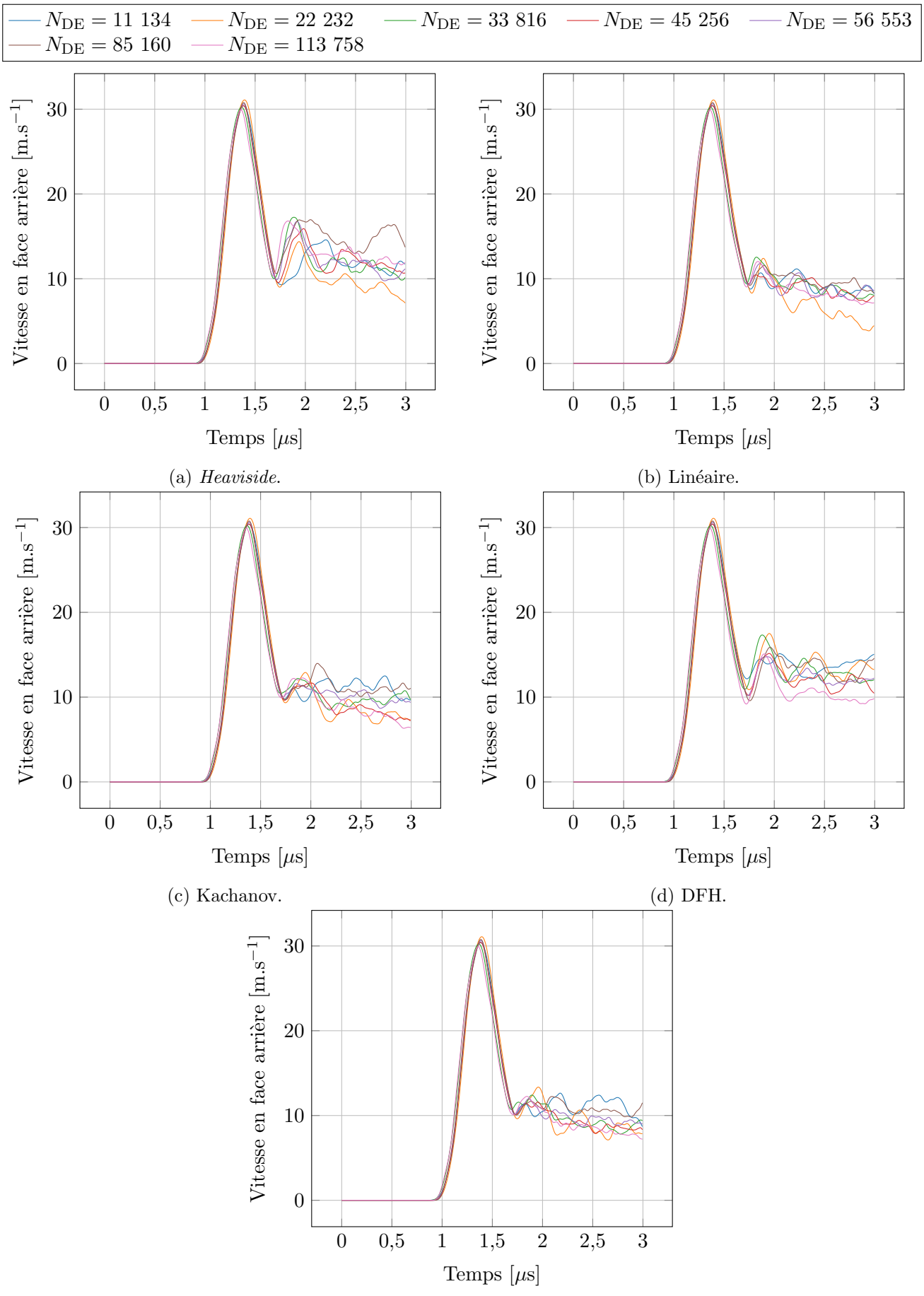
(d) Ortiz.

FIGURE C.2 – Analyse paramétrique de l'endommagement critique D_c sur les profils de vitesse en face arrière des simulations DEM du tir GEPI G672 avec les différentes lois d'endommagement avec la méthode de fissuration All^2.

D Analyse de convergence des lois d'endommagement en utilisant le profil de vitesse de surface libre mesuré du tir GEPI G672

Pour montrer que le modèle DEM avec les lois d'endommagement implémentées est régularisé, une analyse de convergence des simulations DEM en fonction du nombre d'éléments du domaine discret est réalisée. Le cadre de cette étude est donné par la simulation numérique du tir GEPI G672. L'effet du nombre d'éléments sur le profil de vitesse calculé en face arrière de l'échantillon d'alumine est évalué. La figure D.1 montre l'analyse de convergence des simulations DEM pour la méthode de fissuration *All* et la figure D.2 celle pour la méthode All^2.

Les analyses paramétriques montrent qu'à partir d'un nombre d'éléments discrets égal à $N_{\mathrm{DE}} \simeq 50\,000$, la localisation du premier rebond sur le profil de vitesse se stabilise. Cela montre que le modèle converge vers une solution. Cela était attendu, puisque la fissuration est basée sur le tenseur des contraintes virielles, qui tient compte d'un ensemble voisin de grandeurs. Le critère est par conséquent non local et rend le modèle régularisé, avec une convergence atteinte à partir d'un certain nombre d'éléments dans le domaine discret.



(a) *Heaviside*.

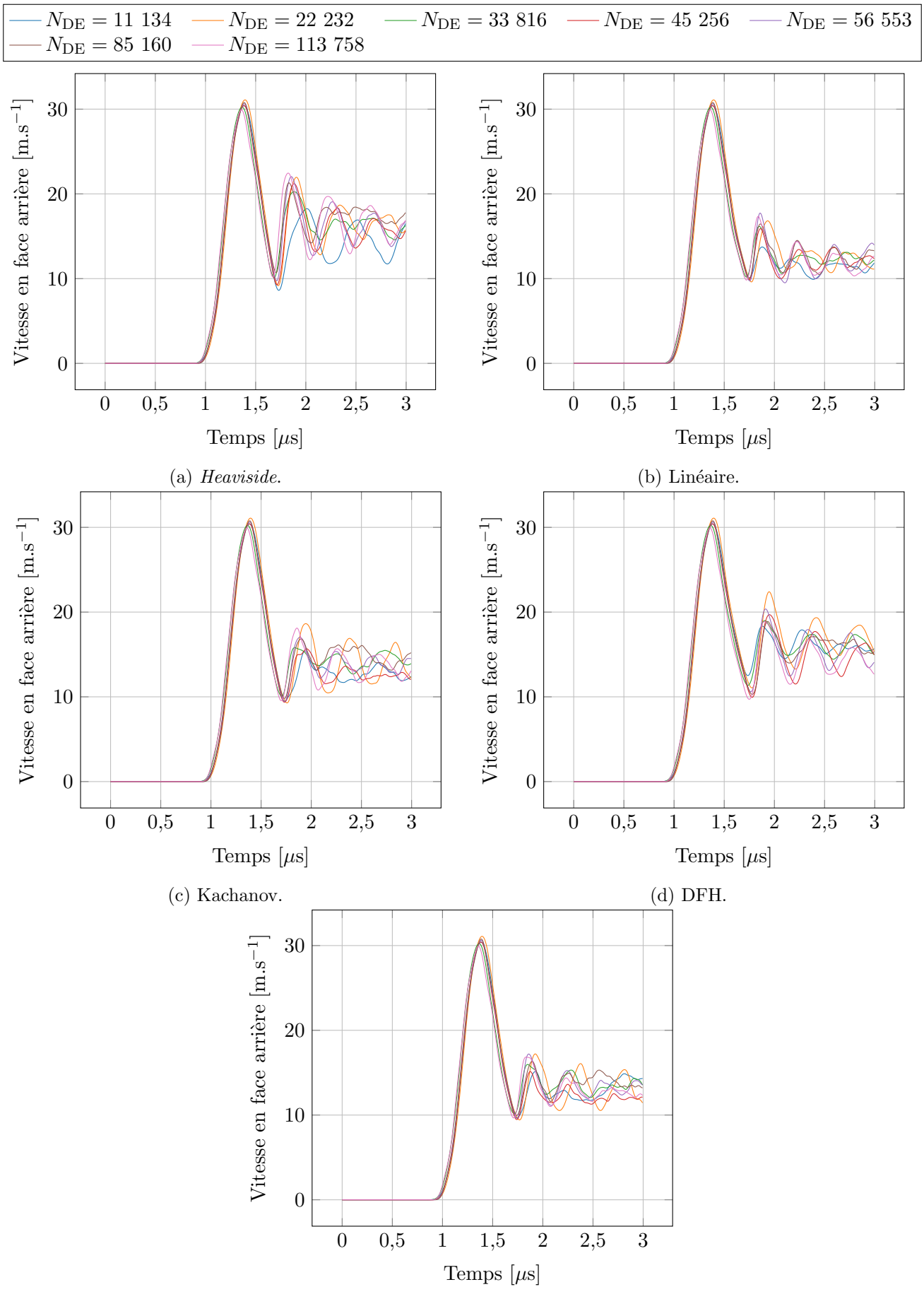
(b) Linéaire.

(c) Kachanov.

(d) DFH.

(e) Ortiz.

FIGURE D.1 – Résultats de l'analyse de convergence des simulations DEM pour plusieurs lois d'endommagement couplées à la méthode de fissuration *All*.



(a) *Heaviside*.

(b) Linéaire.

(c) Kachanov.

(d) DFH.

(e) Ortiz.

FIGURE D.2 – Résultats de l'analyse de convergence des simulations DEM pour plusieurs lois d'endommagement couplées à la méthode de fissuration All^2.

E Gestion de l'orthotropie dans l'approche DEM

La majorité des travaux scientifiques s'axent sur la représentation du comportement élastique d'un matériau anisotrope, mais pas à l'anisotropie de l'endommagement dans un matériau isotrope. Dans les travaux de Duan et al., 2016, des simulations bi-dimensionnelles DEM ont été réalisées pour modéliser la fragmentation d'une roche au comportement anisotrope à l'aide d'un nouveau type de liaisons appelées joints. Ces joints, insérés entre les éléments discrets, suivent une loi de contact spécifique qui régit le comportement anisotrope macroscopique du matériau représenté. Une étude a été menée par Curti et al., 2019 sur l'orthotropie de l'élasticité d'un domaine discret cubique constitué d'un réseau d'éléments discrets et de liaisons type poutre. Pour cela, différentes lois d'orthotropie ont été développées dans la DEM.

