



**HAL**  
open science

# Transport thermique conductif multi-échelle dans les matériaux fibreux hétérogènes

Clémence Gaunand

► **To cite this version:**

Clémence Gaunand. Transport thermique conductif multi-échelle dans les matériaux fibreux hétérogènes. Science des matériaux [cond-mat.mtrl-sci]. Université Paris sciences et lettres, 2025. Français. ⟨NNT : 2025UP-SLS045⟩. ⟨tel-05568471⟩

**HAL Id: tel-05568471**

**<https://pastel.hal.science/tel-05568471v1>**

Submitted on 26 Mar 2026

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



**THÈSE DE DOCTORAT**

**DE L'UNIVERSITÉ PSL**

Préparée à l'École Supérieure de Physique  
et de Chimie Industrielles de la ville de Paris

**Transport thermique conductif multi-échelle dans les  
matériaux fibreux hétérogènes**

Soutenue par

**Clémence Gaunand**

Le 21 novembre 2025

École doctorale n°564

**Physique en Île-de-France**

Spécialité

**Physique**

Préparée à

l'Institut Langevin

Composition du jury :

Étienne BARTHEL Directeur de recherche CNRS, ESPCI Paris - PSL, SIMM	<i>Président du jury</i>
Jean-Luc BATTAGLIA Professeur, Université de Bordeaux, I2M	<i>Rapporteur</i>
Benjamin RÉMY Professeur, Université de Lorraine, LEMTA	<i>Rapporteur</i>
Jean-Jacques GREFFET Professeur, Université Paris-Saclay, LCF	<i>Examineur</i>
Yannick DE WILDE Directeur de recherche CNRS, ESPCI Paris - PSL, Institut Langevin	<i>Directeur de thèse</i>
Karl JOULAIN Professeur, Université de Poitiers, Institut Pprime	<i>Directeur de thèse</i>
Veneta GRIGOROVA-MOUTIERS Ingénieure de recherche, Saint-Gobain Recherche Paris	<i>Encadrante</i>
Valentina KRACHMALNICOFF Chargée de recherche CNRS, ESPCI Paris - PSL, Institut Langevin	<i>Invitée</i>



# Résumé

L'optimisation des matériaux d'isolation constitue un levier essentiel pour réduire la demande énergétique, rendu d'autant plus déterminant par la part significative du secteur du bâtiment dans la consommation d'énergie finale, en particulier en France. Comprendre les mécanismes de transfert de chaleur dans les isolants fibreux, tels que la laine de verre, composée d'un réseau de fibres de verre tenues entre elles par un liant organique, constitue un défi scientifique majeur en raison de leur caractère hétérogène et multi-échelle. La conduction dans la phase solide, fortement dépendante de la microstructure et peu documentée au niveau des contacts fibre-fibre, reste notamment le mécanisme le moins bien caractérisé. Cette thèse, impliquant l'Institut Langevin, l'Institut Pprime et Saint-Gobain Recherche Paris, vise à analyser ce mode de conduction dans des isolants hétérogènes complexes fibreux comme la laine de verre, au moyen de deux approches complémentaires expérimentales et de modélisation, explorant la problématique à plusieurs échelles.

Nous avons d'une part développé un dispositif innovant de thermographie infrarouge quantitative, conçu pour fonctionner sous vide, afin de mesurer la résistance thermique de contact locale entre deux fibres de verre de taille micrométrique. Cette approche permet une première comparaison des propriétés conductrices des contacts selon la présence ou l'absence de liant, et d'en quantifier explicitement l'impact, ainsi que celui de différents paramètres morphologiques, comme le diamètre des fibres ou le diamètre des gouttes de liant.

D'autre part, nous proposons des modèles à la fois numériques et théoriques, destinés à estimer les transferts conductifs à l'échelle d'un matelas de fibres, en tenant compte de sa microstructure et des phénomènes microscopiques de contact. Nous montrons notamment que l'évolution de la conductivité solide peut être décrite par une courbe maîtresse prédictive, y compris pour des milieux à faible densité. L'application de ces modèles à la laine de verre, en intégrant les données expérimentales de résistances de contact mesurées, rend possible une première estimation de l'impact des contacts entre fibres sur la conductivité effective des matériaux réels.

Ces résultats offrent des informations précieuses pour orienter les stratégies d'amélioration des performances des matériaux d'isolation, et contribuer ainsi à la réduction des consommations énergétiques dans le secteur du bâtiment.

---

**Mots clés :** Matériaux d'isolation fibreux, conduction thermique, résistance thermique de contact, thermographie infrarouge, simulation numérique, conductivité solide.

# Abstract

The optimization of insulation materials is a key strategy for reducing energy demand, especially considering the significant contribution of the building sector to final energy consumption, in France in particular. Understanding heat transfers in fibrous insulators, such as glasswool, composed of a network of glass fibers linked by an organic binder, is a major challenge due to their heterogeneous and multiscale nature. Among the various mechanisms involved, solid-phase conduction is the least well characterized, due to its strong dependence on microstructure and the limited data available on fiber-to-fiber contacts. This thesis, conducted in collaboration with Institut Langevin, Institut Pprime, and Saint-Gobain Recherche Paris, aims to analyze this solid conduction mechanism in complex heterogeneous fibrous insulators, with a specific focus on glasswool, by combining complementary experimental and modeling approaches across multiple scales.

On the experimental side, we have developed an innovative, vacuum-compatible quantitative infrared thermography setup to measure the local thermal contact resistance between two micrometric glass fibers. This method enables a first comparison of the conductive properties of contacts with and without binder, and provides a quantification of its impact as well as of the influence of various morphological parameters, such as fiber diameter or binder droplet size.

On the modeling side, we propose both numerical and theoretical models to predict conductive heat transfers at the scale of a fiber mat, accounting for its microstructure and microscopic contact phenomena. In particular, we show that the evolution of solid conductivity can be captured by a master curve, even for low-density media. Applying these models to glasswool, and integrating the experimentally measured contact resistances, provides a first estimation of the impact of contacts on the effective thermal conductivity of real insulation materials.

These results provide valuable insights to guide strategies for improving the performance of insulation materials and reducing energy consumption in the building sector.

---

**Keywords :** Fibrous insulation materials, thermal conduction, thermal contact resistance, infrared thermography, numerical simulation, solid conductivity.

# Remerciements

Avant de présenter le contenu scientifique de cette thèse, j'aimerais remercier celles et ceux qui ont joué un rôle essentiel dans son aboutissement. Ces trois années de recherche ont marqué une période intense et déterminante de ma vie, et leur issue aurait été très différente sans l'appui des personnes qui ont jalonné mon parcours et contribué à la réalisation de ces travaux.

Je tiens tout d'abord à remercier les membres de mon jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour les échanges particulièrement instructifs qui ont suivi ma présentation. Merci à Étienne Barthel, qui a accepté de présider ce jury, et à Jean-Jacques Greffet, pour leurs questions et leur expertise. Merci également à mes rapporteurs, Jean-Luc Battaglia et Benjamin Rémy, pour la relecture attentive de mon manuscrit et pour leurs retours sincères et complets, qui m'ont permis d'approfondir ma réflexion en amont de la soutenance.

Je remercie ensuite très chaleureusement mes directeurs et encadrantes de thèse pour leur accompagnement au cours de ces trois années, pour la richesse de nos discussions et pour leur disponibilité, même dans les moments les plus chargés. Je mesure la chance que j'ai eue de pouvoir bénéficier de leurs expertises scientifiques complémentaires. L'organisation de cette thèse représentait un certain défi, puisque nous étions répartis sur trois sites différents, mais nous avons su trouver un mode de fonctionnement qui, je crois, convenait à chacun d'entre nous. Merci à Yannick De Wilde pour son accompagnement au quotidien à l'Institut Langevin, pour l'énergie consacrée à m'aider sur le montage expérimental, et pour son écoute et sa bienveillance dans les nombreuses questions que j'ai pu lui poser. Merci à Karl Joulain pour m'avoir guidée sur les aspects de modélisation et théoriques de ma thèse, de façon très réactive même à distance, et pour sa bonne humeur sans faille. Merci à Veneta Grigorova-Moutiers pour son suivi constant sur la dimension industrielle du projet, qui a donné un sens concret à mon travail, ainsi que pour son véritable rôle de mentor, ce qui m'a aidé à mûrir mes aspirations professionnelles post-thèse. Merci enfin à Valentina Krachmalnicoff pour sa participation à mon encadrement avec un peu plus de recul, toujours avec des remarques et des idées très pertinentes.

D'une manière plus large, de nombreuses personnes m'ont apporté des conseils scientifiques au cours de cette thèse. Je tiens d'abord à souligner les contributions d'Élodie Perros, Joris Doumouro et Houssein Kallel, qui ont exploré avant moi les problématiques de transfert de chaleur dans les isolants, au cours de leurs doctorats ou post-doctorats : leurs travaux ont constitué une base essentielle à la réalisation de ma thèse. Je remercie également les membres de mon comité de suivi, Romain Pierrat et Franck Enguehard. Enfin, merci aux membres de mon équipe TPS à Saint-Gobain Recherche Paris, pour leurs questions et remarques qui m'ont toujours permis d'avancer. Je tiens à remercier plus particulièrement Adrien François pour son implication au début du projet et pour son travail sur les premières versions du code de méthode nodale adapté aux milieux fibreux, sur lequel s'appuie mes travaux de modélisation numérique. Merci également à Johann Meulemans et Refet Yalçın, qui ont suivi ma thèse de plus près et dont les conseils ont toujours été précieux, tant pour améliorer la qualité

---

de mes présentations et rapports que pour affiner la précision scientifique de mes résultats. L'ensemble de l'équipe TPS m'a aussi intégrée avec bienveillance malgré mes visites peu fréquentes ; j'en suis reconnaissante, et c'est avec plaisir que je la rejoindrai à temps plein d'ici quelques mois.

L'organisation de ma thèse m'a permis d'effectuer quelques visites à l'Institut Pprime à Poitiers — et je remercie à nouveau pour cela Karl Joulain, Franck Enguehard, et les équipes du laboratoire — mais j'ai effectué la majeure partie de mon travail à l'Institut Langevin à Paris. J'ai eu la chance d'évoluer dans cet environnement d'un très haut niveau scientifique, et je retiendrai de ces trois années la richesse des nombreuses interactions que j'y ai pu avoir. Ce cadre stimulant a largement contribué à mon expérience positive de thèse. Je souhaite également souligner l'aide apportée par les différents membres des fonctions support, dont la contribution est indispensable à la réalisation de tout projet.

Au-delà de l'aspect scientifique, l'Institut Langevin est aussi un lieu à l'atmosphère bienveillante et agréable, et je dois cela en grande partie à l'ensemble des doctorants que j'y ai rencontrés.

Merci à Serena pour m'avoir guidée dès mon arrivée, je me réjouis que nos chemins se recroisent bientôt en tant que collègues ! Merci également à Thomas, Ahmed et François pour les nombreux moments que nous avons passés ensemble. Même après votre départ du laboratoire, garder le contact avec vous a été une source de divertissement bienvenue pendant ma rédaction !

Je remercie aussi le reste de l'équipe, Sylvio, Victor, et en particulier Marie : nos moments de pause partagés au Jardin des Plantes lors de courses improvisées resteront de très bons souvenirs.

Merci ensuite au bureau R30, et en particulier à Yichen, João et Amélie, pour l'ambiance de travail si plaisante de cette dernière année, et pour m'avoir présentée et intégrée à votre groupe. Cela a été le point de départ de beaucoup de bons moments, dont un très chouette week-end dans le Lot. Je voudrais donc aussi remercier Thibaud, Aymeric, Antoine, Benjamin, Isaac, Marco, Lorenzo. Votre soutien et votre bonne humeur m'ont redonné le sourire plus d'une fois (nos goûters réguliers y étaient également pour quelque chose). C'était aussi un plaisir d'inaugurer avec vous les différentes sections sportives des « Langevin . . . Clubs », et j'espère d'ailleurs pouvoir encore y participer de temps à autre en tant que membre invitée !

Pour terminer, je tiens à remercier ma famille et mes amis, dont le soutien a accompagné les grandes étapes de ma thèse.

# Table des matières

Résumé	i
Abstract	ii
Remerciements	iii
Nomenclature	x
Introduction générale	1
Chapitre 1 État de l’art	4
1 Propriétés thermiques et spécificités morphologiques des isolants fibreux . . . .	6
1.1 Fabrication et morphologie de la laine de verre . . . . .	6
1.2 Les modes de transfert thermique dans la laine de verre . . . . .	9
1.2.1 Le transfert conductif . . . . .	10
1.2.2 Le transfert par rayonnement . . . . .	11
1.2.3 Le transfert convectif . . . . .	15
1.2.4 Application aux isolants fibreux . . . . .	17
1.3 Morphologie adoptée par des gouttes déposées sur des fibres . . . . .	24
1.3.1 Introduction aux notions de capillarité : cas d’une goutte sur un substrat . . .	25
1.3.2 Goutte sur une fibre . . . . .	26
1.3.3 Goutte sur deux fibres . . . . .	28
1.3.4 Application au liant dans la laine de verre . . . . .	30
2 La résistance thermique au contact entre deux corps . . . . .	32
2.1 La résistance thermique interfaciale . . . . .	33
2.1.1 Modèle AMM . . . . .	33
2.1.2 Modèle DMM . . . . .	34
2.2 La résistance de constriction et d’étalement . . . . .	34
2.2.1 Modèles thermiques de la constriction . . . . .	34
2.2.2 Association avec les modèles mécaniques du contact . . . . .	39
2.3 Autres phénomènes influençant la résistance thermique au niveau d’un contact . . . .	42
2.3.1 Résistance interne des matériaux en contact . . . . .	42
2.3.2 Résistance d’un film mince ou une couche de contamination . . . . .	43
2.3.3 Contribution additionnelle de la conduction dans la phase interstitielle . . . .	44
2.3.4 Contribution additionnelle radiative . . . . .	47
2.4 Conclusion sur l’expression de la résistance de contact totale $R_k$ . . . . .	49
3 Les méthodes expérimentales de caractérisation microscopique du transfert thermique . . . . .	51



3.1	Méthodes optiques . . . . .	54
3.1.1	La microthermographie infrarouge . . . . .	54
3.1.2	La thermoréfectance . . . . .	56
3.1.3	La thermométrie Raman . . . . .	56
3.1.4	La microscopie optique de champ proche . . . . .	57
3.2	Méthodes électriques . . . . .	58
3.2.1	Les thermocouples . . . . .	58
3.2.2	La microscopie thermique à balayage . . . . .	59
3.2.3	La méthode $3\omega$ à la micro-échelle . . . . .	61
3.2.4	Autres méthodes électrothermiques . . . . .	62
3.3	Résumé des mesures existantes de résistances de contact entre fibres . . . . .	62
4	<b>La modélisation de la conduction solide dans les réseaux fibreux</b> . . . . .	63
4.1	Méthodes numériques de modélisation . . . . .	64
4.1.1	Génération de géométries de milieux fibreux tridimensionnels . . . . .	64
4.1.2	Méthodes de calcul pour la caractérisation des propriétés thermiques des milieux fibreux . . . . .	68
4.2	Influence des paramètres morphologiques du milieu fibreux sur le transport conductif : constats et modèles théoriques . . . . .	73
4.2.1	Constats de simulation numérique . . . . .	73
4.2.2	Conduction thermique dans des nanotubes de carbone : le modèle de Volkov et Zhigilei et Zhao et al. . . . .	74
5	<b>Conclusion</b> . . . . .	77

## Chapitre 2 Développement d'une méthode de mesure de la résistance de contact entre fibres basée sur la thermographie infrarouge quantitative 79

1	<b>Principe général de la méthode de mesure</b> . . . . .	81
1.1	Système optique de microthermographie infrarouge . . . . .	81
1.1.1	Choix de la gamme spectrale et sélection des optiques en fonction des propriétés optiques des fibres de verre dans l'infrarouge . . . . .	81
1.1.2	Réponse spectrale de la caméra et calcul de l'émissivité des fibres de verre . . . . .	83
1.1.3	Autres spécifications de la caméra et de l'objectif infrarouge utilisés . . . . .	84
1.2	Présentation du montage expérimental . . . . .	85
1.2.1	Plateforme de positionnement des fibres . . . . .	85
1.2.2	Adhésif corps noir . . . . .	86
1.2.3	Hublot en ZnSe . . . . .	86
1.3	Notions fondamentales de thermographie infrarouge . . . . .	88
1.3.1	Bilan de luminance et expression de la température d'un objet dans la configuration expérimentale . . . . .	88
1.3.2	Expression d'une différence de températures . . . . .	89
1.4	Aspects pratiques de la mesure par thermographie . . . . .	90
1.4.1	Images de fibres de verre microscopiques et analyse de bruit . . . . .	90
1.4.2	Calibration et correction du signal mesuré . . . . .	91
2	<b>Configuration à une fibre unique</b> . . . . .	96
2.1	Introduction du cadre théorique de l'ailette thermique infinie . . . . .	96
2.2	Résultats expérimentaux et comparaison au cadre théorique de l'ailette . . . . .	98
2.2.1	Application du cadre théorique de l'ailette aux configurations expérimentales . . . . .	98
2.2.2	Analyse des profils de température mesurés . . . . .	101
2.3	Validité des hypothèses générales du modèle de l'ailette infinie . . . . .	104
3	<b>Configuration à deux fibres en contact</b> . . . . .	105
3.1	Établissement du cadre théorique de mesure de la résistance thermique de contact . . . . .	105

3.1.1	Allure des profils expérimentaux et mesure de la chute de température au contact . . . . .	105
3.1.2	Problème complet d'ailettes thermiques . . . . .	106
3.1.3	Analyse de sensibilité . . . . .	109
3.1.4	Résolution du problème . . . . .	110
3.2	Présentation et validation de la méthode de mesure . . . . .	111
3.2.1	Aspects pratiques de la méthode de détermination de la résistance de contact entre fibres . . . . .	111
3.2.2	Comparaison du cadre théorique aux données expérimentales . . . . .	115
3.2.3	Validation supplémentaire par simulations . . . . .	115
4	<b>Conclusion</b> . . . . .	119

**Chapitre 3 Étude expérimentale de la résistance thermique de contact entre deux fibres de verre micrométriques dans des configurations représentatives de la laine de verre** **120**

1	<b>Contacts directs verre-verre</b> . . . . .	122
1.1	Étude préliminaire par simulations par éléments finis . . . . .	122
1.1.1	Constriction macroscopique . . . . .	123
1.1.2	Ajout d'une résistance surfacique imposée . . . . .	124
1.1.3	Généralisation du cadre théorique exprimant la résistance de contact totale . . . . .	125
1.2	Préparation des échantillons et caractérisation des géométries résultantes . . . . .	126
1.3	Évolution de la résistance de contact en fonction du diamètre des fibres et évaluation des contributions résistives . . . . .	128
1.3.1	Résultats expérimentaux . . . . .	128
1.3.2	Discussion sur les contributions possibles à la résistance de contact totale . . . . .	130
1.3.3	Évaluation de l'influence de l'état de surface . . . . .	134
1.4	Influence des paramètres morphologiques et application à la laine de verre . . . . .	136
1.4.1	Résultats préliminaires : contacts elliptiques entre deux fibres de diamètres différents . . . . .	136
1.4.2	Résultats préliminaires : influence de l'angle entre les fibres . . . . .	139
1.4.3	Extrapolation au cas de diamètres de fibres représentatifs de la laine de verre . . . . .	140
2	<b>Contacts en présence de liant</b> . . . . .	142
2.1	Préparation et propriétés des gouttes de liant . . . . .	142
2.1.1	Protocole de préparation d'échantillons . . . . .	142
2.1.2	Propriétés thermiques du liant . . . . .	144
2.2	Résultats expérimentaux à paramètres morphologiques fixés . . . . .	145
2.2.1	Évolution de la résistance de contact en fonction du diamètre des fibres et comparaison au cas verre-verre . . . . .	145
2.2.2	Extrapolation au cas de diamètres de fibres représentatifs de la laine de verre . . . . .	147
2.3	Influence des paramètres morphologiques . . . . .	148
2.3.1	Espacement entre les fibres . . . . .	148
2.3.2	Diamètre de la goutte . . . . .	150
2.3.3	Résultats préliminaires : angle entre les fibres . . . . .	163
3	<b>Conclusion</b> . . . . .	164

**Chapitre 4 Étude numérique et théorique de la conduction dans la phase solide dans les matériaux fibreux** **167**

1	<b>Introduction : choix de la démarche adoptée</b> . . . . .	169
2	<b>Méthodes numériques</b> . . . . .	169
2.1	Description du calcul des propriétés thermiques d'un milieu fibreux virtuel . . . . .	169
2.1.1	Génération de géométries de milieux fibreux virtuels 3D . . . . .	169

2.1.2	D'un milieu fibreux virtuel à un réseau connecté . . . . .	172
2.1.3	Configuration de calcul de la conductivité solide et implémentation de la méthode nodale . . . . .	173
2.2	Méthodes statistiques et évaluation du caractère représentatif des milieux fibreux virtuels générés . . . . .	175
2.2.1	Définition d'un seuil de précision pour l'estimation de la conductivité solide . . . . .	175
2.2.2	Variations du VER et étude des conditions aux limites . . . . .	177
2.2.3	Vérification de la stabilité des paramètres morphologiques . . . . .	179
2.2.4	Implémentation numérique et temps de calcul . . . . .	179
2.3	Validation de la méthode de simulation . . . . .	180
2.3.1	Configurations simplifiées de référence . . . . .	180
2.3.2	Confrontation à des données numériques similaires . . . . .	181
<b>3</b>	<b>Analyse numérique du couplage entre effets de la morphologie et de la résistance de contact . . . . .</b>	<b>183</b>
3.1	Étude de la fraction volumique en fibres . . . . .	183
3.2	Étude de l'orientation moyenne des fibres . . . . .	186
3.3	Étude de la longueur des fibres . . . . .	188
3.4	Étude du diamètre des fibres . . . . .	190
<b>4</b>	<b>Description théorique de l'évolution de la conductivité solide . . . . .</b>	<b>192</b>
4.1	Analyse comparative des données de simulation et des modèles existants . . . . .	192
4.1.1	Influence du nombre de Biot sur la conductivité solide . . . . .	192
4.1.2	Confrontation au modèle de Volkov et Zhigilei et Zhao et al. . . . .	193
4.2	Influence de la connectivité du réseau de fibres . . . . .	197
4.2.1	Distribution du flux thermique et des températures des fibres . . . . .	197
4.2.2	Gradients de température le long des fibres . . . . .	200
4.3	Proposition d'un modèle théorique modifié intégrant les écarts aux gradients moyens de température . . . . .	201
4.3.1	Formulation et démonstration du modèle . . . . .	201
4.3.2	Calcul et interprétation du terme correctif introduit . . . . .	204
4.4	Évaluation globale du modèle prédictif proposé . . . . .	206
4.4.1	Validation de la correction et analyse en fonction du nombre moyen de contacts par fibre . . . . .	206
4.4.2	Établissement d'une courbe maîtresse de prédiction de la conductivité solide . . . . .	208
4.5	Vers un modèle prédictif géométrique plus complet . . . . .	209
4.5.1	Prédiction de la correction $h$ à partir des paramètres d'entrée de simulation . . . . .	209
4.5.2	Comparaison avec la correction semi-empirique de Volkov et Zhigilei . . . . .	210
4.5.3	Intégration de l'impact de la tortuosité des fibres . . . . .	212
4.5.4	Autres perspectives . . . . .	214
<b>5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>214</b>

**Chapitre 5 Application à la laine de verre : vers une évaluation réaliste des propriétés conductrices du matériau en lien avec sa microstructure** 216

<b>1</b>	<b>Intérêt et portée du modèle théorique appliqué à la laine de verre . . . . .</b>	<b>218</b>
1.1	Régime de connectivité de la laine de verre . . . . .	218
1.2	Évaluation du modèle corrigé appliqué à la laine de verre et comparaison à la relation semi-empirique améliorée . . . . .	219
<b>2</b>	<b>Adaptation numérique pour une modélisation réaliste basée sur des données expérimentales . . . . .</b>	<b>222</b>
2.1	Démarche de modification de la génération de milieux virtuels fibreux pour une meilleure représentativité de la laine de verre . . . . .	222
2.1.1	Intégration de distributions pour les paramètres d'entrée morphologiques . . . . .	222

---

2.1.2	Intégration des résultats expérimentaux de mesure de résistance de contact . . .	224
2.1.3	Intégration de la présence géométrique de gouttes de liant . . . . .	225
2.2	Première évaluation de l'influence des contacts sur les performances thermiques . . .	228
2.2.1	Analyse des configurations d'essai de proportions de liant . . . . .	228
2.2.2	Influence de la modification de connectivité du milieu par le liant . . . . .	229
<b>3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>233</b>
 <b>Conclusion générale et perspectives</b>		<b>234</b>
 <b>Annexe A Démonstration de l'équivalence entre les modèles de Volkov &amp; Zhigilei et Zhao et al.</b>		<b>238</b>
 <b>Annexe B Représentation algébrique d'un réseau thermique modélisé par méthode nodale et résolution matricielle</b>		<b>241</b>
 <b>Bibliographie</b>		<b>243</b>

# Nomenclature

## Abréviations

2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
AFM	Microscope à force atomique (" <i>Atomic Force Microscope</i> ")
AMM	Modèle des désadaptations acoustiques (" <i>Acoustic Mismatch Model</i> ")
CMY	Modèle de résistance de constriction de Cooper-Mikic-Yovanovich
CVD	Dépôt chimique en phase vapeur (" <i>Chemical Vapor Deposition</i> ")
DMM	Modèle de diffusion de phonons (" <i>Diffuse Mismatch Model</i> ")
ETR	Équation de Transfert Radiatif
FDTR	Thermoréfectance en domaine fréquentiel (" <i>Frequency Domain ThermoReflectance</i> ")
FOV	Champ de vue (" <i>Field Of View</i> ")
FTIR	Spectroscopie à transformée de Fourier (" <i>Fourier Transform Infrared Spectroscopy</i> ")
IFOV	Angle de vue par pixel (" <i>Instantaneous Field Of View</i> ")
JDA	Hypothèse de résistance de contact dominante (" <i>Junction resistance-Dominated Assumption</i> ")
LAS	Modèle de diffusion anisotrope linéaire (" <i>Linear Anisotropic Scattering</i> ")
LWIR	Infrarouge lointain $\lambda = 5 - 15 \mu\text{m}$ (" <i>Long-Wave InfraRed</i> ")
MCT	Capteur photovoltaïque infrarouge en tellure de mercure-cadmium
MEB	Microscopie Electronique à Balayage
MNA	Méthode nodale modifiée (" <i>Modified Nodal Analysis</i> ")
MNR	Représentation multi-nodale (" <i>Multi-Nodal Representation</i> ")
MWIR	Infrarouge moyen $\lambda = 3 - 5 \mu\text{m}$ (" <i>Mid-Wave InfraRed</i> ")
NETD	Différence de température minimale détectable (" <i>Noise Equivalent Temperature Difference</i> ")
NUC	Correction de non-uniformité (" <i>Non-Uniformity Correction</i> ")
OCT	Tomographie en Cohérence Optique (" <i>Optical Coherence Tomography</i> ")
OED	Plan d'expérience optimal (" <i>Optimal Experimental Design</i> ")
RSA	Adsorption séquentielle aléatoire (" <i>Random Sequential Adsorption</i> ")
SNOM	Microscopie optique en champ proche (" <i>Scanning Near-field Optical Microscopy</i> ")
SThM	Microscopie thermique à balayage (" <i>Scanning Thermal Microscopy</i> ")
SWIR	Proche infrarouge $\lambda = 1 - 3 \mu\text{m}$ (" <i>Short-Wave InfraRed</i> ")
TDTR	Thermoréfectance en domaine temporel (" <i>Time Domain ThermoReflectance</i> ")
TET	Electrothermique transitoire (" <i>Transient Electro-Thermal</i> ")
TRSTM	" <i>Thermal Radiation Scanning Tunneling Microscope</i> "
UV	Ultraviolet
VER	Volume Élémentaire Représentatif
VIP	Panneau isolant sous vide (" <i>Vacuum Insulation Panel</i> ")
$\mu\text{CT}$	Microtomographie à rayons X (" <i>X-ray micro-Computed Tomography</i> ")

---

## Exposants

*	Constriction liée à une source en contact avec un demi-espace
$\lambda$	Caractère spectral ou monochromatique des grandeurs radiatives
'	Caractère directionnel des grandeurs radiatives
$f$	Valeur finale pour milieux virtuels
$i$	Valeur initiale pour milieux virtuels

## Indices

0	Référence à un corps noir
$c$	Seuil de percolation
$\bar{d}_v$	Valeur moyenne pour laine de verre
$abs$	Contribution radiative absorbée
$air$	Mesure dans l'air ou propriétés physiques de l'air
$cir$	Géométrie de constriction circulaire
$cond$	Transport thermique par conduction
$cont$	Référence à une couche de contamination
$conv$	Transport thermique par convection
$ell$	Géométrie de constriction elliptique
$inc$	Contribution radiative incidente
$i$	Référence à une phase interstitielle
$liant$	Propriétés physiques du liant
$macro$	Échelle macroscopique
$mes$	Contribution radiative mesurée
$micro$	Échelle microscopique
$m$	Valeur moyenne pour deux fibres
$rad$	Transport thermique radiatif
$surf$	Transport thermique surfacique
$verre$	Propriétés physiques du verre
$vide$	Mesure dans le vide

## Caractères latins et grecs

$\alpha$	Absorptivité ou seuil de confiance
$\alpha^{th}$	Diffusivité thermique [ $m^2 s^{-1}$ ]
$\alpha_f$	Angle formé par deux fibres croisées (expérimental) [rad]
$\beta$	Coefficient d'extinction [ $m^{-1}$ ] ou paramètre d'anisotropie de la distribution $\beta$
$\beta^m$	Coefficient d'extinction spécifique [ $m^2 kg^{-1}$ ]
$\Delta T$	Différence de température [K]
$\delta T_{ij}$	Écart de température réel au contact fibre–fibre, par rapport aux cas de profils linéaires de températures [K]
$\delta$	Profondeur de pénétration [m]
$\Delta\lambda$	Plage spectrale du capteur infrarouge [m]
$\delta_g$	Pas de génération de marche aléatoire [m]
$\ell$	Longueur caractéristique [m]
$\ell_a$	Libre parcours moyen d'absorption [m]
$\ell_c$	Longueur capillaire [m]
$\ell_d$	Libre parcours moyen de diffusion [m]
$\ell_e$	Libre parcours moyen des photons [m]
$\epsilon$	Emissivité

$\epsilon_{eff}$	Emissivité apparente
$\gamma$	Tension de surface [ $\text{N m}^{-1}$ ]
$\kappa$	Coefficient d'absorption [ $\text{m}^{-1}$ ]
$\kappa_{12}$	Rapport des conductivités thermiques de deux milieux 1 et 2
$\kappa_{ell}$	Excentricité d'une ellipse
$\Lambda$	Libre parcours moyen des porteurs d'énergie [m]
$\lambda$	Longueur d'onde [m]
$\lambda_{max}$	Longueur d'onde du maximum d'émission à une température donnée [m]
$\mathcal{C}$	Facteur correctif de la résistance de constriction pour un contact elliptique
$\mathcal{F}_1$	Fonction de correction de l'aire de contact de Hertz pour un contact elliptique
$\mathcal{R}$	Réfectivité
$\nabla T_z$	Gradient thermique macroscopique [ $\text{K m}^{-1}$ ]
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\Omega$	Angle solide [sr]
$\omega$	Pulsation [ $\text{rad s}^{-1}$ ]
$\rho$	Masse volumique [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$\sigma$	Coefficient de diffusion [ $\text{m}^{-1}$ ]
$\sigma_{asp}$	Rugosité moyenne des aspérités [m]
$\tau$	Transmittivité
Bi	Nombre de Biot
Kn	Nombre de Knudsen
Nu	Nombre de Nusselt
O.N.	Ouverture numérique d'un système optique
Ra	Nombre de Rayleigh
$\Theta$	Température relative par rapport à la température ambiante [K]
$\theta$	Angle polaire en coordonnées sphériques [rad]
$\theta_c$	Angle de contact [rad]
$\tilde{\lambda}$	Paramètre adimensionné de distance de séparation entre plans [m]
$\tilde{\tau}$	Tortuosité de fibre
$\tilde{a}$	Rapport d'aspect de fibre
$\tilde{R}_c$	Résistance thermique de constriction adimensionnée
$\epsilon_{abs}$	Erreur absolue sur une grandeur physique [unité variable]
$\epsilon_{rel}$	Erreur relative sur une grandeur physique
$\varphi$	Angle azimutal en coordonnées sphériques [rad]
$A$	Surface d'une section [ $\text{m}^2$ ]
$a$	Rayon caractéristique ou demi-grand axe d'une constriction circulaire ou elliptique [m]
$A_a$	Aire apparente de contact [ $\text{m}^2$ ]
$A_f$	Section transversale de fibres [ $\text{m}^2$ ]
$a_p$	Rayon moyen des micro-contacts dans une constriction multi-points [m]
$B$	Coefficient de rétro-diffusion
$b$	Demi-petit axe d'une constriction elliptique [m]
$C$	Constante de déviation au modèle initial de conduction solide
$c_1$	Premier paramètre de concentration de la distribution de von Mises-Fisher bi-variable
$c_2$	Second paramètre de concentration de la distribution de von Mises-Fisher bi-variable
$C_a$	Section efficace d'absorption [ $\text{m}^2$ ]
$C_d$	Section efficace de diffusion [ $\text{m}^2$ ]
$C_e$	Section efficace d'extinction [ $\text{m}^2$ ]
$C_p$	Capacité calorifique massique [ $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]

---

$d$	Diamètre de fibre (modélisation) [m]
$d_g^s$	Diamètre seuil de goutte de liant (expérimental) [m]
$d_f$	Diamètre de fibre (expérimental) [m]
$d_g$	Diamètre de goutte de liant (expérimental) [m]
$d_{g,eff}$	Diamètre moyen effectif des gouttes de liant (modélisation) [m]
$d_{seuil}$	Seuil de distance pour détection des contacts (modélisation) [m]
$DL$	Niveau digital associé à la luminance infrarouge mesurée [u.a.]
$dT/dz$	Gradient de température le long d'une fibre projeté selon l'axe $z$ [K m <sup>-1</sup> ]
$dT_i/ds_i$	(ou $dT_i/dw_i$ ) Gradient de température le long d'une fibre [K m <sup>-1</sup> ]
$E$	Intégrale elliptique complète deuxième espèce ou module de Young [N m <sup>-2</sup> ]
$e$	Épaisseur [m]
$e_f$	Distance entre deux fibres croisées (expérimental) [m]
$ES$	Extrait sec massique
$F$	Force [N]
$f_v$	Fraction volumique en fibres
$F_{12}$	Facteur de forme radiatif entre deux objets 1 et 2
$f_{b,n}$	Fraction de segments de fibres transportant moins de 10 % du flux thermique moyen
$f_{b,s}$	Fraction de segments de fibres transportant plus de 5 fois le flux thermique moyen
$f_{v,liant}$	Fraction volumique en liant
$f_{v,sol,liant}$	Fraction du volume solide en liant
$G$	Conductance thermique [W K <sup>-1</sup> ]
$H$	Distance verticale entre deux centres de fibres en contact [m]
$h$	Coefficient de transfert thermique surfacique [W m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> ] ou correction analytique introduite dans le modèle de conductivité solide
$H_m$	Microdureté [Pa]
$I_K$	Intégrale reliant densité de contacts et distribution d'orientations
$K$	Intégrale elliptique complète première espèce
$k$	Conductivité thermique [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$k_f$	Conductivité thermique des fibres [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$k_l$	Conductivité thermique du liant [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$k_{0,th}$	Conductivité solide théorique d'un milieu fibreux à $Bi \rightarrow \infty$ [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$k_{cond,gaz}$	Conductivité due à la conduction gazeuse [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$k_{cond,solide}$	Conductivité due à la conduction solide [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$k_{eff}$	Conductivité thermique effective totale [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$k_{rad}$	Conductivité due au rayonnement [W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
$L$	Luminance [W m <sup>-2</sup> sr <sup>-1</sup> / W m <sup>-3</sup> sr <sup>-1</sup> ] ou côté d'un domaine cubique de simulation [m]
$l$	Longueur de fibre (modélisation) [m]
$l_p$	Longueur moyenne d'un chemin de conduction [m]
$l_{tot}$	Longueur totale des chemins de conduction [m]
$M$	Émittance [W m <sup>-2</sup> / W m <sup>-3</sup> ]
$m$	Paramètre d'ailette [m <sup>-1</sup> ]
$m_{asp}$	Pente moyenne des aspérités
$N$	Nombre de réalisations
$n$	Indice optique
$N_c$	Nombre de contacts par fibre
$n_c$	Nombre total de contacts
$n_f$	Nombre total de fibres
$N_p$	Nombre de micro-contacts dans une constriction multi-points



$n_p$	Nombre total de chemins de conduction
$n_s$	Paramètre de densité surfacique
$n_v$	Paramètre de densité volumique
$N_z$	Nombre de fibres par unité de surface normale à $z$ [ $\text{m}^{-2}$ ]
$n_{c,liant}$	Nombre de contacts entre fibres avec liant
$n_{c,p}$	Nombre moyen de contacts par chemin de conduction
$P$	Pression [Pa]
$p_{c,liant}$	Proportion de contacts entre fibres avec liant
$Q$	Flux thermique [W]
$q$	Densité de flux thermique [ $\text{W m}^{-2}$ ]
$Q_a$	Efficacité d'absorption
$Q_d$	Efficacité de diffusion
$R$	Résistance thermique [ $\text{K W}^{-1}$ ]
$r$	Paramètre adimensionné de conduction solide
$r^2$	Coefficient de détermination linéaire d'une régression
$R_{k,s}^l$	Résistance thermique surfacique d'interface verre-liant [ $\text{K m}^2 \text{W}^{-1}$ ]
$R_{k,s}^v$	Résistance thermique surfacique d'interface verre-verre [ $\text{K m}^2 \text{W}^{-1}$ ]
$R_c$	Résistance thermique de constriction [ $\text{K W}^{-1}$ ]
$r_f$	Rayon de fibre (expérimental) [m]
$R_k$	Résistance thermique de contact [ $\text{K W}^{-1}$ ]
$r_M$	Rayon de courbure macroscopique d'un objet [m]
$R_p$	Résistance thermique d'un chemin de conduction [ $\text{K W}^{-1}$ ]
$R_{1D}$	Résistance thermique unidimensionnelle [ $\text{K W}^{-1}$ ]
$r_{M,eq}$	Rayon de courbure équivalent au contact entre deux objets [m]
$S^2$	Estimateur non biaisé de variance [unité variable]
$s_\lambda$	Réponse spectrale en transmission d'un capteur
$S_{cond}$	Facteur de forme conductif [m]
$s_{eff}$	Réponse spectrale effective d'un capteur
$T$	Température [K]
$t$	Temps [s]
$T_m$	Température moyenne pour linéarisation du flux radiatif [K]
$T_{amb}$	Température ambiante [K]
$T_{app}$	Température apparente [K]
$t_{cond}$	Temps caractéristique de diffusion thermique [s]
$T_{env}$	Température d'environnement radiatif [K]
$U$	Tension [V]
$V$	Volume de simulation [ $\text{m}^3$ ]
$V_f$	Volume total de fibres [ $\text{m}^3$ ]
$V_g$	Volume d'une goutte [ $\text{m}^3$ ]
$WD$	Distance de travail d'un système optique [m]
$Y$	Distance moyenne de séparation entre plans [m]
$y_{max}$	Déflexion maximale d'une fibre [m]

### Autres symboles

$\dots$	Moyenne sur plusieurs réalisations
$\langle \dots \rangle$	Moyenne sur un ensemble de fibres
$\mathbb{R}$	Ensemble des réels

---

### Constantes physiques

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  Constante de Stefan-Boltzmann

$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  Vitesse de propagation du rayonnement électromagnétique dans le vide

$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$  Accélération de la pesanteur

$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  Constante de Planck

$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  Constante de Boltzmann

# Introduction générale

La nécessité croissante de stratégies d'atténuation et d'adaptation au changement climatique, associée à l'instabilité des prix de l'énergie, accentuée par les périodes de tensions géopolitiques et économiques récentes, imposent une réflexion approfondie sur l'évolution de notre système énergétique et sur les leviers d'efficacité permettant de réduire les consommations.

L'analyse sectorielle de la consommation énergétique en France montre qu'en 2024, l'exploitation des bâtiments représente environ 43 % de la consommation d'énergie finale nationale, ce qui en fait le premier secteur consommateur d'énergie, avec une prédominance du résidentiel [1]. Ce bilan considère uniquement la phase d'usage des bâtiments : l'énergie dite grise, liée à la fabrication des matériaux de construction et à leur transport, est comptabilisée respectivement dans les secteurs de l'industrie et des transports.

Au-delà de la phase d'usage, l'empreinte environnementale complète du bâtiment inclut l'ensemble des émissions de gaz à effet de serre générées tout au long de sa chaîne de valeur, depuis la production des matériaux et équipements jusqu'à la fin de vie, intégrant l'énergie grise et ses émissions associées. En 2019, cet impact total a été estimé à 153 MtCO<sub>2</sub>eq, soit environ 25 % de l'empreinte carbone nationale, dont près des deux tiers proviennent de la phase d'exploitation [1, 2, 3]. Ces données confirment que le bâtiment constitue en France un poste majeur d'émissions, à la fois par ses consommations directes et par l'énergie grise liée à sa construction et à sa rénovation.

Ces dernières années ont ainsi vu l'adoption et l'entrée en vigueur de politiques majeures dans le domaine du bâtiment. La construction neuve est désormais soumise à la réglementation environnementale RE2020, qui vise à réduire l'empreinte carbone des bâtiments, améliorer leur performance énergétique et garantir un meilleur confort thermique.

Cependant, les émissions du secteur ne proviennent pas uniquement des matériaux et procédés liés aux bâtiments neufs, une réalité valable tant pour la situation actuelle que pour les projections futures, ce qui en fait un point essentiel pour la réduction des émissions à long terme. Les scénarios prospectifs établis par le ministère de la Transition Écologique prévoient en effet une baisse durable de la demande de construction neuve, déjà amorcée dès le début des années 2020 sous l'effet de l'inflation et de la hausse des taux d'intérêt, et appelée à se poursuivre du fait du ralentissement démographique [4, 5]. Selon les estimations actuelles, environ 80 % des bâtiments qui composeront le parc de 2050 en France sont déjà construits aujourd'hui [3]. Or, une très faible proportion de ce parc existant est adaptée aux conditions climatiques prévues pour cette période, en raison du réchauffement global. Environ 3.2 millions de ménages se trouvaient déjà en situation qualifiée de précarité énergétique en France métropolitaine en 2022, résultant généralement de la combinaison d'un habitat peu performant et de contraintes financières [6].

Ces constats mettent en évidence la nécessité de concentrer les efforts sur la rénovation énergétique du parc existant afin de répondre aux défis climatiques et de réduire les dépenses énergétiques du secteur résidentiel, dominées par le chauffage et la climatisation. L'atteinte des objectifs de neutralité carbone des bâtiments à l'horizon 2050, tels que définis par la Stratégie Nationale Bas-Carbone, ne repose donc pas uniquement sur la décarbonation des sources d'énergie : **l'efficacité énergétique**,

visant à consommer moins pour un même service, constitue également un levier central, par exemple via l'installation de pompes à chaleur ou l'amélioration de l'isolation thermique. Du point de vue des politiques publiques en France, cet enjeu est au cœur de la Loi Climat et Résilience promulguée en 2021, qui introduit notamment l'interdiction progressive de mise en location des passoires énergétiques, dont le nombre est estimé à 5.8 millions en 2024 [7], et du déploiement d'aides à la rénovation, principalement via le dispositif *MaPrimeRénov'*, lancé en 2020. Au-delà de l'efficacité énergétique, la décarbonation du bâtiment nécessite également des efforts vers **l'utilisation de matériaux de construction et de rénovation plus durables à faible empreinte carbone**.

C'est dans le cadre de ces deux objectifs que s'inscrit la recherche menée aujourd'hui par l'industrie des matériaux d'isolation. Le groupe Saint-Gobain, acteur majeur du secteur des matériaux de construction, et sa branche spécialisée dans l'isolation ISOVER, conduisent ainsi divers programmes de R&D visant à approfondir la compréhension des phénomènes thermiques dans les milieux fibreux isolants. L'ambition est de pouvoir, à partir de ces connaissances, orienter la conception de nouvelles générations de matériaux aux performances optimisées.

Les laines minérales — principalement la laine de verre et la laine de roche — constituent aujourd'hui la majorité des matériaux d'isolation employés en France, aussi bien sur le marché que dans le parc immobilier existant. La laine de verre est en particulier privilégiée pour les projets d'isolation par l'intérieur. Ses propriétés thermiques isolantes proviennent essentiellement de l'absence de convection au sein des pores formés par l'agencement des fibres de verre, combinée à une faible densité globale qui permet d'exploiter la conductivité thermique réduite de l'air, de l'ordre de  $26 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  à température ambiante. La cohésion mécanique du matelas de fibres est assurée par un liant organique, traditionnellement une résine phénolique.

Dans le contexte actuel de transition énergétique et de substitution progressive des ressources pétrochimiques, une étape clé a été l'introduction sur le marché par Saint-Gobain d'une nouvelle génération de laines de verre où ce liant traditionnel est remplacé par une résine polyester issue majoritairement de ressources biosourcées. Cette évolution réduit l'impact environnemental du matériau et améliore sa biocompatibilité.

Une telle modification soulève cependant la question de l'influence du liant sur les propriétés de la laine de verre, peu étudiée jusqu'alors. Sur le plan thermique, le liant pourrait notamment affecter la conduction dans la phase solide, dont l'augmentation dégraderait les performances globales. Son insertion au niveau de contacts entre fibres est en particulier susceptible de modifier la résistance thermique de contact associée. Si les travaux de thèse de E. Perros et de J. Doumouro, précédemment menés à l'Institut Langevin en collaboration avec Saint-Gobain Recherche Paris [8, 9], ont fourni de premières estimations expérimentales de cette grandeur entre deux fibres de verre micrométriques, ces résultats portent uniquement sur des systèmes sans liant. Une meilleure compréhension des mécanismes physiques mis en jeu à ces interfaces fibre-fibre, que ce soit en l'absence ou en présence de liant, permettrait alors d'envisager un contrôle de la résistance de contact via des ajustements relatifs à ce dernier, et de l'exploiter comme une piste d'optimisation thermique de la laine de verre.

Cela nécessiterait toutefois d'intégrer l'effet de cette résistance de contact sur les transferts conductifs globaux dans le matériau, qui dépendent fortement de sa structure microscopique complexe. Pour avancer sur ce point, le développement de modèles prédictifs intégrant explicitement ces mécanismes apparaît nécessaire, en prolongement des premiers travaux numériques réalisés sur des milieux fibreux virtuels menés à l'Institut Pprime avec Saint-Gobain Recherche Paris par H. Kallel [10]. Cette étude, ayant démontré la faisabilité de l'investigation numérique de la conduction dans la matrice solide de matelas de fibres générés numériquement, ne prend toutefois pas en compte les résistances de contact entre fibres.

Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux précédents, tant expérimentaux que de

---

modélisation, en cherchant à dépasser les limites mises en évidence ci-dessus. Les objectifs principaux sont donc, d'une part, d'étendre la caractérisation de la résistance thermique de contact entre fibres à des configurations variées incluant la présence de liant, et, d'autre part, d'intégrer cette grandeur dans des modèles de conduction représentant des matériaux isolants fibreux réalistes. La démarche envisagée adopte alors une perspective multi-échelle, de l'analyse thermique locale des contacts entre fibres de taille micrométrique, à l'estimation affinée des transferts de chaleur macroscopiques dans un matelas de fibres.

Ce manuscrit s'articule en cinq chapitres. Le premier propose une revue de la littérature relative aux thématiques centrales de ce travail : les propriétés thermiques des isolants fibreux, la notion de résistance thermique de contact, les méthodes expérimentales de caractérisation du transfert thermique à l'échelle microscopique, et les approches numériques et théoriques de modélisation de la conduction dans la phase solide dans les milieux fibreux.

Les deux chapitres suivants présentent respectivement la conception et la mise en œuvre d'une méthode expérimentale de mesure des transferts thermiques entre deux fibres de verre micrométriques en contact dans des configurations représentatives de la laine de verre, y compris en présence de liant. Le montage développé, basé sur la microthermographie infrarouge, introduit une approche inédite par rapport aux études antérieures, et permet d'examiner la résistance thermique de contact entre fibres, et sa dépendance vis-à-vis de différents paramètres morphologiques caractérisant l'interface.

L'évaluation du caractère significatif des résistances de contact ainsi mesurées au niveau d'un matelas de laine de verre nécessite le recours à des modèles prédictifs de la conduction dans les milieux fibreux intégrant explicitement ce paramètre : les outils numériques et théoriques développés spécifiquement à cet effet font l'objet du quatrième chapitre. Enfin, le dernier chapitre propose, à partir de ces modèles introduits et de l'intégration des résultats expérimentaux obtenus, de premières perspectives d'évaluation du potentiel d'optimisation thermique de la laine de verre en lien avec la contribution conductive des contacts et l'influence du liant, apportant certains éléments de réponse à la problématique initiale de ce projet.

# Chapitre 1

## État de l'art

### Contenu et objectifs

Ce premier chapitre propose une revue de la littérature relative aux concepts fondamentaux mobilisés dans le cadre de cette thèse, centrée sur **la mesure quantitative de la résistance thermique de contact entre fibres dans la laine de verre, ainsi que son intégration dans des modèles prédictifs des performances d'isolation thermique de ce matériau**. Nous débutons par une description microscopique de la laine de verre, mise en relation avec son procédé de fabrication, afin de mettre en évidence les liens entre sa microstructure et ses **propriétés thermiques**. Une attention particulière sera portée aux différentes **configurations de contacts entre fibres**, incluant notamment le rôle d'un liant organique ajouté lors du procédé de fabrication, et présent dans le matériau sous forme de gouttelettes de taille microscopique. Cela introduit en effet une forte variabilité dans les morphologies d'interface à considérer, susceptibles d'influencer de manière significative la transmission du flux thermique au niveau des points de contact entre fibres. Celle-ci est quantifiée par la **résistance thermique de contact**, grandeur centrale de cette étude à laquelle sera consacrée la seconde section. Nous en préciserons les origines physiques, puis discuterons de sa dépendance vis-à-vis des **caractéristiques géométriques des milieux en contact** et des **problématiques d'échelle** inhérentes à sa quantification. Dans un troisième temps, nous présenterons les **méthodes de caractérisation du transfert thermique** dans les matériaux fibreux, en insistant sur celles adaptées à l'**échelle microscopique**, où les phénomènes de contact entre fibres sont directement observables. Les travaux expérimentaux ayant permis des mesures directes de résistances de contact entre fibres ou pour des géométries proches seront également recensés. Enfin, nous introduirons les principales **approches numériques et théoriques** utilisées pour modéliser la conduction thermique dans la phase solide des milieux fibreux tridimensionnels. Nous insisterons sur les modèles intégrant explicitement la résistance thermique de contact, dans le but d'aboutir à des **prédictions plus réalistes des performances thermiques** de ces matériaux.

---

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Propriétés thermiques et spécificités morphologiques des isolants fibreux</b>	<b>6</b>
1.1	Fabrication et morphologie de la laine de verre	6
1.2	Les modes de transfert thermique dans la laine de verre	9
1.3	Morphologie adoptée par des gouttes déposées sur des fibres	24
<b>2</b>	<b>La résistance thermique au contact entre deux corps</b>	<b>32</b>
2.1	La résistance thermique interfaciale	33
2.2	La résistance de constriction et d'étalement	34
2.3	Autres phénomènes influençant la résistance thermique au niveau d'un contact	42
2.4	Conclusion sur l'expression de la résistance de contact totale $R_k$	49
<b>3</b>	<b>Les méthodes expérimentales de caractérisation microscopique du transfert thermique</b>	<b>51</b>
3.1	Méthodes optiques	54
3.2	Méthodes électriques	58
3.3	Résumé des mesures existantes de résistances de contact entre fibres	62
<b>4</b>	<b>La modélisation de la conduction solide dans les réseaux fibreux</b>	<b>63</b>
4.1	Méthodes numériques de modélisation	64
4.2	Influence des paramètres morphologiques du milieu fibreux sur le transport conductif : constats et modèles théoriques	73
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>77</b>

---

## 1 Propriétés thermiques et spécificités morphologiques des isolants fibreux

Les matériaux isolants utilisés dans le bâtiment peuvent généralement être assimilés à des milieux poreux. Ils sont composés d'une ou deux phases solides, organiques ou inorganiques, associées à une phase gazeuse. L'objectif principal de l'isolation thermique étant de limiter les échanges de chaleur, on exploite la faible conductivité thermique des gaz, la phase solide jouant essentiellement un rôle structurel : elle assure la stabilité mécanique du panneau isolant tout en restreignant les mouvements du fluide à l'intérieur du matériau.

On distingue trois grandes catégories d'isolants selon la structure de la phase solide, qui peut être de nature minérale ou organique :

- les isolants fibreux ;
- les isolants cellulaires, caractérisés par une structure alvéolaire enfermant le gaz dans des cellules fermées ;
- les isolants granulaires ou pulvérulents, constitués de grains, flocons ou paillettes, dont la mise en œuvre s'effectue généralement par soufflage à l'aide d'une pompe.

La conductivité thermique de ces matériaux isolants traditionnels, dont quelques exemples sont représentés en Fig. 1.1, se situe autour de 20 à 45 mW m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>. Par ailleurs, une catégorie distincte de matériaux dits "super-isolants" regroupe des produits à très faible conductivité thermique, tels que les aérogels et les panneaux d'isolation sous vide. Ces matériaux hautement techniques sont principalement utilisés dans des secteurs spécialisés (appareils frigorifiques, aérospatial, nucléaire). Leur coût élevé et la technicité de l'installation limite encore leur déploiement dans le bâtiment, bien que leur usage commence à se développer.

En raison de ses performances d'isolation thermique et acoustique, de sa résistance à la prise au feu, de sa facilité de pose et de son bon rapport qualité-prix, la **laine de verre** est un des isolants les plus utilisés, notamment en France. Sa conductivité thermique varie entre 30 et 45 mW m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> selon sa microstructure<sup>1</sup>. L'allègement de ce matériau en conservant l'ensemble des propriétés thermiques et mécaniques attendues représente un enjeu industriel majeur, notamment pour optimiser les coûts à la fois financiers et environnementaux, en réduisant la quantité de matière première utilisée. Ainsi, parmi les isolants mentionnés précédemment, cette étude se focalise sur la laine de verre, dont les procédés de fabrication, les propriétés thermiques, et la morphologie seront analysés dans les sections suivantes.

### 1.1 Fabrication et morphologie de la laine de verre

La fabrication des laines minérales consiste à faire fondre et fibrer des matières premières, naturelles et recyclées. Le procédé de fabrication mis en place vers la fin des années 1950 par ISOVER pour la fabrication de la laine de verre est le procédé TEL, illustré en Fig. 1.2(a), les différentes étapes y étant numérotées de (1) à (8).

Les matières premières, matières minérales et verres (1), sont d'abord pesées et mélangées (2), pour former la composition verrière. Elle est composée principalement de silice, d'au moins 30 % de verre recyclé appelé calcin, et d'additifs servant à abaisser la température de fusion du verre. À cette étape, des chutes de laine de verre peuvent également être réutilisées ; on parle de calcin interne. Cette composition verrière entre en fusion dans un four électrique ou à gaz (3), à une température comprise entre 1000 °C et 1500 °C, puis est transportée jusqu'à l'étape de fibrage (4), illustrée en Fig. 1.2(b). Le verre en fusion coule dans l'assiette de fibrage, plateau avec des parois percées de trous mis en rotation à grande vitesse autour de son axe vertical. Par centrifugation, le verre est alors éjecté de la pièce par

1. Ces valeurs sont obtenues à une température de 10 °C, qui correspond à la température de certification de la conductivité thermique des matériaux d'isolation en Europe.





FIGURE 1.1 – Quelques produits d’isolation standards : (a) Laine de verre, (b) Panneau de fibres de bois, (c) Laine de roche, (d) Panneau de polystyrène expansé, et (e) Laine à souffler. Source : [www.isover.fr](http://www.isover.fr).

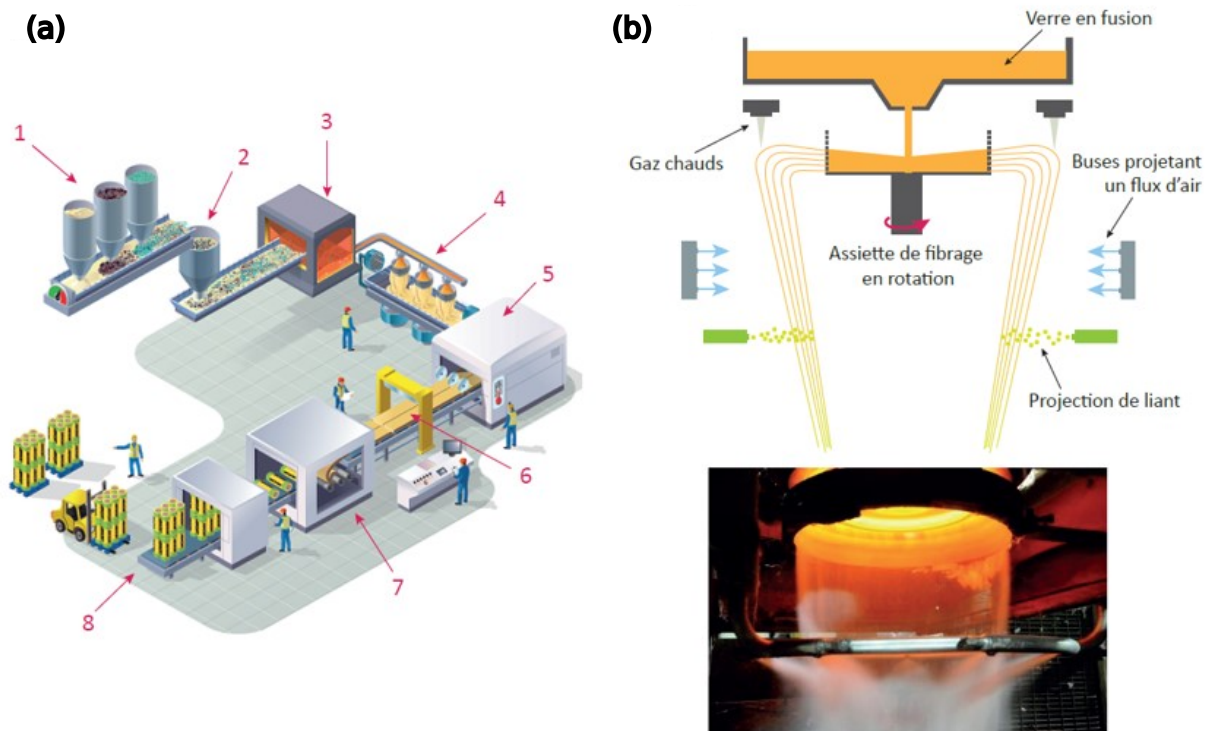


FIGURE 1.2 – (a) Étapes du procédé de fabrication TEL de la laine de verre. (b) Schéma descriptif et photographie de l'étape de fibrage. D'après [www.isover.fr](http://www.isover.fr).

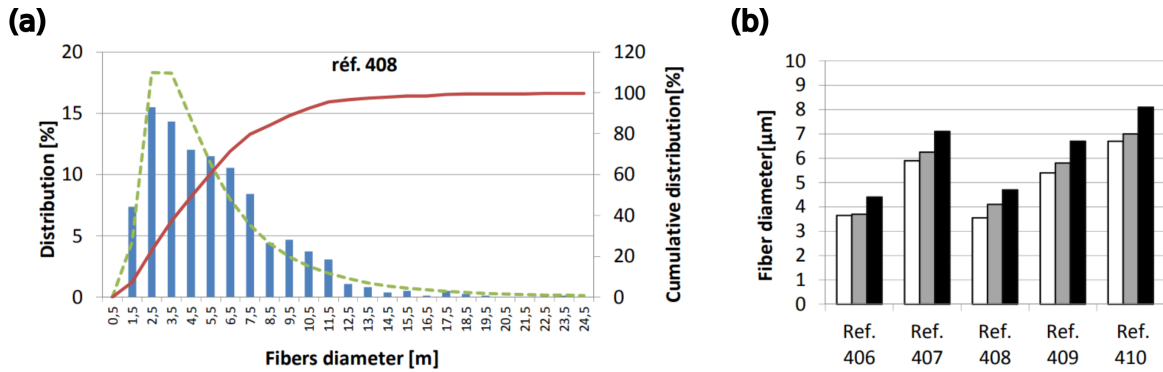


FIGURE 1.3 – (a) Histogramme des diamètres observés dans un échantillon de laine de verre (en bleu), avec distribution cumulée (en rouge) et distribution log-normale (en vert). (b) Données statistiques de diamètres de fibres sur 5 échantillons de laines de verre : moyenne de la distribution log-normale (en blanc), médiane (en gris) et moyenne arithmétique (en noir) [11].

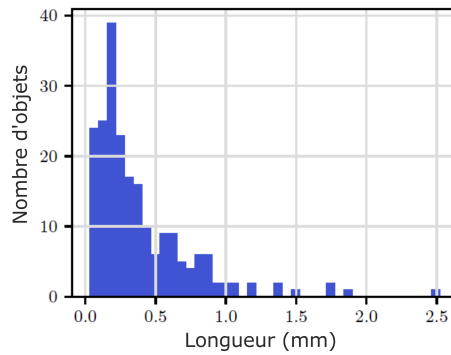


FIGURE 1.4 – Distribution des longueurs de fibres dans un échantillon de laine de verre, obtenue par reconstruction de microstructure à partir d'images de microscopie confocale [12].

les trous percés, ce qui forme les fibres de verre. Ces fibres sont étirées verticalement par un chauffage avec un ensemble de brûleurs. Après refroidissement par un flux d'air, un liant est pulvérisé sur les fibres, qui retombent ensuite sur un tapis roulant, formant des feuillets de fibres enchevêtrées. Ceux-ci sont mis en forme par des rouleaux pour former un matelas de fibres, qui est chauffé autour de 250 °C pour faire polymériser le liant (5). Enfin, le matériau fait l'objet d'une opération de découpe (6), suivie d'un conditionnement (7), avant d'être placé sur palettes afin de faciliter sa manutention (8).

Ainsi, la laine de verre est constituée d'un enchevêtrement de fibres de verre de diamètre variable  $d$ , avec une distribution généralement comprise entre 1 et 25 μm (cf. Fig. 1.3) et dont la valeur moyenne se situe autour de  $d_{l\bar{d}v} \approx 10 \mu\text{m}$ <sup>2</sup>. La longueur des fibres  $l$ , difficile à mesurer sans altération, est généralement estimée de l'ordre du millimètre, soit  $l_{l\bar{d}v} \sim 1 \text{ mm}$ , certains éléments isolés pouvant toutefois atteindre plusieurs centimètres. Une distribution expérimentale typique est illustrée en Fig. 1.4. Cette longueur étant largement supérieure à leur diamètre, les fibres présentent un *rapport d'aspect*  $\tilde{a}$ , égal au rapport de la longueur sur le diamètre des fibres, relativement élevé en moyenne :  $\tilde{a}_{l\bar{d}v} \approx 100$ . En raison des faibles dimensions des fibres, la structure solide constituée de verre occupe un volume restreint. La

2. Notons que la Fig. 1.3(a) présente une distribution de diamètres exprimée en fraction du **nombre** de fibres, de valeur moyenne associée d'environ 5 μm. Toutefois, pour caractériser plus pertinemment la géométrie des interactions entre fibres, des distributions pondérées par le **volume** des fibres sont préférentiellement considérées : elles sont dans ce cas étirées vers les diamètres plus élevés, et la valeur moyenne représentative atteint typiquement 10 μm, d'où la valeur de référence donnée ci-dessus et considérée dans cette étude. Ces notions seront abordées plus en détail dans le chapitre 5, en section 2.1.1.

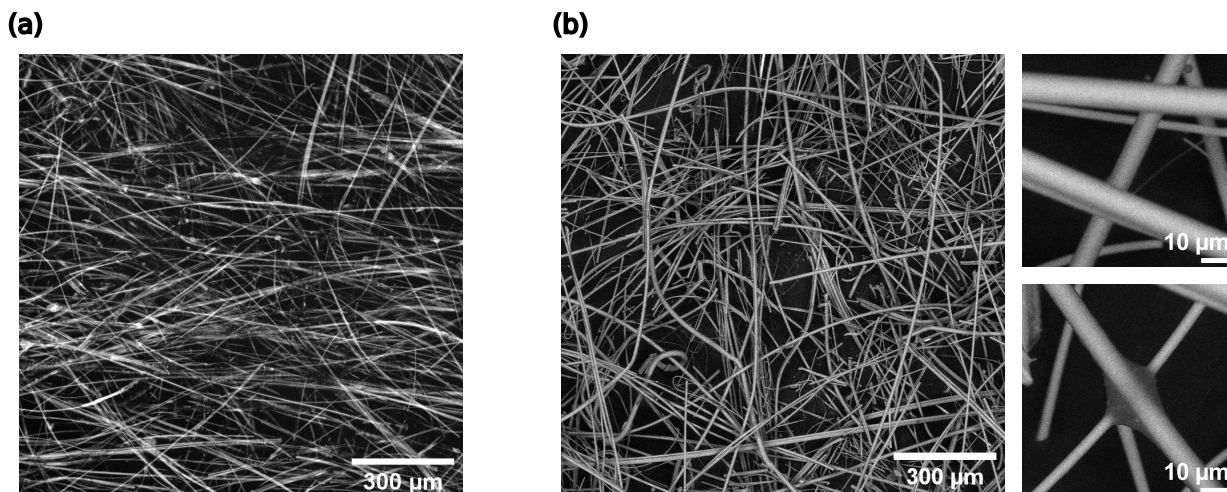


FIGURE 1.5 – (a) Image OCT de laine de verre, réalisée par Jean-Marie Chassot sur le dispositif commercial LLTech. (b) Images MEB de laine de verre, accompagnées d’agrandissements montrant des fibres de verre juxtaposées en contact direct et reliées par une goutte de liant.

masse volumique de la laine de verre, comprise entre 8 et 100 kg m<sup>-3</sup>, est jusqu’à 100 fois inférieure à celle du verre massif ( $\rho_{verre} = 2200 \text{ kg m}^{-3}$ ). En tenant compte de la faible masse volumique de l’air ( $\rho_{air} = 1.3 \text{ kg m}^{-3}$ ), on constate que la *fraction volumique en fibres*  $f_v$ , définie comme le rapport du volume des fibres au volume total, reste faible : elle ne dépasse pas 4.5 % et peut descendre jusqu’à 0.3 %. Cette analyse néglige en première approximation la présence du liant projeté, dont la proportion en masse représente moins de 1 % du matériau final. On estime qu’il représente environ 10 % du volume solide total, pour une masse volumique de l’ordre de  $\rho_{liant} \approx 1400 \text{ kg m}^{-3}$ . Tandis que la matrice de verre confère au matelas de laine de verre sa rigidité structurelle tout en maintenant une certaine déformabilité permettant l’adaptation aux parois du matériau, le liant a pour rôle principal d’assurer la cohésion entre les fibres enchevêtrées, garantissant la tenue mécanique du matériau et sa facilité de manipulation.

La microstructure du matériau peut être mise en évidence par des méthodes et instruments d’imagerie à petite échelle, comme la Tomographie en Cohérence Optique (*Optical Coherence Tomography*, OCT) ou la Microscopie Électronique à Balayage (MEB). Des exemples d’images obtenues avec ces deux techniques sont donnés en Fig. 1.5. Elles mettent en évidence que les fibres présentent un agencement complexe, caractérisé par de nombreux points de contact, établis soit par proximité directe, soit par l’intermédiaire de gouttes de liant. On constate également que les fibres présentent une courbure relativement faible. Cela peut être quantifié par une grandeur appelée *tortuosité*  $\tilde{\tau}$ , définie comme le ratio de la longueur réelle moyenne des fibres sur la distance bout-à-bout moyenne entre leurs extrémités, qui est proche de 1 pour la laine de verre.

Lors du procédé de fabrication, les fibres chutant verticalement sont déposées sur un tapis en translation horizontale. Cela entraîne une orientation générale des fibres dans la direction orthogonale à l’épaisseur du panneau, qui correspond à la direction du flux de chaleur une fois la laine de verre installée sur une paroi. On conçoit aisément que cette orientation spécifique des fibres contribue aux performances isolantes du matériau, en limitant les transferts thermiques directs dans la direction normale au panneau. Ces premières considérations seront précisées par l’examen des divers mécanismes de transfert thermique propres à la laine de verre, présentés ci-après.

## 1.2 Les modes de transfert thermique dans la laine de verre

Le rôle d’un isolant thermique est de limiter les échanges de chaleur entre deux zones de température différente, le transfert d’énergie thermique se faisant depuis une zone chaude vers une zone froide pour

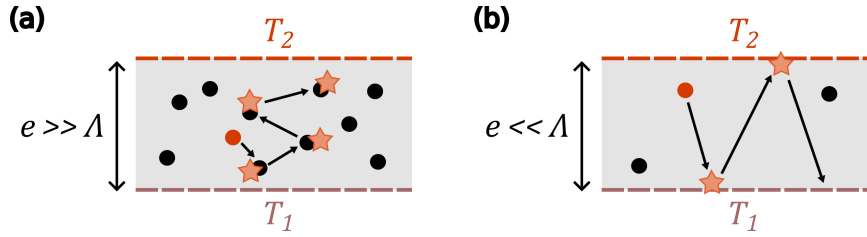


FIGURE 1.6 – Illustrations des transferts conductifs (a) diffusif et (b) balistique. D’après [13].

tendre vers un retour à l’équilibre. On distingue trois catégories de modes de transfert de chaleur, qui seront détaillés dans cette section. Il est essentiel de comprendre ces différents mécanismes et leurs particularités spécifiques à la laine de verre afin de pouvoir les minimiser et permettre l’optimisation des performances du matériau.

### 1.2.1 Le transfert conductif

La conduction thermique consiste en le transfert d’énergie de proche en proche par des porteurs élémentaires dans un milieu soumis à un gradient de température. Dans les solides, ce transfert s’effectue par propagation de vibrations atomiques et par le transport des électrons dans les matériaux électriquement conducteurs : les porteurs d’énergie peuvent alors être les phonons et les électrons. Dans les fluides (gaz et liquides), il résulte de collisions entre molécules. Ce mode de transfert thermique reposant sur l’agitation thermique atomique ou moléculaire, il ne peut pas se produire dans le vide. À l’échelle macroscopique, la conduction thermique est dite *diffusive* et on définit la conductivité thermique  $k$  comme la grandeur reliant la densité de flux thermique  $\vec{q}_{cond}$  (en  $\text{W m}^{-2}$ ) et le gradient de température  $\vec{\nabla}T$  ; il s’agit de la loi de Fourier donnée par l’expression :

$$\vec{q}_{cond} = -k\vec{\nabla}T. \quad (1.1)$$

On définit la conductance thermique  $G$  comme le rapport entre le flux de chaleur  $Q_{cond} = q_{cond}A$  traversant un corps de section  $A$  et la différence de température  $\Delta T$  entre ses deux faces, ainsi que son inverse, la résistance thermique  $R$  (en  $\text{K W}^{-1}$ ) :

$$G = \frac{Q_{cond}}{\Delta T} = \frac{1}{R}. \quad (1.2)$$

Ces grandeurs sont couramment utilisées pour quantifier les performances thermiques des matériaux. Pour une surface plane d’épaisseur  $e$ , de section  $A$  et de conductivité thermique  $k$ , la résistance thermique s’écrit en particulier :

$$R_{plan} = \frac{e}{kA}. \quad (1.3)$$

Dans le cas de matériaux anisotropes, la conductivité thermique dépend de la direction du flux de chaleur. Par ailleurs, cette propriété étant également susceptible de varier avec la température, il est essentiel de s’assurer de la validité de la loi de Fourier dans la totalité de la gamme de températures considérée lors d’une mesure.

L’analyse ci-dessus est valide à l’échelle macroscopique : le régime diffusif de transport des porteurs d’énergie suppose en effet un grand nombre de collisions entre eux, qui permettent l’établissement d’un équilibre thermodynamique local (cf. Fig. 1.6(a)). En revanche, si le *libre parcours moyen* des porteurs d’énergie est supérieur à la taille caractéristique du milieu, ceux-ci peuvent traverser le matériau sans subir de collisions internes, transférant directement de l’énergie entre les surfaces qu’ils relient. Le mécanisme de transfert est alors indépendant de la distance et est dit *balistique* (cf. Fig. 1.6(b)) [13].

Le nombre de Knudsen permet de comparer le libre parcours moyen des porteurs  $\Lambda$  à la dimension caractéristique du milieu  $e$  :

$$\text{Kn} = \frac{\Lambda}{e}. \quad (1.4)$$

Lorsque  $\text{Kn} \leq 0.01$ , le transfert conductif peut être considéré comme purement diffusif, par transfert d'énergie de proche en proche entre porteurs d'énergie, et donc modélisable par la loi de Fourier. Lorsque  $\text{Kn} \geq 1$ , le transfert est balistique. Il existe un régime intermédiaire pour  $0.01 \leq \text{Kn} \leq 1$ , appelé régime *slip*, qui correspond à une zone de transition. Le nombre de Knudsen est généralement employé dans le cas d'un fluide, mais sa définition peut être également étendue à la conduction dans les solides. Le régime de transport conductif peut donc être modifié par la réduction de la dimension caractéristique du milieu, qu'il soit solide ou fluide. À température ambiante, les libres parcours moyens des principaux porteurs d'énergie thermique – molécules de gaz, phonons et électrons – sont généralement inférieurs à 500 nm [13] : dans ces conditions, ces effets de taille se manifestent typiquement pour des dimensions inférieures au micromètre, relevant de l'échelle dite nanométrique. Bien que la matière puisse généralement encore être décrite comme un milieu continu, cette échelle restant largement supérieure à celle des atomes, la modélisation de la *conduction thermique à l'échelle nanométrique* nécessite alors le recours à des modèles de transport spécifiques, distincts des modèles classiques de la conduction.

### 1.2.2 Le transfert par rayonnement

Tout corps à température non nulle émet un rayonnement électromagnétique dû à l'agitation thermique des charges dans la matière, qui font apparaître des moments dipolaires locaux fluctuants. Le rayonnement reflète la conversion de l'énergie cinétique des mouvements aléatoires des charges, qui est une énergie thermique, en énergie électromagnétique par émission de photons. On parle d'*émission thermique spontanée*. Ce rayonnement se propage dans tout l'espace, et ne nécessite pas la présence d'un milieu matériel – il se propage au contraire plus efficacement sous vide – et peut également être absorbé par d'autres corps, où une partie de l'énergie sera dissipée par effet Joule ; il s'agit du phénomène d'*absorption thermique*. Une autre partie du rayonnement peut être réfléchi, et une dernière transmise à travers le matériau. On définit respectivement les facteurs d'absorption (*absorptivité*  $\alpha$ ), de réflexion (*réflectivité*  $\mathcal{R}$ ) et de transmission (*transmissivité*  $\tau$ ) par les rapports entre les flux absorbés, réfléchis ou transmis et le flux total incident.

Dans le cas général, la description du rayonnement thermique dans des milieux où les échelles spatiales peuvent être comparables, voire inférieures à la longueur d'onde  $\lambda$  ou à la longueur de cohérence, nécessite un formalisme électromagnétique complet. Ce cadre théorique, abordé notamment dans la Ref. [14], ne sera pas détaillé ici. Lorsque les systèmes étudiés sont de taille caractéristique supérieure à  $\lambda$ , les hypothèses classiques de la radiométrie peuvent être appliquées. Le rayonnement est alors modélisé comme se propageant en lignes droites dans un milieu homogène : il s'agit de l'hypothèse de l'optique géométrique. De plus, les interférences entre les rayonnements émis par des surfaces distinctes ne sont pas considérées, ce qui permet de sommer directement les intensités des champs électromagnétiques, plutôt que leurs amplitudes. Dans ce cadre simplifié, nous introduisons ci-dessous les principales grandeurs et notions utilisées pour décrire le rayonnement thermique [15].

Le flux radiatif (en W) émis par une surface infinitésimale  $dA$ , dans un intervalle de longueurs d'onde compris entre  $\lambda$  et  $d\lambda$ , et à l'intérieur d'un cône défini par un angle solide  $d\Omega$  en coordonnées sphériques d'angles polaire  $\theta$  et azimutal  $\varphi$ , s'écrit :

$$dQ_{rad}^{\lambda}(\lambda, \theta, \varphi, T) = L^{\lambda}(\lambda, \theta, \varphi, T) dA \cos\theta d\Omega d\lambda. \quad (1.5)$$

Cette configuration est représentée en Fig. 1.7 : le flux dépend à la fois de la direction et de la longueur d'onde. La *luminance monochromatique*  $L^{\lambda}$  ainsi introduite correspond au flux émis par unité de

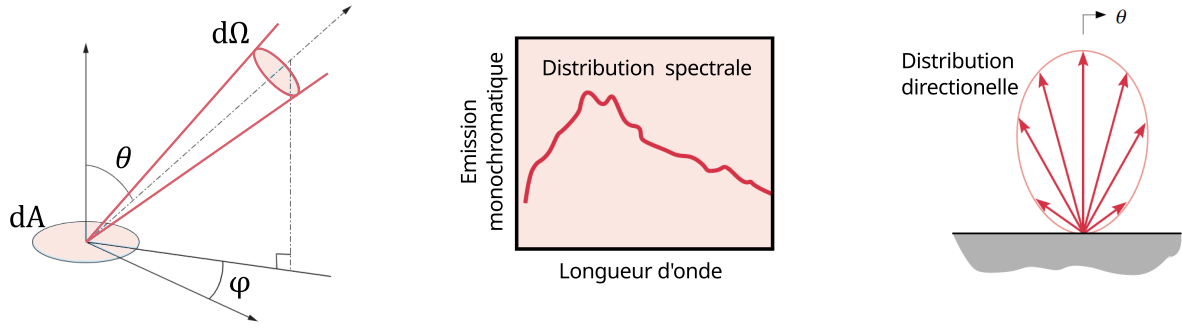


FIGURE 1.7 – Caractéristiques géométriques d'un flux radiatif, rapporté à la surface  $dA$  et à l'angle solide  $d\Omega$ , et illustration de la dépendance spectrale et directionnelle du rayonnement émis. D'après [15, 16].

surface, par unité d'angle solide, et par unité de longueur d'onde ; elle s'exprime en  $\text{W m}^{-3}\text{sr}^{-1}$ . La loi de Planck donne la relation entre la luminance monochromatique maximale émise par un corps et sa température  $T$  : il s'agit de la luminance monochromatique de *corps noir* notée  $L_0^\lambda$ , donnée par la relation<sup>3</sup> :

$$L_0^\lambda(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \quad (1.6)$$

où  $c$  est la vitesse de propagation du rayonnement électromagnétique dans le vide,  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  la constante de Planck, et  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  la constante de Boltzmann. Cette luminance, tracée en Fig. 1.8 pour différentes températures, passe par un maximum à une longueur d'onde  $\lambda_{max}$  donnée par la loi de déplacement de Wien :

$$\lambda_{max} [\text{m}] \approx \frac{2.898 \cdot 10^{-3}}{T [\text{K}]} \quad (1.7)$$

Cette loi indique que la longueur d'onde de ce maximum d'émission est d'autant plus faible que la température de la surface est élevée. À température ambiante, autour de 300 K, le maximum d'émission se situe à la *longueur d'onde thermique*  $\lambda_{max}(300 \text{ K}) \approx 10 \mu\text{m}$ , qui relève donc du domaine de l'infrarouge. La luminance peut également être définie sur une plage de longueurs d'onde donnée, on parle alors de luminance partielle, qui s'exprime en  $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$ . Elle est obtenue par intégration de la luminance monochromatique :

$$L'^{\Delta\lambda}(\Delta\lambda, \theta, \varphi, T) = \int_{\Delta\lambda} L'^{\lambda}(\lambda, \theta, \varphi, T) d\lambda \quad (1.8)$$

Si  $\Delta\lambda = [0 ; \infty[$ , on obtient la luminance totale  $L'$ , relative à l'ensemble du spectre électromagnétique, mais toujours dans une direction donnée.

On appelle *émittance* le flux surfacique émis par une surface vers la totalité de l'hémisphère qui l'entoure : elle est obtenue par intégration de la luminance sur l'angle solide  $2\pi \text{ sr}$ . L'émittance monochromatique est donnée par :

$$M^\lambda(\lambda, T) = \int_{2\pi} L'^{\lambda}(\lambda, \theta, \varphi, T) \cos\theta d\Omega \quad (1.9)$$

3. Dans ce qui suit, le symbole ' caractérise les grandeurs directionnelles, le symbole  $^\lambda$  caractérise les grandeurs monochromatiques ou spectrales, et l'indice 0 se réfère à un corps noir.

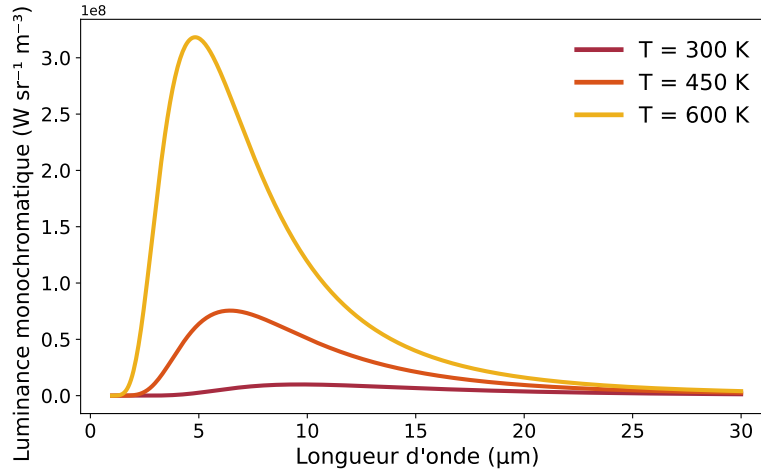


FIGURE 1.8 – Loi de Planck pour différentes températures.

et l'émittance totale (en  $\text{W m}^{-2}$ ) par :

$$M(T) = \int_0^\infty \int_{2\pi} L'^\lambda(\lambda, \theta, \varphi, T) \cos\theta d\Omega d\lambda. \quad (1.10)$$

Pour un corps noir, le calcul de l'émittance totale donne la loi de Stefan :

$$M_0(T) = \sigma T^4, \quad \text{ou de façon directionnelle : } L'_0(T) = \sigma T^4/\pi \quad (1.11)$$

avec  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  la constante de Stefan-Boltzmann.

Un corps réel n'émet en pratique qu'une fraction du rayonnement émis par un corps noir. Par définition, on appelle *émissivité monochromatique directionnelle* le rapport entre la luminance monochromatique émise par le corps réel et celle émise par un corps noir à la même température :

$$\epsilon'_\lambda = L'^\lambda/L'_0{}^\lambda \quad (1.12)$$

Cette grandeur, comprise en 0 et 1, représente la capacité d'une surface à émettre un rayonnement thermique par comparaison avec celle d'un corps noir idéal. Elle peut dépendre de la température  $T$ , de la longueur d'onde  $\lambda$ , de la direction d'observation, mais également de l'état de surface du matériau. On appelle *corps gris* un corps dont l'émissivité ne dépend pas de la longueur d'onde, c'est-à-dire que  $\epsilon'_\lambda = \epsilon'$ . Dans le cas d'un milieu isotrope, l'émissivité est indépendante de la direction :  $\epsilon'_\lambda = \epsilon_\lambda$ . Notons qu'une *émissivité totale directionnelle* peut également être définie à partir du rapport des luminances totales  $L'/L'_0$ . De la même manière, les émissivités *monochromatique hémisphérique* et *totale hémisphérique* sont données par les ratios  $M^\lambda/M_0^\lambda$  et  $M/M_0$ , respectivement. La Fig. 1.9 illustre un exemple typique de diagramme angulaire d'émissivité totale pour le verre. La majorité des corps gris présentent une dépendance angulaire similaire, avec une émissivité que l'on peut considérer comme quasi-indépendante de l'angle d'observation dans l'intervalle  $[-45^\circ; 45^\circ]$ .

Pour un matériau *opaque*, c'est-à-dire dont l'épaisseur est suffisante pour qu'aucune portion du rayonnement incident ne soit transmise ( $\tau = 0$ ), la capacité à émettre un rayonnement électromagnétique est, à l'équilibre thermique, égale à sa capacité à l'absorber. Ce principe est énoncé par la loi de Kirchhoff :

$$\epsilon'_\lambda = \alpha'_\lambda \quad (1.13)$$

où  $\alpha'_\lambda$  est l'absorptivité monochromatique directionnelle, représentant la fraction du rayonnement in-

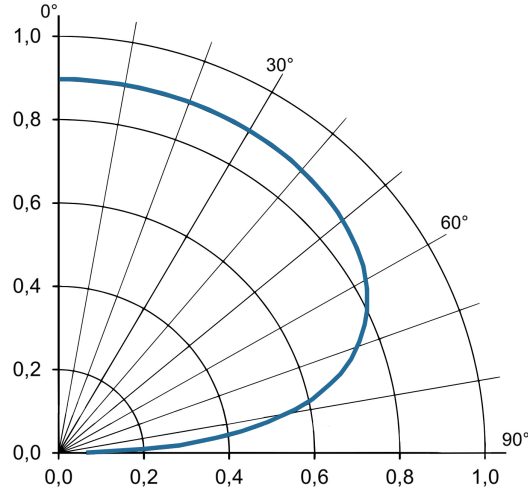


FIGURE 1.9 – Dépendance angulaire de l'émissivité totale pour un corps gris (verre) à température ambiante [17].

cident pouvant être absorbée par le matériau à une longueur d'onde et dans une direction données :  $\alpha'_\lambda = L'_{abs}/L'_{inc}$ .

Pour une surface donnée, le bilan d'énergie radiative peut être formulé de deux manières équivalentes : soit à partir des flux émis et absorbés, soit à partir des flux incidents et sortants. Ce bilan s'exprime en termes de densités de flux surfaciques, intégrées sur l'ensemble du spectre (en  $\text{W m}^{-2}$ ) :

$$q_{rad} = q_{rad_{émis}} - q_{rad_{abs}} = q_{rad_{sortant}} - q_{rad_{inc}}. \quad (1.14)$$

L'étude du transfert radiatif entre deux surfaces d'aires  $A_1$  et  $A_2$  repose sur l'établissement de ce type de bilan sur l'une des deux surfaces. Dans ce cadre, il est essentiel de prendre en compte l'influence des géométries respectives des surfaces, ainsi que leur orientation relative. Celle-ci est quantifiée par le *facteur de forme radiatif* (ou facteur de vue), qui représente la fraction du rayonnement émis par la surface 1 atteignant directement la surface 2 sans interaction intermédiaire.

Lorsque les deux aires  $A_1$  et  $A_2$  sont finies, ce facteur s'exprime selon la relation suivante :

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \iint_{A_1 A_2} \frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2}{\pi r_{12}^2} dA_1 dA_2 \quad (1.15)$$

où  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les angles entre la normale locale et la direction de vue correspondante sur  $A_1$  et  $A_2$  respectivement, et  $r_{12}$  est la distance entre les surfaces. Le facteur de forme radiatif satisfait la relation de réciprocité  $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$ .

En appliquant le bilan radiatif, le flux surfacique net échangé peut alors s'écrire :

$$q_{rad} = F_{12}(q_{rad,1} - q_{rad,2}), \quad (1.16)$$

où  $q_{rad,1}$  et  $q_{rad,2}$  désignent les flux surfaciques émis par les deux surfaces vers l'ensemble de l'hémisphère qui les entoure. Ces flux correspondent par définition à leurs émittances hémisphériques totales, notées  $M_1$  et  $M_2$ .

Dans le cas de deux corps noirs, la loi de Stefan (cf. Eq. 1.11) conduit à l'expression du flux net échangé :

$$Q_{rad} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4), \quad (1.17)$$



avec  $T_1$  et  $T_2$  les températures des surfaces 1 et 2.

Dans un milieu semi-transparent, le transfert thermique par rayonnement est régi par l'Équation de Transfert Radiatif (ETR), qui exprime un bilan d'énergie radiative monochromatique dans une direction donnée  $\vec{u}$  le long d'un chemin  $s$ . Lorsqu'un rayonnement se propage dans la direction  $\vec{u}$ , il peut être partiellement absorbé ou diffusé vers d'autres directions  $\vec{u}'$ . Ces deux phénomènes constituent ensemble l'*extinction*, qui engendre une atténuation du flux dans la direction initiale. Inversement, une partie du rayonnement émis dans d'autres directions peut être réorientée vers  $\vec{u}$  par diffusion, contribuant à renforcer l'intensité dans cette direction. Par ailleurs, le matériau peut également émettre du rayonnement thermique, décrit par la loi de Planck. L'ETR s'écrit alors, sans dérivée temporelle – l'échelle spatiale du problème étant considérée suffisamment grande pour que le temps de propagation de la lumière soit négligeable [18] :

$$\frac{dL^\lambda(\vec{u})}{ds} = -(\kappa^\lambda + \sigma^\lambda)L^\lambda(\vec{u}) + \kappa^\lambda L_0^\lambda(\vec{u}, T) + \sigma^\lambda \int_{4\pi} P(\vec{u}', \vec{u})L^\lambda(\vec{u}')d\vec{u}' \quad (1.18)$$

Cette équation décrit l'évolution de l'intensité spectrale monochromatique dans la direction  $\vec{u}$ . Les grandeurs  $\kappa^\lambda$  et  $\sigma^\lambda$  désignent respectivement les coefficients d'absorption et de diffusion à la longueur d'onde  $\lambda$ , leur somme définissant le *coefficient d'extinction* spectral du milieu  $\beta^\lambda = \kappa^\lambda + \sigma^\lambda$ . La fonction de phase  $P(\vec{u}', \vec{u})$  traduit la répartition de l'énergie dans les directions de l'espace par diffusion. L'*albédo* spectral  $A^\lambda = \sigma^\lambda/\beta^\lambda$  mesure le caractère diffusant d'un milieu semi-transparent. Il est compris entre 0, pour un milieu purement absorbant tel que l'encre de Chine dans le visible, et 1, pour un milieu purement diffusant comme un nuage dans le visible.

