



HAL
open science

Caractérisation et modélisation du comportement cyclique en fatigue uniaxiale/multiaxiale des composites à fibres courtes : Thermoplastiques (PA66) renforcés de fibres de verre

Fang Lu

► **To cite this version:**

Fang Lu. Caractérisation et modélisation du comportement cyclique en fatigue uniaxiale/multiaxiale des composites à fibres courtes : Thermoplastiques (PA66) renforcés de fibres de verre. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Paris sciences et lettres, 2019. Français. NNT : 2019PSLEM072 . tel-04530890

HAL Id: tel-04530890

<https://pastel.hal.science/tel-04530890>

Submitted on 3 Apr 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PSL

Préparée à MINES ParisTech

Caractérisation et modélisation du comportement cyclique en fatigue uniaxiale/multiaxiale des composites à fibres courtes : Thermoplastiques (PA66) renforcés de fibres de verre

Thèse confidentielle

(Date de fin: le 8 Février 2024)

Soutenue par

Fang LU

Le 8 Février 2019

École doctorale n°621

**Ingénierie des Systèmes,
Matériaux, Mécanique, Énergie**

Spécialité

Science et génie des matériaux

Composition du jury :

Stéphane ROUX Directeur de recherche, L.M.T Cachan	<i>Président</i>
Chevalier LUC Professeur, Université Paris-Est Marne-La-Vallée	<i>Rapporteur</i>
Laurent CHAZEAU Professeur, INSA de Lyon	<i>Rapporteur</i>
Noëlle BILLON Professeur, MINES ParisTech	<i>Examinatrice</i>
Sabine CANTOURNET Directrice de Recherche, MINES ParisTech	<i>Directrice</i>
Cristian OVALLE Assistant de Recherche, MINES ParisTech	<i>Co-encadrant</i>

*À mes parents
et mes bien-aimés ...*

Remerciements

Cet ultime moment de rédaction me permet de réaliser pleinement la fin de mes études, la thèse. Plein d'images de ces 3 dernières années défilent dans ma tête. Les personnes à remercier se sont gravées au fur à mesure dans ma mémoire.

Je voudrais tout d'abord exprimer mes remerciements aux membres de mon jury : je remercie M. Stéphane Roux pour avoir accepté de présider mon jury, M. Chevalier Luc et M. Laurent Chazeau, pour avoir rapporté avec attention sur mes travaux et mon manuscrit de thèse. Leurs questions et leurs discussions attentives et critiques me permettront d'améliorer mon travail. Un grand merci d'avoir partagé vos expériences et connaissances sur la mécanique des matériaux. Elles me seront très bénéfiques. Je remercie également Mme. Noëlle Billon pour avoir bien voulu faire partie des membres de jury et pour son apport scientifique.

Cette thèse est le fruit d'une collaboration et d'un travail collectif de différents centres de recherche académiques et industriels.

J'ai passé la plupart de mon temps au Centre des Matériaux MINES Paristech. Je voudrais exprimer dans un premier temps ma profonde gratitude à ma directrice de thèse, Mme. Sabine Cantournet, pour son aide régulière et interactive à la fois scientifique et humaine, dans l'orientation de mes travaux et l'encouragement de ma vie de recherche. Je tiens à remercier mon co-encadrant, M. Cristian Ovalle, pour son intérêt pour mon travail et son soutien. Je souhaite remercier M. Yann Auriac et d'autres techniciens pour leurs soutiens techniques pour toutes leurs aides dans les montages de nouveaux essais expérimentaux. Je remercie également M. Missoum-Benziane et M. Ammar ainsi que l'équipe de valorisation pour leurs aides sur les logiciels et l'implémentation numérique des lois de comportement, pour le temps qu'ils ont consacré à répondre à mes questions.

Je remercie sincèrement Mme. Noëlle Billon, M. Jean-Luc Bouvard et M. Marc Bernacki de CEMEF MINES Paristech pour m'avoir accueilli pendant deux mois et m'avoir aidé à la prise en main des moyens numériques, pour leurs participations et leurs discussions pendant toutes les réunions d'avancement pendant ces 3 ans de ma thèse.

Pour notre partenaire industriel, je souhaite exprimer d'abord mes remerciements à Mme. Le-Gorju du Centre de Recherche et d'Innovation Hutchinson et M. Aazizou de Châteaudun Hutchinson d'avoir proposé ce sujet de thèse en collaboration avec MINES Paristech et d'avoir suivi très régulièrement les avancées de ma thèse. Je tiens à exprimer ma gratitude au M. Fabre qui a initié les bases de cette étude en tant que doctorant et m'a accompagné pendant ces 3 ans en tant qu'encadrant industriel. Je remercie également M. Bouton et M. Jamonneau, les techniciens du service caractérisation mécanique, sans leurs aides, les bases de données de cette thèse (les essais de fatigue et de DMA) ne seraient pas si riches. Je souhaite exprimer mes remerciements à M. Donguy du service numérique pour son support sur la simulation Moldflow et les maillages de calcul et de sa patience pour répondre à mes questions.

Je tiens à remercier l'ANRT pour le financement de cette thèse CIFRE.

Mes remerciements et mes vœux de succès vont également à tous mes collègues de bureau, Alexiane, Moubine, Basava, Andrei ainsi qu'à, Mariem, Juan, Clément, Jonathan, Aude, Raphaël. . . pour leurs chansons et leurs sourires. Je tiens à remercier l'ensemble du personnel du CDM et de l'école de Mines et en particulier Mme. Rouil, M. Bernier, Mme. Baysal, Mme. Efther, Mme. Rocher pour leurs soutiens quotidiens techniques ou administratifs. Mes remerciements vont également aux personnels du CRI pour leurs supports à distance. Cette liste ne sera jamais complète, mais tous ces

accompagnements m'ont toujours rechauffé le cœur.

Pour terminer, je ne peux manquer d'exprimer mes remerciements à mes parents, mes cousines et mes meilleurs ami(e)s. Surtout pour la dernière ligne droite qui nécessitait une grande concentration, je n'avais pas beaucoup de temps pour le loisir, et vous preniez le temps de me rendre visite en m'apportant le nécessaire et la bonne humeur. Tous ces moments m'illuminèrent de joie, qui me font certaine hésitation de quitter. Peu importe combien je veux rester, je dois maintenant tourner le page et commencer un nouveau chapitre de ma vie.

Notations

- Formats

x	Scalaire
\underline{x}	Vecteur de composantes x_i
$\underline{\underline{\mathbf{X}}}$	Tenseur d'ordre 2 de composantes X_{ij}
$\underline{\underline{\underline{\mathbf{X}}}}$	Tenseur d'ordre 4 de composante X_{ijkl}

- Opérateurs

\cdot	Produit simplement contracté	$(\underline{\underline{\mathbf{A}}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{B}}})_{ij} = A_{ia}B_{aj}$
$:$	Produit doublement contracté	
\otimes	Produit tensoriel	$\underline{\underline{\mathbf{X}}} = \underline{a} \otimes \underline{b} \quad X_{ij} = a_i b_j$ $\underline{\underline{\underline{\mathbf{X}}}} = \underline{\underline{\mathbf{A}}} \otimes \underline{\underline{\mathbf{B}}} \quad X_{ijkl} = A_{ij}B_{kl}$
δ_{ij}	Symbole de Kronecker	
$\underline{\underline{\mathbf{I}}}$	Tenseur d'identité d'ordre 2	$\underline{\underline{\mathbf{I}}} = \delta_{ij} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j$
$\underline{\underline{\underline{\mathbf{I}}}}$	Tenseur d'identité d'ordre 4	
$\underline{\underline{\mathbf{J}}}$	Projecteur sur la partie sphérique	$\underline{\underline{\mathbf{J}}} = \frac{1}{3} \underline{\underline{\mathbf{I}}} \otimes \underline{\underline{\mathbf{I}}}$
$\underline{\underline{\underline{\mathbf{K}}}}$	Projecteur sur la partie déviatorique	$\underline{\underline{\underline{\mathbf{K}}}} = \underline{\underline{\mathbf{I}}} - \underline{\underline{\mathbf{J}}}$
$trace()$	Trace d'un tenseur d'ordre 2	$trace(\underline{\underline{\mathbf{X}}}) = X_{ii}$
$\frac{\partial}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}}$	Dérivée partielle	$\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\mathbf{X}}}} = \frac{\partial f}{\partial X_{ji}} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j$

- Grandeurs liées à l'orientation des fibres

θ, ϕ	Angle d'Euler
\underline{p}	Vecteur de position angulaire
β	Rapport de forme des fibres (longueur/diamètre)
ψ	Fonction de distribution d'orientation des fibres
$\underline{\underline{\mathbf{a}}}_2$	Tenseur d'orientation des fibres d'ordre 2
$\underline{\underline{\underline{\mathbf{a}}}}_4$	Tenseur d'orientation des fibres d'ordre 4
a_i	Valeur propre de $\underline{\underline{\mathbf{a}}}_2$
V_f	Fraction volumique des fibres

- Grandeurs mécaniques

V	Élément de volume
S	Élément de surface
\underline{e}_i	Vecteur unitaire de la base canonique $ \underline{e}_i = 1, \quad \underline{e}_i \cdot \underline{e}_j = \delta_{ij}$
$\underline{\varepsilon}$	Tenseur des déformations linéarisé
$\underline{\sigma}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$\underline{\varepsilon}$	Déviateur des déformations
\underline{s}	Déviateur des contraintes
$\underline{\mathbf{A}}$	Tenseur de localisation des déformations
$\underline{\mathbf{E}}$	Tenseur d'Eshelby d'ordre 4
$\underline{\mathbf{C}}$	Tenseur de rigidité
$\underline{\mathbf{C}}^{MT}$	Tenseur de rigidité effectif du modèle de Mori-Tanaka
$\underline{\mathbf{C}}^{AT}$	Tenseur de rigidité effectif du modèle d'Advani-Tucker
E	Module d'Young
E^*	Module complexe d'élasticité
E'	Module de conservation
E''	Module de perte
δ	Facteur d'amortissement
ν	Coefficient de Poisson
G	Module de cisaillement
K	Module d'élasticité isostatique
τ_i	Temps caractéristique de relaxation
η_i	Coefficient de viscosité $\eta_i = \tau_i E_i$
T_α	Température de relaxation principale
T_g	Température de transition vitreuse
W_c	Teneur en eau
p	Déformation plastique cumulée
R_0	Limite d'élasticité
$\underline{\sigma}_I$	Vecteur de contrainte principale maximale

- Grandeurs liées à la fatigue

S	Variable d'adoucissement
$\Theta(\underline{\sigma}_I, \underline{p})$	Angle relative entre la contrainte principale et le vecteur de position angulaire de fibre
N	Nombre de cycles au cours du chargement de fatigue
N_r	Nombre de cycles à rupture
W_{rest}	Énergie de déformation restituée
$W_{restapprox}$	Énergie de déformation restituée approximée
\mathcal{A}_{hyst}	Aire du boucle d'hystérésis

Table des matières

Remerciements	iii
Notations	v
Table des matières	vii
Introduction générale	1
Contexte industriel	1
Approche scientifique	3
1 Caractérisation de la tenue en fatigue du PA66GF30	7
1.1 État de l'art	8
1.1.1 Polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes	8
1.1.1.1 Matrice PA66 et fibres de verre	8
1.1.1.2 Mise en forme et microstructure héritée	8
1.1.2 Tenue en fatigue du polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes	11
1.1.2.1 Influence de la microstructure	12
1.1.2.2 Influence des conditions environnementales	12
1.1.2.3 Influence des chargements	13
1.1.3 Mécanisme d'endommagement en fatigue	13
1.1.4 Critères de durée de vie en fatigue existants	14
1.1.4.1 Énergie de déformation élastique	14
1.1.4.2 Énergie de déformation restituée approximée	15
1.2 Démarche de l'étude	17
1.3 Protocole d'essais	17
1.3.1 Éprouvettes	17
1.3.1.1 Mise en forme	17
1.3.1.2 Géométrie des éprouvettes	18
1.3.1.3 Conditionnement des éprouvettes	21
1.3.2 Caractérisation de la microstructure	21
1.3.2.1 Tomographie	22
1.3.2.2 Moldflow®	22
1.3.2.3 Comparaison des résultats de Tomographie et de Moldflow®	23
1.3.3 Dispositif et chargement des essais de fatigue	24
1.3.3.1 Traction uniaxiale	24
1.3.3.2 Flexion 3 points	24
1.3.3.3 Traction biaxiale	25
1.4 Analyse des données mécaniques des essais de fatigue	25

1.4.1	Courbes de Wöhler	26
1.4.2	Boucles d'hystérésis de fatigue	28
1.4.3	Évolution des indicateurs des boucles d'hystérésis	31
1.5	Validation du critère de fatigue sur les éprouvettes : uniaxial - multiaxial	38
1.5.1	Traction uniaxiale	38
1.5.2	Flexion 3 points	40
1.5.3	Traction biaxiale	44
1.6	Bilan du chapitre 1	47
2	Développement du comportement du PA66GF30 en régime linéaire	49
2.1	État de l'art	50
2.1.1	Modèle du composite en régime linéaire sans effet de vitesse : modèle élastique anisotrope	50
2.1.1.1	Modèle d'homogénéisation : Mori-Tanaka	50
2.1.1.2	Modèle d'homogénéisation : Advani-Tucker	51
2.1.2	Modèle de la matrice en régime linéaire : modèle viscoélastique	52
2.1.3	Triple équivalence Temps-Température-Humidité pour PA66	54
2.2	Démarche de l'étude	58
2.3	Modélisation du comportement élastique anisotrope du PA66GF30	59
2.3.1	Modélisation numérique de la microstructure	59
2.3.1.1	Génération du VER	59
2.3.1.2	Maillage du VER	60
2.3.1.3	Conditions aux limites	61
2.3.2	Comparaison des solutions numériques et analytiques	62
2.3.2.1	Méthodologie de comparaison	62
2.3.2.2	Étude des sensibilités	62
2.3.2.3	Influences des paramètres des matériaux	66
2.3.2.4	Pris en compte de l'orientation des fibres	67
2.3.3	Bilan du comportement élastique anisotrope du PA66GF30	69
2.4	Caractérisation et modélisation du comportement viscoélastique anisotrope du PA66GF30	69
2.4.1	Présentation des essais de DMA	69
2.4.2	Évaluation de la triple équivalence du PA66 pour le composite PA66GF30	70
2.4.2.1	Influence de la teneur en eau sur la température de relaxation principale α	70
2.4.2.2	Triple équivalence Temps-Température-Humidité	72
2.4.2.3	Généralisation des facteurs de translation T/Wc	75
2.4.3	Identification des paramètres du comportement viscoélastique	79
2.4.3.1	Identification des temps caractéristiques	81
2.4.3.2	Identification des modules d'élasticité à partir des essais de DMA	82
2.4.3.3	Reconstruction des courbes d'essais de DMA et vérification	83
2.4.4	Mise en œuvre du comportement viscoélastique anisotrope au cas 3D	85
2.4.5	Bilan du comportement viscoélastique anisotrope du PA66GF30	86
2.5	Application et évaluation du critère sur les éprouvettes	87
2.5.1	Chaîne de calcul numérique	87
2.5.2	Résultats et discussions	88
2.5.2.1	Traction uniaxiale	88

2.5.2.2	Flexion 3 points	89
2.5.2.3	Traction biaxiale	91
2.6	Bilan du chapitre 2	93
3	Développement du comportement du PA66GF30 en régime non linéaire	95
3.1	État de l'art	96
3.1.1	Modélisation du comportement en régime non linéaire	96
3.1.2	Modélisation du comportement cyclique de fatigue	97
3.2	Démarche de l'étude	98
3.3	Modélisation du comportement cyclique visco-élasto-plastique endommageable	99
3.3.1	Modélisation de la viscoélasticité	101
3.3.2	Modélisation de l'élastoplasticité couplée avec l'adoucissement	101
3.3.2.1	Lois d'état	101
3.3.2.2	Lois d'évolution	103
3.3.2.3	Généralisation à l'adoucissement anisotrope	105
3.4	Identification des paramètres du comportement cyclique	106
3.4.1	Choix des VERs pour l'identification des paramètres du modèle	106
3.4.2	Identification de la viscosité	108
3.4.2.1	Vérification de l'identification de la viscosité	108
3.4.3	Identification de l'élasticité	110
3.4.3.1	Identification du module d'élasticité par des essais monotones	110
3.4.4	Identification de l'élasto-plasticité couplée avec l'adoucissement	111
3.4.4.1	Méthode d'identification	111
3.4.4.2	Résultats préliminaires pour différentes orientations des fibres	113
3.4.4.3	Paramètres du comportement tenant compte de l'orientation des fibres	116
3.4.5	Stabilisation du comportement et de la prédiction de durée de vie	119
3.4.6	Sensibilité des paramètres	120
3.5	Validation du comportement cyclique sur les éprouvettes	121
3.5.1	Méthode de validation	121
3.5.2	Traction cyclique uniaxiale	122
3.5.3	Traction cyclique biaxiale	127
3.6	Bilan du chapitre 3	131
4	Application industrielle sur des pièces structurales	133
4.1	Démarche de l'étude	134
4.2	Application sur une première pièce structurale : le barreau de flexion 3 points	135
4.2.1	Validation des modèles développés sur le barreau	135
4.2.1.1	Comportement en régime linéaire	136
4.2.1.2	Comportement en régime non linéaire - cyclique	138
4.2.2	Comparaison de la prédiction numérique avec les résultats expérimentaux	141
4.3	Application sur une pièce structurale industrielle: l'étrier	145
4.3.1	Présentation de la pièce: l'étrier	145
4.3.2	Essais expérimentaux	146
4.3.3	Validation des modèles développés sur l'étrier	147
4.3.3.1	Application des modèles du comportement	147
4.3.3.2	Comparaisons des temps de calcul	150

4.3.4	Comparaison de la prédiction numérique avec les résultats expérimentaux	151
4.3.4.1	Cartographie de la durée de vie de l'étrier	151
4.3.4.2	Vérification de la prédiction de durée de vie	152
4.4	Bilan du chapitre 4	153
Conclusions et perspectives		155
Annexe		159
A.1	Informations complémentaires des simulations avec Moldflow	160
A.2	Informations complémentaires des simulations avec CimLib	163
A.3	Informations complémentaires des modèles d'homogénéisation	164
A.4	Informations complémentaires des essais de DMA	168
A.5	Informations complémentaires du modèle élasto-plastique anisotrope endommageable	170
A.6	Implémentation numérique du comportement viscoélastique anisotrope	172
A.7	Implémentation numérique du comportement élasto-plastique anisotrope endommageable	175
Références bibliographiques		186

Introduction générale

Contexte industriel

La réglementation environnementale est au cœur des préoccupations du secteur de transport maritime, automobile et aéronautique. L'Union Européenne a renforcé ses exigences à la réduction de l'émission de gaz à effet de serre pour des nouveaux véhicules. L'objectif affiché pour 2015 est de 120 g de CO_2 /km émis et va atteindre à 95 g pour 2020. Ainsi, depuis quelques décades, les efforts sont focalisés sur la réduction de la masse des composants et par la conception de matériaux plus légers afin de réduire la consommation de carburant.

Les composites thermoplastiques deviennent de bons candidats pour remplacer certaines pièces métalliques en raison de leur bon compromis entre la masse volumique et les propriétés intrinsèques : à savoir la rigidité et la résistance (au choc, à la corrosion, à la température $260^\circ C$) avec une faible masse volumique ($1.4 \text{ kg}/\text{m}^3$). Le choix des renforts est multiple, les fibres courtes, longues ou continues, et les tissus.

Parmi eux, les thermoplastiques renforcés de fibres courtes (SFRP : short fiber reinforced polymer) sont un bon compromis entre les composites stratifiés à fibres continues pour l'application aéronautique et les polymères non renforcés pour les applications non portantes. Ils présentent des avantages tels que la facilité de conception de pièces à géométries complexes, et un coût réduit. De plus, la fabrication est souvent rapide en grande quantité. Pour ces raisons, les SFRPs sont largement utilisés dans le secteur automobile où la phase de conception est relativement courte avec une variété énorme de pièces selon l'exigence de la marché. À titres d'exemples, le collecteur d'échappement, les suspentes, la culasse, le châssis, le composant intérieur, et sous le capot, le support moteur, sont faites pour 20% en plastique.

Le remplacement des pièces en acier ou alliage métallique par des SFRPs demande de mettre en place un chaînage de développement : de la conception à la manufacture. Les modèles de comportement sont radicalement différents de ceux des métaux d'une part à cause des propriétés de la matrice en polymère et également à cause de l'anisotropie induite par les fibres. En effet, la non-linéarité du comportement de la matrice dépend fortement des conditions thermohygro-métriques. De plus, le processus d'endommagement oligo-cyclique du composite présente un caractère complexe, multi-échelle avec une évolution non linéaire avec le chargement.

Une étape cruciale de ses applications est de caractériser précisément le mécanisme d'endommagement et d'estimer la durée de vie afin d'assurer la durabilité des pièces pendant le service. Dans ce contexte, un projet est né au Centre de Recherche et Innovation Hutchinson SA et a été initié par la thèse de [Fabre \(2015\)](#) dans l'objectif de mieux comprendre le mécanisme d'endommagement en fatigue du polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes avec une

fraction massique de 30% (PA66GF30). Une des applications proposée par Hutchison SA est le support moteur fabriqué par le procédé de moulage par injection. Ces pièces subissent ainsi une température variant de -40°C à 130°C , température de l'environnement moteur. Un chargement statique/cyclique thermique/mécanique et leur combinaison est ainsi appliquée à la pièce.

Les essais de fatigue destructifs sont nécessaires afin de concevoir des pièces sollicitées en fatigue. En effet, il faut identifier les mécanismes d'endommagement en fonction des paramètres du matériau, de l'environnement et de la charge appliquée. Grâce à ces études, Fabre (2015) a établi un critère de fatigue énergétique qui tient compte de l'orientation des fibres, de la température et du chargement. De plus, un scénario d'endommagement en fatigue a été proposé. Ce critère a été validé pour des sollicitations uniaxiales.

En revanche, l'essai de fatigue expérimental sur pièces est un moyen coûteux en termes de machine d'essais et d'éprouvettes, et surtout de temps. Ainsi la réduction de coût et le délai demande des méthodes plus efficaces. Le développement de simulation adaptée pendant la phase de conception est donc indispensable (voir la figure 1). Le but est de réduire le nombre de prototypes avant la production en série des pièces par l'optimisation des résultats numériques pendant la première période du projet.

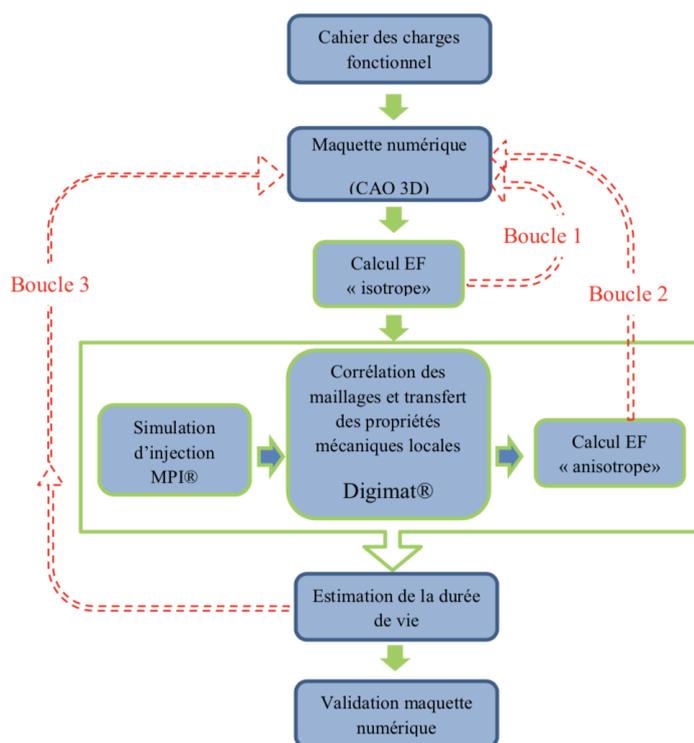


Figure 1 – Démarche de conception d'une pièce structurale en SFRPs (Jégou, 2012).

Notre étude est dans la continuité de Fabre (2015), et a pour objectif de fournir un outil de dimensionnement en fatigue des thermoplastiques renforcés de fibres courtes. Ceci exige d'une part d'étendre le critère de fatigue uniaxial à des chargements multi-axiaux, et d'autre part de modéliser le comportement mécanique du composite, afin de prédire les champs de contrainte et de déformation locaux non mesurables expérimentalement, et de pouvoir prédire la durée de vie en appliquant le critère.

Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre le Centre des Matériaux MINES ParisTech (Evry, 91), le CEMEF MINES ParisTech (Sophia Antipolis, 06), le Centre de Recherche et Innovation Hutchinson SA (Montargis, 45) et Hutchinson Châteaudun (Châteaudun, 28).

Approche scientifique

L'étude se focalise sur la modélisation du comportement mécanique du thermoplastique renforcé de fibres de verre courtes. La microstructure du matériau très hétérogène et anisotrope est engendrée par le procédé d'injection. L'objectif est de caractériser les propriétés mécaniques à la fois dans le régime linéaire largement utilisée pour une conception rapide et, celles en fatigue à grand nombre de cycles, afin de prédire la rupture en fatigue des pièces industrielles. Le développement d'un modèle de fatigue est un enjeu crucial, les mécanismes d'endommagement et les variables influentes doivent être analysés et identifiés. Les sollicitations dynamiques de fatigue dans notre étude sont simplifiées par des chargements cycliques avec une fréquence, une amplitude et un rapport de charge constant.

À l'heure actuelle, les comportements des matériaux hétérogènes sont modélisés par une approche soit micromécanique, soit phénoménologique. L'approche micromécanique basée sur des modèles d'homogénéisation pour le cas non linéaire est coûteuse en termes de temps de calcul pour l'application des pièces industrielles. L'approche phénoménologique tente de reproduire des résultats expérimentaux observés à l'échelle macroscopique par des modèles thermodynamiques. Une des difficultés réside sur la prise en compte de l'anisotropie hétérogène de la microstructure, créée par l'orientation fortement hétérogène des fibres.

Pour cela, nous cherchons à construire un modèle phénoménologique non linéaire anisotrope à partir des orientations des fibres avec la méthode d'homogénéisation par champs moyens. Certaines hypothèses sont nécessaires afin de découpler l'effet de l'élasticité, de la viscosité et de la plasticité et de tenir compte de l'anisotropie de la microstructure. La prédiction de l'orientation des fibres locale à partir de la simulation du procédé de moulage par injection est introduite comme une donnée d'entrée.

Une autre difficulté sera la caractérisation des paramètres du PA66GF30. Un nouveau modèle de comportement non linéaire doit être introduit et les paramètres matériaux doivent être identifiés. Les valeurs de ces paramètres et leurs évolutions dépendent fortement du matériau, de son procédé de fabrication et des conditions de service, etc. À cause de la grande diversité des matériaux de l'ingénierie et de la grande influence des microstructures sur les propriétés mécaniques, les paramètres du matériau ne peuvent plus être lus dans les tables mais doivent être identifiés à partir d'essais mécaniques. Nous devons définir une stratégie d'identification afin de limiter le nombre d'essais caractéristiques et simplifier la méthode de caractérisation. Les paramètres du modèle sont identifiés à partir d'un plan d'expériences établi à partir des conditions de service des pièces industrielles. Les temps de calcul doivent être également réduit au maximum, l'ensemble des cycles de fatigue ne pourront être simulé, il faudra établir une stratégie pour obtenir le plus rapidement possible le cycle caractéristique de fatigue.

En parallèle, notre étude demande des campagnes d'essais de fatigue en flexion et en traction biaxiale afin d'étendre et valider le critère de fatigue notamment pour des chargements multiaxiaux.

Cette étude ouvre la voie d'un chaînage de dimensionnement du procédé de fabrication au comportement structural par une combinaison d'un modèle multi-échelle non linéaire et un critère de fatigue multiaxiale capable de simuler le comportement cyclique et de prédire la durée de vie des pièces structurales (voir la figure 2).

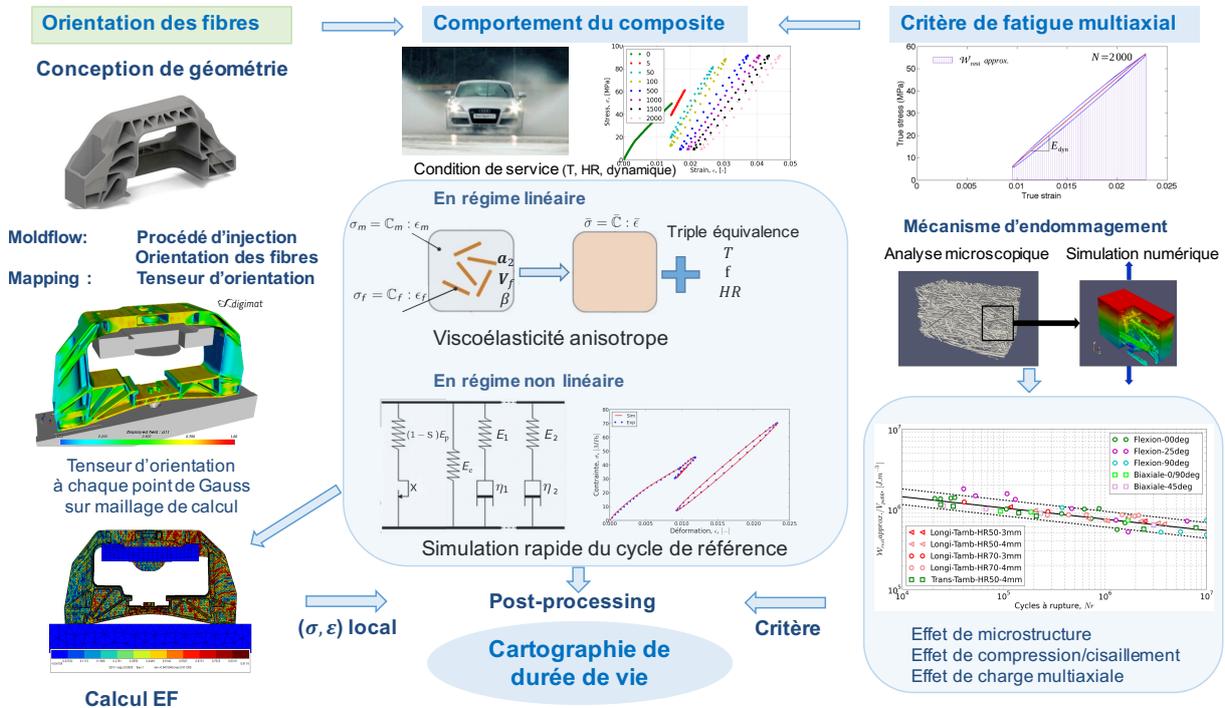


Figure 2 – Schéma global de notre étude d'un chaînage de dimensionnement d'une pièce structurale en PA66GF30 pour une application automobile.

Démarche de l'étude

Le travail effectué dans cette thèse (voir la figure 2) est présenté de la façon suivante :

Dans le chapitre 1, un état de l'art est d'abord réalisé sur le polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre. Nous présentons succinctement ce matériau composite PA66GF30, sa tenue et ses mécanismes d'endommagement en fatigue et les différents critères de durée de vie en fatigue existants. Ensuite, les caractérisations de la tenue en fatigue du composite PA66GF30 effectuées pour trois types d'essais, les essais de fatigue en traction uniaxiale, en flexion 3 points et en traction biaxiale sont présentées. L'analyse du comportement du cycle stabilisé est effectuée sur le VER de fatigue identifié. L'objectif est d'étendre le critère de fatigue énergétique uniaxiale établi par Fabre (2015) et de prendre en compte des microstructures différentes, l'effet d'autres types de chargement, la compression, le cisaillement et des chargements multiaxiaux.

Dans le chapitre 2, nous présentons la modélisation en régime linéaire du composite PA66GF30. Le comportement élastique anisotrope est modélisé par une approche micromécanique basée sur des modèles d'homogénéisation (Mori-Tanaka et Advani-Tucker). La méthode d'homogénéisation par champs moyens est comparée à une analyse du champs complet sous CimLib en modélisant la microstructure du matériau. Le comportement viscoélastique du composite PA66GF30 est modélisé par un modèle Maxwell généralisé anisotrope pour tenir compte de l'orientation des fibres. La triple équivalence Temps-Température-Humidité établie par Fabre (2015) pour PA66

est introduite dans le modèle. L'ensemble des paramètres du modèle sont identifiés à partir d'essais de DMA en traction.

Dans le chapitre 3, nous présentons un modèle phénoménologique du comportement en régime non linéaire afin de représenter le comportement cyclique en fatigue du composite PA66GF30 à fréquence, amplitude et rapport de charge constants. Une stratégie d'identification des paramètres du modèle est présentée. Le cycle stabilisé est simulé d'une manière accélérée en réduisant le nombre de cycles numériques. Le modèle est identifié dans un premier temps à partir d'un nombre limité d'essais basiques tel que les essais de fatigue uniaxiaux et de DMA également en traction uniaxiale. Le comportement en fatigue est validé sur les éprouvettes biaxiales. La valeur du critère de fatigue énergétique est évaluée par un post-processing. Cela permet d'afficher une cartographie d'énergie et de durée de vie.

Dans le chapitre 4, nous présentons des applications industrielles sur des pièces structurales, dans un premier temps, sur un barreau de flexion 3 points. Structure à faible gradient, intermédiaire entre les éprouvettes et la pièce industrielle, le barreau de flexion a un mode de rupture représentatif pour un grand nombre de pièces industrielles. Le modèle est ensuite testé sur un étrier de support moteur. La localisation de la zone de rupture et la prédiction de durée de vie sont comparées aux résultats expérimentaux, leurs accords permettent de valider notre modèle d'aide à la conception des pièces industrielles soumises à des chargements de fatigue.

Enfin, les résultats principaux obtenus dans cette thèse sont résumés dans une conclusion, et les futurs travaux potentiels sont discutés.

Chapitre 1

Caractérisation de la tenue en fatigue du PA66GF30

*D*ans ce chapitre, nous rappelons d'abord succinctement les principaux éléments du matériau thermoplastique renforcé de fibres de verre courtes PA66GF30, ainsi que leur tenue en fatigue et les critères de fatigue existants pour la durée de vie. Nous présenterons les résultats de trois types d'essais de fatigue sur les éprouvettes du PA66GF30 pour différentes orientations des fibres et pour différentes conditions hygrothermiques (température/humidité). Ces trois types sont les essais de fatigue en traction-traction uniaxiale, en flexion 3 points et en traction-traction biaxiale. L'analyse des données mécaniques des essais de fatigue nous permet d'étendre le critère de durée de vie en fatigue proposé par [Fabre \(2015\)](#) dans le cas des 3D sous charge multiaxiale.

Table des matières

1.1	État de l'art	8
1.1.1	Polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes	8
1.1.2	Tenue en fatigue du polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes	11
1.1.3	Mécanisme d'endommagement en fatigue	13
1.1.4	Critères de durée de vie en fatigue existants	14
1.2	Démarche de l'étude	17
1.3	Protocole d'essais	17
1.3.1	Éprouvettes	17
1.3.2	Caractérisation de la microstructure	21
1.3.3	Dispositif et chargement des essais de fatigue	24
1.4	Analyse des données mécaniques des essais de fatigue	25
1.4.1	Courbes de Wöhler	26
1.4.2	Boucles d'hystérésis de fatigue	28
1.4.3	Évolution des indicateurs des boucles d'hystérésis	31
1.5	Validation du critère de fatigue sur les éprouvettes : uniaxial - multiaxial	38
1.5.1	Traction uniaxiale	38
1.5.2	Flexion 3 points	40
1.5.3	Traction biaxiale	44
1.6	Bilan du chapitre 1	47

1.1 État de l'art

Notre étude se concentre sur le polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes avec une fraction massique de 30% (PA66GF30) pour des applications automobiles. Le matériau est par exemple utilisé pour les supports moteurs. La compréhension et la prédiction de la tenue et des mécanismes d'endommagement en fatigue sous leurs conditions de services sont ainsi importants à analyser. Nous commençons par un état de l'art sur ces aspects.

1.1.1 Polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes

1.1.1.1 Matrice PA66 et fibres de verre

Le polyamide 6,6 (nylon) est un polymère synthétique obtenu par polycondensation de l'acide adipique avec l'hexaméthylènediamine (HMDA). Le numéro dans le nom fait référence au nombre de carbones dans les monomères. La structure moléculaire est présentée dans la figure 1.1 :

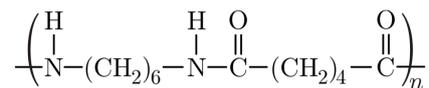


Figure 1.1 – Unité de répétition du polyamide 6,6.

Il est classifié dans la famille thermoplastique semi-cristallin, qui présente un bon compromis entre les caractéristiques mécaniques (module d'élasticité $E \approx 2800$ MPa) et chimiques sur un large domaine de température (température de fusion $260 - 280^\circ\text{C}$). Ce polymère semi-cristallin comporte ainsi une phase amorphe et une phase cristalline avec un taux de cristalline en masse du PA66 de l'ordre de $30 - 40\%$.

Les fibres de verres sont des renforts fortement utilisés à cause du rapport rigidité/prix. Ils ont un module d'élasticité d'environ $E \approx 70$ GPa qui est environ 30 fois plus rigide que les thermoplastiques.

1.1.1.2 Mise en forme et microstructure héritée

Pour des applications de grande série, le procédé de moulage par injection est souvent utilisé pour des avantages de coût et pour des meilleurs qualités de surface. Ce procédé consiste en deux étapes :

Première étape, les constituants du composite doivent être traités par un pré-processus. Les fibres sont d'abord ensimées par un agent pour assurer une bonne cohésion d'interface fibre/matrice. Elles sont ensuite imprégnées par la matrice et coupées en granulats. Les granulats injectables mélangés et confectionnés s'appellent un compoundage.

Deuxième étape, le compoundage est introduit dans une machine de moulage par injection. Les 4 phases pendant le procédé sont illustrées sur la figure 1.2.

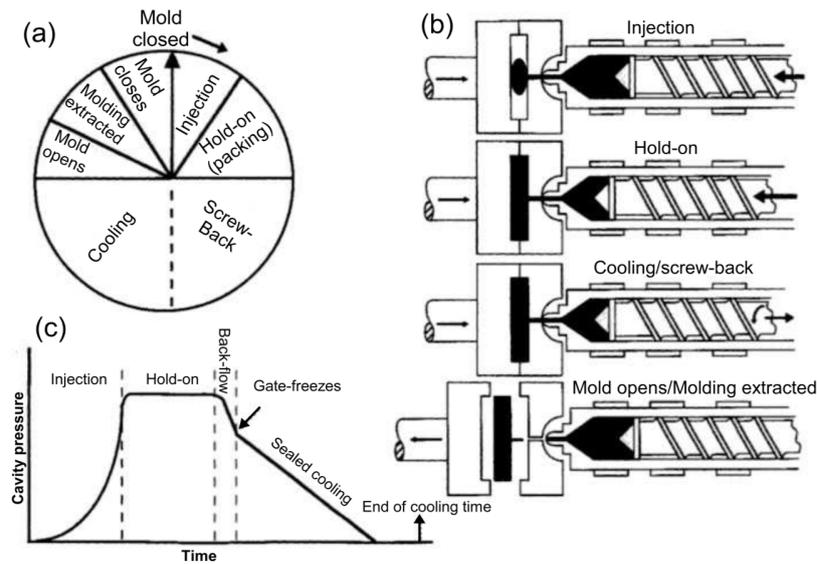


Figure 1.2 – Cycle d'opération du procédé de moulage par injection (Wilkinson and Ryan, 1999).

Le procédé d'injection induit une microstructure anisotrope et complexe en termes de distribution spatiale et d'orientation des fibres. En effet, pendant l'injection, les fibres sont orientées principalement à cause des phénomènes rhéologiques. La porosité liée à l'injection dans le moule et les fibres voisines influencent légèrement.

Lorsque l'écoulement du compoundage à l'état fondu entre dans un divergent (voir la figure 1.3a), qui correspond au début d'injection, la vitesse d'écoulement est réduite et les fibres ont tendance à s'orienter dans une direction perpendiculaire à la MFD (mold flow direction). En revanche si l'écoulement entre dans un convergent, les fibres s'orientent dans la direction de l'écoulement.

Lorsque l'écoulement entre dans une filière à section constante, le champ de vitesse est quasi-parabolique dû fait que la vitesse s'annule aux parois (voir la figure 1.3b). Il subit par conséquent un cisaillement tridimensionnel. Dans la zone de faible cisaillement (au cœur), les fibres s'orientent perpendiculaire à la MFD. Dans la zone de fort cisaillement, les fibres suivent l'orientation de la MFD. Au contact avec les parois, l'écoulement se fige rapidement et les fibres sont orientées aléatoirement.

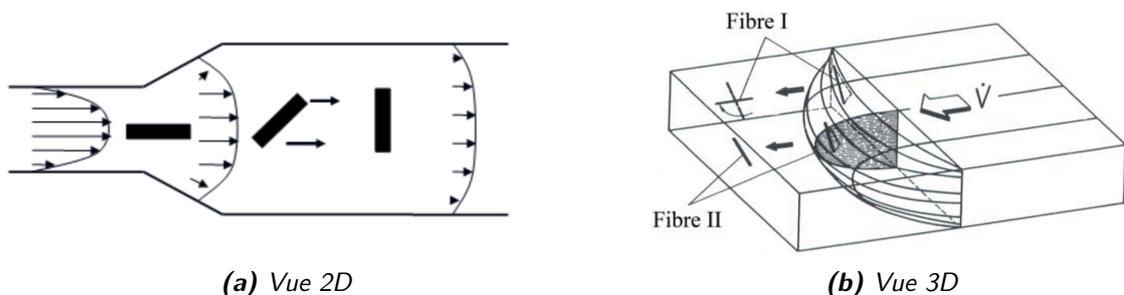


Figure 1.3 – Représentation des mécanismes d'orientation des fibres (a) en 2D (Megally, 2005), et (b) en 3D (Klostermann and Zohren, 1987).

Arif (2014) a caractérisé cette structure de 5 couches par MEB et par la technique X-ray tomographie μ CT (voir la figure 1.4 et la figure 1.5).

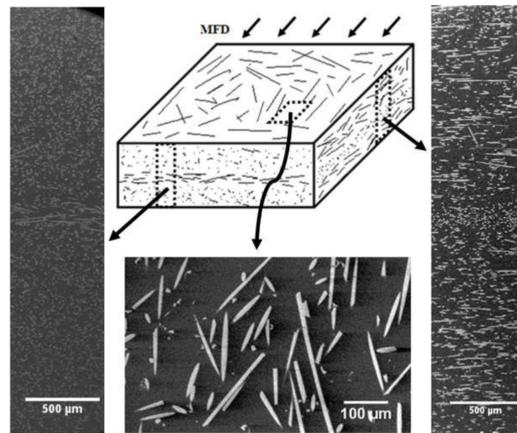


Figure 1.4 – Observation de la microstructure coeur-peau-surface du PA66GF30 par MEB (Arif, 2014).

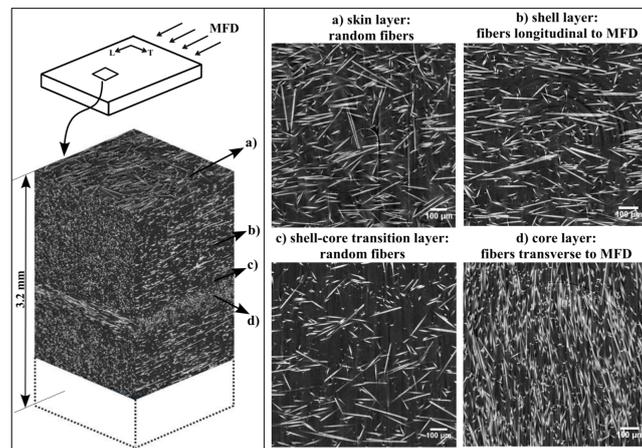


Figure 1.5 – Observation de la microstructure coeur-peau-surface du PA66GF30 par μ CT (Arif, 2014).

Étant donné que les propriétés du composite à fibres courtes sont gouvernées par l'orientation des fibres, le développement d'une technique de caractérisation est essentiel. L'orientation d'une fibre seule peut être décrite à l'aide de deux angles d'Euler (θ , ϕ), comme c'est représenté dans la figure 1.6, ou par un vecteur $\underline{p} = (p_1, p_2, p_3) = (\cos\phi\sin\theta, \sin\phi\sin\theta, \cos\theta)$ dirigé selon l'axe principal de la fibre.

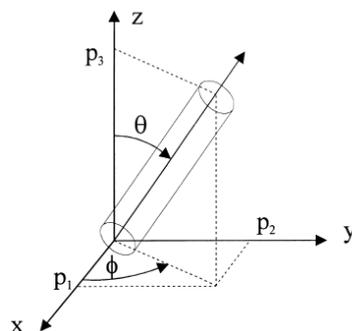


Figure 1.6 – Définition des angles (θ , ϕ) pour décrire l'orientation d'une fibre.

Hand (1962) a introduit un tenseur d'orientation \underline{a}_2 d'ordre 2 pour décrire la structure microscopique d'un fluide chargé. \underline{a}_2 est largement utilisé sur l'étude des polymères chargés de fibres, il a pour expression l'équation 1.1.

$$a_{ij} = \int p_i p_j \psi(p) dp \quad (1.1)$$

avec $\psi(p)$ la fonction de distribution d'orientation des fibres.

Le passage de la fonction de distribution de l'orientation $\psi(p)$ au tenseur \underline{a}_2 (Equation 1.1) engendre une perte d'information. Pour enrichir cette description, Altan et al. (1990) a proposé le tenseur d'orientation \underline{a}_4 (d'ordre 4) défini par l'équation 1.2 :

$$a_{ijkl} = \int p_i p_j p_k p_l \psi(p) dp \quad (1.2)$$

Cependant la plupart du temps, la fonction $\psi(p)$ n'est pas connue explicitement, c'est le tenseur \underline{a}_2 qui est imposé comme une donnée d'entrée des matériaux dans les logiciels d'analyse des composites. Il existe différentes approximations via des équations de fermeture pour faire le passage de \underline{a}_2 à \underline{a}_4 . À titre d'exemple : de type linéaire (Hand, 1962), hybride (Advani and Tucker, 1987) ou orthotrope (Cintra, 1995) (détaillés dans l'Equation A.14 de l'annexe A.3).

L'effet cœur/peau observé par MEB ou μ CT (voir la figure 1.4 et la figure 1.5) peut être quantifié grâce à l'évaluation de l'évolution du tenseur d'orientation \underline{a}_2 en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette (voir la figure 1.7).

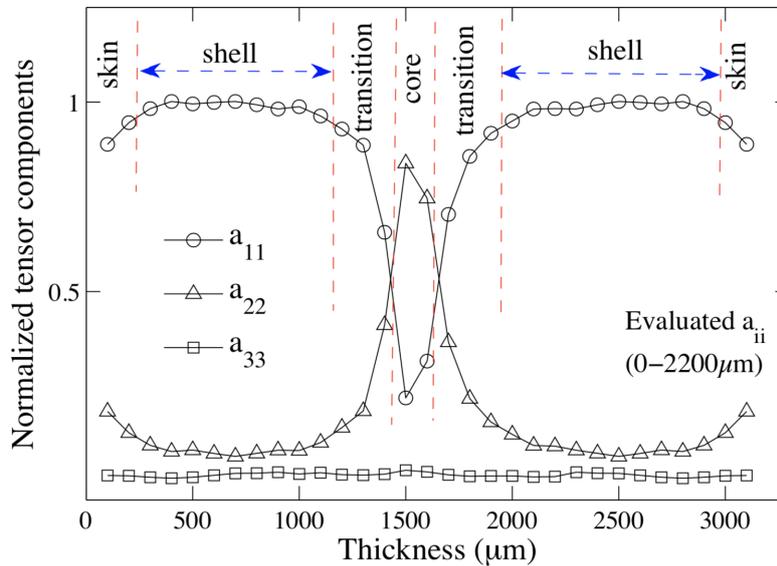


Figure 1.7 – Exemple de l'évolution des coefficients du tenseur d'orientation en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette PA66GF30 (Arif, 2014).

1.1.2 Tenue en fatigue du polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes

Différents paramètres d'influence de la tenue en fatigue du PA66GF30 ont été étudiés dans nombreuses études. Ils sont en général de 3 types :

- la microstructure : l'orientation des fibres (Fatemi et al., 2015), le taux des fibres, la dis-

tribution de la longueur des fibres et les différentes combinaisons matrice/fibres (Mandell, 1991).

- les conditions environnementales : la température, l'humidité (Jia and Kagan, 1998; Eftekhari and Fatemi, 2015; Guermazi et al., 2016).
- les chargements : la contrainte moyenne (Mallick and Zhou, 2004), l'amplitude et le rapport de charge, la fréquence (Bernasconi and Kulin, 2009), les modes de sollicitation (traction, flexion, torsion) (Klimkeit, 2009; De Monte et al., 2010a; Brunbauer et al., 2014).

Dans le cadre de ce travail, nous nous limitons à étudier l'influence de l'orientation des fibres, de la température et l'humidité, de l'amplitude de charge et des modes de sollicitation.

1.1.2.1 Influence de la microstructure

L'étude de Fatemi et al. (2015) sur PA6 renforcé de fibres de verre met en évidence l'effet de l'orientation des fibres et l'effet de l'épaisseur de l'éprouvette qui est lié directement à la proportion cœur/peau (voir la figure 1.8). L'augmentation de l'épaisseur a pour conséquence une augmentation de durée de vie avec un facteur 5 pour l'éprouvette *Trans.* et une diminution de durée de vie pour l'éprouvette *Longi.* Pour préciser, l'éprouvette *Longi.* (*Trans.*) est une éprouvette prélevée avec un angle 0° (90°) par rapport à la MFD. Cette variation s'explique par la microstructure induite par MFD, en effet la proportion de fibres à cœur et à peau dépend de l'épaisseur de l'éprouvette. Le même effet a été observé par De Monte et al. (2010b) pour PA66GF35.

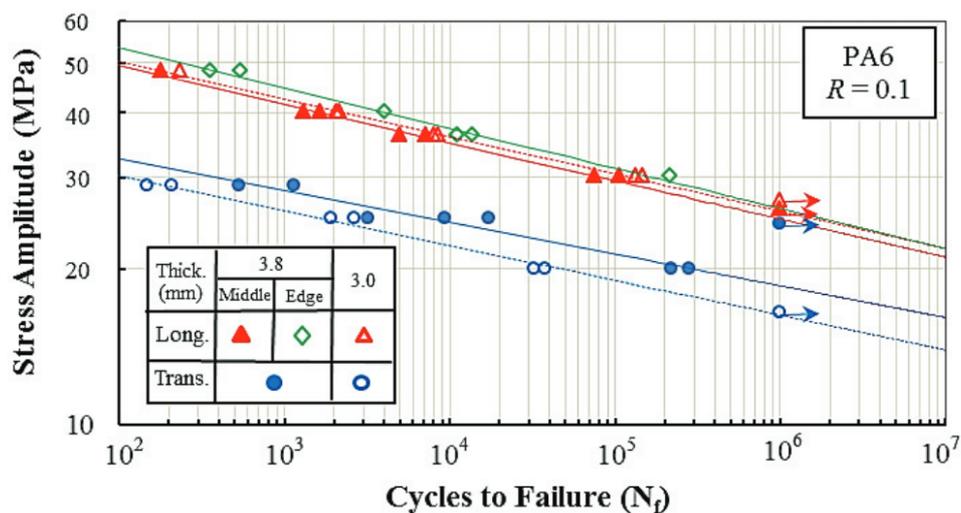


Figure 1.8 – Influence de l'orientation des fibres et de l'épaisseur d'éprouvette sur les courbes de Wöhler pour des éprouvettes *Longi.* et *Trans.* du PA6 renforcé de caoutchouc (10 wt%) et de fibres de verre courtes (30 wt%), sollicitées en traction uniaxiale avec $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = 0.1$ (Fatemi et al., 2015).

1.1.2.2 Influence des conditions environnementales

Dans la thèse de Fabre (2015), l'influence de la température et celle de l'humidité sur la durée de vie en fatigue ont été étudiées et sont présentées dans la figure 1.9a et la figure 1.9b.

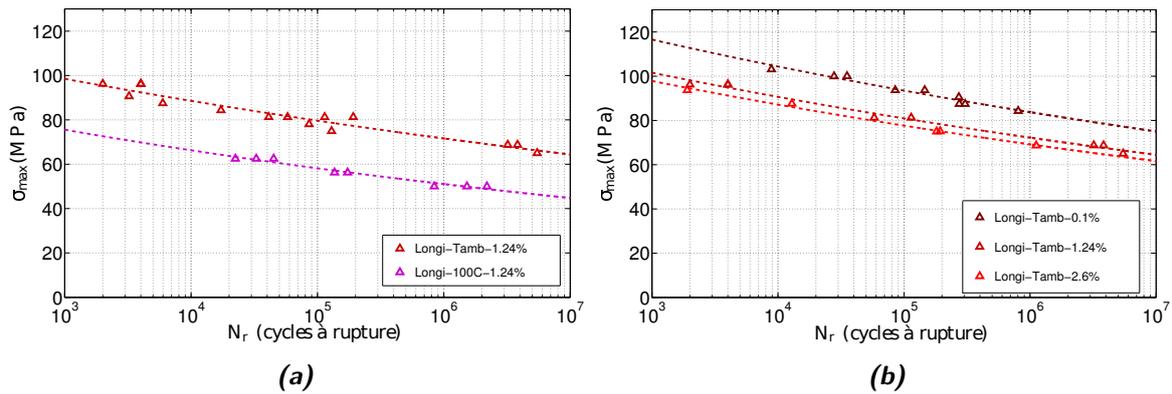


Figure 1.9 – Influence (a) de la température et (b) de la teneur en eau de la matrice PA66 sur les courbes de Wöhler pour des éprouvettes Longi. de type H2 du PA66GF30, sollicitées en traction uniaxiale avec $R = \sigma_{min}/\sigma_{max} = 0.1$ (Fabre, 2015).

L'augmentation de la température et de l'humidité a pour conséquence une diminution de la durée de vie de l'éprouvette à iso-contrainte, à cause du changement d'état de la matrice PA66.

1.1.2.3 Influence des chargements

Brunbauer et al. (2014) a étudié la tenue en fatigue du PA66GF35 sollicité en traction-traction et en flexion 3 points.

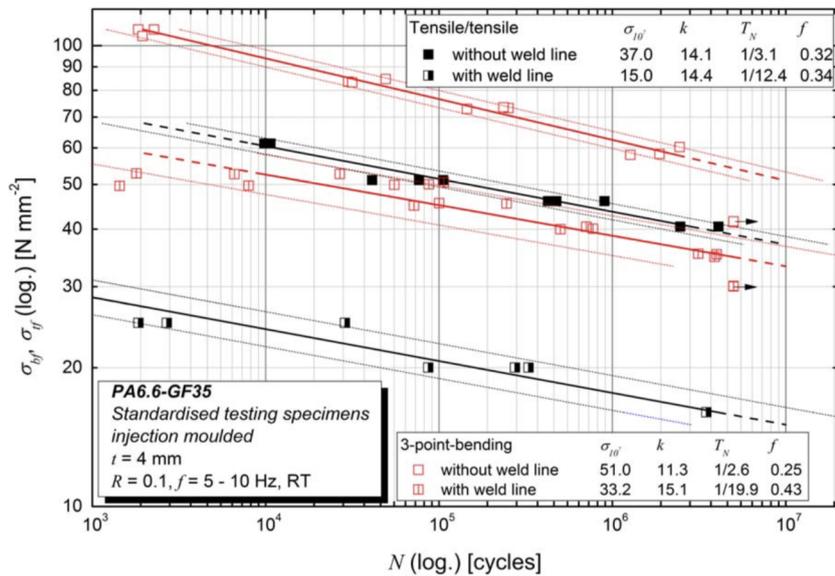


Figure 1.10 – Influence des modes de sollicitation sur les courbes de Wöhler du PA66GF35 (Brunbauer et al., 2014).

1.1.3 Mécanisme d'endommagement en fatigue

La revue de Duchene et al. (2018) a révisé les techniques non-destructives les plus utilisées pour les composites à matrice polymère. La technique X-ray tomographie (μ CT) est considérée comme la plus prometteuse pour étudier les mécanismes d'endommagement, tels que l'initiation de l'endommagement, l'évolution cinétique et l'interaction à différentes échelles (micro-meso).

Récemment, cette technique est beaucoup utilisée pour étudier le mécanisme d'endommagement des thermoplastiques renforcés de fibres courtes. À titre d'exemples, [Cosmi and Bernasconi \(2013\)](#), [Brunbauer et al. \(2014\)](#), [Fabre \(2015\)](#), [Rolland et al. \(2016\)](#), [Rolland et al. \(2017\)](#).

Nous citons le scénario d'endommagement proposé par [Fabre \(2015\)](#) pour PA66GF30 sous sollicitation en fatigue uniaxiale ($f = 5$ Hz, $R = 0.1$), d'après les observations post-mortem par tomographie et par MEB :

- la concentration de déformation locale crée des zones de déformation plastique du PA66, préférentiellement dans les zones à gradient de microstructure.
- les zones déformées plastiquement évoluent et grandissent. Ceci a pour conséquence que des cavités permanentes aux bouts des fibres apparaissent.
- la cavitation et les micro-craquelures apparaissent dans ces zones et les contraintes sont redistribuées.
- les micro-craquelures coalescent et forment des fissures, ensuite elles se propagent le long des fibres désorientée par rapport à la direction de sollicitation et au travers des cavités.

Des modèles mécaniques ont été proposés récemment dans plusieurs études pour modéliser le mécanisme d'endommagement. [Notta-Cuvier et al. \(2015\)](#) et [Brighenti et al. \(2016\)](#) focalisent sur la modélisation de la décohésion fibre/matrice qui s'initie au bout de la fibre. Ceci semble être le mode d'endommagement dominant.

1.1.4 Critères de durée de vie en fatigue existants

Afin de pouvoir prédire la durée de vie pendant la phase de conception des thermoplastiques renforcés, les critères de fatigue pertinents doivent être établis.

Certains travaillent sur la normalisation des courbes de Wöhler par la contrainte à la rupture ([Jia and Kagan, 1998](#); [Mortazavian and Fatemi, 2015b](#)) ou par le module d'élasticité ([Bernasconi et al., 2007](#)) pour étudier l'influence de paramètres intrinsèques du matériau sous sollicitation uniaxiale. Ces études sont difficiles à transposer au cas de la fatigue multiaxiale. Ainsi, nous nous intéressons plutôt aux critères énergétiques qui permettent à la fois de tenir compte des influences de microstructure, des conditions hygrothermiques, et de prendre en compte des chargements multiaxiaux.

1.1.4.1 Énergie de déformation élastique

[Klimkeit \(2009\)](#) a établi un critère basé sur une densité d'énergie de déformation élastique. La durée de vie en fatigue pour PA66GF35 est fonction de cette énergie par une loi puissance (voir l'équation 1.3), f est une fonction de pondération pour tenir compte de l'effet de la contrainte proposée par [Kujawski and Ellyin \(1995\)](#).

$$\Delta\mathcal{W} = f \cdot \Delta\mathcal{W}_e = f \cdot \frac{\epsilon_{ij}\sigma_{ij}}{2} = f \cdot (kN^\alpha) \quad (1.3)$$

avec :

$$f = \left(1 + \alpha \frac{\sigma_m}{\sigma_a}\right)^{2m} \cdot \Delta\mathcal{W}_e = f \cdot \frac{\epsilon_{ij}\sigma_{ij}}{2} = f \cdot (kN^\alpha) \quad (1.4)$$

où : σ_m est la contrainte moyenne, σ_a est l'amplitude de contrainte et α, m sont deux paramètres matériaux.

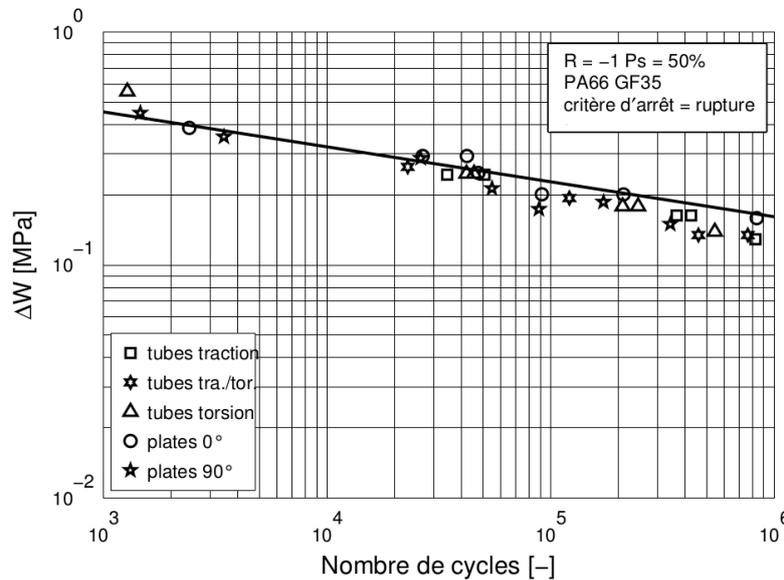


Figure 1.11 – Critère énergétique appliqué au PA66GF35 par *Klimkeit* (2009).

1.1.4.2 Énergie de déformation restituée approximée

Dans la thèse de *Fabre* (2015), un terme énergétique (l'énergie de déformation restituée) a été introduit pour caractériser le comportement en fatigue du PA66GF30. Cette énergie est définie comme étant l'aire sous la boucle d'hystérésis. *Fabre* (2015) a constaté que l'aire d'hystérésis est très faible devant l'aire sous la boucle pour le composite PA66GF30. Raison pour laquelle il a proposé d'approximer \mathcal{W}_{rest} par l'aire du trapèze sous la droite reliant les deux extrémités de la boucle de fatigue comme c'est illustré dans la figure 1.12. L'énergie de déformation restituée approximée $\mathcal{W}_{rest\,approx.}$ de la boucle de fatigue est définie par l'équation 1.5 :

$$\mathcal{W}_{rest\,approx.} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\sigma_{min} + \sigma_{max})\Delta\sigma}{E_{dyn}} \quad (1.5)$$

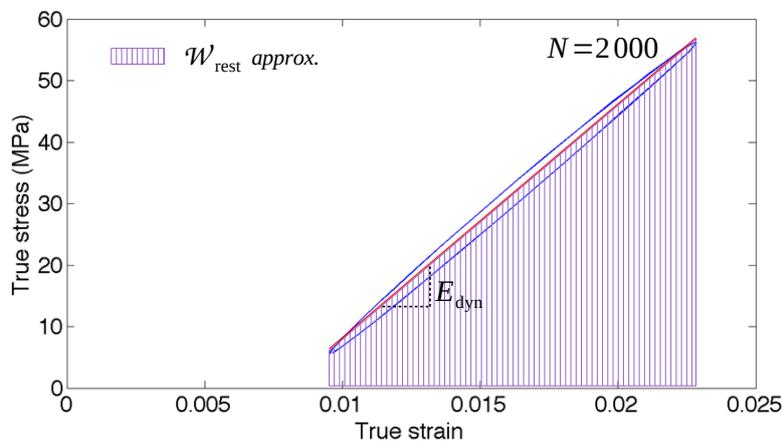


Figure 1.12 – Représentation schématique de l'énergie de déformation restituée approximée $\mathcal{W}_{rest\,approx.}$ sur un cycle en fatigue uniaxiale (*Fabre*, 2015).

Un cycle de fatigue stabilisé peut être identifié par l'évolution de différents indicateurs, tels que la variation de température de surface ΔT , l'adoucissement S_g de la boucle d'hystérésis du comportement global tel $S_g = E_{dym}/E_{ini}$, son aire \mathcal{A}_{hyst} ou l'énergie de déformation restituée \mathcal{W}_{rest} . Le 2000^{ième} cycle est établi comme le cycle de fatigue de référence.

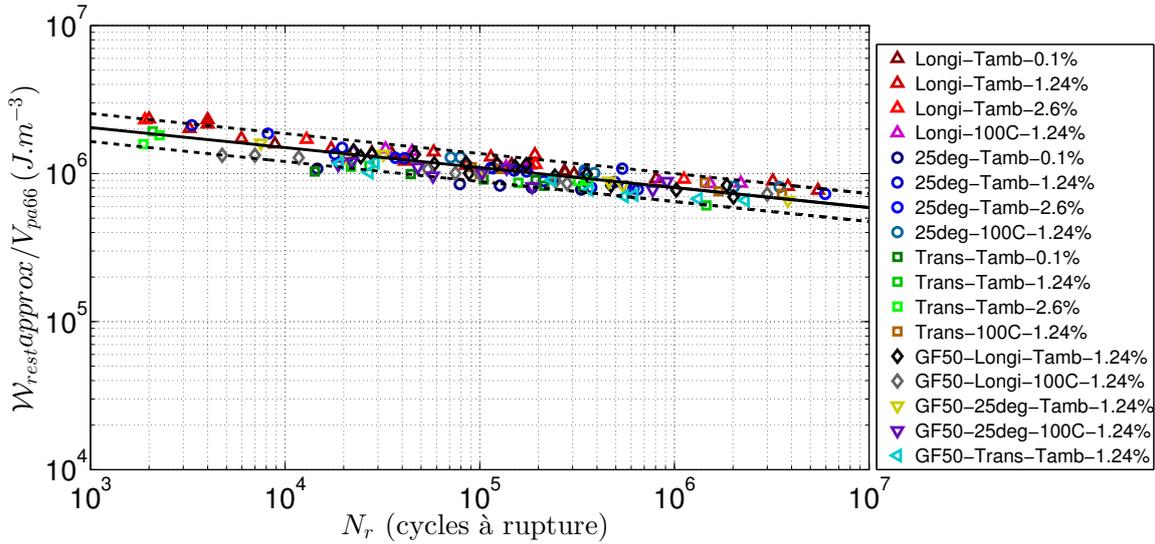


Figure 1.13 – Courbe d'endurance du polyamide renforcé de fibres de verre courtes, unifiée par le critère en énergie de déformation restituée au 2000^{ième} cycle pondérée par la fraction volumique de PA66 ($\mathcal{W}_{rest\,approx.}/V_{pa66}$), rendant compte des effets de la fraction massique des renforts, de l'orientation des fibres, de la température et de la teneur en eau du PA66 (Fabre, 2015).

Ce critère de fatigue est évalué par rapport à des essais de fatigue en traction uniaxiale du PA66GF30 sous différentes conditions (orientation des fibres, température et teneur en eau), pour un rapport de charge $R = 0.1$ et à la fréquence $f = 5$ Hz. En divisant ce critère par la fraction volumique de la matrice PA66 dans le composite sous l'hypothèse qui dicte que les fibres de verre ne participent que très peu à la déformation, les résultats du PA66GF50 s'insèrent également et parfaitement dans l'intervalle de dispersion des données du PA66GF30, comme c'est présenté dans la figure 1.13.

Un critère de durée de vie en fatigue a finalement été établi (voir l'équation 1.6) du polyamide renforcé de fibres de verre courtes en prenant en compte l'orientation des fibres, la température, la teneur en eau de la matrice PA66 et le taux des renforts (GF30/GF50).

$$\mathcal{W}_{rest\,approx.}/V_{pa66} = c.N_r^{-\gamma} \quad (1.6)$$

avec les paramètres du matériau $c = 5.21 \times 10^6 \text{ J.m}^{-3}$ et $\gamma = 0.14$ identifiés sur l'ensemble des résultats expérimentaux présentés sur la figure 1.13. Le coefficient de corrélation de la régression linéaire est égale à $r^2 = 0.81$. Ceci montre une bonne corrélation entre la courbe prédite par le critère (droite continue noire) et les données expérimentales. La majorité des points issus des essais de fatigue se positionne dans l'intervalle de dispersion de 5% (droites en pointillés).

1.2 Démarche de l'étude

L'objectif de ce chapitre 1 est de caractériser la tenue en fatigue du PA66GF30 dans ses conditions de service. Nous cherchons plus précisément à étendre le critère de durée de vie en fatigue établi par [Fabre \(2015\)](#) dans le cas de traction uniaxiale (voir l'équation 1.6) au cas 3D.

Dans un premier temps, nous avons étendu le critère de durée de vie en prenant en compte l'effet de la microstructure, plus précisément, celui de l'orientation des fibres. Une analyse en interne au Centre de Recherche et d'Innovation Hutchinson a montré qu'il y a une différence entre la proportion de cœur/peau (expliquée dans la sous-section 1.1.1.2) pour les éprouvettes de différentes épaisseurs. Les essais de fatigue en traction uniaxiale dans la thèse de [Fabre \(2015\)](#) sont réalisés uniquement pour les éprouvettes de l'épaisseur identique de 2 mm. Pour cela, nous avons mené une campagne d'essai de caractérisation du comportement de fatigue pour des éprouvettes d'épaisseurs différentes à ce qui a été étudié dans la thèse de [Fabre \(2015\)](#).

Par la suite, nous avons étendu le critère de durée de vie en prenant en compte l'effet de la compression et du cisaillement, ainsi des essais de flexion 3 points ont été réalisés.

Enfin, les essais de fatigue en traction biaxiale ont été réalisés. En analysant ces résultats, nous avons étendu le critère de durée de vie en prenant en compte l'effet de la charge multiaxiale.

L'évaluation du critère de durée de vie sur le cycle de référence a été effectuée pour ces trois nouvelles campagnes d'essais, nous avons étendu finalement le critère de durée de vie uniaxial au cas multiaxial, du cas 2D au cas 3D.

1.3 Protocole d'essais

Afin d'assurer un dimensionnement de pièces industrielles par rapport à un critère de fatigue, il est nécessaire de réaliser et d'analyser de nombreux essais sous des conditions très variées de chargement rencontrés en pratique (température, humidité et orientation des fibres). L'objectif des essais de fatigue destructifs est d'analyser des mécanismes d'endommagement via la prise en compte de l'effet du procédé de fabrication ([Facchinetti, 2015](#)).

1.3.1 Éprouvettes

1.3.1.1 Mise en forme

Un moule spécifique avec une épaisseur réglable est utilisé pour le moulage par injection de notre matériau PA66GF30 (voir la figure 1.14). Les conditions standards d'injection sont identiques pour les plaques injectées d'épaisseurs différentes afin de minimiser les sources de dispersion dues au procédé de mise en forme :

Température d'injection matière : 280°C

Température moule : 80°C

Temps d'injection : 1.5 s

Temps de compactage : 10 s

Pression de compactage : 80 MPa

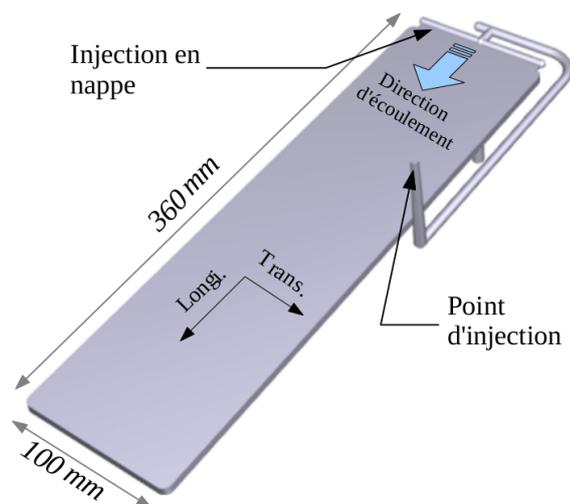


Figure 1.14 – Vue CAO de l'empreinte du moule utilisé pour injecter les plaques en PA66GF30.

1.3.1.2 Géométrie des éprouvettes

Les éprouvettes ont été usinées pour trois types d'essais de fatigue à partir des plaques injectées de 2 mm à 5 mm d'épaisseur (voir la sous-section 1.3.1.1). Les usinages sont réalisés par découpe au jet d'eau suivant les géométries présentées dans les paragraphes suivants.

Traction uniaxiale

Les éprouvettes haltères H2 (voir la figure 1.15) ont été utilisées pour les essais de fatigue en traction uniaxiale, avec trois épaisseurs différentes : 2 mm, 3 mm et 4 mm.

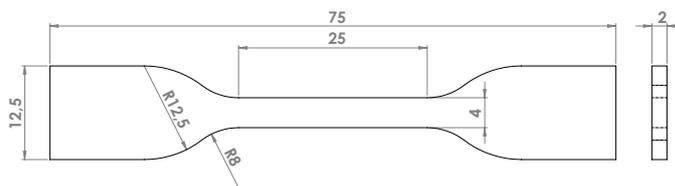


Figure 1.15 – Géométrie de l'éprouvette haltère type H2 d'après les normes NF ISO 37 et NF ISO 6239 pour les essais de fatigue en traction uniaxiale (Dimension en mm).

Afin d'étudier l'influence de l'orientation des fibres par rapport au sens de sollicitation, les éprouvettes ont été prélevées selon trois angles différents par rapport à la direction d'injection des plaques : 0° i.e longitudinal, 90° i.e transversal, et 25° . Les trois différentes découpes de plaques sont présentées dans la figure 1.16. Nous avons adopté les mêmes configurations que celles utilisées dans la thèse de [Fabre \(2015\)](#) pour les éprouvettes *Longi.*, *Trans.* et 25° .

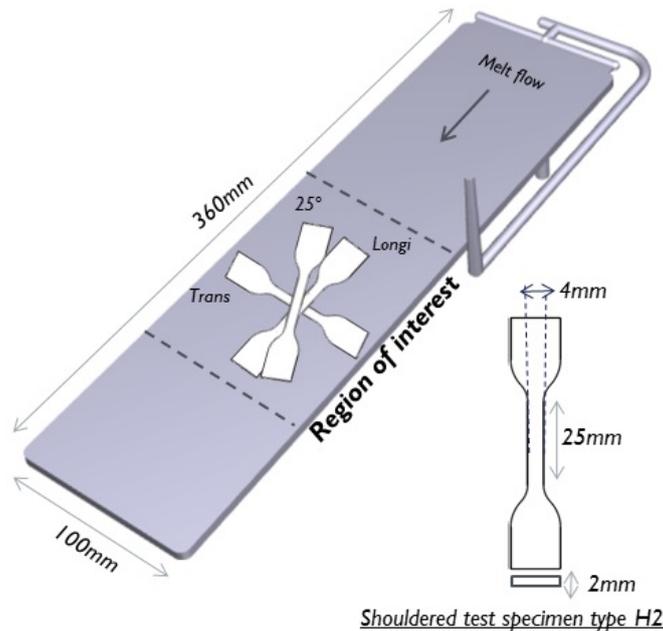


Figure 1.16 – Localisation des éprouvettes H2 extraites par découpe au jet d'eau avec trois différents angles de prélèvement par rapport à la direction d'injection des plaques (Fabre, 2015).

Flexion 3 points

Les éprouvettes en forme de barreau (voir la figure 1.17) ont été utilisées pour les essais de fatigue en flexion 3 points. Trois différents prélèvements des éprouvettes (*Longi.*, *25deg.* et *Trans.*) sont réalisés à partir d'une plaque injectée de 4 mm d'épaisseur de la même façon que pour les éprouvettes haltères H2 (voir la figure 1.16). L'éprouvette *Longi.* et *Trans.* ont des fibres majoritairement et respectivement orientées dans la direction de longueur et de largeur de l'éprouvette en forme de barreau.

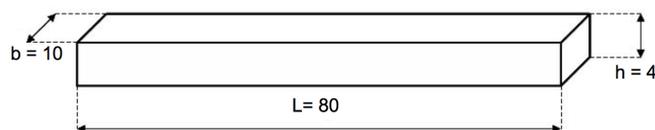


Figure 1.17 – Géométrie de l'éprouvette en forme de barreau d'après la norme EN ISO 178 pour les essais de fatigue en flexion 3 points (Dimension en mm).

Traction biaxiale

Les éprouvettes cruciformes (voir la figure 1.18) sont spécialement conçues pour les essais de fatigue en traction biaxiale par Fabre et al. (2014).

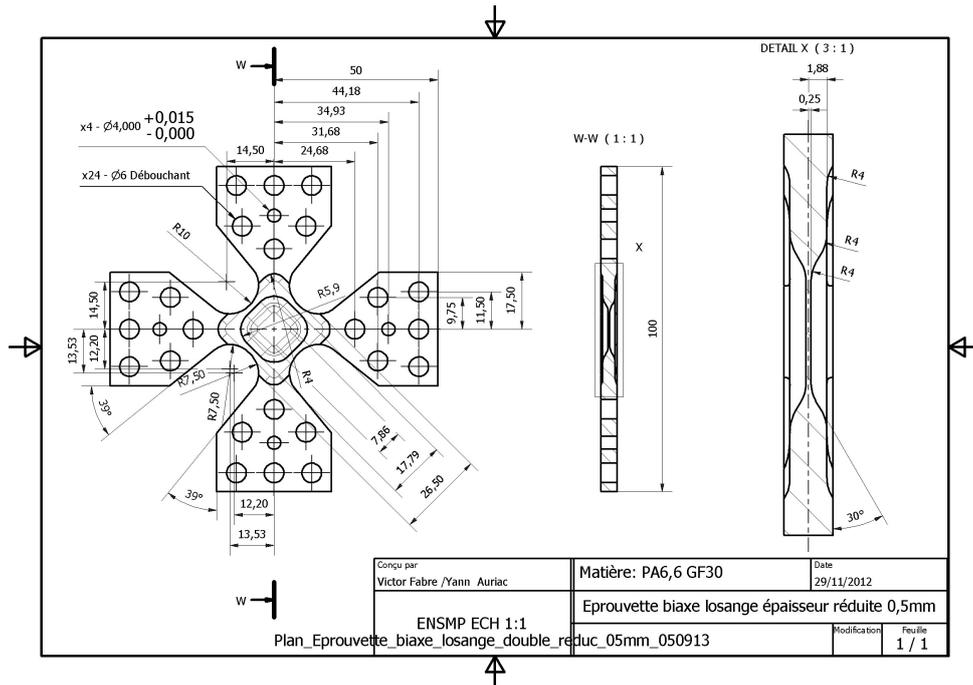


Figure 1.18 – Géométrie de l'éprouvette cruciforme conçue par Fabre et al. (2014) pour les essais de fatigue en traction biaxiale (Dimension en mm).

Deux différents prélèvements des éprouvettes sont réalisés à partir d'une plaque injectée de 5 mm d'épaisseur, comme c'est présenté dans la figure 1.19. Nous avons deux types éprouvettes dont les orientations des fibres sont de : 45° et 0°/90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

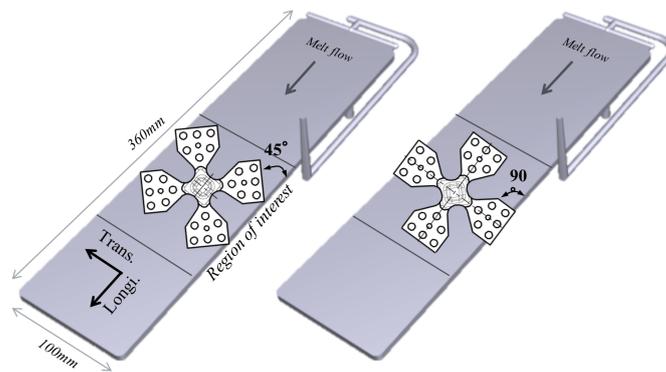
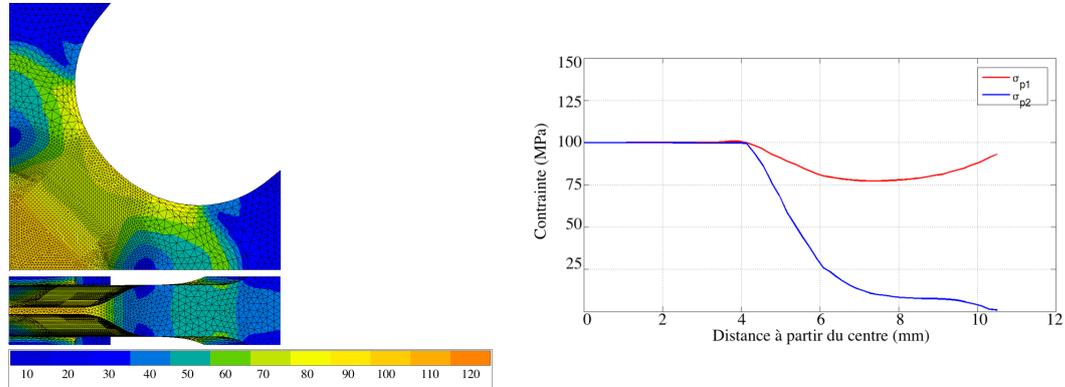


Figure 1.19 – Localisation des éprouvettes cruciformes extraites par découpe au jet d'eau avec deux différents angles de prélèvement par rapport à la direction d'injection des plaques (Fabre et al., 2014).

L'épaisseur du centre de l'éprouvette cruciforme a été diminuée à 500 μm soit un dixième de l'épaisseur de la plaque (5 mm). Cette conception est issue des résultats de simulation par la méthode des éléments finis dans le cas élastique isotrope. L'objectif est d'assurer que la fissure s'initie dans la zone sous charge biaxiale et d'avoir une contrainte la plus uniforme possible au centre. Pour cela, il faut minimiser la concentration de contrainte en dehors de la zone centrale afin d'éviter l'endommagement et l'initiation de la fissure au bord. Nombreuses simulations ont été réalisées par Fabre et al. (2014) dans le cas élastique isotrope, il a finalement optimisé cette

épaisseur à $500 \mu\text{m}$ qui assure une contrainte principale uniforme dans la zone centrale (voir la figure 1.20b). Un exemple des résultats de simulation à propos du champ de contrainte sont présentés dans la figure 1.20.



(a) Champ de contrainte σ_{p1} (MPa) (b) Profil d'évolution des contraintes principales

Figure 1.20 – Champ de contrainte d'une éprouvette cruciforme dans le cas élastique isotrope et l'évolution des contraintes principales en fonction de la distance à partir du centre de l'éprouvette (Fabre et al., 2014).