Intégrer une anisotropie de l'endommagement au sein de l'approche discrète est un défi. Il s'agit de générer une variable d'endommagement vectorielle $\bar{D}$, qui vient dégrader les propriétés élastiques des liens, à partir d'un tenseur des contraintes virielles, calculé sur chaque élément discret. Afin de proposer une telle méthode, seul un comportement élastique orthotrope macroscopique du domaine discret est considéré. Ainsi, comme le montre la figure E.1, un élément discret est localisé dans le repère global du domaine discret tel que :

$$\mathcal{R}\left(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right). \tag{E.1}$$

Les contraintes principales virielles de l'élément discret sont définies dans un repère local lié à l'élément :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{\mathrm{I}} \\ \sigma_{\mathrm{II}} \\ \sigma_{\mathrm{III}} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_{\mathrm{I}}, \vec{x}_{\mathrm{II}}, \vec{x}_{\mathrm{III}})}. \tag{E.2}$$

Le vecteur d'endommagement orthotrope des variables d'endommagement principales est défini dans le même repère local de l'élément discret que les contraintes virielles :

$$\bar{D} = \begin{pmatrix} D_{\mathrm{I}} \\ D_{\mathrm{II}} \\ D_{\mathrm{III}} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_{\mathrm{I}}, \vec{x}_{\mathrm{II}}, \vec{x}_{\mathrm{III}})}. \tag{E.3}$$

Un lien reliant l'élément discret considéré à un de ses voisins est orienté dans le repère global par un vecteur normalisé défini par :

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} N_{\mathrm{x}} \\ N_{\mathrm{y}} \\ N_{\mathrm{z}} \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad \text{avec } \|\vec{N}\| = 1. \tag{E.4}$$

La poutre est orientée dans le repère local de l'élément selon deux angles ϕ et θ, qui sont respectivement définis par l'angle entre l'axe $\vec{x}_{\mathrm{I}}$ et la projection du vecteur $\vec{N}$ sur le plan $P(\vec{x}_{\mathrm{I}}, \vec{x}_{\mathrm{II}})$ et par l'angle que

fait la poutre avec l'axe $\vec{x}_{\mathrm{III}}$ du repère local de l'élément discret tel que :

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{N_{\mathrm{x}}}{\sqrt{N_{\mathrm{x}}^2 + N_{\mathrm{y}}^2}}\right), \tag{E.5}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{N_{\mathrm{z}}}{\sqrt{N_{\mathrm{x}}^2 + N_{\mathrm{y}}^2 + N_{\mathrm{z}}^2}}\right). \tag{E.6}$$

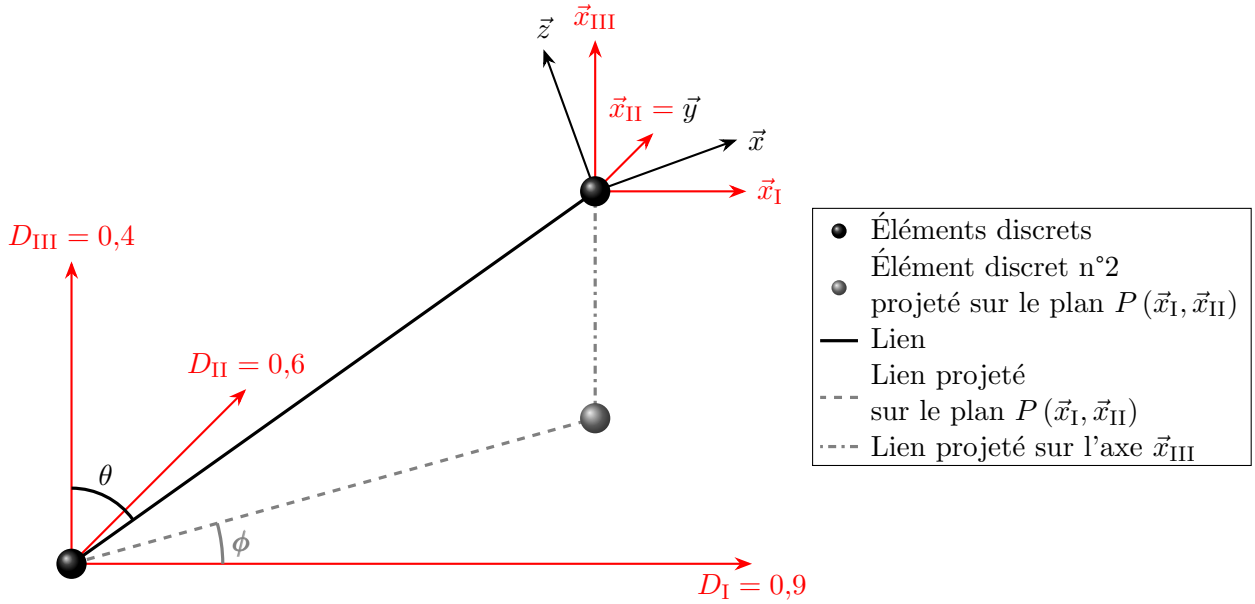


FIGURE E.1 – Représentation 3D d'un lien connecté à deux éléments discrets ainsi que le vecteur d'endommagement du repère local de l'élément discret.

Pour générer une variable d'endommagement scalaire D depuis le vecteur principal d'endommagement, une loi d'orthotropie est nécessaire. Dans les travaux de Curti et al., 2019, quatre lois d'orthotropie ont été étudiées. Dans ce travail, trois lois d'orthotropie ont été explorées, à savoir :

- ***Ellipsoïde*** :

$$D = \|\vec{N}\| \left(\left(\frac{N_{\mathrm{x}}}{D_{\mathrm{I}}}\right)^n + \left(\frac{N_{\mathrm{y}}}{D_{\mathrm{II}}}\right)^n + \left(\frac{N_{\mathrm{z}}}{D_{\mathrm{III}}}\right)^n \right)^{-\frac{1}{n}}, \tag{E.7}$$

  avec $n \in \mathbb{N}$ un paramètre de forme. Pour $n = 1, 3$, l'équation E.7 définie une géométrie ellipsoïde. Pour $n = 2, 4$, elle représente un hyperboloïde.

- ***Hankinson*** :

$$D_{\mathrm{p}} = \frac{D_{\mathrm{I}} D_{\mathrm{II}}}{D_{\mathrm{I}} \sin^2(\theta) + D_{\mathrm{II}} \cos^2(\theta)}, \tag{E.8}$$

$$D = \frac{D_{\mathrm{III}} D_{\mathrm{p}}}{D_{\mathrm{III}} \sin^2(\phi) + D_{\mathrm{p}} \cos^2(\phi)}. \tag{E.9}$$

- ***On-Off*** :

$$D = D_{\mathrm{i}} \quad \text{pour } N_{\mathrm{i}} > N_{\mathrm{j}} \text{ et } N_{\mathrm{i}} > N_{\mathrm{k}} \quad \forall i, j, k \in \{x, y, z\}. \tag{E.10}$$

La figure E.2 représente un exemple de ces trois lois d'orthotropie appliquées à un élément discret dont le vecteur principal d'endommagement bi-dimensionnel est défini dans le repère des contraintes principales virielles par :

$$\bar{D} = \begin{pmatrix} D_{\mathrm{I}} \\ D_{\mathrm{III}} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_{\mathrm{I}}, \vec{x}_{\mathrm{III}})} = \begin{pmatrix} 0{,}9 \\ 0{,}4 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_{\mathrm{I}}, \vec{x}_{\mathrm{III}})}. \tag{E.11}$$

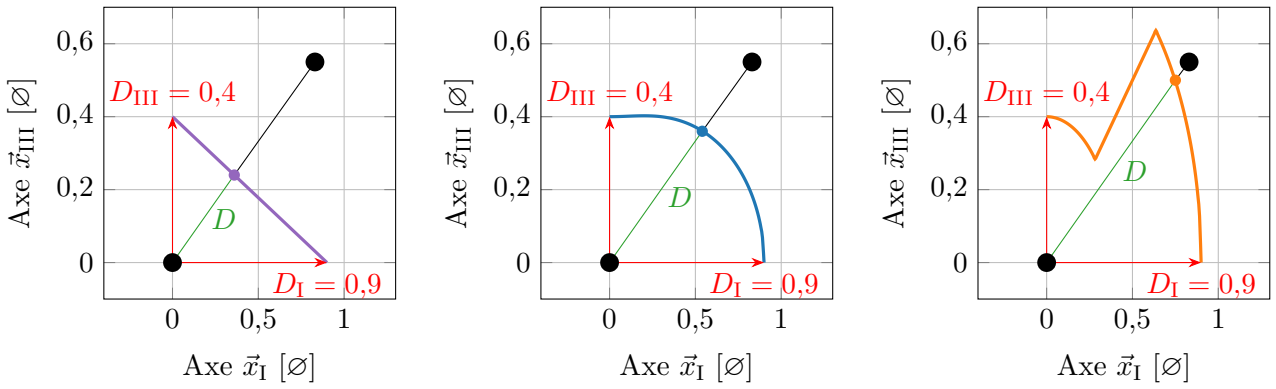
Cet élément discret est connecté à un autre par une poutre, dont le vecteur normalisé dans le repère global du domaine discret est égal à :

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} N_\mathrm{x} \\ N_\mathrm{z} \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{z})} = \begin{pmatrix} 0{,}83 \\ 0{,}55 \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{z})}. \tag{E.12}$$

La poutre est donc orientée de $\theta = 56{,}33$ ° avec l'axe $\vec{x}_\mathrm{III}$. Sur la figure E.2, les trois lois d'orthotropie apparaissent (lavande pour *Ellipsoïde* sur la figure E.2a, bleue pour *Hankinson* sur la figure E.2b et orange pour *On-Off* sur la figure E.2c), reliant chacune d'une manière différente les valeurs des deux composantes du vecteur principal d'endommagement. Parce que le paramètre d'échelle de la loi *Ellipsoïde* est égal à $n = 1$, la droite qui réunit D_I et D_III est linéaire. La loi Hankinson est représentée par une courbe convexe. La loi On-Off est divisée en deux parties convexes : l'une d'un rayon égal à D_I depuis le centre de l'élément discret et l'autre d'un rayon égal à D_III. Le changement de rayon s'effectue pour $\theta = 45$ °, lorsque $N_\mathrm{z} = N_\mathrm{x}$. En considérant le point O (centre de l'élément discret) comme origine du repère local et le point I le point d'intersection entre les courbes des lois d'orthotropie et la poutre, la variable d'endommagement scalaire est définie par :

$$D = \|\vec{OI}\|. \tag{E.13}$$

D'après la figure E.2 et l'équation E.13, la valeur de la variable d'endommagement scalaire est donc bien différente selon la loi d'orthotropie utilisée.



(a) *Ellipsoïde.* (b) *Hankinson.* (c) *On-Off.*

FIGURE E.2 – Représentation 2D de la définition de la variable d'endommagement D appliquée aux liens en fonction des lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*.

Dans l'objectif de mesurer l'efficacité et la viabilité des lois d'orthotropie, deux variables α et β servant d'outils de mesure de l'orthotropie sont introduites. À partir du vecteur principal d'endommagement, trois variables d'endommagement D_1, D_2 et D_3 sont définies sur un axe d'orthotropie (figure E.3) telles que :

$$D_1 = \max\left(D_\mathrm{I}, D_\mathrm{II}, D_\mathrm{III}\right), \tag{E.14}$$

$$D_3 = \min\left(D_\mathrm{I}, D_\mathrm{II}, D_\mathrm{III}\right), \tag{E.15}$$

$$D_2 = D_\mathrm{i} \setminus D_\mathrm{i} < D_1 \text{ et } D_\mathrm{i} > D_3 \, \forall i \in \{I, II, III\}. \tag{E.16}$$

Alors, les variables α et β sont définies telles que la première permet de quantifier une direction d'orthotropie préférentielle et la deuxième l'intervalle d'orthotropie :

$$\alpha = \frac{D_1 - D_2}{D_1 - D_3} \in [0, 1], \tag{E.17}$$

$$\beta = D_1 - D_3 \in [0, 1]. \tag{E.18}$$

FIGURE E.3 – Axe d'orthotropie.

Pour mesurer la capacité de chaque loi à représenter correctement l'orthotropie macroscopique du domaine discret, des simulations DEM d'essais de traction uniaxiale ont été réalisées dans chaque direction du repère global, sur un domaine discret cubique (de côté $L = 1$ cm) composé d'environ 20 000 éléments discrets (figure E.4), en faisant varier les deux paramètres α et β.