### 1.2.3 Le transfert convectif

La convection est un mode de transfert thermique causé par le mouvement d'un ou de plusieurs fluides (liquides ou gaz) ; contrairement à la conduction, elle est donc liée à un transport de matière. Au sens strict, la convection désigne le transport thermique résultant à la fois de la diffusion par agitation moléculaire et de l'écoulement global du fluide. Ce second mécanisme seul est souvent désigné par le terme *advection*.

L'interaction entre un fluide en mouvement et une surface solide, représentée en Fig. 1.10(a), engendre une région proche de la paroi dans laquelle la vitesse du fluide évolue de zéro (au contact de la surface) jusqu'à une valeur finie dans l'écoulement principal. Cette région est appelée *couche limite hydrodynamique* ou couche limite de vitesse. Dans le cas d'un écart de température entre la surface ( $T = T_s$ ) et le fluide ( $T = T_\infty$ ), un transfert thermique par convection s'établit. La densité de flux thermique correspondante est alors donnée par la loi de Newton :

$$\vec{q}_{conv} = h(T_s - T_\infty)\vec{n} \quad (1.19)$$

où  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal sortant à la surface, et  $h$  est le coefficient de transfert par convection.  $h$  dépend entre autres de la nature du fluide et de sa vitesse de circulation. Il existe alors une *couche limite thermique*, région du fluide où la température varie de  $T_s$  à  $T_\infty$ . Sa taille peut être inférieure, supérieure ou comparable à celle de la couche limite de vitesse. Le coefficient de transfert par convection  $h$  est généralement obtenu à partir du nombre de Nusselt Nu, dont l'expression est :

$$\text{Nu} = \frac{h\ell}{k_{fluide}} \quad (1.20)$$

où  $k_{fluide}$  désigne la conductivité thermique du fluide et  $\ell$  est une longueur caractéristique de l'espace d'écoulement. Ce nombre adimensionné peut en effet être calculé par ailleurs à partir de corrélations

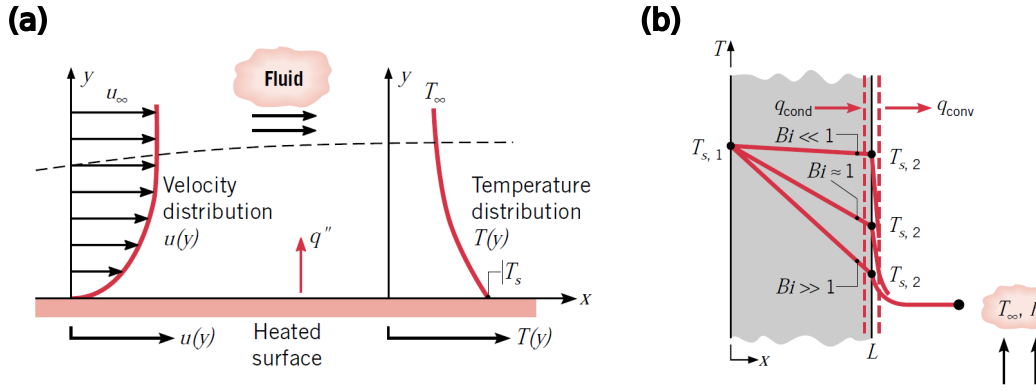


FIGURE 1.10 – (a) Transfert thermique par convection entre une surface et un fluide en mouvement, et établissement des couches limites. (b) Effet du nombre de Biot sur la distribution de température dans une surface plane soumise à un flux thermique surfacique interne par conduction  $q_{cond}$  et un flux thermique surfacique par convection  $q_{conv}$ . D'après [16].

qui le relie notamment au régime d'écoulement du fluide et à ses propriétés physiques [19, 16]. Il compare le transfert de chaleur par convection à proximité de la surface à celui par conduction *dans le fluide*. En revanche, lorsque l'on s'intéresse au solide, le *nombre de Biot* permet de comparer la conduction thermique à l'intérieur du matériau à la convection se produisant à sa surface. Il s'agit d'un nombre sans dimensions défini par :

$$Bi = \frac{h\ell}{k_{solide}} \quad (1.21)$$

où  $k_{solide}$  désigne la conductivité thermique du solide, et  $\ell$  la longueur caractéristique, généralement définie ici comme le ratio du volume du solide sur sa surface ou par le rapport de sa surface sur son périmètre. Pour  $Bi \ll 1$ , la conduction à l'intérieur du corps domine : la résistance interne au transfert thermique est négligeable. La température peut alors être considérée comme uniforme à l'intérieur du solide. À l'inverse, pour  $Bi \gg 1$ , le transfert de chaleur par convection dans la couche limite domine, ce qui implique l'existence de gradients de température significatifs au sein du matériau. L'impact du nombre de Biot sur la chute de température à l'intérieur du solide, relativement à la température du fluide  $T_\infty$ , est représenté en Fig. 1.10(b).

On distingue la *convection forcée*, où le mouvement du fluide est induit par une pompe ou un moteur par exemple, de la *convection naturelle*. Dans ce dernier cas, les mouvements du fluide résultent de différences de densité liées aux variations de température et éventuellement de composition, sous l'effet de la gravité. Ce phénomène, entraîné par la poussée d'Archimède, est toutefois freiné par la viscosité du fluide et la diffusion thermique, qui tendent à homogénéiser l'écoulement et la température. Le nombre de Rayleigh  $Ra$  est un nombre adimensionné qui quantifie le rapport entre la force motrice due à la poussée d'Archimède et les forces dissipatives, liées à la viscosité et la diffusion thermique :

$$Ra = \frac{g \beta_{dil} \Delta T \ell^3}{\alpha^{th} \nu} \quad (1.22)$$

où  $g$  est l'accélération de pesanteur,  $\beta_{dil}$  le coefficient de dilatation thermique du fluide,  $\Delta T = T_s - T_\infty$  est la différence de température entre le fluide et la surface,  $\ell$  est une longueur caractéristique de l'espace d'écoulement,  $\alpha^{th}$  est la diffusivité thermique du fluide et  $\nu$  sa viscosité cinématique. Le nombre de Rayleigh est en général comparé à une valeur seuil dépendant de la configuration étudiée et des conditions aux limites : si  $Ra < Ra_c$ , le transfert thermique par conduction est dominant, et si  $Ra > Ra_c$ , le transfert thermique par convection domine. Le nombre de Rayleigh permet ainsi de prédire l'apparition ou non de cellules de convection dans un fluide ; il détermine également le régime

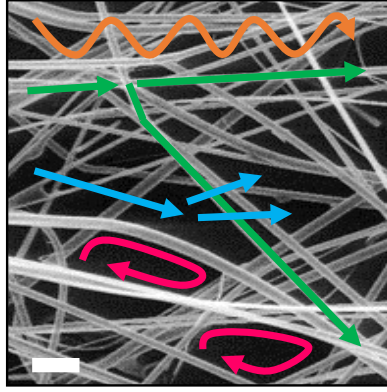


FIGURE 1.11 – Représentation des mécanismes de transfert thermique possibles dans la laine de verre sur une image MEB (échelle : 50  $\mu\text{m}$ ) : convection (en rose), rayonnement (en orange), conduction dans la phase gazeuse (en bleu) et conduction dans la phase solide (en vert).

d'écoulement du fluide au sein de la couche limite, laminaire ou turbulent.

#### 1.2.4 Application aux isolants fibreux

Dans la laine de verre, la nature de la microstructure permet d'identifier, en théorie, quatre contributions distinctes au transfert thermique total, représentées schématiquement en Fig. 1.11 :

- le transfert par convection naturelle dans la phase gazeuse, aux interfaces avec la phase solide ;
- le transfert radiatif dans la phase gazeuse et dans la phase solide ;
- le transfert par conduction dans la phase gazeuse ;
- le transfert par conduction dans la phase solide, c'est-à-dire le transfert thermique dans le réseau de fibres.

En réalité, la structuration poreuse induite par l'enchevêtrement des fibres a pour principal objectif de former un réseau de cavités d'air de dimensions suffisamment réduites pour limiter la circulation des molécules de gaz, et donc le transfert thermique par convection. L'expression du nombre de Rayleigh (cf. Eq. 1.22) met en évidence sa forte dépendance en la dimension caractéristique du milieu, confirmant l'influence critique de la taille des pores sur l'établissement d'un régime convectif. Il a été établi que la convection devient négligeable dans les milieux dont la taille caractéristique des pores est inférieure au centimètre, pour des écarts de température inférieurs à 40 K [20]. Or, dans la laine de verre, les pores mesurent typiquement moins d'un centimètre, et les variations de température usuelles restent généralement en deçà de cette limite, empêchant le développement de cellules convectives.

Seuls les transferts thermiques par conduction et rayonnement sont donc significatifs dans la laine de verre. Dans une optique d'optimisation des performances thermiques de cet isolant, l'objectif est la minimisation de sa conductivité thermique totale, prenant en compte ces deux contributions. L'approche couramment adoptée consiste à introduire une *conductivité thermique effective*  $k_{eff}$ , grandeur macroscopique équivalente qui intègre l'ensemble des mécanismes de transfert thermique au sein de la microstructure du matériau. Cette conductivité effective, définie sur un volume représentatif, permet de modéliser le comportement thermique macroscopique par la loi de Fourier (cf. Eq. 1.1), comme pour un milieu homogène. Dans le cas général, les équations gouvernant les transferts thermiques par conduction et par rayonnement sont couplées. Toutefois, pour un matériau *optiquement épais*, c'est-à-dire dont l'épaisseur  $e$  est grande devant le libre parcours moyen des photons  $\ell_e$ , le flux radiatif peut être assimilé à un flux diffusif. Par ailleurs, si cette épaisseur est également supérieure à la longueur d'onde du rayonnement, les hypothèses de la radiométrie sont valides, et les grandeurs caractéristiques introduites en section 1.2.2 peuvent être utilisées. Il devient alors possible de définir une conducti-

vité thermique radiative équivalente  $k_{rad}$ , que l'on peut considérer comme indépendante du transfert thermique par conduction. Le libre parcours moyen des photons est généralement estimé à partir du *coefficient d'extinction total*  $\beta$  du matériau, correspondant à la somme des coefficients d'absorption  $\kappa$  et de diffusion  $\sigma$  totaux, intégrés sur la totalité du spectre [21] :

$$\beta = \kappa + \sigma = 1/\ell_e = 1/\ell_a + 1/\ell_d \quad (1.23)$$

où l'on introduit également les libres parcours moyens d'absorption  $\ell_a$  et de diffusion  $\ell_d$ . Le libre parcours moyen des photons ou le coefficient d'extinction total peuvent être calculés avec l'expression :

$$\ell_e = \frac{1}{\beta} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\beta^\lambda} \frac{dL_0^\lambda}{dT} d\lambda}{\int_0^\infty \frac{dL_0^\lambda}{dT} d\lambda} = \frac{\pi}{4\sigma T^3} \int_0^\infty \frac{1}{\beta^\lambda} \frac{dL_0^\lambda}{dT} d\lambda. \quad (1.24)$$

Pour les matériaux isolants, le libre parcours moyen des photons est typiquement de l'ordre du millimètre. Ainsi, dans les conditions usuelles d'utilisation, ces matériaux peuvent être considérés comme optiquement épais, ce qui justifie le traitement séparé des contributions conductives et radiatives. La conductivité thermique effective peut alors s'exprimer comme la somme de deux termes considérés comme indépendants :

$$k_{eff} = k_{cond} + k_{rad}. \quad (1.25)$$

Pour des matériaux à faible masse volumique (typiquement inférieure à  $150 \text{ kg m}^{-3}$ ) comme la laine de verre, la composante conductive  $k_{cond}$  peut être décomposée en une contribution due au gaz emprisonné dans la microstructure et une contribution due à la phase solide. Il en résulte une approximation additive de la conductivité thermique effective [22, 20] :

$$k_{eff} = k_{cond,gaz} + k_{cond,solide} + k_{rad}. \quad (1.26)$$

Cette expression repose sur l'hypothèse que les trois mécanismes de transfert sont découplés et peuvent donc être analysés et optimisés séparément. Leurs contributions sont détaillées ci-après dans le cas spécifique de la laine de verre.

#### 1.2.4.1 Le rayonnement

L'hypothèse de milieu continu équivalent optiquement épais et de taille supérieure à la longueur d'onde pour les matériaux fibreux permet de considérer une ETR telle que définie par l'Eq. 1.18 avec une luminance quasi-isotrope. Plus formellement, cela signifie approximer la luminance comme la somme d'un terme isotrope et d'un terme correctif anisotrope dépendant de la direction, conformément à l'approximation P1 [18]. Cette hypothèse est justifiée lorsque le rayonnement subit un nombre suffisant d'événements de diffusion pour assurer une répartition isotrope de l'intensité radiative, ce qui n'est possible que si l'absorption est suffisamment faible. On considère ainsi un milieu principalement diffusant, caractérisé par une longueur moyenne d'absorption nettement supérieure à celle de diffusion ( $\ell_a \gg \ell_d$ ), et soumis à un régime de *diffusion multiple*, ce qui implique que la dimension caractéristique du milieu  $e$  est largement supérieure au libre parcours moyen de diffusion  $e \gg \ell_d$ . Cela aboutit à l'approximation de Rosseland, qui exprime la conductivité radiative en fonction du coefficient d'extinction total  $\beta$  (cf. Eq. 1.24) pour un corps gris [23, 18] :

$$k_{rad} = \frac{16\sigma n^2 T^3}{3\beta} \quad (1.27)$$

où  $n$  est l'indice du milieu,  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann, et  $T$  la température moyenne du milieu. Cette conductivité dépend donc fortement de la température.

L'approximation de Rosseland est valide loin des bords [20]; un modèle plus précis, également applicable aux milieux diffusants, est l'approximation de Schuster-Schwarzschild, qui prend en compte la proximité des interfaces et leurs propriétés radiatives [24, 25]. Cette approche repose sur un modèle à deux flux, permettant de transformer l'ETR en un système de deux équations différentielles ordinaires. Chacune décrit l'évolution de la densité spectrale du flux radiatif dans deux directions opposées : la direction "vers l'avant" et la direction "vers l'arrière". Le phénomène de diffusion est alors également décomposé en deux composantes : la diffusion vers l'avant (*forward scattering*) et la rétro-diffusion (*back-scattering*), ce qui introduit un couplage entre les deux équations différentielles [26, 27].

Dans le cas particulier où les diffusions avant et arrière sont équiprobables sur l'ensemble du spectre, ce qui revient à considérer un milieu diffusant isotrope, ce modèle conduit à l'expression suivante pour la conductivité thermique équivalente radiative [24] :

$$k_{rad} = \frac{4\sigma n^2 T^3 e}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1 + \frac{3}{4}e\beta} \quad (1.28)$$

où  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont les émissivités des deux surfaces délimitant le milieu, et  $e$  son épaisseur. Cette expression repose sur plusieurs hypothèses couramment adoptées pour les matériaux fibreux : un comportement de corps gris, de faibles écarts de température permettant l'évaluation des propriétés radiatives à la température moyenne  $T$ , et l'utilisation du modèle de diffusion anisotrope linéaire ("*Linear Anisotropic Scattering*", LAS), dont l'application aux milieux fibreux s'appuie sur l'approximation des propriétés de diffusion des fibres par celles de sphères équivalentes [26].

Cette méthode peut être étendue au cas plus général de milieux faiblement absorbants à diffusion anisotrope, en tenant compte d'une probabilité de diffusion dépendante de la direction, pouvant éventuellement varier avec la longueur d'onde. Une telle approche permet en particulier de préciser la modélisation du rayonnement thermique au sein des matelas de fibres de verre [28, 27]. On introduit alors le coefficient spectral de rétro-diffusion  $B^\lambda$ , défini comme la fraction du rayonnement diffusé dans la direction opposée à la direction incidente (c'est-à-dire qui est rétro-diffusé) relativement à la totalité du rayonnement diffusé, à une longueur d'onde donnée :

$$B^\lambda = \frac{\sigma_{backward}^\lambda}{\sigma^\lambda}. \quad (1.29)$$

La conductivité thermique radiative s'exprime alors sous la forme suivante, toujours dans le cadre des hypothèses du modèle LAS [28] :

$$k_{rad} = \int_0^\infty \frac{\pi e \frac{dL_0^\lambda(T)}{dT}}{\frac{1}{\epsilon_1^\lambda} + \frac{1}{\epsilon_2^\lambda} - 1 + \left(\frac{3}{4}\beta^\lambda - \frac{\sigma^\lambda}{2} + B^\lambda \sigma^\lambda\right) e} d\lambda \quad (1.30)$$

où les grandeurs  $\epsilon_1^\lambda$ ,  $\epsilon_2^\lambda$ ,  $\beta^\lambda$  et  $\sigma^\lambda$  sont les versions spectrales (monochromatiques) des émissivités et des coefficients d'extinction et de diffusion.

D'autres approches permettent également de modéliser le transfert radiatif dans les milieux poreux. L'une d'elles consiste à adopter, comme dans l'approximation de Rosseland, l'hypothèse d'un régime diffusif, en considérant que la fonction de distribution des porteurs d'énergie (molécules dans un gaz, phonons dans un cristal) satisfait l'équation de Boltzmann [29]. Une seconde famille de méthodes repose sur une discrétisation de l'ETR, généralement couplée à des simulations de type Monte Carlo, permettant de décrire plus finement la propagation du rayonnement dans des géométries complexes ou des milieux partiellement transparents [30, 31, 32].

Pour réduire la transmission du rayonnement dans la laine de verre, il est donc nécessaire d'aug-

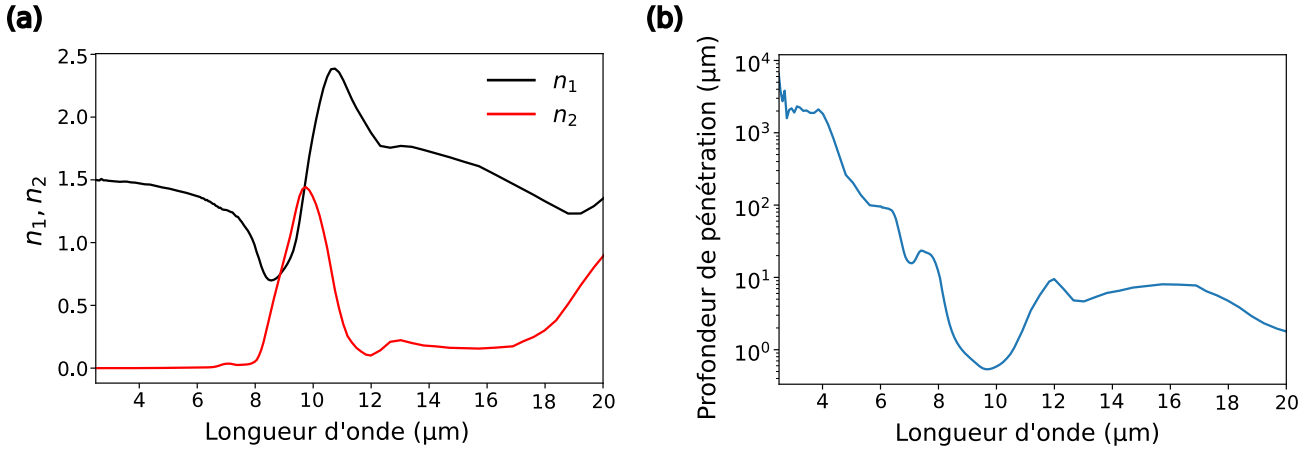


FIGURE 1.12 – (a) Indices réel et complexe d'un verre industriel d'isolation de référence (formulation n°4 dans la Ref. [27]) en fonction de la longueur d'onde. (b) Profondeur de pénétration du rayonnement infrarouge dans ce verre de référence en fonction de la longueur d'onde.

menter son coefficient d'extinction. Ce dernier dépend de manière non triviale de la microstructure du matériau, notamment de sa densité, de la distribution d'orientations et des diamètres des fibres. Une approximation courante est de considérer directement la forme simplifiée de l'Eq. 1.28, avec un coefficient d'extinction proportionnel à la masse volumique  $\rho$ . Un *coefficient d'extinction spécifique* peut alors être défini par  $\beta^m = \beta/\rho$  [33].

Le coefficient d'extinction dépend également des propriétés optiques intrinsèques du verre constitutif, décrites par son indice de réfraction  $n$ . La Fig. 1.12(a) présente, pour un verre industriel d'isolation de référence (formulation n°4 dans la Ref. [27]), l'évolution des parties réelle et imaginaire de l'indice en fonction de la longueur d'onde, respectivement notées  $n_1$  et  $n_2$  :  $n = n_1 + i n_2$ . À partir de ces données, la *profondeur de pénétration* du rayonnement infrarouge peut en particulier être calculée. Si l'on considère une onde plane monochromatique arrivant sur un objet d'indice  $n$  en se propageant dans le sens des  $x > 0$ , son vecteur d'onde complexe est  $\tilde{k} = \tilde{k}_1 + i \tilde{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 + i \frac{2\pi}{\lambda} n_2$ , et son champ électromagnétique  $\vec{E}$  et son intensité  $I$  s'écrivent :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\tilde{k}x - \omega t)} = \vec{E}_0 e^{-\tilde{k}_2 x} e^{i(\tilde{k}_1 x - \omega t)} \quad (1.31)$$

et

$$I = |\vec{E}|^2 = I_0 e^{-2\tilde{k}_2 x}. \quad (1.32)$$

L'intensité du champ électromagnétique est donc atténuée exponentiellement sur une distance caractéristique  $\delta$ , appelée *profondeur de pénétration*, telle que :

$$\delta = \frac{1}{2\tilde{k}_2} = \frac{\lambda}{4\pi n_2}. \quad (1.33)$$

Un objet peut être considéré comme *opaque* lorsque son épaisseur dépasse la profondeur de pénétration optique  $\delta$ . Dans ce cas, le rayonnement incident est soit absorbé, soit réémis, sans transmission à travers le matériau. La Fig. 1.12(b) présente l'évolution de la profondeur de pénétration  $\delta$  en fonction de la longueur d'onde dans l'infrarouge pour le même verre de référence que la Fig. 1.12(a). On observe que pour des longueurs d'onde supérieures à 8  $\mu\text{m}$ , cette profondeur de pénétration devient inférieure au diamètre moyen des fibres de laine de verre, estimé à environ 10  $\mu\text{m}$  (cf. section 1.1). Les fibres se comportent alors comme des milieux opaques vis-à-vis du rayonnement infrarouge : elles absorbent l'énergie incidente sans en permettre la transmission. À l'inverse, pour des longueurs d'onde plus courtes, le verre présente une zone de faible absorption, connue sous le nom de *fenêtre de Christiansen* [27]. Cette ré-

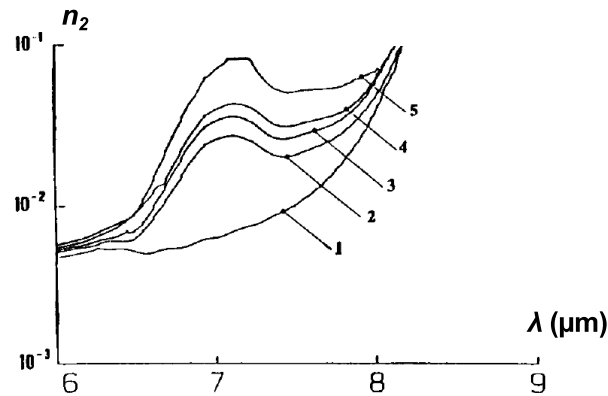


FIGURE 1.13 – Évolution de l’indice complexe, quantifiant l’absorption, pour cinq compositions verrières utilisées dans l’isolation thermique, présentant une teneur massique croissante en oxyde de bore ( $B_2O_3$ ), allant de 0 % pour la composition 1 à 7.2 % pour la composition 5. D’après [27].

gion, se situant approximativement entre 6 et 9  $\mu\text{m}$  selon la composition du verre, se caractérise par une absorption minimale, c’est-à-dire un indice complexe faible, et un indice de réfraction réel proche de 1 (cf. Fig. 1.12(a)), ce qui confère au verre un comportement optique similaire à celui de l’air. Ce faible contraste optique réduit considérablement l’atténuation du rayonnement thermique dans cette gamme spectrale. Or, le pic d’émission radiative d’un corps à température ambiante étant situé aux environs de 10  $\mu\text{m}$  (cf. section 1.2.2), cette fenêtre de transparence contribue de manière non négligeable à la conductivité radiative de la laine de verre. Cette caractéristique résulte de la forte teneur en silice de la composition verrière utilisée. Afin de limiter ce phénomène, une stratégie industrielle consiste à incorporer de l’oxyde de bore, lequel induit un pic d’absorption autour de 7  $\mu\text{m}$ , limitant ainsi la fenêtre de transparence des fibres. L’effet de cet ajout sur l’indice complexe du verre dans la fenêtre de Christiansen est illustré en Fig. 1.13 ; à titre d’exemple, le verre de référence de la Fig. 1.12 contient environ 4.5 % en masse d’oxyde de bore. D’autres solutions pour limiter la transmission du rayonnement dans la laine de verre consistent à intégrer des particules opacifiantes au matériau, à base de métal ou de carbone, ou à recouvrir les fibres d’un fin revêtement métallique [28, 34, 35, 36].

#### 1.2.4.2 La conduction dans la phase gazeuse

La conduction thermique dans la phase gazeuse dépend principalement des propriétés intrinsèques du gaz, en l’occurrence l’air pour la laine de verre. En raison des faibles fractions volumiques en fibres mises en jeu, l’air constitue la majeure partie du volume, même pour les produits les plus denses (cf. section 1.1). Ainsi, la contribution de la conduction dans la phase gazeuse au transfert de chaleur total peut être considérée comme indépendante de la densité du matériau, et équivalente à la conductivité thermique de l’air :  $k_{cond,gaz} = k_{air} = 26 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  à  $T_{amb} = 300 \text{ K}$ <sup>4</sup>. Elle représente une part importante de la conductivité thermique effective totale de la laine de verre, qui est de l’ordre de 30 à 45  $\text{mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  ; sa valeur relativement faible confère donc au matériau ses propriétés isolantes.

Pour réduire la conductivité de la phase gazeuse, il est possible de réduire la taille des pores formés par les fibres dans le matériau. En effet, comme mentionné en section 1.2.1, plusieurs régimes de conduction doivent être distingués selon la valeur du nombre de Knudsen (cf. Eq. 1.4). Le régime balistique en conduction gazeuse se caractérise par un gaz confiné à une pression plus faible que la

4. La conductivité thermique de l’air, en tant que gaz, augmente légèrement avec la température en raison de l’accroissement de l’agitation moléculaire, qui améliore l’efficacité des transferts d’énergie entre molécules.

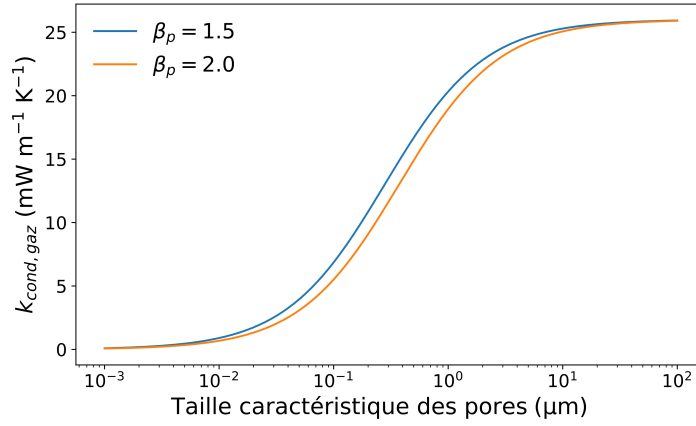


FIGURE 1.14 – Évolution de la contribution de la conduction dans la phase gazeuse  $k_{cond,gaz}$  en fonction de la taille des pores.

pression ambiante ; on parle du *régime de diffusion de Knudsen*. Il y a alors une plus forte probabilité de collisions entre une molécule de gaz et une paroi plutôt qu'entre deux molécules de gaz, diminuant l'énergie transférée et donc la conductivité thermique du gaz. Celle-ci s'exprime dans ce régime par l'expression [37] :

$$k_{gaz, Knudsen} = \frac{k_{gas,0}}{1 + 2\beta_p Kn} \quad (1.34)$$

où  $k_{gas,0}$  est la conductivité thermique du gaz en espace libre et  $\beta_p$  est une constante caractérisant l'efficacité du transfert d'énergie à la paroi, comprise entre 1.5 et 2 selon la nature du gaz, de la paroi solide et de la température.

Dans l'air, le libre parcours moyen  $\Lambda_a$  des molécules peut être estimé à partir de la section efficace de collisions entre molécules  $\sigma_a$  et leur densité volumique  $n_a$  :

$$\Lambda_a = \frac{1}{\sqrt{2}n_a\sigma_a}. \quad (1.35)$$

En approximant la section efficace par  $\sigma_a = \pi d_a^2$  où  $d_a$  est le diamètre des molécules d'air et en utilisant la loi des gaz parfaits, on obtient :

$$\Lambda_a = \frac{k_B T}{\sqrt{2}P\pi d_a^2}. \quad (1.36)$$

Dans les conditions habituelles de température  $T$  ( $T = 300$  K) et de pression  $P$  ( $P = 1$  bar), et en utilisant le diamètre des molécules d'azote  $d_a = d_{N_2} = 0.315$  nm, le libre parcours moyen des molécules d'air peut être estimé à  $\Lambda_a = 93$  nm. En utilisant l'Eq. 1.34, il est possible de représenter l'évolution de la conductivité thermique de la phase gazeuse  $k_{cond,gaz}$  en fonction de la taille caractéristique des pores (cf. Fig. 1.14). Dans le cas d'une laine de verre conventionnelle, cette taille dépasse généralement plusieurs dizaines de micromètres : cela est notamment visible sur les images MEB et OCT présentées en Fig. 1.5. D'après la Fig. 1.14, le transport thermique du gaz s'effectue donc en régime diffusif classique. Une réduction significative de la taille des pores pourrait cependant conduire à une transition vers le régime de diffusion de Knudsen, qui entraînerait une diminution notable de la conductivité thermique du gaz.

La conduction gazeuse peut enfin également être réduite en remplaçant l'air par un gaz moins conducteur ou par du vide : il s'agit du principe des panneaux isolants sous vide ("*Vacuum Insulation Panels*", VIP), qui peuvent atteindre une conductivité effective nominale de l'ordre de  $5 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .



### 1.2.4.3 La conduction dans la phase solide

Les fibres constituant la laine de verre présentent un diamètre moyen de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$  et une longueur typique de l'ordre du millimètre. Dans le verre à température ambiante, le libre parcours moyen des phonons est estimé à  $7 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$  [38] : il est donc nettement inférieur à ces dimensions caractéristiques, ce qui signifie que le transfert de chaleur dans la phase solide de la laine de verre peut être modélisé dans le cadre classique de la diffusion décrit par la loi de Fourier.

Le verre utilisé étant un isolant thermique relativement peu conducteur ( $k_{\text{verre}} = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ), la contribution de la conduction solide au transfert thermique total est de second ordre en comparaison avec celles du rayonnement et de la conduction gazeuse ; elle n'est cependant pas négligeable. Cette contribution augmente avec la fraction volumique en fibres, donc avec la densité du matériau. Une stratégie pour la limiter consiste à réduire la densité, à condition de maintenir des performances mécaniques compatibles avec les exigences d'usage.

Plusieurs modèles analytiques existent pour estimer la conductivité thermique dans la phase solide de milieux poreux en s'appuyant sur des géométries simplifiées [20, 39]. Toutefois, dans le cas des milieux fibreux désordonnés tels que la laine de verre, la relation exacte entre la conductivité solide effective et la microstructure reste insuffisamment caractérisée. En pratique,  $k_{\text{cond},\text{solide}}$  est généralement estimée à l'aide de lois semi-empiriques fondées sur des ajustements expérimentaux. Cette incertitude s'explique par la grande complexité morphologique du matériau, mise en évidence en section 1.1. La conduction thermique dans la phase solide résulte de l'influence combinée de nombreux paramètres, parmi lesquels figurent les propriétés thermiques intrinsèques du verre, la densité et la distribution des fibres, ainsi que leur géométrie locale (diamètre, orientation, tortuosité) et les caractéristiques des contacts. Parmi ces facteurs, la résistance thermique existant aux contacts entre fibres n'est à ce jour ni précisément quantifiée ni intégrée aux modèles existants. Son influence potentielle sur la conductivité effective reste donc incertaine. Cette résistance pourrait elle-même dépendre de plusieurs paramètres, tels que la présence du liant, sa répartition au sein du matelas fibreux, ses propriétés thermiques, et les conditions environnementales, en particulier l'humidité relative.

#### 1.2.4.4 Estimation de la conductivité effective

L'estimation de la conductivité effective totale de la laine de verre se fait en additionnant les trois contributions détaillées ci-dessus. En pratique, la relation semi-empirique améliorée déterminée dans les années 1990 est utilisée dans le contexte industriel pour estimer son évolution avec la masse volumique  $\rho$  du matériau [20] :

$$\begin{aligned} k_{\text{eff}}(\rho, T) &= k_{\text{cond},\text{gaz}} + k_{\text{cond},\text{solide}} + k_{\text{rad}} \\ &= 0.2572 T^{0.81} + 0.0527 \rho^{0.91} (1 + 0.0013 T) + \frac{4\sigma T^3 e}{\left(\frac{2}{\epsilon} - 1\right) + \beta^m \rho e} \end{aligned} \quad (1.37)$$

où  $T$  est la température moyenne de mesure,  $e$  est l'épaisseur du matériau,  $\epsilon$  son émissivité de surface et  $\beta^m$  le coefficient d'extinction spécifique, généralement évalué à une valeur moyenne. L'évolution  $k_{\text{eff}}(\rho)$  typiquement obtenue à une température fixe  $T = 283 \text{ K}$  est représentée en Fig. 1.15. Cette relation est basée sur l'approximation de Schuster-Schwarzschild introduite en section 1.2.4.1 pour le calcul de la contribution radiative. Elle prend en compte la dépendance de la conductivité de l'air en la température, et estime la conductivité solide comme une fonction de la masse volumique et de la température basée sur des mesures expérimentales. Les valeurs des trois coefficients empiriques ont été ajustées afin de représenter le comportement de structures réelles. Par conséquent, l'influence des paramètres structuraux du matériau, tels que l'orientation ou les dimensions des fibres, est intégrée de manière implicite et couplée dans ces coefficients, qui sont fixés dans le cadre du modèle. L'impact explicite de ces grandeurs, en particulier au regard des évolutions récentes issues de l'optimisation des

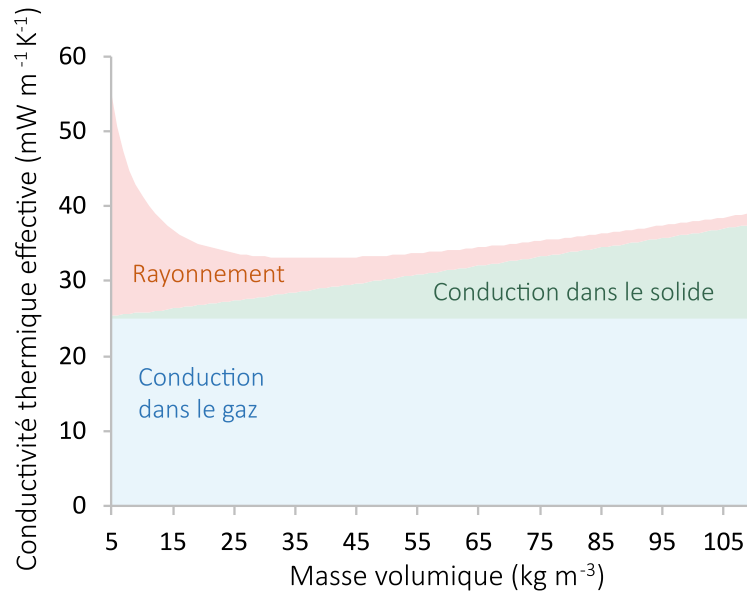


FIGURE 1.15 – Conductivité thermique effective de la laine de verre en fonction de la masse volumique, estimée à partir de l'Eq. 1.37 à une température moyenne  $T = 283 \text{ K}$ , pour une émissivité de surface  $\epsilon = 0.9$  et avec un coefficient d'extinction spécifique moyen  $\beta^m$  de l'ordre de  $30 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$  [20].

matériaux isolants, n'est pas pris en compte. En conséquence, ce modèle n'est pas validé pour des masses volumiques supérieures à  $25 \text{ kg m}^{-3}$ .

La Fig. 1.15 illustre clairement les compromis inhérents à l'optimisation de la conductivité thermique effective de la laine de verre. Réduire la densité de matière solide permet de limiter la conduction dans la phase solide, mais peut compromettre d'autres aspects clés de la performance thermique. En effet, une masse volumique trop faible favorise le transfert thermique par rayonnement dans les pores via la diminution du coefficient d'extinction. De plus, une diminution excessive de la densité peut augmenter la taille des pores de la structure, dont les faibles dimensions sont essentielles pour inhiber les phénomènes convectifs. Enfin, mentionnons que l'ajout de particules opacifiantes pour réduire le rayonnement pourrait également s'avérer contre-productif, ces particules présentant généralement une conductivité thermique plus élevée que la matrice fibreuse, ce qui pourrait accroître la contribution conductive dans le matériau.

### 1.3 Morphologie adoptée par des gouttes déposées sur des fibres

Dans la section précédente, nous avons présenté la morphologie générale de la laine de verre en lien avec son procédé de fabrication, ainsi que les principaux mécanismes de transfert thermique impliqués. Nous avons notamment souligné que la contribution conductive de la phase solide – et sa dépendance vis-à-vis de la microstructure – demeure mal caractérisée à ce jour.

Une compréhension fine de ce mode de transfert thermique nécessite une analyse détaillée de la morphologie de la phase solide, incluant non seulement l'agencement des fibres de verre, déjà discuté précédemment, mais également la **configuration du liant organique projeté dans le matériau**. Cette description est en effet essentielle pour caractériser les zones éventuelles de contact entre fibres, que celles-ci soient directement juxtaposées ou reliées via le liant. Il s'agit de l'objet de cette section, dans laquelle nous présentons les principales études portant sur la morphologie des gouttes de liquide dans différentes configurations, notamment au contact d'une ou de plusieurs fibres cylindriques, considérées ici comme totalement rigides.

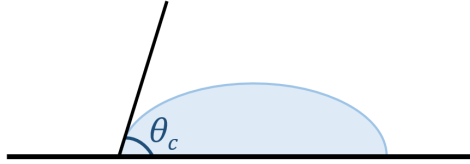


FIGURE 1.16 – Définition de l'angle de contact pour une goutte sur un substrat plan.

### 1.3.1 Introduction aux notions de capillarité : cas d'une goutte sur un substrat

La capillarité regroupe l'ensemble des phénomènes où les interfaces jouent un rôle déterminant, en particulier lorsqu'un liquide est en contact avec un gaz ou un solide. Une interface entre deux fluides non miscibles – par exemple, une goutte d'eau dans l'air – est caractérisée par une différence de pression entre les deux milieux. Cette différence est décrite par la loi de Laplace :

$$\Delta P_c = \gamma C \quad (1.38)$$

où  $\Delta P_c$  est la surpression à l'intérieur de la goutte,  $\gamma$  la tension de surface, et  $C$  la courbure locale de l'interface. La tension de surface correspond à une énergie par unité de surface ; elle trouve son origine dans l'asymétrie des interactions moléculaires à proximité de l'interface, les molécules y étant moins stabilisées que dans le volume du liquide. Ce déséquilibre énergétique tend à minimiser la surface libre, ce qui explique la forme sphérique adoptée spontanément par les gouttes en l'absence d'autres contraintes.

Lorsqu'une goutte est déposée sur un substrat solide, le système met en jeu trois phases (liquide, solide, gaz) et trois interfaces. L'équilibre des tensions de surface à la ligne triple de contact détermine la forme adoptée par la goutte, notamment via l'angle de contact  $\theta_c$ , illustré en Fig. 1.16. Il peut être défini de la même manière pour une goutte sur un substrat cylindrique. Cet angle traduit l'affinité du liquide pour le solide :

- Si  $\theta_c > 90^\circ$ , le liquide est *non mouillant*.
- Si  $\theta_c < 90^\circ$ , le liquide est dit *mouillant*. C'est notamment le cas de l'eau déposée sur un substrat de verre.
- Si  $\theta_c = 0$ , on parle de *mouillage total* : le liquide s'étale alors en un film mince sur le solide, comme c'est le cas de certaines huiles sur des substrats compatibles.

L'angle de contact à l'équilibre est régi par la relation de Young-Dupré :

$$\cos \theta_c = \frac{\gamma_{SV} - \gamma_{SL}}{\gamma} \quad (1.39)$$

où  $\gamma_{SV}$ ,  $\gamma_{SL}$  et  $\gamma$  désignent respectivement les tensions de surface aux interfaces solide-vapeur, solide-liquide, et liquide-vapeur.

Enfin, les effets de capillarité sont souvent en compétition avec la gravité. Il est donc utile de définir une longueur caractéristique, appelée *longueur capillaire* :

$$\ell_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \quad (1.40)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du liquide et  $g$  l'accélération de la pesanteur. Cette grandeur représente l'échelle au-delà de laquelle les effets gravitationnels dominent sur les effets capillaires. Pour l'eau,

$\ell_c \approx 2.7$  mm. Cette longueur permet de rationaliser la forme des gouttes selon leur taille : les gouttes de rayon inférieur à  $\ell_c$  sont essentiellement sphériques, tandis que les plus grandes sont aplaties par la gravité.

Un comportement particulièrement intéressant émerge lorsque le substrat solide n'est plus plan mais cylindrique, comme c'est le cas pour une fibre. Même pour un liquide parfaitement mouillant ( $\theta_c = 0$ ), la formation d'un film liquide continu le long de la fibre n'est généralement pas stable. En effet, ce film tend à se fragmenter spontanément en une série de gouttes espacées : il s'agit de l'*instabilité de Rayleigh-Plateau*.

Observée notamment pour des films minces de liquide dont l'épaisseur est faible devant le rayon de la fibre, par exemple la rosée sur les toiles d'araignée, l'instabilité de Rayleigh-Plateau s'explique par la minimisation de la surface libre air/liquide, et donc de l'énergie de surface associée [40, 41]. Sous l'effet de la tension de surface, un film continu de liquide sur un cylindre n'est pas stable vis-à-vis de certaines perturbations : des fluctuations d'épaisseur, même de faible amplitude, issues par exemple de l'agitation thermique, peuvent croître au cours du temps.

Les perturbations étant généralement modélisées comme sinusoïdales, il a été démontré que ces modes instables sont ceux dont la longueur d'onde est supérieure au périmètre du cylindre [42, 43]. En pratique, les gouttes formées sont régulièrement espacées, ce qui traduit la sélection d'un mode particulier, celui présentant un temps de croissance minimal. La longueur d'onde critique associée, et donc l'espacement caractéristique entre gouttes, est donnée par :

$$\lambda^* = 2\pi\sqrt{2} r_f \tag{1.41}$$

où  $r_f$  représente le rayon du cylindre.

Ce phénomène, indépendant des effets de la gravité, se manifeste dès lors que les forces liées à la tension de surface prédominent. Il joue un rôle central dans les processus de dépôt de liquide sur des structures allongées telles que les fibres. En conséquence, de faibles volumes de liquide adoptent préférentiellement, sur une fibre rigide, des morphologies de gouttes, dont l'étude est développée dans les sections suivantes.

### 1.3.2 Goutte sur une fibre

#### 1.3.2.1 Morphologie sans gravité

En l'absence d'effets de la gravité, une goutte déposée sur une fibre peut adopter une conformation axisymétrique appelée *perle* ou une conformation asymétrique en cloche appelée *coquille* ; ces morphologies ont notamment été étudiées dans les Refs. [44, 45, 46, 47], et sont représentées en Fig. 1.17(a) et (b). La conformation adoptée dépend du volume de liquide  $V_g$ , de l'angle de contact  $\theta_c$ , et du rayon de la fibre  $r_f$ . Il est alors possible de déterminer les domaines d'existence des deux morphologies en comparant les énergies libres de surface associées. Ils peuvent être représentés sous la forme d'un diagramme de phase (cf. Fig. 1.17(c)) en fonction de deux nombres sans dimension :  $\theta_c$  et le rapport  $V_g/r_f^3$  (ou  $\Omega^{1/3}/r_f$ ). Pour de faibles volumes ou des angles de contact élevés, la morphologie observée est celle d'une coquille. En effet, une goutte de petit volume voit localement une surface faiblement courbée, ce qui revient à une géométrie proche d'un substrat plan ; dans ce cas, un mouillage partiel, avec un angle de contact important, conduit à une forme hémisphérique. À l'inverse, lorsque le mouillage est fort ou le volume de la goutte augmente, la goutte adopte une forme axisymétrique de type perle. Il existe cependant un large domaine de coexistence, où les deux formes sont métastables : la conformation observée dépend alors des conditions initiales.

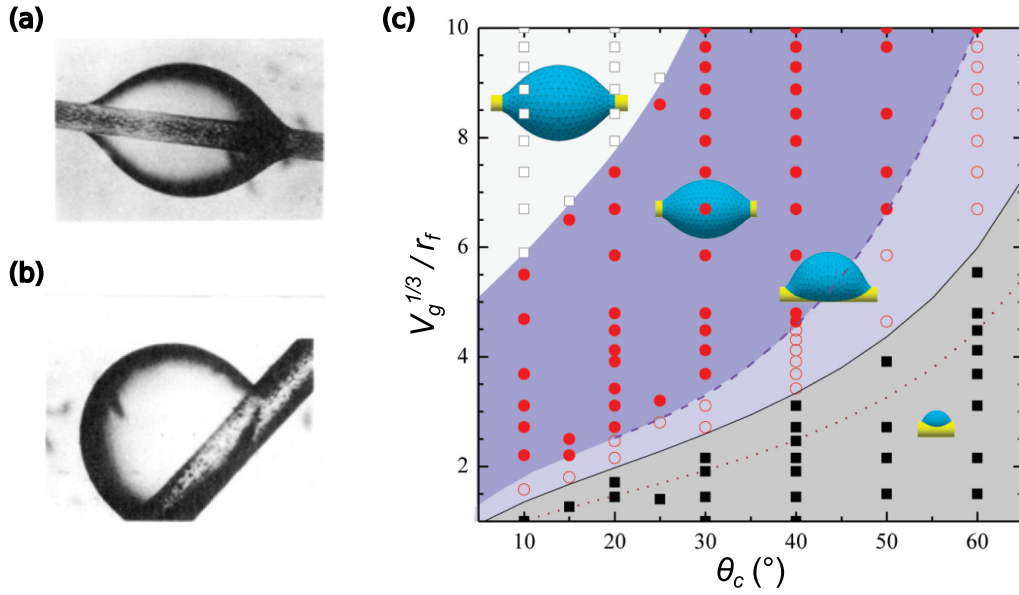


FIGURE 1.17 – Conformations de perle (a) et de coquille (b) adoptées par une goutte de liquide déposée sur une fibre en l’absence d’effets gravitaires. (c) Diagramme de phase pour une goutte sur une fibre sans effets de gravité, obtenu par simulation numériques supportées par des observations expérimentales. Les carrés blancs (respectivement noirs) délimitent les régions où seule la morphologie de perle (respectivement de coquille) est observée. Les cercles rouges indiquent la région de coexistence des deux morphologies [45, 48].

### 1.3.2.2 Morphologie avec gravité

Dans le cas de gouttes d’eau déposées sur une fibre en présence d’air, les effets gravitaires deviennent non négligeables et peuvent déformer la goutte. Ils induisent une contribution additionnelle de l’énergie potentielle gravitationnelle à l’énergie libre de surface totale. Trois régimes peuvent être distingués : un régime de décrochement de la goutte sous l’effet de la gravité, une conformation de coquille déformée vers le bas, et un domaine de coexistence entre perles déformées et coquilles déformées – le régime dans lequel seule la morphologie perle subsiste n’existe plus. Le diagramme de phase dépend cette fois de  $\theta_c$ , de  $V_g^{1/3}/r_f$ , mais également du rapport du rayon de la fibre et de la longueur capillaire  $r_f/\ell_c$  [49].

Il existe ainsi un volume maximal de liquide  $V_{g,max}$  qu’une fibre peut supporter avant le détachement de la goutte. Au moment du détachement, un équilibre s’établit entre le poids de la goutte et la force capillaire exercée par la fibre. En supposant une géométrie sphérique de rayon  $r_g$ , ces forces s’expriment, en ordre de grandeur, par  $F_P \sim \rho g r_g^3$  pour le poids et  $F_C \sim \gamma r_f$  pour la force capillaire, où  $\rho$  est la masse volumique du liquide,  $r_f$  le rayon de la fibre, et  $\gamma$  la tension de surface. Il en résulte, par une loi d’échelle, un rayon maximal de goutte donné par  $r_{g,max} \sim r_f^{1/3} \ell_c^{2/3}$ , où  $\ell_c$  est la longueur capillaire. Un calcul analytique détaillé proposé dans Ref. [48] a permis d’estimer le préfacteur de cette relation à environ 1.44, donnant l’expression suivante :

$$r_{g,max} \approx 1.44 r_f^{1/3} \ell_c^{2/3}. \quad (1.42)$$

La validité de cette prédiction a été confirmée expérimentalement pour divers liquides. Toutefois, elle cesse de s’appliquer au-delà d’un certain rayon de fibre, lorsque la courbure devient suffisamment faible pour que le comportement de la goutte tende vers celui observé sur une surface plane. Ce régime est atteint lorsque  $r_f > \ell_c$ . Dans cette limite, la longueur capillaire  $\ell_c$  devient la seule longueur caractéristique du système, ce qui implique que le volume critique est proportionnel à  $\ell_c^3$ . Le rayon

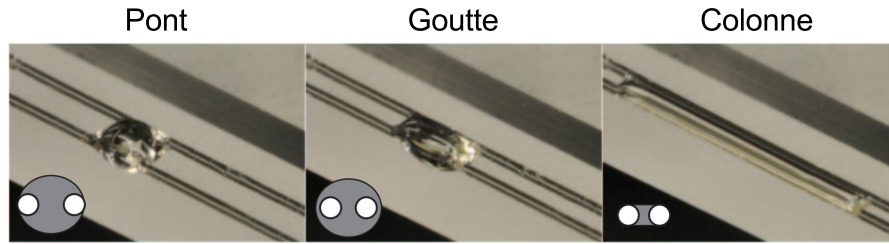


FIGURE 1.18 – Morphologies adoptées par une goutte de liquide totalement mouillant de volume  $V_g = 2 \mu\text{L}$  entre deux fibres de verre parallèles de rayon  $r_f = 145 \mu\text{m}$  : lorsque l'espacement entre les fibres augmente, la goutte passe d'une configuration de colonne à une configuration de goutte, puis à une configuration de pont [55].

maximal de la goutte s'exprime alors selon [50] :

$$r_{g,max} = 1.65 \ell_c. \quad (1.43)$$

### 1.3.3 Goutte sur deux fibres

Dans la laine de verre, des gouttes de liant peuvent se déposer et subsister sur des fibres individuelles, adoptant des morphologies de perle ou de coquille, pouvant être déformées. La modélisation complète d'un milieu fibreux imprégné de liquide requiert également l'analyse du comportement d'une goutte déposée sur deux fibres disposées de manière arbitraire, afin de mieux refléter la complexité structurelle du matériau, constituée d'un grand nombre de fibres aux orientations diverses.

#### 1.3.3.1 Morphologie d'une goutte sur deux fibres parallèles

Lorsqu'un petit volume de liquide est déposé sur deux fibres rigides parallèles, il peut adopter trois morphologies stables, en fonction de la distance entre les fibres  $e_f$ , de leur rayon  $r_f$ , du volume de liquide  $V_g$ , et de l'angle de contact  $\theta_c$  entre le liquide et le solide. En négligeant les effets de la gravité, le diagramme de phase d'existence des différentes configurations dépend de trois paramètres adimensionnés :  $\theta_c$ ,  $V_g^{1/3}/r_f$  et  $e_f/r_f$  [51, 52]. Lorsque la distance entre les fibres est faible, le liquide s'étale entre elles pour former une forme allongée appelée *colonne*. En augmentant la distance de séparation, le liquide se rétracte pour adopter une morphologie de *goutte* quasi sphérique. Si la distance est encore accrue, les fibres émergent partiellement de la goutte, induisant une déformation de celle-ci et conduisant à l'apparition d'une morphologie de *pont*. La transition entre ces trois régimes représentés en Fig. 1.18 a été notamment étudiée dans les Refs. [53, 54, 52] pour des liquides totalement mouillants.

#### 1.3.3.2 Morphologie d'une goutte sur deux fibres croisées

La morphologie d'une goutte de liquide déposée entre deux fibres croisées dans le cas sans gravité dépend cette fois de quatre paramètres adimensionnés : l'angle de contact  $\theta_c$ , le rapport volumique  $V_g^{1/3}/r_f$ , la distance relative entre fibres  $e_f/r_f$  – tels que définis dans la section précédente – ainsi que l'angle  $\alpha_f$  formé entre les deux fibres. Il est possible d'adapter les cadres analytiques développés pour les fibres parallèles à ce cas des fibres croisées en considérant une distance entre fibres variable selon la position. Par une étude expérimentale et théorique, Sauret et al. ont identifié trois morphologies différentes selon la valeur des quatre paramètres cités ci-dessus : une morphologie de colonne, une morphologie mixte, caractérisée par la présence simultanée d'une goutte et d'une colonne de part et d'autre de l'intersection, et une morphologie de goutte centrée sur le point de croisement des fibres [56, 57]. À volume fixé et pour un liquide totalement mouillant, la transition de colonne à goutte a été observée pour des fibres en contact lorsque l'angle entre les fibres augmente (Fig. 1.19(a)), et pour des fibres séparées par une distance croissante à angle fixé (Fig. 1.19(b)).

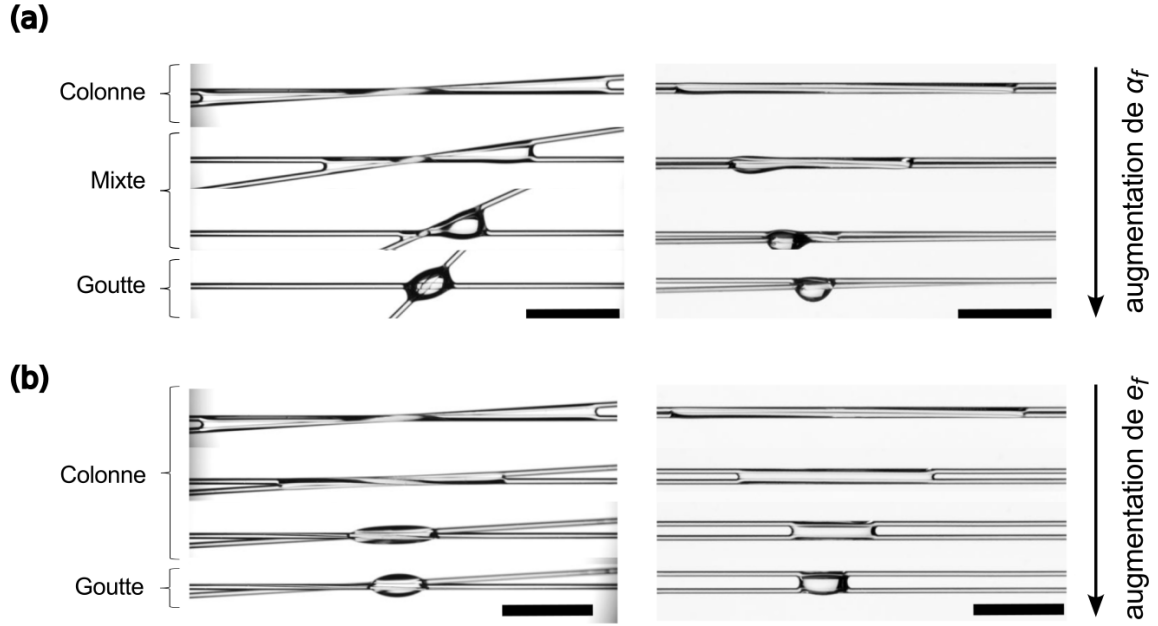


FIGURE 1.19 – Morphologies adoptées par une goutte de liquide totalement mouillant de volume  $V_g = 2 \mu\text{L}$ , déposée entre deux fibres de verre de rayon  $r_f = 150 \mu\text{m}$  : (a) fibres croisées et en contact, avec un angle de croisement  $\alpha_f$  variable ; (b) fibres croisées avec un angle fixe  $\alpha_f = 4^\circ$  et un espacement vertical  $e_f$  variable. Dans les deux cas, une transition d’un régime de colonne à une régime de goutte peut être identifiée. Échelle : 5 mm. D’après [57].

La Fig. 1.20 présente des diagrammes de phase, obtenus expérimentalement et supportés par des prédictions analytiques, dans le cas de deux fibres en contact et de deux fibres séparées d’une distance  $e_f$ . Ces graphes permettent de prédire les formes adoptées par un liquide mouillant placé sur deux fibres orientées de manière aléatoire l’une par rapport à l’autre. Cette prédiction peut également être adaptée au cas de liquides non totalement mouillants, ce qui revient à prendre en compte l’impact du paramètre  $\theta_c$  [56].

Le volume maximal de liquide pouvant être supporté par deux fibres croisées  $V_{g,max,2}$  a été étudié expérimentalement par P. Bintein [58]. Il a notamment mis en évidence une dépendance linéaire de ce volume maximal avec le rayon des fibres dans le cas de deux fibres croisées à  $90^\circ$ , de manière analogue au cas d’une fibre isolée. Il résulte de l’étude que deux fibres ne retiennent qu’environ 1.3 fois plus de liquide qu’une fibre unique de même rayon :

$$V_{g,max,2} \approx 1.32 V_{g,max} \quad \text{soit} \quad r_{g,max,2} \approx 1.1 r_{g,max} \quad (1.44)$$

avec  $V_{g,max,2}$  et  $r_{g,max,2}$  le volume maximal et le rayon maximal de goutte supporté par deux fibres croisées perpendiculaires, respectivement. Notons également que le dépôt d’une goutte de volume supérieur au volume critique entraîne le décrochement partiel de celle-ci : seule une fraction du liquide se détache, tandis qu’un résidu de volume inférieur au volume maximal supportable demeure accroché aux fibres. L’évolution de ces volumes résiduels est analysée de manière détaillée dans la Ref. [58].

Enfin, les dynamiques d’évaporation peuvent également être affectées par les morphologies adoptées, à une ou deux fibres, et donc par les paramètres  $V_g^{1/3}/r_f$ ,  $e_f/r_f$ ,  $\alpha_f$  et  $\theta_c$  ; cela a notamment été étudié dans la Ref. [59].

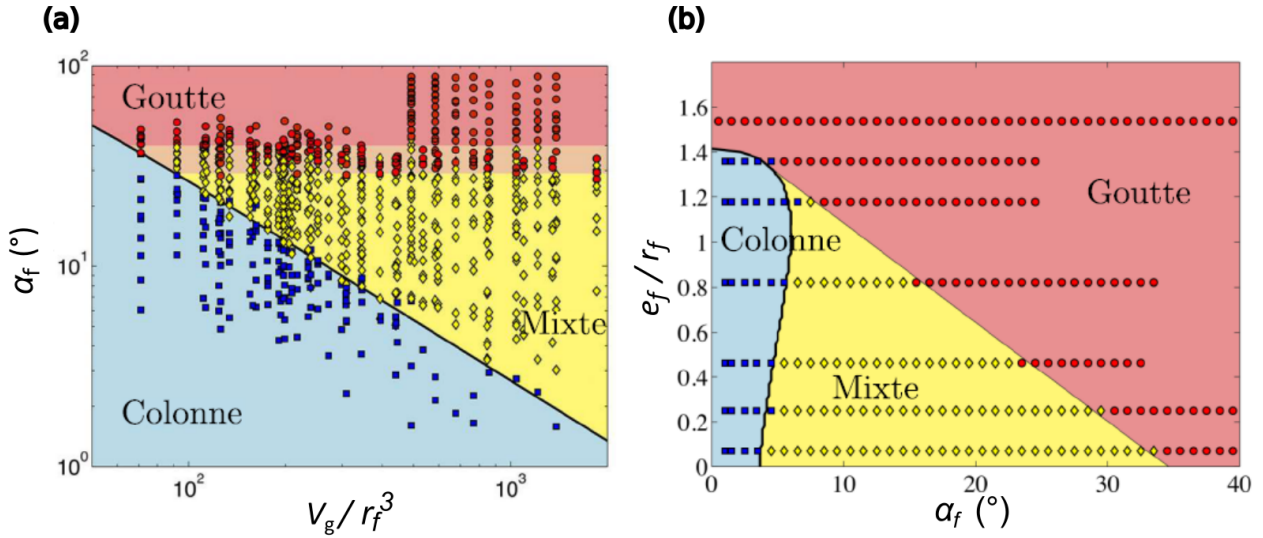


FIGURE 1.20 – Diagrammes de phase pour une goutte de liquide déposée entre deux fibres croisées : en (a), les fibres sont en contact et le volume déposé est variable ; en (b), elles sont séparées d'un espacement vertical  $e_f$  variable et le volume déposé est fixe ( $V_g/r_f^3 = 592$ ). Dans les deux cas, l'angle entre les fibres est variable. Les couleurs représentent les domaines d'existence de chaque morphologie. D'après [57].

### 1.3.4 Application au liant dans la laine de verre

Nous nous concentrons dans cette étude sur le cas de l'utilisation d'une résine polyester biosourcée diluée dans l'eau en tant que liant, une des formulations employées par Saint-Gobain dans la laine de verre. Dans la limite où ce liant peut être considéré comme constitué majoritairement d'eau – un liquide totalement mouillant sur les fibres de verre – les études mentionnées précédemment peuvent être utilisées pour caractériser les morphologies adoptées par les gouttes projetées sur les fibres au cours du procédé de fabrication du matériau.

Les équations 1.42 et 1.44 peuvent alors être utilisées pour estimer les tailles maximales de gouttes de liant avant polymérisation supportées par les fibres dans la laine de verre. Pour cela, on approxime la longueur capillaire du liant par celle de l'eau, soit  $\ell_{c,eau} = 2.7 \mu\text{m}$ , et l'on considère un diamètre moyen de fibre de  $10 \mu\text{m}$  (soit un rayon  $r_f = 5 \mu\text{m}$ ). On obtient alors un rayon maximal de goutte de  $478 \mu\text{m}$  sur une fibre isolée, et de  $521 \mu\text{m}$  sur deux fibres croisées perpendiculairement, soit environ 100 fois la taille caractéristique des fibres. L'observation microscopique de la laine de verre (voir Figs. 1.5 et 1.21) ne révèle en effet pas la présence de gouttes de taille supérieure à ces valeurs. Au contraire, les gouttes observées présentent des dimensions significativement inférieures : leur diamètre moyen peut être estimé comme étant inférieur ou de l'ordre de cinq fois celui des fibres, soit typiquement inférieur ou égal à  $50 \mu\text{m}$ . Deux voies d'explications permettraient d'interpréter ces faibles volumes finaux observés :

- le mode de dépôt du liant, par projection, utilisé dans le procédé industriel, diffère fortement du dépôt statique réalisé à l'aide d'une pipette ou d'une aiguille dans les Refs. [58, 48], notamment en raison de la présence d'un flux d'air pouvant entraîner une fragmentation des gouttes ;
- le liant étant une formulation diluée dans l'eau, une évaporation significative se produit à température ambiante après la projection, et se poursuit durant l'étape de polymérisation.

La Fig. 1.21 montre que l'on retrouve, dans la laine de verre après polymérisation du liant, les différentes morphologies de gouttes sur fibres identifiées précédemment. On observe notamment, de manière claire, plusieurs types de configurations : des morphologies de type perle ou coquille sur une fibre unique, communément appelées *olives* dans le contexte de la laine de verre, des morphologies de gouttes localisées



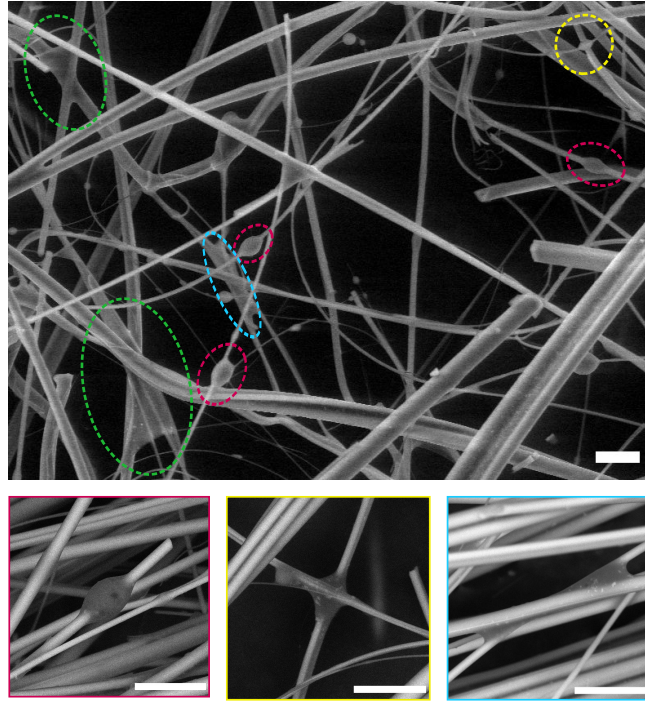


FIGURE 1.21 – Images MEB de laine de verre utilisant une résine polyester comme liant. Différentes morphologies adoptées par le liant à l’état final, après polymérisation, sont mises en évidence : les morphologies de type perle ou coquille sur une fibre unique (en rose), les gouttes situées à l’intersection de deux fibres croisées (en jaune), et les morphologies de colonnes (en bleu) et les régimes mixtes (en vert) sur des paires de fibres croisées. Échelle : 30  $\mu\text{m}$ .

sur des paires de fibres croisées (appelées *jonctions*), ainsi que des morphologies de colonnes ou des régimes mixtes sur des fibres croisées, désignés par le terme de *jonctions zippées* [12]. La présence éventuelle de gaines de liant entourant les fibres, déjà limitée par l’instabilité de Rayleigh-Plateau, reste difficile à mettre en évidence en MEB, en raison de leur géométrie allongée. L’utilisation de la microscopie à fluorescence serait dans ce cas plus appropriée. Enfin, on peut également noter la présence possible d’agrégats de liant reliant simultanément plus de deux fibres.

Une problématique supplémentaire concerne l’évolution de la morphologie des gouttes de liant au cours de leur polymérisation. Il a en effet été montré que les résines polyester dégagent plusieurs espèces gazeuses lors de cette étape, pouvant conduire à la formation d’une porosité importante dans le matériau polymérisé [60]. Ce phénomène est illustré en Fig. 1.22. Toutefois, les images MEB de laine de verre (voir Figs. 1.5 et 1.21) ne semblent pas montrer de porosité apparente, suggérant que ce phénomène ne se manifeste pas dans le matériau industriel final. Il sera donc essentiel, dans le cadre de notre étude, de reproduire le plus fidèlement possible des gouttes exemptes de porosité, même à l’échelle du laboratoire où les conditions de dépôt et de polymérisation peuvent différer des conditions industrielles.

Il convient enfin de garder à l’esprit les limites inhérentes à l’imagerie microscopique sur laquelle sont basées les principaux constats ci-dessus. Ce type d’analyse ne permet pas une description complète du liant dans le matériau, en raison de la difficulté à distinguer certaines géométries, et surtout de l’impossibilité d’établir des statistiques fiables sur un ensemble suffisamment représentatif d’objets.

Nous avons ainsi mis en évidence dans cette section les spécificités morphologiques de la laine de verre et ses principales propriétés thermiques. L’arrangement complexe des fibres de verre au sein du matériau, fortement influencé par la présence du liant, souligne la difficulté d’une quantification précise de la conductivité thermique effective, et donc de l’évaluation fine des performances thermiques en vue



FIGURE 1.22 – Illustration de l'apparition d'une porosité induite par la polymérisation sur un échantillon de résine polyester diluée dans l'eau : à gauche, solution avant polymérisation ; à droite, liant après polymérisation. Une formation de mousse est observée en raison du dégagement d'espèces gazeuses pendant la réaction [60].

d'une démarche d'optimisation.

En particulier, l'estimation de la contribution de la conduction à travers la phase solide – encore peu étudiée – demeure délicate, du fait de sa forte dépendance en la microstructure du matériau. Le transfert thermique dans la phase solide peut être significativement modifié au niveau des nombreux points de contact entre fibres, établis soit par proximité directe, soit par l'intermédiaire de gouttes de liant. La présence, la nature et la répartition de ces contacts apparaissent comme des paramètres clés dans cette contribution conductive. Concernant la morphologie adoptée par le liant, on peut s'attendre à ce que la présence de structures de type "olive" ou de gaines autour des fibres n'affecte principalement que le transfert radiatif, sans impacter significativement le transport thermique par conduction. En revanche, les configurations adoptées au niveau des jonctions entre fibres apparaissent comme des éléments beaucoup plus déterminants pour la conduction thermique.

La grandeur permettant de quantifier l'influence de ces jonctions fibre-fibre sur le transfert thermique conductif est la *résistance thermique de contact*, dont les caractéristiques seront détaillées dans la section suivante.

## 2 La résistance thermique au contact entre deux corps

Dans le cas d'un problème général de transfert thermique au sein d'un milieu homogène, la température est une grandeur continue. Lorsqu'une différence de température  $\Delta T$  apparaît au niveau d'une interface entre deux corps, elle est proportionnelle au flux de chaleur  $Q$  traversant l'interface. Le facteur de proportionnalité constitue ainsi une **résistance thermique de contact ou d'interface** :  $R_k = \Delta T/Q$ . Cette grandeur dépend généralement de l'aire de contact  $A_k$  entre les deux corps : pour s'affranchir de la dépendance en ce paramètre, on peut également définir une résistance thermique surfacique, rapportée à une unité de surface  $R_{k,s} = \Delta T A_k/Q$ .

Il est généralement admis que la présence d'un saut de température à une interface résulte d'un contact imparfait entre deux milieux solides, lié à des irrégularités géométriques. Toutefois, des travaux portant sur l'étude du transfert thermique à l'échelle phononique ont montré qu'une **résistance thermique interfaciale** peut exister même en cas de contact parfait entre deux corps, ce phénomène s'appliquant également aux interfaces solide-liquide. L'influence de la géométrie des corps en contact est prise en compte par la **résistance de constriction**, qui traduit l'effet de la déformation des lignes de flux thermiques induite par la localisation du contact. Cette résistance peut être définie tant à l'échelle macroscopique – liée à la forme globale des solides en contact – qu'à l'échelle microscopique, où elle résulte de la rugosité des surfaces. En outre, selon la nature des milieux présents dans la zone

---

de contact, **d'autres mécanismes** peuvent contribuer à la résistance thermique de contact totale, notamment le transfert radiatif, la conduction à travers une phase interstitielle (gaz ou liquide), ou encore la présence de couches de contamination.

Cette section propose une synthèse de ces trois principales contributions à la résistance thermique mesurable à une interface de contact. En lien avec l'objectif de cette première partie de la thèse – à savoir la caractérisation quantitative de la résistance thermique de contact entre fibres dans un matelas de laine de verre – l'accent sera mis sur le cas de contacts **entre deux solides** de **dimension caractéristique micrométrique** ou supérieure (excluant donc les effets spécifiques aux configurations nanométriques), étudiés dans un **régime stationnaire de conduction thermique**. Bien que les objets considérés soient de dimensions qualifiables de macroscopiques, nous serons amenés à distinguer, dans l'analyse, la **macro-échelle**, correspondant à la géométrie globale des corps en contact, de la **micro-échelle**, associée à l'état de surface, en particulier à la rugosité et à la topographie des aspérités.

Il convient de souligner que, par analogie avec les phénomènes électriques, la notion de résistance thermique partage de nombreux fondements avec celle de résistance électrique. Une part significative des concepts abordés ici trouve d'ailleurs son origine dans l'étude de la conduction électrique [61, 62], avant d'être transposée au domaine thermique.

## 2.1 La résistance thermique interfaciale

La résistance au transport thermique au niveau d'une interface entre du cuivre solide et de l'hélium liquide a été estimée comme non négligeable pour la première fois en 1936 par Keesom et Keesom [63]. Cela a été confirmé expérimentalement en 1941 pour le même type d'interface par Kapitza [64]; dans la littérature, on désigne alors cette résistance d'interface entre un solide et l'hélium liquide à des températures cryogéniques par le terme *résistance de Kapitza*. L'une des premières explications à ces observations a été développée par Khalatnikov en 1952 [65]. Selon cette théorie, le transfert de chaleur à basse température à l'interface s'effectue par des phonons thermiques, et la résistance de Kapitza est due à un décalage entre les impédances acoustiques de l'hélium liquide et du solide ainsi qu'à un faible coefficient de transmission des phonons à travers l'interface.

Il a été établi par la suite que la résistance de Kapitza constitue un cas particulier d'une résistance thermique interfaciale susceptible d'exister de manière générale entre deux milieux disjoints, qu'il s'agisse d'interfaces solide-liquide ou solide-solide. Cette résistance trouve son origine dans la discontinuité de la vitesse de phase des phonons à l'interface, phénomène connu sous le nom de désadaptation acoustique. Dans la littérature, cette grandeur est communément désignée par les termes "*interfacial thermal resistance*" ou "*boundary thermal resistance*". Il a été démontré qu'elle décroît fortement avec la température, suivant approximativement une loi en  $T^{-3}$  en dessous de 10 K [66].

Deux modèles sont couramment proposés : le modèle des désadaptations acoustiques ("*Acoustic Mismatch Model*", AMM) et le modèle de diffusion de phonons ("*Diffuse Mismatch Model*", DMM), qui reposent tous deux sur le calcul des probabilités de transmission des phonons à l'interface [67, 66, 68].

### 2.1.1 Modèle AMM

La théorie développée par Khalatnikov constitue une première version de ce modèle. Le modèle AMM sous sa forme connue actuellement a été introduit par Mazo et Onsager en 1955 [69]. Dans ce modèle, la direction de propagation des phonons au niveau de l'interface, considérée comme plane, est contrôlée par des lois acoustiques similaires à celles de Snell-Descartes pour les ondes électromagnétiques : les phonons peuvent être réfléchis de manière spéculaire, réfléchis avec conversion de mode,

transmis, ou transmis avec conversion de mode. L'état final est alors une superposition de ces différents modes, dont les proportions sont calculées à partir de relations de continuité au passage de l'interface, en traitant les phonons comme des ondes planes. Cette approximation continue est pertinente pour des phonons dont la longueur d'onde est supérieure aux distances interatomiques. Dans le cas de deux solides aux propriétés acoustiques identiques, la probabilité de transmission est égale à 1 et la résistance interfaciale est nulle : ce modèle représente uniquement le saut de température lié au passage des phonons entre deux milieux aux propriétés acoustiques différentes.

### 2.1.2 Modèle DMM

Contrairement au modèle AMM, ce modèle ne considère pas de propagation spéculaire, mais fait l'hypothèse que les phonons sont diffusés à l'interface, indépendamment de leur direction d'incidence. La probabilité de transmission de phonons est alors entièrement fixée par la différence de densité d'états dans les deux milieux de part et d'autre de l'interface. Ce modèle a été proposé par Swartz et Pohl [66], pour prendre en compte le cas de surfaces avec une certaine rugosité, les aspérités semblant faciliter la diffusion à l'interface. Dans le cas de deux solides aux propriétés acoustiques identiques, la probabilité de transmission est égale à 1/2 et la résistance résultante dépend des propriétés du milieu, notamment la densité et la vitesse de propagation des ondes acoustiques.

À basse température, notamment en régime cryogénique, la résistance thermique d'interface entre deux milieux disjoints peut être décrite par les deux modèles AMM et DMM, qui, bien qu'ils reposent sur des hypothèses différentes, conduisent souvent à des prédictions similaires [66]. Toutefois, ces modèles deviennent inadaptés aux températures plus élevées, telle que la température ambiante, en particulier pour les interfaces solide-solide : les résistances d'interface mesurées expérimentalement dans ces cas sont bien supérieures aux prédictions par ces modèles, montrant que la résistance interfaciale phononique est alors **négligeable devant la résistance thermique liée à la géométrie des corps en contact**<sup>5</sup>, qui ne présente généralement pas de dépendance marquée en la température [70].

## 2.2 La résistance de constriction et d'étalement

En conduction thermique comme en conduction électrique, la *résistance de constriction*  $R_c$  désigne la résistance associée à un rétrécissement de la section transverse au flux de chaleur ou d'électricité. Une résistance dite d'*étalement* ("*spreading resistance*") apparaît également dans le cas inverse d'un élargissement de la section. Pour un contact entre deux objets solides, cette modification de géométrie est fréquente, et la résistance de constriction ou d'étalement constitue une contribution à la résistance de contact totale importante à prendre en compte. Cette résistance n'est pas localisée à proprement parler au niveau de la surface de contact, mais dans un volume fini de taille réduite au sein des deux milieux à proximité de cette surface ; elle a pour origine la déformation des lignes de flux imposée par la singularité de géométrie.

### 2.2.1 Modèles thermiques de la constriction

#### 2.2.1.1 Constriction circulaire

Le cas de référence le plus simple, correspondant à une constriction circulaire de rayon  $a$  agissant comme une source isotherme ou à potentiel électrique constant, en contact avec un demi-espace isotrope de conductivité thermique ou électrique  $k_1$ , a été largement étudié dans la littérature, dans plusieurs publications et ouvrages de référence [61, 62, 71, 19]. Dans la suite, l'analyse sera restreinte à l'application de cette théorie de la constriction au seul cas de la conduction thermique.

5. Un cas dans lequel la résistance thermique interfaciale peut devenir significative, même à température ambiante, concerne les dispositifs constitués d'interfaces quasi parfaites, telles que celles obtenues par dépôt de couches minces épitaxiées au moyen de procédés atomiques – c'est notamment le cas des transistors [19].

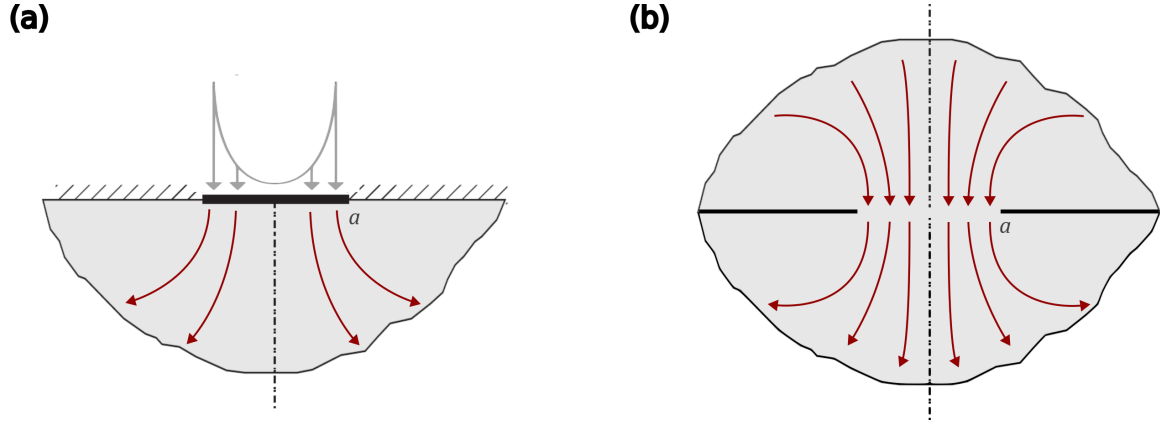


FIGURE 1.23 – (a) Lignes de flux au niveau d’une constriction circulaire de rayon  $a$  en contact avec un milieu semi-infini, pour une source isotherme (la distribution de flux initiale est donc non uniforme). (b) Lignes de flux au niveau d’une constriction entre deux milieux semi-infinis. D’après [19].

Pour cette configuration représentée en Fig. 1.23(a), dans le cas d’une source isotherme, il a été montré que la résistance de constriction est donnée par l’expression :

$$R_c^* = \frac{1}{4k_1a} \quad (1.45)$$

où la notation \* indique que cette résistance se réfère spécifiquement à une source en contact avec un demi-espace uniquement.

Pour représenter un contact réel entre deux milieux de conductivités  $k_1$  et  $k_2$ , on doit considérer deux demi-espaces mis en contact par une constriction, comme représenté sur la Fig. 1.23(b). Les deux contributions des demi-espaces s’additionnent alors en série et la résistance de constriction dans le cas d’une source isotherme circulaire s’écrit [61] :

$$R_c = \frac{1}{4k_1a} + \frac{1}{4k_2a} = 2\frac{1}{4k_e a} \quad (1.46)$$

où  $k_e = \frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$  représente une conductivité effective, égale à la moyenne harmonique des conductivités des deux demi-espaces [72].

À noter que ces résultats dépendent des conditions aux limites imposées : lorsque le flux est uniformément réparti sur toute la surface de contact, la température n’est plus constante sur le disque de constriction, et la résistance qui en résulte est alors plus élevée que dans le cas isotherme, d’environ 8 % [19]. Une différence existe généralement entre la résistance de constriction des régimes isoflux et isotherme pour toute géométrie. Les calculs relatifs aux deux conditions aux limites sont présentés de manière détaillée par Yovanovich et Marotta dans la Ref. [19] pour diverses configurations géométriques. La suite de cette synthèse se concentrera sur les cas de sources isothermes, associées à une distribution non uniforme du flux incident au niveau de la surface de contact.

### 2.2.1.2 Généralisation de la géométrie de la surface de contact

Dans le cas d’une surface de contact **elliptique** de demi-axes  $a$  et  $b$ , la résistance de constriction  $R_c$  telle qu’introduite ci-dessus est modifiée par un facteur  $\frac{2}{\pi}K(\kappa_{ell})$  où  $K(\kappa_{ell})$  est l’intégrale elliptique complète de première espèce de module égal à l’excentricité de l’ellipse,  $\kappa_{ell} = \sqrt{(a^2 - b^2)/a^2}$ . Les

valeurs de cette intégrale sont tabulées dans la littérature [73].

Pour comparer les résistances associées à des surfaces différentes, par exemple circulaire et elliptique, la résistance de constriction adimensionnée est souvent employée :  $\tilde{R}_c^* = k_1 \ell R_c^*$  où  $\ell$  est une longueur caractéristique du système : plusieurs auteurs [74, 75, 76] ont proposé l'utilisation de la racine carrée de l'aire de contact pour cette grandeur, ce qui permet de comparer des géométries de constriction différentes mais de même surface. Ainsi, dans les cas circulaire ( $\ell = \ell_{cir}$ ) et elliptique ( $\ell = \ell_{ell}$ ), les résistances adimensionnées pour une même aire de contact sont respectivement :

$$\tilde{R}_{c,cir}^* = k \ell_{cir} R_c^* = \sqrt{\pi}/4 \approx 0.44 \quad (1.47)$$

et

$$\tilde{R}_{c,ell}^* = k \ell_{ell} \frac{2}{\pi} K(\kappa_{ell}) R_c^* = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} K(\kappa_{ell}) \sqrt{\frac{b}{a}}. \quad (1.48)$$

Une approximation de cette dernière équation a également été proposée dans la Ref. [19] pour un calcul plus direct :

$$\tilde{R}_{c,ell}^* = \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi a/b}}{(\sqrt{a/b+1})^2} & \text{si } 1 \leq a/b \leq 5 \\ \frac{1}{2\sqrt{\pi a/b}} \ln(4a/b) & \text{si } 5 \leq a/b \leq \infty \end{cases} \quad (1.49)$$

Des expressions pour d'autres géométries de constriction (rectangulaire, annulaire, polygonale) ont également été répertoriées dans la Ref. [19]. Les valeurs de résistance adimensionnée obtenues dans les différents cas permettent d'analyser l'influence de la géométrie du système. Il apparaît notamment que la résistance associée à une constriction elliptique est inférieure à celle d'une constriction circulaire : pour une ellipse de rapport  $a/b = 10$ , l'écart relatif par rapport au cas circulaire est d'environ 25 %. En comparant des géométries elliptiques et rectangulaires présentant un même rapport de dimensions caractéristiques, l'écart devient cette fois négligeable, inférieur à 1 %. Ces observations suggèrent que les effets de la géométrie d'un système sont relativement faibles lorsque la racine carrée de l'aire de contact est bien utilisée comme longueur caractéristique ; c'est-à-dire que pour une même surface de contact, la forme de la constriction influence peu le transport de chaleur.

### 2.2.1.3 Généralisation à des milieux aux dimensions finies

#### Influence de la dimension perpendiculaire au flux de chaleur

Les résultats donnés ci-dessus peuvent être appliqués à la configuration d'une constriction circulaire sur un demi-espace cylindrique de rayon fini  $c$  et de longueur  $t$  infinie dans la direction du flux de chaleur, représentée en Fig. 1.24, si  $a/c < 0.05$  [77]. Il s'agit alors d'une configuration de constriction dite "longue" [78]. Lorsque  $c$  diminue et se rapproche de la dimension de la surface de contact, le modèle de la **tige cylindrique** considérant une constriction "courte" doit être appliqué. Différentes corrélations ont été proposées dans les Refs. [77, 79, 19] selon la distribution de flux considérée. Les auteurs définissent un cas de référence *isotherme équivalent*, dans lequel la distribution de flux dans la direction axiale au niveau de la constriction a été choisie pour produire une température environ constante sur la surface. Cette distribution axisymétrique, valide pour  $a < 0.6c$ , est définie en fonction du paramètre radial  $u = r/a$  par :

$$q(u) = \frac{Q}{\pi a^2} \frac{1}{2\sqrt{1-u^2}} \quad (1.50)$$

où  $\frac{Q}{\pi a^2}$  est le flux moyen surfacique. Pour cette distribution de flux, la résistance de constriction dans le cas de conditions adiabatiques sur les bords du cylindre peut être approximée par l'expression :

$$R_c^* = \frac{1}{4ka} (1 - a/c)^{1.5}. \quad (1.51)$$

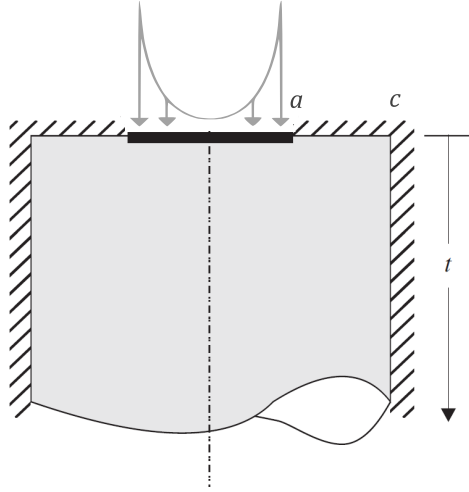


FIGURE 1.24 – Constriction circulaire de rayon  $a$  en contact avec un demi-espace de géométrie de tige cylindrique, de longueur  $t$  infinie et de rayon  $c$  fini, aux conditions adiabatiques aux bords. D’après [19].

Cette équation indique que la résistance de constriction augmente avec le rayon du cylindre, pour tendre vers la valeur limite correspondant au cas d’un demi espace infini. Lorsque  $c = 2a$ , la résistance est par exemple réduite à 35 % de cette valeur maximale.

### Influence de la dimension parallèle au flux de chaleur

Dans la configuration précédente, si  $t$  est considérée comme une valeur finie, la constriction est cette fois en contact avec un disque de rayon  $c$  et d’épaisseur  $t$ . Cette géométrie particulière de **couche mince** représentée en Fig. 1.25, qui se caractérise donc par un demi-espace aux dimensions finies à la fois dans la direction radiale et dans la direction axiale, a été traitée par de nombreux auteurs dans le contexte de la conduction électrique, en coordonnées cylindriques ou cartésiennes [61, 80, 81]. La résistance de constriction thermique dans cette géométrie, pour un disque suffisamment large ( $a \ll c$  et  $t \ll c$ ), a été calculée analytiquement dans les Refs. [82, 74, 83] en imposant différentes conditions aux bords au niveau de la face inférieure du disque. Nous nous intéresserons ici uniquement à deux cas limites, toujours avec une distribution initiale de flux donnée par l’Eq 1.50.

- Si le coefficient d’échange au niveau de la surface inférieure du disque est important, correspondant à un nombre de Biot élevé  $\text{Bi} \rightarrow \infty$ , la température de cette surface est imposée et uniforme. Dans ce cas, la résistance de constriction est donnée par :

$$R_c^* = \frac{2}{ka\pi\chi} \sum_{n=1}^{\infty} \tanh(\lambda_n \tilde{t}) \frac{J_1(\lambda_n \chi) \sin(\lambda_n \chi)}{\lambda_n^3 J_0^2(\lambda_n)} \quad (1.52)$$

où  $\chi = a/c$ ,  $\tilde{t} = t/c$ ,  $k$  est la conductivité du disque,  $J_n(x)$  est la fonction de Bessel de première espèce d’ordre  $n$ , et  $\lambda_n$  est la  $n^{\text{ème}}$  racine de la fonction de Bessel d’ordre un.