1.3.1.3 Conditionnement des éprouvettes

Comme la tenue en fatigue du PA66GF30 est sensible à la reprise en eau de sa matrice PA66 (voir la figure 1.9b dans la sous-section 1.1.2.2), il est nécessaire d'assurer sa stabilité au cours des essais de fatigue. Nous avons adopté une procédure identique de conditionnement des éprouvettes à celle réalisée dans la thèse de Fabre (2015). Les éprouvettes ont été séchées sous vide de 0.1 mbar dans un four SalvisLab Vacucenter VC50. Le matériau est considéré comme sec dès lors que sa teneur en eau est inférieure à 0.1% de sa masse. Après séchage, les éprouvettes ont été disposées dans les chambres climatiques MMM Group ClimaCell réglée pour une humidité relative et une température choisie. Les éprouvettes sont extraites régulièrement de chambre de conditionnement et pesées immédiatement lorsque la masse est stable. Les paramètres tels que la température et le temps de stabilisation de la procédure de conditionnement sont présentés dans le tableau 1.1.

Éprouvette	HR (%)	Séchage		Reprise en eau		Teneur en eau stabilisée (%)
		T ($^{\circ}\text{C}$)	t (h)	T ($^{\circ}\text{C}$)	t (h)	
H2 - 3mm	50	90	50	70	350	1.0
H2 - 3mm	70	90	50	70	600	2.1
H2 - 4mm	50	90	50	70	350	0.8
H2 - 4mm	70	90	50	70	600	1.8
Barreau	50	90	100	70	800	1.1
Cruciforme	50	90	200	70	1000	1.2

Table 1.1 – Paramètres de la procédure de conditionnement des 3 types d'éprouvettes.

1.3.2 Caractérisation de la microstructure

La microstructure, plus précisément, la distribution de l'orientation des fibres a une influence sensible au comportement mécanique de notre composite PA66GF30. Pour cela, il est essentiel de

la caractériser pour comprendre la réponse mécanique afin de pouvoir la simuler numériquement. En général, l'orientation des fibres peut être caractérisée à l'aide des deux outils suivants :

- caractérisation expérimentale par tomographie sur la plaque injectée,
- caractérisation numérique par des codes de simulation de l'injection.

1.3.2.1 Tomographie

La technique tomographie est basée sur la reconstruction d'une série de radiographies au rayon X. Les résultats sont des images 3D codées en niveau de gris qui correspondent aux différents constituants du matériau. Dans notre cas, l'objectif est de distinguer au mieux les fibres et la matrice. Par méthode de segmentation d'analyse d'images, les 2 phases sont labellisées. Ensuite, une analyse de Fourier permet de déconvoluer l'image traitée et d'en déduire une distribution de l'orientation des fibres.

Plus précisément, un scan est réalisé en général dans le repère principal de l'écoulement. Le volume de reconstruction 3D est divisé en petits bâtons. Sur chaque bâton, nous avons identifié une orientation principale des fibres représentée par les angles (θ, ϕ) (voir la figure 1.6 de la section 1.1.1.2) et nous en avons déduit le tenseur d'orientation des fibres \underline{a}_2 (Equation 1.1).

Les logiciels tels que Avizo[®] permet d'analyser des images. La distribution du terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres pour les plaques injectées de différentes épaisseurs sont présentées dans la figure 1.21.

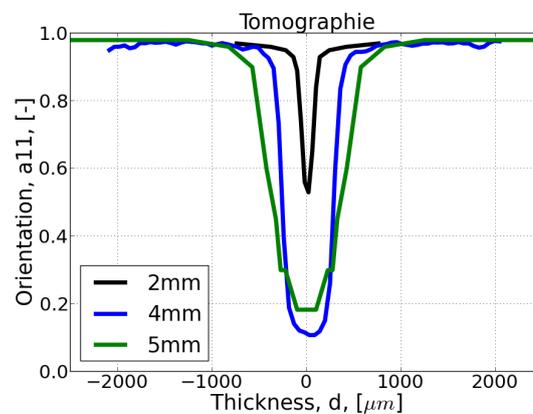


Figure 1.21 – Distribution de l'orientation des fibres (terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres) sur les plaques injectées de l'épaisseur 2 mm, 4 mm et 5 mm caractérisées par tomographie.

Nous pouvons constater que plus la plaque est épaisse, plus la proportion du cœur est importante. Ce résultat est dû à l'effet suivant : plus la plaque est épaisse, moins l'effet de cisaillement est important à cœur, le cisaillement de l'écoulement à l'état fondu est d'autant plus faible qu'il est éloigné de la paroi. Ainsi les fibres ont plus de chance de tourner par rapport à la direction d'injection (MFD). Par conséquent, il y a moins de fibres orientées dans la MFD dans la partie cœur de la plaque et le terme a_{11} est plus faible.

1.3.2.2 Moldflow[®]

Différents logiciels existent pour réaliser une caractérisation numérique de l'orientation des fibres. L'outil numérique utilisé dans notre étude est Moldflow[®]. Différents modèles d'algorithmes

et différents maillages de calcul ont été étudiés (voir l'annexe A.1). Nous avons adopté le modèle MRD (Moldflow Rotational Diffusion) qui caractérise mieux l'effet de la portion du cœur/peau et le maillage de Moldflow[®] le plus dense M4 (voir le tableau A.1). Les résultats de simulation de la distribution du terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres pour les plaques injectées de différentes épaisseurs sont présentées dans la figure 1.22.

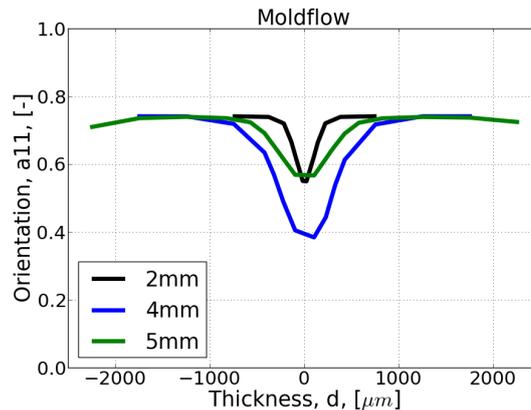


Figure 1.22 – Distribution de l'orientation des fibres (terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres) sur les plaques injectées de l'épaisseur 2 mm, 4 mm et 5 mm simulée par le logiciel Moldflow[®].

1.3.2.3 Comparaison des résultats de Tomographie et de Moldflow[®]

La comparaison des distributions de l'orientation des fibres caractérisées par les deux approches sont illustrées dans la figure 1.23.

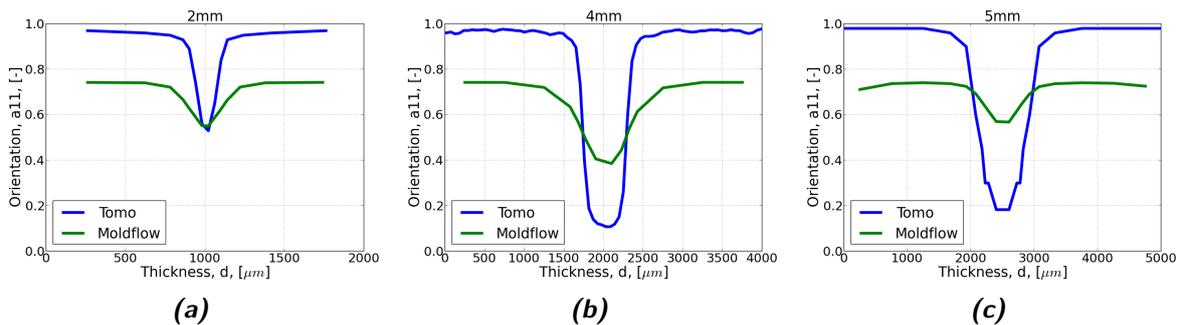


Figure 1.23 – Comparaison des distributions de l'orientation des fibres (terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres) sur les plaques injectées de l'épaisseur 2 mm, 4 mm et 5 mm caractérisées par la tomographie et par le logiciel Moldflow[®].

Nous pouvons constater que l'écart entre les valeurs a_{11} provenant de la tomographie ou du logiciel Moldflow[®] pour la partie peau et pour la partie cœur existe pour les plaques de différentes épaisseurs. Les simulations de Moldflow[®] captent mal les fibres très orientées. Cependant, l'avantage de l'outil Moldflow[®] est qu'il peut générer la distribution de l'orientation des fibres pour n'importe quelle géométrie sans faire le moulage réel. Par contre, il ne reproduit pas toujours fidèlement la distribution de l'orientation des fibres induit par l'injection.

1.3.3 Dispositif et chargement des essais de fatigue

1.3.3.1 Traction uniaxiale

Les essais de fatigue en traction uniaxiale sont réalisés sous les mêmes conditions que dans la thèse de Fabre (2015) sur la machine de Fatigue ElectroPulsTM type E1000 à Moteur Linéaire Electrique.

Une pente de charge a été appliquée jusqu'à la F_{moy} pendant une durée fixée de 5 s. Ensuite, une force sinusoïdale à amplitude constante a été appliquée avec la fréquence $f = 5$ Hz et le rapport de charge $R = F_{min}/F_{max} = 0.1$ est fixé pour tous les essais (voir la figure 1.24).

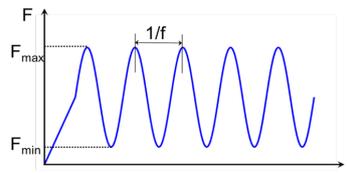


Figure 1.24 – Caractéristiques du chargement des essais de fatigue.

La seule différence pour cette campagne d'essais, en comparant avec celle de Fabre (2015), est la variation de l'épaisseur des éprouvettes. Nous avons vérifié que les mors sont adaptés également pour les éprouvettes haltères H2 de l'épaisseur de 3 mm et de 4 mm grâce à l'empreinte sur la surface de contact des mors pour garantir l'essai sans glissement.

Pour éviter la variation de la teneur en eau de l'éprouvette, nous avons besoin de garantir la stabilité de l'humidité au cours de l'essai de fatigue, celui-ci peut durer plusieurs jours. Pour cela, nous avons utilisé ces deux solutions saturées en sels : Saumure de Nitrate de Magnésium et Saumure de Chlorure de Sodium. D'après Greenspan et al. (1977), l'atmosphère d'une enceinte confinée à la température $T_{amb} = 23^{\circ}C$ atteindra à l'équilibre, une humidité relative de 52% et 69% respectivement en présence de ces dernières solutions. Nous avons également mise en point un système de contrôleur d'humidité. Ce système peut maintenir l'humidité de l'enceinte à un niveau "quelconque" (dans un intervalle de fonctionnement avec la limite d'environnement que nous avons testé pour l'instant de 50% HR à $T = 60^{\circ}C$). Le principe est de faire passer l'air comprimé dans des bidons d'eau chaude (même température que l'enceinte, afin d'éviter la concentration de l'eau sur la paroi et les tuyaux) et de régler le débit de l'air humide automatiquement en fonction de la consigne et de la mesure de l'humidité dans l'enceinte. La même condition hygrothermique pour les essais de fatigue en flexion et en traction biaxiale.

1.3.3.2 Flexion 3 points

Les essais de fatigue en flexion 3 points sont réalisés sur la même machine que pour les essais de traction (ElectroPulsTM type E1000). Le dispositif de l'essai fait référence à la norme EN ISO 178 comme c'est présenté dans la figure 1.25. Nous avons investi la technique de DIC pendant l'essai de fatigue afin d'étudier le comportement local en analysant le champ complet 2D de déformation réelle. Dans le but de faciliter la prise des images, il faudrait ainsi maintenir la position de la zone centrale de l'éprouvette (où l'endommagement s'initie en général). Pour cela, nous avons inversé le banc d'essai que nous utilisons habituellement. Nous avons configuré deux appuis en haut avec une distance de 64 mm et un appui en bas au milieu équipé d'un

capteur de force. Une force sinusoïdale identique aux essais de fatigue en traction uniaxiale a été appliquée avec $f = 5$ Hz et $R = F_{min}/F_{max} = 0.1$.

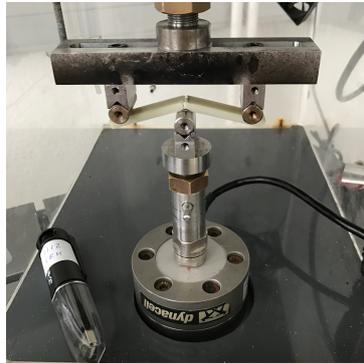


Figure 1.25 – Dispositif de l'essai de fatigue en flexion 3 points.

1.3.3.3 Traction biaxiale

Les essais de fatigue en traction-traction biaxiale sont réalisés sur une machine d'essai de fatigue cruciforme biaxiale d'Instron[®] (voir la figure 1.26).

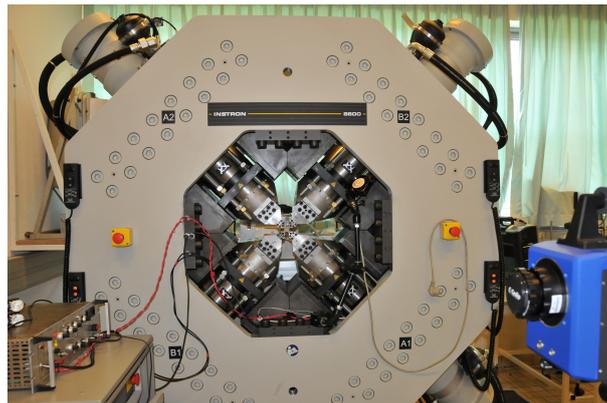


Figure 1.26 – Machine d'essai de fatigue cruciforme biaxiale d'Instron[®].

Cette machine est composée de 4 vérins hydrauliques montés dans le plan et perpendiculaires les uns aux autres. Chaque vérin a une capacité allant jusqu'à 250 kN et à 50 Hz. Grâce aux fonctions avancées du contrôleur 8800 permettant un contrôle de la translation de chaque axe, cette machine est idéale pour couvrir un large champ de déformation pour des essais de traction sur deux axes, des essais de fatigue oligocyclique/mégacyclique et thermomécanique. Le logiciel WaveMatrixTM d'essai dynamique et d'essai de fatigue est utilisé pour contrôler chaque axe de manière synchronisée lors d'essais simples ou complexes développés.

Une forme sinusoïdale identique aux essais de fatigue en traction uniaxiale et en flexion a été appliquée avec $f = 5$ Hz et $R = F_{min}/F_{max} = 0.1$ sur chaque axe. Les contraintes maximales sur deux axes peuvent être identiques pour le cas 'équibiaxile', ou non pour le cas 'biaxiale'.

1.4 Analyse des données mécaniques des essais de fatigue

Afin de comprendre les effets de la microstructure (l'orientation des fibres), de la flexion 3 points et de la charge multiaxiale, les différents indicateurs mécaniques suivants sont analysés

pour trois campagnes d'essais de fatigue en traction uniaxiale, en flexion et en traction biaxiale.

1.4.1 Courbes de Wöhler

La courbe de Wöhler est appelée courbe $S - N$ (Stress vs Number of cycles), représentation permettant de visualiser la tenue des matériaux dans le domaine de fatigue (Basquin, 1910).

Dans notre cas, le champ de contrainte est considéré comme uniforme dans la zone utile des éprouvettes haltères H2, la contrainte maximale est directement liée à la force maximale appliquée : $\sigma_{max} = \frac{F_{max}}{S_{section}}$. Par contre, dans l'éprouvette en forme de barreau pour l'essai de flexion et dans l'éprouvette cruciforme pour l'essai de traction biaxiale, ce n'est pas le cas. Pour cela, nous avons tracé l'évolution de la force appliquée en fonction de la durée de vie des éprouvettes pour ces deux dernières. Une étude du volume élémentaire représentatif sera donc nécessaire pour notre étude (voir la section 3.4.1).

Traction uniaxiale

Fabre (2015) a montré un fort impact de l'orientation des fibres sur la tenue en fatigue du PA66GF30. Ses résultats d'essais de fatigue en traction uniaxiale sur les éprouvettes haltères H2 de l'épaisseur 2 mm sont représentés par les marqueurs noirs dans la figure 1.27.

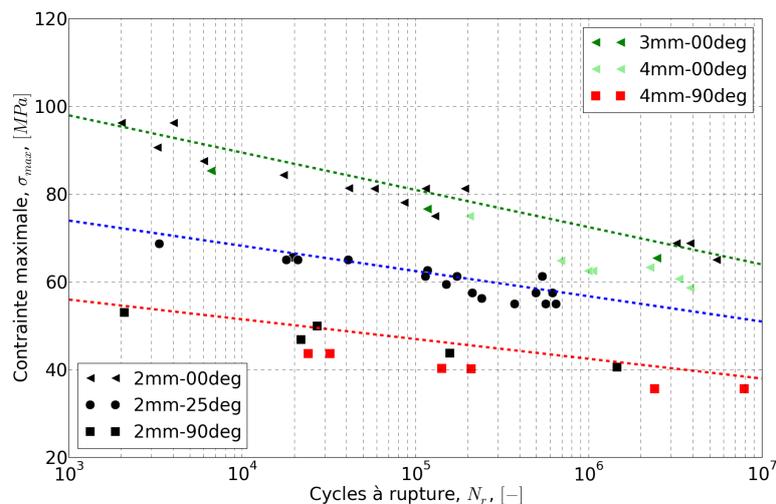


Figure 1.27 – Influence de l'épaisseur (la proportion cœur/peau) sur les courbes Wöhler des essais de fatigue en traction uniaxiale construites à T_{amb} avec des éprouvettes du PA66GF30 contenant 1.24% d'eau.

Nos essais de fatigue en traction uniaxiale sur les éprouvettes de l'épaisseur 3 mm et 4 mm sont réalisés sous les mêmes conditions hygrothermiques de température (T_{amb}) et de teneur en eau (1.24% d'eau). Les résultats sont représentés par des marqueurs en couleurs dans la figure 1.27. Nous constatons que l'épaisseur de l'éprouvette, ou plus précisément, la proportion de cœur/peau a également un impact sur la tenue en fatigue du PA66GF30. À iso-durée de vie, pour les éprouvettes *Longi.*, où les fibres sont majoritairement orientées dans le sens de sollicitation, plus l'éprouvette est épaisse, plus la contrainte qu'elle peut supporter est faible. Ce phénomène peut être expliqué par les résultats de caractérisation de l'orientation des fibres présentés dans la section 1.3.2. Nous avons noté que, plus l'éprouvette est épaisse, plus la proportion de fibres orientées dans le sens de sollicitation est faible. Ainsi, pour les éprouvettes

de 4 mm d'épaisseur, la courbe S-N de *Longi.* se rapproche de celle de l'éprouvette *25deg.* de 2 mm d'épaisseur. Les mêmes conclusions ont été obtenues dans l'étude de [Fatemi et al. \(2015\)](#) (voir la figure 1.8).

[Fabre \(2015\)](#) a montré également un impact de la teneur en eau des éprouvettes sur la tenue en fatigue du PA66GF30 (voir la figure 1.9b). Nos essais de fatigue en traction uniaxiale sur les éprouvettes d'épaisseur de 3 mm et de 4 mm sont réalisés dans les mêmes conditions de température (T_{amb}) et de teneur en eau (1.24% d'eau et 2.6% d'eau) qui correspondent à une humidité relative de 50% et 70% respectivement. Les résultats sont présentés dans la figure 1.28 afin d'être comparés avec ceux des éprouvettes d'épaisseur de 2 mm.

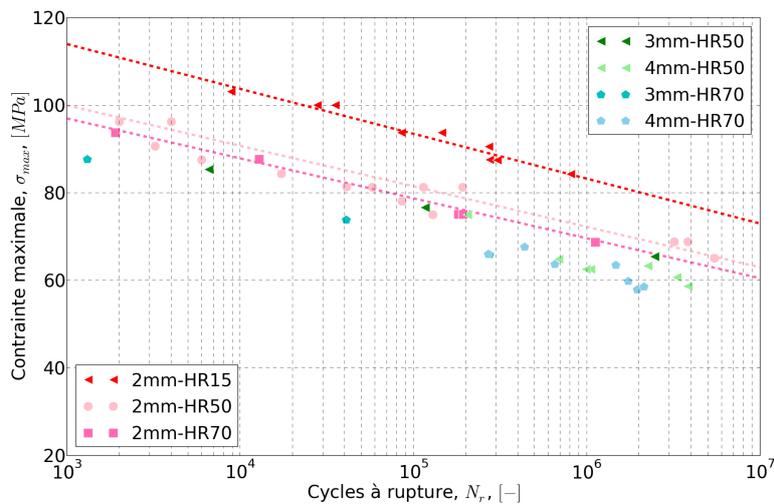


Figure 1.28 – Influence de l'épaisseur (la proportion cœur/peau) et la teneur en eau sur les courbes Wöhler des essais de fatigue en traction uniaxiale construites à T_{amb} avec des éprouvettes *Longi.* du PA66GF30.

Nous avons constaté le même impact de la teneur en eau sur les éprouvettes d'épaisseur de 3 mm et de 4 mm (voir la figure 1.28). À iso-durée de vie, plus la teneur en eau est élevée, moins la contrainte qu'elle peut supporter est importante, les marqueurs bleus pour 70% HR se situent au-dessous des marqueurs verts pour 50% HR. Par contre, la différence des deux teneurs en eau n'est pas très significative pour toutes les éprouvettes haltères H2 d'épaisseur de 2 mm, de 3 mm et de 4 mm. L'impact de l'orientation des fibres ou de la proportion de cœur/peau a été relevé également pour les différentes teneurs en eau. Plus l'éprouvette est épaisse, moins la contrainte qu'elle peut supporter est importante à iso-durée de vie.

Flexion 3 points

Tous les essais de fatigue en flexion 3 points sont réalisés sous les conditions identiques de température (T_{amb}) et de teneur en eau (1.24% d'eau). Sur la figure 1.29, les résultats des essais avec deux différentes configurations d'orientation des fibres sont présentés : *Longi.* et *25deg.* L'éprouvette *Trans.* présente un comportement très ductile car les fibres orientées transversalement n'interviennent quasiment pas dans la déformation de l'éprouvette sous sollicitation de flexion 3 points. Par conséquent, le composite PA66GF30 est équivalent à la matrice pure PA66 et nous n'atteignons pas la rupture en fatigue avec notre dispositif, ceci conduit vers une durée de vie infinie. Nous ne les avons pas représentés ici.

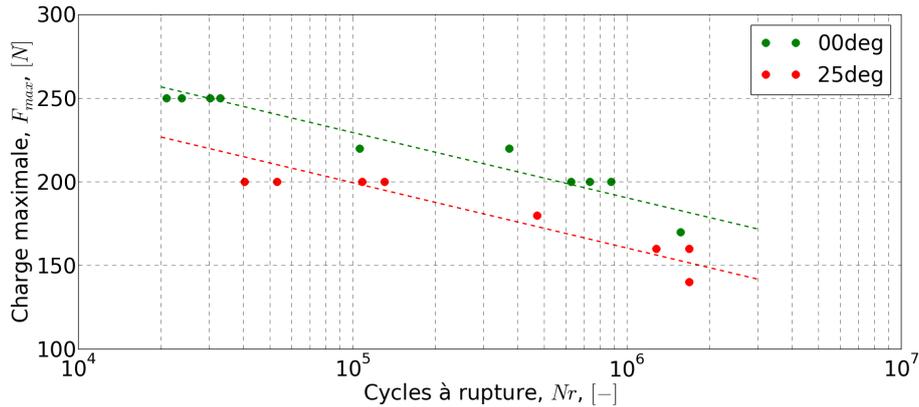


Figure 1.29 – Influence de l'orientation des fibres sur les courbes Wöhler des essais de fatigue en flexion à T_{amb} pour des éprouvettes contenant 1.24% d'eau (50% HR).

Tout comme pour les essais de fatigue en traction uniaxiale (voir la figure 1.27), l'orientation des fibres a un fort impact sur la tenue en fatigue en mode de flexion 3 points. À iso-durée de vie, une éprouvette *Longi.* peut supporter une contrainte plus importante qu'une éprouvette *25deg* en flexion 3 points.

Traction biaxiale

Les résultats des essais de fatigue en traction biaxiale sont présentés dans la figure 1.30. Le même effet de l'orientation des fibres a été relevé. À iso-durée de vie, une éprouvette *45°* peut supporter une contrainte plus importante qu'une éprouvette *0/90°* en traction biaxiale.

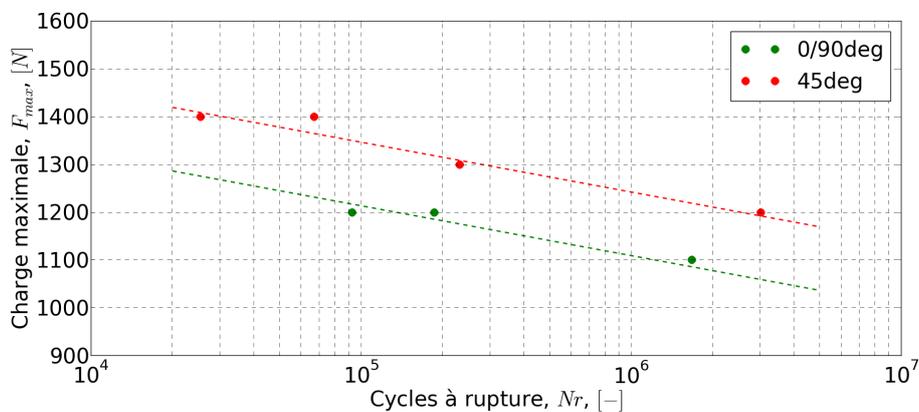


Figure 1.30 – Influence de l'orientation des fibres sur les courbes Wöhler des essais de fatigue en traction biaxiale construites à T_{amb} avec des éprouvettes contenant 1.24% d'eau (50% HR).

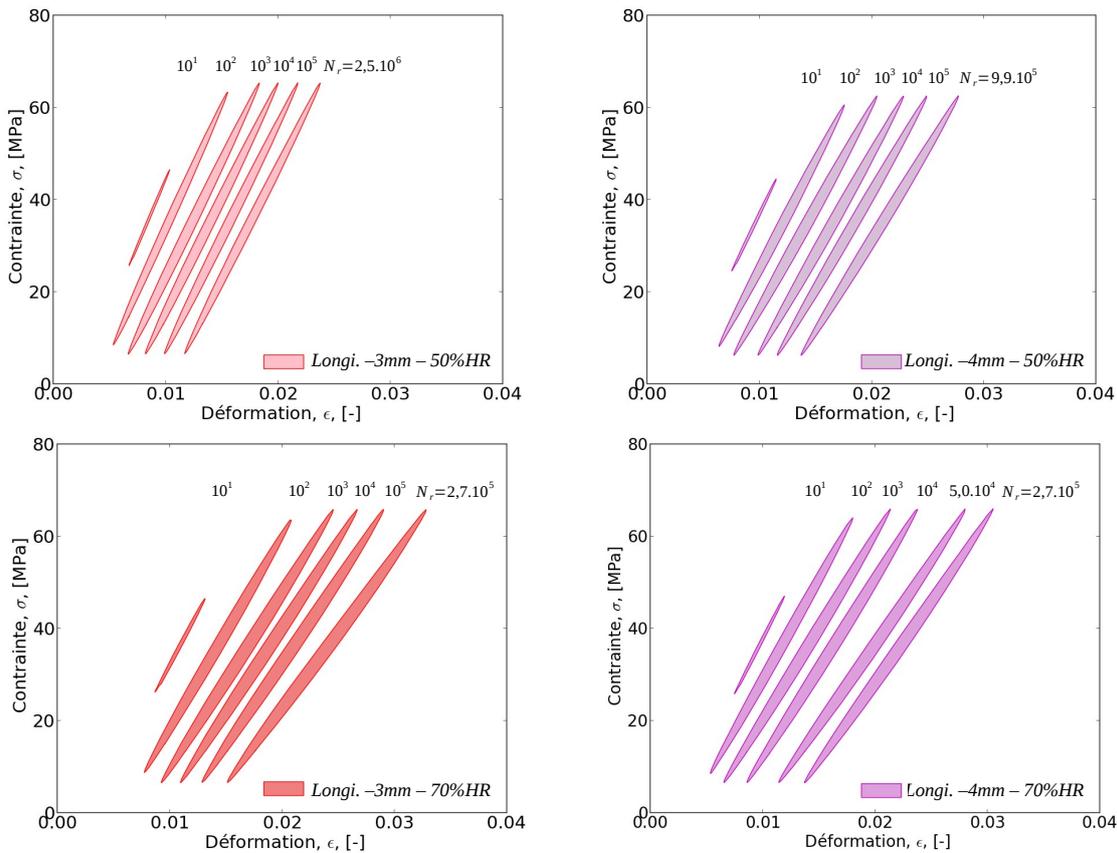
1.4.2 Boucles d'hystérésis de fatigue

L'analyse plus fine sur les cycles de fatigue nous permet d'enrichir la compréhension des courbes de Wöhler. Pour cela, nous avons tracé les cycles dits représentatifs de fatigue ($\sigma = f(\epsilon)$) pour ces trois types d'essais de fatigue (voir les figures 1.31, 1.32 et 1.33). L'existence de la boucle d'hystérésis est évidente dès le début du chargement, ceci montre un comportement anélastique du PA66GF30. De plus, nous observons une évolution (inclinaison et surface) des boucles d'hystérésis au cours de l'essai de fatigue. Différents indicateurs tels que la réponse en déformation (essais à force imposée), l'évolution de la vitesse de déformation, l'adoucissement

de la rigidité apparente, l'aire des boucles d'hystérésis etc, décrivent la réponse en fatigue. Ils sont analysés et discutés en détaille dans les sections suivantes.

Traction uniaxiale

Nous avons comparé les essais de fatigue en traction uniaxiale pour les éprouvettes du PA66GF30 d'épaisseur de 3 mm et de 4 mm et d'humidité 50% et 70% HR dans la figure 1.31. Les essais de fatigue sont pilotés en charge, nous avons choisi ainsi une contrainte maximale d'environ 65 MPa de manière à être comparable.



(a) Éprouvette H2 d'épaisseur de 3 mm

(b) Éprouvette H2 d'épaisseur de 4 mm

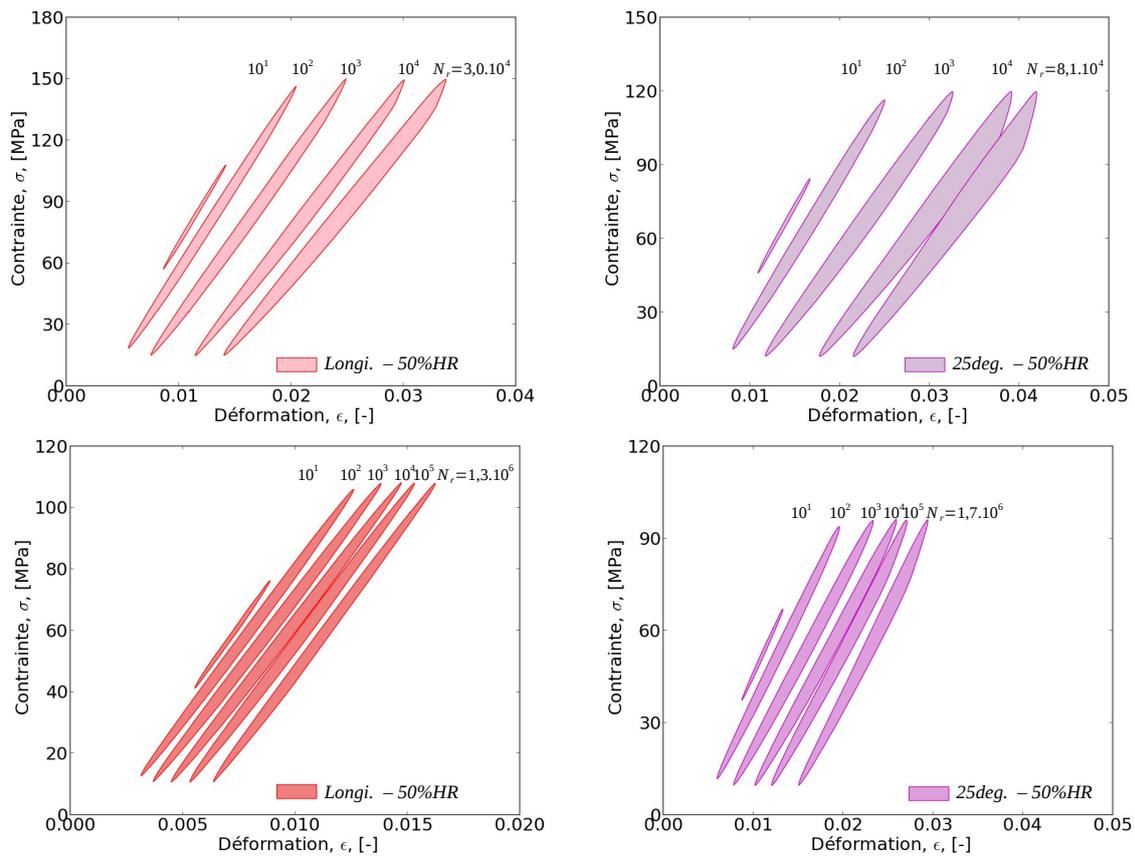
Figure 1.31 – Évolution des boucles d'hystérésis du PA66GF30 pour des essais de fatigue en traction uniaxiale au même niveau de contrainte maximale en fonction de la teneur en eau.

Nous constatons que l'évolution des boucles d'hystérésis dépend de la microstructure, ou plus précisément de l'épaisseur de l'éprouvette (voir la section 1.3.2). Pour un même niveau de contrainte et de teneur en eau, les éprouvettes d'épaisseur de 4 mm (Figure 1.31a: boucles violets) ont une tenue en fatigue plus faible que celle des éprouvettes d'épaisseur 3 mm (Figure 1.31b: boucles rouges). Ceci se caractérise par une durée de vie plus courte et un adoucissement de la rigidité apparente plus important. La teneur en eau des éprouvettes influence également ces boucles d'hystérésis si nous comparons les éprouvettes de 70% HR (couleurs foncées) et celles de 50% HR (couleurs claires). La durée de vie et l'adoucissement diminuent quand la teneur en eau des éprouvettes augmente quelque soit l'épaisseur de l'éprouvette (3 mm et 4 mm). De plus, une augmentation de l'aire de la boucle d'hystérésis est observée, avec l'augmentation de la teneur

en eau des éprouvettes. De plus, une déformation rémanente plus importante est observée au même nombre de cycles pour les éprouvettes plus humides. Une interprétation possible est que la viscosité du PA66GF30 augmente avec l'humidité.

Flexion 3 points

Nous avons comparé les essais de fatigue en flexion 3 points pour les éprouvettes *Longi.* et *25deg.* du PA66GF30 en forme de barreau conditionnées à 50% HR dans la figure 1.32.



(a) Éprouvette *Longi.* pour flexion

(b) Éprouvette *25deg.* pour flexion

Figure 1.32 – Évolution des boucles d'hystérésis du PA66GF30 pour des essais de fatigue en flexion 3 points à T_{amb} et 50% HR.

Nous avons choisi deux niveaux de charge pour chaque orientation des fibres afin que les durées de vie des éprouvettes *Longi.* et *25deg.* soient similaires.

Nous constatons que, pour une même durée de vie, l'éprouvette *25deg.* subit une contrainte plus faible que celle de *Longi.* De plus, l'aire des boucles d'hystérésis et l'adoucissement des boucles augmentent quand l'angle du chargement et des fibres augmentent. En outre, l'aire des boucles d'hystérésis est plus petite quand la charge est plus faible.

Traction biaxiale

Nous avons comparé les essais de fatigue en traction biaxiale pour les éprouvettes cruciformes 45° et $0^\circ/90^\circ$ du PA66GF30 de l'humidité 50% HR dans la figure 1.33.

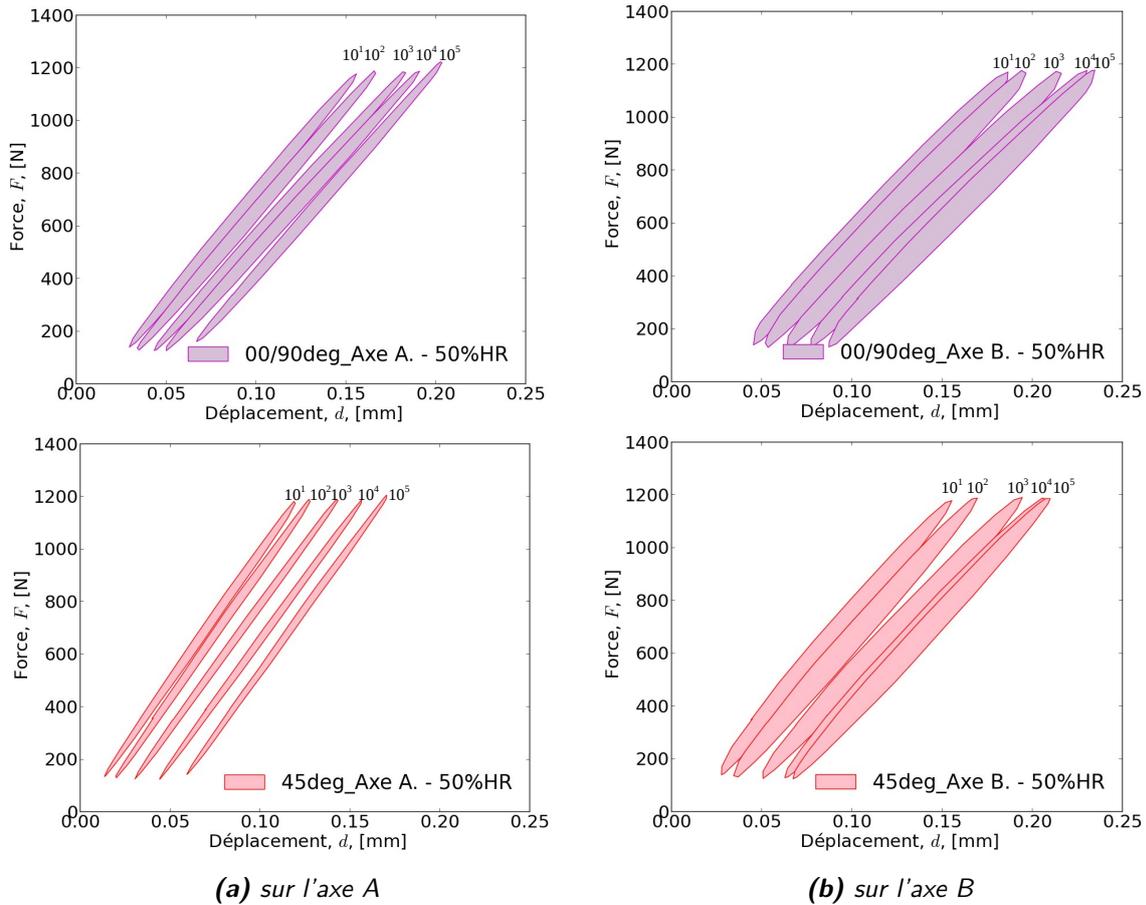


Figure 1.33 – Évolution des boucles d'hystérésis du PA66GF30 pour des essais de fatigue en traction biaxiale à T_{amb} et 50% HR.

1.4.3 Évolution des indicateurs des boucles d'hystérésis

Six indicateurs décrivant ces boucles d'hystérésis ont été identifiés sur les trois types d'essais de fatigue en traction uniaxiale, en flexion 3 points et en traction biaxiale :

- Déplacement moyen d_{moy}
- Amplitude de déplacement d_{amp}
- Vitesse de déplacement maximale \dot{d}_{max}
- Aire du boucle d'hystérésis \mathcal{A}_{hyst}
- Rigidité apparente du cycle de fatigue E_a
- Perte de la rigidité apparente du cycle de fatigue $S_g(N) = \frac{E_a(N) - E_a(N=1)}{E_a(N=1)}$

Les évolutions de d_{moy} , d_{amp} et \dot{d}_{max} en fonction du nombre de cycles sont présentées dans les trois figures 1.34, 1.35 et 1.36 pour ces trois types d'essais de fatigue respectivement.

Les évolutions de \mathcal{A}_{hyst} , E_a et S_g en fonction du nombre de cycles sont présentées dans les trois figures 1.37, 1.38 et 1.39 pour ces trois types d'essais de fatigue respectivement.

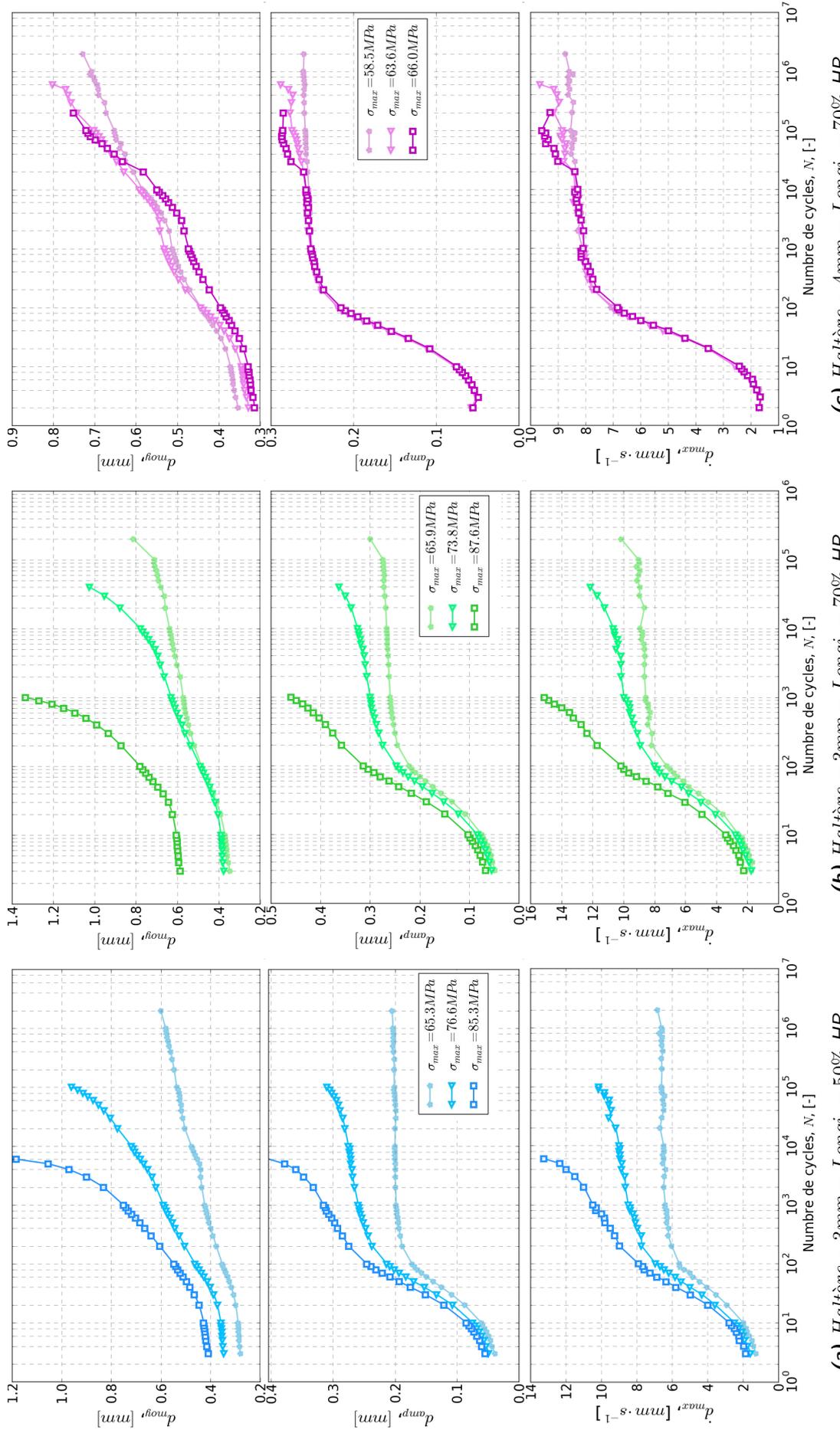
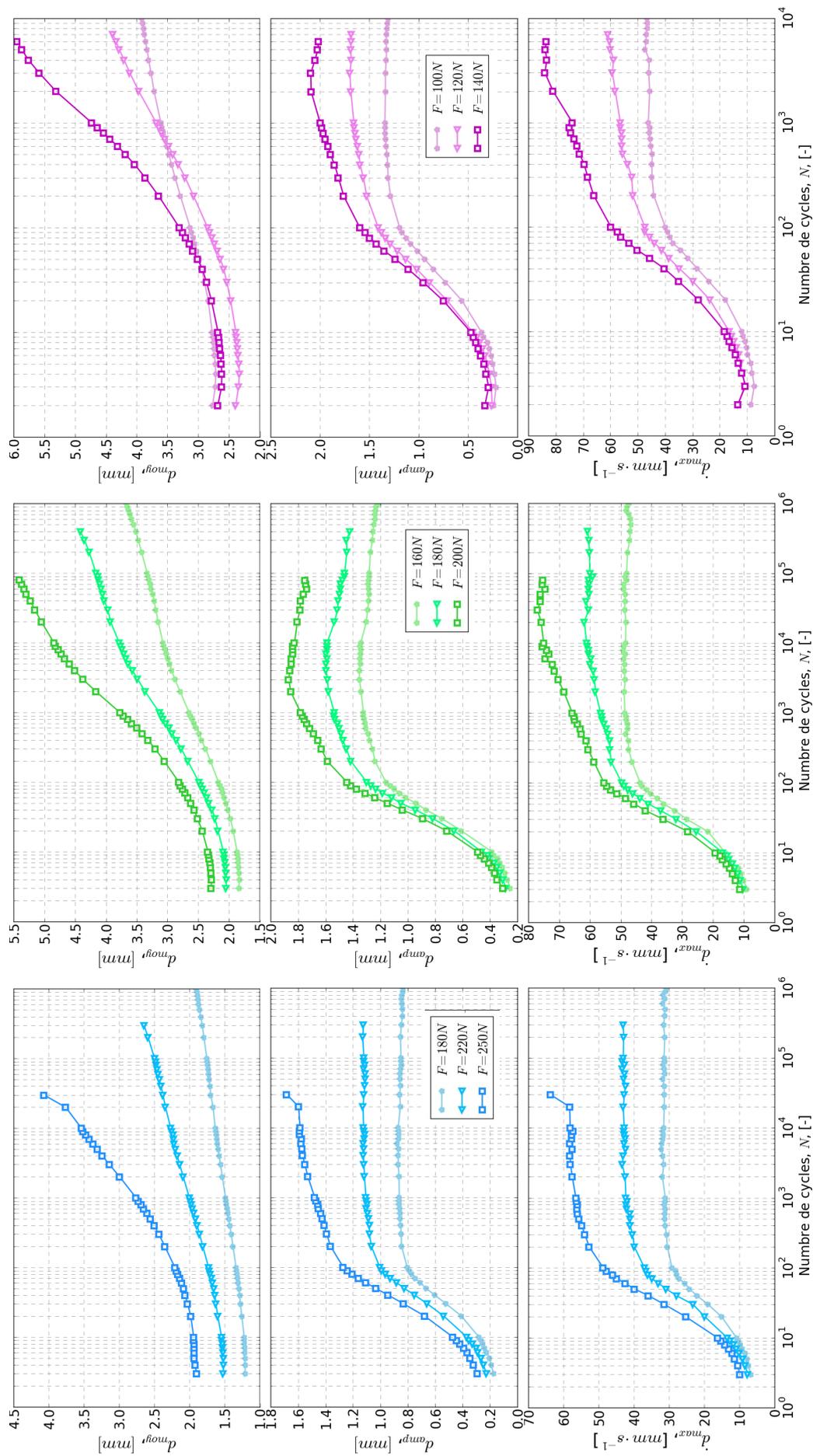
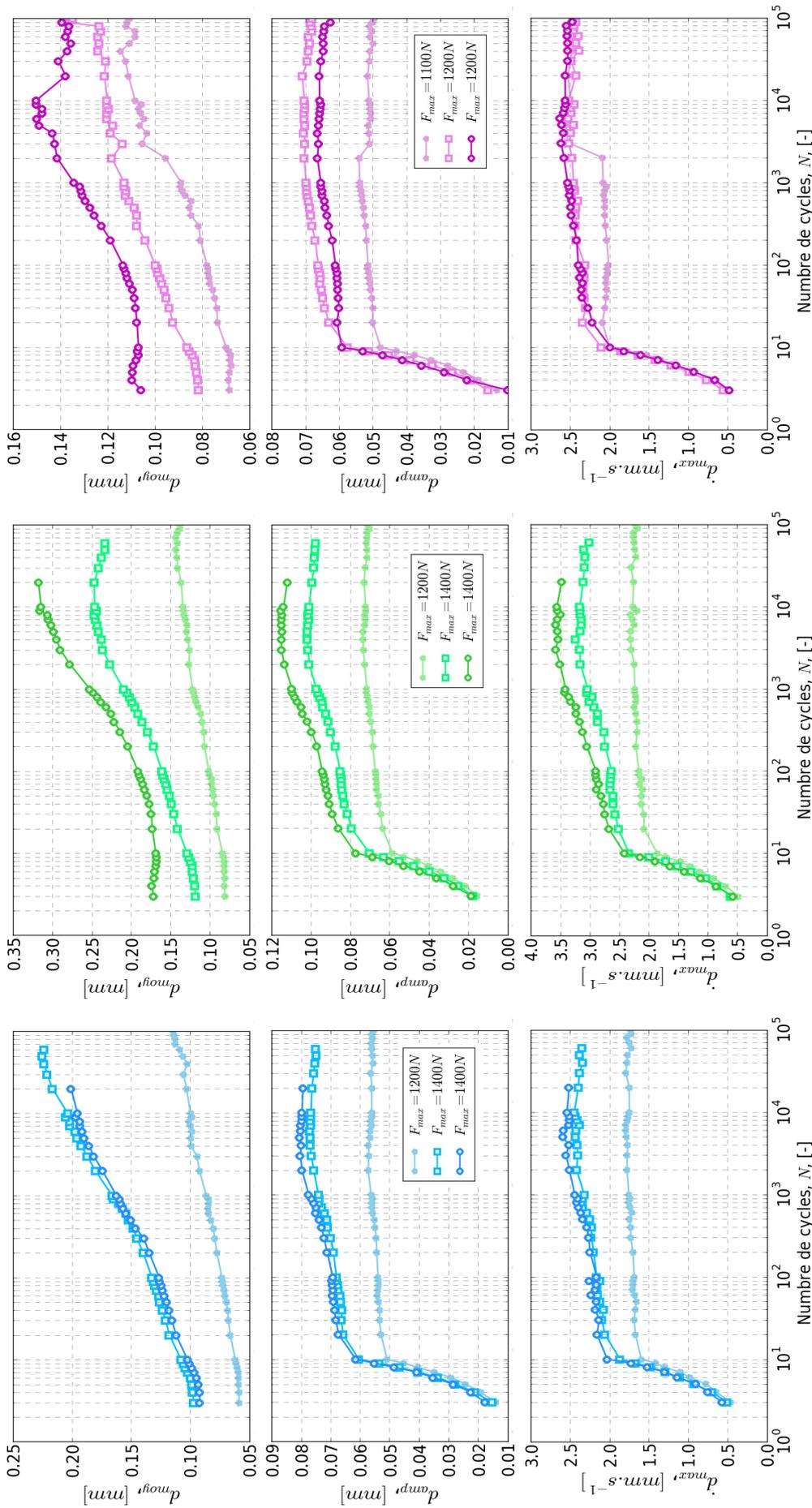


Figure 1.34 – Évolution du déplacement moyen d_{moy} , de l'amplitude de déplacement d_{amp} et de la vitesse de déplacement d_{max} d'éprouvette haltère Longi. du PA66GF30 de l'épaisseur (a) 3 mm, 50% HR, (b) 3 mm, 70% HR et (c) 4 mm, 70% HR au cours d'essais de fatigue en traction-traction uniaxiale à $T_{amb} = 23^\circ C$, pour différentes valeurs maximales de contrainte appliquée.

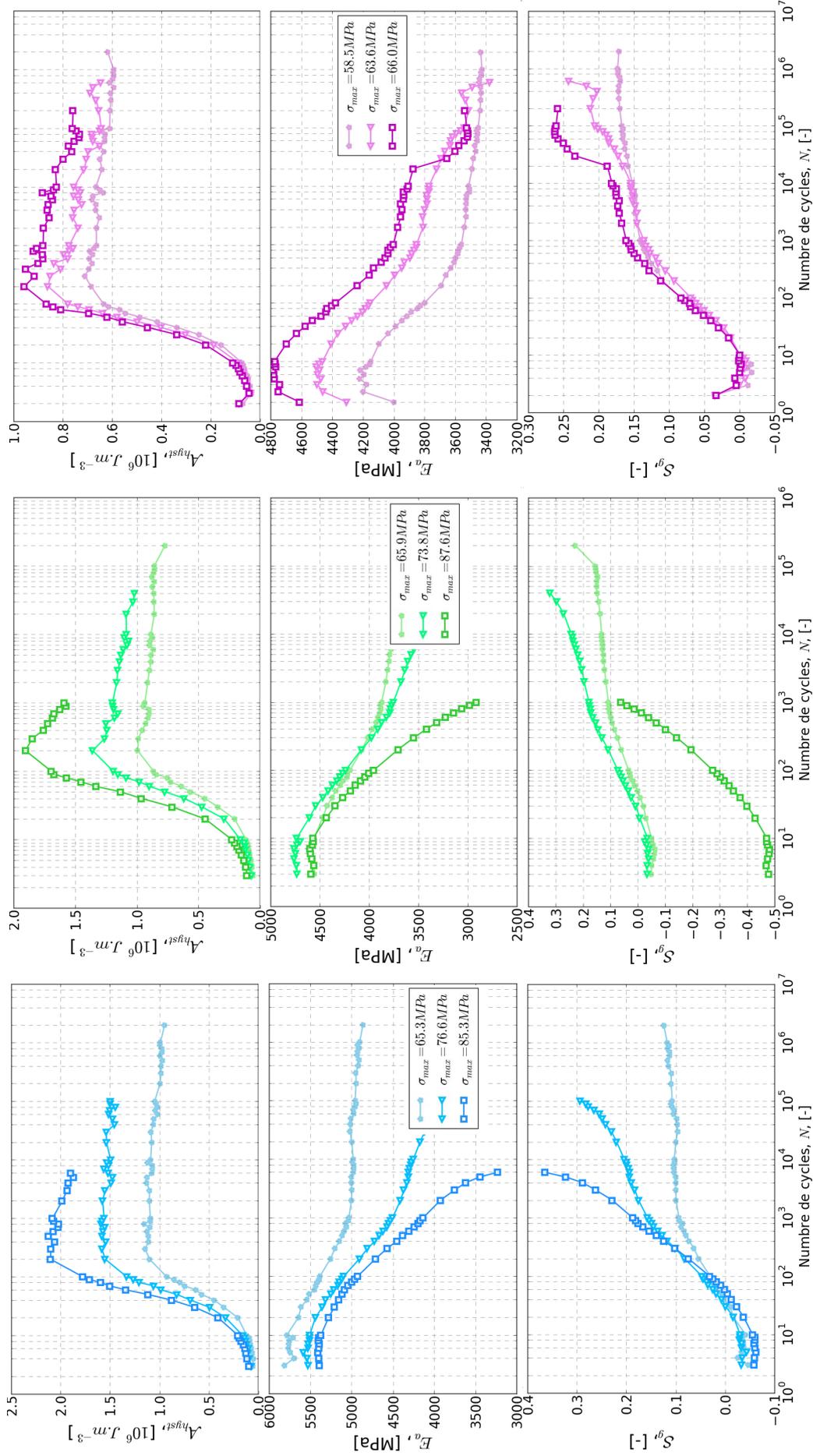


(a) Barreau - Longi.
(b) Barreau - 25deg.
(c) Barreau - Trans.

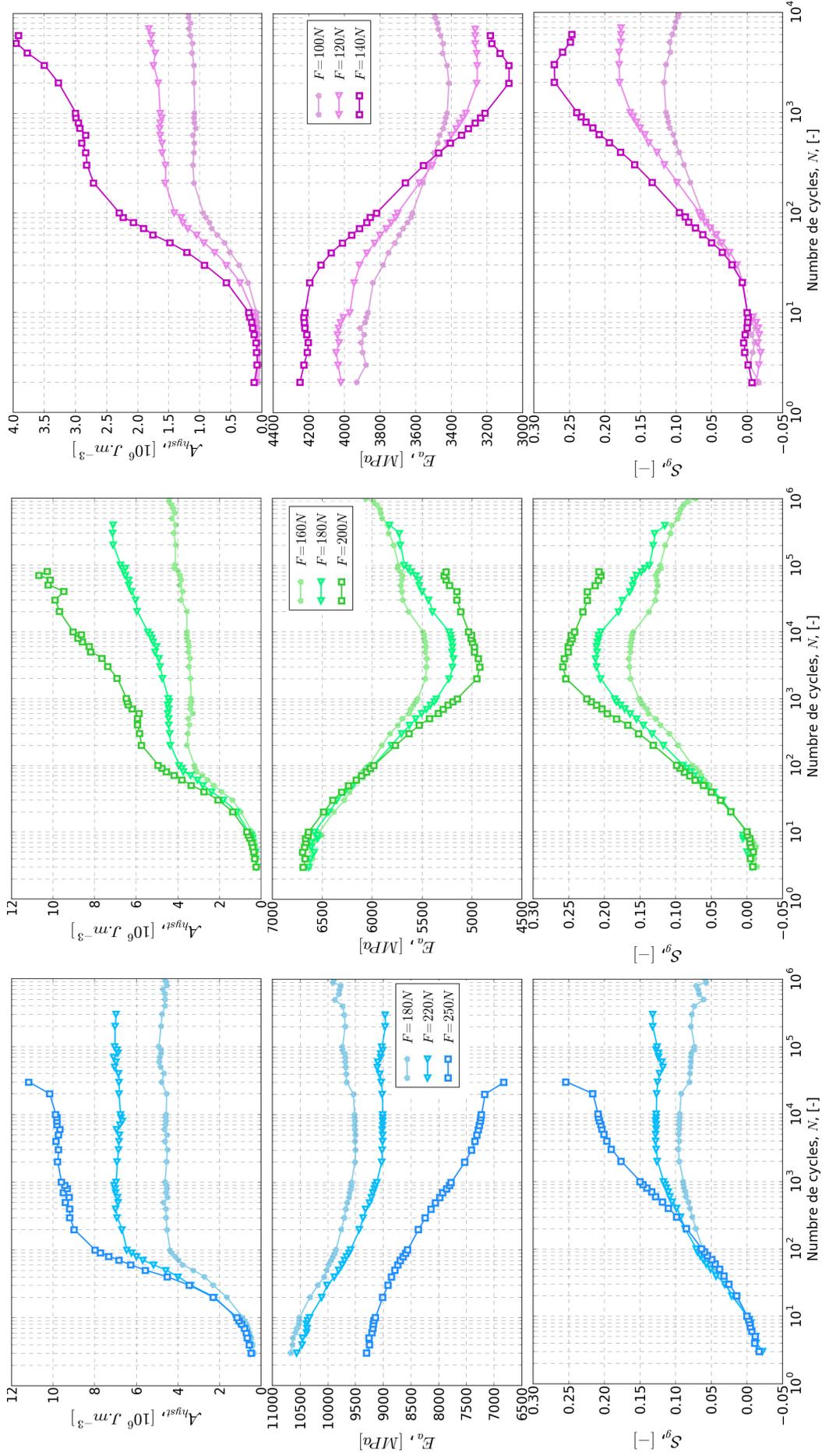
Figure 1.35 – Évolution du déplacement moyen d_{moy} , de l'amplitude de déplacement d_{amp} et de la vitesse de déplacement d_{max} d'éprouvette (a) Longi., (b) 25deg. et (c) Trans. en forme de barreau du PA66GF30 contenant 1.24% d'eau (HR=50%), au cours d'essais de fatigue en flexion 3 points à $T_{amb} = 23^{\circ}C$, pour différentes valeurs maximales de contrainte appliquée.



(a) *Cruciforme* – 45° – *axe A* (b) *Cruciforme* – 45° – *axe B* (c) *Cruciforme* – 0°/90° – *axe B*
Figure 1.36 – Évolution du déplacement moyen d_{moy} , de l'amplitude de déplacement d_{max} et de la vitesse de déplacement \dot{d}_{max} d'éprouvette cruciforme (a) 45° sur l'axe A, (b) 45° sur l'axe B et (c) 0°/90° sur l'axe A du PA66GF30 contenant 1.24% d'eau (50% HR), au cours d'essais de fatigue en traction biaxiale à $T_{amb} = 23^{\circ}C$, pour différentes valeurs maximales de contrainte appliquée.

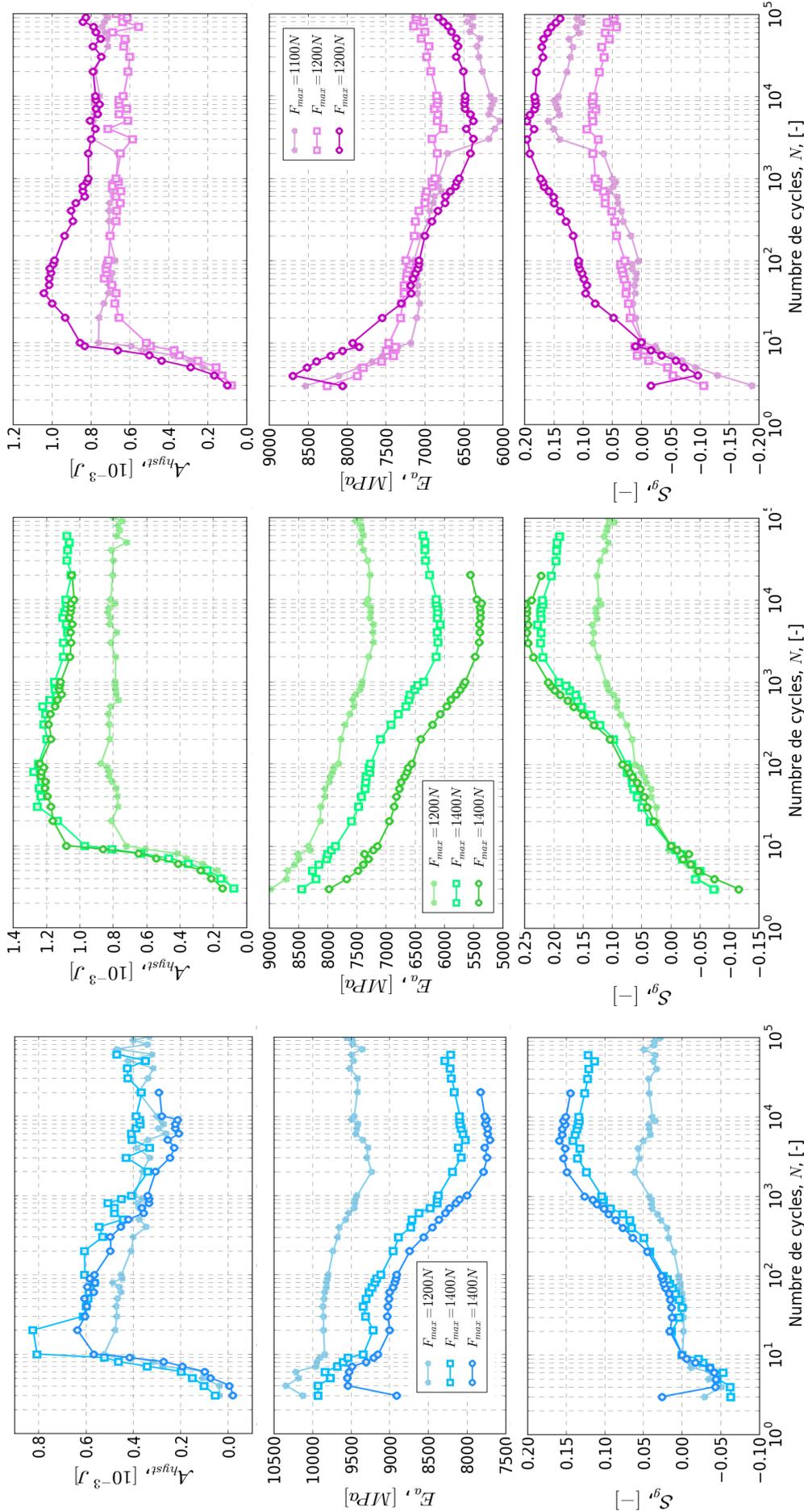


(a) Haltère – 3mm – Longi. – 50% HR (b) Haltère – 3mm – Longi. – 70% HR (c) Haltère – 4mm – Longi. – 70% HR
Figure 1.37 – Évolution de l'aire du boucle d'hystérésis A_{hyst} , de l'inclinaison du boucle de fatigue E_a et de l'évolution de la pente du boucle de fatigue S_g d'éprouvette haltère Longi. de PA66GF30 de l'épaisseur (a) 3 mm, 50% HR, (b) 3 mm, 70% HR et (c) 4 mm, 70% HR au cours d'essais de fatigue en traction-traction uniaxiale à $T_{amb} = 23^\circ C$, pour différentes valeurs maximales de contrainte appliquée.



(a) Barreau – Longi.
(b) Barreau – 25deg.
(c) Barreau – Trans.

Figure 1.38 – Évolution de l'aire du boucle d'hystérésis A_{hyst} , de l'inclinaison du boucle de fatigue E_a et de l'évolution de la pente du boucle de fatigue S_g d'éprouvette (a) Longi., (b) 25deg. et (c) Trans. en forme de barreau de PA66GF30 contenant 1.24% d'eau (50% HR), au cours d'essais de fatigue en flexion 3 points à $T_{amb} = 23^\circ C$, pour différentes valeurs maximales de contrainte appliquée.



(a) *Cruciforme* – 45° – *axe A*

(b) *Cruciforme* – 45° – *axe B*

(c) *Cruciforme* – 0°/90° – *axe B*

Figure 1.39 – Évolution de l'aire du boucle d'hystérésis A_{hyst} , de l'inclinaison du boucle de fatigue E_a et de l'évolution de la pente du boucle de fatigue S_g d'éprouvette cruciforme (a) 45° sur l'axe A, (b) 45° sur l'axe B et (c) 0°/90° sur l'axe A de PA66GF30 contenant 1.24% d'eau (50% HR), au cours d'essais de fatigue en traction biaxiale à $T_{amb} = 23^\circ C$, pour différentes valeurs maximales de contrainte appliquées.

1.5 Validation du critère de fatigue sur les éprouvettes : uniaxial - multiaxial

Dans cette section, nous présentons l'extension du critère de durée de vie en fatigue proposé par Fabre (2015) pour le cas de traction uniaxiale. Comme c'est présenté dans la sous-section 1.1.4.2, ce critère est basé sur l'énergie de déformation restituée du cycle de fatigue stabilisé pondérée par la fraction volumique de la matrice $\mathcal{W}_{restapprox.}/V_{pa66}$. Le 2000^{ième} cycle est établi comme le cycle de fatigue stabilisé dit de référence (voir la figure 1.12 et l'équation 1.5). En effet, pour évaluer le critère de fatigue sur nos trois types d'essais de fatigue, ce critère peut être réécrit et approximé par l'équation 1.7. Par conséquent, l'acquisition des valeurs crêtes des charges appliquées F et des déplacements d seules sont nécessaires. Les difficultés pour évaluer le critère restent sur l'évaluation du volume élémentaire représentatif de fatigue (VER) de l'éprouvette avec une géométrie non régulière, lorsque les champs de contrainte et de déformation sont non homogènes.

$$\mathcal{W}_{restapprox.} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{max} + \sigma_{min}) \cdot \Delta\epsilon \approx \frac{1}{2} \cdot \alpha_U \cdot \frac{(F_{max} + F_{min}) \cdot \Delta d}{V_{VER}} \quad (1.7)$$

Un facteur d'amplification α_U est nécessaire pour analyser les essais sur éprouvette en forme de barreau (essai de flexion 3 points) et l'éprouvette cruciforme (essai de traction biaxiale) à partir des champs globaux de forces et de déplacement, car les champs ($\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\epsilon}$) sont hétérogènes.

1.5.1 Traction uniaxiale

Pour le cas de traction uniaxiale, nous considérons que les champs de déformation et de contrainte sont homogènes dans la zone utile entre les deux mors de fixation de l'éprouvette. Ils sont caractérisés par une valeur moyenne à partir de la charge appliquée et du déplacement mesuré au bout de l'éprouvette. Ainsi nous pouvons choisir toute cette zone utile comme le VER, le volume sous sollicitation est simplement le produit de l'aire de la section rectangulaire de l'éprouvette ($l \cdot d$) et de la longueur (L) de la zone utile : $V_{VER} = L \cdot l \cdot d$. Nous avons choisi la valeur caractérisée par Fabre (2015) pour $L = 20 \text{ mm}$.

Nous pouvons ainsi évaluer la valeur du critère de fatigue pour les essais de traction uniaxiale sur les éprouvettes d'épaisseur de 3 mm et de 4 mm dont la largeur est identique à celle des éprouvettes qui ont pour épaisseur 2 mm. Les évolutions de l'énergie $\mathcal{W}_{restapprox.}$ en fonction du nombre de cycles pour les essais de fatigue en traction uniaxiale sur ces différentes éprouvettes sont présentées dans la figure 1.40. Nous constatons une stabilisation de l'évolution à partir du nombre de cycles de l'ordre de 10^3 sauf pour les essais sur l'éprouvette à 3 mm d'épaisseur pour des charges importantes. En effet, les mécanismes d'endommagement dans le domaine oligocyclique pour ces niveaux de charges élevés ne sont pas identiques aux modes d'endommagement en fatigue à grands nombres de cycles (Hour and Sehitoglu, 1993). À l'exception de ces deux cas particuliers, la stabilisation de ces résultats justifie le choix de cycle de référence (2000^{ième}).

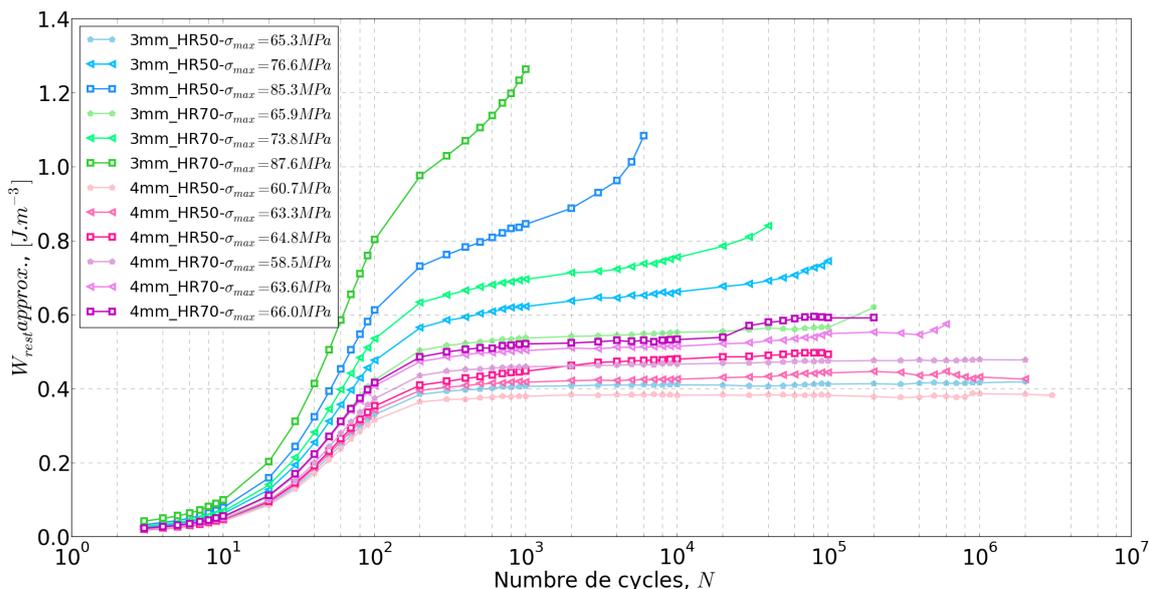


Figure 1.40 – Évolution de l'énergie $W_{rest\ approx.}$ en fonction du nombre de cycles pour les éprouvettes haltères H2 Longi. du PA66GF30 de différentes épaisseurs en traction uniaxiale à T_{amb} et à 50%/70% HR.

Les valeurs du critère de fatigue en traction uniaxiale pour les éprouvettes d'épaisseur de 3 mm et de 4 mm sont comparées avec celles d'épaisseur de 2 mm (Fabre, 2015). Ceci est présenté dans la figure 1.41. Nous constatons que les valeurs du critère des nouveaux essais s'insèrent parfaitement dans l'intervalle de dispersion du critère (voir la figure 1.13 et l'équation 1.6). Ceci montre que ce critère de fatigue tient compte de l'effet de la microstructure pour les éprouvettes de différentes épaisseurs avec une variation de proportion cœur/peau (voir la figure 1.21).

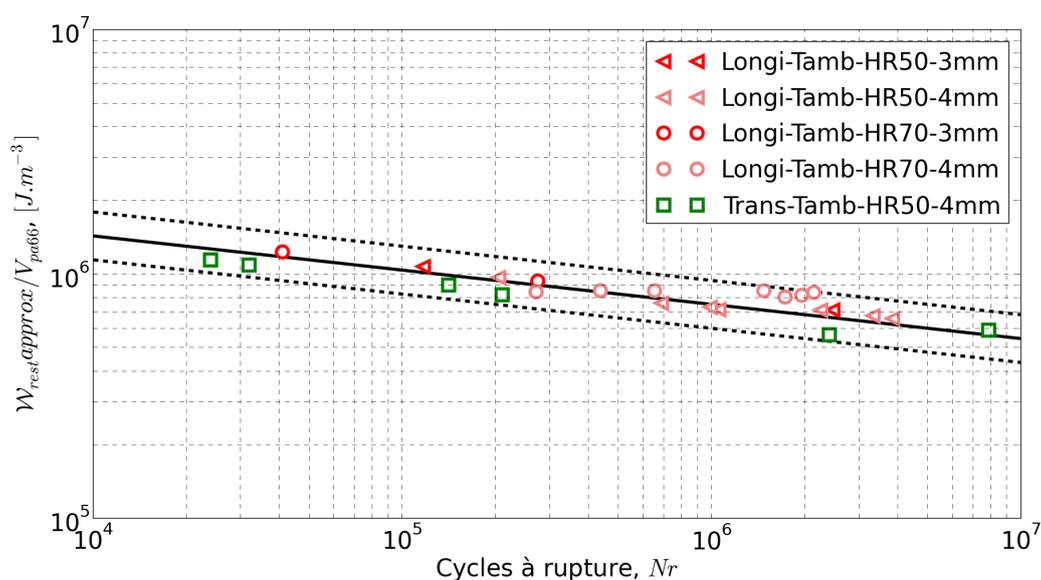


Figure 1.41 – Courbe d'endurance du PA66GF30, unifiée par le critère en énergie de déformation restituée au cycle stabilisé de référence en traction uniaxiale, rendant compte des effets de la microstructure (proportion cœur/peau), de l'orientation des fibres, de la température et de la teneur en eau du PA66.

1.5.2 Flexion 3 points

Au cas de flexion 3 points, une moitié de l'éprouvette est sous traction et l'autre moitié est sous compression. Par conséquent, les champs de contrainte et de déformation ne sont pas homogènes. Afin d'en déduire une solution analytique pour les champs de contrainte et de déformation, nous appliquons la théorie des poutres dans le cas de petites déformations. Par simplification, nous supposons que nos barreaux de flexion satisfassent aux hypothèses de Bernoulli (Han et al., 1999). Ceci suppose que les sections droites des poutres sont perpendiculaires à la courbe moyenne, et la ligne neutre a un allongement nul. Nous pouvons en déduire le champ de contrainte dans le cas isotrope par l'équation 1.8. Nous avons vérifié par une approche de Timoshenko multi-couche anisotrope que l'effet du cisaillement est négligeable (voir la section 2.5.2.2).

$$\sigma_{xx} = -\frac{M_{fy}}{I_{G_y}} \cdot z \quad (1.8)$$

avec le repère de l'éprouvette présenté dans la figure 1.42 et les termes définis par les équations suivantes :

- Moment fléchissant : $M_{fy}(x) = \frac{F}{2}x$, F : la force appliquée;
- Moment quadratique : $I_{G_y} = \int z^2 dS = bh^3/12$;
- Déplacement : $v(x) = \frac{1}{EI_{G_y}}(\frac{F}{12}x^3 - \frac{F}{16}l^2x)$, $l = 64 \text{ mm}$: la distance entre 2 appuis du montage de flexion.

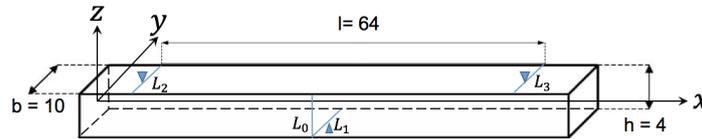


Figure 1.42 – Présentation du repère de l'éprouvette en forme de barreau pour flexion.

L'hypothèse d'élasticité orthotrope transverse nous permet d'obtenir le module d'élasticité E_{xx} équivalent de notre barreau pour les trois types d'orientation des fibres différents de manière suivante :

$$E_{xx} = -\frac{Fl^3}{48dI_{G_z}} \quad (1.9)$$

avec $d = v(x = \frac{l}{2})$: la flèche de la poutre.

Nous pouvons ainsi en déduire le champ de déformation analytique par l'équation suivante :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E_{xx}} = \frac{24}{l^3}xz d \quad (1.10)$$

La valeur maximale de la contrainte et de la déformation théorique apparaissent au centre de l'éprouvette ($x = \frac{l}{2}, z = \frac{h}{2}$).

$$\sigma_{xx_{max}} = -\frac{3l}{2bh^2}F \quad \epsilon_{xx_{max}} = -\frac{6h}{l^2}d \quad (1.11)$$

Dû à la non-uniformité du champ de contrainte et de déformation, les valeurs du critère de fatigue en flexion 3 point doivent être évaluées localement dans la zone la plus sollicitée en traction où la fissure de fatigue s'initie. Le VER de fatigue doit être établi pour ce barreau est ainsi une zone autour de ce point central ($x \in [\frac{l-l_0}{2}, \frac{l+l_0}{2}]$, $z \in [\frac{h}{2} - h_0, \frac{h}{2}]$). Nous pouvons évaluer l'énergie $\mathcal{W}_{restapprox}$. moyennée dans cette zone de la manière suivante en regroupant l'équation 1.8 et l'équation 1.10 :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{restapprox} &= \frac{1}{h_0 \cdot \frac{l_0}{2}} \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}-h_0} \int_{\frac{l}{2}}^{\frac{l+l_0}{2}} \sigma_{xx}^2 \epsilon_{xx}^2 dx dz \\ &= \frac{16(F_{max} + F_{min}) \cdot \Delta d}{h_0 l_0 b h^3 l^3} [(\frac{l+l_0}{2})^3 - (\frac{l}{2})^3][(\frac{h}{2})^3 - (\frac{h}{2} - h_0)^3] \end{aligned} \quad (1.12)$$

Nous avons ainsi le volume du VER de fatigue pour le cas en flexion :

$$V_{VER} = \frac{h_0 l_0 b h^3 l^3}{32[(\frac{l+l_0}{2})^3 - (\frac{l}{2})^3][(\frac{h}{2})^3 - (\frac{h}{2} - h_0)^3]} \quad (1.13)$$

h_0 et l_0 sont évaluées à partir des essais de fatigue sur le barreau. Le critère de fatigue en énergie doit être unique pour la traction uniaxiale et la flexion. La dimension et le nombre d'éléments du maillage structural analysés devront être défini en relation avec cette taille du VER de fatigue (voir la section 4.2.2). Nous avons identifié un $h_0 = 0.5 \text{ mm}$ et $l_0 = 0.8 \text{ mm}$.

L'approximation des champs de déplacement et de déformation locaux sont vérifiées par la mesure avec la technique DIC. La zone de DIC est située au centre de l'éprouvette de section $4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ (voir la figure 1.43a). Un exemple du champ de déformation est présenté dans la figure 1.43b. Ces résultats sont obtenus en utilisant le logiciel d'analyse des images Vic-2D. La précision statistique pour la déformation de l'ordre de 10^{-5} . Nous pouvons constater que le champ de déformation est homogène par couche dans la zone de DIC. Ceci est expliqué par la théorie des poutres couplée avec l'effet de l'orientation des fibres (voir la figure 1.21). Par conséquent, nous analysons la variation de déformation en fonction de l'épaisseur sur la ligne L_0 perpendiculaire au centre de l'éprouvette.

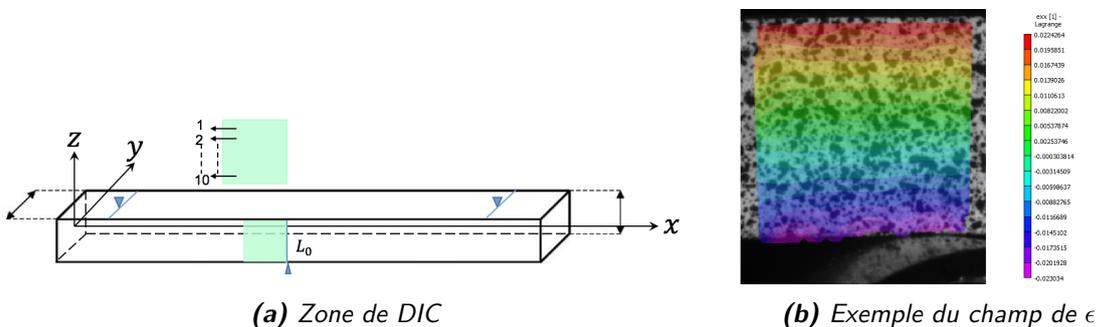


Figure 1.43 – Exemple du champ de déformation dans la zone de DIC.

Une dizaine d'images a été prise pendant l'essai de fatigue au moment du cycle de référence ($2000^{ième}$). Grâce à la synchronisation avec les mesures de la machine de fatigue (voir la figure 1.44a), nous pouvons situer les moments de prise d'images sur la caractérisation du cycle de fatigue. Nous pouvons ainsi tracer l'évolution de déformation expérimentale en fonction du temps pour chaque couche (positionnée sur la ligne L_0 sur la figure 1.43a) de l'éprouvette en

forme de barreau (voir la figure 1.44b). Ces résultats mettent en évidence une zone en traction et une zone en compression.