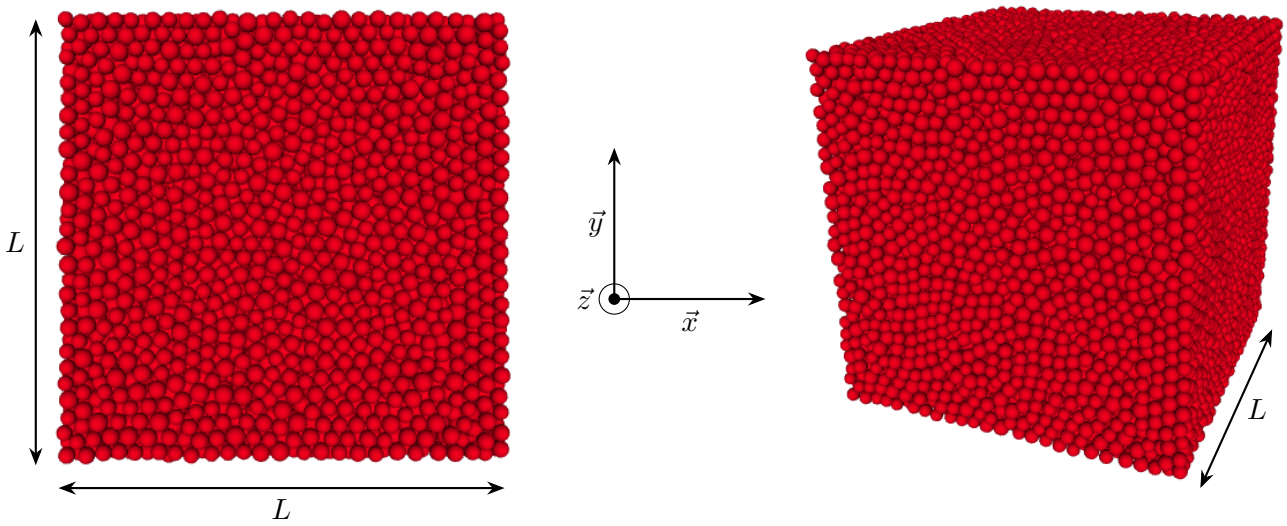


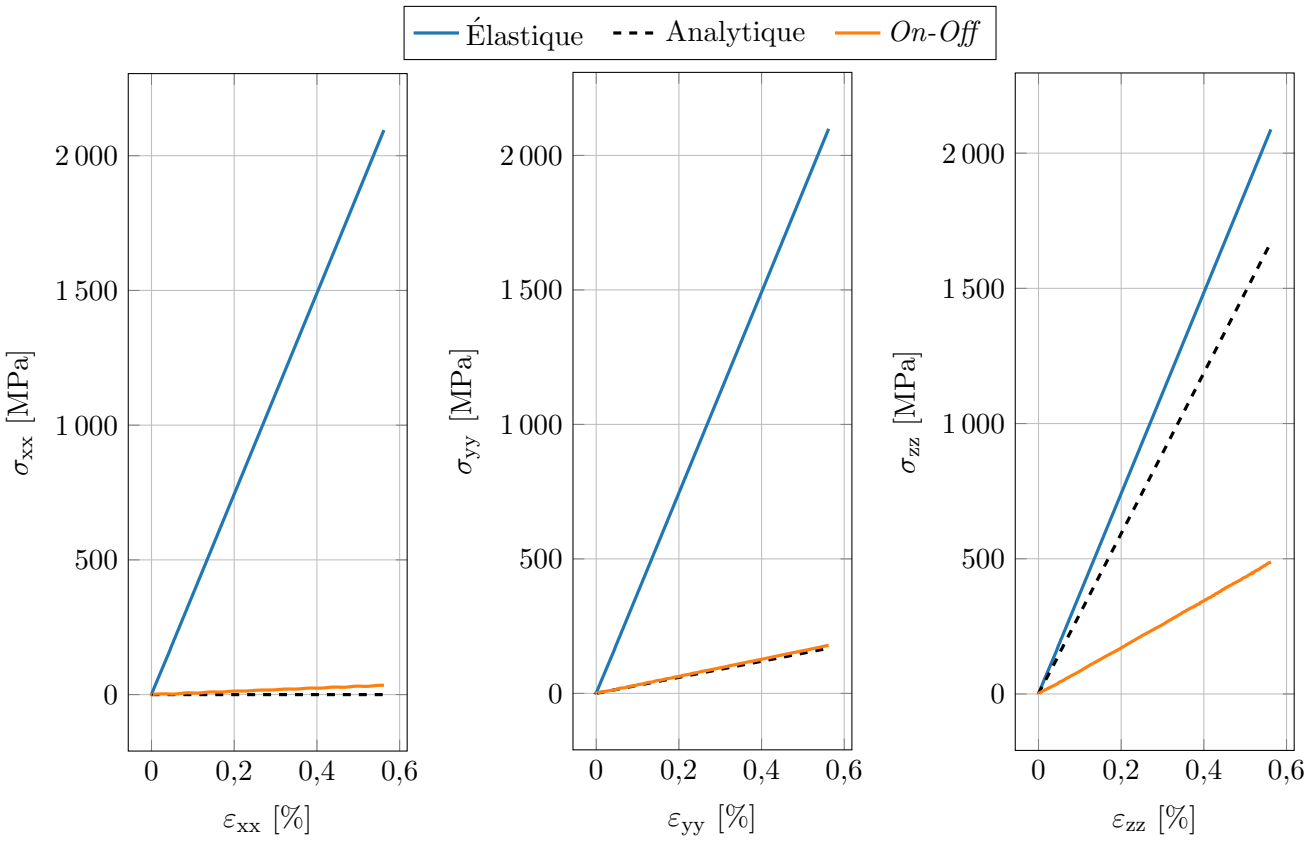
FIGURE E.4 – Domaine discret cubique composé de $N_{\mathrm{DE}} = 21\ 142$ éléments discrets.

Pour évaluer les lois d'orthotropie dans tout l'intervalle des valeurs que peuvent prendre α et β, il est nécessaire de faire varier les composantes du vecteur principal d'endommagement $\bar{D}$, en fixant au moins une composante du vecteur d'endommagement principal tel que :

$$D_{\mathrm{I}} = 1, \tag{E.19}$$
$$D_{\mathrm{II}} = D_{\mathrm{I}} - \alpha\beta \quad \forall\,(\alpha,\beta) \in [0,1], \tag{E.20}$$
$$D_{\mathrm{III}} = D_{\mathrm{I}} - \beta \quad \forall\,\beta \in [0,1]. \tag{E.21}$$

$$D_{\mathrm{I}} = \beta + D_{\mathrm{III}} \quad \forall\,\beta \in [0,1], \tag{E.22}$$
$$D_{\mathrm{II}} = D_{\mathrm{I}} - \alpha\beta \quad \forall\,(\alpha,\beta) \in [0,1], \tag{E.23}$$
$$D_{\mathrm{III}} = 0. \tag{E.24}$$

Ainsi, pour chaque triplet des composantes du vecteur principal d'endommagement, trois essais de traction uniaxiale ont été réalisés dans chaque direction du repère global du domaine discret. La figure E.5 montre trois simulations d'essais de traction uniaxiale, un dans chaque direction, avec la loi d'orthotropie *On-Off*. Celle-ci est appliquée à un vecteur principal d'endommagement égal à $\bar{D} = (1,0{,}92,0{,}2)$, soit, en utilisant les équations E.19, E.20 et E.21, à une paire $(\alpha,\beta) = (0{,}1,0{,}8)$. Les courbes bleues sur la figure E.5 représentent les courbes contrainte-déformation d'essais de traction uniaxiale purement élastique, donc sans endommagement. Les courbes en pointillé représentent les courbes contrainte-déformation analytiques, qui sont pilotées par le coefficient directeur des courbes contrainte-déformation élastiques multiplié par $(1 - D_{\mathrm{i}})\,\forall i \in \{I, II, III\}$. Enfin, les courbes orange représentent les courbes contrainte-déformation mesurées lors des simulations DEM avec l'endommagement orthotrope mentionné précédemment. Dans le cas de l'exemple de la figure E.5 ci-dessous, il apparaît que le comportement macroscopique endommagé du domaine discret est bien restitué dans les direction $\vec{x}$ et $\vec{y}$, contrairement à la direction $\vec{z}$. Cela montre que, pour cet exemple et cette loi d'orthotropie, que la réponse macroscopique du domaine discret ne restitue pas correctement le comportement fortement orthotrope introduit.



(a) Essai de traction uniaxiale dans la direction $\vec{x}$ du repère global.

(b) Essai de traction uniaxiale dans la direction $\vec{y}$ du repère global.

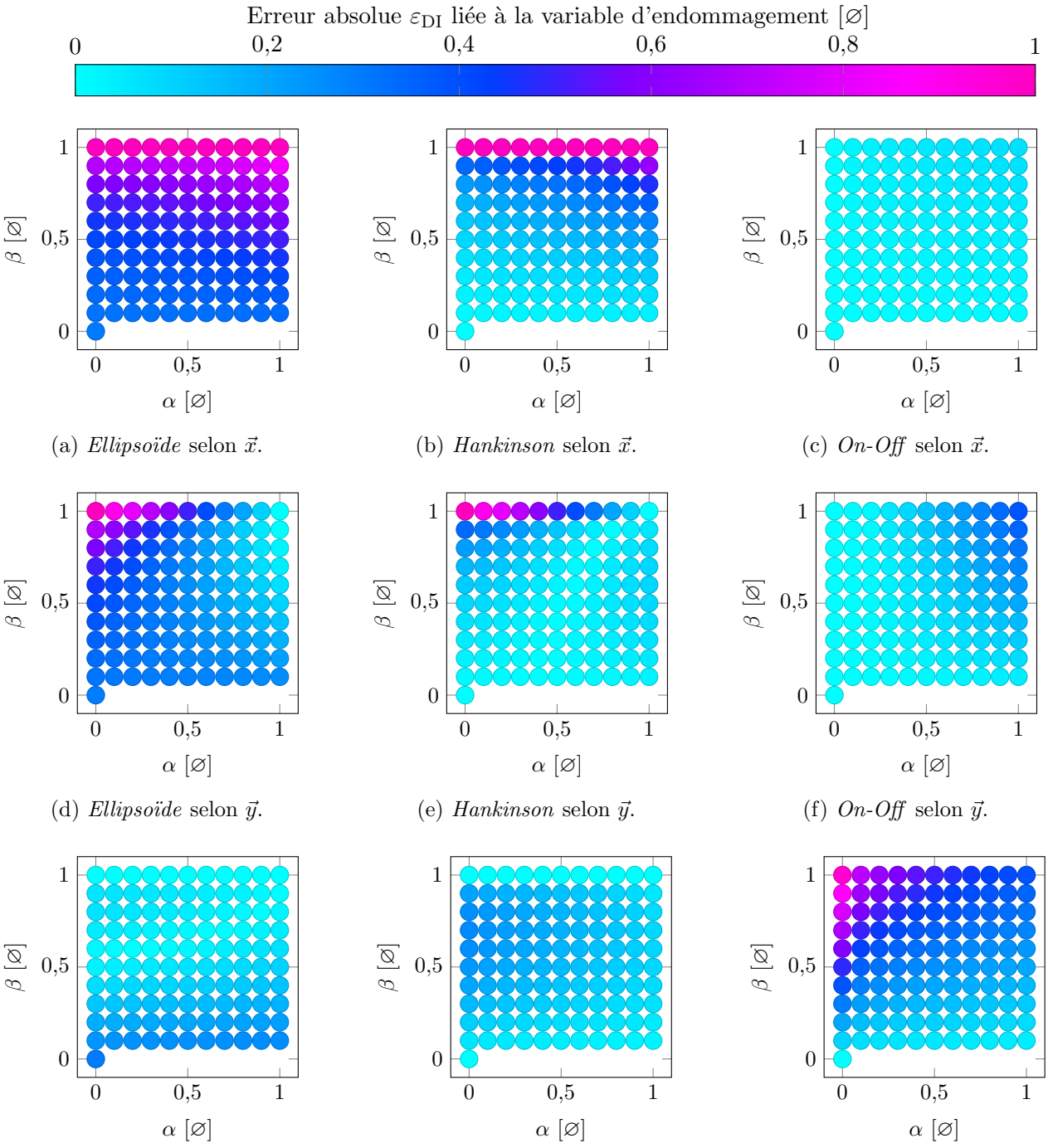
(c) Essai de traction uniaxiale dans la direction $\vec{z}$ du repère global.

FIGURE E.5 – Courbes contrainte-déformation de simulations DEM d'essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global du domaine discret avec la loi d'orthotropie *On-Off* appliquée au vecteur principal d'endommagement $\bar{D} = (1, 0{,}92, 0{,}2)$.

Alors, pour chaque loi d'orthotropie, pour chaque direction et pour chaque valeur que peut prendre la paire (α, β) d'après les équations E.19, E.20, E.21 et E.22, E.23, E.24, il est possible de calculer une erreur. Cette erreur, absolue, est définie par :

$$\varepsilon_{\mathrm{D}}^{i} = |D_{\mathrm{th}}^{i} - D_{\mathrm{sim}}^{i}| \quad \forall i \in [I, II, III] \setminus \varepsilon_{\mathrm{D}}^{i} \in [0, 1]\,, \tag{E.25}$$

avec D_{th}^{i} la valeur de l'endommagement macroscopique analytique recherchée et D_{sim}^{i} celle mesurée à l'issue de la simulation DEM de l'essai de traction uniaxial. Pour chaque triade d'équations, soit pour les simulations avec $D_{\mathrm{I}} = 1$ et $D_{\mathrm{III}} = 0$, une erreur absolue $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$ et $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$ leur est attribuée. La figure E.6 (respectivement la figure E.7) présente les erreurs absolues de 999 simulations DEM balayant tout le spectre des combinaisons des paramètres α et β avec chaque loi d'orthotropie dans chaque direction, pour $D_{\mathrm{I}} = 1$ (respectivement pour $D_{\mathrm{III}} = 0$). Chaque sous-figure des figures E.6 et E.7 peut donc s'apparenter à un champ discret des erreurs absolues.