- Si une condition adiabatique est imposée sur la surface inférieure du disque, le nombre de Biot approche zéro :  $\text{Bi} \rightarrow 0$ , et la température peut aussi être considérée comme uniforme. Dans ce cas, la résistance de constriction est donnée par :

$$R_c^* = \frac{2}{ka\pi\chi} \sum_{n=1}^{\infty} \coth(\lambda_n \tilde{t}) \frac{J_1(\lambda_n \chi) \sin(\lambda_n \chi)}{\lambda_n^3 J_0^2(\lambda_n)}. \quad (1.53)$$

Lorsque  $\tilde{t}$  est suffisamment grand, les Eqs. 1.52 et 1.53 convergent vers une même valeur. Cependant,

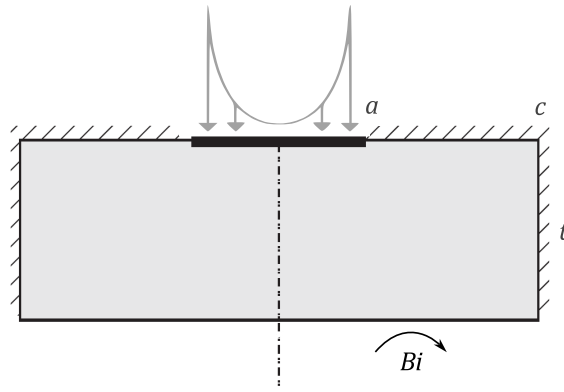


FIGURE 1.25 – Constriction circulaire de rayon  $a$  en contact avec un demi-espace de géométrie de couche mince d'épaisseur  $t$  et de rayon  $c$ . Le bord inférieur est soumis à une condition de flux variable selon la valeur du nombre de Biot  $Bi$  (adiabatique si  $Bi = 0$  et isotherme si  $Bi = \infty$ ). Les autres conditions aux bords sont adiabatiques. D'après [19].

quand  $\tilde{t}$  diminue, l'évolution de  $R_c^*$  dépend des conditions aux limites imposées : par rapport à cette valeur limite, la résistance de constriction diminue si  $Bi \rightarrow \infty$ , et augmente si  $Bi \rightarrow 0$ .

### Influence de la présence de milieux aux propriétés différentes : cas d'un disque de dimensions finies avec couche mince de conductance donnée

On considère comme précédemment un demi-espace ayant la géométrie d'un disque avec les mêmes conditions de flux et conditions aux bords, mais cette fois composé de deux couches aux propriétés physiques différentes (en particulier, caractérisés par des conductivités thermiques  $k_1$  et  $k_2$ ), et d'épaisseurs  $t_1$  et  $t_2$  telles que  $t = t_1 + t_2$ . Ce cas complexe, représenté sur la Fig. 1.26 et introduit dans la Ref. [19], permet d'étudier les effets conjoints des dimensions du système et de la conductivité des milieux en contact avec la constriction. L'expression donnée pour la résistance de constriction dans cette géométrie est :

$$R_c^* = \frac{1}{k_1 a \pi \chi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\chi) B_n(\tilde{t}, \tilde{t}_1, \kappa_{12}, Bi) \frac{J_1(\lambda_n \chi)}{\lambda_n} \quad (1.54)$$

où  $\chi = a/c$ ,  $\tilde{t} = t/c$ ,  $\tilde{t}_1 = t_1/c$ ,  $\kappa_{12} = k_1/k_2$  et  $Bi$  est le nombre de Biot associé à la surface inférieure du disque. Dans cette équation et toujours dans le cas d'une source isotherme, on a :

$$A_n = \frac{-2 \sin(\lambda_n \chi)}{\lambda_n^2 J_0^2(\lambda_n)} \quad (1.55)$$

et

$$B_n = \frac{\phi_n \tanh(\lambda_n \tilde{t}_1) - \varphi_n}{1 - \phi_n} \quad (1.56)$$

avec

$$\phi_n = \frac{\kappa_{12} - 1}{\kappa_{12}} (\cosh(\lambda_n \tilde{t}_1) - \varphi_n \sinh(\lambda_n \tilde{t}_1)) \cosh(\lambda_n \tilde{t}_1) \quad (1.57)$$

et

$$\varphi_n = \begin{cases} \tanh(\lambda_n \tilde{t}) & \text{si } Bi \rightarrow \infty \\ \coth(\lambda_n \tilde{t}) & \text{si } Bi \rightarrow 0. \end{cases} \quad (1.58)$$

Ces équations nous indiquent en particulier que l'écart relatif entre la résistance de constriction calculée dans cette géométrie et sa valeur dans le cas d'une constriction simple circulaire (Eq. 1.45)



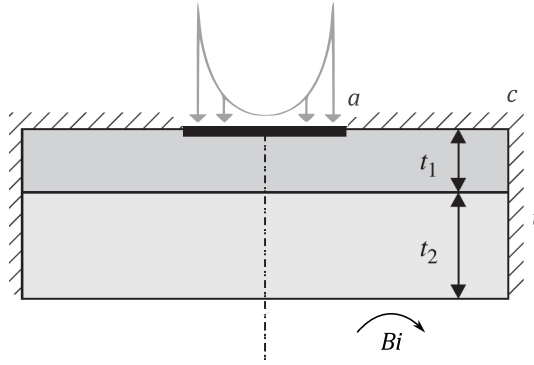


FIGURE 1.26 – Constriction circulaire de rayon  $a$  en contact avec un demi-espace de géométrie de couche mince d'épaisseur  $t$  et de rayon  $c$ , constitué de deux milieux de conductivités différentes  $k_1$  et  $k_2$ . Les conditions aux bords sont les mêmes qu'en Fig. 1.25. D'après [19].

dépend du **rapport des conductivités  $k_1$  et  $k_2$** . En particulier, si la conductivité du milieu constituant la partie inférieure du disque augmente, la résistance de constriction diminue. Ce ratio influence également l'évolution de  $R_c^*$  avec le rapport des épaisseurs des deux couches  $t_1/t_2$  : quand  $t_1/t_2$  augmente, elle diminue si  $\kappa_{12} > 1$ , mais elle augmente si  $\kappa_{12} < 1$ . Ce constat semble relativement intuitif dans la mesure où il traduit une décroissance de la résistance calculée quand la moyenne volumique de la conductivité du disque constitué des deux milieux accolés augmente.

Il convient de noter que, dans cette géométrie, la résistance interne du matériau est traitée de manière variable dans la littérature : certains auteurs considèrent qu'elle est déjà incluse dans ce type d'approche analytique, et soustraient une valeur arbitraire afin d'estimer la résistance de constriction proprement dite [61], tandis que d'autres la modélisent séparément [19].

## 2.2.2 Association avec les modèles mécaniques du contact

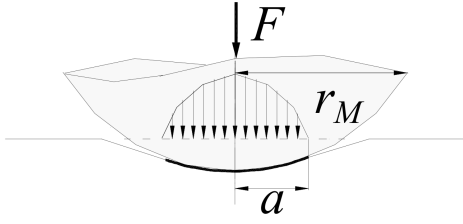
Pour pouvoir appliquer les équations détaillées en section précédente au cas de contacts entre deux objets réels, la connaissance du rayon  $a$  de la constriction est nécessaire. Les modèles de la constriction doivent alors être associés à des notions de mécanique du contact, permettant d'exprimer la surface de contact en fonction de la déformation à laquelle les solides peuvent être soumis [84]. Dans cette partie, la mécanique de la fracture ne sera pas abordée, ce qui revient à considérer uniquement des contacts où les matériaux ne sont pas soumis à des forces suffisamment importantes pour causer leur rupture.

### 2.2.2.1 Influence de la force exercée sur la résistance de constriction

Le comportement des surfaces en contact et soumis à une certaine charge a été analysé pour la première fois par Hertz en 1882 [87]. Bien que l'étude originale porte principalement sur le contact entre sphères, ses travaux sont désormais largement utilisés pour traiter le cas d'un contact élastique entre surfaces *non-conformes*, c'est-à-dire dont les géométries ne correspondent pas l'une à l'autre, limitant le contact initial sur une petite zone ou un point. Cette analyse peut donc être adoptée pour étudier la situation d'un contact "lisse" entre deux corps de géométries différentes dont un exemple est donné en Fig. 1.27(a). Elle représente une configuration sphère-plan, souvent utilisée comme cas de référence pour l'analyse des déformations mécaniques au voisinage des interfaces ; elle servira de base aux considérations de la suite de cette section. Dans ce cas, qui traduit un point de vue **macroscopique** où la rugosité de surface n'est pas prise en compte, le rayon de la constriction  $a$  correspond alors au rayon de l'aire de contact totale. Selon la théorie de Hertz pour une déformation élastique, ce rayon est donné par [88, 89, 90] :

$$a = \left( \frac{3F r_M}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1.59)$$

**(a)**

 Echelle macroscopique :  
 contact "lisse" entre deux surfaces non-conformes

**(b)**

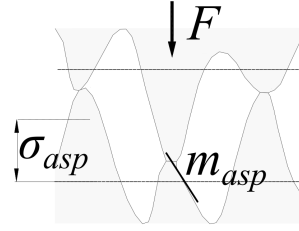
 Echelle microscopique :  
 contact "rugueux" entre deux surfaces conformes


FIGURE 1.27 – (a) Géométrie d'un contact avec une force exercée  $F$  : (a) à l'échelle macroscopique dans une configuration sphère-plan où  $r_M$  le rayon de la sphère et  $a$  le rayon de l'aire de contact, et (b) à l'échelle microscopique, où  $\sigma_{asp}$  est la rugosité moyenne des aspérités et  $m_{asp}$  la pente moyenne des aspérités. D'après [85, 86].

où  $F$  est la force exercée au contact,  $r_M$  est le rayon de la sphère et  $E^*$  est le module d'Young normalisé du matériau :  $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$  avec  $\nu$  le coefficient de Poisson. Puisque la résistance de constriction est inversement proportionnelle au rayon de la constriction quelle que soit la géométrie considérée, comme montré dans la section précédente, on obtient la dépendance suivante :

$$R_c \propto F^{-1/3}. \quad (1.60)$$

Notons que la théorie hertzienne du contact a été étendue à des géométries plus complexes. Dans le cas plus général d'une zone de contact de forme elliptique, définie par ses demi-axes  $a$  et  $b$ , il a été montré que la forme de l'équation de Hertz (Eq. 1.59) peut être conservée et adaptée pour exprimer [90, 91, 92] :

$$(ab)^{1/2} = \left( \frac{3 F r_{M,eq}}{4E^*} \right)^{1/3} \mathcal{F}_1(a, b) \quad (1.61)$$

où  $(ab)^{1/2}$  représente un rayon effectif caractéristique de contact, correspondant à celui de la zone circulaire équivalente qui aurait la même surface que l'ellipse de contact, et  $R_{M,eq} = (r'_M r''_M)^{1/2}$  est un rayon de courbure équivalent, dépendant des rayons de courbure des surfaces formant le contact  $r'_M$  et  $r''_M$ , qui varient selon la géométrie exacte considérée. Dans cette expression,  $\mathcal{F}_1(a, b)$  est une fonction de correction donnée par :

$$\mathcal{F}_1(a, b) = \left( \frac{4}{\pi \kappa_{ell}^2} (b/a)^{3/2} \left\{ \left[ \frac{E(\kappa_{ell})}{(b/a)^2} - K(\kappa_{ell}) \right] [K(\kappa_{ell}) - E(\kappa_{ell})] \right\}^{1/2} \right)^{1/3} \quad (1.62)$$

où  $\kappa_{ell} = \sqrt{(a^2 - b^2)/a^2}$  est l'excentricité de l'ellipse, et  $K(\kappa_{ell})$  et  $E(\kappa_{ell})$  sont les intégrales elliptiques complètes de première et de deuxième espèce, respectivement, de module  $\kappa_{ell}$ , dont les valeurs sont tabulées [73]. Cette fonction  $\mathcal{F}_1(a, b) \leq 1$  reflète le fait que dans les mêmes conditions que la théorie de Hertz classique, lorsque la zone de contact devient une ellipse, la pression de contact est redistribuée, ce qui se traduit par une réduction effective de la zone de contact pour une même charge appliquée.

Le passage d'un régime de déformation élastique à un régime de déformation plastique implique un dépassement d'un seuil de pression locale : l'augmentation de l'aire de contact se fait alors en transformant le solide de manière irréversible. On peut considérer qu'à l'état final, lorsque le solide a cessé de se déformer, la pression exercée sur la surface de contact est égale à la limite d'élasticité  $\sigma_{el}$

du matériau, soit pour un contact circulaire [88, 62] :

$$\sigma_{el} = \frac{F}{\pi a^2}. \quad (1.63)$$

Cela implique la dépendance suivante pour la résistance de constriction :

$$R_c \propto F^{-1/2}. \quad (1.64)$$

Un modèle élastoplastique, qui reprend les deux cadres théoriques précédents, peut également être considéré, par l'introduction d'un exposant variable [72] :

$$R_c \propto F^{-\gamma} \quad \text{où} \quad 1/3 < \gamma < 1/2. \quad (1.65)$$

### 2.2.2.2 Contact "multi-points"

En réalité, toute surface présente une certaine rugosité à l'échelle **microscopique**. Ainsi, lorsque deux solides sont en contact, l'aire de contact *apparente*, déduite d'un traitement macroscopique du problème comme dans le paragraphe précédent, est supérieure à l'aire de contact *réelle*, constituée de l'ensemble des points de contact entre aspérités. À l'échelle microscopique de cette rugosité, on peut considérer les surfaces en contact comme étant *conformes*, c'est-à-dire ayant des formes géométriques complémentaires ; seule la distribution, le nombre et la taille des aspérités influence l'aire de contact finale (cf. Fig. 1.27(b)).

En conduction électrique, la formule de Holm [93] donne la résistance de constriction totale entre deux corps de conductivité  $k_1$  due à un grand nombre  $N_p$  de points de contact, uniformément distribués sur une aire circulaire appelée "cluster" de rayon  $a$ , chacun étant associé à une constriction de taille  $a_p$  :

$$R_{c,tot} = \frac{1}{2k_1 N_p a_p} + \frac{1}{2k_1 a}. \quad (1.66)$$

Le premier terme correspond aux  $N_p$  micro-contractions en parallèle, et le second terme à la constriction macroscopique due à la taille  $a$  du cluster (on retrouve l'Eq. 1.46). Cette équation exprime que la résistance de constriction totale peut être obtenue en ajoutant directement en série les contributions des résistances à l'échelle macroscopique et à l'échelle microscopique : de manière plus générale, on peut retenir que :

$$R_{c,tot} = R_{c,macro} + R_{c,micro}. \quad (1.67)$$

Greenwood [93] a proposé par la suite un modèle plus général, considérant  $N_p$  aspérités non réparties de façon homogène et de tailles différentes. Il exprime la résistance de constriction totale comme :

$$R_{c,tot} = \frac{1}{2k_1 \sum_{i=1}^{N_p} a_i} + \frac{1}{k_1 \pi N_p^2} \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_p} \frac{1}{s_{ij}} \quad (1.68)$$

où  $s_{ij}$  est la distance entre l'aspérité  $i$  de rayon  $a_i$  et l'aspérité  $j$  de rayon  $a_j$ . Comme dans le modèle de Holm, le premier terme représente les micro-contractions en parallèle. Le second terme est un terme d'interaction, prenant en compte les variations des distances entre chaque couple d'aspérités possible : il ne dépend que de la position des points de contact et non de leur taille.

De même que pour un contact envisagé à la macro-échelle, les micro-contacts peuvent donner lieu à des déformations élastiques, plastiques ou élastoplastiques. Pour calculer les rayons de chacune des surfaces de contact  $a_i$ , les modèles abordés dans le paragraphe précédent peuvent aussi être utilisés : la difficulté principale pour traiter ce problème reste de connaître suffisamment précisément la topographie

de surface des deux objets en contact. Différents modèles plus complexes, ne reposant pas sur le formalisme simple de Holm, ont également été proposés dans la littérature, et sont notamment listés dans la Ref. [94] ; deux exemples exprimant la résistance de constriction en fonction des caractéristiques des aspérités et de la charge exercée à l'interface de contact en supposant une déformation plastique des aspérités sont donnés ci-après.

- Bahrami [95] a établi l'expression suivante pour la résistance de constriction à l'échelle microscopique :

$$R_{c,micro} = \frac{C\pi H_m \sigma_{asp}/m_{asp}}{2k_e F} \quad (1.69)$$

où  $C$  est une constante,  $H_m$  est la microdureté du matériau,  $\sigma_{asp}$  est la rugosité quadratique moyenne de surface,  $m_{asp}$  est la pente moyenne des aspérités,  $k_e$  la moyenne harmonique des conductivités des deux milieux en contact et  $F$  la force appliquée.

- Le modèle de Cooper-Mikic-Yovanovich (CMY) [77, 85, 86], plus complexe et validé par différentes séries de résultats expérimentaux, exprime la résistance de constriction à l'échelle microscopique comme :

$$R_{c,micro} = \frac{2\sigma_{asp}\sqrt{2\pi}}{m_{asp}k_e} \left(1 - \sqrt{0.5\operatorname{erfc}(\tilde{\lambda}/\sqrt{2})}\right)^{1.5} \exp(\tilde{\lambda}^2/2) \quad (1.70)$$

avec  $\operatorname{erfc}$  la fonction d'erreur complémentaire, et  $\tilde{\lambda}$  un paramètre adimensionné, relié à la distance moyenne de séparation entre les plans  $Y$  et à la rugosité moyenne, et s'exprimant aussi en fonction de la pression exercée  $P$  et de la microdureté :

$$\tilde{\lambda} = \frac{Y}{\sqrt{2}\sigma_{asp}} = \sqrt{2}\operatorname{erfc}^{-1}\left(\frac{2P}{H_m}\right). \quad (1.71)$$

Une relation de corrélation basée sur ce modèle a également été proposée, en fonction de l'aire apparente de contact  $A_a$  [96] :

$$R_{c,micro} = \frac{\sigma_{asp}/m_{asp}}{1.25A_a k_e (P/H_m)^{0.95}}. \quad (1.72)$$

Il convient toutefois de souligner que, dans la majorité des études, la taille de cluster apparaît comme le paramètre prédominant dans la détermination de la résistance de constriction totale, indiquant que  $R_{c,macro} \gg R_{c,micro}$  [93]. Cette observation est confirmée par plusieurs travaux expérimentaux [97, 98]. En reprenant le modèle simplifié de Holm, on constate en effet que le premier terme de micro-constriction devient prépondérant par rapport au deuxième terme de macro-constriction si  $a \gg N_p a_p$ , c'est-à-dire uniquement dans le cas d'une très faible densité d'aspérités [62, 93].

## 2.3 Autres phénomènes influençant la résistance thermique au niveau d'un contact

Au-delà de la résistance interfaciale phononique, et de la résistance de constriction, phénomène purement géométrique et non lié aux surfaces en contact à proprement parler, d'autres phénomènes peuvent contribuer, parfois fortement, à la résistance thermique totale associée à la chute de température de part et d'autre d'un contact entre deux matériaux.

### 2.3.1 Résistance interne des matériaux en contact

En pratique, la résistance de constriction, localisée autour du rétrécissement ou de l'élargissement des lignes de flux, n'est pas mesurable séparément : expérimentalement, la mesure des températures de part et d'autre d'un contact s'effectue en englobant un certain volume des deux milieux, qui ont une résistance thermique interne donnée. Dans les travaux mentionnés précédemment, la contribution de cette résistance interne n'est en général pas prise en compte [19]. Il a été défini par plusieurs auteurs

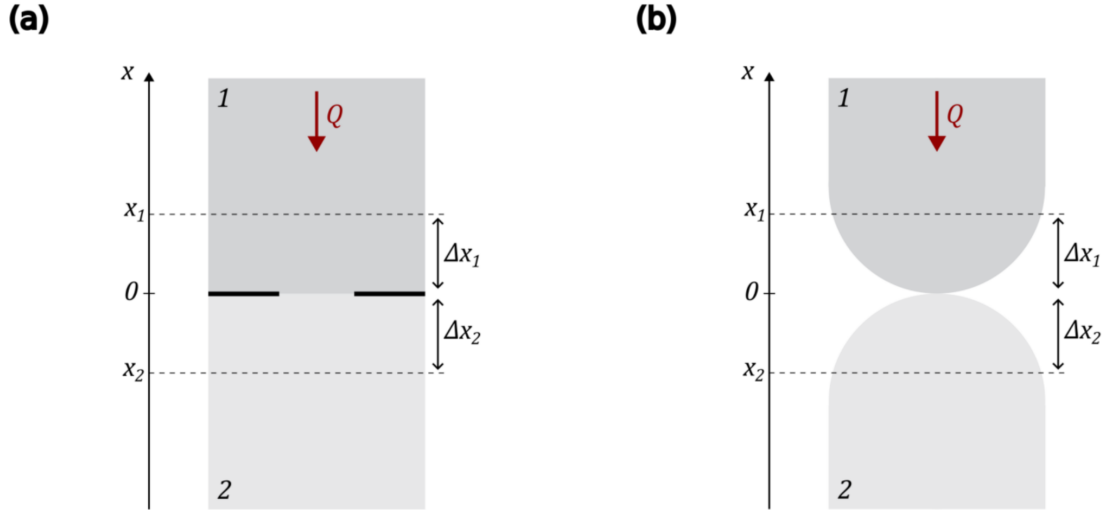


FIGURE 1.28 – Configurations de constriction pour un flux de chaleur  $Q$  entre deux matériaux (a) à section constante, et (b) à section non constante.

que par convention, la résistance réelle au niveau d'une constriction est la somme de la résistance de constriction pure  $R_c$  et de la résistance unidimensionnelle d'un flux de chaleur non contraint  $R_{1D}$  [99, 100]. Ce dernier terme, dans les configurations représentées en Fig. 1.28, peut être exprimé comme :

$$R_{1D} = \frac{\Delta x_1}{k_1 A_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2 A_2}. \quad (1.73)$$

Dans cette équation,  $\Delta x_1$  et  $\Delta x_2$  désignent les épaisseurs respectives des matériaux 1 et 2 incluses dans la mesure de la résistance thermique totale de contact, et  $A_1$  et  $A_2$  les sections transverses au flux de chaleur au niveau des points de mesure des températures.

Dans la situation théorique de la Fig. 1.28(a), la section transverse au flux de chaleur est constante dans les deux milieux, sauf en  $x = 0$  au niveau de la constriction. Il semble donc assez naturel de considérer la résistance unidimensionnelle donnée par l'Eq. 1.73 comme résistance interne lorsque la résistance de contact mesurée est  $R_t = (T(x_2) - T(x_1))/Q$ . Cependant, cette situation est assez peu représentative des géométries de contact réelles : en pratique, deux surfaces en contact, si elles sont non conformes, donnent lieu à une constriction qui peut certes être de rayon donné et calculable par des théories de mécanique, mais qui est créée par une modification de la géométrie sur un certain volume non nul. Cette configuration réelle est représentée en Fig. 1.28(b). Dans ce cas, l'Eq. 1.73 donne une résistance interne effective, qui s'applique à un volume concerné par le transfert de chaleur supérieur au volume réel. En ce sens, la résistance unidimensionnelle telle que définie ci-dessus est une valeur qui peut être qualifiée d'arbitraire [61], mais qui constitue une référence à laquelle la résistance de constriction pure doit être comparée pour évaluer les effets des différents paramètres géométriques.

### 2.3.2 Résistance d'un film mince ou une couche de contamination

En pratique, les surfaces des solides sont fréquemment recouvertes d'un film de contamination d'origine physico-chimique, résultant notamment de réactions avec l'atmosphère environnante ou de dépôts de composés organiques volatils [101]. L'épaisseur caractéristique de ce film peut, dans certains cas, être estimée à partir des courbes d'approche obtenues avec un microscope à force atomique ("*Atomic Force Microscope*", AFM), en analysant les variations de la force d'amortissement. Par exemple, Karrai et Tiemann ont mesuré, sur une bille d'or d'un diamètre de l'ordre de plusieurs dizaines de microns, une dimension typique de film de l'ordre de 10 à 30 nm [102]. À cette couche mince considérée de

conductivité  $k_{cont}$ , d'épaisseur  $e_{cont}$  et recouvrant une aire  $A_{cont}$  est associée une résistance thermique interne, donnée par :

$$R_{cont} = \frac{e_{cont}}{A_{cont}k_{cont}}. \quad (1.74)$$

Il est raisonnable de supposer la répartition de la couche de contamination sur la totalité de l'aire de contact : si l'on considère le cas précédemment étudié d'un contact circulaire de rayon  $a$ , alors

$$R_{cont} = \frac{e}{\pi a^2 k_{cont}}. \quad (1.75)$$

Cette résistance thermique interne, comme celle des matériaux constituant les milieux en contact le cas échéant, s'ajoute en série à la résistance de constriction caractérisant l'interface ; ce peut être à la micro-échelle comme à la macro-échelle. Il s'agit d'une résistance que l'on peut qualifier d'interfaciale : l'Eq. 1.75 met en évidence une dépendance de  $R_{cont}$  en  $a^{-2}$ , distincte de celle observée pour la résistance de constriction  $R_c$ , qui varie comme  $a^{-1}$ . Ainsi, la présence d'une couche de contamination, en plus d'augmenter la résistance de contact, peut également en modifier la dépendance vis-à-vis des dimensions caractéristiques de la constriction. À noter que dans le cas d'une surface rugueuse, le rayon de la constriction  $a$  rentrant en jeu dans ces équations pourra être remplacé par la somme des rayons des points de contact individuels, conformément aux détails donnés dans le paragraphe 2.2.2.2.

### 2.3.3 Contribution additionnelle de la conduction dans la phase interstitielle

À l'échelle macroscopique dans le cas de deux solides non conformes, comme à l'échelle microscopique au niveau des contacts formés par la rugosité de surface, des interstices existent à proximité des zones de contact, où les deux surfaces sont très proches l'une de l'autre. Si la configuration étudiée ne se situe pas dans le vide, ces espacements peuvent être remplis par un gaz ou par une autre substance liquide. Par exemple, dans de l'air présentant un certain taux d'humidité, de l'eau peut se condenser au niveau des interstices, formant un ménisque. Le cas d'un ménisque d'huile a en particulier été abordé dans certaines études [103]. La présence de cette phase interstitielle donne lieu à un transfert thermique supplémentaire par conduction : nous abordons ici les modèles principaux développés dans la littérature pour l'estimer, à la macro-échelle de surfaces non conformes et à la micro-échelle.

#### 2.3.3.1 Conduction à la macro-échelle

Considérons une géométrie de référence correspondant à un contact sphère-plan entre deux surfaces lisses susceptibles de se déformer, conduisant à la formation d'une zone de contact circulaire de rayon  $a$ , comme vu dans le paragraphe 2.2.2.1. On introduit la possibilité d'un transfert thermique additionnel par conduction dans une région annulaire entourant cette surface, de rayon  $r_p$ , délimitée latéralement par une paroi verticale. Cette configuration est représentée en Fig. 1.29(a). La zone annulaire peut représenter [103] :

- **Dans le cas d'un milieu extérieur gazeux (air ou gaz)** : l'espace au sein duquel un transfert thermique par conduction à travers le gaz peut avoir lieu. Il est alors pertinent de fixer  $r_p = r_M$ ,  $r_M$  étant le rayon de la sphère, de manière à inclure l'ensemble du domaine dans lequel les deux milieux (sphère et plan) peuvent se rapprocher significativement, en raison de la courbure de la sphère.
- **En présence d'un ménisque liquide** : le volume de liquide par lequel la conduction thermique peut s'effectuer. On choisit alors  $r_p$  égal au rayon du ménisque. Cette modélisation constitue toutefois une approximation, dans la mesure où un ménisque adopte généralement une forme concave, liée à la mouillabilité du liquide, et non une géométrie à paroi verticale.

Comme indiqué en début de section, l'analyse se limite ici à des configurations d'objets dont la

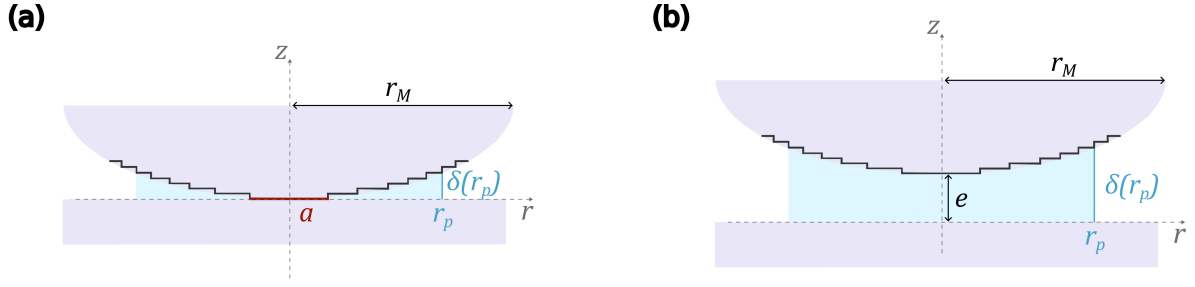


FIGURE 1.29 – Géométries sphère-plan (a) en contact par une surface de rayon  $a$ , et (b) sans contact direct, avec un espacement minimal  $e$ . La zone de conduction annulaire additionnelle considérée, de rayon  $r_p$ , peut par exemple correspondre à la présence d’une phase gazeuse ou d’un ménisque de liquide [104].

dimension caractéristique, en l’occurrence le rayon  $r_M$  de la sphère, est au moins de l’ordre de plusieurs dizaines de microns. Dans ces conditions, la condition  $r_M \gg \Lambda$  étant vérifiée avec  $\Lambda$  le libre parcours moyen des porteurs d’énergie dans la phase interstitielle, il est possible de considérer que le transfert de chaleur se déroule majoritairement en régime diffusif. Notons néanmoins que, dans une configuration de type sphère-plan, la distance entre les deux solides peut devenir très faible à proximité du point de contact, entraînant la possible apparition locale de régimes non diffusifs. Toutefois, en raison de la diminution de la conductivité thermique de la phase interstitielle avec la réduction de la distance de séparation, phénomène mis en évidence précédemment en Fig. 1.14 en ce qui concerne un gaz, mais qui se produit également dans des phases liquide et solide, il apparaît raisonnable de considérer que la contribution de ces régimes non diffusifs locaux au transfert thermique conductif global demeure négligeable. L’utilisation du cadre classique de la loi de Fourier est alors justifiée, aussi bien pour une phase interstitielle gazeuse que dans le cas où un ménisque liquide est présent à l’interface.

Une étude de la conduction en régime diffusif dans la géométrie de la Fig. 1.29(a) a été proposée par Yovanovich et Kitscha [103, 104], sous l’hypothèse que les transferts thermiques solide-solide et à travers l’interstice sont découplés, c’est-à-dire qu’ils peuvent être calculés séparément et s’ajouter en parallèle. Un modèle considérant un couplage entre ces modes de transfert, qui ne sera pas présenté ici, a également été introduit par les auteurs ; ils rapportent des résultats similaires au modèle découplé dans différentes configurations testées expérimentalement.

Dans le modèle diffusif découplé, la résistance de constriction est déterminée à partir de l’aire de contact  $a$  (cf. paragraphe 2.2.2.1)<sup>6</sup> ; à cette résistance doit d’ajouter en parallèle la résistance d’interstice  $R_i$ . Pour la calculer, l’interstice est décomposé en une succession de zones annulaires concentriques de largeur infinitésimale  $dr$  et de hauteur variable  $\delta(r)$  (cf. Fig. 1.29(a)). La conductance d’une de ces zones est ainsi donnée par :

$$dG_{i,macro} = \frac{2\pi k_i r}{\delta(r)} dr \quad (1.76)$$

où  $k_i$  est la conductivité thermique du milieu constituant l’interstice et  $\delta(r)$  peut être exprimé comme :

$$\delta(r) = \sqrt{r_M^2 - a^2} - \sqrt{r_M^2 - r^2}. \quad (1.77)$$

La conductance totale est la somme de toutes les conductances infinitésimales, chaque zone concentrique

6. Dans le cas de la présence d’un ménisque liquide, la force totale exercée rentrant en compte dans le calcul de l’aire de contact peut être modifiée par l’existence de forces capillaires attractives : celles-ci sont négligeables dans le cas général, mais peuvent devenir importantes lorsque les dimensions des objets sont d’ordre nanométrique [105].

constituant un canal de conduction en parallèle des autres :

$$\begin{aligned}
 G_{i,macro} &= \frac{1}{R_{i,macro}} = \int_{r_{min}}^{r_p} \frac{2\pi k_i r}{\sqrt{r_M^2 - a^2} - \sqrt{r_M^2 - r^2}} dr \\
 &= 2\pi k_i \left[ \sqrt{r_M^2 - a^2} \ln \left| \sqrt{r_M^2 - a^2} - \sqrt{r_M^2 - r^2} \right| + \sqrt{r_M^2 - r^2} \right]_{r_{min}}^{r_p}.
 \end{aligned} \tag{1.78}$$

Dans cette analyse, le choix d'un rayon minimal d'intégration  $r_{min}$  est requis pour garantir la convergence de l'intégrale. Dans le cas de la conduction gazeuse, Yovanovich et Kitscha [103] le définissent comme le rayon minimal pour maintenir un nombre de Knudsen  $Kn < 0.01$ , pour pouvoir considérer le régime diffusif uniquement, comme abordé ci-dessus. En revanche, dans le cas du remplissage de l'interstice par un liquide, la définition de  $r_{min}$  apparaît plus arbitraire : cela constitue une limite importante de l'utilisation de cette approche pour l'estimation du transfert conductif additionnel associé à un ménisque autour d'un contact.

Notons que cette modélisation de la conduction dans l'air ou dans un liquide peut également s'appliquer au cas d'une géométrie sphère-plan sans contact, où les deux objets sont séparés par une distance donnée  $e$  (Fig. 1.29(b)) : il s'agit alors de la configuration classique de l'*approximation de Derjaguin*. Dans ce cas, le résultat ne dépend plus de la définition d'un rayon minimal  $r_{min}$ , la borne inférieure d'intégration pouvant être fixée à  $r = 0$ . L'intégrale suivante, que l'on peut résoudre par double changement de variable, est alors obtenue :

$$\begin{aligned}
 G_{i,macro} &= \frac{1}{R_{i,macro}} = \int_0^{r_p} \frac{2\pi k_i r}{\delta(r)} dr \\
 &= \int_0^{r_p} \frac{2\pi k_i r}{e + r_M - \sqrt{r_M^2 - r^2}} dr \\
 &= 2\pi k_i r_M \left( \left(1 + \frac{e}{r_M}\right) \ln \left(1 + \frac{r_M}{e} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_p}{r_M}\right)^2}\right)\right) - 1 + \sqrt{1 - \left(\frac{r_p}{r_M}\right)^2} \right)
 \end{aligned} \tag{1.79}$$

Dans le cas où l'on choisit  $r_p = r_M$ , on a en particulier [8] :

$$G_{i,macro} = 2\pi k_i r_M \left[ \left(1 + \frac{e}{r_M}\right) \ln \left(1 + \frac{e}{r_M}\right) - 1 \right]. \tag{1.80}$$

### 2.3.3.2 Conduction à la micro-échelle

Des interstices pouvant être comblés par un gaz, ou plus rarement par un liquide, existent également à la micro-échelle en raison de la rugosité des surfaces en contact. Le transfert de chaleur par conduction à travers ces espacements est complexe, même en considérant des surfaces conformes à cette échelle. En effet, il est difficile de caractériser la géométrie des interstices et de connaître la distribution de température, fortement couplée au transfert thermique par conduction à travers les micro-contacts. Différents modèles découplés équivalents ont cependant été proposés pour traiter ce problème, notamment dans les Refs. [19, 94].

Si la conduction dans la phase interstitielle de conductivité  $k_i$  peut être considérée comme uniquement diffusif (correspondant au cas d'une rugosité micrométrique et non nanométrique), la résistance liée au transfert thermique dans ce milieu peut être exprimée simplement de manière effective par [106] :

$$R_{i,micro} = \frac{Y}{k_i A_a} \tag{1.81}$$



où  $A_a$  est l'aire apparente de contact et  $Y$  la distance moyenne de séparation entre les plans, reliée au paramètre  $\tilde{\lambda}$  déjà introduit (cf. Eq. 1.71).

Cependant, l'espacement entre les deux surfaces des solides étant fortement variable en raison des aspérités, il existe des variations locales du nombre de Knudsen avec la position pouvant être significatives. Cela rend possible l'apparition de régimes balistique et slip, notamment à proximité directe des points de contact et lorsque des distances mises en jeu deviennent nanométriques. La réduction de la conductivité thermique résultante dans ces zones peut être prise en compte en introduisant une épaisseur effective de l'interstice supérieure à l'épaisseur réelle [107]. Une corrélation complexe a également été proposée dans la Ref. [108] dans le cas d'une phase interstitielle gazeuse, se basant sur l'hypothèse de décomposition des interstices entre deux surfaces réelles en différentes zones selon leur régime de conduction. L'ajout en parallèle de chacune des résistances résultantes permet d'exprimer la résistance thermique totale due à la conduction gazeuse entre les deux surfaces  $R_{i,micro}$  en fonction de leur rugosité.

### 2.3.4 Contribution additionnelle radiative

Si le contact considéré se trouve dans le vide, ou dans un milieu transparent aux rayons infrarouge comme l'air, il se produit également un transfert radiatif au niveau des espaces interstitiels entre les deux corps. De la même manière que la conduction, cette contribution peut intervenir à deux échelles : à l'échelle macroscopique, dans le cas de surfaces non conformes, et à l'échelle microscopique lorsque les surfaces sont rugueuses.

#### 2.3.4.1 Transfert radiatif à la macro-échelle

Le transfert radiatif dans le cas de référence d'un contact "lisse" entre un hémisphère et un plan isothermes, au sein d'un espace cylindrique ayant le rayon de l'hémisphère, a été examiné dans les Refs. [19, 103].

D'après l'Eq. 1.17, le flux radiatif entre un hémisphère et un plan considérés comme corps noirs est donné par :

$$Q_{rad,macro} = A_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.82)$$

où  $A_1$  est la surface extérieure de l'hémisphère,  $T_1$  et  $T_2$  les températures respectives de l'hémisphère et du plan avec  $T_1 > T_2$ , et  $F_{12}$  le facteur de forme radiatif lié à cette géométrie. Pour une faible différence de température  $T_1 - T_2$ , le flux radiatif peut être linéarisé en utilisant une température moyenne  $T_m = \frac{T_1 + T_2}{2}$  considérée comme proche de  $(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2)/4$  :

$$T_1^4 - T_2^4 = (T_1 - T_2)(T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) \approx (T_1 - T_2)4T_m^3. \quad (1.83)$$

Cela permet d'exprimer la résistance thermique équivalente liée au transfert radiatif par :

$$R_{rad,macro} = \frac{T_1 - T_2}{Q_{rad,macro}} \approx \frac{1}{4A_1 F_{12} \sigma T_m^3}. \quad (1.84)$$

Dans le cas de corps gris, une formulation analogue peut être utilisée, à la condition d'introduire un facteur de forme effectif tenant compte des émissivités des matériaux. Son expression dépend du type de géométrie, et peut être dérivée à l'aide de modèles résistifs équivalents [109]. Selon Yovanovich et Kitscha [103], dans le cas étudié, le facteur de forme  $F_{12}$  est de la forme :

$$\frac{1}{F_{12}} = \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} + \frac{1 - \epsilon_1}{2\epsilon_1} + 0.5766 \quad (1.85)$$

où  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  sont les émissivités respectives de l'hémisphère et du plan. Pour une telle géométrie macroscopique

rique simple, cette résistance  $R_{rad,macro}$  peut donc être calculée relativement facilement en connaissant les principales propriétés des solides en contact et leurs températures. Cette expression peut également servir à estimer en ordre de grandeur la contribution radiative à la macro-échelle dans d'autres géométries plus complexes caractérisées par un même rayon de courbure : par exemple, le cas de deux cylindres perpendiculaires en contact.

#### 2.3.4.2 Transfert radiatif à la micro-échelle

Le transfert de chaleur par rayonnement à travers les interstices formés par des solides rugueux conformes est complexe, pour les mêmes raisons que celles évoquées précédemment dans le cas de la conduction. La résistance équivalente radiative peut cependant être estimée en modélisant le rayonnement entre les solides dans les micro-interstices comme un transfert radiatif entre deux plaques planes infinies et isothermes d'émissivités  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  [19]. Comme pour l'analyse du rayonnement macroscopique, en s'appuyant sur la loi de Stefan, on a :

$$R_{rad,micro} = \frac{T_1 - T_2}{Q_{rad,micro}} \approx \frac{1}{4A_a F_{12} \sigma T_m^3} \quad (1.86)$$

où  $T_1$  et  $T_2$  sont les températures des deux solides,  $A_a$  est l'aire apparente de contact et  $F_{12}$  le facteur de forme donné dans cette géométrie par [109] :

$$\frac{1}{F_{12}} = \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1. \quad (1.87)$$

Il est important de souligner que, tant à l'échelle macroscopique que microscopique, la contribution du rayonnement à la conductance thermique totale au niveau d'un contact est faible pour des températures inférieures à 300 °C, et fréquemment négligée en pratique [19]. Elle ne devient notable que dans des configurations impliquant des solides faiblement conducteurs, fortement rugueux, et soumis à de très faibles pressions de contact.

#### 2.3.4.3 Le transfert radiatif de champ proche

Un aspect toutefois omis dans les deux paragraphes précédents concerne la possibilité d'un transfert radiatif dit *de champ proche* entre les deux solides en contact. En effet, le rayonnement généralement pris en compte correspond uniquement aux modes propagatifs du champ électromagnétique, c'est-à-dire aux solutions de l'équation des ondes pouvant se propager sur de longues distances. Cependant, il existe également des modes évanescents, dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la distance à la surface émettrice. Ces modes donnent lieu à un rayonnement confiné à proximité immédiate des surfaces, caractéristique du régime de champ proche. Cette distance caractéristique de décroissance est de l'ordre de la longueur d'onde du rayonnement, soit environ 10  $\mu\text{m}$  pour un matériau à température ambiante. Si deux objets se trouvent à une distance inférieure à cette longueur, alors ils voient leurs zones de champ proche s'interpénétrer, comme illustré en Fig. 1.30. Un canal supplémentaire de transfert thermique, qui peut s'apparenter à un transfert par effet tunnel des photons de champ proche, peut alors se créer. Ce phénomène dit de "*Radiative Photon Tunneling*" a d'abord été observé dans les années 1960 [110]. Il a ensuite été démontré [111, 112] que le transfert thermique par rayonnement en champ proche peut être significativement amplifié dans le cas de matériaux capables de supporter des ondes de surface. C'est notamment le cas des métaux pour les plasmons-polaritons de surface, et des matériaux diélectriques polaires comme la silice pour les phonons-polaritons de surface.

La distance caractéristique de décroissance des modes évanescents, de l'ordre de la longueur d'onde, étant faible, la contribution du rayonnement en champ proche est dans le cas général relativement

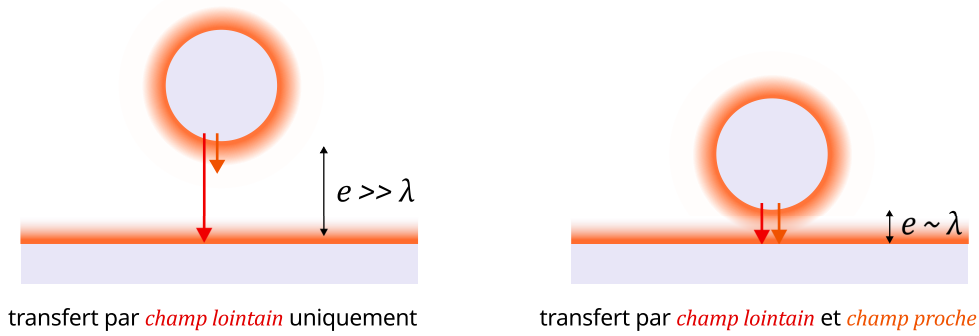


FIGURE 1.30 – Illustration du transfert thermique par rayonnement de champ proche pouvant se produire dans le cas de deux objets séparés d’une très courte distance  $e \ll \lambda$ .

limitée pour des géométries de taille typique micrométrique. D’après Doumouro et al. [113], dans une géométrie sphère-plan avec une sphère de verre de l’ordre de quelques dizaines de microns de diamètre, la conductance thermique au contact peut atteindre environ  $10^{-7} \text{ W K}^{-1}$ . Or, Rousseau et al. [114] ont par exemple montré, dans cette géométrie pour un même ordre de grandeur de taille de sphère, que la conductance thermique due au transfert radiatif en champ proche chute en dessous de  $10^{-8} \text{ W K}^{-1}$  dès que l’espacement typique entre les objets dépasse environ 100 nm. Cela suggère que ce mécanisme ne peut avoir un rôle significatif par rapport aux effets de contact qu’à des distances inférieures à ce seuil.

Si l’on considère désormais des surfaces rugueuses, l’espacement local entre deux solides en vis-à-vis est déterminé par la taille des aspérités, ce qui rend sa détermination plus complexe. Par ailleurs, pour les métaux et les diélectriques, le transfert radiatif total peut augmenter lorsque la rugosité passe en dessous de l’échelle micrométrique, par diffusion des ondes évanescentes confinées près de la surface. L’intégration des modes évanescents dans l’évaluation de la résistance radiative dans le cas de surfaces rugueuses est notamment discutée dans les Refs. [115, 116] : il a effectivement été montré que le transfert radiatif total, incluant les contributions dues au champ proche, augmente lorsque la rugosité des surfaces en contact diminue, c’est-à-dire lorsque la taille caractéristique des aspérités diminue.

En raison de la difficulté à connaître précisément la distance entre deux surfaces, la contribution du rayonnement en champ proche est généralement négligée dans les modèles de première approximation d’estimation de la résistance de contact totale. Cette approche sera également adoptée dans cette étude. Néanmoins, il convient de souligner qu’une correction pourrait s’avérer nécessaire pour intégrer cette contribution dans une modélisation plus fine.

## 2.4 Conclusion sur l’expression de la résistance de contact totale $R_k$

Selon les conditions, l’ensemble des modes de transfert de chaleur décrits précédemment peuvent intervenir simultanément au niveau d’un contact entre deux solides. Dans le cas général – températures proches de la température ambiante et interfaces imparfaites, ce qui correspond à la majorité des configurations expérimentales – la résistance thermique interfaciale, telle que définie dans la section 2.1, peut être considérée comme négligeable. Le transfert thermique total au contact résulte alors principalement :

1. de la conduction à travers les zones de contact réel, qui prend en compte à la fois la constriction liée à la géométrie locale du contact et la contribution de la conduction dans le volume des matériaux ;
2. de la conduction à travers le milieu interstitiel (gaz, liquide ou couche contaminante) ;
3. du rayonnement thermique entre les surfaces.

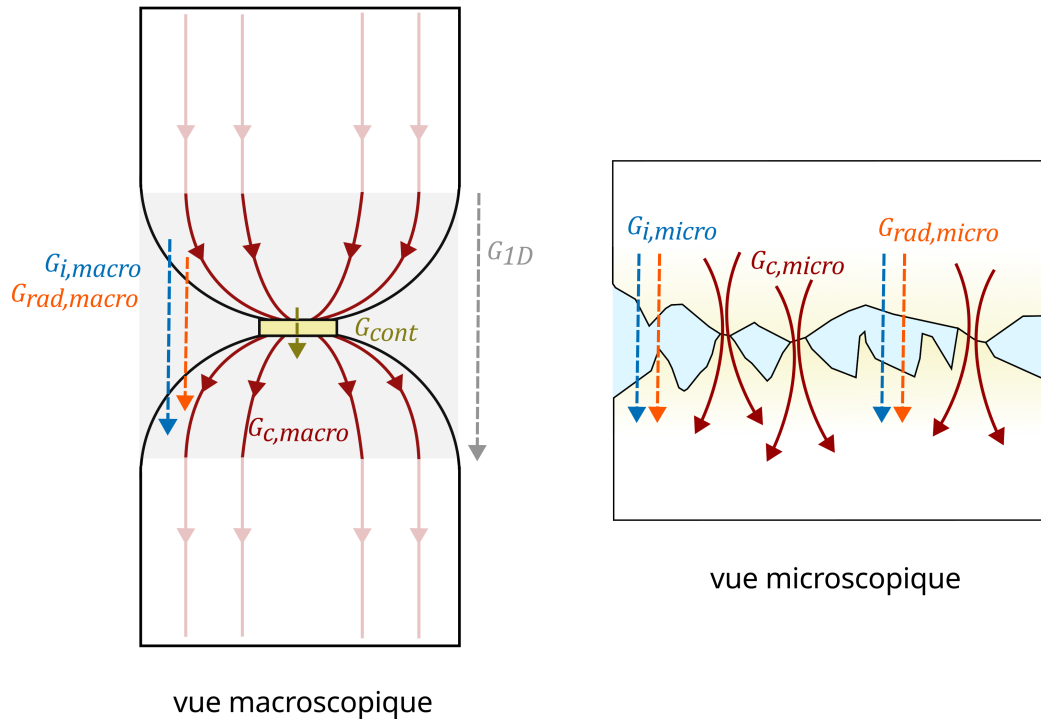


FIGURE 1.31 – Illustration des différents mécanismes de transfert thermique macroscopiques et microscopiques au niveau d'un contact, avec leurs conductances associées  $G = 1/R$ .

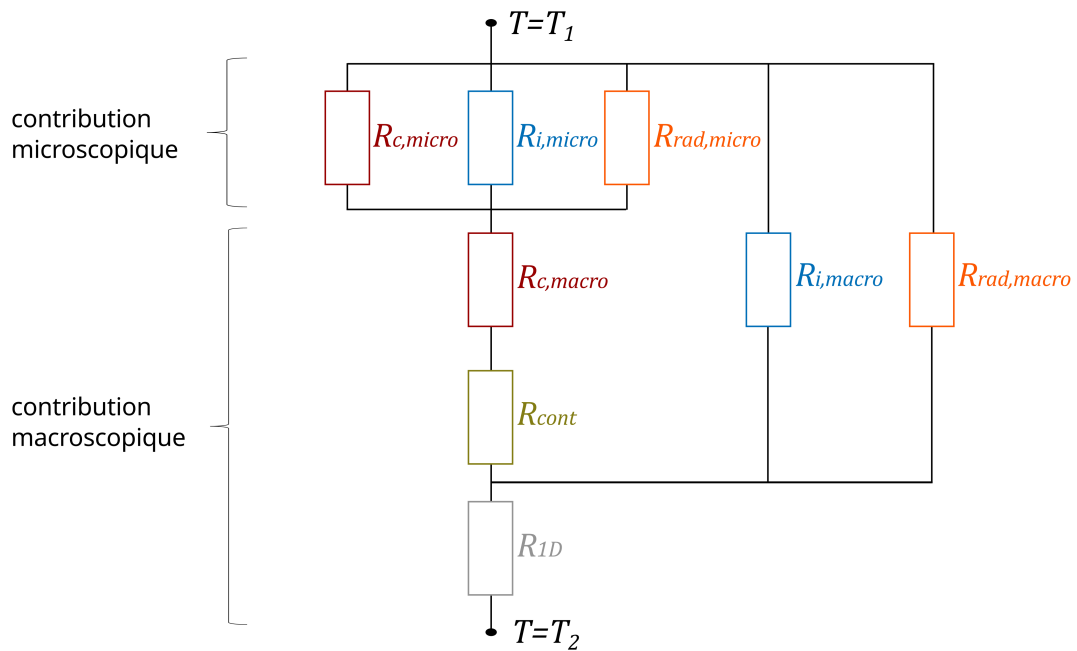


FIGURE 1.32 – Circuit équivalent des résistances thermiques au niveau d'un contact entre deux solides de températures  $T_1$  et  $T_2$ .

La Fig. 1.31 illustre ces différents mécanismes de transfert de chaleur, pouvant intervenir à différentes échelles au niveau d'un contact entre deux solides réels. La Fig. 1.32 représente la manière dont ils contribuent à la résistance thermique totale mesurée au contact, qui sera désignée dans la suite sous le nom de *résistance thermique de contact*  $R_k$ , sous forme d'un schéma équivalent de résistances thermiques. Que ce soit à l'échelle microscopique ou macroscopique, la conduction dans le solide via une constriction, la conduction dans le milieu interstitiel et le rayonnement sont des modes de transfert thermique s'ajoutant en parallèle. Il est considéré que la conduction interstitielle et le rayonnement macroscopiques ajoutent un chemin de conduction en parallèle directement entre la source et le puits thermique [85, 19] ; seule la résistance unidimensionnelle liée au volume des matériaux traversés s'ajoute en série à cet ensemble. La résistance de la couche de contamination, étant localisée entre les deux surfaces, s'ajoute en série à la résistance de constriction macroscopique. L'expression résultante pour la résistance thermique de contact totale  $R_k$  est :

$$R_k = \frac{1}{\frac{1}{R_{micro} + R_{c,macro} + R_{cont}} + \frac{1}{R_{i,macro}} + \frac{1}{R_{rad,macro}}} + R_{1D} \quad (1.88)$$

avec

$$\frac{1}{R_{micro}} = \frac{1}{R_{c,micro}} + \frac{1}{R_{i,micro}} + \frac{1}{R_{rad,micro}}. \quad (1.89)$$

Sans milieu interstitiel, et en négligeant le rayonnement, on retrouve bien que les résistances de constriction microscopiques et macroscopiques s'ajoutent en série, comme déjà introduit par l'Eq. 1.67. Enfin, notons que même en l'absence de contact mécanique direct entre deux solides très proches, il est possible de définir une résistance thermique de contact équivalente, résultant des contributions combinées de la conduction à travers le milieu interstitiel et du rayonnement thermique entre les surfaces, pour autant que ces mécanismes de transfert soient non négligeables.

Le procédé de transfert de chaleur au niveau d'un contact est ainsi très complexe, et peut dépendre fortement de la géométrie des solides, de leurs propriétés mécaniques et thermiques, du type de fluide interstitiel, sa conductivité et sa pression, et des températures des interfaces. Dans la section suivante, nous décrirons les principales techniques de caractérisation thermique, avec une attention particulière portée à l'étude des transferts de chaleur à l'échelle microscopique, fortement influencés par les résistances thermiques de contact..

### 3 Les méthodes expérimentales de caractérisation microscopique du transfert thermique

Compte tenu de l'objectif de mesure de la résistance thermique de contact entre des fibres de taille micrométrique, il sera nécessaire de recourir à une méthode de caractérisation du transfert de chaleur adaptée à cette échelle et permettant d'évaluer avec précision les échanges localisés au niveau des interfaces. Avant de présenter ces méthodes spécifiques, on peut citer les techniques les plus couramment utilisées pour la caractérisation du transfert de chaleur à l'échelle macroscopique :

#### — La méthode de la plaque chaude gardée

Il s'agit d'une méthode normalisée (ISO 8302 [117]) de détermination de la conductivité thermique d'un matériau, consistant à positionner un échantillon d'épaisseur  $e$  entre deux plaques, l'une maintenue à basse température  $T_b$  et l'autre chauffée à une température  $T_b + \Delta T$ , de manière à établir un flux thermique unidimensionnel  $Q$  à travers l'échantillon [118, 119]. La mesure de la différence de température  $\Delta T$  en régime stationnaire permet d'obtenir la conductivité thermique  $k$  par l'équation :

$$k = \frac{Qe}{A\Delta T} \quad (1.90)$$

avec  $A$  la surface transverse de l'échantillon. Pour pouvoir négliger les pertes sur les parois, la plaque chauffante est entourée d'une "garde", qui est un cadre séparé de la plaque chauffante par un espace, et dont on règle la température en compensant les effets de bords.

— **La méthode flash**

Cette technique de mesure de la diffusivité thermique d'un matériau repose sur l'excitation thermique impulsionnelle d'une face d'un échantillon d'épaisseur  $e$ , typiquement au moyen d'une lampe flash, suivie de l'enregistrement de l'évolution temporelle de la température, soit sur la face exposée (face avant), soit sur la face opposée (face arrière) [120]. L'analyse théorique de ce thermogramme obtenu donne accès à un temps caractéristique de conduction  $t_{cond}$ , permettant d'estimer la diffusivité thermique  $\alpha^{th}$ , donnée par  $\alpha^{th} = e^2/t_{cond}$ .

— **La méthode  $3\omega$**

Cette technique thermo-électrique a été introduite par Cahill [121] pour mesurer la conductivité thermique de solides diélectriques, reposant sur une excitation thermique alternative d'un échantillon par un élément chauffant qui fait également office d'élément de mesure de la température. Son application s'est depuis étendue à un grand nombre de matériaux et de géométries. L'élément chauffant est constitué d'une couche mince métallique déposée directement sur l'échantillon par évaporation ou pulvérisation, et structurée par micro-électronique. En injectant dans cet élément un courant sinusoïdal à la pulsation  $\omega$ ,  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ , la puissance dissipée par effet Joule s'écrit :

$$\mathcal{P}(t) = R_{elec}I(t)^2 = R_{elec}(I_0 \cos(\omega t))^2 = \frac{R_{elec}I_0^2}{2}(1 + \cos(2\omega t)) = \mathcal{P}_{dc} + \mathcal{P}_{ac} \cos(2\omega t) \quad (1.91)$$

où  $R_{elec}$  est la résistance électrique de l'élément. La puissance dissipée se compose donc d'une partie continue et d'une partie alternative dont la fréquence est deux fois plus élevée que celle du courant injecté. Les variations de température induites sont également sinusoïdales :

$$T(t) = T_{dc} + T_{ac} \cos(2\omega t + \varphi), \quad (1.92)$$

avec un déphasage  $\varphi$  lié à la conduction thermique dans l'échantillon. Dans le cas d'un bon conducteur, l'apport de chaleur est dissipé efficacement par l'échantillon et la température augmente peu, mais dans le cas d'un isolant, la chaleur peut s'accumuler.

L'élément chauffant étant métallique, il présente un effet thermo-résistif linéaire, c'est-à-dire que sa résistivité électrique varie linéairement avec la température :

$$R_{elec} = R_0(1 + \alpha_{TR}(T - T_0)) \quad (1.93)$$

où  $R_0$  est la résistance de l'élément à la température de référence  $T_0$  et  $\alpha_{TR}$  le coefficient de température en la résistance du matériau. On a donc :

$$R_{elec}(t) = R_0(1 + \alpha_{TR}(T_{dc} - T_0)) + R_0\alpha_{TR}T_{ac} \cos(2\omega t + \varphi). \quad (1.94)$$

La tension mesurable aux bornes de l'élément thermo-résistif s'écrit alors :

$$\begin{aligned} U(t) &= R_{elec}(t)I(t) \\ &= [R_0(1 + \alpha_{TR}(T_{dc} - T_0)) + R_0\alpha_{TR}T_{ac} \cos(2\omega t + \varphi)]I_0 \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (1.95)$$

En introduisant  $U_{1\omega} = I_0R_0(1 + \alpha_{TR}(T_{dc} - T_0))$  et  $U'_{1\omega} = U_{3\omega} = I_0R_0\alpha_{TR}T_{ac}/2$ , cette expression

---

peut être mise sous la forme :

$$U(t) = U_{1\omega} \cos(\omega t) + U'_{1\omega} \cos(\omega t + \varphi) + U_{3\omega} \cos(3\omega t + \varphi), \quad (1.96)$$

faisant donc apparaître une composante à la pulsation  $3\omega$  donnant son nom à la méthode, dans laquelle les propriétés thermo-physiques de l'échantillon interviennent via le déphasage  $\varphi$  [122]. La mesure de cette composante de la tension par détection synchrone permet en particulier d'extraire la conductivité thermique et la capacité calorifique de l'échantillon, en utilisant un modèle thermique approprié dont des exemples détaillés sont donnés dans les Refs. [121, 123, 122]. Il convient de noter que, de manière générale, la composante de tension à la fréquence  $3\omega$  est environ trois ordres de grandeur plus faible que la composante fondamentale. Sa détection requiert donc un montage électrique spécifique permettant de supprimer la composante de mode commun ; le dispositif le plus couramment utilisé à cet effet est le pont de Wheatstone [124].

### — La thermographie infrarouge

La thermographie infrarouge repose sur la détection du rayonnement émis dans l'infrarouge en champ lointain par tout corps dont la température est différente du zéro absolu. Un détecteur infrarouge mesure la luminance (cf. Eq. 1.8) dans une plage de longueurs d'onde déterminée par sa courbe de réponse spectrale, et provenant de la direction de l'objet observé. En s'appuyant sur les relations présentées en section 1.2.2, le signal mesuré peut être mis en relation avec la température de l'objet. De façon générale, l'imagerie thermique à l'aide de détecteurs infrarouge constitue une technique non destructive permettant une mesure de température et/ou d'émissivité, à condition que cette dernière soit suffisante. Le tableau 1.1 compare les valeurs d'émissivité totale normale (pour une direction d'incidence perpendiculaire au capteur) de quelques matériaux. Il montre par exemple que le flux radiatif émis par les métaux est très faible, alors que le plastique, le bois ou le verre ont des propriétés d'émission proches de celles d'un corps noir. Pour imager des métaux par thermographie infrarouge, il est donc préférable de recouvrir leur surface par une peinture ou un dépôt plus émissif.

Les capteurs standard utilisés en tant que détecteurs infrarouge couvrent une plage de longueurs d'onde allant de 1 à 15  $\mu\text{m}$  environ. On distingue en particulier les trois gammes spectrales suivantes : le proche infrarouge ("*Short-Wave InfraRed*", SWIR) entre 1 et 3  $\mu\text{m}$ , l'infrarouge moyen ("*Mid-Wave InfraRed*", MWIR) entre 3 et 5  $\mu\text{m}$ , et l'infrarouge lointain ("*Long-Wave InfraRed*", LWIR) entre 5 et 15  $\mu\text{m}$ . Les capteurs LWIR sont donc les plus adaptés pour caractériser l'émission thermique d'objets à températures ambiante ou faiblement chauffés. Des détecteurs individuels peuvent être employés pour des mesures ponctuelles ; la formation d'une image nécessite en revanche l'utilisation d'une matrice de capteurs permettant une acquisition spatiale résolue du signal thermique. Il existe deux technologies principales de capteurs reposant sur des principes physiques différents :

- Les capteurs bolométriques reposent sur la variation de résistance d'une thermistance chauffée par un matériau conducteur recevant le flux rayonnant incident. Leur sensibilité est limitée, en général supérieure à 50 mK, et leur résolution temporelle est faible, du fait de la diffusion thermique et de l'acquisition séquentielle par pixel : il est impossible d'obtenir une image instantanée. Leur plage spectrale est généralement de 8 à 15  $\mu\text{m}$  (LWIR).
- Les capteurs photovoltaïques infrarouge sont basés sur l'utilisation de semi-conducteurs à bande étroite. Parmi les matériaux les plus couramment employés figurent le tellurure de mercure-cadmium (HgCdTe ou MCT), dont la plage spectrale de détection peut être ajustée entre 1.5 et 13  $\mu\text{m}$  en fonction de la composition et du dopage, et l'antimoniure d'indium (InSb), sensible typiquement entre 1 et 6  $\mu\text{m}$ . Ces dispositifs convertissent le rayonnement

Matériau	Émissivité totale normale
<b>Métaux</b>	
Aluminium poli	0.03
Nickel poli	0.05
Acier non oxydé poli	0.08
Acier oxydé	0.8
<b>Plastiques</b>	
Polyéthylène	0.92
PVC	0.91
<b>Bois</b>	0.9
<b>Papier</b>	0.93
<b>Verre</b>	0.84

TABLE 1.1 – Émissivités totales normales de quelques matériaux usuels à température ambiante. D'après [125].

infrarouge en courant électrique. Cependant, leur fonctionnement nécessite un refroidissement cryogénique, généralement en dessous de 100 K. Ce besoin constitue leur principal inconvénient, le système de refroidissement, souvent un moteur Stirling, étant coûteux, fragile, et source de vibrations mécaniques. En contrepartie, ces capteurs offrent une meilleure sensibilité thermique que celle des détecteurs bolométriques, pouvant atteindre 25 mK, et une haute résolution temporelle, jusqu'à quelques microsecondes.

Parmi ces quatre méthodes mentionnées, certaines reposent sur des principes pouvant être transposés relativement aisément à l'échelle microscopique. C'est notamment le cas de la thermographie infrarouge et de la méthode  $3\omega$ , qui sont également largement employées dans l'étude des transferts thermiques aux petites échelles. Dans cette section, un inventaire des principales techniques de caractérisation thermique adaptées à l'échelle microscopique est proposé, en distinguant deux grandes catégories : les méthodes reposant sur une excitation et/ou une détection de nature optique, et celles fondées sur une excitation et/ou une détection de nature électrique. Un accent particulier sera mis sur les approches ayant déjà été exploitées dans la littérature pour la mesure de la résistance thermique de contact entre deux objets courbes, de taille micrométrique ou inférieure.

### 3.1 Méthodes optiques

#### 3.1.1 La microthermographie infrarouge

La microthermographie infrarouge est la combinaison de la thermographie infrarouge présentée ci-dessus et des méthodes de microscopie, permettant la détection du rayonnement émis par des objets de faible taille. En pratique, un objectif de microscope compatible avec l'observation dans l'infrarouge, en général constitué d'optiques en sélénure de zinc (ZnSe) ou en germanium (Ge), est utilisé. Comme tous les instruments optiques, le microscope ainsi conçu a une résolution limitée par la diffraction. La résolution spatiale latérale est donnée par le critère de Rayleigh :

$$\Delta r_{min} = \frac{1.22 \lambda_{th}}{2 \text{ O.N.}} \quad (1.97)$$

où O.N. est l'ouverture numérique du système et  $\lambda_{th}$  la longueur d'onde d'observation. En imagerie infrarouge, la valeur de résolution spatiale minimale  $\Delta r_{min}$  est relativement élevée en raison de deux limitations principales : la longueur d'onde du rayonnement détecté et la faible ouverture numérique des optiques utilisées. On a en général  $\text{O.N.} \leq 0.5$ , ce qui mène à une résolution minimale dans la gamme



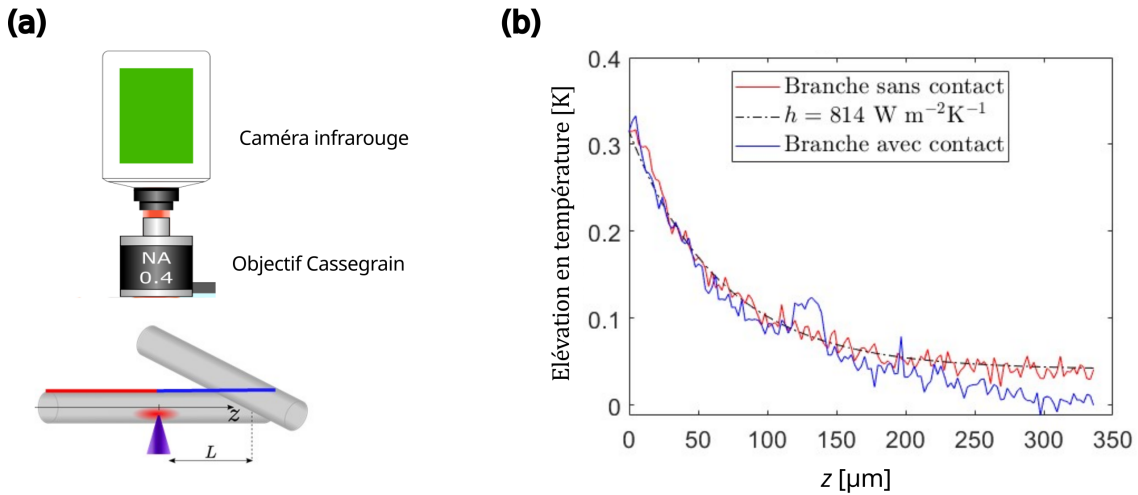


FIGURE 1.33 – (a) Dispositif de mesure de la résistance de contact entre deux fibres de verre par thermographie infrarouge : les deux branches étudiées de la fibre chauffée, situées de part et d’autre du point d’excitation, sont mises en évidence en bleu et rouge. (b) Profils de température dans les deux branches, permettant l’évaluation de la résistance de contact. D’après [9].

LWIR entre 9 et 18  $\mu\text{m}$ . De telles limites rendent difficile l’observation de phénomènes thermiques à l’intérieur de structures micrométriques.

Pour de tels objets, la profondeur de pénétration (cf. section 1.2.4.1) du rayonnement infrarouge est également un paramètre important à prendre en compte. Pour la caractérisation de l’émission thermique d’un objet chauffé, il est intéressant de se placer dans une gamme de longueurs d’onde dans laquelle il est opaque, ce qui évite que le capteur détecte une partie du rayonnement émis par l’environnement et transmis par l’objet.

La thermographie infrarouge et la microthermographie infrarouge ont été largement exploitées pour la mesure non-invasive de résistances thermiques de contact, aussi bien en régime permanent [126, 127] qu’en régime transitoire [97, 128, 129]. Toutefois, ces études portent le plus souvent sur des interfaces macroscopiques, typiquement entre deux couches d’un matériau composite soumises à une pression variable, de dimensions millimétriques, centimétriques, ou supérieures. Un dispositif de microthermographie infrarouge a cependant été exploité par E. Perros et J. Doumouro [9, 8] pour caractériser des fibres de verres de taille micrométrique de conductivité thermique d’environ  $1.1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Ce montage de thermographie en régime dynamique repose sur l’utilisation d’un laser ultraviolet (UV) produisant des impulsions de 1 ns à une cadence maximale de 1 KHz, pour générer localement de la chaleur dans une fibre de verre, placée en contact avec une seconde fibre à une distance  $L$  du point d’excitation (cf. Fig. 1.33(a)). L’acquisition des profils de température dans les deux branches de la fibre chauffée – l’une libre, l’autre en contact – au moyen d’une caméra infrarouge couplée à un objectif Cassegrain, a permis d’observer un écart de température représenté en Fig. 1.33(b). Cette différence de température est interprétée à l’aide d’un modèle de résistances thermiques équivalentes, en assimilant les fibres à des ailettes soumises à des pertes convectives dans l’air. Ce protocole a conduit à de premières estimations de la résistance thermique de contact entre fibres de verre de diamètre d’environ  $13 \mu\text{m}$ , de l’ordre de  $5 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$  à  $8 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$ , valeurs semblant varier fortement selon les conditions extérieures. Ce résultat obtenu à la fin de la thèse de J. Doumouro n’a pas pu être consolidé dans la mesure où l’emploi d’un laser UV impulsionnel tendait à produire un endommagement des fibres par ablation.

### 3.1.2 La thermoréfectance

La thermoréfectance est une technique de caractérisation à l'échelle microscopique reposant sur la dépendance de l'indice de réfraction d'un matériau en la température. Elle s'appuie sur une configuration optique de type pompe-sonde, dans laquelle un premier faisceau laser (la pompe) induit un échauffement localisé de l'échantillon, modifiant son indice optique. Un second faisceau laser (la sonde), réfléchi par la surface de l'échantillon, permet de détecter cette variation via les changements induits dans les coefficients de Fresnel de réflectivité [130]. En mesurant l'intensité réfléchie du faisceau sonde, il est possible de déduire les variations locales de température à haute résolution spatiale et temporelle. La relation entre les variations locales de réflectivité  $\Delta\mathcal{R}$  et de température  $\Delta T$  peut être approximée au premier ordre comme suit :

$$\frac{\Delta\mathcal{R}}{\mathcal{R}} = \frac{1}{\mathcal{R}} \frac{\partial\mathcal{R}}{\partial T} \Delta T = C_{th} \Delta T, \quad (1.98)$$

faisant apparaître un coefficient  $C_{th}$  appelé coefficient de thermoréfectance, généralement de l'ordre de  $10^{-2}$  à  $10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Il dépend du matériau de l'échantillon, de la longueur d'onde de la lumière incidente, de l'angle d'incidence, et de la rugosité de surface. Pour obtenir sa valeur, une étape préalable de calibration est donc nécessaire.

Généralement, la méthode de thermoréfectance implique une modulation de l'excitation thermique, par un laser continu modulé à la pulsation  $\omega$ , et une démodulation du signal réfléchi à cette même pulsation par détection synchrone. L'image thermique peut être obtenue soit par balayage avec un détecteur ponctuel, soit directement via une caméra [131]. La résolution spatiale est alors limitée par la taille du point de chauffage, qui peut atteindre quelques centaines de nanomètres dans le visible : elle peut donc être bien meilleure que la limite de diffraction du rayonnement thermique infrarouge.

Différentes variantes de cette méthode générale existent. La thermoréfectance en domaine temporel ("*Time Domain ThermoReflectance*", TDTR) utilise un laser pompe impulsif et un laser sonde impulsif décalés en temps. En balayant le délai temporel, on mesure la réponse thermique transitoire, permettant de caractériser la conductivité thermique. La thermoréfectance en domaine fréquentiel ("*Frequency Domain ThermoReflectance*", FDTR) utilise un laser pompe continu modulé en fréquence et un laser sonde continu, avec lequel la mesure se fait à un délai fixe. En balayant la fréquence de modulation, on explore différentes profondeurs de pénétration thermique sans avoir besoin d'une ligne à retard motorisée.

Un autre avantage de la thermoréfectance est son caractère non-invasif. Toutefois, pour les matériaux non métalliques, la mise en œuvre de la méthode requiert généralement le dépôt d'un film métallique mince (souvent d'aluminium ou d'or) à la surface de l'échantillon. Cette métallisation permet de satisfaire les conditions optiques nécessaires : absorption à la longueur d'onde du laser pompe et réflexion efficace à celle du laser sonde – des propriétés caractéristiques des métaux dans le domaine visible. Cependant, une telle métallisation peut altérer significativement les propriétés thermiques de l'échantillon. Par exemple, dans le cas de matériaux isolants comme le verre, le dépôt d'un film métallique augmente fortement la conductivité thermique. La mesure obtenue peut alors ne pas être représentative des propriétés réelles du matériau. Cette méthode, adaptée à l'étude de micro et nano-objets, est surtout employée pour la mesure de la résistances de contact entre couches minces planes [132, 133, 134]. Elle peut également être utilisée pour caractériser les propriétés conductives de réseaux de nanotubes, y compris les résistances de contact électriques associées [135].

### 3.1.3 La thermométrie Raman

La thermométrie Raman [136] se base sur la technique de spectroscopie Raman, reposant sur l'interaction entre les phonons d'un matériau et les photons d'un faisceau laser incident, utilisé comme source excitatrice de l'échantillon. Cette interaction donne lieu à de la diffusion inélastique : une

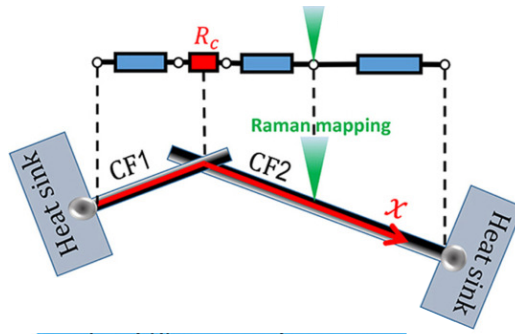


FIGURE 1.34 – Principe de la thermométrie Raman par balayage spatial de la collection du signal diffusé pour mesurer la résistance thermique de contact entre fibres. D’après [137].

partie de l’énergie peut être transférée aux vibrations internes du matériau, entraînant un décalage en fréquence des photons diffusés. L’analyse du signal diffusé par l’échantillon permet d’établir des spectres Raman, présentant ces décalages en énergie des modes de vibration dus à l’excitation laser. Le profil spectral – à la fois la position et les hauteurs relatives des pics observés – étant lié à la température de l’échantillon, une variation locale de température peut être mesurée par cette technique, ce qui peut servir par exemple à caractériser la conductivité thermique de l’échantillon.

La position des pics Raman varie typiquement de manière linéaire avec la température, mais la sensibilité est relativement faible, ce qui impose une élévation minimale de température d’environ 25 K pour être détectable. Cela peut avoir une influence non négligeable sur la mesure pour des matériaux de conductivité thermique fortement dépendante en la température. Cette technique requiert aussi que le matériau présente des modes Raman actifs, excluant notamment les métaux et le verre. Pour les matériaux avec des modes faibles, il est souvent nécessaire d’accumuler le signal sur de longues périodes pour obtenir un rapport signal à bruit convenable.

Li et al. [137] ont notamment utilisé cette méthode non-invasive pour relever les variations de température via les décalages Raman le long de deux fibres de carbone micrométriques en contact en présence d’un dépôt d’époxy, permettant de déterminer la résistance thermique de contact microscopique associée. Le principe de la mesure est représenté en Fig. 1.34. Pour des fibres de 11  $\mu\text{m}$  de diamètre de conductivité thermique d’environ  $200 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , elle est estimée à environ  $3 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$ .

### 3.1.4 La microscopie optique de champ proche

Nous avons évoqué dans la section 2.3.4.3 l’existence d’un rayonnement de champ proche pouvant participer de manière non négligeable au transfert thermique entre deux surfaces faiblement espacées. Ce rayonnement non propagatif émis par un échantillon peut être mesuré via une technique dérivée de la microscopie optique en champ proche ("*Scanning Near-field Optical Microscopy*", SNOM).

Dans sa configuration d’origine, cette méthode utilise la pointe d’une sonde locale à balayage comme un diffuseur positionné à proximité immédiate de la surface d’un échantillon, excité par une source extérieure, généralement un laser. Ce diffuseur permet de propager l’onde évanescente de champ proche générée vers un système de détection standard placé en champ lointain.

Cette approche a été adaptée pour l’étude de l’émission thermique de champ proche propre à un échantillon, en remplaçant la source d’excitation externe par le rayonnement thermique lui-même, émis par le corps sous l’effet des fluctuations thermiques lorsqu’il est porté à une température donnée [138]. Le système résultant, appelé "*Thermal Radiation Scanning Tunneling Microscope*" (TRSTM), et illustré en Fig. 1.35, repose sur le chauffage de l’échantillon via un élément résistif. Une pointe diffusante montée sur un AFM balaye la surface de l’échantillon en mode "contact intermittent". L’émission thermique diffusée par cette pointe est collectée en champ lointain par un objectif Cassegrain et envoyée

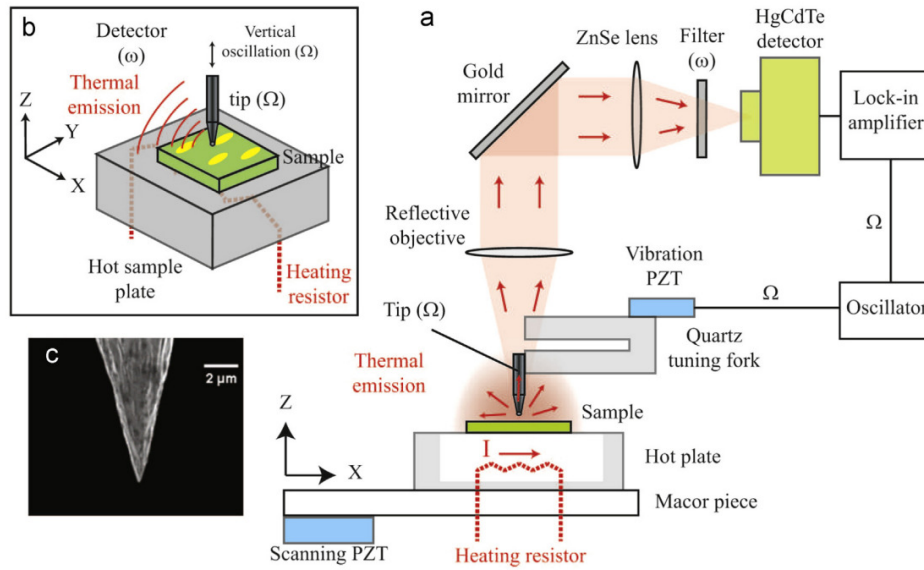


FIGURE 1.35 – Schéma du dispositif expérimental du TRSTM [140].

vers un détecteur infrarouge MCT refroidi. Le signal associé au champ proche est extrait par une détection synchrone, opérée à la fréquence d'oscillation de la pointe ou à l'une de ses harmoniques. La résolution spatiale de la carte d'émission thermique obtenue est déterminée par la taille de l'extrémité de la pointe, environ 100 nm, et est donc bien meilleure que celle fixée par la limite de diffraction dans l'infrarouge. En associant à ce montage un spectromètre à transformée de Fourier ("*Fourier transform infrared spectroscopy*", FTIR), il est également possible de collecter le spectre de champ proche de l'échantillon [139].

### 3.2 Méthodes électriques

#### 3.2.1 Les thermocouples

Les thermocouples sont constitués de deux fils métalliques de nature différente formant un circuit électrique fermé. Une tension  $U$ , dépendante de la température, apparaît entre deux jonctions en raison de l'effet Seebeck :

$$U = \int_{T_{ref}}^{T_c} S_{couple}(\theta) d\theta, \quad (1.99)$$

où  $T_c$  est la température de la jonction entre les deux fils, qui constitue l'élément sensible à placer en contact avec l'échantillon à mesurer, et  $T_{ref}$  est la température des soudures des deux fils au voltmètre utilisé pour mesurer la tension (cf. Fig. 1.36). Le terme  $S_{couple}$  désigne le coefficient de

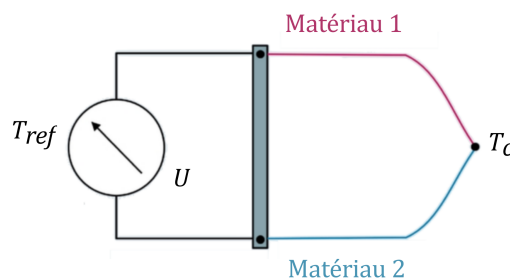


FIGURE 1.36 – Schéma de principe d'un thermocouple. D'après [141].

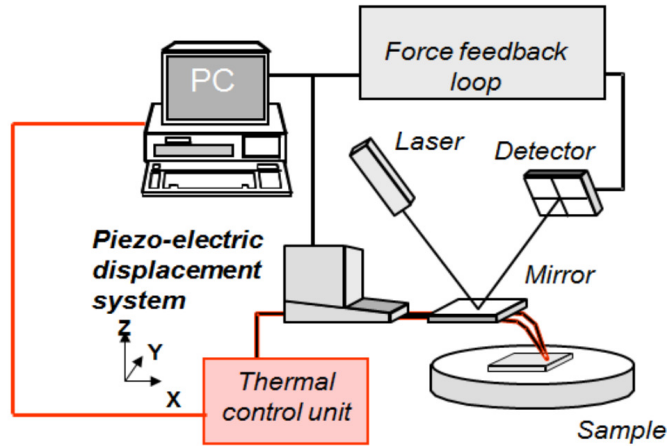


FIGURE 1.37 – Schéma descriptif d'un montage SThM. Le système de rétroaction fonctionne de manière indépendante l'unité de contrôle de la sonde thermique [144].

Seebeck du couple métallique utilisé. Les matériaux constituant le thermocouple déterminent la plage de température accessible ainsi que l'incertitude de mesure. Les thermocouples les plus couramment utilisés sont ceux de type K, constitués d'une jonction entre du Chromel (alliage de nickel et de chrome) et de l'Alumel (alliage de nickel, aluminium et silicium). Ils couvrent une large gamme de températures, allant de  $-270\text{ }^{\circ}\text{C}$  à  $1372\text{ }^{\circ}\text{C}$ , avec une incertitude relative standard d'environ 0.75 à 2.2 % [141].

Cette méthode, invasive par nature car nécessitant un contact physique avec l'échantillon, peut introduire des erreurs de mesure et un allongement du temps de réponse, dus à la résistance thermique de contact. La majorité des jonctions de thermocouples sont de dimensions millimétriques ou micrométriques, mais les techniques actuelles de dépôt chimique en phase vapeur ("*Chemical Vapor Deposition*", CVD) ou de lithographie permettent la fabrication de jonctions métalliques sous forme de films minces, ouvrant la voie à des thermocouples nanoscopiques adaptés aux mesures thermiques locales à l'échelle microscopique, en minimisant les perturbations induites [142].

### 3.2.2 La microscopie thermique à balayage

La microscopie thermique à balayage ("*Scanning Thermal Microscopy*", SThM) constitue une technique particulièrement adaptée aux mesures thermiques locales nécessitant un contrôle précis de la position. Elle repose sur l'utilisation de sondes d'AFM modifiées par l'intégration d'un capteur de température miniature à leur extrémité, permettant d'exploiter la haute résolution spatiale de l'AFM pour l'imagerie des propriétés thermiques des surfaces [143].

La Fig. 1.37 présente un schéma de fonctionnement de la technique. La sonde est amenée en contact avec l'échantillon, et les données de position et le signal de rétroaction mécanique permettant d'ajuster celle-ci sont combinés à un signal thermique émis par le capteur de température intégré à l'extrémité de la pointe du cantilever. Cette approche permet d'obtenir simultanément une image topographique et une cartographie thermique de la surface, toutes deux caractérisées par une résolution latérale nanométrique déterminée par les dimensions de la pointe. Le contraste thermique observé reflète les variations locales du flux de chaleur échangé entre la pointe et l'échantillon. Le capteur de température peut être un capteur thermoélectrique, c'est-à-dire un thermocouple [145, 146], un capteur de dilatation thermique [147] ou un capteur thermo-résistif, généralement métallique, dont la résistivité électrique varie avec la température conformément à l'Eq. 1.93. Ce type de sonde peut être utilisée selon deux modes de fonctionnement principaux [143] :

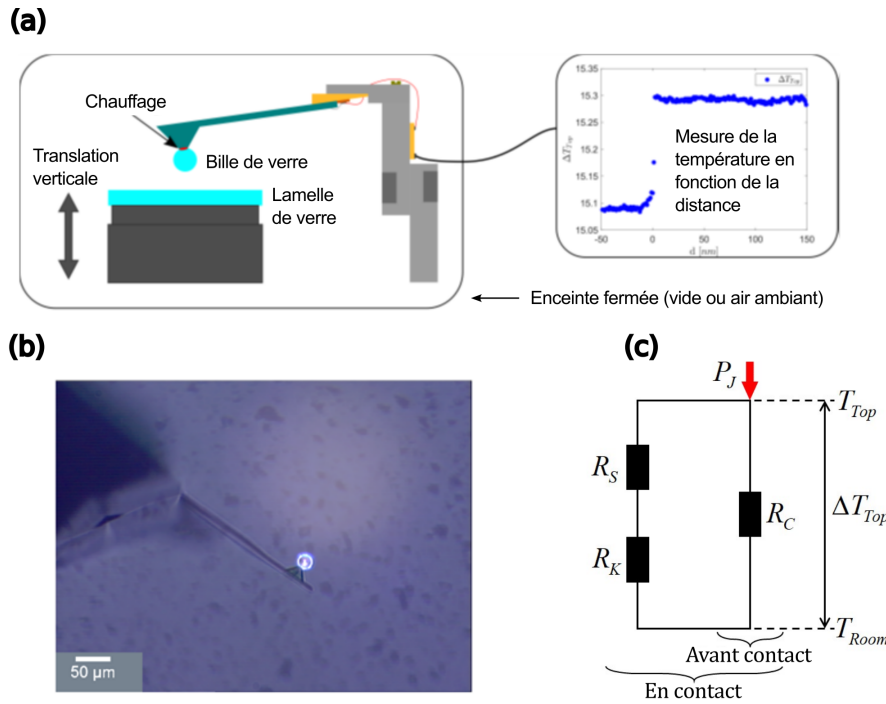


FIGURE 1.38 – (a) Schéma de principe de la mesure de la résistance de contact bille-plan par un montage SThM. (b) Vue de profil de la pointe avec une bille collée à son extrémité. (c) Schéma montrant les résistances thermiques à considérer dans le système sous vide : la flèche rouge désigne le sens du flux de chaleur,  $R_c$  est la résistance du cantilever,  $R_s$  la résistance de la bille et  $R_k$  la résistance de contact à mesurer. D'après [9, 8, 113].

- Le **mode passif** est principalement utilisé pour la thermométrie. Un faible courant est appliqué à la pointe : il génère un échauffement par effet Joule négligeable mais il permet la mesure de la résistance électrique, qui peut varier en fonction du flux de chaleur local provenant de l'échantillon. Ces variations permettent de déduire localement la température de surface.
- Le **mode actif** est destiné à la mesure de propriétés thermophysiques, comme la conductivité thermique. Un courant plus important est injecté, provoquant un échauffement non négligeable de la pointe. Une partie de cette chaleur est transférée à l'échantillon selon sa conductivité thermique, et la température de la pointe est suivie via sa tension électrique. La sonde sert donc à la fois d'élément chauffant et de thermomètre. Ce mode permet aussi de chauffer localement l'échantillon pour étudier des phénomènes thermo-dépendants [148].

Dans les deux modes, des mesures en courant continu ou alternatif peuvent être réalisées selon les besoins expérimentaux ; une méthode  $3\omega$  peut aussi être adaptée [149].