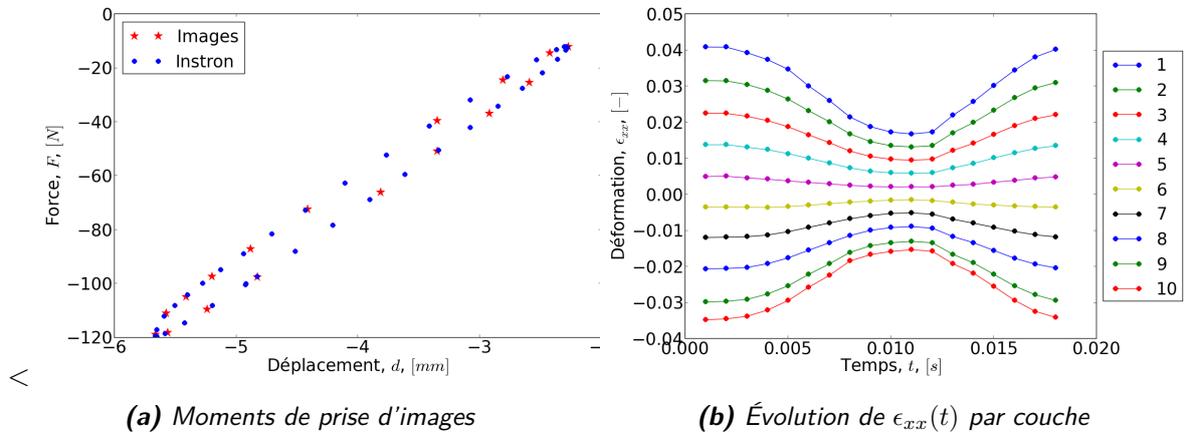


Figure 1.44 – Évolution de la déformation en fonction du temps pendant le cycle de référence (2000^{ième}) pour chaque couche ($n = 1$ à 10 et $z = 0.2 + 0.4(n - 1)$ mm) de l'éprouvette en flexion 3 points (voir la figure 1.43a).

Afin de visualiser la comparaison entre les mesures expérimentales par DIC et les solutions analytiques obtenues par l'équation 1.10, nous traçons la déformation maximale et minimale du cycle de référence pour chaque couche. Les évolutions de ϵ_{max} et ϵ_{min} en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette sont présentées dans la figure 1.45 pour les trois types d'éprouvette : *Longi.*, *25deg.* et *Trans.*

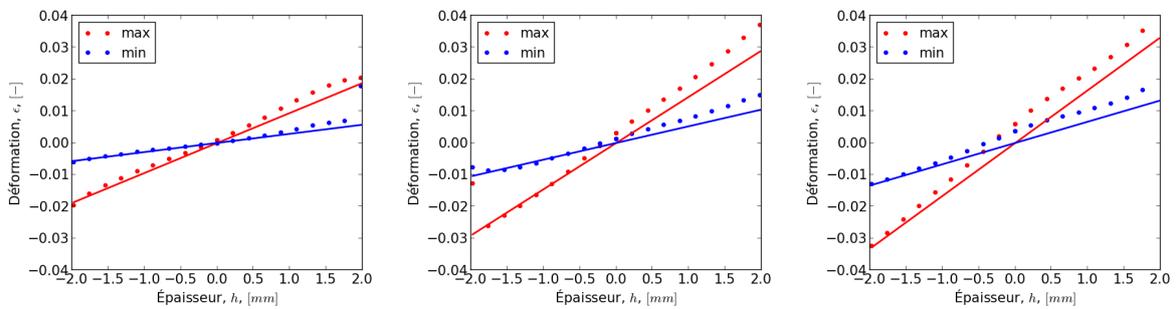


Figure 1.45 – Évolution de la déformation maximale et minimale du cycle stabilisé de référence en fonction de l'épaisseur analysée par DIC (marqueurs) et par la théorie des poutres (traits continus) pour les éprouvettes en forme de barreau avec différentes orientations des fibres (*Longi.*, *25deg.* et *Trans.*) du PA66GF30 en flexion 3 points à T_{amb} et à 50% HR.

	<i>Longi.</i> $F_{max} = 220$ N	<i>25deg.</i> $F_{max} = 180$ N	<i>Trans.</i> $F_{max} = 120$ N
$d_{max}(mm)$	3.214	4.954	5.664
$d_{min}(mm)$	0.976	1.789	2.280

Table 1.2 – Déplacement maximal et minimal du cycle stabilisé de référence expérimental pour les éprouvettes en forme de barreau avec différentes orientations des fibres (*Longi.*, *25deg.* et *Trans.*) du PA66GF30 en flexion 3 points à T_{amb} et à 50% HR.

Dans le tableau 1.2, les données expérimentales qui permettent de réaliser l'analyse ci-dessus

sont présentées. L'évolution de la déformation maximale et minimale du cycle stabilisé de référence est en déduite par l'équation 1.10 et le déplacement d (u_{zz} pour $z = \frac{h_0}{2}$).

La comparaison sur la figure 1.45 montre que les déformations sont correctement analysées par l'équation 1.10 pour la zone en compression. Pour la zone en traction, la prédiction de l'amplitude de la déformation est également satisfaisante. Par contre, une sous-estimation de la déformation n'est pas négligeable. En même temps, nous notons que la zone en traction est en effet plus grande que la zone en compression. Une déformation dissymétrique en traction et en compression a été observée également dans l'étude de [Fatemi et al. \(2015\)](#).

Rappelons-nous la méthode de dépouillement du critère de fatigue (l'équation 1.12), la bonne prédiction de l'amplitude de déformation du 2000^{ième} cycle est suffisante pour évaluer l'énergie de déformation restituée pour un essai piloté en charge. Sur ce point, le module d'élasticité prédit dans la zone en traction est satisfaisant. Ceci justifie notre hypothèse simplificatrice d'élasticité pour l'évaluation de la valeur du critère par le déplacement mesuré et la charge appliquée.

Les évolutions de l'énergie $\mathcal{W}_{restapprox.}$ (voir l'équation 1.12) en fonction du nombre de cycles pour les essais de fatigue en flexion 3 points sont présentées dans la figure 1.46. La stabilisation des valeurs du critère arrive au même moment que le cas en traction avec un nombre de cycles de l'ordre de 10^3 . Le choix du 2000^{ième} cycle de fatigue stabilisé comme le référence a été vérifié.

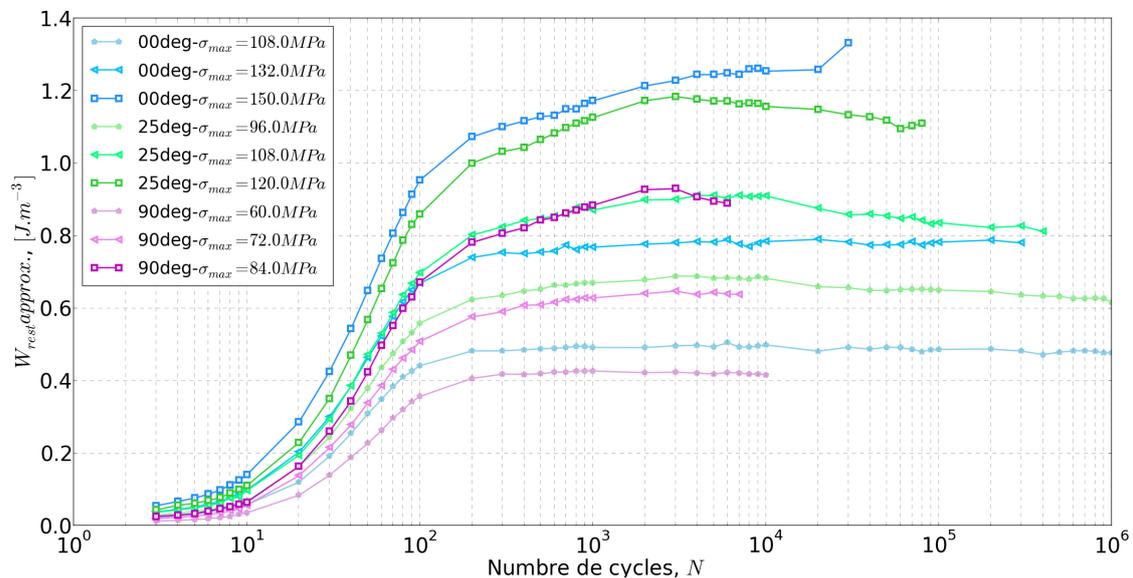


Figure 1.46 – Évolution de l'énergie $\mathcal{W}_{restapprox.}$ en fonction du nombre de cycles pour les éprouvettes en forme de barre du PA66GF30 avec différentes orientations des fibres du PA66GF30 en flexion 3 points à T_{amb} et à 50% HR.

Les valeurs du critère de fatigue en flexion 3 points pour les éprouvettes en forme de barre (marqueurs) sont comparées avec l'intervalle de dispersion des essais de fatigue en traction uniaxiale (traits), celle-ci est présentée dans la figure 1.47.

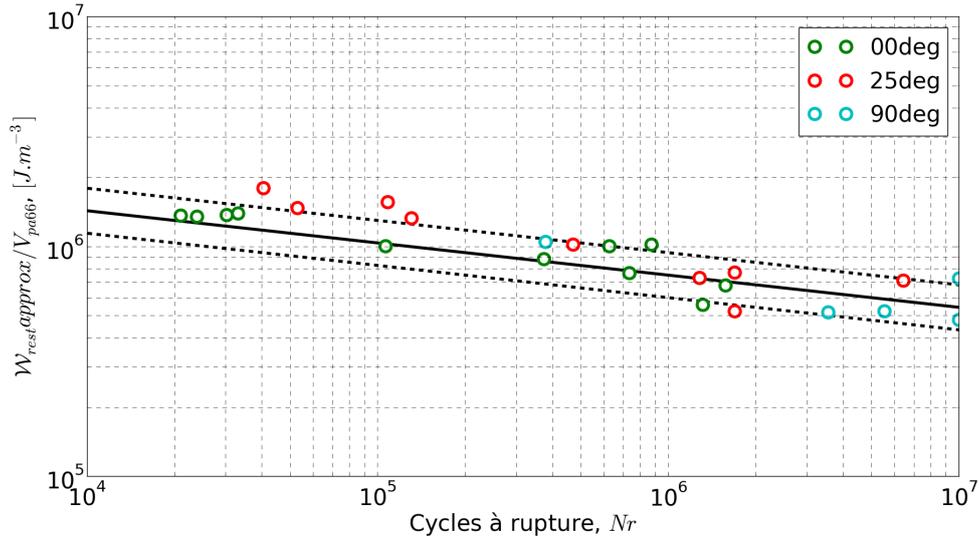


Figure 1.47 – Courbe d'endurance du PA66GF30, unifiée par le critère en énergie de déformation restituée au cycle stabilisé de référence en flexion 3 points à T_{amb} et à 50% HR, rendant compte des effets de l'orientation des fibres.

Nous constatons que les valeurs du critère des essais de fatigue en flexion 3 points (marqueurs) s'insèrent majoritairement dans l'intervalle de dispersion du critère en traction uniaxiale (traits) (voir l'équation 1.6). Seules les résultats des éprouvettes 25deg. sont situés légèrement au-dessus de l'intervalle de dispersion. Ces résultats sont peut-être dus à une légère rotation de l'éprouvette 25deg. En effet, les fibres ont un angle de 25° et ne sont pas symétriques par rapport à l'axe x (voir la figure 1.42). Pendant l'essai de fatigue en flexion 3 points, l'éprouvette 25deg. a ainsi une tendance à tourner et à diminuer l'orientation relative des fibres et des appuis de l'éprouvette. Ceci engendre une durée de vie plus longue que celle en réalité.

En conclusion, La bonne cohérence des résultats de flexion et de traction montre que ce critère de fatigue tient compte l'effet de la compression.

1.5.3 Traction biaxiale

Au cas de traction biaxiale, l'énergie fournie par deux axes de la machine de test \mathcal{U}_f sur l'éprouvette cruciforme est calculée comme suit :

$$\mathcal{U}_f = (F_{Amax} + F_{Amin}) \cdot \Delta d_A + (F_{Bmax} + F_{Bmin}) \cdot \Delta d_B \quad (1.14)$$

avec F_{Amax} , F_{Amin} , F_{Bmax} et F_{Bmin} : les charges maximales et minimales de l'axe A et de l'axe B respectivement, Δd_A et Δd_B : l'amplitude de déplacement de l'axe A et l'axe B respectivement.

La variation de l'épaisseur de l'éprouvette cruciforme (voir la figure 1.18 de la section 1.3.1.2) rendent difficile d'estimer le volume du VER sous la sollicitation de traction biaxiale. Les considérations du volume total ou du volume de la zone centrale de l'éprouvette comme le V_{VER} ont tous un écart important à propos de la valeur du critère de fatigue avec les résultats du critère uniaxial (voir la figure 1.48). Ceci montre que l'énergie consommée dans les bras de l'éprouvette cruciforme n'est pas négligeable.

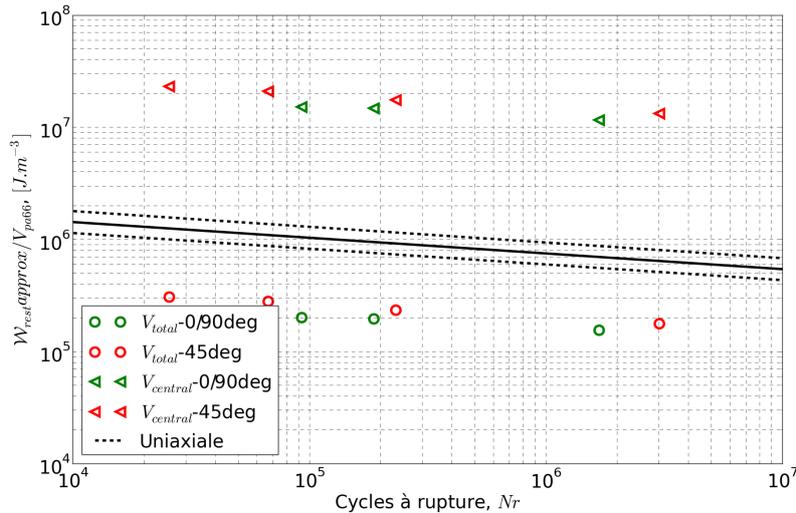


Figure 1.48 – Courbe d’endurance du PA66GF30, unifiée par le critère en énergie de déformation restituée au cycle stabilisé de référence en traction biaxiale, rendant compte des effets de l’orientation des fibres, estimée respectivement sur le volume total V_{total} et le volume de zone centrale $V_{central}$ de l’éprouvette cruciforme, comparée avec l’intervalle de traction uniaxiale.

De plus, l’hétérogénéité du matériau PA66GF30 rend difficile l’évaluation de ses champs de contrainte/déformation analytiquement. Ceci nécessite une méthode numérique pour évaluer la valeur du critère de fatigue. Pour cela, nous faisons d’abord une approximation d’ordre 1 en supposant que le matériau est élastique linéaire anisotrope. La caractérisation du comportement est détaillée dans le chapitre 2. Les simulations numériques d’une éprouvette cruciforme ont été réalisées, dans un premier temps pour une rampe d’effort afin d’obtenir la même amplitude de déformation qu’un cycle de référence. Ceci nous permet d’estimer la distribution de l’énergie de déformation sur l’éprouvette cruciforme qui égale à l’énergie fournie dans le cas élastique linéaire (Equation 1.14), comme c’est présenté dans la figure 1.49.

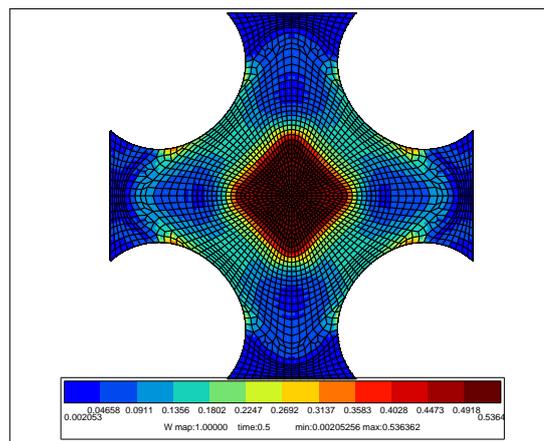


Figure 1.49 – Distribution de l’énergie de déformation sur l’éprouvette cruciforme en modélisant le comportement élastique anisotrope du PA66GF30 en régime linéaire.

Nous obtenons ainsi un facteur α_U pour le pourcentage d’énergie de déformation distribuée dans la zone centrale de l’éprouvette cruciforme de 45° et de 0°/90° respectivement. Les détails du calcul sont présentés dans la sous-section 2.5.2.3.

L'expression de l'énergie $\mathcal{W}_{rest\,approx.}$. (Equation 1.7) devient la formule suivante:

$$\mathcal{W}_{rest\,approx.} = \frac{\alpha_{U-angle} \cdot U_f}{V_{VER}} \quad (1.15)$$

avec : $\alpha_{U_{45^\circ}} = 5.26\%$ pour l'éprouvette de 45° et $\alpha_{U_{0^\circ/90^\circ}} = 6.73\%$ pour l'éprouvette de $0^\circ/90^\circ$. Le VER établi est la zone centrale amincie sous sollicitation biaxiale.

Les évolutions de l'énergie $\mathcal{W}_{rest\,approx.}$. (Equation 1.15) en fonction du nombre de cycles pour les essais de fatigue en traction biaxiale sont présentées dans la figure 1.50.

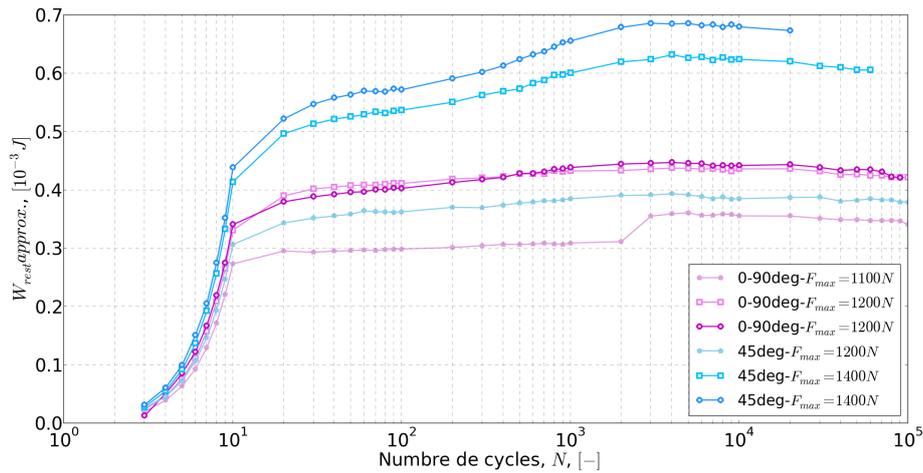


Figure 1.50 – Évolution de l'énergie $\mathcal{W}_{rest\,approx.}$ en fonction du nombre de cycles pour l'éprouvette cruciforme avec différentes orientations des fibres en traction biaxiale à T_{amb} et à 50% HR.

Les valeurs du critère de fatigue en traction biaxiale pour les éprouvettes cruciformes sont comparées avec celles des essais de fatigue en traction uniaxiale, comme c'est présenté dans la figure 1.51.

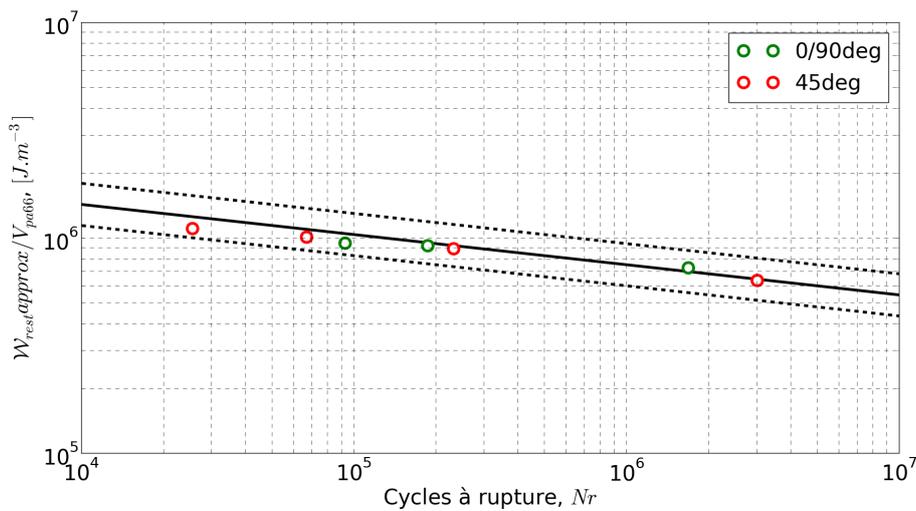


Figure 1.51 – Courbe d'endurance du PA66GF30, unifiée par le critère en énergie de déformation restituée au cycle stabilisé de référence en traction biaxiale à T_{amb} et à 50% HR, rendant compte des effets de l'orientation des fibres.

La bonne cohérence des résultats de traction biaxiale et de traction uniaxiale montre que ce

critère de fatigue tient en compte l'effet de la charge multiaxiale.

En regroupant les points expérimentaux des trois types d'essais de fatigue, nous obtenons la courbe d'endurance du PA66GF30 rendant compte des effets du mode de sollicitation (voir la figure 1.52). Les essais sont réalisés à T_{amb} et à 50% HR.

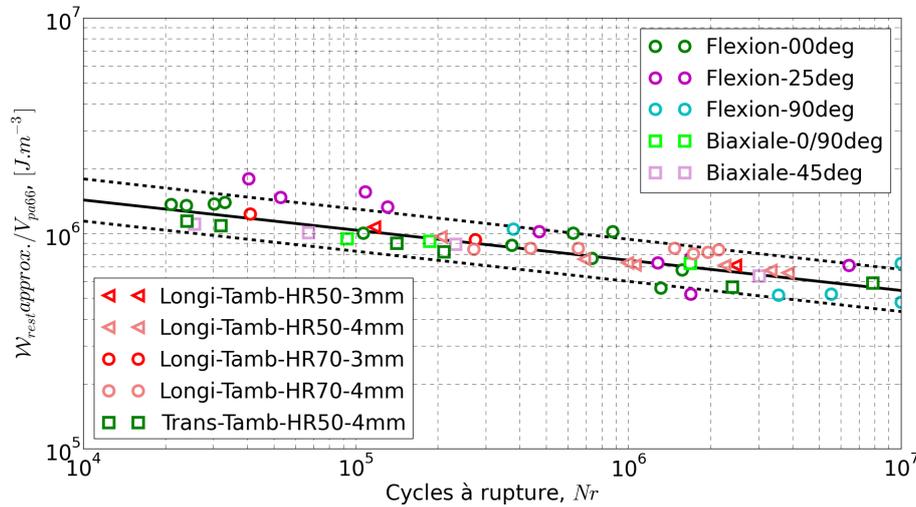


Figure 1.52 – Courbe d'endurance du PA66GF30, unifiée par le critère en énergie de déformation restituée au cycle stabilisé de référence, rendant compte des effets de la microstructure, de l'orientation des fibres, de la température, de la teneur en eau et du mode de sollicitation (traction uniaxiale/biaxiale et flexion 3 points).

1.6 Bilan du chapitre 1

Dans l'objectif de caractériser la tenue en fatigue du PA66GF30, nous avons réalisé trois types d'essais de fatigue : traction uniaxiale, flexion 3 points et traction biaxiale.

Nous avons appliqué le critère de fatigue proposé par Fabre (2015) pour ces trois types d'essais en faisant différentes hypothèses, plus précisément, l'énergie $\mathcal{W}_{rest\ approx}$ est calculée pour chaque essai sur le cycle de référence (2000^{ième}) et un volume élémentaire représentatif est identifié :

- Pour le cas de traction uniaxiale, nous avons vérifié que les champs (σ , ϵ) sont homogènes dans la zone utile d'une longueur de 20 mm au centre de l'éprouvette haltère H2. Cette zone est considérée comme le VER et le critère de fatigue est identifié.
- Pour le cas de flexion 3 points, le volume représentatif élémentaire a été identifié à partir d'un calcul de poutre orthotrope transverse. Les solutions analytiques ont été validées grâce aux mesures de DIC. Le critère de fatigue a été appliqué sur un VER identifié de dimension 1.6 mm * 0.5 mm. Ces analyses ont été validées par le calcul par EF d'un barreau.
- Pour le cas de traction biaxiale, nous avons fait l'analyse du VER à partir d'un comportement élastique anisotrope. Nous avons calculé d'abord le pourcentage d'énergie α_U -angle distribué dans la zone centrale de la traction biaxiale (voir le chapitre 2). De plus nous avons supposé que la distribution d'énergie est uniforme sur ce VER et le critère de fatigue a été appliqué dans la zone centrale.

L'analyse des données mécaniques a permis d'étendre le critère en énergie de déformation restituée au cas 3D en tenant en compte non seulement des effets de l'orientation des fibres, de la température, de la teneur en eau, mais également des effets de la microstructure et du mode de sollicitation (traction, compression, cisaillement, charge multiaxiale).

En revanche, les évaluations du critère sont réalisées pour l'instant via un VER défini à partir d'hypothèse d'élasticité (isotrope ou anisotrope), ce n'est pas le comportement réel de notre composite PA66GF30. Pour être plus représentatif et fiable, il nous faudra vérifier par la suite ce critère en modélisant avec le comportement hétérogène, anélastique intégrant la distribution de l'orientation des fibres. Pour cela, la caractérisation et l'analyse du comportement anisotrope du PA66GF30 sont présentées dans les chapitres suivants, le cas en régime linéaire dans le chapitre 2 et le cas en régime non linéaire dans le chapitre 3.

Chapitre 2

Développement du comportement du PA66GF30 en régime linéaire

*D*ans ce chapitre, nous présentons la modélisation du comportement mécanique du PA66GF30 en régime linéaire pour le cas élastique et le cas viscoélastique en petites déformations. Le comportement élastique anisotrope est modélisé par des modèles d'homogénéisations de Mori-Tanaka et d'Advani-Tucker. Le comportement viscoélastique est caractérisé par des essais de DMA et est modélisé par le modèle de Maxwell généralisé pour le cas anisotrope. La triple équivalence Temps-Température-Humidité proposée pour la matrice PA66 par Fabre (Fabre et al., 2018) a été évaluée également sur le composite PA66GF30. Par la suite, le comportement élastique anisotrope est appliqué sur les trois types d'éprouvettes. L'objectif est de valider le comportement en le comparant avec les mesures expérimentales DIC (Digital Image Correlation) et de raffiner le critère de fatigue en évaluant plus précisément l'énergie de déformation restituée sur un VER.

Table des matières

2.1	État de l'art	50
2.1.1	Modèle du composite en régime linéaire sans effet de vitesse : modèle élastique anisotrope	50
2.1.2	Modèle de la matrice en régime linéaire : modèle viscoélastique	52
2.1.3	Triple équivalence Temps-Température-Humidité pour PA66	54
2.2	Démarche de l'étude	58
2.3	Modélisation du comportement élastique anisotrope du PA66GF30	59
2.3.1	Modélisation numérique de la microstructure	59
2.3.2	Comparaison des solutions numériques et analytiques	62
2.3.3	Bilan du comportement élastique anisotrope du PA66GF30	69
2.4	Caractérisation et modélisation du comportement viscoélastique anisotrope du PA66GF30	69
2.4.1	Présentation des essais de DMA	69
2.4.2	Évaluation de la triple équivalence du PA66 pour le composite PA66GF30	70
2.4.3	Identification des paramètres du comportement viscoélastique	79
2.4.4	Mise en œuvre du comportement viscoélastique anisotrope au cas 3D	85
2.4.5	Bilan du comportement viscoélastique anisotrope du PA66GF30	86
2.5	Application et évaluation du critère sur les éprouvettes	87
2.5.1	Chaîne de calcul numérique	87
2.5.2	Résultats et discussions	88
2.6	Bilan du chapitre 2	93

2.1 État de l'art

Le matériau PA66GF30 dans cette étude est constitué d'une matrice thermoplastique en PA66 renforcé par des fibres de verre courtes. Il peut être considéré comme un composite biphasique en supposant que la matrice PA66 est homogène. Il existe deux approches différentes pour modéliser un matériau hétérogène de ce type : soit par une approche micromécanique multi-échelle, soit par une approche phénoménologique. L'approche micromécanique est de prédire les propriétés effectives (macroscopiques) des matériaux hétérogènes à partir de celles des constituants et de la connaissance de la microstructure. L'approche phénoménologique est basée sur la compréhension des mécanismes physiques microscopiques de déformation et/ou d'endommagement.

La notion d'un volume élémentaire représentatif (VER) est nécessaire pour la modélisation du comportement d'un matériau hétérogène. Elle est définie à l'échelle mésoscopique. Elle doit être plus grande que l'échelle microscopique pour permettre une représentation statistique correcte de la texture hétérogène du matériau étudié. Elle doit être également plus petite que l'échelle macroscopique pour pouvoir être remplacé par le comportement homogénéisé lors d'un calcul de structure.

2.1.1 Modèle du composite en régime linéaire sans effet de vitesse : modèle élastique anisotrope

Les modèles d'homogénéisation micromécaniques classiques basés sur la mécanique des milieux continus sont discutés par [Zaoui \(2002\)](#). Pour les composites renforcés de fibres courtes, les modèles élastiques les plus utilisés sont proposés par [Hershey \(1954\)](#), [Eshelby \(1957\)](#), [Mori and Tanaka \(1973\)](#), [Halpin and Kardos \(1976\)](#) et [Tandon and Weng \(1984\)](#). Ces modèles sont généralement limités dans le cas où les inclusions sont toutes orientées selon une direction unique. [Advani and Tucker \(1987\)](#) ont développé un modèle pour prédire le comportement élastique des composites anisotropes. Ce modèle est basé sur les propriétés unidirectionnelles prédites et étendu pour de tenir compte de l'orientation des fibres multi-directionnelles.

Récemment, beaucoup d'études du comportement élastique anisotrope du PA66GF30 sont basées sur cette procédure d'homogénéisation, à titre d'exemples, [Miled \(2010\)](#), [Esmaellou et al. \(2011\)](#), [Kammoun et al. \(2011\)](#), [Launay et al. \(2013a\)](#), [Gusev \(2017\)](#). Ce modèle est composé de deux étapes :

Étape 1 : L'évaluation des propriétés unidirectionnelles par le modèle de Mori-Tanaka ([Mori and Tanaka, 1973](#));

Étape 2 : L'intégration de ces propriétés sur toutes les orientations possibles dans le matériau par le modèle d'Advani-Tucker ([Advani and Tucker, 1987](#)).

2.1.1.1 Modèle d'homogénéisation : Mori-Tanaka

Le principe d'homogénéisation consiste à calculer la localisation des déformations autour des fibres $\underline{\epsilon}_f = \underline{\mathbf{A}} : \underline{\epsilon}$. Le tenseur de rigidité du composite est déterminé par la formule suivante :

$$\underline{\underline{\mathbf{C}}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m + V_f(\underline{\underline{\mathbf{C}}}_f - \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m)\underline{\underline{\mathbf{A}}} \quad (2.1)$$

où l'indice m représente les propriétés de la matrice et l'indice f représente celles des fibres. $\underline{\underline{\mathbf{C}}}_m$: le tenseur de rigidité de la matrice. $\underline{\underline{\mathbf{C}}}_f$: le tenseur de rigidité des inclusions. V_f : la fraction volumique des inclusions.

La première solution pour une inclusion ellipsoïdale dans un milieu isotrope est proposée par [Eshelby \(1957\)](#). Il suppose que les fibres sont suffisamment éloignées et qu'il n'y a aucune interaction entre elles. Dans ce cas, le tenseur de localisation des déformations $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$ est déterminé par la formule suivante :

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}}_{Eshelby} = [\underline{\underline{\mathbf{I}}} + \underline{\underline{\mathbf{E}}}\underline{\underline{\mathbf{C}}}_m^{-1}(\underline{\underline{\mathbf{C}}}_f - \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m)]^{-1} \quad (2.2)$$

avec $\underline{\underline{\mathbf{E}}}$: le tenseur d'Eshelby d'ordre 4 ([Mura, 1987](#)) (détaillé dans l'Equation A.3 de l'annexe A.3). $\underline{\underline{\mathbf{E}}}$ ne dépend que des propriétés de la matrice (coefficient de Poisson ν_m) et de la géométrie des inclusions.

Dans cette optique, ce modèle n'est valable que pour une solution diluée ($V_f \leq 1\%$). [Mori and Tanaka \(1973\)](#) ont étendu ce modèle pour une fraction volumique pour des inclusions entre 20 ~ 30%. Un terme correctif de la déformation moyenne (macroscopique) a été introduit dans la matrice afin de prendre en compte la perturbation créée par les fibres.

Le tenseur de rigidité effectif $\underline{\underline{\mathbf{C}}}^{MT}$ a été reformulé par [Benveniste \(1987\)](#) dans la formule suivante :

$$\underline{\underline{\mathbf{C}}}^{MT} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m + V_f[(\underline{\underline{\mathbf{C}}}_f - \underline{\underline{\mathbf{C}}}_m)\underline{\underline{\mathbf{A}}}_{Eshelby}][(1 - V_f)\underline{\underline{\mathbf{I}}} + V_f\underline{\underline{\mathbf{A}}}_{Eshelby}]^{-1} \quad (2.3)$$

où $\underline{\underline{\mathbf{I}}}$: le tenseur d'identité d'ordre 4.

Le modèle de Mori-Tanaka suppose que les inclusions aient une forme ellipsoïde, de sorte que la contrainte et la déformation sont uniformes dans chaque inclusion. La forme ellipsoïde inclut une grande variété de formes telles que les cylindres, les sphères, les disques et les rubans. Ceci justifie l'utilisation de ce modèle sur nos matériaux composites à fibres courtes. Cette utilisation s'effectue avec une approximation de la géométrie des fibres par une forme cylindrique.

2.1.1.2 Modèle d'homogénéisation : Advani-Tucker

Le modèle d'Advani et Tucker ([Advani and Tucker, 1987](#)) fait intervenir des tenseurs d'orientation des fibres d'ordre 2 ($\underline{\underline{\mathbf{a}}}_2$) et d'ordre 4 ($\underline{\underline{\mathbf{a}}}_4$) qui sont définis dans la sous-section 1.1.1.2, comme c'est expliqué dans l'équation 2.4.

$$\underline{\underline{\mathbf{C}}}_p^{AT} = b_1\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{1,p} + b_2\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{2,p} + b_3\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{3,p} + b_4\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{4,p} + b_5\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{5,p} \quad (2.4)$$

Chaque composante du tenseur de rigidité anisotrope s'écrit de la manière qui suit :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\mathbf{C}}}_{ijkl}^{AT} = & b_1 a_{ijkl} + b_2 (a_{ij} \delta_{kl} + a_{kl} \delta_{ij}) + b_3 (a_{ik} \delta_{jl} + a_{il} \delta_{jk} \\ & + a_{jk} \delta_{il} + a_{jl} \delta_{ik}) + b_4 (\delta_{ij} \delta_{kl}) + b_5 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dans le cas isotrope transverse, toutes les fibres sont alignées selon une seule direction, celle de l'axe 1 ($\underline{\underline{p}} = (1, 0, 0)$), chaque composante de ce tenseur de rigidité s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \underline{C}_{ijkl}^{MT} = & b_1 p_i p_j p_k p_l + b_2 (p_i p_j \delta_{kl} + p_k p_l \delta_{ij}) + b_3 (p_i p_k \delta_{jl} + p_i p_l \delta_{jk} \\ & + p_j p_k \delta_{il} + p_j p_l \delta_{ik}) + b_4 (\delta_{ij} \delta_{kl}) + b_5 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker.

Pour simplifier l'écriture, on adopte la notation contractée, où les axes de compression/traction (indices 11, 22 et 33) sont renumérotés de 1 à 3, et les axes de cisaillement (12, 23 et 13) de 4 à 6. Le tenseur de rigidité peut être présenté sous la forme d'une matrice (6, 6).

En plus, l'état d'isotropie transverse nous permet de déterminer les constantes $b_{i(=1\dots5)}$, comme c'est détaillé dans l'équation 2.7.

$$\begin{cases} b_1 = C_{11}^{MT} - 2C_{12}^{MT} - 4C_{66}^{MT} + C_{22}^{MT} \\ b_2 = C_{12}^{MT} - C_{23}^{MT} \\ b_3 = C_{66}^{MT} - \frac{1}{2}(C_{22}^{MT} - C_{23}^{MT}) \\ b_4 = C_{23}^{MT} \\ b_5 = \frac{1}{2}(C_{22}^{MT} - C_{23}^{MT}) \end{cases} \quad (2.7)$$

Grâce aux constantes $b_{i(=1\dots5)}$ de l'équation 2.5, nous obtenons le tenseur de rigidité anisotrope via la modèle d'Advani et Tucker (voir l'équation 2.5).

2.1.2 Modèle de la matrice en régime linéaire : modèle viscoélastique

Pour la plupart des composites, la déformation est élastique sous une charge assez faible. Ceci n'empêche pas que la dissipation d'énergie soit importante. Ce phénomène est expliqué par la viscosité. Différents modèles rhéologiques existent pour décrire un matériau viscoélastique isotrope par une approche phénoménologique. Ils sont souvent représentés par des amortisseurs purement visqueux pour le coefficient de viscosité η_i et des ressorts hookéens pour le module d'élasticité E_i mis en parallèle et/ou en série.

Dans beaucoup d'études, le modèle de Maxwell généralisé (voir la figure 2.1) est utilisé pour reproduire le comportement viscoélastique linéaire de certains polymères. À titre d'exemples, Détrez (Détrez, 2008; Detrez et al., 2011) a reconstruit les courbes maitresses du module d'Young complexe G' et G'' pour les trois polymères étudiés : le polybutène (PB), Le poly(ϵ -caprolactone) (PCL) et le polyamide 6 (PA6).

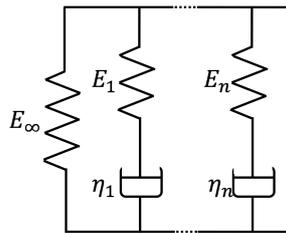


Figure 2.1 – Représentation du modèle rhéologique de Maxwell généralisé.

Dans le domaine des petites déformations, la relation entre la contrainte et la déformation

est linéaire. Les propriétés viscoélastiques dépendent uniquement du temps (fréquence de sollicitation) et de la température. Cela revient à considérer que les modules observés, rapport de la contrainte à la déformation, ne dépendent pas de l'état de déformation. Ainsi le régime est dit linéaire. Le modèle Maxwell généralisé est exprimé par :

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \sigma_\infty + \sigma_1 + \dots + \sigma_j + \dots \\
 \epsilon &= \sigma_\infty / E_\infty \\
 \dot{\epsilon} &= \frac{\dot{\sigma}_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{\eta_1} \\
 &\dots\dots \\
 \dot{\epsilon} &= \frac{\dot{\sigma}_j}{E_j} + \frac{\sigma_j}{\eta_j} \\
 &\dots\dots
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Dans le cas uniaxial isotrope, la réponse au test de relaxation, c'est-à-dire la contrainte de relaxation à partir de $E_0\epsilon_0$ à $t = 0$ jusqu'à $t \rightarrow \infty$ s'écrit :

$$\sigma(t) = E_\infty\epsilon_0 + \sum_{i=1}^n E_i\epsilon_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \tag{2.9}$$

On en déduit le module d'Young généralisé s'écrit de la façon suivante :

$$E(t) = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \tag{2.10}$$

avec : $\tau_i = \eta_i / E_i$ représente le temps caractéristique de relaxation de Maxwell.

À l'état initial ($t = 0$) sans relaxation, le module du plateau vitreux est exprimé dans l'équation 2.11.

$$E_0 = E_\infty + \sum_{i=1}^n E_i \tag{2.11}$$

On définit à partir de cette relation un facteur de pondération : $\omega_i = \frac{E_i}{E_0 - E_\infty}$, la somme $\sum_{i=1}^n \omega_i$ doit être égale à 1.

Pour tenir compte de la dualité entre la viscosité et l'élasticité, nous utilisons la notation du module complexe. Cette approche est fréquemment utilisée quand un matériau est soumis à une sollicitation dynamique dans le régime linéaire. À titre d'exemple, les essais mécaniques dynamiques (DMA) sont exploités via cette approche. Dans le cas d'une réponse dynamique, la dépendance du temps de la contrainte et la déformation s'exprime sous la forme $\exp(i\omega t)$ comme suit :

$$\epsilon(t) = \epsilon^* \exp(i\omega t), \quad \sigma(t) = \sigma^* \exp(i\omega t) \tag{2.12}$$

Le module complexe $E^*(t)$ pour une sollicitation en traction/compression, s'écrit de la manière suivante :

$$E^*(t) = \frac{\sigma^*(t)}{\epsilon^*(t)} = E' + iE'' \tag{2.13}$$

avec E' : la partie réelle de E^* , appelée module de conservation, caractérise le comportement élastique et E'' : la partie imaginaire de E^* , appelée module de perte.

Le modèle Maxwell généralisé (Équation 2.8) en terme complexe s'écrit :

$$\begin{aligned}
\sigma^* &= \sigma_\infty^* + \sigma_1^* + \dots + \sigma_j^* + \dots \\
E_\infty \epsilon^* \exp(i\omega t) &= \sigma_\infty^* \exp(i\omega t) \\
E_1 i\omega \epsilon^* \exp(i\omega t) &= \sigma_1^* \left(i\omega + \frac{1}{\tau_1}\right) \exp(i\omega t) \\
\dots\dots\dots \\
E_j i\omega \epsilon^* \exp(i\omega t) &= \sigma_j^* \left(i\omega + \frac{1}{\tau_j}\right) \exp(i\omega t) \\
\dots\dots\dots
\end{aligned} \tag{2.14}$$

On en déduit :

$$E^* = \frac{\sigma^*}{\epsilon^*} = \frac{\sigma_\infty^* + \sum_{i=1}^n \sigma_i^*}{\epsilon^*} = E_\infty + \sum_{j=1}^n \frac{i\omega\tau_j}{1 + i\omega\tau_j} E_j \tag{2.15}$$

avec :

$$E'(\omega) = E_\infty + \sum_{j=1}^n E_j \frac{\tau_j^2 \omega^2}{1 + \tau_j^2 \omega^2}, \quad E''(\omega) = \sum_{j=1}^n E_j \frac{\tau_j \omega}{1 + \tau_j^2 \omega^2} \tag{2.16}$$

L'homogénéisation dans le cas élastique peut être généralisé pour viscoélastique linéaire. Le principe de correspondance développée par [Lee \(1956\)](#) et [Mandel \(1966\)](#) est utilisée afin d'analyser la contrainte viscoélastique.

Pour les matériaux viscoélastiques linéaires, d'après le principe de superposition Boltzmann, la forme intégrale de la contrainte de relaxation uniaxiale s'écrit de la manière suivante :

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-s) \dot{\epsilon}(s) ds \tag{2.17}$$

$E(t-s)$ est la fonction de relaxation (voir l'équation 2.10).

L'application de la transformée de Laplace-carson (LC) définie par l'équation 2.18 :

$$f^*(s) = s \tilde{f}(s) = s \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \tag{2.18}$$

nous permet d'obtenir une équation $\sigma^* = E^* \epsilon^*$ dans l'espace LC. Cette équation est semblable au cas élastique, nous pouvons ainsi appliquer les modèles d'homogénéisation présentés dans la section 2.1.1. Par la suite, une inversion de la transformée de LC ([Donolato, 2002](#)) sera effectuée pour le retourner dans l'espace temporel. Nous obtenons ainsi la contrainte viscoélastique homogénéisée pour les matériaux viscoélastiques linéaires non-vieillissant.

Cette approche est adoptée dans les études de [Ricaud and Masson \(2009\)](#), [Hoang \(2011\)](#), [Rao and Dai \(2017\)](#). L'inconvénient de cette approche micromécanique est l'exigence d'application deux fois de la transformée de Laplace. En outre, le calcul doit être effectué terme par terme. Pour cela, un énorme coût de calcul est nécessaire au niveau d'espace de stockage et au niveau de temps de calcul.

2.1.3 Triple équivalence Temps-Température-Humidité pour PA66

Les effets de la fréquence, de la température et de la teneur en eau sur le comportement mécanique de la matrice polyamide 6,6 ont été étudiés dans la thèse de [Fabre \(2015; Fabre et al., 2018\)](#). En analysant les essais de DMA (Analyse Mécanique Dynamique), il a

développé d'abord une triple équivalence Temps-Température-Humidité pour PA66. Par la suite, il a validé cette triple équivalence en se basant sur les essais de traction charge-décharge équivalents en grandes déformations.

Dans le but de construire la courbe maitresse de type WLF, les essais de DMA pour l'éprouvette PA66 ont été réalisés par (Fabre et al., 2018). Dans ce sens, le balayage de fréquence doit être réalisé sur une gamme de température assez large. Cette gamme de température dépend de la teneur en eau de l'éprouvette, typiquement de $T_\alpha - 50^\circ C$ à $T_\alpha + 50^\circ C$, avec T_α la température de relaxation principale α . À chaque température, la stabilisation thermique a été maintenue 10 minutes pour éviter le gradient thermique dans l'éprouvette, ainsi la fréquence est balayée de 0.1 Hz à 100 Hz.

Dans un premier temps, l'influence de la température sur la réponse mécanique a été étudiée. La loi WLF (Williams et al., 1955) a été introduite pour étudier l'équivalence de la température T et de la fréquence f . Cette étude a été réalisée à travers l'utilisation du paramètre matériau du temps de caractéristique τ . Le facteur de translation $a_{(T/T_{ref})}$ décrit le rapport du temps de relaxation à une température quelconque par rapport à celle de référence comme c'est expliqué dans l'équation 2.19 et l'équation 2.20. Dans le domaine des petites déformations, ce facteur d'équivalence Temps-Température peut être approximé par le rapport inversé de la vitesse de déformation.

$$a_{(T/T_{ref})} = \frac{\tau_T}{\tau_{T_{ref}}} = \frac{\dot{\epsilon}_{T_{ref}}}{\dot{\epsilon}_T} \quad (2.19)$$

$$\log a_{(T/T_{ref})} = \frac{-C_1(T - T_{ref})}{C_2 + (T - T_{ref})} \quad (2.20)$$

Dans l'hypothèse de la simplicité thermorhéologique, tous les temps caractéristiques présentent la même loi de variation avec la température. En choisissant la température de référence, les translations des mesures isothermes de T à T_{ref} avec une superposition optimale ont pour l'amplitude $\log a_{(T/T_{ref})}$ suivant l'axe des fréquences. Pour chaque éprouvette avec une teneur en eau différente, une courbe maitresse temps-température peut être construite à la température de référence, comme illustrée la figure 2.2a. Les paramètres C_1 et C_2 identifiés pour ces données par (Fabre et al., 2018) sont reportés dans le tableau A.3 de l'annexe A.4. Ici la température de relaxation principale T_α ou la température de transition vitreuse T_g a été choisie comme la température de référence T_{ref} . T_α est déterminée à la valeur maximale de $\tan\delta$ à la charge de 1 Hz.

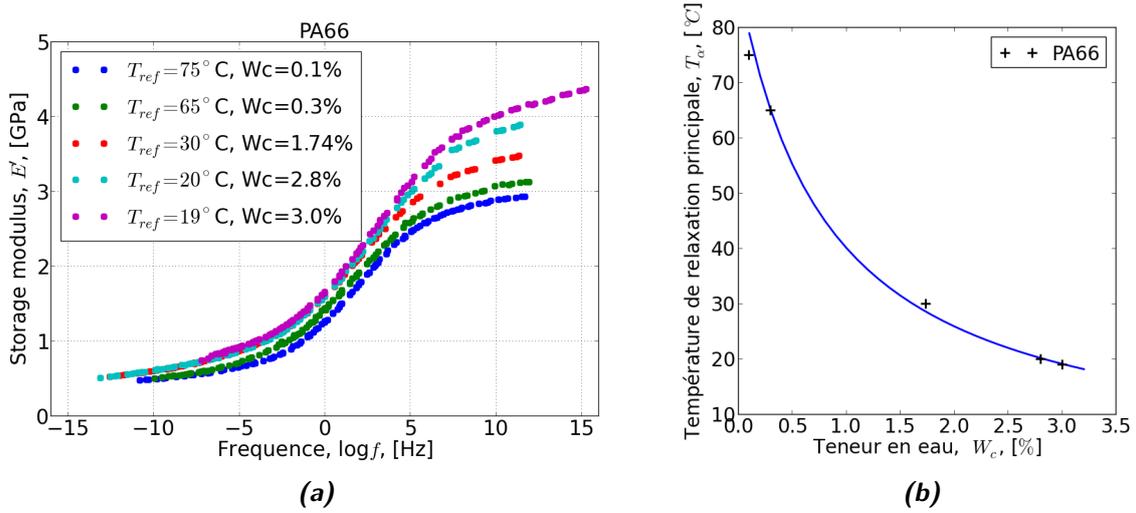


Figure 2.2 – Effet de la teneur en eau (a) sur la courbe maîtresse à une température de référence de $T_{ref} = T_\alpha$ pour l'éprouvette PA66, (b) sur la température de relaxation principale T_α pour les éprouvettes PA66, les données expérimentales ont été adaptées en utilisant l'équation 2.21, avec $T_\alpha^0 = 88.5^\circ\text{C}$ et $a = 0.0136^\circ\text{C}^{-1}$ (Fabre, 2015; Fabre et al., 2018).

Un modèle proposé par Fox (Fox and Flory, 1950; Fox and Loshaek, 1955; Fox, 1956) prédit la variation de T_α en fonction de la teneur en eau. Ce modèle a été appliqué par Fabre (Fabre, 2015; Fabre et al., 2018) pour la matrice PA66. La variation de T_α de PA66 est bien reproduite (la ligne bleue dans le Figure 2.2b) par le modèle écrit dans l'équation 2.21 :

$$\frac{1}{T_\alpha} = \frac{1}{T_\alpha^0} + a \cdot W_c \quad (2.21)$$

avec $T_\alpha^0 = 88.5^\circ\text{C}$ et $a = 0.0136^\circ\text{C}^{-1}$ dans cette étude.

Il est possible d'appliquer cette loi WLF en choisissant une nouvelle température de référence $T'_{ref} = T_{ref} + \Delta T$ avec les nouveaux coefficients suivants :

$$C'_1 = C_1 C_2 / (C_2 + \Delta T), \quad C'_2 = C_2 + \Delta T. \quad (2.22)$$

Dans un second temps, l'influence de l'humidité sur la réponse mécanique a été étudiée par Fabre (Fabre, 2015; Fabre et al., 2018),

Pour mettre en évidence l'effet de l'humidité, les courbes maîtresses à différents taux d'humidité sont évaluées à une unique température de référence $T_{ref} = 30^\circ\text{C}$. Le changement de température de la transition α à cause de l'humidité a généré un décalage horizontal des courbes maîtresses thermiques comme illustré dans la figure 2.3a.

La dépendance de la teneur en eau de ce décalage b_{W_c} est présentée dans la figure 2.3b. Ici une teneur en eau de 1.74% a été choisie comme "La référence". Le raisonnement par analogie de l'influence de la température définit le facteur de translation de type de loi WLF (l'équation 2.23 et l'équation 2.24) par rapport à l'humidité de référence.

$$b_{(W_c/W_{c_{ref}}, T_{ref})} = \frac{\tau_{W_c}}{\tau_{W_{c_{ref}}}} = \frac{\dot{\epsilon}_{W_{c_{ref}}}}{\dot{\epsilon}_{W_c}} \quad (2.23)$$

$$\log b_{(W_c/W_{c_{ref}}, T_{ref})} = \frac{-D_1(W_c - W_{c_{ref}})}{D_2 + (W_c - W_{c_{ref}})} \quad (2.24)$$

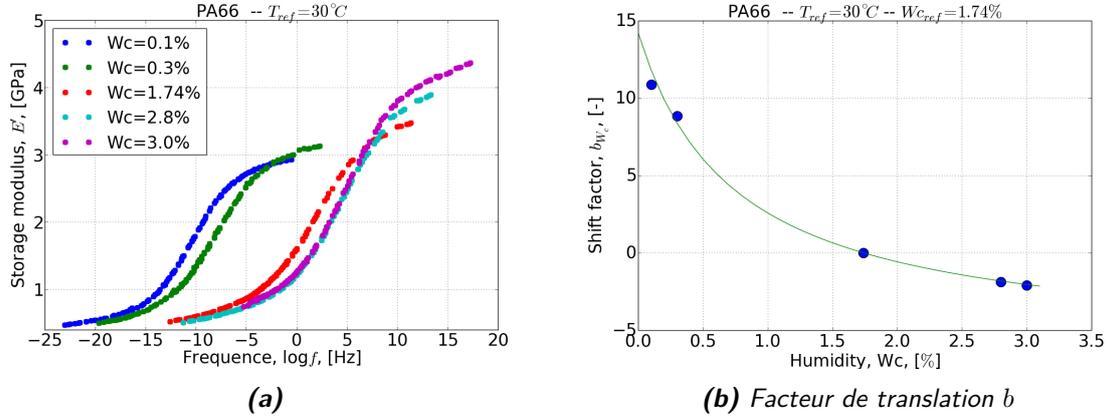


Figure 2.3 – Effet de la teneur en eau (a) sur la courbe maitresse à une température de référence de 30°C pour l'éprouvette PA66, (b) cette dépendance d'humidité est décrit par un facteur de translation b_{W_c} utilisé dans la figure 2.4, les données expérimentales ont été adaptées en utilisant l'équation 2.24, avec $D_1 = 6.1$ et $D_2 = 2.5\%$, à la température de référence $T_{ref} = 30^\circ\text{C}$ et à l'humidité de référence $W_{c_{ref}} = 1.74\%$ (Fabre, 2015; Fabre et al., 2018).

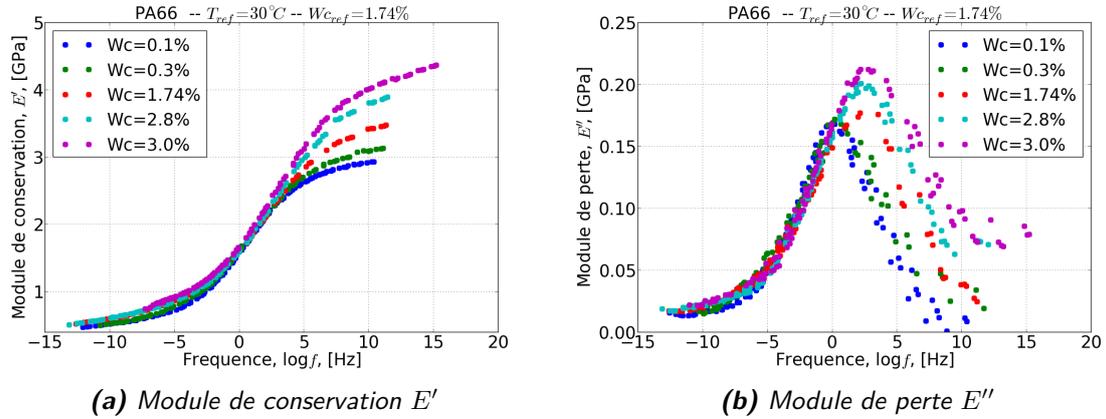


Figure 2.4 – Courbes maitresses hygrothermiques double décalées Température-humidité pour l'éprouvette PA66 (a) du module de conservation (b) et du module de perte en utilisant les mêmes facteurs de translation comme pour E' (Fabre, 2015; Fabre et al., 2018).

Les courbes maitresses hygrothermiques double décalées sont présentées dans la figure 2.4. La triple équivalence est validée par (Fabre et al., 2018) pour le comportement viscoélastique linéaire de PA66. Le domaine de validité de cette triple équivalence représente la vitesse de déformation de 10^{-5} s^{-1} à 10^2 s^{-1} à T_{ref} et $W_{c_{ref}}$. Cette triple équivalence n'a pas été validée sur le plateau vitreux.

Grâce à cette triple équivalence, les vitesses de déformation équivalentes peuvent être calculées pour deux conditions hygrothermiques quelconques à l'aide de l'équation 2.25 (Fabre et al., 2018) :

$$\dot{\epsilon}(T_0, W_{c_0}) = \dot{\epsilon}(T, W_c) \frac{a_{(T/T_{ref}, W_c)} \cdot b_{(W_c/W_{c_{ref}}, T_{ref})}}{a_{(T_0/T_{ref}, W_{c_0})} \cdot b_{(W_{c_0}/W_{c_{ref}}, T_{ref})}} \quad (2.25)$$

avec :

$$\log a_{(T_0/T_{ref}, W_{c0})} = \frac{-C'_{1W_{c0}}(T_0 - T_{ref})}{C'_{2W_{c0}} + (T_0 - T_{ref})} \quad (2.26)$$

$$\log b_{(W_{c0}/W_{cref}, T_{ref})} = \frac{-D_1(W_{c0} - W_{cref})}{D_2 + (W_{c0} - W_{cref})} \quad (2.27)$$

$$\log b_{(W_c/W_{cref}, T_{ref})} = \frac{-D_1(W_c - W_{cref})}{D_2 + (W_c - W_{cref})} \quad (2.28)$$

$$\log a_{(T/T_{ref}, W_c)} = \frac{-C'_{1W_c}(T - T_{ref})}{C'_{2W_c} + (T - T_{ref})} \quad (2.29)$$

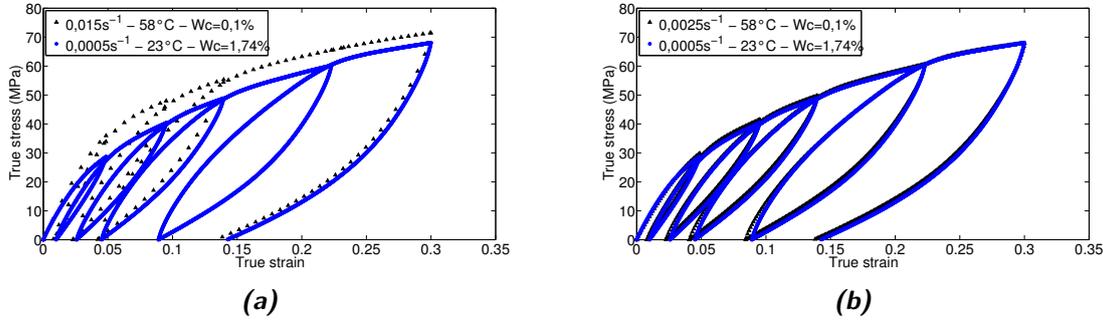


Figure 2.5 – Dépendance de temps-température-humidité à grande déformation pour PA66. (Fabre et al., 2018)

À la fin de l'étude de Fabre et al. (2018), cette triple équivalence a été validée suite à des grandes déformations pour la matrice PA66 en se basant sur les essais de traction charges-décharges, comme c'est illustré dans la figure 2.5.

2.2 Démarche de l'étude

L'objectif de ce chapitre 2 est de modéliser le comportement du PA66GF30 en régime linéaire dans le cas élastique et le cas viscoélastique.

Au niveau de la microstructure du matériau, le procédé de moulage par injection peut être simulé par Moldflow[®]. À l'aide du logiciel Digimat-Map[®], la distribution de l'orientation des fibres peut être projetée sur le maillage de calcul en donnant un tenseur d'orientation \mathbf{a}_2 à chaque point de Gauss.

Pour le cas élastique, les propriétés élastiques sont prédites avec des modèles d'homogénéisation en deux étapes. La première représente le modèle de Mori-Tanaka pour prédire les propriétés unidirectionnelles et la seconde représente le modèle d'Advani-Tucker pour tenir en compte l'orientation des fibres. Nous avons utilisé l'outil numérique CimLib[®] pour évaluer le comportement par la méthode des éléments finis (EF) en générant la microstructure des VERs. Nos résultats numériques ont été comparés avec ceux analytiques, dans le but de valider l'adaptation des modèles ainsi que la simulation microstructurale.

Pour le cas viscoélastique, une approche phénoménologique est souvent utilisé pour des

matériaux isotropes par le modèle Maxwell généralisé en se basant sur le mécanisme de déformation. À propos des matériaux hétérogènes, une approche micromécanique par le principe de correspondance permet de généraliser les homogénéisations élastiques dans le domaine viscoélastique linéaire. Les deux ont des inconvénients : la première est déconnectée de la microstructure, et la deuxième est coûteuse numériquement. Afin d'éviter les deux extrêmes, nous pensons d'intégrer des informations microstructurales dans un modèle phénoménologique. Pour cela, nous avons adapté le modèle Maxwell généralisé pour une microstructure anisotrope pour un matériau hétérogène anisotrope. De plus, comme présenté dans le chapitre 1, le comportement du composite PA66GF30 est influencé par l'humidité et la température. Nous avons évalué la triple équivalence Temps-Température-humidité proposée par [Fabre et al. \(2018\)](#) pour la matrice PA66 sur le composite PA66GF30. L'effet des renforts des fibres sur cette triple équivalence a été étudié.

Nous avons mis en œuvre la loi viscoélastique anisotrope en introduisant le modèle de triple équivalence dans une formulation par EF. Les paramètres du modèle sont identifiés à partir des essais de DMA sur éprouvettes de PA66GF30. Par la suite, le comportement est appliqué sur les éprouvettes cruciformes et de flexion pour validation. Notre objectif était de valider le comportement en le comparant avec les mesures expérimentales de DIC (Digital Image Correlation). À la fin, l'évaluation du critère de fatigue est raffinée par la simulation numérique.

2.3 Modélisation du comportement élastique anisotrope du PA66GF30

Dans ce sous-chapitre, nous modélisons le comportement élastique anisotrope du PA66GF30. La compréhension du comportement de ce matériau nécessite l'analyse mécanique de la microstructure. Le but est de mieux comprendre le comportement à l'échelle locale. Ainsi, l'outil numérique CimLib[®] est utilisé pour étudier le comportement des matériaux en modélisant le Volume Élémentaire Représentatif (VER) de la microstructure étudiée. Par la suite, les résultats numériques de EF sont comparés aux modèles d'homogénéisation analytiques. L'objectif est de vérifier l'adaptation des modèles d'homogénéisation à nos matériaux, celui de Mori-Tanaka et d'Advani et Tucker (voir la section 2.1.1), mais également de vérifier nos démarches de simulation microstructurale par la méthode des éléments finis.

2.3.1 Modélisation numérique de la microstructure

2.3.1.1 Génération du VER

La première étape représente la génération de la microstructure d'un VER (Volume Représentatif Élémentaire). Deux méthodes sont considérées pour la réalisation de cette tâche : soit la reconstruction exacte, soit la génération statistique.

Méthode exacte

La microstructure du matériau peut être reconstruite d'une manière exacte à partir des images 3D de tomographies. Les traitements d'images sont réalisés avec le logiciel Fiji ([Schindelin et al., 2012](#)) tels que la segmentation, la binarisation et la filtration pour obtenir directement la fonction de Level-Set. Finalement, nous exportons une image 3D en format RAW qui peut être

intégrée dans le code de calcul par EF.

Méthode statistique

La microstructure du matériau peut être reconstruite statistiquement en générant les fibres dans la matrice avec une distribution aléatoire ou orientée. Pour cette méthode, les paramètres suivants doivent être définis :

- taille du VER
- paramètres de fibres (taux/nombre, longueur, diamètre)
- propriétés mécaniques des fibres et de la matrice
- distribution de l'orientation des fibres

À ce jour, il n'existe pas dans CimLib, des modèles prenant en compte l'orientation des fibres. Par contre, l'orientation des fibres peut être immergée comme une donnée expérimentale si elle est obtenue à partir d'un autre logiciel. À titre d'exemple, les VERs générés par Digimat[®]. L'immersion des ces derniers peut être réalisée à l'aide d'un traitement avec le logiciel CAO 3D SOLIDWORKS[®].

2.3.1.2 Maillage du VER

La deuxième étape consiste à mailler les VERs via la méthodologie suivante :

- Mailler le VER avec un maillage initial généré dans Gmsh ([Geuzaine and Remacle, 2009](#)).
- Calculer l'interface des fibres et de la matrice :
 - Dans le cas d'une reconstruction exacte, l'image 3D est importée au format RAW. Nous calculons la fonction Level-Set (LS) qui caractérise l'interface de la matrice et des fibres.
 - Dans le cas d'une génération statistique, la fonction LS peut être calculée analytiquement. En outre, nous pouvons interpoler le maillage surfacique généré dans Gmsh[®] à partir des données surfaciques distinguées dans SOLIDWORKS[®].
- Pour décrire correctement l'interface des fibres et de la matrice, une adaptation de maillage isotrope est réalisée avec l'algorithme de remaillage Fitz développé par [Shakoor \(2016\)](#). Cet algorithme raffine une zone d'épaisseur $2\epsilon_h$ autour de l'interface qui est définie grâce à la fonction LS. La taille des mailles est définie par l'équation 2.30.

$$h = \max(\min(\frac{h_c}{\lambda_{\max}} + (h_{\max} - \frac{h_c}{\lambda_{\max}})\frac{\phi}{\epsilon_h}, h_{\max}), h_{\min}), \quad M = \text{diag}(\frac{1}{h^2}) \quad (2.30)$$

La taille des mailles est de h_{\max} hors de cette zone et de h_{\min} sur l'interface, elle varie dans cette zone de remaillage entre h_{\max} et h_{\min} en fonction de la courbure de l'interface ajustée par un paramètre h_c .

- Le processus "calcul de la LS" - "remaillage" peut être itératif pour gagner en qualité.

À la fin, le maillage est adapté pour le VER avec la fonction LS calculée. Une loi de comportement élastique linéaire est appliquée séparément pour la matrice d'un côté et pour les fibres de l'autre pour le calcul par EF.

2.3.1.3 Conditions aux limites

Face aux choix des conditions aux limites, il est nécessaire de revenir au modèle analytique afin de faire des simulations cohérentes avec le cas théorique. Le modèle de Mori-Tanaka est basé sur la solution d'Eshelby qui suppose que l'inclusion est dans un milieu infini isotrope élastique (Eshelby, 1957). Mori and Tanaka (1973) a étendu cette solution pour une fraction volumique des inclusions jusqu'à 30%. Pour cela, l'analyse est basée sur l'hypothèse de l'uniformité de la distribution des fibres.

Sous l'hypothèse du milieu infini, le cas idéal est d'imposer des conditions aux limites périodiques. Pour ceci, le maillage périodique est nécessaire. Par contre, cela est compliqué dans notre cas à cause du raffinement autour de l'interface des fibres et de la matrice. L'autre complication est de trouver une stratégie de remaillage adaptée. Dans le cas 2D, le choix est d'imposer deux côtés de symétrie, un troisième côté sollicité et un dernier côté non sollicité. Pour ce dernier côté non sollicité, nous imposons un déplacement du plan V_β compatible avec la sollicitation principale V_α , les bords restent perpendiculaires aux axes (voir la figure 2.6).

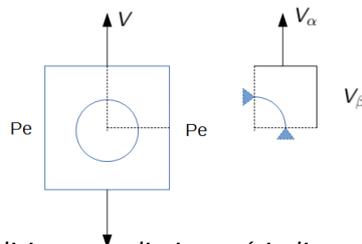


Figure 2.6 – Conditions aux limites périodiques pour un milieu infini.

Dans le cas 3D, il serait compliqué d'imposer les déplacements sur les deux surfaces non sollicitées et d'être compatibles avec la sollicitation principale. Comme nous restons toujours dans le cas des petites déformations ($< 5\%$), nous supposons que la surface reste plane et les 2 autres restent surfaces libres. De cette façon, l'unité est répétable pour simuler un milieu semi-infini dans le sens perpendiculaire à la direction de sollicitation. Nous avons réussi à imposer des conditions aux limites quasi-périodiques comme c'est présenté dans la figure 2.7.

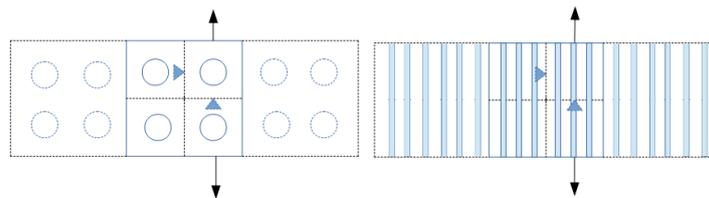


Figure 2.7 – Conditions aux limites quasi-périodiques.

Les champs effectifs (macroscopiques) obtenus sur le VER sont définis par la moyenne nor-

malisée des champs locaux (sur chaque élément), dans le volume entier d'un VER :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{loc} dV \\ \epsilon = \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{loc} dV \end{cases} \quad (2.31)$$

Le comportement élastique homogénéisé sera déterminé à partir des champs effectifs de contrainte et de déformation. Dans notre cas orthotrope, le tenseur de rigidité est composé de 9 modules indépendants.

- 3 modules d'Young : E_1, E_2, E_3 ;
- 3 coefficients de Poisson : $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$;
- 3 modules de cisaillement : G_{12}, G_{13}, G_{23} .

Ces modules pourront être déterminés par 3 essais de traction et 3 essais de cisaillement pur.

2.3.2 Comparaison des solutions numériques et analytiques

2.3.2.1 Méthodologie de comparaison

Dans l'objectif de vérifier l'adaptation des modèles d'homogénéisation à notre composite PA66GF30, les prédictions des modèles analytiques ont été comparées à celles des numériques par EF pour le comportement élastique homogénéisé. Nous comparons, plus précisément, les 9 modules indépendants de chaque VER déterminés par les 6 simulations de traction/cisaillement. Nous obtenons ainsi le tenseur de rigidité homogénéisé du VER.

Les propriétés élastiques linéaires de chaque constituant (matrice et fibre) sont résumées dans le tableau 2.1.

	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson (-)	Masse volumique (g/cm ³)
PA66 (matrice)	3	0.35	1.13
Fibres de verre	70	0.2	2.6

Table 2.1 – Propriétés de la matrice PA66 et des fibres de verre utilisés pour la comparaison des solutions numériques et analytiques.

Le diamètre des fibres est d'environ 10 μm , leurs longueurs peuvent varier entre 250 à 300 μm . Le facteur de forme des fibres β représente le rapport entre la longueur et le diamètre de fibre, qui varie entre 25 et 30. Le composite PA66GF30 a une teneur en fibres de 30% en masse, ce qui correspond à une fraction volumique de 15.7%. Pour cela, trois fractions volumiques comprises entre 10% et 30%, ainsi que différents rapports de forme ont été choisis et comparés. L'objectif est d'étudier l'influence des paramètres géométriques de la microstructure des matériaux, des propriétés des constituants afin de tester les limites des modèles d'homogénéisation.

2.3.2.2 Étude des sensibilités

Sensibilité au maillage

Nous avons commencé une étude de la sensibilité au maillage par le cas le plus simple et le plus représentatif : une seule fibre (voir la figure 2.8). La fraction volumique est de 20% et le

rapport de forme des fibres β est de 20. Plus précisément, la taille du VER est de : $20 \times 20 \times 100 \mu\text{m}^3$ et le diamètre de la fibre est de $5 \mu\text{m}$.

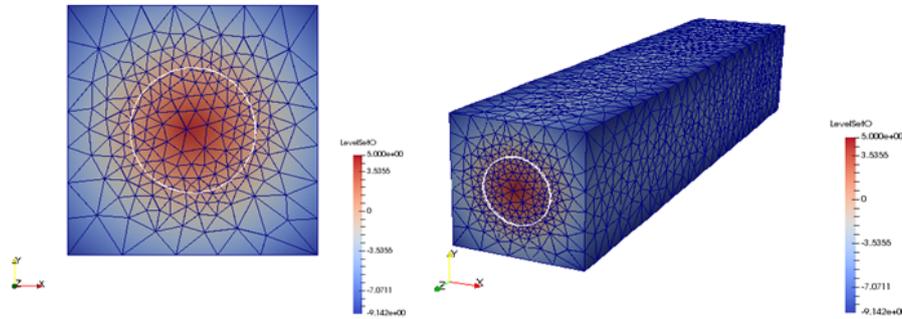


Figure 2.8 – Modélisation d'une seule fibre.

Nous avons réalisé des simulations de traction simple dans la direction d'orientation des fibres avec différents maillages. Les paramètres du maillage intervenants sont : l'épaisseur de la zone de remaillage autour de l'interface fibre/matrice $2\epsilon_h$, la taille de maille maximale h_{max} et minimale h_{min} ainsi qu'un paramètre d'ajustement h_c selon la courbure (voir l'équation 2.30 de la sous-section 2.3.1.2). Le maillage est raffiné au fur et à mesure en variant ces 4 paramètres. Les paramètres de raffinement sont détaillés dans l'annexe A.2.

Nous avons déduit le module d'Young effectif dans la direction de fibre par les champs de déformation et de contrainte effectifs. Nous avons nommé ceci le module "Longi" E_L . L'évolution du module E_L en fonction du nombre d'éléments est présentée dans la figure 2.9. Une valeur limite est atteinte vers 16.1 GPa .

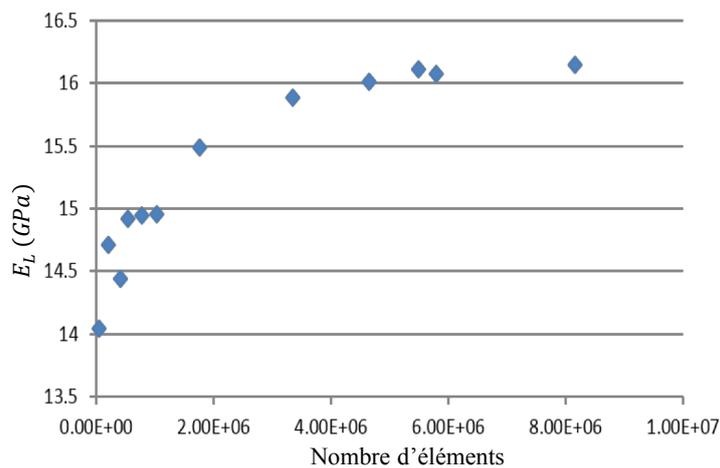


Figure 2.9 – Évolution du module d'Young effectif "Longi" E_L en fonction du nombre d'éléments.

Pour un VER d'une seule fibre, un nombre d'éléments vers $6 \cdot 10^6$ est nécessaire pour atteindre une prédiction stabilisée, avec un compromis entre la taille de maille et de zone de remaillage.

Sensibilité à la fibre traversante ou non

La prédiction numérique du module "Longi" E_L converge vers 16.1 GPa (voir la figure 2.9), par contre le résultat du modèle de Mori-Tanaka vaut 13.47 GPa pour ces paramètres du

matériau (flèche noire dans la figure 2.10). Afin d'expliquer cette différence entre le modèle de Mori-Tanaka et la méthode de EF, l'influence du rapport de forme sur le module "Longi" E_L est tracée dans la figure 2.10 (ligne bleue). Nous constatons que la prédiction numérique correspond au cas où le rapport de forme des fibres tend vers l'infini.

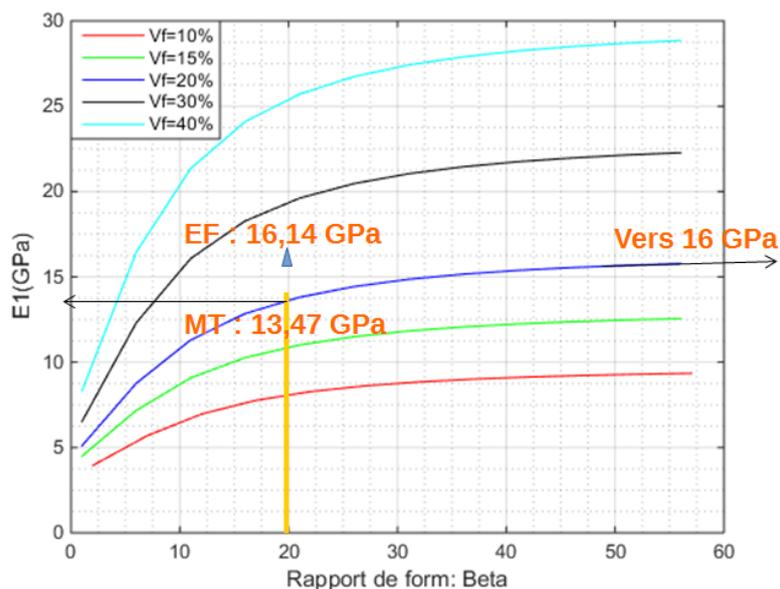


Figure 2.10 – Prédiction analytique du module d'Young "Longi" E_L par le modèle de Mori-Tanaka en fonction du rapport de forme β (ligne bleue) comparée à celle de numérisation (point rouge).

D'autres auteurs ont été confrontés à des résultats identiques, à titre d'exemple, l'étude de [Fliegner et al. \(2014\)](#). Ils expliquent cette différence par la connexion des fibres avec les deux surfaces sollicitées. Dans ce cas-là, les fibres contribuent au module effectif de façon équivalente comme des fibres de longueurs infinies.

Dans l'objectif de vérifier la sensibilité à la fibre traversante ou non, nous avons testé une fibre non traversante. Nous avons réalisé cela avec la même fraction volumique et avec le même rapport de forme que dans le cas précédent. Afin d'éviter des déformations importantes dans la zone de matrice pure au bout de la fibre, nous pouvons utiliser les 2 méthodes suivantes :

Méthode 1 : réaliser une compression latérale selon l'axe de la fibre.

Méthode 2 : augmenter la longueur de fibre en générant un cylindre assez long pour diminuer la zone de la matrice pure au bout de la fibre, à titre d'exemple : 98% de la longueur du VER.

La même stratégie de raffinement que dans le cas précédent est appliquée pour le cas d'une fibre non traversante. Les paramètres sont détaillés dans le tableau A.2 de l'annexe A.2. La prédiction numérique du module "Longi" E_L converge vers celle du modèle de Mori-Tanaka qui vaut 13.47 GPa (voir la figure 2.11). Ceci est en cohérence avec l'explication de [Fliegner et al. \(2014\)](#) est valable pour notre cas. Si la fibre est connectée sur la surface sollicitée et que nous imposons un plan de symétrie en face de cette surface, nous obtiendrons une longueur infinie de la fibre. Le rapport de forme n'intervient plus dans ce cas.

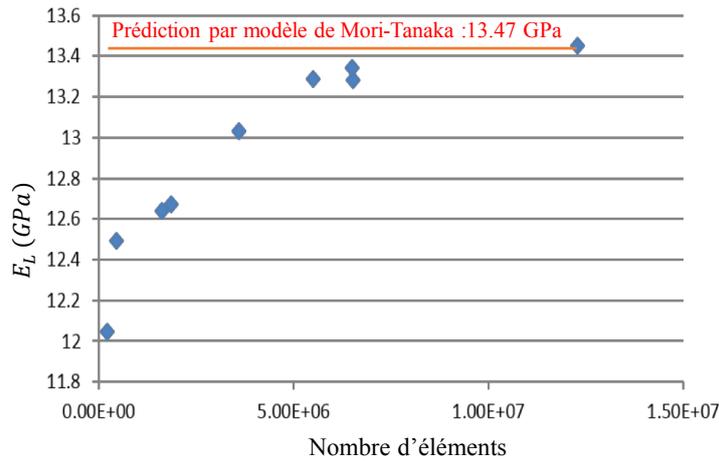


Figure 2.11 – Évolution du module d'Young effectif "Longi" E_L en fonction du nombre d'éléments pour une fibre non traversante.

Jusque-là, la validation du modèle de Mori-Tanaka est réalisée dans le cas le plus critique : une seule fibre. Le contraste des propriétés ainsi que les conditions aux limites jouent un rôle plus important dans ce cas-là.

Sensibilité au nombre de fibres

Dans un second temps, l'étude s'est axée sur la sensibilité au nombre de fibres ou autrement dit à la taille du VER. Les VERs sont générés en répétant le bloc d'une seule fibre. Les résultats des VERs pour un nombre de fibres de 4, de 8, etc sont comparés à celui d'une seule fibre (voir la figure 2.12). Ici, nous avons étudié 2 métriques du maillage avec différents paramètres comme c'est détaillé dans la figure 2.12a et la figure 2.12b.

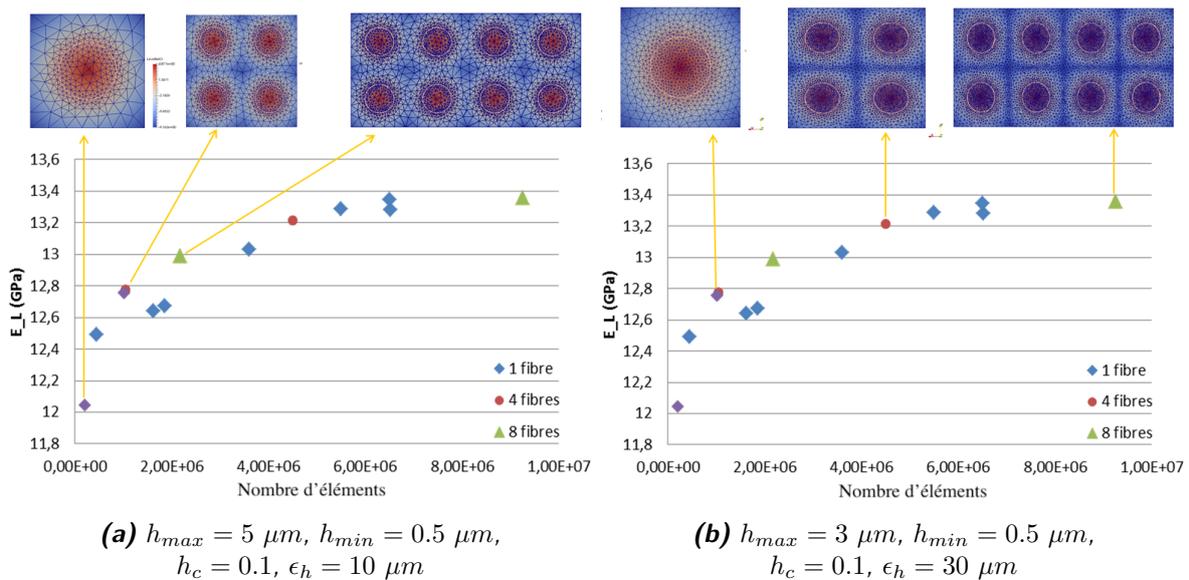


Figure 2.12 – Sensibilité au nombre de fibres pour VER avec les fibres non-traversantes.