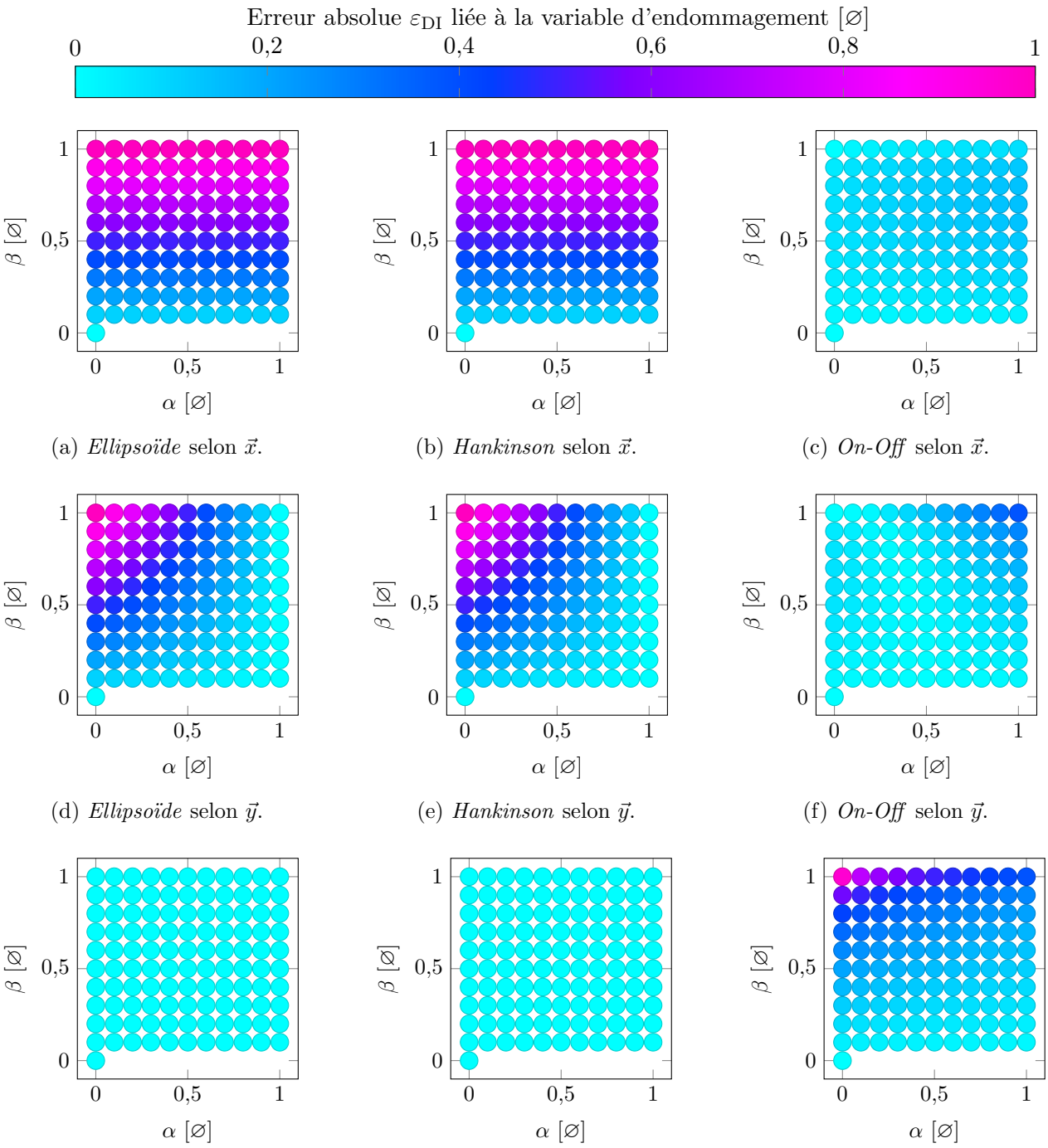


(a) *Ellipsoïde* selon $\vec{x}$. (b) *Hankinson* selon $\vec{x}$. (c) *On-Off* selon $\vec{x}$.

(d) *Ellipsoïde* selon $\vec{y}$. (e) *Hankinson* selon $\vec{y}$. (f) *On-Off* selon $\vec{y}$.

(g) *Ellipsoïde* selon $\vec{z}$. (h) *Hankinson* selon $\vec{z}$. (i) *On-Off* selon $\vec{z}$.

FIGURE E.6 – Champs discrets des erreurs absolues $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$ entre les variables d'endommagement calculées par simulation et théorique pour des essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global en prenant successivement les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*. La première composante du vecteur d'endommagement local fixée telle que $D_{\mathrm{I}} = 1$.



(a) *Ellipsoïde* selon $\vec{x}$. (b) *Hankinson* selon $\vec{x}$. (c) *On-Off* selon $\vec{x}$.

(d) *Ellipsoïde* selon $\vec{y}$. (e) *Hankinson* selon $\vec{y}$. (f) *On-Off* selon $\vec{y}$.

(g) *Ellipsoïde* selon $\vec{z}$. (h) *Hankinson* selon $\vec{z}$. (i) *On-Off* selon $\vec{z}$.

FIGURE E.7 – Champs discrets des erreurs absolues $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$ entre les variables d'endommagement calculées par simulation et théorique pour des essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global en prenant successivement les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*. La première composante du vecteur d'endommagement local fixée telle que $D_{\mathrm{III}} = 0$.

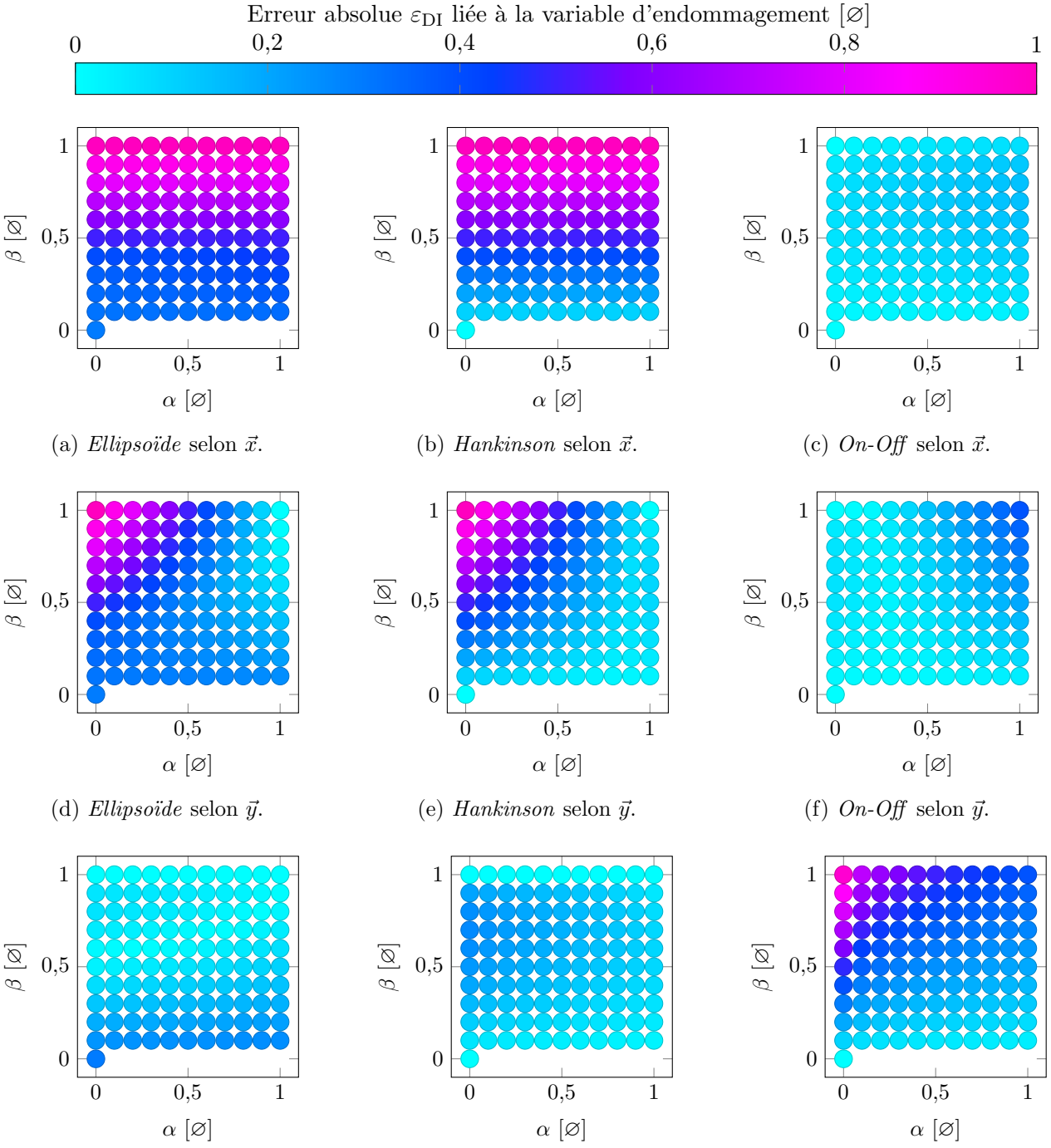
Les deux figures E.6 et E.7 apportent de nombreuses informations concernant l'efficacité des lois d'orthotropie. La loi *Ellipsoïde* montre des erreurs $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$ et $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$ importantes pour toutes les valeurs de (α, β) dans la direction $\vec{x}$ et une corrélation parfaite avec l'analytique dans la direction $\vec{z}$. Cependant, les résultats des simulations DEM sont plus nuancés dans la direction $\vec{y}$: l'erreur $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$ est relativement faible pour une forte orthotropie avec une direction d'orthotropie préférentielle selon l'axe $\vec{x}_{\mathrm{I}}$ et l'erreur $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$ pour une orthotropie faible et forte selon les direction $\vec{x}_{\mathrm{II}}$ et $\vec{x}_{\mathrm{III}}$.

La loi *Hankinson* présente des résultats similaires pour l'erreur $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$. Concernant l'erreur $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$, elle reste élevée pour une forte orthotropie pour les essais de traction uniaxiale dans les directions $\vec{x}$ et $\vec{y}$ et moyenne pour l'essai dans la direction $\vec{y}$.

Les erreurs $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$ et $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$ relatives à la loi *On-Off* sont similaires. Elles présentent de bonnes corrélations avec les résultats analytiques dans les directions $\vec{x}$ et $\vec{y}$ (excepté pour une forte orthotropie avec une direction préférentielle $\vec{x}_{\mathrm{I}}$). Quant à la direction de traction $\vec{z}$, l'erreur est élevée pour une forte orthotropie et maigre pour une faible orthotropie.

Afin de mieux visualiser l'efficacité de chaque loi d'orthotropie pour tout l'intervalle des valeurs (α, β), l'erreur ε_{D} est introduite, définie comme étant le maximum de $\varepsilon_{\mathrm{DI}}$ et $\varepsilon_{\mathrm{DIII}}$ tel que :

$$\varepsilon_{\mathrm{D}} = \max\left(\varepsilon_{\mathrm{DI}}, \varepsilon_{\mathrm{DIII}}\right). \tag{E.26}$$



(a) *Ellipsoïde* selon $\vec{x}$. (b) *Hankinson* selon $\vec{x}$. (c) *On-Off* selon $\vec{x}$.