Les montages SThM sont largement utilisés pour la caractérisation thermique locale de nanomatériaux, de nanostructures et de dispositifs à l'échelle nanométrique [150]. La méthode étant fondée sur un contact direct avec l'échantillon, elle présente une incertitude liée à la résistance thermique de contact, ce qui peut compromettre la fiabilité des mesures. Cette résistance de contact peut de plus être significativement affectée par les conditions expérimentales comme les aspérités de surface ou la condensation d'humidité. Toutefois, le principe même de la SThM peut être exploité pour quantifier cette résistance thermique de contact, entre la pointe de la sonde et un substrat plan [151, 152, 113], ainsi qu'en présence d'un ménisque d'eau autour de la zone de contact [153]. Dans ce contexte, Doumouro et al. [113] ont développé un dispositif basé sur la SThM en mode actif (cf. Fig. 1.38) afin de mesurer la résistance thermique de contact entre une bille de verre d'environ 20  $\mu\text{m}$  de diamètre et un

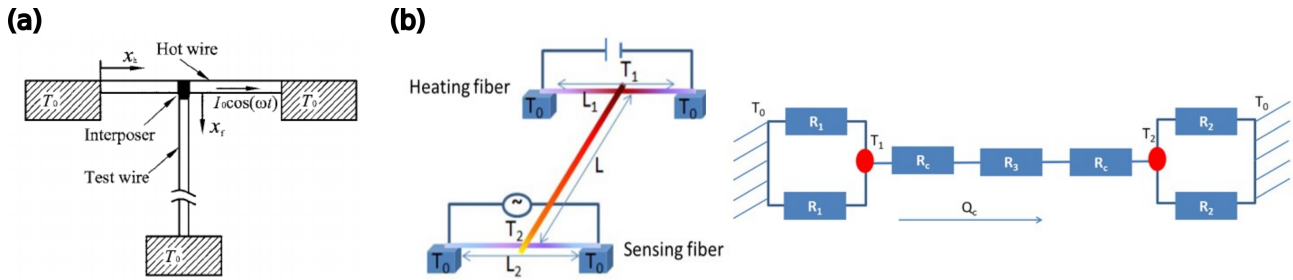


FIGURE 1.39 – Exemples de montages permettant la mesure de la résistance thermique de contact entre deux fibres à l'aide de la méthode  $3\omega$  : (a) montage "en T" [154], (b) montage "en H" et circuit des résistances thermiques équivalentes permettant le traitement théorique du problème [155].

substrat plan de verre, de conductivité thermique d'environ  $1.1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . La bille a été directement fixée à la sonde thermorésistive, puis approchée progressivement du substrat. À partir de la mesure du saut de température au point de contact, combinée à un modèle de résistances thermiques équivalentes intégrant les différents modes de transfert de chaleur présents dans le système, les résistances de contact dans l'air et dans le vide ont pu être quantifiées. Les valeurs obtenues sont de  $1.4 \times 10^7 \text{ K W}^{-1}$  sous air et de  $1.2 \times 10^7 \text{ K W}^{-1}$  sous vide, pour un rayon effectif de contact estimé à 40 nm.

Une limite importante de ce type d'approche réside dans la géométrie des configurations étudiées, généralement restreinte aux contacts pointe-plan ou bille-plan. Ces résultats ne peuvent donc pas être directement extrapolés à d'autres situations de contact, telles que l'interface entre deux fibres cylindriques, surtout dans le cas où celles-ci sont reliées par une goutte de liant.

### 3.2.3 La méthode $3\omega$ à la micro-échelle

La méthode  $3\omega$ , décrite précédemment, peut être étendue à la caractérisation thermique d'objets microscopiques, qu'ils soient directement constitués d'un métal conducteur thermique et électrique, ou bien d'autres types de matériaux. Dans ce cadre, le dépôt d'une couche mince métallique servant à la fois d'élément chauffant et de sonde de mesure de la température nécessite la mise en œuvre de techniques avancées de lithographie optique et de gravure chimique. Cette approche peut donc être particulièrement délicate à mettre en œuvre sur le plan expérimental, et induit une altération potentielle des propriétés thermiques de surface, particulièrement critique à petite échelle.

Cette méthode a cependant été largement utilisée pour la mesure de la conductivité thermique de fibres micrométriques ou nanométriques [156, 157, 158, 159, 155]. Des configurations adaptées ont également été développées pour évaluer la résistance thermique de contact entre deux fibres, en combinant une fibre chauffée et une seconde fibre agissant comme capteur thermique, par exemple "en T" ou "en H" (cf. Fig. 1.39). Nous relevons en particulier trois études ayant rapporté des mesures de résistance thermique de contact entre fibres, pour des matériaux variés :

- R. Olaya [160] a mesuré une résistance de contact comprise entre  $4 \times 10^5$  et  $1.7 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$  entre deux fibres de carbone de  $7 \text{ }\mu\text{m}$  de diamètre et de conductivité thermique d'environ  $10 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .
- Zhang et Wang [154] ont obtenu une résistance de contact d'environ  $1.7 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$  entre deux fibres de platine de  $30 \text{ }\mu\text{m}$  et  $10 \text{ }\mu\text{m}$  de diamètre, de conductivité thermique d'environ  $70 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .
- Nguyen et al. [155] ont mesuré une résistance de contact de  $5 \times 10^7 \text{ K W}^{-1}$  entre deux fibres de verre de  $9 \text{ }\mu\text{m}$  de diamètre, de conductivité thermique de  $1.1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , sur lesquelles une couche mince métallique servant d'élément chauffant a été déposé.

Ces résultats montrent des ordres de grandeur variables en fonction du matériau, du diamètre des fibres, et de la conductivité thermique.

### 3.2.4 Autres méthodes électrothermiques

Les méthodes  $3\omega$  et SThM présentées précédemment sont des exemples spécifiques de méthodes dites *électrothermiques*, que l'on peut définir de manière générale comme reposant sur l'injection contrôlée d'un courant électrique agissant comme source de chaleur par effet Joule, suivie de la mesure de la réponse thermique du système – typiquement une variation de température ou de résistance – afin d'en déduire ses propriétés thermiques.

Dans le cadre de la caractérisation des propriétés et des transferts thermiques à l'échelle microscopique, des méthodes plus simples en régime stationnaire peuvent également être employées. Par exemple, la configuration "en T" représentée en Fig. 1.39(a) peut être utilisée avec l'application d'un courant continu dans la fibre chauffante. Comparée à la méthode  $3\omega$  plus complexe, cette approche donne accès à un nombre plus limité de grandeurs physiques. Elle permet toutefois de suivre les profils de température en régime stationnaire au sein des objets étudiés. Ce type de dispositif a notamment été utilisé pour estimer la résistance thermique de contact entre deux fils de platine de 10 et 30  $\mu\text{m}$  de diamètre et de conductivité thermique d'environ  $70 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , avec une valeur obtenue d'environ  $2 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$  [161]. D'autres approches stationnaires ont permis d'estimer la résistance thermique de contact entre deux nanotubes de carbone de 100 nm de diamètre à environ  $10^8 \text{ K W}^{-1}$ , sans quantification directe de leur conductivité thermique [162].

D'autres méthodes opérées en régime non permanent existent, telles que la méthode électrothermique transitoire ("*Transient Electro-Thermal*", TET), qui consiste à analyser la relaxation thermique d'un objet soumis à un échauffement impulsionnel, la température étant mesurée via un thermocouple ou un capteur infrarouge. Cette méthode a été appliquée pour caractériser la résistance thermique de contact entre deux fils de platine d'environ 25  $\mu\text{m}$  de diamètre, et entre une fibre de verre et un fil de platine, d'environ 9  $\mu\text{m}$  et 25  $\mu\text{m}$  de diamètre, respectivement [163]. Dans le premier cas, la résistance de contact mesurée varie entre  $9 \times 10^4 \text{ K W}^{-1}$  et  $7 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$ , tandis que dans le second, elle est nettement plus élevée (environ  $3 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$ ), ce qui est attribué à une surface de contact inférieure.

### 3.3 Résumé des mesures existantes de résistances de contact entre fibres

Le tableau 1.2 rassemble les principaux résultats expérimentaux de mesure de résistances thermiques de contact entre objets micrométriques ou nanométriques courbés disponibles dans la littérature à notre connaissance, et évoqués ci-dessus. Ces travaux, relatifs à des contacts entre objets cylindriques ou en configuration sphère-plan, donnent des valeurs de résistance de contact s'étalant sur plusieurs ordres de grandeur. Si le diamètre des objets en contact et leur conductivité thermique influencent indéniablement les transferts de chaleur, nous avons vu en section 2 que la résistance thermique mesurée dépend aussi d'un grand nombre de propriétés géométriques, mécaniques et thermiques des deux surfaces. Parmi ces facteurs figurent la conformité macroscopique des surfaces, leur rugosité et la morphologie locale des aspérités, la pression de contact, la présence éventuelle d'un fluide interstitiel et ses propriétés thermophysiques, les caractéristiques mécaniques des matériaux, et les conditions ambiantes de mesure. Ces paramètres n'étant pas systématiquement contrôlés ou rapportés dans les études considérées, les comparaisons quantitatives entre résultats doivent être interprétées avec précaution.

On retiendra toutefois que, pour des objets de diamètre compris entre 0.1 et 50  $\mu\text{m}$ , les résistances de contact mesurées se situent globalement entre  $10^4$  et  $10^8 \text{ K W}^{-1}$ . Parmi ces données, certaines présentent un intérêt particulier pour notre étude : il s'agit des résultats rapportés dans les Refs. [9, 113, 155], qui portent spécifiquement sur le verre – notre matériau d'intérêt – et plus particulièrement sur des contacts entre objets de dimensions caractéristiques des fibres rencontrées dans la laine de verre, de l'ordre d'une dizaine de micromètres. À partir de trois approches expérimentales distinctes, **ces études fournissent de premières estimations de la résistance thermique de contact entre fibres de verre, comprises entre  $5 \times 10^6$  à  $5 \times 10^7 \text{ K W}^{-1}$** . Cela constitue un ordre de grandeur pertinent que nous retiendrons comme point de référence pour notre travail.



Matériaux	Diamètre ( $\mu\text{m}$ )	Conductivité thermique ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	Méthode	Résistance de contact ( $\text{K W}^{-1}$ )
Fibres de verre	13	1.1	Microthermographie infrarouge	$5 \times 10^6$ à $8 \times 10^6$ [9, 8]
Fibres de carbone	11	200	Thermométrie Raman	$\sim 3 \times 10^5$ en présence d'époxy à l'interface [137]
Bille de verre / substrat plan de verre	20 (bille)	1.1	SThM	$1.2$ à $1.4 \times 10^7$ [113]
Fibres de verre	9	1.1	Méthode $3\omega$	$\sim 5 \times 10^7$ [155]
Fibres de platine	30 / 10	70	Méthode $3\omega$	$\sim 1.7 \times 10^5$ [154]
Fibres de carbone	7	10	Méthode $3\omega$	$4 \times 10^5$ à $1.7 \times 10^6$ [160]
Nanotubes de carbone	0.1	–	Méthode électrothermique stationnaire	$\sim 10^8$ [162]
Fils de platine	10 / 30	70	Méthode électrothermique stationnaire en T	$\sim 2 \times 10^5$ [161] ( $\sim 10^4$ en présence de noir de platine à l'interface [164])
Fibre de verre / fil de platine	9 / 25	1.1 / 70	Méthode TET	$\sim 2.8 \times 10^6$ [163]
Fils de platine	25	70	Méthode TET	$9 \times 10^4$ à $7 \times 10^5$ [163]

TABLE 1.2 – Résumé des mesures de résistances thermiques de contact entre fibres et en géométries sphère-plan.

Notons enfin que certaines études ont mesuré la résistance de contact entre objets en présence d'un dépôt d'un matériau de composition différente au niveau de la zone de contact [164, 137], sans toutefois proposer de comparaison avec des configurations analogues dépourvues de dépôt. Par ailleurs, ces travaux se limitent à l'analyse de contacts avec dépôts de dimensions inférieures à celles des fibres ou des fils considérés. À notre connaissance, le cas d'un dépôt de taille supérieure à celle des fibres – tel qu'une goutte de liant, comparable à certaines configurations de contact entre fibres de verre dans la laine de verre (cf. section 1) – n'a pas encore fait l'objet d'études de la résistance thermique de contact associée.

Au-delà de la quantification expérimentale de la résistance thermique de contact entre fibres de verre micrométriques avec ou sans liant, un aspect encore peu exploré et qui constituera l'un des objectifs de cette étude concerne l'évaluation de l'impact de cette résistance sur les propriétés thermiques globales des matériaux d'isolation fibreux. Pour aborder cette problématique, il est nécessaire de s'intéresser à la modélisation du transfert thermique, en particulier du transfert conductif, dans ce type de milieu. Cet aspect fait l'objet de la dernière section de ce chapitre.

## 4 La modélisation de la conduction solide dans les réseaux fibreux

La mesure séparée des différentes contributions à la conductivité thermique effective d'un milieu fibreux constitue un défi expérimental majeur. Concernant spécifiquement la conduction dans la phase solide, il serait théoriquement possible d'accéder à cette contribution en réalisant des mesures en vide poussé et à température cryogénique – par exemple à l'aide de la méthode de la plaque chaude gardée ou de la méthode flash (cf. section 3) – afin de supprimer respectivement les effets de la conduction gazeuse et du rayonnement thermique. Toutefois, la mise en œuvre expérimentale d'un tel dispositif s'avérerait particulièrement délicate. Dans ce contexte, la **modélisation numérique** s'impose comme un outil

de choix pour l'analyse quantitative de cette composante du transfert thermique. Ces approches visent également à permettre la formulation de **modèles théoriques** dont les prédictions concordent avec les observations, afin de rationaliser la description des mécanismes physiques à l'origine de la conduction solide, en particulier son caractère multi-échelle dans les structures fibreuses.

Cette section propose un état de l'art des principales approches numériques et théoriques disponibles dans la littérature pour la caractérisation de la conduction thermique à travers la phase solide des milieux fibreux tridimensionnels (3D).

Nous nous intéressons ici aux études portant sur des milieux fibreux à orientation relativement aléatoire, représentatifs de la structure complexe de la laine de verre. En ce sens, les travaux consacrés aux composites tissés ne seront pas abordés.

Du fait de l'analogie avec les phénomènes de conduction électrique, une part importante des travaux présentés ici concerne initialement la conductivité électrique des matériaux fibreux. La majorité des études appliquées au domaine thermique en dérivent, par transposition des méthodes développées.

## 4.1 Méthodes numériques de modélisation

### 4.1.1 Génération de géométries de milieux fibreux tridimensionnels

Différentes approches de génération numérique de milieux fibreux sont disponibles dans la littérature, pour permettre dans un second temps le calcul de diverses propriétés physiques. Ces géométries peuvent être soit reconstruites à partir d'images de structures réelles, soit générées numériquement à l'aide d'algorithmes.

#### 4.1.1.1 Reconstruction à partir d'images

La reconstruction de géométries à partir d'images 3D de la microstructure a été mise en œuvre dans de nombreux travaux [165, 166, 167, 168], et appliquée dans certains cas à la laine de verre [12, 169, 170], un exemple étant illustré en Fig. 1.40.

Dans la grande majorité des cas, la technique d'imagerie utilisée est la microtomographie à rayons X ("*X-ray micro-Computed Tomography*",  $\mu$ CT), reposant sur l'analyse multidirectionnelle de l'atténuation d'un faisceau de rayons X à travers un objet, mesurée par des détecteurs. Les systèmes  $\mu$ CT actuels offrent une résolution spatiale maximale de l'ordre du micromètre, avec des volumes imagés typiquement de quelques millimètres cubes. Cette résolution permet de visualiser la structure fibreuse à l'échelle microscopique, mais limite fortement la taille du volume pouvant être analysé.

D'autres techniques d'imagerie optique peuvent également être mobilisées pour reconstruire la structure tridimensionnelle d'un matériau, telles que la microscopie confocale et l'OCT plein champ. La microscopie confocale repose sur un balayage point par point à l'aide d'un laser, avec une reconstruction volumique obtenue par empilement de plans optiques acquis à différentes profondeurs. L'information est discrétisée sous forme de voxels, dont la taille élémentaire est typiquement de l'ordre du micromètre, en particulier dans la direction axiale, moins résolue que la direction latérale. L'OCT plein champ, quant à elle, permet une acquisition volumique rapide par empilement d'images bidimensionnelles (2D) successives, obtenues par sectionnement optique selon la profondeur, l'épaisseur de chaque tranche étant déterminée par la longueur de cohérence de la source utilisée. Ces techniques présentent l'avantage de couvrir de larges zones dans le plan grâce à des algorithmes d'assemblage d'images, mais la profondeur du volume qui peut être imagé est limitée. Cette profondeur dépend fortement des propriétés optiques du matériau : dans les milieux hétérogènes tels que la laine de verre, où il existe des différences d'indice de réfraction entre fibres et air, la profondeur maximale d'imagerie est généralement inférieure à 0.5 mm. Par ailleurs, tout comme la  $\mu$ CT, la microscopie confocale présente un temps d'acquisition relativement long, ce qui peut limiter son usage pour des volumes étendus.

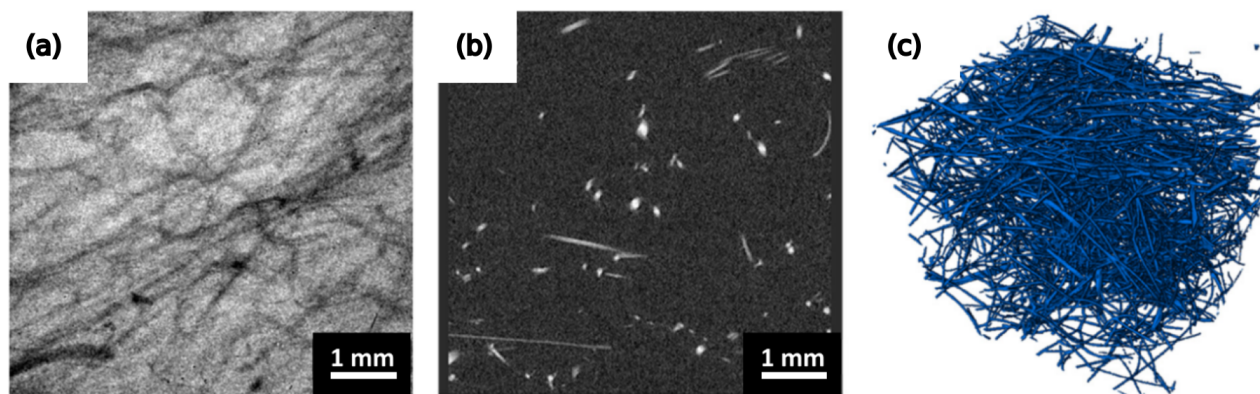


FIGURE 1.40 – Reconstruction par  $\mu$ CT d'un échantillon de laine de verre : (a) projection  $\mu$ CT dans le plan, (b) coupe tomographique après reconstruction, (c) rendu 3D de la microstructure. D'après [170].

Ainsi, bien que la reconstruction géométrique à partir d'images 3D apparaisse comme une méthode directe pour représenter fidèlement la microstructure réelle d'un matériau, elle reste techniquement exigeante. Quelle que soit la méthode utilisée, la taille des volumes pouvant être imagés constitue l'une des principales contraintes de la méthode, en particulier dans le cas de matériaux présentant une forte hétérogénéité structurelle et un caractère multi-échelle marqué, comme la laine de verre. Pour pouvoir distinguer de manière fiable les contacts entre fibres des situations où elles sont simplement proches sans se toucher, il est en effet nécessaire de disposer d'un pas d'échantillonnage suffisamment fin. La représentativité du volume imagé n'est alors pas toujours garantie, ce qui peut affecter la pertinence et la reproductibilité des résultats de simulation. Par ailleurs, l'étape de traitement d'image reste cruciale et requiert une attention particulière. Dans le cas de la laine de verre, il est notamment indispensable de distinguer les fibres de verre du liant organique afin de leur attribuer, lors des calculs numériques, des propriétés physiques distinctes. À cet effet, une détection par fluorescence peut constituer une solution pertinente [12].

#### 4.1.1.2 Génération de milieux virtuels

La méthode la plus simple et la plus classique pour générer numériquement un milieu fibreux consiste à disposer aléatoirement des segments de droites infinies dans un volume donné, puis à leur attribuer un diamètre constant afin de former un ensemble de cylindres. Introduite initialement par Matheron [171] et reprise notamment par Ohser et al. [172], cette approche par *insertion séquentielle* permet une implémentation rapide et efficace. Elle autorise l'interpénétration des objets générés, les fibres pouvant se croiser sans contrainte géométrique, d'où sa qualification de modèle à "cœurs souples" ("*soft-core models*"). Cette approche peut être modifiée afin que les fibres ne traversent pas la totalité du volume et aient une longueur définie. Un exemple est représenté en Fig. 1.41(a).

Ce type de modélisation revient à ne pas faire de distinction entre un contact et une intersection complète entre fibres. Si cette hypothèse peut sembler peu réaliste sur le plan physique – les fibres réelles ne pouvant s'interpénétrer – elle devient acceptable lorsque les corrélations spatiales entre fibres sont négligeables [173], en particulier pour des rapports d'aspect de fibres élevés et de faibles densités. Foygel et al. [174] ont notamment montré que pour des réseaux de cylindres rigides rectilignes, l'erreur introduite sur la prédiction de la fraction volumique critique de *percolation*, définie comme la fraction minimale de volume des fibres à partir de laquelle un chemin continu à travers le matériau s'établit, reste inférieure à 1 % dès lors que le rapport d'aspect dépasse 100.

La simplicité de mise en œuvre de ce type d'approche "*soft-core*" en a fait un outil largement utilisé pour la génération de microstructures de matériaux complexes, notamment dans le cadre de matériaux composites fibreux ou poreux [175, 176, 177, 178].

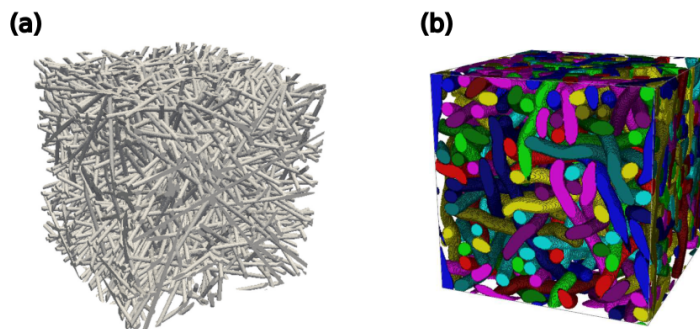


FIGURE 1.41 – Exemples de réseaux fibreux générés virtuellement. (a) Réseau isotrope de fibres droites interpénétrantes obtenu par insertion séquentielle de lignes dilatées [178]. (b) Réseau fibreux dense, de fraction volumique en fibres de l'ordre de 50 %, généré par une marche aléatoire, puis modifié par des déplacements induits par un calcul d'équilibre de forces d'interaction [175].

Toutefois, dans certaines applications, l'interpénétration géométrique des fibres n'est pas acceptable, notamment lorsque l'on souhaite modéliser de manière plus réaliste les effets d'exclusion de volume pour des réseaux très denses. Dans ce cas, on se tourne vers des modèles dits à "cœurs durs" ("*hard-core models*"), dans lesquels les fibres sont générées de manière à s'exclure mutuellement dans l'espace. L'une des approches les plus couramment utilisées pour ce type de génération est la méthode d'adsorption séquentielle aléatoire ("*Random Sequential Adsorption*", RSA) [179, 180, 181]. Elle repose aussi sur un processus d'insertion séquentielle, cette fois itératif : les fibres sont introduites une à une dans le domaine de simulation, et toute tentative entraînant un chevauchement avec les objets déjà présents est systématiquement rejetée. Dans ce type de méthode, une fibre n'est ni déplacée ni réorientée après son insertion : cette contrainte limite fortement la fraction volumique maximale atteignable, en particulier lorsque les fibres présentent un fort rapport d'aspect et une orientation proche de l'isotropie [182]. Une alternative proposée est d'appliquer à chaque nouvelle fibre la distance de translation la plus courte permettant de l'amener en contact avec le réseau existant [183, 184].

Une autre famille de méthodes, par opposition à l'insertion séquentielle, est constituée par les algorithmes de *réarrangement collectif*, dans lesquels la position ou l'orientation des objets est modifiée de manière simultanée après génération. En particulier, un principe similaire à la dynamique moléculaire peut être utilisé : en partant d'une configuration diluée, les particules sont déplacées suivant les équations de Newton avec une détection itérative des collisions, ce qui réduit progressivement le volume du domaine [185]. Ces méthodes demeurent toutefois également limitées en termes de fraction volumique maximale atteignable et présentent un coût algorithmique élevé, notamment en raison de la complexité du traitement des collisions et du suivi dynamique des entités [186].

Les méthodes décrites précédemment pour les fibres droites peuvent être adaptées à la génération de réseaux de fibres courbes, caractérisées par une tortuosité donnée. Plusieurs approches existent à cet effet. Une première consiste à appliquer une courbure prédéfinie à chaque fibre droite générée par les méthodes classiques [187, 188]. D'autres s'appuient sur un algorithme de dépôt séquentiel de fibres initialement rectilignes, qui se déforment sous l'effet d'une pseudo-gravité [189, 190, 191] ; cette approche permet d'atteindre des fractions volumiques plus élevées qu'avec la méthode RSA, mais reste toutefois restreinte à des distributions d'orientation essentiellement limitées dans le plan. Une autre stratégie consiste à générer directement des fibres courbes à partir d'une bibliothèque de formes extraite d'images expérimentales de la microstructure du matériau [192, 193]. Il est également possible de construire des fibres comme des chaînes de segments droits successifs, ensuite transformées

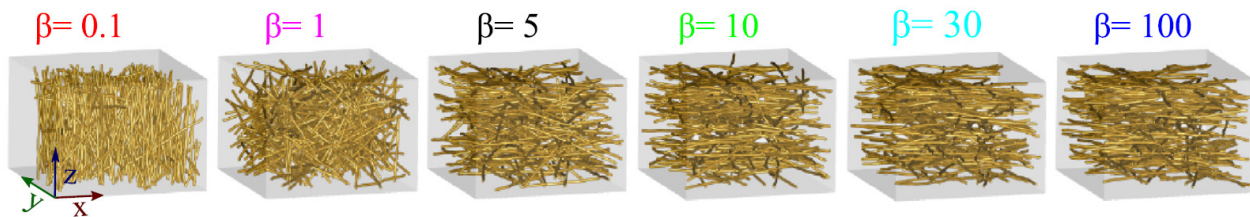


FIGURE 1.42 – Exemples de réseaux fibreux générés virtuellement pour modéliser un matériau isolant, en utilisant la distribution  $\beta$  pour l’orientation des fibres [10].

en courbes [194]. Enfin, un algorithme de marche aléatoire, dans lequel chaque fibre est représentée par une suite de sphères connectées, peut être mis en œuvre. Dans la Ref. [175], Altendorf et Jeulin couplent cette méthode à un calcul itératif d’équilibre des forces d’attraction et de répulsion entre fibres. Bien que coûteuse en ressources de calcul, cette approche permet de générer des géométries complexes et d’atteindre des fractions volumiques élevées, pouvant atteindre jusqu’à 70 % (cf. Fig. 1.41 (b)).

### Application aux cas des isolants fibreux

Le cas des matériaux isolants fibreux tels que les laines minérales (laine de roche ou laine de verre) a été traité dans différentes études. Arambakam et al. [183] ont modélisé ce type de matériau par un ensemble de fibres droites. Chapelle et al. [195] et Kallel et Joulain [10] ont utilisé un algorithme plus complexe se basant sur deux étapes principales :

- le tirage pour chaque fibre d’une orientation principale en suivant une distribution donnée, ainsi que d’un point initial et d’un diamètre de fibre ;
- la génération point par point de chaque fibre, par marche aléatoire en contrôlant la tortuosité, en utilisant la méthode introduite par Altendorf et Jeulin [175].

Afin de reproduire au mieux la géométrie des milieux fibreux réels, les auteurs ont retenu pour décrire l’orientation des fibres la *distribution*  $\beta$ , introduite par Schladitz et al. [176] pour un système de fibres empilées. Cette distribution se caractérise par une invariance selon les axes  $x$  et  $y$ , reflétant la morphologie typique des matériaux isolants fibreux en lien avec leur procédé de fabrication (voir section 1.1). Elle est définie par la densité de probabilité suivante :

$$g_{\beta}(\theta, \varphi) = \frac{\beta \sin \theta}{4\pi[1 + (\beta^2 - 1) \cos^2 \theta]^{3/2}} \quad (1.100)$$

où  $\theta \in [0; \pi[$  et  $\varphi \in [0; 2\pi[$  sont les angles polaire et azimutal en coordonnées sphériques : l’absence de dépendance en  $\varphi$  dans cette expression indique que tous les angles azimutaux sont équiprobables dans cette description, ce qui traduit bien une isotropie dans le plan  $xy$ . Le paramètre ajustable  $\beta$ , appelé *paramètre d’anisotropie*, permet de contrôler l’orientation moyenne des fibres. Plus il est faible, plus les fibres auront tendance à être parallèle à l’axe  $z$ , et plus il est élevé, plus les fibres auront tendance à être contenues dans le plan  $(xy)$ . Le cas  $\beta = 1$  représente un matériau fibreux isotrope, c’est-à-dire sans direction privilégiée. L’influence du paramètre  $\beta$  sur la morphologie des réseaux générés peut par exemple être visualisée sur la Fig. 1.42, et sera également discutée plus en détail dans le chapitre 4.

Une fois l’orientation principale d’une fibre tirée aléatoirement selon cette distribution, sa géométrie est construite à l’aide d’un algorithme de marche aléatoire modifiée. Le contrôle de la tortuosité est introduit en utilisant une distribution de von Mises-Fisher bi-variable, classiquement utilisée pour modéliser des répartitions d’orientations dans un espace tridimensionnel. Elle permet de décrire la probabilité qu’un vecteur aléatoire pointe dans une certaine direction, en tenant compte d’un ou plusieurs

axes privilégiés et de degrés de concentration autour de ces axes. Cette distribution est particulièrement adaptée pour représenter des fibres dont les orientations sont biaisées autour d'une direction principale, tout en laissant une certaine dispersion angulaire. Elle offre une description flexible et réaliste des distributions d'orientations anisotropes, comme celles observées dans les isolants fibreux, où les fibres ne sont ni parfaitement alignées ni totalement aléatoires. La densité de probabilité correspondante pour l'échantillonnage d'une direction  $\vec{u}$  entre deux points successifs dans la marche aléatoire s'écrit :

$$f_{c_1, c_2, \vec{u}_1, \vec{u}_2}(\vec{u}) = \frac{|c_1 \vec{u}_1 + c_2 \vec{u}_2|}{2\pi(e^{|c_1 \vec{u}_1 + c_2 \vec{u}_2|} - e^{-|c_1 \vec{u}_1 + c_2 \vec{u}_2|})} e^{c_1 \vec{u}_1^T \vec{u} + c_2 \vec{u}_2^T \vec{u}} \quad (1.101)$$

avec  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  deux directions préférentielles et  $c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+$  leurs paramètres de confiance correspondants. L'ajustement de ces paramètres permet de modifier le degré de fidélité aux deux directions préférentielles. Dans les études considérées, celles-ci sont choisies comme étant la direction principale de la fibre, échantillonnée par la distribution d'orientations  $g_\beta(\theta, \varphi)$  et désignée par le vecteur  $\vec{u}_j$ , et la direction du vecteur entre les deux points précédents dans la marche aléatoire. Cela permet d'éviter des décrochements trop importants dans la chaîne qui ne seraient pas représentatifs d'une fibre réelle. À cette étape, pour chaque sphère  $i$  générée dans la fibre, la sphère  $i+1$  est générée par tirage d'un vecteur  $\vec{u}_{i,i+1}$  en utilisant  $f_{c_1, c_2, \vec{u}_j, \vec{u}_{i-1, i}}(\vec{u}_{i, i+1})$ , en imposant un espacement constant  $\delta_g$  entre les sphères. Cet espacement est choisi de l'ordre du rayon ou du diamètre des fibres en tant que dimension caractéristique du système. Enfin, pour compenser le biais sur l'orientation induit par l'existence de deux directions principales à suivre à chaque étape de la génération, chaque fibre subit une opération de rotation afin que son orientation finale moyenne, c'est-à-dire la direction définie par ses deux extrémités, soit égale à l'orientation principale  $\vec{u}_j$  initialement tirée.

Chapelle et al. [195] ont également introduit une version modifiée de ce modèle dans lequel chaque fibre est représentée par une chaîne de sphéro-cylindres au lieu d'une succession de sphères. Ce choix permet d'optimiser les performances numériques de l'algorithme, et s'avère particulièrement pertinent dans le cadre des modèles "hard-core", pour lesquels l'interpénétration des fibres est strictement proscrite. Dans ce contexte, les objets doivent être déplacés par exemple sous l'effet de forces d'interaction, et la représentation en sphéro-cylindres réduit le nombre de points de contact à traiter, tout en préservant la fidélité géométrique du réseau généré.

## 4.1.2 Méthodes de calcul pour la caractérisation des propriétés thermiques des milieux fibreux

### 4.1.2.1 Introduction : le calcul des propriétés physiques d'un milieu poreux, de l'échelle du pore à l'échelle macroscopique

Les transferts thermiques dans un milieu poreux, par nature multi-échelle, peuvent être décrits à l'aide de différents modèles. Pour des raisons pratiques, on cherche souvent à remplacer la description détaillée à l'échelle microscopique, où les équations classiques des milieux continus s'appliquent dans les différentes phases, par un modèle équivalent à l'échelle macroscopique, reposant sur la notion de *milieu effectif*. Les grandeurs accessibles expérimentalement sont, dans la plupart des cas, des propriétés effectives, en raison de la facilité de leur mesure à l'échelle macroscopique. Comme discuté en section 1.2.4, la performance thermique des matériaux isolants est généralement caractérisée par leur conductivité thermique effective. Il est donc pertinent de chercher à estimer cette grandeur par des approches numériques ou théoriques, afin de permettre des comparaisons directes avec les résultats expérimentaux.

Dans ce cadre, une notion essentielle est celle de *volume élémentaire représentatif* (VER) : il s'agit du plus petit volume sur lequel une grandeur macroscopique, comme la conductivité thermique effective, peut être définie de manière stable, c'est-à-dire indépendamment des conditions locales ou de

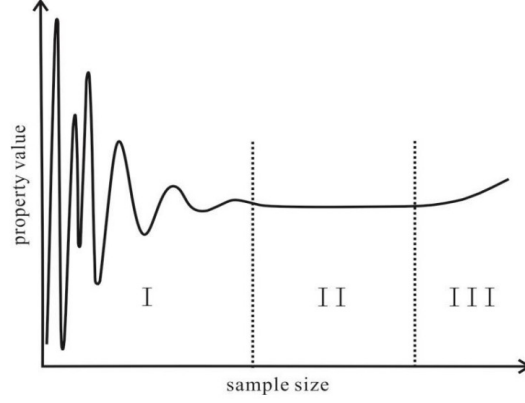


FIGURE 1.43 – Représentation schématique de la détermination du VER. La région I montre les fluctuations à petite échelle de la propriété estimée, liées à l'hétérogénéité microscopique de la structure poreuse. La limite gauche de la région II indique la taille minimale du VER ; à l'intérieur de cette région, les mesures sont indépendantes de l'échelle et sont représentatives d'un échantillon plus grand. La région III traduit les possibles variations dues à l'hétérogénéité macroscopique de la structure [200].

la position dans le matériau. Cela permet d'assimiler le matériau réel à un milieu homogène équivalent à l'échelle macroscopique, condition nécessaire pour les calculs de propriétés effectives.

La définition du VER s'inscrit dans le cadre de l'hypothèse de séparation des échelles. En notant  $\ell_m$  la longueur caractéristique de la microstructure (par exemple, le diamètre moyen d'une fibre ou la taille moyenne des pores) et  $\ell_M$  celle du milieu à l'échelle macroscopique, le VER doit posséder une dimension caractéristique  $\ell_{VER}$  telle que [33] :

$$\ell_m \ll \ell_{VER} \ll \ell_M. \quad (1.102)$$

Le VER doit ainsi satisfaire un compromis illustré en Fig. 1.43 :

- d'une part, il doit être suffisamment grand pour contenir assez d'hétérogénéités et être statistiquement représentatif de la microstructure, ce qui assure une caractérisation intrinsèque de toute propriété ;
- d'autre part, il doit rester suffisamment petit pour que les propriétés définies à cette échelle conservent un caractère local à l'échelle macroscopique.

La taille minimale requise pour ce volume dépend fortement des propriétés structurales du milieu poreux, telles que le degré d'hétérogénéité, la distribution de tailles d'objets ou encore l'anisotropie de la microstructure. Le choix d'un VER adapté est donc crucial pour assurer la validité et la pertinence des propriétés effectives simulées dans les milieux poreux complexes, tels que les matériaux fibreux.

Le VER est défini dans certaines études existantes à partir d'une précision souhaitée dans l'estimation d'une propriété physique effective  $Z$  [196, 197, 198]. En utilisant une approche statistique classique, l'erreur absolue  $\varepsilon_{abs}$  et l'erreur relative  $\varepsilon_{rel}$  sur la moyenne calculée à partir de  $N$  réalisations indépendantes d'un volume  $V$  sont exprimées via un intervalle de confiance à 95 % [199] :

$$\varepsilon_{abs} = \frac{2D_Z(V)}{\sqrt{N}}, \quad \varepsilon_{rel} = \frac{\varepsilon_{abs}}{Z} = \frac{2D_Z(V)}{Z\sqrt{N}}, \quad (1.103)$$

où  $D_Z(V)$  est l'écart-type associé à la propriété  $Z$  dans un volume  $V$ . Le VER peut alors être défini comme le plus petit volume pour lequel un nombre donné de réalisations  $N$ , typiquement 5 ou 10, permet d'estimer la propriété moyenne  $Z$  avec une erreur relative fixée, par exemple 1 %.

En général, les équations décrivant les phénomènes physiques à l'échelle macroscopique sont dérivées

formellement à partir des équations microscopiques de la thermodynamique des milieux continus. Pour représenter le milieu poreux comme un matériau effectif équivalent au système réel complexe, différentes approches de changement d'échelle peuvent être mises en œuvre, telles que l'homogénéisation [201], la prise de moyenne volumique [202, 203] ou encore des formulations stochastiques [204].

Ces méthodes sont particulièrement intéressantes pour modéliser les écoulements dans des milieux complexes bi- ou triphasiques, dans lesquels les comportements physiques des différentes phases sont fortement couplés, en permettant de décrire les phénomènes de transport dans l'ensemble du système. Toutefois, dans le cas spécifique du transfert de chaleur au sein de la laine de verre, les différents modes de transfert thermique peuvent, comme mentionné en section 1.2.4, être considérés comme découplés. Il devient alors pertinent de s'intéresser uniquement à la contribution conductive de la phase solide. Dans ce contexte simplifié, il n'est plus nécessaire de recourir aux approches de changement d'échelle complexes mentionnées ci-dessus. Nous présentons dans la suite quelques méthodes numériques classiques permettant d'estimer le transport thermique par conduction dans un ensemble de fibres. Dans la majorité des cas, elles consistent à résoudre l'équation de la conduction thermique en régime stationnaire, qui est une équation aux dérivées partielles, en imposant un gradient de température dans le milieu. On retrouve alors souvent des configurations similaires à la méthode expérimentale de la plaque chaude gardée, décrite en section 3, utilisée pour la mesure de la conductivité effective des matériaux fibreux.

#### 4.1.2.2 Méthodes de discrétisation par maillage

Le calcul de la conductivité thermique dans la phase solide dans les milieux poreux peut être effectué par des méthodes d'analyse numérique reposant sur la résolution approchée des équations aux dérivées partielles. Parmi ces approches de discrétisation, on peut citer la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis et la méthode des différences finies. Toutes nécessitent une étape de maillage de la géométrie. La versatilité de ces méthodes, applicables à tout type de géométrie et conservant son caractère tridimensionnel, en font des outils très largement utilisés pour le calcul de diverses propriétés thermiques, mécaniques, et d'écoulement dans des milieux poreux [188, 205, 189], et notamment pour l'estimation de la conductivité thermique effective dans des réseaux fibreux [206, 207, 183, 208]. Les méthodes de simulation par discrétisation sont également applicables de manière plus simplifiée à l'estimation de la conductivité dans la phase solide seule. Cette approche a notamment été mise en œuvre par Huang et al., Faessel et al. et Kallel et Joulain [209, 167, 10]

Les études citées ci-dessus appliquées à des milieux fibreux se rapportent à des volumes, considérés comme VER, de l'ordre du  $\text{cm}^3$  pour des fractions volumiques comprises entre 5 et 40 % [209, 167]. Ces volumes de simulation sont parfois réduits à des valeurs inférieures à  $1 \text{ mm}^3$ ; c'est le cas dans les Refs. [10, 183] où les fractions volumiques en fibres étudiées sont faibles, inférieures à 10 %. Pour certaines configurations, cela représente moins d'une centaine de fibres traitées, ce qui peut fortement restreindre la représentativité statistique des propriétés estimées. La taille du domaine de simulation est principalement contrainte par l'étape de discrétisation par maillage de la géométrie, dont le coût de calcul est élevé, en particulier en raison de la complexité liée à la représentation précise des contacts ou des éventuelles interpénétrations entre les fibres. Le volume des échantillons générés constitue alors une des principales limitations de cette famille de méthodes.

#### 4.1.2.3 Méthode nodale

Une approche alternative aux méthodes de discrétisation, et qui peut s'appliquer cette fois uniquement à la caractérisation de la conduction dans la phase solide, consiste en l'utilisation d'une méthode nodale. Cette procédure, introduite par Kirkpatrick pour le calcul de la conductivité électrique dans des réseaux percolatifs [211], repose sur la *théorie des graphes*. Une définition formelle donnée par Wallis [212] indique qu'un graphe est constitué de deux ensembles finis d'objets appelés sommets et arrêtes, chaque arrête étant associée à une paire de sommets. On parle de *graphe orienté* lorsque les



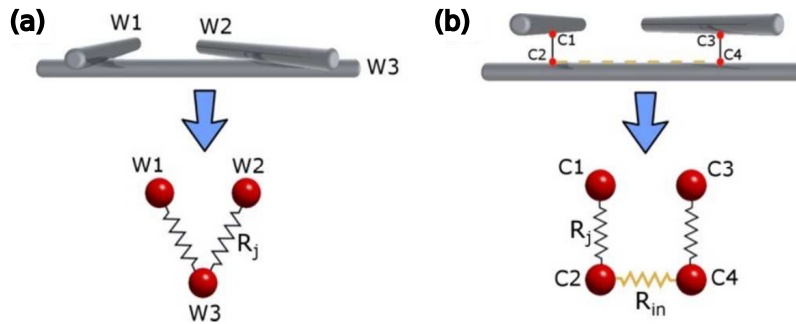


FIGURE 1.44 – Représentation du principe des approches JDA (a) et MNR (b) de modélisation nodale de réseaux fibreux. Dans le modèle JDA, la connexion entre fibres, chacune associée à une tension unique, est modélisée par la résistance de jonction  $R_j$ . En revanche, la représentation MNR prend en compte à la fois  $R_j$  et les résistances internes des fibres  $R_{in}$  [210].

arrêtes ont une certaine orientation, d'un sommet à l'autre.

L'application de la théorie des graphes à un problème donné consiste à attribuer une signification physique aux sommets et aux arêtes, transformant le graphe abstrait en un *réseau équivalent* représentant le milieu. On parle alors respectivement de nœuds et de branches, associés à différents éléments du système physique considéré.

La construction d'un réseau équivalent électrique repose ainsi sur la théorie algébrique des graphes orientés fondée sur les lois de Kirchhoff et la loi d'Ohm ; chaque nœud est alors associé à une tension, tandis que chaque branche est parcourue par un courant dans un sens défini. La méthode nodale associe ces lois aux équations constitutives des composants pour aboutir à un système d'équations algébriques linéaires dont la résolution permet de déterminer les tensions et les courants dans le circuit. La *méthode nodale modifiée* ("*Modified Nodal Analysis*", MNA), extension de la méthode nodale classique, permet l'inclusion d'une large gamme de composants, qu'ils soient contrôlés en tension ou en courant.

Cette procédure a été largement utilisée pour caractériser diverses propriétés électriques de matériaux à structures complexes. Elle a notamment été appliquée au calcul de la conductivité électrique dans des assemblages de nanotubes métalliques par Kim et Nam, en prenant en compte les résistances électriques de contact entre tubes [213, 214]. Pour caractériser cette grandeur, une approche en régime permanent est suffisante : les réseaux équivalents sont alors constitués uniquement de résistances électriques et de nœuds de tension, auxquels peuvent s'ajouter des sources éventuelles. Le principe de la modélisation d'un matériau fibreux par un réseau électrique exploité dans ces études a été introduit par Da Rocha et al. [210] : les fibres et leurs contacts forment le réseau, tandis que la phase interstitielle est négligée. Les auteurs mettent notamment en évidence deux méthodes possibles illustrées en Fig. 1.44 : l'une reposant sur l'hypothèse de dominance de la résistance de contact ou de jonction ("*Junction resistance-Dominated Assumption*", JDA), et l'autre sur une représentation multi-nodale ("*Multi-Nodal Representation*", MNR). Dans l'approche JDA, chaque fibre ou tube est représenté par un nœud, et les contacts entre fibres ou tubes par une branche représentant la chute de tension due à la résistance de contact électrique. Les résistances internes des fibres sont donc négligées. Dans l'approche MNR, le contact entre deux tubes ou fibres est défini par deux nœuds distincts reliés par une branche, et les éléments entre les contacts sont également représentés par un branche avec une résistance électrique interne. Si la méthode JDA, qui conduit à des réseaux plus simples, a été utilisée dans de nombreuses études sur les nanotubes métalliques, la méthode MNR présente l'avantage d'être applicable à une plus grande variété de matériaux à plus faible conductivité, tout en prenant en compte les aspects géométriques. La Fig. 1.45 montre un exemple de réseau équivalent électrique modélisant un ensemble de nanotubes conducteurs en utilisant l'approche MNR, avec mise en évidence des branches et nœuds considérés.

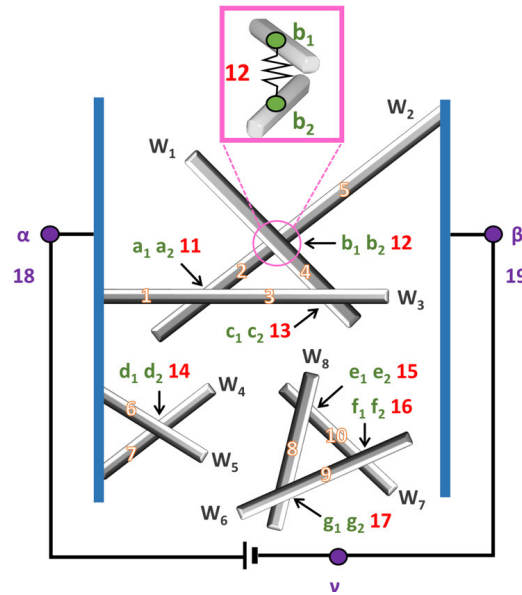


FIGURE 1.45 – Exemple de réseau équivalent électrique modélisant un assemblage de huit tubes avec contacts par l’approche MNR. Les chiffres et les lettres indiquent respectivement les indices des branches et des nœuds : les branches orange, rouge et violette représentent respectivement les résistances internes, de contact et du circuit externe, et les nœuds verts et violets correspondent respectivement aux nœuds internes et externes [214].

Par analogie thermo-électrique, la méthode nodale modifiée peut également être appliquée à l’étude de réseaux équivalents thermiques, qui sont alors composés de branches contenant des résistances thermiques ou des sources de température, ainsi que de nœuds auxquels sont connectées des potentielles capacités thermiques (dans le cas d’un régime non permanent) ou sources de flux thermique. La Fig. 1.46 représente ces éléments possibles dans un réseau équivalent thermique. Chaque branche est caractérisée par un flux thermique donné, et chaque nœud est caractérisé par une température unique. Notons néanmoins que l’analogie entre circuits thermiques et électriques n’est pas complète selon deux aspects majeurs [215] :

- La loi des mailles de Kirchhoff n’a pas d’équivalent strict dans les systèmes thermiques. En effet, l’ajout de sources de température doit respecter les lois de la thermodynamique : deux sources de température en série ne peuvent pas être simplement additionnées, contrairement aux sources de tension en électricité.
- Il n’existe pas d’équivalent thermique au concept d’inductance.

Malgré ces limitations, il reste possible de modéliser un ensemble d’éléments soumis à un problème de transfert thermique par un réseau équivalent basé sur la théorie des graphes orientés. Cette approche nodale en conduction thermique, bien que peu répandue, a été employée dans certains cas, en régime transitoire et permanent, pour modéliser les transferts thermiques à travers des murs à l’échelle du bâtiment [216, 217, 218]. Il est donc en théorie possible d’appliquer cette méthode au calcul de la conduction thermique dans la phase solide d’un milieu fibreux en régime permanent, dans une configuration telle que celle étudiée par Kim et Nam pour la conduction électrique (cf. Fig. 1.45), qui n’est alors pas concernée par les limitations énoncées ci-dessus. Il convient de noter que la modélisation d’une telle configuration de milieu fibreux par méthode nodale suppose que le transfert conductif peut être considéré comme unidimensionnel, ce qui est généralement valable pour des fibres présentant un rapport d’aspect suffisamment élevé.

Le principal avantage de cette méthode nodale, par rapport à d’autres méthodes, réside dans

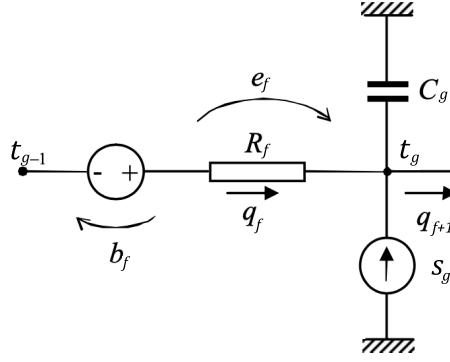


FIGURE 1.46 – Exemple d’une portion de réseau équivalent thermique modélisé à partir de la méthode nodale modifiée montrant les principaux constituants possibles. Une branche  $f$  peut être constituée d’une résistance thermique  $R_f$  traversée par un flux thermique  $q_f$  donnant lieu à une chute de température  $e_f$ , et/ou d’une source de température  $b_f$ . Un nœud  $g$  est caractérisé par sa température  $t_g$ , et peut être connecté à une capacité thermique  $C_g$  et/ou une source de flux thermique  $s_g$  [216].

la simplicité de la résolution du problème physique, qui s’effectue directement par calcul matriciel, dont le principe est par exemple détaillé dans les Refs. [214, 216]. Cette complexité réduite permet d’effectuer les calculs en des temps plus courts qu’avec des approches reposant sur une discrétisation de la géométrie par maillage.

## 4.2 Influence des paramètres morphologiques du milieu fibreux sur le transport conductif : constats et modèles théoriques

### 4.2.1 Constats de simulation numérique

Indépendamment de la méthode retenue pour la génération des fibres et le calcul des transferts thermiques, le lien entre la morphologie du milieu fibreux et sa conductivité thermique ou électrique dans la phase solide a été étudiée numériquement dans plusieurs travaux. Parmi les paramètres caractérisant la géométrie du réseau et susceptibles d’être analysés, figurent notamment la fraction volumique en fibres, leur orientation, leur longueur, leur diamètre ainsi que leur tortuosité.

L’influence de ces facteurs géométriques sur la conductivité électrique ou thermique dans la phase solide a tout d’abord été analysée numériquement dans les Refs. [10, 219] en négligeant les résistances de contact entre fibres. Les travaux de Kallel et Joulain [10], bien que se limitant à de faibles volumes de simulation, traitent en particulier des milieux 3D représentatifs des isolants fibreux ; ils mettent en évidence une diminution de la conduction thermique solide lorsque l’angle moyen des fibres par rapport à la direction du flux de chaleur augmente, ou lorsque la fraction volumique en fibres diminue.

Cependant, qu’il s’agisse d’études portant sur la conduction électrique ou thermique, il a été démontré que la qualité des contacts entre fibres exerce une influence significative sur la conductivité des matériaux fibreux, soulignant la nécessité d’intégrer ce paramètre dans les modèles de simulation. Le nombre de Biot, formulé de manière spécifique à la configuration considérée, constitue alors un paramètre déterminant régissant la conduction thermique au sein de la phase solide [220] :

$$\text{Bi} = \frac{l}{R_k A_f k_f} = \frac{4l}{R_k k_f \pi d^2} \quad (1.104)$$

où  $k_f$  est la conductivité thermique des fibres,  $R_k$  est la résistance de contact entre fibres,  $l$  est la

longueur des fibres,  $A_f = \frac{\pi d^2}{4}$  est la section transversale des fibres, et  $d$  est le diamètre des fibres<sup>7</sup>. Ce nombre de Biot permet de capturer l'effet de la compétition entre la résistance de contact entre fibres et la résistance interne des fibres, mais ne prend pas en compte les effets de la géométrie du milieu. Vassal et al. [220] ont notamment mis en évidence, au travers d'une étude numérique approfondie, l'existence d'interactions couplées des paramètres morphologiques d'un milieu fibreux 3D et du nombre de Biot. En particulier, il a été démontré que l'évolution de la conductivité thermique solide en fonction de la fraction volumique en fibres suit une loi de puissance, dont l'exposant varie de 1 dans le cas de contacts fibre–fibre parfaits à 2 lorsque ces contacts présentent une forte résistance. Par ailleurs, cette étude montre que la conductivité solide augmente avec le rapport d'aspect des fibres, indépendamment de leur orientation ou de leur fraction volumique ; cette influence du rapport d'aspect s'accroît à mesure que les résistances de contact deviennent importantes.

De manière similaire, le ratio entre résistance électrique de contact et résistance interne électrique des fibres a été introduit en tant que grandeur importante dans les études analogues portant sur la conductivité électrique [221, 222]. Fata et al. [223] ont proposé une analyse détaillée de l'effet de l'ensemble des paramètres morphologiques sur la conductivité solide électrique de réseaux 2D de nanotubes de carbone avec tortuosité simulés numériquement, en fonction de ce ratio caractéristique de résistances.

Bien que de nombreuses études traitent de la conduction électrique ou thermique dans des réseaux fibreux, rares sont celles qui considèrent à la fois le cas d'un milieu 3D et l'influence de l'ensemble des paramètres morphologiques ainsi que de la résistance de contact entre fibres. Plus rares encore sont les travaux proposant un modèle explicatif des effets couplés qui en résultent. Certaines études ont proposé des modèles théoriques simplifiés [221, 224, 225, 226, 227], toutefois restreints à des cas particuliers ou à des configurations limites, qui ne seront pas détaillés ici. L'approche la plus complète au moment du début de cette étude, établissant un modèle théorique général permettant de prédire la conductivité thermique solide de réseaux denses de nanofibres rectilignes 2D et 3D, a été développée par Volkov et Zhigilei [228, 229, 230] et Zhao et al. [231]. Ce modèle est présenté dans la section suivante.

#### 4.2.2 Conduction thermique dans des nanotubes de carbone : le modèle de Volkov et Zhigilei et Zhao et al.

Dans leurs travaux respectifs, Volkov et Zhigilei [228, 229, 230], ainsi que Zhao et al. [231], ont proposé deux modèles équivalents pour décrire l'évolution de la conductivité thermique dans la phase solide de réseaux de nanotubes ou nanofibres de carbone rectilignes, en fonction des paramètres géométriques du milieu et de la résistance de contact entre nanotubes. Ces modèles reposent sur l'application de la loi de Fourier à l'échelle des fibres, couplée à une approche statistique à l'échelle du réseau.

Zhao et al. [231] expriment la conductivité thermique solide  $k_{cond,solide}$  normalisée par la conductivité thermique des fibres  $k_f$  par l'expression suivante, valide à 2D et 3D :

$$\frac{k_{cond,solide}}{k_f} = \langle N_z \rangle \frac{\pi d^2}{4} \frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle \langle |\cos \theta| \rangle}{2 \langle |\cos \theta| \rangle l / \langle H \rangle + \text{Bi} \langle N_c \rangle}. \quad (1.105)$$

Cette relation est obtenue à partir d'un bilan thermique établi à l'échelle d'une fibre individuelle, puis généralisée au réseau par une approche statistique. Dans ce modèle,  $\langle N_z \rangle$  représente le nombre moyen de fibres traversant une unité de surface perpendiculaire au gradient de température<sup>8</sup>,  $\langle N_c \rangle$  est

7. On retrouve bien la définition classique du nombre de Biot donnée par l'Eq. 1.21 avec  $l$  en tant que longueur caractéristique et  $\frac{1}{R_k A_k}$  en tant que coefficient de transfert thermique surfacique, ici associé au contact.

8. Cette définition de  $\langle N_z \rangle$  est rigoureusement valide uniquement à 3D. Pour le cas de réseaux 2D, cette grandeur devient le nombre moyen de fibres traversant une ligne de coupe transverse du milieu, divisée par la dimension latérale du milieu [230].

le nombre moyen de contacts par fibre,  $\langle H \rangle$  est la distance verticale moyenne entre deux centres de fibres en contact et  $\text{Bi}$  est le nombre de Biot défini par l'Eq. 1.104. La longueur  $l$  et le diamètre  $d$  des fibres, considérés ici comme des paramètres fixes, interviennent également directement dans ce modèle, de même que le cosinus moyen de l'angle  $\theta$  des fibres par rapport au flux de chaleur ; il s'agit d'une grandeur moyennée, cet angle étant défini pour chaque fibre à partir d'une distribution d'orientation destinée à refléter une certaine hétérogénéité du milieu.

Lorsque la résistance de contact entre fibres est nulle, ce qui revient à  $\text{Bi} \rightarrow \infty$  et donc au cas de fibres très fortement conductrices, la conductivité solide obtenue  $k_{0,th}$  est alors :

$$k_{0,th} = k_{cond,solide}(\text{Bi} \rightarrow \infty) = \frac{1}{4}\pi d^2 k_f \langle N_z \rangle \langle |\cos \theta| \rangle. \quad (1.106)$$

Dans le cas inverse, lorsque les résistances de contact dominent et que  $\text{Bi} \rightarrow 0$ , on a :

$$k_{\infty,th} = k_{cond,solide}(\text{Bi} \rightarrow 0) = \frac{1}{4}\pi d^2 k_f \langle N_z \rangle \frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle \langle H \rangle}{2l}. \quad (1.107)$$

On peut alors exprimer la conductivité solide en fonction de ces valeurs limites comme :

$$k_{cond,solide} = k_{0,th} \frac{1}{1 + \frac{2l \langle |\cos \theta| \rangle}{\langle H \rangle \langle N_c \rangle \text{Bi}}} = k_{\infty,th} \frac{1}{1 + \frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle \langle H \rangle}{2l \langle |\cos \theta| \rangle}}. \quad (1.108)$$

Volkov et Zhigilei [229, 228] ont également développé un modèle, en se basant sur un bilan de flux thermique établi à l'échelle d'une section représentative du milieu, couplé à l'application de la loi de Fourier à l'ensemble du réseau fibreux. Dans leurs travaux, les auteurs considèrent directement certaines valeurs numériques spécifiques à des structures isotropes. En généralisant leur démarche à des milieux fibreux présentant des orientations quelconques, on retrouve une expression rigoureusement équivalente à celle donnée par l'Eq. 1.108. Cette équivalence est démontrée en annexe A.

L'orientation des fibres, leurs dimensions et leur densité influençant *a priori* les valeurs de  $\langle N_z \rangle$ ,  $\langle N_c \rangle$  et  $\langle H \rangle$ , ces expressions semblent confirmer la dépendance de la conductivité solide en l'ensemble des différents paramètres morphologiques du réseau, observée numériquement dans les travaux préalalement cités. Notons que  $\text{Bi} \langle N_c \rangle$  peut être interprété comme un nombre de Biot effectif associé à une fibre entière, intégrant l'ensemble des pertes thermiques qu'elle subit à travers ses  $\langle N_c \rangle$  contacts.

Ce modèle introduit ci-dessus repose sur trois hypothèses principales :

- Le rapport d'aspect des fibres est supposé suffisant pour assurer une conduction unidimensionnelle régie par la loi de Fourier dans les fibres ;
- Les coordonnées des points de contact sont considérées comme indiscernables pour chaque couple de fibres ;
- Le gradient de température le long de chaque fibre individuelle est approximé par un **gradient moyen évalué à l'échelle du réseau**. Il est donc supposé que les variations de température réelles le long des fibres sont proches de ce gradient linéaire.

Il a été partiellement validé pour différents nombres de Biot, à la fois par confrontation à des données expérimentales et par des simulations numériques. Toutefois, ces validations restent limitées à des configurations spécifiques, sans couvrir l'ensemble des cas morphologiques et paramétriques possibles. Les principaux cas étudiés sont présentés ci-dessous.

La seule étude ayant confronté les prédictions du modèle à des résultats expérimentaux est celle de Zhao et al. [231]. Un bon accord est observé dans les configurations considérées, relatives à des réseaux de nanotubes de carbone, de nanotubes métalliques et de nanofibres de cellulose.

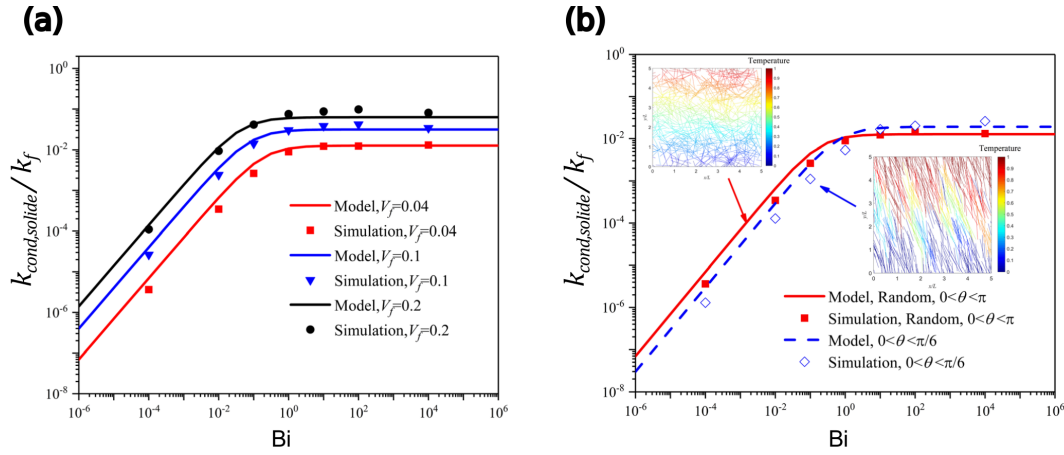


FIGURE 1.47 – Comparaison entre les prédictions du modèle théorique de la conductivité solide dans un milieu fibreux (Eq. 1.105) et les résultats de simulations numériques dans des réseaux 2D, en fonction du nombre de Biot : (a) pour différentes fractions volumiques, dans le cas d'un réseau isotrope, et (b) pour différentes orientations, dans le cas d'une fraction volumique  $f_v = 4\%$ . Le rapport d'aspect et le diamètre des fibres sont respectivement fixés à  $\tilde{a} = 500$  et  $d = 3$  nm [231].

Plusieurs études ont par ailleurs examiné la validité du modèle à l'aide de simulations numériques dans différentes configurations :

- Zhao et al. [231] ont utilisé la méthode des volumes finis pour réaliser des simulations de **réseaux fibreux 2D** constitués d'environ 500 **nanotubes de carbone individuels**. Elles ont été menées pour des fractions volumiques comprises entre 4 % et 20 %, des rapports d'aspect variant de 100 à 1000, et deux types de distributions d'orientations (isotrope et alignée préférentiellement avec la direction du flux thermique) ; l'accord est généralement satisfaisant entre théorie et simulation, comme représenté en Fig. 1.47. Les auteurs observent par ailleurs que, pour de faibles fractions volumiques ou de faibles rapports d'aspect, le modèle surestime la conductivité par rapport aux simulations, ce qu'ils attribuent à la présence de fibres isolées dans les réseaux simulés, ne participant pas au transfert thermique.
- Volkov et Zhigilei [229] ont développé un modèle mésoscopique de simulation [232] et l'ont appliqué au cas particulier de **réseaux 3D de nanotubes de carbone regroupés en faisceaux** de fraction volumique élevée, supérieure à 10 %, avec différents rapports d'aspect compris entre 200 et 1000. Ils montrent un bon accord entre les résultats de cette simulation et le modèle théorique développé.
- Volkov et Zhigilei [230] ont également mené ultérieurement des simulations Monte Carlo sur des **réseaux 2D** constitués de plusieurs centaines de **nanotubes de carbone** modélisés sous forme de sphéro-cylindres. Trois paramètres adimensionnés ont été explorés : le rapport d'aspect, le nombre de Biot, et un paramètre de densité surfacique  $n_s = n_{f,s} l^2$ , où  $n_{f,s}$  est le nombre de fibres par unité de surface. Pour des réseaux peu denses ( $n_s < 10$ ), un écart est constaté entre la chute de température moyenne aux contacts issue des simulations et celle prédite par le modèle. Les auteurs proposent alors de représenter cette différence par un développement en série en puissances de  $1/n_s$ , dépendant également du rapport d'aspect. Cette démarche conduit à une correction semi-empirique de la conductivité solide initialement exprimée par l'Eq. 1.105 sous la forme d'un préfacteur multiplicatif estimé à  $\left(1 - \frac{48}{\pi^2 n_s}\right)$ . Toutefois, cette correction n'a pas encore été validée par des comparaisons expérimentales. Des démarches de corrections semi-empiriques similaires ont été proposées également à partir d'autres types de modèles dans les Refs. [220, 221].

---

Les travaux présentés ci-dessus constituent l'état de l'art au moment du développement de notre étude. Il convient toutefois de mentionner deux publications récentes de Volkov et Zhigilei en 2025, qui apportent des contributions notables au domaine.

Dans la première [233], les auteurs proposent une analyse théorique et numérique, fondée sur des simulations Monte Carlo, de la conductivité thermique solide de réseaux 3D de fibres modélisées par des sphéro-cylindres avec résistance thermique aux contacts. Reprenant une approche similaire à celle de la Ref. [230], ils introduisent une correction semi-empirique, sur la base des résultats numériques et d'un développement en série, pour étendre leur modèle à des réseaux dits "semi-dilués". Ils définissent ce régime en 3D par  $n_v \leq 4$ , où  $n_v = n_{f,v} l^2 d / 2$  est un paramètre de densité volumique dépendant de  $n_{f,v}$  le nombre de fibres par unité de volume. Cette correction se présente sous la forme d'un préfacteur multiplicatif :  $\left(1 - \frac{0.675}{n_v}\right)$ . Les auteurs en déduisent également une expression de la conductivité solide normalisée par sa valeur à  $Bi \rightarrow \infty$ ,  $k_{cond,solide}/k_{0,th}$ , ne dépendant que de  $n_v$ . Ils montrent enfin, en appliquant ce modèle à des réseaux de nanotubes de carbone et en estimant les valeurs des paramètres  $n_v$ ,  $Bi$  et  $\tilde{a}$  correspondant à ce cas, que les prédictions obtenues reproduisent convenablement les mesures expérimentales existantes et leur variabilité induite par la structure du réseau et les propriétés des fibres. Cette étude reste toutefois limitée à des réseaux isotropes d'objets de dimensions nanométriques, aux caractéristiques géométriques fixes.

La seconde étude [234] s'appuie sur des simulations mésoscopiques de matériaux constitués de nanotubes de carbone courbés. Elle examine l'influence de la densité et de l'orientation des nanotubes sur la conductivité thermique solide, dans trois géométries particulières : aérogels 3D isotropes, films quasi-2D et fibres alignées. L'accord avec le modèle théorique y est brièvement discuté : les écarts constatés sont attribués à l'hypothèse de nanotubes rigides et aléatoirement connectés, inadaptée à la morphologie réelle de réseaux flexibles formant des faisceaux.

À notre connaissance, à ce jour, aucune étude ne rapporte des simulations numériques de réseaux 3D intégrant simultanément les variations de l'ensemble des paramètres géométriques des fibres – fraction volumique, longueur, diamètre, orientation, courbure éventuelle – ainsi que de la résistance de contact, afin de modéliser une large gamme de matériaux fibreux au-delà du cadre restreint des réseaux de nanotubes métalliques. Les réseaux anisotropes 3D à faible densité, caractérisés par un nombre réduit de contacts inter-fibres et typiques des matériaux isolants, demeurent particulièrement peu explorés sur le plan théorique. Par ailleurs, les modèles numériques et théoriques existants n'ont pas été appliqués à des systèmes dont les paramètres structuraux sont gouvernés par des distributions statistiques, ce qui permettrait de rendre compte de l'hétérogénéité intrinsèque des matériaux.

## 5 Conclusion

Ce premier chapitre a posé les bases conceptuelles nécessaires à l'étude du transfert de chaleur dans les matériaux fibreux, en particulier dans la laine de verre. Nous avons en particulier introduit les principales thématiques liées aux objectifs spécifiques de cette thèse, centrés autour de deux axes principaux : la mesure de la résistance thermique de contact entre fibres et l'évaluation de son influence sur les performances thermiques globales du matériau.

Nous avons tout d'abord souligné la complexité morphologique de la laine de verre, et l'influence déterminante de sa microstructure sur ses propriétés thermiques et son efficacité en tant que matériau isolant. Les configurations de contact, très diverses, notamment en présence de gouttes de liant aux jonctions, sont susceptibles de modifier de façon significative le transfert thermique conductif dans la phase solide. Or, cette contribution demeure aujourd'hui mal quantifiée, en raison du manque de données expérimentales de mesure de la résistance thermique de contact entre fibres dans des configurations réalistes pour ce type de matériau. Sur ce plan, bien que de nombreuses techniques expérimentales de caractérisation thermique à l'échelle microscopique existent, les études disponibles portent principale-

ment sur des contacts entre fils métalliques à des échelles nanométriques. De plus, nous avons souligné que cette notion de résistance thermique de contact recouvre en réalité un ensemble de phénomènes complexes : elle peut intégrer à la fois les effets de la déformation des lignes de flux thermique aux interfaces, ainsi que l'influence des conditions expérimentales de mesure, par l'intermédiaire de voies de conduction additionnelles qu'il est essentiel de prendre en compte.

Par ailleurs, bien que différentes approches existent pour modéliser le transfert de chaleur dans les réseaux de fibres, la résistance thermique de contact entre fibres est encore rarement prise en compte dans ces modèles. En outre, le traitement théorique du transfert conductif dans ce type de milieu reste peu développé à ce jour, les études disponibles étant pour la plupart limitées à des réseaux denses et isotropes de nanotubes métalliques.

Les travaux menés dans cette thèse s'inscrivent dans la continuité des recherches existantes, tout en approfondissant ces deux aspects, expérimental et de modélisation, encore peu explorés dans la littérature lorsqu'il s'agit d'une application directe à la laine de verre.

La mesure expérimentale de la résistance de contact pour des assemblages de fibres comparables à ceux présents dans la laine de verre, en intégrant la présence éventuelle d'un liant organique au niveau des jonctions, constitue un premier apport original de ce travail. Pour cela, nous avons retenu une méthode de caractérisation thermique à l'échelle microscopique déjà abordée dans deux thèses précédentes menées à l'Institut Langevin [8, 9] : la microthermographie infrarouge. Un nouveau dispositif expérimental a été conçu et entièrement développé dans cette optique, avec des caractéristiques spécifiquement adaptées à la nature et aux propriétés des fibres de verre étudiées.

La seconde contribution majeure de cette thèse réside dans le développement de modèles, à la fois numériques et théoriques, visant à prédire les transferts conductifs au sein de la laine de verre, tout en tenant compte de l'hétérogénéité de sa microstructure et des phénomènes de contact à l'échelle microscopique. Pour cela, nous avons adopté une approche de simulation numérique basée sur une méthode nodale. Ce type de méthode de calcul, jusque-là essentiellement appliqué à des réseaux électriquement conducteurs, a été choisi afin de construire un milieu virtuel 3D statistiquement représentatif de la microstructure du matériau. Ce choix s'est également appuyé sur l'expertise développée au sein de mon équipe TPS à Saint-Gobain Recherche Paris, qui a développé un solveur nodal dédié à la modélisation des transferts de chaleur unidimensionnels à l'échelle macroscopique des bâtiments. Ce solveur a récemment été adapté aux milieux poreux cellulaires ou fibreux par A. François, ce qui en a fait une base pertinente pour notre étude. Cette méthode numérique a été complétée par un modèle théorique spécifiquement formulé pour les milieux fibreux peu denses.

Notre approche globale vise ainsi à quantifier l'influence des résistances de contact, telles que mesurées expérimentalement, sur les propriétés conductives globales de la laine de verre, établissant un lien direct entre les deux volets – expérimental et théorique – de cette thèse. L'objectif poursuivi est double : d'une part, affiner la compréhension des mécanismes de conduction thermique à l'échelle microscopique dans les matériaux fibreux isolants ; d'autre part, développer des outils de modélisation prédictifs permettant d'identifier des leviers d'optimisation des performances thermiques, notamment en lien avec les caractéristiques des contacts entre fibres.



# Chapitre 2

## Développement d'une méthode de mesure de la résistance de contact entre fibres basée sur la thermographie infrarouge quantitative

### Contenu et objectifs

Ce deuxième chapitre présente l'approche expérimentale développée au cours de ma thèse en vue d'établir une méthode de mesure de la résistance thermique de contact entre fibres de verre de dimensions micrométriques. Parmi les techniques expérimentales adaptées à la caractérisation des transferts thermiques à l'échelle microscopique dans le verre, présentées dans le chapitre précédent, la **microthermographie infrarouge** a été retenue en raison de son caractère sans contact **non-invasif**, donc d'utilisation assez souple et préservant l'intégrité physique des objets étudiés – contrairement, par exemple, à la méthode électrothermique  $3\omega$ . Sa **compatibilité directe avec la géométrie d'intérêt**, à savoir des fibres cylindriques potentiellement mises en contact par une goutte de liant, est également un avantage, à la différence des dispositifs SThM imposant des configurations de type sphère-plan. Par ailleurs, en comparaison avec les travaux déjà menés par J. Doumouro [9] utilisant une excitation thermique par laser UV impulsionnel, une attention particulière a été portée au choix d'une technique de chauffage assurant un contrôle précis de la température appliquée aux fibres, dans le but d'éviter tout endommagement de celles-ci.

Ce chapitre présente le choix des différents composants du dispositif expérimental développé, et le principe de la méthode de mesure mise en œuvre, fondée sur l'analyse des distributions de température induites au sein d'un système constitué d'une ou deux fibres de verre. Dans un premier temps, les **principes de la thermographie infrarouge**, sur lesquels repose la méthode, sont exposés en lien avec la configuration expérimentale adoptée. La seconde partie est consacrée à la **caractérisation thermique d'une fibre unique soumise** à un chauffage contrôlé, permettant d'une part l'estimation de coefficients de transfert thermique surfaciques, et d'autre part la validation du cadre théorique envisagé pour interpréter les profils de température mesurés. Enfin, l'étude est étendue à une **géométrie composée de deux fibres en contact** : le modèle théorique conduit ainsi à une méthode analytique de détermination de la résistance thermique de contact entre les fibres. Cette approche est validée par confrontation avec des données expérimentales et des résultats issus de simulations numériques.

Le contenu présenté dans ce chapitre a conduit à une valorisation sous la forme d'une demande de brevet.

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Principe général de la méthode de mesure</b>	<b>81</b>
1.1	Système optique de microthermographie infrarouge	81
1.2	Présentation du montage expérimental	85
1.3	Notions fondamentales de thermographie infrarouge	88
1.4	Aspects pratiques de la mesure par thermographie	90
<b>2</b>	<b>Configuration à une fibre unique</b>	<b>96</b>
2.1	Introduction du cadre théorique de l'ailette thermique infinie	96
2.2	Résultats expérimentaux et comparaison au cadre théorique de l'ailette	98
2.3	Validité des hypothèses générales du modèle de l'ailette infinie	104
<b>3</b>	<b>Configuration à deux fibres en contact</b>	<b>105</b>
3.1	Établissement du cadre théorique de mesure de la résistance thermique de contact	105
3.2	Présentation et validation de la méthode de mesure	111
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>119</b>

---

---

# 1 Principe général de la méthode de mesure

## 1.1 Système optique de microthermographie infrarouge

### 1.1.1 Choix de la gamme spectrale et sélection des optiques en fonction des propriétés optiques des fibres de verre dans l'infrarouge

La première étape du développement du montage expérimental a consisté à sélectionner des optiques infrarouge adaptées à notre objectif de caractérisation de l'émission thermique de fibres de verre micrométriques. Nous avons initialement à disposition au laboratoire une caméra opérant dans la gamme spectrale MWIR, donc pour des longueurs d'onde comprises entre 3 et 5  $\mu\text{m}$  (Noxcam M-HSI, 640×512 pixels, d'un pas de 15  $\mu\text{m}$ ), ainsi qu'un objectif macro de rapport de grossissement 5x ; l'ensemble permettant d'atteindre une résolution de pixel de 3  $\mu\text{m}$ . En pratique, la plus petite taille d'objet dont l'émission thermique peut être caractérisée de manière quantitative est supérieure à la résolution spatiale élémentaire définie par la taille d'un pixel en raison de la dispersion optique : il est généralement admis en thermographie infrarouge qu'un objet doit couvrir au minimum 3 à 4 pixels. Selon ce critère, ce système permettrait donc théoriquement d'étudier des fibres d'une dimension représentative de celles constituant la laine de verre, c'est-à-dire d'environ 10  $\mu\text{m}$  de diamètre.

À ces échelles, la théorie de Lorenz-Mie peut être utilisée pour quantifier les contributions relatives de l'absorption – ce qui revient à caractériser l'émission, en vertu de la loi de Kirchhoff (cf. Eq. 1.13) – et de la diffusion par les fibres [235]. Initialement développée pour des particules sphériques de taille finie, cette théorie a été généralisée au cas de cylindres infiniment longs. Elle fournit des solutions exactes des équations de Maxwell pour la diffusion électromagnétique par de tels objets. À partir des indices optiques réels et complexes du matériau de l'objet diffusant, elle permet notamment de calculer les *sections efficaces d'absorption*  $C_a$  et de *diffusion*  $C_d$ , définies comme le rapport entre la puissance totale diffusée par l'objet dans tout l'espace et la puissance par unité de surface associée à l'onde incidente, qui ont donc la dimension d'une surface. Leur somme constitue la section efficace d'extinction  $C_e$ , ce qui traduit la conservation de l'énergie dans un processus de diffusion d'onde par un objet unique<sup>9</sup>. Ces grandeurs sont souvent exprimées sous forme adimensionnée, en les normalisant par la section géométrique de l'objet considéré, ce qui définit les *efficacités d'absorption*  $Q_a$  et de *diffusion*  $Q_d$ . La Fig. 2.1 représente l'évolution spectrale de ces grandeurs dans l'infrarouge, calculées par la théorie de Lorenz-Mie d'après la méthode établie dans les Refs. [236, 237, 235] pour une fibre de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre, constituée d'un verre industriel d'isolation de référence (formulation n°4 dans la Ref. [27]). Ces efficacités d'absorption et de diffusion sont calculées à partir de l'évolution des parties réelle et imaginaire de l'indice optique de ce matériau, donnée en Fig. 1.12(a) au chapitre précédent. Il apparaît que, dans la bande spectrale comprise entre 3 et 5  $\mu\text{m}$ , le mécanisme d'extinction du rayonnement est dominé par la diffusion. L'absorption par la fibre, et par conséquent son émission thermique, y est négligeable, ce qui implique une très faible contribution de cette plage spectrale à l'émission infrarouge totale des fibres.

Il convient de noter que la profondeur de pénétration pour ce verre de référence, dont l'évolution a été présentée en Fig. 1.12(b), indiquait déjà que la bande spectrale 3–5  $\mu\text{m}$  n'était pas appropriée à la caractérisation infrarouge d'objets micrométriques. En effet, cette profondeur dépasse 200  $\mu\text{m}$  sur l'ensemble de cette plage, ce qui implique une forte transparence des fibres de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre.

Ces considérations mettent en évidence que les caractéristiques spectrales de ce montage optique

---

9. Ce formalisme à l'échelle d'un objet unique fait écho à la description du rayonnement dans les milieux semi-transparents constitués d'un grand nombre de diffuseurs (cf. section 1.2.2), où l'on a introduit les coefficients d'extinction, d'absorption et de diffusion, respectivement liés par la relation  $\beta = \kappa + \sigma$ . Dans le cas d'un milieu dilué, c'est-à-dire en l'absence de corrélations spatiales entre les positions des particules, et pour un ensemble de particules identiques, ces coefficients peuvent être exprimés comme le produit de la densité volumique de particules par les sections efficaces correspondantes.

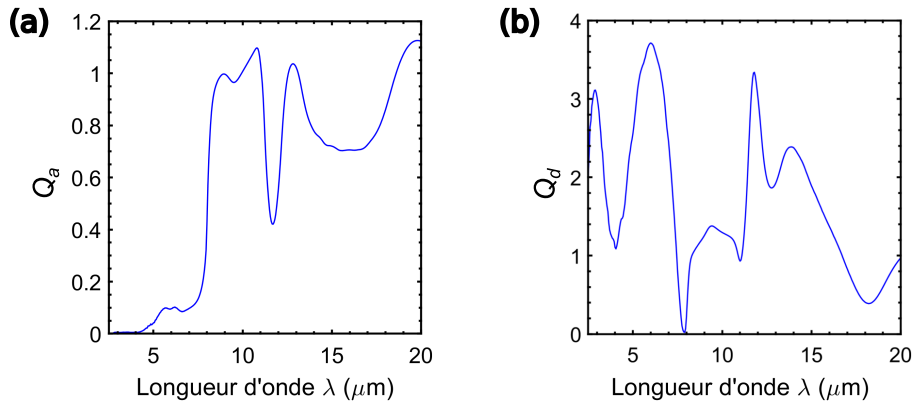


FIGURE 2.1 – Efficacités d’absorption (a) et de diffusion (b) en fonction de la longueur d’onde, calculées par la théorie de Lorenz-Mie pour une fibre de verre industriel d’isolation de référence de  $10\ \mu\text{m}$  de diamètre (cf. Refs. [236, 237, 235]).

initial ne sont pas adaptées à la caractérisation de l’émission thermique de tels objets de verre de faible dimension. **Cette limitation a motivé l’acquisition d’une caméra fonctionnant dans le domaine infrarouge lointain (LWIR), sensible à des longueurs d’onde proches de  $10\ \mu\text{m}$ .** Il s’agit d’une caméra à détecteur MCT commercialisée par Noxant (Noxcam HSI LWIR), dotée d’un détecteur matriciel de  $640 \times 512$  pixels avec un pas de  $15\ \mu\text{m}$ . Ce choix est par définition plus adapté à la caractérisation de l’émission thermique d’objets à température proche de la température ambiante, la longueur d’onde thermique du pic maximal d’émission se situant précisément dans cette gamme spectrale. Au moment de l’acquisition, aucun objectif macro compatible avec ce type de caméra LWIR n’était disponible sur le marché avec un rapport de grossissement supérieur à  $2\times$ . C’est donc un objectif limité à un grossissement de  $2\times$  que nous avons associé à cette caméra. L’ensemble optique formé par la caméra et l’objectif macro présente une résolution de pixel de  $7.5\ \mu\text{m}$ . Ainsi, le critère usuel d’imagerie d’un objet sur au moins 3 à 4 pixels fixe la taille minimale des fibres observables à environ  $25\text{--}30\ \mu\text{m}$ . **Cette contrainte implique que notre étude devra porter sur des objets dont le diamètre est supérieur à la taille moyenne des fibres dans la laine de verre, et qu’il sera nécessaire, pour appliquer nos résultats à ce matériau, d’utiliser une loi d’échelle tenant compte de cette différence de taille. Pour la résistance de contact entre fibres, grandeur cible de notre étude, la loi d’évolution en fonction du diamètre des fibres n’est pas connue à ce jour : nous devons donc l’établir en caractérisant des échantillons de fibres de différents diamètres sur une plage suffisamment large. Pour des raisons de praticité de manipulation, nous avons utilisé dans ce travail des fibres de verre de diamètres compris entre  $70$  et  $450\ \mu\text{m}$ , produites à Saint-Gobain Recherche Paris.** La formulation considérée dans toute cette étude correspond au verre industriel d’isolation de référence mentionné ci-dessus (formulation n°4 dans la Ref. [27]).

La longueur d’onde d’émission thermique maximale proche de la température ambiante étant de l’ordre de  $\lambda_{max} \approx 10\ \mu\text{m}$ , soulignons enfin, comme mentionné au premier chapitre, que la caractérisation du rayonnement de fibres isolées de diamètres de l’ordre de cette longueur d’onde aurait nécessité une attention particulière et le recours à un formalisme électromagnétique complet. Le choix de caractériser des fibres de diamètres supérieurs à  $70\ \mu\text{m}$  dans ce travail présente donc un avantage supplémentaire : il garantit que la taille caractéristique des objets reste suffisamment grande devant la longueur d’onde thermique. Les hypothèses de la radiométrie peuvent alors être raisonnablement appliquées, ce qui justifiera l’usage direct des notions de luminance et d’émittance énergétique dans le cadre de l’analyse par thermographie infrarouge de ces fibres.

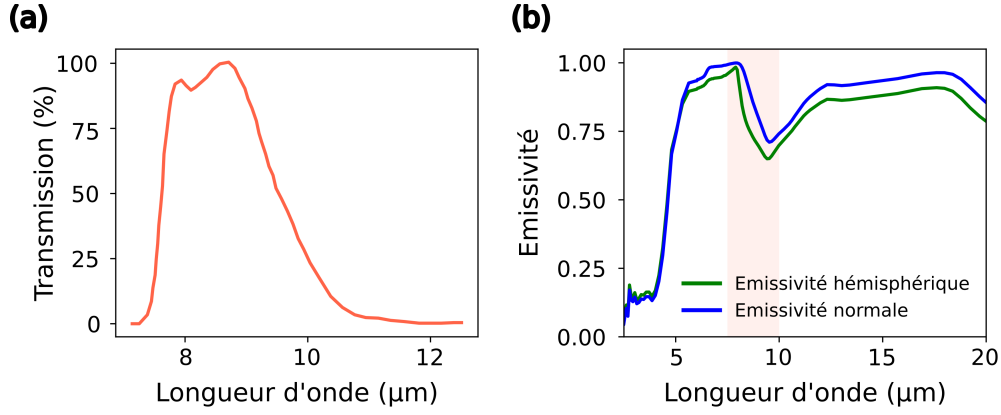


FIGURE 2.2 – (a) Courbe typique de réponse spectrale en transmission d’une caméra LWIR. (b) Émissivités normale et hémisphérique du verre industriel d’isolation de référence utilisé pour les fibres en fonction de la longueur d’onde, et mise en évidence de la gamme spectrale de la caméra LWIR.

### 1.1.2 Réponse spectrale de la caméra et calcul de l’émissivité des fibres de verre

Le constructeur Noxant ne fournissant pas de courbe de réponse spectrale spécifique à la caméra Noxcam HSI LWIR, seule des courbes typiques des caméras LWIR sans objectif sont disponibles, dont un exemple est représenté en Fig. 2.2(a). Par ailleurs, aucune information spectrale détaillée n’est disponible concernant l’objectif macro ; le constructeur indique une transmission estimée à 93 % sur la plage spectrale couverte par la caméra, valeur qui sera considérée comme constante sur cette plage, en l’absence de données plus précises.

Sur la base de ces considérations, nous constatons une réponse spectrale de l’ensemble constitué de la caméra et de l’objectif se situant approximativement entre 7.5 et 10  $\mu\text{m}$ . Cette fois, d’après la Fig. 1.12(b), la profondeur de pénétration du rayonnement infrarouge dans cette gamme  $\Delta\lambda = [7.5 ; 10] \mu\text{m}$  pour le verre de référence utilisé est de l’ordre de quelques microns, et au maximum d’une dizaine de microns. **Des fibres de 70 à 450  $\mu\text{m}$  de diamètre seront donc opaques au rayonnement à ces longueurs d’onde de travail**, au moins sur une zone centrale suffisamment étendue pour permettre une mesure fiable de l’émission thermique sur plusieurs pixels. De plus, pour ces objets dont les dimensions sont bien supérieures à la longueur d’onde, un modèle d’optique géométrique basé sur les réflexions internes multiples, calculées à partir des coefficients de Fresnel, permet d’estimer leurs propriétés d’absorption à partir des indices optiques. Les fibres présentant une géométrie convexe, l’émissivité en un point donné de leur surface cylindrique peut être approchée par l’émissivité ainsi calculée d’une surface plane. La Fig. 2.2(b) présente l’évolution des émissivités normale et hémisphérique en fonction de la longueur d’onde, calculée selon cette méthode pour le verre de référence utilisé pour les fibres. Il apparaît que, dans la plage spectrale d’intérêt  $\Delta\lambda$  mise en évidence en couleur, les valeurs d’émissivité se situent entre 0.6 et 1, ce qui est caractéristique d’un matériau relativement émissif. Une intégration spectrale de ces courbes, pondérée par la luminance d’un corps noir et par la réponse spectrale en transmission  $s_\lambda$  du capteur constitué de la caméra et de l’objectif, permet de calculer une valeur unique moyenne de ces émissivités sur  $\Delta\lambda$  : on parle d’*émissivité apparente* [238]. Pour une température ambiante de 24°C, on obtient les émissivités apparentes normale  $\epsilon'_{eff}{}^{\Delta\lambda}$  et hémisphérique  $\epsilon_{eff}{}^{\Delta\lambda}$  suivantes pour le verre de référence :

$$\epsilon'_{eff}{}^{\Delta\lambda} = \frac{\int_0^\infty \epsilon'_\lambda s_\lambda L_0^\lambda(T) d\lambda}{\int_0^\infty s_\lambda L_0^\lambda(T) d\lambda} = 0.8685 \quad \text{et} \quad \epsilon_{eff}{}^{\Delta\lambda} = \frac{\int_0^\infty \epsilon^\lambda s_\lambda L_0^\lambda(T) d\lambda}{\int_0^\infty s_\lambda L_0^\lambda(T) d\lambda} = 0.7798. \quad (2.1)$$

Étant donné la transmission supposée constante de l’objectif sur  $\Delta\lambda$ , on utilise pour  $s_\lambda$  uniquement la courbe de réponse de la caméra représentée en Fig. 2.2(a).