Nous constatons que la prédiction numérique de E_L d'un VER avec plusieurs fibres (point rouge/vert dans la figure 2.12) a la même tendance de convergence que l'évolution de E_L en fonction du nombre d'éléments pour une seule fibre (points bleus dans la figure 2.12). Les

mêmes conclusions sont obtenues également pour les fibres traversantes. En outre, nous avons remarqué une tendance de convergence plus rapide si le nombre de fibres augmente en utilisant le même maillage. Ceci démontre que l'augmentation du nombre de fibres dans le VER diminue l'exigence du raffinement du maillage. Plus le nombre de fibres est grand, moins le raffinement du maillage est exigé. L'explication de cette évolution concerne la précision de ré-initialisation de la fonction LS. Plus nous avons d'informations à l'interface fibre/matrice, plus notre résultat de prédiction est précis en distinguant les deux constituants. Une valeur limite est atteinte pour un nombre d'éléments vers $6 \cdot 10^6$. Cette valeur est indépendante du nombre de fibres.

2.3.2.3 Influences des paramètres des matériaux

Les sensibilités au maillage sur la réponse mécanique en terme de rigidité sont analysées pour différentes microstructures du VER. Dans un premier temps, nous faisons l'analyse sur une seule fibre. Nous distinguons 2 cas, l'un où la fibre est traversante, l'autre cas où elle ne l'est pas. Ensuite, nous faisons varier le nombre de fibres. Dans cette sous-section, nous avons réalisé des simulations pour différentes fractions volumiques $V_f = 10\%$, 20% et 30% , et des rapports de forme $\beta = 20$ et ∞ (cas traversant) afin de compléter l'étude en couvrant le domaine des paramètres du matériau PA66GF30. La comparaison entre les résultats de simulations numériques par rapport aux prédictions du modèle de Mori-Tanaka est présentée dans la figure 2.13.

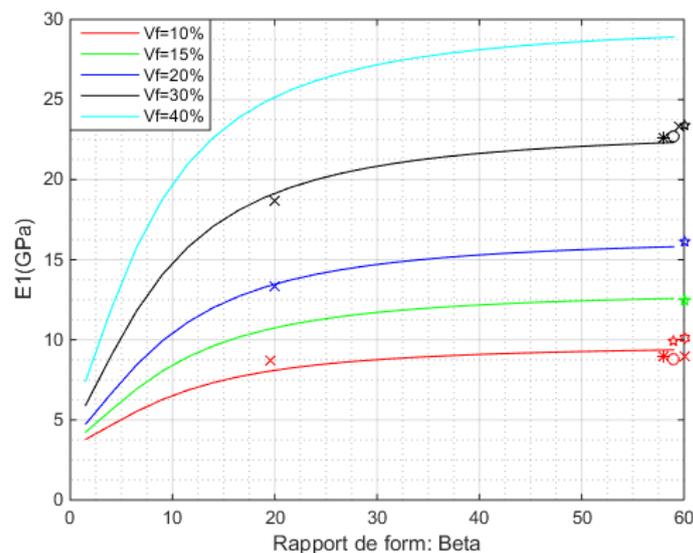


Figure 2.13 – Comparaison entre les résultats de simulations EF (les marqueurs) par rapport aux prédictions du modèle de Mori-Tanaka (les courbes) pour différentes fractions volumiques et différents rapports de forme des fibres.

La distribution des fibres dans le composite est rarement uniforme. Pour cela, une étude de l'influence de l'hétérogénéité du matériau est également effectuée en générant des clusters de fibres. Quelques visualisations des VERs ayant différentes distributions de fibres sont présentées dans la figure 2.14, la figure 2.15 et la figure 2.16. Les modules E_L de chaque VER sont calculés et les comparaisons avec le modèle de Mori-Tanaka sont présentées également dans la

figure 2.13. Nous constatons que le modèle de Mori-Tanaka est efficace pour notre matériau (fraction volumique entre 10% et 30%) même dans le cas de distribution non-uniforme avec les clusters de fibres. Nous pouvons ainsi conclure que ce modèle prend en compte l'hétérogénéité des matériaux.

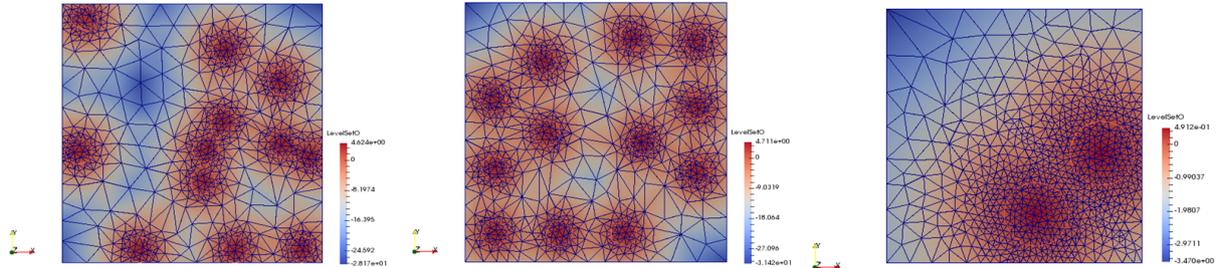


Figure 2.14 – Différents VERs pour une fraction volumique identique : $V_f = 10\%$.

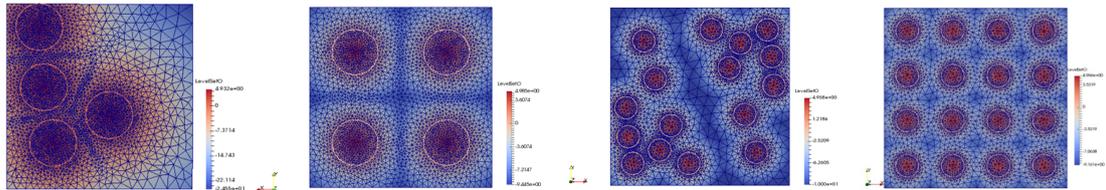


Figure 2.15 – Différents VERs pour une fraction volumique identique : $V_f = 20\%$.

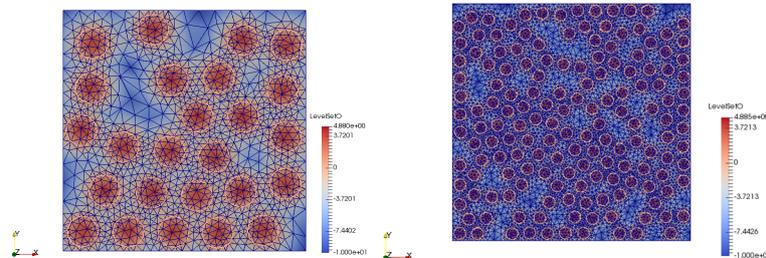


Figure 2.16 – Différents VERs pour une fraction volumique identique : $V_f = 30\%$.

Grâce à l'étude des sensibilités et de l'influence des paramètres des matériaux, nous avons validé complètement le modèle d'homogénéisation de Mori-Tanaka pour prédire les propriétés unidirectionnelles de notre matériau PA66GF30. La procédure de modélisation microstructurale par la méthode EF est également efficace pour PA66GF30. La prochaine étape est la prise en compte de l'orientation des fibres.

2.3.2.4 Pris en compte de l'orientation des fibres

Pour prendre en compte de l'orientation des fibres, notre étude a commencé par l'immersion d'un VER avec un tenseur d'orientation connu comme une donnée d'entrée, à titre d'exemple, des VERs générés par Digimat[®]. La procédure d'immersion est présentée dans la figure 2.17.

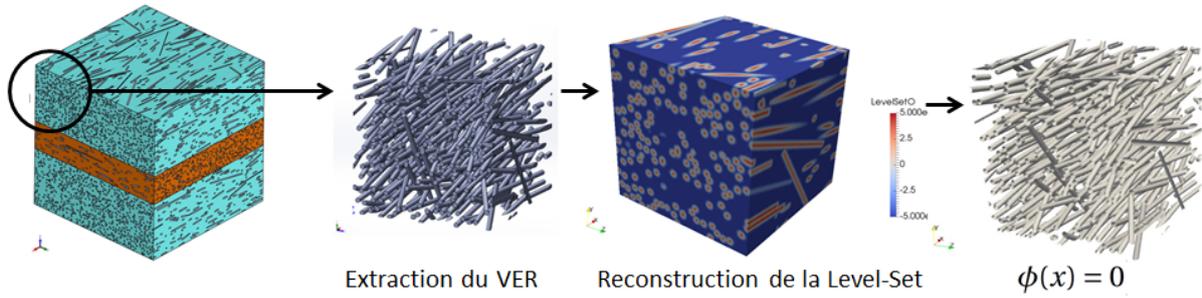


Figure 2.17 – Immersion de VER généré par Digimat[®] (Coppo, 2016).

Le tenseur d'orientation $\underline{\underline{a}}_2$ est une donnée d'entrée pendant la génération du VER par Digimat[®]:

$$\underline{\underline{a}}_2 = \begin{vmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{vmatrix} \quad (2.32)$$

La comparaison entre les résultats numériques et les prédictions analytiques du modèle d'Advani-Tucker est présentée dans le tableau 2.2:

	E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{23}	G_{13}	ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
EF	7.85	3.93	3.91	1.56	1.34	1.45	0.36	0.43	0.34
Analytique	8.22	4.30	4.09	1.85	1.44	1.58	0.37	0.42	0.33
p_{err}	4.78	9.53	4.53	18.69	7.80	8.78	2.61	3.10	2.09

Table 2.2 – Comparaison entre les résultats numériques et les prédictions analytiques du modèle d'Advani-Tucker.

avec l'erreur relative définie par la formule suivante :

$$p_{err} = \left| \frac{p^{analytique} - p^{numérique}}{p^{numérique}} \right| * 100\% \quad (2.33)$$

Nous constatons que les coefficients de Poisson ainsi que les modules d'Young sauf E_2 sont bien estimés avec une erreur relative $< 5\%$ entre la simulation numérique et la solution analytique. Les modules de cisaillement ont une erreur relative plus élevée notamment pour le module de cisaillement "Longi". Le même phénomène a été trouvé dans l'étude de [Rupnowski et al. \(2006\)](#).

Il faut faire attention au tenseur d'orientation des fibres que nous avons immergé comme une donnée d'entrée pour ce VER simulé qui n'est pas tout à fait pareil à celui présent dans l'équation 2.32, car on a modélisé une partie du VER généré par Digimat. Ce tenseur d'orientation (Équation 2.32) est moyenné sur le volume total de ce VER Digimat. Il pourrait qu'il y ait une différence par rapport au tenseur d'orientation local du VER simulé. Pour vérifier cela, il serait nécessaire de développer un algorithme permettant de reconstruire le tenseur d'orientation à partir des images 3D ou des géométries de VERs [Mishurova et al. \(2018\)](#).

2.3.3 Bilan du comportement élastique anisotrope du PA66GF30

Pour résumer ce sous-chapitre, l'outil CimLib[®] a été utilisé afin de prédire numériquement le comportement élastique du PA66GF30. Les prédictions numériques sont comparées aux prédictions analytiques des modèles d'homogénéisation. L'objectif de cela est de vérifier d'un côté que les modèles d'homogénéisation analytiques de Mori-Tanaka et d'Advani-Tucker sont valables pour notre matériau composite à fibres courtes. La loi de comportement élastique homogénéisée a été établie en se basant sur ces modèles. De l'autre côté, les démarches numériques par éléments finis telles que la génération de VERs, la méthode de fonction Level-Set et l'algorithme de raffinement du maillage sont adaptés à notre matériau PA66GF30.

L'avantage de cette approche par la simulation EF est de modéliser le champ complet de la microstructure. Les champs locaux pourront être comparés aux images de tomographie suite à la vérification des champs moyens. Ceci pourra servir dans l'étude des mécanismes d'endommagement du matériau, etc. Par contre, la modélisation microstructurale de la pièce entière n'est pas possible en raison du temps de calcul importants. Toutefois cette méthodologie est intéressante dans le cadre d'approche multi-échelle.

Nous avons également implémenté ces modèles d'homogénéisation dans le code de calcul par éléments finis Umat (Abaqus). Le tenseur d'orientation \mathbf{a}_2 est imposé comme une donnée d'entrée pour chaque point de Gauss. Ceci peut être importé de Digimat-map[®], qui transfère les résultats de Moldflow[®] de la simulation du procédé d'injection sur un maillage de calcul. L'approche au niveau du VER est approuvée dans ce sous-chapitre. Les champs effectifs de chaque élément (VER) pourront être évalués par des modèles d'homogénéisation.

2.4 Caractérisation et modélisation du comportement viscoélastique anisotrope du PA66GF30

Dans ce sous-chapitre, nous caractérisons le comportement viscoélastique linéaire anisotrope du PA66GF30. Pour ceci les essais de DMA (Analyse Mécanique Dynamique) ont été réalisés. Dans un premier temps, nous avons appliqué et évalué la triple équivalence Temps-Température-Humidité pour PA66 (Fabre et al., 2018) sur le composite PA66GF30. Par la suite, nous avons identifié les paramètres du comportement viscoélastique anisotrope à partir des essais de DMA. Les modèles d'homogénéisation présentés dans la section 2.1.1 sont utilisés pour caractériser l'anisotropie du comportement viscoélastique. Le modèle de Maxwell généralisé a été évalué pour le cas anisotrope. Enfin, les résultats numériques ont été comparés avec les modèles d'homogénéisation analytiques pour valider l'implémentation du comportement viscoélastique anisotrope.

2.4.1 Présentation des essais de DMA

Afin de comprendre le comportement viscoélastique du composite PA66GF30 dans ses conditions de services (des sollicitations dynamiques, des contraintes de température jusqu'à 100°C et d'humidité), des essais de DMA (Analyse Mécanique Dynamique) ont été réalisés pour les éprouvettes PA66GF30 conditionnées à différents taux d'humidité.

Les éprouvettes sont découpées par jet d'eau dans la plaque d'injection de dimensions $35 * 5 * 2 \text{ mm}^3$. L'orientation des fibres est à 0° , 25° , 90° respectivement par rapport au sens d'injection.

Les éprouvettes ont été d'abord séchées en étuve régulée à 80°C pendant 72h. Le conditionnement a été effectué par paliers successifs d'hygrométrie : 15%, 35%, 50%, 70% et 95% en enceinte climatique régulée à 70°C . Les éprouvettes sont pesées unitairement chaque jour et prélevées lorsque la masse est stable. Le temps de stabilisation est d'environ 15 jours. L'humidité relative des éprouvettes est comprise entre 0% et 95%.

Les essais DMA sont réalisés avec un viscoanalyseur METRAVIB™ VA4000-450N équipé d'une chambre qui garantit une gamme de température de -150°C à 450°C . Les essais sont réalisés en traction/compression uniaxiale avec un déplacement dynamique de $2.5 \mu\text{m}$ (soit un taux de déformation de $7 \cdot 10^{-5}$).

Pour construire la courbe maitresse de type WLF, un balayage de fréquence a été réalisé sur une gamme de température assez large. Pour cela, nous avons réalisé un balayage de température tous les 5°C de $T_\alpha - 70^\circ\text{C}$ à $T_\alpha + 70^\circ\text{C}$, avec T_α la température de relaxation principale α . À chaque température, la stabilisation thermique a été maintenue 10 minutes pour éviter le gradient thermique dans l'éprouvette. Par la suite, nous avons réalisé un balayage de 11 fréquences de 1 à 120 Hz à la température stabilisée.

2.4.2 Évaluation de la triple équivalence du PA66 pour le composite PA66GF30

Dans cette section, nous évaluons la triple équivalence Temps-Température-Humidité du PA66 (Fabre et al., 2018), le modèle est étendu pour le composite PA66GF30.

Nous avons effectué d'abord une analyse préliminaire sur les résultats des essais de DMA. L'objectif est de vérifier les facteurs de translation WLF, qui permettent de superposer les courbes maitresses à température/humidité différentes, sur une gamme de fréquence.

Cette analyse est réalisée par 4 étapes comme suit :

Étape 1 : Détermination de la température de relaxation principale T_α pour les éprouvettes PA66GF30 à différentes teneurs en eau.

Étape 2 : Construction des courbes maitresses à $T_{ref} = T_\alpha$ pour les éprouvettes PA66GF30 à différentes teneurs en eau et détermination des coefficients C_1 et C_2 du facteur de translation de l'équivalence Temps-Température.

Étape 3 : Construction des courbes maitresses à $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ pour les éprouvettes PA66GF30 à différentes teneurs en eau. Cette étape est réalisée en utilisant les nouveaux coefficients C'_1 et C'_2 du facteur de translation de l'équivalence Temps-Température. Ces paramètres C'_1 et C'_2 sont déterminés à $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ à la place de $T_{ref} = T_\alpha$.

Étape 4 : Détermination des coefficients D_1 et D_2 du facteur de translation de l'équivalence Temps-Humidité. Cette étape est réalisée en décalant et en superposant des courbes maitresses à $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ pour les éprouvettes PA66GF30 à différentes teneurs en eau.

2.4.2.1 Influence de la teneur en eau sur la température de relaxation principale α

La température de relaxation principale T_α est déterminée à la valeur maximale de $\tan\delta$ à la charge de 1 Hz. Les résultats sont présentés dans la figure 2.18c et ils sont résumés dans le tableau 2.3.

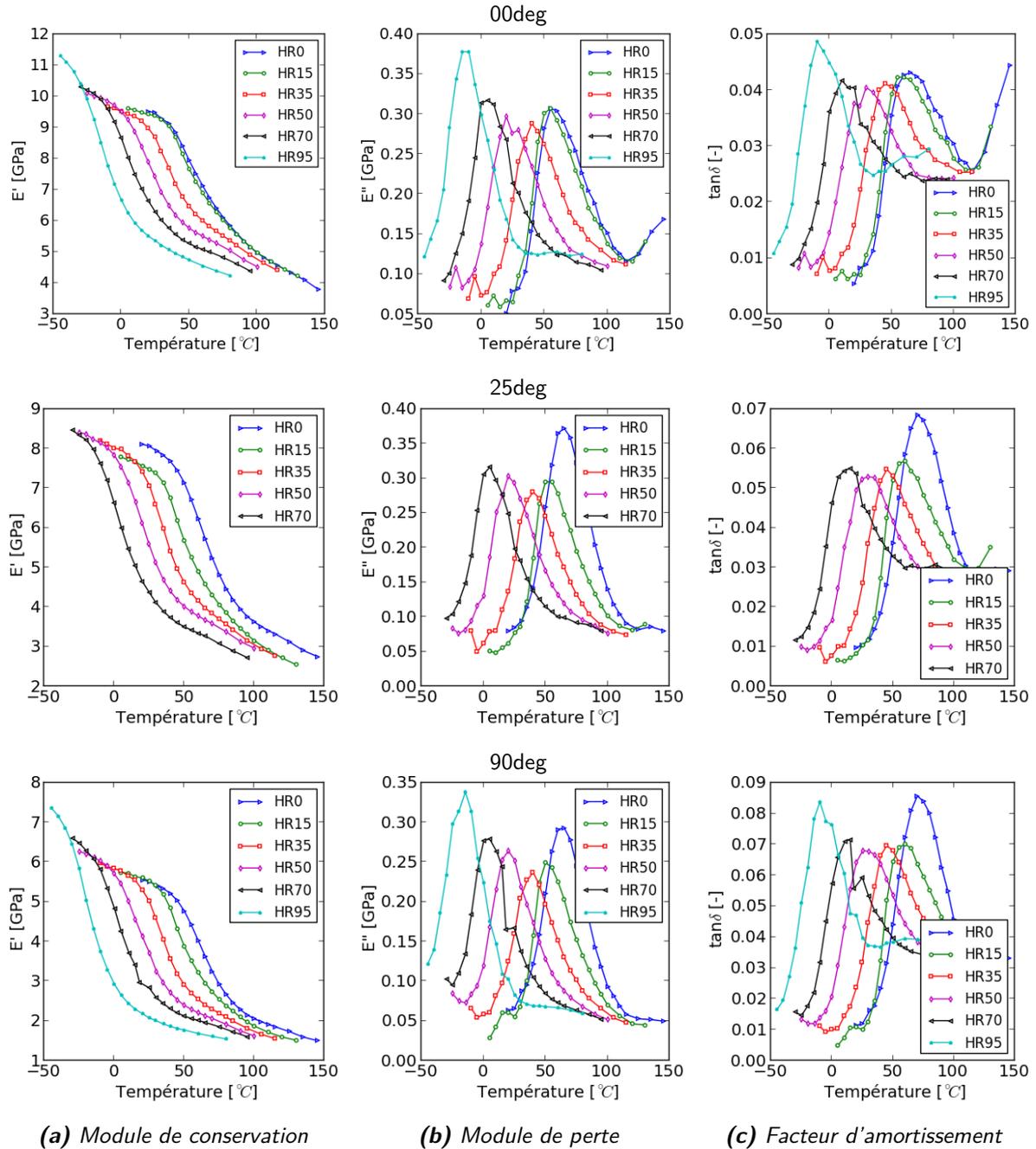


Figure 2.18 – Variation des composants du module complexe à 1 Hz en fonction de température pour différentes teneurs en eau pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 0°, 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

HR (%)	T_{α} à 1 Hz (°C)	W_c (%)		
		0°	25°	90°
15	55	0.32	0.16	0.34
35	45	0.73	0.59	0.79
50	25	1.96	1.9	1.88
70	10	2.83	2.88	3.09

Table 2.3 – Température de relaxation principale en fonction de la teneur en eau pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres 0°, 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

Afin d'évaluer la variation de T_α en fonction d'humidité pour le composite PA66GF30 (voir la figure 2.19 la ligne noire), nous avons identifié qu'un autre modèle différent que celui de la matrice PA66 (voir l'équation 2.21) doit être appliqué, ce que nous proposons est présenté dans l'équation 2.34 :

$$T_\alpha = a \cdot \exp(-b \cdot W_c) + c \quad (2.34)$$

avec $a = 109.78^\circ C$, $b = 0.21$ et $c = -48.65^\circ C$ dans cette étude.

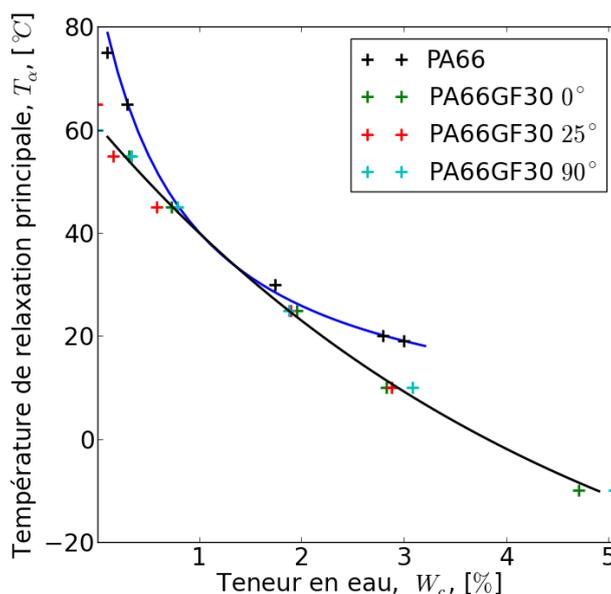


Figure 2.19 – Effet de teneur en eau sur la température de relaxation principale pour les éprouvettes PA66 et les éprouvettes PA66GF30. Pour PA66, les données expérimentales ont été adaptées en utilisant l'Equation 2.21, avec $T_\alpha^0 = 88.5^\circ C$ et $a = 0.0136^\circ C^{-1}$. Pour PA66GF30, les données expérimentales ont été adaptées en utilisant l'Equation 2.34, avec $a = 109.78^\circ C$, $b = 0.21$ et $c = -48.65^\circ C$.

La différence entre la variation de T_α pour la matrice et le composite démontre une différence de comportement pour la matrice pure et la matrice dans le composite. Il n'y a pas d'influence significative observée pour les composites avec les différentes orientations des fibres.

2.4.2.2 Triple équivalence Temps-Température-Humidité

Les résultats expérimentaux des essais de DMA du composite PA66GF30 sont exploités sous forme de courbes maitresses du module complexe et du facteur d'amortissement δ .

Grâce au facteur de translation $a_{(T/T_{ref})}$ (Equation 2.20), les courbes maitresses ont été construites à la température de référence comme illustré dans la figure 2.20 pour l'éprouvette à différentes humidités relatives. Les paramètres C_1 et C_2 du facteur de translation $a_{(T/T_{ref})}$ identifiés à $T_{ref} = T_\alpha$ pour chaque teneur en eau et pour chaque orientation des fibres sont détaillés dans les tableaux A.4-A.6 de l'annexe A.4.

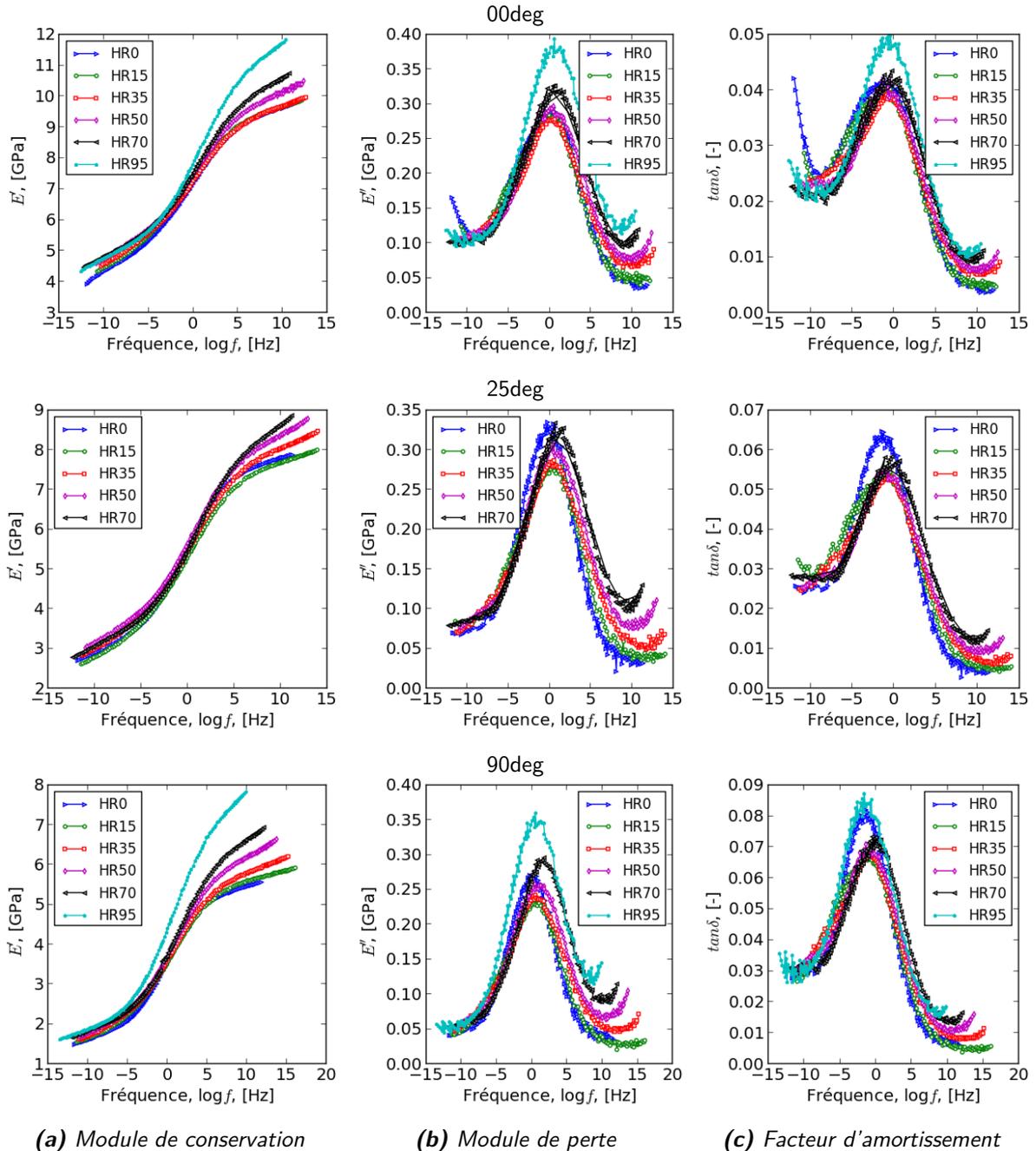


Figure 2.20 – Courbes maitresses d'essais de DMA à une température de référence de $T_{ref} = T_{\alpha}$ pour différentes teneurs en eau pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

Pour construire l'équivalence en humidité, les courbes maitresses du module de conservation E' du composite sont reconstruites à une unique température de référence de $T_{ref} = 25^{\circ}C$, grâce aux calculs de C'_1 et C'_2 à T'_{ref} (voir l'Equation 2.22), comme illustré dans la figure 2.21a. Ici, la température de transition principale $T_{\alpha} = 25^{\circ}C$ pour une humidité relative à 50% a été choisie comme référence. Le changement de température de la transition α dû à l'humidité a généré un décalage horizontal des courbes maitresses thermiques. Ce décalage est caractérisé par le facteur de translation d'humidité b_{W_c} (Equation 2.24) par rapport à la teneur en eau de référence. Le facteur de translation b_{W_c} de l'équivalence Temps-Humidité est présenté dans la figure 2.21b. Une humidité relative de 50% a été choisie comme référence.

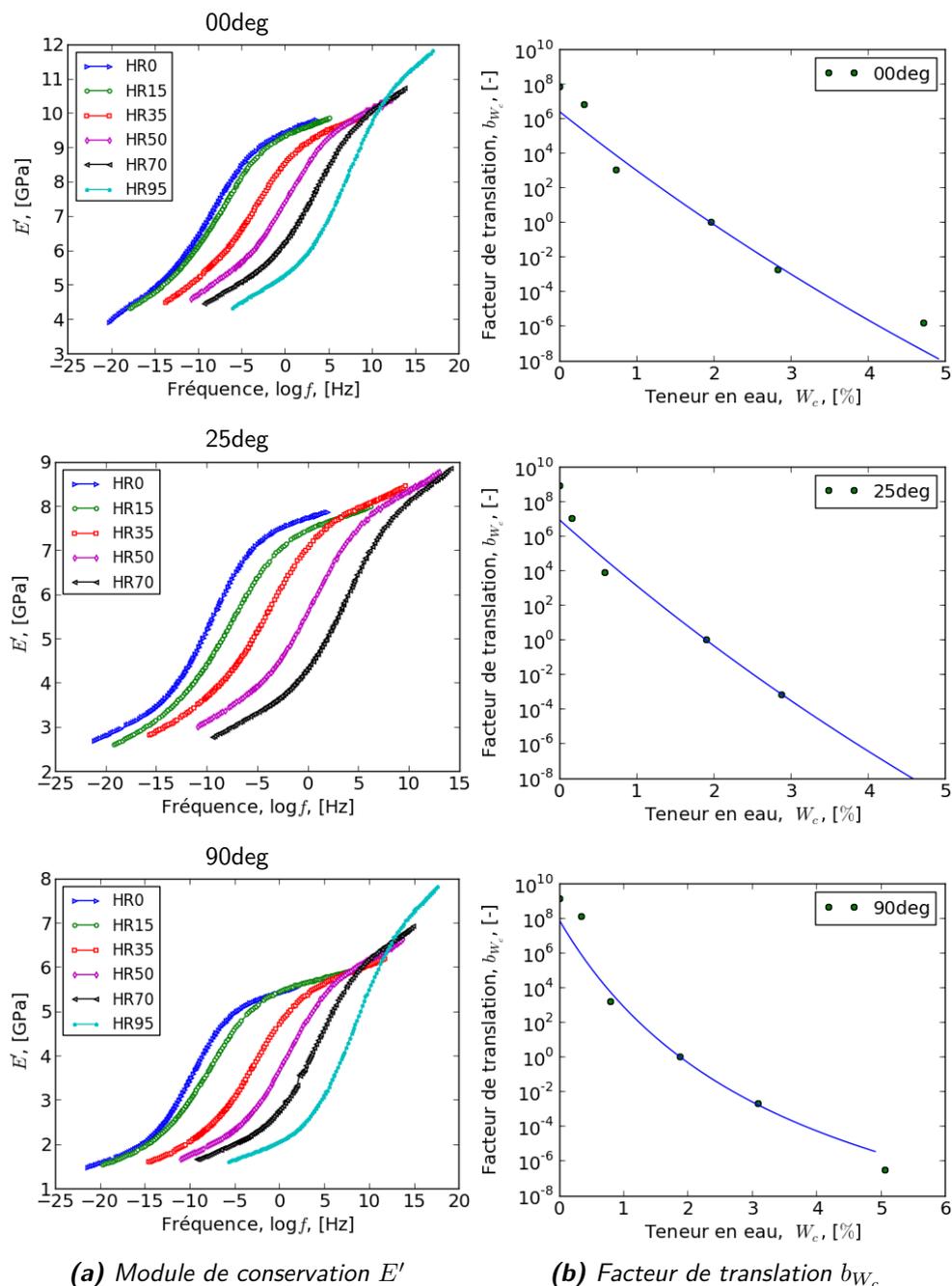
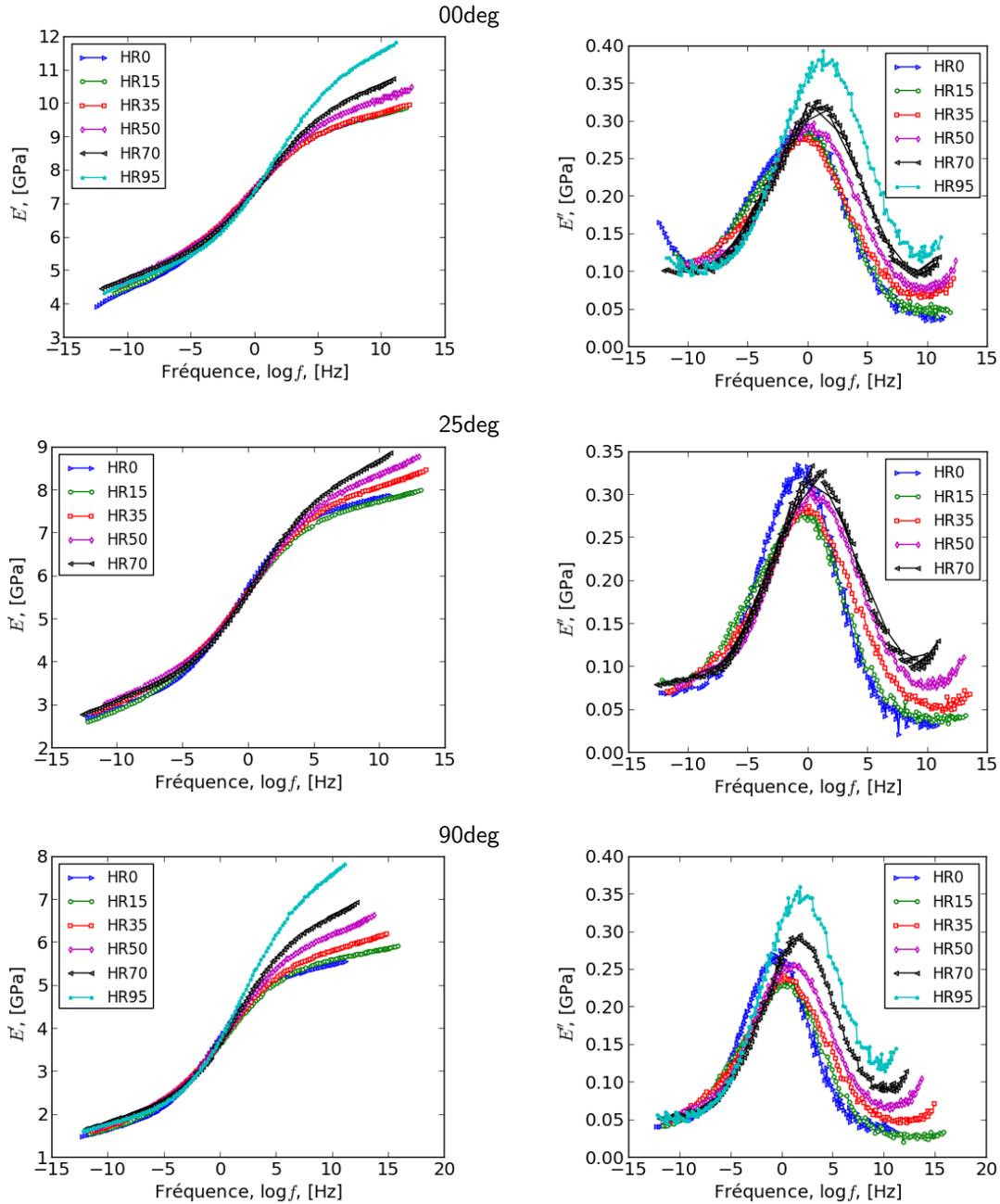


Figure 2.21 – Effet de la teneur en eau (a) sur la courbe maitresse à une température de référence de $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° par rapport au sens de sollicitation, (b) cette dépendance d'humidité est décrite par un facteur de translation b_{W_c} qui se rapporte à l'humidité relative de 50% utilisé dans Figure 2.22. (les paramètres sont détaillés dans le tableau A.7 de l'annexe A.4).

Les courbes maitresses hygrothermiques double décalées pour le composite PA66GF30 en fonction de l'orientation des fibres sont présentées dans la figure 2.22. Le domaine de validité est quasiment pareil que pour la matrice PA66 : la vitesse de déformation à T_{ref} et $W_{c,ref}$ de 10^{-5} à 10^2 s^{-1} . La triple équivalence n'a pas été validée sur le plateau vitreux du composite PA66GF30.


 (a) Module de conservation E'

 (b) Module de perte E''

Figure 2.22 – Courbes maitresses hygrothermiques double décalées Température-Humidité pour l'éprouvette PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° par rapport au sens de sollicitation (a) du module de conservation (b) et du module de perte en utilisant les mêmes facteurs de translation comme pour E' .

2.4.2.3 Généralisation des facteurs de translation T/W_c

Les facteurs de translation de température $a_{(T/T_{ref})}$ et d'humidité $b_{(W_c/W_{c,ref})}$ sont identifiés séparément pour l'instant selon l'orientation des fibres 0° , 25° et 90° . Leurs paramètres C_1 , C_2 , D_1 , D_2 pour les éprouvettes PA66GF30 pour 6 teneurs en eau différentes sont présentés dans les tableaux A.4-A.6 de l'annexe A.4.

En considérant les propriétés mécaniques de la matrice et des fibres, sous l'hypothèse de l'interface parfaite entre la matrice et les fibres, la viscosité existe seulement dans la matrice.

Plus précisément, la viscosité est caractérisée par les temps caractéristiques de la relaxation τ_i de la matrice. À partir de cette hypothèse, nous allons démontrer que la triple équivalence est probablement indépendante de l'orientation des fibres. Pour cela, nous essayons de trouver une dépendance uniquement entre la teneur en eau pour les paramètres des facteurs de translation T/W_c : T_α , C_1 et C_2 du facteur $a_{(T/T_{ref})}$ (Equation 2.20), D_1 et D_2 du facteur $b_{(W_c/W_{c_{ref}})}$ (Equation 2.24). De plus, si les paramètres sont approximés par des fonctions continues, la triple équivalence sera évaluée sur un domaine de température et d'humidité continue. Le domaine de validité sera ainsi généralisé sur une plage continue de valeurs de température et d'humidité et non sur quelques valeurs.

La figure 2.19 représente l'effet de teneur en eau sur la température de relaxation principale T_α . Cette T_α est modélisée par l'équation 2.34. Il n'y a pas d'influence significative observée pour l'orientation des fibres du composite. La même conclusion est obtenue en se référant à la figure 2.23, nous observons l'effet de teneur en eau sur le facteur de translation d'humidité $b_{(W_c/W_{c_{ref}})}$. Nous pouvons déduire qu'il n'y a pas d'influence significative pour l'orientation des fibres.

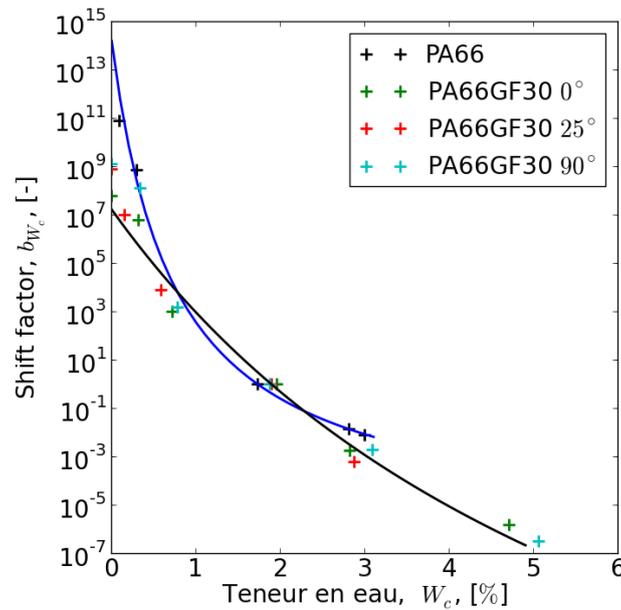


Figure 2.23 – Effet de teneur en eau sur le facteur de translation d'humidité $b_{(W_c/W_{c_{ref}})}$ à une humidité relative de 50% pour les éprouvettes PA66 et les éprouvettes PA66GF30. Les données expérimentales ont été adaptées en utilisant l'Equation 2.24, pour PA66: $D_1 = 6.07$ et $D_2 = 2.48\%$, pour PA66GF30, $D_1 = 25.77$ et $D_2 = 8.65\%$. (les paramètres sont détaillés dans le tableau A.7 de l'annexe A.4)

Les paramètres C_1 et C_2 du facteur de translation $a_{(T/T_{ref})}$ à différentes teneurs en eau sont identifiés à la $T_{ref} = T_\alpha$ et ils sont présentés dans la figure 2.24.

La modélisation de l'équivalence Temps-Température du composite a besoin de 36 paramètres, C_1 et C_2 (détaillés dans les tableaux A.4-A.6 de l'annexe A.4), pour seulement 3 types d'orientation des fibres et 6 humidités différentes. Afin de diminuer ce coût de modélisation énorme, nous définissons deux fonctions approximatives pour C_1 et C_2 séparément. Finalement, deux fonctions polynomiales de degré 1 pour $C'_1(W_c$ à $T'_{ref} = 25^\circ)$ et $C'_2/C'_1(W_c$ à $T'_{ref} = 25^\circ)$ ont été identifiées (voir la figure 2.25). Nous pouvons en déduire les coefficients C_1 et C_2 de la loi triple

équivalence WLF à partir de C'_1 et de C'_2/C'_1 et de la connaissance de $T_{ref} = f(W_c)$.

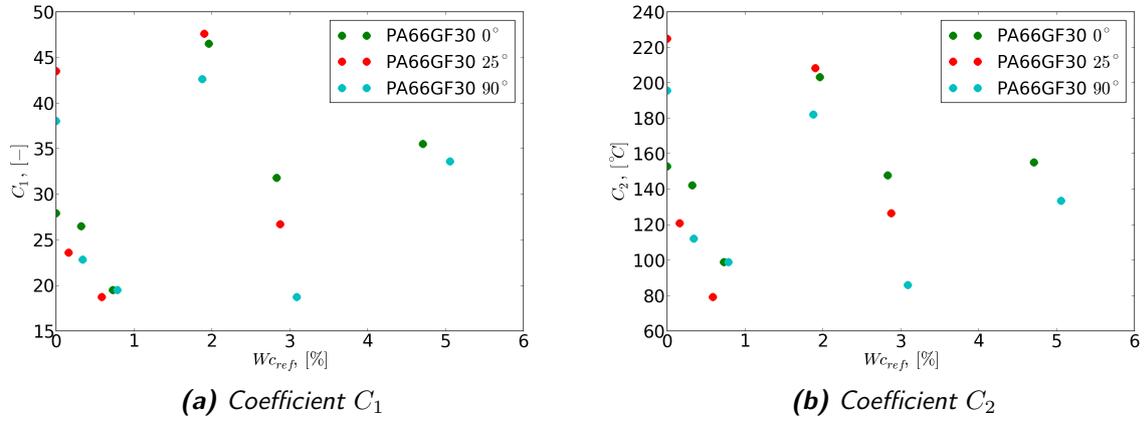


Figure 2.24 – Coefficients intrinsèques C_1 et C_2 pour les éprouvettes PA66GF30 à différentes teneurs en eau identifiés à la température $T_{ref} = T_\alpha$. (les paramètres sont détaillés dans les tableaux A.4-A.6 de l'annexe A.4)

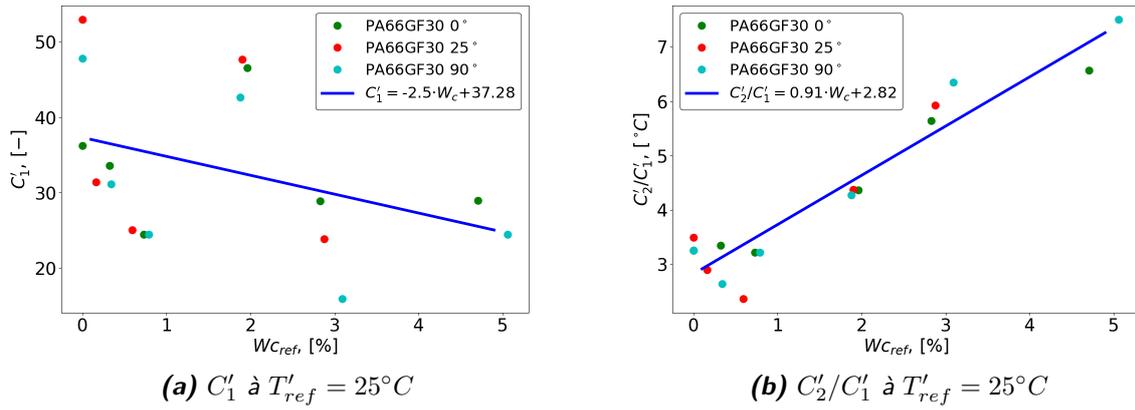


Figure 2.25 – Fonctions approximatives identifiées pour les coefficients intrinsèques C_1 et C_2 .

La vitesse de déformation équivalente (Equation 2.25) peut être calculée en se basant sur ces 4 fonctions approximatives : $T_{ref}(W_c)$, $b_{W_c}(W_c$ à $T'_{ref} = 25^\circ C)$, $C'_1(W_c$ à $T'_{ref} = 25^\circ C)$ et $C'_2/C'_1(W_c$ à $T'_{ref} = 25^\circ C)$ qui dépendent uniquement de la teneur en eau de l'éprouvette PA66GF30. Le domaine de validité est représenté par la température transition α de $-20^\circ C$ à $+70^\circ C$ pour une humidité relative comprise entre 0% et 5%.

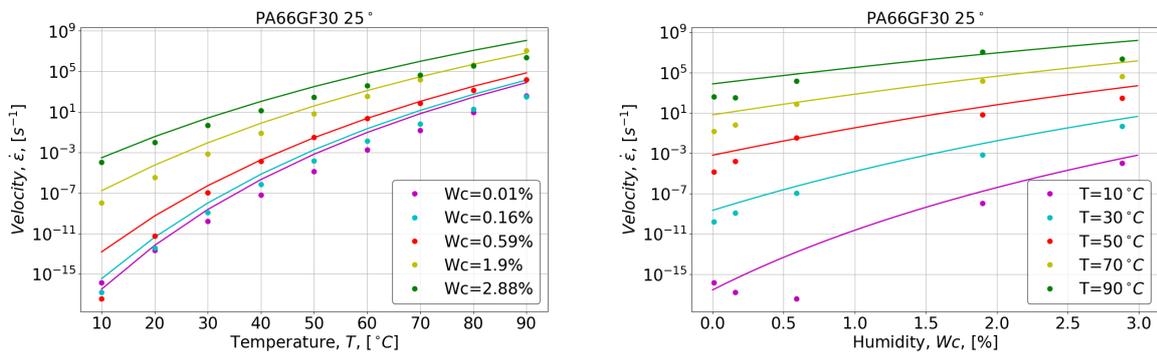
$$\begin{cases} T_{ref} = a \cdot \exp(-b \cdot W_c) + c & \text{(voir l'équation 2.34)} \\ C'_1 = a_1 \cdot W_c + b_1 & \text{(voir la figure 2.25a)} \\ C'_2/C'_1 = a_2 \cdot W_c + b_2 & \text{(voir la figure 2.25b)} \\ \log b(W_c/W_{c_{ref}}, T_{ref}) = \frac{-D_1(W_c - W_{c_{ref}})}{D_2 + (W_c - W_{c_{ref}})} & \text{(voir l'équation 2.24 et la figure 2.23)} \end{cases} \quad (2.35)$$

Le nombre de paramètres a été réduit à 9 (listé dans l'équation 2.35) au lieu de 22 (l'étude de (Fabre et al., 2018)) pour la matrice PA66, avec :

- $a = 109.78^\circ C$, $b = 0.21$ et $c = -48.65^\circ C$;
- $a_1 = -2.5^\circ C$, $b_1 = 37.28^\circ C$;
- $a_2 = 0.91^\circ C$, $b_2 = 2.82^\circ C$;

- $D_1 = 25.77$, $D_2 = 8.65\%$.

Un cas d'étude a été réalisé pour vérifier la précision de notre approche sur l'éprouvette PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 25° . Les vitesses de déformation équivalentes sont calculées pour différentes températures et teneurs en eau par rapport celle de référence : $\dot{\epsilon} = 0.0025 \text{ s}^{-1}$ ($T = 45^\circ\text{C}$ et $W_c = 0.59\%$). Deux méthodes différentes sont utilisées. La première est celle de Fabre, qui identifie les paramètres de la triple équivalence selon chaque condition (humidité/température), leurs résultats sont présentés par point sur la figure 2.26). La deuxième correspond à notre approche par 4 fonctions approximatives (voir l'équation 2.35). Nos résultats sont présentés par ligne (voir la figure 2.26).



(a) Évolution de la vitesse de déformation en fonction de la température pour cinq teneurs en eau différentes. (b) Évolution de la vitesse de déformation en fonction de la teneur en eau pour cinq températures différentes.

Figure 2.26 – Vérification de notre approche par 4 fonctions approximatives par rapport à la méthode de Fabre qui identifie les paramètres de la triple équivalence selon chaque condition (humidité/température).

Un décalage de vitesse de déformation de 3 décades est équivalent à un décalage de module de conservation de l'ordre de 1 GPa (Figure 2.20). Notre approche a ainsi une précision inférieure de 0.5 GPa en la comparant avec la méthode de Fabre (Fabre et al., 2018).

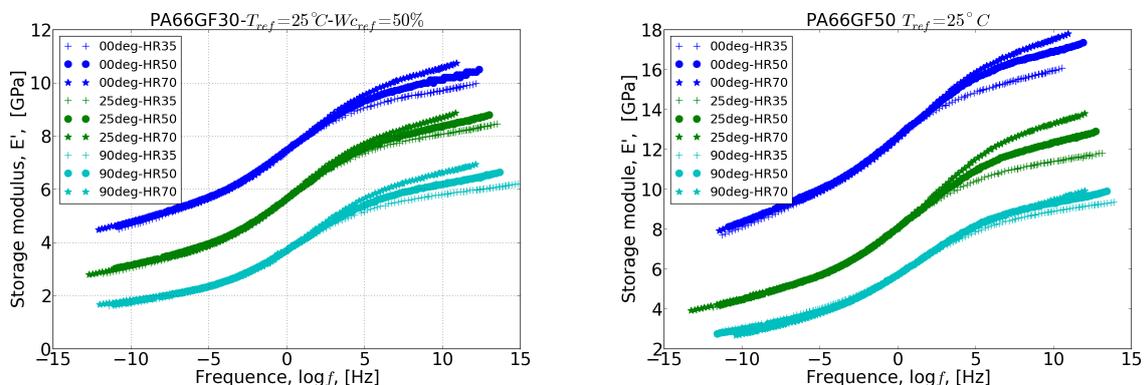


Figure 2.27 – Courbes maitresses hygrothermiques double décalées Température-Humidité à $T = 25^\circ\text{C}$ et $HR = 50\%$ du module de conservation pour les éprouvettes PA66GF30 et PA66GF50 avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

Pour résumer, dans cette section, la triple équivalence Temps-Température-Humidité proposée par Fabre (Fabre et al., 2018) pour la matrice PA66 a été d'abord appliquée sur le com-

posite PA66GF30. Dans un second temps, nous avons démontré l'indépendance de l'orientation des fibres de cette triple équivalence (voir la figure 2.27).

Enfin, nous avons évalué le domaine de validité de cette triple équivalence et de plus, nous avons réduit le nombre de paramètres et étendu la modélisation de triple équivalence pour un comportement viscoélastique du composite.

2.4.3 Identification des paramètres du comportement viscoélastique

Dans cette section, les paramètres du comportement viscoélastique du PA66GF30 sont identifiés à partir des essais de DMA. Comme nous l'avons analysé dans la section précédente, la variation des temps caractéristiques du comportement viscoélastique selon la température et l'humidité est indépendante de l'orientation des fibres (voir la figure 2.27). L'identification du comportement viscoélastique sera faite pour une seule condition expérimentale de température et d'humidité, à savoir pour une température $T = 25^{\circ}\text{C}$ et une humidité $\text{HR} = 50\%$. Par la suite, les propriétés pourront être déduites pour d'autres conditions hygrothermiques, en appliquant la triple équivalence Temps-Température-Humidité.

Les courbes maitresses du module de conservation pour les éprouvettes PA66GF30 à $T = 25^{\circ}\text{C}$ et $\text{HR} = 50\%$ sont présentées dans la figure 2.28 :

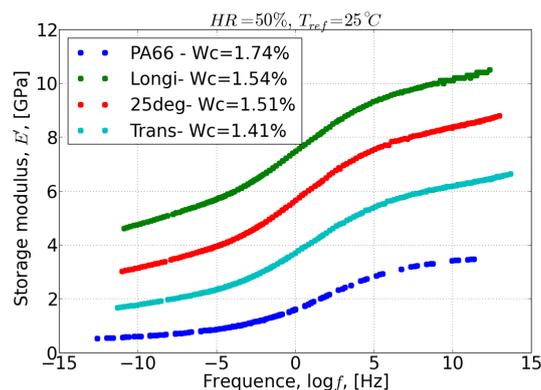


Figure 2.28 – Courbes maitresses du module de conservation à $T = 25^{\circ}\text{C}$ et $\text{HR} = 50\%$ pour l'éprouvette de PA66 et pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

Chaque courbe peut être interprétée par un comportement viscoélastique linéaire de type Maxwell généralisé (voir la figure 2.29). La contribution des fibres est modélisée par un ressort anisotrope en parallèle avec n branches représentant la viscoélasticité de la matrice.

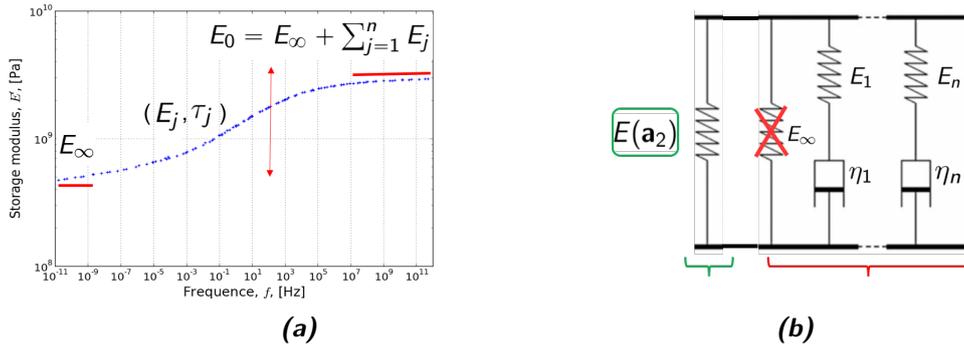


Figure 2.29 – Modèle de Maxwell généralisé anisotrope

La matrice du composite n'est pas tout à fait la même que la matrice pure (ligne bleu) étudiée dans la thèse de Fabre (Fabre et al., 2018). De plus, le changement de propriétés de la matrice après le procédé d'injection n'a pas été directement identifié. Les propriétés de la matrice étaient inconnues dans notre modèle. A partir de l'analyse de ce modèle et des hypothèses faites, le décalage vertical entre la courbe maitresse de différentes orientations des fibres (voir la figure 2.28) peut être interprété par les effets des renforts des fibres.

Ainsi une normalisation a été réalisée pour ces 3 courbes maitresses du composite selon l'équation 2.36. L'idée est d'étudier uniquement la contribution de la distribution des temps de relaxation caractéristiques τ_i :

$$E'_{normalisé}(\omega) = \frac{E'(\omega) - E_{\infty}}{\sum E_i} = \sum_{i=1}^n \omega_i \frac{\tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (2.36)$$

avec chaque module E_i à l'aide du coefficient de pondération $\omega_i = E_i / \sum E_i$.

Les courbes maitresses normalisées sont illustrées dans la figure 2.30.

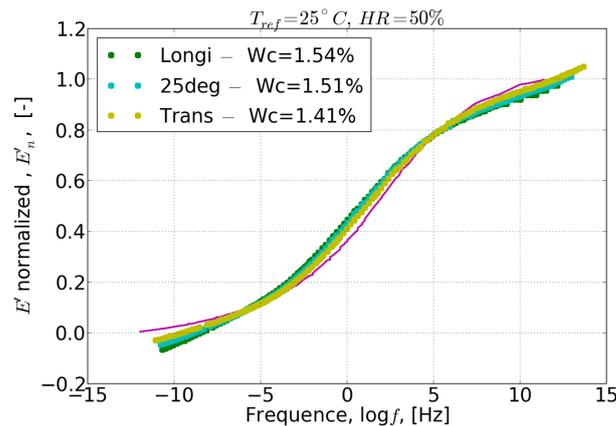


Figure 2.30 – Courbes maitresses normalisées du module de conservation à $T = 25^{\circ}C$ et $HR = 50\%$ pour l'éprouvette de PA66 et pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

La superposition parfaite de ces courbes normalisées montre que les temps caractéristiques et la pondération de chaque module E_i ne dépendent pas de l'orientation des fibres, et donc peuvent caractériser la contribution de la matrice seule. Pour le cas de sollicitation en flexion 3 points, nous avons mené la même analyse (voir la figure A.9 et la figure A.10 dans l'annexe

A.4). Les résultats sont identiques, ils montrent une indépendance des temps de relaxations avec l'orientation des fibres. Ceci est cohérent avec l'hypothèse d'interaction parfaite entre la matrice et les fibres élastiques (rigidité 30 fois supérieure à la matrice).

Les modules d'élasticité E_∞ et $\sum E_i$ identifiés pour chaque orientation des fibres sont présentés dans la figure 2.31a et la figure 2.31b.

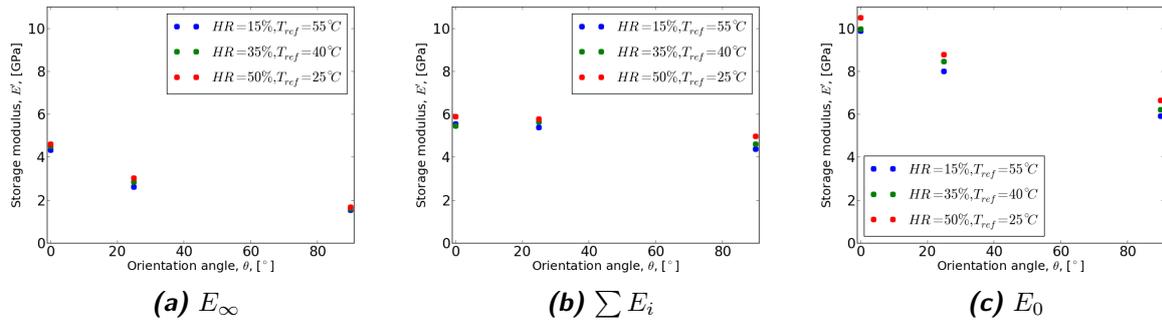


Figure 2.31 – Modules E_∞ , $\sum E_i$ et E_0 à $T = 25^\circ\text{C}$ et $HR = 50\%$ pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

Les modules E_∞ montrent une dépendance de l'orientation des fibres. Les modules $\sum E_i$ sont considérés approximativement comme constants avec une variation inférieure à 1 GPa selon l'orientation des fibres. Les modules d'élasticité E_0 sont le résultat de la somme de E_∞ et de $\sum E_i$ et ils sont présentés dans la figure 2.31c. Nous avons démontré dans un premier temps que, les temps caractéristiques et la pondération ω_j de chaque module E_i ne dépendent pas de l'orientation des fibres. Par la suite, les modules $\sum E_i$ sont approximativement constants selon l'orientation des fibres. Nous pouvons en déduire que la distribution de E_i et de τ_i est indépendante de l'orientation des fibres. Pour cela, nous avons proposé un modèle viscoélastique en couplant le modèle de Maxwell généralisé et le modèle d'homogénéisation élastique anisotrope (voir la figure 2.32).

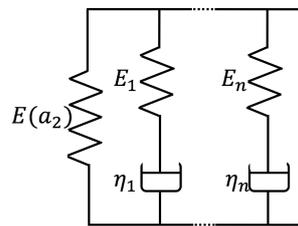


Figure 2.32 – Modèle de Maxwell généralisé anisotrope avec la branche élastique $E(\mathbf{a}_2)$ dépend de l'orientation des fibres.

2.4.3.1 Identification des temps caractéristiques

Dans un premier temps, les branches viscoélastiques sont étudiées avec la méthode d'identification inverse. Les temps caractéristiques et la pondération de chaque module E_i sont identifiés à partir de la courbe normalisée (voir la figure 2.30) et de la solution analytique (voir l'équation 2.36 et 2.16).

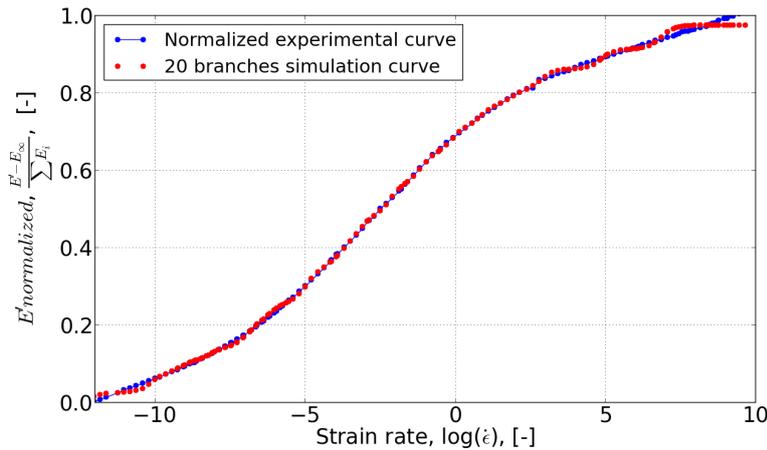


Figure 2.33 – Reconstruction de la courbe normalisée du module de conservation (l'équation 2.36).

L'identification est étudiée sur l'intervalle total de fréquence de 10^{-9} Hz à 10^{12} Hz. L'amplitude de déformation ($7 \cdot 10^{-5}$) des essais de DMA nous permet de déduire l'intervalle de la vitesse de déformation équivalent de 10^{-12} s^{-1} à 10^9 s^{-1} (voir la figure 2.33). Les paramètres identifiés sont détaillés dans le tableau 2.4. Un temps caractéristique a été choisi par décade.

τ_i (s)	$1.0 \cdot 10^{-11}$	$1.0 \cdot 10^{-9}$	$1.0 \cdot 10^{-7}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$1.0 \cdot 10^{-2}$	$5.0 \cdot 10^{-2}$	$1.0 \cdot 10^{-1}$
ω_i (10^{-2})	6.14	5.17	5.37	3.77	5.73	6.78	7.63	8.29	3.80	6.74
τ_i (s)	$5.0 \cdot 10^{-1}$	$5.0 \cdot 10^0$	$1.0 \cdot 10^1$	$1.0 \cdot 10^2$	$5.0 \cdot 10^2$	$1.0 \cdot 10^3$	$1.0 \cdot 10^4$	$1.0 \cdot 10^5$	$1.0 \cdot 10^6$	$1.0 \cdot 10^8$
ω_i (10^{-2})	6.57	2.43	3.25	4.84	4.43	2.27	3.32	3.32	5.02	2.58

Table 2.4 – Temps caractéristiques et pondérations de chaque module E_i identifiés à partir de la courbe normalisée (voir la figure 2.33) et de l'équation 2.36.

2.4.3.2 Identification des modules d'élasticité à partir des essais de DMA

L'évolution des modules d'élasticité anisotrope E_∞ et E_0 en fonction de l'orientation des fibres (voir la figure 2.31a et la figure 2.31c) peut être modélisée par un modèle d'homogénéisation (voir la section 2.1.1).

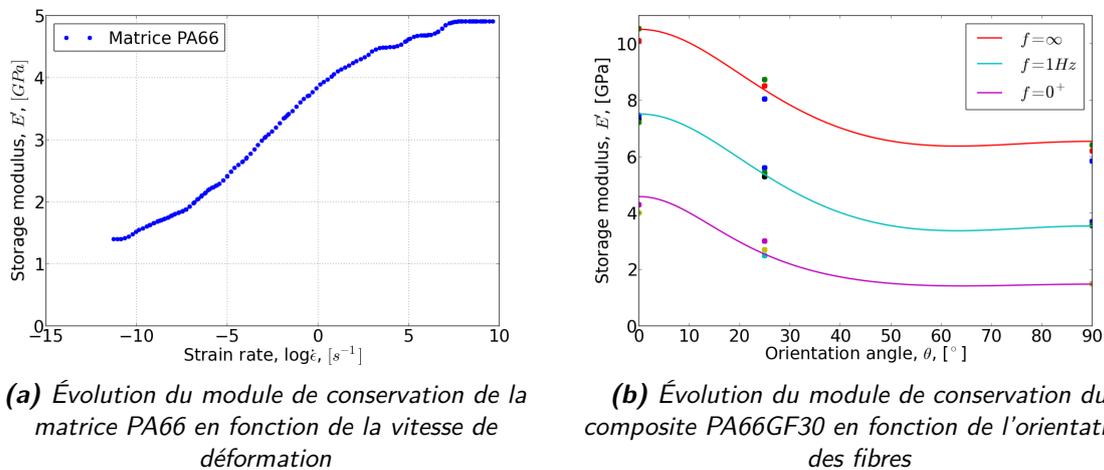


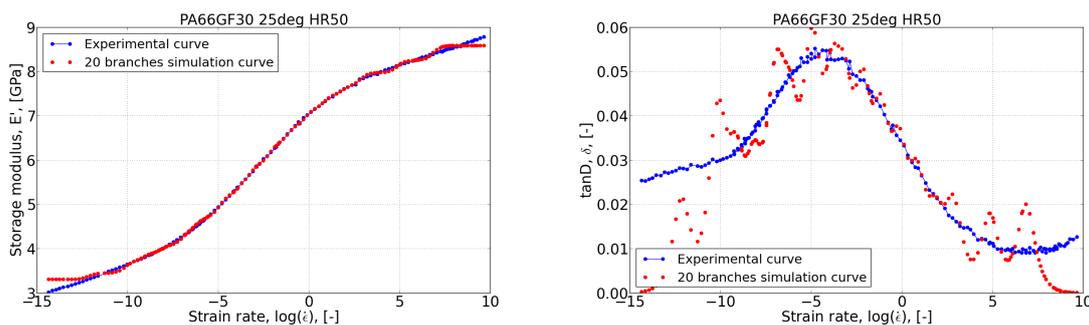
Figure 2.34 – Identification des modules de conservation pour la matrice PA66 et pour le composite PA66GF30 pour différentes fréquences de sollicitation et différentes orientations des fibres.

Les coefficients de poisson de la matrice et des fibres sont respectivement $\nu_m = 0.35$ et $\nu_f = 0.2$. La fraction volumique est $V_f = 15.7\%$. Ces valeurs sont données par le fournisseur. Le rapport de forme $\beta = (L/d) = 12$ et le module d'Young des fibres $E_f = 50$ GPa sont extraits des données expérimentales (voir la figure 2.34b). Les propriétés de la matrice en fonction de la fréquence sont identifiées avec 20 temps caractéristiques (voir le tableau 2.4) comme c'est illustré dans la figure 2.34a.

2.4.3.3 Reconstruction des courbes d'essais de DMA et vérification

Grâce aux modules d'élasticité identifiés (voir la figure 2.34), nous pouvons reconstruire la courbe maitresse de DMA pour une orientation de fibres quelconque à partir de la courbe maitresse normalisée. Cette courbe normalisée peut être obtenue soit expérimentalement en décalant les courbes maitresses (voir la figure 2.30), soit analytiquement en identifiant les 20 branches pour l'intervalle de fréquence complet (voir la figure 2.34b).

Un exemple de reconstruction de la courbe maitresse du module de conservation de l'éprouvette 25deg. avec 20 branches viscoélastiques (voir le tableau 2.4) est présenté dans la figure 2.35a. Les mêmes paramètres sont utilisés pour reconstruire la courbe maitresse du facteur d'amortissement $\tan\delta$ (voir la figure 2.35b).



(a) Module de conservation E' **(b) Facteur d'amortissement $\tan\delta$**
Figure 2.35 – Reconstruction de la courbe maitresse (a) du module de conservation E' et (b) du facteur d'amortissement $\tan\delta$ de l'éprouvette PA66GF30 avec l'orientation des fibres à 25° par rapport au sens de sollicitation.

De plus, grâce à la triple équivalence Temps-Température-Humidité (voir la sous-section 2.4.2.3), nous pouvons reconstruire la courbe maitresse de DMA du PA66GF30 pour les conditions hygrothermiques quelconques (voir la figure 2.36).

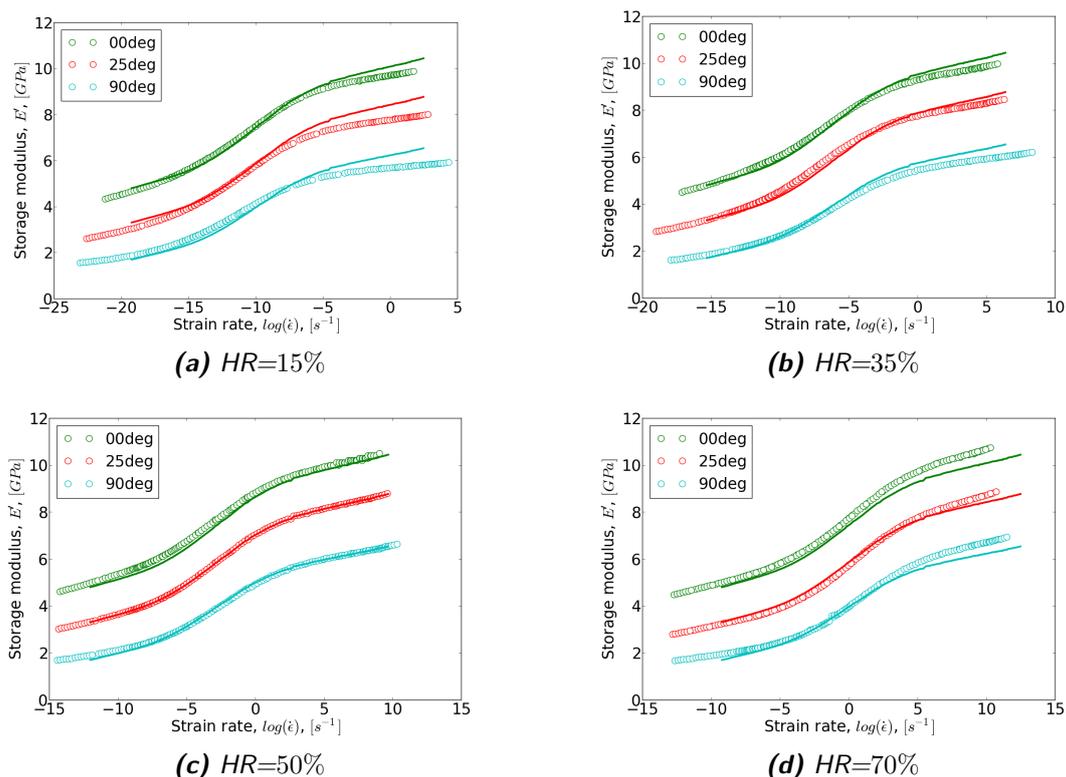


Figure 2.36 – Reconstruction de la courbe maîtresse du PA66GF30 à différentes humidités relatives (15%, 35%, 50%, 70%) et à $T_{ref} = 25^\circ\text{C}$ avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° par rapport au sens de sollicitation (marqueur : essais, traits continus : simulations).

Le nombre de branches nécessaires dépend de l'intervalle des fréquences sollicitées. A titre d'exemple, pour les essais de fatigue en traction uniaxiale, la vitesse de déformation varie entre 10^{-4} s^{-1} et 10^0 s^{-1} (voir la figure 2.37).

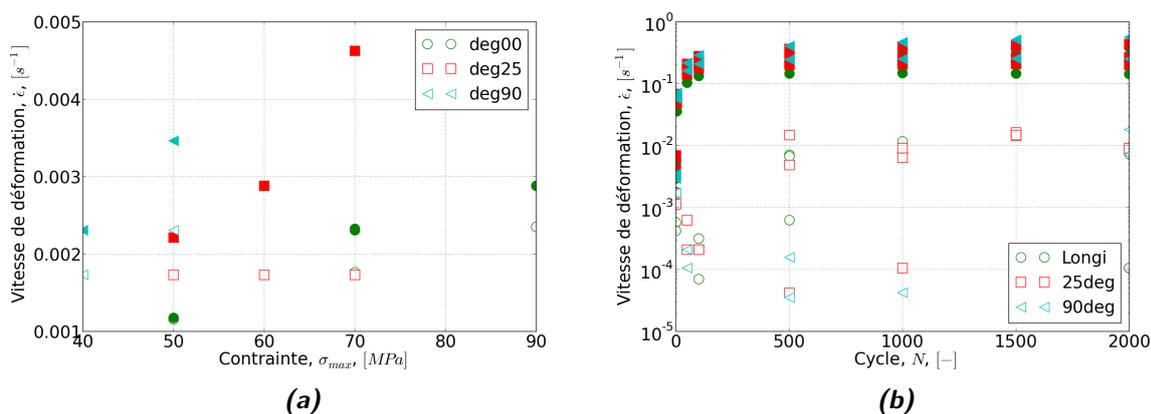


Figure 2.37 – Vitesses de déformation pendant (a) la rampe de mise en charge et (b) le chargement cyclique des essais de fatigue en traction uniaxiale à différentes charges maximales pour les éprouvettes H2 du PA66GF30 avec l'orientation des fibres 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation (marqueurs creux : vitesses minimales, marqueurs pleins : vitesses maximales).

Les vitesses de déformation pendant la mise en charge varient entre 1.10^{-3} s^{-1} et 5.10^{-3} s^{-1} (voir la figure 2.37a). La variation de ces dernières due à la charge maximale différente durant une durée fixée de 5 s pour la mise en charge des essais de fatigue (voir la figure 1.24). Et

pendant le chargement cyclique de type sinusoïdal de 5 Hz, les vitesses de déformation varient entre $10^{-4} s^{-1}$ et $10^0 s^{-1}$ (voir la figure 2.37b).

Pour cet intervalle de fréquences, seulement deux branches viscoélastiques ont été choisies pour modéliser la viscosité afin de limiter le nombre de paramètres matériaux (voir la figure 2.38 et le tableau 2.5).

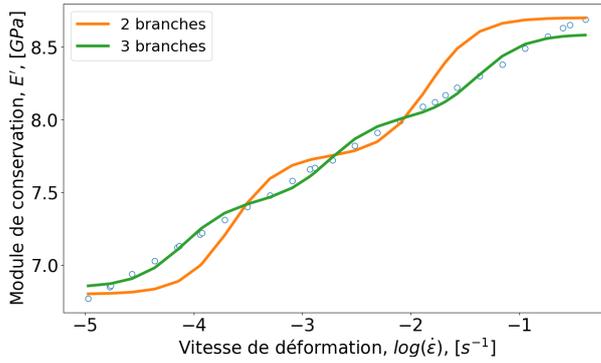


Figure 2.38 – Paramètres viscoélastiques approchés par deux ou trois branches pour l'essai de fatigue des éprouvettes H2 du PA66GF30.

i	$\tau(s)$	$E(GPa)$
1	0.32	0.95
2	0.005	0.95

Table 2.5 – Paramètres des deux branches viscoélastiques identifiés pour l'essai de fatigue des éprouvettes H2 du PA66GF30.

Ces deux branches viscoélastiques identifiées sous l'hypothèse du régime linéaire seront utilisées par la suite pour la modélisation du comportement de fatigue en régime non linéaire. Ces résultats ont été vérifiés en faisant des essais cycliques de fatigue équivalents. Ceci est présenté dans la sous-section 3.4.2.1.

2.4.4 Mise en œuvre du comportement viscoélastique anisotrope au cas 3D

Lors que l'équation constitutive est transformée d'élastique à viscoélastique, le principe de correspondance viscoélastique (Mandel, 1966) a introduit les pseudos variables pour exprimer les quantités physiques tels que la contrainte et la déformation. La loi de comportement viscoélastique du matériau se réécrit sous forme d'une équation formellement élastique comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{E}}^R \underline{\underline{\epsilon}}^R \quad (2.37)$$

Notons que cette pseudo-déformation $\underline{\underline{\epsilon}}^R$ englobe toute l'histoire de sollicitations.

L'extension de l'équation 2.37 au cas 3D isotrope peut naturellement prendre la forme suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2G^R \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\epsilon}}^R + 3K^R \underline{\underline{J}} : \underline{\underline{\epsilon}}^R \quad (2.38)$$

où G^R et K^R sont, par analogie à $\underline{\underline{E}}^R$, respectivement les modules de référence de cisaillement et d'élasticité isostatique. $\underline{\underline{K}}$ et $\underline{\underline{J}}$ sont les opérateurs de projection classiques qui donnent respectivement le déviateur et la partie sphérique (voir l'équation 2.39), lorsqu'ils sont doublement contractés à un tenseur d'ordre 2 symétrique.

$$\underline{\underline{K}} : \underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{e}}, \quad \underline{\underline{J}} : \underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{I}} \quad (2.39)$$

où : e_{ij} est la partie déviateur de la déformation. La déformation déviatorique e_{ij} représente le

changement de forme à volume constant. Et $\epsilon_{kk} = \text{trace}(\underline{\epsilon})$ est la partie sphérique ou volumique, la déformation sphérique représente le changement de volume sans changement de la forme.

Notons que : $\underline{\mathbf{K}} + \underline{\mathbf{J}} = \underline{\mathbf{I}}$, avec $\underline{\mathbf{I}}$ est le tenseur d'identité d'ordre 4 opérant sur les tenseurs d'ordre 2 symétriques. En termes de composantes, on a :

$$\underline{\mathbf{I}}_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \quad \underline{\mathbf{J}}_{ijkl} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl} \quad (2.40)$$

La loi de comportement viscoélastique du matériau au cas 3D est définie par la formule 2.41 :

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}} = (2G^R \underline{\mathbf{K}} + 3K^R \underline{\mathbf{J}}) : \underline{\boldsymbol{\epsilon}}^R \quad (2.41)$$

Le module de référence équivalent vaut :

$$\underline{\mathbf{C}}^R = 2G^R \underline{\mathbf{K}} + 3K^R \underline{\mathbf{J}} \quad (2.42)$$

Pour résumer, le modèle Maxwell généralisé viscoélastique linéaire définit la relation entre la contrainte et la déformation par la formule suivante (Equation 2.43) :

$$\underline{\boldsymbol{\sigma}}(t) = 2 \int_0^t G(t-s) \dot{\underline{\boldsymbol{\epsilon}}}(s) ds + \underline{\mathbf{I}} \int_0^t K(t-s) \text{tr}(\dot{\underline{\boldsymbol{\epsilon}}}) ds \quad (2.43)$$

avec $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}$: le déviateur du tenseur de déformation $\underline{\boldsymbol{\epsilon}}$. G et K peuvent être écrits sous forme de séries de Dirichlet-Prony comme c'est présenté dans l'équation 2.10 :

$$\begin{aligned} G(t) &= G_\infty(a_2) + \sum_{i=1}^{n_\alpha} G_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \\ K(t) &= K_\infty(a_2) + \sum_{i=1}^{n_\beta} K_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \end{aligned} \quad (2.44)$$

avec $G_\infty(a_2)$ et $K_\infty(a_2)$ dépendent de l'orientation des fibres et modélisés par un modèle d'homogénéisation (voir la section 2.1.1).

La mise en œuvre numérique du comportement viscoélastique anisotrope a été réalisée d'abord dans Zset et est détaillée dans l'annexe A.6. L'algorithme numérique que nous avons adopté est présenté par [Simo and Hughes \(2006\)](#).

2.4.5 Bilan du comportement viscoélastique anisotrope du PA66GF30

Pour résumer ce sous-chapitre, le modèle de Maxwell généralisé a été adapté pour le comportement viscoélastique en régime linéaire du matériau composite hétérogène. Ceci est réalisé par la transformation de la branche élastique au cas anisotrope en analysant les résultats des essais de DMA. Le module de la branche élastique est modélisé à l'aide du modèle d'homogénéisation (Advani-Tucker). De plus, la somme des modules d'élasticité sur les branches viscoélastiques ainsi que les temps caractéristiques et la pondération de chaque module E_i ont été démontrés isotropes, plus précisément, ils sont indépendants de l'orientation des fibres. L'identification a été refaite pour une plage de vitesse plus restreinte à savoir celle qui correspond aux essais de fatigue équivalents (voir la section 3.4.2.1). De plus, la triple équivalence

Temps-Température-Humidité est également évaluée et identifiée pour PA66GF30. Nous pouvons reconstruire la courbe maitresse de DMA pour les conditions hygrothermiques quelconques à partir de la courbe maitresse normalisée.