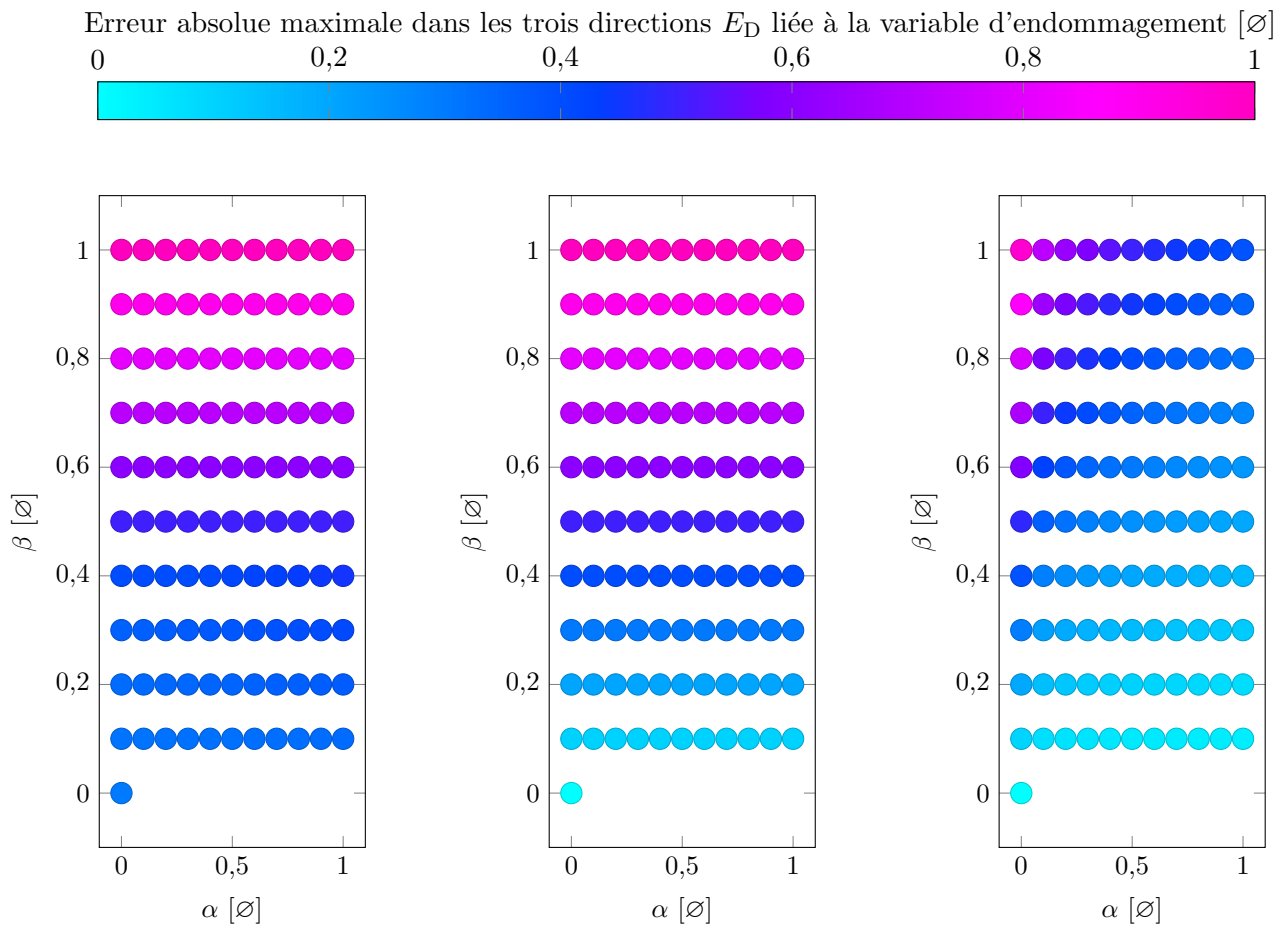
(d) *Ellipsoïde* selon $\vec{y}$. (e) *Hankinson* selon $\vec{y}$. (f) *On-Off* selon $\vec{y}$.

(g) *Ellipsoïde* selon $\vec{z}$. (h) *Hankinson* selon $\vec{z}$. (i) *On-Off* selon $\vec{z}$.

FIGURE E.8 – Champs discrets des erreurs absolues maximales ε_{D} entre les variables d'endommagement calculées par simulation et théorique pour des essais de traction uniaxiale dans les trois directions du repère global en prenant successivement les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*.

Il apparaît, d'après la figure E.8, que l'erreur ε_{D} est globalement élevée pour les essais de traction dans les directions $\vec{x}$ et $\vec{y}$ des lois d'orthotropie *Ellipsoïde* et *Hankinson* et dans la direction $\vec{z}$ pour la loi *On-Off*. Enfin, une erreur globale E_{D} est définie pour chaque loi comme étant l'erreur maximale dans les trois directions du repère global :

$$E_{\mathrm{D}} = \max\left(\varepsilon_{\mathrm{D}}^{\vec{x}}, \varepsilon_{\mathrm{D}}^{\vec{y}}, \varepsilon_{\mathrm{D}}^{\vec{z}}\right). \tag{E.27}$$



(a) *Ellipsoïde*. (b) *Hankinson*. (c) *On-Off*.

FIGURE E.9 – Champs discrets des erreurs absolues maximales E_D entre la variable d'endommagement mesurée par simulation et théorique des essais de traction uniaxiale maximales parmi les trois directions du repère global avec les trois lois d'orthotropie *Ellipsoïde*, *Hankinson* et *On-Off*.

La figure E.9 montre que les erreurs globales des lois *Ellipsoïde* et *Hankinson* sont généralement élevées. Cependant, un gradient peut être observé : l'erreur diminue avec le degré d'orthotropie. Enfin, il semble que ce soit la loi *On-Off* qui présente l'erreur globale la moins importante.

F Analyses des méthodes d'évaluation de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation

Comme expliqué dans la partie 4.6, l'estimation de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation est soumise à l'influence de plusieurs facteurs. Ainsi, deux analyses de convergence ont été réalisées à l'aide de simulations DEM du tir GEPI G672 en utilisant la loi d'endommagement DFH-*All*^{2}. La première analyse de convergence concerne le nombre d'éléments discrets dans le domaine et la deuxième le coefficient de partition c_p.

F.1 Analyse de convergence avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine

Des simulations identiques ont été réalisées sur des domaines discrets composés d'un nombre d'éléments variant entre $\tilde{N}_\mathrm{DE} \simeq 10\ 000$ et $\tilde{N}_\mathrm{DE} \simeq 100\ 000$. La figure F.1 présente l'évolution de l'épaisseur de l'écaille avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine. Elle est mesurée entre la position moyenne de la tranche d'écaillage et la position moyenne de la face arrière du domaine discret. La figure F.1 montre que la largeur de l'écaille reste constante avec le nombre d'éléments. Ce n'est pas le cas pour la contrainte d'écaillage adimensionnée représentée sur la figure F.2. Elle augmente avec le nombre d'éléments dans le domaine. Elle semble converger pour un nombre d'éléments de $\tilde{N}_\mathrm{DE} \simeq 90\ 000$. Cependant, un tel nombre d'éléments impose un important coût de calcul. La figure F.3 montre l'évolution avec le nombre d'éléments discrets de la vitesse de déformation à l'écaillage calculée avec la méthode présentée dans la partie 4.6. Une convergence est atteinte pour un nombre d'éléments discrets autour de $\tilde{N}_\mathrm{DE} \simeq 50\ 000$. Pour garantir un rapport entre la précision des résultats et le coût en temps de calcul, un domaine discret contenant au moins 50 000 éléments discrets semble être un bon compromis.

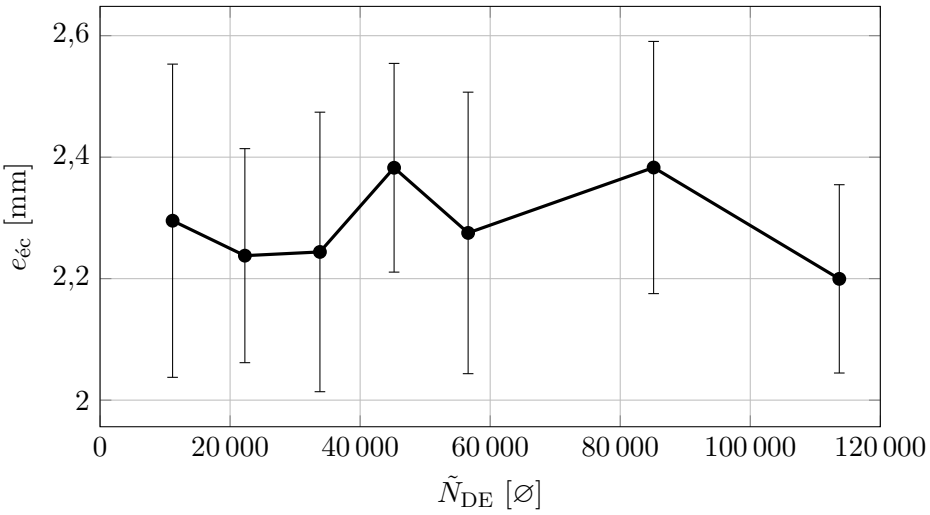


FIGURE F.1 – Évolution de l'épaisseur de l'écaille crée avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2.

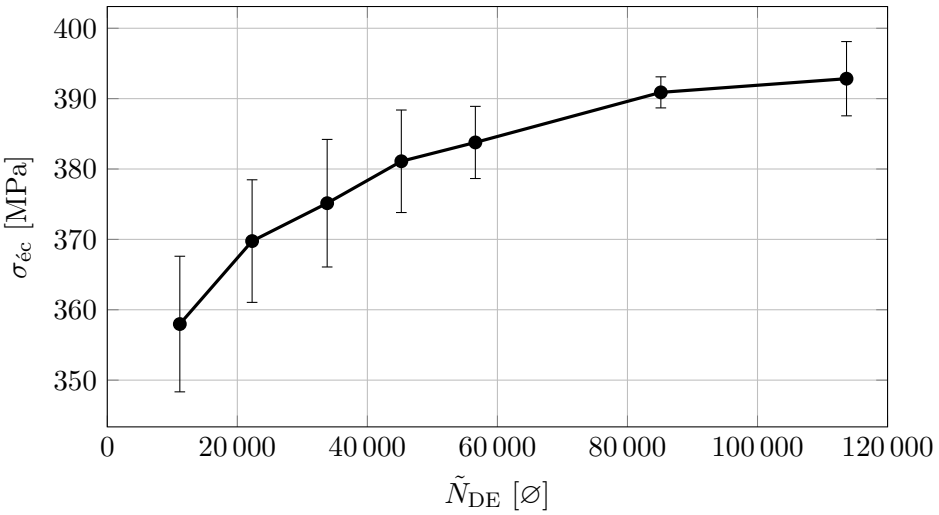


FIGURE F.2 – Évolution de la contrainte d'écaillage avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2.

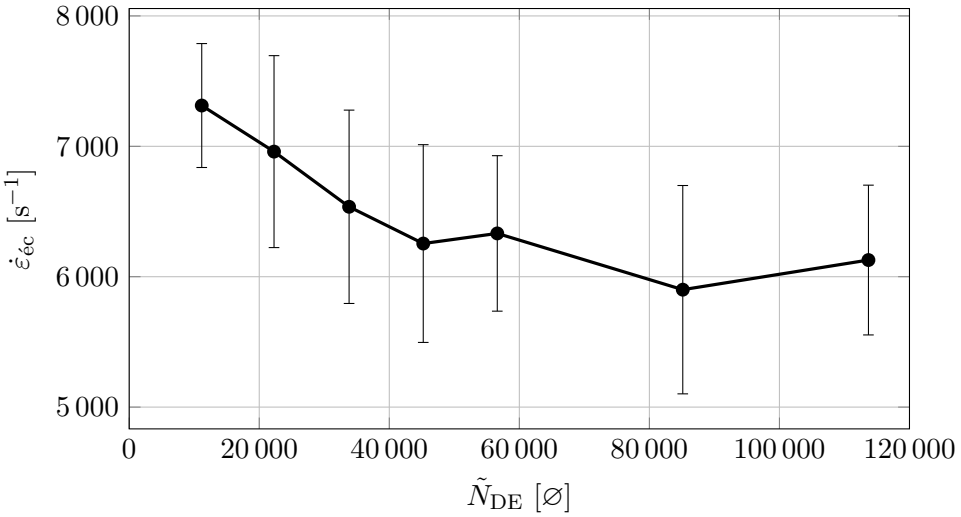


FIGURE F.3 – Évolution de la vitesse de déformation d'écaillage avec le nombre d'éléments discrets dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-*All*^{2}.