Pas des pixels de la caméra (" <i>pixel pitch</i> ")	15 $\mu\text{m}$
Taille du détecteur matriciel de la caméra	512 $\times$ 640 pixels
Fréquence maximale de la caméra	> 230 Hz
Différence de température minimale détectable avec la caméra (" <i>Noise Equivalent Temperature Difference</i> ", NETD)	< 25 mK
Temps de refroidissement de la caméra	< 8 min
Résolution de pixel du système $r_{pix}$	7.5 $\mu\text{m}$
Champ de vue du système (" <i>Field Of View</i> ", FOV)	3.84 mm $\times$ 4.80 mm
Distance de travail $WD$ du système (dans l'air)	30 mm
Diamètre de la lentille frontale du système $d_e$	50 mm

TABLE 2.1 – Caractéristiques techniques de la caméra LWIR, et du système optique constitué de la caméra et de l'objectif macro 2x.

Ces valeurs d'émissivités relativement élevées, constituant les meilleures estimations possibles dans le cadre des données spectrales actuellement disponibles, montrent que la caractérisation de l'émission thermique des fibres de verre de diamètres de l'ordre de la centaine de micromètres est possible avec le système optique constitué de la caméra et de l'objectif LWIR dont nous disposons.

### 1.1.3 Autres spécifications de la caméra et de l'objectif infrarouge utilisés

Le tableau 2.1 rassemble les principales autres caractéristiques de la caméra LWIR, et du système composé de la caméra et de l'objectif macro de grossissement de 2x. Dans la suite, toute référence au capteur de la caméra impliquera son utilisation en configuration associée à cet objectif macro.

Ce système présente une *distance de travail*  $WD$ , correspondant à la distance entre le plan objet et la surface avant du premier élément optique, de l'ordre de 30 mm dans l'air. Compte tenu du diamètre des fibres utilisées, dans une configuration de contact où deux fibres sont superposées, observée en vue de dessus, cette distance est suffisante pour permettre la mise au point sur chacun des deux objets.

Par ailleurs, l'ouverture numérique (O.N.) du système peut être estimée à partir du diamètre de la lentille frontale  $d_e$  et de la distance de travail  $WD$ , en considérant en première approximation que la pupille d'entrée, qui correspond à l'image de l'ouverture du diaphragme dans l'espace objet, coïncide avec ce premier élément optique. Cette hypothèse n'est pas strictement exacte – la pupille d'entrée pouvant en réalité se situer plus en arrière et présenter un diamètre différent – mais, en l'absence de données supplémentaires, elle fournit cependant une **borne supérieure** du demi-angle d'ouverture définissant le cône de lumière collecté et de l'ouverture numérique associée. Ces grandeurs s'écrivent  $\theta_{max} = \arcsin\left(\frac{d_e/2}{\sqrt{(d_e/2)^2 + WD^2}}\right) \approx 40^\circ$  et  $\text{O.N.}_{max} = \sin\theta_{max} = 0.64$ . Or, la Fig. 1.9, introduite précédemment, montre que la dépendance angulaire de l'émissivité du verre reste très faible pour des angles d'observation inférieurs à  $40^\circ$ . Par conséquent, l'émissivité intégrée sur ce domaine angulaire demeure très proche de l'émissivité normale, et ce résultat reste valable même si le demi-angle d'ouverture réel est inférieur à cette valeur maximale calculée. Cette analyse justifie, dans le cadre des développements qui suivent, l'utilisation des **émissivités normales** pour décrire les propriétés radiatives des objets observés avec le système.

L'adéquation de ce système optique infrarouge au type de mesure envisagé ayant été établie, nous l'avons utilisé comme base pour concevoir, au cours de ma thèse, un dispositif spécifique dédié à la caractérisation des résistances thermiques de contact entre fibres de verre micrométriques, dans des configurations représentatives de la laine de verre.

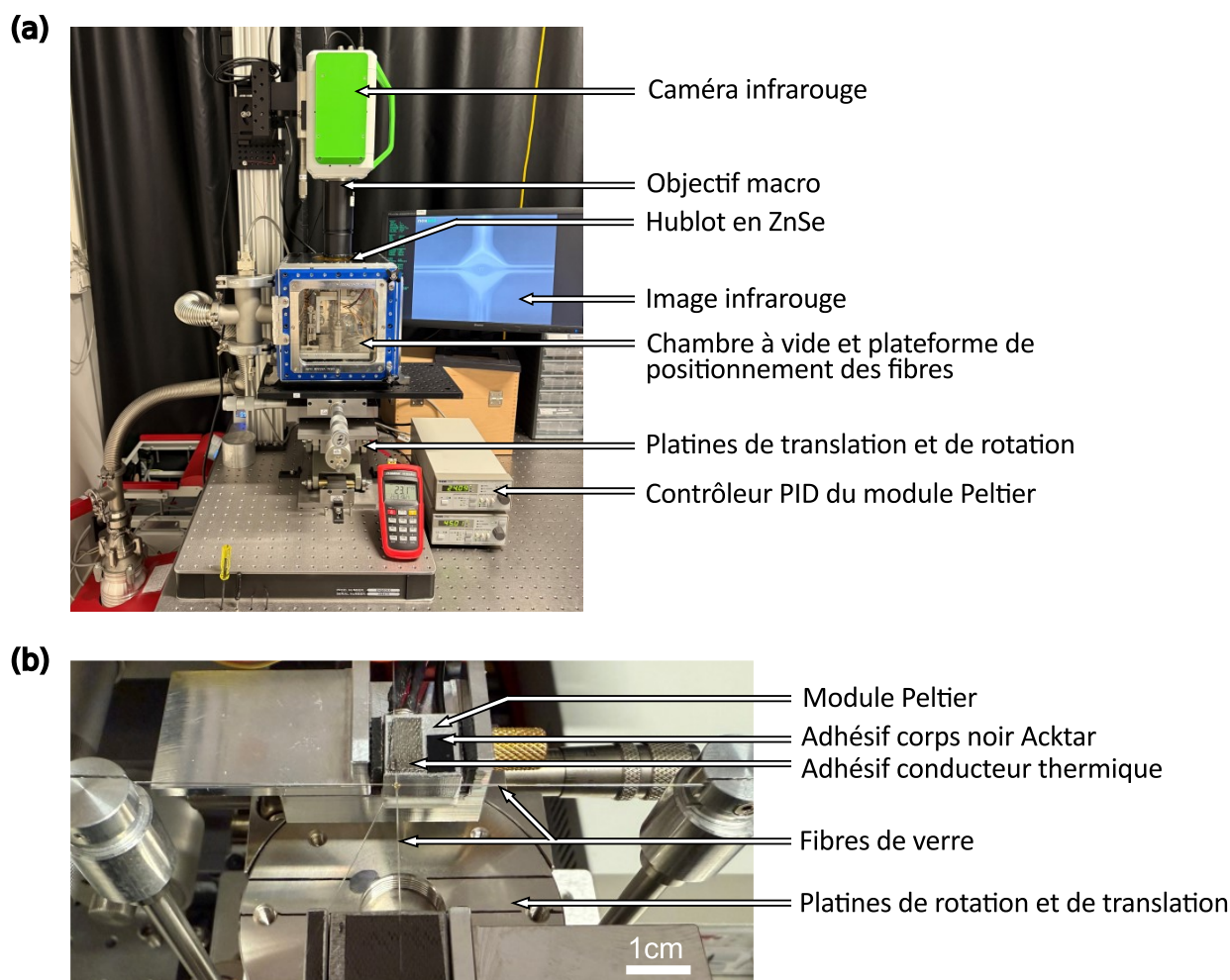


FIGURE 2.3 – (a) Vue d’ensemble du montage expérimental de thermographie infrarouge développé. (b) Vue de dessus de la plateforme de positionnement placée à l’intérieur de la chambre à vide.

## 1.2 Présentation du montage expérimental

La Fig. 2.3 présente un schéma de principe du montage expérimental. Le système optique permet de caractériser l’émission thermique d’un échantillon formé de deux fibres micrométriques de verre mises en contact par une plateforme de positionnement de précision, installée dans une enceinte hermétique pouvant être mise sous vide secondaire. Cette enceinte est équipée d’un hublot transparent dans l’infrarouge et peut être déplacée relativement à la caméra par un ensemble de platines de translation pour imager les fibres sur quelques centimètres. Nous présentons dans ce qui suit les spécificités des différents éléments constituant le montage expérimental, et justifions brièvement les choix ayant conduit à leur intégration au sein du dispositif.

### 1.2.1 Plateforme de positionnement des fibres

La plateforme de positionnement des fibres, placée à l’intérieur de l’enceinte, est visible en vue de dessus en Fig. 2.3(b). Elle est constituée de deux plateformes de rotation et de translation permettant de faire varier les positions relatives des deux fibres constituant un échantillon, et notamment de les amener en contact. Les fibres sont fixées par clampage et par un adhésif conducteur thermique. L’ensemble de la plateforme est également amovible et compatible avec un chauffage en étuve jusqu’à 120 °C. Cela permet, par exemple, de déposer une goutte au niveau du contact entre les fibres, comme une goutte de liant polyester utilisé dans la laine de verre, d’assurer sa polymérisation par chauffage en

étuve, puis de caractériser le système obtenu à l'aide du montage infrarouge. Ce dispositif offre donc la possibilité d'étudier différentes configurations d'échantillons en faisant varier entre autres : le diamètre des fibres, l'angle entre celles-ci, la présence ou non d'une goutte, ainsi que, dans le cas d'une goutte présente, l'espacement entre les fibres et la taille de la goutte.

La température à une extrémité de l'une des fibres est fixée à l'aide d'un module Peltier, régulé par un contrôleur PID. Cela permet de créer une distribution de température dans l'échantillon constitué des deux fibres. Ce choix du module Peltier, comparé à d'autres méthodes précises de chauffage local telles que l'excitation laser, s'explique par sa simplicité d'utilisation et la possibilité d'imposer une température stable et connue. De plus, ce dispositif garantit que la puissance délivrée ne dépasse pas un seuil maximal, évitant tout risque d'endommagement thermique de la fibre, contrairement à une exposition laser qui peut provoquer une surchauffe. Enfin, le module Peltier permet aussi bien de chauffer que de refroidir, ce qui offre une grande flexibilité expérimentale. Ce type de module présente une face chaude et une face froide. Dans notre montage, la face inférieure, froide lors de la chauffe de la fibre, et chaude lors de son refroidissement, est mise en contact avec le support métallique massif de la plateforme, qui joue le rôle de dissipateur thermique maintenu à température ambiante. Le module choisi permet de maintenir la face supérieure à des températures proches de la température ambiante ( $10\text{ °C} \leq T_{Peltier} \leq 60\text{ °C}$ ). **Nous choisissons de travailler à ces faibles températures afin de limiter le rayonnement thermique émis par le module**, susceptible d'influencer l'évolution de la température ambiante dans la chambre. Or, cette dernière doit être maintenue aussi stable que possible tout au long des mesures. Par ailleurs, les températures choisies sont celles que l'on retrouve dans les usages courants de la laine de verre.

### 1.2.2 Adhésif corps noir

Un morceau d'adhésif "Acktar Metal Velvet" est déposé sur le module Peltier. Il s'agit d'un film présentant une très forte absorption, conçu pour approcher le comportement d'un corps noir. À partir de données de réflectivité hémisphérique  $\mathcal{R}_{Acktar}(\lambda)$  obtenues par spectroscopie infrarouge fournies par le fabricant, il est possible de déduire l'évolution de l'émissivité hémisphérique selon :  $\epsilon_{Acktar}(\lambda) = 1 - \mathcal{R}_{Acktar}(\lambda)$ . On peut ensuite déterminer l'émissivité effective correspondante sur  $\Delta\lambda$ , en prenant en compte la réponse spectrale estimée de notre capteur (cf. Eq. 2.1) : pour une température ambiante de  $24\text{ °C}$ , cette approche conduit à  $\epsilon_{eff,Acktar}^{\Delta\lambda} = 0.9927$ . Étant donné que ce film est une surface diffusante, on peut considérer son émissivité comme indépendante de la direction. Par conséquent, la valeur calculée ci-dessus est également valable en incidence normale, correspondant à la direction d'imagerie par le capteur. La très faible réflectivité de cet adhésif justifie son usage en tant que pseudo corps noir : **dans la suite, l'adhésif Acktar sera donc considéré comme un corps noir d'émissivité hémisphérique ou normale  $\epsilon_{eff,Acktar}^{\Delta\lambda} \approx 1$  servant à calibrer le dispositif de thermographie.**

### 1.2.3 Hublot en ZnSe

Pour placer l'enceinte sous vide tout en permettant l'observation des fibres par thermographie infrarouge, l'ajout d'un hublot constitué d'un matériau partiellement transparent au rayonnement infrarouge dans la gamme spectrale  $\Delta\lambda$  est nécessaire. Nous avons ainsi choisi un hublot en ZnSe de 6 mm d'épaisseur, dont la courbe de transmittivité  $\tau_{hublot}(\lambda)$ , correspondant au rapport entre le flux radiatif transmis et le flux radiatif incident, est représentée en Fig. 2.4 pour une incidence normale. Dans la gamme de longueur d'onde d'intérêt, ce type de hublot présente une transmittivité stable et relativement élevée, de l'ordre de 70 %. Pour des longueurs d'onde voisines de  $10\text{ }\mu\text{m}$ , le matériau ZnSe présente un faible coefficient d'absorption ( $\kappa_{hublot} \approx 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$ ), ce qui permet de considérer un hublot de quelques millimètres d'épaisseur comme un milieu non absorbant. La transmittivité dépend alors peu de l'épaisseur et est principalement déterminée par le contraste d'indice optique avec l'air, le ZnSe ayant un indice  $n_{hublot} = 2.631$ . Pour l'observation des fibres de verre à travers le hublot, dans la configuration illustrée en Fig. 2.3 où celui-ci est systématiquement placé perpendiculairement à l'axe



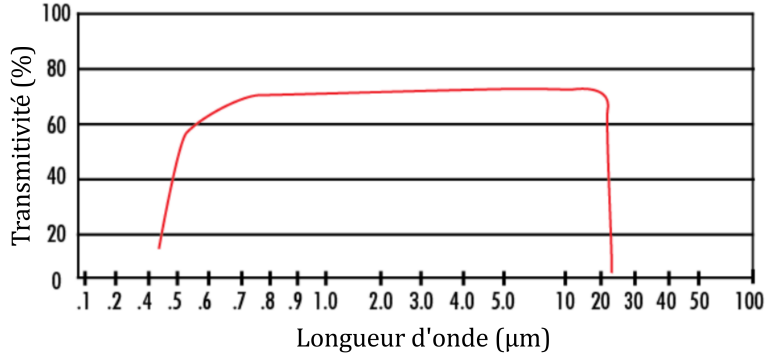


FIGURE 2.4 – Transmittivité du hublot ZnSe utilisé en fonction de la longueur d’onde. Source : Edmund Optics.

optique du système, nous adopterons l’hypothèse simplificatrice d’une **transmittivité spectrale du hublot constante et indépendante de l’angle d’incidence dans le cône défini par l’ouverture du système**.

Notons que les dimensions du hublot (diamètre et épaisseur) et la manière de l’intégrer à l’enceinte sont choisies de telle sorte à respecter deux contraintes :

- La mise sous vide secondaire doit être possible : le hublot, intégré à une paroi de l’enceinte, doit pouvoir supporter une différence de pression  $\Delta P$  de l’ordre de 1 bar sans risque de rupture. En ingénierie, l’épaisseur minimale requise est alors donnée par la formule :

$$e_{hublot,min} = \frac{d'_{hublot}}{2} \sqrt{\frac{1.125 \Delta P S_F}{M_{hublot}}} \quad (2.2)$$

où  $d'_{hublot}$  est le diamètre du hublot qui n’est pas en contact avec un support,  $M_{hublot} \approx 55$  MPa est le module de rupture du matériau ZnSe et  $S_F$  un facteur de sûreté, pris égal à 4.

- Bien que le champ de vue du système optique soit réduit (cf. tableau 2.1), il est important de garantir des conditions de réflexion homogènes et constantes au niveau de la lentille frontale du système : son positionnement par rapport au hublot doit rester comparable pour toutes les mesures, même lorsque l’on déplace l’enceinte relativement à la caméra pour imager les fibres sur leur longueur (en pratique, sur 1 à 2 centimètres). Le hublot doit donc être suffisamment large pour que la zone faisant face à la lentille frontale sur l’enceinte corresponde toujours uniquement au hublot, et non à une partie de paroi métallique constituant l’enceinte. Cela garantit que le signal optique collecté ne soit pas affecté par des réflexions provenant de matériaux différents, assurant la cohérence des mesures.

Un diamètre total de hublot de  $d_{hublot} = 101.6$  mm (diamètre utile d’observation  $d'_{hublot} = 91$  mm) pour une épaisseur  $e_{hublot} = 6$  mm ont été choisis, répondant à l’ensemble de ces contraintes. L’intégration du hublot modifie la propagation du rayonnement dans l’espace libre entre l’échantillon et le système optique, en raison du contraste d’indice optique entre le ZnSe et l’air. Pour qu’une fibre reste nette dans le plan focal du système, il est alors nécessaire d’ajuster la distance de travail  $WD$ . Pour un indice de hublot  $n_{hublot}$  supérieur à celui de l’air, cet ajustement correspond à un allongement de  $WD$ . Dans le cas de rayons incidents proches de l’axe optique, soit dans le cadre de l’approximation paraxiale, cet allongement peut être estimé par :

$$\Delta WD = (1 - 1/n_{hublot}) e_{hublot} = 3.8 \text{ mm}, \quad (2.3)$$

ce qui résulte d’une distance de travail totale modifiée d’environ 34 mm.

### 1.3 Notions fondamentales de thermographie infrarouge

Dans le cadre spécifique de ce montage de microthermographie infrarouge, incluant une observation à travers un hublot, il est pertinent de redévelopper et d'adapter les expressions classiques utilisées en thermographie. L'objectif est de clarifier dans quelles conditions la mesure des températures réelles est possible, quelles sont les données nécessaires à cette démarche, et sous quelles hypothèses ces calculs restent valides.

#### 1.3.1 Bilan de luminance et expression de la température d'un objet dans la configuration expérimentale

La caméra infrarouge mesure une luminance dans sa gamme spectrale, provenant de la direction de l'objet observé et se propageant à travers un milieu considéré homogène, isotherme et non-diffusant. Dans le cas où les objets sont des fibres de verre, ils peuvent être considérés comme des corps opaques, comme démontré en début de chapitre. Par ailleurs, l'air peut être supposé totalement transparent au rayonnement infrarouge pour des distances typiques inférieures à quelques mètres. L'objet étant placé à une distance d'environ 34 mm de la caméra (dont une partie se trouvant dans l'enceinte, pouvant de plus être sous vide), le seul milieu interstitiel à prendre en compte est le hublot en ZnSe, de transmittivité  $\tau_h$  considérée comme constante.

Par bilan, on peut exprimer le signal mesuré comme la somme de trois termes :

- le rayonnement propre émis par l'objet et transmis à travers le hublot,
- le rayonnement provenant de l'environnement qui est réfléchi par l'objet puis transmis à travers le hublot,
- le rayonnement provenant de l'environnement qui est réfléchi par le hublot.

Les deux composantes réfléchies dépendent de façon complexe des températures des objets environnants, de leurs émissivités et de leurs positions : elles ne peuvent pas être calculées analytiquement dans le cas général. Une approximation courante pour estimer ce type de contribution indirecte consiste à considérer un rayonnement de corps noir à une température équivalente moyenne (appelée *température d'environnement radiatif* ou "*mean radiant temperature*") : on considère ici une température d'environnement des éléments situés dans l'enceinte  $T_{env,in}$  pour les réflexions par l'objet, et une température d'environnement des éléments situés à l'extérieur  $T_{env,out}$  pour les réflexions par le hublot.

Ainsi, à une longueur d'onde donnée  $\lambda$  appartenant à la gamme spectrale  $\Delta\lambda$  du capteur, pour un objet de température  $T_s$  et d'émissivité monochromatique directionnelle  $\epsilon'_\lambda$  (la direction considérée étant la direction normale), le bilan de luminance incidente sur le capteur s'écrit :

$$L'_{inc}{}^\lambda = \tau_h \epsilon'_\lambda L'_0{}^\lambda(T_s) + \tau_h (1 - \epsilon'_\lambda) L'_0{}^\lambda(T_{env,in}) + (1 - \tau_h) L'_0{}^\lambda(T_{env,out}). \quad (2.4)$$

Rigoureusement, la luminance mesurée par le capteur sur l'ensemble de sa gamme de longueurs d'onde correspond à la somme des luminances monochromatiques incidentes pondérée par la courbe de réponse spectrale  $s_\lambda$  du capteur (cf. Fig. 2.2(a)) :

$$L'_{mes} = \int_{\Delta\lambda} s_\lambda L'_{inc}{}^\lambda d\lambda = \int_0^\infty s_\lambda L'_{inc}{}^\lambda d\lambda. \quad (2.5)$$

On peut alors introduire dans le bilan l'émissivité apparente normale de l'objet  $\epsilon'_{eff}{}^{\Delta\lambda}$ , prenant en compte la variabilité de réponse du capteur avec la longueur d'onde, telle qu'introduite dans l'Eq. 2.1. Une approximation courante consiste à considérer dans le bilan un facteur de correction représentant la réponse spectrale effective moyenne du système de détection  $s_{eff}$ , tel que  $\int_0^\infty s_\lambda L'_0{}^\lambda(T) d\lambda = s_{eff} L'_0{}^{\Delta\lambda}(T)$ . Sa valeur peut être ajustée par calibration et correspond à un facteur multiplicatif dans l'expression spectrale de  $s_\lambda$ . Le recours à cette approximation est d'autant plus pertinent ici que les caractéristiques spectrales précises de la caméra et de l'objectif ne sont pas disponibles, ce qui limite l'exploitation d'un

modèle spectral complet. On peut ainsi écrire [239, 240] :

$$L'_{mes} = s_{eff} \left( \tau_h \epsilon'_{eff} L_0^{\Delta\lambda}(T_s) + \tau_h (1 - \epsilon'_{eff}) L_0^{\Delta\lambda}(T_{env,in}) + (1 - \tau_h) L_0^{\Delta\lambda}(T_{env,out}) \right). \quad (2.6)$$

Ce que chaque pixel du capteur mesure directement est une intensité de niveau digital liée à cette luminance  $L'_{mes}$ , grandeur notée  $DL$  pour "*Digital Level*" et exprimée en unités arbitraires. Par une courbe de calibration, cette mesure est convertie en *température apparente*  $T_{app}$ , définie comme la température qu'aurait un corps noir idéal émettant la même luminance. Cette procédure sera détaillée en section 1.4.2.1 ; en pratique, la courbe de calibration est déterminée expérimentalement par le constructeur en imageant une source corps noir commerciale de référence. La luminance mesurée peut donc s'écrire :

$$L'_{mes} = \int_0^\infty s_\lambda L_0^{\Delta\lambda}(T_{app}) d\lambda = s_{eff} L_0^{\Delta\lambda}(T_{app}), \quad (2.7)$$

d'où le bilan global suivant à partir des deux équations précédentes :

$$L_0^{\Delta\lambda}(T_{app}) = \tau_h \epsilon'_{eff} L_0^{\Delta\lambda}(T_s) + \tau_h (1 - \epsilon'_{eff}) L_0^{\Delta\lambda}(T_{env,in}) + (1 - \tau_h) L_0^{\Delta\lambda}(T_{env,out}). \quad (2.8)$$

Sous l'hypothèse d'un corps gris, ou de l'utilisation de grandeurs effectives moyennées sur l'ensemble du spectre, hypothèse courante en thermographie des matériaux du bâtiment comme le verre, cette forme d'expression peut être étendue aux luminances totales. On peut ainsi utiliser la dépendance en  $T^4$  introduite dans la loi de Stefan (cf. Eq. 1.11) pour approximer  $L_0^{\Delta\lambda}$ , ce qui fait notamment apparaître la température de l'objet  $T_s$  :

$$T_s^4 = \frac{T_{app}^4 - \tau_h (1 - \epsilon'_{eff}) T_{env,in}^4 - (1 - \tau_h) T_{env,out}^4}{\tau_h \epsilon'_{eff}}. \quad (2.9)$$

L'estimation de la température réelle  $T_s$  à partir de cette équation nécessite donc la connaissance de différentes grandeurs, dont les températures d'environnements radiatifs réfléchies par le hublot et par l'objet.

### 1.3.2 Expression d'une différence de températures

Pour deux objets de températures réelles  $T_{s,1}$  et  $T_{s,2}$ , pris dans un même environnement ( $T_{env,in,1} = T_{env,in,2}$  et  $T_{env,out,1} = T_{env,out,2}$ ), on a :

$$T_{s,1}^4 - T_{s,2}^4 = \frac{T_{app,1}^4 - T_{app,2}^4}{\tau_h \epsilon'_{eff}}. \quad (2.10)$$

Par ailleurs, il est possible d'exprimer directement la différence des températures par linéarisation (méthode déjà introduite dans l'Eq. 1.83) :

$$\begin{aligned} T_{s,1}^4 - T_{s,2}^4 &= 4(T_{s,1} - T_{s,2}) T_{s,m}^3 & \text{avec} & \quad T_{s,m}^3 = (T_{s,1} + T_{s,2})(T_{s,1}^2 + T_{s,2}^2)/4, & \text{et} \\ T_{app,1}^4 - T_{app,2}^4 &= 4(T_{app,1} - T_{app,2}) T_{app,m}^3 & \text{avec} & \quad T_{app,m}^3 = (T_{app,1} + T_{app,2})(T_{app,1}^2 + T_{app,2}^2)/4. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Pour de faibles différences de températures, on peut considérer que  $T_{s,m} \approx T_{app,m}$ , soit :

$$T_{s,1} - T_{s,2} \approx \frac{T_{app,1} - T_{app,2}}{\tau_h \epsilon'_{eff}}. \quad (2.12)$$

L'utilisation de cette expression, en comparaison avec l'Eq. 2.9, présente l'avantage de ne pas nécessiter la connaissance explicite des températures des environnements radiatifs. Dans le cadre de notre montage, elle permet de déterminer la différence de température entre deux points d'une fibre de verre

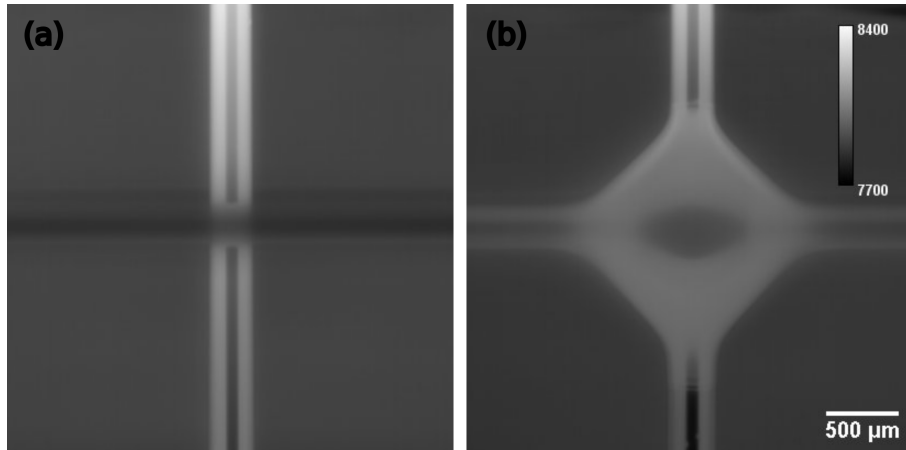


FIGURE 2.5 – Échantillons de fibres de verre de diamètre  $d_f \approx 250 \mu\text{m}$ , croisées et mises en contact, observés par notre montage de thermographie infrarouge, (a) en absence de goutte, et (b) en présence d'une goutte de liant. La mise au point est réalisée sur la fibre verticale, qui se situe en-dessous de la fibre horizontale. Les échelles de  $DL$  et spatiales pour les deux images sont celles indiquées sur le panneau (b).

observée, et d'accéder au profil de température relative le long de la fibre, en prenant comme référence un point fixe dont la température est connue.

Afin de garantir la validité de cette approximation, il est toutefois nécessaire de limiter la température maximale de chauffe à des valeurs proches de la température ambiante. En pratique, on traduit cette contrainte par une borne supérieure fixée à  $T_{\text{Peltier}} \leq 50 \text{ }^\circ\text{C}$ .

## 1.4 Aspects pratiques de la mesure par thermographie

### 1.4.1 Images de fibres de verre microscopiques et analyse de bruit

Le temps de refroidissement du détecteur de la caméra est inférieur à 8 min, comme indiqué dans le tableau 2.1. Toutefois, en pratique, un temps de stabilisation additionnel est pris en compte, notamment en raison de la présence de l'objectif massif couplé à la caméra, qui peut ralentir l'établissement d'un régime thermique stable. Par conséquent, toutes les mesures sont réalisées au minimum 30 minutes après la mise sous tension de la caméra.

Des images typiques d'échantillons de fibres de verre mises en contact obtenues à l'aide de notre dispositif sont présentées en Fig. 2.5. Le signal est présenté directement en niveau digital  $DL$  mesuré par la caméra sans conversion en température. Le panneau (a) correspond à une configuration de contact direct entre deux fibres de verre (appelé contact "verre-verre"), tandis que le panneau (b) illustre une configuration où une goutte de résine polyester polymérisée, formulation utilisée comme liant dans la laine de verre, est présente à l'interface. Ces images permettent de mettre en évidence plusieurs points :

- **Répartition du signal sur la fibre** : on observe une non-uniformité du signal infrarouge sur la section transversale des fibres, avec une atténuation notable au centre. Ce phénomène est attribué à un effet Narcisse [241], résultant de réflexions internes du signal émis par le détecteur refroidi. Nous choisissons dans la suite d'exploiter le signal **moyenné sur toute la largeur de la fibre**, soit sur une bande de 9 à 60 pixels selon le diamètre des fibres, compris entre 70 et 450  $\mu\text{m}$ . En pratique, cela revient à considérer dans les équations de thermographie une température d'environnement radiatif effective, moyennant à la fois les réflexions issues du détecteur et celles du reste de l'environnement thermique ambiant. Cette moyenne spatiale permet de compenser d'éventuelles courbures ou défauts d'alignement des fibres, et de limiter significativement le bruit

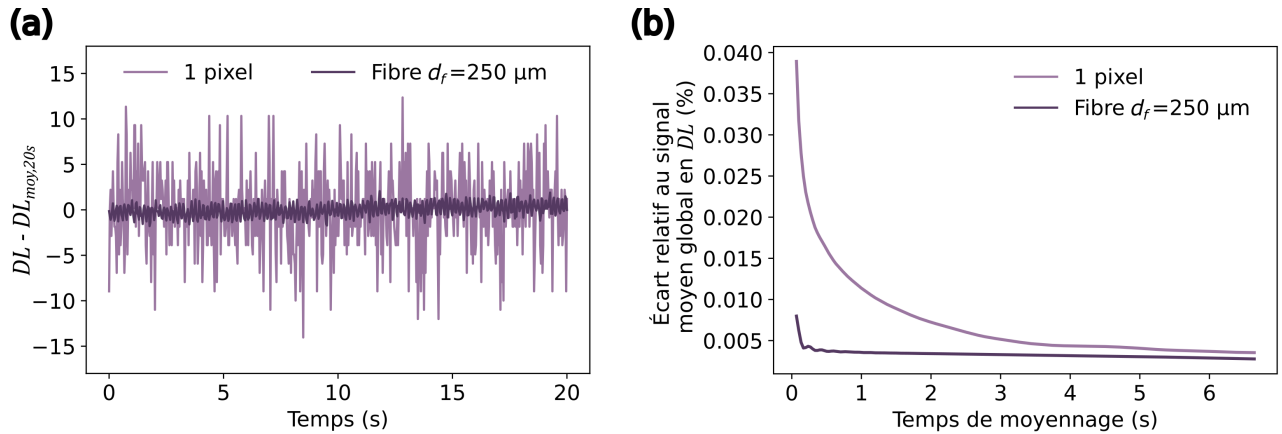


FIGURE 2.6 – (a) Évolution en fonction du temps de l'écart entre le  $DL$  mesuré et sa moyenne temporelle sur 20 s, pour un pixel unique et pour un moyennage spatial sur une fibre de diamètre  $d_f = 250 \mu m$  (environ 33 pixels), à température ambiante. (b) Écart quadratique relatif entre le signal moyenné sur des fenêtres temporelles variables et la moyenne temporelle globale, pour un pixel unique et pour un moyennage spatial sur une fibre de diamètre  $d_f = 250 \mu m$ .

de mesure, comme illustré en Fig. 2.6(a). Par ailleurs, un moyennage temporel est effectué sur une durée de 3 s, afin d'assurer la stabilité de la température mesurée. Le choix de cette durée est motivé par l'analyse de l'écart quadratique moyen entre la moyenne glissante, calculée pour différentes fenêtres temporelles de durées variables, et la moyenne temporelle globale du signal mesuré en unités de  $DL$ . Cette analyse, présentée en Fig. 2.6(b), montre que pour une fibre de diamètre moyen dans la gamme étudiée ( $d_f = 250 \mu m$ ), cet écart se stabilise au-delà d'environ 1 s. Le choix systématique d'une durée de 3 s permet de garantir un faible écart relatif également dans le cas du traitement d'un plus faible nombre de pixels.

- **Profondeur de champ limitée** : la faible profondeur de champ du système optique implique que la mise au point sur l'une des fibres rend floue l'image de l'autre fibre. Cela induit que le signal au niveau de la zone de contact est systématiquement inexploitable pour la fibre inférieure. L'opacité des fibres dans la gamme spectrale infrarouge utilisée a par ailleurs pu être vérifiée, en accord avec les prédictions théoriques.
- **Émissivité du liant** : pour une même température, le signal infrarouge mesuré provenant du liant est systématiquement supérieur à celui émis par le verre, indiquant une émissivité plus élevée du liant. Sa valeur exacte n'est cependant pas connue. Ainsi, dans le cas des contacts avec liant, la zone correspondant à la goutte sera exclue lors de la reconstruction des profils de température relative sur les fibres de verre via l'équation 2.12, en raison de cette discontinuité d'émissivité.

## 1.4.2 Calibration et correction du signal mesuré

### 1.4.2.1 Description de la calibration constructeur

La calibration du capteur, réalisée par le fabricant, consiste à mesurer le niveau digital ( $DL$ ) enregistré par chaque pixel lors de l'exposition à un rayonnement émis par un corps noir à différentes températures imposées, permettant l'établissement de la courbe de réponse  $DL = f(T_{app})$ . Ce processus inclut également un traitement préalable des images, visant à corriger divers artefacts instrumentaux, tels que le bruit de fond ou les non-uniformités de réponse des pixels.

En général, les lois de calibration utilisées par les fabricants supposent une réponse linéaire pour chaque pixel du capteur, et sont prises sous la forme d'un polynôme de degré 2 ou 3 ou de la loi de

Planck :

$$DL(T) = aT^2 + bT + c \quad \text{ou} \quad DL(T) = \frac{R}{\exp(B/T) - F} + O \quad (2.13)$$

où les paramètres  $(a, b, c)$  ou  $(R, B, F, O)$  sont déterminés par identification aux données mesurées à différentes températures pour chaque pixel. Dans le cas de la caméra Noxant utilisée, c'est l'ajustement polynomial qui est exploité.

Pour la majorité des caméras récentes à capteurs photovoltaïques refroidis, les paramètres de la courbe de calibration sont également déterminés en fonction de caractéristiques propres à la caméra, telles que sa température interne ou son temps d'intégration. Alternativement, les images brutes peuvent être corrigées *a posteriori* à partir de ces paramètres, afin de les ramener à la configuration d'étalonnage enregistrée. Cette procédure permet des mesures plus précises, en compensant les dérives thermiques liées à la chaleur produite par l'électronique interne ainsi que les échanges entre la caméra et son environnement. Cette méthode de traitement des images brutes par une correction interne est utilisée dans notre système composé de la caméra Noxant associée à l'objectif macro. Pour cet ensemble, le constructeur propose des configurations de mesure prédéfinies, prenant en compte ces corrections et adaptées à trois plages de températures : de 5 à 60 °C, de 5 à 90 °C, et de 50 à 150 °C. **Dans le cadre de notre étude, seule la première configuration est retenue, car elle couvre la gamme de températures de chauffe choisie, légèrement au-dessus de la température ambiante.**

D'autre part, la réponse des différents pixels de la caméra à l'observation d'une surface homogène en température n'est pas nécessairement uniforme. Cette non-uniformité peut être corrigée par l'application de matrices de coefficients de correction (*gains* et *offsets*), permettant d'ajuster la réponse individuelle de chaque pixel à celle de la moyenne de la matrice du capteur. Cette opération est désignée sous le nom de *correction de non-uniformité* ("*Non-Uniformity Correction*", NUC). En pratique, elle peut être effectuée en plaçant, devant l'optique utilisée, une source étendue de type corps noir commercial, ou, de manière alternative, une surface diffuse telle qu'une mousse mate. À partir d'une ou de deux acquisitions successives du signal émis par cette surface homogène, soit à une température, soit à deux températures distinctes, les matrices de gains et d'offsets sont déterminées. Cette correction doit être réalisée pour chaque configuration de mesure, et de manière régulière, afin de compenser les effets de dérive temporelle de la réponse des pixels. Avec le système optique utilisé, nous l'effectuons en pratique une fois par heure de fonctionnement. Même après correction par NUC, il est généralement recommandé de concentrer les mesures sur la zone centrale du capteur. Cette précaution permet de limiter l'influence des effets de bord, notamment le vignettage, qui se traduit par une atténuation progressive du signal en périphérie de l'image, qui peut conduire à une sous-estimation de l'intensité radiative mesurée. **En conséquence, nous limiterons l'analyse à une zone centrale de 160 × 280 pixels, correspondant à une surface de 1.2 mm × 2.1 mm.**

#### 1.4.2.2 Validation de la calibration constructeur et de la configuration de mesure

Avant toute mesure quantitative de températures de fibres, nous avons dans un premier temps entrepris de valider l'usage de la courbe de calibration déterminée par le constructeur dans nos conditions expérimentales de mesure, en l'absence du hublot en ZnSe et dans l'air. Cette validation a été effectuée pour la configuration de mesure correspondant à la plage de températures d'intérêt, comprise entre 5 et 60 °C. Pour cela, nous avons réalisé des images du corps noir Acktar porté à différentes températures dans cette plage par le module Peltier, et relevé la température apparente donnée par la caméra, correspondant à une moyenne sur la zone centrale du capteur définie ci-dessus.

La Fig. 2.7(a) représente cette comparaison. Elle met en évidence un bon accord entre la courbe de calibration polynomiale fournie par le constructeur et les points expérimentaux obtenus, une fois la correction des dérives thermiques internes appliquée. Cela est confirmé par l'analyse des résidus,

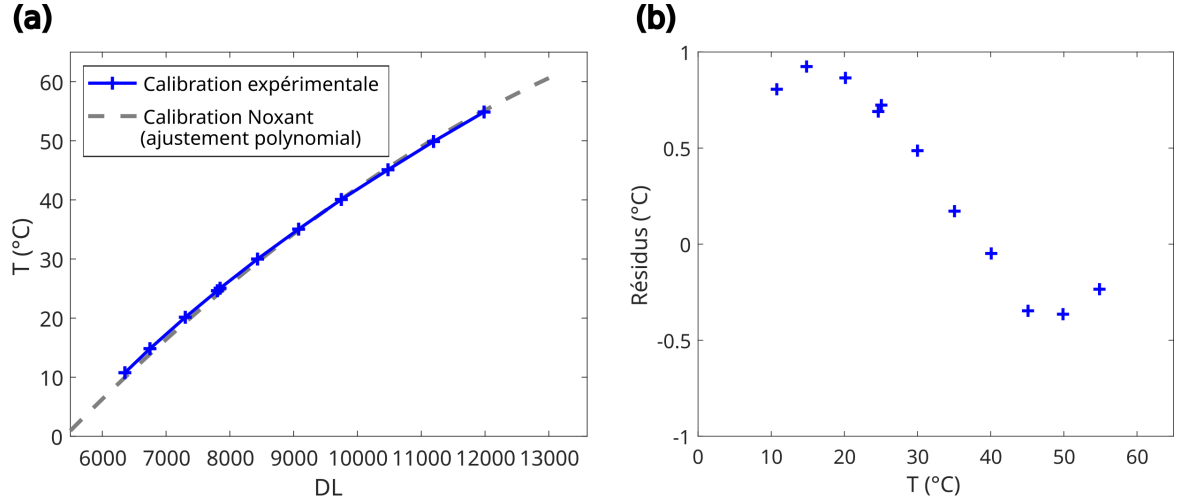


FIGURE 2.7 – (a) Comparaison entre la courbe de calibration fournie par le constructeur et les données expérimentales pour la configuration 5–60 °C. (b) Évolution des résidus associés en fonction de la température.

représentés en Fig. 2.7(b), définis comme la différence entre la température expérimentale imposée  $T_{exp}$  et la température prédite par le modèle  $T_{cal}$  à partir du signal mesuré. L'évolution de ces résidus en fonction de la température imposée révèle une corrélation, en réalité attendue, qui reflète une plus grande précision de la calibration dans la zone centrale de la plage de température. L'amplitude des résidus permet par ailleurs de quantifier la qualité de l'ajustement via le coefficient de détermination  $r^2$ , représentant la fraction de la variance des données expliquée par le modèle :

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n (T_{exp}^k - T_{cal}^k)^2}{\sum_{k=1}^n (T_{exp}^k - \bar{T}_{exp})^2} = 0.9982 \quad (2.14)$$

où  $\bar{T}_{exp}$  désigne la moyenne de l'ensemble des températures expérimentales. Cette valeur élevée confirme la qualité de l'ajustement polynomial et valide l'utilisation de la courbe de calibration dans le cadre du montage expérimental étudié.

#### 1.4.2.3 Calibration avec hublot : approche physique et validation du bilan de luminance

Il est ensuite nécessaire d'adapter la courbe de calibration au cas de la configuration expérimentale avec hublot. Pour cela, expérimentalement, nous avons de nouveau mesuré la température apparente lorsque l'on image le corps noir Acktar porté à différentes températures entre 5 et 60 °C, cette fois à travers le hublot. D'autre part, il est possible de transformer la courbe de calibration déterminée par le constructeur en se basant sur les équations déduites du bilan de luminance établi en section 1.3.1. En particulier, dans le cas du corps noir Acktar d'émissivité  $\epsilon_{eff, Acktar}^{\Delta\lambda} \approx 1$ , l'Eq. 2.9 exprimant sa température réelle devient, en remplaçant  $T_{app}$  par son estimation par la courbe de calibration constructeur notée  $f(DL)$  :

$$T_{s, Acktar} = \left( \frac{[f(DL)]^4 - (1 - \tau_h) T_{env, out}^4}{\tau_h} \right)^{1/4}. \quad (2.15)$$

Cette équation fournit un modèle pour prédire la température réelle du corps noir Acktar à partir de la température apparente mesurée par la caméra dans le cas sans hublot pour ce même objet, en fonction de deux paramètres : la transmittivité du hublot  $\tau_h$  et la température d'environnement radiatif externe à l'enceinte  $T_{env, out}$ , liée aux réflexions sur le hublot. En supposant ces deux paramètres inconnus *a priori*, un ajustement du modèle aux données expérimentales conduit aux valeurs suivantes :  $\tau_h = 0.711$  et

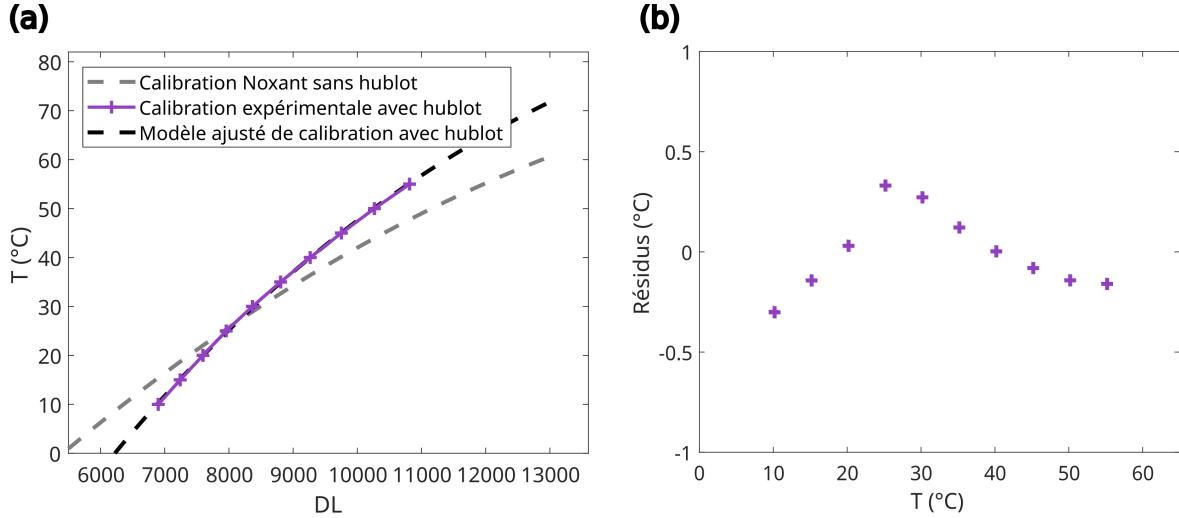


FIGURE 2.8 – (a) Comparaison entre le modèle ajusté de courbe de calibration prenant en compte la présence d’un hublot (avec  $\tau_h = 0.711$  et  $T_{env,out} = 26.95$  °C) et les données expérimentales obtenues avec le hublot pour la configuration 5–60 °C. La courbe de calibration initiale sans hublot du constructeur est également représentée à titre comparatif. (b) Évolution des résidus associés au modèle ajusté en fonction de la température.

$T_{env,out} = 26.95$  °C. Ces valeurs sont cohérentes avec les attentes : la transmittivité obtenue est proche de 70 %, comme anticipé à partir des propriétés du ZnSe (cf. Fig. 2.4), et la température d’environnement radiatif externe est proche de la température ambiante  $T_{amb} \approx 24$  °C.

La Fig. 2.8(a) compare les points de calibration expérimentaux mesurés dans le cas avec hublot à la courbe prédite par ce modèle à partir des données de calibration initiales du constructeur et ajusté à l’aide des paramètres précédents. Elle représente également la déviation par rapport à cette courbe de calibration initiale sans hublot. On observe un bon accord entre modèle et expérience, confirmé par l’analyse des résidus représentés en Fig. 2.8(b). La pertinence de cette approche de calibration physique adaptée à notre configuration expérimentale constitue également une indication de validation du modèle de luminance développé pour l’expression des températures à partir du signal mesuré par thermographie infrarouge.

Dans la suite, et en particulier pour l’imagerie thermique des fibres de verre, l’Eq. 2.15 sera utilisée pour relier le signal numérique  $DL$  enregistré par la caméra à la température apparente mesurée avec hublot  $T_{app}$ , par définition égale à la température réelle du corps noir Acktar étalon dans la configuration de calibration  $T_{s,Acktar}$ .

Une fois la procédure de calibration validée et établie, nous nous plaçons dans la configuration de la Fig. 2.3 avec une fibre unique chauffée, ou deux fibres mises en contact : le traitement de ces deux cas et les grandeurs mesurables associées seront respectivement abordés dans les deux sections suivantes.

Étant donné le champ de vue limité du système optique utilisé, la reconstruction des profils de température  $T(z)$  le long des deux fibres sur une distance de 1 à 2 centimètres nécessite l’assemblage d’images successives, telles que celles illustrées en Fig. 2.5, acquises par translations contrôlées d’un pas de 500  $\mu\text{m}$  de l’enceinte expérimentale.

En pratique, conformément aux considérations exposées précédemment :

- Les profils sont moyennés spatialement sur une zone équivalente à la largeur de la fibre, soit sur une plage comprise entre 9 et 60 pixels selon le diamètre de la fibre considérée.
- Chaque profil global obtenu est composé de profils individuels en superposition partielle, comme illustré sur un exemple à température ambiante en Fig. 2.9. Avec le pas de déplacement relative-



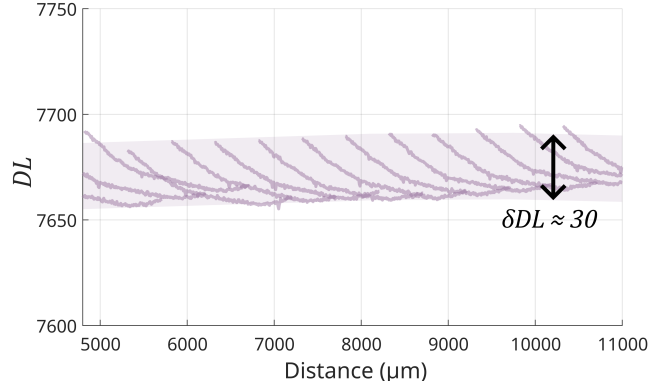


FIGURE 2.9 – Allure d’un profil mesuré par le système optique le long d’une portion de fibre de verre à température ambiante, sur quelques millimètres. Le profil est exprimé en unités de  $DL$  (non converties en température) et obtenu par assemblage de données extraites de plusieurs images acquises lors de translations successives de l’enceinte. Le profil final correspond à une concaténation des profils individuels. La barre d’erreur typique associée est déterminée expérimentalement à environ 30 unités de  $DL$ .

ment réduit de 500  $\mu\text{m}$  adopté pour les translations successives, les profils partiels initialement retenus présentent un recouvrement suffisant pour que seule une zone centrale d’environ 1.2 mm soit systématiquement conservée pour chacun d’entre eux. Cette restriction réduit encore l’influence des effets de bord liés à l’imagerie et améliore la cohérence des profils individuels. Le profil final est reconstruit en concaténant les profils partiels successifs sur ces zones centrales, puis en réordonnant l’ensemble des points selon leur position le long de la fibre. Cette approche conserve toutes les mesures disponibles et fournit un profil continu, directement exploitable pour les ajustements ultérieurs.

- Chaque profil est associé à une barre d’erreur définie à partir de l’amplitude des variations du signal observée expérimentalement le long d’une fibre maintenue à température ambiante, également évaluable à partir de la Fig. 2.9. Cette incertitude typique est estimée à environ 30 à 35 unités de  $DL$ .
- Enfin, les profils sont exprimés en température relative, selon l’Eq. 2.12, afin d’éliminer la dépendance en les températures d’environnements radiatifs et donc de réduire les incertitudes de mesure. La température ambiante est systématiquement choisie comme température de référence, ce qui conduit à la relation :

$$T(z) - T_{amb} = \frac{T_{app}(z) - T_{app,amb}}{\tau_h \epsilon_{eff}' \Delta \lambda}. \quad (2.16)$$

La valeur de l’incertitude estimée ci-dessus en unités de  $DL$  est convertie en température relative selon la procédure de calibration décrite précédemment : pour des températures relatives moyennes comprises entre 0 et 25  $^{\circ}\text{C}$ , elle correspond typiquement à une barre d’erreur d’environ  $\pm 0.15$   $^{\circ}\text{C}$ . La détermination de  $T_{app,amb}$  repose sur une mesure indépendante du  $DL$  correspondant à un segment de fibre à température ambiante noté  $DL_{amb}$ , réalisée systématiquement au cours de chaque expérience. Parallèlement et à titre de vérification, la température ambiante réelle  $T_{amb}$  est estimée à partir de deux mesures indépendantes effectuées à proximité immédiate des fibres, à l’intérieur de l’enceinte : l’une à l’aide d’une sonde thermorésistive, l’autre à l’aide d’un thermocouple de type K ; mais l’incertitude de mesure associée est relativement importante, de l’ordre de 0.5  $^{\circ}\text{C}$ .

## 2 Configuration à une fibre unique

L'étude a été initialement menée sur un système simplifié comprenant une fibre unique, correspondant à la fibre orientée verticalement sur l'image de la Fig. 2.3(b). Cette configuration à une fibre est analysée en tant que cas de référence pour valider l'approche de mesure de températures développée.

La fibre est suspendue entre deux supports : l'un est en contact avec la face supérieure du module Peltier, et l'autre est en contact avec la plateforme métallique de taille relativement massive, et peut être considéré comme thermalisé à la température ambiante  $T_{amb}$ . La longueur de fibre libre, c'est-à-dire la distance entre les deux points de fixation, est d'environ 25 mm. Le module Peltier est utilisé pour porter l'une des extrémités de la fibre à une température fixe, permettant ainsi d'observer la distribution de température induite le long de la fibre. Deux environnements ont été considérés : l'air ambiant et le vide.

L'étude est conduite en régime permanent, c'est-à-dire après l'établissement d'une distribution stationnaire de température. En première approximation, en supposant que le transfert thermique se fait principalement par conduction dans la fibre, le temps caractéristique de diffusion thermique peut être estimé en ordre de grandeur par :

$$t_{cond} \sim \ell^2 / \alpha^{th}. \quad (2.17)$$

où  $\ell$  représente la longueur caractéristique sur laquelle s'établit la conduction thermique, et  $\alpha^{th}$  la diffusivité thermique du matériau. Dans le cas présent, l'analyse porte sur des profils de température mesurés sur une longueur typique d'au moins 1 cm le long de la fibre. En considérant une diffusivité thermique de l'ordre de  $\alpha^{th} \sim 0.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$  pour le verre, on obtient un temps de diffusion typique  $t_{cond} \sim 3 \text{ min}$ . En conséquence, un délai d'environ 5 min est systématiquement observé après l'application de la température de consigne à l'extrémité chauffée, afin de garantir la stabilisation thermique du système avant de procéder à l'acquisition des profils. Cette durée a par ailleurs été validée expérimentalement par la vérification de la stabilisation de la température en un point fixe de la fibre, situé à distance du point de chauffe. Il convient par ailleurs de noter que les mécanismes additionnels possibles de pertes thermiques surfaciques vers l'environnement (rayonnement, convection) introduisent un terme de dissipation supplémentaire, qui tend à accélérer l'établissement du régime permanent. L'estimation de  $t_{cond}$  donnée ci-dessus, basée sur un modèle purement diffusif, constitue donc une borne supérieure du temps de stabilisation réel, ce dernier pouvant varier selon les conditions expérimentales précises, en particulier selon que les mesures soient effectuées sous vide ou dans l'air.

### 2.1 Introduction du cadre théorique de l'ailette thermique infinie

En conditions ambiantes dans l'air, une décroissance de température est attendue le long de la fibre à partir du point de chauffage, attribuable à trois mécanismes principaux de dissipation thermique : les pertes surfaciques par conduction dans l'air, par convection naturelle et par rayonnement.

La fibre de verre, de par sa géométrie allongée – sa longueur, de l'ordre de plusieurs centimètres, étant très supérieure à son diamètre – présente une surface d'échange thermique importante. Elle peut ainsi être assimilée à une *ailette thermique*, c'est-à-dire un système dissipatif dont la géométrie favorise les transferts de chaleur avec l'environnement. Bien que ce terme soit couramment utilisé pour désigner les dispositifs ajoutés aux composants électroniques afin d'en améliorer le refroidissement par convection, il s'applique plus généralement à tout objet longiligne chauffé en un point ou à une extrémité et dissipant sa chaleur par pertes surfaciques.

Le modèle d'ailette suppose une distribution de température quasi-uniforme sur chaque section transverse, la température étant alors principalement fonction de la position axiale. Ce comportement implique que le flux thermique radial, du centre vers la surface, est négligeable devant le flux axial, permettant une modélisation unidimensionnelle des transferts thermiques le long de l'ailette. Dans ce cadre, le profil de température dépend principalement du coefficient global d'échange thermique surfacique  $h$ , qui regroupe dans le cas général les contributions de la convection, de la conduction dans

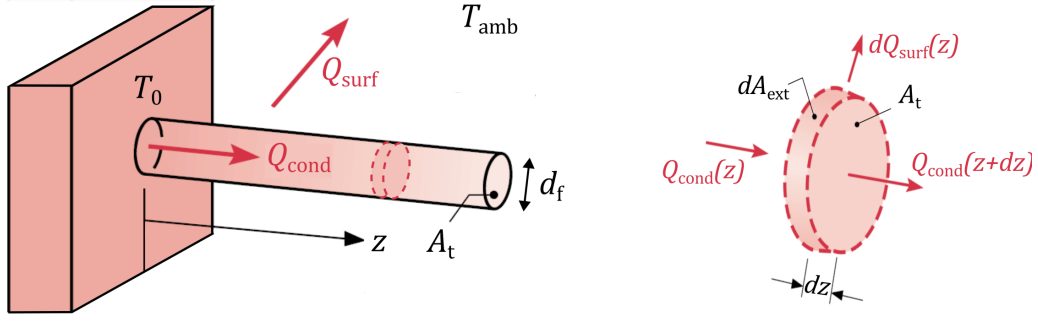


FIGURE 2.10 – Schéma d’une ailette thermique à section transversale constante de forme cylindrique, chauffée à une extrémité à la température  $T_0$ , et bilan thermique au niveau d’un élément différentiel infinitésimal. D’après [16].

l’air environnant, et du rayonnement.

Les équations gouvernant le comportement thermique des ailettes peuvent être établies pour une grande variété de géométries. Pour une ailette de section transversale constante  $A_t$ , un bilan de flux appliqué à un élément différentiel de longueur  $dz$  (cf. Fig. 2.10) donne :

$$Q_{cond}(z) = Q_{cond}(z + dz) + dQ_{surf}(z) \quad (2.18)$$

Dans le cas général, on suppose un flux conductif donné par la loi de Fourier, et un flux surfacique décrit par la loi de Newton, correspondant au cas le plus courant d’échanges de type convectif via un coefficient de transfert thermique  $h$  donné :

$$Q_{cond}(z) = -k_f A_t \frac{dT(z)}{dz} \quad (2.19)$$

et

$$dQ_{surf}(z) = h dA_{ext}(T(z) - T_{amb}). \quad (2.20)$$

Dans ces équations,  $k_f$  est la conductivité thermique de l’ailette,  $T_{amb}$  est la température ambiante du milieu, et  $dA_{ext}$  est la section externe de l’élément différentiel : pour une section transversale constante,  $dA_{ext} = p dz$  où  $p$  est le périmètre externe.

En utilisant que

$$Q_{cond}(z) - Q_{cond}(z + dz) = -dz \frac{dQ_{cond}(z)}{dz} = k_f dz A_t \frac{d^2T}{dz^2}, \quad (2.21)$$

il vient

$$k_f dz A_t \frac{d^2T}{dz^2} = h p dz (T - T_{amb}), \quad (2.22)$$

soit en posant la température relative par rapport à la température ambiante  $\Theta(z) = T(z) - T_{amb}$  et le paramètre d’ailette  $m = \sqrt{\frac{hp}{k_f A_t}}$  :

$$\frac{d^2\Theta}{dz^2} - m^2\Theta = 0. \quad (2.23)$$

Pour le cas d’une ailette cylindrique de diamètre  $d_f$ , qui correspond au cas de nos fibres de verre, on

a en particulier  $p = \pi d_f$  et  $A_t = \pi \frac{d_f^2}{4}$  soit :

$$m = \sqrt{\frac{4h}{k_f d_f}}. \quad (2.24)$$

L'équation 2.23 de l'ailette est donc une équation différentielle du deuxième ordre en  $\Theta$ . Sa solution est de la forme :

$$\Theta(z) = Ae^{mz} + Be^{-mz} \quad (2.25)$$

où les coefficients  $A$  et  $B$  dépendent des conditions aux limites, qui sont le flux et la température imposés en base et/ou en bout d'ailette. Il convient de souligner que le fait que la température relative par rapport à la température ambiante  $\Theta$  constitue la variable naturelle dans les problèmes d'ailette rend d'autant plus pertinente l'approche thermographique adoptée, décrite en section précédente. Elle repose en effet sur la mesure directe de températures relatives, dans le but de limiter les sources d'incertitude. En particulier, le choix de caractériser l'écart de température par rapport à l'ambiante (cf. Eq. 2.16) induit une cohérence entre le cadre théorique et la méthodologie expérimentale, ce qui facilitera l'interprétation des résultats.

## 2.2 Résultats expérimentaux et comparaison au cadre théorique de l'ailette

### 2.2.1 Application du cadre théorique de l'ailette aux configurations expérimentales

La Fig. 2.11(a) présente des exemples de profils mesurés le long d'une fibre unique de verre, de diamètre  $d_f \approx 250 \mu\text{m}$ , chauffée à une extrémité par le module Peltier réglé à une température  $T_{Peltier} = 37 \text{ }^\circ\text{C}$ . Les barres d'erreurs associées, d'environ  $\pm 0.15 \text{ }^\circ\text{C}$ , sont également représentées, et la température ambiante  $T_{amb}$  est estimée à environ  $24 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ces profils correspondent à deux environnements de mesure distincts : dans l'air et sous vide. Dans le second cas, l'enceinte est placée sous vide secondaire à l'aide d'une pompe à vide, avec une pression mesurée à l'entrée de la pompe  $P \leq 10^{-5} \text{ mbar}$ . L'allure similaire de la décroissance de température observée le long de la fibre, que ce soit dans l'air ou dans le vide, conduit naturellement à comparer les résultats obtenus dans les deux cas aux équations classiques de l'ailette.

Pour une ailette chauffée à une seule extrémité, ce qui correspond à la configuration expérimentale d'étude et au schéma de la Fig. 2.10,  $\Theta \rightarrow 0$  quand  $z \rightarrow L_{tot}$ , avec  $L_{tot}$  la longueur totale de l'ailette : il s'agit de la configuration de l'ailette infinie. L'allure caractéristique des profils expérimentaux présentés en Fig. 2.11(a) montre que la température ambiante est atteinte, ou au moins asymptotiquement approchée, sur la portion libre de la fibre, avant son contact avec le second support situé à  $25 \text{ mm}$  de l'extrémité chauffée, que ce soit dans l'air ou dans le vide. Ainsi, les conditions aux limites qui pourraient décrire ces deux cas expérimentaux sont :

$$\Theta(z \rightarrow \infty) = 0 \quad \text{et} \quad \Theta(z = 0) = \Theta_0 = T_0 - T_{amb} \quad (2.26)$$

où  $T_0 = T(z = 0)$  est, en principe, déterminée par la température imposée à la face supérieure du module Peltier  $T_{Peltier}$  ; en pratique, elle s'avère toutefois inférieure à cette valeur nominale en raison de pertes notamment dues aux résistances thermiques de contact entre le module et le support adhésif, puis entre ce support et la fibre. Associées à l'Eq. 2.25, ces conditions aux limites donnent l'expression théorique attendue suivante pour les profils de température relative le long d'une fibre, dans le cadre de l'hypothèse de l'ailette infinie :

$$\Theta(z) = \Theta_0 e^{-mz} \quad (2.27)$$

avec  $m$  donné par l'Eq. 2.24.

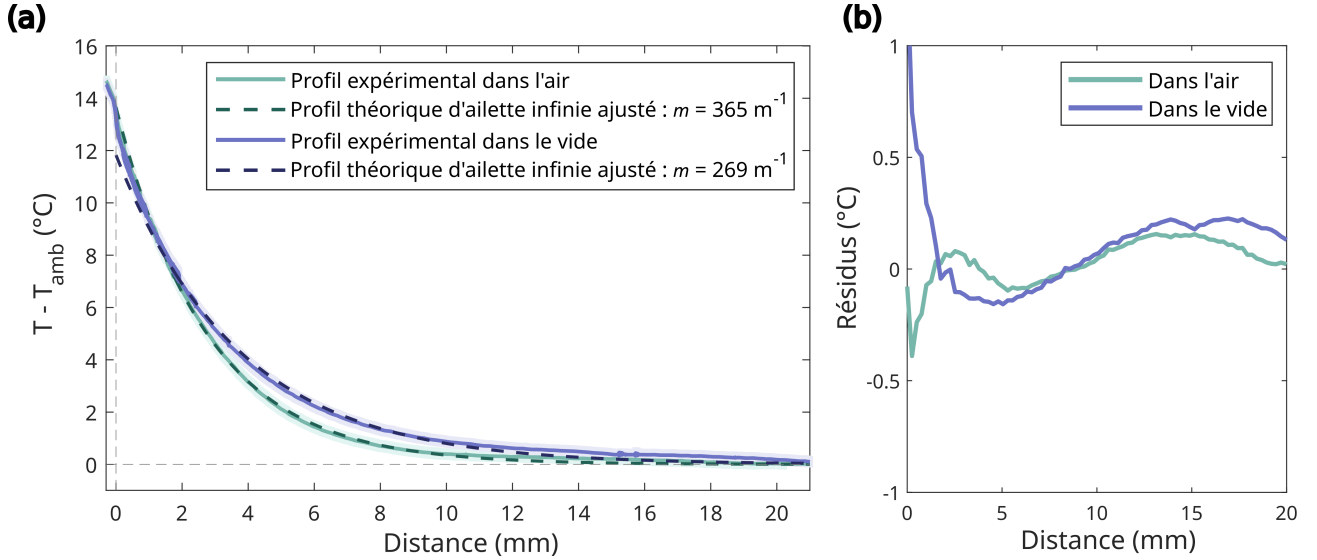


FIGURE 2.11 – (a) Profils de température relative reconstitués le long d’une fibre de verre unique de diamètre  $d_f = 250 \mu\text{m}$ , chauffée à une extrémité à une température  $T_{\text{Peltier}} = 37 \text{ °C}$ , dans l’air (en vert) et sous vide (en bleu), et résultats de l’ajustement du modèle de l’ailette infinie (Eq. 2.27) dans les deux cas (courbes en pointillés). Les barres d’erreur associées aux profils expérimentaux sont représentées en couleur claire. (b) Résidus associés, tracés en fonction de la distance au point de chauffe.

### 2.2.1.1 Cas sous vide

En conditions de vide secondaire, le seul mécanisme susceptible d’assurer le refroidissement de la fibre est le rayonnement thermique. L’expression du flux radiatif surfacique net échangé entre un objet comme une fibre de verre, d’émissivité hémisphérique totale  $\epsilon$  de température  $T_s$ , et son environnement de température d’environnement radiatif  $T_{\text{env}}$  (selon l’approximation introduite en section 1.3.1), peut s’écrire sous la forme donnée par l’Eq. 1.14 :

$$q_{\text{rad}} = q_{\text{rad}_{\text{emis}}} - q_{\text{rad}_{\text{abs}}} = \epsilon[M_0(T_s) - M_0(T_{\text{env}})] = \epsilon\sigma(T_s^4 - T_{\text{env}}^4). \quad (2.28)$$

En adoptant l’hypothèse de linéarisation introduite précédemment par l’Eq. 1.83 avec une température moyenne  $T_m$ , définie typiquement comme  $T_m \approx (T_s + T_{\text{env}})/2$ , on peut écrire :

$$(T_s^2 + T_{\text{env}}^2)(T_s + T_{\text{env}}) \approx 4T_m^3. \quad (2.29)$$

L’écart des  $T^4$  peut alors être approximé, ce qui mène à :

$$q_{\text{rad}} \approx 4\epsilon\sigma T_m^3(T_s - T_{\text{env}}). \quad (2.30)$$

Cette expression met en évidence une analogie formelle avec la loi de Newton, et permet de définir un *coefficient de transfert thermique radiatif linéarisé* :

$$h_{\text{rad}} \approx 4\epsilon\sigma T_m^3. \quad (2.31)$$

Ainsi, l’adoption du formalisme de l’ailette, qui suppose des pertes surfaciques modélisées par la loi de Newton, s’avère pertinente également dans ce régime de vide secondaire, sous les hypothèses de la linéarisation. La mesure du coefficient de transfert radiatif  $h_{\text{rad}}$  par notre méthode expérimentale, dans ces conditions, est donc envisageable par ajustement du modèle d’ailette (Eq. 2.27). De manière rigoureuse, elle repose sur deux considérations distinctes :

- La première concerne la validité de l’approximation de l’Eq. 2.29, utilisée pour linéariser le flux

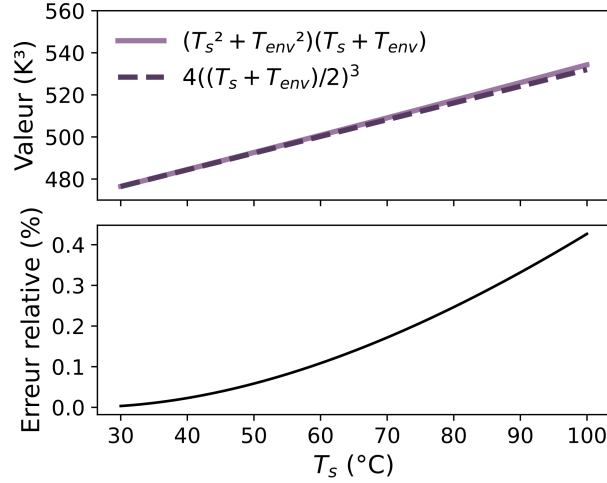


FIGURE 2.12 – Comparaison des prédictions de  $(T_s^2 + T_{env}^2)(T_s + T_{env})$  et  $4\left(\frac{T_s + T_{env}}{2}\right)^3$  pour  $T_{env} = 24\text{ °C}$ , et calcul de l'écart relatif correspondant, en fonction de la température  $T_s$ .

radiatif. Cette relation doit être valable pour toute température de surface  $T_s$  le long de la fibre. Les résultats d'une estimation avec  $T_{env} \approx 24\text{ °C}$ , présentés en Fig. 2.12, montrent que l'écart relatif entre les deux termes de cette expression reste inférieur à 0.1 % pour  $T_s < 50\text{ °C}$ . L'approximation est donc parfaitement justifiée dans les conditions expérimentales considérées.

- La seconde concerne l'hypothèse d'un coefficient de transfert thermique radiatif constant le long de la fibre, équivalent à considérer une température moyenne  $T_m$  uniforme. Cette hypothèse est plus restrictive, car la température de la fibre diminue progressivement avec la distance au point de chauffe, ce qui impliquerait en toute rigueur une valeur locale de  $T_m$  décroissante. Toutefois, dans le régime de faibles écarts de température avec la température ambiante, choix déjà adopté dans cette étude, cette approximation reste raisonnable.

### 2.2.1.2 Cas dans l'air

Dans l'air, les pertes thermiques surfaciques incluent, en plus du rayonnement, les contributions de la conduction et de la convection. Le coefficient de transfert thermique global peut alors être exprimé comme la somme de deux contributions : l'une radiative, l'autre conducto-convective :

$$h_{air} = h_{rad} + h_{conv}. \quad (2.32)$$

C'est cette valeur totale  $h_{air}$  qui peut alors être déduite de la mesure des profils de température le long d'une fibre unique et de l'ajustement du modèle d'ailette (Eq. 2.27).

### 2.2.1.3 Identification des sources d'erreur

Que ce soit dans l'air ou dans le vide, il semble donc pertinent d'ajuster le modèle d'ailette développé ci-dessus aux profils expérimentaux mesurés. De manière générale, les principales sources d'erreur que nous pouvons identifier dans le cadre de ce traitement théorique de la configuration expérimentale sont les suivantes :

- L'ajustement du modèle d'ailette suppose des transferts thermiques additionnels faibles ou négligeables. En effet, la configuration théorique ne comprend qu'une fibre unique soumise à une température imposée à une extrémité, sans présence d'autres objets influençant les transferts de chaleur dans le système. En revanche, dans la configuration expérimentale réelle, le support en contact avec le module Peltier, responsable du chauffage de la fibre, peut influencer l'établisse-

ment du profil de température dans la fibre, via des transferts supplémentaires de chaleur vers la région de la fibre proche du point de chauffe, par rayonnement et conduction dans l'air. Cela peut s'avérer non négligeable, en raison des dimensions relativement massives de ce support (12 mm de côté et 9 mm d'épaisseur), comparées à celles, micrométriques, de la fibre. Par ailleurs, pour les images acquises à proximité du point de chauffe, le support chauffé apparaît dans le champ de vue du système optique, ce qui peut affecter le niveau global du signal collecté.

Pour limiter l'influence de ce phénomène, susceptible d'introduire un biais sur les températures mesurées près du point de chauffe, une partie des points expérimentaux pour les valeurs de distance  $z < z_{min}$  peut être exclue de la procédure d'ajustement du modèle d'ailette. Une procédure itérative a été testée pour déterminer une valeur optimale de  $z_{min}$  à partir de laquelle l'ajustement du modèle conduirait à une convergence du coefficient de transfert thermique. Cependant, le fait que la valeur locale de  $T_m$  puisse, en théorie, évoluer le long de la fibre, comme mentionné ci-dessus, peut également induire une variation de ce coefficient, rendant cette procédure peu concluante, en particulier dans le cas sous vide. Il en résulte que le choix initial de  $z_{min}$  constitue une source potentielle d'incertitude. En pratique, dans le cas étudié, une valeur fixe de  $z_{min} = 1.8$  mm sera adoptée pour limiter ces effets.

- La température ambiante et son évolution constituent également une source d'erreur. En effet, on peut s'attendre à une potentielle dérive thermique de la température dans l'enceinte aux temps longs, attribuable à la présence de l'élément chauffant. En particulier, la valeur  $DL_{amb}$  permettant de calculer  $T_{app,amb}$ , nécessaire dans la mesure de température relative (cf. Eq. 2.16), est particulièrement sensible à de faibles variations de température. L'acquisition d'un profil le long d'une fibre unique sur 20 mm prenant environ 6 à 8 minutes en pratique, il est supposé que la variation de la température ambiante, et du  $DL_{amb}$  correspondant, reste négligeable sur cette courte durée.
- Enfin, nous supposons ici pour chaque profil une section constante pour les fibres (dans le cas représenté en Fig. 2.11(a),  $d_f \approx 250$   $\mu\text{m}$ ), pour faciliter le traitement théorique. Le diamètre est déterminé par observation par microscopie optique.

Dans cette configuration initiale testée à une fibre unique, ces deux derniers points n'ont pas fait l'objet d'une analyse approfondie en raison du caractère préliminaire de cette étude. On retrouvera dans la section 3 suivante des considérations plus détaillées relatives à la quantification de ces sources d'erreur, en regard de la principale quantité cible à déterminer dans notre étude, la résistance thermique de contact entre fibres.

### 2.2.2 Analyse des profils de température mesurés

Les courbes en pointillés représentées sur la Fig. 2.11(a) correspondent aux profils déterminés par ajustement du modèle d'ailette infinie (Eq. 2.27) aux données expérimentales avec la procédure mentionnée ci-dessus, dans l'air et dans le vide. Les meilleurs ajustements sont obtenus pour une valeur du paramètre d'ailette  $m_{air} = 365$   $\text{m}^{-1}$  dans l'air, et  $m_{vide} = 269$   $\text{m}^{-1}$  dans le vide.

Un bon accord entre les profils expérimentaux et les courbes théoriques ajustées est constaté. Cela est confirmé par l'analyse des résidus présentée en Fig. 2.11(b) : l'écart entre les valeurs expérimentales et les prédictions du modèle reste inférieur à 0.5 °C sur la majeure partie de la plage de distances explorée, ce qui valide l'adéquation du modèle d'ailette pour décrire la distribution de température le long des fibres de verre dans notre configuration expérimentale, aussi bien en présence d'air qu'en conditions de vide. Une déviation plus marquée est observée aux faibles distances, en particulier dans le cas sous vide, due au choix d'un  $z_{min}$  d'ajustement non nul. Il apparaît ainsi que le rayonnement

additionnel issu de l'élément chauffant induit une élévation de température non négligeable dans la région de la fibre proche du point de chauffe dans le cas sous vide. Cet effet est pris en compte et corrigé par l'ajustement du modèle, lequel permet également de limiter un biais potentiel lié à une variation locale de la température moyenne  $T_m$  à proximité du point de chauffe. Sur le reste du domaine considéré, les faibles résidus observés confirment que l'hypothèse d'une  $T_m$  constante y demeure raisonnable.

À partir de l'Eq. 2.24, les valeurs expérimentales du paramètre d'ailette  $m_{air}$  et  $m_{vide}$  permettent de déduire une estimation du coefficient de transfert thermique associé, représentatif de l'ensemble des pertes surfaciques du système. En considérant pour la fibre de verre une conductivité thermique  $k_f = k_{verre} = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , on obtient, dans les conditions de mesure spécifiques mentionnées ci-dessus ( $T_{Peltier} = 37 \text{ °C}$ ,  $T_{amb} \approx 24 \text{ °C}$ ) :  $h_{air} = 10.82 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  et  $h_{vide} = 5.88 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ .

En pratique, cette procédure de mesure de profils de température et de calcul du coefficient  $h$  associé

Environnement	$T_{Peltier}$ (°C)	Coefficient de transfert thermique mesuré $h$ ( $\text{W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ )	Estimation théorique $h_{rad}$ ( $\text{W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ )	$\Delta h = h - h_{rad}$ ( $\text{W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ )
Air	35	11.33	5.19	6.14
Air	37	10.82	5.25	5.57
Air	45	21.09	5.46	15.63
Air	50	19.42	5.60	13.82
Vide	30	5.21	5.06	0.15
Vide	35	6.42	5.19	1.23
Vide	37	5.88	5.25	0.63
Vide	40	5.62	5.33	0.29
Vide	40	5.57	5.33	0.24
Vide	40	5.98	5.33	0.65
Vide	50	5.56	5.60	-0.04
Vide	50	5.53	5.60	-0.07

TABLE 2.2 – Valeurs du coefficient de transfert thermique  $h$  mesurées dans différentes configurations. La valeur estimée théoriquement du coefficient de transfert radiatif linéarisé  $h_{rad}$  par l'Eq. 2.31 est également indiquée, ainsi que l'écart  $\Delta h = h - h_{rad}$ .

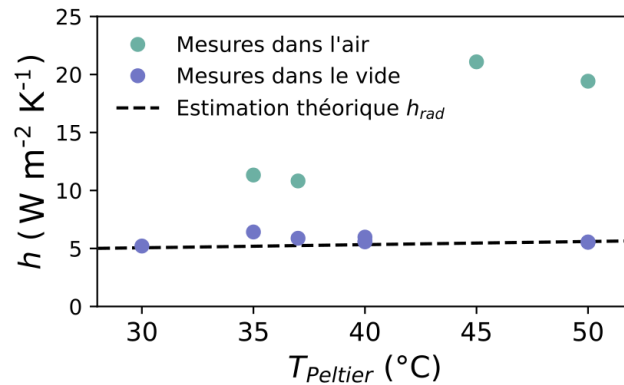


FIGURE 2.13 – Coefficient de transfert thermique  $h$  mesuré dans l'air et dans le vide en fonction de  $T_{Peltier}$ , et estimation théorique  $h_{rad} \approx 4\epsilon\sigma T_m^3$ .



a été répétée, dans l'air et dans le vide, pour des températures de chauffe initiales différentes, choisies dans l'intervalle 30-50 °C. La même allure de profil, suivant une décroissance exponentielle en accord avec les prédictions de la théorie de l'ailette infinie, est observée dans chaque cas. Les résultats obtenus pour le coefficient  $h$  en fonction de la température de chauffe sont présentés dans le tableau 2.2 et en Fig. 2.13. Dans l'air, une variabilité significative est observée, avec des valeurs du coefficient de transfert thermique comprises entre 10 et 22 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>, issues de quatre expériences distinctes. À l'inverse, en conditions de vide, les valeurs obtenues sont nettement plus regroupées, autour de 5 à 6 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>, indiquant une dépendance plus faible vis-à-vis de la température de chauffe. Ces résultats et leurs interprétations sont discutés de façon plus détaillée dans les deux paragraphes suivants, pour les deux conditions de mesure.

### 2.2.2.1 Configuration dans le vide : estimation du coefficient de transfert radiatif

Dans notre configuration expérimentale, la température moyenne  $T_m$  est estimée par  $(T_{Peltier} + T_{amb})/2$  avec  $T_{amb} \approx 24$  °C. En utilisant l'émissivité hémisphérique totale du verre considéré, estimée à  $\epsilon_{verre} = 0.8255$  (valeur obtenue par moyenne pondérée sur le spectre de corps noir à partir des données de la Fig. 2.2(b)), on obtient à partir de l'Eq. 2.31 une estimation théorique du coefficient de transfert radiatif linéarisé  $h_{rad}$  comprise entre et 5.06 et 5.60 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> pour des températures de chauffe  $T_{Peltier}$  comprises entre 30 et 50 °C.

On observe une faible dépendance théorique de  $h_{rad}$  en la température de chauffe, de l'ordre de 10 % sur la totalité de la gamme explorée, ce qui est en accord avec les tendances expérimentales. L'écart  $\Delta h$  entre les valeurs expérimentales du coefficient de transfert thermique, obtenues par ajustement du modèle d'ailette infinie aux mesures dans le vide, et les valeurs théoriques de  $h_{rad}$ , demeure globalement modéré. En effet, la majorité des écarts restent inférieurs à 13 %, à l'exception d'un cas isolé présentant une divergence plus prononcée. Ces écarts peuvent s'expliquer en partie par la sensibilité de  $h_{rad}$  à la valeur adoptée pour la température moyenne  $T_m$ , qui reste une quantité estimée, comme déjà souligné ci-dessus. Les résultats traduisent donc globalement un bon accord entre les données expérimentales et la modélisation théorique des pertes par rayonnement.

Notons que dans le cas hypothétique où la température moyenne  $T_m$  serait connue avec précision, notre montage expérimental pourrait permettre avec cette méthode de déterminer l'émissivité hémisphérique totale des fibres observées.

### 2.2.2.2 Configuration dans l'air : estimation du coefficient de transfert conducto-convectif

En s'appuyant sur l'estimation théorique du coefficient de transfert radiatif linéarisé, validée par les mesures effectuées sous vide, il est possible de déduire la contribution conducto-convective  $h_{conv}$  à partir des mesures dans l'air : il correspond alors aux valeurs de  $\Delta h$  dans le tableau 2.2, dans le cas des mesures dans l'air. Les valeurs obtenues se situent entre 5 et 14 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>.

Outre la variabilité importante déjà évoquée, ces valeurs apparaissent relativement faibles lorsqu'on les compare aux estimations issues de corrélations empiriques classiques. En particulier, la corrélation de Churchill et Chu (cf. Eq. 9.34 dans la Ref. [16]) permet d'estimer le coefficient de transfert thermique autour d'un cylindre horizontal en convection naturelle. Pour un diamètre typique de fibre  $d_f = 250$  µm, cette corrélation conduit à une valeur de l'ordre de 55 W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> [242]. Bien que la validité des corrélations classiques n'est pas toujours établie pour des objets de dimensions micrométriques, cet écart marqué pourrait ici aussi s'expliquer par la configuration particulière du montage expérimental. En effet, celle-ci ne correspond pas strictement à un cas de convection naturelle isolée : la présence d'éléments proches de la fibre, visibles sur la Fig. 2.3(b), perturbe probablement l'écoulement de l'air et limite les échanges thermiques convectifs. Cela suggère que nos conditions de mesure particulières mènent à des résultats non généralisables à des configurations classiques. Une amélioration possible pour cette mesure spécifique consisterait en une réorganisation du montage expérimental, de manière à

mieux approcher les conditions d'un régime de convection naturelle standard, ou encore la réalisation de mesures en dehors de l'enceinte, pour limiter les effets de confinement.

### 2.3 Validité des hypothèses générales du modèle de l'ailette infinie

Le modèle d'ailette repose sur l'hypothèse d'une distribution de température quasi-uniforme sur chaque section transverse du matériau. Autrement dit, le régime d'échange thermique est dominé par la résistance surfacique, et non par la résistance à la conduction interne. Cette hypothèse peut être validée par le calcul du nombre de Biot, défini par l'Eq. 1.21. Pour une ailette cylindrique de section constante, la longueur caractéristique à considérer est typiquement le rapport entre la surface de la section et le périmètre, soit  $d_f/4$ . L'expression du nombre de Biot devient alors :

$$\text{Bi} = \frac{hd_f}{4k_f}. \quad (2.33)$$

Le coefficient de transfert thermique  $h$ , déterminé expérimentalement dans les deux cas (air et vide) via l'ajustement au modèle d'ailette, permet ainsi d'estimer ce nombre. En prenant  $h_{air} \approx 15 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ,  $h_{vide} \approx 5.5 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$  et  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , on obtient les ordres de grandeur suivants :

$$\text{Bi}_{air} \approx 7 \times 10^{-4} \quad \text{et} \quad \text{Bi}_{vide} \approx 3 \times 10^{-4}. \quad (2.34)$$

Ces valeurs, toutes deux largement inférieures à 1, confirment que la résistance thermique interne dans la fibre est négligeable devant les échanges surfaciques. Il est donc légitime de considérer la température comme uniforme dans chaque section transverse du solide, ce qui valide l'application du modèle théorique de l'ailette dans notre contexte expérimental.

De plus, nous avons utilisé ci-dessus une configuration particulière du problème d'ailette : celle de l'ailette infinie. Ce modèle suppose que la fibre est suffisamment longue pour que la température chute jusqu'à  $T_{amb}$  à son extrémité libre. La longueur  $L_{min}$  à partir de laquelle on peut considérer cette hypothèse est usuellement donnée par le critère  $mL_{min} \geq 5$  [243] ; en utilisant les valeurs moyennes de paramètre d'ailette  $m$  déterminées dans l'air et dans le vide, on obtient :

$$L_{min,air} = 5/m_{air} \approx 14 \text{ mm} \quad \text{et} \quad L_{min,vide} = 5/m_{vide} \approx 19 \text{ mm}. \quad (2.35)$$

Les longueurs minimales obtenues dans les deux cas sont inférieures à la longueur libre de la fibre dans notre montage, qui est de 25 mm ; cela valide l'hypothèse de l'ailette infinie, et, par conséquent, l'application des conditions aux limites menant au modèle de décroissance exponentielle simple utilisé.

L'objectif principal de cette première phase expérimentale consistait en la validation de la faisabilité de la méthode de mesure et l'évaluation de la pertinence du modèle d'ailette dans notre configuration, ce qui a été globalement confirmé par les résultats obtenus. À partir de cette étude à une fibre, il apparaît aussi que la configuration de mesure dans l'air engendre une variabilité significative des résultats, liée à des conditions expérimentales potentiellement instables. À l'inverse, la stabilité est notablement améliorée en régime de vide secondaire, comme en témoigne la meilleure répétabilité des mesures de  $h_{rad}$ . **En conséquence, les mesures qui seront présentées dans la suite, portant sur des configurations à deux fibres en contact, seront également réalisées sous vide.** Ce choix permet non seulement de garantir une meilleure reproductibilité, mais également de réduire les pertes thermiques surfaciques. Il en résulte une diminution de la puissance nécessaire à l'alimentation du module Peltier pour l'établissement de profils de température dans les deux fibres, qui permet la mesure de la résistance de contact entre les fibres. Le principe de cette mesure et le cadre théorique spécifique associé sont détaillés dans la section suivante.

---

### 3 Configuration à deux fibres en contact

Nous nous plaçons désormais dans la configuration expérimentale illustrée en Fig. 2.3, comprenant deux fibres croisées mises en contact à l'aide d'une platine de translation contrôlant la position verticale de l'une d'elles<sup>10</sup>. L'ensemble est placé sous vide secondaire, conformément aux conditions décrites précédemment ( $P \leq 10^{-5}$  mbar). Une seule des fibres, désignée comme la fibre 1, est chauffée à une extrémité par le module Peltier régulé à une température  $T_{Peltier}$ , tandis que la seconde, non chauffée, est appelée fibre 2.

Le point de contact entre les deux fibres est généralement positionné à une distance comprise entre 2.5 et 3 mm de l'extrémité chauffée de la fibre 1, et approximativement au centre de la fibre 2. Cela laisse sur la fibre 1 une longueur libre après le contact supérieure à 22 mm. La fibre 2, quant à elle, présente une longueur libre totale d'environ 90 mm, soit deux segments d'environ 45 mm chacun de part et d'autre du point de contact.

Comme précédemment dans le cas à une fibre, nous étudions exclusivement les distributions de température dans les fibres en régime permanent. Le délai d'attente avant mesure est maintenu à environ 5 min après l'application de la température de chauffe, ce choix étant validé par l'observation expérimentale de la stabilisation de la température en un point fixe de la fibre, situé à distance du point de chauffe.

#### 3.1 Établissement du cadre théorique de mesure de la résistance thermique de contact

##### 3.1.1 Allure des profils expérimentaux et mesure de la chute de température au contact

Dans cette configuration, l'objectif du montage expérimental est de permettre la mesure indirecte de la résistance de contact entre fibres, définie de façon générale, comme introduit au chapitre précédent, par :

$$R_k = \Delta T_k / Q_k \quad (2.36)$$

où  $\Delta T_k$  est la chute de température au niveau du contact, et  $Q_k$  le flux thermique au passage de cette interface.

La Fig. 2.14 montre des exemples de profils de température relative mesurés le long des fibres 1 et 2 dans la configuration de mesure, dans le cas d'une température imposée à l'élément chauffant  $T_{Peltier} = 40$  °C, et une température ambiante  $T_{amb} \approx 24$  °C. Dans cette nouvelle configuration à deux fibres, on appellera  $T_1$  la température résultante fixée à l'extrémité de la fibre 1, pouvant être en pratique légèrement inférieure à  $T_{Peltier}$ . La température relative par rapport à la température ambiante correspondante est notée  $\Theta_1$ . La zone correspondant au contact est inexploitable pour la fibre 1, étant donné la superposition avec la seconde fibre (cf. Fig. 2.5(a)) : cela se traduit par une absence de données dans une région centrée autour du contact, à une distance typique de  $z \approx 3$  mm. Concernant la fibre 2, seul le profil de température mesuré le long de l'un des deux segments est présenté, du bord du contact jusqu'à l'extrémité libre correspondante. En pratique, les mesures sont réalisées sur des distances inférieures aux longueurs libres des segments de fibres mentionnées ci-dessus. Cette disposition répond principalement à la nécessité de garantir des conditions de mesure reproductibles le long des profils, en évitant notamment les configurations où une partie de la lentille frontale fait face à la paroi métallique et non plus seulement au hublot, ce qui pourrait introduire des réflexions parasites et altérer la qualité des mesures.