2.5 Application et évaluation du critère sur les éprouvettes

Les simulations numériques sont réalisées sur nos trois types d'éprouvettes en utilisant le modèle du comportement anisotrope en régime linéaire. Dans un premier temps, nous avons caractérisé le module d'élasticité de traction uniaxiale et de flexion en utilisant les paramètres identifiés dans la sous-section 2.4.3.2. De plus, nous les avons comparés avec les solutions analytiques et les mesures de DMA. Ceci a pour l'objectif de vérifier si la modélisation du comportement élastique anisotrope est fiable pour les différentes microstructures (épaisseurs) et les différents modes de sollicitation (traction, compression, charge multiaxiale). Par la suite, nous avons appliqué le critère de durée de vie en fatigue établi par [Klimkeit \(2009\)](#) (Figure 1.11) pour nos trois types d'essais. Nous supposons que le comportement du PA66GF30 est élastique en régime linéaire et qu'il n'y a pas d'endommagement. Nous ne visons ainsi pas de simuler jusqu'au cycle de référence ($2000^{\text{ième}}$). Une rampe de force F est appliquée sur l'éprouvette, qui permet d'engendrer une amplitude de déformation qui est environ égale à l'amplitude de déformation du cycle de référence de fatigue. L'énergie de déformation élastique est ainsi calculée localement par la méthode numérique via un post-processing sur chaque élément du maillage par l'équation 1.3. Nous obtenons finalement une cartographie de durée de vie pour les éprouvettes de traction uniaxiale, de flexion et de traction biaxiale. La durée de vie peut être évaluée également par la méthode analytique dans la zone fortement sollicitée (voir le chapitre 1 section 1.5.2). Cette démarche est identique à celle utilisée pour la campagne d'essais de fatigue. La comparaison de durée de vie numérique et celle d'analytique a pour l'objectif de valider l'application du critère de fatigue par la méthode numérique.

2.5.1 Chaîne de calcul numérique

Au cas du thermoplastique renforcé de fibres de verre courtes, la caractérisation de sa réponse mécanique par la méthode numérique consiste en général à 3 étapes en bureau d'étude industriel :

- Simulation du procédé de moulage par injection en utilisant le logiciel commercial Mold-flow[®]. Le résultat est le tenseur d'orientation des fibres \mathbf{a}_2 (voir la section 1.3.2.2) sur chaque point d'intégration de la simulation d'écoulement du moulage.
- Les points d'intégration de la simulation structurale par EF sont situés à des positions différentes de celles de la simulation du procédé d'injection. Pour cela, l'interpolation et la projection du tenseur d'orientation \mathbf{a}_2 sont réalisées en utilisant le logiciel Digimat-Map[®] sur le maillage de calcul structural (le maillage de calcul d'injection est en général plus fin que celui de calcul structural). Digimat-Map[®] fournit un fichier (.xml) dans l'ordre des éléments du maillage de calcul, et pour chaque élément, un \mathbf{a}_2 identique est assigné pour chaque point d'intégration Gauss.
- Calcul de structure en utilisant le logiciel Zset[®] ou le logiciel Abaqus[®], à l'aide d'une implémentation numérique du comportement développé dans une routine utilisateur UMAT.

Pour nos trois types d'éprouvettes ou autrement dit pour les plaques injectées d'épaisseur de 2 mm, de 4 mm et de 5 mm, les prédictions du \underline{a}_2 par le logiciel Moldflow[®] sont vérifiées par les caractérisations de microtomographie au rayon X (voir la section 1.3.2.1). Par conséquent, nous pouvons également importer les résultats de tomographie au même format (fichier .xml) que ceux de Digimat-Map[®] afin de comparer leurs réponses mécaniques. Les résultats de comparaison sont détaillés dans la section suivante.

2.5.2 Résultats et discussions

2.5.2.1 Traction uniaxiale

L'éprouvette haltère H2 de l'épaisseur de 2 mm est maillée à l'aide de 21504 éléments de type brique C3D8 (Les hexaèdres sont utilisés en calcul de structure pour le maillage de géométries simples) et 24735 nœuds. Le maillage de l'éprouvette est présenté dans la figure 2.39a et les dimensions de l'éprouvette sont détaillés dans la figure 1.15. Les éléments dans la zone utile sont de longueur de 0.4 mm et de largeur de 0.25 mm. L'éprouvette est modélisée par un multicouche de 14 couches (voir la figure 2.39b) afin de capter au mieux l'effet du cœur/peau de la distribution de l'orientation des fibres uniforme par couche (voir la section 1.3.2 sur la figure 1.23).

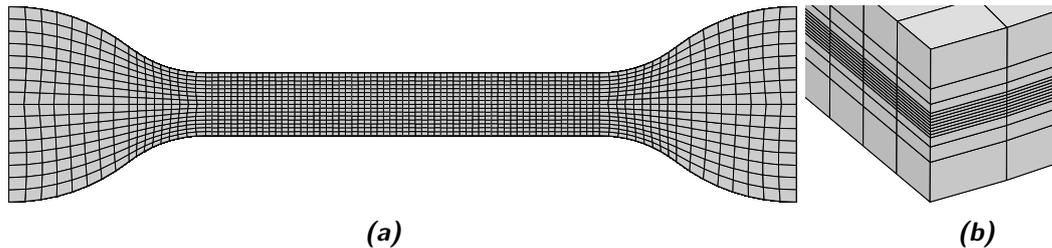


Figure 2.39 – Maillage de l'éprouvette haltère H2 de l'épaisseur de 2 mm.

Nous avons réalisé des simulations de traction uniaxiale monotone pilotée en effort de $F_{min} = 0 N$ à $F_{max} = 500 N$. L'éprouvette est encastrée à gauche au niveau du mors en fixant tous les degrés de liberté (DOFs). La force est appliquée sur un nœud maître du mors et une équation mpc1 (MPC=multi-point constraint) est ajoutée sur ce mors qui assure que tous les nœuds de ce set ont les mêmes déplacements selon l'axe et un déplacement nul dans les directions perpendiculaires.

Les paramètres du matériau utilisés sont ceux identifiés dans la sous-section 2.4.3.2 qui correspondent au module mesuré à 5 Hz des essais de DMA (vitesse de déformation $10^{-3} s^{-1}$). À cette fréquence de sollicitation, le module d'élasticité de la matrice identifié est égale à $E_m = 2.8$ GPa (voir la figure 2.34a).

Les tenseurs d'orientation des fibres \underline{a}_2 caractérisés par la tomographie et par le logiciel Moldflow[®] (voir la figure 1.23a) sont importés séparément comme une donnée d'entrée et leurs résultats sont comparés dans le tableau 2.6. Les résultats numériques du module d'élasticité et de l'énergie de déformation élastique sont obtenus en moyennant les champs de $(\sigma_{11}, \epsilon_{11})$ dans la zone utile de l'éprouvette H2 d'une longueur de 20 mm. Les modules d'élasticité caractérisés en utilisant les \underline{a}_2 de tomographie sont très proches aux mesures des essais de DMA à 5 Hz (Figure 2.28). Par contre, la précision de prédiction du \underline{a}_2 sous Moldflow[®] a engendré un écart plus

important pour E_L (le module élastique dans le sens de sollicitation x d'une éprouvette). Les résultats numériques du modèle "multi-couche" sont obtenus en imposant un tenseur d'orientation identique par couche, le tenseur d'orientation imposé correspond à une valeur moyenne de tous les éléments de cette couche. Le comportement élastique, isotrope transverse, de chaque couche est ainsi homogène et peut être obtenu par le modèle analytique d'homogénéisation. Par la suite, le module du composite peut être obtenu analytiquement en appliquant la théorie des composites stratifiés. La même méthode d'analyse laminaire est utilisée dans l'étude de [Sasayama et al. \(2013\)](#), [Shokrieh and Moshrefzadeh-Sani \(2016\)](#) et [Shokrieh and Moshrefzadeh-Sani \(2017\)](#).

		Mesure de DMA	Résultats numériques				Résultats analytiques	
			\underline{g}_2 Tomographie		\underline{g}_2 Moldflow		\underline{g}_2 Tomo	\underline{g}_2 Mold
			\underline{g}_2	multi-couche	\underline{g}_2	multi-couche	multi-couche	multi-couche
E_L (GPa)	Longi.	7.6	7.26	7.25	5.95	5.95	7.25	5.95
	25deg.	5.8	5.39	5.83	6.19	5.44	5.35	5.36
	Trans.	3.8	3.86	3.86	4.25	4.25	3.85	4.24
W_{el} ($10^5 J \cdot m^{-3}$)	Longi.	-	2.69	2.69	3.28	3.28	2.69	3.28
	25deg.	-	3.63	3.35	3.16	3.59	3.65	3.64
	Trans.	-	5.06	5.06	4.60	4.60	5.07	4.60
DDV (cycle)	Longi.	-	$3.3 \cdot 10^4$	$3.3 \cdot 10^4$	$8.9 \cdot 10^3$	$8.9 \cdot 10^3$	$3.3 \cdot 10^4$	$8.9 \cdot 10^3$
	25deg.	-	$4.5 \cdot 10^3$	$7.7 \cdot 10^3$	$1.1 \cdot 10^4$	$4.9 \cdot 10^3$	$4.9 \cdot 10^3$	$4.4 \cdot 10^3$
	Trans.	-	$5.0 \cdot 10^2$	$5.0 \cdot 10^2$	$9.4 \cdot 10^2$	$9.4 \cdot 10^2$	$4.9 \cdot 10^2$	$9.4 \cdot 10^2$

Table 2.6 – Évaluation du module d'élasticité, de la valeur du critère de durée de vie en fatigue de [Klimkeit \(2009\)](#) et la durée de vie par la méthode numérique et par la méthode analytique pour l'éprouvette haltère H2 sous sollicitation de traction.

L'objectif est de comparer les solutions analytiques et les résultats numériques par "multi-couche" afin de valider la modélisation du comportement élastique anisotrope en régime linéaire. L'évaluation de W_{el} par la méthode analytique (en déduit par l'équation 1.5 et E_L) et la méthode numérique (par l'équation 1.3 avec les termes σ_{11} et ϵ_{11}) est également présentée dans le tableau 2.6. La durée de vie est ainsi déduite en appliquant le critère utilisé par [Klimkeit \(2009\)](#) (voir la figure 1.11).

2.5.2.2 Flexion 3 points

L'éprouvette en forme de barreau pour la flexion est maillée à l'aide de 32000 éléments de type brique C3D8 et 36057 nœuds. Le maillage de l'éprouvette est présenté dans la figure 2.40a et les dimensions de l'éprouvette sont détaillées dans la figure 1.17. Les éléments sont de longueur de 0.8 mm et de largeur de 0.5 mm avec une épaisseur variée (voir la figure 2.40b) afin de capter au mieux l'effet du cœur/peau de la distribution du \underline{g}_2 .

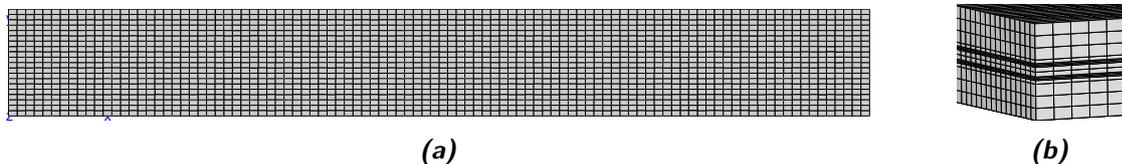


Figure 2.40 – Maillage de l'éprouvette en forme de barreau.

Nous avons réalisé des simulations de flexion monotone pilotée en un effort de $F_{min} = 0 N$ à $F_{max} = 80 N$ sur la ligne de contact avec l'appui au milieu (la ligne L_1 sur la figure 1.42). Le déplacement d est directement mesuré sur cette ligne. Les conditions aux limites pour l'essai de flexion sont : $U_3 = 0$ pour la ligne L_2 et la ligne L_3 , $U_1 = 0$ pour la ligne L_1 et $U_2 = 0$ pour le point pt_1 (voir la figure 1.42).

Les caractérisations du module de flexion par la méthode numérique et par la méthode analytique pour différentes microstructures caractérisées par la tomographie et par le logiciel Moldflow[®] (voir la figure 1.23b) sont comparées avec les mesures de DMA dans le tableau 2.7 (voir la figure A.9 de l'annexe A.4).

		Mesure de DMA	Résultats numériques				Résultats analytiques	
			\underline{a}_2 Tomographie		\underline{a}_2 Moldflow		\underline{a}_2 Tomo	\underline{a}_2 Mold
			\underline{a}_2	multi-couche	\underline{a}_2	multi-couche	multi-couche	multi-couche
E_L (GPa)	Longi.	7.8	7.35	7.35	6.04	6.03	7.19	5.85
	25deg.	5.6	5.68	5.92	5.60	5.49	5.22	5.22
	Trans.	3.9	3.86	3.86	4.23	4.22	3.70	4.05
W_{el} ($10^5 J \cdot m^{-3}$)	Longi.	-	1.57	1.57	1.91	1.91	1.60	1.97
	25deg.	-	2.03	1.95	2.06	2.10	2.20	2.21
	Trans.	-	2.99	2.99	2.72	2.73	3.12	2.84
DDV (cycle)	Longi.	-	$1.2 \cdot 10^6$	$1.2 \cdot 10^6$	$3.2 \cdot 10^5$	$3.1 \cdot 10^5$	$1.0 \cdot 10^6$	$2.6 \cdot 10^5$
	25deg.	-	$1.7 \cdot 10^5$	$2.7 \cdot 10^5$	$1.9 \cdot 10^5$	$1.6 \cdot 10^5$	$1.2 \cdot 10^5$	$1.2 \cdot 10^5$
	Trans.	-	$1.7 \cdot 10^4$	$1.7 \cdot 10^4$	$3.1 \cdot 10^4$	$3.2 \cdot 10^4$	$1.2 \cdot 10^4$	$2.3 \cdot 10^4$

Table 2.7 – Évaluation du module d'élasticité, de la valeur du critère de durée de vie en fatigue de Klimkeit (2009) et la durée de vie par la méthode numérique et par la méthode analytique pour l'éprouvette en forme de barreau sous sollicitation de flexion.

Identique au cas de traction uniaxiale, les résultats numériques du modèle "multi-couche" sont obtenus en imposant un tenseur d'orientation identique par couche, le tenseur d'orientation imposé correspond à une valeur moyenne de tous les éléments de cette couche. Les valeurs de l'énergie W_{el} sont évaluées dans la zone la plus sollicitée en traction (voir l'équation 1.13 dans la section 1.5.2) par l'équation 1.3 en utilisant les composants (σ_{11} , ϵ_{11}) pour une première approximation uniaxiale. La durée de vie sont également caractérisées.

Les résultats numériques du E_L en utilisant les \underline{a}_2 de tomographie prédisent correctement les mesures d'essais de DMA avec une précision satisfaisante. La comparaison des résultats numériques et ceux analytiques montre également une bonne cohérence et valide ainsi la modélisation du comportement anisotrope par un multi-couche.

Afin de comparer en détail les résultats de la méthode numérique et ceux analytiques pour différentes microstructures, les champs locaux de la contrainte et de la déformation sont évalués sur la ligne L_0 au centre de la zone DIC (voir la figure 1.43b).

L'évolution de contrainte en fonction de l'épaisseur de l'éprouvette est calculée analytiquement par l'équation 1.8, plus précisément :

$$\sigma_{xx} = -\frac{3l}{bh^3} \cdot F \cdot z \quad (2.45)$$

avec $l = 64 \text{ mm}$, $b = 10 \text{ mm}$ et $h = 4 \text{ mm}$.

L'évolution de la déformation analytique est obtenue en divisant la contrainte par le module d'élasticité. Pour le cas isotrope, E_{xx} est identifié par l'équation 1.9, plus précisément :

$$E_{xx} = -\frac{l^3 F}{4bh^3 d} \quad (2.46)$$

Pour le cas anisotrope modélisé par un modèle multi-couche, E_{xx} est identifié pour chaque couche homogène de l'éprouvette par le modèle d'homogénéisation.

Les évolutions de $(\sigma_{xx}, \epsilon_{xx})$ sont illustrées dans les deux figures suivantes 2.41 et 2.42. Les résultats numériques et analytiques montrent une bonne cohérence pour différentes microstructures même si nous les comparons à l'échelle locale par couche. Ceci justifie la fiabilité de la modélisation du comportement élastique anisotrope en régime linéaire pour la sollicitation en flexion.

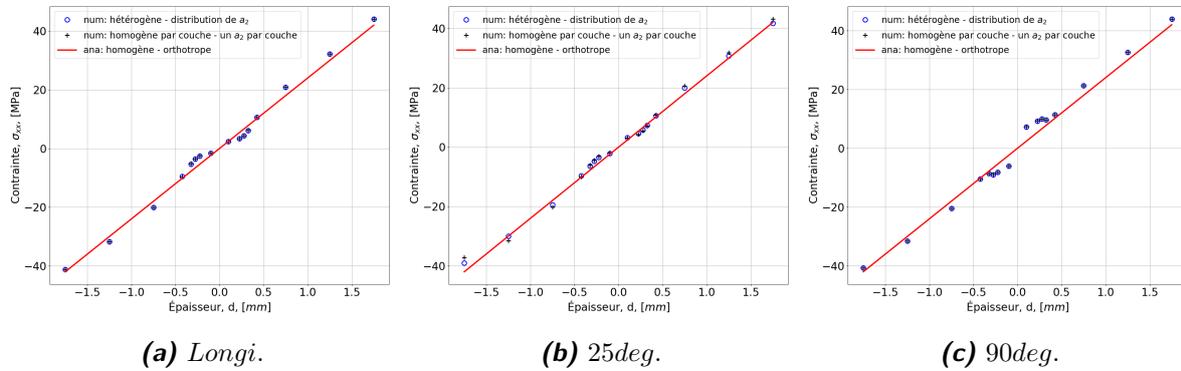


Figure 2.41 – Évolution de la contrainte en fonction de l'épaisseur pour l'éprouvette du PA66GF30 sous sollicitation de flexion caractérisée par la méthode numérique et la méthode analytique.

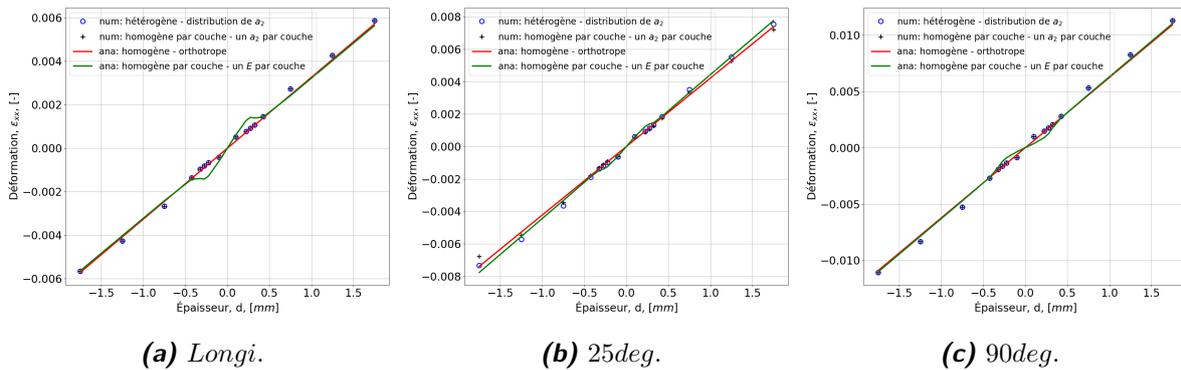


Figure 2.42 – Évolution de la déformation en fonction de l'épaisseur pour l'éprouvette du PA66GF30 sous sollicitation de flexion caractérisée par la méthode numérique et la méthode analytique.

2.5.2.3 Traction biaxiale

L'éprouvette cruciforme pour la traction biaxiale est maillée à l'aide de 65760 éléments de type brique C3D8 et de 71253 nœuds. L'épaisseur des éléments est variée pour le but de capter au mieux l'effet du cœur/peau du \mathbf{a}_2 . Dans ce cas, nous avons fixés un nombre de couches égale à 12. Les termes a_{11} du tenseur d'orientation caractérisés par la tomographie et par le logiciel Moldflow[®] sont utilisés pour décrire la microstructure (voir la figure 1.23c).

Nous avons réalisé des simulations de traction biaxiale monotone pilotée en effort sur chaque mors de $F_{min} = 0 \text{ N}$ à $F_{max} = 3000 \text{ N}$. Cette charge est choisie pour que l'amplitude de déplacement soit comparable avec le déplacement maximal du cycle de référence (2000^{ième}) d'un essai de fatigue. La symétrie de la géométrie assure le centre de l'éprouvette cruciforme immobile. Les champs de déformation d'une éprouvette cruciforme $0^\circ/90^\circ$ sont présentés dans la figure 2.44. Nous constatons que la réduction de l'épaisseur dans la zone centrale assure l'uniformité de la contrainte et de la déformation dans la zone de traction biaxiale. De plus, nous notons que ϵ_{yy} est plus importante que ϵ_{xx} dans la zone centrale. Ceci est dû au fait que les fibres sont orientées majoritairement horizontales dans cette zone. La déformation de cisaillement dans la zone centrale est négligeable par rapport au bord. Ceci assure un chargement équi-biaxial au centre de l'éprouvette cruciforme.

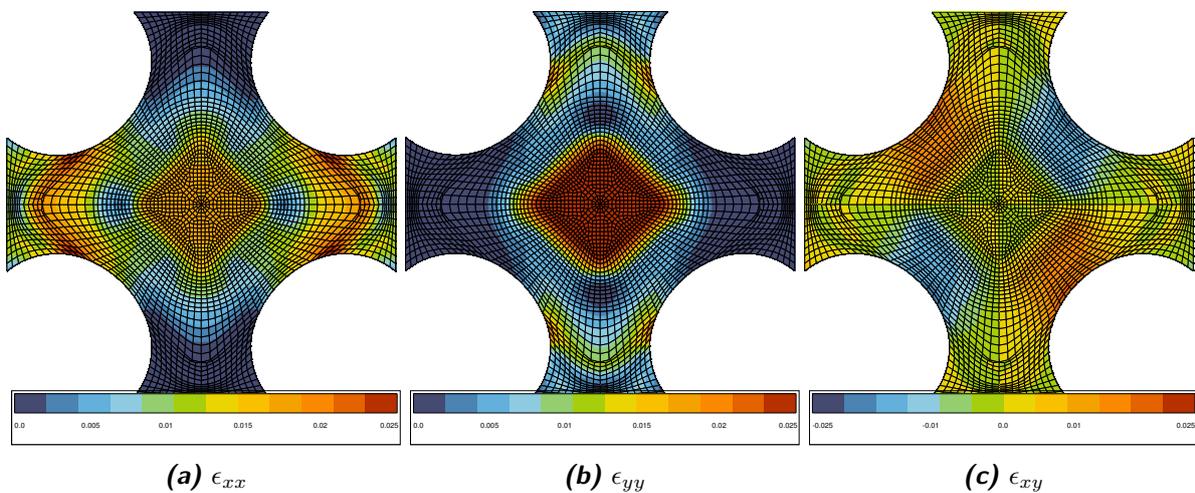


Figure 2.44 – Champs de déformation d'une éprouvette cruciforme $0^\circ/90^\circ$ sous sollicitation de chargement équi-biaxial en traction à $F = 3000 \text{ N}$ caractérisés par la méthode numérique.

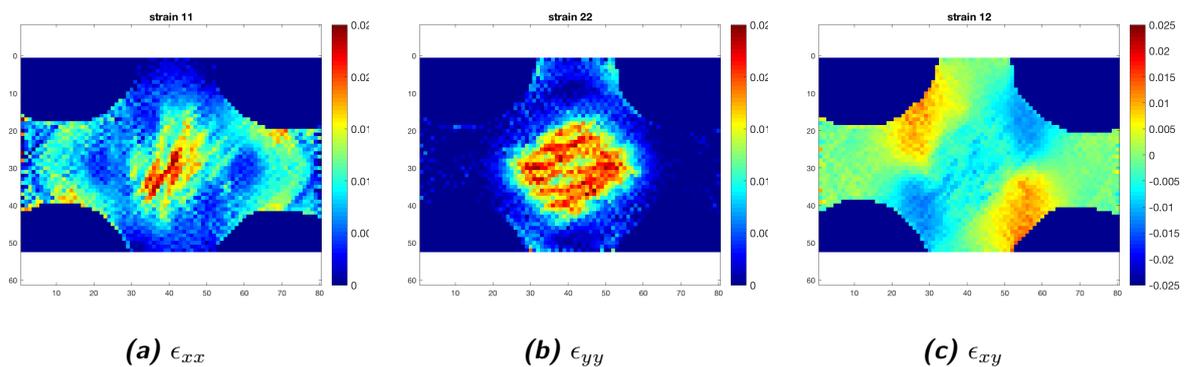


Figure 2.45 – Champs de déformation d'une éprouvette cruciforme $0^\circ/90^\circ$ sous sollicitation de chargement équi-biaxial en traction à $F = F_{max} = 1200 \text{ N}$ caractérisés par la technique DIC.

La caractérisation par la technique DIC est réalisée pendant l'essai de fatigue sous chargement équi-biaxial en traction. Par corrélation d'images, nous présentons les champs de déformation expérimentaux d'un essai de fatigue sur l'éprouvette cruciforme $0^\circ/90^\circ$ dans la figure 2.45. Les images sont prises au cycle de référence à $F = F_{max} = 1200 \text{ N}$. La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux montre une bonne cohérence par rapport à l'amplitude de déformation et à la distribution des champs locaux.

Concernant l'évaluation du critère énergétique (voir chapitre 1), la géométrie de l'éprouvette cruciforme rend difficile de trouver une solution analytique (voir la figure 1.18 de la section 1.3.1.2). Pour cela, la méthode numérique par EF est utilisée pour calculer la densité d'énergie pour chaque élément de maillage via un post-processing. Nous pouvons ainsi en déduire la densité d'énergie élastique dans toute l'éprouvette et celle dans la zone utile. Et ainsi déduire numériquement le pourcentage d'énergie élastique dans la zone utile $\alpha_{U-angle}(\%)$.

Dans un premier temps, ce facteur d'énergie élastique $\alpha_{U-angle}(\%)$ est évalué dans le régime linéaire. Les simulations de la traction biaxiale sur l'éprouvette cruciforme ont été réalisées pour différentes microstructures ($0^\circ/90^\circ$ et 45° caractérisés par la tomographie ou le Moldflow) et pour différentes charges maximales sur l'axe A et l'axe B. La densité d'énergie de déformation élastique est caractérisée par l'équation 1.3. L'énergie élastique du volume total $U_{elVtotal}$, l'énergie élastique du centre $U_{elVcentral}$ de l'éprouvette ainsi que le pourcentage d'énergie distribué dans la zone utile $\alpha_{U-angle}$ ont été calculés pour chaque cas (voir le tableau 2.8).

	g_2 Tomographie				g_2 Moldflow		
	$0^\circ/90^\circ$			45°		$0^\circ/90^\circ$	45°
	équi-biaxial	biaxial		équi-biaxial	biaxial	équi-biaxial	équi-biaxial
$F_{maxA}/F_{maxB}(N)$	3000	2500/3500	3500/2500	3000	2500/3500	3000	3000
$U_{elVtotal}(10^{-3}J)$	1570.1	1634.0	1700.8	1547.6	1658.8	1563.1	1543.1
$U_{elVcentral}(10^{-3}J)$	96.1	112.4	122.1	73.1	96.2	89.6	92.9
$\alpha_{U-angle}(\%) = \frac{U_{elVcentral}}{U_{elVtotal}}$	6.12	6.88	7.18	4.72	5.80	5.73	6.02
$\alpha_{U-angle-moyen}(\%)$	$\alpha_{U_{0^\circ/90^\circ}} = 6.73\%$			$\alpha_{U_{45^\circ}} = 5.26\%$			

Table 2.8 – Calcul du pourcentage d'énergie distribué dans la zone centrale $\alpha_{U-angle}$ pour l'éprouvette cruciforme du PA66GF30 sous sollicitation de traction biaxiale.

Nous constatons que pour une microstructure donnée, ce pourcentage $\alpha_{U-angle}$ au premier ordre ne dépend pas de la charge des deux axes A/B même pour les cas non équi-biaxiaux ($F_{maxA} \neq F_{maxB}$). Un facteur d'environ 1.2 est observé pour les deux cas extrêmes de nos tests. L'influence de ce facteur est négligeable en considérant l'intervalle de dispersion de 5% de notre critère de durée de vie en fatigue (voir la figure 1.52). Par contre, ce pourcentage $\alpha_{U-angle}$ est influencé par la distribution de l'orientation des fibres ($0^\circ/90^\circ$ ou 45° caractérisés par la tomographie ou le Moldflow[®]). Ainsi comme c'est présenté dans le chapitre 1, nous avons utilisé $\alpha_{U_{0^\circ/90^\circ}} = 6.73\%$ et $\alpha_{U_{45^\circ}} = 5.26\%$ pour l'évaluation de la valeur de notre critère de durée de vie en fatigue (voir l'équation 1.15).

2.6 Bilan du chapitre 2

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle élastique anisotrope et un modèle viscoélastique anisotrope dans l'objectif de prédire le comportement en régime linéaire des composites thermoplastiques renforcés de fibres de verre courtes (PA66GF30).

Le comportement élastique anisotrope est modélisé par un modèle d'homogénéisation classique (Mori-Tanaka et Adavani-Tucker). Ces modèles d'homogénéisation par champs moyens permettent d'évaluer les propriétés effectives du matériau sur un volume élémentaire représentatif à définir. D'autre part, dans le régime linéaire, nous avons analysé par EF les champs

complets de VER en générant d'une manière exacte ou via une approche statistique la microstructure du composite. Les influences des différents paramètres structuraux des composites renforcés (fraction volumique, rapport de forme, distribution, etc.) ont été étudiés. La méthode d'homogénéisation a été validée en comparant les résultats des champs moyens prédits par la simulation des microstructures par la méthode des EF.

Le comportement viscoélastique du PA66GF30 est caractérisé par des essais de DMA en traction et modélisé par le modèle de Maxwell généralisé. L'analyse des essais de DMA montre une élasticité anisotrope liée aux renforts des fibres et des temps de relaxations qui caractérisent la viscosité indépendants de l'orientation des fibres. Par conséquent, le composite a été modélisé par un modèle de Maxwell généralisé anisotrope. La branche purement élastique est remplacée par un modèle d'homogénéisation élastique. La triple équivalence Temps-Température-Humidité a été évaluée sur le composite. Nous avons proposé également une approche par des fonctions pour des facteurs de translation température/humidité. Cette approche réduit le nombre de paramètres de la triple équivalence et élargit son domaine de validité.

Le modèle élastique anisotrope développé et caractérisé est ensuite implémenté dans une formulation des EF et appliqué sur les éprouvettes de traction et de flexion. Les résultats montrent une bonne confrontation entre les expérimentaux (DIC) et les analytiques/numériques.

Une première approche par la modélisation du comportement élastique anisotrope nous a aidé d'évaluer le critère de fatigue pour les éprouvettes cruciformes. L'énergie de déformation restituée a été estimée plus précisément sur un VER. Grâce à cela, nous avons étendu le critère de fatigue dans le cas de charge multiaxiale (voir la figure 1.52 de chapitre 1).

Chapitre 3

Développement du comportement du PA66GF30 en régime non linéaire

*D*ans ce chapitre, nous présentons le développement du comportement mécanique du PA66GF30 en régime non linéaire. Pour cela, nous avons proposé un modèle visco-élasto-plastique anisotrope endommageable. Nous supposons que la viscosité identifiée en régime linéaire (voir le chapitre 2) est valable également en régime non linéaire. Une branche élasto-plastique a été couplée avec le modèle de Maxwell généralisé anisotrope afin de caractériser le fluage cyclique pendant l'essai de fatigue. De plus, nous avons introduit une variable d'adoucissement dans le but de décrire la variation de rigidité apparente des cycles de fatigue. L'objectif est de simuler d'une manière accélérée le cycle de référence, en modélisant le comportement cyclique en fatigue. L'application de notre critère de fatigue sur ce cycle numérique nous permet de prédire la durée de vie d'une pièce.

Table des matières

3.1	État de l'art	96
3.1.1	Modélisation du comportement en régime non linéaire	96
3.1.2	Modélisation du comportement cyclique de fatigue	97
3.2	Démarche de l'étude	98
3.3	Modélisation du comportement cyclique visco-élasto-plastique endommageable	99
3.3.1	Modélisation de la viscoélasticité	101
3.3.2	Modélisation de l'élastoplasticité couplée avec l'adoucissement	101
3.4	Identification des paramètres du comportement cyclique	106
3.4.1	Choix des VERs pour l'identification des paramètres du modèle	106
3.4.2	Identification de la viscosité	108
3.4.3	Identification de l'élasticité	110
3.4.4	Identification de l'élasto-plasticité couplée avec l'adoucissement	111
3.4.5	Stabilisation du comportement et de la prédiction de durée de vie	119
3.4.6	Sensibilité des paramètres	120
3.5	Validation du comportement cyclique sur les éprouvettes	121
3.5.1	Méthode de validation	121
3.5.2	Traction cyclique uniaxiale	122
3.5.3	Traction cyclique biaxiale	127
3.6	Bilan du chapitre 3	131

3.1 État de l'art

Les pièces automobiles du PA66GF30 sous leurs conditions de service (les sollicitations de vibration) peuvent atteindre facilement un taux de déformation de quelques pourcentages. Pour cela, il nous faut développer le comportement du PA66GF30 en régime non linéaire, et plus précisément, dans le régime cyclique de fatigue à grand nombre de cycles ($> 10^6$).

Différents modèles existent pour modéliser le comportement en régime non linéaire (Détrez et al., 2010; Ayoub et al., 2010; Miled et al., 2011; Miled, 2011; Cayzac et al., 2013; Miled et al., 2013; Launay et al., 2013c; Krairi and Doghri, 2014) ou cyclique (Nouri et al., 2009; Launay et al., 2011, 2013a,b; Haouala and Doghri, 2015; Mortazavian and Fatemi, 2015a; Zhu et al., 2016; Krairi et al., 2016; Yu et al., 2017a,b) pour les thermoplastiques homogènes et renforcés.

3.1.1 Modélisation du comportement en régime non linéaire

Détrez et al. (2010) modélise les polymères semi-cristallin comme un assemblage de deux constituants cristallin et amorphe. Le polymère est représenté par un réseau macromoléculaire bridé par les forces cohésives intra-laminaires (voir la figure 3.1). Dans cette approche, le mécanisme de fragmentation lamellaire est piloté par la déformation plastique cumulée et induit une perte du module d'élasticité. La perte de module est prise en compte à l'aide d'un couplage plasticité/endommagement. L'ensemble de ces mécanisme sont introduits dans un modèle rhéologique (voir la figure 3.1) composé en deux éléments en parallèle :

- la partie amorphe est modélisé par un comportement de type visco-hyperélastique;
- la partie cristalline est modélisé par un comportement de type hyper-élasto-plastique endommageable.

la variable d'endommagement D , représente la fragmentation lamellaire. Une relation phénoménologique a été établie entre D et la déformation plastique cumulée (voir l'équation 3.1) :

$$D = \alpha(1 - e^{-\beta p}) \quad \text{avec } \alpha \text{ et } \beta : \text{paramètres du matériau} \quad (3.1)$$

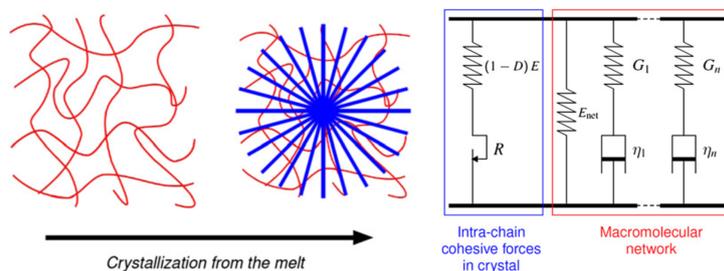


Figure 3.1 – Schéma structural d'un polymère semi-cristallin et le modèle rhéologique associé (Détrez et al., 2010).

Ce modèle est basé sur de nombreuses analyses expérimentales de plusieurs polymères semi-cristallins (Détrez, 2008) et a été appliqué par Fabre (2015) pour modéliser le comportement en traction uniaxiale du PA66 (à $23^{\circ}C$, contenant 1.74% d'eau). Les paramètres de PA66 ont été ajustés par des essais de charges-décharges et de relaxations multiples en traction uniaxiale. Les

réponses numériques en contrainte/déformation sont présentées sur la figure 3.2a pour un essai de charges-décharges et sur la figure 3.2b pour un essai de relaxations multiples. Les résultats numériques sont en adéquation avec les courbes expérimentales.

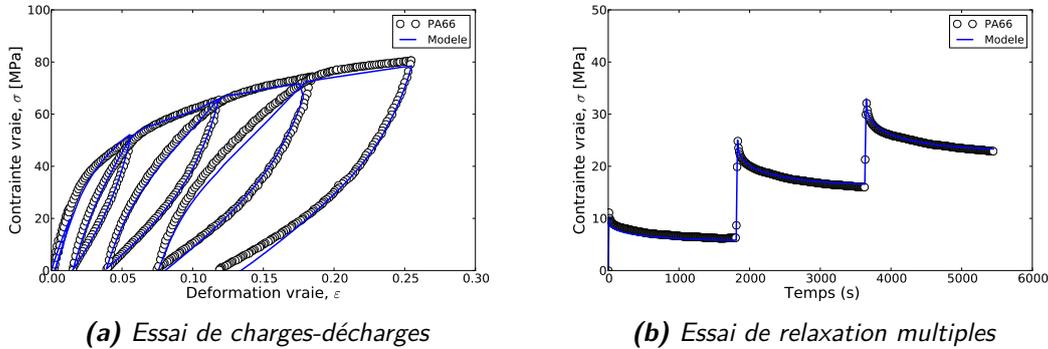


Figure 3.2 – Comparaison des courbes expérimentales et des résultats obtenus avec le modèle de Détrez Fabre (2015).

Ainsi Fabre (2015) a validé le modèle de Détrez et al. (2010) du comportement cyclique de polymère semi-cristallin du PA66 pour un essai de charges-décharges et un essai de relaxations multiples. Fabre et al. (2018) a introduit également la triple équivalence Temps-Température-Humidité afin de modéliser le comportement équivalent à une autre température et une autre teneur en eau (voir la figure 2.5).

3.1.2 Modélisation du comportement cyclique de fatigue

La modélisation du chargement cyclique de fatigue avec la méthode incrémentale classique conduit à un temps de calcul prohibitif. Dans l'objectif de réduire le coût de calcul et parfois les cumuls d'erreurs numériques, différentes stratégies numériques sont développées.

Selon les modèles du comportement utilisés, elles sont classées en deux types :

- modèle heuristique ou phénoménologique qui est simplifié pour estimer les paramètres internes et caractérise uniquement les comportements moyens sans la partie d'oscillation. Par exemple la méthode 'pseudo-fluage', l'essai de fatigue est approximé par un essai de fluage et les paramètres visqueux nécessitent une modification afin d'être ajusté au comportement cyclique Chaboche (2008); Ahmed et al. (2016); Tantchou Yakam (2017);
- modèle conventionnel (Papon et al., 2013) qui caractérise le comportement d'un cycle complet et différentes méthodes sont développées :
 - méthode cyclique directe où la solution stabilisée de période T est recherchée par la décomposition en séries de Fourier (Comte et al., 2006) ou les ondelettes;
 - méthode des "sauts de cycles" où la solution stabilisée est prédéfinie et où l'évolution des variables internes des équations constitutives sont intégrées sur tous les N cycles (Lesne and Savalle, 1989);
 - méthode à grand incrément de temps (méthode LATIN : large time incremental) (Boucard et al., 1997) où le cycle stabilisé est recherché en utilisant une double échelle du temps, une échelle rapide pour représenter l'évolution des variables au cours d'un

cycle et une échelle lente pour représenter l'évolution des variables entre les cycles sur l'ensemble du chargement.

La complexité de la mise en œuvre surtout pour un modèle anisotrope et le gain relativement faible par rapport à une méthode EF optimisée limite l'application industrielle de ces méthodes. Ainsi, dans notre approche, la prévision de durée de vie est basée d'une part sur la réponse du cycle stabilisé, et d'autre part sur une procédure d'accélération du processus rochet proposée par [Houlsby et al. \(2017\)](#). L'effet de la plasticité et de l'adoucissement sont accélérés en réduisant le nombre de cycles numériques (voir la figure 3.3).

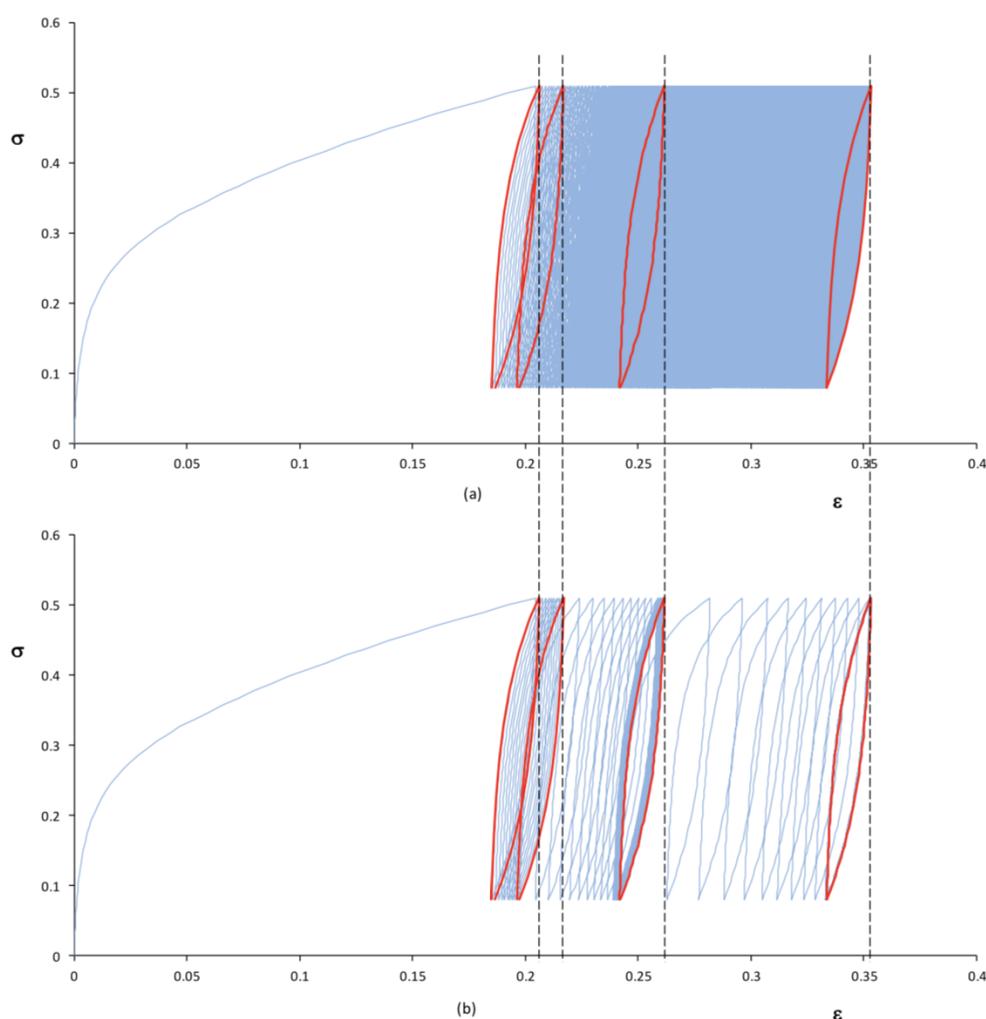


Figure 3.3 – (a) 1000 cycles expérimentaux. Cycles 1, 10, 100 et 1000 surlignés; (b) 1000 cycles numériques. Cycles 1, 10, 30 (équivalent au cycle 100 expérimental) et 50 (équivalent au cycle 1000 expérimental) surlignés ([Houlsby et al., 2017](#)).

3.2 Démarche de l'étude

L'objectif de ce chapitre 3 est de développer le comportement du PA66GF30 en régime non linéaire, et plus précisément, un modèle prédictif dans le régime cyclique de fatigue à grand nombre de cycles ($> 10^6$).

En se basant sur l'état de l'art, nous avons proposé un modèle visco-élasto-plastique endommageable anisotrope pour le comportement mécanique en fatigue cyclique du PA66GF30 adapté aux mécanismes de déformation identifiés. La matrice PA66 du composite PA66GF30 est représenté par un réseau macromoléculaire bridé par la structure cristalline (Détrez, 2008; Détrez et al., 2010) (voir la figure 3.1). Dans la gamme de durée de vie étudiée, durée de vie supérieure au million de cycles, le composite a un taux de déformation n'excédant pas 5%. Ainsi, le modèle a été développé sous l'hypothèse des petites déformations. L'ajout des fibres dans la matrice induisent une anisotropie de comportement, par conséquent, certains modules mécaniques devront dépendre. De plus, le fluage cyclique (voir la figure 3.4) pendant l'essai de fatigue doit être simulé d'une manière accélérée sans faire tous les cycles afin de prédire la tenue en fatigue avec un temps de calcul raisonnable.

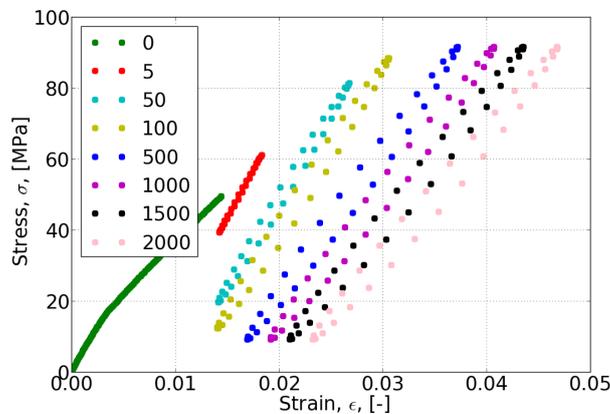


Figure 3.4 – Phénomène du fluage cyclique pendant l'essai de fatigue pour l'éprouvette H2 du PA66GF30 en traction uniaxiale.

Nous avons ainsi proposé une méthode de caractérisation rapide pour atteindre la stabilisation du cycle numérique. Les paramètres du comportement sont identifiés à partir des essais de DMA et des essais cycliques en traction uniaxiale des éprouvettes PA66GF30. Nous pouvons ainsi prédire la durée de vie d'une pièce en appliquant notre critère de fatigue sur ce cycle numérique de simulation.

3.3 Modélisation du comportement cyclique visco-élasto-plastique endommageable

Un modèle visco-élasto-plastique anisotrope endommageable (VEP-S-aniso) a été développé afin de rendre compte du comportement cyclique de fatigue du composite PA66GF30, le modèle rhéologique associé est représenté dans la figure 3.5.

Ce modèle est construit à partir des hypothèses déduites des différentes analyses décrites dans ce sous-chapitre :

Hypothèse 1 *L'adhésion d'interface est parfaite entre les fibres et la matrice.*

Le composite est simplifié par un matériau biphasique (phase matrice et phase fibres).

Hypothèse 2 *Les phénomènes visqueux sont associés au réseau macromoléculaire qui est*

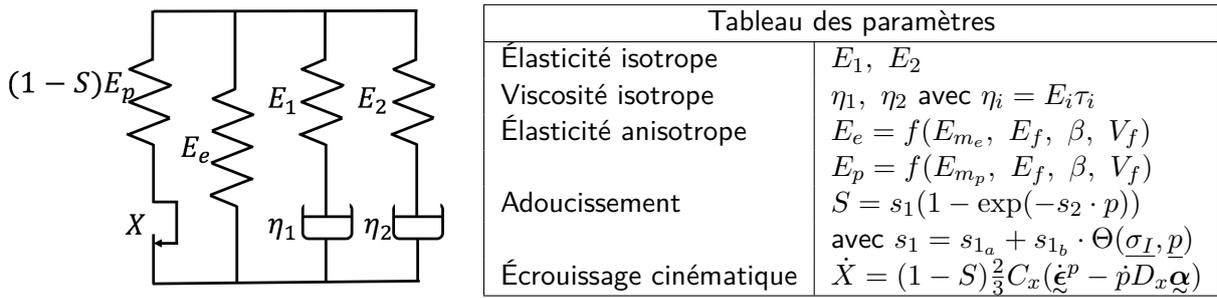


Figure 3.5 – Modèle rhéologique du comportement cyclique du PA66GF30.

isotrope. La viscosité est linéaire et modélisée par un modèle de Maxwell généralisé.

Nous supposons que la viscosité identifiée en régime linéaire (voir la sous-section 2.4.3.1) reste identique pour le comportement cyclique de fatigue.

Hypothèse 3 *L'anisotropie de la branche élastique dépend unique de l'orientation des fibres (Voir section 3.4.3).*

Hypothèse 4 *L'adoucissement S est piloté par la plasticité (Détrez, 2008; Détrez et al., 2010).*

Kanters et al. (2016) a montré que pour les SFRPs, la rupture en fatigue apparait à faible déformation macroscopique, le mécanisme de rupture est dominé par l'accumulation de la déformation plastique.

Hypothèse 5 *Une branche élastoplastique endommageable représentant les mécanismes non linéaires de la matrice a été introduite, ils dépendent de la contrainte locale et donc de l'orientation de fibres.*

Les mécanismes de plasticité et d'adoucissement s'expriment donc en fonction de la nature de la structure cristalline de la matrice, et des contraintes locales modifiées par la présence des fibres.

Hypothèse 6 *La plasticité est modélisée par un modèle d'écrouissage cinématique non linéaire.*

Ce type d'écrouissage permet d'obtenir un cycle stabilisé, le cycle représentatif de la fatigue. En effet, l'écrouissage isotrope dans le modèle de Détrez et al. (2010) ne permet pas de décrire le fluage cyclique pendant l'essai de fatigue.

Hypothèse 7 *L'adoucissement est caractérisé par une variable scalaire dépendante de l'orientation des fibres.*

Cette hypothèse est issue des analyses de la variation de rigidité apparente S_g des cycles de fatigue expérimentaux (voir la section 1.4.3) et l'analyse de l'évolution de la variable d'adoucissement S en fonction de l'orientation des fibres (voir la 3.4.4.3).

Hypothèse 8 *Le modèle est identifié à partir des essais cycliques de fatigue iso-hygrothermique.*

Dans un premier temps, le cas de traction uniaxiale à température ambiante et à 50% HR est analysé (voir la section 1.5.1 et 3.4.1).

3.3.1 Modélisation de la viscoélasticité

Le réseau macromoléculaire, c'est-à-dire la matrice PA66 du composite PA66GF30, est modélisé par un modèle viscoélastique linéaire. Les amplitudes de déformation de nos essais de fatigue ne dépassent pas un très faible pourcentage et les taux de déformation restent faibles, ils satisfont le critère des petites déformations (HPP).

L'identification des paramètres des deux branches viscoélastiques (voir la sous-section 2.4.3.3) est réalisée à partir des essais de DMA en régime linéaire (taux de déformation 10^{-5}) pour des vitesses de déformation entre 10^{-1} s^{-1} et 10^3 s^{-1} (voir la section 1.4.3 et la figure 2.38). Les essais de fatigue sont réalisés à 5 Hz, les vitesses de déformation sont comprises dans cet intervalle.

3.3.2 Modélisation de l'élastoplasticité couplée avec l'adoucissement

Nous avons utilisé la méthode de l'état local (Lemaitre et al., 2009) pour formuler la loi de comportement élasto-plastique couplé avec l'adoucissement. Pour cela, il faut choisir d'abord les variables d'états observables et internes. Par la suite, deux potentiels (fonctions scalaires) nous permettent de définir toutes les lois et leurs évolutions caractérisant notre matériau. Ces deux potentiels sont : le potentiel thermodynamique et le potentiel de dissipation.

3.3.2.1 Lois d'état

Le système de variable d'état et interne que nous avons choisi pour décrire l'évolution de la structure cristalline est : $\mathcal{Z} = \{\boldsymbol{\epsilon}^e, \boldsymbol{\alpha}, S\}$, avec :

- $\boldsymbol{\epsilon}^e$: tenseur de déformation élastique, avec $\boldsymbol{\epsilon}^e = \boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^p$, dans le cas des petites déformations en élastoplasticité (ou viscoplasticité).
- $\boldsymbol{\alpha}$: variable d'écroissage cinématique non linéaire (tenseur d'ordre 2). L'évolution du domaine d'élasticité est gouvernée par l'évolution d'une variable tensorielle \boldsymbol{X} qui définit le centre. \boldsymbol{X} représente la contrainte interne associée à la variable $\boldsymbol{\alpha}$ qui est défini par la formule $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{C}_x : \boldsymbol{\alpha}$. Le nombre de variables $\boldsymbol{\alpha}$ peut être quelconque $\boldsymbol{X} = \sum \boldsymbol{X}_i = \sum \boldsymbol{C}_i : \boldsymbol{\alpha}_i$. Nous en avons choisi une seule. Les tenseurs \boldsymbol{C}_i permettent de tenir en compte l'anisotropie de l'écroissage cinématique. Nous considérons le cas isotrope qui est représenté par $\boldsymbol{C}_x = C_x \boldsymbol{I}$.
- S : variable scalaire d'adoucissement cyclique. En effet, lors de nos essais cycliques, un adoucissement de la rigidité apparente du matériau est observé au cours des cycles. Cet adoucissement se stabilise toujours (stabilisation plastique avec boucle d'hystérésis). Nous considérons dans un premier temps cet adoucissement comme isotrope. Nous introduisons plus tard l'influence de la présence des fibres. L'objectif est de simplifier les notations et la compréhension du modèle. À la fin de cette section, nous allons généraliser l'adoucissement isotrope dans le cas anisotrope (voir la sous-section 3.3.2.3).

Le tenseur de contrainte effective $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ est défini par Chaboche (Lemaitre et al., 2009; Rabotnov, 1968): "c'est celui qu'il faudrait appliquer à un élément de matière non endommagé pour qu'il se déforme de la même façon qu'un élément endommagé soumis au tenseur de contrainte actuelle $\boldsymbol{\sigma}$ " :

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{(1 - S)} \quad (3.2)$$

La notion de la contrainte effective sera utilisée dans la loi de comportement à la place de la contrainte de Cauchy afin de décrire l'influence de l'adoucissement sur le comportement macroscopique du matériau.

Ainsi, le tenseur de rigidité élastique du matériau adouci est défini par l'équation suivante :

$$\tilde{\underline{\underline{\Lambda}}} = (1 - S)\underline{\underline{\Lambda}} \quad (3.3)$$

L'adoucissement cyclique est appliqué pour notre composite PA66GF30 pour prendre en compte l'effet macroscopique de dégradation du comportement mécanique, et ainsi modéliser l'évolution de la rigidité apparente au cours du chargement cyclique de fatigue.

Une énergie libre spécifique d'Helmholtz est adoptée en tant que potentiel thermodynamique dans le cas des petites déformations. Nous supposons que l'adoucissement S intervient non seulement dans le terme élastique ψ^e mais également dans le terme d'écrouissage ψ^p . En première approximation, nous ne tenons pas compte des couplages thermiques. Cette approche est semblable à celle utilisée par [Saanouni \(1988\)](#) et [Ju \(1989\)](#). Nous posons donc :

$$\psi = \psi(\underline{\underline{\xi}}^e, \underline{\underline{\alpha}}, S) = \overline{\psi^e}(\underline{\underline{\xi}}^e, S) + \overline{\psi^p}(\underline{\underline{\alpha}}, S) = (1 - S)(\psi^e(\underline{\underline{\xi}}^e) + \psi^p(\underline{\underline{\alpha}})) \quad (3.4)$$

avec :

$$\psi^e = \frac{1}{2\rho} \underline{\underline{\xi}}^e : \underline{\underline{\Lambda}} : \underline{\underline{\xi}}^e, \rho : \text{la masse volumique}$$

$$\psi^p = \frac{1}{3\rho} \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{C}}_x : \underline{\underline{\alpha}}$$

Cette approche permet d'aboutir naturellement à une annulation complète de la contrainte lorsque l'on atteint la rupture ($S = 1$). Et une variable Y associée à la partie d'adoucissement.

Les expressions des forces thermodynamiques sont déterminées à partir des lois d'état :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\xi}}^e} = \rho(1 - S) \cdot \frac{\partial \psi^e(\underline{\underline{\xi}}^e)}{\partial \underline{\underline{\xi}}^e} = (1 - S) : \underline{\underline{\Lambda}} : \underline{\underline{\xi}}^e \\ \underline{\underline{X}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} = (1 - S) \cdot \frac{2}{3} C_x \underline{\underline{\alpha}} \\ Y = \rho \frac{\partial \psi}{\partial S} = -\rho(\psi^e(\underline{\underline{\xi}}^e) + \psi^p(\underline{\underline{\alpha}})) \end{cases} \quad (3.5)$$

En plus de la contrainte effective $\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}$, nous utilisons une variable d'écrouissage cinématique effective $\tilde{\underline{\underline{X}}}$, proposée initialement par [Lemaitre \(1996\)](#), déduite de $\underline{\underline{X}}$ par la même opération :

$$\tilde{\underline{\underline{X}}} = \frac{\underline{\underline{X}}}{(1 - S)} \quad (3.6)$$

Cette notion respecte le fait que le domaine d'élasticité reste centré en $\underline{\underline{X}}$ dans l'espace réel des contraintes.

Les lois d'état sont :

$$\begin{cases} \tilde{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{\Lambda}} : \underline{\underline{\xi}}^e \\ \tilde{\underline{\underline{X}}} = \frac{2}{3} C_x \underline{\underline{\alpha}} \end{cases} \quad (3.7)$$

La déformation plastique cumulée p et la variable d'adoucissement S sont exprimées dans l'espace des forces thermodynamiques et des contraintes effectives séparément.

3.3.2.2 Lois d'évolution

Compte tenu des lois d'état, l'inégalité de Clausius-Duhem dans le cas isotherme se réduit à l'expression de la dissipation intrinsèque :

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}} - \rho \dot{\psi} \\
 &= \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}}^e + \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}}^p - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\epsilon}^e} : \underline{\dot{\epsilon}}^e - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\alpha}} : \underline{\dot{\alpha}} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial S} : \dot{S} \\
 &= (\underline{\sigma} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\epsilon}^e}) : \underline{\dot{\epsilon}}^e + \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}}^p - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\alpha}} : \underline{\dot{\alpha}} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial S} : \dot{S} \\
 &= \underline{\sigma} : \underline{\dot{\epsilon}}^p - \underline{\mathbf{X}} : \underline{\dot{\alpha}} - Y : \dot{S} \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Le potentiel de dissipation est une fonction scalaire convexe par rapport aux variables flux : $\psi(\underline{\dot{\epsilon}}^p, \underline{\dot{\alpha}}, \dot{S})$. Le potentiel de dissipation $\psi^*(\underline{\sigma}, \underline{\mathbf{X}}, Y)$ dual de $\psi(\underline{\dot{\epsilon}}^p, \underline{\dot{\alpha}}, \dot{S})$ est calculé par la transformée de Legendre-Fenchel (Lemaitre and Chaboche, 1994). Il existe différentes possibilités pour coupler l'adoucissement et la plasticité selon la nature et le nombre de mécanismes. Dans notre cas, nous avons choisi l'approche de Lemaitre (1985, 1996). Nous avons supposé que l'adoucissement du matériau est piloté par la plasticité. Ceci correspond à un seul mécanisme mis en jeu (Lemaitre, 1985, 1996), avec un seul potentiel de dissipation présenté dans l'équation 3.9 avec une seule variable d'adoucissement scalaire S :

$$\psi^*(\underline{\sigma}, \underline{\mathbf{X}}, Y; S) = \psi_p^*(\underline{\sigma}, \underline{\mathbf{X}}; S) + \psi_s^*(Y; S) \tag{3.9}$$

La règle de normalité fait intervenir un seul multiplicateur plastique λ .

Les lois d'évolution sont:

$$\underline{\dot{\epsilon}}^p = \lambda \frac{\partial \psi^*}{\partial \underline{\sigma}} = \lambda \frac{\partial \psi_p^*}{\partial \underline{\sigma}} \tag{3.10}$$

$$-\underline{\dot{\alpha}} = \lambda \frac{\partial \psi^*}{\partial \underline{\mathbf{X}}} = \lambda \frac{\partial \psi_p^*}{\partial \underline{\mathbf{X}}} \tag{3.11}$$

$$-\dot{S} = \lambda \frac{\partial \psi^*}{\partial Y} = \lambda \frac{\partial \psi_s^*}{\partial Y} \tag{3.12}$$

Évolution plastique

Pour décrire l'écoulement plastique et l'écrouissage cinématique, nous utilisons la notion de contrainte effective $\tilde{\underline{\sigma}}$ et la variable d'écrouissage cinématique effective $\tilde{\underline{\mathbf{X}}}$ (Lemaitre, 1996; Benallal, 1989). Pour cela, nous avons choisi un potentiel dual de dissipation $\psi_p^*(\tilde{\underline{\sigma}}, \tilde{\underline{\mathbf{X}}})$ de la forme suivante :

$$\psi_p^*(\underline{\sigma}, \underline{\mathbf{X}}; S) = \psi_p^*(\tilde{\underline{\sigma}}, \tilde{\underline{\mathbf{X}}}) = f(\tilde{\underline{\sigma}}, \tilde{\underline{\mathbf{X}}}) + \frac{3D_x}{4C_x} \tilde{\underline{\mathbf{X}}} : \tilde{\underline{\mathbf{X}}} \tag{3.13}$$

où le critère d'évolution plastique de type Von Mises $f(\tilde{\underline{\sigma}}, \tilde{\underline{\mathbf{X}}})$ définit le domaine initial de plasticité. Ce critère dépend de l'adoucissement par l'intermédiaire de la contrainte effective $\tilde{\underline{\sigma}}$

et de la variable d'écoulement effective $\tilde{\mathbf{X}}$ de la manière suivante :

$$f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) = J(\tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \tilde{\mathbf{X}}) - R_0 \quad (3.14)$$

avec R_0 qui représente la limite d'élasticité et $J(\boldsymbol{\sigma})$ qui représente la norme de Von Mises du tenseur $\boldsymbol{\sigma}$:

$$J(\tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \tilde{\mathbf{X}}) = \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}(\tilde{\boldsymbol{s}} - \tilde{\boldsymbol{x}}) : (\tilde{\boldsymbol{s}} - \tilde{\boldsymbol{x}})} \quad (3.15)$$

avec $(\tilde{\boldsymbol{s}} - \tilde{\boldsymbol{x}}) = K : (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \tilde{\mathbf{X}})$ qui est la partie déviateur du tenseur $(\tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \tilde{\mathbf{X}})$.

La loi d'évolution de la déformation plastique $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \psi_p^*}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} = \frac{\dot{\lambda}}{1-S} \tilde{\boldsymbol{n}} \quad \text{avec} \quad \tilde{\boldsymbol{n}} = \frac{\partial \psi_p^*}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} = \frac{3}{2} \frac{(\tilde{\boldsymbol{s}} - \tilde{\boldsymbol{x}})}{J(\tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \tilde{\mathbf{X}})} = \frac{3}{2} \frac{\tilde{\boldsymbol{s}} - \tilde{\boldsymbol{x}}}{J(\tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \tilde{\mathbf{X}})} \quad (3.16)$$

Nous remarquons que :

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \frac{\dot{\lambda}}{1-S} \quad (3.17)$$

La loi d'évolution de la variable d'écoulement $\boldsymbol{\alpha}$ s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial \psi_p^*}{\partial \tilde{\mathbf{X}}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p - \dot{p} D\boldsymbol{\alpha} \quad (3.18)$$

Le terme de rappel $-\dot{p} D\boldsymbol{\alpha}$ (équation 3.18) représente un mécanisme de restauration dynamique.

L'écoulement plastique suit la loi :

$$\begin{cases} \text{Domaine élastique:} & f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) < 0 & (\dot{\lambda} = 0) \\ \text{Décharge élastique:} & f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{f}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) < 0 & (\dot{\lambda} = 0) \\ \text{Écoulement plastique:} & f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{f}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) = 0 & (\dot{\lambda} > 0) \end{cases} \quad (3.19)$$

Le multiplicateur plastique est calculé à partir de la condition de consistance :

$$\begin{aligned} \dot{f}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\mathbf{X}}) &= 0 \\ &= \frac{\partial f}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} : \dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}} + \frac{\partial f}{\partial \tilde{\mathbf{X}}} : \dot{\tilde{\mathbf{X}}} \\ &= \tilde{\boldsymbol{n}} : \dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}} - \tilde{\boldsymbol{n}} : \dot{\tilde{\mathbf{X}}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

En combinant les équations 3.7, 3.16, 3.17 et 3.18, nous obtenons l'expression du multiplicateur :

$$\dot{\lambda} = \frac{(1-S)\tilde{\boldsymbol{n}} : \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}}{\tilde{\boldsymbol{n}} : \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} : \tilde{\boldsymbol{n}} + \frac{2}{3} C \tilde{\boldsymbol{n}} : (\tilde{\boldsymbol{n}} - D\boldsymbol{\alpha})} \quad (3.21)$$

En réinjectant l'expression du $\dot{\lambda}$ dans l'équation 3.16 et en combinant avec l'équation 3.7, nous obtenons le comportement tangent en élasto-plasticité :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1-S) \left[\tilde{\boldsymbol{\Lambda}} - \frac{(\tilde{\boldsymbol{\Lambda}} : \tilde{\boldsymbol{n}}) \otimes (\tilde{\boldsymbol{n}} : \tilde{\boldsymbol{\Lambda}})}{\tilde{\boldsymbol{n}} : \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} : \tilde{\boldsymbol{n}} + \frac{2}{3} C \tilde{\boldsymbol{n}} : (\tilde{\boldsymbol{n}} - D\boldsymbol{\alpha})} \right] : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.22)$$

Nous supposons dans un premier temps que la variable d'adoucissement S suit la même loi proposée par Detrez (Détrez, 2008; Détrez et al., 2010) :

$$S = s_1(1 - \exp(-s_2 \cdot p)) \quad (3.23)$$

avec p : la déformation plastique cumulée, s_1 et s_2 : les paramètres du matériau. Une évolution similaire de type exponentielle pour la variable d'adoucissement est également appliquée dans l'étude de Launay et al. (2013a). Sous l'action de sollicitation répétée, la variable mécanique d'adoucissement pose un problème difficile dans la mesure, où macroscopiquement rien ne distingue un ver endommagé d'un élément vierge. On est obligé d'imaginer une variable interne représentative de l'état de détérioration de la matière S .

3.3.2.3 Généralisation à l'adoucissement anisotrope

Initié par l'idée présentée dans l'article Wilmes and Hornberger (2015), l'auteur a introduit un nouveau paramètre appelé "fiber share (fs) afin de capturer le critère de l'orientation des fibres locale. Ce facteur calcule le produit scalaire normalisé du tenseur de contrainte et du tenseur d'orientation afin de caractériser l'orientation relative de la contrainte locale et de la fibre. Une dépendance de l'orientation des fibres par rapport à la direction de sollicitation a été étudiée également par Nouri et al. (2017) pour PA66GF35.

Nous proposons de manière similaire une dépendance de l'orientation des fibres pour l'adoucissement. Cette dépendance est caractérisée par l'angle $\Theta(\underline{\sigma}_I, \underline{p})$ (l'équation 3.24). C'est l'angle entre la contrainte principale maximale $\underline{\sigma}_I$ pour chaque élément et le vecteur \underline{p} qui représente l'orientation de la fibre :

$$\Theta = \text{acos}\left(\frac{\underline{\sigma}_I \cdot \underline{p}}{|\underline{\sigma}_I| |\underline{p}|}\right) \quad (3.24)$$

Il est essentiel de rappeler que la microstructure de notre matériau est approchée par un tenseur d'orientation constant par élément pendant le calcul EF (identique pour chaque point de Gauss sur même élément), dans l'hypothèse des petites déformations. \underline{p} est ainsi identique par élément, et constant au cours de chargement. Cet angle Θ évolue donc au cours du chargement. En raison du manque des données expérimentales et des résultats numériques concernant l'évolution anisotrope de l'adoucissement selon les 3 directions principales dans les composites. Nous supposons que l'effet d'adoucissement est isotrope par élément et caractérisé par une variable scalaire $S(\Theta(\underline{\sigma}_I, \underline{p}))$ qui dépend de l'orientation des fibres. Nous avons ainsi la contrainte effective $\tilde{\underline{\sigma}} = \frac{\underline{\sigma}}{(1-S)}$ et le tenseur de rigidité élastique effectif $\tilde{\underline{\Lambda}} = (1-S)\underline{\Lambda}$.

L'implémentation numérique du comportement élasto-plastique endommageable est réalisée dans le code de calcul par éléments finis et est détaillée dans l'annexe A.7. La vérification des mouvements du corps solide et des différentes sollicitations est également présentée.

3.4 Identification des paramètres du comportement cyclique

3.4.1 Choix des VERs pour l'identification des paramètres du modèle

L'identification des paramètres du modèle VEP-S-aniso est effectuée dans un premier temps sur les essais de fatigue en traction uniaxiale (voir la section 1.5.1). Les paramètres du modèle sont listé dans la figure 3.5.

Les essais uniaxiaux ont été réalisé sur des éprouvettes H2. Pour rappel, les éprouvettes H2 ont une microstructure hétérogène avec une distribution d'orientation de fibres proche d'un multi-couche. En effet, l'épaisseur de la partie cœur est minimisée via les paramètres d'injection et représente environ 10% de l'épaisseur totale (voir la figure 1.21).

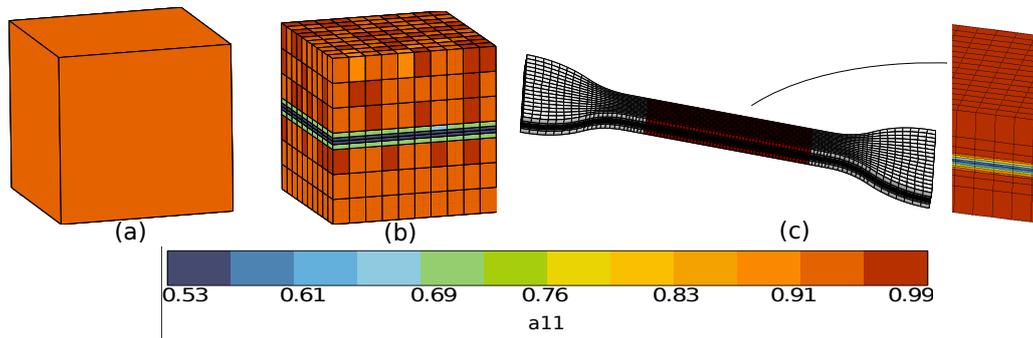


Figure 3.6 – Modélisation du comportement de l'éprouvette H2 du PA66GF30 avec (a) un seul élément, (b) un cube de 6 couches et (c) l'éprouvette H2 totale de 14 couches.

Nous avons comparé l'influence de l'orientation des fibres avec différents choix des VERs pour l'éprouvette H2 (voir la figure 3.6), en le modélisant avec un seul élément (avec $\mathbf{a}_2 = (a_1, a_2, a_3) = (0.95, 0.029, 0.021)$ de la partie peau de l'éprouvette), avec un cube simplifié à 6 couches et avec l'éprouvette H2 totale de 14 couches, les contraintes et déplacements sont moyennés dans la zone utile de longueur $L = 20 \text{ mm}$ (voir la figure 2.39b dans la sous-section 2.5.2.1).

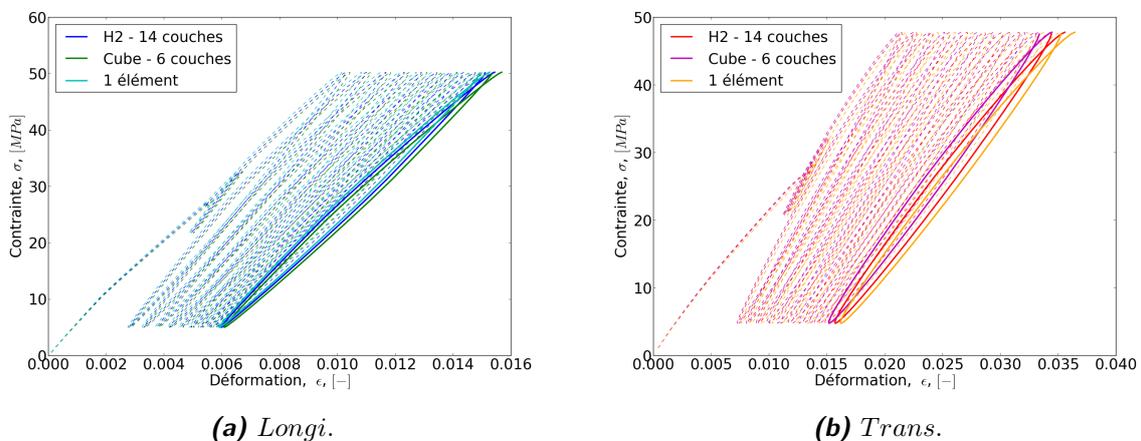


Figure 3.7 – Comparaison des réponses de la modélisation du comportement VEP-S-aniso avec trois approches différentes présentées sur la figure 3.6.

Les paramètres utilisés dans cette étude sont listés dans le tableau 3.1, nous présenterons les détails d'identification par la suite.

Modèle VEP-S-aniso pour PA66GF30										
Élasticité			Écrouissage			Adoucissement			Viscosité	
E_f	26118	MPa	R_0	6.3	MPa	s_{1_a}	$4.97 \cdot 10^{-1}$	E_1	950 MPa	τ_1 0.005 s
E_{m_e}	504	MPa	C	9742	MPa	s_{1_b}	$4.70 \cdot 10^{-3}$	E_2	950 MPa	τ_2 0.32 s
E_{m_p}	1064	MPa	D	289		s_2	46.9			

Table 3.1 – Paramètres matériaux identifiés du modèle VEP-S-aniso pour PA66GF30 en traction cyclique uniaxiale.

La comparaison des réponses globales du comportement VEP-S-aniso (voir la figure 3.7) montre que l'influence de la distribution des fibres au cœur peut être négligée dans le cas d'essais de traction. Nous pouvons ainsi considérer que la microstructure est uniforme pour l'éprouvette H2 d'épaisseur 2 mm. Un tenseur d'orientation des fibres diagonal $\underline{\mathbf{a}}_2 = (0.95, 0.029, 0.021)$ est suffisant pour représenter la microstructure de l'éprouvette H2 *Longi*. Les $\underline{\mathbf{a}}_2$ de l'éprouvette *25deg* et *Trans*. sont obtenus respectivement par rotation de 25° et 90° . De plus, grâce à la géométrie régulière à section constante, les champs de contrainte et de déformation sont ainsi uniformes dans la zone utile et peuvent être déduits à partir de la charge appliquée et le déplacement mesuré.

D'après ces analyses préliminaires, le choix du VER avec un seul élément ou même un seul point de Gauss est justifié. Grâce à l'uniformité de la géométrie et de la microstructure de l'éprouvette H2, cette approche est suffisante pour représenter le comportement en traction uniaxiale. Les conditions aux limites périodiques sont utilisées pendant la simulation numérique pour ce VER afin d'éviter les champs de contrainte non uniformes à cause de la présence des fibres.

Nous nous focalisons sur la rampe de mise en charge et le cycle de référence. L'objectif est de caractériser précisément la rigidité apparente en régime linéaire et l'énergie de déformation restituée du cycle de référence. Deux ou trois essais ont été choisis à différentes charges maximales pour chaque orientation des fibres. L'objectif est de reproduire les cycles de référence ayant une durée de vie entre 10^4 et 10^7 cycles (voir la figure 1.27). Leurs comportements du cycle de référence et de la rampe de mise en charge sont présentés dans la figure 3.8.

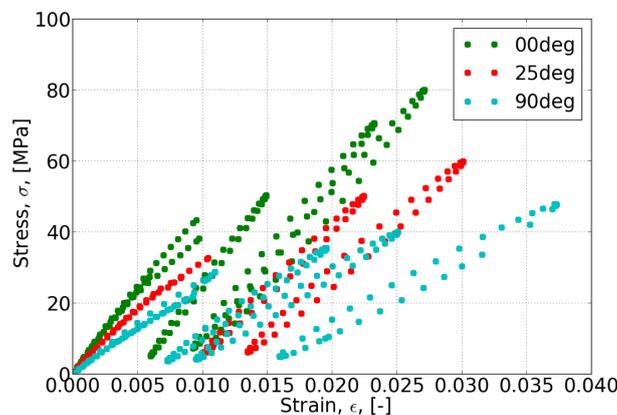


Figure 3.8 – Courbes expérimentales des essais de fatigue en traction uniaxiale à différentes charges maximales (la rampe de mise en charge et le cycle de référence, le 2000^{ième})

3.4.2 Identification de la viscosité

Pour le comportement viscoélastique en régime non linéaire, nous conservons les paramètres identifiés à partir des essais linéaires, ainsi nous supposons que la viscosité ne dépend pas de l'amplitude de déformation. Nous considérons ces hypothèses simplificatrices afin de ne pas complexifier le modèle VEP-S-aniso.

L'identification des deux branches activées, correspondant aux vitesses de sollicitation des essais de fatigue est présentée dans la sous-section 2.4.3.3. Nous obtenons $\tau_1 = 0.32 \text{ s}$, $\tau_2 = 0.005 \text{ s}$ et $E_1 = 950 \text{ MPa}$, $E_2 = 950 \text{ MPa}$.

La contrainte visqueuse de notre modèle peut être calculée par la formule analytique suivante :

$$\sigma_v(t) = \int_0^t \left(\sum E_i e^{-\frac{t-s}{\tau_i}} \right) \dot{\epsilon}(s) ds \quad (3.25)$$

Une comparaison de la contrainte visqueuse analytique et numérique pendant l'essai cyclique de fatigue est présentée sur la figure 3.9.

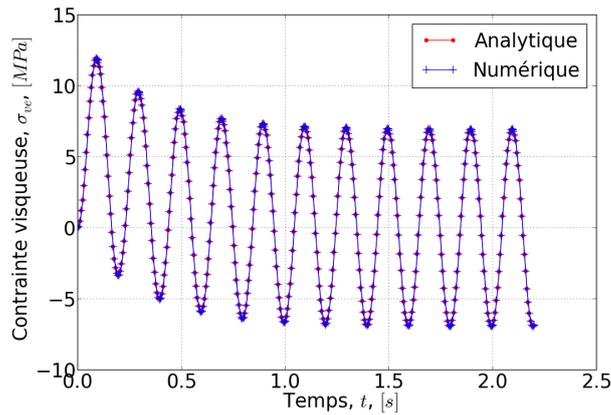


Figure 3.9 – Comparaison de la contrainte visqueuse analytique et numérique du modèle VEP-S-aniso pendant un essai cyclique de fatigue.

3.4.2.1 Vérification de l'identification de la viscosité

Dans cette sous-section 3.4.2.1, la contrainte visqueuse expérimentale est identifiée en re-tranchant au comportement expérimental du cycle de référence le comportement expérimental indépendant du temps. Ce comportement indépendant du temps peut être obtenu en effectuant un essai à une vitesse extrêmement lente, ou par équivalence de Temps-Température, à une température élevée. L'objectif est donc de réaliser un essai de comportement au niveau du plateau "caoutchoutique". Pour obtenir un comportement "caoutchoutique" à $T = 25^\circ\text{C}$ et à $\text{HR} = 50\%$, la vitesse de sollicitation doit être de l'ordre de $\dot{\epsilon} = 10^{-11} \text{ s}^{-1}$ (voir la figure 2.20). Cette vitesse étant trop faible pour réaliser les essais, nous allons utiliser la relation d'équivalente : la triple équivalence Temps-Température-Humidité (voir l'équation 2.25):

$$\dot{\epsilon}_{(T=60^\circ\text{C}, \text{HR}=50\%)} = 10^{6.83} \cdot \dot{\epsilon}_{(T=25^\circ\text{C}, \text{HR}=50\%)} \quad (3.26)$$

Ainsi, les essais cycliques équivalents pour les éprouvettes PA66GF30 avec différentes orien-

tations des fibres (*Longi.* et *Trans.*) sont réalisés à $T = 60^\circ\text{C}$ et à $\text{HR} = 50\%$, avec une fréquence $5 \cdot 10^{-3}$ Hz (vitesse de déformation de l'ordre de grandeur : 10^{-4} s^{-1}), pilotés en déplacement au même amplitude que les cycles de référence de l'essai de fatigue.

Un montage hygrothermique est spécialement conçu afin de maintenir l'humidité de la chambre à une température élevée. L'idée est d'injecter l'air humide dans le four en réglant le débit de façon automatique suivant la mesure de l'humidité.

Les essais indépendants du temps et les cycles de référence sont présentés dans la figure 3.10. La faible relaxation de contrainte pendant l'essai cyclique justifie la précision de cette approche

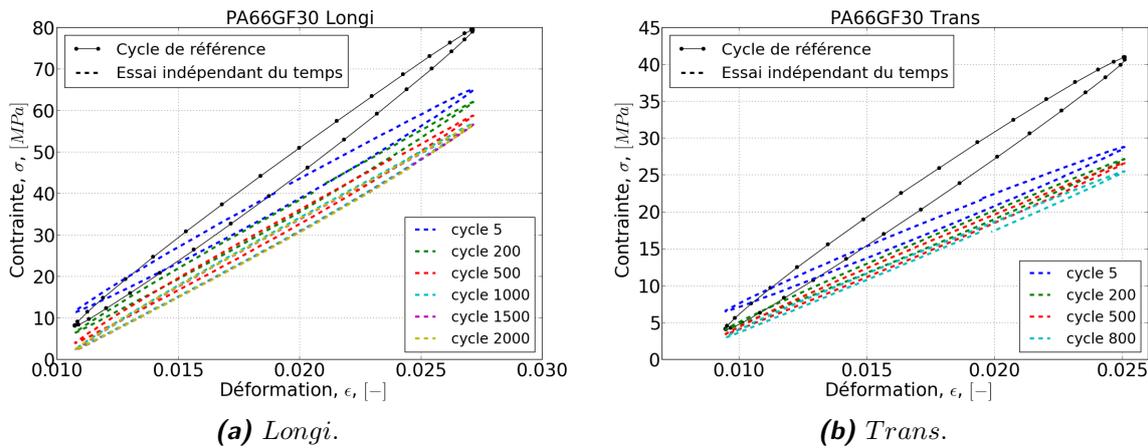


Figure 3.10 – Comparaisons des cycles de l'essai indépendant du temps ($T = 60^\circ\text{C}$ et $\text{HR} = 50\%$) avec le cycle de référence de l'essai de fatigue à $T = 25^\circ\text{C}$ et $\text{HR} = 50\%$ pour l'éprouvette H2 du PA66GF30.