F.2 Analyse de convergence avec le coefficient de partition

Les mêmes données sont évaluées en fonction du coefficient de partition. La figure F.4 montre que l'épaisseur de l'écaille diminue avec le coefficient de partition. L'écart-type reste constant jusqu'à un coefficient de partition de $c_p = 5$ puis devient nul pour des valeurs plus grandes. Cela est dû au fait que, pour un coefficient de partition faible, plusieurs tranches sont très endommagées. La variation naturelle de la DEM influe sur les niveaux d'endommagement de ces tranches. La détermination de la tranche d'écaillage peut alors être différente. Pour un coefficient de partition élevé, l'épaisseur d'une tranche englobe toutes les tranches endommagées pour un faible coefficient de partition. La mesure de la contrainte d'écaillage, quant à elle, ne semble pas dépendre du coefficient de partition (figure F.5). Enfin, la vitesse de déformation d'écaillage est exposée sur la figure F.6. La vitesse de déformation diminue légèrement avec le coefficient de partition et chute pour un coefficient de partition $c_p = 8$.

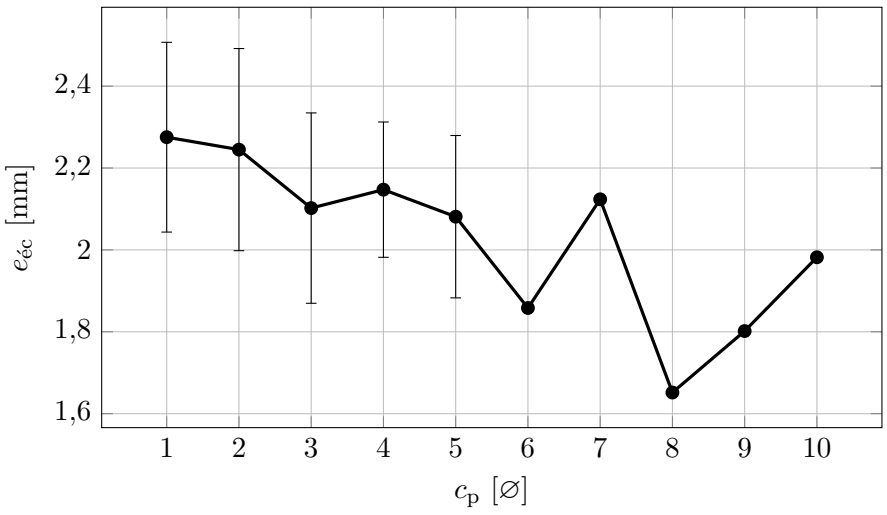


FIGURE F.4 – Évolution de l'épaisseur de l'écaille créée avec le coefficient de partition du domaine discret pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-*All*^{2}.

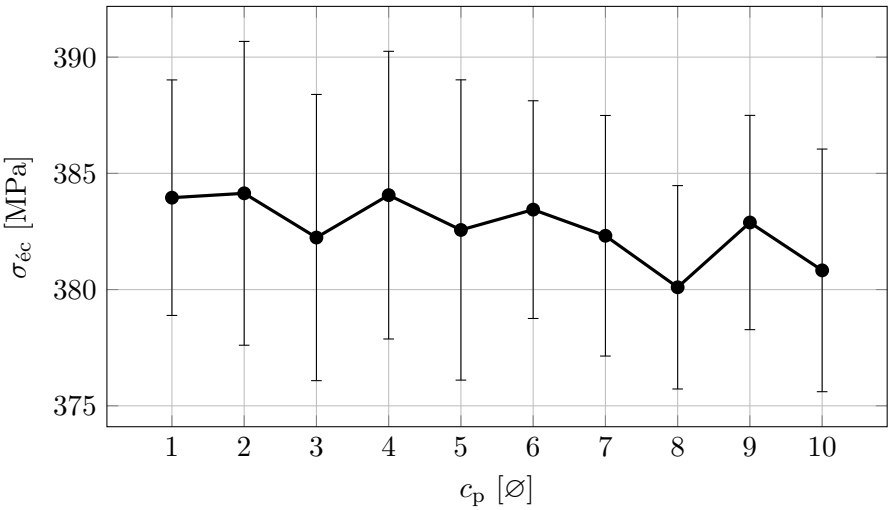


FIGURE F.5 – Évolution de la contrainte d'écaillage avec le coefficient de partition du domaine discret pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2.

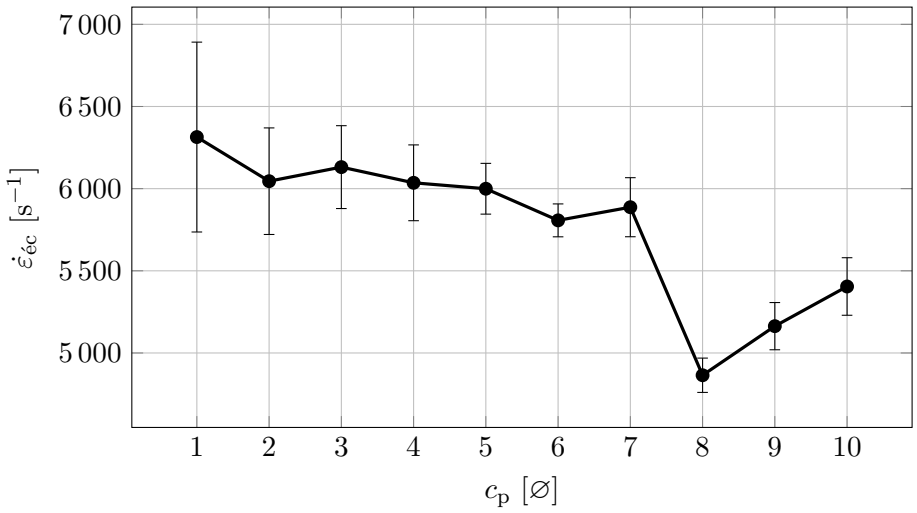


FIGURE F.6 – Évolution de la vitesse de déformation d'écaillage avec le coefficient de partition du domaine discret dans le domaine pour des simulations DEM du tir GEPI G672 avec la loi d'endommagement DFH-All^2.

En conclusion, pour limiter l'effet de la taille des tranches sur les mesures de l'épaisseur de l'écaille, de la contrainte d'écaillage et de la vitesse de déformation associée, il semblerait qu'un coefficient de partition égal à $c_p = 6$ soit le meilleur compromis.

G Campagne expérimentale d'essais de flexion trois points sur une zircone yttriée projetée plasma

Comme expliqué dans la partie 2.1.4, le développement d'un modèle numérique de la zircone YSZ demande au préalable l'évaluation des paramètres de Weibull. Il s'agit d'identifier la contrainte moyenne à rupture en traction quasi-statique. Pour cela, des essais de flexion trois points ont été conduits. Cette partie est dédiée à la présentation de la configuration expérimentale et des résultats de ces essais menés sur des échantillons de zircone yttriée projetée plasma (YSZ), et à l'identification des paramètres de Weibull. Les échantillons, au nombre de sept, ont été fournis par le CEA Le Ripault. Les essais de flexion trois points ont été réalisés au laboratoire I2M.

G.1 Configuration expérimentale

Les essais de flexion trois points ont été réalisés à l'aide d'une machine électromécanique de traction/compression Zwick Roell de type *AllroundLine* (modèle Z010) équipée d'un capteur de force de 10 kN. La figure G.1 montre la configuration expérimentale. Les caractéristiques géométriques du dispositif expérimental sont dans le tableau G.3. Les échantillons de zircone YSZ sont en appuis simples linéiques sur deux rouleaux d'acier, chacun étant à une distance de 2,5 mm de l'extrémité de l'échantillon. Un rouleau indenteur, centré sur l'échantillon, est en appui simple linéique. Les essais à rupture étant conduits avec une vitesse de déplacement imposée de $\|\dot{\vec{\delta}}_{\mathrm{A}}\| = 100\ \mu\mathrm{m.min}^{-1}$, le rouleau indenteur exerce une force sur l'échantillon. Les dimensions des échantillons sont données dans le tableau G.1. La masse volumique de la zircone yttriée YSZ projetée plasma déduite des données du tableau G.1 est reportée dans le tableau G.2.

Les images des essais ont été capturées chaque seconde par un objectif Canon EOS 800D de résolution $6\ 000 \times 4\ 000$ pixels synchronisé avec le signal de force-déplacement.

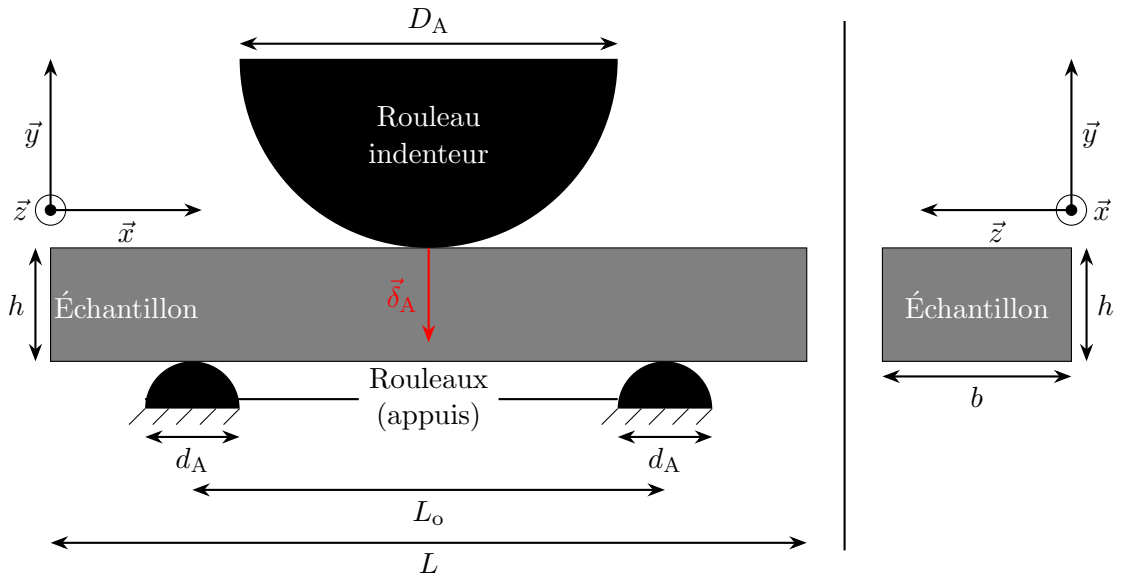


FIGURE G.1 – Configuration expérimentale des essais de flexion trois points.

Tableau G.1 – Données géométriques, volumiques et massiques des échantillons de flexion trois points.

Longueur L [mm]	$20{,}02 \pm 0{,}03$
Largeur b [mm]	$5{,}09 \pm 0{,}05$
Hauteur h [mm]	$3{,}03 \pm 0{,}02$
Volume V [mm^3]	308 ± 3
Masse m [g]	$1{,}669 \pm 0{,}003$

Tableau G.2 – Masse volumique de la zircone yttriée YSZ projetée plasma comparée à celle de l'alumine AL23 [Zinszner, 2014].