---

10. Nous traiterons ici un exemple typique d'un contact direct entre deux fibres de verre (contact verre-verre, sans goutte de liant) ; les détails concernant la préparation de différents échantillons de fibres en contact seront développés au chapitre 3.

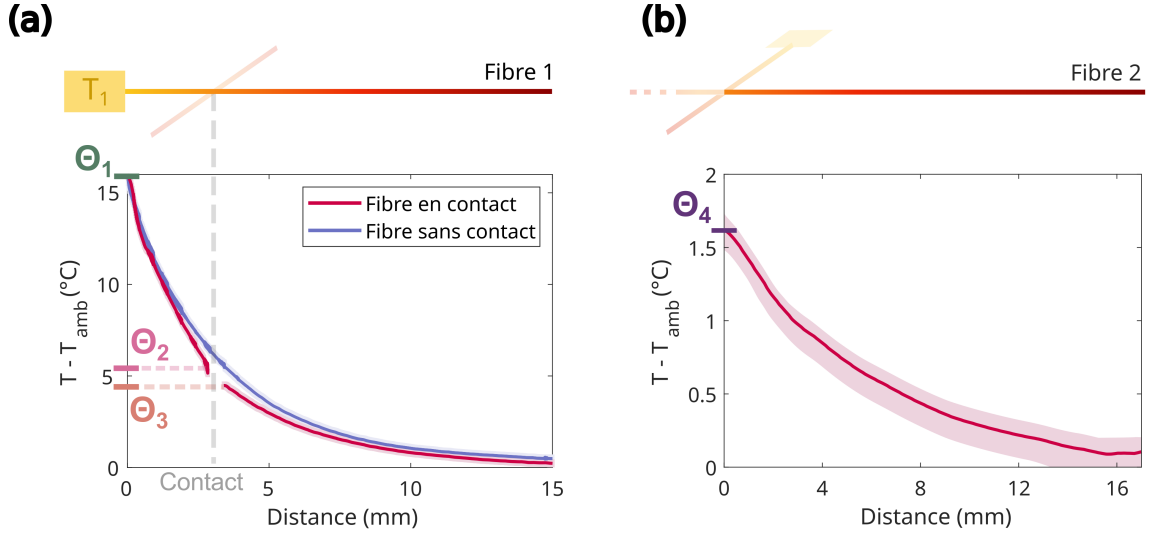


FIGURE 2.14 – Exemples de profils de températures relatives, avec incertitudes associées estimées, mesurés le long de deux fibres croisées sous vide dans la configuration de la Fig. 2.3 (en rose), avec une température de chauffe  $T_{Peltier} = 40\text{ °C}$  et une température ambiante  $T_{amb} \approx 24\text{ °C}$  : (a) le long de la fibre chauffée (fibre 1), et (b) le long de la fibre non chauffée (fibre 2), sur un des côtés.  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\Theta_3$  et  $\Theta_4$  représentent quatre mesures de températures relatives le long des deux fibres. À titre de comparaison, un exemple de profil mesuré le long d’une fibre unique dans le vide à partir d’un point de chauffe à une  $T_{Peltier} = 40\text{ °C}$  identique est représenté en bleu sur le panneau (a). Les diamètres des fibres 1 et 2 sont estimés à environ  $d_{f,1} = 250\text{ }\mu\text{m}$  et  $d_{f,2} = 294\text{ }\mu\text{m}$ .

La mesure de la chute de température au contact à partir de ces profils est donnée par :

$$\Delta T_k = \Theta_2 - \Theta_4 \quad (2.37)$$

où  $\Theta_2$  et  $\Theta_4$ , définies sur la Fig. 2.14, correspondent aux températures relatives respectivement avant le contact sur la fibre 1, et après le contact sur la fibre 2. Il convient de souligner qu’en raison de la zone non exploitable sur la fibre 1, la mesure de  $\Theta_2$  est effectuée à une distance approximativement égale au diamètre des fibres  $d_f$  en amont de la zone de contact. De manière symétrique, le profil de température représenté le long de la fibre 2 débute à une distance  $d_f$  du point central du contact (défini comme l’intersection des axes centraux des deux fibres), ce qui correspond à la position de la mesure de  $\Theta_4$ . L’intérêt de ce positionnement est qu’il permet de capturer dans la mesure de  $\Delta T_k$  l’ensemble des éventuels phénomènes de constriction susceptibles d’apparaître, lesquels, comme évoqué au chapitre précédent, ne sont pas localisés uniquement au niveau de l’interface.

La Fig. 2.14(a) présente également, en plus du profil le long de la fibre 1, un exemple de profil mesuré le long d’une fibre unique sous vide, selon la configuration décrite en section 2, pour un élément chauffant à la même température de chauffe  $T_{Peltier} = 40\text{ °C}$ . Cela permet la comparaison des distributions de températures observées dans les deux cas. Une décroissance de température plus marquée est observée en présence du contact avec la seconde fibre, ce qui est cohérent avec l’introduction d’un canal additionnel de dissipation thermique.

### 3.1.2 Problème complet d’ailettes thermiques

Puisque l’utilisation du cadre théorique de l’ailette thermique a été validée dans notre dispositif expérimental à partir de l’étude d’une configuration à une fibre unique sous vide, ce formalisme peut être étendu au cas de deux fibres croisées.

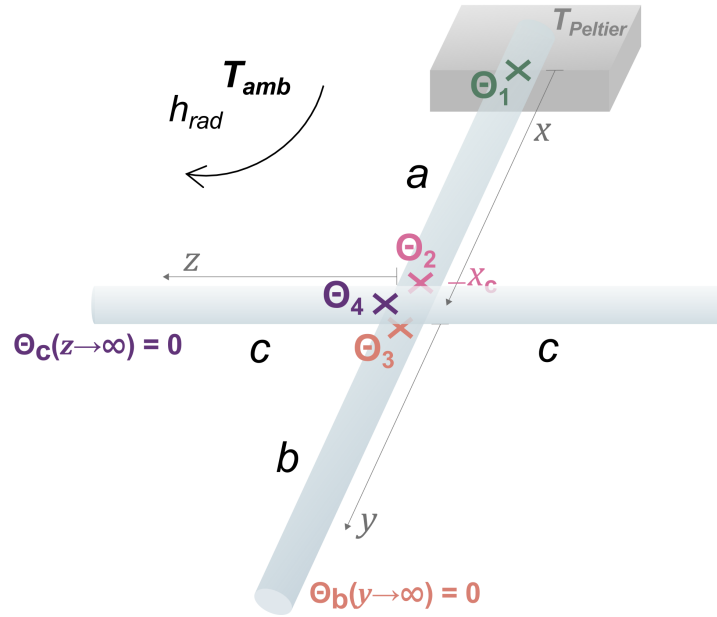


FIGURE 2.15 – Représentation schématique de la configuration expérimentale à deux fibres chauffées dans le vide. La modélisation par un problème complet d’ailette distingue les segments  $a$ ,  $b$  (fibre 1) et  $c$  (fibre 2). Les fibres sont soumises à des pertes radiatives vers un milieu ambiant de température  $T_{amb}$ , modélisées par un coefficient de transfert radiatif linéarisé  $h_{rad}$ .  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\Theta_3$  et  $\Theta_4$  représentent quatre mesures de températures relatives le long des fibres.

En raison de la présence du point de contact, cette configuration peut être modélisée par quatre segments distincts, comme illustré en Fig. 2.15. Tous les segments sont traités comme des ailettes possédant des caractéristiques physiques identiques, notamment la conductivité thermique  $k_f$ , mais soumises à des conditions aux limites différentes (température ou flux imposé à l’extrémité).

Comme mentionné précédemment, la longueur libre de la fibre 1 après le point de contact est supérieure à 22 mm, tandis que la fibre 2 se compose de deux segments d’environ 45 mm de part et d’autre de celui-ci. Ainsi, conformément au critère de validité de l’approximation d’ailette infinie déjà établi sous vide (cf. Eq. 2.35), les trois segments situés en aval du point de contact par rapport à la zone chauffée peuvent être modélisés comme des ailettes infinies. La décroissance de température jusqu’à la température ambiante, induite uniquement par les pertes radiatives, est alors supposée non perturbée par la présence des supports mécaniques. En particulier, la fibre 2 peut être modélisée comme symétrique par rapport au point de contact, composée de deux segments d’ailettes identiques en parallèle. En revanche, le segment de la fibre 1 situé entre le point de chauffe et le contact, d’une longueur de l’ordre de 3 mm, voit sa température fixée à ses deux extrémités à une valeur différente de la température ambiante. Le formalisme de l’ailette classique sans simplification doit donc être appliqué pour ce segment de fibre.

En repartant de la forme générale de la solution de l’équation de l’ailette (cf. Eq. 2.25), le problème illustré par la Fig. 2.15 peut être décrit par le système d’équations suivantes :

$$\begin{cases} \Theta_a(x) = A_a e^{m_1 x} + B_a e^{-m_1 x} \\ \Theta_b(y) = A_b e^{m_1 y} + B_b e^{-m_1 y} \\ \Theta_c(z) = A_c e^{m_2 z} + B_c e^{-m_2 z} \end{cases} \quad (2.38)$$

Dans ces expressions, la notation  $a$  et la coordonnée linéaire  $x$  se rapportent au segment de fibre 1 entre le point de chauffe et le contact, la notation  $b$  et la coordonnée linéaire  $y$  se rapportent au segment

de fibre 1 après le contact, et la notation  $c$  désigne les segments symétriques de la fibre 2 avec une coordonnée linéaire associée  $z$ . On considère les fibres 1 et 2 de diamètres potentiellement différents  $d_{f,1}$  et  $d_{f,2}$ , menant à deux valeurs distinctes du paramètre d'ailette :  $m_1 = \sqrt{\frac{4h_{rad}}{k_f d_{f,1}}}$  pour les segments  $a$  et  $b$ , et  $m_2 = \sqrt{\frac{4h_{rad}}{k_f d_{f,2}}}$  pour les segments  $c$ . Dans ces expressions, et conformément à la validation expérimentale opérée dans le cas à une fibre sous vide, le coefficient de transfert thermique considéré est la valeur théorique linéarisée du coefficient de transfert radiatif établie en Eq. 2.31.

Puisque les segments  $b$  et  $c$  peuvent être considérés comme des ailettes infinies, on considère les conditions aux limites

$$\Theta_b(y \rightarrow \infty) = 0 \quad \text{et} \quad \Theta_c(z \rightarrow \infty) = 0 \quad (2.39)$$

ce qui simplifie le système d'équations à considérer :

$$\begin{cases} \Theta_a(x) = A_a e^{m_1 x} + B_a e^{-m_1 x} \\ \Theta_b(y) = B_b e^{-m_1 y} \\ \Theta_c(z) = B_c e^{-m_2 z}. \end{cases} \quad (2.40)$$

Pour déterminer les valeurs des coefficients  $A_a$ ,  $B_a$ ,  $B_b$  et  $B_c$ , la connaissance des températures en quatre points est donc nécessaire.

Pour la description du problème complet, à ces expressions s'ajoute la condition traduisant la continuité du flux thermique. Par bilan, le flux entrant au niveau du contact, en  $x = x_c$ , est nécessairement égal au flux sortant, en  $y = 0$  et  $z = 0$ , ces coordonnées étant définies sur la Fig. 2.15. En appliquant la loi de Fourier et en prenant en compte des sections transverses différentes  $A_{t,1} = \pi \frac{d_{f,1}^2}{4}$  (pour les segments  $a$  et  $b$ ) et  $A_{t,2} = \pi \frac{d_{f,2}^2}{4}$  (pour les segments  $c$ ), cela se traduit par la condition de continuité suivante :

$$-k_f A_{t,1} \left. \frac{d\Theta_a}{dx} \right|_{x=x_c} = -k_f A_{t,1} \left. \frac{d\Theta_b}{dy} \right|_{y=0} - 2k_f A_{t,2} \left. \frac{d\Theta_c}{dz} \right|_{z=0} \quad (2.41)$$

soit en utilisant les expressions dans l'Eq. 2.40 :

$$-k_f A_{t,1} m_1 (A_a e^{m_1 x_c} - B_a e^{-m_1 x_c}) = k_f A_{t,1} B_b m_1 + 2k_f A_{t,2} B_c m_2, \quad (2.42)$$

qui se simplifie en

$$A_a e^{m_1 x_c} - B_a e^{-m_1 x_c} = -B_b - 2 \frac{A_{t,2} m_2}{A_{t,1} m_1} B_c. \quad (2.43)$$

Cette équation servira de critère de validation dans notre approche. Par ailleurs, d'après la représentation utilisée, le flux thermique au niveau du contact  $Q_k$  correspond par définition au flux entrant dans les deux segments de fibre  $c$ . Cette condition permet donc également d'exprimer ce flux  $Q_k$  de deux manières différentes :

$$Q_k^I = -2k_f A_{t,2} \left. \frac{d\Theta_c}{dz} \right|_{z=0} = 2k_f A_{t,2} B_c m_2, \quad (2.44)$$

et

$$Q_k^{II} = k_f A_{t,1} \left( \left. \frac{d\Theta_b}{dy} \right|_{y=0} - \left. \frac{d\Theta_a}{dx} \right|_{x=x_c} \right) = k_f A_{t,1} m_1 (-B_b - A_a e^{m_1 x_c} + B_a e^{-m_1 x_c}). \quad (2.45)$$

En utilisant les Eqs. 2.36 et 2.37, et la mesure des températures  $\Theta_2$  et  $\Theta_4$  déjà introduites, ce traitement théorique permet d'aboutir à deux expressions distinctes de la résistance de contact  $R_k$ , rendant possible sa mesure indirecte. Ainsi, la vérification de la condition d'égalité des flux thermiques au point de contact doit également se traduire par des valeurs proches obtenues pour la résistance thermique de contact, qu'elle soit déterminée à partir de l'Eq. 2.44 ou de l'Eq. 2.45.

### 3.1.3 Analyse de sensibilité

Pour connaître la position optimale des quatre mesures ponctuelles de température nécessaires à la résolution du système 2.40, nous recherchons un plan d'expérience optimal ("*Optimal Experimental Design*", OED) : cette approche permet d'estimer les paramètres inconnus d'un problème avec la meilleure précision possible en se basant sur un critère statistique. Les coefficients de sensibilité, qui évaluent comment la variation des paramètres du modèle (ici les coefficients  $A_a$ ,  $B_a$ ,  $B_b$  et  $B_c$ ) affectent les prédictions, sont donnés pour chaque expression du système 2.40 par :

$$\begin{cases} X_{A_a} = \frac{\partial \Theta_a}{\partial A_a} = e^{m_1 x} & \text{et} & X_{B_a} = \frac{\partial \Theta_a}{\partial B_a} = e^{-m_1 x} \\ X_{B_b} = \frac{\partial \Theta_b}{\partial B_b} = e^{-m_1 y} \\ X_{B_c} = \frac{\partial \Theta_c}{\partial B_c} = e^{-m_2 z} \end{cases} \quad (2.46)$$

La sensibilité en  $A_a$  est maximale pour  $x \rightarrow \infty$ , tandis que la sensibilité en  $B_a$ ,  $B_b$  et  $B_c$  est maximale en  $x = 0$ ,  $y = 0$  et  $z = 0$ , respectivement.

On définit ensuite la matrice d'information de Fisher  $\mathbf{F}$ . Pour  $n_m$  paramètres à déterminer, et en considérant le cas d'une incertitude associée à chaque paramètre  $p$  égale à l'incertitude de mesure, ses coefficients sont donnés par :

$$F_{ij} = \frac{1}{n_m} \sum_{n=1}^{n_m} X_{p_i}(x_n) X_{p_j}(x_n), \quad (2.47)$$

où  $x_n$  représente la coordonnée linéaire de la mesure  $n$ . Les matrices  $\mathbf{F}$  correspondant au système 2.40 sont :

$$\begin{cases} \mathbf{F}_{\Theta_a} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{2m_1 x_m^I} + e^{2m_1 x_m^{II}} & 2 \\ 2 & e^{-2m_1 x_m^I} + e^{-2m_1 x_m^{II}} \end{pmatrix} \\ \mathbf{F}_{\Theta_b} = \begin{pmatrix} e^{-2m_1 y_m} \end{pmatrix} \\ \mathbf{F}_{\Theta_c} = \begin{pmatrix} e^{-2m_2 z_m} \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (2.48)$$

Pour déterminer les positions optimales de mesure  $x_m^I$ ,  $x_m^{II}$ ,  $y_m$  et  $z_m$ , on utilise enfin un critère statistique couramment employé : il s'agit de celui de D-optimalité, consistant en la maximisation du déterminant de la matrice de Fisher et ainsi la minimisation de la variance des estimateurs. Les déterminants des matrices définies ci-dessus s'écrivent :

$$\begin{cases} \det(\mathbf{F}_{\Theta_a}) = \cosh(2m_1(x_m^I - x_m^{II})) - 1 \\ \det(\mathbf{F}_{\Theta_b}) = e^{-2m_1 y_m} \\ \det(\mathbf{F}_{\Theta_c}) = e^{-2m_2 z_m}. \end{cases} \quad (2.49)$$

Leurs valeurs maximales sont atteintes pour les valeurs minimales de  $y_m$  et  $z_m$ , et pour un écart maximal entre  $x_m^I$  et  $x_m^{II}$ . On choisira donc, en reprenant notre configuration expérimentale (cf. Fig. 2.15) :

$$\begin{cases} x_m^I = 0 & \text{et} & x_m^{II} = x_c \\ y_m = 0 \\ z_m = 0. \end{cases} \quad (2.50)$$

Les températures relatives correspondantes, extraites à partir des profils expérimentaux obtenus par thermographie infrarouge, sont  $\Theta_1 = \Theta_a(0)$ ,  $\Theta_2 = \Theta_a(x_c)$ ,  $\Theta_3 = \Theta_b(0)$ , et  $\Theta_4 = \Theta_c(0)$ , conformément aux notations adoptées sur les Figs. 2.14 et 2.15. Ainsi, la sélection de ces quatre positions optimales implique uniquement l'ajout de deux mesures supplémentaires par rapport aux relevés de  $\Theta_2$  et  $\Theta_4$  nécessaires pour le calcul de la résistance de contact.

### 3.1.4 Résolution du problème

On résout donc le système 2.40 assorti des conditions aux limites  $\Theta_1 = \Theta_a(0)$ ,  $\Theta_2 = \Theta_a(x_c)$ ,  $\Theta_3 = \Theta_b(0)$  et  $\Theta_4 = \Theta_c(0)$ . D'une part, la détermination des coefficients  $B_b$  et  $B_c$  est directe :

$$\Theta_b(0) = B_b = \Theta_3 \quad \text{et} \quad \Theta_c(0) = B_c = \Theta_4. \quad (2.51)$$

D'autre part, les conditions aux limites sur  $\Theta_a$  donnent :

$$\begin{cases} \Theta_1 = \Theta_a(0) = A_a + B_a \\ \Theta_2 = \Theta_a(x_c) = A_a e^{m_1 x_c} + B_a e^{-m_1 x_c} \end{cases} \quad (2.52)$$

ce qui mène à la détermination de  $A_a$  et  $B_a$  :

$$\begin{cases} A_a = \frac{\Theta_1 e^{-m_1 x_c} - \Theta_2}{e^{-m_1 x_c} - e^{m_1 x_c}} \\ B_a = \frac{\Theta_2 - \Theta_1 e^{m_1 x_c}}{e^{-m_1 x_c} - e^{m_1 x_c}}. \end{cases} \quad (2.53)$$

La condition d'égalité des flux (Eq. 2.43) à vérifier se traduit par :

$$\frac{2\Theta_1 - \Theta_2(e^{m_1 x_c} + e^{-m_1 x_c})}{e^{-m_1 x_c} - e^{m_1 x_c}} = -\Theta_3 - 2 \frac{A_{t,2} m_2}{A_{t,1} m_1} \Theta_4. \quad (2.54)$$

D'autre part, à partir des Eqs. 2.44 et 2.45 exprimant le flux thermique au niveau du contact, ainsi que des expressions 2.36 et 2.37 définissant la résistance thermique de contact, celle-ci peut être réécrite sous les deux formes suivantes :

$$R_k^I = \frac{\Theta_2 - \Theta_4}{2k_f A_{t,2} m_2 \Theta_4} \quad (2.55)$$

et

$$R_k^{II} = \frac{\Theta_2 - \Theta_4}{k_f A_{t,1} m_1 \left( \frac{\Theta_2(e^{-m_1 x_c} + e^{m_1 x_c}) - 2\Theta_1}{e^{-m_1 x_c} - e^{m_1 x_c}} - \Theta_3 \right)} \quad (2.56)$$

où l'on a toujours la dépendance en les diamètres des deux fibres via  $m_1 = \sqrt{\frac{4h_{rad}}{k_f d_{f,1}}}$ ,  $m_2 = \sqrt{\frac{4h_{rad}}{k_f d_{f,2}}}$ ,  $A_{t,1} = \pi \frac{d_{f,1}^2}{4}$ , et  $A_{t,2} = \pi \frac{d_{f,2}^2}{4}$ . Ces deux équations 2.55 et 2.56 constitueront dans la suite de notre étude deux voies indépendantes d'estimation de la résistance thermique de contact entre les fibres de verre.

Il convient de noter que, dans l'hypothèse où les critères d'application du modèle d'ailette infinie (cf. Eq. 2.35) ne seraient pas satisfaits pour les segments  $b$  et  $c$ , il serait alors nécessaire de résoudre le système complet décrit par l'équation initiale 2.38, dans lequel les coefficients  $A_b$  et  $A_c$  sont non nuls. Cette approche requiert la mesure de six températures au lieu de quatre. L'analyse de sensibilité précédemment détaillée pour le segment  $a$  peut alors être étendue aux trois segments de fibre. Dans ce cadre, il est alors recommandé d'inclure les mesures additionnelles des températures  $\Theta_5$  et  $\Theta_6$ , respectivement aux extrémités des fibres 1 et 2.

L'hypothèse de l'ailette infinie s'est révélée *a priori* pertinente dans le contexte de notre configuration expérimentale, compte tenu des longueurs de fibres utilisées. Une vérification complémentaire a été réalisée en comparant les résistances de contact estimées à partir du modèle détaillé ci-dessus à celles obtenues avec le modèle complet à six coefficients. L'écart relatif entre ces deux estimations s'est systématiquement avéré inférieur à 0.3 % sur l'ensemble de nos échantillons étudiés. En conséquence, les résultats présentés dans la suite s'inscriront exclusivement dans le cadre simplifié adopté, fondé sur l'hypothèse de l'ailette infinie pour les segments  $b$  et  $c$ , validant son utilisation dans notre contexte expérimental.



## 3.2 Présentation et validation de la méthode de mesure

### 3.2.1 Aspects pratiques de la méthode de détermination de la résistance de contact entre fibres

Le cadre théorique développé ci-dessus est utilisé pour déterminer analytiquement la résistance de contact entre deux fibres de verre, à partir des profils de température relative mesurés par thermographie infrarouge. En pratique, pour chaque échantillon étudié, l'acquisition des profils de température le long des segments  $a$ ,  $b$  et  $c$  permet de relever les températures  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\Theta_3$  et  $\Theta_4$ , qui sont utilisées pour obtenir deux évaluations distinctes de la résistance de contact à partir des Eqs. 2.55 et 2.56.

Il s'agit à présent d'évaluer l'incertitude associée à la détermination indirecte de cette grandeur, à partir de l'incertitude précédemment établie sur la mesure des températures relatives le long des fibres. Ces valeurs étant corrélées, une approche simplifiée de propagation des incertitudes est retenue, fondée sur l'inégalité différentielle suivante :

$$\Delta R_k \leq \sum_{n=1}^M \left| \frac{\partial R_k}{\partial \Theta_n} \right| \Delta \Theta_n \quad (2.57)$$

où  $M$  désigne le nombre de mesures de températures dont dépend l'expression de  $R_k$  choisie. L'expression de  $R_k^I$  repose en particulier sur les deux mesures de  $\Theta_2$  et  $\Theta_4$ , ce qui conduit à :

$$\Delta R_k^I \leq \left| \frac{\partial R_k^I}{\partial \Theta_2} \right| \Delta \Theta_2 + \left| \frac{\partial R_k^I}{\partial \Theta_4} \right| \Delta \Theta_4. \quad (2.58)$$

avec

$$\left| \frac{\partial R_k^I}{\partial \Theta_2} \right| = \frac{1}{2k_f A_{t,2} m_2 \Theta_4} \quad (2.59)$$

et

$$\left| \frac{\partial R_k^I}{\partial \Theta_4} \right| = \frac{\Theta_2}{2k_f A_{t,2} m_2 \Theta_4^2}. \quad (2.60)$$

Considérons l'exemple représentatif des profils déjà présentés en Fig. 2.14 correspondant à un contact verre-verre avec une température de chauffe de  $T_{Peltier} = 40$  °C. Dans ce cas, nous avons  $\Theta_2 \approx 6.12$  °C,  $\Theta_4 \approx 1.63$  °C,  $m_2 = 237$  m<sup>-1</sup> et  $A_{t,2} = 6.79 \times 10^{-8}$  m<sup>2</sup>, ce qui mène à :

$$R_k^I = 6.59 \times 10^4 \text{ K W}^{-1}, \quad \left| \frac{\partial R_k^I}{\partial \Theta_2} \right| = 1.47 \times 10^4 \text{ W}^{-1} \quad \text{et} \quad \left| \frac{\partial R_k^I}{\partial \Theta_4} \right| = 5.51 \times 10^4 \text{ W}^{-1}. \quad (2.61)$$

Comme mentionné précédemment, l'incertitude expérimentale sur les mesures de température relative peut être estimée à environ  $\pm 0.15$  °C. On en déduit que  $\Delta \Theta_1 = \Delta \Theta_2 = \Delta \Theta_3 = \Delta \Theta_4 \approx 0.15$  °C, ce qui conduit à l'estimation majorée suivante de l'incertitude sur la détermination de  $R_k^I$  :

$$\Delta R_k^I \leq 1.1 \times 10^4 \text{ K W}^{-1}. \quad (2.62)$$

Compte tenu de la valeur obtenue pour  $R_k^I$ , l'incertitude estimée apparaît relativement élevée. Par ailleurs, cette estimation néglige encore deux sources d'erreur majeures, déjà identifiées : d'une part, l'incertitude sur la température ambiante à partir du signal mesuré  $DL_{amb}$  ; d'autre part, l'incertitude liée à d'éventuelles variations du diamètre des fibres, considéré comme constant dans notre approche théorique. Ces deux paramètres influencent conjointement les valeurs de  $A_t$ ,  $m$ , ainsi que les profils de température mesurés – et, par conséquent, les grandeurs  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\Theta_3$  et  $\Theta_4$ . Leur prise en compte rigoureuse est complexe et dépasse le cadre de l'estimation simplifiée testée dans un premier temps ici. De plus, notons que la seconde expression possible de la résistance de contact,  $R_k^{II}$ , est théoriquement

subjecte à une incertitude encore plus importante que celle déterminée par Eq. 2.62, en raison de sa dépendance en quatre mesures de température relative au lieu de deux.

Il apparaît donc que, sur la base d'une mesure unique, l'incertitude associée à la détermination de  $R_k^I$  ou  $R_k^{II}$  est significative, au point de potentiellement compromettre l'interprétation de tendances dans les résultats obtenus.

Pour cette raison, nous privilégions une approche statistique, fondée sur la répétition des mesures. Celle-ci a pour objectif d'estimer les incertitudes-types associées à la détermination indirecte de la résistance de contact à partir de la variance statistique observée expérimentalement, ces incertitudes reflétant principalement les erreurs liées à la mesure des températures relatives le long des profils considérés. En pratique, pour chaque échantillon étudié, quatre acquisitions distinctes des profils de température le long des segments  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont réalisées pour quatre températures de chauffe :  $T_{Peltier} = 35\text{ °C}$ ,  $37\text{ °C}$ ,  $40\text{ °C}$ , et  $45\text{ °C}$ . De plus, la totalité de la fibre 2 est imagée, incluant les deux segments situés de part et d'autre du contact, supposés totalement équivalents. Les températures relatives  $\Theta_1$ ,  $\Theta_2$ ,  $\Theta_3$  et  $\Theta_4$  sont ainsi relevées pour chaque configuration expérimentale, avec en particulier deux valeurs distinctes de  $\Theta_4$  mesurées de part et d'autre du contact entre les fibres. Cela permet, en appliquant les Eqs. 2.55 et 2.56, d'obtenir un total de seize estimations de la résistance de contact  $R_k$  pour chaque échantillon ; la valeur finale retenue correspond à leur moyenne, notée  $\bar{R}_k$ .

Le choix de ne pas effectuer l'ensemble des acquisitions à une température unique est justifié par la nécessité de concilier deux exigences contradictoires : d'une part, l'optimisation du rapport signal sur bruit, favorisée par une température de chauffe plus élevée ; d'autre part, le respect du domaine de validité de l'approximation  $T_m(z) \approx T_{app,m}(z)$ , sur laquelle repose l'expression simplifiée 2.16 utilisée pour tracer les températures relatives. Le fait de moyenner les résultats obtenus sur cette plage de températures permet de limiter les biais systématiques potentiels, tout en conservant une qualité de signal suffisante pour l'analyse des profils.

La valeur de la température ambiante, comme dans la configuration à une fibre, est estimée à partir de trois mesures indépendantes : deux mesures directes réalisées à l'aide d'un thermocouple et d'une sonde thermorésistive placés à l'intérieur de l'enceinte sous vide, ainsi qu'une mesure optique reposant sur le signal  $DL_{amb}$  fourni par la caméra lors de l'imagerie d'un fragment de fibre à température ambiante, grandeur utilisée directement pour le tracé des profils de température relative. L'évolution temporelle typique de cette grandeur au cours d'un cycle complet de mesure – c'est-à-dire lors des acquisitions successives des profils de température le long des fibres 1 et 2 pour les quatre températures de chauffe croissantes – est illustrée en Fig. 2.16. Une dérive thermique est observée, se traduisant par une augmentation progressive du signal  $DL_{amb}$  d'environ 30 unités par heure, ce qui correspond à une élévation de température ambiante de l'ordre de  $0.25\text{ °C}$  sur cette durée, en bon accord avec les mesures directes des capteurs. Or, la durée d'acquisition d'un profil de température unique, qu'il s'agisse d'une mesure sur la fibre 1 entière ou le long d'un des segments de la fibre 2 à partir du point de contact, est de l'ordre de 6 à 8 minutes. L'augmentation correspondante de la température ambiante peut alors être estimée inférieure à  $0.05\text{ °C}$ . Cette variation, faible au regard de la précision des profils mesurés, justifie l'hypothèse d'une température ambiante  $T_{amb}$  constante au cours de chaque acquisition individuelle, comme cela avait déjà été supposé dans la configuration à une fibre (cf. section 2.2.1.3). Par conséquent, le signal associé  $DL_{amb}$  est considéré comme fixe pour le calcul des profils de températures relatives le long de chaque fibre.

Concernant l'incertitude statistique associée à la mesure, celle-ci est évaluée à un seuil de confiance de 95 %, conformément à l'usage courant. L'incertitude-type est calculée à partir de l'estimateur non

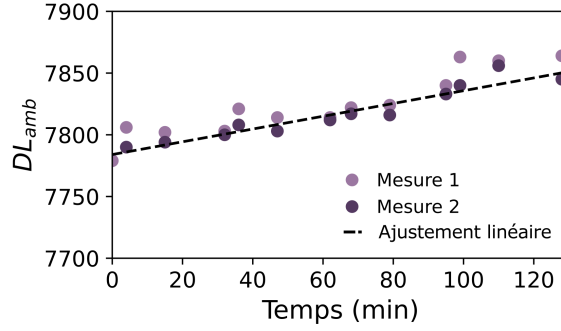


FIGURE 2.16 – Évolution temporelle pendant un cycle de mesures du signal  $DL_{amb}$  correspondant à un segment de fibre de verre non chauffé, donc à température ambiante, intégré au système expérimental, en deux positions.

biaisé de la variance  $S^2$ , défini par :

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_k^i - \bar{R}_k)^2, \quad (2.63)$$

où  $N$  désigne le nombre de mesures. Cette estimation est correcte dans le cas d'un nombre important de mesures. En revanche, lorsque  $N$  est faible, l'utilisation directe de  $S^2$  peut conduire à une sous-estimation de la dispersion réelle des valeurs dans la population. Dans ce cas, une correction est apportée en recourant à la loi de Student, qui permet d'ajuster l'intervalle de confiance en fonction du nombre de degrés de liberté. L'incertitude  $\Delta R_k$  associée à un niveau de confiance  $(1 - \alpha)$  est alors donnée par :

$$\Delta R_k = \frac{S t_{1-\alpha/2}^{N-1}}{\sqrt{N}}, \quad (2.64)$$

où  $t_{1-\alpha/2}^{N-1}$  est la valeur du quantile à  $\alpha/2$  de la loi de Student à  $N - 1$  degrés de liberté, appelé coefficient de Student : pour corriger les effets d'un faible nombre de mesures, sa valeur augmente lorsque le nombre de degrés de liberté diminue. Par exemple, pour un niveau de confiance de 95 % (soit  $\alpha = 0.05$ ) et  $N = 16$  mesures, on a  $t_{0.975}^{15} = 2.13$ .

En appliquant cette méthode à l'échantillon de deux fibres en contact déjà analysé précédemment, pour lequel  $N = 16$  mesures ont été réalisées à différentes températures de chauffe, on obtient une valeur moyenne :

$$\bar{R}_k = 5.43 \times 10^4 \text{ K W}^{-1} \quad (2.65)$$

associée à une variance estimée :

$$S^2 = 4.65 \times 10^7 \text{ K}^2 \text{ W}^{-2}, \quad (2.66)$$

soit une incertitude statistique (au seuil de confiance de 95 %) :

$$\Delta R_{k\text{stat}} = 3.6 \times 10^3 \text{ K W}^{-1}. \quad (2.67)$$

L'approche statistique ainsi mise en place constitue un cadre théorique rigoureux permettant d'estimer, sans surestimation excessive, l'incertitude associée aux erreurs potentielles sur la détermination des températures relatives. La répétition des mesures permet par ailleurs d'aboutir à une estimation de l'incertitude dont l'ordre de grandeur reste raisonnable par rapport aux valeurs moyennes mesurées.

Comme mentionné précédemment, certaines sources d'erreur supplémentaires ne sont pas prises en compte dans cette estimation, notamment celles liées à l'estimation et aux variations possibles de la

température ambiante et du diamètres des fibres. En effet, l'analyse statistique repose sur le calcul des résistances de contact à partir des profils mesurés en considérant des diamètres de fibres  $d_{f,1}$  et  $d_{f,2}$  fixés et une température ambiante constante à l'échelle temporelle de chaque série d'acquisitions pour une température de chauffe donnée. Ces sources d'incertitudes sont alors quantifiées de la manière suivante :

- D'une part, les diamètres des fibres sont mesurés, pour chaque échantillon, par microscopie optique visible. Cette méthode permet également de déterminer les bornes minimales et maximales des diamètres observés pour les deux fibres, fournissant une barre d'erreur asymétrique, typiquement de l'ordre de  $\Delta d_f^+ \approx \Delta d_f^- \approx 12 \text{ } \mu\text{m}$  sur l'ensemble des échantillons étudiés.
- D'autre part, comme illustré ci-dessus par la Fig. 2.16, la température ambiante présente une dérive temporelle estimée à  $+0.25 \text{ } ^\circ\text{C}$  par heure. Bien que la valeur de  $DL_{amb}$  soit réajustée en début de chaque acquisition, typiquement toutes les 10 minutes, une erreur-type sur la température ambiante  $\Delta T_{amb}^+ = \Delta T_{amb}^- = 0.25 \text{ } ^\circ\text{C}$  est retenue afin de tenir compte d'un éventuel biais sur la détermination initiale de cette température, basée sur des mesures de capteurs relativement peu précis.

Pour évaluer l'impact de ces sources d'incertitude supplémentaires, une méthode conservative est adoptée. Elle consiste à faire varier séparément les paramètres incertains entre leurs bornes inférieure et supérieure, puis à recalculer la valeur moyenne de la résistance de contact  $\bar{R}_k$  pour chacun de ces cas extrêmes. Les écarts obtenus avec la valeur de référence sont alors considérés comme des contributions à la barre d'erreur associée à chaque paramètre. Ces contributions sont ensuite combinées, en les ajoutant linéairement, à l'incertitude statistique afin d'obtenir l'incertitude totale. Cette approche conduit, pour chaque échantillon, à une estimation d'incertitude asymétrique autour de la valeur moyenne de la résistance de contact  $\bar{R}_k$  ; elle est appliquée systématiquement à l'ensemble des échantillons étudiés.

Pour l'exemple considéré ici, l'estimation de l'impact des deux sources d'incertitude supplémentaires, le diamètre des fibres et la température ambiante, conduit aux valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta R_{k d_f}^+ &= 1.7 \times 10^3 \text{ K W}^{-1}, \\ \Delta R_{k d_f}^- &= 4.3 \times 10^3 \text{ K W}^{-1}, \\ \Delta R_{k T_{amb}}^+ &= 3.4 \times 10^3 \text{ K W}^{-1} \text{ et} \\ \Delta R_{k T_{amb}}^- &= 1.8 \times 10^3 \text{ K W}^{-1}.\end{aligned}\tag{2.68}$$

En les combinant avec l'incertitude statistique donnée par l'Eq. 2.67 selon une approche conservatrice d'addition linéaire, justifiée par la possible corrélation partielle entre certaines sources d'erreur, on obtient les incertitudes totales asymétriques :

$$\begin{aligned}\Delta R_k^+ &= \Delta R_{k d_f}^+ + \Delta R_{k T_{amb}}^+ + \Delta R_{k stat} = 8.7 \times 10^3 \text{ K W}^{-1} \text{ et} \\ \Delta R_k^- &= \Delta R_{k d_f}^- + \Delta R_{k T_{amb}}^- + \Delta R_{k stat} = 9.7 \times 10^3 \text{ K W}^{-1}.\end{aligned}\tag{2.69}$$

La résistance de contact moyenne peut donc être exprimée, de façon arrondie, avec une barre d'erreur totale symétrisée :

$$R_k = (5.43 \pm 1.00) \times 10^4 \text{ K W}^{-1}.\tag{2.70}$$

Enfin, la condition de conservation du flux thermique au niveau du contact, exprimée par l'Eq. 2.43, est vérifiée en calculant les écarts relatifs entre les membres gauche et droit de cette équation, pour chacune des quatre séries d'acquisitions. Ces écarts reflètent également le degré de cohérence entre les valeurs de résistance de contact obtenues à partir des Eqs. 2.55 et 2.56, pour chaque ensemble de températures relatives ( $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4$ ).

Dans le cas de l'exemple présenté, l'écart relatif moyen sur le flux s'élève à 7 %, ce qui traduit une bonne concordance entre les deux méthodes d'estimation de la résistance de contact. Ce résultat valide

à la fois la pertinence du modèle théorique pour la configuration expérimentale considérée, ainsi que la fiabilité de l'estimation obtenue de  $R_k$ .

### 3.2.2 Comparaison du cadre théorique aux données expérimentales

Les Figs. 2.17(a) et (b) présentent, pour quatre températures initiales de chauffe, des exemples de profils expérimentaux mesurés le long de deux fibres de verre en contact, conformément à la configuration décrite précédemment. Y figurent également les ajustements obtenus à partir des modèles théoriques définis par le système 2.40 en utilisant les valeurs des coefficients déterminées selon les Eqs. 2.51 et 2.53. Dans ces expériences, la température ambiante est estimée à  $T_{amb} \approx 24$  °C. Afin de limiter l'influence des biais aux faibles distances, identifiés dans le cas à une fibre (cf. section 2.2.1.3), les ajustements des profils mesurés le long de la fibre 1 sont effectués en ne considérant que les distances  $z > z_{min}$  avec  $z_{min}$  ici fixé à 580  $\mu\text{m}$  : cette approche sera systématiquement employée pour l'ensemble des échantillons de deux fibres étudiés.

Sur cet intervalle, l'écart entre les températures mesurées et celles prédites par le modèle reste inférieur à 0.5 °C, comme illustré en Fig. 2.17(c). Pour les profils mesurés le long de la fibre 2, une surestimation systématique des températures est observée. Néanmoins, les résidus associés demeurent également inférieurs à 0.5 °C (cf. Fig. 2.17(d)), et l'écart constaté dépasse seulement légèrement l'amplitude des barres d'erreur expérimentales précédemment caractérisées et représentées. Ce biais expérimental, observé de manière récurrente sur plusieurs échantillons, semble inhérent à la mesure des températures sur les deux segments constituant la fibre 2. Il pourrait résulter soit d'un léger défaut de positionnement de l'objectif dans cette configuration, soit de l'influence d'un canal additionnel de transfert thermique vers la fibre 2.

Le bon accord globalement constaté entre valeurs expérimentales et prédictions du modèle confirme cependant l'adéquation du cadre théorique développé en section 3.1 pour décrire les profils de températures le long des fibres.

### 3.2.3 Validation supplémentaire par simulations

En tant que validation supplémentaire, nous avons réalisé des simulations de la configuration étudiée expérimentalement en utilisant la méthode des éléments finis sur le logiciel Comsol. La géométrie simulée, représentant en échelle réelle le montage de la Fig. 2.3(b), est illustrée en Fig. 2.18 : tout comme dans la configuration expérimentale, un système de deux fibres de verre de diamètres  $d_{f,1} = 250$   $\mu\text{m}$  et  $d_{f,2} = 294$   $\mu\text{m}$  et de conductivité thermique  $k_f = k_{verre} = 1.3$   $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ , croisées et mises en contact, est implémenté, et une distribution de températures en régime permanent est imposée par la fixation d'une température  $T_{Peltier} = 40$  °C sur un des supports. Les trois autres supports sont maintenus à température ambiante  $T_{amb} = 24$  °C. Au niveau du contact entre les fibres, la géométrie est simplifiée et aplaniée de manière à représenter la jonction par une surface commune d'aire connue, supposée de constriction négligeable – c'est-à-dire dont le diamètre est comparable à celui des fibres. Une résistance de contact thermique  $R_k$ , à valeur variable, est associée à cette interface, permettant une étude paramétrique.

Conformément aux phénomènes physiques intervenant dans la configuration réelle sous vide, les échanges thermiques par rayonnement entre les différentes surfaces du système et l'environnement à température  $T_{amb}$  sont pris en compte. L'émissivité totale hémisphérique des supports, en aluminium dans le dispositif expérimental, est fixée à 0.03. La présence de l'adhésif conducteur thermique, d'émissivité estimée à environ 0.7, ainsi que celle du revêtement corps noir Acktar, dont l'émissivité est approximée à 1, sont également prises en considération. Pour les fibres, la valeur d'émissivité précédemment estimée à 0.8255 (cf. section 2.2.2.1) est utilisée.

Un exemple typique de distribution de température obtenue par simulation est visible sur l'ensemble

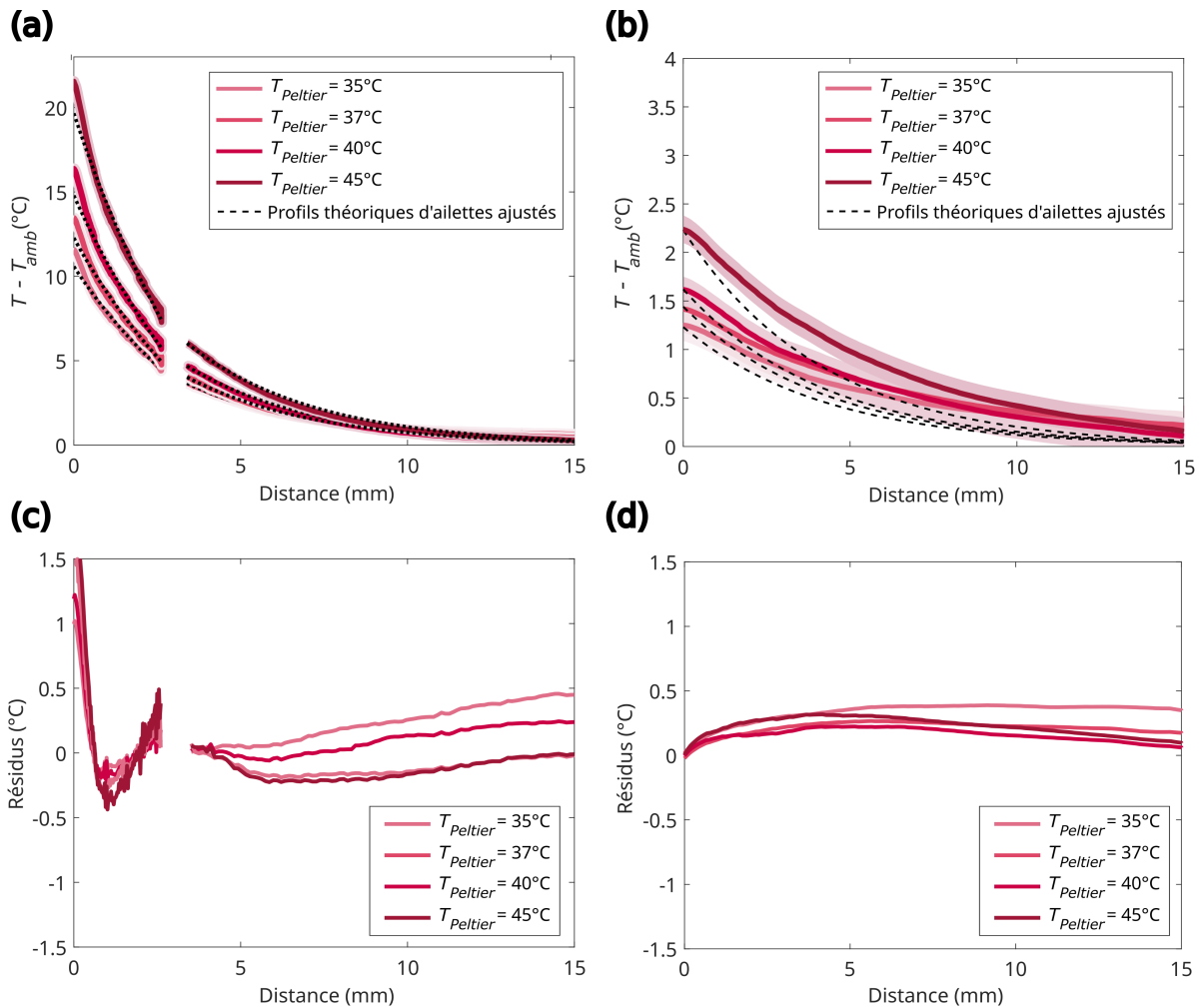


FIGURE 2.17 – Profils de températures relatives mesurés le long de deux fibres croisées sous vide (contact verre-verre) avec différentes températures de chauffe  $T_{Peltier}$  : (a) le long de la fibre chauffée (fibre 1 de diamètre  $d_{f,1} \approx 250 \mu\text{m}$ ), et (b) le long d'un des segments de la fibre non chauffée (fibre 2 de diamètre  $d_{f,2} \approx 294 \mu\text{m}$ ), et comparaison aux prédictions du modèle d'ailette développé en section 3.1. Les barres d'erreur associées aux profils expérimentaux sont représentées en couleur claire. Les panneaux (c) et (d) représentent respectivement l'évolution des résidus associés aux graphes (a) et (b), en fonction de la distance au point de chauffe.

---

de la géométrie simulée en Fig. 2.18. En particulier, la Fig. 2.19 montre le profil de température le long d'une ligne de coupe traversant la fibre chauffée (fibre 1), pour différentes valeurs fixées de la résistance de contact thermique  $R_k$ , avec un encart illustrant un agrandissement de la région proche du contact. Pour des raisons de lisibilité, les profils expérimentaux mesurés dans les mêmes conditions que celles des simulations – dans les cas d'une fibre unique chauffée et de deux fibres en contact – sont représentés uniquement dans l'encart ; il s'agit des mêmes courbes déjà illustrées en bleu et rose, respectivement, sur la Fig. 2.14(a).

Dans un premier temps, la comparaison des profils de température simulés avec ceux issus de l'ajustement des modèles théoriques d'ailette sur les données expérimentales, indiqués en pointillés, montre un bon accord sur la forme des courbes, cohérente avec la décroissance exponentielle caractéristique du type de modèle considéré.

Ensuite, les simulations indiquent qu'une augmentation de  $R_k$  entraîne une décroissance moins prononcée de la température le long de la fibre 1. En particulier, le cas  $R_k = 2 \times 10^{10} \text{ K W}^{-1}$ , correspondant à une résistance de contact très élevée, assimilable à  $R_k \rightarrow \infty$ , reproduit fidèlement les profils expérimentaux et théoriques obtenus pour une fibre isolée, ce qui atteste de la pertinence de la modélisation dans ce cas limite.

Enfin, les profils expérimentaux et théoriques correspondant à la configuration à deux fibres en contact se situent au sein du faisceau de courbes simulées délimité par les cas limites  $R_k = 0$  et  $R_k \rightarrow \infty$ , et correspondent donc à une résistance intermédiaire. Une approche par comparaison permet d'estimer l'ordre de grandeur de la résistance de contact expérimentale correspondante à environ  $R_{k,est} \sim 4 \times 10^4 \text{ K W}^{-1}$ . Les données expérimentales utilisées ici sont les mêmes que celles ayant servi à illustrer la méthode de détermination analytique de la résistance de contact présentée en section 3.2.1, laquelle a conduit à une valeur mesurée  $R_k = (5.43 \pm 1.00) \times 10^4 \text{ K W}^{-1}$ . Bien que cette approche par comparaison soit peu précise, l'accord entre les résultats de cette estimation numérique et de l'approche analytique dans cet exemple confirme la robustesse de la méthode de détermination de la résistance de contact développée.

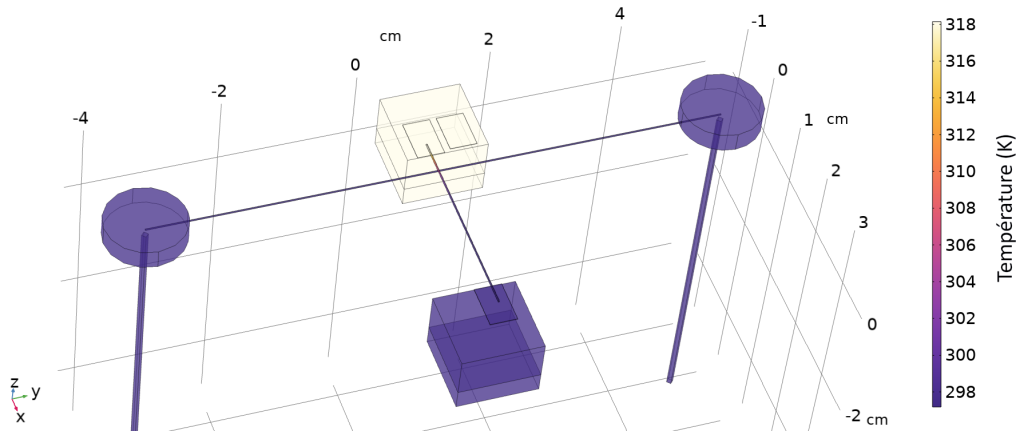


FIGURE 2.18 – Géométrie modélisée sur Comsol représentant la configuration expérimentale étudiée de deux fibres de verre de diamètres  $d_{f,1} = 250 \mu\text{m}$  et  $d_{f,2} = 294 \mu\text{m}$  en contact, et représentation de la distribution de températures calculée par méthode des éléments finis, avec une température de support imposée  $T_{Peltier} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ , et ici une résistance de contact  $R_k = 0$ .

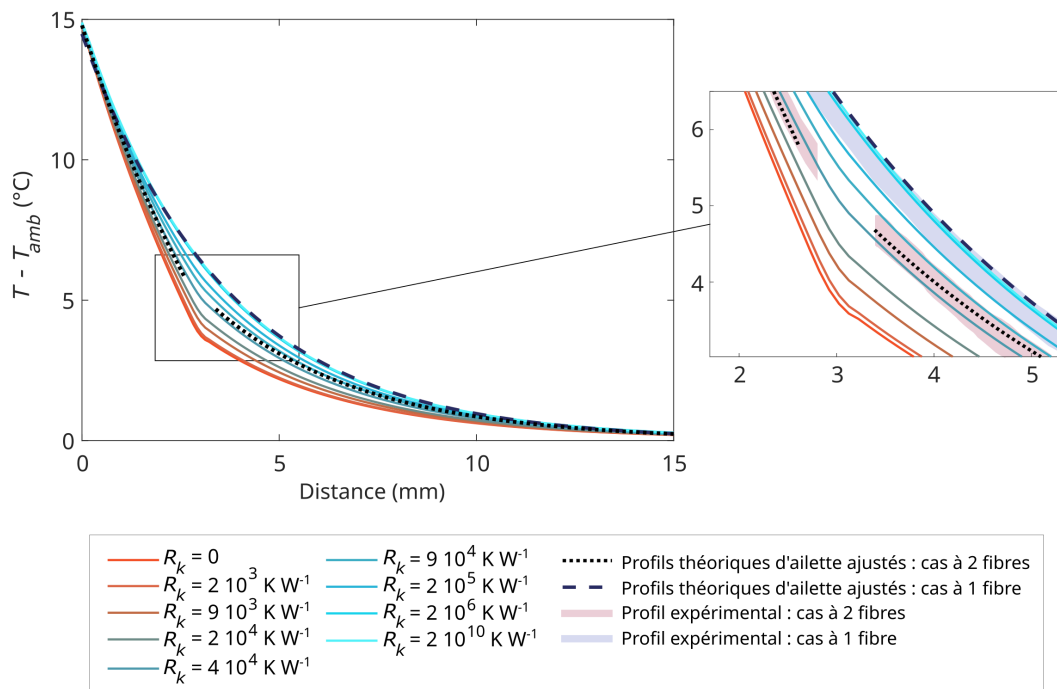


FIGURE 2.19 – Profils de températures obtenus par simulation par la méthode des éléments finis, le long de la fibre chauffée, pour différentes valeurs de résistances de contact  $R_k$  entre les fibres. Un encart présente un agrandissement de la zone située autour du contact ; les profils expérimentaux mesurés dans les mêmes conditions ( $d_{f,1} \approx 250 \mu\text{m}$ ,  $T_{Peltier} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_{amb} \approx 24 \text{ }^\circ\text{C}$ ) pour une configuration à une fibre unique et pour une configuration à deux fibres en contact sont également représentés en couleur claire, la largeur du trait correspondant à l’incertitude expérimentale. Les profils théoriques issus de l’ajustement des modèles d’ailette sur ces données expérimentales sont indiqués en pointillés sur les deux figures.



---

## 4 Conclusion

Ce chapitre a présenté le développement de notre approche expérimentale, basée sur la thermographie infrarouge, pour la mesure de la résistance thermique de contact entre fibres de verre micro-métriques. Après avoir exposé les principes de la thermographie et la configuration du dispositif, une première analyse sur une fibre unique a permis de valider le cadre théorique de l'ailette thermique retenu. L'étude a ensuite été étendue à un système constitué de deux fibres en contact, pour lequel une méthode originale de détermination de la résistance thermique de contact a été proposée, reposant sur la résolution complète d'un problème d'ailettes thermiques.

La démarche statistique établie pour la caractérisation de chaque échantillon, ainsi que la procédure de validation par confrontation aux données expérimentales et aux résultats de simulations numériques, ont été illustrées dans ce chapitre à travers un exemple : celui d'un contact direct entre deux fibres de verre. Ces étapes ont été reconduites pour un ensemble élargi d'échantillons, renforçant la robustesse et la reproductibilité de la méthode présentée. L'analyse de ces différents échantillons, comprenant à la fois des contacts directs entre fibres de verre (contacts verre-verre) et des contacts modifiés par la présence d'une goutte de liant, fera l'objet du chapitre suivant. L'un des objectifs principaux sera alors de quantifier l'influence de ce matériau intermédiaire sur la résistance thermique de contact.

Le dispositif développé offrant enfin la possibilité d'explorer diverses configurations d'échantillons, l'influence de plusieurs paramètres morphologiques pourra également être analysée : la présence ou non d'une goutte de liant, l'espacement et l'angle entre fibres, et la taille de la goutte dans les cas concernés. Enfin, comme souligné dans ce chapitre, l'établissement d'une loi décrivant l'évolution de la résistance thermique de contact en fonction du diamètre des fibres, dans la gamme étudiée de 70 à 450  $\mu\text{m}$ , constituera un enjeu majeur. Cette relation, encore non caractérisée à ce jour, permettrait à la fois d'apporter des éléments d'interprétation physique sur les mécanismes susceptibles de gouverner la résistance mesurée, et de rendre possible l'extrapolation des résultats obtenus à des diamètres représentatifs de la laine de verre, de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$  – la quantification de la résistance thermique de contact dans ces conditions représentant en effet l'objectif central de notre étude expérimentale.

# Chapitre 3

## Étude expérimentale de la résistance thermique de contact entre deux fibres de verre micrométriques dans des configurations représentatives de la laine de verre

### Contenu et objectifs

Ce chapitre présente l'étude expérimentale menée à l'aide du dispositif de thermographie infrarouge détaillé précédemment, visant à caractériser la résistance thermique de contact entre deux fibres de verre, dans des configurations représentatives de celles rencontrées dans la laine de verre.

Nous nous intéressons tout d'abord au cas de **contacts directs entre deux fibres de verre**. La morphologie d'un tel contact dépend de plusieurs paramètres, parmi lesquels le diamètre des fibres, l'angle formé entre elles, la force de contact appliquée et l'état de surface des matériaux. L'étude de l'influence du diamètre des fibres est d'une part essentielle pour permettre l'extrapolation des résultats aux dimensions caractéristiques des fibres présentes dans la laine de verre, les fibres utilisées expérimentalement étant de diamètre supérieur. D'autre part, l'effet des autres paramètres mentionnés est également examiné afin de comprendre leur impact sur les propriétés thermiques du contact.

Une seconde série d'expériences porte sur des **contacts entre deux fibres de verre reliées par une goutte de liant**, en utilisant une des formulations employées dans la fabrication de la laine de verre. Dans ce cas, la variabilité morphologique des échantillons est plus marquée : elle dépend non seulement des paramètres cités précédemment, mais également de la forme et des propriétés physiques, en particulier thermiques, de la goutte. L'objectif est là encore d'identifier une loi d'évolution permettant une extrapolation aux configurations réelles du matériau, et de déterminer quels paramètres influencent majoritairement la résistance thermique de contact.

Dans les deux situations, les résultats obtenus sont confrontés à des modèles de référence de la résistance thermique de contact, afin d'en proposer une interprétation physique et d'identifier les mécanismes dominants. Pour appuyer cette analyse, des simulations numériques par éléments finis sont réalisées, reproduisant les géométries expérimentales étudiées.

---

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Contacts directs verre-verre</b>	<b>122</b>
1.1	Étude préliminaire par simulations par éléments finis	122
1.2	Préparation des échantillons et caractérisation des géométries résultantes	126
1.3	Évolution de la résistance de contact en fonction du diamètre des fibres et évaluation des contributions résistives	128
1.4	Influence des paramètres morphologiques et application à la laine de verre	136
<b>2</b>	<b>Contacts en présence de liant</b>	<b>142</b>
2.1	Préparation et propriétés des gouttes de liant	142
2.2	Résultats expérimentaux à paramètres morphologiques fixés	145
2.3	Influence des paramètres morphologiques	148
<b>3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>164</b>

---

## 1 Contacts directs verre-verre

### 1.1 Étude préliminaire par simulations par éléments finis

Afin de mieux appréhender l'évolution théorique attendue de la résistance thermique de contact dans des configurations contrôlées de deux fibres de verre en contact direct, constituant ce que l'on appellera dans cette étude des **contacts verre-verre**, une étude préliminaire a tout d'abord été menée par simulation numérique, en s'appuyant sur la méthode des éléments finis.

Cette démarche vise à identifier les différentes contributions à la résistance thermique de contact dans des cas idéalisés, et à valider les expressions analytiques disponibles, pour fournir un cadre de référence d'interprétation des données expérimentales. Pour cela, nous avons utilisé le modèle développé avec le logiciel Comsol, déjà présenté dans le chapitre précédent en section 3.2.3, représentant la configuration expérimentale dans le cas d'un contact direct, en l'absence de liant, entre deux fibres de verre croisées perpendiculairement.

Contrairement à la configuration explorée dans le chapitre précédent, où une surface de contact significative avait été artificiellement imposée afin de négliger l'effet de la constriction thermique, avec une résistance de contact fixée arbitrairement, nous faisons ici varier le rayon équivalent  $a$  de l'aire de contact aplanie entre deux cylindres de diamètre  $d_f = 250 \mu\text{m}$ , dans une plage allant de  $a = 2.7 \mu\text{m}$  à  $a = 125 \mu\text{m}$ . La taille de la surface de contact est donc modifiée de façon artificielle ici, indépendamment de son lien réel avec les conditions mécaniques et géométriques imposées, qui sera partiellement analysé par la suite dans l'étude expérimentale. Nous étudions alors la résistance thermique de contact induite par la constriction, supposée suivre la relation classique introduite au chapitre 1 (cf. section 2.2.1.1) :  $R_k = 1/(2k_f a)$  où  $k_f$  désigne la conductivité thermique des fibres.

Cette résistance thermique de contact peut être évaluée numériquement en suivant une démarche analogue à celle utilisée au chapitre précédent pour sa détermination expérimentale (cf. Eqs. 2.55 et 2.56), basée sur un bilan thermique au contact. Alors que, dans le cas expérimental, les flux thermiques étaient estimés en certains points à partir du modèle d'ailette, ils sont ici directement obtenus par simulation, par moyennage sur les sections de fibres, de même que les températures associées. En considérant les mêmes positions de mesure, notées 2, 3 et 4, et en introduisant les températures et flux (en valeurs absolues) correspondants  $T_2, T_4, Q_2, Q_3$  et  $Q_4$  (cf. Fig. 3.1), on a :

$$Q_2 - Q_3 = 2Q_4 = \frac{T_2 - T_4}{R_k}, \quad (3.1)$$

ce qui permet deux estimations distinctes de la résistances de contact, correspondant à des réécritures des Eqs. 2.55 et 2.56 précédemment introduites :

$$R_k^I = \frac{T_2 - T_4}{2 Q_4} \quad (3.2)$$

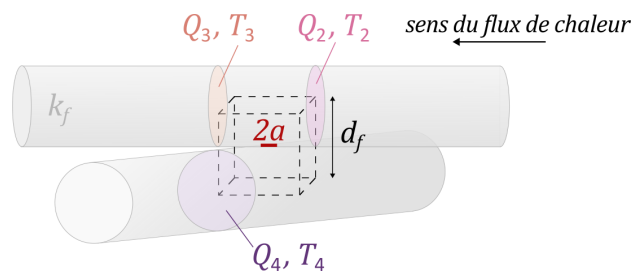


FIGURE 3.1 – Géométrie étudiée par simulation et position des points de relevés des températures et des flux thermiques. L'aire de contact entre les deux fibres cylindriques de diamètre identique  $d_f$  est imposée, de rayon variable  $a \leq d_f/2$ .

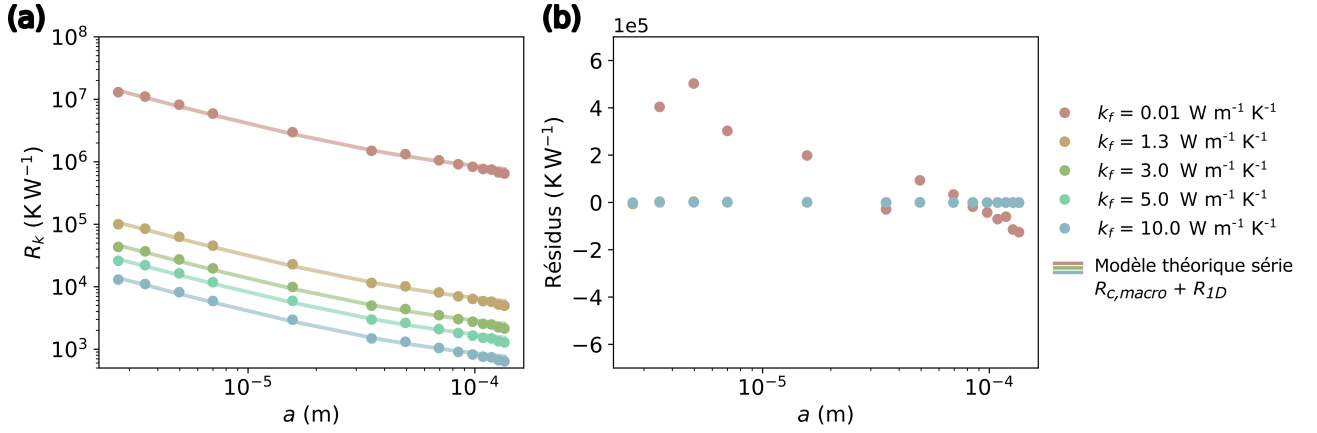


FIGURE 3.2 – (a) Évolution de la résistance de contact totale entre deux fibres de conductivité  $k_f$  variable en fonction du rayon de l’aire de contact  $a$ , estimée par simulation en l’absence de résistance additionnelle imposée, autrement que celle induite par la constriction géométrique. Les courbes en trait plein représentent les prédictions du modèle de résistances en série donné par l’Eq. 3.4. (b) Résidus entre les résultats issus des simulations numériques et les valeurs prédites par ce modèle.

et

$$R_k^{II} = \frac{T_2 - T_4}{Q_2 - Q_3}. \quad (3.3)$$

La résistance de contact est alors estimée par la moyenne de ces deux valeurs. L’extension spatiale considérée du contact est donc, comme dans l’approche de mesure expérimentale, de l’ordre de  $d_f$ .

### 1.1.1 Constriction macroscopique

La Fig. 3.2(a) illustre l’évolution de la résistance thermique de contact  $R_k$  estimée par simulation, en fonction du rayon de l’aire de contact  $a$ , pour différentes valeurs de la conductivité thermique des fibres  $k_f$ . Une dépendance quasi-linéaire de  $R_k$  vis-à-vis de  $a^{-1}$  est observée, comme attendu pour une résistance de constriction. Le meilleur modèle d’ajustement retenu est de la forme :  $R_k = (A/a+B)/k_f$  ; les courbes en trait plein représentent cet ajustement. On obtient notamment  $A \approx 1/2.8$ , et  $B \approx 1/d_f$ . Cette relation a été vérifiée pour différents diamètres de fibres testés indépendamment. L’accord entre modèle et données expérimentales est satisfaisant, comme le montre les résidus tracés en Fig. 3.2(b), associés à un coefficient de détermination  $r^2 \approx 0.996$  et une erreur relative moyenne inférieure à 2 %.

La résistance de contact obtenue par simulation peut alors s’exprimer sous la forme :

$$R_k = \frac{A}{k_f a} + \frac{B}{k_f} \approx \frac{1}{2.8 k_f a} + \frac{1}{k_f d_f}. \quad (3.4)$$

Le premier terme est cohérent avec l’expression théorique de la résistance de constriction à l’échelle macroscopique, bien qu’il diffère par un facteur multiplicatif. Cet écart peut être attribué à la considération d’une aire de contact circulaire dans la formule théorique, ce qui correspond à une approximation dans la géométrie simulée.

Le second terme peut être interprété comme une résistance additionnelle interne, correspondant à la résistance unidimensionnelle d’un flux thermique non contraint  $R_{1D}$ , telle qu’introduite dans le chapitre 1 en section 2.3.1. Cette résistance peut en effet s’écrire :

$$R_{1D} = \frac{\Delta x}{k_f A_{cf}}, \quad \text{avec } \Delta x \sim d_f \text{ et } A_{cf} \sim d_f^2. \quad (3.5)$$

Cette expression est cohérente avec la configuration géométrique envisagée : la zone entourant le

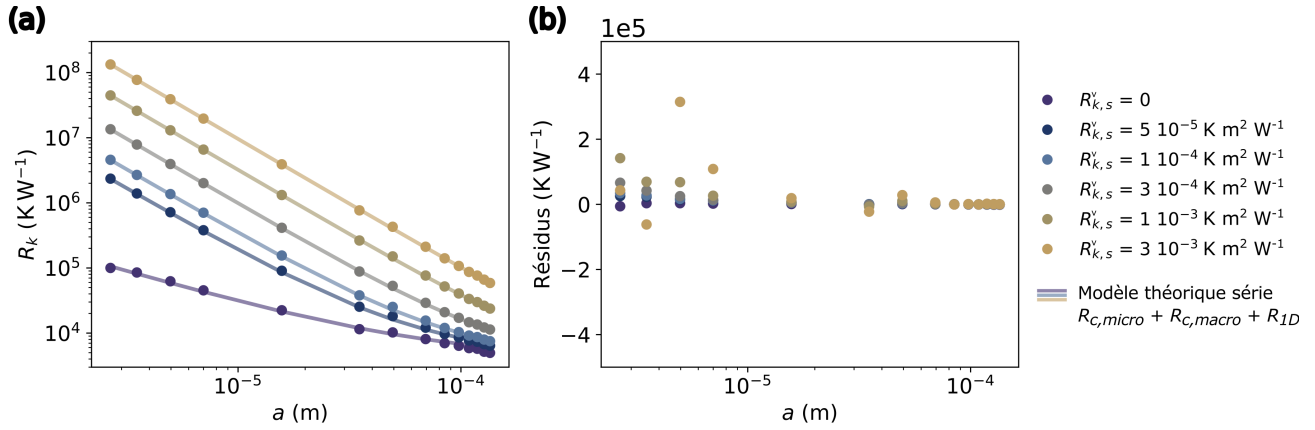


FIGURE 3.3 – (a) Évolution de la résistance de contact totale entre deux fibres de conductivité  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  estimée par simulation en fonction du rayon de l'aire de contact  $a$ , pour différentes valeurs de résistance surfacique additionnelle imposée  $R_{k,s}^v$ . Les courbes en trait plein représentent les prédictions du modèle de résistances en série donné par l'Eq. 3.7. (b) Résidus entre les résultats issus des simulations numériques et les valeurs prédites par ce modèle.

contact, supposée non contrainte, peut être modélisée comme un volume équivalent de forme cubique de côté égal au diamètre des fibres, identifié sur la Fig. 3.1. La résistance interne d'un tel volume correspond bien à  $R_{1D}$  telle qu'exprimée par l'Eq. 3.5. Ce type de raisonnement a par ailleurs également été utilisé dans la Ref. [97], dans le cadre d'un problème similaire de transfert thermique entre deux objets macroscopiques courbes. On peut alors finalement estimer que dans ce premier cas simulé, la résistance de contact totale est donnée par un modèle simple de deux résistances en série :

$$R_k \approx R_{c,macro} + R_{1D}. \quad (3.6)$$

### 1.1.2 Ajout d'une résistance surfacique imposée

La simulation par éléments finis permet en outre d'introduire une résistance thermique surfacique variable au niveau de l'aire de contact entre les fibres de verre,  $R_{k,s}^v$  (exprimée en  $\text{K m}^2 \text{ W}^{-1}$ ). Cette résistance vient alors s'ajouter aux contributions identifiées précédemment.

La Fig. 3.3(a) présente l'évolution de la résistance de contact totale  $R_k$  obtenue par simulation entre les fibres de conductivité fixée à  $k_f = k_{verre} = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  en fonction du rayon de contact  $a$ , pour différentes valeurs de  $R_{k,s}^v$ . On observe que pour de faibles valeurs de  $R_{k,s}^v$ ,  $R_k$  suit une loi en  $a^{-1}$ , tandis qu'une augmentation de  $R_{k,s}^v$  induit une transition progressive vers une dépendance en  $a^{-2}$ . Ce résultat est compatible avec un modèle d'additivité en série des différentes contributions à la résistance thermique, prenant la forme :

$$R_k \approx \frac{R_{k,s}^v}{\pi a^2} + \frac{1}{2.8 k_f a} + \frac{1}{d_f k_f} \quad (3.7)$$

où le premier terme correspond à la résistance surfacique imposée, le second à la constriction macroscopique, et le troisième à la résistance unidimensionnelle dans les fibres. Les prédictions issues de ce modèle théorique sont reportées dans la figure, et montrent un excellent accord avec les résultats des simulations numériques (cf. Fig. 3.3(b)), avec un coefficient de détermination  $r^2 \approx 1$  et une erreur relative moyenne inférieure à 1.3%.

Au regard de l'état de l'art établi au chapitre 1 sur les différentes contributions à la résistance thermique de contact, la résistance surfacique introduite dans les simulations peut être interprétée comme une modélisation de la résistance de constriction à l'échelle **microscopique**, notamment liée

à l'état de surface des interfaces en contact. Cette interprétation est cohérente avec certains modèles classiques, tels que le modèle de Holm, introduit au chapitre 1 en section 2.2.2.2, dans lequel la résistance de constriction microscopique est exprimée sous la forme  $1/(2k_f N_p a_p)$  où  $N_p$  est le nombre de micro-contacts et  $a_p$  leur rayon moyen. Si l'on suppose une densité surfacique de micro-contacts constante, c'est-à-dire une répartition homogène sur l'aire de contact, on a alors  $N_p \propto a^2$ , ce qui conduit à une contribution macroscopique de type  $R_{c,micro} \propto 1/a^2$ , soit inversement proportionnelle à l'aire de contact apparente. Une dépendance similaire apparaît également dans des modèles plus complexes introduits précédemment tels que le modèle CMY.

Ainsi, dans ce cas simulé modélisant des interfaces réelles présentant des irrégularités de surface induisant des micro-contractions, et en l'absence de canaux de transfert supplémentaires, la résistance thermique de contact totale peut encore s'écrire comme une somme de contributions en série :

$$R_k = R_{c,micro} + R_{c,macro} + R_{1D}. \quad (3.8)$$

### 1.1.3 Généralisation du cadre théorique exprimant la résistance de contact totale

Ces simulations ont permis de représenter des cas simplifiés de notre expérience de contact entre deux fibres cylindriques. Pour une étude plus exhaustive, reprenons désormais le cadre théorique relatif à l'ensemble des contributions possibles à la résistance thermique de contact, précédemment illustré par les Figs. 1.31 et 1.32. Il a été montré que le transfert thermique total au niveau du contact dépend de la résistance de constriction, aux échelles microscopique et macroscopique, ainsi que d'éventuelles contributions additionnelles liées à d'autres mécanismes de transfert. Ces derniers incluent la conduction thermique dans la phase interstitielle, le rayonnement thermique entre les surfaces, la présence éventuelle d'une couche de contamination, et la résistance interne unidimensionnelle. Ces effets sont pris en compte dans les expressions générales données par les Eqs. 1.88 et 1.89, rappelées ci-dessous :

$$R_k = \frac{1}{\frac{1}{R_{micro} + R_{c,macro} + R_{cont}} + \frac{1}{R_{i,macro}} + \frac{1}{R_{rad,macro}}} + R_{1D} \quad (1.88)$$

avec

$$\frac{1}{R_{micro}} = \frac{1}{R_{c,micro}} + \frac{1}{R_{i,micro}} + \frac{1}{R_{rad,micro}}. \quad (1.89)$$

Il a été établi dans la littérature et mentionné dans le premier chapitre que, pour des températures proches de la température ambiante, ce qui correspond aux conditions de notre étude, les contributions du rayonnement thermique, aussi bien à l'échelle macroscopique que microscopique, sont négligeables devant les ordres de grandeur typiques des résistances thermiques de contact totales. Cela signifie que les résistances  $R_{rad,macro}$  et  $R_{rad,micro}$  sont infinies, ce qui donne l'expression simplifiée suivante :

$$R_k = \frac{1}{\frac{1}{R_{micro} + R_{c,macro} + R_{cont}} + \frac{1}{R_{i,macro}}} + R_{1D} \quad \text{avec} \quad R_{micro} = \frac{1}{\frac{1}{R_{c,micro}} + \frac{1}{R_{i,micro}}} \quad (3.9)$$

Dans le cas où  $R_{i,macro}$ ,  $R_{i,micro}$  sont considérées infinies également, et que  $R_{cont}$  est supposée négligeable, cette équation concorde rigoureusement avec les expressions introduites par l'étude numérique précédente : l'Eq. 3.8 est retrouvée dans le cas général, incluant une résistance de constriction microscopique, et l'Eq. 3.6 est obtenue lorsque cette dernière contribution est également supposée nulle. Cela confirme la validité du cadre théorique proposé pour décrire la résistance thermique de contact dans la géométrie spécifique de l'expérience, et justifie son emploi pour l'analyse des mesures réelles. Les simulations conduites fournissent par ailleurs des références quantitatives utiles pour estimer et interpréter les différentes contributions à la résistance thermique de contact mesurée expérimentalement. La préparation des échantillons correspondants, ainsi que les résultats expérimentaux associés, sont détaillés dans les sections suivantes.

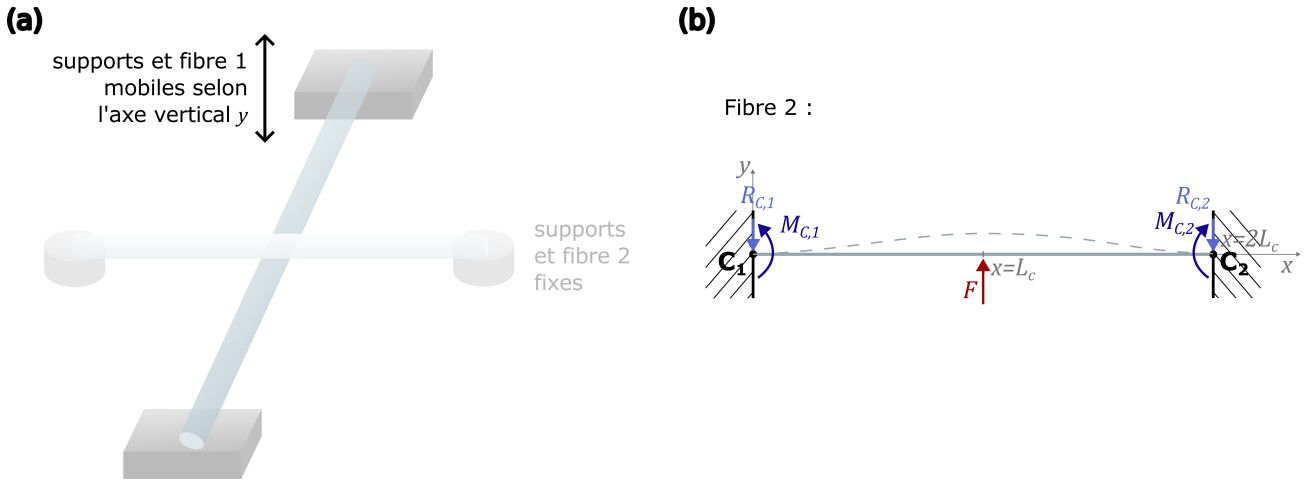


FIGURE 3.4 – (a) Représentation schématique d’un système de deux fibres, mises en contact par translation de l’une d’entre elles (fibre 1), la seconde (fibre 2) restant fixe ; la fibre 1 se situant en-dessous de la fibre 2. (b) Flexion de la fibre 2 due à l’application de la force au point de contact  $F$  et bilan des efforts mécaniques. Le centre de la fibre non contrainte est initialement placé en  $y_0 = 0$ .

## 1.2 Préparation des échantillons et caractérisation des géométries résultantes

Conformément à la méthode expérimentale décrite au chapitre précédent, des échantillons constitués de deux fibres de verre en contact direct peuvent être mis en place dans l’enceinte grâce à la plateforme de positionnement. En particulier, la platine de translation a été intégrée pour pouvoir faire varier la distance relative verticale entre les deux fibres, permettant ainsi leur mise en contact.

À l’échelle macroscopique, le contact étudié correspond à l’interaction entre deux cylindres croisés selon un angle donné  $\alpha_f$ , qui constituent deux surfaces non conformes. Comme discuté dans le premier chapitre en section 2.2.2.1, la géométrie exacte du contact, macroscopique et microscopique, et par conséquent la résistance thermique qui lui est associée, dépendent de la force exercée entre les deux fibres. Cette force de contact varie en fonction du déplacement imposé par la platine de translation, qui permet de mettre en contact la fibre 1, mobile, avec la fibre 2, fixe, configuration schématisée en Fig. 3.4(a). La fibre 2, en particulier, se déforme verticalement dans la direction des  $y$  positifs lors de l’initiation du contact.

Une modélisation mécanique basée sur la théorie de la flexion faible des poutres peut alors être employée afin d’établir une relation entre la déflexion imposée, la force de contact, et les caractéristiques mécaniques et géométriques du système. Dans ce cadre, la fibre 2 est assimilée à une poutre cylindrique de diamètre  $d_{f,2}$  encastrée à ses extrémités et symétrique par rapport au point de contact, avec des points d’encastrement  $C_1$  et  $C_2$  situés à une distance moyenne de  $L_C = 45$  mm de part et d’autre du point de contact (cf. Fig. 3.4(b)). On s’intéresse à la force  $F$  exercée verticalement au centre de la poutre par la fibre 1, en négligeant l’effet de la gravité. Un bilan des efforts mécaniques permet alors d’établir les équations d’équilibre statique suivantes :

$$\begin{aligned} R_{C,1} &= R_{C,2} = R_C = F/2 \\ M_{C,1} &= M_{C,2} = M_C \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $R_{C,1} = R_{C,2}$  sont les réactions verticales au niveau des supports, égales par symétrie, et  $M_{C,1} = M_{C,2}$  les moments générés correspondants. L’équation de la flexion faible des poutres s’écrit :

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} = M_f(x) \quad (3.11)$$



où  $E$  est le module d'Young de la poutre, et  $I_z$  son moment d'inertie, donné par  $I_z = \iint_{S_x} y^2 dx dy$ . Dans le cas de la fibre 2, objet cylindrique en verre, on a  $E = E_{verre} \approx 70$  GPa et  $I_z = \pi d_{f,2}^4/64$ . Dans l'Eq. 3.11,  $M_f$  représente le moment fléchissant, c'est-à-dire le moment résultant des forces internes qui s'opposent à la courbure induite par la force extérieure. Il peut être exprimé pour  $x \leq L_C$  par  $M_f = M_C - xR_C$ , d'où la formulation de l'équation à résoudre :

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} = M_C - xR_C. \quad (3.12)$$

Les conditions aux limites pour ce problème sont  $y(0) = 0$  et  $\frac{dy}{dx}(0) = \frac{dy}{dx}(L_C) = 0$ . L'intégration de l'Eq. 3.12 en tenant compte de ces conditions aux limites conduit à l'expression suivante de l'évolution de son déplacement vertical  $y(x)$  le long de son axe longitudinal, appelé flèche :

$$y(x) = \frac{M_C x^2/2 - R_C x^3/6}{EI_z}. \quad (3.13)$$

La condition  $\frac{dy}{dx}(L_C) = 0$  permet d'exprimer le moment au point d'encastrement comme  $M_C = L_C R_C/2 = L_C F/4$ ; l'expression de la flèche devient alors :

$$y(x) = \frac{F x^2}{24EI_z} (3L_C - 2x) \quad \text{si } x \leq L_C, \quad (3.14)$$

et peut être étendue par symétrie aux  $x > L_C$  :

$$y(x) = \frac{F x^2}{24EI_z} (2x - L_C) \quad \text{si } x \geq L_C. \quad (3.15)$$

En particulier, en  $x = L_C$ , la déflexion est maximale et est donnée par :

$$y(L_C) = y_{max} = \frac{FL_C^3}{24EI_z}, \quad (3.16)$$

ce qui mène à :

$$F = \frac{3\pi E d_{f,2}^4 y_{max}}{8L_C^3}. \quad (3.17)$$

Des calculs similaires pour ce même type de géométrie ont été menés dans les Refs. [160, 161]. Afin d'assurer une certaine reproductibilité des conditions de mesure, un critère expérimental est défini : il consiste à imposer à la fibre fixe une déflexion maximale  $y_{max}$  d'environ  $d_{f,m}/2$  où  $d_{f,m}$  désigne le diamètre moyen des deux fibres en contact. Cette déflexion est estimée de manière approximative en mesurant la translation verticale nécessaire du système optique infrarouge pour passer d'une mise au point sur la fibre 2 fixe non contrainte à une mise au point sur la fibre 2 au moment du contact. Bien que ce critère soit relativement peu précis, il permet de garantir que les mesures sont effectuées dans des régimes de déformations comparables, dans lesquels les courbures imposées aux fibres restent faibles. La Fig. 3.5 présente les valeurs typiques de la force  $F$  estimées à l'aide de l'Eq. 3.17, pour des échantillons constitués de deux fibres de verre en contact direct, de diamètres similaires et simultanément modifiés au cours des expériences. Ces forces calculées sont relativement faibles, ce qui suggère bien un régime de faibles déformations, et justifie par ailleurs la modélisation des fibres comme localement droites au voisinage de la zone de contact. L'influence de cette force sur la géométrie de la zone de contact sera examinée plus en détail à partir des résultats expérimentaux de résistance de contact présentés dans la section suivante.

Finalement, pour ce type d'échantillon, en fixant la déflexion de manière systématique, les princi-

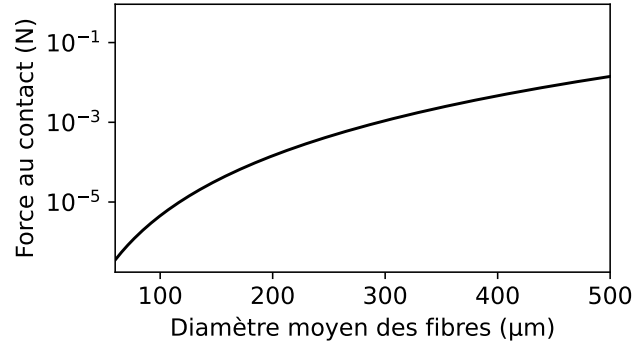


FIGURE 3.5 – Évolution de la force au contact estimée par l’Eq. 3.17 en fonction du diamètre moyen des deux fibres de verre dans la configuration expérimentale, pour une déflexion maximale  $y_{max} \approx d_{f,m}/2$ , lorsque leurs dimensions sont modifiées simultanément.

Les paramètres morphologiques pouvant être modifiés pour en explorer l’influence sur la résistance de contact mesurée sont l’**angle entre les fibres**  $\alpha_f$  (qui ne modifie pas l’expression de la force donnée par l’Eq. 3.17) et le **diamètre des fibres**  $d_f$ , qu’il soit modifié de manière simultanée pour les deux fibres en contact, ou de manière asymétrique. L’espacement entre les fibres  $e_f$  est par définition nul pour permettre un contact verre-verre.

### 1.3 Évolution de la résistance de contact en fonction du diamètre des fibres et évaluation des contributions résistives

#### 1.3.1 Résultats expérimentaux

La Fig. 3.6 présente les valeurs de résistances de contact mesurées expérimentalement et leurs barres d’erreur correspondantes pour des fibres de verre croisées perpendiculairement ( $\alpha_f = 90^\circ$ ), de diamètres compris entre 140 et 450  $\mu\text{m}$ . Les dimensions des deux fibres en contact étant modifiées simultanément, ces données sont représentées en fonction du diamètre moyen  $d_{f,m} = (d_{f,1} + d_{f,2})/2$ , noté  $d_f$  dans la suite par souci de simplification. Ces fibres de verre sont considérées comme **neuves**, ayant été fabriquées par fibrage dans un délai inférieur à six mois avant la date des mesures, et conservées dans un sachet hermétique. Avant chaque expérience, elles ont de plus fait l’objet d’un **lavage** systématique à l’éthanol afin d’éliminer autant que possible les poussières et autres impuretés présentes à leur surface.

L’évolution de la résistance de contact mesurée en fonction du diamètre moyen des fibres en contact est compatible avec une loi de puissance  $R_k \propto d_f^\alpha$  dont l’exposant est estimé à  $\alpha \approx -1$  par procédure de meilleure ajustement. On trouve en particulier

$$R_k = 13.83 d_f^{-1}, \quad (3.18)$$

le coefficient de détermination dans ce cas étant de l’ordre de  $r^2 \approx 0.92$ . Ce modèle en loi de puissance est illustré sur la Fig. 3.6 par la courbe verte en pointillés.

Cherchons à présent à évaluer la contribution de la résistance de constriction macroscopique associée aux échantillons étudiés. Comme mentionné au premier chapitre en section 2.2.2.1, la dimension de la zone de contact entre deux solides non conformes peut être estimée à partir de la force exercée, selon des relations qui dépendent du régime de déformation. Dans le cas de nos échantillons, aucune déformation irréversible n’a été observée au niveau du contact d’après des images obtenues par MEB : il est donc raisonnable de supposer que, dans les conditions expérimentales considérées, le comportement mécanique du verre relève d’un régime purement élastique. Cette hypothèse est par ailleurs cohérente

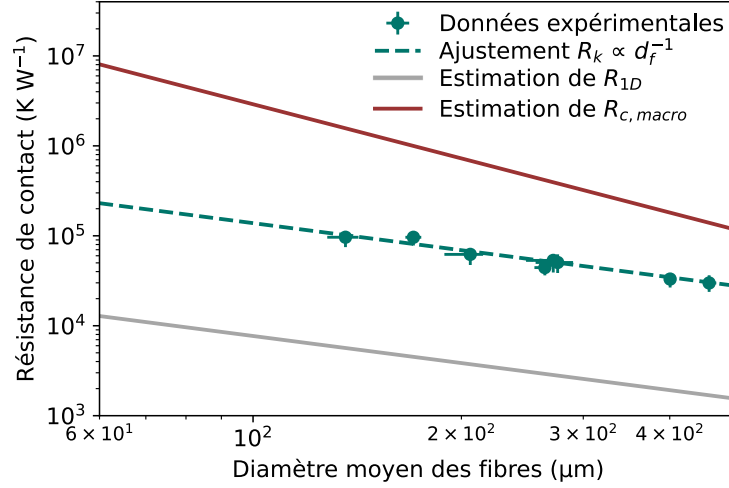


FIGURE 3.6 – Évolution de la résistance de contact verre-verre mesurée en fonction de la moyenne arithmétique des diamètres des deux fibres en contact noté  $d_f$ , pour des paires de fibres neuves de diamètres similaires croisées perpendiculairement ( $\alpha_f = 90^\circ$ ), et modèle  $R_k \propto d_f^{-1}$ . Les estimations de  $R_{1D}$  et  $R_{c,macro}$ , dont l'obtention est discutée en section 1.3.2, sont également représentées.

avec les faibles valeurs estimées pour la force exercée au contact (cf. Fig. 3.5).