La différence entre le cycle de référence de l'essai de fatigue et les cycles de l'essai indépendant du temps (on a choisi le 200^{ième} cycle) est la contribution de la contrainte visqueuse de notre modèle. Afin de valider notre modèle, la contrainte visqueuse est ensuite comparée à la solution analytique/numérique des deux branches viscoélastiques de notre modèle VEP-S-aniso (voir la section 3.4.2).

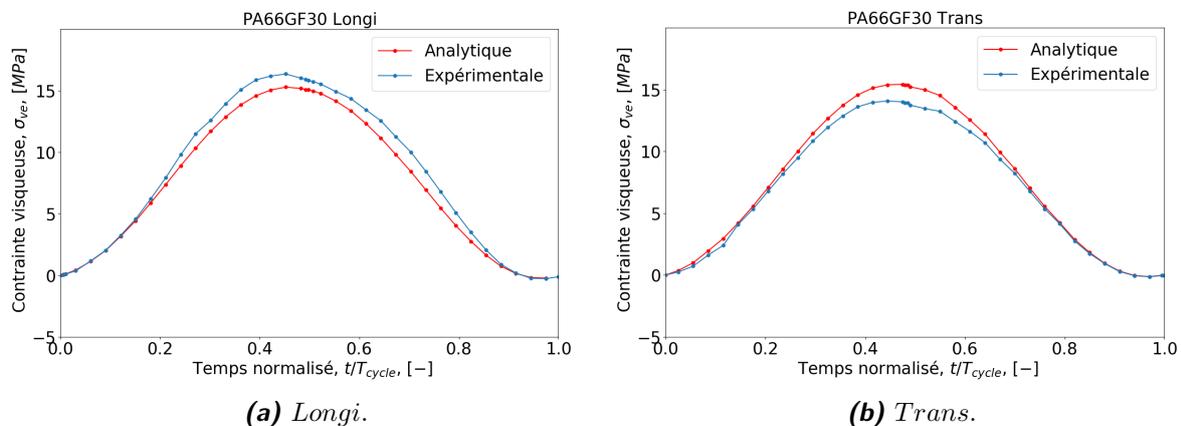


Figure 3.11 – Vérification de l'identification de la viscosité en comparant la contrainte visqueuse expérimentale et analytique/numérique pour l'éprouvette H2 du PA66GF30.

La bonne corrélation entre ces deux réponses expérimentale et analytique/numérique montre

une bonne estimation des paramètres visqueux (voir la figure 3.11). La même conclusion est obtenue pour l'éprouvette *Trans.* avec les mêmes paramètres visqueux (voir la figure 3.11b). Ceci justifie notre approximation qui suppose que le module $\sum E_i$ et les temps caractéristiques sont isotropes et ne dépendent pas de l'orientation des fibres (voir la section 2.4.3).

3.4.3 Identification de l'élasticité

Dans le domaine élastique $f(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\boldsymbol{X}}) < 0$, il n'existe pas d'écoulement plastique en dessous du seuil de plasticité. Ainsi sous le seuil de plasticité, l'adoucissement est également nul car il est piloté par la plasticité. Notre modèle se réduit alors au cas viscoélastique comme c'est illustré dans la figure 3.12. Les paramètres E_1 , E_2 , τ_1 , τ_2 sont fixés (voir la section 3.4.2).

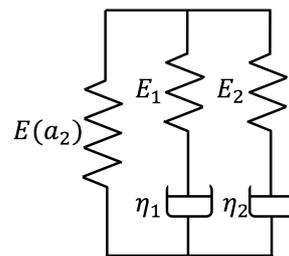


Figure 3.12 – Modèle rhéologique du PA66GF30 dans le domaine viscoélastique.

3.4.3.1 Identification du module d'élasticité par des essais monotones

Le module d'élasticité peut être déduit à partir de la rigidité apparente des essais monotones (ou la rampe de mise en charge des essais de fatigue). Nous avons utilisé la méthode d'identification inverse. Des simulations numériques avec le modèle viscoélastique sont réalisées en utilisant les paramètres visqueux identifiés dans la section 3.4.2 et en laissant libre la valeur du module d'élasticité $E(\mathbf{a}_2)$. Nous avons effectué une procédure d'optimisation afin de trouver les bonnes valeurs du $E(\mathbf{a}_2)$ en minimisant la différence entre les résultats numériques et ceux expérimentaux.

Nous avons identifié $E(\mathbf{a}_2)$ pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation. Pour chaque orientation des fibres, différents niveaux de charge ont été comparés (voir la figure 3.13). Le domaine de validité est en dessous d'un taux de déformation inférieur à 0.2%. Au-delà de 0.2%, d'autres mécanismes de déformation interviennent : la plasticité, l'adoucissement, etc.

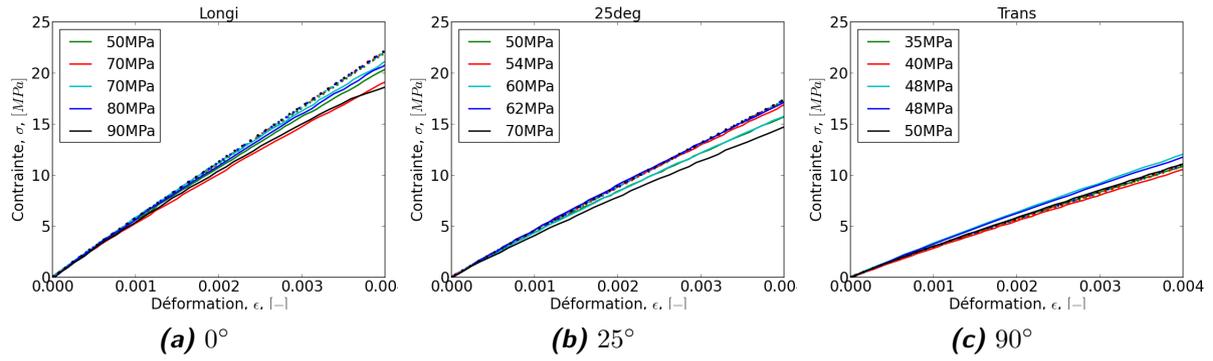


Figure 3.13 – Identification du module d'élasticité à partir de la rigidité apparente des essais monotones en traction uniaxiale à différentes charge maximale pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

Nous avons identifié les modules d'élasticité E pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation. Les résultats sont présentés dans le tableau 3.2.

Orientation des fibres	0°	25°	90°
Module d'élasticité $E(\mathbf{a}_2)$ (MPa)	5400	4200	2600

Table 3.2 – Module d'élasticité $E(\mathbf{a}_2)$ pour les éprouvettes PA66GF30 avec l'orientation des fibres 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

3.4.4 Identification de l'élasto-plasticité couplée avec l'adoucissement

3.4.4.1 Méthode d'identification

Le problème d'identification des paramètres du modèle consiste à déterminer le jeu de paramètres \mathcal{M} du matériau qui minimise l'écart entre les mesures expérimentales $\mathcal{Z}^{exp}(t)$ et les simulations numériques $\mathcal{Z}(t, \mathcal{A})$. D'un point de vue mathématique, une fonction objectif $\mathcal{L}(\mathcal{A})$ est introduite, mesurant l'erreur cumulée pour chaque essai \mathcal{L}_k (Lemaitre et al., 2009) :

$$\mathcal{L} = \sum_k \mathcal{L}_k \quad \mathcal{L}_k = \frac{1}{N_k^{exp}} \sum_i \|\mathcal{Z}_k^{exp}(t_i) - \mathcal{Z}_k(t_i, \mathcal{A})\|^2 \quad (3.27)$$

où N_k^{exp} est le nombre de points expérimentaux considérés pour le k ème essai.

Rappelons-nous notre objectif de modélisation qui est de simuler d'une manière accélérée le cycle de référence stabilisé. Initié par l'étude de Houlsby et al. (2017) (voir la figure 3.3), nous avons proposé une méthode de caractérisation rapide de type "grand pas". L'idée est de simuler seulement une dizaine de cycles jusqu'à la stabilisation du comportement sur un VER et d'atteindre la stabilisation du matériau observé expérimentalement à environ 2000 cycles.

Pour cela, notre problème d'identification consiste à optimiser la différence entre des déformations mesurées et simulées sur un VER pour :

- La rampe de mise en charge de l'essai de fatigue.
- Le $N^{ième}$ cycle numérique (Nous avons choisi $N=10$ dans un premier temps en considérant la stabilisation de la contrainte visqueuse, voir la figure A.12b) et le cycle de référence stabilisé expérimental.

La fonction objectif s'écrit ainsi :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{N_{ramppe}^{exp}} \sum_i \|\mathcal{Z}_r^{exp}(t_i) - \mathcal{Z}_r(t_i, \mathcal{A})\|^2 + \frac{1}{N_{cycle}^{exp}} \sum_j \|\mathcal{Z}_{2000}^{exp}(t_j) - \mathcal{Z}_{10}(t_j, \mathcal{A})\|^2 \quad (3.28)$$

En minimisant cette fonction objectif ($\mathcal{L} \approx 0$) avec l'algorithme d'optimisation numérique, par exemple de type Nelder-Mead ou Levenberg-Marquardt, nous pouvons régulariser la solution du problème d'identification inverse. La grande non-linéarité du problème d'identification conduit à l'existence du jeu de paramètres solution \mathcal{M} non unique. La procédure idéale est d'optimiser avec une combinaison de différentes méthodes pour explorer les différents minimums locaux et de passer automatiquement d'une méthode à une autre quand la convergence de la minimisation itérative devient lente. Pour l'instant, la méthode Nelder-Mead (Nelder and Mead, 1965) a été choisie dans notre étude, elle est moins sensible à la qualité du jeu initial \mathcal{M}^0 et aux valeurs extrêmes des intervalles des paramètres.

La branche élasto-plastique couplée avec l'adoucissement du PA66GF30 (voir la figure 3.14) nécessite d'identifier les 7 paramètres suivants :

$$\mathcal{M} = \{R_0, C_x, D_x, s_1, s_2, E_e, E_p\} \quad (3.29)$$

- la limite d'élasticité R_0 ;
- les variables d'écrouissage cinématique non linéaire C_x et D_x ;
- les paramètres s_1 et s_2 qui caractérisent la variable d'adoucissement $S = s_1(1 - \exp(-s_2 \cdot p))$;
- la distribution des modules d'élasticité sur la branche élastique et la branche élasto-plastique $E = E_e + E_p$.

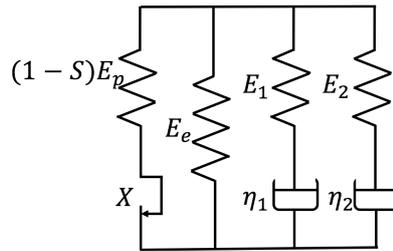


Figure 3.14 – Modèle rhéologique du comportement en fatigue du PA66GF30.

En effet, les analyses dans l'annexe (A.5) nécessitent de modéliser l'élasticité avec deux modules d'élasticité séparés E_e et E_p , comme c'est illustré dans la représentation du modèle rhéologique simplifié (voir la figure 3.14). Ceci est dans le but de garantir un cycle stabilisé pour des chargements de fatigue et obtenir une déformation limite (non infinie) lors d'essais de fluage. Nous avons les modules d'élasticité $E = E_e + E_p$ identifiés pour différentes orientations des fibres dans cette section pour le domaine élastique (voir le tableau 3.2). Nous allons étudier dans la section suivante, la distribution de ce module d'élasticité sur la branche élastique E_e et la branche élasto-plastique E_p pour les éprouvettes PA66GF30 avec des différentes orientations

des fibres, et la dépendance de l'orientation des fibres pour ces différents paramètres.

3.4.4.2 Résultats préliminaires pour différentes orientations des fibres

Nous présentons d'abord un résultat d'optimisation pour un essai cyclique en traction uniaxiale avec l'éprouvette *Longi*. PA66GF30 à une charge maximale $\sigma_{max} = 70$ MPa (voir la figure 3.15). Les paramètres optimisés obtenus sont : $R_0 = 2.5$ MPa, $C = 12555$ MPa, $D = 151$, $s_1 = 0.632$, $s_2 = 297$, $E_e = 1200$ MPa, $E_p = 5035$ MPa.

Les bonnes corrélations de la courbe numérique et expérimentale sont obtenues également pour d'autres orientations de fibres et d'autres niveaux de charge avec d'autres jeux de paramètres. Afin de réduire le nombre de paramètres du comportement, il nous faudrait dans un premier temps trouver un seul groupe de paramètres pour chaque orientation des fibres. Autrement dit, pour une microstructure donnée, les paramètres du comportement ne doivent pas dépendre du niveau de charge. Par la suite, il nous faudrait générer l'anisotropie à cause des fibres le moins possible. Plus précisément, il serait préférable de trouver seulement une dépendance de l'orientation des fibres pour les paramètres les plus critiques ou les plus sensibles.

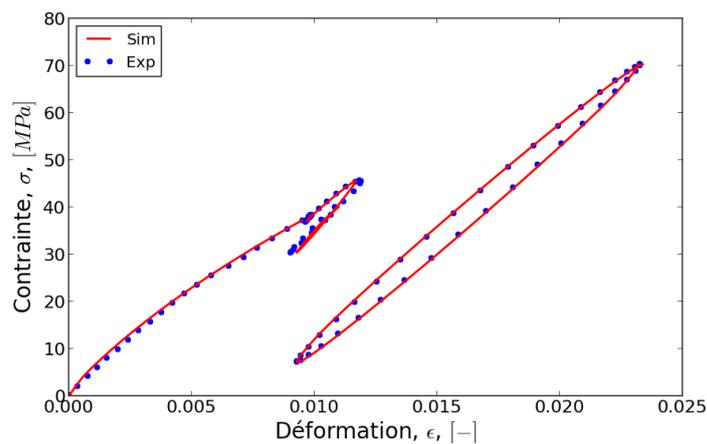
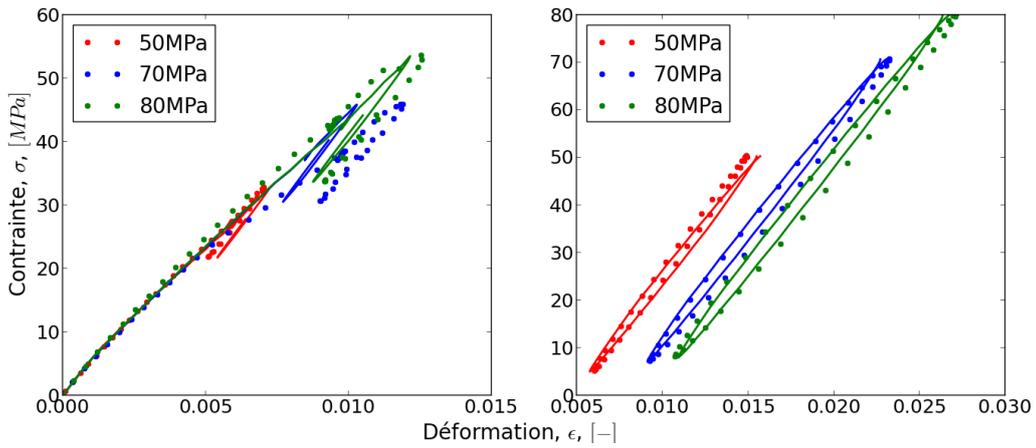


Figure 3.15 – Corrélation de la courbe expérimentale et numérique pour l'éprouvette *Longi*. du PA66GF30 en traction cyclique uniaxiale avec une charge maximale de 70 MPa.

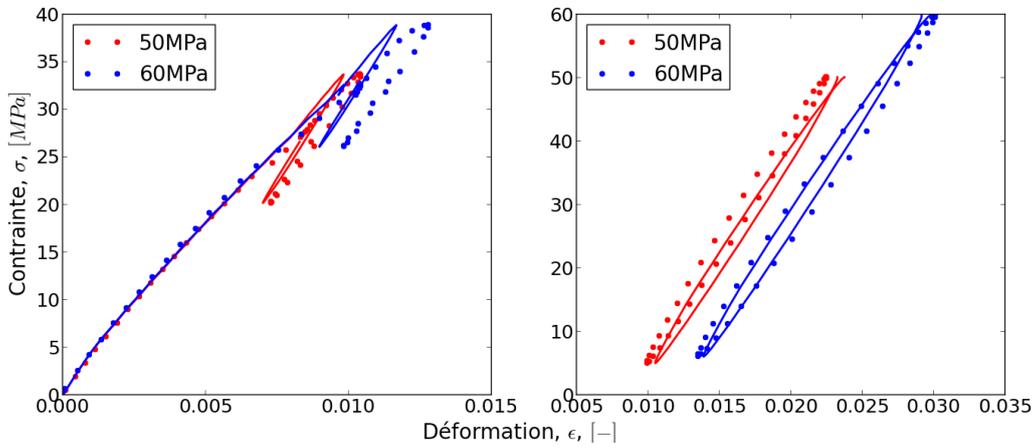
Pour cela, nous réfléchissons d'abord aux sens physiques de ces paramètres du comportement. À titre d'exemple, pour la limite d'élasticité R_0 , nous avons vu que le matériau PA66GF30 commence à plastifier dès un taux de déformation assez faible d'environ 0.2% dans la figure 3.13, ceci correspond à une charge inférieure à quelques MPa. De plus, le mécanisme de plasticité a été généré principalement par la phase cristalline de la matrice. Nous pouvons ainsi considérer que l'orientation des fibres n'a pas d'influence sur R_0 , même si cette influence existe, l'effet est assez faible car cette limite ne dépasse pas 10 MPa. La même hypothèse peut être faite pour les variables d'érouissage C et D en supposant que la plasticité est pilotée principalement par la matrice. Concernant le paramètre s_1 , il est forcément anisotrope si nous nous référons à l'évolution de la rigidité apparente des cycles de fatigue (voir les figures 1.37, 1.38 et 1.39 de la section 1.4.3), l'évolution de la rigidité apparente est forcément influencée par l'orientation des fibres. Le paramètre s_2 caractérise la vitesse de saturation de l'adoucissement et est piloté par

la vitesse de déformation plastique, celle-ci est caractérisée par les paramètres C et D . Ainsi, nous considérons pour l'instant que R_0 est isotrope, (C, D, s_2) sont couplés et probablement isotropes et s_1 est anisotrope.

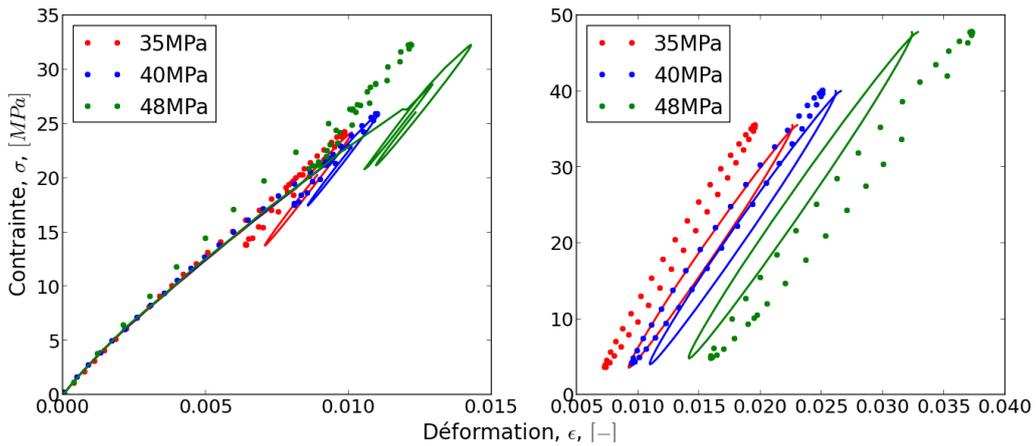
Nous avons identifié les paramètres du PA66GF30 avec les essais cycliques en traction uniaxiale par la méthode de caractérisation rapide de type "grand pas". Cette fois-ci l'optimisation est réalisée pour trois différentes orientations de fibres simultanément avec des charges maximales différentes. Ceci est effectué en supposant que R_0, s_2, C, D sont isotropes et que s_2, E_e, E_p dépendent de l'orientation des fibres. Les paramètres anisotropes optimisés sont présentés dans le tableau 3.3 avec $R_0 = 3.4$ MPa, $s_2 = 168$, $C = 12477$ MPa et $D = 144$ optimisés simultanément. Les corrélations de la courbe numérique et expérimentale sont illustrées dans la figure 3.16.



(a) Orientation des fibres à 0°



(b) Orientation des fibres à 25°



(c) Orientation des fibres à 90°

Figure 3.16 – Corrélation de la courbe expérimentale et numérique (gauche : la rampe de mise en charge, droite : le cycle de référence de l'essai de fatigue) pour l'éprouvette PA66GF30 en traction cyclique uniaxiale avec l'orientation des fibres à 0°, 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation pour différentes charges maximales avec les paramètres optimisés présentés dans le tableau 3.3.

Nous avons réussi à corréliser simultanément la rampe de mise en charge, le premier cycle

de fatigue et le cycle de référence. Un décalage plus important de la courbe numérique/expérimentale a été observé pour les éprouvettes avec une orientation des fibres à 90° par rapport au sens de sollicitation. Pour l'orientation des fibres à 90° , seule la rigidité apparente des cycles est bien prédite, grandeur d'ordre 1 pour le calcul de la déformation restituée (voir la sous-section 1.1.4.2), ainsi l'ordre de grandeur de la durée de vie devrait être cohérente avec les résultats expérimentaux.

Éprouvette	s_1 (-)	E_e (MPa)	E_p (MPa)
<i>Longi.</i>	0.39	1800	3600
<i>25deg</i>	0.45	976	3224
<i>Trans.</i>	0.65	724	1876

Table 3.3 – Paramètres optimisés du comportement élasto-plastique couplé avec l'adoucissement pour l'éprouvette PA66GF30 en traction cyclique uniaxiale avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation avec différentes charges maximales.

3.4.4.3 Paramètres du comportement tenant compte de l'orientation des fibres

L'évolution du paramètre s_1 de la variable d'adoucissement est linéaire (voir le tableau 3.3) en fonction de l'angle $\Theta(\underline{\sigma}_I, \underline{p})$ (angle entre la contrainte principale maximale $\underline{\sigma}_I$ et le vecteur de l'orientation des fibres \underline{p} , voir la figure 1.6 et l'équation 3.24), comme c'est présenté dans la figure 3.17.

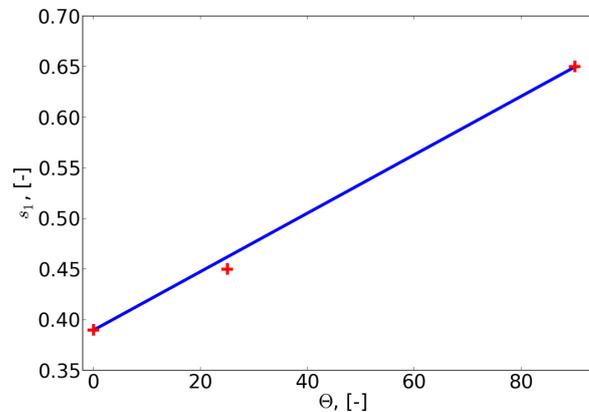


Figure 3.17 – Évolution linéaire du paramètre s_1 en fonction de l'angle $\Theta(\underline{\sigma}_I, \underline{p})$.

Cette évolution linéaire nous conduit à identifier deux paramètres s_{1a} et s_{1b} pour caractériser la dépendance de l'orientation des fibres avec le paramètre d'adoucissement s_1 (voir l'équation 3.30).

$$s_1 = s_{1a} + s_{1b} \cdot \Theta(\underline{\sigma}_I, \underline{p}) \quad (3.30)$$

L'évolution de la variable d'adoucissement S pour différentes simulations numériques (voir la figure 3.18) justifie notre choix de formule de type exponentielle (voir l'équation 3.23). [Balieu et al. \(2015\)](#) a proposé une évolution similaire de type exponentielle pour l'endommagement du polymère semi-cristallin via les études sur la perte de rigidité par la tomographie in-situ ou d'autres techniques de mesure.

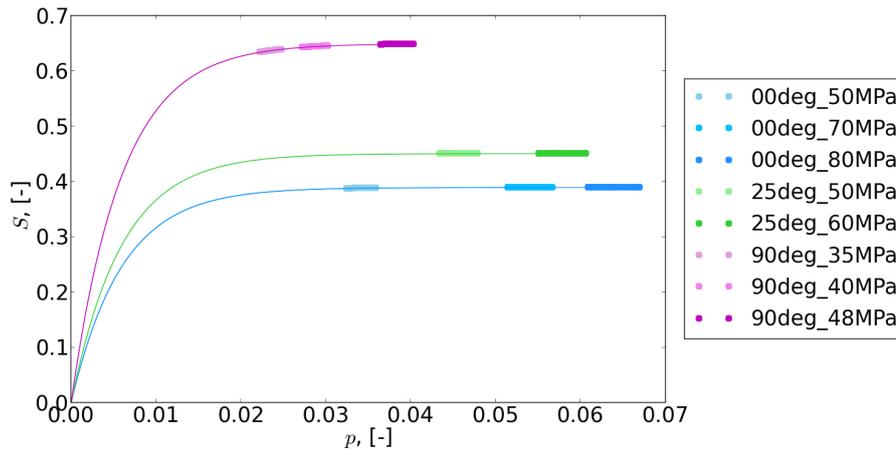


Figure 3.18 – Évolution de la variable d'adoucissement S en fonction de la déformation plastique cumulée pour différentes éprouvettes à contraintes maximales vairées.

Les modules d'élasticité de la branche élastique E_e et de la branche élasto-plastique E_p sont caractérisés par le modèle d'homogénéisation élastique (voir la section 2.1.1). Le module de la matrice est divisé en deux parties E_{m_e} et E_{m_p} . Nous gardons le module d'élasticité des fibres E_f , le rapport de forme des fibres $\beta = 14.7$ et la fraction volumique V_f (15.7% pour PA66GF30) identiques pour ces deux branches. En plus de ces 4 paramètres qui caractérisent l'élasticité, il reste 6 paramètres de l'écroutissage cinématique et de l'adoucissement à identifier. Un bilan des paramètres est présenté dans le tableau 3.4.

Modèle VEP-S-aniso pour PA66GF30											
Élasticité			Écroutissage			Adoucissement		Viscosité			
E_f	26118	MPa	R_0	6.3	MPa	s_{1a}	$4.97 \cdot 10^{-1}$	E_1	950 MPa	τ_1	0.005 s
E_{m_e}	504	MPa	C	9742	MPa	s_{1b}	$4.70 \cdot 10^{-3}$	E_2	950 MPa	τ_2	0.32 s
E_{m_p}	1064	MPa	D	289		s_2	46.9				

Table 3.4 – Paramètres matériaux identifiés du modèle VEP-S-aniso pour PA66GF30 en traction cyclique uniaxiale.

Les nouveaux résultats de simulation avec les paramètres présentés dans le tableau 3.4 sont illustrés dans la figure 3.19 en comparant les réponses mécaniques simulées avec celles obtenues expérimentalement. Nous pouvons constater une légère différence par rapport aux résultats présentés sur la figure 3.16.

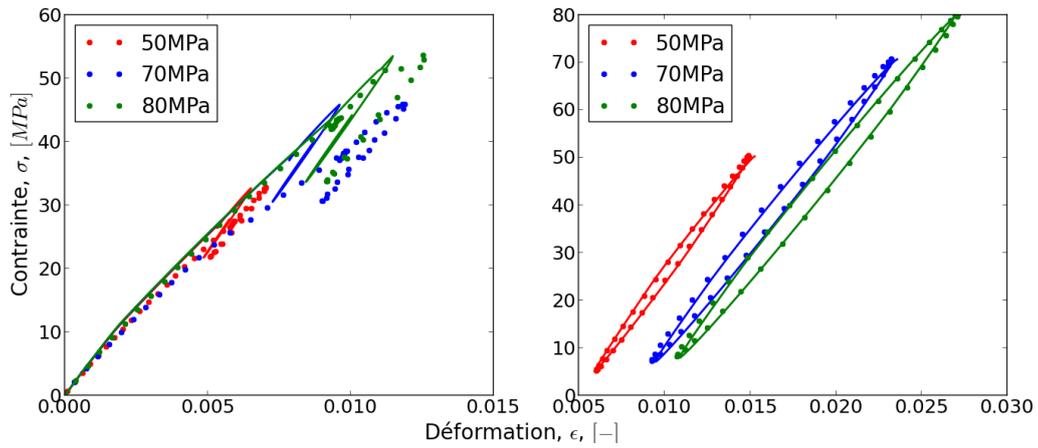
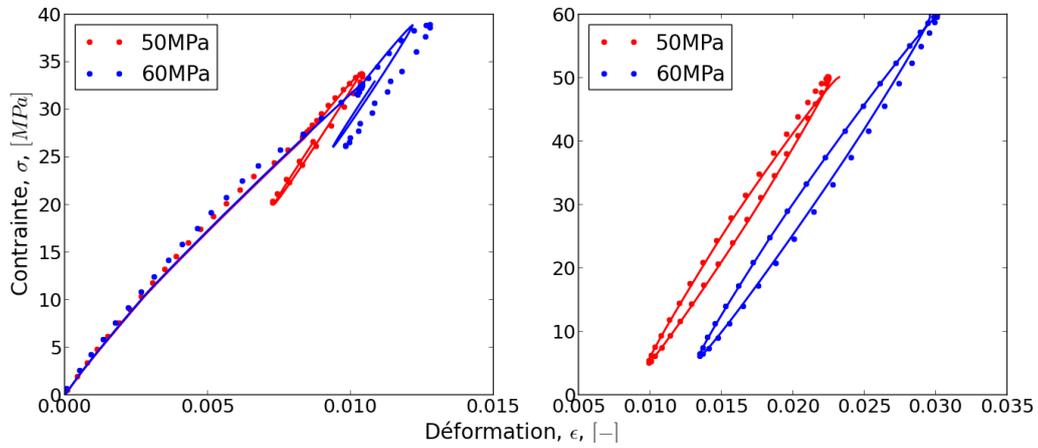
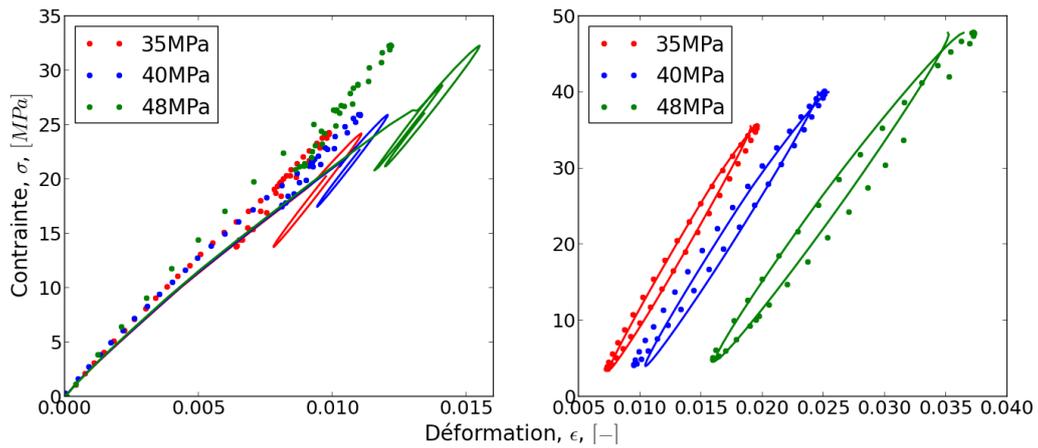
(a) Orientation des fibres à 0° (b) Orientation des fibres à 25° (c) Orientation des fibres à 90°

Figure 3.19 – Corrélation de la courbe expérimentale et numérique (gauche : la rampe de mise en charge, droite : le cycle de référence de l'essai de fatigue) pour l'éprouvette PA66GF30 en traction cyclique uniaxiale avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation pour différentes charges maximales avec les paramètres optimisés présentés dans le tableau 3.4.

Précisons pour conclure que ces réponses sont suffisantes pour caractériser quantitativement les cycles de référence du comportement en fatigue des matériaux. Mais elles ne constituent pas des lois de comportement, en effet les paramètres C_x et D_x sont choisis ici pour caractériser un fluage cyclique accéléré. L'évolution plastique et l'adoucissement pendant les 10 premiers cycles numériques correspondent à 2000 cycles expérimentaux. Les paramètres identifiés du modèle VEP-S-aniso sont valables pour PA66GF30 sous un chargement cyclique en fatigue ($f = 5$ Hz, $R = 0.1$) à température ambiante et à humidité relative 50%. L'extension de ce domaine de validité pour d'autres conditions hygrothermiques ou d'autres types de chargement risque augmenter le nombre de paramètres. L'évaluation d'un modèle doit donc se faire en examinant ce rapport qualité-prix entre le domaine de validité et le nombre de paramètres.

3.4.5 Stabilisation du comportement et de la prédiction de durée de vie

Afin d'estimer la stabilisation du comportement et la précision de prédiction de durée de vie, nous avons défini les critères suivants pour visualiser leurs évolutions en fonction du nombre de cycles numériques simulés. (voir la figure 3.20).

- Stabilisation de simulation du fluage cyclique est définie par l'équation 3.31 :

$$R_\epsilon = \frac{\epsilon_{moy}^{N+1} - \epsilon_{moy}^N}{\epsilon_{moy}^1} \quad (3.31)$$

- Stabilisation de la prédiction de durée de vie est définie par l'équation 3.32. La durée de vie est déduite de notre critère de fatigue, basé sur l'énergie de déformation restituée (voir l'équation 1.7) :

$$R_{DDV} = \frac{DDV(W_{restituée}^{num})}{DDV(W_{restituée}^{exp})} \quad (3.32)$$

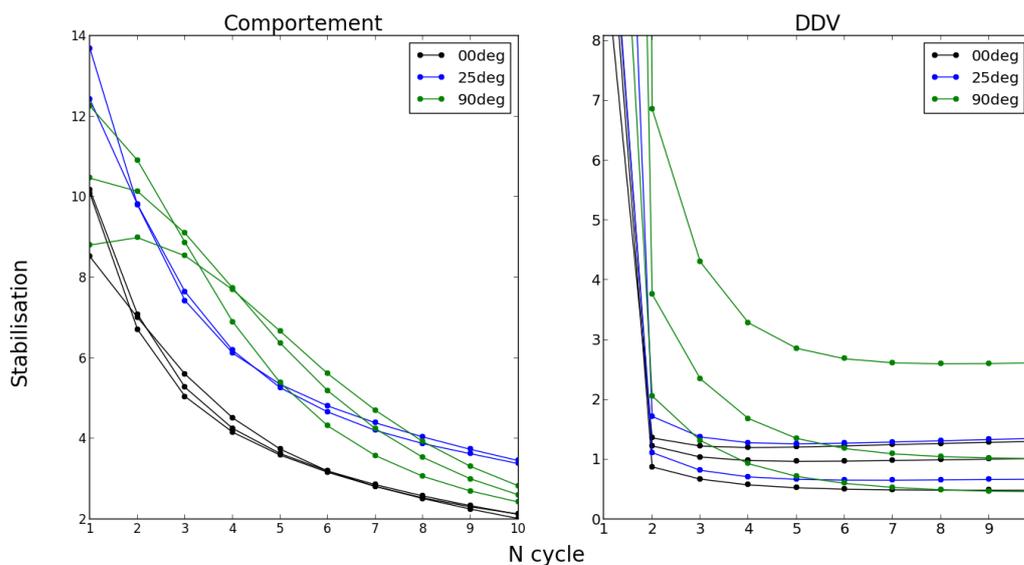


Figure 3.20 – (a) Stabilisation de simulation du fluage cyclique (Equation 3.31)
 (b) Stabilisation de la prédiction de durée de vie (Equation 3.32)
 avec un jeu de paramètres présenté dans le tableau 3.3.

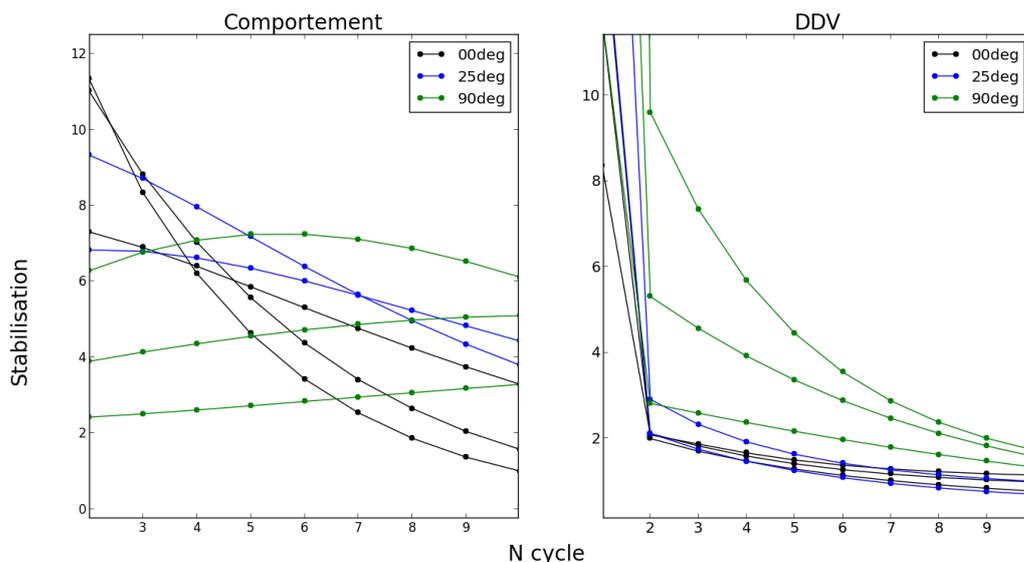


Figure 3.21 – (a) Stabilisation de simulation du fluage cyclique (Equation 3.31)
 (b) Stabilisation de la prédiction de durée de vie (Equation 3.32)
 avec un jeu de paramètres présenté dans le tableau 3.4.

Nous constatons que dans la figure 3.20 et la figure 3.21, après 10 cycles numériques, le fluage cyclique, R_ϵ , se stabilise entre 2% et 6% de la déformation maximale du premier cycle simulé. L'estimation de la durée de vie avec la méthode numérique a un facteur 2-3 par rapport à la durée de vie expérimentale.

3.4.6 Sensibilité des paramètres

Une analyse de sensibilité des paramètres permet de gérer l'effort à fournir pour trouver chacun d'eux à partir d'un essai donné et de se faire une idée de la confiance que nous pouvons avoir sur les résultats. La sensibilité des paramètres a été étudiée avec l'outil PaSpaDeEx développé au centre des matériaux (Basile Marchand). L'idée est de générer la surface de réponse, une base de données avec des légères variations des paramètres. L'avantage de cet outil est de faciliter la visualisation des influences de chaque paramètre sur le critère que nous avons défini. Ici, nous présentons un cas d'étude, nous avons fait varier nos 5 paramètres R_0 , C , D , s_1 , s_2 , pour chaque paramètre, nous effectuons une simulation avec une variation de +3%, +5% et $\pm 10\%$. Le nombre de jeux de paramètres égale à 1024 ($=N_v^{N_p}$, avec N_v le nombre de variations de chaque paramètre et N_p le nombre de paramètres étudiés) pour un temps de calcul de quelques heures. L'objectif est d'étudier l'influence de la précision d'identification de ces paramètres sur nos critères de stabilisation (les équations 3.31 et 3.32). Ce cas d'étude se focalise sur l'éprouvette PA66GF30 avec une orientation des fibres à 0° par rapport au sens de sollicitation avec trois charges différentes. Pour chaque niveau de charge, nous avons évalué les deux critères de stabilisation (voir la figure 3.22).

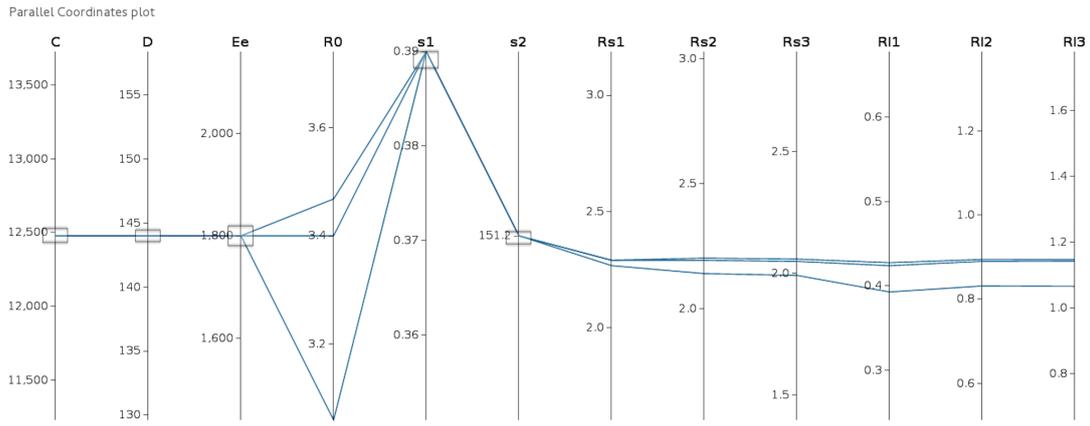


Figure 3.22 – Visualisation de la sensibilité des paramètres sur nos critères de stabilisation.

3.5 Validation du comportement cyclique sur les éprouvettes

3.5.1 Méthode de validation

La modélisation du comportement cyclique sert à prédire la tenue en fatigue (la durée de vie) des éprouvettes et des pièces structurales. L'objectif est ainsi de simuler correctement le cycle de référence. Le plus important pour cela est d'estimer le plus précisément possible l'énergie de déformation du cycle de référence (l'amplitude de déformation). Il est également important de pouvoir simuler la bonne position du cycle de référence pour estimer la rigidité et le niveau de déformation.

L'énergie de chargement est calculée pour chaque incrément n et est stockée dans une variable W_{c_n} au cours du calcul numérique (voir l'équation 3.33) :

$$W_{c_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (\sigma_k + \sigma_{k-1}) : (\epsilon_k - \epsilon_{k-1}) \quad (3.33)$$

Le critère de durée de vie en fatigue est évalué par un post-processing. Pour le $N^{\text{ième}}$ cycle, l'énergie de déformation est la différence entre l'énergie de chargement maximale et minimale, comme c'est expliqué par l'équation 3.34.

$$W_{c_N} = \max_{n \in N^{\text{ième}} \text{ cycle}} \{W_{c_n}\} - \min_{n \in N^{\text{ième}} \text{ cycle}} \{W_{c_n}\} \quad (3.34)$$

L'énergie de déformation W_{c_N} est la somme de l'énergie de déformation restituée et l'hystérésis, l'énergie stockée et dissipée (voir l'équation 3.35).

$$W_{c_N} = W_{rest} + \mathcal{A}_{hyst} = W_{restapprox} + \frac{1}{2} \mathcal{A}_{hyst} \quad (3.35)$$

En première approximation, la durée de vie est estimée à partir l'énergie totale de déformation (voir l'équation 3.36) et non à partir de l'énergie de déformation restituée (voir la figure 1.12) utilisée dans notre critère (voir l'équation 3.37). Ceci conduit à un facteur f_N sur la durée de

vie prédite (voir l'équation 3.38).

$$N_{estim.} = \left(\frac{W_{cN}/V_{pa66}}{C} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} = N_{crit.} \cdot f_N \quad (3.36)$$

avec :

$$N_{crit.} = \left(\frac{W_{restapprox.}/V_{pa66}}{C} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} \quad (3.37)$$

$$f_N = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\mathcal{A}_{hyst}}{W_{restapprox.}} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} \quad (3.38)$$

L'évolution du facteur f_N de la prédiction de durée de vie en fonction de la précision de l'estimation de l'énergie est présentée dans la figure 3.23. Nous pouvons constater que si l'énergie W_{cN} du cycle de référence a été estimée avec une erreur de 20%, la durée de vie prédite aura un facteur 5 par rapport à la prédiction du critère évaluée avec l'énergie restituée expérimentale.

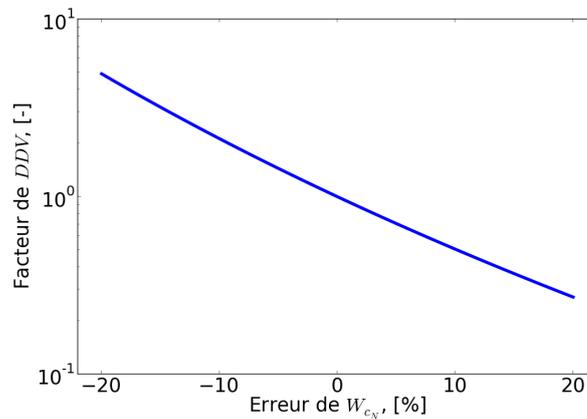


Figure 3.23 – Précision de la prédiction de durée de vie en fonction du pourcentage d'erreur de l'estimation de l'énergie W_{cN} .

Dans notre cas, l'aire des boucles d'hystérésis est très faible par rapport à l'énergie de déformation restituée (quelques pourcentages). Par conséquent, cette surestimation de l'énergie W_{cN} va engendrer un facteur de sécurité très faible. La prédiction de durée de vie par notre procédure est conservative sur ce point.

3.5.2 Traction cyclique uniaxiale

Le modèle VEP-S-aniso a été validé dans un premier temps sur les éprouvettes H2 des essais cycliques en traction uniaxiale pour différentes orientations de fibres et différentes charges maximales (voir la figure 3.24). Les bonnes corrélations entre des résultats expérimentaux et numériques justifient notre choix de taille du VER (voir la section 1.5.1) et l'identification des paramètres du modèle (voir le tableau 3.4). Nous avons estimé précisément la rigidité apparente de la rampe de mise en charge et le comportement du cycle de référence (10^{ième} numérique correspond au celui de référence 2000^{ième} expérimental).

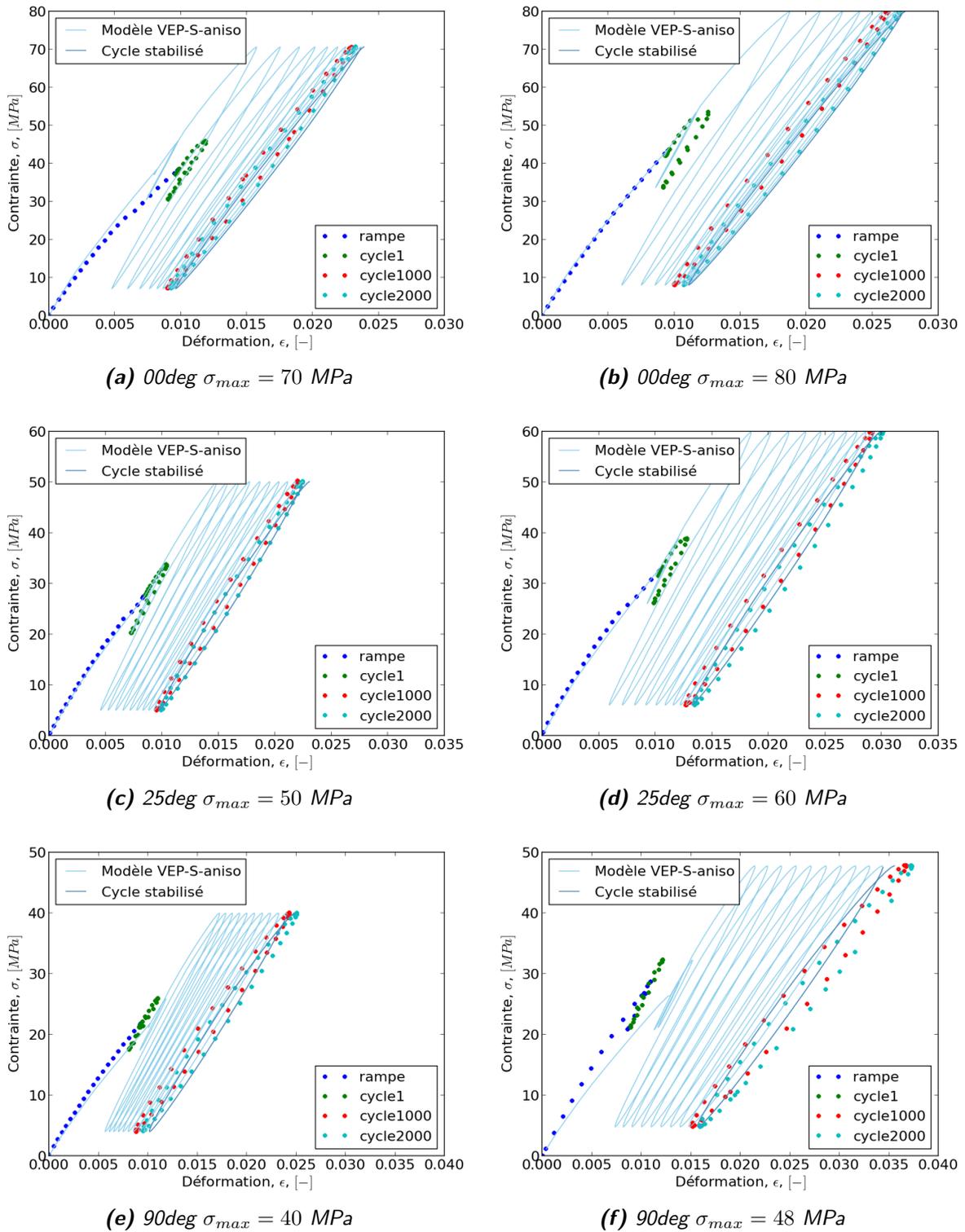


Figure 3.24 – Exemples de confrontations entre les résultats expérimentaux des essais cycliques en traction uniaxiale et la modélisation du comportement VEP-S-aniso pour les éprouvettes H2 du PA66GF30 avec différentes orientations des fibres pour différentes contraintes maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations).

La durée de vie est ainsi prédite avec un facteur maximal d'environ 4 pour les essais de fatigue en traction uniaxiale (voir la figure 3.25).

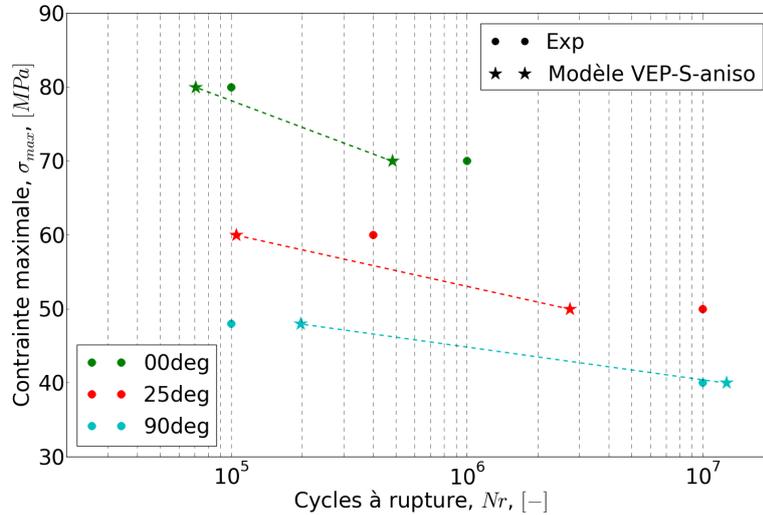


Figure 3.25 – Prédiction de durée de vie avec le modèle VEP-S-aniso comparée aux durées de vie expérimentales pour les essais de fatigue en traction uniaxiale.

La stabilisation du modèle en fatigue a été vérifiée à la fois pour le comportement (voir la figure 3.26) et pour l'estimation de la durée de vie (voir la figure 3.27). Pour la stabilisation du comportement modélisé, nous l'avons quantifié par l'évolution de déformation moyenne du cycle numérique. Le pas de déformation entre le $(n + 1)$ et n cycle est normalisé par rapport la déformation moyenne initiale, celle du 1^{er} cycle numérique. Pour la stabilisation de la durée de vie estimée, nous regardons d'abord l'évolution de l'estimation de l'énergie en fonction du cycle numérique. Ensuite, la durée de vie estimée est normalisée par rapport à celle du 10^{ième} afin de justifier le choix du nombre de cycles numériques.

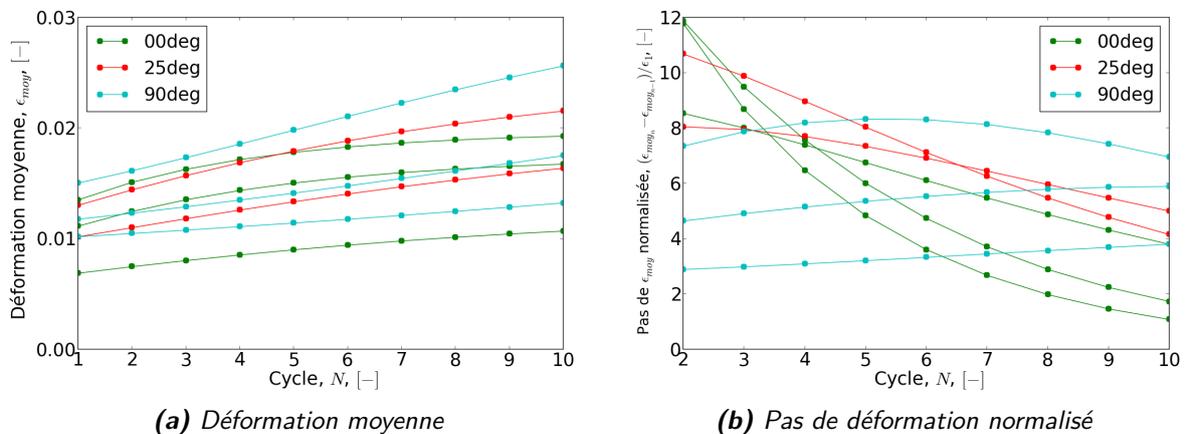


Figure 3.26 – Comportement cyclique stabilisé VEP-S-aniso modélisé en traction uniaxiale pour les éprouvettes H2 du PA66GF30 : (a) l'évolution de déformation moyenne en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution du pas de déformation moyenne normalisée par rapport au déplacement du 1^{er} cycle simulé.

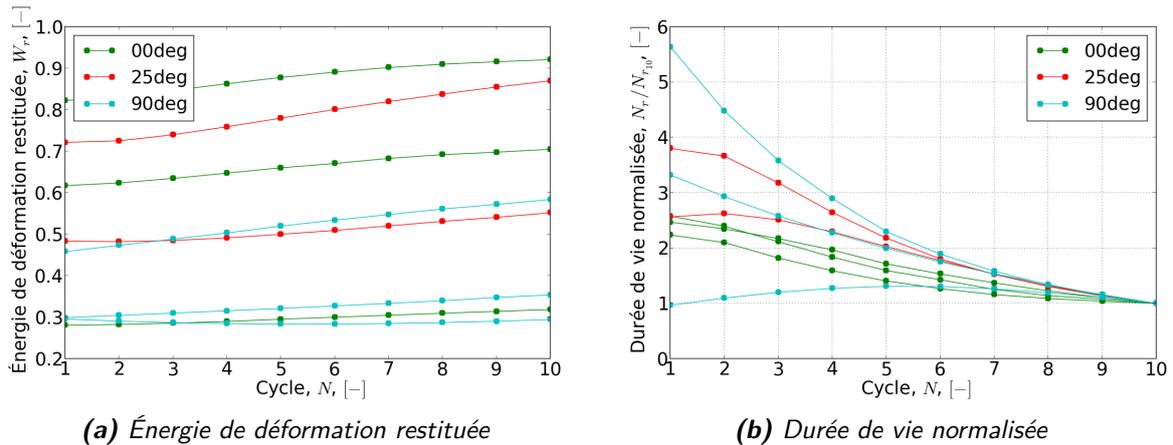


Figure 3.27 – Comportement cyclique stabilisé VEP-S-aniso modélisé en traction uniaxiale pour les éprouvettes H2 du PA66GF30 : (a) l'évolution de l'énergie de déformation restituée en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution de la durée de vie normalisée par rapport au 10^{ème} cycle simulé.

Afin de justifier l'apport de notre modèle de comportement visco-élasto-plastique anisotrope couplé avec l'adoucissement (VEP-S-aniso) pour évaluer la durée de vie, nous avons évalué la durée de vie avec des modèles plus simples en régime linéaire, à savoir le modèle élastique anisotrope (E-aniso) et le modèle viscoélastique anisotrope (VE-aniso). Les confrontations entre les résultats expérimentaux et numériques (voir la figure 3.29) montrent des limites de ces modèles simplifiés (E-aniso, VE-aniso) pour approcher le comportement cyclique de fatigue. La déformation du cycle de référence est estimée avec une grave erreur. La durée de vie est ainsi surestimée avec un facteur d'environ 20 ou 80 respectivement à partir de ces deux modèles (voir la figure 3.28).

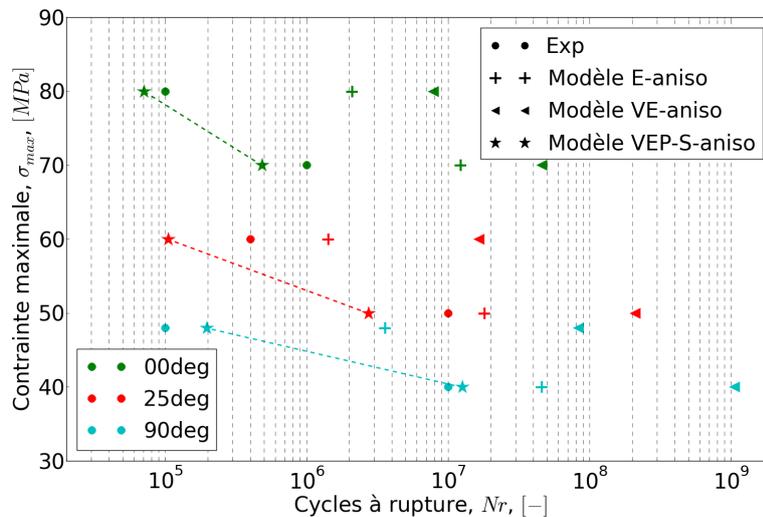


Figure 3.28 – Prédiction de durée de vie avec le modèle VEP-S-aniso et le modèle élastique/viscoélastique comparée aux résultats expérimentaux pour les essais de fatigue en traction uniaxiale des éprouvettes H2 du PA66GF30.

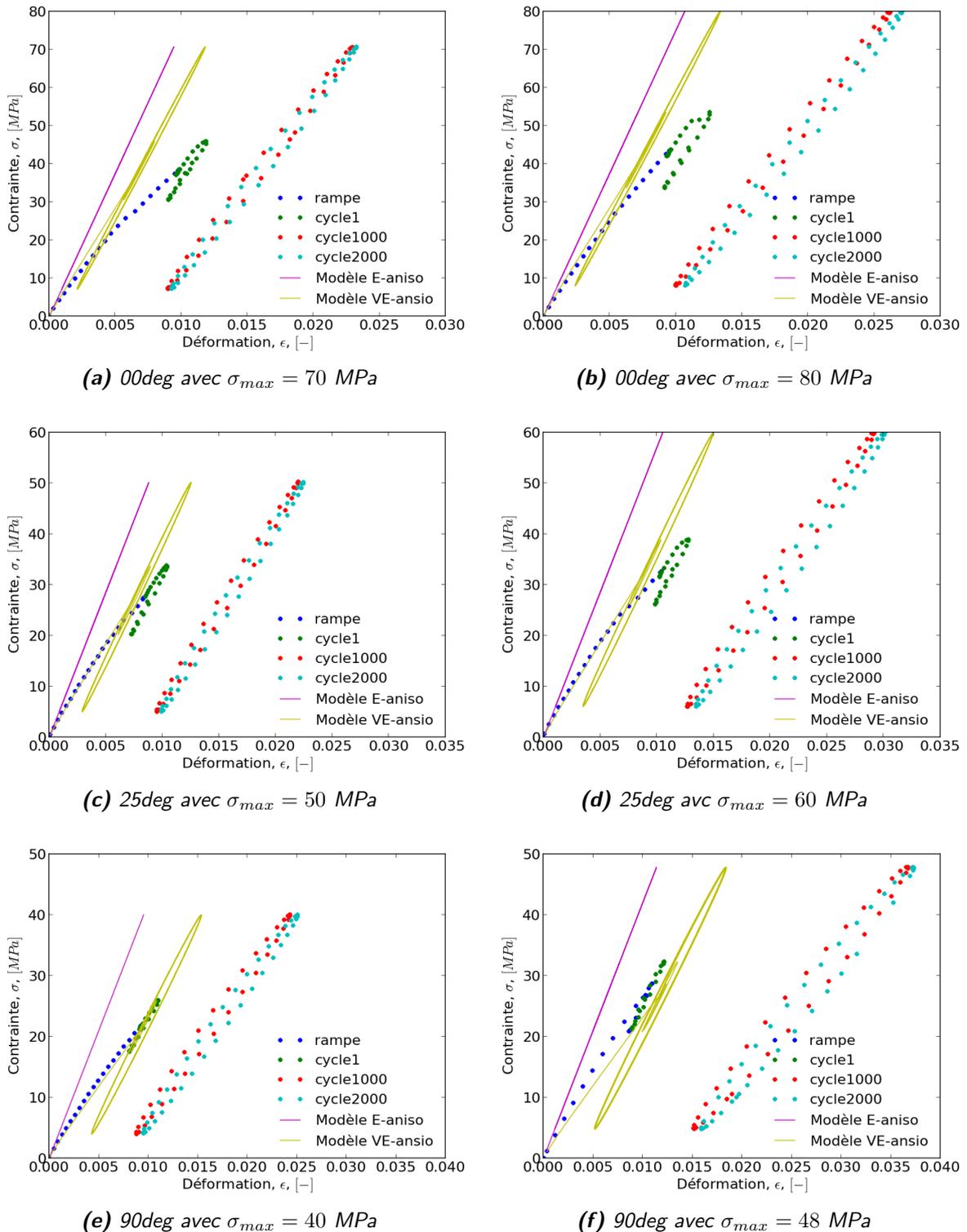


Figure 3.29 – Exemples de confrontations entre les résultats expérimentaux des essais cycliques en traction uniaxiale et la modélisation du comportement élastique et du comportement viscoélastique anisotrope pour les éprouvettes H2 du PA66GF30 avec différentes orientations des fibres pour différentes contraintes maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations).

3.5.3 Traction cyclique biaxiale

Le modèle VEP-S-aniso a été ensuite validé sur éprouvettes cruciformes par des essais cycliques en traction biaxiale pour différentes orientations de fibres et différentes charges maximales (voir la figure 3.30). La rigidité apparente de la rampe de mise en charge, le fluage cyclique et la rigidité apparente du cycle de référence expérimental sont prédits correctement pour les cas où la montée en charge est bien maîtrisée expérimentalement. En revanche, la consigne de la machine biaxiale n'est pas suffisamment stable et précise pour des charges faibles de 1 KN. Ainsi nous observons que la consigne de mise en charge n'est pas suivie par la machine.

Afin de justifier l'apport de notre modèle de comportement visco-élasto-plastique anisotrope couplé avec l'adoucissement (VEP-S-aniso) pour évaluer la durée de vie, nous avons évalué la durée de vie avec des modèles plus simples en régime linéaire, à savoir le modèle élastique anisotrope (E-aniso) et le modèle viscoélastique anisotrope (VE-aniso). Les confrontations entre les résultats expérimentaux et numériques (voir la figure 3.31) montrent des limites de ces modèles simplifiés (E-aniso, VE-aniso) pour approcher le comportement cyclique de fatigue.

De même, la stabilisation du modèle VEP-S-aniso a été validé à la fois pour le comportement (voir la figure 3.32) et pour l'estimation de la durée de vie (voir la figure 3.33). Pour les différentes simulations, les comportements sont tous stabilisés, le pas de déplacement entre deux cycles consécutifs restent inférieur à 4% pour les deux axes. En revanche, l'énergie de déformation restituée n'est pas monotone croissante comme dans le cas de traction uniaxiale (voir la figure 3.27). Cet effet de croissance et décroissance de l'énergie restituée et donc de la durée de vie est dû à la stabilisation du gradient de déformation sous la charge multiaxiale, ou plus précisément dû à la microstructure hétérogène anisotrope de notre composite.

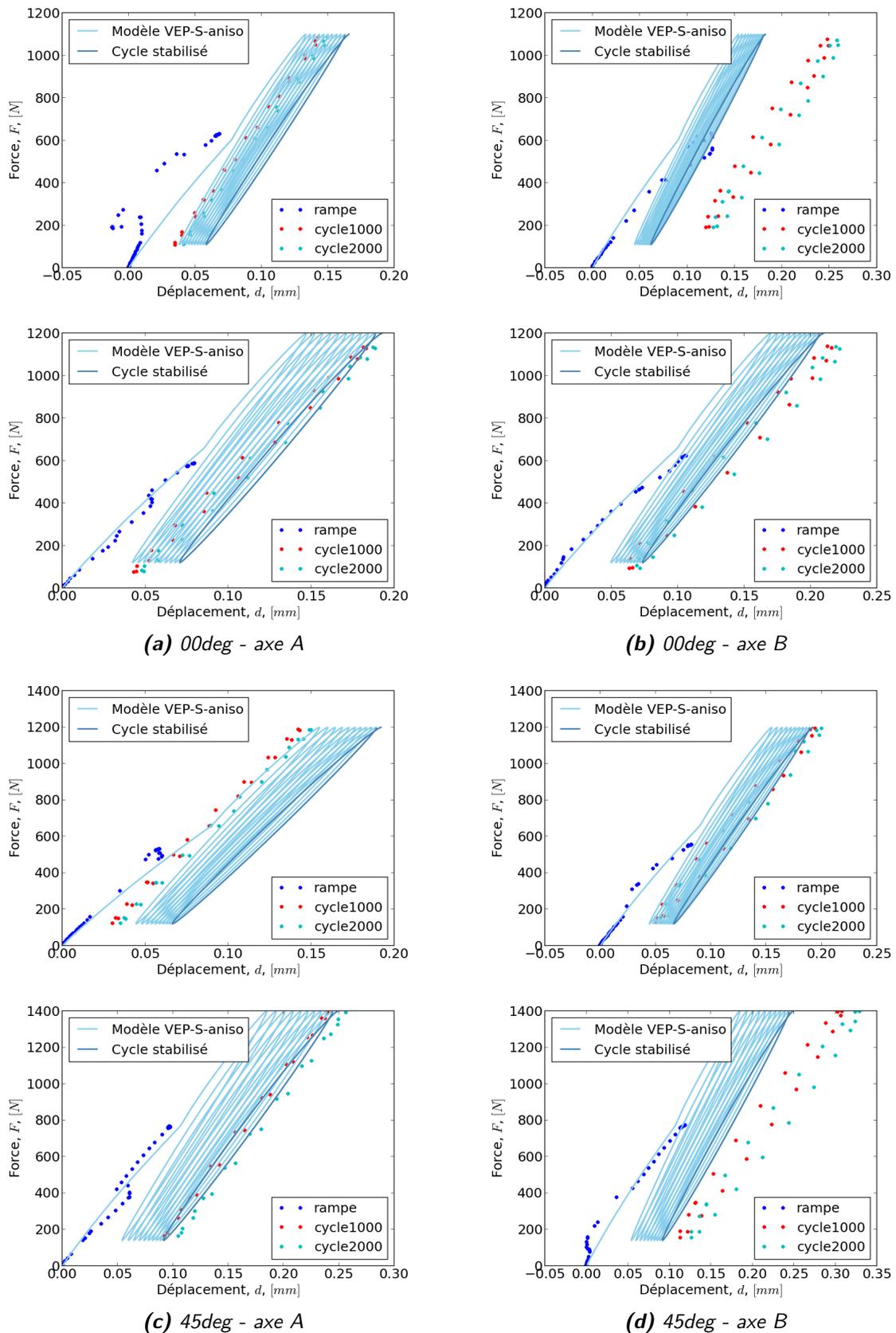


Figure 3.30 – Exemples de confrontations entre les résultats expérimentaux des essais cycliques en traction biaxiale et la modélisation du comportement VEP-S-aniso pour les éprouvettes cruciformes du PA66GF30 avec différentes orientations des fibres pour différentes forces maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations).

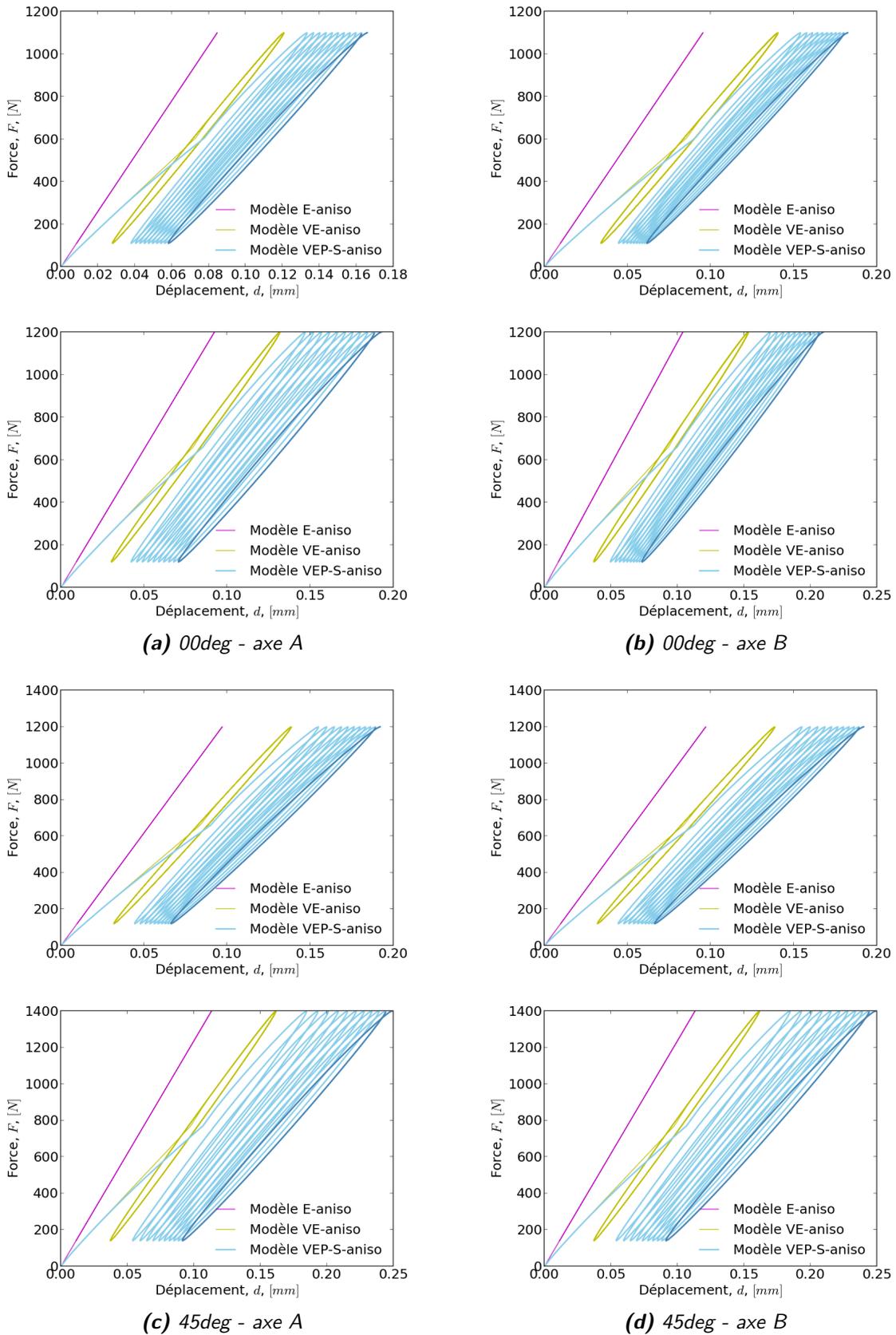


Figure 3.31 – Exemples de confrontations entre les résultats numériques du modèle VEP-S-aniso et des modèles en régime linéaire (E-aniso et VE-aniso) pour les éprouvettes cruciformes du PA66GF30 avec différentes orientations des fibres à différentes forces maximales.

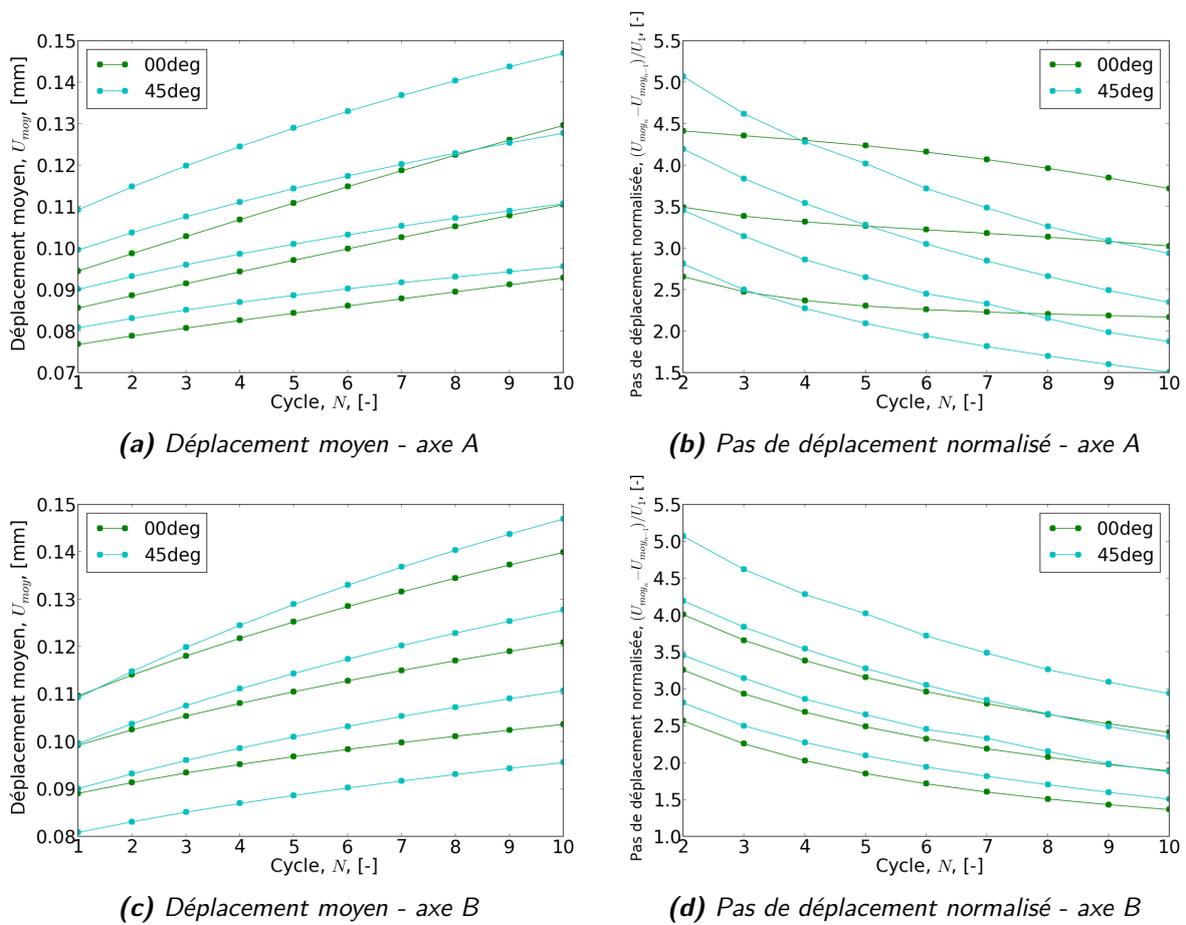


Figure 3.32 – Stabilisation du comportement cyclique modélisé par le modèle VEP-S-aniso suivant les deux axes de l'éprouvette cruciforme des essais de fatigue en traction biaxiale, estimée séparément par : (a) l'évolution du déplacement moyen en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution du pas de déplacement moyen normalisé par rapport au déplacement du 1^{er} cycle simulé.

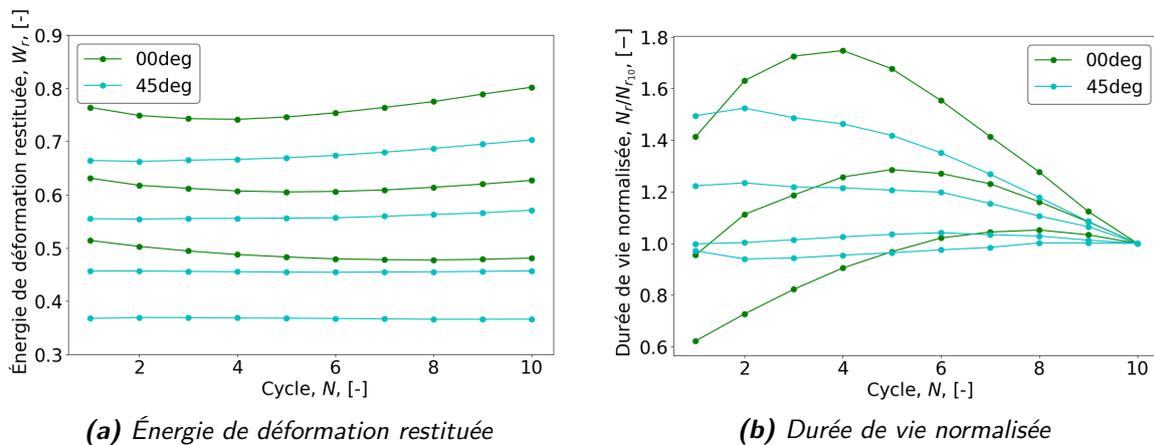


Figure 3.33 – Stabilisation du comportement cyclique modélisé par le modèle VEP-S-aniso suivant les deux axes de l'éprouvette cruciforme des essais de fatigue en traction biaxiale, estimée séparément par : (a) l'évolution de l'énergie de déformation restituée en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution de la durée de vie normalisée par rapport au 10^{ième} cycle simulé.

La durée de vie prédite par le modèle VEP-S-aniso est quasiment correcte (facteur 2). Pour

les modèles en régime linéaire, un facteur de l'ordre 100 est observé entre la prédiction et la réalité (voir la figure 3.34).

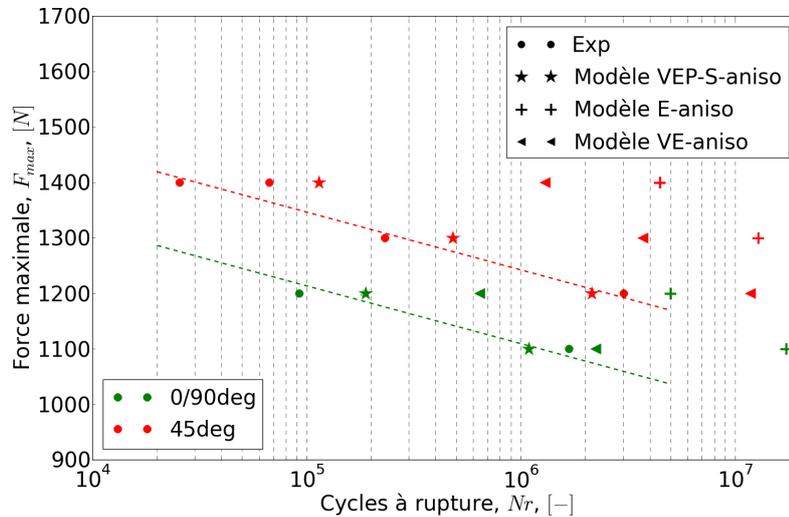


Figure 3.34 – Prédiction de durée de vie avec le modèle VEP-S-aniso et le modèle élastique/viscoélastique comparée aux expérimentales pour les essais de fatigue en traction biaxiale des éprouvettes cruciformes avec différentes orientations des fibres pour différentes forces maximales.

3.6 Bilan du chapitre 3

Dans ce chapitre, un modèle phénoménologique du comportement en fatigue du PA66GF30 a été présenté et mis en œuvre dans un code de calcul par EF. L'objectif est de prédire la durée de vie du PA66GF30 en appliquant le critère de fatigue établi et étendu dans le chapitre 1.

Nous avons développé un nouveau modèle visco-élasto-plastique anisotrope endommageable (VEP-S-aniso). Ce modèle est composé d'un modèle de Maxwell généralisé viscoélastique anisotrope et d'une branche en parallèle élasto-plastique adoucissable anisotrope. En effet l'adoucissement de la rigidité lors de chargements cycliques dépend à la fois de la plasticité cumulée (avec un seuil), la déformation permanente et l'orientation des fibres.

Un nombre limité des paramètres internes sont introduits dans ce modèle et sont identifiés à partir d'essais simples. Les paramètres du modèle VEP-S-aniso sont identifiés dans un premier temps à partir des essais de traction uniaxiale sur l'éprouvette H2 avec différentes orientations de fibres à température ambiante et à humidité relative de 50%. Leurs microstructures et champs (σ, ϵ) uniformes facilitent l'approche par un VER d'un seul élément au point de Gauss. Chaque configuration de l'orientation des fibres de l'éprouvette est représentée par un seul tenseur d'orientation car l'épaisseur de la partie cœur de l'éprouvette a été minimisée.

Dans l'objectif de simuler d'une manière accélérée le cycle de référence de fatigue, les paramètres du modèle VEP-S-aniso sont identifiés avec une méthode de caractérisation rapide de type "grand pas" en réduisant le nombre de cycles numériques. Une méthode d'identification inverse est effectuée pour minimiser l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux. Pour le comportement du cycle de référence, nous avons comparés le 10^{ième} cycle numérique au

2000^{ième} cycle expérimental. La rigidité apparente de la rampe de mise en charge a été incluse également dans la fonction d'optimisation de l'optimisation pour prédire correctement la rigidité en régime linéaire, quelle que soit la température, l'humidité et la fréquence de l'essai.

Nous avons proposé une stratégie d'identification des paramètres du modèle. Les paramètres des différentes branches sont identifiés séparément avec différentes fonctions d'optimisation :

- la viscosité est supposée linéaire et est identifiée à partir des essais de DMA en petites déformations (voir le chapitre 2);
- l'élasticité anisotrope est identifiée à partir de la rigidité apparente de la rampe de mise en charge et est modélisée par un modèle d'homogénéisation élastique anisotrope (voir le chapitre 2);
- la branche élasto-plastique adoucissable est identifiée à partir de l'ensemble de la base des données des essais cycliques uniaxiales, à savoir 9 essais, 3 chargements pour 3 orientations de fibres.