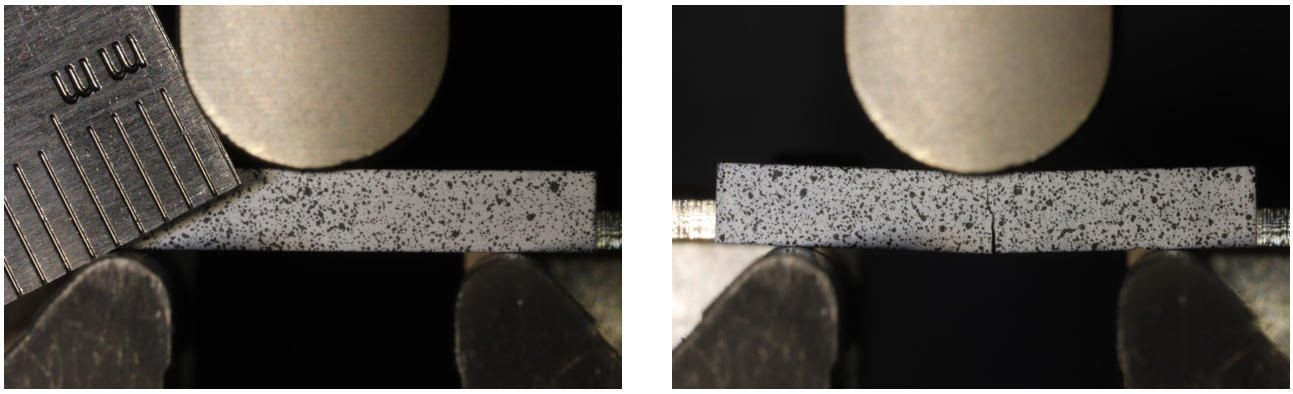
Matériau	YSZ	AL23
Masse volumique ρ [kg.m^{-3}]	$5\ 410 \pm 62$	3 890

Tableau G.3 – Caractéristiques géométriques du montage expérimental des essais de flexion trois points.

Matériau	Acier
Diamètre indenteur D_A [mm]	10
Diamètre appuis d_A [mm]	2,5
Longueur entre appuis L_o [mm]	12,5

G.2 Résultats expérimentaux

Sept éprouvettes de zircone yttriée projetée plasma ont été testés jusqu'à la rupture. La figure G.2 montre des images prises avant essai et après la rupture de l'échantillon. La fissure, nette, est localisée au milieu de l'échantillon. Comme prévu, l'amorçage de la fissure a bien lieu au niveau de la surface inférieure de l'éprouvette.



(a) Échantillon de zircone avant rupture.

(b) Échantillon de zircone après rupture.

FIGURE G.2 – Échantillon de zircone placé dans le dispositif expérimental d'un essai de flexion trois points avant et après rupture.

Les signaux force-déplacement des sept essais de flexion trois points quasi-statiques sont présentés sur la figure G.3. Ils montrent la répétabilité des essais avec une pente similaire pour chaque essai. Les niveaux des forces ultimes avant rupture, regroupés, sont en moyenne de l'ordre de $F = 126{,}45 \pm 3{,}34$ N. Cela permet d'émettre l'hypothèse d'un comportement à rupture déterministe.

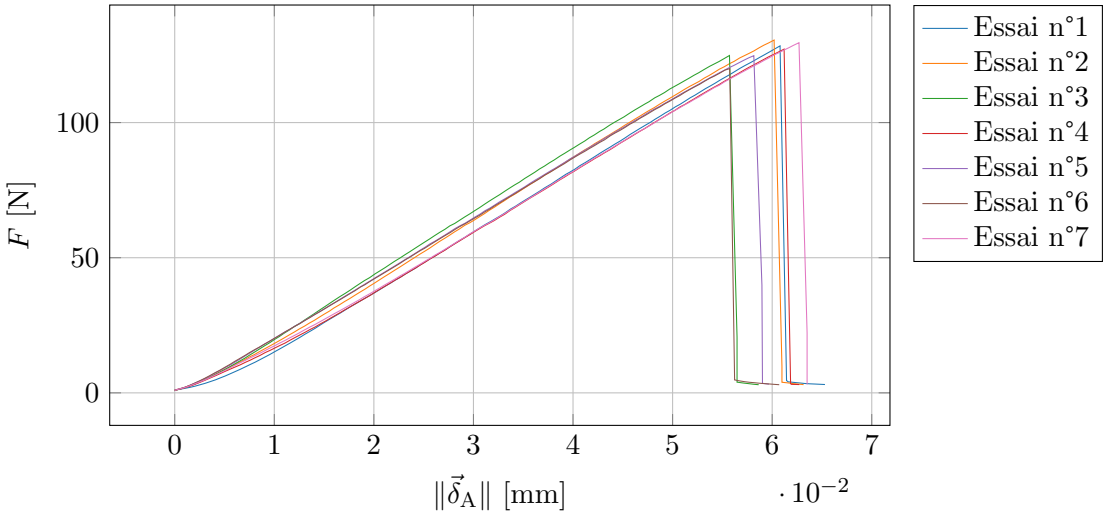


FIGURE G.3 – Courbes force-déplacement des essais de flexion trois points réalisés sur sept échantillons de zircone YSZ.

Pour calculer la contrainte ultime d'un essai de flexion trois points associée au signal force-déplacement, la théorie des poutres donne l'équation de la contrainte longitudinale $\sigma(x, y)$ tel que [Jain, 2008] :

$$\sigma(x, y) = \frac{-6Fxy}{bh^3}, \tag{G.1}$$

avec F la force mesurée expérimentalement, b et h la largeur et la hauteur de l'échantillon et x et y les coordonnées dans le repère de la figure G.1. Comme le montre la figure G.2, la fissure s'amorce au milieu de l'échantillon, depuis sa face inférieure. La contrainte longitudinale maximale, ou contrainte ultime, ou contrainte à rupture σ_R, est atteinte lorsque :

$$x = \frac{L_o}{2}, \tag{G.2}$$

$$y = \frac{h}{2}, \tag{G.3}$$

$$F = F_R, \tag{G.4}$$

avec F_R la force maximale mesurée expérimentalement. Cela donne directement, avec l'équation G.1 :

$$\sigma_R = \frac{3}{2}\frac{F_u L_o}{bh^2}. \tag{G.5}$$

Les contraintes ultimes, rangées par ordre croissant sur la figure G.4, sont localisées dans un intervalle étroit. La contrainte moyenne à rupture en traction quasi-statique σ_w ainsi que son écart-type σ_{std} sont :

$$\sigma_w = 50{,}8 \text{ MPa}, \tag{G.6}$$
$$\sigma_{std} = 1{,}3 \text{ MPa}. \tag{G.7}$$

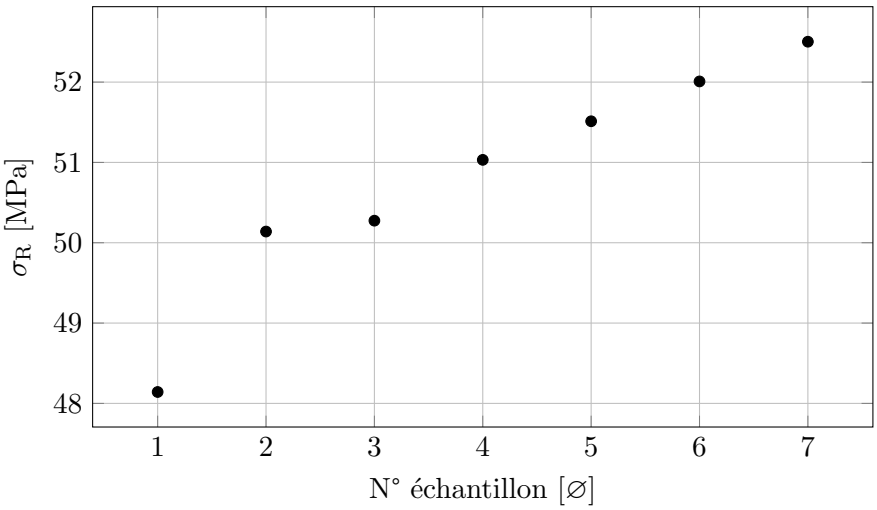


FIGURE G.4 – Contraintes ultimes (contraintes à rupture) issues des essais de flexion trois points rangées par ordre croissant.

Pour identifier du module de Weibull m, une probabilité de rupture P_R est attribuée à chaque contrainte à rupture, d'après l'équation 2.9 de la partie 2.1.4. Le diagramme de Weibull est alors construit (figure G.5) d'après l'équation 2.10, qui relie la probabilité de rupture au module de Weibull par une fonction affine. Une régression linéaire permet d'obtenir le module de Weibull, qui est le coefficient de l'équation de droite affine. D'après les résultats des essais, il vient :

$$m = 41{,}15. \tag{G.8}$$

La valeur très élevée du module de Weibull traduit le regroupement des contraintes ultimes des essais. Il est bien supérieur à celui de l'alumine AL23 ($m = 7.4$) ou à ceux d'autres nuances mesurés par Zinszner, 2014 et Forquin et al., 2018 (figure 2.6). En effet, les contraintes à rupture des nuances de céramiques observées par ces auteurs évoluent dans un intervalle bien plus large que celui de la zircone. Cela montre que, contrairement à l'alumine et aux autres nuances de céramiques, la zircone yttriée projetée plasma présente un comportement à rupture plutôt déterministe que probabiliste.

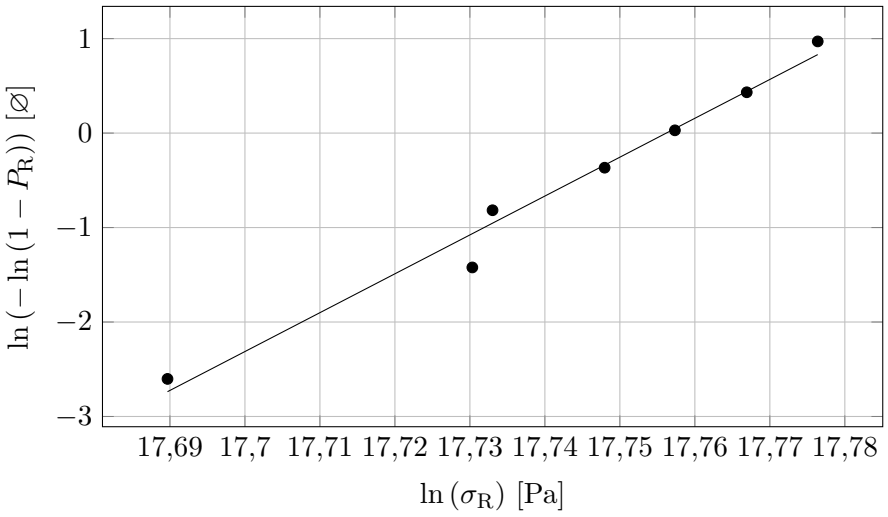


FIGURE G.5 – Diagramme de Weibull associé aux essais de flexion trois points sur la zircone YSZ.

Enfin, la dernière étape de l'approche de Weibull est la détermination du volume effectif, soit le volume théorique qu'aurait la structure sollicitée de manière uniforme. D'après l'équation 2.7 et les données géométriques des tables G.1 et G.3, le volume effectif V_{eff} relatif aux essais réalisés vaut :

$$V_{\text{eff}} = 0{,}05 \text{ mm}^3. \tag{G.9}$$

Le volume effectif déduit des données géométriques des éprouvettes de flexion trois points de zircone est bien plus faible que celui obtenu par Zinszner, 2014 pour l'alumine AL23 ($V_{\text{eff}} = 5{,}39$ mm^3).

Les paramètres de Weibull de la zircone yttriée YSZ projetée plasma sont résumés dans la table G.4 suivante :

Tableau G.4 – Paramètres de Weibull de la zircone yttriée YSZ projetée plasma issus des essais de flexion trois points.

Module de Weibull m [∅]	41,15
Volume effectif V_{eff} [mm^3]	0,05
Contrainte moyenne à rupture quasi-statique σ_w [MPa]	50,8

G.3 Conclusion intermédiaire

Les essais de flexion trois points quasi-statiques réalisés ont permis de déterminer les paramètres de Weibull de la zircone yttriée YSZ projetée plasma. Il semble que le comportement à rupture de la zircone soit déterministe en régime quasi-statique, alors que l'alumine AL23 présente un caractère probabiliste de la rupture marqué par une dispersion importante des contraintes à rupture quasi-statique. Cependant, il faut rester prudent sur les paramètres de Weibull identifiés. En effet, ils sont largement influencés par le nombre d'essais réalisés. Ainsi, la norme NF EN ISO 20501 [AFNOR, 2022] indique qu'il faut au moins une trentaine d'essais, alors que seulement sept ont été effectués dans cette campagne expérimentale. Les travaux de Zinszner, 2014 font état de dix-sept essais de flexion sur l'alumine AL23 pour déterminer les paramètres de Weibull. Il serait nécessaire de réaliser une nouvelle campagne d'essais de flexion trois points pour confirmer ou infirmer les résultats surprenants obtenus dans cette étude.