Dans ce contexte, la géométrie du contact entre deux cylindres de diamètre  $d_f$  peut être considérée comme totalement équivalente à celle résultant du contact entre une sphère de diamètre  $d_f$  et un plan [244]. La zone de contact est alors de forme circulaire, dont le rayon peut s'exprimer à partir de la théorie de Hertz, par l'Eq. 1.59 déjà introduite, en prenant  $r_M = d_f/2$  :

$$a = \left( \frac{3F r_M}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1.59)$$

avec  $F$  la force exercée au contact et  $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$  le module d'Young normalisé des fibres, dépendant de leur coefficient de Poisson  $\nu$ . Ainsi, selon l'expression classique de la résistance de constriction macroscopique basée sur une géométrie circulaire  $R_{c,macro} = 1/(2k_f a)$ , on a :

$$R_{c,macro} = \frac{1}{2k_f} \left( \frac{4E^*}{3F r_M} \right)^{1/3}. \quad (3.19)$$

En combinant l'Eq. 3.19 avec l'estimation de la force de contact  $F$  issue de la relation 3.17 en tenant compte du critère expérimental fixé, à savoir une déflexion maximale  $y_{max} \approx d_f/2$ , il est possible d'évaluer la contribution de la résistance de constriction macroscopique en fonction du diamètre des fibres. Pour cette estimation, on adopte des valeurs typiques pour les propriétés mécaniques et thermiques du verre : un module d'élasticité  $E_{verre} \approx 70$  GPa, un coefficient de Poisson  $\nu_{verre} \approx 0.2$  et une conductivité thermique  $k_f = 1.3$  W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>. Les résultats correspondants sont représentés par la courbe en rouge sur la Fig. 3.6.

On observe d'une part que cette contribution macroscopique calculée de la résistance de constriction  $R_{c,macro}$  est systématiquement supérieure aux résistances de contact totales mesurées expérimentalement. D'autre part, sa dépendance en le diamètre des fibres diffère clairement de celle observée pour les données expérimentales. En effet, dans le cas de deux fibres de diamètres similaires, on a :

$$R_{c,macro} \propto a^{-1}, \quad a \propto F^{1/3} d_f^{1/3}, \quad \text{et} \quad F \propto d_f^4 y_{max} \propto d_f^5,$$

d'où il résulte que  $R_{c,macro} \propto d_f^{-2}$ , ce qui ne correspond pas à la dépendance  $R_k \propto d_f^{-1}$  relevée

expérimentalement. Nous explorons dans la suite les explications possibles à cet écart entre  $R_{c,macro}$  et la résistance mesurée  $R_k$ .

### 1.3.2 Discussion sur les contributions possibles à la résistance de contact totale

Le modèle exprimé par l'Eq. 3.9, qui combine les différentes contributions à la résistance thermique de contact, présente une certaine complexité. Il est donc nécessaire d'analyser en détail l'influence potentielle de chacune de ces contributions afin d'interpréter l'écart constaté entre l'estimation de la résistance de constriction macroscopique  $R_{c,macro}$  et la résistance de contact totale mesurée  $R_k$ .

1. Tout d'abord, la simplification effectuée dans le modèle consistant à **négliger les résistances radiatives** peut être vérifiée à partir des ordres de grandeur caractéristiques des résistances mesurées. Les Eqs. 1.84 et 1.85 introduites précédemment permettant d'évaluer la contribution macroscopique  $R_{rad,macro}$ , bien qu'établies pour une géométrie sphère-plan, peuvent être raisonnablement étendues à une configuration cylindre-cylindre pour une estimation en ordre de grandeur. En considérant une température moyenne de  $T_m = 30$  °C, une aire d'échange donnée par  $A_1 = \pi d_f^2/2$  pour un diamètre de fibre moyen  $d_f = 250$  µm, et la valeur de l'émissivité hémisphérique totale du verre telle qu'introduite au chapitre 2 pour les deux surfaces ( $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0.8255$ ), on obtient un facteur de forme  $F_{12} \approx 1.12$ , conduisant à  $R_{rad,macro} \sim 1.5 \times 10^6$  K W<sup>-1</sup>. À l'échelle microscopique, le même calcul nécessite la valeur de la surface apparente de contact, qui reste inconnue *a priori*. Toutefois, son rayon effectif étant nécessairement inférieur à  $d_f/2$ , on peut poser  $A_a < \pi d_f^2/4$ . Avec la valeur du facteur de forme estimée par l'Eq. 1.87,  $F_{12} \approx 0.70$ , on en déduit à partir de l'expression 1.86 que  $R_{rad,micro} > 4.6 \times 10^6$  K W<sup>-1</sup>.

Ces valeurs de résistances radiatives, à la fois macroscopiques et microscopiques, apparaissent supérieures d'au moins deux ordres de grandeur aux résistances de contact totales effectivement mesurées. Ces contributions, agissant en parallèle des canaux conductifs principaux (cf. Fig. 1.32), peuvent donc être considérées comme négligeables dans le cadre de notre étude. Il est ainsi justifié d'assimiler  $R_{rad,macro} \rightarrow \infty$  et  $R_{rad,micro} \rightarrow \infty$  dans le modèle. Enfin, l'évaluation de la contribution radiative en champ proche reste difficile sans connaissance préalable de la rugosité des surfaces impliquées, comme mentionné au chapitre 1 en section 2.3.4.3. Il conviendra cependant de se rappeler que, pour les dimensions de fibres considérées ici, la mesure de la résistance de contact proposée peut intégrer des contributions dues au champ proche, à la fois dans la phase interstitielle entre les fibres, si une rugosité existe mais reste suffisamment faible, ainsi qu'aux abords immédiats du contact.

2. Conformément à l'étude préliminaire menée par simulations numériques, une fraction de la résistance thermique de contact totale mesurée peut être attribuée au volume de matériau traversé, et modélisée par une **résistance unidimensionnelle**  $R_{1D}$  qui peut être estimée à partir de l'Eq. 3.5. Les valeurs obtenues sont représentées en Fig. 3.6 par la courbe grise. On observe que  $R_{1D}$  représente typiquement entre 5 % et 8 % de la résistance totale mesurée, indiquant une influence relativement faible, étant donné que cette contribution s'ajoute en série à toutes les autres selon l'Eq. 3.9. Notons par ailleurs que cette résistance unidimensionnelle présente une dépendance en  $d_f^{-1}$ , identique à celle observée pour la résistance thermique de contact totale.
3. Les expériences étant réalisées sous vide secondaire, après un lavage systématique des fibres destiné à éliminer les poussières, la **résistance liée à une éventuelle couche de contamination**  $R_{cont}$  peut être considérée comme faible également *a priori*. Cette hypothèse est confortée par des observations par MEB réalisées sur les fibres neuves utilisées, dont quelques exemples sont illustrés en Fig. 3.7. Leur surface apparaît globalement lisse et homogène, ne présentant que

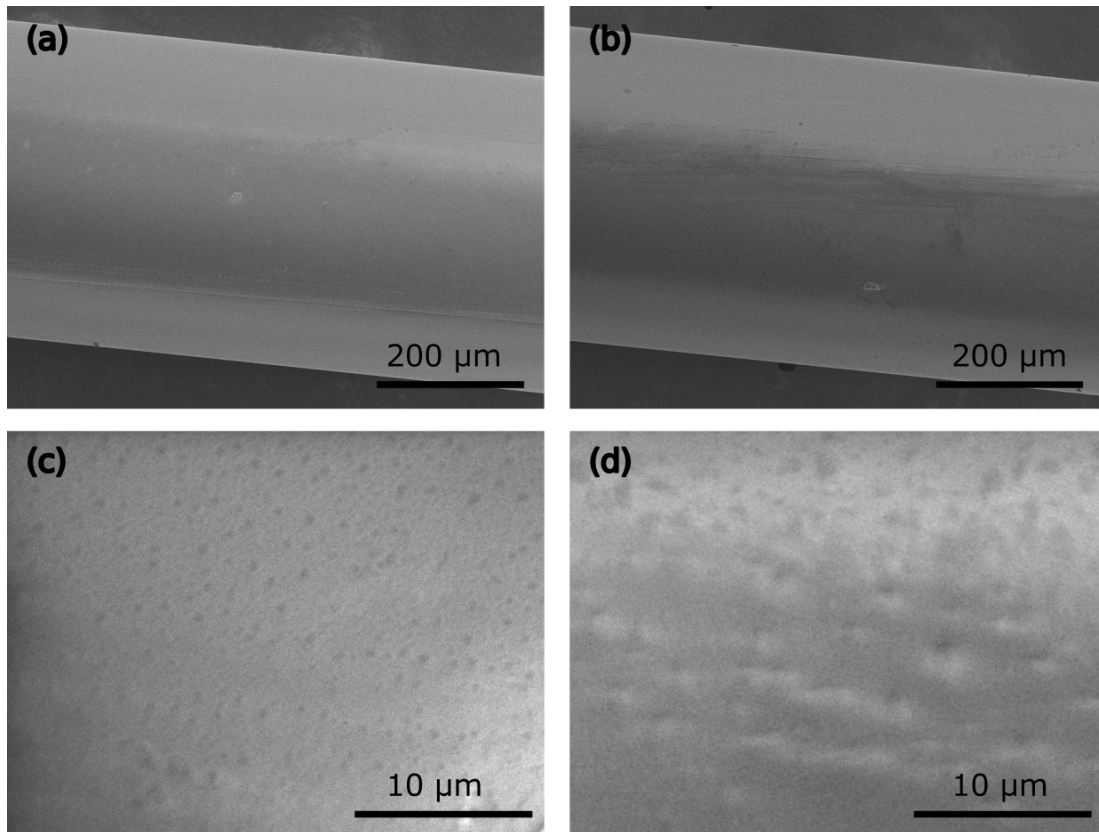


FIGURE 3.7 – Images MEB de la surface de fibres de verre "neuves".

quelques aspérités isolées de taille inférieure à  $3\ \mu\text{m}$ . Si une couche de contamination existe, sa caractérisation reste incertaine, en ce qui concerne sa géométrie et sa nature ; compte tenu de ce manque d'informations, sa faible influence supposée peut être négligée en première approximation, ou intégrée comme une correction de second ordre dans l'une des autres contributions à la résistance totale.

4. L'existence d'un canal de **conduction au sein d'une phase interstitielle macroscopique** introduirait une résistance  $R_{i,macro}$  en parallèle d'autres contributions, entre autres de la résistance de constriction macroscopique. Si cette résistance interstitielle macroscopique est suffisamment faible, alors ce canal de transfert de chaleur peut devenir dominant, rendant négligeable l'impact de ces autres résistances placées en parallèle. Dans ce contexte, la présence d'un résidu formant un chemin de conduction thermique à l'échelle macroscopique pourrait expliquer les valeurs de résistance totale mesurées inférieures à l'estimation de  $R_{c,macro}$ . Compte tenu du protocole de lavage des fibres systématiquement suivi, et du caractère hydrophile du verre, l'hypothèse la plus probable serait la formation d'un ménisque par condensation de la vapeur d'eau lors de la mise en contact des fibres dans l'air, pouvant partiellement persister après la mise sous vide. Cela a par exemple été observé sur des sondes SThM placées sous vide, leur taille nanométrique favorisant la condensation capillaire [245, 246]. Afin de tester cette hypothèse pour nos fibres de taille micrométrique, un protocole expérimental spécifique a été mis en place consistant à rendre les fibres hydrophobes via un traitement à l'ozone, suivi d'une désorption thermique à  $100\ ^\circ\text{C}$  pendant 30 minutes, juste avant la mise sous vide et la mesure. Cependant, aucun effet significatif n'a été observé, ni sur l'angle de contact de l'eau, indicateur de la mouillabilité de la surface, ni sur la résistance de contact mesurée. Par ailleurs, aucun ménisque n'a été observé à l'échelle macroscopique, que ce soit avec ou sans traitement, lors de l'inspection latérale des échantillons

à l'aide d'une loupe binoculaire après la mesure. De manière générale, dans un environnement sous vide secondaire et en présence d'objets de courbures typiques de l'ordre d'une centaine de micromètres, la présence d'un ménisque macroscopique stable et de taille significative apparaît peu probable.

De plus, l'évaluation de l'influence d'une telle phase interstitielle serait complexe : comme discuté au chapitre 1 en section 2.3.3.1, le calcul de la conductance ou de la résistance thermique associée à un ménisque formé entre deux objets en contact direct, c'est-à-dire lorsque la distance entre les deux interfaces tend vers zéro, diverge. Il est alors nécessaire d'introduire une valeur minimale d'espacement, arbitrairement faible, mais dont le choix affecte fortement les résultats. Assy et al. argumentent que dans de telles configurations, la conductance du ménisque est en réalité dominée par les contributions interfaciales entre l'eau et les surfaces solides [246]. Il en résulte qu'une évaluation fiable par le calcul de cette contribution serait dans tous les cas difficile, en raison du nombre élevé d'inconnues géométriques et physico-chimiques.

5. Enfin, la **résistance équivalente liée à la géométrie microscopique**  $R_{micro}$ , constituée des contributions  $R_{c,micro}$  (résistance de constriction microscopique) et  $R_{i,micro}$  (résistance interstitielle microscopique) en parallèle, est également inconnue. Toutefois, l'application du protocole de lavage préalable des fibres et leur faible rugosité de surface mise en évidence par les observations par MEB suggèrent que cette contribution est minimisée. De façon plus rigoureuse, deux cas principaux peuvent être envisagés pour expliquer une faible contribution  $R_{micro}$  :

- **Soit la résistance de constriction microscopique  $R_{c,micro}$  est faible** : une telle situation pourrait résulter d'un très faible nombre d'aspérités, ou de leur écrasement local au niveau du contact, conduisant à une surface de contact réelle relativement proche de la surface apparente, laissant la résistance de constriction macroscopique dominer.
- **Soit cette résistance de constriction microscopique est compensée par une faible résistance interstitielle microscopique  $R_{i,micro}$** , liée à la présence éventuelle d'un milieu additionnel dans les espacements entre les micro-contacts. La présence d'interstices de dimensions submicrométriques à la surface des fibres rend plausible la condensation d'eau sous forme confinée, non détectable par observation directe. Un tel phénomène pourrait se produire même après le traitement à l'ozone suivi d'une désorption thermique mentionné ci-dessus, en raison de la ré-adsorption possible d'humidité lors de la manipulation à l'air libre précédant la mise sous vide.

En conditions de confinement, les molécules d'eau adsorbées peuvent adopter un comportement lié plutôt que libre, ce qui entraîne une augmentation de leur conductivité thermique, jusqu'à un facteur 4. Étant donné que l'eau libre possède une conductivité de l'ordre de  $0.6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , ce phénomène peut aboutir à la formation d'une phase aussi, voire plus conductrice thermiquement que le verre lui-même. Il est également envisageable que d'autres dépôts d'origine chimique, issus de réactions de surface, se forment et présentent une conductivité thermique plus élevée que celle du verre, toutes ces configurations réduisant alors la résistance interstitielle.

Finalement, l'analyse détaillée des différentes contributions à la résistance de contact ne permet de conclure que partiellement. Si la résistance  $R_{cont}$  peut être raisonnablement négligée et la contribution unidimensionnelle  $R_{1D}$  est évaluable, l'existence d'une phase interstitielle, notamment à l'échelle microscopique, ainsi que de micro-contractions, ne peut être totalement écartée. Néanmoins, au vu des caractéristiques morphologiques de nos échantillons, ces contributions sont supposées faibles. L'hypothèse la plus probable reste donc que la **résistance de constriction macroscopique  $R_{c,macro}$ , estimée à partir de la théorie de Hertz, soit surestimée, suggérant une erreur systéma-**

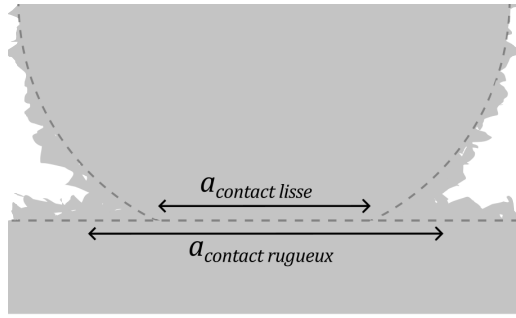


FIGURE 3.8 – Représentation schématique de l’augmentation possible de l’aire de contact dans le cas de surfaces rugueuses par rapport au cas de surfaces lisses.

**tique dans son évaluation.** Cette surestimation pourrait être partiellement compensée par des effets thermiques de second ordre associés aux mécanismes évoqués ci-dessus.

Une première piste d’interprétation alors envisageable repose sur l’influence de la géométrie du système considéré, susceptible de modifier la valeur de la résistance de constriction, comme présenté au premier chapitre en section 2.2.1.3. Dans la configuration expérimentale étudiée de deux fibres micrométriques en contact, la dimension dite parallèle au flux thermique, c’est-à-dire perpendiculaire à l’axe des fibres, est en particulier contrainte par le diamètre des fibres elles-mêmes. À leur surface, dans les conditions expérimentales sous vide secondaire, des pertes radiatives s’opèrent mais sont associées à un nombre de Biot très faible, de l’ordre de  $10^{-4}$ , comme démontré dans le second chapitre. Dans ce contexte, cette contrainte géométrique susceptible d’affecter la résistance de constriction devrait conduire, si elle est non négligeable, à une augmentation de sa valeur selon l’Eq. 1.53. Ce comportement, qui irait dans le sens d’une surestimation supplémentaire, ne permet pas d’expliquer l’écart observé. Cette première hypothèse est alors écartée comme facteur dominant.

L’explication la plus plausible des résultats expérimentaux observés serait ainsi simplement que **l’aire réelle de la constriction macroscopique soit supérieure à celle prédite par la théorie de Hertz**. En effet, les rayons de contact  $a$  estimés à l’aide de l’Eq. 1.59 restent faibles, de l’ordre de **0.2 à 3  $\mu\text{m}$**  pour des diamètres de fibres compris entre 140 et 450  $\mu\text{m}$ . Or, pour que la résistance théorique  $R_{c,macro}$  soit du même ordre de grandeur que celle mesurée expérimentalement – en supposant donc négligeables les autres contributions additionnelles –, il serait nécessaire que les rayons équivalents de surface de contact atteignent environ 7 à 12  $\mu\text{m}$ . Ces valeurs restent physiquement plausibles au regard des dimensions des fibres. **Dans ce cas envisagé, la constriction macroscopique serait un des mécanismes dominants dans la résistance de contact totale.**

Une explication pourrait être que les aspérités de surface observées sur les fibres contribuent non pas à réduire l’aire réelle de contact mais au contraire à l’augmenter, en permettant l’établissement du contact sur une zone latérale excédant celle de l’aire circulaire prédite théoriquement, ce qui est représenté sur la Fig. 3.8.

Enfin, l’écart observé pourrait également provenir d’un biais dans la mesure en elle-même. Une source d’erreur expérimentale facilement identifiable *a priori* est l’estimation approximative de la déflexion maximale  $y_{max}$ . Il a cependant été vérifié expérimentalement, dans un cas d’un contact entre deux fibres de diamètres similaires, que la résistance de contact mesurée est peu sensible à la déflexion imposée, tous les autres paramètres étant fixés (cf. Fig. 3.9). Ce comportement est en réalité attendu et prédit par le modèle d’estimation de  $R_{c,macro}$ , et ne semble pas pouvoir expliquer à lui seul l’écart d’ordre de grandeur et de dépendance en  $d_f$  observé entre la résistance théorique  $R_{c,macro}$  et les résistances de contact totales mesurées  $R_k$ . Cependant, rappelons que le lien entre la déflexion  $y_{max}$  et la force  $F$  repose sur le modèle de flexion faible des poutres présenté en section 1.2, dont certaines

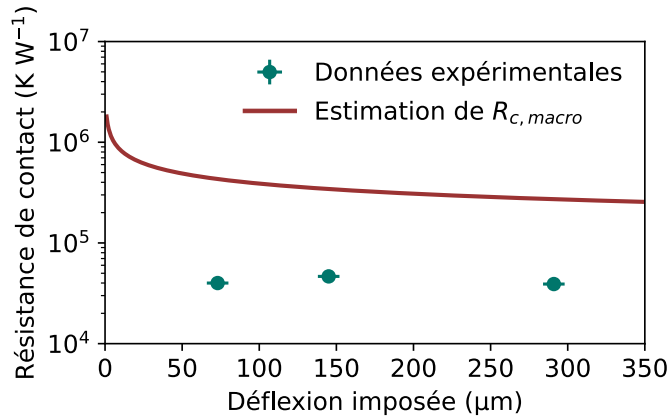


FIGURE 3.9 – Évolution de la résistance de contact entre deux fibres de verre de diamètres similaires ( $d_f \approx 291 \mu\text{m}$ ) croisées perpendiculairement en fonction de la déflexion imposée : données expérimentales sur un échantillon et prédictions du modèle d'estimation de  $R_{c,macro}$ .

hypothèses peuvent s'avérer simplificatrices ou inexactes, notamment celle de l'encastrement rigide aux extrémités, alors que les fibres sont en pratique maintenues par un adhésif souple. Ces incertitudes pourraient aussi expliquer, au moins partiellement, l'écart observé entre les résultats expérimentaux et les prédictions issues de la théorie de Hertz.

Dans ce contexte, une première amélioration envisagée du dispositif expérimental serait d'intégrer un système d'imagerie optique latérale, pour visualiser en temps réel la zone de contact lors de la mesure. Ce dispositif rendrait potentiellement possible la détection directe de la présence éventuelle d'un ménisque interstitiel, tout en permettant une mesure précise de la déflexion maximale  $y_{max}$ , pour une estimation plus fiable de la force exercée au contact. Il serait néanmoins aussi souhaitable de s'affranchir du recours au modèle de flexion des poutres et de ses hypothèses pour valider les valeurs de forces estimées. Pour cela, une solution consisterait à intégrer des capteurs de déplacement capacitifs, rendant possible la mesure directe de la force appliquée au contact, bien que cette instrumentation soit complexe à mettre en œuvre. Ces évolutions envisagées constituent de potentielles pistes à explorer dans le cadre des travaux futurs, afin de renforcer la fiabilité des résultats obtenus et d'affiner les interprétations théoriques qui en découlent.

### 1.3.3 Évaluation de l'influence de l'état de surface

Enfin, dans la continuité d'une des hypothèses formulées, à savoir que la présence d'aspérités pourrait conduire à une augmentation du transfert thermique au niveau du contact, nous avons reproduit des mesures de résistance de contact entre deux fibres de diamètres similaires mais variables, telles que discutées dans les sections précédentes, en utilisant cette fois des fibres **à l'état de surface dégradé**. Il s'agit de fibres de verre de même composition que celles précédemment utilisées, mais ayant subi un **vieillessement** en conditions ambiantes pendant environ 15 mois, et **non lavées** avant les mesures. La Fig. 3.10 présente des images obtenues par MEB de ces fibres. Comparées aux images de la Fig. 3.7, correspondant aux fibres neuves conservées en conditions hermétiques, on observe une rugosité de surface significativement accrue, avec des hétérogénéités marquées visibles dès les vues d'ensemble. Sur les images à plus fort grossissement, on peut estimer que la taille typique des aspérités varie entre 1 et 20  $\mu\text{m}$ , et peut donc être jusqu'à six fois supérieure à celle des aspérités observées sur les fibres neuves.

L'altération du verre soumis à un vieillissement en conditions ambiantes, c'est-à-dire dans l'air avec un taux d'humidité non nul, ou en conditions d'immersion dans l'eau liquide, a fait l'objet de différents travaux dans la littérature. Les Refs. [247, 248, 249] montrent qu'en conditions d'humidité ambiante en particulier, une corrosion se produit par adsorption de molécules d'eau à la surface, suivie



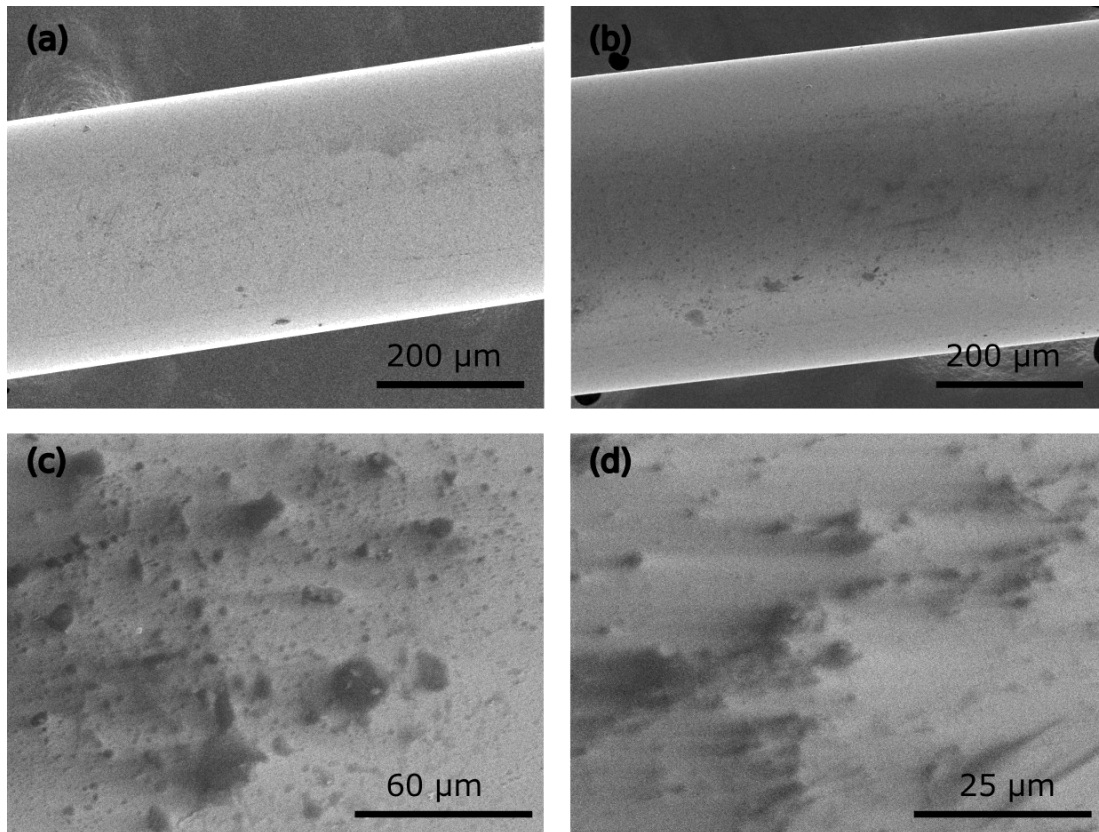


FIGURE 3.10 – Images MEB de la surface de fibres de verre "vieillies".

d'une hydrolyse entraînant une déstructuration locale du réseau vitreux. Ce mécanisme conduit à la formation, à la surface du verre, d'une couche de gel de silice fortement hydratée, accompagnée de la précipitation de phases cristallines secondaires, notamment de cristaux carbonatés, favorisée par les interactions avec les gaz ambiants. Ces cristaux peuvent apparaître après quelques mois de vieillissement. Il est donc vraisemblable que les aspérités visibles sur les fibres étudiées soient ces types de cristaux issus de l'altération, ce qui expliquerait leur plus grand nombre sur les fibres vieilles et non conservées hermétiquement observées en Fig. 3.10.

La Fig. 3.11 présente les résultats de mesure des résistances de contact obtenues avec ces fibres vieilles, comparés aux données précédemment discutées pour les fibres neuves. On observe une évolution similaire en fonction du diamètre moyen des fibres, compatible avec une loi en  $R_k \propto d_f^{-1}$ , mais avec des **valeurs de résistance systématiquement inférieures d'un facteur d'environ 2 par rapport à celles mesurées pour des fibres neuves.**

Ces résultats permettent tout d'abord de confirmer la dépendance  $R_k \propto d_f^{-1}$  précédemment identifiée. La qualité de l'ajustement de cette loi aux données est un peu plus réduite que dans le cas des fibres neuves, avec un coefficient de détermination  $r^2 \approx 0.6$ , ce qui traduit une plus grande dispersion des résultats expérimentaux. Cette variabilité peut s'expliquer par une hétérogénéité du vieillissement : les fibres ne se dégradent pas nécessairement à la même vitesse ni de manière uniforme, et les mesures peuvent avoir été réalisées sur des zones présentant des concentrations variables en cristaux formés à la surface.

Le fait d'obtenir des résistances plus faibles avec des fibres présentant davantage d'aspérités semble par ailleurs cohérent avec l'hypothèse formulée précédemment, selon laquelle ces aspérités favoriseraient un élargissement de la zone de contact macroscopique par rapport à la prédiction théorique, conduisant à une diminution de la résistance associée. Ces résultats sont également compatibles avec une interprétation plus classique de la rugosité, dans laquelle celle-ci n'influence pas directement la taille

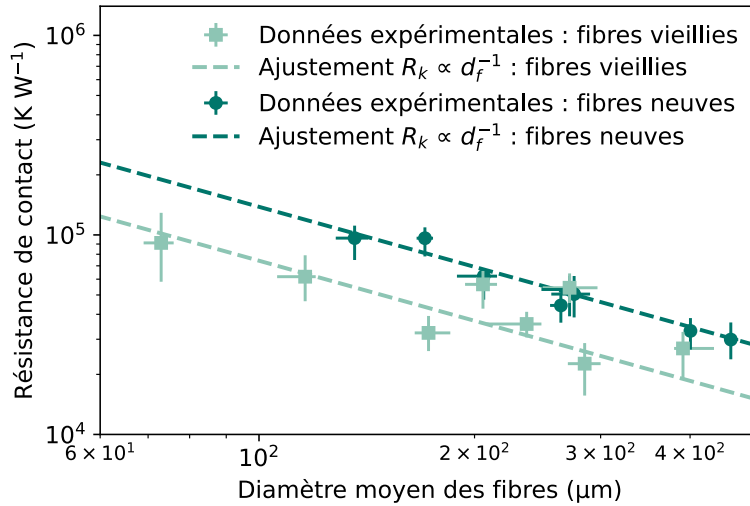


FIGURE 3.11 – Évolution de la résistance de contact verre-verre mesurée en fonction du diamètre moyen des deux fibres en contact, pour des paires de fibres vieilles de diamètres similaires croisées perpendiculairement, et ajustement au modèle  $R_k \propto d_f^{-1}$ . À titre de comparaison, les données obtenues avec des fibres neuves, déjà présentées en Fig. 3.6, sont également illustrées.

du contact macroscopique  $a$ , mais agit sur la constriction microscopique. En effet, les modèles de Holm ou de Greenwood (cf. section 2.2.2.2 du premier chapitre) indiquent que la résistance de constriction microscopique diminue avec l'augmentation du nombre ou de la taille des aspérités. Cela suggère que cette contribution n'est peut-être pas négligeable dans le cas initial des fibres neuves. Dans les deux scénarios envisagés, ces observations renforcent l'idée que l'estimation théorique de  $R_{c,macro}$  surestime la valeur réelle de la résistance de constriction macroscopique. Ces résultats expérimentaux apportent un nouvel appui à cette interprétation, ainsi qu'aux hypothèses formulées en fin de section précédente pour l'expliquer.

## 1.4 Influence des paramètres morphologiques et application à la laine de verre

### 1.4.1 Résultats préliminaires : contacts elliptiques entre deux fibres de diamètres différents

Afin de compléter l'étude menée sur les contacts directs entre fibres de verre, des mesures supplémentaires ont été réalisées sur des échantillons constitués de paires de fibres neuves présentant des diamètres différents, toujours croisées perpendiculairement. Dans ce cas, plus général que les configurations précédemment étudiées, il est pertinent de considérer la moyenne géométrique des diamètres  $\sqrt{d_{f,1}d_{f,2}}$  comme grandeur caractéristique du système. Celle-ci se confond avec la moyenne arithmétique dans le cas de diamètres proches, ce qui justifie l'emploi de cette dernière jusqu'à présent à des fins de simplification.

La Fig. 3.12 présente les résultats expérimentaux obtenus pour quatre paires de fibres, dans lesquelles le diamètre de la fibre fixe (fibre 2) est maintenu constant à  $d_{f,2} = 283 \mu\text{m}$ , tandis que celui de la fibre mobile (fibre 1) est variable, avec des valeurs comprises entre 130 et 425  $\mu\text{m}$ , soit s'étalant sur une plage de largeur typique de l'ordre de  $d_{f,2}$ . L'accord entre ces données et les prédictions du modèle de dépendance inverse précédemment établi, adapté ici sous la forme  $R_k = 13.83 \sqrt{d_{f,1}d_{f,2}}^{-1}$ , apparaît globalement satisfaisant. La plage de diamètres de fibres accessible expérimentalement est cependant limitée, et le rapport des diamètres demeure inférieur à 2.5 pour l'ensemble des cas étudiés. En conséquence, et compte tenu des incertitudes associées aux mesures, il demeure difficile de valider de manière rigoureuse la précision quantitative de cette loi de comportement. Cependant, relativement

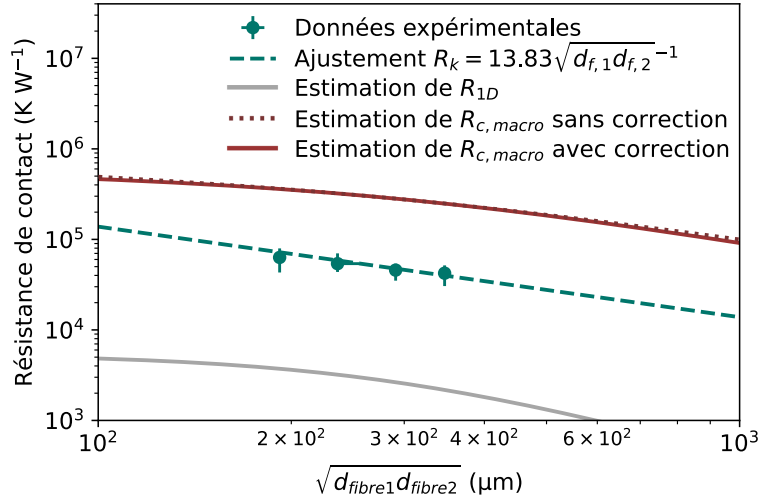


FIGURE 3.12 – Évolution de la résistance de contact verre-verre mesurée en fonction de la moyenne géométrique des diamètres des deux fibres en contact, pour des paires de fibres neuves de diamètres différents ( $d_{f,2} = 283 \mu\text{m}$  fixe, et  $d_{f,1} = 130, 197, 299,$  et  $425 \mu\text{m}$ ) croisées perpendiculairement, et modèle  $R_k = 13.83\sqrt{d_{f,1}d_{f,2}}^{-1}$ . Les estimations de  $R_{1D}$  et  $R_{c,macro}$  (avec et sans prise en compte des facteurs correctifs  $\mathcal{F}_1$  et  $\mathcal{C}$ ) dans cette configuration sont également représentées.

à l'objectif principal de cette étude, qui est l'application des résultats aux contacts entre fibres dans la laine de verre, l'analyse d'une plage de diamètres restreinte demeure pertinente. En effet, comme illustré en Fig. 1.3, les fibres présentes dans les échantillons réels sont caractérisées par une distribution de diamètres relativement étroite, dont la dispersion typique n'excède pas l'ordre de grandeur du diamètre moyen. Les configurations expérimentales explorées ici sont donc représentatives de variations dimensionnelles typiques pouvant être rencontrées au niveau des contacts entre fibres dans la laine de verre. **Les faibles écarts de résistance de contact observés dans ce régime suggèrent une sensibilité limitée de cette grandeur aux hétérogénéités modérées de diamètre entre fibres, typiquement de l'ordre du diamètre moyen.**

La Fig. 3.12 présente également les estimations de la résistance interne  $R_{1D}$  et de la résistance de constriction macroscopique  $R_{c,macro}$  obtenues à partir des modèles précédemment décrits. Le calcul de ces grandeurs nécessite, dans ce contexte, certaines considérations particulières, qui sont détaillées ci-après.

Pour la résistance interne, l'Eq. 3.5 peut être conservée, en considérant en première approximation un volume non contraint cubique de côté égal à  $(d_{f,1} + d_{f,2})/2$ , ce qui donne  $R_{1D} \approx 2/(k_f(d_{f,1} + d_{f,2}))$ . Il ne s'agit donc pas exactement d'une dépendance strictement inverse vis-à-vis de la variable géométrique d'intérêt du système  $\sqrt{d_{f,1}d_{f,2}}$ , comme c'était le cas dans l'analyse précédente, ce qui est également observable sur la Fig. 3.12. On observe néanmoins que cette contribution reste encore faible, inférieure à 6 % des résistances mesurées.

Ensuite, le cas de deux cylindres de diamètres différents conduit à une configuration de contact de forme elliptique [244, 90], ce qui implique une adaptation de l'estimation de la résistance de constriction macroscopique à ce cadre particulier.

D'une part, rappelons que la force exercée au contact est déterminée à partir de la déflexion maximale de la fibre fixe dans le montage, et s'exprime comme  $F \propto d_{f,2}^4 y_{max}$ . Étant donné que cette déflexion  $y_{max}$  est imposée comme proportionnelle au diamètre moyen des deux fibres en contact, on obtient  $F \propto d_{f,2}^4 (d_{f,1} + d_{f,2})$ . Dans cette relation, seul  $d_{f,1}$  est effectivement modifié expérimentalement. Comparativement au cas où les diamètres  $d_{f,1}$  et  $d_{f,2}$  sont similaires et variés simultanément, la

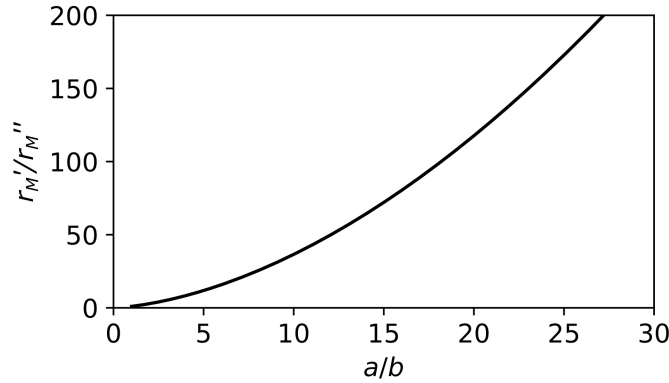


FIGURE 3.13 – Évolution du rapport des courbures des formes au niveau du contact  $r'_M/r''_M$  en fonction du rapport des demi-axes de l'ellipse de contact  $a/b$ , calculé à partir de l'Eq. 3.20 et des valeurs tabulées des intégrales elliptiques  $K(\kappa_{ell})$  et  $E(\kappa_{ell})$ .

dépendance de la force vis-à-vis de la variable géométrique  $\sqrt{d_{f,1}d_{f,2}}$  se trouve donc atténuée.

D'autre part, pour l'expression permettant d'estimer la résistance de constriction macroscopique, le modèle de Hertz généralisé aux contacts elliptiques, présenté au premier chapitre en section 2.2.2.1, peut être appliqué. Il a été établi dans la Ref. [90] que le rapport des demi-axes de l'ellipse de contact  $a/b$ , et donc son excentricité  $\kappa_{ell} = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ , dépendent du rapport des rayons de courbure  $r'_M$  et  $r''_M$  des surfaces formant le contact, ici les deux fibres. Pour  $a \geq b$  et  $r'_M \geq r''_M$ , cette dépendance s'exprime selon la relation suivante :

$$r'_M/r''_M = \frac{E(\kappa_{ell}) - (1 - \kappa_{ell}^2)K(\kappa_{ell})}{(1 - \kappa_{ell}^2)[K(\kappa_{ell}) - E(\kappa_{ell})]} \quad (3.20)$$

où  $K(\kappa_{ell})$  et  $E(\kappa_{ell})$  désignent respectivement les intégrales elliptiques complètes de première et deuxième espèce, de module  $\kappa_{ell}$ , déjà introduites. La Fig. 3.13 représente l'évolution typique obtenue par cette relation de  $r'_M/r''_M$  en fonction de  $a/b$ . On constate que  $a/b < r'_M/r''_M$ , de sorte que l'excentricité de l'ellipse de contact est systématiquement inférieure à celle imposée par la courbure des surfaces formant le contact : en particulier, pour notre configuration expérimentale où le rapport des diamètres des fibres vérifie  $r'_M/r''_M = \max(d_{f,1}, d_{f,2})/\min(d_{f,1}, d_{f,2}) < 2.5$ , le rapport des demi-axes satisfait  $a/b < 1.8$ . Dans ce cas, la correction  $\mathcal{F}_1(a, b)$  à apporter à la formule hertzienne classique (cf. Eqs. 1.61 et 1.62) pour rendre compte du rétrécissement de l'aire de contact due à la géométrie elliptique est supérieure à 0.98, témoignant d'un très faible écart par rapport au cas d'un contact circulaire, pour lequel  $\mathcal{F}_1 = 1$ .

Nous avons de plus mis en évidence une influence, modérée mais existante, de la forme du contact sur le transfert thermique qui s'y opère, et par conséquent sur la résistance de constriction macroscopique en elle-même. À aire de contact égale, une géométrie elliptique induit une résistance de constriction inférieure à celle d'un contact circulaire, cette réduction étant quantifiée par un facteur correctif  $\mathcal{C}(a, b) = \tilde{R}_{c,ell}^*/\tilde{R}_{c,cir}^* = (2/\pi)(b/a)^{1/2}K(\kappa_{ell})$  où  $\tilde{R}_{c,ell}^*$  et  $\tilde{R}_{c,cir}^*$  ont été définis par les Eqs. 1.47 et 1.48. Dans les cas considérés ici, ce facteur de correction est systématiquement supérieur à 0.97. L'évaluation de la résistance de constriction macroscopique peut ainsi être réalisée à partir de l'expression suivante :

$$R_{c,macro} = \frac{1}{2k_f(ab)^{1/2}}\mathcal{C}(a, b) = \frac{1}{2k_f} \left( \frac{3F\sqrt{d_{f,1}d_{f,2}}}{8E^*} \right)^{-1/3} \frac{\mathcal{C}(a, b)}{\mathcal{F}_1(a, b)}. \quad (3.21)$$

Les deux termes correctifs  $\mathcal{F}_1(a, b)$  et  $\mathcal{C}(a, b)$  étant tous deux très proches de l'unité pour les configurations considérées, et leurs effets ayant tendance à se compenser, leur impact global sur le calcul de

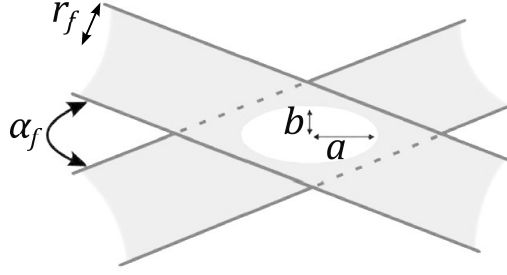


FIGURE 3.14 – Illustration d’un contact elliptique formé entre deux cylindres croisés avec un angle  $\alpha_f$ .

$R_{c,macro}$  demeure faible, comme l’illustre la Fig. 3.12. La dépendance atténuée de  $R_{c,macro}$  observée dans cette figure par rapport au cas des diamètres similaires résulte donc exclusivement des particularités liées au calcul de la force de contact. Par ailleurs, les valeurs calculées de  $R_{c,macro}$  restent systématiquement supérieures aux résistances mesurées, suggérant, une nouvelle fois, une surestimation de cette contribution par le modèle.

Pour approfondir cette étude de l’influence des diamètres des fibres, il serait nécessaire de disposer de fibres aux diamètres plus variés, permettant d’atteindre des configurations de contact fortement elliptiques. Relativement à l’objectif principal de ce travail, à savoir la quantification de la résistance de contact entre fibres dans la laine de verre, une telle analyse traitant de cas peu probables dans le matériau réel constituerait toutefois un axe secondaire.

#### 1.4.2 Résultats préliminaires : influence de l’angle entre les fibres

Outre le diamètre des fibres, un autre paramètre relié à la morphologie du contact, et identifié dès le début de l’étude, est susceptible d’influencer la résistance thermique de contact : il s’agit de l’angle de croisement entre les fibres  $\alpha_f$ . Les résultats présentés jusqu’ici concernent exclusivement des contacts entre fibres croisées perpendiculairement. Toutefois, la platine de rotation intégrée au montage permet de faire varier l’angle  $\alpha_f$ . Un premier essai a ainsi été réalisé pour  $\alpha_f \approx 44^\circ$ , soit la valeur maximale accessible avec la configuration actuelle du dispositif. Pour deux fibres de verre neuves, de diamètres similaires  $d_f \approx 286 \mu\text{m}$ , une résistance de contact  $R_{k,44^\circ} = (3.98 \pm 0.50) \times 10^4 \text{ K W}^{-1}$  a alors été mesurée. Cette valeur représente une diminution d’environ 14 %, soit un facteur 0.86, par rapport à la valeur de référence  $R_{k,90^\circ} = (4.65 \pm 0.60) \times 10^4 \text{ K W}^{-1}$  obtenue pour des fibres similaires croisées perpendiculairement.

Tout comme le cas de diamètres de fibres différents précédemment traité, un angle de croisement  $\alpha_f \neq 90^\circ$  conduit à la formation d’une zone de contact elliptique, ce qui est illustré en Fig. 3.14. Il est donc pertinent d’établir un parallèle entre l’influence de ces paramètres. Le cadre théorique développé ci-dessus peut être réutilisé pour interpréter ce résultat préliminaire, moyennant quelques ajustements spécifiques à la configuration angulaire. Dans ce cas, la particularité réside dans le fait que la courbure effective des surfaces en contact, représentée par les rayons  $r'_M$  et  $r''_M$ , est déterminée par le rayon des deux fibres cylindriques **et** par l’angle de croisement  $\alpha_f$ . Lorsque les fibres possèdent un rayon identique  $r_f = d_f/2$ , les rayons de courbure au point de contact s’expriment selon les relations [250, 92] :

$$r'_M = r_f / (1 - \cos \alpha_f) \quad \text{et} \quad r''_M = r_f / (1 + \cos \alpha_f). \quad (3.22)$$

Ces expressions permettent de déduire le rapport  $r'_M/r''_M$  directement à partir de l’angle  $\alpha_f$ . Dans la configuration expérimentale considérée ici, on obtient  $r'_M/r''_M \approx 6.13$ , ce qui correspond à un rapport  $a/b \approx 3.29$  selon l’Eq. 3.20 et la Fig. 3.13. Le contact présente donc une forme nettement plus elliptique que ceux formés dans le cas de fibres de diamètres légèrement différents étudiés dans la section

précédente.

En ce qui concerne la résistance de constriction macroscopique attendue dans le cas d'un angle de croisement  $\alpha_f = 44^\circ$ , et sa comparaison avec celle obtenue pour un contact perpendiculaire ( $\alpha_f = 90^\circ$ ), trois éléments principaux doivent être soulignés :

- D'abord, la déflexion imposée est identique dans les deux configurations expérimentales, ce qui implique que la force au contact est également la même. Toutefois, le rayon de courbure équivalent intervenant dans le calcul du rayon effectif de contact  $r_{M,eq} = (r'_M r''_M)^{1/2}$  (cf. Eq 1.61) varie ici avec l'angle  $\alpha_f$ . D'après l'Eq. 3.22, on obtient en effet :

$$r_{M,eq} = r_f (1 - \cos^2 \alpha_f)^{-1/2}. \quad (3.23)$$

- Ensuite, la correction  $\mathcal{F}_1(a, b)$  introduite précédemment pour tenir compte du rétrécissement de la zone de contact dans une géométrie elliptique est ici estimée à  $\mathcal{F}_1(a, b) \approx 0.96$ .
- Enfin, la correction  $\mathcal{C}(a, b)$  qui traduit l'augmentation du transfert de chaleur dans une constriction elliptique par rapport au cas circulaire à aire de contact égale est évaluée à  $\mathcal{C}(a, b) \approx 0.92$ .

Ainsi, le rapport attendu entre les résistances de constriction macroscopique pour les deux configurations angulaires considérées peut s'écrire :

$$\frac{R_{c,macro,44^\circ}}{R_{c,macro,90^\circ}} = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{F}_1} (1 - \cos^2 \alpha_f)^{1/6}. \quad (3.24)$$

Dans le cas étudié ici, le **facteur correctif total est estimé à environ 0.85, ce qui est en bon accord avec la diminution expérimentale observée. Ce résultat apporte un cadre théorique cohérent pour interpréter la réduction de la résistance de contact induite par l'angle de croisement entre les fibres.** Toutefois, compte tenu des incertitudes expérimentales, il serait nécessaire de confirmer cette tendance par des mesures supplémentaires, réalisées pour des angles variés.

Pour l'angle  $\alpha_f = 44^\circ$  considéré ici, la réduction théorique de la résistance de constriction reste modérée et provient principalement de la modification des rayons de courbure effectifs au niveau du contact. Les facteurs correctifs  $\mathcal{F}_1$  et  $\mathcal{C}$  y jouent un rôle secondaire. En revanche, pour un angle plus faible, tel que  $\alpha_f = 5^\circ$ , une diminution significative est attendue, avec un facteur total d'environ 0.30, et des corrections  $\mathcal{F}_1$  et  $\mathcal{C}$  non négligeables. Une étude expérimentale de cette configuration serait particulièrement pertinente, d'autant plus que des contacts verre-verre avec des angles de croisement variés sont présents dans les échantillons réels de laine de verre. Au regard des objectifs industriels de l'étude, une analyse approfondie de l'influence de l'angle de croisement sur la résistance de contact totale apparaît donc comme une perspective essentielle.

Enfin, notons que si l'accord entre les prédictions théoriques de la réduction de la résistance de constriction macroscopique  $R_{c,macro}$  et des valeurs mesurées de  $R_k$  se confirmait pour différents angles, cela constituerait un argument supplémentaire en faveur d'un rôle dominant de la résistance de constriction macroscopique dans la résistance de contact globale mesurée.

### 1.4.3 Extrapolation au cas de diamètres de fibres représentatifs de la laine de verre

Comme mentionné dans le chapitre précédent, les choix liés au montage expérimental et aux dimensions des fibres étudiées imposent le recours à une loi d'échelle pour extrapoler les résultats de résistance de contact mesurées à des configurations représentatives de la laine de verre, c'est-à-dire concernant des fibres de diamètre proche de 10  $\mu\text{m}$ . La courbe d'évolution de la résistance de contact en fonction du diamètre moyen des fibres, établie précédemment, peut être utilisée pour cela. La taille d'objet cible reste en effet supérieure à l'échelle nanométrique, pour laquelle le régime de diffusion aurait pu se trouver modifié.

En raison du faible contrôle sur les conditions de vieillissement des fibres testées, ainsi que de l'ab-

sence de données fiables sur l'ampleur de ce phénomène dans les échantillons industriels, il est difficile d'établir une correspondance directe entre les conditions expérimentales et les situations rencontrées en conditions réelles. Le cas des fibres neuves est donc retenu comme référence dans cette étude. Dans ce cadre, l'application de la loi  $R_k = 13.83 d_f^{-1}$  obtenue expérimentalement conduit, pour un diamètre  $d_f = 10 \mu\text{m}$ , à une résistance de contact estimée à :

$$R_k^{\text{verre-verre}}(d_f = 10 \mu\text{m}) = 1.38 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}. \quad (3.25)$$

Cette estimation peut être confrontée aux résultats expérimentaux disponibles dans la littérature présentés au chapitre 1 dans le tableau 1.2.

Les travaux rapportés dans les Refs. [9, 113, 155] ont notamment fourni de premières estimations expérimentales de la résistance thermique de contact entre deux fibres de verre ou entre une bille et un plan en verre, pour des objets de dimensions typiques de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ , par différentes techniques : microthermographie infrarouge avec excitation laser, méthode  $3\omega$  et montage SThM. Rappelons que l'objectif du développement complet de la nouvelle méthode expérimentale présentée ici était de surmonter certaines limitations identifiées dans ces approches, parmi lesquelles :

- la possible altération des fibres par ablation due à l'excitation laser dans la microthermographie infrarouge,
- la modification des propriétés de surface induite par les dépôts métalliques réalisés par lithographie dans la méthode  $3\omega$ ,
- la contrainte géométrique inhérente au montage SThM, basé sur une configuration sphère-plan.

L'accord entre notre valeur extrapolée et les résultats de ces travaux antérieurs, compris entre  $5 \times 10^6$  et  $5 \times 10^7 \text{ K W}^{-1}$ , est donc satisfaisant en ordre de grandeur, en particulier par rapport à la borne inférieure de cette plage. L'écart constaté pourrait être attribué à la fois aux incertitudes expérimentales associées à notre protocole et aux limitations des méthodes précédemment employées citées ci-dessus. Par ailleurs, nos mesures ont été réalisées sous vide, contrairement à certaines études antérieures menées en atmosphère ambiante. Or, comme discuté précédemment, il est possible que l'humidité de l'air influence la géométrie du contact verre-verre en favorisant la formation d'un ménisque à l'interface. Si cette formation a été considérée comme peu probable dans nos conditions expérimentales, elle l'est plus en atmosphère non contrôlée. Ce phénomène pourrait constituer une explication supplémentaire aux écarts observés entre nos résultats et les données issues de la littérature, qui restent cependant relativement faibles.

La cohérence satisfaisante obtenue renforce la crédibilité de notre approche expérimentale et constitue un argument supplémentaire en faveur de la validité de la loi d'échelle employée pour adapter nos résultats aux diamètres typiques des fibres de laine de verre. Son utilisation est d'autant plus pertinente que notre étude préliminaire sur des contacts entre fibres de diamètres modérément différents n'a pas révélé de variation significative de la résistance de contact, au regard des incertitudes expérimentales. Il est donc raisonnable d'étendre la valeur prédite à des configurations présentant une certaine hétérogénéité de diamètres, comme c'est le cas dans les matériaux réels. Le seul paramètre morphologique pertinent au regard des systèmes réels et dont l'influence n'a pas encore été explorée de manière détaillée est l'angle entre les fibres. Il convient ainsi de garder à l'esprit que la valeur prédite pourrait, *a priori*, être inférieure dans le cas de contacts avec un angle de croisement inférieur à  $90^\circ$ .

Notons enfin que, dans l'hypothèse d'une prépondérance de la résistance de constriction macroscopique dans ces géométries sphère-plan ou entre deux fibres, la dispersion des valeurs de résistance de contact rapportées dans la littérature pour différents matériaux, présentées dans le tableau 1.2, trouve une certaine cohérence. En effet, la résistance de constriction dépend à la fois du rayon équivalent de la zone de contact, fortement influencé par les conditions expérimentales, notamment la force appliquée, et de la conductivité thermique des matériaux ; ces deux paramètres pouvant varier considérablement

d'une étude à l'autre.

## 2 Contacts en présence de liant

### 2.1 Préparation et propriétés des gouttes de liant

#### 2.1.1 Protocole de préparation d'échantillons

Comme mentionné dans le chapitre 1, cette étude porte spécifiquement sur l'une des formulations de liant utilisées par Saint-Gobain dans la fabrication de la laine de verre, à savoir une **résine polyester biosourcée diluée dans l'eau**<sup>11</sup>. Dans ce cadre, nous avons réalisé des échantillons constitués de deux fibres de verre, sur lesquelles une goutte de cette formulation a été déposée.

En section 1.3.4 au chapitre 1, nous avons montré que la majorité des gouttes de liant observées par MEB dans des échantillons réels de laine de verre présentent un diamètre inférieur ou égal à 50  $\mu\text{m}$ , soit jusqu'à cinq fois celui des fibres, qui est typiquement d'une dizaine de microns. Les fibres de verre disponibles pour nos expériences présentent des diamètres plus importants, compris entre 70 et 450  $\mu\text{m}$  : en cohérence avec les observations issues du matériau réel, nous avons donc choisi d'étudier des **diamètres de goutte proportionnels au diamètre moyen des fibres**  $d_{f,m}$ , et tels que  $d_g \leq 5 d_{f,m}$ , avec une valeur de référence  $d_g \approx 4.3 d_{f,m}$ . Cette démarche de mise à l'échelle permet d'analyser des géométries de contact dont les morphologies reproduisent fidèlement celles rencontrées dans le matériau réel en termes de rapports dimensionnels entre les fibres et les gouttes ; lorsque le diamètre moyen des fibres est amené à varier, on a alors des géométries à proportions conservées. Dans cette partie, seules des paires de fibres de diamètres similaires seront considérées ; par souci de simplification, ce diamètre moyen sera donc à nouveau noté  $d_f$ . Il convient de souligner que ce critère reliant les tailles des gouttes et des fibres concerne le liant dans son état final, c'est-à-dire après sa polymérisation suivant le protocole industriel décrit au premier chapitre également en section 1.1. Par conséquent, la goutte de résine déposée initialement sur les fibres doit être de dimensions supérieures à celles mesurées après polymérisation. Son volume final dépend notamment de l'extrait sec massique ( $ES$ ) de la formulation, c'est-à-dire de sa concentration en matière sèche, liée au degré de dilution dans l'eau.

En pratique, pour la grande majorité des échantillons préparés, une résine présentant un extrait sec massique  $ES = 0.3$  est utilisée. Les échantillons sont constitués de deux fibres de verre mises en place à l'aide de la plateforme de micro-positionnement, selon la même procédure que celle employée pour l'observation directe de contacts verre-verre. Des gouttes de volume  $V_g$  compris entre 0.1 et 13  $\mu\text{L}$  sont ensuite déposées à l'aide d'une micropipette, à l'intersection des deux fibres. À la différence des configurations verre-verre, l'espacement entre les fibres  $e_f$  peut, dans ce cas, être non nul : la goutte joue alors le rôle d'agent de liaison en assurant le contact entre les fibres.

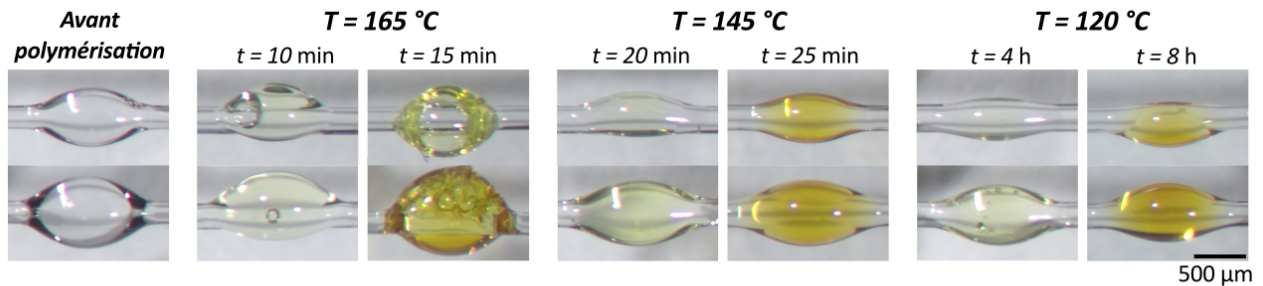
Le protocole suivi comprend ensuite une étape d'évaporation à température ambiante, d'une durée d'environ une heure. Cette durée a été choisie de manière à ce que la goutte atteigne un volume stable, quelle que soit la quantité initialement déposée. Bien que cette phase ne soit pas nécessairement identifiée dans le procédé industriel de fabrication de la laine de verre, elle est ici introduite afin d'éliminer systématiquement, avant la polymérisation, la majeure partie de l'eau contenue dans la formulation. Cela permet d'assurer une reproductibilité du processus de polymérisation, indépendamment de la taille initiale de la goutte, et ainsi de rendre les échantillons les plus comparables possibles. Il est par ailleurs important de noter que, dans le procédé industriel, les diamètres des gouttes projetées sont environ dix fois inférieurs à ceux des gouttes déposées dans nos expériences. L'évaporation y est donc vraisemblablement beaucoup plus rapide, ce qui n'exclut pas qu'elle soit aussi presque complète avant

---

11. La chimie de l'évaporation et de la polymérisation de la résine biosourcée utilisée dans cette étude ne sera pas détaillée ici. Pour une description complète et une analyse de ces mécanismes, le lecteur pourra se référer à la Ref. [251].



(a)



(b)



FIGURE 3.15 – (a) Images de gouttes de liant déposées sur des fibres de verre, obtenues à partir d'un dépôt d'un volume initial de résine de  $V_g = 0.5 \mu\text{L}$  (images du haut) ou  $V_g = 1 \mu\text{L}$  (images du bas), avec un extrait sec massique  $ES = 0.3$ . Les échantillons ont été soumis à une phase d'évaporation à température ambiante pendant une heure, suivie de différentes conditions (durée  $t$  et température  $T$ ) de polymérisation. (b) Vue macroscopique d'un matelas de laine de verre contenant du liant biosourcé.

la phase de polymérisation.

Enfin, le procédé de polymérisation retenu consiste en une mise en étuve à  $120 \text{ }^\circ\text{C}$  pendant 4 heures. Ce protocole diffère notablement du procédé industriel, qui repose sur un traitement thermique plus court : le matelas de fibres imprégné de liant est porté à environ  $250 \text{ }^\circ\text{C}$  pendant seulement quelques minutes. La réduction de la température de chauffe a été nécessaire afin d'assurer la compatibilité avec les dispositifs expérimentaux utilisés, notamment les platines de translation et de rotation, dont la température maximale admissible est de  $120 \text{ }^\circ\text{C}$ .

La température seuil de polymérisation de la résine étant théoriquement comprise entre  $120$  et  $150 \text{ }^\circ\text{C}$ , une série de tests a été menée afin de s'assurer que la réaction puisse effectivement se produire à ces températures plus basses. À cette fin, des gouttes de résine de volumes  $0.5 \mu\text{L}$  et  $1 \mu\text{L}$  ont été déposées sur des fibres de verre, et soumises à différents protocoles thermiques. Les résultats de ces essais sont présentés en Fig. 3.15(a). L'évolution de la polymérisation peut être suivie visuellement : la résine passe progressivement d'un état transparent à une teinte crème, puis brunâtre. Un échantillon représentatif de laine de verre issue du procédé industriel, contenant la résine biosourcée en tant que liant, est présenté en Fig. 3.15(b). Sa teinte crème témoigne d'un contrôle du degré d'avancement de la polymérisation dans le processus industriel, arrêté à un stade modéré. Expérimentalement, il a été observé qu'à une température de  $165 \text{ }^\circ\text{C}$ , environ 10 minutes sont suffisantes pour atteindre cette coloration crème des gouttes de liant ; à  $145 \text{ }^\circ\text{C}$ , ce temps est allongé à 20 minutes. Enfin, à  $120 \text{ }^\circ\text{C}$ , ce même stade peut être atteint en 4 heures, justifiant le choix de cette durée pour le protocole expérimental retenu.

La Fig. 3.15(a) met également en évidence le fait que la goutte de liant peut présenter, à l'état final, un aspect poreux caractérisé par la présence de bulles, en particulier lorsque la polymérisation est réalisée à haute température. Ces bulles sont vraisemblablement dues à des dégagements gazeux survenus lors de la réaction. Il semble donc que la cinétique rapide de la réaction à haute température favorise ce phénomène, déjà illustré en Fig. 1.22 pour un échantillon de taille macroscopique. Quand la température augmente, un durcissement rapide du polymère en surface peut en effet se produire, générant la formation d'une peau susceptible d'emprisonner les gaz libérés pendant la réaction [252,

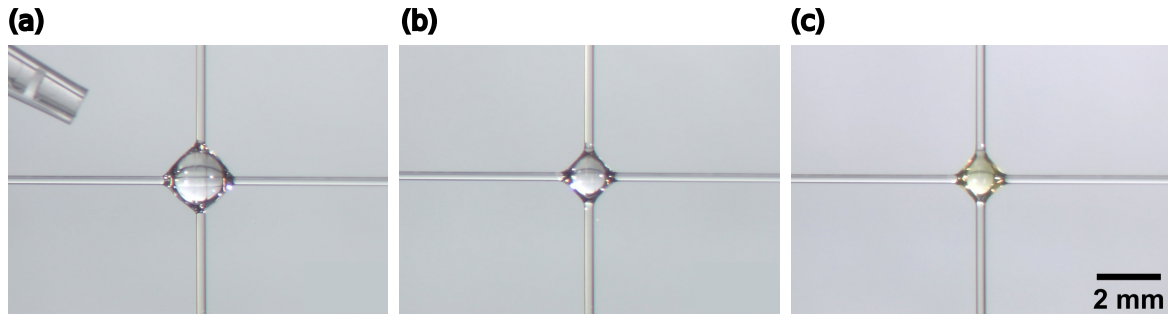


FIGURE 3.16 – Images à la loupe binoculaire illustrant le protocole de préparation d’un échantillon de fibres de verre mises en contact par une goutte de liant ( $d_{f,m} = 170 \mu\text{m}$ ,  $\alpha_f = 90^\circ$ ,  $e_f = 0$ ). (a) Échantillon après dépôt d’une goutte de résine à  $ES = 0.3$ , de volume  $V_g = 0.68 \mu\text{L}$ . (b) Échantillon après évaporation. (c) Échantillon après polymérisation à  $120^\circ\text{C}$  pendant 4 h : le diamètre final de la goutte finale est estimé à partir de l’image à  $d_g \approx 765 \mu\text{m}$ .

253]. Le choix d’un procédé de polymérisation lent à relativement faible température permet ainsi de limiter ce phénomène, et d’améliorer la reproductibilité des échantillons préparés.

La Fig. 3.16 illustre un exemple représentatif d’échantillon de contact entre deux fibres de verre en présence de liant, à différents stades de sa préparation. Dans ce cas, les paramètres morphologiques susceptibles d’être modifiés incluent non seulement l’**angle entre les fibres**  $\alpha_f$  et le **diamètre des fibres**  $d_f$ , mais aussi l’**espacement entre les fibres**  $e_f$  et le **diamètre de la goutte**  $d_g$ . Toutes ces grandeurs sont estimées à l’état final pour les différents échantillons à partir d’images à la loupe binoculaire telles que celles présentées en Fig. 3.16(c); en particulier, le diamètre de la goutte est assimilé à l’extension mesurée de la goutte en vue de dessus<sup>12</sup>.

### 2.1.2 Propriétés thermiques du liant

Les propriétés thermiques du liant n’étant pas connues avec précision, une estimation a été réalisée à partir d’une mesure expérimentale par méthode flash, introduite dans le second chapitre en section 3. Cette mesure a été effectuée sur un échantillon de résine polymérisée, préparé à Saint-Gobain Recherche Paris sous forme de plaque par broyage et frittage. Il s’agit d’un échantillon poreux, de porosité estimée à 30 %, de masse volumique  $\rho_{ech} = 994 \text{ kg m}^{-3}$  et de capacité calorifique massique mesurée par calorimétrie différentielle à balayage  $C_{p,ech} = 1.18 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . La diffusivité thermique de l’échantillon obtenue par méthode flash est de l’ordre de  $\alpha_{ech}^{th} = 1.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . En utilisant la relation reliant la masse volumique, la capacité calorifique massique et la diffusivité thermique à la conductivité thermique, cette dernière est évaluée pour l’échantillon étudié :

$$k_{ech} = \alpha_{ech}^{th} \rho_{ech} C_{p,ech} \approx 0.18 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}. \quad (3.26)$$

Cette valeur se rapporte à un échantillon poreux, contenant une fraction volumique d’air de 30 %, dont la conductivité thermique est relativement faible ( $k_{air} = 26 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) : elle est donc inférieure à celle du liant pris comme matériau massif. L’évaluation précise de la conductivité thermique intrinsèque du liant nécessiterait une connaissance détaillée de la microstructure poreuse de l’échantillon caractérisé ici, afin d’identifier un modèle adéquat pour la conductivité thermique effective (voir quelques exemples dans la Ref. [254]), ou à défaut, des mesures sur des échantillons présentant des porosités variées.

En l’état, avec un seul échantillon disponible et les résultats de mesure associés, nous considérerons

12. En pratique, la perte de volume pendant l’évaporation et la polymérisation étant liée à l’extrait sec massique en résine de la formulation de liant, une relation expérimentale approximative entre volume initial et diamètre final latéral de goutte  $d_g$ , estimé par imagerie, peut être établie pour pouvoir anticiper les tailles de gouttes lors de la préparation des échantillons.

dans la suite la valeur obtenue  $k_{ech}$  comme une **borne inférieure de la conductivité thermique du liant massif**. Étant donné qu'il s'agit d'un matériau polymère, on s'attend par ailleurs à une conductivité thermique de l'ordre de  $0.1$  à  $0.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , ce qui reste compatible avec cette hypothèse.

## 2.2 Résultats expérimentaux à paramètres morphologiques fixés

Dans cette section, nous analysons les résultats de mesure de la résistance de contact obtenus pour différents diamètres de fibres de verre, variés simultanément pour les deux fibres, et en présence d'une goutte de liant, avec des paramètres morphologiques du contact fixés selon les conditions suivantes :

- $\alpha_f = 90^\circ$  : les fibres sont croisées perpendiculairement ;
- $e_f = 0$  : les fibres de verre sont mises en contact direct et la goutte est déposée à cet endroit ;
- $d_g \approx 4.3 d_f$  : le diamètre de la goutte est varié proportionnellement au diamètre des fibres.

Il convient de souligner que, dans ce cadre, la distance séparant les deux points de mesure de température, situés en amont et en aval du contact et utilisée pour le calcul de la résistance de contact, est directement déterminée par la taille de la goutte  $d_g$ . Par conséquent, lorsque  $d_g$  varie, les valeurs obtenues correspondent à des contacts de dimensions effectives différentes. Cette extension spatiale n'est donc pas constante et diffère de celle considérée dans le cas des contacts directs verre-verre, pour lesquels elle est de l'ordre du diamètre des fibres  $d_f$  (cf. Fig. 3.1).

### 2.2.1 Évolution de la résistance de contact en fonction du diamètre des fibres et comparaison au cas verre-verre

La Fig. 3.17(a) présente les valeurs de résistances de contact mesurées et leurs barres d'erreur correspondantes, en fonction du diamètre moyen des fibres de verre, compris entre  $140$  et  $450 \mu\text{m}$ . À titre comparatif, les résultats déjà étudiés dans la partie précédente concernant les contacts verre-verre sont également illustrés.

La plupart des nouvelles données expérimentales sont obtenues pour des fibres de verre neuves et lavées avant le dépôt de la goutte. Pour ces points, l'évolution de la résistance de contact en fonction du diamètre moyen des fibres est compatible avec une loi de puissance dont l'exposant est une nouvelle fois estimé à  $-1$  par procédure de meilleure ajustement ( $r^2 \approx 0.84$ ). On trouve en particulier :

$$R_k = 2.82 d_f^{-1}, \quad (3.27)$$

soit une **résistance de contact systématiquement inférieure d'un facteur constant d'environ 5 à celle mesurée dans des conditions équivalentes entre fibres neuves en l'absence de liant**. Cet écart observé est d'autant plus significatif que les échantillons comparés ici avec et sans liant sont constitués rigoureusement des mêmes fibres, agencées selon une configuration identique. De plus, la résistance de contact en présence de liant est toujours trouvée inférieure à celle entre deux fibres vieilles sans liant.

L'un des échantillons étudiés en présence d'une goutte de liant correspond également à une paire de fibres vieilles. La résistance de contact mesurée pour cet échantillon ne s'écarte pas significativement des valeurs typiquement obtenues ou prédites par ajustement pour des fibres neuves de même diamètre dans les mêmes conditions. Ce résultat suggère que **l'effet de la présence du liant sur la résistance de contact est prépondérant par rapport à celui du vieillissement des fibres, et donc de l'état de surface initial**. Cette observation est cohérente avec le fait que le liant, déposé à l'origine sous forme liquide, est susceptible de combler les irrégularités de surface dues à la rugosité, ce qui peut vraisemblablement limiter leur influence sur la résistance de contact.

Il est intéressant de noter que la dépendance en  $d_f^{-1}$  observée pour les résistances de contact, tant en l'absence qu'en présence de liant, permet une interprétation simple en comparaison avec la résistance

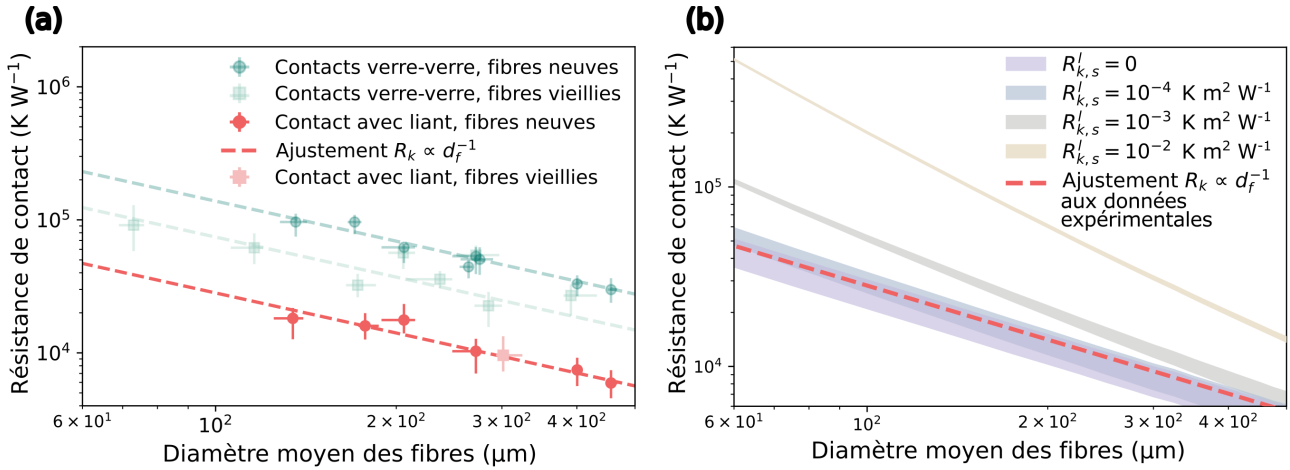


FIGURE 3.17 – (a) Évolution de la résistance de contact mesurée pour des échantillons en présence de liant ( $\alpha_f = 90^\circ$ ,  $e_f = 0$  et  $d_g \approx 4.3 d_f$ ), en fonction du diamètre moyen des deux fibres en contact, pour des paires de fibres de diamètres similaires, et ajustement au modèle  $R_k \propto d_f^{-1}$ . À titre de comparaison, les données obtenues pour des contacts verre-verre, déjà présentées précédemment, sont également illustrées. (b) Résistances de contact simulées par éléments finis, dans le cas d’une résistance surfacique liée aux interfaces entre verre et liant  $R_{k,s}^l$  variable, en fonction du diamètre moyen de fibres, et comparaison à la tendance expérimentale identifiée. Les courbes sont représentées sous formes d’intervalles correspondant aux résultats obtenus pour une conductivité du liant variable dans la plage  $0.18 - 0.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . La conductivité des fibres considérée est celle du verre,  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

interne des fibres de verre. Cette dernière, pour une longueur  $l^*$  donnée, s’écrit :

$$R_{int}^{fibre} = \frac{4l^*}{\pi d_f^2 k_f}. \quad (3.28)$$

Ainsi, les résistances de contact mesurées – évoluant respectivement comme  $13.83 d_f^{-1}$  sans liant et  $2.82 d_f^{-1}$  avec liant – sont équivalentes à la résistance interne d’un segment de fibre de longueur  $l^* \approx 14 d_f$  et  $l^* \approx 3 d_f$ , respectivement. Ce résultat, valable sur l’ensemble de la gamme de diamètres explorée, met en évidence que les résistances de contact obtenues sont en réalité relativement faibles, en particulier dans le cas où le liant est présent.

Enfin, la tendance expérimentale est confrontée à des résultats de simulations par éléments finis en Fig. 3.17(b). Ces simulations s’appuient sur la configuration décrite précédemment pour les contacts verre-verre (voir section 1.1), dans laquelle la surface de contact entre les deux fibres de verre de conductivité  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  est modélisée par un disque de rayon effectif  $a$ , pouvant présenter une résistance thermique surfacique  $R_{k,s}^v$ . Une goutte de liant est désormais introduite dans cette géométrie, et représentée en première approximation par une forme sphérique de diamètre  $d_g = 4.3 d_f$ , de conductivité thermique variable  $k_l$ , et dont les interfaces avec le verre donnent lieu à l’existence d’une résistance thermique surfacique  $R_{k,s}^l$ . Afin d’assurer la comparabilité avec les résultats issus de la configuration expérimentale, les points de relevé des flux thermiques et des températures utilisés pour l’estimation de la résistance de contact par simulation, selon les Eqs. 3.2 et 3.3, sont positionnés de part et d’autre du contact à une distance approximativement égale au diamètre de la goutte  $d_g$ .

Des simulations préliminaires ont d’abord été réalisées afin d’évaluer l’impact de l’approximation géométrique consistant à modéliser la goutte de liant par une sphère. Cette simplification pourrait introduire un biais, la goutte ayant tendance en réalité à s’étaler le long des fibres sous l’effet de la capillarité. Pour vérifier la validité de cette hypothèse, une géométrie alternative a été testée, dans

laquelle la goutte est modélisée par un pavé droit de dimensions latérales égales à  $d_g$ . Les simulations menées avec cette configuration n'ont montré aucune variation significative des résistances de contact obtenues par rapport au cas d'une goutte sphérique, y compris en faisant varier les principaux paramètres morphologiques du système ( $d_f$ ,  $e_f$ ,  $d_g$ ) qui seront analysés plus en détail dans la suite. Cette comparaison semble indiquer que, malgré sa simplicité, l'approximation sphérique de la goutte constitue une hypothèse acceptable dans le cadre de cette étude.

D'autres simulations additionnelles ont également permis de vérifier que pour les ordres de grandeur de conductivité étudiés pour le liant et le verre, ni le rayon de contact verre-verre  $a$ , ni la résistance thermique surfacique  $R_{k,s}^v$  associée à cette interface, n'influencent significativement la résistance thermique globale. Ces résultats suggèrent que **le canal de conduction à travers l'interface directe verre-verre est négligeable devant celui assuré par la présence de la goutte de liant**, pour la valeur de conductivité des fibres  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  considérée.

L'analyse est donc focalisée ici sur les deux paramètres inconnus caractérisant la goutte de liant : sa conductivité thermique  $k_l$  et la résistance thermique surfacique  $R_{k,s}^l$  aux interfaces verre-liant. Les courbes issues des simulations, présentées en Fig. 3.17(b), illustrent, pour différentes valeurs de  $R_{k,s}^l$ , l'intervalle de résistances de contact obtenues lorsque  $k_l$  est variée entre 0.18 et 0.5  $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ , cette plage de valeurs ayant été définie comme pertinente dans la section précédente.

Il ressort de ces simulations que les paramètres  $k_l$  et  $R_{k,s}^l$  ont une influence non négligeable sur la valeur de la résistance de contact. Les résultats simulés les plus proches des données expérimentales correspondent aux cas où la résistance surfacique  $R_{k,s}^l$  est faible, typiquement inférieure ou égale à  $10^{-4} \text{ K m}^2 \text{ W}^{-1}$ . Par ailleurs, la dépendance de la résistance de contact au diamètre moyen des fibres  $d_f$  est également sensible à la valeur de  $R_{k,s}^l$  : seules ces configurations pour lesquelles la résistance surfacique est faible reproduisent une dépendance en  $d_f^{-1}$ , cohérente avec celle observée expérimentalement.

Cette comparaison entre résultats numériques et expérimentaux permet de tirer deux conclusions :

- Elle confirme la cohérence des ordres de grandeur de résistance de contact obtenus expérimentalement, compte tenu des paramètres morphologiques des échantillons et des estimations des propriétés du liant. Ce bon accord constitue un élément de validation partielle de la méthode expérimentale développée.
- Elle suggère, malgré l'existence de couples de paramètres ( $k_l$ ,  $R_{k,s}^l$ ) équivalents en termes de résistance globale, que **la résistance surfacique aux interfaces verre-liant est probablement faible. Cette interprétation est cohérente avec l'idée évoquée précédemment selon laquelle la présence du liant tend à réduire l'influence de la rugosité de surface sur la résistance thermique de contact.**

### 2.2.2 Extrapolation au cas de diamètres de fibres représentatifs de la laine de verre

Comme dans la partie précédente concernant les contacts verre-verre, une extrapolation des résultats obtenus est nécessaire pour les étendre au cas de fibres de verre de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre. Dans le cas de contacts à taille de goutte fixée par le critère  $d_g \approx 4.3 d_f$ , et pour des paramètres morphologiques  $\alpha_f = 90^\circ$  et  $e_f = 0$ , l'application de la loi  $R_k = 2.82 d_f^{-1}$  déterminée expérimentalement conduit à :

$$R_k^{liant}(d_f = 10 \mu\text{m}) = 2.82 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}. \quad (3.29)$$

Ce nouveau résultat, comparé à l'extrapolation dans le cas de contacts verre-verre (cf. Eq. 3.25), met en évidence une **réduction de la résistance de contact d'environ un ordre de grandeur en présence de liant pour ces diamètres de fibres caractéristiques de la laine de verre.** À notre connaissance, aucune mesure de résistance de contact entre deux fibres de verre de ce diamètre en présence d'un matériau annexe n'a été rapportée dans la littérature, ce qui empêche toute comparaison

directe avec des valeurs de référence existantes. On peut seulement relever, d'après le tableau 1.2 présenté au chapitre 1 et synthétisant les principales mesures disponibles, que la Ref. [164] a montré une diminution d'environ un ordre de grandeur de la résistance de contact entre deux fils de platine de 10 et 30  $\mu\text{m}$  de diamètre lors de l'ajout de noir de platine à l'interface. La mise en parallèle avec le cas étudié ici reste cependant délicate, les matériaux considérés, et donc leurs propriétés – en particulier leur conductivité thermique – étant extrêmement différents.

Notons que l'application de cette démarche d'extrapolation jusqu'à des diamètres de fibres de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$  suppose que les mécanismes physiques régissant le comportement thermique de la goutte de liant restent invariants tant que le rapport  $d_g/d_f$  est fixe. Il s'agit toutefois d'une hypothèse simplificatrice, notamment en présence d'une goutte de liant, car la réduction simultanée de  $d_f$  et  $d_g$ , bien que conservant les proportions géométriques, entraîne une augmentation du rapport surface/volume de la goutte. Dans ce contexte, des phénomènes capillaires pourraient devenir importants et induire des modifications morphologiques, telles qu'un ajustement de la force exercée au contact ou de l'étalement de la goutte, invalidant l'hypothèse de similitude géométrique stricte. Ces effets sont néanmoins supposés de second ordre au regard de l'influence dominante du diamètre des fibres démontrée précédemment, et sont donc négligés dans le cadre de cette première analyse.

Contrairement au cas des contacts verre-verre, le système constitué de fibres de verre reliées par une goutte de liant présente une complexité morphologique accrue, comme évoqué lors de la description de la méthode de préparation des échantillons. Différents paramètres géométriques sont en effet susceptibles d'influencer la résistance de contact et le résultat obtenu par extrapolation : en effet, jusqu'à présent, l'étude a été conduite en maintenant constants l'espacement entre les fibres  $e_f$  et l'angle entre les fibres  $\alpha_f$ , tandis que le diamètre de la goutte  $d_g$  était ajusté de manière proportionnelle au diamètre des fibres, de façon à conserver les proportions géométriques. Nous nous attachons donc, dans la section suivante, à caractériser l'influence de ces paramètres géométriques sur la résistance de contact mesurée, afin, d'une part, de quantifier leur impact potentiel sur la valeur de référence fournie par l'Eq. 3.29, et, d'autre part, de formuler de premières hypothèses en vue d'une interprétation théorique des résultats expérimentaux obtenus.

## 2.3 Influence des paramètres morphologiques

Dans cette section, le diamètre des fibres de verre est désormais fixé à  $d_f \approx 250 - 270 \mu\text{m}$ , et est toujours varié de manière simultanée pour les deux fibres constituant un échantillon. L'état de vieillissement des fibres – "neuves" ou "vieilles" – n'est plus distingué dans la suite étant donné l'absence d'impact constaté de ce paramètre sur la résistance de contact en présence de liant.

### 2.3.1 Espacement entre les fibres

La Fig. 3.18(a) présente les résultats expérimentaux de mesure de la résistance de contact pour des échantillons constitués de fibres de verre initialement positionnées avec un espacement vertical  $e_f$  variable et croisées à angle droit ( $\alpha_f = 90^\circ$ ), sur lesquelles une goutte de liant a été déposée puis polymérisée. Le diamètre de la goutte, d'environ 1100  $\mu\text{m}$ , est similaire pour l'ensemble des cas étudiés, correspondant à un rapport typique  $d_g/d_f \approx 4$ . Deux exemples représentatifs de ces échantillons sont illustrés en Fig. 3.18(b).

Expérimentalement, l'espacement  $e_f$  entre les fibres ne semble pas exercer d'influence significative sur les résistances de contact mesurées. Aucune tendance nette ne peut être dégagée, la dispersion des mesures restant comparable aux barres d'erreur.

Sur la Fig. 3.18(a), une prédiction issue de simulations par éléments finis est également représentée, utilisant la configuration décrite précédemment en section 2.2. Dans cette simulation, la conductivité thermique du liant est fixée à  $0.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , soit une valeur centrale dans l'intervalle de conductivités

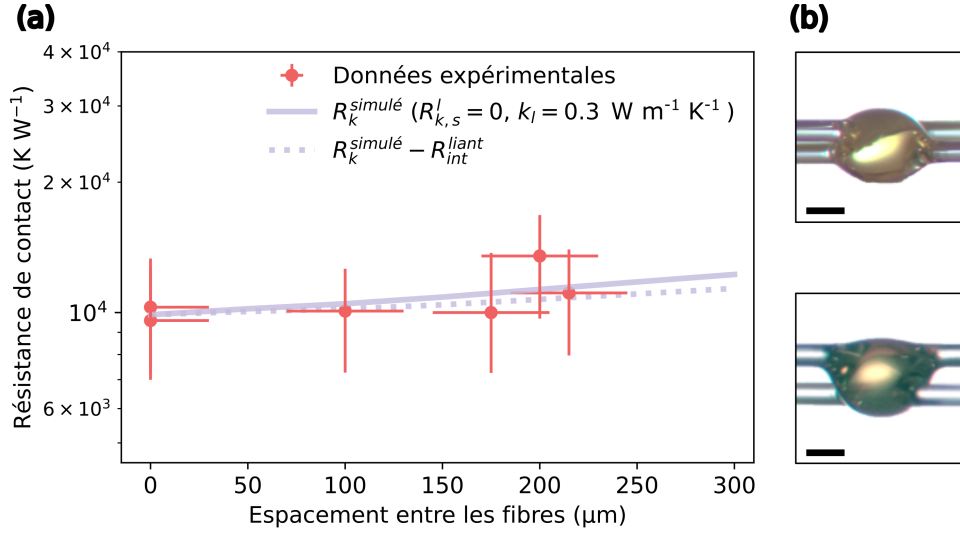


FIGURE 3.18 – (a) Évolution de la résistance de contact mesurée en présence de liant en fonction de l’espacement entre les fibres  $e_f$ , pour  $d_f \approx 250 - 270 \mu\text{m}$ ,  $\alpha_f = 90^\circ$  et  $d_g \approx 1100 \mu\text{m}$ . La courbe en trait plein représente cette même évolution obtenue par simulations par éléments finis, pour une configuration caractérisée par  $d_f = 250 \mu\text{m}$ ,  $d_g = 1069 \mu\text{m}$ ,  $k_l = 0.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  et  $R_{k,s}^l = 0$ , et la courbe en trait pointillé correspond à ce même résultat de simulation après soustraction de la résistance interne de la goutte de liant, estimée selon l’Eq. 3.30. (b) Images à la loupe binoculaire de deux échantillons à espacement entre les fibres variable :  $e_f = 0$  (haut) et  $e_f \approx 215 \mu\text{m}$  (bas). Échelle :  $500 \mu\text{m}$ .

possibles considéré précédemment, et celle des fibres à  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . La résistance thermique surfacique associée aux interfaces entre verre et liant  $R_{k,s}^l$  est supposée nulle dans cette première approximation, conformément aux résultats de la Fig. 3.17(b), qui a montré qu’une telle hypothèse constitue une représentation réaliste des configurations expérimentales étudiées. Un bon accord en ordre de grandeur est observé entre les résultats expérimentaux et la courbe simulée. Cette dernière prédit une augmentation très modérée de la résistance de contact avec l’espacement entre fibres  $e_f$ , tendance compatible avec les points expérimentaux compte tenu des incertitudes associées. Il est aussi important de souligner que, pour  $e_f = 0$ , le modèle ne prédit aucune discontinuité dans l’évolution de la résistance de contact. Aucune variation systématique significative n’est observée non plus sur le plan expérimental. Le cas  $e_f = 0$  correspond pourtant à la présence d’un canal de conduction supplémentaire s’ajoutant en parallèle de celui assuré par la goutte, via un contact direct entre les deux fibres de verre. Ces constats renforcent donc l’hypothèse avancée précédemment selon laquelle **la conduction thermique à travers l’interface directe verre-verre reste négligeable devant celle s’établissant par la goutte de liant** dans les conditions étudiées : cela est vraisemblablement dû à une conductivité du verre et/ou une aire de contact de l’interface trop faibles.