Le modèle de fatigue développé a été validé sur des éprouvettes de traction uniaxiale et biaxiale. Nous constatons une bonne corrélation du cycle stabilisé et de la rampe de mise en charge entre les résultats expérimentaux et numériques pour différentes orientations de fibres et différents niveaux de charges. Finalement, en appliquant le critère de fatigue établi dans le chapitre 1 (voir la figure 1.52), la durée de vie est prédite avec un facteur conservatif d'environ 4 pour les éprouvettes uniaxiale et biaxiale.

Chapitre 4

Application industrielle sur des pièces structurales

*D*ans ce chapitre, nous présentons une application de notre outil de conception pour le dimensionnement en fatigue sur des pièces structurales industrielles. Dans un premier temps, l'application est effectuée sur une pièce structurale intermédiaire entre nos éprouvettes et les pièces industrielles. Nous avons choisi le barreau des essais de fatigue en flexion 3 points. La raison de ce choix est que les pièces structurales industrielles sont souvent rompues en mode de flexion. Ensuite, notre outil de conception en fatigue est appliqué sur un étrier, un support moteur automobile. Les résultats de la prédiction de durée de vie et la localisation de la zone de rupture par notre modèle sont en accord avec résultats expérimentaux avec un facteur conservatif satisfaisant.

Table des matières

4.1	Démarche de l'étude	134
4.2	Application sur une première pièce structurale : le barreau de flexion 3 points	135
4.2.1	Validation des modèles développés sur le barreau	135
4.2.2	Comparaison de la prédiction numérique avec les résultats expérimentaux	141
4.3	Application sur une pièce structurale industrielle: l'étrier	145
4.3.1	Présentation de la pièce: l'étrier	145
4.3.2	Essais expérimentaux	146
4.3.3	Validation des modèles développés sur l'étrier	147
4.3.4	Comparaison de la prédiction numérique avec les résultats expérimentaux	151
4.4	Bilan du chapitre 4	153

4.1 Démarche de l'étude

Rappel notre chainage de dimensionnement du procédé de fabrication au comportement structural est une combinaison d'un modèle multi-échelle non linéaire et d'un critère de fatigue multiaxiale (voir la figure 4.1).

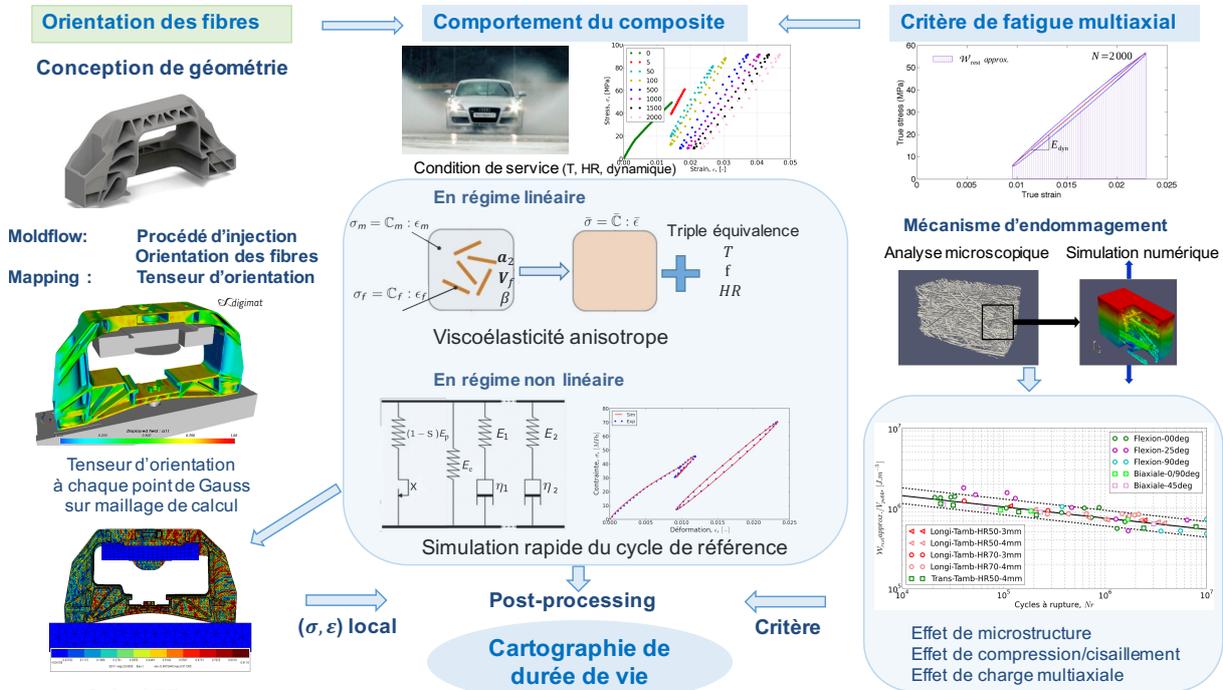


Figure 4.1 – Schéma global de notre étude d'un chainage de dimensionnement d'une pièce structurale en PA66GF30 pour une application automobile.

Une fois la géométrie des pièces élaborée, sa microstructure notamment l'orientation des fibres peut être approchée en simulant le procédé d'injection par Moldflow®. Les tenseurs d'orientation des fibres sont obtenus à chaque point d'intégration par la simulation d'écoulement. Un processus mapping permet d'interpoler et de projeter sur le maillage de calcul structural les tenseurs d'orientation des fibres

Le comportement mécanique local du PA66GF30 est simulé par le nouveau modèle VEP-S-aniso en fonction des tenseurs d'orientation. Ainsi le calcul par élément finis nous permet d'évaluer en chaque point de gauss de la structure les champs de contrainte et de déformation.

D'autre part, la tenue en fatigue du PA66GF30 a été caractérisée pour différents modes de chargements, température, humidité et le critère de durée de vie en fatigue a ainsi été étendu au cas multiaxial.

Un post-processing des calculs par EF nous permet d'obtenir la cartographie de durée de vie en appliquant le critère de durée de vie en fatigue.

Grâce à ce chaînage du procédé de fabrication au comportement en fatigue, cette étude fournit ainsi un outil complet de conception qui sert à l'avenir pour le dimensionnement des SFRPs.

Dans ce chapitre, nous allons appliquer ce modèle sur des pièces industrielles. Les modèles développés et caractérisés en régime linéaire (voir le chapitre 2) et en régime non linéaire (voir le chapitre 3) sont validés dans un premier temps. Ensuite, le critère de fatigue (voir le chapitre

1) est appliqué pour prédire la localisation de la zone de rupture et la durée de vie d'une pièce.

4.2 Application sur une première pièce structurale : le barreau de flexion 3 points

Une première application de notre modèle complet a été testée sur un barreau de flexion 3 points en raison de sa taille et de son mode de sollicitation. En effet, les pièces structurales fabriquées en thermoplastique renforcé sont souvent rompues en mode de flexion, tels que les grilles, les caissons, l'étrier du support de moteur, etc. Les dimensions du barreau et les essais de fatigue sont présentés au chapitre 1 (voir la sous-section 1.3.1.2 et la sous-section 1.3.3.2).

Deux ou trois essais de fatigue en flexion 3 points ont été réalisés à différentes charges maximales pour chaque configuration de l'orientation des fibres (voir la figure 4.2) afin d'être comparés avec les résultats numériques. L'objectif est de couvrir l'intervalle de durée de vie entre 10^4 et 10^7 cycles (voir la figure 1.29).

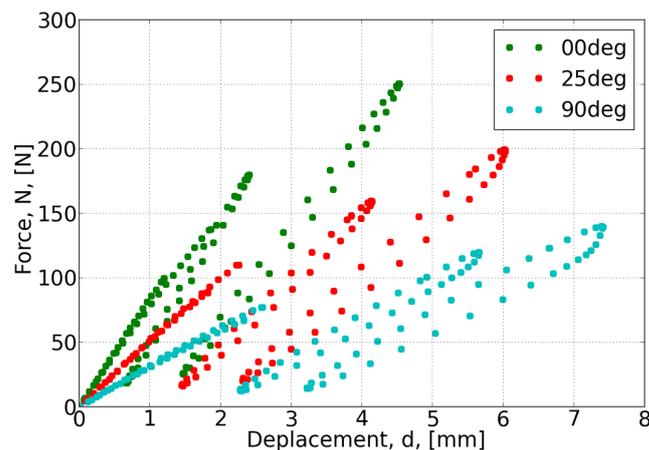


Figure 4.2 – Courbes expérimentales des essais de fatigue en flexion 3 points à différentes charges maximales (la rampe de mise en charge et le cycle de référence)

4.2.1 Validation des modèles développés sur le barreau

Les modèles développés en régime linéaire (élastique anisotrope et viscoélastique anisotrope) et en régime non linéaire (VEP-S-aniso) sont appliqués sur le barreau pour différentes orientations de fibres et différentes charges maximales. Le maillage du barreau est identique à ce qu'il est présenté dans la sous-section 2.5.2.2 (voir les figures 2.40 et 4.3) :

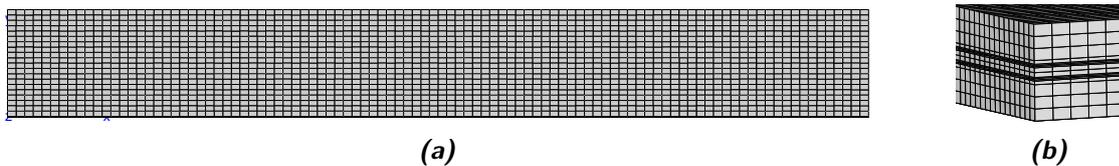


Figure 4.3 – Maillage de l'éprouvette en forme de barreau.

Les paramètres du modèle sont ceux que nous l'avons identifié à partir des essais de fatigue

en traction (voir le tableau 3.4 et le tableau 4.1).

Modèle VEP-S-aniso pour PA66GF30												
Élasticité			Écrouissage			Adoucissement			Viscosité			
E_f	26118	MPa	R_0	6.3	MPa	s_{1a}	$4.97 \cdot 10^{-1}$	E_1	950	MPa	τ_1	0.005 s
E_{me}	504	MPa	C	9742	MPa	s_{1b}	$4.70 \cdot 10^{-3}$	E_2	950	MPa	τ_2	0.32 s
E_{mp}	1064	MPa	D	289		s_2	46.9					

Table 4.1 – Paramètres matériaux identifiés du modèle VEP-S-aniso pour PA66GF30 en traction cyclique uniaxiale.

En raison du manque de caractérisations du comportement en compression, nous supposons dans un premier temps que les comportements en traction et compression sont identiques. (l'élasticité, la viscosité, la plasticité et l'adoucissement). Dans un deuxième temps, le comportement de compression sera pris en compte, notamment une évolution d'adoucissement induite nulle, lors de la simulation des essais de flexion.

4.2.1.1 Comportement en régime linéaire

Les forces en fonctions des déplacements des résultats expérimentaux des essais cycliques en flexion 3 points du PA66GF30 et de la modélisation du comportement du barreau en régime linéaire (élastique et viscoélastique anisotrope) sont présentés dans la figure 4.4. Pour rappel, chaque rampe de mise en charge s'effectue en 5 s jusqu'à la $F_{moy} = \frac{F_{max} + F_{min}}{2}$ et puis 10 cycles à 5 Hz avec un rapport de charge $R = \frac{F_{min}}{F_{max}} = 0.1$ ont été simulés.

Nous pouvons noter que le modèle élastique prédit correctement la pente initiale de la rampe de mise en charge. Le modèle viscoélastique prédit un comportement plus souple que celui obtenu expérimentalement. Comme la rigidité apparente est un résultat de combinaison du module d'élasticité E_i et du temps caractéristique de relaxation τ_i . Nous émettons donc deux hypothèses :

- soit le module de compression élastique est plus important que le module de traction élastique;
- soit les temps caractéristiques de relaxation pour la viscosité ne sont pas identiques en traction et en compression.

Le premier point a déjà été discuté et analysé dans la section 1.5.2. Un effet de relaxation de contrainte dissymétrique reste à vérifier pour des essais de compression.

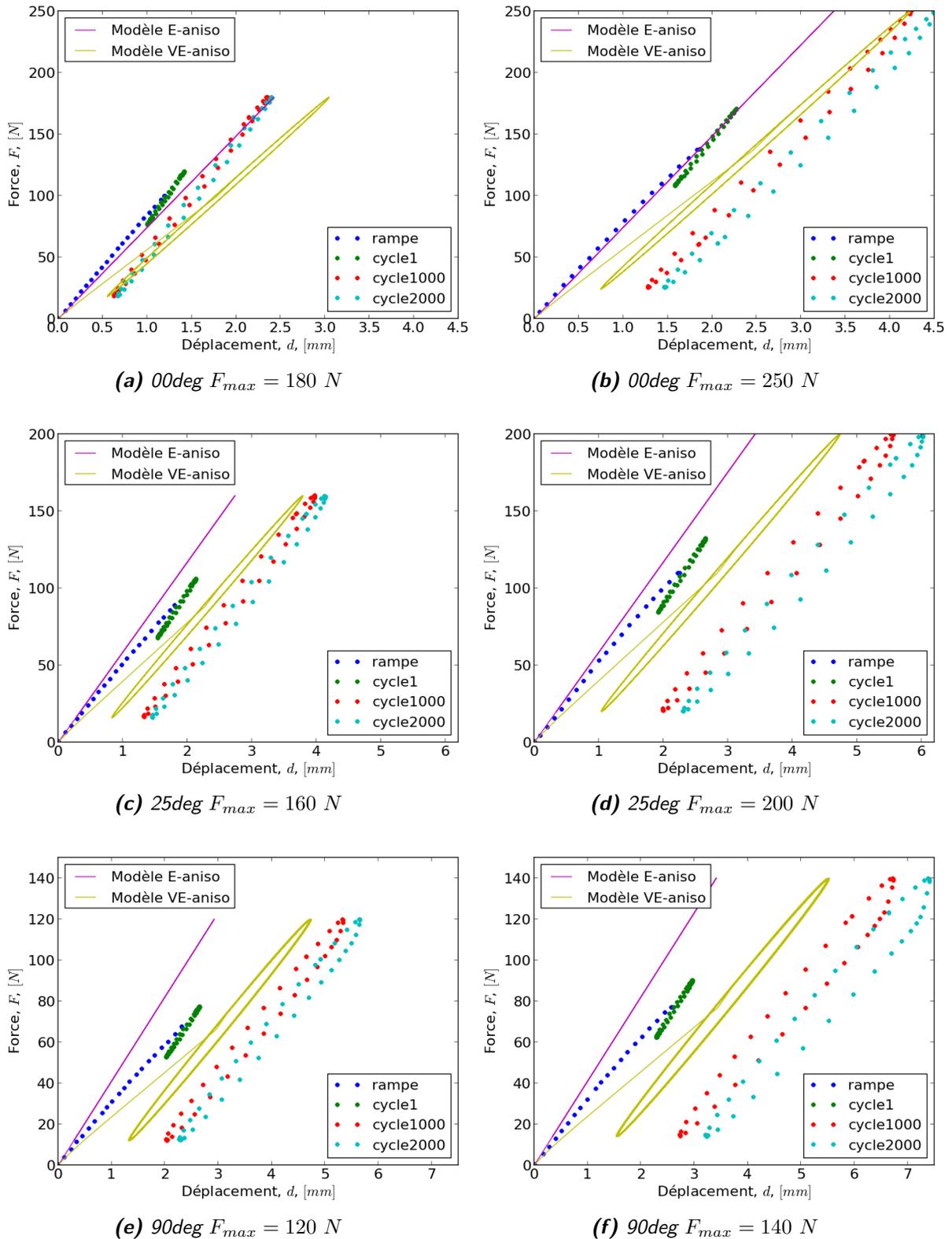


Figure 4.4 – Exemples de confrontations entre les résultats expérimentaux des essais cycliques en flexion 3 points et la modélisation du comportement élastique et du comportement viscoélastique anisotrope du barreau du PA66GF30 pour différentes charges maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations)

4.2.1.2 Comportement en régime non linéaire - cyclique

Les forces en fonctions des déplacements des résultats expérimentaux des essais de fatigue en flexion 3 points et la modélisation du comportement cyclique du barreau en régime non linéaire sont présentés dans la figure 4.5.

Un écart plus important que les résultats en régime linéaire a été observé. Les résultats numériques montrent un fluage plus important et une rigidité apparente plus faible à cause de la plasticité et de l'adoucissement.

Pour cela, nous avons effectué dans un premier temps deux tentatives en modifiant légèrement notre modèle VEP-S-aniso afin d'essayer de déduire le comportement en compression.

- **Modèle 2** - Hypothèse : *pas d'adoucissement en compression.*

Si la contrainte principale maximale $\underline{\sigma}_I$ est négative, alors la variable d'adoucissement n'évolue plus ($\dot{S} = 0$).

- **Modèle 3** - Hypothèse : *pas d'adoucissement et de plasticité en compression.*

Si la contrainte principale maximale $\underline{\sigma}_I$ est négative, alors la variable de plasticité n'évolue plus ($\dot{p} = 0$).

Des exemples de confrontations entre les résultats expérimentaux des essais cycliques en flexion 3 points et la modélisation du comportement VEP-S-aniso du barreau pour ces trois cas sont présentés dans la figure 4.6.

Nous constatons qu'avec ces deux hypothèses, les résultats numériques sont plus cohérents avec les essais de flexion. La rigidité numérique coïncide avec les rigidités expérimentales.

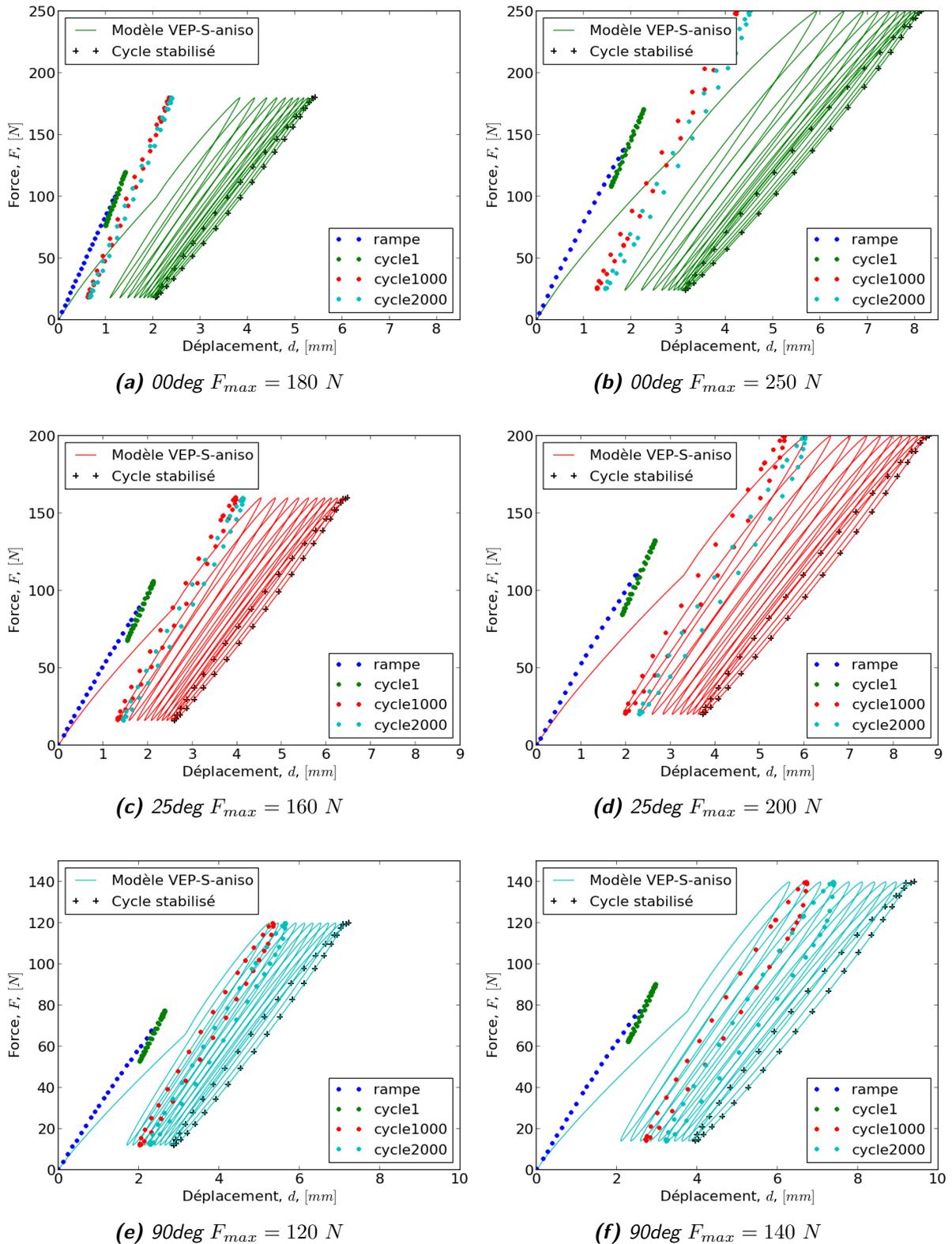


Figure 4.5 – Exemples de confrontations entre les cycles expérimentaux des essais de fatigue en flexion 3 points et la modélisation du comportement cyclique du barreau du PA66GF30 à différentes charges maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations)

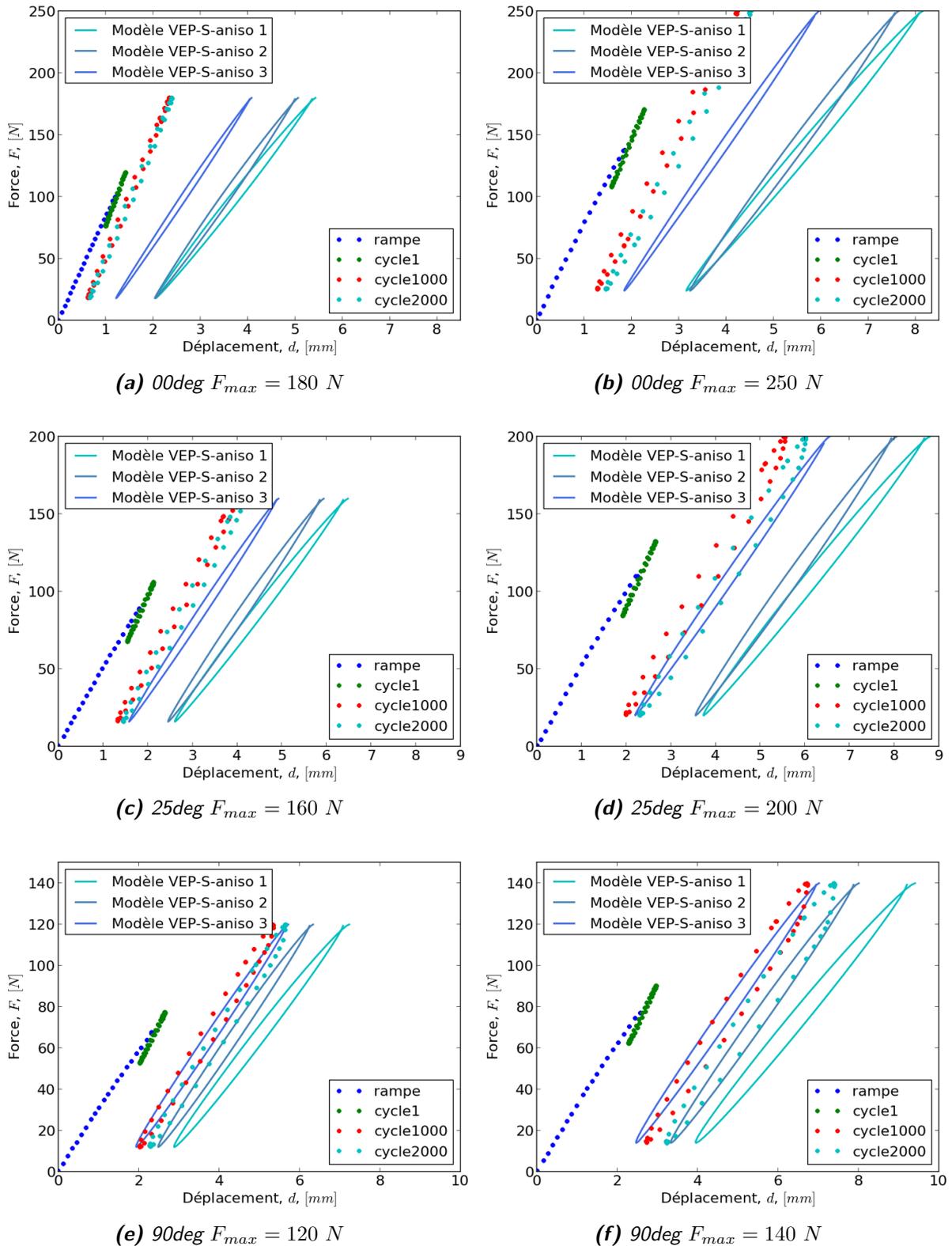


Figure 4.6 – Exemples de confrontations entre les cycles expérimentaux des essais cycliques en flexion 3 points et les résultats numériques avec les 3 modèles VEP-S-aniso du barreau du PA66GF30 pour différentes charges maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations)

4.2.2 Comparaison de la prédiction numérique avec les résultats expérimentaux

Nous avons choisi un VER de fatigue de taille de 12 éléments dans la zone la plus déformée (voir la figure 4.7) pour évaluer le critère, pour la même réflexion que dans la section 1.5.2 et pour éviter les effets de bord ici. Un élément est de dimensions $0.8 \text{ mm} * 0.5 \text{ mm} * 0.5 \text{ mm}$. La raison de ce choix est établie afin de respecter la taille du VER de l'ordre de grandeur de 1 mm^3 pour les thermoplastiques renforcées de fibres courtes (Lemaitre et al., 2009). L'énergie de déformation restituée et la durée de vie sont ainsi moyennées par un post-processing sur ce VER.

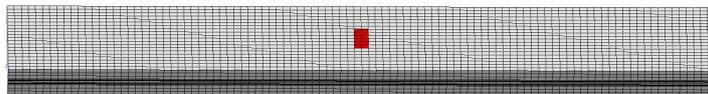


Figure 4.7 – VER de fatigue identifié pour le barreau en flexion 3 points.

La durée de vie prédite pour des barreaux avec différentes orientations de fibres à différentes charges maximales par ces trois modèles cycliques est présenté sur la figure 4.8. Les trois modèles de comportement sont testés pour évaluer la durée de vie du barreau. La durée de vie est prédite avec un facteur d'environ de 2 à 6 pour le modèle VEP-S-aniso (modèle 3) et un facteur d'environ 50 avec le modèle 1 (avec les paramètres du modèle identifiés à partir des essais de traction).

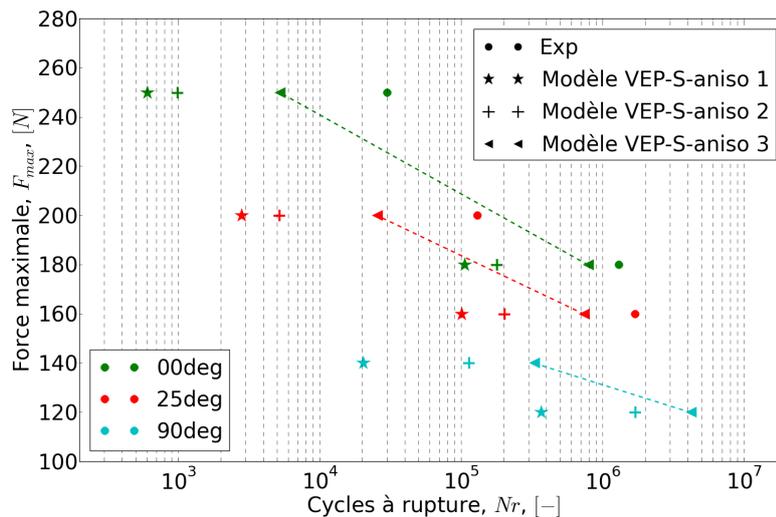


Figure 4.8 – Prédiction de durée de vie avec les trois types modèles en fatigue comparée aux expérimentales pour les essais de fatigue en flexion 3 points.

Si nous modélisons les essais de fatigue avec les modèles en régime linéaire (E-aniso, VE-aniso), la durée de vie prédite est parfois non conservative (voir la figure 4.9).

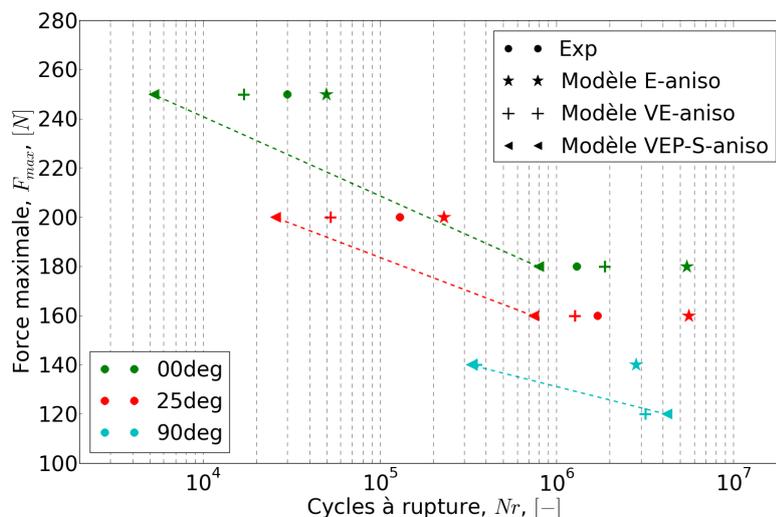
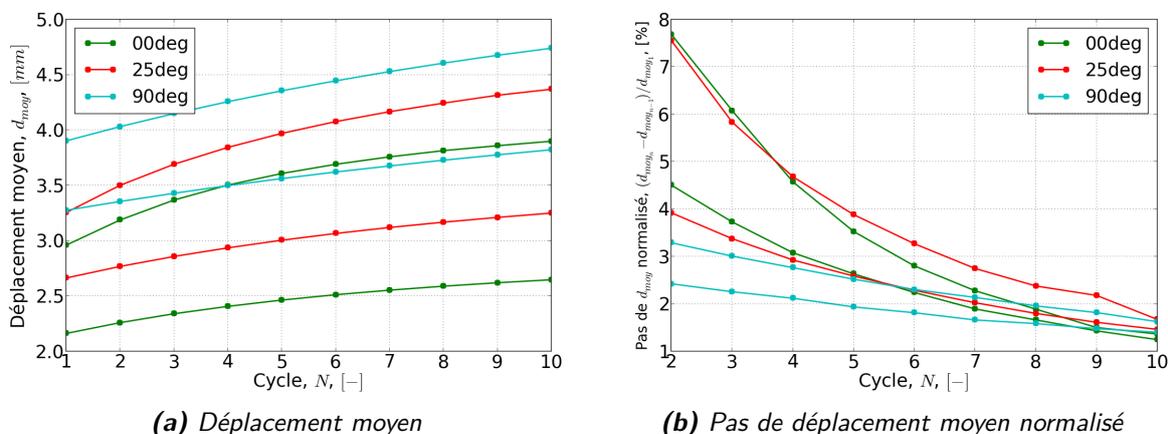


Figure 4.9 – Prédiction de durée de vie avec le modèle VEP-S-aniso et le modèle élastique/viscoélastique comparée aux expérimentales pour les essais de fatigue en flexion 3 points.

Enfin, la stabilisation du modèle VEP-S-aniso a été vérifiée d'une part pour le comportement (voir la figure 4.10) et d'autre part pour l'estimation de la durée de vie (voir la figure 4.11). Un pas de déplacement normalisé entre les cycles consécutifs simulés N et $N + 1$ de 2% a été obtenu pour les différentes orientations des fibres et les différentes charges maximales (voir la figure 4.10b). L'évolution de l'énergie restituée a tendance à diminuer au cours des premiers cycles puis ré-augmente ensuite (voir la figure 4.11a). Pour mieux comprendre leurs mécanismes physiques, le comportement VEP-S-aniso local sur ce VER a été analysé (voir la figure 4.12).



(a) Déplacement moyen

(b) Pas de déplacement moyen normalisé

Figure 4.10 – Stabilisation du comportement cyclique du modèle VEP-S-aniso pour le barreau, estimée séparément par : (a) l'évolution du déplacement moyen en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution du pas de déplacement moyen normalisé par rapport au déplacement du 1^{er} cycle simulé.

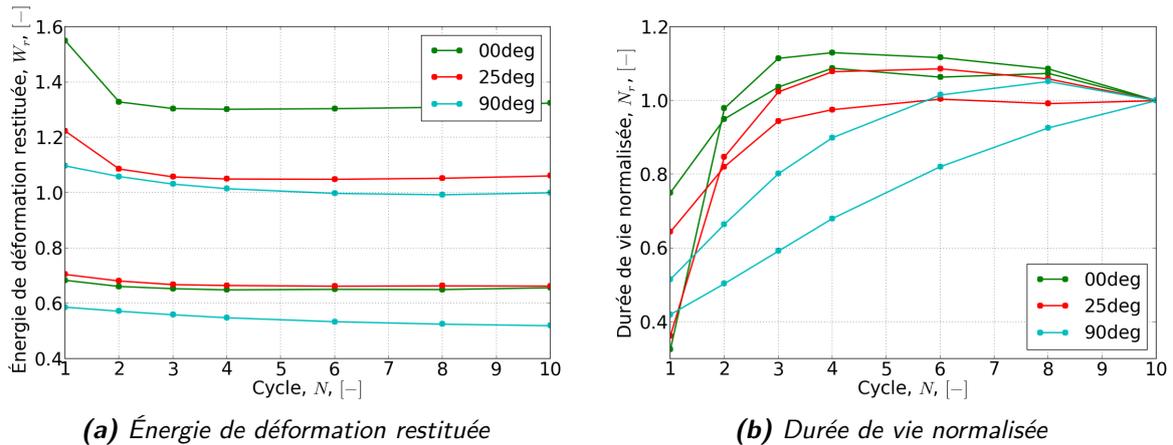


Figure 4.11 – Stabilisation du comportement cyclique du modèle VEP-S-aniso pour le barreau de flexion 3 points, estimée séparément par : (a) l'évolution de l'énergie de déformation restituée en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution de la durée de vie normalisée par rapport au 10^{ième} cycle simulé.

L'évolution du comportement local sur ce VER met en évidence une relaxation cyclique de contraintes dès le premier cycle. Cette relaxation cyclique est due à la plasticité. Nos essais sont pilotés en charge. Pendant l'essai, l'augmentation de la déformation plastique cumulée induit une contrainte locale moins importante. Le rapport de charge local est alors inférieur au rapport de charge global ($R < 0.1$). Surtout pour l'éprouvette avec les fibres orientées à 90° , ce rapport passe parfois en négative. Ceci montre l'intérêt d'une validation du critère de fatigue pour différents rapports de charge.

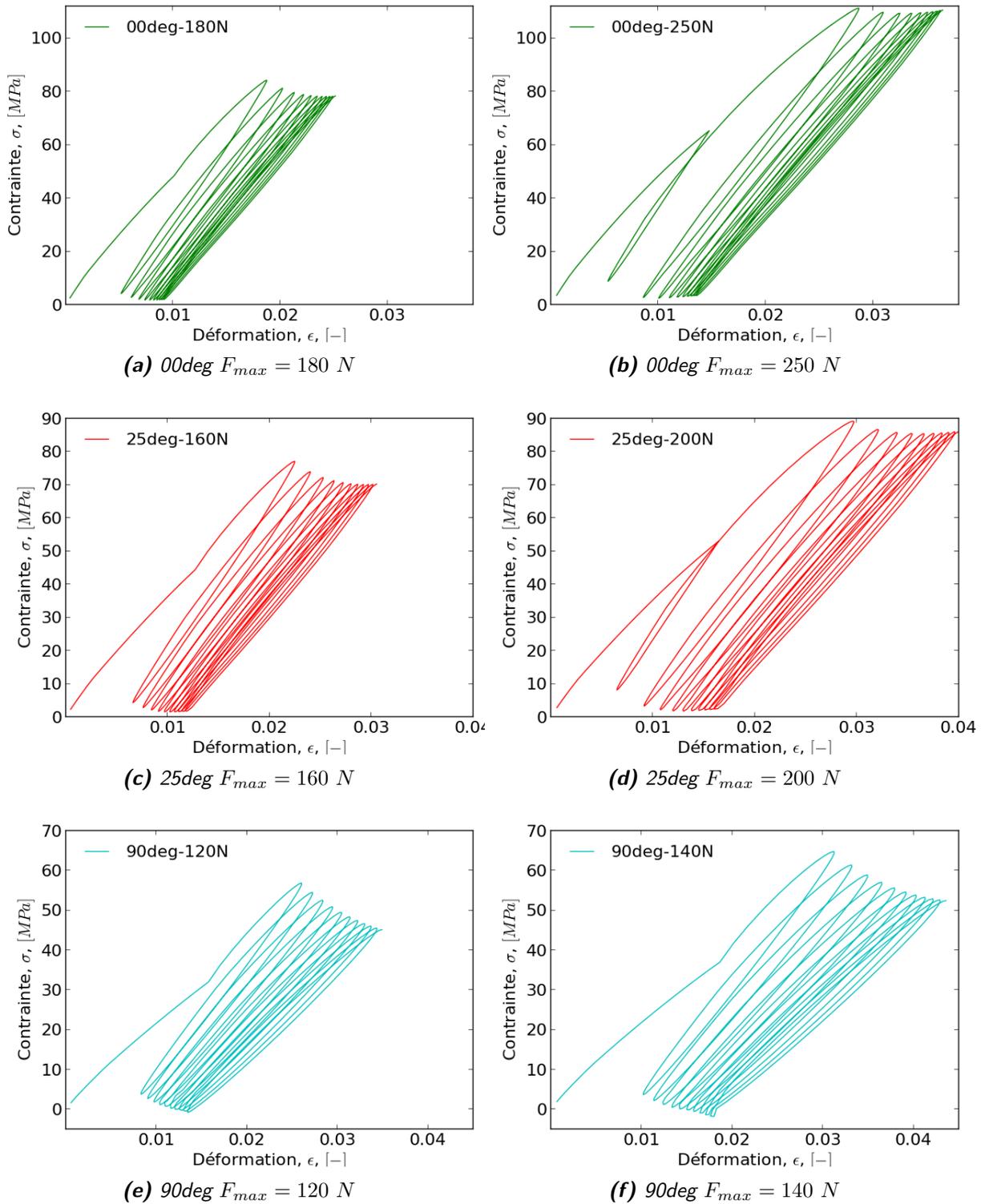


Figure 4.12 – Évaluation du comportement local dans la zone plus déformée (le VER de 12 éléments) modélisé par le modèle VEP-S-aniso.

4.3 Application sur une pièce structurale industrielle: l'étrier

4.3.1 Présentation de la pièce: l'étrier

Le procédé d'injection pour cet étrier est calculé avec Moldflow 2018 en 3D. La géométrie de l'étrier et le maillage utilisé sont présentés dans la figure 4.13. L'étrier a une hauteur d'environ 16 mm et une largeur d'environ 40 mm . L'étrier est simulé avec 3.66×10^5 nœuds et 2.1×10^6 éléments. Les paramètres d'entrée pour le procédé d'injection sont listés ci-dessous :

- Température d'injection de la matière : 290°C
- Température du moule : 80°C
- Temps d'injection : 2.9 s

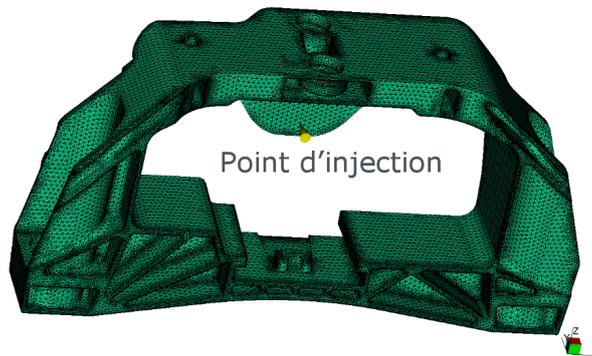


Figure 4.13 – Géométrie et maillage de l'étrier pour le calcul d'injection par Moldflow.

Le matériau est injecté dans le moule avec une température au front d'écoulement à 291.1°C . La figure 4.14a présente le champ de température juste à la fin du remplissage. La figure 4.14b présente la distribution de l'orientation des fibres après l'injection.

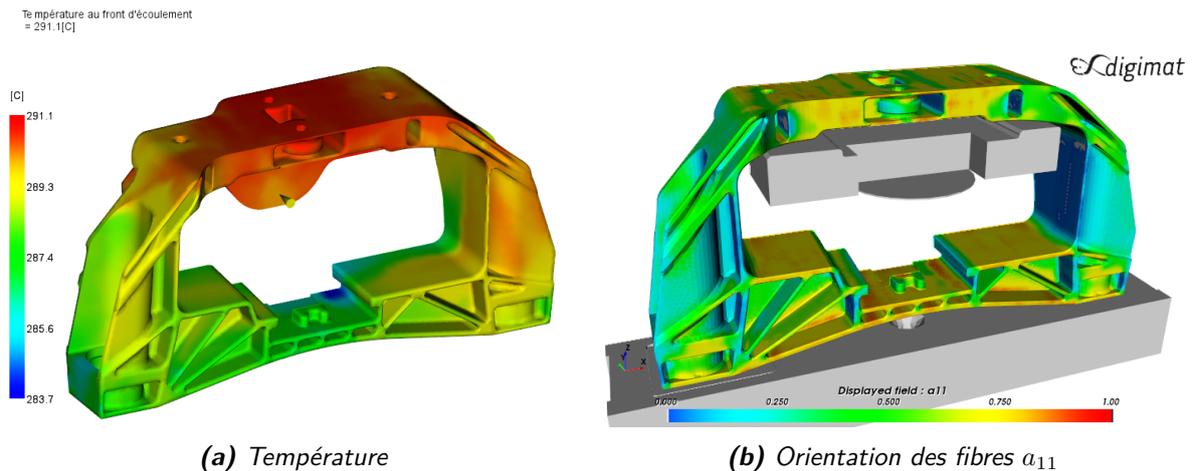


Figure 4.14 – Champs de température et de distribution de l'orientation des fibres (terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres).

Les tenseurs d'orientation des fibres sont projetés sur le maillage de calcul structural via une procédure de mapping. Le maillage de calcul de structure est constitué de 531846 nœuds et de 323757 éléments de type C3D10_4 (tétraèdre quadratique réduit) avec 4 point de Gauss par élément. La longueur d'un côté d'élément est d'environ 2.5 mm . Ainsi le volume d'un élément

correspond au volume du VER de fatigue identifié dans le critère de fatigue.

4.3.2 Essais expérimentaux

Les essais de fatigue pour les pièces structurales sont réalisés sur une machine Instron 8801. Cette machine a une capacité de force ± 50 KN et une capacité de déplacement ± 75 mm. Les pièces sont conditionnées à $T_{amb} - 50\%$ HR et ont une teneur en eau stabilisée dans l'intervalle de [1.56%, 1.67%]. Un étrier est monté sur la machine en fixant en bas avec 2 vis, comme illustrée la figure 4.15. La consigne (la force dans notre cas) est appliquée sur une cale ronde. Cette consigne est transmise par un barreau sur la pièce testée avec 2 zones en contact (voir les détails sur la figure 4.14b).

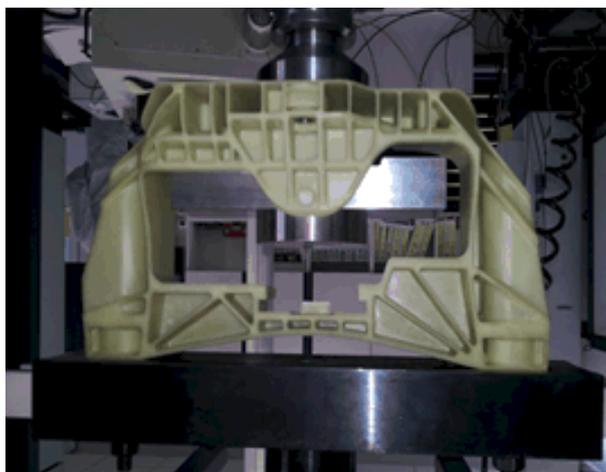


Figure 4.15 – Montage d'essai de fatigue

La vue avant d'un étrier après l'essai de fatigue est présentée sur la figure 4.16. Une fissure est visible au coin en haut à gauche.



Figure 4.16 – Vue avant d'un étrier après l'essai de fatigue avec une fissure apparaît au coin en haut à gauche de la pièce.

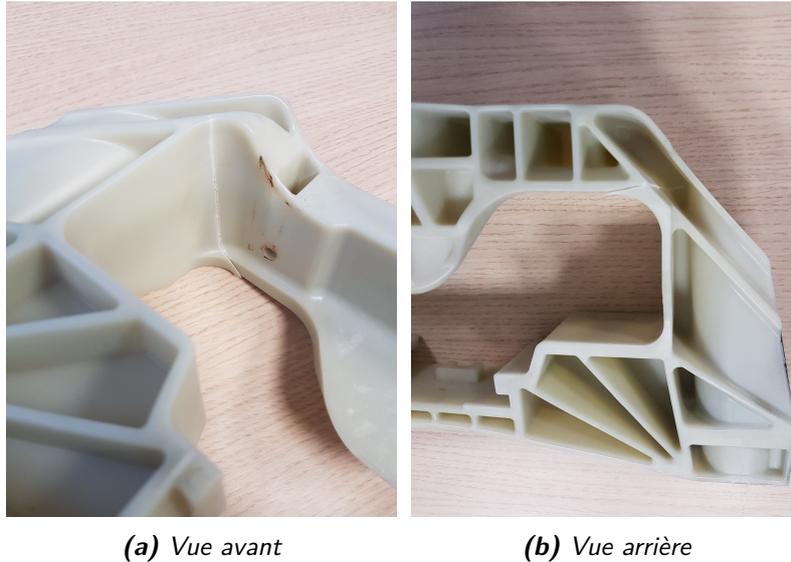


Figure 4.17 – Zoom de la vue avant et de la vue arrière sur la zone de rupture de l'étrier après l'essai de fatigue.

4.3.3 Validation des modèles développés sur l'étrier

Les conditions aux limites appliquées sur l'étrier pendant la simulation sont :

- Encastrement : surface en bas du bâtiment de support;
- Mpc-TIE : 2 vis;
- Contact avec le bâtiment dans les deux zones du bas : pressure-overclosure = HARD;
- Contact avec la bride dans les deux zones du haut : Small sliding, sliptolerance 0.005, friction 0.1;
- Consigne du déplacement ou de la charge sur le cirque du piston.

4.3.3.1 Application des modèles du comportement

Les modèles développés en régime linéaire (élastique et viscoélastique anisotrope) et en régime non linéaire (VEP-S-aniso) sont appliqués sur l'étrier pour différentes charges maximales (voir la figure 4.18 et la figure 4.19).

Nous constatons que le modèle VEP-S-aniso (voir la figure 4.19) simule approximativement la rigidité apparente du cycle de référence stabilisé et son fluage cyclique. C'est un avantage essentiel par rapport au cas en régime linéaire (voir la figure 4.18). Par contre pour la rigidité de mise en charge, celles expérimentales et numériques ne coïncident pas. En effet, pendant la mise en charge expérimentale, la mise en contact s'ajuste et les glissements ont lieu avant stabilisation et le contact est presque parfait entre les pièces pour les cycles suivants.

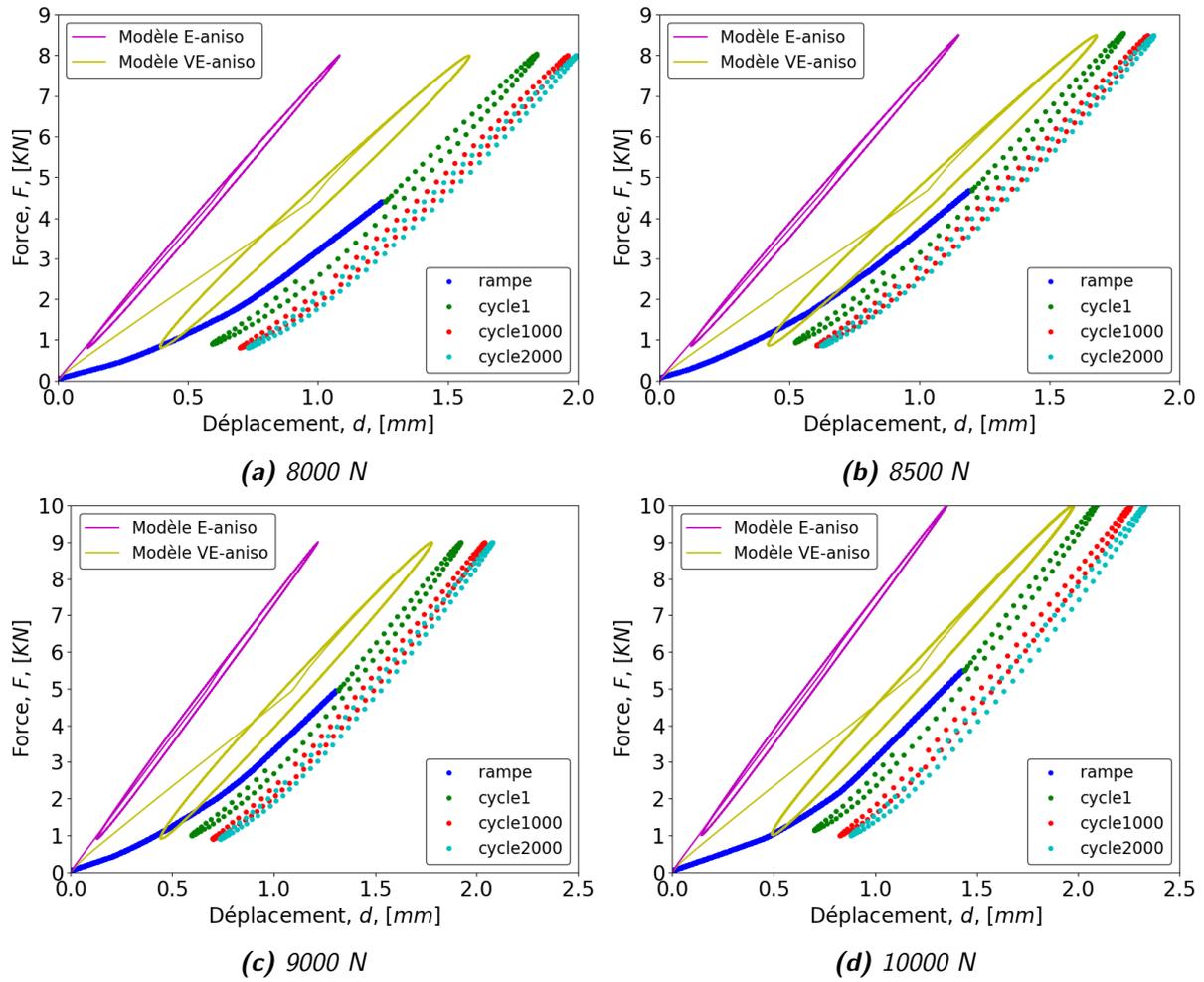


Figure 4.18 – Exemples de confrontations entre les résultats expérimentaux de l'étrier en PA66GF30 et la modélisation du comportement élastique et du comportement viscoélastique anisotrope à différentes charges maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations)

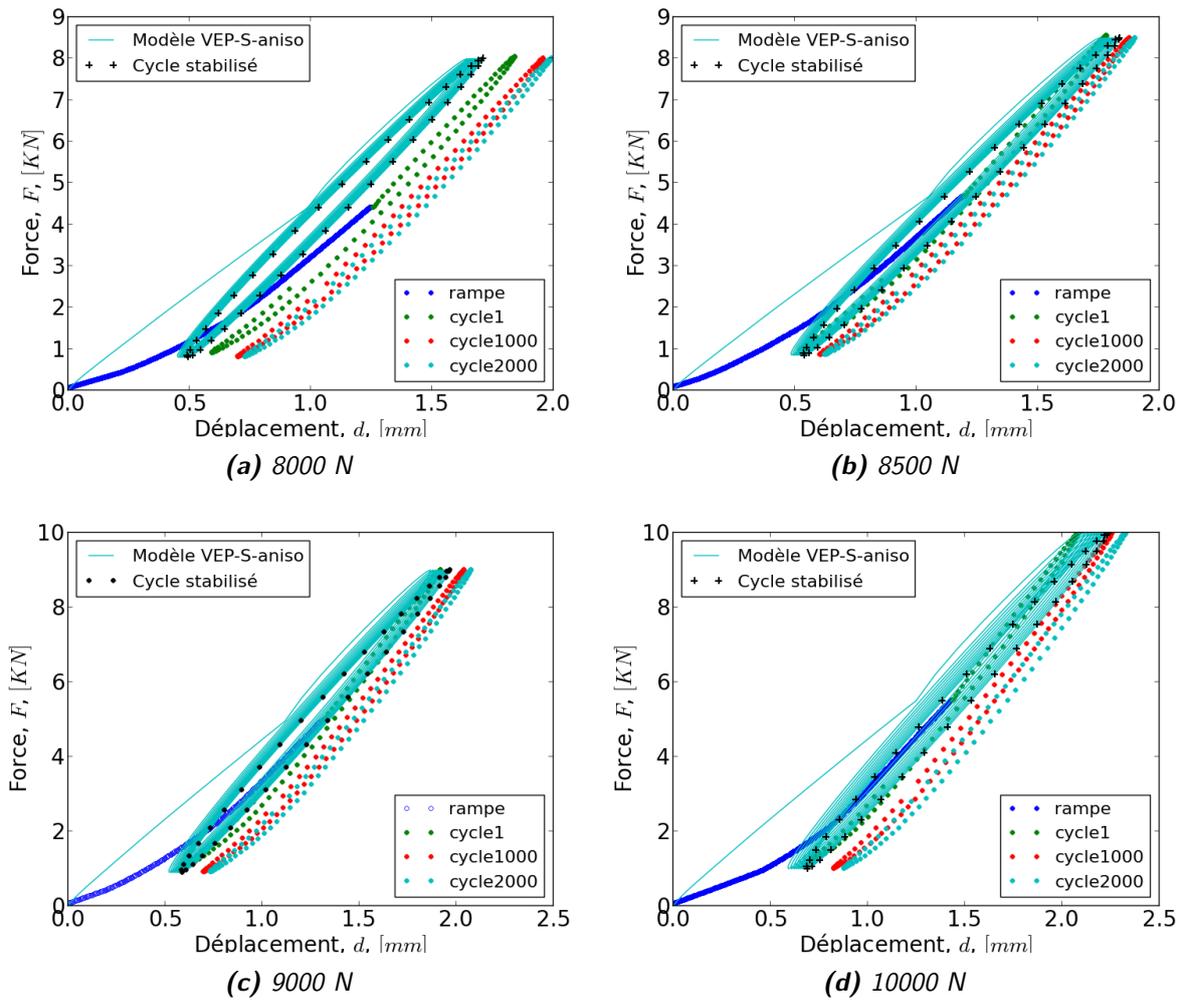


Figure 4.19 – Exemples de confrontations entre les résultats expérimentaux de l'étrier en PA66GF30 et la modélisation du comportement VEP-S-aniso à différentes charges maximales (marqueurs : essais, traits continus : simulations)

L'évolution simulée du déplacement U_{moy} (voir la figure 4.20), l'énergie de déplacement restituée ainsi que la durée de vie associée (voir la figure 4.21) pour les 10 premiers cycles ont été tracées. Le fluage cyclique représenté par la variable U_{moy} n'est pas significatif. En revanche, l'évolution de l'énergie de déformation restituée, monotone décroissante, tend vers une valeur asymptotique. Dans le cas de traction uniaxiale (voir la figure 3.27), l'évolution tend vers une asymptote via une fonction croissante. Cet effet de décroissance est dû à la stabilisation du gradient de déformation/contrainte, ou plus précisément dû à la microstructure hétérogène anisotrope de notre composite.

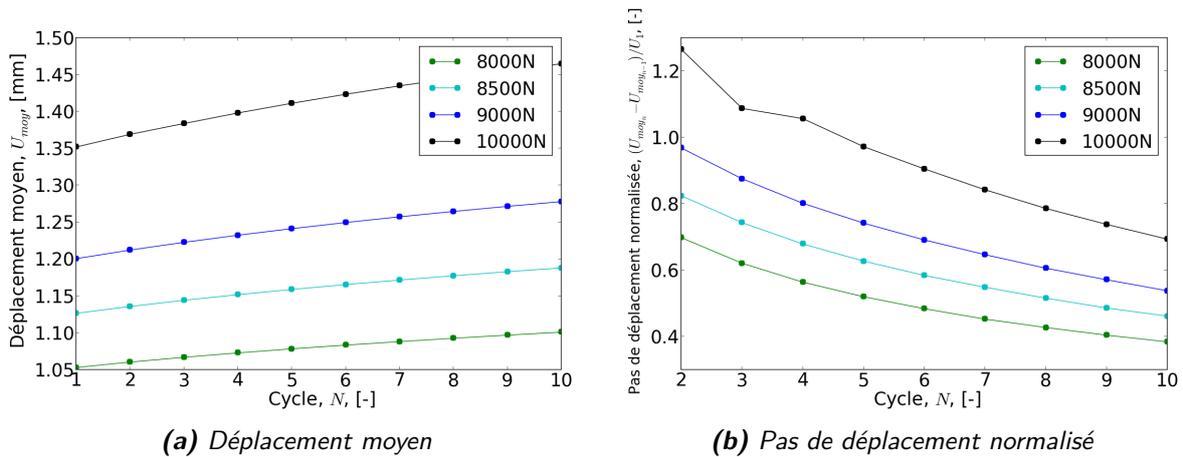


Figure 4.20 – Stabilisation du comportement cyclique du modèle VEP-S-aniso pour l'étrier en PA66GF30, estimée séparément par : (a) l'évolution du déplacement moyen en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution du pas de déplacement moyen normalisé par rapport au déplacement du 1^{er} cycle simulé.

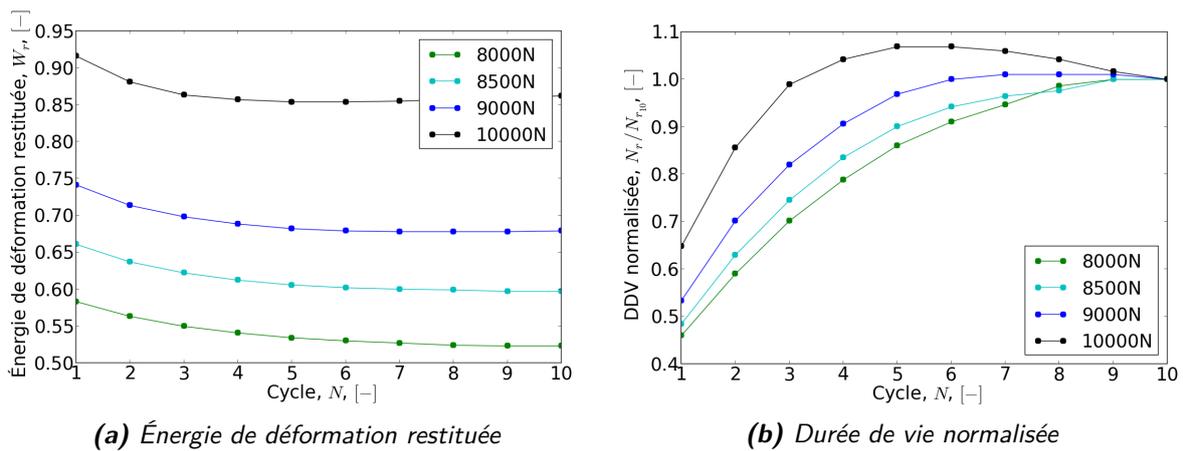


Figure 4.21 – Stabilisation du comportement cyclique du modèle VEP-S-aniso modélisé pour l'étrier en PA66GF30, estimée séparément par : (a) l'évolution de l'énergie de déformation restituée en fonction du nombre de cycles simulés; (b) l'évolution de la durée de vie normalisée par rapport au 10^{ième} cycle simulé.

4.3.3.2 Comparaisons des temps de calcul

Le temps de calcul numérique est évalué afin d'estimer l'efficacité de nos modèle. L'estimation a été effectuée sur un autre support moteur automobile similaire à l'étrier présenté sur la figure

4.13 (242313 éléments, 1.11810^6 DOFs), ceci permet d'appliquer des conditions aux limites plus simples sans contact. La pièce est fixée au niveau des 2 vis et la charge est appliquée sur une zone au centre.

Le calcul est effectué avec l'Abaqus 6.13 sur un clusteur de 29 nœuds. Chaque nœud est configuré avec 2 processeurs intel Xeon avec 256Go de RAM (12 cœurs par processeur).

Pour être représentatif au niveau de déplacement des essais de fatigue, nous avons effectué une consigne de rampe en déplacement de 2 mm pendant 1 s avec 20 incréments et un pas de temps fixé à 0.05 s.

Un facteur du temps CPU d'environ 3 a été observé entre le modèle en régime linéaire anisotrope et le modèle isotrope, et un facteur 7 entre le modèle VEP-S-aniso et le modèle isotrope (voir le tableau 4.2).

Modèle	Temps CPU (s)	Nbr d'itérations	Iter/Incrément	Temps/Itération(s)
Isotrope	$1.78 \cdot 10^3$	20	1	89
Élastique anisotrope	$5.32 \cdot 10^3$	20	1	266
Visco-élastique anisotrope	$5.60 \cdot 10^3$	20	1	280
VEP-S-aniso	$3.82 \cdot 10^4$	63	3	606

Table 4.2 – Estimation du temps de calcul numérique pour les différents modèles.

4.3.4 Comparaison de la prédiction numérique avec les résultats expérimentaux

La prédiction numérique de notre modèle complet permet d'obtenir la localisation de la zone de rupture et la durée de vie en fatigue. Ces deux résultats sont comparés aux résultats expérimentaux afin d'évaluer la précision de prédiction de notre modèle.

4.3.4.1 Cartographie de la durée de vie de l'étrier

Un exemple de cartographie de l'énergie de déformation restituée est présenté dans la figure 4.22 sous une charge maximale de 8000 N. Grâce à cette cartographie de l'énergie, nous pouvons localiser la zone de rupture sur l'étrier. En effet, l'endroit où l'énergie est la plus élevée, loin de la zone où la charge est appliquée, correspond à la zone de rupture. La zone rubanée au coin en haut (couleur bleue claire sur la figure 4.22) correspond à la zone de rupture obtenue expérimentalement (voir la figure 4.16 et 4.17).

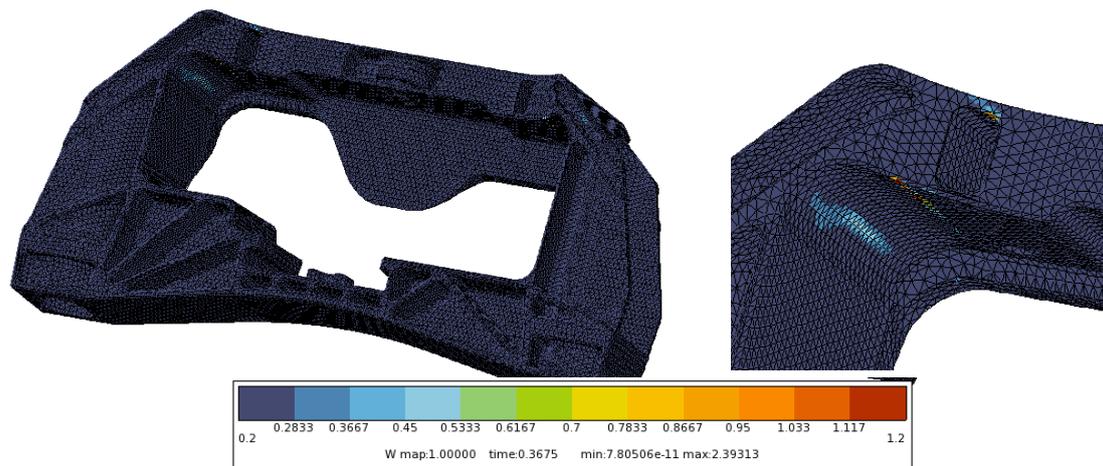


Figure 4.22 – Cartographie de l'énergie de déformation restituée du 10^{ème} cycle numérique sous une charge maximale de 8000 N et un zoom sur la zone la plus déformée.

La cartographie de la durée de vie sur tous les éléments est déduite en appliquant le critère de fatigue par élément (voir la figure 4.23).

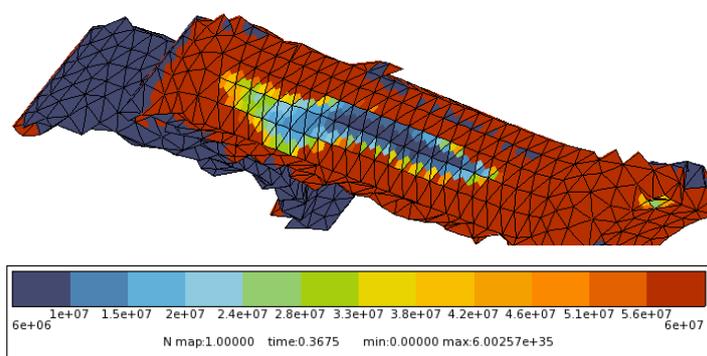


Figure 4.23 – Cartographie de la durée vie du 10^{ème} cycle numérique sous une charge maximale de 8000 N sur la zone la plus déformée.

La zone où l'étrier a rompu expérimentalement (voir la figure 4.16 et 4.17) correspond à celle prédite par notre modèle numérique (voir la figure 4.22 et la figure 4.23).

4.3.4.2 Vérification de la prédiction de durée de vie

La durée de vie prédite de la pièce correspond à la durée de vie minimum sur la cartographie de tous les VERs (éléments). La prédiction par le modèle en fatigue a un facteur conservatif d'environ 5 au maximum par rapport aux résultats expérimentaux des essais de fatigue. La prédiction par le modèle viscoélastique sous-estime un peu plus la durée de vie par rapport au modèle complet VEP-S-aniso. Les résultats du modèle élastique sont proches des résultats expérimentaux, néanmoins, ils ne sont pas conservatifs.

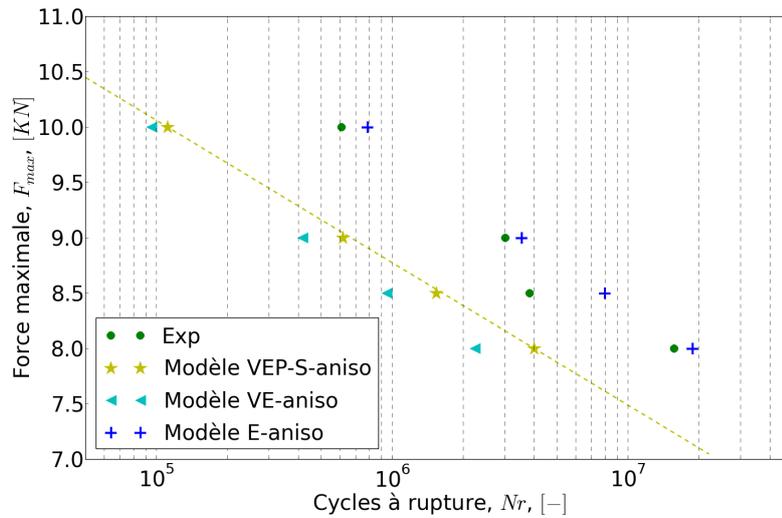


Figure 4.24 – Prédiction de durée de vie avec le modèle VEP-S-aniso et le modèle élastique/viscoélastique comparée aux résultats expérimentaux des essais de fatigue de l'étrier en PA66GF30.

4.4 Bilan du chapitre 4

La conception de l'outil de dimensionnement en fatigue a été validée à l'aide d'essais sur pièces simples et industrielles : un barreau de flexion 3 points et un étrier de support moteur.

Le temps de calcul numérique des modèles a été estimé par rapport au cas élastique isotrope. Un facteur d'environ 3 est observé pour le modèle en régime linéaire anisotrope et 7 pour le modèle VEP-aniso.

Via un post-processing de notre calcul par EF, nous obtenons la cartographie de l'énergie de déformation restituée et la durée de vie. Cette démarche nous permet de localiser la zone de rupture et d'estimer la durée de vie de la pièce (voir le chapitre 1). Les bonnes cohérences entre les résultats numériques et ceux expérimentaux montrent la précision de prédiction de notre outil de conception. La durée de vie a été prédite avec un facteur conservatif inférieur à 5 sur les éprouvettes et sur les pièces. Cela reste à valider sur d'autres pièces et avec d'autres types de composites renforcés à fibres courtes.

Conclusions et perspectives

Dans l'objectif de fournir un modèle complet et unique afin de dimensionner au plus près des pièces industrielles en thermoplastiques renforcés de fibres courtes sollicitées en fatigue, notre étude s'est focalisée sur une partie expérimentale pour caractériser la tenue en fatigue du polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes avec une fraction massique de 30% (PA66GF30) et une partie numérique pour modéliser leur comportement mécanique.

Pour la partie expérimentale, nous avons étendu le critère de durée de vie en fatigue uniaxiale pour le polyamide renforcés de fibres de verre courtes établi par [Fabre \(2015\)](#). Ce critère est basé sur l'énergie de déformation restituée du cycle stabilisé de référence pondérée par la fraction volumique de la matrice $W_{rest}approx./V_{pa66}$. Une courbe unifiée du critère de durée de vie est identifiée pour le fatigue en traction et rend compte de l'orientation des fibres, de la température, de la teneur en eau de la matrice et du taux des fibres (GF30/GF50). Grâce aux trois types d'essais de fatigue réalisés et aux analyses effectuées sur le VER de fatigue identifié, nous avons étendu ce critère au cas multiaxial :

- les essais de fatigue en traction uniaxiale sur les éprouvettes de différentes épaisseurs (proportion cœur/peau) montrent que ce critère rend compte de l'effet de la microstructure et de l'orientation des fibres;
- les essais de fatigue en traction biaxiale sur l'éprouvette cruciforme montrent que ce critère rend compte de l'effet de la charge multiaxiale;
- les essais de fatigue en flexion 3 points sur les barreaux montrent que ce critère rend compte de l'effet de la compression et du cisaillement.

Enfin, les résultats sur les pièces industrielles sollicitées sous différents modes valident la pertinence du critère de fatigue.

Pour la partie numérique, le comportement en régime linéaire et en régime non linéaire du PA66GF30 sont caractérisés et modélisés tels que :

- le comportement élastique linéaire anisotrope est défini en fonction du tenseur d'orientation des fibres par le modèle d'homogénéisation de Mori-Tanaka et d'Advani-Tucker. La comparaison des résultats d'homogénéisation par champs moyens et des résultats du champ complet par EF valide la prédiction des propriétés élastiques par les modèles d'homogénéisation.
- le comportement viscoélastique linéaire est caractérisé par les essais de DMA et modélisé par le modèle de Maxwell généralisé étendu au cas anisotrope. Les temps caractéristiques de la viscosité du composite sont isotropes, ils sont indépendants de l'orientation des fibres et reliés à la matrice pure, seule la branche élastique est anisotrope, elle est décrite par

le modèle d'homogénéisation élastique anisotrope pour rendre compte de l'orientation des fibres. La triple équivalence Temps-Température-Humidité établie par Fabre (2015) pour PA66 est introduite dans le comportement de la matrice via les temps caractéristiques. De plus, nous avons proposé une nouvelle approche des facteurs de translation T/HR par quatre fonctions qui permet de diminuer le nombre de paramètres du modèle et d'élargir le domaine de validité.

- le comportement en régime non linéaire est modélisé par un modèle phénoménologique visco-élasto-plastique anisotrope couplé avec une variable d'adoucissement isotrope (VEP-S-aniso). Ce modèle permet de simuler l'évolution de la rigidité apparente pendant la stabilisation du cycle de fatigue. Le cycle stabilisé de l'essai de fatigue numérique est atteint d'une manière accélérée. Il ne faut que 10 cycles numériques pour rendre compte du comportement du cycle stabilisé atteint expérimentalement au 2000^{ème} cycle. Une stratégie d'identification des paramètres du modèle phénoménologique est proposée et une première identification est effectuée à partir d'essais de traction uniaxiale du PA66GF30.

Les trois modèles proposés sont mis en œuvre via par un algorithme implicite dans un code de calcul EF. En termes de temps de calcul numérique, un facteur d'environ 3 et 7 est observé respectivement pour le comportement linéaire anisotrope et le comportement non linéaire (cyclique de fatigue) par rapport au cas élastique isotrope.

L'ensemble des outils numériques développés permettent un chaînage de la simulation du procédé de fabrication au comportement structural. La simulation du procédé de moulage par injection fournit la distribution hétérogène des fibres sur l'ensemble de la structure. L'orientation des fibres est ensuite introduite comme une donnée d'entrée dans les modèles de comportement cyclique et de fatigue.

Les paramètres des modèles identifiés sont validés sur les éprouvettes de traction uniaxiale et biaxiale, et appliqués ensuite sur des structures tels qu'un barreau de flexion 3 points et un étrier de support moteur. Le critère de fatigue appliqué en post-processing sur chaque élément de maillage de la structure permet de cartographier l'énergie restituée et la durée de vie de chaque élément et ainsi de prédire la durée de vie de la pièce et la localisation de la rupture. La confrontation entre les résultats expérimentaux et numériques montre une bonne précision de l'estimation de la durée de vie et de la localisation de la rupture pour les éprouvettes et les pièces : un facteur conservatif d'environ 5 au maximum pour la durée de vie a été prédit quelle que soit la structure et le chargement.

Ces premières validations sont encourageantes. Notre outil de dimensionnement en fatigue pourra être testé sur d'autres pièces, et d'autres types de composites thermoplastiques renforcés de fibres courtes. La prédiction numérique de champ de contrainte local, non mesurable expérimentalement permet d'optimiser la géométrie d'une pièce en fonction de la charge ultime appliquée et la durée de vie ciblée. Notre modèle peut potentiellement aider à optimiser également le matériau en termes de choix du taux de fibres et de la nature de matrice thermoplastique. Ainsi nous avons développé un outil de conception de pièce pouvant permettre de réduire au maximum le poids d'une pièce pour rejoindre à un cahier des charges donné, à savoir sa rigidité et sa durée de vie. De plus, cet outil d'optimisation permet de réduire le nombre de prototypes.

L'outil de conception pour le dimensionnement en fatigue proposé, bien que prédictif pour

la durée de vie avec un facteur conservatif satisfaisant pour les applications effectuées pour l'instant, a été construit sous certaines hypothèses qui méritent plus de vérifications. Ceci nous permet de soulever des nombreuses perspectives afin d'améliorer la fiabilité et la performance de notre modèle.

La différence des comportements mécaniques entre la compression et la traction a été mise en évidence par la mesure DIC du champ de déformation des essais de fatigue en flexion 3 points (voir la figure 1.45). Dans une première approche, les paramètres du modèle VEP-S-aniso ont été identifiés à partir des essais de traction uniaxiale. Des hypothèses ont été faites pour le comportement en compression, à savoir, la déformation plastique et l'adoucissement n'évoluent plus en compression. En 3D, il n'y a pas d'évolution si la contrainte principale maximale est négative. Pour vérifier ces hypothèses, d'un point de vue expérimental, des essais de traction/compression sur une même éprouvette ou des essais de DMA en compression sont nécessaires pour caractériser les différences des propriétés en compression et en traction. D'un point de vue numérique, il faudrait introduire un critère de plasticité non symétrique (Vogler et al., 2013) pour distinguer la sollicitation en compression et en traction d'une manière plus rigoureuse et plus efficace en termes de convergence.

Concernant la variable d'adoucissement, l'hypothèse d'isotropie a permis de prédire une durée de vie satisfaisante. Cependant, l'adoucissement présente un caractère anisotrope à cause de la présence des fibres, ou des conditions de chargement particulières. Il est possible d'améliorer la modélisation en introduisant une variable d'adoucissement anisotrope. Ainsi, il est nécessaire de caractériser l'évolution de la variable d'adoucissement dans les trois directions principales avec des essais homogènes (Badreddine et al., 2015). Les mécanismes d'adoucissement de traction et de cisaillement devront également être confrontés afin de savoir si les contraintes déviatoriques et sphériques induisent les mêmes mécanismes d'adoucissement (Notta-Cuvier et al., 2014). De plus, des porosités existent initialement dans l'éprouvette, elles croissent et coalescent sous contraintes. La porosité initiale devra donc être analysée en fonction du type de procédé de fabrication afin de savoir si on peut s'affranchir de la modéliser.

Enfin nous avons observé expérimentalement un comportement non symétrique en traction et en compression. En effet, pour la plupart des matériaux, les micro-défauts générées en traction se referment lors d'un chargement de compression. D'un point de vue théorique, l'état d'adoucissement est représenté par une même variable interne S quel que soit le signe du chargement. Il n'est pas thermodynamiquement admissible de définir une variable S de traction et une seconde variable de compression. La manière dont S est reliée aux contraintes, aux déformations doit modifier la rigidité et affectée différemment la traction et la compression. Par exemple, la contrainte effective en compression pourrait dépendre d'un paramètre de refermeture des micro-défauts h tel que $\frac{\sigma}{(1-hS)}$ (Lemaitre et al., 2009). La difficulté du cas 3D est de reconnaître la part de traction et celle de compression d'un tenseur de contrainte.

L'hypothèse de la viscosité en régime linéaire pour le comportement en fatigue est suffisante pour caractériser le comportement visqueux cyclique à température ambiante, en revanche, elle montre des limites pour évaluer la triple équivalence Temps-Température-Humidité en régime non linéaire modélisée par l'évolution du temps de relaxation. En effet, dans le cas de couplage thermo-fatigue ou fatigue-fluage à température élevée ou la température varie avec le temps,

l'adoucissement sera plus important que la somme des adoucissements provoqués par chacune des charges individuelles. Un nouveau couplage hygro-thermo-mécanique doit être caractérisé pour le régime non linéaire, afin d'élargir le domaine de validité température/humidité pour le modèle VEP-S-aniso. Enfin les états de transitions pourraient être simulés afin de prendre en compte l'évolution de la température et de l'humidité, et la variabilité de la charge pendant le service.

La simulation par EF des champs complets de la microstructure, que nous avons effectuée pour le cas élastique anisotrope, devrait être étendue pour le régime non linéaire afin d'étudier les mécanismes d'endommagement. En effet, la mise en œuvre du comportement en fatigue sous Cimlib nous permettrait de mieux comprendre le mécanisme d'endommagement en les comparant aux volumes 3D caractérisés par tomographie in-situ ou post-mortem.

Annexe

A.1 Informations complémentaires des simulations avec Moldflow

Différents modèles d'algorithmes et différents maillages de calcul ont été étudiés au sein de CRI Hutchinson pour la simulation du procédé d'injection. Deux modèles d'orientation des fibres ont été testés : le modèle RSC (Reduced Strain Closure) (Wang et al., 2008) et le modèle MRD (Moldflow Rotational Diffusion) (Phelps and Tucker, 2009). La comparaison des résultats de simulation du modèle MRD avec différents maillages de calcul est présentée dans les deux figures A.1 et A.2.

Dans les configurations présentées dans la figure A.1, les maillages sont effectués en utilisant le logiciel Moldflow[®], le maillage n'évolue pas pendant la simulation de l'injection de fluide selon l'écoulement. Les informations concernant ces maillages sont détaillées dans le tableau A.1 de l'annexe A.1. L'augmentation de la densité du maillage permet de mieux détecter l'effet du cœur du tenseur d'orientation. Néanmoins, même pour le maillage le plus dense, les valeurs du terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres restent éloignées de la valeur expérimentale obtenue à partir des analyses tomographiques.

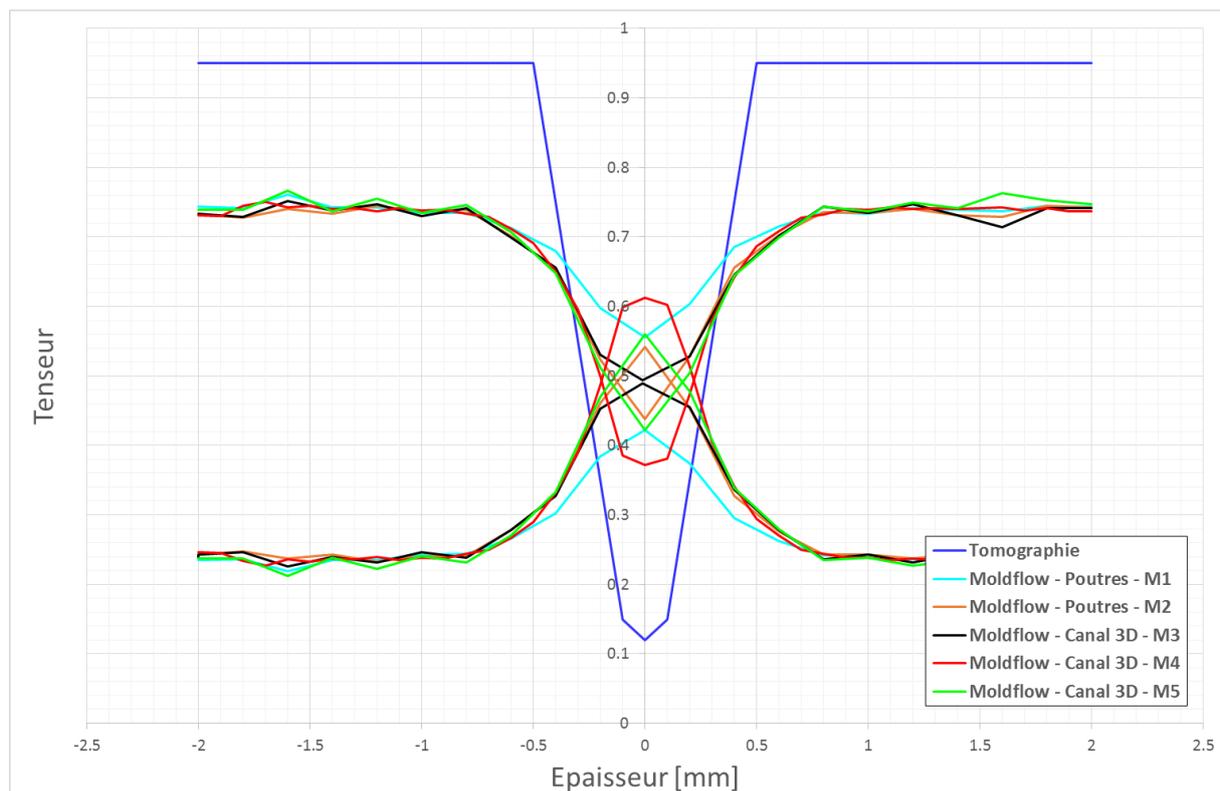


Figure A.1 – Influence des maillages effectués dans Moldflow[®] sur les résultats de simulation (terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres).