H Analyses paramétriques des lois d'endommagement Linéaire, Kachanov et Ortiz sur le tir GEPI G672

Les paramètres des lois d'endommagement Linéaire, Kachanov et Ortiz sont calibrés sur des simulations 0D d'essais de traction uniforme à vitesse de chargement constante. Les paramètres optimaux sont ceux qui rendent compte d'une évolution de la contrainte à rupture avec la vitesse de déformation proche des mesures expérimentales de Erzar and Buzaud, 2012. Cependant, il a été montré dans la partie 4.4 qu'il est nécessaire de calibrer l'endommagement critique D_c sur le profil de vitesse en face arrière expérimental du tir GEPI G672. Il est important de comprendre l'influence des paramètres des lois d'endommagement sur la restitution du profil de vitesse. De plus, il est essentiel de montrer qu'une calibration des paramètres des lois d'endommagement sur la restitution du profil de vitesse du tir GEPI G672 avec un endommagement critique égal à $D_c = 1$ n'est pas envisageable. Pour cela, des simulations DEM du tir GEPI G672 ont été réalisées en faisait varier le paramètre $\mathcal{C}$ de la loi d'endommagement Linéaire, le paramètre A_0 de la loi Kachanov et le paramètre B_t de la loi Ortiz. La méthode *All* est utilisée.

La figure H.1 montre l'influence du paramètre $\mathcal{C}$ sur la restitution du profil de vitesse en face arrière de simulations DEM avec la loi Linéaire-*All*. Plus ce paramètre est élevé, plus le phénomène d'écaillage intervient rapidement. Cela est dû au fait que la variable d'endommagement évolue rapidement entre l'état sain et l'état endommagé. La figure H.1 pourrait suggérer qu'en augmentant le paramètre $\mathcal{C}$, il serait possible de faire correspondre le profil de vitesse simulé avec le profil expérimental en gardant l'endommagement critique égal à $D_c = 1$. Cela demande une valeur du paramètre $\mathcal{C}$ très importante. L'évolution de la variable d'endommagement serait alors beaucoup trop rapide. Le résultat des simulations convergerait vers le profil de vitesse donné par la loi *Heaviside* avec une contrainte à rupture microscopique égale à $\sigma_{f\mu} = 575$ MPa, correspondant à la contrainte à rupture moyenne quasi-statique σ_w (figure 3.36). Les mêmes conclusions peuvent être faites pour le paramètre A_0 de la loi Kachanov et le paramètre B_t de la loi Ortiz.

Ces résultats montrent que qu'il serait possible d'envisager (en perspective) une nouvelle procédure de calibration sans les simulations 0D. Il faudrait d'inclure ces paramètres dans une étude paramétrique avec l'endommagement critique D_c. L'indicateur choisi serait le niveau de vitesse au moment du rebond et il faudrait lancer une batterie de calculs de manière à réduire l'erreur par rapport au niveau mesuré expérimentalement.

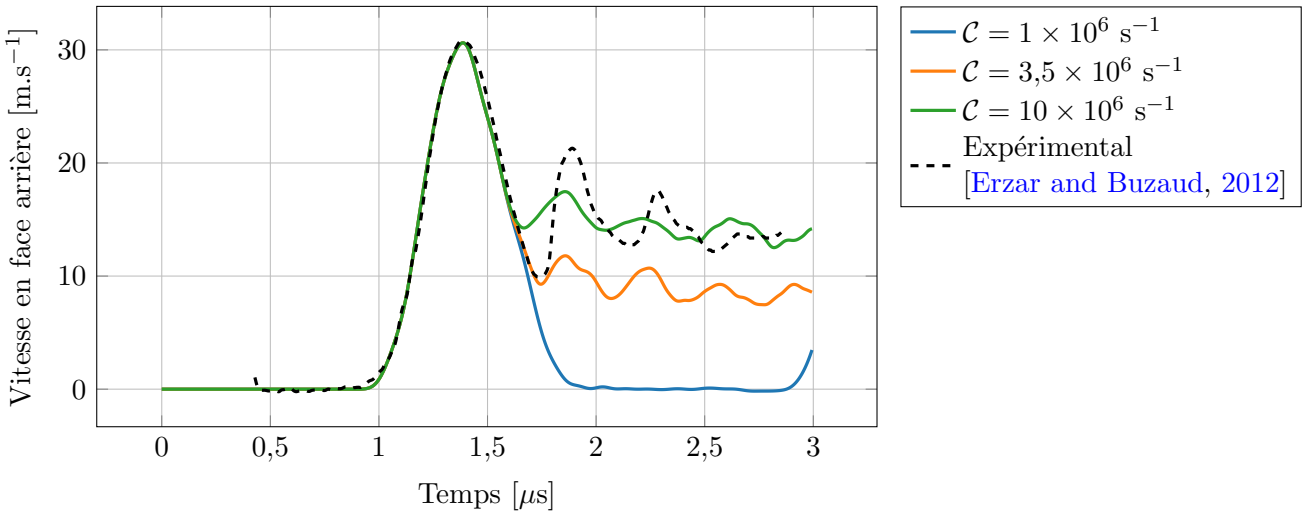


FIGURE H.1 – Influence du paramètre $\mathcal{C}$ de la loi d'endommagement Linéaire sur le profil de vitesse en face arrière expérimental du tir GEPI G672.

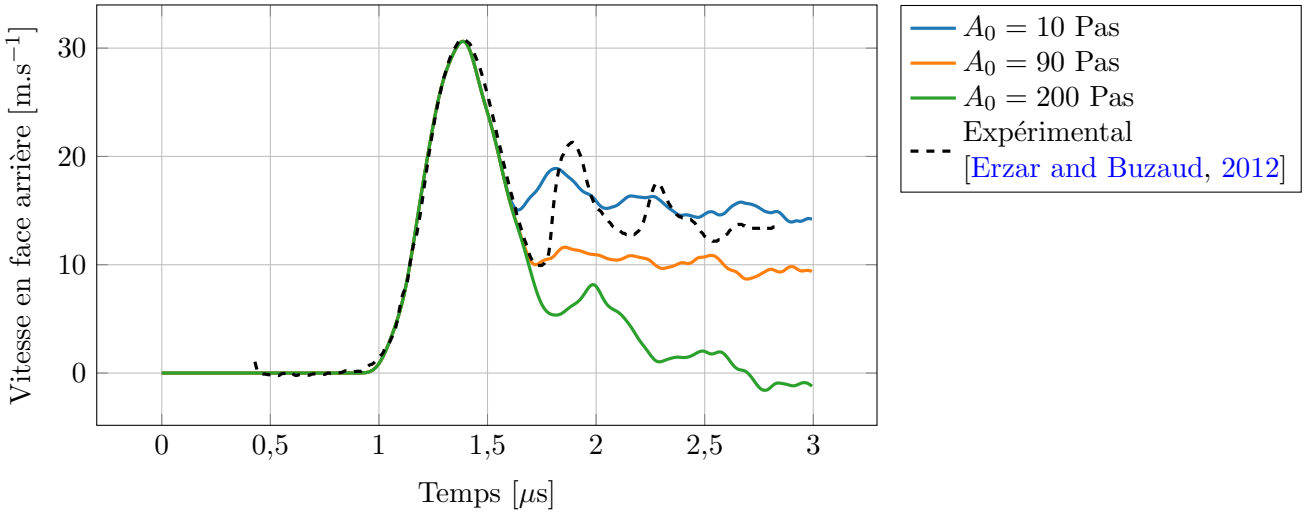


FIGURE H.2 – Influence du paramètre A_0 de la loi d'endommagement Kachanov sur le profil de vitesse en face arrière expérimental du tir GEPI G672.

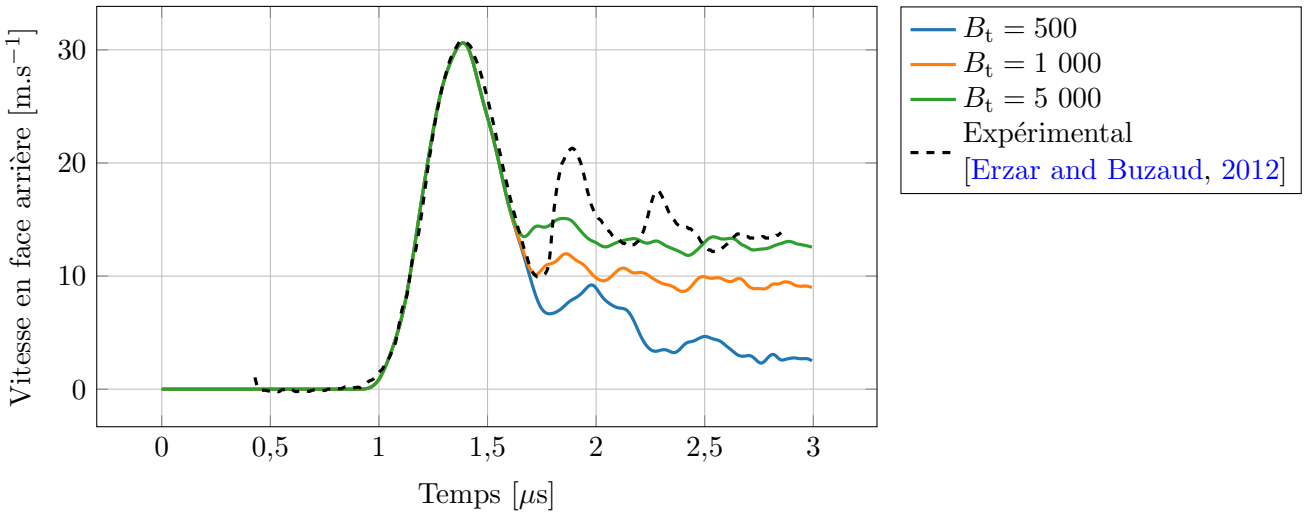


FIGURE H.3 – Influence du paramètre B_t de la loi d'endommagement Ortiz sur le profil de vitesse en face arrière expérimental du tir GEPI G672.

Luc BRÉMAUD

Contribution à la modélisation de l'endommagement sous sollicitations dynamiques de céramiques

Résumé : Les céramiques, en raison de leurs propriétés thermomécaniques uniques, jouent un rôle essentiel dans l'industrie et la défense. Toutefois, leur comportement sous des chargements dynamiques, caractérisé par une résistance en traction bien plus faible qu'en compression, entraîne des phénomènes de fissuration et d'endommagement complexes, notamment la fragmentation. Pour améliorer la compréhension de ces phénomènes et développer des céramiques plus performantes, cette thèse s'est penchée sur l'utilisation de la méthode DEM. L'étude s'est concentrée sur l'alumine en raison de la disponibilité de données expérimentales. Les chapitres examinés ont abordé la représentation du comportement élastique du matériau, l'intégration de modèles d'endommagement, et des simulations ont été réalisées pour reproduire des essais de fragmentation dynamique. De plus, des essais sur une céramique plus complexe, la zircone yttriée, ont fourni des données expérimentales pour de futures recherches. En somme, cette thèse contribue à la compréhension des céramiques soumises à des sollicitations dynamiques, avec des implications significatives pour l'industrie et la défense.

Mots clés : Mécanique, Endommagement dynamique, Céramique, Choc laser, Méthode des Éléments Discrets

Abstract : Ceramics, due to their unique thermomechanical properties, play a crucial role in both the industry and defense sectors. However, their behavior under dynamic loads, characterized by significantly lower tensile strength compared to compression, leads to complex phenomena such as cracking, damage, and fragmentation. To enhance our understanding of these processes and develop more effective ceramics, this thesis has explored the use of the Discrete Element Method (DEM). The study focused on alumina, chosen due to the availability of experimental data. The examined chapters addressed the representation of the material's elastic behavior, the integration of damage models, and simulations were conducted to replicate dynamic fragmentation tests. Furthermore, experiments were carried out on a more complex ceramic material, yttria-stabilized zirconia, providing experimental data for future research. In summary, this thesis contributes to our understanding of ceramics under dynamic loading, with significant implications for both industrial and defense applications.

Key words : Mechanics, Dynamic damage, Ceramics, Laser shock, Discrete Element Method