Dans les configurations présentées dans la figure A.2, les maillages sont effectués en utilisant le logiciel Patran[®]. Le maillage est cette fois évolutif. Les informations concernant ces maillages sont détaillées dans le tableau A.1. Quelle que soit la taille de maille, les valeurs du terme a_{11} du tenseur d'orientation sont plus proches de celles de la tomographie par rapport aux résultats provenant du Moldflow[®]. La prise en compte d'un facteur d'échelle permet d'avoir des valeurs du tenseur d'orientation qui sont plus proches de celles de la tomographie (voir la figure A.2).

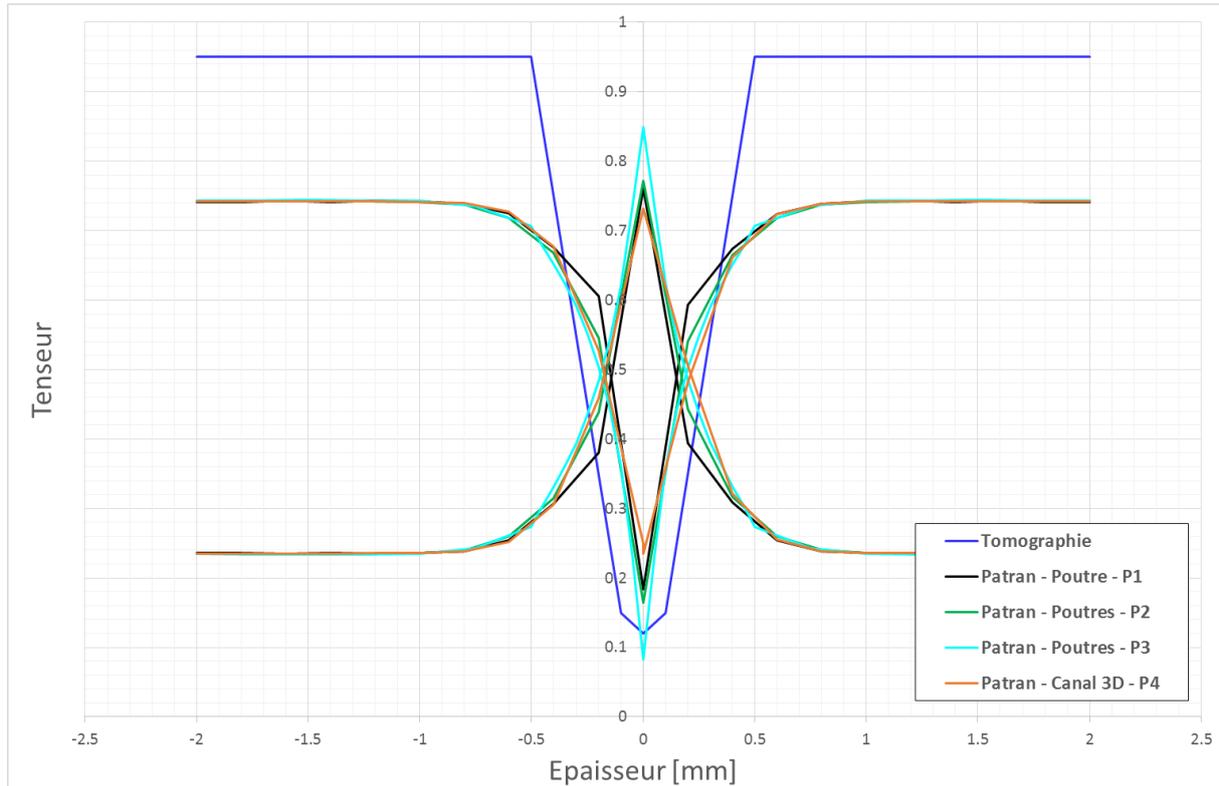
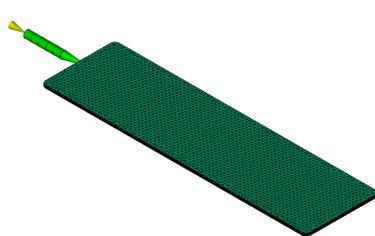


Figure A.2 – Influence des maillages effectués dans Patran sur les résultats de simulation (terme a_{11} du tenseur d'orientation des fibres).

Maillage	Nbr des couches	Facteur d'échelle	Nbr des nœuds	Nbr des éléments	Alimentation
M1	20	1	92500	532000	Poutre
M2	20	0.6	255000	1458000	Poutre
M3	20	0.7	566500	3236500	Canal
M4	40	1	511500	3000000	Canal
M5	20	0.5	1050500	6000000	Canal
P1	20	1	51500	289000	Poutre
P2	20	1	283000	1602000	Poutre
P3	32	1	441000	2551500	Poutre
P4	20	1	93400	529500	Canal

Table A.1 – Différentes configurations du maillage effectué dans Moldflow[®] et dans Patran[®]



(a) Par la poutre



(b) Par le canal

Figure A.3 – Deux méthodes différentes d'alimentation de la simulation des plaques injectées

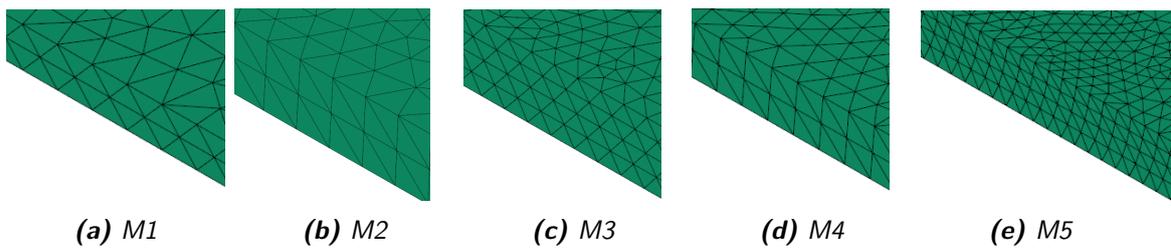


Figure A.4 – Visualisation des maillages effectués dans Moldflow®

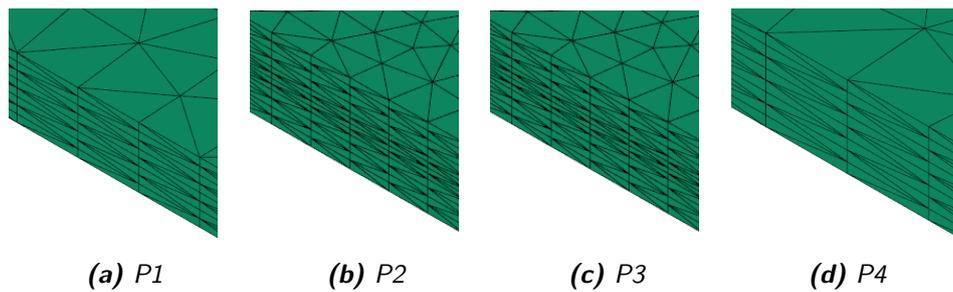


Figure A.5 – Visualisation des maillages effectués dans Patran®

A.2 Informations complémentaires des simulations avec CimLib

Raffinement du maillage pour une seule fibre sur le module homogénéisé longitudinal, E_L

Les paramètres du maillage pour chaque simulation dans la sous-section 2.3.2.2 sont présentés dans le tableau A.2 tels que l'épaisseur de la zone de remaillage autour de l'interface fibre/matrice $2\epsilon_h$, la taille de maille maximale h_{max} et minimale h_{min} ainsi qu'un paramètre d'ajustement h_c selon la courbure. La visualisation des maillages est présentée dans la figure A.6.

	$h_{max}(\mu m)$	$h_{min}(\mu m)$	$h_c(-)$	$\epsilon_h(\mu m)$	Nbr des éléments	E_L (GPa)
a	10	1	0.1	5	5.48E+04	14.04
b	5	0.5	0.1	10	2.09E+05	14.71
c	5	0.1	0.07	10	5.48E+05	14.91
d	5	0.1	0.05	10	7.74E+05	14.94
e	3	0.1	0.05	10	1.76E+06	15.49
f	3	0.1	0.05	20	3.35E+06	15.89
g	3	0.1	0.05	30	4.65E+06	16.01
h	3	0.1	0.05	40	5.80E+06	16.07
i	3	0.1	0.05	60	8.16E+06	16.14
j	2	0.3	0.05	30	5.50E+06	16.11

Table A.2 – Paramètres du raffinement des maillages

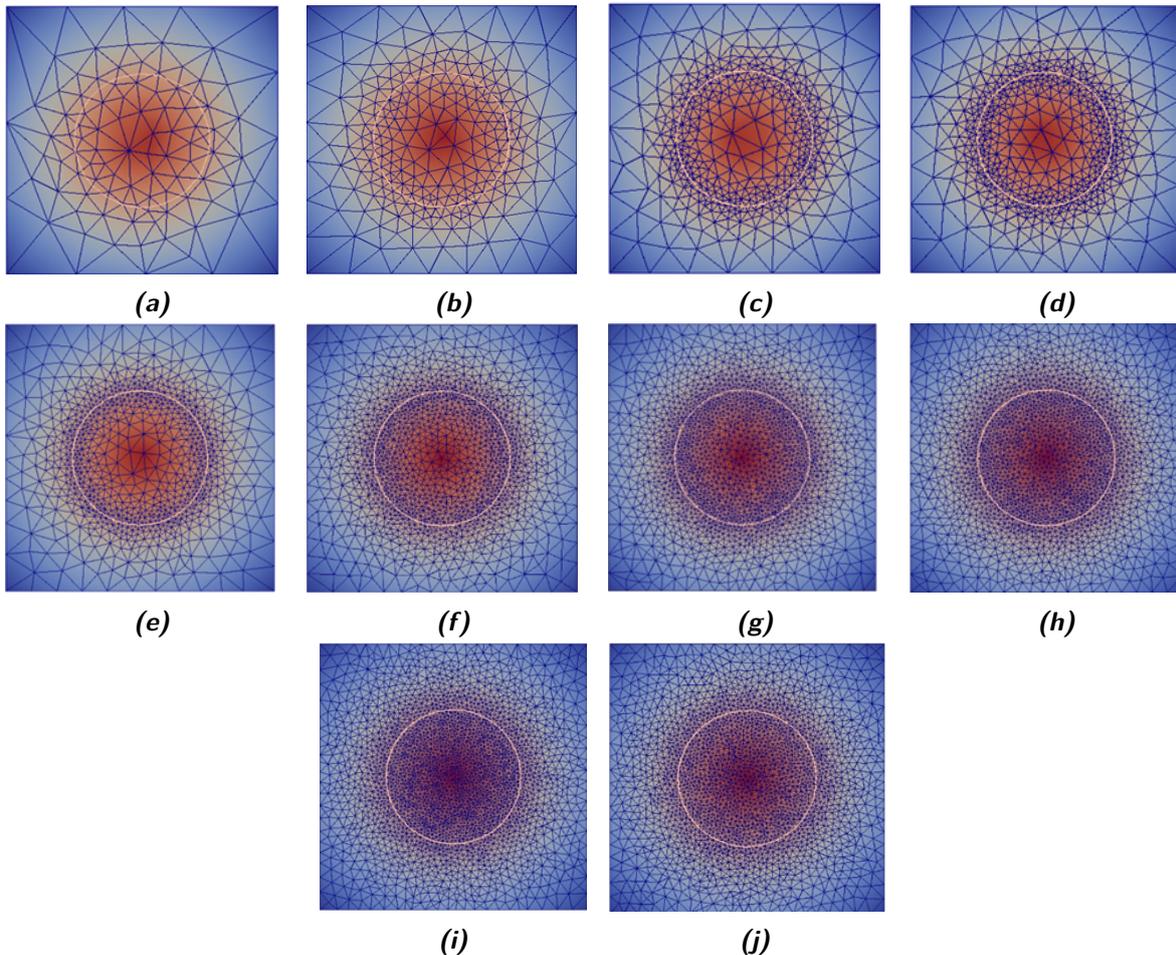


Figure A.6 – Visualisation du raffinement des maillages

A.3 Informations complémentaires des modèles d'homogénéisation

L'algorithme des modèles d'homogénéisation élastique est présenté dans le schéma A.7.

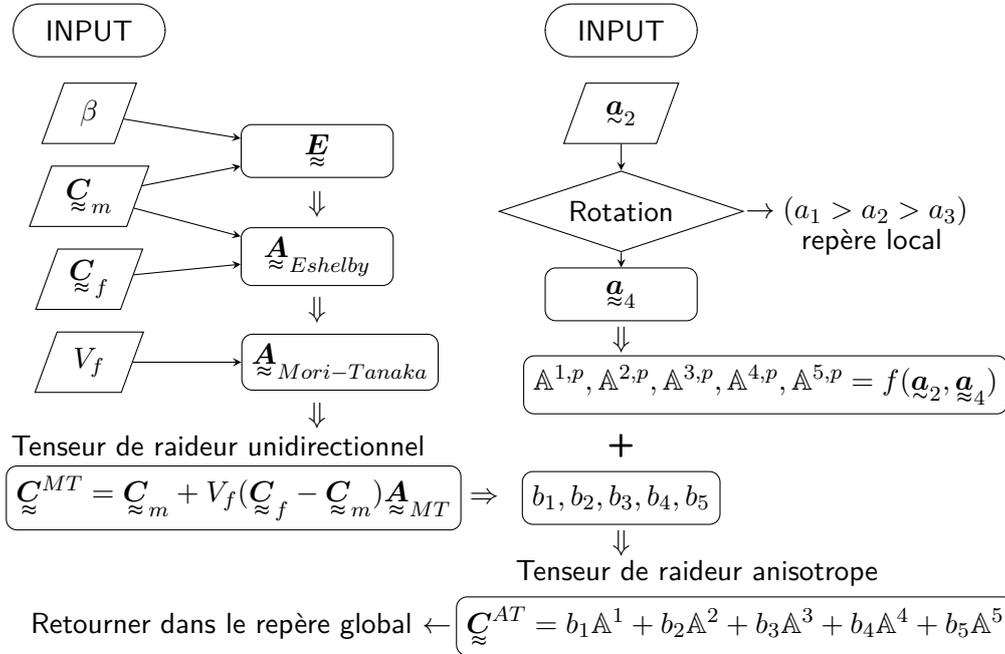


Figure A.7 – Résumé de l'algorithme d'homogénéisation élastique

Tenseur d'Eshelby

Nous considérons le cas d'une inclusion ellipsoïde ($s_2 = s_3 < s_1$) dans un milieu élastique isotrope. Mura (1987) a établi l'expression du tenseur d'Eshelby dépendant des paramètres de l'ellipsoïde en introduisant les notations suivantes :

$$Q = \frac{3}{8\pi(1-\nu_m)}, \quad R = \frac{(1-2\nu_m)}{8\pi(1-\nu_m)} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} I_1 &= 2\pi\beta \frac{\beta\sqrt{\beta^2-1} - \cosh^{-1}\beta}{(\beta^2-1)^{3/2}} \\ I_3 &= 4\pi - 2I_1 \\ I_{13} &= \frac{I_1 - I_3}{3(\beta^2-1)} \\ I_{12} &= \frac{\pi}{3} - \frac{I_{13}}{4} \\ I_{11} &= 3I_{12} \\ I_{33} &= \frac{4\pi}{3\beta^2} - 2I_{13} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Les six composantes du tenseur d'Eshelby à partir desquelles les autres composantes non nulles

peuvent être déduites sont présentées ci-dessous :

$$\begin{aligned}
E_{1111} &= Q\beta^2 I_{33} + RI_3 \\
E_{2222} &= E_{3333} = QI_{11} + RI_1 \\
E_{1122} &= E_{1133} = QI_{13} - RI_3 \\
E_{2211} &= E_{3311} = Q\beta^2 I_{13} - RI_1 \\
E_{2233} &= E_{3322} = QI_{12} - RI_1 \\
E_{1212} &= E_{1313} = \frac{1}{2}(E_{2222} - E_{2233}) \\
E_{2323} &= E_{3232} = \frac{Q}{2}(1 + \beta^2)I_{13} + \frac{R}{2}(I_1 + I_3)
\end{aligned} \tag{A.3}$$

Le tenseur d'Eshelby s'écrit sous la forme suivante :

$$\underset{\approx}{\mathbf{E}} = \begin{vmatrix} E_{1111} & E_{1122} & E_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ E_{2211} & E_{2222} & E_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ E_{2211} & E_{2233} & E_{2222} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & E_{2323} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{1212} \end{vmatrix} \tag{A.4}$$

Rotation 3D du tenseur d'orientation

L'algorithme pour obtenir $\underline{\mathbf{a}}_4$ à partir de $\underline{\mathbf{a}}_2$ par l'équation de fermeture nécessite de diagonaliser le tenseur d'orientation $\underline{\mathbf{a}}_2$, il est noté $\underline{\mathbf{a}}_{2r}$, ses valeurs propres sont placées par ordre croissant ($a_1 \geq a_2 \geq a_3$). La diagonalisation du tenseur $\underline{\mathbf{a}}_2$ est obtenue par l'équation A.5 :

$$\underline{\mathbf{a}}_{2r} = R_r P^{-1} \underline{\mathbf{a}}_2 P R_r^{-1} \tag{A.5}$$

où P est la matrice ayant ces vecteurs propres comme colonnes qui diagonalise $\underline{\mathbf{a}}_2$, R_r est la matrice de rotation pour tourner les termes diagonaux dans l'ordre qui est définie par les formules suivantes selon les cas :

Cas 1 : $a_1 \geq a_2 \geq a_3$

$$R_r = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{A.6}$$

Cas 2 : $a_1 \geq a_3 \geq a_2$

$$R_r = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \tag{A.7}$$

Cas 3 : $a_2 \geq a_1 \geq a_3$

$$R_r = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \tag{A.8}$$

Cas 4 : $a_2 \geq a_3 \geq a_1$

$$R_r = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \tag{A.9}$$

Cas 5 : $a_3 \geq a_1 \geq a_2$

$$R_r = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Cas 6 : $a_3 \geq a_2 \geq a_1$

$$R_r = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Équation de fermeture

Modèle Orthotrope : ce type d'approximation de fermeture proposé par Cintra (1995) est basé sur les propriétés d'orthotropie du tenseur $\underline{\mathbf{g}}_4$. Le tenseur $\underline{\mathbf{g}}_4$ peut s'écrire dans la base des vecteurs propres de $\underline{\mathbf{a}}_2$ sous la forme d'une matrice (6, 6) comme suit :

$$A_{mn} = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{vmatrix} \quad (\text{A.12})$$

à partir de la propriété de symétrie du tenseur $\underline{\mathbf{g}}_4$: $\mathbf{a}_{ijkl} = \mathbf{a}_{klij}$, on peut en déduire $A_{mn} = A_{nm}$. En plus, les symétries du tenseur élastique impliquent :

$$\mathbf{a}_{ijkl} = \mathbf{a}_{kjil} = \mathbf{a}_{ljk i} = \mathbf{a}_{ikjl} = \mathbf{a}_{ilkj}$$

Avec la notation contractée, les propriétés de symétrie s'écrivent telles que :

$$A_{12} = A_{44}, \quad A_{23} = A_{55}, \quad A_{13} = A_{66}$$

De plus, la propriété de normalisation implique : $\mathbf{a}_{(ijkk)} = \mathbf{a}_{(ij)}$

Avec la notation contractée, la propriété de normalisation s'écrit :

$$\begin{aligned} A_{11} + A_{44} + A_{66} &= \mathbf{a}_{11} \\ A_{44} + A_{22} + A_{55} &= \mathbf{a}_{22} \\ A_{66} + A_{55} + A_{33} &= \mathbf{a}_{33} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Il y a donc seulement 3 composants indépendants dans la base des vecteurs propres, on peut les choisir comme A_{11}, A_{22}, A_{33} . Et puis on peut en déduire :

$$\begin{aligned} A_{44} &= \frac{1}{2}(\mathbf{a}_{11} + \mathbf{a}_{22} - \mathbf{a}_{33} - A_{11} - A_{22} + A_{33}) \\ A_{55} &= \frac{1}{2}(-\mathbf{a}_{11} + \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{33} + A_{11} - A_{22} - A_{33}) \\ A_{66} &= \frac{1}{2}(\mathbf{a}_{11} - \mathbf{a}_{22} + \mathbf{a}_{33} - A_{11} + A_{22} - A_{33}) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Le tenseur \mathbf{a}_2 est diagonalisable dans une base orthonormée de vecteur propres. Les valeurs propres du tenseur dans cette base sont notées : $\mathbf{a}_{(i)}$, $i = 1, 2, 3$, et on les numérote comme : $\mathbf{a}_{(1)} \geq \mathbf{a}_{(2)} \geq \mathbf{a}_{(3)}$. Il n'y a que deux valeurs propres indépendantes puisque $\text{tr} \underline{\mathbf{a}}_2 r = 1$.

Les composantes indépendantes du tenseur d'ordre 4 sont :

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= 0.061 + 0.371\mathbf{a}(1) + 0.555\mathbf{a}(1)^2 - 0.369\mathbf{a}(2) + 0.318\mathbf{a}(2)^2 + 0.371\mathbf{a}(1)\mathbf{a}(2) \\
 A_{22} &= 0.125 - 0.389\mathbf{a}(1) + 0.259\mathbf{a}(1)^2 + 0.086\mathbf{a}(2) + 0.796\mathbf{a}(2)^2 + 0.545\mathbf{a}(1)\mathbf{a}(2) \\
 A_{33} &= 1.229 - 2.054\mathbf{a}(1) + 0.822\mathbf{a}(1)^2 - 2.261\mathbf{a}(2) + 1.054\mathbf{a}(2)^2 + 1.820\mathbf{a}(1)\mathbf{a}(2)
 \end{aligned}
 \tag{A.15}$$

Interface graphique d'homogénéisation élastique anisotrope

Une interface graphique est implémentée via Matlab[®] basée sur les modèles d'homogénéisation de Mori-Tanaka et d'Advani-Tucker (voir la figure A.8). Les données d'entrée sont les propriétés de la matrice et des fibres, le rapport de forme, la fraction volumique et le tenseur d'orientation. Cette interface permet de calculer la solution analytique du tenseur de rigidité, des modules d'élasticité, des modules de cisaillement et des coefficients de poisson homogénéisés dans le cas élastique anisotrope.

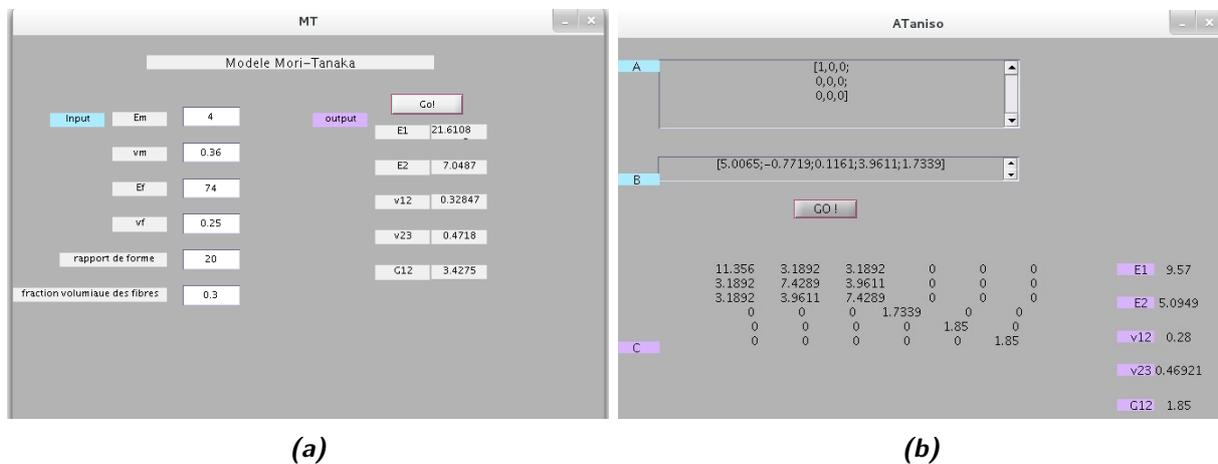


Figure A.8 – Interface graphique des modèles d'homogénéisation élastique de Mori-Tanaka et d'Advani-Tucker.

A.4 Informations complémentaires des essais de DMA

Les paramètres de la triple équivalence Temps-Température-Humidité du PA66 et du PA66GF30 sont identifiés à partir des résultats expérimentaux des essais de DMA et sont présentés dans les tableaux suivants (A.3,A.4, A.5,A.6,A.7) :

HR	Teneur en eau, $W_{c_{ref}}$, %	T_{ref} , ($^{\circ}C$)	C_1 , (-)	C_2 , ($^{\circ}C$)
sec1	0.1	75	26.9	144
sec2	0.3	65	17.1	97
50	1.74	30	16.9	85
70	2.8	20	26.5	132.3
70bis	3	19	19.1	96.2

Table A.3 – Paramètres WLF pour le facteur shift de température pour PA66 (sec1 : 110°C-7h, sec2 : 70°C-72h) (Fabre et al., 2018)

HR	Teneur en eau, $W_{c_{ref}}$, %	T_{ref} , ($^{\circ}C$)	C_1 , (-)	C_2 , ($^{\circ}C$)
0	0.00	60	27.9	152.7
15	0.32	55	26.5	142.2
35	0.73	45	19.5	98.7
50	1.96	25	46.5	203.1
70	2.83	10	31.8	147.8
95	4.71	-10	35.5	155.1

Table A.4 – Paramètres WLF pour le facteur shift de température pour PA66GF30 avec une orientation des fibres 0°

HR	Teneur en eau, $W_{c_{ref}}$, %	T_{ref} , ($^{\circ}C$)	C_1 , (-)	C_2 , ($^{\circ}C$)
0	0.00	65	43.5	224.8
15	0.16	55	23.6	120.8
35	0.59	45	18.7	79.1
50	1.90	25	47.6	208.3
70	2.88	10	26.7	126.3

Table A.5 – Paramètres WLF pour le facteur shift de température pour PA66GF30 avec une orientation des fibres 25°

HR	Teneur en eau, $W_{c_{ref}}$, %	T_{ref} , ($^{\circ}C$)	C_1 , (-)	C_2 , ($^{\circ}C$)
0	0.00	65	38.0	195.5
15	0.34	55	22.8	112.0
35	0.79	45	19.5	98.7
50	1.88	25	42.6	182.1
70	3.09	10	18.7	86.0
95	5.06	-15	33.6	133.4

Table A.6 – Paramètres WLF pour le facteur shift de température pour PA66GF30 avec une orientation des fibres 90°

	Teneur en eau, $W_{c_{ref}}$, %	T_{ref} , ($^{\circ}C$)	D_1 , (-)	D_2 , (%)
PA66	1.74	30	6.1	2.5
PA66GF30	1.9	25	25.77	8.65
PA66GF30 0°	1.96	25	71.43	23.91
PA66GF30 25°	1.9	25	75.19	22.48
PA66GF30 90°	1.88	25	15.38	5.56

Table A.7 – Paramètres WLF pour le facteur shift d'humidité pour PA66 (Fabre et al., 2018) et PA66GF30

Les courbes maitresses du module de conservation pour les éprouvettes PA66GF30 en flexion 3 points à $T = 25^{\circ}\text{C}$ et $\text{HR}=50\%$ sont présentées dans la figure A.9 :

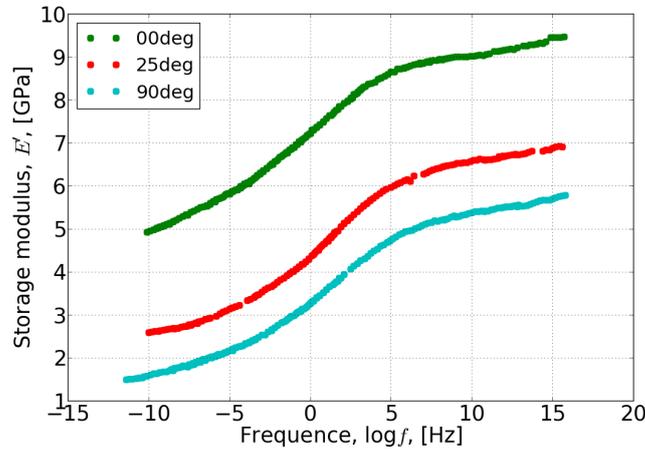


Figure A.9 – Courbes maitresses du module de conservation à $T = 25^{\circ}\text{C}$ et $\text{HR} = 50\%$ pour les éprouvettes PA66GF30 en flexion 3 points avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

Les courbes maitresses normalisées selon l'équation suivante (2.36, A.16) sont illustrées dans la figure A.10. La superposition parfaite de ces courbes normalisées montre que les temps caractéristiques et la pondération de chaque module E_i ne dépendent pas de l'orientation des fibres pour le cas en flexion 3 points.

$$E'_{\text{normalisé}}(\omega) = \frac{E'(\omega) - E_{\infty}}{\sum E_i} = \sum_{i=1}^n \omega_i \frac{\tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (\text{A.16})$$

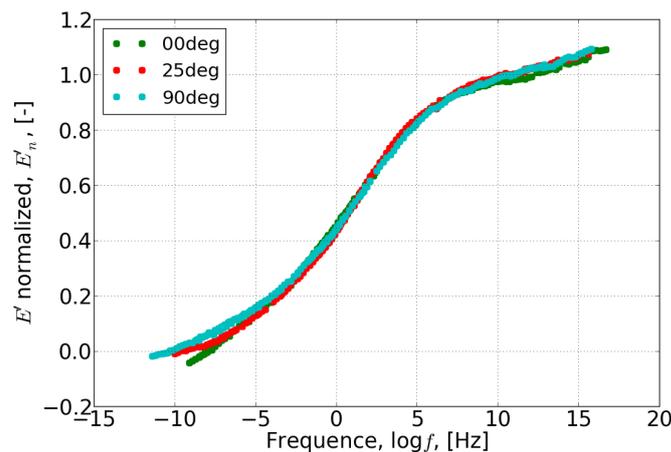


Figure A.10 – Courbes maitresses normalisées du module de conservation à $T = 25^{\circ}\text{C}$ et $\text{HR} = 50\%$ pour les éprouvettes PA66GF30 en flexion 3 points avec l'orientation des fibres à 0° , 25° et 90° respectivement par rapport au sens de sollicitation.

A.5 Informations complémentaires du modèle élasto-plastique endommageable

Justification de la nécessité de la branche élastique

Nous cherchons à coupler le comportement viscoélastique avec un écoulement plastique et avec un effet d'adoucissement. Nous avons pensé naturellement dans un premier temps à ajouter en série sur cette branche élastique un patin pour caractériser la plasticité et une variable S pour caractériser l'effet d'adoucissement. Le modèle est illustré dans la figure A.11.

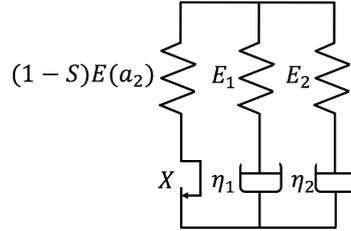
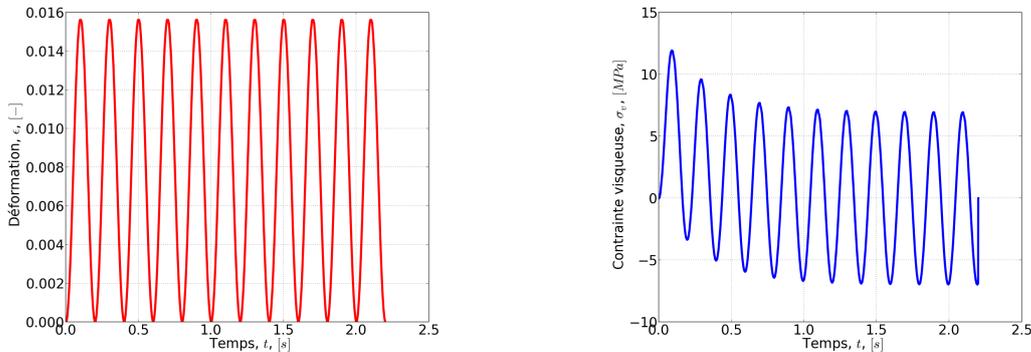


Figure A.11 – Modèle rhéologique de la viscosité couplée avec une branche élastoplastique.

Cependant cette configuration ne permet pas de reproduire le comportement cyclique observé, à savoir une stabilisation des cycles.

En effet, ce modèle rhéologique avec deux temps caractéristiques identifiés (voir la sous-section 2.4.3.1) a été testé et ces cycles de fatigue ont été simulés en imposant un déplacement cyclique. La consigne est illustrée dans la figure A.12a. Nous notons que la contrainte visqueuse s'est stabilisée rapidement après quelques cycles de simulation, comme c'est illustré dans la figure A.12b.



(a) Consigne de la simulation du comportement des deux branches visqueuses **(b)** Stabilisation de la contrainte visqueuse après quelques cycles

Figure A.12 – Simulation du comportement des deux branches visqueuses.

En revanche, nos essais de fatigue sont pilotés en contrainte maximale constante (voir la section 1.3.3), nous pouvons en déduire la contrainte de la branche élasto-plastique par l'équation A.17.

$$\sigma_e = \sigma_p = \sigma - \sigma_{ve} \quad (\text{A.17})$$

Nous pouvons ainsi en déduire que la contrainte de la branche élastoplastique se stabilise également après quelques cycles de simulation grâce à la stabilisation de la contrainte visqueuse. Dans ce cas, un effet de rochet apparait dès que la contrainte moyenne n'est pas nulle (et que $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} > 0$). La solution analytique de la déformation plastique cumulée peut s'exprimer en fonction du cycle (Equation A.18, Lemaitre and Chaboche (1994)). Cette branche élasto-plastique engendre une déformation

plastique avec un pas constant quand elle est stabilisée. Nous pouvons en déduire ainsi que les cycles de fatigue dérivent toujours et ne vont jamais se stabiliser. Ceci est contradictoire avec le cas réel où les cycles de fatigue tendent vers une stabilisation avec le pas de déformation diminué (voir la figure 1.34).

$$\delta\epsilon_p = \frac{1}{D} \log \frac{\left(\frac{C}{D}\right)^2 - (\sigma_{\min} + R_0)^2}{\left(\frac{C}{D}\right)^2 - (\sigma_{\max} - R_0)^2} \quad (\text{A.18})$$

Ces analyses justifient la nécessité de modéliser l'élasticité avec deux modules d'élasticité séparés E_e et E_p . Ceci est dans le but de garantir la stabilisation du comportement en fatigue, comme c'est illustré dans la figure 3.5

A.6 Implémentation numérique du comportement viscoélastique anisotrope

L'implémentation du modèle de comportement viscoélastique anisotrope (voir la section 2.4.4) est réalisée sous forme différentielle en introduisant 2 variables internes α et β , l'équation d'état s'écrit de la manière suivante (Equation A.19) :

$$\underline{\sigma} = \sum_{i=1}^{n_\alpha} \underline{X}_i + \sum_{i=1}^{n_\beta} \underline{Y}_i + 2G_\infty \underline{\epsilon} + K_\infty \text{tr}(\underline{\epsilon}) \underline{\mathbf{I}} \quad (\text{A.19})$$

avec \underline{X}_i et \underline{Y}_i : représentent les contraintes visqueuses de cisaillement et volumique et qui sont liées respectivement avec les déformations visqueuses $\underline{\alpha}_i$ et $\underline{\beta}_i$ dans les amortisseurs par les relations suivantes (Equation A.20) :

$$\begin{aligned} X_i &= \eta_i \dot{\alpha}_i & \text{avec} & \quad \eta_i = 2G_i \tau_i \\ Y_i &= \eta_i \dot{\beta}_i & \text{avec} & \quad \eta_i = 3K_i \tau_i \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

De plus, sous l'hypothèse de linéarité de la réponse déformation-contrainte, on obtient :

$$\begin{aligned} X_i &= 2G_i(e - \alpha_i) = 2\omega_i(G_0 - G_\infty)(e - \alpha_i) \\ Y_i &= 3K_i\left(\frac{1}{3}\text{tr}(\epsilon) - \beta_i\right)\mathbf{I} = 3\omega_i(K_0 - K_\infty)\left(\frac{1}{3}\text{tr}(\epsilon) - \beta_i\right)\mathbf{I} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Les lois d'évolution des variables internes peuvent être ainsi déduites comme présentées dans les formules A.22 :

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_i &= \frac{1}{\tau_i}(e - \alpha_i) \\ \dot{\beta}_i &= \frac{1}{\tau_i}\left(\frac{1}{3}\text{tr}(\epsilon) - \beta_i\right) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Les conditions initiales suivantes (Équation A.23) sont ajoutées dans le sens physique :

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \alpha_i(t) = 0 \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} \beta_i(t) = 0 \quad (\text{A.23})$$

L'algorithme d'actualisation

La résolution de ce modèle nécessite une discrétisation temporelle du segment $[0, T]$ avec un pas variable Δt .

Supposons que l'incrément de déformation $\Delta \epsilon_n$ est connu au point de Gauss :

$$\epsilon_{n+1} = \epsilon_n + \Delta \epsilon_n \quad (\text{A.24})$$

Le problème revient à calculer la contrainte σ_{n+1} à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t_n$:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + \Delta \sigma_n \quad (\text{A.25})$$

D'après l'expression de σ dans l'équation A.19, l'actualisation de contrainte dépend des variables d'interne α et β avec les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha(t_{n+1}) &= \alpha(t_n) + \Delta \alpha \\ \beta(t_{n+1}) &= \beta(t_n) + \Delta \beta \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

En ajoutant un facteur d'intégration $\exp(t/\tau)$, l'équation A.22₋₁ devient :

$$\frac{d}{dt}[\exp(t/\tau)\alpha(t)] = \frac{1}{\tau}\exp(t/\tau)e(t) \quad (\text{A.27})$$

L'intégral de cette expression avec les conditions initiales (Équation A.23₋₁) s'écrit :

$$\alpha(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\tau}\exp(-\frac{t-s}{\tau})e(s)ds \quad (\text{A.28})$$

L'intégration par partie de l'équation A.28 donne :

$$\alpha(t) = e(t) - \int_{-\infty}^t \exp(-\frac{t-s}{\tau})\dot{e}(s)ds \quad (\text{A.29})$$

A l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t_n$, on a :

$$\begin{aligned} \alpha(t_{n+1}) &= e(t_{n+1}) - \int_{-\infty}^{t_{n+1}=t_n+\Delta t_n} \exp(-\frac{t_n+\Delta t_n-s}{\tau})\dot{e}(s)ds \\ &= e(t_{n+1}) - \int_{-\infty}^{t_n} \exp(-\frac{t_n+\Delta t_n-s}{\tau})\dot{e}(s)ds - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp(-\frac{t_n+\Delta t_n-s}{\tau})\dot{e}(s)ds \\ &= e(t_{n+1}) + \exp(-\frac{\Delta t_n}{\tau})(\alpha(t_n) - e(t_n)) - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp(-\frac{t_n+\Delta t_n-s}{\tau})\dot{e}(s)ds \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Supposons que $\dot{e}(s)$ est constant pour $s \in [t_n, t_{n+1}]$, l'intégral dans l'équation A.30 est ainsi évalué par l'équation A.31 :

$$\begin{aligned} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp(-\frac{t_n+\Delta t_n-s}{\tau})\dot{e}(s)ds &= \dot{e}(s)|_{s=\frac{t_{n+1}+t_n}{2}} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp(-\frac{t_{n+1}-s}{\tau})ds \\ &= \frac{e(t_{n+1}) - e(t_n)}{\Delta t_n} \tau \exp(-\frac{t_{n+1}-s}{\tau})|_{t_n}^{t_{n+1}} \\ &= \frac{e(t_{n+1}) - e(t_n)}{\Delta t_n} \tau (1 - \exp(-\frac{\Delta t_n}{\tau})) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

On en déduit l'incrément de variable interne α :

$$\begin{aligned} \Delta\alpha(t_n) &= \alpha(t_{n+1}) - \alpha(t_n) \\ &= \alpha(t_{n+1}) - e(t_{n+1}) - (\alpha(t_n) - e(t_n)) + \Delta e(t_n) \\ &= (1 - \exp(-\frac{\Delta t_n}{\tau}))(e(t_n) - \alpha(t_n)) + \Delta e(t_n) \frac{\exp(-\frac{\Delta t_n}{\tau}) - 1 + \frac{\Delta t_n}{\tau}}{\frac{\Delta t_n}{\tau}} \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

De même, pour la variable interne β :

$$\Delta\beta(t_n) = (1 - \exp(-\frac{\Delta t_n}{\tau}))((\frac{1}{3}\text{tr}(\epsilon))(t_n) - \beta(t_n)) + \Delta(\frac{1}{3}\text{tr}(\epsilon))(t_n) \frac{\exp(-\frac{\Delta t_n}{\tau}) - 1 + \frac{\Delta t_n}{\tau}}{\frac{\Delta t_n}{\tau}} \quad (\text{A.33})$$

On peut en déduire ensuite l'incrément de la contrainte :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(t_n) &= \sigma(t_{n+1}) - \sigma(t_n) \\ &= \sum_{i=1}^{n_\alpha} \Delta X_i + \sum_{i=1}^{n_\beta} \Delta Y_i \\ &= - \sum_{i=1}^{n_\alpha} 2\omega_i(G_0 - G_\infty)\Delta\alpha_i(t_n) - \sum_{i=1}^{n_\beta} \Delta 3\omega_i(K_0 - K_\infty)\Delta\beta_i(t_n)\mathbf{I} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

L'actualisation de G et K dans les équations 2.44 est réalisée de manière suivante :

$$\Delta G(t_n) = (G_0 - G_\infty) \sum_{i=1}^{n_\alpha} \omega_i \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{\Delta t_n}{\tau_i}\right)}{\frac{\Delta t_n}{\tau_i}} - 1 \right) \quad (\text{A.35})$$

$$\Delta K(t_n) = (K_0 - K_\infty) \sum_{i=1}^{n_\beta} \omega_i \left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{\Delta t_n}{\tau_i}\right)}{\frac{\Delta t_n}{\tau_i}} - 1 \right) \quad (\text{A.36})$$

A.7 Implémentation numérique du comportement élasto-plastique anisotrope endommageable

La mise en œuvre numérique du comportement élasto-plastique endommageable est réalisée dans le code de calcul par éléments finis Zset (Besson and Foerch, 1997) et dans le logiciel Abaqus également avec deux méthodes d'intégration différentes implicite et explicite.

Formulation de la loi

La loi de comportement élasto-plastique endommageable se formule à partir des variables internes suivantes :

- $\underline{\underline{\epsilon}}^e$: tenseur de déformation élastique
- $\underline{\underline{\alpha}}$: tenseurs des variables d'écroûissage cinématique
- S : variable d'adoucissement isotrope

Une variable scalaire et deux variables tensorielles déterminent totalement l'état du système. Nous utiliserons en outre les variables auxiliaires suivante :

- $\underline{\underline{\epsilon}}^p$: tenseur de déformation plastique
- p : déformation plastique cumulée.

Ce système est établi en combinant les équations d'évolutions suivantes :

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \quad (\text{A.37})$$

$$\underline{\underline{\dot{\alpha}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p - \dot{p} D \underline{\underline{I}} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (\text{A.38})$$

$$\dot{p} = \Phi(f, \dots) = \frac{(1 - S) \underline{\underline{n}} : \underline{\underline{\Lambda}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}}{\underline{\underline{n}} : \underline{\underline{\Lambda}} : \underline{\underline{n}} + \frac{2}{3} C \underline{\underline{n}} : (\underline{\underline{n}} - D \underline{\underline{\alpha}})} \quad (\text{A.39})$$

$$S = s_1 (1 - \exp(-s_2 \cdot p)) \quad (\text{A.40})$$

Dans cette étude, nous considérons deux méthodes d'intégration : (a) la méthode explicite de type Runge-Kutta (Press et al., 1988; Touzot and Dabounou, 1993), (b) la méthode implicite de point milieu (ou θ -méthode). Nous cherchons à intégrer sur un intervalle de temps Δt à partir du temps initial t .

Intégration Runge-Kutta

L'intégration de la loi de comportement élasto-plastique endommageable par la méthode de Runge-Kutta consiste à intégrer les équations A.37, A.38, A.39 et A.40. Une méthode de Runge-Kutta du quatrième d'ordre est appliquée. Cette méthode est basée sur la méthode d'Euler et détaillée par Besson et al. (2001).

L'inconvénient de la méthode de Runge-Kutta est son caractère gourmand en temps de calcul CPU. Pour le comportement plastique, l'évolution du multiplicateur plastique est délicat. En plus, la stabilité n'est pas certaine quand le matériau s'adoucisse.

Intégration θ -méthode

Nous considérons les variables internes $\{U\} = \{\underline{\underline{\epsilon}}^e, \underline{\underline{\alpha}}, p, S\}$ à temps $t + \theta \Delta t$ et sont approchés par la formule suivante :

$$\{U\}(t + \theta \Delta t) = \{U\}(t) + \theta \underline{\underline{I}} \{\Delta U\}$$

Soit $\{\Delta U\}$ l'incrément du vecteur $\{U\}$ sur le pas de temps Δt , nous pouvons évaluer $\{\Delta U\}$ de façon

suivante :

$$\{\Delta U\} = \Delta t \{\dot{U}\}(t + \theta \Delta t) \quad (\text{A.41})$$

Pour trouver $\{\Delta U\}$, il suffit de résoudre le système non linéaire d'équations suivant:

$$\{R\} = \{\Delta U\} - \Delta t \{\dot{U}\}(t + \theta \Delta t) = \{0\} \quad (\text{A.42})$$

Nous utilisons alors une méthode de Newton pour laquelle il faut évaluer la matrice jacobienne $[J]$ de l'équation précédente :

$$[J] = \frac{\partial \{R\}}{\partial \{\Delta U\}} = [1] - \Delta t \left. \frac{\partial \{\dot{U}\}}{\partial \{\Delta U\}} \right|_{t+\theta \Delta t} \quad (\text{A.43})$$

Le système à résoudre est composé de l'ensemble des lois d'évolution discrétisées :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{\tilde{e}} = \Delta \tilde{\epsilon}^e + \Delta p \tilde{\mathbf{n}} - \Delta \tilde{\epsilon} = 0 \\ \mathbf{R}_{\tilde{\alpha}} = \Delta \tilde{\alpha} - \Delta p \tilde{\mathbf{n}} + \Delta p D \tilde{\mathbf{I}} : \tilde{\alpha} = 0 \\ R_p = f = J(\tilde{\sigma} - \tilde{\mathbf{X}}) - R_0 = 0 \\ R_s = \Delta S + s_2(S - s_1)\Delta p = 0 \end{cases} \quad (\text{A.44})$$

Nous utilisons les notations suivantes :

$$\{\Delta U\} = \begin{Bmatrix} \Delta \tilde{\epsilon}^e \\ \Delta \tilde{\alpha} \\ \Delta p \\ \Delta S \end{Bmatrix}, \{U\} = \begin{Bmatrix} \tilde{\epsilon}^e \\ \tilde{\alpha} \\ p \\ S \end{Bmatrix}, \{V\} = \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma} \\ \tilde{\mathbf{X}} \\ p \\ S \end{Bmatrix}, \{r\} = \begin{Bmatrix} \tilde{r}_e \\ \tilde{r}_\alpha \\ r_p \\ r_s \end{Bmatrix} \quad (\text{A.45})$$

et $\{R\} = \{\Delta U\} + \{r\}$.

Le système à résoudre s'écrit : $\{R\}(\{\Delta U\}) = 0$. La matrice jacobienne s'écrit alors :

$$\frac{\partial \{R\}}{\partial \{\Delta U\}} = [1] + \frac{\partial \{r\}}{\partial \{V\}} \frac{\partial \{V\}}{\partial \{U\}} \frac{\partial \{U\}}{\partial \{\Delta U\}} \quad (\text{A.46})$$

où $[1]$ est la matrice unité. Nous avons :

$$\frac{\partial \{V\}}{\partial \{U\}} = \begin{vmatrix} \tilde{\mathbf{I}} & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \{U\}}{\partial \{\Delta U\}} = \theta [1] \quad (\text{A.47})$$

Il reste à calculer $\frac{\partial \{r\}}{\partial \{V\}}$. La matrice jacobienne associée est alors calculée de la façon suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{r}_e}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^e} = \tilde{\mathbf{I}} + \Delta p \frac{\partial \tilde{\mathbf{n}}}{\partial \tilde{\sigma}} \frac{\partial \tilde{\sigma}}{\partial \tilde{\epsilon}^e} \frac{\partial \tilde{\epsilon}^e}{\partial \Delta \tilde{\epsilon}^e} = \tilde{\mathbf{I}} + \theta \Delta p \tilde{\mathbf{N}} : \tilde{\mathbf{I}} \\ \frac{\partial \tilde{r}_\alpha}{\partial \Delta \tilde{\alpha}} = \Delta p \frac{\partial \tilde{\mathbf{n}}}{\partial \tilde{\mathbf{X}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{X}}}{\partial \tilde{\alpha}} \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial \Delta \tilde{\alpha}} = -\theta \Delta p \left(\frac{2}{3}C\right) \tilde{\mathbf{N}} \\ \frac{\partial \tilde{r}_e}{\partial \Delta p} = \tilde{\mathbf{n}} \\ \frac{\partial \tilde{r}_e}{\partial \Delta S} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.48})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial r_\alpha}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e} = -\theta \Delta p \tilde{\mathbf{N}} : \underline{\underline{\boldsymbol{\Lambda}}} \\ \frac{\partial r_\alpha}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\alpha}}} = \underline{\underline{\mathbf{I}}} + \theta \Delta p \left(\frac{2}{3}C\right) \tilde{\mathbf{N}} + \theta \Delta p D \underline{\underline{\mathbf{I}}} \\ \frac{\partial r_\alpha}{\partial \Delta p} = -\tilde{\mathbf{n}} + D \tilde{\boldsymbol{\alpha}} \\ \frac{\partial r_\alpha}{\partial \Delta S} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.49})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial r_p}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e} = \frac{\partial f}{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e} = \theta \tilde{\mathbf{n}} : \underline{\underline{\boldsymbol{\Lambda}}} \\ \frac{\partial r_p}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\alpha}}} = \frac{\partial f}{\partial \tilde{\mathbf{X}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{X}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\alpha}}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\alpha}}}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\alpha}}} = -\theta \left(\frac{2}{3}C\right) \tilde{\mathbf{n}} \\ \frac{\partial r_p}{\partial \Delta p} = 0 \\ \frac{\partial r_p}{\partial \Delta S} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.50})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial r_s}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^e} = 0 \\ \frac{\partial r_s}{\partial \Delta p} = s_2(S - s_1) \\ \frac{\partial r_s}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\alpha}}} = 0 \\ \frac{\partial r_s}{\partial \Delta S} = 1 + \theta \Delta p s_2 \end{cases} \quad (\text{A.51})$$

Calcul de la matrice tangente cohérente

La θ -méthode permet de calculer une matrice tangente cohérente avec le schéma d'intégration après la convergence. Cette matrice est définie par :

$$\underline{\underline{\mathbf{L}}}_c = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}}{\partial \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}} \quad (\text{A.52})$$

$\underline{\underline{\mathbf{L}}}_c$ n'est pas strictement nécessaire à la convergence de la méthode de Newton globale, mais souvent indispensable pour un cas de calcul structural afin d'accélérer la convergence.

Nous pouvons réécrire le système à résoudre comme : $\{R\} = \{R_0\}$ avec :

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_e + \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_p \\ \Delta \nu_i - \Delta t \dot{\nu}_i \end{Bmatrix}, \quad \text{et} \quad \{R_0\} = \begin{Bmatrix} \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.53})$$

$\{R\}$ et $\{R_0\}$ possèdent la même matrice jacobienne puisque $\Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}$ n'intervient pas à l'intégration. Supposons que l'on applique une variation infinitésimale sur $\{R_0\}$. Nous obtenons :

$$\{\delta R\} = \{\delta R_0\} = [J] \cdot \{\delta \nu\} \quad (\text{A.54})$$

ainsi :

$$\{\delta \nu\} = [J]^{-1} \cdot \{\delta R_0\} \quad (\text{A.55})$$

où on peut "découper" la matrice jacobienne en différents parts qui sont liés à la déformation élastique et plastique séparément :

$$[J]^{-1} = \begin{vmatrix} \underline{\underline{\mathbf{J}}}_{ee}^* & \underline{\underline{\mathbf{J}}}_{ep}^* \\ \underline{\underline{\mathbf{J}}}_{pe}^* & \underline{\underline{\mathbf{J}}}_{pp}^* \end{vmatrix} \quad (\text{A.56})$$

Nous obtenons ainsi :

$$\begin{cases} \delta \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_e = \underline{\underline{\mathbf{J}}}_{ee}^* \cdot \delta \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} \\ \delta \Delta S = S'(p) \underline{\underline{\mathbf{J}}}_{pe}^* \cdot \delta \Delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}} \end{cases} \quad (\text{A.57})$$

Pour calculer l'incrément de la contrainte $\underline{\sigma} = (1 - S)\underline{\Lambda} : \underline{\epsilon}_e$, nous avons :

$$\begin{aligned}
 \delta\Delta\underline{\sigma} &= (1 - S)\underline{\Lambda} : \delta\Delta\underline{\epsilon}_e - \delta\Delta S\underline{\Lambda} : \Delta\underline{\epsilon}_e \\
 &= (1 - S)\underline{\Lambda} : \underline{J}_{ee}^* : \delta\Delta\underline{\epsilon} - S'(p)J_{pe}^* \cdot \delta\Delta\underline{\epsilon} \cdot \tilde{\underline{\sigma}} \\
 &= [(1 - S)\underline{\Lambda} : \underline{J}_{ee}^* - S'(p)(\tilde{\underline{\sigma}} \otimes J_{pe}^*)] : \delta\Delta\underline{\epsilon}
 \end{aligned} \tag{A.58}$$

La matrice tangente de la loi de comportement élasto-plastique endommageable s'écrit alors tel que :

$$\underline{L}_{\underline{c}} = [(1 - S)\underline{\Lambda} : \underline{J}_{ee}^* - S'(p)(\tilde{\underline{\sigma}} \otimes J_{pe}^*)] \tag{A.59}$$

Notons que le second terme de $\underline{L}_{\underline{c}}$ (l'équation A.59) est généralement très faible devant le premier.

Références bibliographiques

- Advani, S. G. and Tucker, C. L. (1987). The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites. *Journal of Rheology*, 31(8):751–784. 11, 50, 51
- Ahmed, R., Barrett, P. R., and Hassan, T. (2016). Unified viscoplasticity modeling for isothermal low-cycle fatigue and fatigue-creep stress-strain responses of Haynes 230. *International Journal of Solids and Structures*, 88-89:131–145. 97
- Altan, M. C., Subbiah, S., Güçeri, S. I., and Pipes, R. B. (1990). Numerical prediction of three-dimensional fiber orientation in hele-shaw flows. *Polymer Engineering & Science*, 30(14):848–859. 11
- Arif, M. F. (2014). *Mécanismes d'endommagement du polyamide-66 renforcé par des fibres de verre courtes, soumis à un chargement monotone et en fatigue: Influence de l'humidité relative et de la microstructure induite par le moulage par injection*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers-ENSAM. 9, 10, 11
- Ayoub, G., Zaïri, F., Naït-Abdelaziz, M., and Gloaguen, J. (2010). Modelling large deformation behaviour under loading-unloading of semicrystalline polymers: Application to a high density polyethylene. *International Journal of Plasticity*, 26(3):329–347. 96
- Badreddine, H., Saanouni, K., and Nguyen, T. D. (2015). Damage anisotropy and its effect on the plastic anisotropy evolution under finite strains. *International Journal of Solids and Structures*, 63:11–31. 157
- Balieu, R., Lauro, F., Bennani, B., Haugou, G., Chaari, F., Matsumoto, T., and Mottola, E. (2015). Damage at high strain rates in semi-crystalline polymers. *International Journal of Impact Engineering*, 76:1–8. 116
- Basquin, O. (1910). The exponential law of endurance tests. *Proc Am Soc Test Mater*, 10:625–630. 26
- Benallal, A. (1989). *Thermoviscoplasticité et endommagement des structures*. PhD thesis, Paris 6. 103
- Benveniste, Y. (1987). A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. *Mechanics of Materials*, 6(2):147–157. 51
- Bernasconi, A., Davoli, P., Basile, A., and Filippi, A. (2007). Effect of fibre orientation on the fatigue behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide-6. *International Journal of Fatigue*, 29(2):199–208. 14
- Bernasconi, A. and Kulin, R. M. (2009). Effect of frequency upon fatigue strength of a short glass fiber reinforced polyamide 6: A superposition method based on cyclic creep parameters. *Polymer Composites*, 30(2):154–161. 12
- Besson, J., Cailletaud, G., Chaboche, J.-L., and Forest, S. (2001). *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermès Science Publ. 175

- Besson, J. and Foerch, R. (1997). Large scale object-oriented finite element code design. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 142(1-2):165–187. 175
- Boucard, P.-A., Ladevèze, P., Poss, M., and Rougée, P. (1997). A nonincremental approach for large displacement problems. *Computers & structures*, 64(1-4):499–508. 97
- Brighenti, R., Carpinteri, A., and Scorza, D. (2016). Micromechanical crack growth-based fatigue damage in fibrous composites. *International Journal of Fatigue*, 82:98–109. 14
- Brunbauer, J., Mösenbacher, A., Guster, C., and Pinter, G. (2014). Fundamental influences on quasistatic and cyclic material behavior of short glass fiber reinforced polyamide illustrated on microscopic scale. *Journal of Applied Polymer Science*, 131(19):n/a–n/a. 12, 13, 14
- Cayzac, H.-A., Saï, K., and Laiarinandrasana, L. (2013). Damage based constitutive relationships in semi-crystalline polymer by using multi-mechanisms model. *International Journal of Plasticity*, 51:47–64. 96
- Chaboche, J. (2008). A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*, 24(10):1642–1693. 97
- Cintra, J. S. (1995). Orthotropic closure approximations for flow-induced fiber orientation. *Journal of Rheology*, 39(6):1095. 11, 166
- Comte, F., Maitournam, H., Burry, P., and Nguyen, T. M. L. (2006). A direct method for the solution of evolution problems. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(5):317–322. 97
- Coppo, I. (2016). *Generation and homogenization of REVs for a polymer composite with discontinuous reinforcements*. Post Master’s Degree, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, directed by N. Billon, J.-L. Bouvard and M. Bernacki, 2015-2016. 68
- Cosmi, F. and Bernasconi, A. (2013). Micro-ct investigation on fatigue damage evolution in short fibre reinforced polymers. *Composites Science and Technology*, 79:70 – 76. 14
- De Monte, M., Moosbrugger, E., Jaschek, K., and Quaresimin, M. (2010a). Multiaxial fatigue of a short glass fibre reinforced polyamide 6.6 – Fatigue and fracture behaviour. *International Journal of Fatigue*, 32(1):17–28. 12
- De Monte, M., Moosbrugger, E., and Quaresimin, M. (2010b). Influence of temperature and thickness on the off-axis behaviour of short glass fibre reinforced polyamide 6.6 – cyclic loading. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 41(10):1368–1379. 12
- Détrez, F. (2008). *Nanomécanismes de déformation des polymères semicristallins*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologie de Lille. 52, 96, 99, 100, 105
- Detrez, F., Cantournet, S., and Seguela, R. (2011). Plasticity/damage coupling in semi-crystalline polymers prior to yielding: Micromechanisms and damage law identification. *Polymer*, 52(9):1998–2008. 52
- Donolato, C. (2002). Analytical and numerical inversion of the laplace–carson transform by a differential method. *Computer Physics Communications*, 145(2):298–309. 54
- Détrez, F., Cantournet, S., and Séguéla, R. (2010). A constitutive model for semi-crystalline polymer deformation involving lamellar fragmentation. *Comptes Rendus Mécanique*, 338(12):681–687. 96, 97, 99, 100, 105
- Duchene, P., Chaki, S., Ayadi, A., and Krawczak, P. (2018). A review of non-destructive techniques used for mechanical damage assessment in polymer composites. *Journal of Materials Science*, 53(11):7915–7938. 13

- Eftekhari, M. and Fatemi, A. (2015). Tensile, creep and fatigue behaviours of short fibre reinforced polymer composites at elevated temperatures: a literature survey: Short Fibre Reinforced Polymer Composites at Elevated Temperatures. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 38(12):1395–1418. 12
- Eshelby, J. D. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 241:376–396. 50, 51, 61
- Esmaeillou, B., Fitoussi, J., Lucas, A., and Tcharkhtchi, A. (2011). Multi-scale experimental analysis of the tension-tension fatigue behavior of a short glass fiber reinforced polyamide composite. *Procedia Engineering*, 10:2117–2122. 50
- Fabre, V. (2015). *Etude de l'endommagement en fatigue d'un composite thermoplastique à fibres courtes - cas du polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. 1, 2, 4, 7, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 24, 26, 27, 38, 39, 47, 54, 56, 57, 96, 97, 155, 156
- Fabre, V., Cantournet, S., Billon, N., and Thionnet, A. (2014). Characterization of bi-axial fatigue resistance of short glass fiber reinforced thermoplastic cruciform specimen. In *16th International Conference on Experimental Mechanics, ICEM 16, University of Cambridge : UK (July 2014)*. 19, 20, 21
- Fabre, V., Quandalle, G., Billon, N., and Cantournet, S. (2018). Time-temperature-water content equivalence on dynamic mechanical response of polyamide 6,6. *Polymer*, 137:22 – 29. 49, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 69, 70, 77, 78, 80, 97, 168
- Facchinetti, M. L. (2015). Fatigue Tests for Automotive Design: Optimization of the Test Protocol and Improvement of the Fatigue Strength Parameters Estimation. *Procedia Engineering*, 133:21–30. 17
- Fatemi, A., Mortazavian, S., and Khosrovaneh, A. (2015). Fatigue behavior and predictive modeling of short fiber thermoplastic composites. *Procedia Engineering*, 133:5 – 20. Fatigue Design 2015, International Conference Proceedings, 6th Edition. 11, 12, 27, 43
- Fliegenger, S., Luke, M., and Gumbsch, P. (2014). 3d microstructure modeling of long fiber reinforced thermoplastics. *Composites Science and Technology*, 104:136–145. 64
- Fox, T. G. (1956). Influence of diluent and of copolymer composition on the glass temperature of a polymer system. *Bull of the American Phys Soc*, 1:123. 56
- Fox, T. G. and Flory, P. J. (1950). Second-order transition temperatures and related properties of polystyrene. i. influence of molecular weight. *Journal of Applied Physics*, 21(6):581–591. 56
- Fox, T. G. and Loshaek, S. (1955). Influence of molecular weight and degree of crosslinking on the specific volume and glass temperature of polymers. *Journal of Polymer Science Part A: Polymer Chemistry*, 15(80):371–390. 56
- Geuzaine, C. and Remacle, J.-F. (2009). Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331. 60
- Greenspan, L. et al. (1977). Humidity fixed points of binary saturated aqueous solutions. *Journal of research of the national bureau of standards*, 81(1):89–96. 24

- Guermazi, N., Ben Tarjem, A., Ksouri, I., and Ayedi, H. F. (2016). On the durability of FRP composites for aircraft structures in hygrothermal conditioning. *Composites Part B: Engineering*, 85:294–304. 12
- Gusev, A. A. (2017). Finite element estimates of viscoelastic stiffness of short glass fiber reinforced composites. *Composite Structures*, 171:53–62. 50
- Halpin, J. C. and Kardos, J. L. (1976). The Halpin-Tsai equations: a review. *Polymer engineering and science*, 16(5):344–352. 50
- Han, S. M., Benaroya, H., and Wei, T. (1999). Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. *Journal of Sound and Vibration*, 225(5):935 – 988. 40
- Hand, G. L. (1962). A theory of anisotropic fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 13(01):33–46. 10, 11
- Haouala, S. and Doghri, I. (2015). Modeling and algorithms for two-scale time homogenization of viscoelastic-viscoplastic solids under large numbers of cycles. *International Journal of Plasticity*, 70:98–125. 96
- Hershey, A. (1954). The elasticity of an isotropic aggregate of anisotropic cubic crystals. *Journal of Applied mechanics-transactions of the ASME*, 21(3):236–240. 50
- Hoang, D. H. (2011). *Contribution à l'homogénéisation de matériaux hétérogènes viscoélastiques : milieux aléatoires et périodiques et prise en compte des interfaces*. PhD thesis, Université Paris-Est. 54
- Houlsby, G., Abadie, C., Beuckelaers, W., and Byrne, B. (2017). A model for nonlinear hysteretic and ratcheting behaviour. *International Journal of Solids and Structures*, 120:67–80. 98, 111
- Hour, K.-Y. and Sehitoglu, H. (1993). Damage development in a short fiber reinforced composite. *Journal of Composite Materials*, 27(8):782–805. 38
- Jégou, L. (2012). *Caractérisation rapide des propriétés en fatigue d'un polymère renforcé par des fibres courtes, pour une application automobile*. PhD thesis, Université de Bretagne occidentale-Brest. 2
- Jia, N. and Kagan, V. A. (1998). Effects of time and temperature on the tension-tension fatigue behavior of short fiber reinforced polyamides. *Polymer composites*, 19(4):408–414. 12, 14
- Ju, J. (1989). On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects. *International Journal of Solids and structures*, 25(7):803–833. 102
- Kammoun, S., Doghri, I., Adam, L., Robert, G., and Delannay, L. (2011). First pseudo-grain failure model for inelastic composites with misaligned short fibers. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 42(12):1892–1902. 50
- Kanters, M. J., Kurokawa, T., and Govaert, L. E. (2016). Competition between plasticity-controlled and crack-growth controlled failure in static and cyclic fatigue of thermoplastic polymer systems. *Polymer Testing*, 50:101–110. 100
- Klimkeit, B. (2009). *Étude expérimentale et modélisation du comportement en fatigue multiaxiale d'un polymère renforcé pour application automobile*. PhD thesis, École nationale supérieure de mécanique et d'aéronautique. 12, 14, 15, 87, 89, 90
- Klostermann, L. and Zohren, J. (1987). Glasfaserverstärkte thermoplaste: Faserorientierung und verzug in formteilen. *Plastverarbeiter*, 38(3):56–62. 9

- Krairi, A. and Doghri, I. (2014). A thermodynamically-based constitutive model for thermo-plastic polymers coupling viscoelasticity, viscoplasticity and ductile damage. *International Journal of Plasticity*, 60:163 – 181. 96
- Krairi, A., Doghri, I., and Robert, G. (2016). Multiscale high cycle fatigue models for neat and short fiber reinforced thermoplastic polymers. *International Journal of Fatigue*, 92:179–192. 96
- Kujawski, D. and Ellyin, F. (1995). A unified approach to mean stress effect on fatigue threshold conditions. *International Journal of Fatigue*, 17(2):101–106. 14
- Launay, A., Maitournam, M., Marco, Y., and Raoult, I. (2013a). Multiaxial fatigue models for short glass fiber reinforced polyamide – Part I: Nonlinear anisotropic constitutive behavior for cyclic response. *International Journal of Fatigue*, 47:382–389. 50, 96, 105
- Launay, A., Maitournam, M., Marco, Y., and Raoult, I. (2013b). Multiaxial fatigue models for short glass fibre reinforced polyamide. Part II: Fatigue life estimation. *International Journal of Fatigue*, 47:390–406. 96
- Launay, A., Maitournam, M., Marco, Y., Raoult, I., and Szmytka, F. (2011). Cyclic behaviour of short glass fibre reinforced polyamide: Experimental study and constitutive equations. *International Journal of Plasticity*, 27(8):1267–1293. 96
- Launay, A., Marco, Y., Maitournam, M., and Raoult, I. (2013c). Modelling the influence of temperature and relative humidity on the time-dependent mechanical behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide. *Mechanics of Materials*, 56:1–10. 96
- Lee, E. (1956). Stress analysis in viscoelastic materials. *Journal of Applied Physics*, 27(7):665–672. 54
- Lemaitre, J. (1985). A continuous damage mechanics model for ductile fracture. *Journal of engineering materials and technology*, 107(1):83–89. 103
- Lemaitre, J. (1996). *A Course on Damage Mechanics*. Springer, Berlin, Heidelberg. 102, 103
- Lemaitre, J., Chaboche, J., Benallal, A., and Desmorat, R. (2009). *Mécanique des matériaux solides - 3ème édition*. Physique. Dunod. 101, 111, 141, 157
- Lemaitre, J. and Chaboche, J.-L. (1994). *Mechanics of solid materials*. Cambridge university press. 103, 170
- Lesne, P.-M. and Savalle, S. (1989). An efficient cycles jump technique for viscoplastic structure calculations involving large number of cycles. *ONERA, TP no. 1989-138*, page 13. 97
- Mallick, P. and Zhou, Y. (2004). Effect of mean stress on the stress-controlled fatigue of a short E-glass fiber reinforced polyamide-6,6. *International Journal of Fatigue*, 26(9):941–946. 12
- Mandel, J. (1966). *Cours de mecanique des milieux continus*. 54, 85
- Mandell, J. (1991). Chapter 7 - fatigue behavior of short fiber composite materials. In Reifsnider, K., editor, *Fatigue of Composite Materials*, volume 4 of *Composite Materials Series*, pages 231 – 337. Elsevier. 12
- Megally, A. (2005). *Etude et modélisation de l'orientation de fibres dans des thermoplastiques renforcés*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. 9
- Miled, B. (2011). *Coupled viscoelastic-viscoplastic modeling of homogeneous and reinforced thermoplastic polymers*. PhD thesis, Université catholique de Louvain, Belgium. 96

- Miled, B., Doghri, I., Brassart, L., and Delannay, L. (2013). Micromechanical modeling of coupled viscoelastic–viscoplastic composites based on an incrementally affine formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 50(10):1755–1769. 96
- Miled, B., Doghri, I., and Delannay, L. (2011). Coupled viscoelastic–viscoplastic modeling of homogeneous and isotropic polymers: Numerical algorithm and analytical solutions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(47-48):3381–3394. 96
- Miled, H. (2010). *Modélisation de l'orientation de fibres induite par l'écoulement et comportement élastique anisotrope à l'état solide*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris. 50
- Mishurova, T., Rachmatulin, N., Fontana, P., Oesch, T., Bruno, G., Radi, E., and Sevostianov, I. (2018). Evaluation of the probability density of inhomogeneous fiber orientations by computed tomography and its application to the calculation of the effective properties of a fiber-reinforced composite. *International Journal of Engineering Science*, 122:14–29. 68
- Mori, T. and Tanaka, K. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21(5):571–574. 50, 51, 61
- Mortazavian, S. and Fatemi, A. (2015a). Fatigue behavior and modeling of short fiber reinforced polymer composites: A literature review. *International Journal of Fatigue*, 70:297–321. 96
- Mortazavian, S. and Fatemi, A. (2015b). Fatigue behavior and modeling of short fiber reinforced polymer composites including anisotropy and temperature effects. *International Journal of Fatigue*, 77:12–27. 14
- Mura, T. (1987). Micromechanics of defects in solids. *Martinus Nijhoff*. 51, 164
- Nelder, J. A. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4):308–313. 112
- Notta-Cuvier, D., Lauro, F., and Bennani, B. (2015). Modelling of progressive fibre/matrix debonding in short-fibre reinforced composites up to failure. *International Journal of Solids and Structures*, 66:140–150. 14
- Notta-Cuvier, D., Lauro, F., Bennani, B., and Balieu, R. (2014). Damage of short-fibre reinforced materials with anisotropy induced by complex fibres orientations. *Mechanics of Materials*, 68:193–206. 157
- Nouri, H., Guessasma, S., Roger, F., Ayadi, A., and Maitournam, H. (2017). Exploring damage kinetics in short glass fibre reinforced thermoplastics. *Composite Structures*. 105
- Nouri, H., Meraghni, F., and Lory, P. (2009). Fatigue damage model for injection-molded short glass fibre reinforced thermoplastics. *International Journal of Fatigue*, 31(5):934–942. 96
- Papon, A., Yin, Z.-Y., Riou, Y., and Hicher, P.-Y. (2013). Time homogenization for clays subjected to large numbers of cycles. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(11):1470–1491. 97
- Phelps, J. H. and Tucker, C. L. (2009). An anisotropic rotary diffusion model for fiber orientation in short- and long-fiber thermoplastics. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 156(3):165 – 176. 160
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. (1988). Numerical recipes in c. *Cambridge University Press*, 1:3. 175

- Rabotnov, Y. N. (1968). A model of an elastic-plastic medium with delayed yield. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 9(3):265–269. 101
- Rao, Y.-N. and Dai, H.-L. (2017). Micromechanics-based thermo-viscoelastic properties prediction of fiber reinforced polymers with graded interphases and slightly weakened interfaces. *Composite Structures*, 168:440–455. 54
- Ricaud, J.-M. and Masson, R. (2009). Effective properties of linear viscoelastic heterogeneous media: Internal variables formulation and extension to ageing behaviours. *International Journal of Solids and Structures*, 46(7-8):1599–1606. 54
- Rolland, H., Saintier, N., and Robert, G. (2016). Damage mechanisms in short glass fibre reinforced thermoplastic during in situ microtomography tensile tests. *Composites Part B: Engineering*, 90:365 – 377. 14
- Rolland, H., Saintier, N., Wilson, P., Merzeau, J., and Robert, G. (2017). In situ X-ray tomography investigation on damage mechanisms in short glass fibre reinforced thermoplastics: Effects of fibre orientation and relative humidity. *Composites Part B: Engineering*, 109:170–186. 14
- Rupnowski, P., Gentz, M., and Kumosa, M. (2006). Mechanical response of a unidirectional graphite fiber/polyimide composite as a function of temperature. *Composites Science and Technology*, 66(7-8):1045–1055. 68
- Saanouni, K. (1988). *Sur l'analyse de la fissuration des milieux élasto-viscoplastiques par la théorie de l'endommagement continu*. PhD thesis, Compiègne. 102
- Sasayama, T., Okabe, T., Aoyagi, Y., and Nishikawa, M. (2013). Prediction of failure properties of injection-molded short glass fiber-reinforced polyamide 6,6. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 52:45–54. 89
- Schindelin, J., Arganda-Carreras, I., Frise, E., Kaynig, V., Longair, M., Pietzsch, T., Preibisch, S., Rueden, C., Saalfeld, S., Schmid, B., Tinevez, J.-Y., White, D. J., Hartenstein, V., Eliceiri, K., Tomancak, P., and Cardona, A. (2012). Fiji: an open-source platform for biological-image analysis. *Nature Methods*, 9(7):676–682. 59
- Shakoор, M. (2016). *Three-dimensional numerical modeling of ductile fracture mechanisms at the microscale*. Theses, PSL Research University. 60
- Shokrieh, M. and Moshrefzadeh-Sani, H. (2017). A novel laminate analogy to calculate the strength of two-dimensional randomly oriented short-fiber composites. *Composites Science and Technology*, 147:22 – 29. 89
- Shokrieh, M. M. and Moshrefzadeh-Sani, H. (2016). On the constant parameters of halpin-tsai equation. *Polymer*, 106:14 – 20. Controlled Radical Polymerization in Dispersed Media. 89
- Simo, J. C. and Hughes, T. J. (2006). *Computational inelasticity*, volume 7. Springer Science & Business Media. 86
- Tandon, G. P. and Weng, G. J. (1984). The effect of aspect ratio of inclusions on the elastic properties of unidirectionally aligned composites. *Polymer Composites*, 5(4):327–333. 50
- Tantchou Yakam, G. (2017). *Cycling and Creep Modeling of the Mechanical Behavior of a Collapsed Thermoplastic Liner Used in Hyperbaric Hydrogen Storage Vessels*. Theses, ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers. 97
- Touzot, G. and Dabounou, J. (1993). Intégration numérique de lois de comportement élasto-plastique. *Revue Européenne des éléments finis*, 2(4):465–494. 175

- Vogler, M., Rolfes, R., and Camanho, P. (2013). Modeling the inelastic deformation and fracture of polymer composites – Part I: Plasticity model. *Mechanics of Materials*, 59:50–64. 157
- Wang, J., O’Gara, J. F., and Tucker III, C. L. (2008). An objective model for slow orientation kinetics in concentrated fiber suspensions: Theory and rheological evidence. *Journal of Rheology*, 52(5):1179–1200. 160
- Wilkinson, A. N. and Ryan, A. J. (1999). *Polymer processing and structure development*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, paper ed., repr. with corrections edition. OCLC: 833613704. 9
- Williams, M. L., Landel, R. F., and Ferry, J. D. (1955). The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical Society*, 77(14):3701–3707. 55
- Wilmes, A. and Hornberger, K. (2015). Influence of fiber orientation and multiaxiality on the fatigue strength of unnotched specimens–lifetime estimation. *Procedia Engineering*, 133:148–160. 105
- Yu, C., Kang, G., and Chen, K. (2017a). A hygro-thermo-mechanical coupled cyclic constitutive model for polymers with considering glass transition. *International Journal of Plasticity*, 89:29–65. 96
- Yu, C., Kang, G., Chen, K., and Lu, F. (2017b). A thermo-mechanically coupled nonlinear viscoelastic–viscoplastic cyclic constitutive model for polymeric materials. *Mechanics of Materials*, 105:1–15. 96
- Zaoui, A. (2002). Continuum micromechanics: survey. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(8):808–816. 50
- Zhu, Y., Lu, F., Yu, C., and Kang, G. (2016). A rate-type nonlinear viscoelastic-viscoplastic cyclic constitutive model for polymers: Theory and application. *Polymer Engineering & Science*, 56(12):1375–1381. 96

RÉSUMÉ

Dans l'objectif d'améliorer la compréhension du comportement mécanique des thermoplastiques renforcés de fibres courtes (SFRP), notre étude s'est focalisée sur la caractérisation et la modélisation du comportement cyclique en fatigue du polyamide 6,6 renforcé de fibres de verre courtes à 30% en masse (PA66GF30).

D'un point de vue expérimentale, des essais de fatigue en traction uniaxiale/biaxiale et en flexion 3 points ont été réalisés, dans l'objectif d'étendre le critère de durée de vie en fatigue basé sur l'énergie de déformation restituée et validé en traction uniaxiale. L'analyse mécanique de ces essais a montré que ce critère rend compte non seulement des effets de l'orientation des fibres, de la température et de la teneur en eau, mais également du type de sollicitation.

D'un point de vue de la modélisation numérique, le comportement du PA66GF30 en régime linéaire est modélisé par le modèle d'homogénéisation de Mori-Tanaka et d'Advani-Tucker pour le cas élastique, et est modélisé par le modèle de Maxwell généralisé étendu au cas anisotrope pour le cas viscoélastique. De plus, la triple équivalence Temps-Température-Humidité est introduite dans le modèle. Pour le comportement en régime non linéaire, un modèle phénoménologique visco-élasto-plastique anisotrope endommageable est proposé pour modéliser le comportement cyclique en fatigue.

Les paramètres du nouveau modèle visco-élasto-plastique endommageable anisotrope identifiés sont validés sur les 3 types d'éprouvettes et les pièces structurales industrielles. En appliquant le critère de durée de vie en fatigue via un post-processing, la cartographie de l'énergie et de durée de vie sortante nous permet de localiser la zone de rupture et d'estimer la durée de vie de la pièce. Un facteur conservatif inférieur à 5 pour la durée de vie estimée montrent la précision de prédiction pour les premières validations. Cette étude a ainsi fourni un outil de conception pour le dimensionnement en fatigue des SFRPs, qui permet d'optimiser la géométrie des pièces ou leurs microstructures induites par le procédé de fabrication vis-à-vis de leur rigidité et leur tenue en fatigue.

MOTS CLÉS

Composite thermoplastique, Critère de fatigue, Comportement en régime linéaire et en régime non linéaire, Équivalence Temps-Température-Humidité, Prédiction de durée de vie

ABSTRACT

Aimed at better understanding the mechanical behavior of short fiber reinforced thermoplastics (SFRP), our study focused on the characterization and modeling of the cyclic fatigue behavior of polyamide 6,6 reinforced by 30 wt% of short glass fibers (PA66GF30).

From the experimental point of view, uniaxial/biaxial tension-tension fatigue tests and 3-point bending fatigue tests were carried out, in order to extend the fatigue lifetime criterion based on the restored strain energy and validated in uniaxial case. The mechanical analyses of these tests show that, this criterion accounts not only for the effects of fiber orientation, temperature and water content, but also for the type of loading.

From the numerical modeling point of view, the behavior of PA66GF30 in linear regime is modeled by the homogenization model of Mori-Tanaka and Advani-Tucker for the elastic case, and is modeled by the generalized Maxwell model extended to the anisotropic case for the viscoelastic case. In addition, the triple equivalence Time-Temperature-Humidity is introduced into the model. For nonlinear regime behavior, a damageable anisotropic visco-elasto-plastic phenomenology model is proposed to characterize the cyclical fatigue behavior.

The identified parameters of new anisotropic visco-elasto-plastic damage model are validated on these 3 types of specimen and the industrial structural parts. By applying the fatigue lifetime criterion via a post-processing, the mapping of energy and lifetime allows us to locate the fracture area and to estimate the lifetime of structural parts. A conservative factor lower than 5 for estimated lifetime shows the accuracy of prediction for these first validations. As a result, our study provided a fatigue design tool for the dimensioning of SFRPs, which makes it possible to optimize the geometry of the parts or their process-induced microstructure in relation to their stiffness and fatigue behavior.

KEYWORDS

Reinforced thermoplastic composite, Fatigue criterion, Linear and nonlinear behavior, Time-Temperature-Humidity equivalence, Lifetime prediction