Par ailleurs, l’augmentation modérée de la résistance de contact simulée lorsque  $e_f$  augmente pourrait s’interpréter comme une conséquence de la résistance thermique interne induite par le volume de liant présent entre les deux fibres. Cette contribution peut être exprimée en ordre de grandeur par :

$$R_{int}^{liant} \sim \frac{e_f}{k_l d_g^2}; \quad (3.30)$$

En prenant  $k_l \approx 0.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , ce terme est estimé inférieur à  $10^3 \text{ K W}^{-1}$  pour l’ensemble des échantillons considérés dans cette étude. La courbe en pointillé représentée sur la Fig. 3.18(a) correspond à la résistance de contact simulée à laquelle est soustraite cette estimation de  $R_{int}^{liant}$ . L’écart induit reste très faible, ce qui témoigne du caractère quasi-négligeable de cette composante dans la

résistance de contact totale – vérifié également par ailleurs pour des conductivités de liant variables dans l'intervalle  $0.18 - 0.5 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ , les résultats correspondants n'étant pas présentés sur cette figure par souci de lisibilité.

Il est pertinent d'interpréter ce terme comme une contribution à la résistance unidimensionnelle  $R_{1D}$ , telle que définie dans les modèles analytiques précédents. En présence de liant, cette résistance peut être modélisée comme la somme de deux contributions en série : d'une part, la résistance à la conduction dans le volume de liant traversé  $R_{int}^{liant}$ , et d'autre part, la résistance à la conduction dans le volume de verre traversé  $R_{1D}^{verre}$ , qui correspond à la contribution déjà introduite dans le cas de contacts directs verre-verre :

$$R_{1D} = R_{1D}^{verre} + R_{int}^{liant} \sim \frac{1}{d_f k_f} + \frac{e_f}{k_l d_g^2}. \quad (3.31)$$

Pour les diamètres de fibres et de gouttes étudiés ici ( $d_f \approx 250 \text{ }\mu\text{m}$  et  $d_g \approx 4d_f$ ),  $R_{1D}^{verre}$  est de l'ordre de  $3 \times 10^3 \text{ K W}^{-1}$ , ce qui représente une fraction relativement faible de la résistance de contact totale mesurée, mais néanmoins supérieure à la contribution liée au volume de liant.

Dans la suite de cette étude, l'effet de l'espacement entre les fibres sur la résistance de contact s'étant révélé négligeable au regard des incertitudes expérimentales, des échantillons caractérisés par des valeurs d'espacement variables, nulles et non nulles, seront analysés, sans que cela ne compromette la comparabilité des données.

## 2.3.2 Diamètre de la goutte

### 2.3.2.1 Constats expérimentaux et analyse qualitative des échantillons préparés

La Fig. 3.19(a) présente les résultats expérimentaux de mesure de la résistance de contact pour des échantillons comportant une goutte de liant de diamètre  $d_g$  variable, pour un diamètre des fibres fixe  $d_f \approx 250 - 270 \text{ }\mu\text{m}$ . Ce diamètre  $d_g$  est mesuré à l'état final, après polymérisation, et l'angle entre les fibres est toujours fixé à  $\alpha_f = 90^\circ$ . Les rapports  $d_g/d_f$  ainsi obtenus sont compris entre 0.4 et 5, et correspondent à des configurations représentatives en termes de proportions des contacts réels dans la laine de verre.

Deux des points représentés, signalés par une astérisque, ont été obtenus dans des conditions expérimentales légèrement différentes de celles adoptées pour le reste des échantillons. En effet, afin d'atteindre des diamètres de goutte faibles ( $d_g \approx 325 \text{ }\mu\text{m}$  et  $d_g \approx 130 \text{ }\mu\text{m}$ ), proches ou inférieurs à celui des fibres, des formulations de liant à faible extrait sec en résine ont été utilisées :  $ES = 0.02$  et  $ES = 0.0002$ , contre 0.3 pour la formulation standard. La forte teneur en eau de ces formulations permet, par évaporation au cours de la polymérisation, de ne conserver qu'une quantité très réduite de résine à l'état final. Ces échantillons s'avèrent toutefois extrêmement fragiles, la faible quantité de liant limitant fortement la cohésion entre les deux fibres, ce qui rend toute manipulation postérieure à la mesure impossible sans rupture. Le diamètre  $d_g$  est donc estimé *a posteriori*, à partir d'images prises au microscope optique de la zone de contact : le résidu de liant subsistant après mesure permet d'observer la forme approximative de la goutte, comme illustré en Fig. 3.19(b), et d'en déduire une valeur estimée de  $d_g$ . Pour les autres échantillons, la goutte de liant étant suffisamment grande relativement au diamètre des fibres, l'ensemble de l'échantillon peut être observé à la loupe binoculaire sans altération, ce qui permet une mesure directe du diamètre  $d_g$  (cf. exemples en Fig. 3.19(c)).

Ces résultats expérimentaux représentés sur la Fig. 3.19(a) semblent indiquer une **absence d'effet significatif de la taille de la goutte sur la résistance de contact mesurée**, lorsque le diamètre des fibres est maintenu constant. Une faible augmentation de  $R_k$  avec  $d_g$  ne peut toutefois être totalement écartée. La figure montre également la contribution estimée de la résistance unidimen-



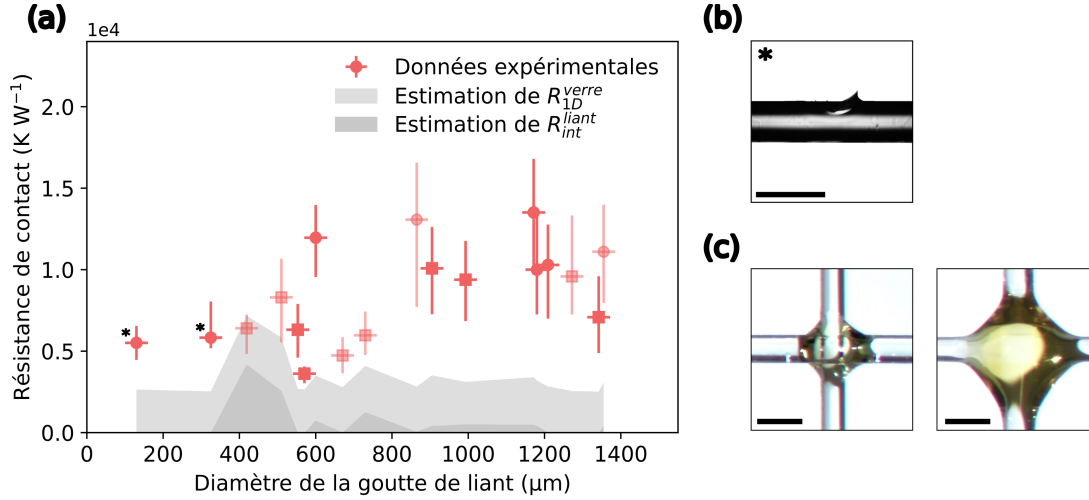


FIGURE 3.19 – (a) Évolution de la résistance de contact mesurée en présence de liant en fonction du diamètre de la goutte  $d_g$ , pour  $d_f \approx 250 - 270 \mu\text{m}$  et  $\alpha_f = 90^\circ$ . Les deux points marqués d’une astérisque correspondent à des échantillons préparés avec un dépôt de  $0.2 \mu\text{L}$  de résine à  $ES = 0.02$  et  $ES = 0.0002$ ; tous les autres ont été réalisés avec un volume variable de la formulation standard à  $ES = 0.3$ . Les cercles et carrés indiquent respectivement des échantillons sans et avec gaine de liant. Les points en teinte claire signalent la présence de bulles dans la goutte de liant. Les courbes en gris représentent les estimations des résistances internes  $R_{1D}^{verre}$  et  $R_{int}^{liant}$ . (b) Observation au microscope, après rupture de l’échantillon, du résidu de liant dans un cas de préparation à partir d’une formulation diluée; ici,  $d_g$  est estimé à  $325 \mu\text{m}$ . (c) Images à la loupe binoculaire de deux échantillons préparés avec la formulation standard, illustrant deux diamètres de goutte :  $d_g \approx 510 \mu\text{m}$  (gauche) et  $d_g \approx 993 \mu\text{m}$  (droite). L’échelle pour les panneaux (b) et (c) est de  $500 \mu\text{m}$ .

sionnelle  $R_{1D}$ , séparée en ses deux composantes  $R_{1D}^{verre}$  et  $R_{int}^{liant}$ . Celles-ci sont calculées à partir de l’Eq. 3.31 en fonction du diamètre des fibres, de leur espacement, et de la taille de la goutte pour chaque échantillon, en considérant une conductivité thermique  $k_l \approx 0.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  pour le liant et  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  pour le verre. Pour la majorité des échantillons,  $R_{1D}$  représente environ 25 % de la résistance de contact mesurée, ce qui constitue un ordre de grandeur cohérent. Toutefois, dans certains cas, la résistance unidimensionnelle estimée est du même ordre de grandeur, voire supérieure, à la résistance de contact totale. Cela suggère une possible sous-estimation expérimentale dans ces cas particuliers.

À partir d’une analyse qualitative des échantillons préparés, deux hypothèses qui pourraient expliquer cette variabilité ont été étudiées :

### 1. La présence de gaines de liant

Pour certains échantillons, l’observation à l’aide du système optique infrarouge révèle la présence de liant non seulement sous forme de goutte, mais également sous la forme d’un dépôt supplémentaire le long des fibres, au voisinage du contact, désigné par le terme *gaine de liant*. Ces gaines sont repérables visuellement sur les images infrarouge, de la même manière que l’est la goutte de liant dans l’ensemble des échantillons, en raison du contraste d’émissivité entre le liant et le verre. Un exemple illustratif est présenté en Fig. 3.20(a). Bien que théoriquement défavorisée par l’instabilité de Rayleigh-Plateau (cf. section 1.3.1 dans le premier chapitre), l’existence de telles gaines a également été observée dans des échantillons réels de laine de verre. L’émissivité précise du liant n’étant pas connue, le signal infrarouge collecté au niveau de ces gaines ne peut être exploité pour la conversion en température relative. Pour conserver une extension spatiale du contact déterminée par la taille de la goutte uniquement, le traitement des données est adapté en conséquence en présence d’une gaine : le profil de température mesuré le long de la fibre et ajusté

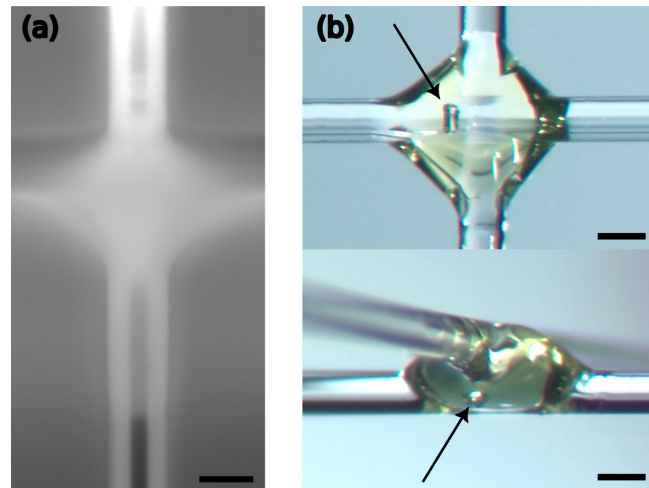


FIGURE 3.20 – (a) Image infrarouge d’un échantillon de contact entre deux fibres de verre avec liant, montrant une discontinuité du signal le long d’un segment de fibre au voisinage du contact, permettant d’identifier la présence d’une gaine de liant. (b) Images en vue de dessus et de côté à la loupe binoculaire d’un autre échantillon, illustrant la présence d’une bulle, vraisemblablement constituée de gaz, au sein de la goutte de liant après polymérisation. L’échelle pour les deux panneaux (a) et (b) est de 300  $\mu\text{m}$ .

par une loi de décroissance exponentielle suivant le modèle de l’ailette thermique est extrapolé jusqu’à la position correspondant au bord de la goutte de liant. Cette méthode permet d’éviter une surestimation de la résistance de contact en excluant la contribution de la résistance interne le long du morceau de fibre concerné par la gaine, et garantit que les mesures obtenues restent comparables entre elles.

Les données expérimentales correspondant à des échantillons pour lesquels la présence d’une gaine de liant a été identifiée sont indiquées sur la Fig. 3.19(a) à l’aide de marqueurs carrés. Ces échantillons semblent présenter les valeurs les plus faibles de résistances de contact. Cependant, des simulations par éléments finis réalisées dans la configuration décrite précédemment montrent que l’ajout d’une gaine de liant de faible épaisseur le long d’un segment de fibre, à proximité immédiate de la zone de contact, n’induit aucune variation de la résistance de contact calculée. Ce résultat reste valable que l’on prenne en compte ou non une résistance surfacique à l’interface verre-liant. Ce constat suggère que l’éventuelle diminution des résistances de contact mesurées en présence de gaine ne peut être interprétée comme une conséquence physique directe de cette configuration. Elle pourrait relever d’une variabilité aléatoire des mesures. La seule hypothèse restante pouvant justifier une influence systématique de la gaine sur les mesures serait que celle-ci, en modifiant l’émissivité locale d’un segment de fibre, altère le bilan thermique global du système et invalide les équations sur lesquelles repose l’estimation des résistances de contact.

L’exclusion de ces points de l’analyse des données expérimentales ne modifie toutefois pas significativement la tendance observée : l’influence de la taille de la goutte sur la résistance de contact demeure faible.

## 2. La présence de bulles au sein des gouttes de liant

L’aspect des gouttes de liant après polymérisation a également été examiné afin d’identifier d’éventuelles irrégularités, notamment la présence de bulles, vraisemblablement constituées de gaz. Celles-ci sont détectables par une simple observation à la loupe binoculaire ; un exemple d’échantillon présentant une bulle est illustré en Fig. 3.20(b). Afin de s’assurer de l’absence de bulles de petite taille potentiellement non visibles par observation directe, une vérification complémentaire a été réalisée par OCT, qui permet une visualisation en coupe transversale à résolution micrométrique. Pour différents échantillons, aucune inclusion supplémentaire n’a été

révélée par cette méthode : ainsi, il semble que toutes les bulles présentes dans les échantillons sont effectivement détectables par simple observation binoculaire, rendant possible une identification systématique et exhaustive des échantillons concernés. Ceux-ci sont signalés sur la Fig. 3.19(a) par des marqueurs de teinte plus claire.

La présence de bulles confère à la goutte de liant un caractère poreux : celles-ci étant sans doute remplies de gaz, de conductivité thermique inférieure à celle du liant, sa conductivité globale devrait théoriquement diminuer, conformément au raisonnement développé en section 2.1.2. Une telle réduction de conductivité pourrait alors entraîner une augmentation de la résistance de contact. Cependant, l'analyse des données expérimentales ne met pas en évidence d'effet systématique associé à la présence de bulles : les points correspondants ne s'écartent pas significativement des autres mesures. Cette absence d'effet notable est en réalité cohérente avec le fait que la résistance interne de la goutte de liant  $R_{int}^{liant}$  a été estimée comme une contribution relativement faible à la résistance de contact totale.

Enfin, rappelons, comme déjà discuté en section 2.1.1, que l'apparition de bulles dans les gouttes de liant peut être attribuée aux dégagements gazeux produits au cours de la polymérisation et à l'existence d'un effet de peau. En particulier, lorsque la taille de la goutte augmente, le rapport surface/volume diminue, ce qui pourrait théoriquement favoriser la rétention des gaz formés. Toutefois, une telle tendance n'est pas observée expérimentalement. Cela suggère que dans nos échantillons, la présence de bulles résulte plutôt de phénomènes aléatoires, qui pourraient par exemple être liés au procédé de dépôt du liant par utilisation de la micropipette, pouvant potentiellement introduire des micro-bulles d'air de manière non reproductible.

Il apparaît ainsi que l'aspect morphologique de la goutte de liant, notamment la présence éventuelle de bulles de gaz ou d'une gaine, n'influence pas significativement les résultats expérimentaux de résistance de contact. Dans la suite, nous nous attachons à approfondir l'étude de la dépendance de cette résistance en la taille de la goutte, en menant une analyse comparée entre les mesures expérimentales et des résultats de simulations par éléments finis.

### 2.3.2.2 Étude par simulations par éléments finis et pistes d'interprétations théoriques

La Fig. 3.21 présente les résultats de simulations par éléments finis obtenus dans la configuration précédemment décrite, en faisant varier le diamètre de la goutte de liant  $d_g$ , pour un diamètre de fibre fixé à  $d_f = 250 \mu\text{m}$ . Dans ces simulations, comme dans l'ensemble de celles présentées par la suite, un espacement  $e_f = 1 \mu\text{m}$  est imposé entre les fibres au sein de la goutte. Ce choix est justifié par les observations précédentes montrant que la conduction thermique à l'interface directe verre-verre, lorsqu'elle est présente, reste négligeable devant celle assurée par la goutte de liant, et que la contribution de la résistance interne de cette dernière demeure également faible. Ainsi, les résultats issus de ces simulations peuvent être directement comparés à l'ensemble de nos données expérimentales discutés dans la section précédente et également représentés sur la figure, qu'il s'agisse d'échantillons présentant un contact direct ( $e_f = 0$ ) ou un faible espacement entre les fibres. Nous représentons également les données concernant les échantillons de contact sans liant entre fibres neuves, soit pour  $d_g = 0$ , toujours pour des diamètres de fibres approximativement identiques. Comme sur la Fig. 3.17 précédemment introduite, les intervalles de valeurs de résistance de contact représentés correspondent à une gamme de conductivité thermique du liant variant entre  $0.18$  et  $0.5 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ , et ont été obtenus pour différentes valeurs de la résistance surfacique verre-liant  $R_{k,s}^l$ .

Les courbes simulées mettent en évidence **deux régimes distincts**, séparés par un diamètre de goutte seuil  $d_g^s$ . Pour les petites gouttes ( $d_g < d_g^s$ ), une augmentation du diamètre entraîne une diminution marquée de la résistance de contact ; et au-delà de ce seuil ( $d_g > d_g^s$ ), la résistance reste du même ordre, voire augmente très modérément avec  $d_g$ . Il est également observé que la valeur du seuil  $d_g^s$  augmente avec la résistance surfacique  $R_{k,s}^l$ , tandis que la pente dans le régime  $d_g > d_g^s$  tend

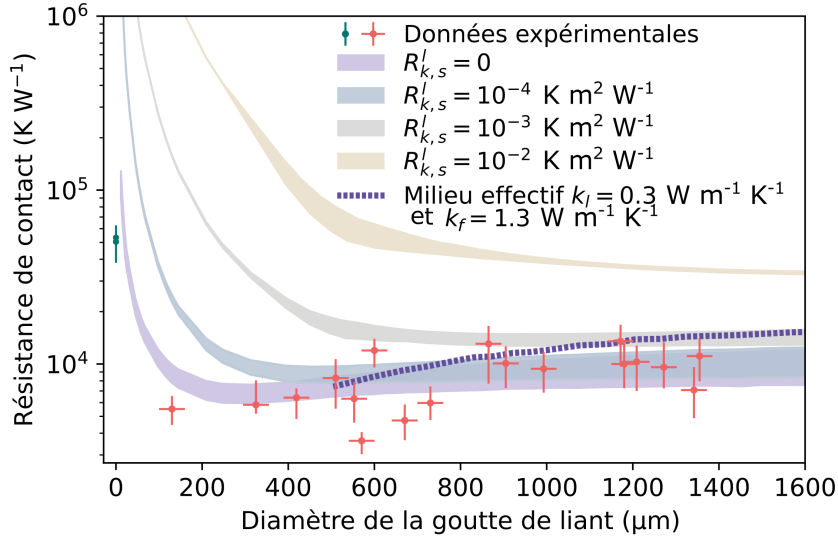


FIGURE 3.21 – Résistances de contact simulées par éléments finis, dans le cas d’une résistance surfacique liée aux interfaces entre verre et liant variable et pour  $d_f = 250 \mu\text{m}$  et  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ , en fonction du diamètre de la goutte  $d_g$ , et comparaison aux données expérimentales (rouge : échantillons avec liant,  $d_g \neq 0$ ; vert : contacts sans liant entre fibres neuves,  $d_g = 0$ ). Les courbes sont représentées sous formes d’intervalles correspondant aux résultats obtenus pour une conductivité du liant variable dans la plage  $0.18 - 0.5 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ . La courbe en pointillé représente l’évolution de la résistance de contact déterminée par simulation d’un milieu effectif de conductivité homogénéisée selon les proportions volumiques respectives de fibres et de liant dans le volume correspondant à la goutte, avec  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$  et  $k_l = 0.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

à diminuer.

Les données expérimentales sont globalement le plus en accord avec les prédictions du modèle pour de faibles valeurs de  $R'_{k,s}$ , ce qui confirme la tendance déjà observée précédemment. Toutefois, les mesures disponibles pour de faibles diamètres de goutte ( $d_g < 300 \mu\text{m}$ ) restent limitées, puisqu’elles concernent seulement deux échantillons issus de formulations de liant très diluées. Les cas  $d_g = 0$ , correspondant à des contacts directs verre–verre, constituent néanmoins des références utiles pour la comparaison avec les valeurs prédites par les simulations dans la limite  $d_g \rightarrow 0$ . Une validation plus complète de la forme de la courbe  $R_k = f(d_g)$  issue du modèle nécessiterait des échantillons supplémentaires dans cette gamme de diamètres. Cela n’a toutefois pas été possible expérimentalement, en raison de la grande fragilité des liaisons formées par de très petites quantités de liant, rendant les échantillons impossibles à manipuler sans provoquer la rupture du contact entre les fibres.

Le comportement stable, voire en légère augmentation, de la résistance de contact en fonction de  $d_g$  pour  $d_g > d_g^s$ , tel que mis en évidence par simulation, peut sembler contre-intuitif : on pourrait en effet s’attendre à ce que l’ajout d’un canal de conduction au contact par une goutte de liant de taille croissante réduise la résistance associée. Afin de proposer une interprétation physique de cette évolution dans le régime des gouttes de taille conséquente ( $d_g > 500 \mu\text{m}$ ), suffisamment larges pour englober totalement les deux fibres – situation correspondant à la majorité des échantillons étudiés expérimentalement – deux idées ont d’abord été envisagées :

- Une première piste d’interprétation consiste à considérer que la goutte de liant se comporte comme un milieu effectif de conductivité thermique  $k_{eff,goutte}$ , définie par une simple moyenne pondérée :

$$k_{eff,goutte} = f_{v,eff}k_f + (1 - f_{v,eff})k_l \quad (3.32)$$

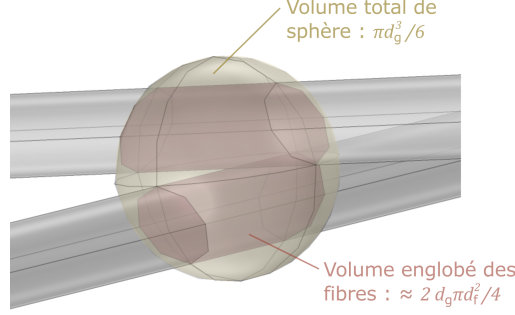


FIGURE 3.22 – Schéma d’une goutte sphérique (diamètre  $d_g$ ) entre deux fibres (diamètre  $d_f$ ) et volumes retenus pour le calcul pondéré de  $k_{eff}$  dans l’approche de milieu effectif.

où  $f_{v,eff}$  représente le rapport du volume des fibres englobé par la goutte sur le volume de la sphère modélisant la forme de la goutte de liant. Dans le cas où la goutte englobe complètement les deux fibres au contact sur une longueur de l’ordre de son diamètre  $d_g$ , cette fraction peut être estimée par (cf. Fig. 3.22) :

$$f_{v,eff} \approx \frac{\pi d_f^2 d_g / 2}{\pi d_g^3 / 6} = \frac{3d_f^2}{d_g^2}. \quad (3.33)$$

Cette approche correspond à une modélisation simplifiée de milieu poreux, basée sur une méthode d’association des résistances thermiques de chacune des phases en parallèle, qui suppose une résistance d’interface entre verre et liant négligeable. Pour la vérifier, une simulation a été réalisée dans laquelle la goutte et le volume des fibres entouré par la goutte sont remplacés par une sphère homogène de conductivité  $k_{eff,goutte}$ , dont la valeur est ajustée pour chaque diamètre  $d_g$  selon l’Eq. 3.32.

Les résultats obtenus, illustrés en Fig. 3.21, montrent, en comparaison avec le cas de référence  $R_{k,s}^l = 0$  correspondant, une évolution différente de la résistance de contact avec  $d_g$ , se traduisant par une augmentation plus prononcée, vraisemblablement due à la diminution de la conductivité effective. L’absence de concordance entre ces deux modèles de simulation indique que cette hypothèse de milieu effectif simplifié ne permet pas d’interpréter correctement les variations observées. Notons toutefois que l’idée d’un milieu de conductivité effective  $k_{eff,goutte}$  fonction de  $k_f$  et  $k_l$  n’est pas nécessairement invalide : le modèle utilisé ici, basé sur une simple règle d’association en parallèle des résistances thermiques, est probablement trop simpliste et pourrait être complexifié.

- D’autre part, l’utilisation du cadre théorique du *facteur de forme conductif* a été envisagée. Ce paramètre sans dimension quantifie l’influence de la géométrie d’un système, situé dans un milieu de conductivité thermique  $k$ , sur le flux de chaleur  $Q$  qu’il échange avec un second objet. Il est défini par l’expression suivante [16] :

$$S_{cond} = \frac{Q}{k\Delta T} \quad (3.34)$$

où  $\Delta T$  est la différence de température entre les deux corps. Si l’on définit le milieu situé entre les deux interfaces comme constituant le contact, ce facteur de forme peut être directement relié à la résistance de contact  $R_k$  selon  $S_{cond} = 1/(kR_k)$ . Ce cadre pourrait être appliqué au cas de la goutte de liant, considérée comme le milieu conducteur reliant les deux fibres de verre, qui constitueraient les deux objets d’intérêt.

Contrairement à une théorie telle que celle de l’approximation de Derjaguin, introduite au premier chapitre en section 2.3.3.1, qui permet de calculer la conductance d’une phase interstitielle en

se basant sur une hypothèse de conduction unidimensionnelle dans des colonnes infinitésimales du milieu, l'approche par facteur de forme prend en compte une diffusion isotrope de la chaleur. Des valeurs tabulées existent pour certaines géométries (voir notamment la méthode théorique établie dans la Ref. [255]), telles que la configuration sphère-plan, pour laquelle le facteur de forme s'écrit :

$$S_{cond} = \frac{2\pi d}{1 - d/(4e)} \quad (3.35)$$

où  $d$  est le diamètre de la sphère et  $e$  sa distance au plan.

Par analogie, on pourrait envisager d'étendre cette expression à une géométrie de deux cylindres perpendiculaires, de diamètre  $d = d_f$  et espacés de  $e = e_f$ , immergés dans la goutte. Bien qu'un recalcul précis du facteur de forme serait nécessaire pour cette configuration, non tabulée, l'équation 3.35 pourrait fournir une première approximation en ordre de grandeur. Toutefois, tout comme l'approximation de Derjaguin, cette expression diverge lorsque  $e \rightarrow 0$ , ce qui rend son application problématique pour certains cas expérimentaux. Cette approche semble donc, elle aussi, inadaptée pour décrire avec précision la conduction thermique à travers la goutte de liant dans nos systèmes.

Aucun des deux cadres d'interprétation précédents ne s'avère totalement adapté aux configurations expérimentales étudiées. Pour approfondir l'analyse, des simulations par éléments finis, explorant les deux régimes de diamètre de la goutte de liant, sont réalisées, cette fois pour différents diamètres de fibres. Afin de simplifier l'interprétation et conformément aux hypothèses précédentes, une résistance surfacique  $R_{k,s}^l$  nulle et une conductivité du liant moyenne estimée à  $k_l = 0.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$  sont considérées, avec une conductivité des fibres toujours maintenue à  $k_f = k_{verre} = 1.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Les résultats obtenus sont présentés en Fig. 3.23(a). Pour s'affranchir de l'effet des résistances internes, bien que celui-ci ait déjà été montré comme étant faible, nous représentons l'évolution des résistances de contact simulées  $R_k$ , corrigées en soustrayant les valeurs correspondantes de résistance unidimensionnelle  $R_{1D}$  estimées selon l'Eq. 3.31. Les diamètres  $d_f$  étudiés correspondent à ceux des points expérimentaux traités en section 2.2, incluant aussi la valeur fixe choisie pour l'étude détaillée précédemment du diamètre de la goutte. L'ensemble des données expérimentales en présence de liant présentées jusqu'ici peuvent donc être comparées à ces résultats de simulations, et sont également reportées sur la Fig. 3.23(a), les valeurs de  $R_{1D}$  leur ayant été soustraites de la même manière.

L'analyse de ces nouvelles données met en évidence que la valeur seuil du diamètre de goutte  $d_g^s$ , identifiée précédemment en Fig. 3.21, dépend du diamètre des fibres  $d_f$ .

Pour  $d_g < d_g^s$ , on constate **une évolution caractéristique unique de  $R_k - R_{1D}$ , suivant une loi de puissance en  $d_g^{-1}$** . L'identification de cette dépendance suggère naturellement et en première approximation une comparaison avec des modèles classiques de constriction dans une géométrie simplifiée, dans lesquelles la zone de contact serait assimilée à un disque de diamètre effectif  $2a = d_g$  – ces modèles conduisant alors également à une dépendance en  $d_g^{-1}$  :

- Le premier cas de référence, déjà étudié par simulation et comparé au cadre théorique associé, correspond à la constriction verre-verre simple, ne considérant que la présence des fibres de verre et la dimension caractéristique de la constriction. La résistance associée s'exprime par :

$$R'_c = \frac{1}{2k_f a}. \quad (3.36)$$

- Le second modèle intègre la présence du verre et du liant, matériaux aux conductivités thermiques distinctes, avec une constriction à l'interface entre ces deux milieux. Il s'agit d'une configuration simplifiée, dans la mesure où la géométrie réelle est bien plus complexe. En particulier, l'hypothèse d'une constriction localisée strictement entre verre et liant constitue une approximation impor-

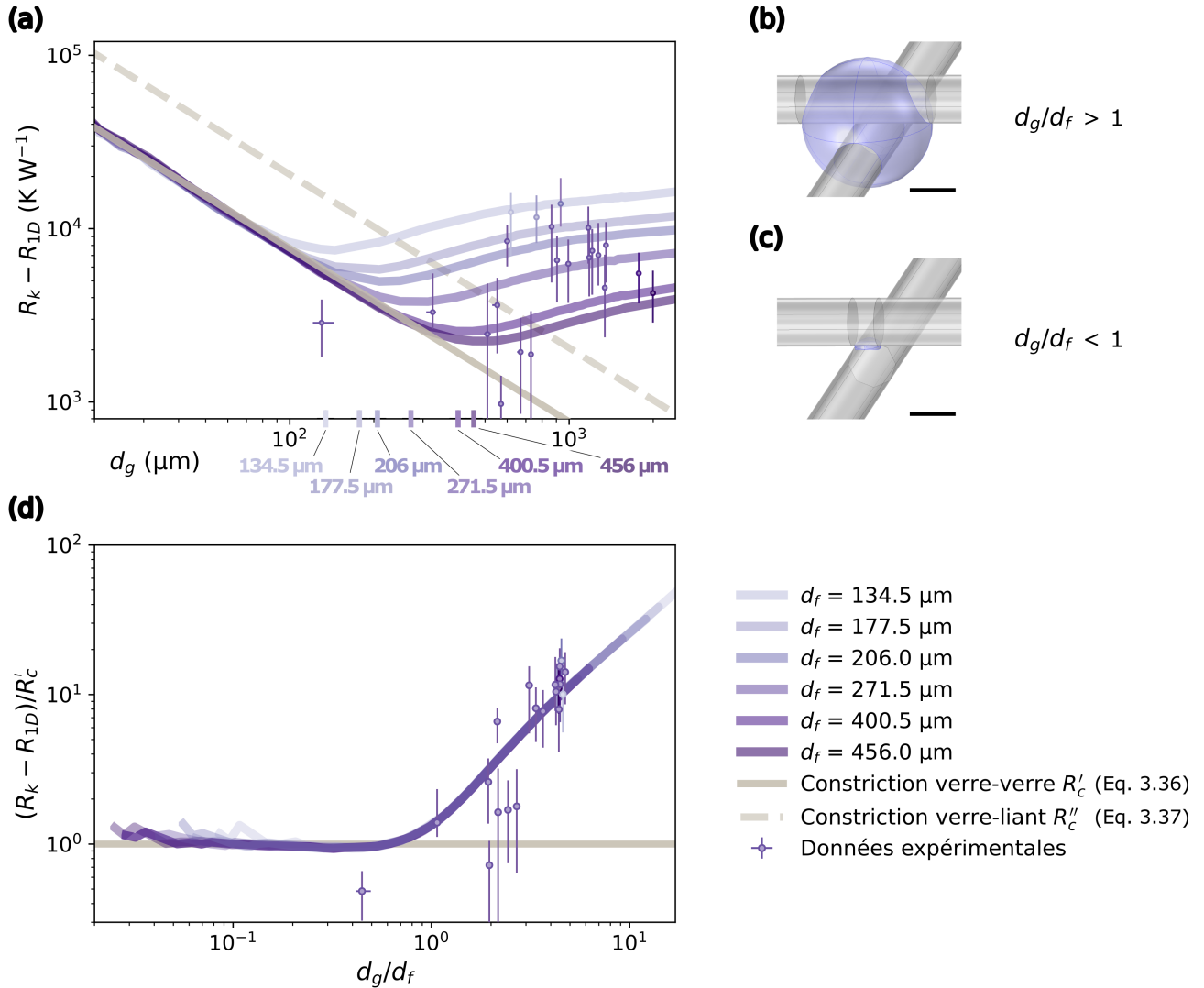


FIGURE 3.23 – (a) Évolution de  $R_k - R_{1D}$  simulée par éléments finis en fonction du diamètre de la goutte  $d_g$ , pour plusieurs diamètres de fibres  $d_f$  compris entre 134.5 et 456  $\mu\text{m}$ . Les simulations sont réalisées sans résistance surfacique  $R_{k,s}^l$ , avec des conductivités thermiques fixées à  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$  pour les fibres et  $k_l = 0.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$  pour le liant. Les données expérimentales, identiques à celles des Figs. 3.17 et 3.19, sont représentées avec un code couleur indiquant la valeur de  $d_f$ , cohérent avec celui utilisé pour les courbes simulées. Les deux courbes grises correspondent à  $R_k - R_{1D} = R'_c$  et  $R_k - R_{1D} = R''_c$ , où  $R'_c$  et  $R''_c$  sont les résistances de constriction calculées dans les deux cas limites via les Eqs. 3.36 et 3.37. (b) et (c) Illustrations des géométries simulées pour une goutte de taille  $d_g > d_f$  et  $d_g < d_f$ , respectivement (échelle : 250  $\mu\text{m}$ ). (d) Résistance de contact normalisée  $(R_k - R_{1D})/R'_c$  en fonction du rapport des diamètres  $d_g/d_f$ , calculée à partir des résultats du panneau (a).

tante qui ne s'étend pas de façon triviale au cas étudié ici, mais offre néanmoins une première approche pertinente. La résistance correspondante est donnée par (cf. Eq. 1.46) :

$$R_c'' = \frac{1}{2k_e a} \quad \text{avec} \quad k_e = \frac{2k_f k_l}{k_l + k_f} \quad (3.37)$$

Ces deux modèles peuvent ainsi être interprétés comme deux cas limites, dont les prédictions respectives sont représentées sur la Fig. 3.23(a). Un excellent accord est observé entre les résultats de simulation dans le régime  $d_g < d_g^s$  et le modèle de constriction directe verre-verre, dans lequel le contact est assimilé à une ouverture circulaire de rayon  $d_g/2$ , de résistance notée  $R_c'$ . En revanche, le second modèle, fondé sur une constriction à une interface liant-verre, conduit à des valeurs de résistance systématiquement plus élevées. **Ces observations suggèrent que pour les valeurs des paramètres du système considérées ici et pour de faibles tailles de gouttes ( $d_g < d_g^s$ ), le transfert thermique peut être raisonnablement modélisé par une configuration de constriction directe entre deux fibres de verre à travers une zone de contact circulaire de diamètre  $d_g$ .**

Par ailleurs, on remarque que **la valeur du diamètre de goutte seuil  $d_g^s$  est de l'ordre du diamètre des fibres  $d_f$** . Cette correspondance apparaît relativement intuitive au regard du constat précédent : lorsque  $d_g > d_f$ , la goutte, de taille supérieure à celle des fibres, induit un élargissement de la zone de contact (cf. Fig. 3.23(b)) ; mais lorsque  $d_g < d_f$ , elle adopte une forme assimilable à celle d'un ménisque de faible épaisseur reliant les fibres (cf. Fig. 3.23(c)), générant une surface de contact proche d'un disque de diamètre  $d_g$ . Une telle configuration justifie alors le parallèle avec une constriction directe entre les deux fibres de verre, et l'adéquation du modèle correspondant dans ce régime. Cela indique que, dans ces cas, la conductivité thermique du liant intervient de manière négligeable devant la contrainte géométrique imposée par la forme de la goutte.

Enfin, les données expérimentales obtenues au cours de ce travail suivent globalement de manière satisfaisante les tendances mises en évidence par les simulations, à quelques exceptions près. Les points concernés, déjà signalés en section 2.3.2.1, correspondent vraisemblablement à des sous-estimations expérimentales des résistances de contact  $R_k$ , comme le suggérait leur proximité avec les valeurs de résistance unidimensionnelle  $R_{1D}$  correspondantes.

Ces premiers constats permettent d'établir un graphe adimensionné reliant l'évolution de la **résistance normalisée**  $(R_k - R_{1D})/R_c'$  à celle du **rapport des diamètres**  $d_g/d_f$  : ce graphe est présenté en Fig. 3.23(d) à partir des données de la figure précédente. Cette approche est inspirée de travaux menés sur la résistance de constriction électrique au niveau de contacts entre objets recouverts de films minces d'un matériau additionnel [256, 81, 257].

En se basant uniquement sur ces données de simulation précédentes, une superposition des différentes courbes est désormais observée, **ce qui suggère qu'une description unifiée est envisageable à partir des paramètres adimensionnés retenus, quel que soit le diamètre de fibre considéré**. Les données expérimentales, bien que relativement limitées au régime  $d_g/d_f > 1$ , suivent globalement la tendance de la courbe unique obtenue, malgré une certaine dispersion. Parmi ces données, on peut notamment souligner que les points expérimentaux correspondant à différents diamètres de fibres s'alignent de manière particulièrement cohérente sur la courbe maîtresse. Ce résultat, issu des mesures expérimentales et non uniquement des simulations, renforce la pertinence de la considération du rapport des diamètres comme paramètre adimensionné pertinent pour la caractérisation du système. Soulignons également que l'influence de ce paramètre sans dimension pouvait être attendue, compte tenu de son rôle démontré dans la littérature sur la morphologie des gouttes de liquide supportées par deux fibres croisées (cf. section 1.3.3.2 dans le chapitre 1), configuration analogue à notre cas expérimental avant polymérisation du liant.

Cette représentation met en évidence la transition entre les deux régimes autour de  $d_g/d_f \approx 1$ , ce qui confirme l'interprétation proposée précédemment :



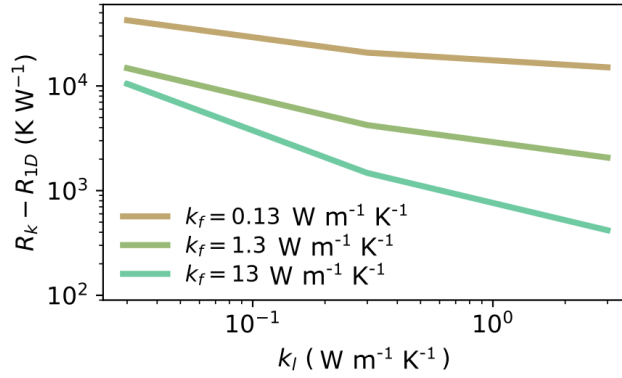


FIGURE 3.24 – Évolution de  $R_k - R_{1D}$  en fonction de la conductivité du liant  $k_l$  pour trois conductivités des fibres  $k_f$ , pour des diamètres de gouttes et de fibres respectivement fixés à  $d_g = 300 \mu\text{m}$  et  $d_f = 250 \mu\text{m}$ .

- pour  $d_g/d_f < 1$ , l'évolution de la résistance de contact suit une dépendance similaire à celle d'une résistance de constriction verre-verre de diamètre  $d_g$ , à laquelle s'ajoute la résistance unidimensionnelle ;
- pour  $d_g/d_f > 1$ , l'obtention d'une loi proche de  $(R_k - R_{1D})/R'_c \propto d_g/d_f$  implique une résistance de contact donnée par

$$R_k \approx \frac{1}{2(d_f/2)k_f} + R_{1D}, \quad (3.38)$$

c'est-à-dire, par une **résistance de constriction macroscopique dont le rayon est déterminé par le rayon des fibres**, à laquelle s'ajoute la résistance unidimensionnelle. Une interprétation physique possible est que le transfert de chaleur serait principalement concentré dans la goutte au niveau de la zone où la distance entre les fibres est la plus faible, c'est-à-dire dans une région de diamètre  $d_f$  centrée sur la goutte. En pratique, pour les cas simulés ici, on observe plutôt une relation  $(R_k - R_{1D})/R'_c \propto (d_g/d_f)^{1.2}$ , indiquant une augmentation modérée de  $R_k - R_{1D}$  avec  $d_g$  dans ce régime, ce qui avait déjà été identifié dans la Fig. 3.21(a). Cette légère déviation par rapport au modèle linéaire, issue des résultats de simulation mais compatible également avec les points expérimentaux, suggère que la résistance de contact est un peu plus élevée que celle prédite par ce premier modèle simplifié. Celui-ci ne permet donc pas d'expliquer la faible augmentation de  $R_k$  avec  $d_g$  attendue par simulation dans ce régime.

L'influence des conductivités thermiques du verre et du liant n'ayant pas encore été prise en compte, il apparaît pertinent de l'examiner dans une perspective de modélisation plus complète des phénomènes physiques. La Fig. 3.24 présente tout d'abord l'évolution de la résistance  $R_k - R_{1D}$  en fonction de la conductivité du liant  $k_l$ , pour différentes valeurs fixées de la conductivité des fibres  $k_f$ , dans une configuration géométrique constante avec  $d_g/d_f \approx 1$ . Il apparaît que sans considérer l'effet des résistances internes, **l'augmentation de l'une ou l'autre de ces conductivités conduit systématiquement à une diminution de la résistance de contact**, ce qui s'interprète de manière cohérente dans la mesure où, dans les deux cas, la conductivité thermique moyenne des matériaux en contact est accrue. Soulignons également que pour de faibles conductivités, la résistance unidimensionnelle  $R_{1D}$  peut potentiellement devenir importante.

L'analyse de l'effet combiné des conductivités thermiques des fibres et du liant peut être approfondie en examinant plus spécifiquement le rôle joué par leur rapport  $k_f/k_l$  dans la résistance de contact résultante. Les résultats issus de simulations pour un diamètre de fibre  $d_f = 250 \mu\text{m}$  sont présentés en

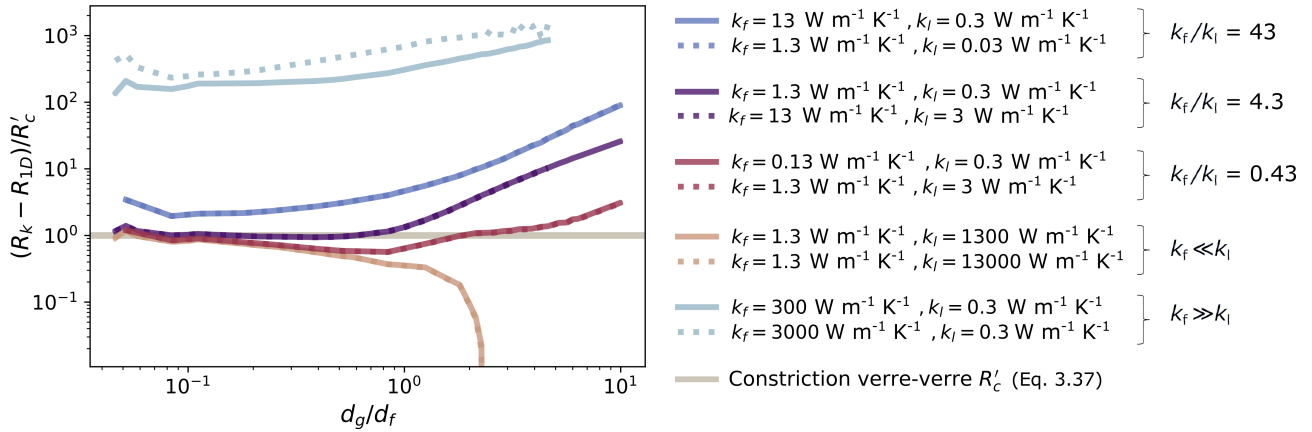


FIGURE 3.25 – Évolution de la résistance normalisée  $(R_k - R_{1D})/R'_c$  en fonction du rapport des diamètres  $d_g/d_f$ , pour des valeurs variables de conductivités  $k_f$  et  $k_l$ . Les données obtenus sont indépendantes des valeurs absolues des diamètres des fibres  $d_f$  et de goutte  $d_g$ . La droite grise correspond à  $R_k - R_{1D} = R'_c$ .

Fig. 3.25, dans le même format que la Fig. 3.23(d).

Parmi l'ensemble des courbes affichées, on se concentre tout d'abord sur les trois jeux de données représentés en violet, bleu et rouge, chacun correspondant à un ratio  $k_f/k_l$  différent. Pour chacun de ces ratios, une superposition complète des courbes est observée, malgré des valeurs de conductivités absolues différentes. Par souci de lisibilité, seules deux courbes par rapport  $k_f/k_l$  sont affichées, mais cette invariance a été vérifiée de manière systématique sur un grand nombre de couples  $(k_f, k_l)$  ainsi que pour différents diamètres de fibres. Ce résultat met en évidence que **la résistance de contact normalisée  $(R_k - R_{1D})/R'_c$  ne dépend pas directement des valeurs absolues de  $k_f$  et  $k_l$ , mais uniquement de leur rapport. Ce type de modèle unifié proposé reste donc valide tant que  $k_f/k_l$  est constant, quelles que soient les valeurs de  $d_f$  et  $d_g$ .** Le rôle déterminant des conductivités respectives du verre et du liant souligne alors la nécessité de développer un cadre théorique plus complet les intégrant explicitement, dépassant la première approche d'adimensionnement basée sur le cas de la constriction verre-verre. La pertinence d'un modèle enrichi apparaît d'autant plus nettement que, pour un rapport de conductivité  $k_f/k_l = 43$  par exemple, signalé par les courbes bleues sur la Fig. 3.25(b), et pour des tailles de goutte inférieures au diamètre des fibres ( $d_g < d_f$ ), les courbes simulées s'écartent significativement du comportement attendu selon la théorie de la constriction verre-verre. Ce résultat suggère qu'au-delà d'une certaine valeur de  $k_f/k_l$ , ce contraste de conductivité entre les deux matériaux influence directement la résistance normalisée, y compris dans des configurations géométriquement proches d'un simple ménisque. Par ailleurs, la déviation par rapport à une évolution linéaire dans le régime  $d_g/d_f > 1$ , déjà observée sur la figure précédente, s'accroît avec l'augmentation du rapport  $k_f/k_l$ , traduisant une influence de moins en moins négligeable de la taille de la goutte sur la résistance de contact. L'augmentation modérée de  $R_k$  avec  $d_g$  constatée, demeurant non expliquée par les modèles avancés ici, semble donc dépendre du rapport des conductivités thermiques entre verre et liant.

Des simulations ont également été menées dans des cas limites, bien que non réalistes au regard des matériaux utilisés expérimentalement, dans le but d'approfondir la compréhension des mécanismes physiques mis en jeu. Sur la Fig. 3.25, les courbes beiges correspondent à deux cas où la conductivité thermique du liant est largement dominante par rapport à celle des fibres, avec  $k_f/k_l = 10^{-3}$  et  $k_f/k_l = 10^{-4}$ , c'est-à-dire des régimes pour lesquels  $k_f/k_l \rightarrow 0$ . Bien que les rapports  $k_f/k_l$  soient ici différents, une évolution unique de la résistance normalisée est observée. Il en résulte une suppression

de la dépendance de  $R_k - R_{1D}$  en le rapport  $k_f/k_l$  dans ce cas. Pour des tailles de goutte inférieures à celle des fibres ( $d_g < d_f$ ), le comportement reste proche de celui d'une constriction verre-verre, ce qui suggère que dans ce régime, l'importance de conductivité du liant devant celle des fibres est un phénomène négligeable devant les effets géométriques. En revanche, dès que la taille de la goutte dépasse légèrement celle des fibres, la résistance normalisée chute fortement. Le liant formant alors un canal de conduction thermique élargi entre les fibres, il semble pertinent de considérer que la résistance de contact devient directement gouvernée par les propriétés thermiques internes de la goutte, ce qui expliquerait que, dans cette limite, la résistance tende vers zéro lorsque  $k_l \gg k_f$ .

Enfin, les courbes vertes de la figure correspondent aux cas inverses, où  $k_f/k_l = 10^3$  et  $k_f/k_l = 10^4$ . Cette fois, aucune superposition des courbes n'est observée – et ce malgré l'adimensionnement de la résistance  $R_k - R_{1D}$  par  $R'_c$ , incluant la valeur de  $k_f$ . Lorsque la conductivité du verre est dominante, la dépendance au rapport  $k_f/k_l$  subsiste donc et la faible conductivité du liant par rapport aux fibres gouverne l'évolution de la résistance thermique.

Dans les simulations étudiées, rappelons qu'un espacement non nul  $e_f = 1 \mu\text{m}$  est imposé entre les fibres au sein de la goutte. Ainsi, parmi les modèles théoriques de la constriction thermique développés dans la littérature et présentés au chapitre 1 en section 2.2.1.3, celui considérant une constriction thermique en contact avec un milieu formé de deux couches superposées apparaît alors comme un cadre de référence plus complexe pertinent à examiner dans le cadre de notre problème. Les deux couches, numérotées 1 et 2, sont caractérisées par leurs conductivités thermiques  $k_1$  et  $k_2$ , ainsi que par leurs dimensions respectives ; la couche 1 est en contact direct avec la constriction, la couche 2 en dessous (cf. Fig. 1.26). Par analogie, notre configuration, bien que plus complexe, peut être approchée par une géométrie symétrique où la constriction se situe au centre de la goutte de liant. En se ramenant à un demi-espace comme dans le modèle de référence, cela revient à modéliser une constriction en contact direct avec le liant, lui-même en contact avec le verre. Cette géométrie de couches minces induit une modification de l'expression classique de la résistance de constriction, faisant intervenir plusieurs rapports caractéristiques du système, notamment le rapport des conductivités  $\kappa_{12} = k_1/k_2$  (voir Eqs. 1.54 à 1.58). D'après l'Eq. 1.57 en particulier, un des termes dont dépend de façon complexe la résistance de contact dans le modèle est proportionnel à  $(\kappa_{12} - 1)/\kappa_{12} = 1 - 1/\kappa_{12}$ . Ce modèle met donc en évidence une dépendance explicite en le rapport des conductivités thermiques des deux matériaux, en accord avec les tendances observées dans nos résultats de simulation. L'analyse partielle présentée ici **suggère ainsi une certaine cohérence entre le cadre théorique de la constriction thermique en présence de couches minces et la configuration étudiée**, correspondant au contact entre deux fibres cylindriques reliées par une goutte de liant. Toutefois, valider rigoureusement l'adéquation de ce modèle nécessiterait une étude approfondie et systématique des différents paramètres influençant le système.

Parmi ceux-ci, toujours d'après les Eqs. 1.54 à 1.58, les dimensions caractéristiques des couches et le régime de pertes thermiques latérales jouent un rôle déterminant sur l'évolution de la résistance de contact, sur sa sensibilité au rapport de conductivités  $\kappa_{12} = k_1/k_2$ , et même sur son sens de variation relativement à cette grandeur. Dans notre géométrie, l'étude de l'évolution de la résistance de contact normalisée en fonction du rapport  $k_f/k_l$  pourrait permettre d'envisager une comparaison avec ce modèle théorique : toutefois, l'allure des courbes présentées sur la Fig. 3.25 révèle une dépendance complexe en  $d_g/d_f$ , suggérant que ce rapport, en modifiant la géométrie locale, influence directement les paramètres caractéristiques sur lesquels reposerait un tel modèle. Bien qu'une analogie géométrique partielle puisse être établie entre la configuration du modèle et la géométrie réelle du système fibre-liant-fibre, cette dernière reste suffisamment complexe pour que la définition précise des longueurs caractéristiques associées à chaque matériau, ainsi que celle du rayon effectif de la constriction, demeure incertaine. Ces inconnues limitent toute évaluation quantitative directe du modèle et, par conséquent, toute comparaison rigoureuse avec les résultats issus des simulations numériques ou

des données expérimentales.

Enfin, le modèle à couches minces reste une simplification géométrique qui ne reflète pas totalement la forme réelle d'une goutte de liant. Son application au calcul de la résistance de contact dans notre cas pourrait donc ne pas être pleinement pertinente. De plus, bien qu'il ait été montré que, pour les valeurs de référence  $k_l = 0.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$  et  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ , un espacement nul entre les fibres au sein de la goutte de liant ( $e_f = 0$ ) n'entraîne pas de modification notable de la résistance de contact, cette configuration pourrait en revanche influencer significativement l'évolution de la résistance mesurée et le choix des modèles théoriques à appliquer lorsque le rapport  $k_f/k_l$  varie. En particulier, lorsque la conductivité des fibres augmente, la présence de ce canal de conduction additionnel en parallèle dû au contact direct entre les fibres pourrait devenir non négligeable, et conduire à une diminution de la résistance de contact ; un modèle plus précis prenant en compte cette contribution pourrait alors s'avérer nécessaire.

Malgré les limitations des différents modèles explorés ici et leur caractère simplifié par rapport à la complexité géométrique réelle, les résultats obtenus, qu'ils proviennent de simulations numériques ou de données expérimentales, constituent une première étape vers une compréhension plus approfondie des mécanismes de transfert thermique à l'interface de deux fibres cylindriques reliées par une goutte de liant.

Ces résultats suggèrent que dans cette configuration étudiée, la résistance de contact thermique  $R_k$  peut être décrite de manière simplifiée comme la somme de deux contributions :

$$R_k = R_{c,macro} + R_{1D} \quad (3.39)$$

où :

- $R_{c,macro}$  désigne une résistance de **constriction macroscopique**, dont les dimensions caractéristiques dépendent du rapport  $d_g/d_f$  :
  - pour  $d_g/d_f < 1$ , la constriction est assimilée à un disque de diamètre  $d_g$  ;
  - pour  $d_g/d_f > 1$ , la constriction est limitée par le diamètre de la fibre, soit un diamètre effectif de l'ordre de  $d_f$ .

Cette description expliquerait notamment la dépendance en  $d_f^{-1}$  observée expérimentalement en Fig. 3.17(a).

- $R_{1D}$  correspond à une résistance **unidimensionnelle**, associée au transport thermique à travers les matériaux (liant et verre), pour laquelle une expression analytique d'estimation a été proposée (cf. Eq. 3.31).

Ce type de modèle est cohérent avec le cadre théorique présenté en section 1.1.3 sur la décomposition des résistances de contact, et met en évidence ici la **prédominance supposée d'une contribution de constriction macroscopique dans la résistance mesurée**. La bonne concordance entre les simulations supposant un contact parfait et les données expérimentales suggère en effet que les contributions microscopiques, par exemple, liées à l'interface entre liant et verre, peuvent être négligées dans nos échantillons.

L'étude expérimentale présentée ici s'est limitée à des configurations représentatives des contacts entre fibres observés dans des échantillons réels de laine de verre, en cohérence avec l'objectif industriel de ce travail. Bien que différents types de liants puissent être utilisés dans ce matériau, leur conductivité thermique demeure typiquement de l'ordre de grandeur de celle des polymères organiques, tandis que celle des fibres reste fixée à celle du verre. Le cas d'application retenu couvre ainsi une plage relativement restreinte de conductivités respectives  $k_l$  et  $k_f$ . Toutefois, l'acquisition de données expérimentales complémentaires, couvrant une gamme plus étendue de diamètres de goutte et de conductivités ther-

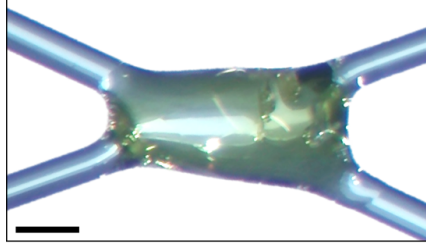


FIGURE 3.26 – Image à la loupe binoculaire d’un échantillon de fibres croisées ( $d_f \approx 286 \mu\text{m}$ ,  $\alpha_f \approx 44^\circ$ ) avec goutte de liant ( $ES = 0.3$ ,  $V_g = 3 \mu\text{L}$ ). Echelle :  $500 \mu\text{m}$ .

miques, permettrait d’approfondir l’analyse du cadre théorique relatif à la résistance de contact. On pourrait par exemple envisager d’utiliser des fibres métalliques ou en carbone, ou un dépôt d’une microgoutte de soudure. La Fig. 3.25 illustrant que le modèle proposé pour notre configuration expérimentale se voit sensiblement modifié lorsque le rapport  $k_f/k_l$  varie de façon significative, cette démarche d’approfondissement constitue donc une perspective importante en vue d’une généralisation des premiers résultats obtenus.

### 2.3.3 Résultats préliminaires : angle entre les fibres

Dans le chapitre 1 en section 1.3.3.2, nous avons montré que quatre paramètres principaux déterminent la morphologie d’une goutte de liquide déposée sur deux fibres croisées :

- l’angle de contact  $\theta_c$ , caractérisant le mouillage du liquide ;
- les dimensions de la goutte et la distance relative entre les fibres  $e_f$ , ces deux grandeurs étant à comparer au rayon des fibres  $r_f = d_f/2$  ;
- l’angle d’intersection entre les fibres  $\alpha_f$ .

Dans nos expériences, nous utilisons une formulation de liant initialement diluée dans l’eau à un extrait sec  $ES = 0.3$  ou inférieur, ce qui permet de considérer l’angle de contact  $\theta_c$  comme constant et proche de celui caractérisant le mouillage de l’eau sur le verre. L’influence des deux paramètres suivants (taille de la goutte et distance entre fibres) a été étudiée dans les sections précédentes : malgré les variations morphologiques qu’ils induisent, aucune influence significative sur la résistance de contact n’a été détectée expérimentalement. Ces analyses menées jusqu’à présent ont porté sur des contacts perpendiculaires entre fibres : dans la continuité de l’étude préliminaire déjà menée sur les contacts verre-verre, il serait pertinent d’explorer l’impact de l’angle entre les fibres  $\alpha_f$  sur la résistance de contact induite en présence de liant. Cet angle peut en effet modifier significativement la forme des gouttes déposées : pour de faibles valeurs de  $\alpha_f$ , la goutte s’allonge par capillarité, et adopte une morphologie de colonne, ce qui pourrait modifier l’ampleur du transfert thermique.

Pour une première évaluation de l’influence de ce paramètre, un échantillon a été préparé avec deux fibres de diamètre similaire  $d_f \approx 286 \mu\text{m}$ , croisées selon un angle  $\alpha_f \approx 44^\circ$ , et un volume initial déposé de formulation de liant à  $ES = 0.3$  de  $V_g = 3 \mu\text{L}$ . À titre de comparaison, un volume identique déposé sur des fibres similaires croisées perpendiculairement conduit à un diamètre final de goutte  $d_g \approx 1180 \mu\text{m}$ , et à une résistance de contact mesurée de  $R_{k,90^\circ} = (1.00 \pm 0.40) \times 10^4 \text{ K W}^{-1}$ . Dans le cas de l’angle  $\alpha_f \approx 44^\circ$ , la géométrie du liant polymérisé est modifiée, ce qui est illustré en Fig. 3.26. On retrouve une morphologie de jonction zippée, comme introduit dans le chapitre 1 en section 1.3.4. En vue de dessus, l’amas de liant au contact présente des dimensions d’environ  $1880 \mu\text{m} \times 850 \mu\text{m}$ . La résistance de contact alors mesurée est :

$$R_{k,44^\circ} = (7.64 \pm 1.70) \times 10^3 \text{ K W}^{-1},$$

soit une diminution d'environ 24 % par rapport à la valeur de référence à  $\alpha_f \approx 90^\circ$ .

Toutefois, en raison des incertitudes expérimentales, il reste difficile d'évaluer précisément l'impact de la variation de l'angle. Étant donné que l'augmentation de la taille de la goutte ne conduit pas à une réduction significative de la résistance de contact, malgré l'agrandissement de la surface de contact, l'étalement du liant sur les fibres pourrait également avoir un impact limité, en dépit des changements morphologiques importants induits.

Comme pour les contacts verre-verre, des contacts avec liant présentant des angles variables sont susceptibles d'exister dans la laine de verre. Une analyse expérimentale plus approfondie, basée sur un nombre plus important d'échantillons, serait donc nécessaire et revêt un intérêt particulier dans la perspective des objectifs industriels de cette étude.

Pour conclure de manière générale sur l'influence des paramètres morphologiques dans la configuration étudiée d'une goutte de liant reliant deux fibres de verre micrométriques, **appliquée à des cas représentatifs de la laine de verre**, les résultats expérimentaux obtenus dans ce travail suggèrent un effet de premier ordre du diamètre des fibres sur le transfert thermique à l'interface, devant ceux de la taille de la goutte ou de l'espacement entre les fibres. Une dépendance de la résistance thermique de contact  $R_k$  en  $d_f^{-1}$  a notamment été mise en évidence, similaire à celle observée dans le cas de contacts directs verre-verre. Bien que l'effet d'une faible hétérogénéité de diamètres n'ait pas été étudié en présence de liant, comme cela a été fait pour les contacts verre-verre, où son impact sur la résistance de contact s'est avéré limité, cette influence peut être considérée en première approximation comme négligeable. La présence de la goutte tend en effet à réduire la sensibilité morphologique du contact à de légères variations de diamètre des fibres.

L'interprétation théorique avancée et appuyée par les résultats de simulation suggère que c'est en réalité le rapport entre le diamètre de la goutte et celui des fibres,  $d_g/d_f$ , qui gouverne l'évolution de  $R_k$ , *a priori* dominée par un phénomène de constriction macroscopique.

Pour les conductivités thermiques typiques du liant  $k_l$  et des fibres de verre  $k_f$  considérées dans cette étude, le comportement thermique pour les gouttes de petite taille ( $d_g < d_f$ ) est proche de celui observé pour des contacts verre-verre. Ce constat présente un intérêt pratique important pour l'estimation des résistances de contact dans des matériaux réels comme la laine de verre : **de petites gouttes, potentiellement invisibles en microscopie ou en tomographie, pourraient être assimilées à des contacts directs verre-verre sans introduire d'erreur significative**. La résistance de contact correspondante peut alors être estimée par l'expression analytique proposée pour les contacts verre-verre (cf. Eq. 3.18), en fonction du diamètre moyen des fibres. Dans le cas  $d_g > d_f$ , l'expression donnée par l'Eq. 3.27 semble fournir une estimation raisonnable de la résistance de contact à partir du diamètre moyen des fibres, en négligeant en première approximation l'effet exact de la taille de la goutte.

Ainsi, ces lois d'extrapolation établies en fonction de  $d_f$  apparaissent valables pour un large ensemble de configurations de contacts entre fibres en présence de liant, représentatives du matériau réel. Un approfondissement reste toutefois nécessaire pour vérifier la validité de cette approche dans l'ensemble des situations possibles, en particulier en ce qui concerne l'influence de l'angle entre fibres. D'autres paramètres, tels que l'avancement de la réaction de polymérisation du liant, ou le degré de dilution de la résine dans la formulation initiale déposée, pourraient également faire l'objet d'investigations complémentaires.

### 3 Conclusion

Dans ce chapitre, l'étude présentée combinant approche expérimentale et simulations par éléments finis a permis de mieux comprendre les mécanismes gouvernant la résistance thermique de contact entre fibres de verre, avec ou sans présence de liant. Nous avons en particulier mis en évidence que les

---

résistances de contact mesurées peuvent être interprétées en utilisant le cadre théorique introduit dans le premier chapitre, basé sur la décomposition des différentes contributions à la résistance totale.

Dans le cas de contacts directs entre fibres de verre, une loi de variation  $R_k \propto d_f^{-1}$  a été mise en évidence, où  $d_f$  désigne le diamètre moyen des fibres. Cette relation reste peu affectée par de faibles hétérogénéités de diamètre, telles que celles rencontrées dans des configurations réelles de laine de verre. Il a également été observé que la résistance mesurée est inférieure à celle prédite par un modèle de constriction macroscopique basé sur la théorie de Hertz. Cela pourrait s'expliquer par une aire de contact réelle plus importante que celle prévue théoriquement, possiblement liée à l'état de surface des fibres. Nous avons d'ailleurs montré que vieillissement des fibres en conditions ambiantes, qui augmente la rugosité de surface, tend à faire réduire la résistance de contact. Dans tous les cas, nos résultats suggèrent que la constriction macroscopique serait le mécanisme principal à l'origine de la résistance de contact mesurée, devant les effets de la résistance unidimensionnelle – l'influence d'une phase interstitielle potentielle et de l'état de surface microscopique n'étant pas déterminé avec précision.

Lorsque la jonction entre les fibres est assurée par un liant organique, une dépendance similaire  $R_k \propto d_f^{-1}$  a également été observée, mais la résistance de contact est systématiquement réduite d'un facteur 5 par rapport aux valeurs obtenues dans des conditions comparables sans liant, pour des rapports entre taille de goutte et taille des fibres typiques des structures observées dans la laine de verre. Dans ce contexte, l'effet du diamètre des fibres domine celui de l'espacement inter-fibres, de la taille de la goutte, ou encore des défauts locaux tels que la présence de bulles remplies de gaz. La contribution du canal de conduction directe verre-verre, lorsqu'il est présent, c'est-à-dire lorsque les fibres sont en contact dans la goutte de liant, demeure négligeable devant celle assurée par la conduction thermique au sein du liant ; par ailleurs, l'effet de la rugosité de surface des fibres, induite par leur vieillissement, devient lui aussi négligeable en présence de liant. De plus, là encore, la résistance de contact semble essentiellement déterminée par un phénomène de constriction macroscopique. Un modèle basé sur cette contribution a permis de rendre compte partiellement de la dépendance de  $R_k$  au rapport  $d_g/d_f$ . Néanmoins, la validité de ce modèle dépend fortement du rapport entre les conductivités thermiques du liant et du verre, ce qui souligne la nécessité d'une généralisation pour décrire plus fidèlement une large gamme de configurations.

Parmi les améliorations envisageables du montage expérimental, la possibilité de réaliser des mesures de résistance de contact en atmosphère contrôlée, et non uniquement sous vide, constituerait une évolution majeure. Cela impliquerait une adaptation du modèle d'ailettes utilisé pour l'analyse thermique, afin de tenir compte des transferts additionnels par conduction et convection le long des fibres et au niveau du contact en présence d'air. Une telle configuration permettrait d'étudier l'influence de l'humidité ambiante sur la résistance de contact, et l'intégration d'un système de régulation des pressions partielles rendrait alors possible la caractérisation de son évolution en fonction du taux d'humidité. Cette approche présente un intérêt tant pour les contacts verre-verre – où la formation d'un ménisque d'eau peut considérablement modifier l'aire de contact effective – que pour les configurations avec liant, dont la sensibilité à l'humidité a été démontrée [60]. Par ailleurs, une perspective importante supplémentaire déjà mentionnée consisterait à instrumenter le montage afin de mesurer de manière précise et directe la force exercée au contact entre les deux fibres. Cela nécessiterait l'intégration de capteurs de déplacement à résolution micrométrique, permettant d'établir un lien quantitatif entre la contrainte mécanique au contact et la résistance thermique mesurée. Enfin, les rayons des surfaces de contact verre-verre étudiées ici, bien que non quantifiés avec précision mais estimés de l'ordre de 1 à 10  $\mu\text{m}$ , sont compatibles avec la résolution standard d'objectifs de microscopie visible. L'intégration d'un tel système constituerait une piste pour observer directement ces surfaces de contact et éventuellement en évaluer plus précisément les dimensions.

Les premiers résultats mis en évidence dans cette étude, bien qu'obtenus à partir d'échantillons dont les dimensions restent supérieures à celles des fibres et des gouttes de liant typiquement présentes

dans la laine de verre, ont pu être extrapolés grâce aux lois de variation  $R_k \propto d_f^{-1}$  établies expérimentalement. Ils permettent ainsi de fournir une première estimation des résistances de contact susceptibles d'exister **à l'échelle locale, entre fibres**, dans le matériau réel. Ces valeurs constitueront des données d'entrée pertinentes pour alimenter des modèles de prédiction des transferts thermiques **à l'échelle du matériau**. Une telle approche multi-échelle offrirait la possibilité d'évaluer, de manière quantitative, l'influence de ces résistances de contact sur les propriétés thermiques globales de la laine de verre – une analyse qui, à ce jour, n'a pas encore été menée.

Le développement de ces modèles, ainsi que leur application au cas de la laine de verre, font l'objet de la seconde partie de cette thèse, présentée dans les deux chapitres suivants.



# Chapitre 4

## Étude numérique et théorique de la conduction dans la phase solide dans les matériaux fibreux

### Contenu et objectifs

Les deux chapitres précédents ont porté sur la mesure expérimentale de la résistance de contact entre fibres de verre et son application à des configurations représentatives de la laine de verre. Nous avons mis en évidence l'intérêt de modèles pouvant intégrer ces données locales pour prédire la conductivité solide globale d'un milieu fibreux, et ainsi évaluer l'influence des résistances de contact à l'échelle du matériau.

Dans ce chapitre, nous présentons les outils de modélisation développés pour répondre à cette problématique. Une **approche numérique** reposant sur la **génération de milieux fibreux virtuels**, associée à une **méthode nodale de calcul de la conduction thermique dans la phase solide**, est tout d'abord présentée. Après une justification des choix de modélisation retenus, une **étude systématique de l'influence conjointe des résistances de contact et des paramètres morphologiques** est réalisée, permettant d'établir de premières interprétations qualitatives de leurs effets.

Un **modèle théorique prédictif** de la conduction dans la phase solide des milieux fibreux est ensuite recherché, afin d'apporter une interprétation physique claire des mécanismes gouvernant sa variation. Une première analyse, fondée sur la comparaison avec nos résultats de simulation numérique, s'appuie sur un **modèle de conduction issu de la littérature**. La mise en évidence de limites dans ce cadre conduit à la **formulation d'un modèle modifié** à partir d'une démonstration formelle, intégrant des effets liés à la statistique du réseau fibreux. Ces développements, établis dans le but de proposer une méthode prédictive fiable de la conduction solide prenant en compte les résistances de contact entre fibres, et valide pour une large gamme de milieux fibreux, y compris des matériaux **peu denses**, sont notamment appuyés par des études par simulation des distributions locales de température et de flux thermique.

Les travaux détaillés dans ce chapitre ont donné lieu à deux publications :

- C. Gaunand et al., Modelling conductive thermal transport in three-dimensional fibrous media with fiber-to-fiber contacts. *Phys. Rev. Applied* **23**, 034084 (2025) ;
- C. Gaunand et al., Quantifying the impact of fiber-to-fiber thermal contact resistance on conduction in fibrous insulation materials. *Entropie* **6**, spécial SFT Prix Biot-Fourier, 1-9 (2025).

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Introduction : choix de la démarche adoptée</b>	<b>169</b>
<b>2</b>	<b>Méthodes numériques</b>	<b>169</b>
2.1	Description du calcul des propriétés thermiques d'un milieu fibreux virtuel	169
2.2	Méthodes statistiques et évaluation du caractère représentatif des milieux fibreux virtuels générés	175
2.3	Validation de la méthode de simulation	180
<b>3</b>	<b>Analyse numérique du couplage entre effets de la morphologie et de la résistance de contact</b>	<b>183</b>
3.1	Étude de la fraction volumique en fibres	183
3.2	Étude de l'orientation moyenne des fibres	186
3.3	Étude de la longueur des fibres	188
3.4	Étude du diamètre des fibres	190
<b>4</b>	<b>Description théorique de l'évolution de la conductivité solide</b>	<b>192</b>
4.1	Analyse comparative des données de simulation et des modèles existants	192
4.2	Influence de la connectivité du réseau de fibres	197
4.3	Proposition d'un modèle théorique modifié intégrant les écarts aux gradients moyens de température	201
4.4	Évaluation globale du modèle prédictif proposé	206
4.5	Vers un modèle prédictif géométrique plus complet	209
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>214</b>

---

---

## 1 Introduction : choix de la démarche adoptée

Comme abordé au chapitre 1 en section 4.1.2, différentes approches peuvent être employées pour créer des milieux fibreux en vue de l'étude numérique de leurs propriétés physiques. Compte tenu de l'objectif industriel de cette étude, appliquée à la laine de verre, une première piste envisagée a été l'utilisation d'images  $\mu$ CT d'échantillons réels afin de se rapprocher au mieux de leur structure.

Avec le système disponible à Saint-Gobain Recherche Paris, la résolution atteignable est comprise entre 5 et 2  $\mu\text{m}$  pour un volume d'environ 64  $\text{mm}^3$ . Si cette performance permet de générer un milieu virtuel constitué de quelques milliers de fibres, potentiellement représentatif d'échantillons macroscopiques réels, la Fig. 1.3 déjà introduite montre que certaines fibres présentent des diamètres proches de cette limite de résolution dans la laine de verre, ce qui peut entraîner des erreurs de mesure, également susceptibles d'affecter la détection des contacts.

Le traitement des images  $\mu$ CT, par ailleurs, reste particulièrement complexe en raison du volume important de données générées. Cette étape constitue le principal facteur limitant la taille ou le nombre de volumes étudiés, comme déjà mentionné au chapitre 1. Enfin, la présence éventuelle de liant au niveau des contacts ne peut être identifiée par  $\mu$ CT seule et nécessiterait un couplage avec une technique complémentaire telle que la microscopie de fluorescence, puisque le liant est légèrement fluorescent.

Ces limitations font de la  $\mu$ CT une approche contraignante au regard de notre problématique. **L'approche alternative envisagée a alors consisté à utiliser d'un matériau modèle virtuel simplifié, permettant de recourir à une méthode nodale pour le calcul des transferts thermiques.** Ce choix s'appuie sur le développement préalable de cette méthode nodale au sein de l'équipe TPS de Saint-Gobain Recherche Paris, initialement destinée à la modélisation des transferts thermiques unidimensionnels à l'échelle des bâtiments. Les adaptations apportées par A. François au moment du début de ma thèse ont permis d'étendre cette méthode aux milieux poreux de type cellulaire ou fibreux, constituant un point de départ pertinent pour notre étude. Cette approche présente de plus deux avantages majeurs :

- une **intégration directe et simple de la résistance de contact entre fibres** comme paramètre de simulation,
- la possibilité de réaliser une **analyse systématique de l'influence des paramètres morphologiques** du milieu fibreux.

Une telle démarche est particulièrement précieuse pour mieux comprendre l'impact de ces paramètres sur le transfert thermique conductif global. Le présent chapitre adopte une approche volontairement fondamentale, basée sur la modélisation numérique de milieux virtuels aux caractéristiques ajustables, représentatifs d'une large gamme de matériaux fibreux, dont la laine de verre pour un choix adapté de paramètres d'entrée. Dans un premier temps, des valeurs de référence sont fixées afin de faciliter l'étude isolée de chaque paramètre. Cette analyse permettra également la comparaison à des modèles existants et la formulation d'un nouveau cadre théorique pour la description de la conductivité solide. L'application concrète de cette approche numérique adaptée à la morphologie réelle de la laine de verre, ainsi que les résultats préliminaires correspondants, seront présentés dans le chapitre suivant.

## 2 Méthodes numériques

### 2.1 Description du calcul des propriétés thermiques d'un milieu fibreux virtuel

#### 2.1.1 Génération de géométries de milieux fibreux virtuels 3D

**L'ensemble de cette étude se concentre sur des milieux fibreux peu denses**, représentatifs de matériaux tels que la laine de verre, caractérisés par une fraction volumique en fibres inférieure à 20 %, et le plus souvent de l'ordre de 1 à 5 %. Dans ce contexte, une méthode de génération relativement simple peut être adoptée, basée sur l'insertion séquentielle de segments, comme proposé

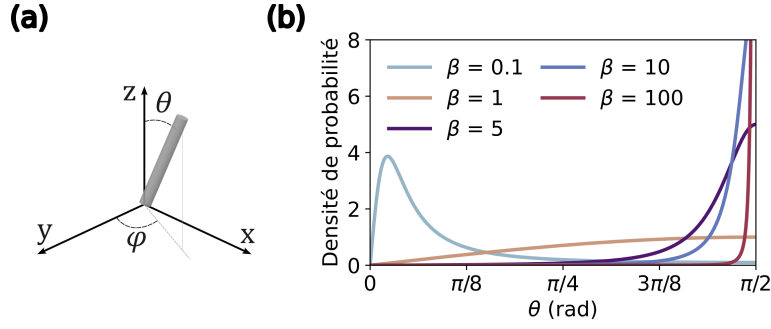


FIGURE 4.1 – (a) Description angulaire de l'orientation d'une fibre et système d'axes considéré dans l'étude. (b) Densités de probabilité marginales obtenues à partir de l'Eq. 4.1 pour différentes valeurs de  $\beta$ , ramenées par symétrie dans l'intervalle  $[0 ; \pi/2]$ .

dans la Ref. [178]. Des segments de longueur prescrite  $l$  sont insérés successivement dans un domaine cubique de côté  $L$ , chacun étant défini à partir d'un point initial tiré aléatoirement. Ces segments sont ensuite dilatés pour former des fibres de diamètre  $d$ . Le nombre initial de fibres générées  $n_f^i$  est fixé selon une *fraction volumique* initiale prédéfinie  $f_v^i = V_f^i/L^3$  où  $V_f^i = n_f^i \pi d^2 l/4$  est le volume initial total des fibres<sup>13</sup>. Conformément aux arguments développés dans le chapitre 1 en section 4.1.1.2, l'adoption d'une telle approche de génération "soft-core", qui autorise l'interpénétration des objets, constitue une approximation raisonnable dès lors que leur rapport d'aspect est suffisamment élevé. En cohérence avec ce cadre, nous faisons ici le choix de **restreindre notre étude à des fibres présentant un rapport d'aspect  $\tilde{a} = l/d \geq 50$** .

Pour l'orientation de chaque fibre générée, nous avons choisi d'utiliser la distribution  $\beta$  introduite par l'Eq. 1.100, et utilisée dans différents travaux pour la modélisation numérique de matériaux fibreux d'isolation [197, 175, 10, 195]. En pratique, pour une fibre  $i$ , l'angle azimutal  $\varphi_i$  et l'angle polaire  $\theta_i$ , définis sur la Fig. 4.1(a), sont choisis de la manière suivante :

- $\varphi_i$  est d'abord tiré à partir d'une loi uniforme sur l'intervalle  $[0 ; 2\pi[$ . Cette procédure permet de reproduire une isotropie marquée dans le plan  $xy$ , l'une des caractéristiques morphologiques de la laine de verre, résultant directement de son procédé de fabrication (cf. section 1.1 dans le chapitre 1), et généralisable à l'étude d'un grand nombre de matériaux fibreux 3D. **Dans toute cette étude numérique et théorique, l'axe  $z$  se référera à la direction du flux de chaleur en conditions normales d'utilisation du matériau, tandis que les axes  $x$  et  $y$  correspondront aux directions transverses, équivalentes, selon lesquelles la conduction thermique ne sera pas analysée.**
- Ensuite,  $\theta_i$ , correspondant donc à l'angle par rapport à la direction du flux de chaleur de chaque fibre  $i$ , est tiré à partir de la loi de probabilité marginale suivante :

$$g_\beta^m(\theta) = \frac{\beta \sin \theta}{2 [1 + (\beta^2 - 1) \cos^2 \theta]^{3/2}}, \quad \theta \in [0 ; \pi[, \quad \beta \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}. \quad (4.1)$$

Cette distribution d'orientation est illustrée en Fig. 4.1(b). Comme précédemment indiqué dans le premier chapitre, le paramètre d'anisotropie  $\beta$  ajuste la forme et la valeur moyenne de la distribution d'angles polaires et donne accès à un grand nombre de configurations angulaires possibles.

Par souci de clarté, lorsque l'on passe à la description du milieu fibreux, il convient d'adopter une description de leur orientation basée sur l'*angle polaire moyen*  $\langle \theta \rangle$ , ou angle moyen par rapport au flux de chaleur. La Fig. 4.2(a) présente la correspondance entre les valeurs du paramètre  $\beta$  utilisées dans

13. Dans cette étude numérique, l'exposant  $i$  sera employé pour représenter les grandeurs associées à l'état initial, et l'exposant  $f$  pour celles correspondant à l'état final. L'indice  $f$  se référera aux fibres et l'indice  $c$  aux contacts entre fibres.

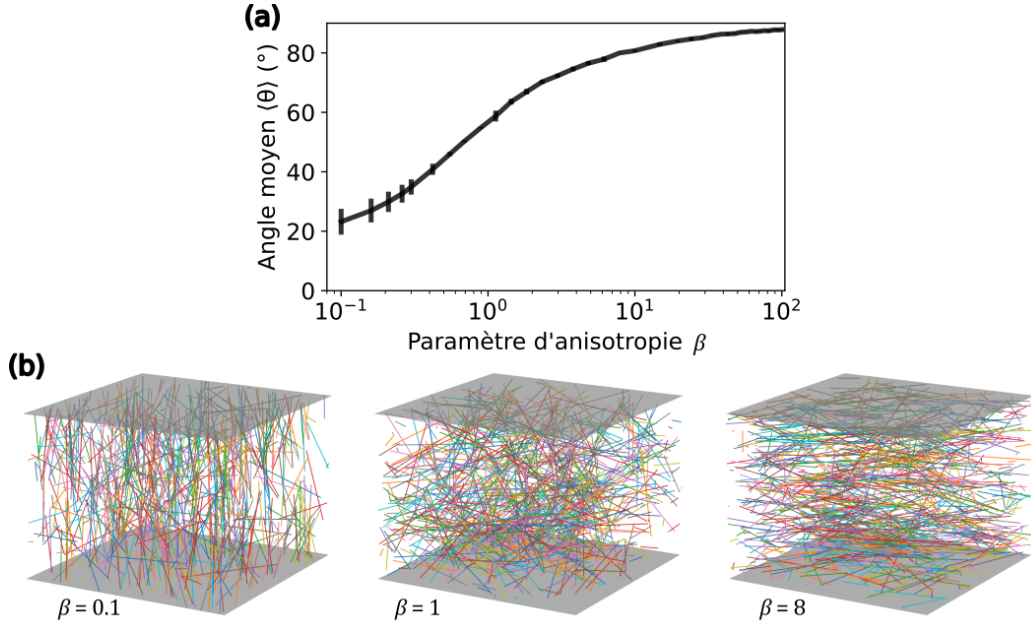


FIGURE 4.2 – (a) Évolution de l’angle polaire moyen  $\langle \theta \rangle$  en fonction du paramètre d’anisotropie  $\beta$ , obtenue par simulations. (b) Exemples de milieux fibreux générés numériquement avec  $L = 2$  mm,  $l = 1$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ ,  $f_{v,i} \approx 0.006$ , et trois valeurs différentes de  $\beta$  :  $\beta = 0.1$ ,  $\beta = 1$  et  $\beta = 8$ , correspondant respectivement à des angles polaires moyens  $\langle \theta \rangle = 23.2$   $^\circ$ ,  $\langle \theta \rangle = 57.3$   $^\circ$  et  $\langle \theta \rangle = 79.9$   $^\circ$ .

la distribution définie par l’Eq. 4.1 et l’angle moyen  $\langle \theta \rangle$  obtenu à l’échelle d’un ensemble de fibres. La Fig. 4.2(b) illustre trois résultats de génération associés à différentes valeurs de  $\beta$ , où l’on retrouve la description qualitative associée à la Fig. 1.42 déjà introduite :

- Les cas correspondant à  $\beta < 1$  décrivent des milieux dans lesquels les fibres tendent à être alignées selon l’axe  $z$  ;
- Pour  $\beta = 1$ , la distribution d’orientation est isotrope, ce qui implique un angle polaire moyen en coordonnées sphériques donné par :

$$\langle \theta \rangle(\beta = 1) = \int_0^{\pi/2} \theta \sin \theta d\theta = \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = 1 \text{ rad} \approx 57.3$$
  $^\circ$ ; (4.2)

- Enfin, les milieux avec  $\beta > 1$  présentent des fibres préférentiellement alignées dans le plan  $xy$ , soit perpendiculairement à la direction du flux de chaleur, ce qui correspond par exemple au cas de la laine de verre, comme déjà mis en évidence au premier chapitre en section 1.1.

Dans les milieux illustrés en Fig. 4.2(b), des conditions périodiques aux bords latéraux ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = L$ , et  $y = L$ ) ont été implémentées. Lorsque les fibres traversent une de ces limites latérales, elles sont prolongées de l’autre côté du domaine, jusqu’à ce que leur longueur prescrite  $l$  soit atteinte. Le choix de ces conditions aux bords sera discuté, en lien avec la définition de la taille du domaine de calcul  $L$ , dans la section 2.2.2. Ces conditions périodiques ne s’appliquent pas aux faces supérieure et inférieure du domaine : afin d’étudier la conduction thermique dans la direction d’intérêt  $z$  dans le milieu, ces faces seront en effet soumises à des conditions thermiques imposées différentes. Elles ne sont donc pas équivalentes entre elles, ni aux autres limites du domaine.

**La morphologie des milieux fibreux générés peut donc, dans un premier temps, être décrite par la longueur des fibres générées  $l$ , leur diamètre  $d$ , leur angle polaire moyen  $\langle \theta \rangle$ , ainsi que par leur fraction volumique initiale  $f_{v,i}$ , cette dernière pouvant être imposée à des valeurs très variables demeurant inférieures à 20 %, offrant la possibilité de représenter différentes**

densités de milieux virtuels modèles.

L'un des avantages majeurs de l'approche simplifiée d'insertion séquentielle retenue pour la génération du milieu réside dans la possibilité d'utiliser une **méthode nodale** pour le calcul des propriétés thermiques envisagé, plutôt qu'une méthode de discrétisation numérique dont le coût de calcul peut rapidement limiter les volumes considérés (cf. section 4.1.2 du chapitre 1). Comme rappelé dans cette même section, la méthode nodale, initialement développée pour analyser la conductivité électrique des milieux fibreux, peut être transposée à la conduction thermique par analogie thermo-électrique, à condition de se limiter à l'étude de la phase solide. Le cas d'application envisagé de la laine de verre est possible avec ce type d'approche, les différentes contributions au transfert thermique pouvant être considérées comme découplées (cf. Eq. 1.26). Cette approche nodale repose également sur l'hypothèse de sections de fibres isothermes, donc de flux conductifs unidimensionnels orientés le long de l'axe des fibres, justifiée ici par les conditions adiabatiques imposées aux surfaces externes des fibres, conséquence directe de la considération de la phase solide seule. En effet, dans ce cas, le coefficient de transfert thermique associé à la surface externe des fibres,  $h$ , est nul, ce qui conduit à un nombre de Biot tendant vers zéro (cf. Eq. 1.21), quelle que soit la conductivité thermique attribuée aux fibres.

La méthode nodale est donc appliquée aux milieux fibreux 3D générés, selon un principe analogue à celui présenté dans la Fig. 1.45 issue de la Ref. [214], illustrant son utilisation pour le calcul de la conduction électrique à travers un réseau 2D de tubes conducteurs. Dans notre cas, au lieu d'imposer une différence de potentiel électrique entre les deux faces opposées du matériau, une différence de température sera appliquée. En vue de l'application de cette méthode, le milieu fibreux virtuel créé par l'approche décrite ci-dessus doit être converti en un réseau d'objets connectés.

### 2.1.2 D'un milieu fibreux virtuel à un réseau connecté

Concrètement, deux températures distinctes seront imposées à l'ensemble des points d'intersection entre les fibres et les faces supérieure ( $z = L$ ) et inférieure ( $z = 0$ ) du domaine de calcul tridimensionnel. À partir du milieu fibreux généré, une détection de ces points de bords, puis des points de contact entre fibres est effectuée, illustrée en Fig. 4.3(a). Pour l'identification des contacts, l'ensemble des combinaisons possibles de paires de fibres est analysé, et les coordonnées des deux points les plus proches de chaque paire sont calculées. Si la distance minimale entre ces deux points est inférieure à un seuil prédéfini  $d_{seuil}$ , alors un contact est considéré comme établi. **Dans un premier temps, ce seuil est fixé égal au diamètre des fibres, soit  $d_{seuil} = d$ , ce qui revient à identifier un contact lorsque deux fibres présentent un recouvrement partiel.** Cette méthode assimile les éventuelles interpénétrations permises par la modélisation "*soft-core*" aux contacts effectifs dans un matériau réel définis comme des juxtapositions directes des fibres. En comparaison à des échantillons réels de laine de verre par exemple, ou d'autres matériaux intégrant la présence d'un liant, cela revient à négliger les jonctions induites par la présence de gouttes de liant de taille supérieure au diamètre des fibres, ainsi que leur effet sur la connectivité du réseau. Cela représente une simplification importante réalisée sur ce matériau modèle dans un premier temps. Cette hypothèse sera notamment revisitée dans le chapitre 5, à travers une première série de résultats préliminaires.

À l'issue de la détection des contacts, il est possible d'identifier deux types de fibres qui n'interviendront pas dans le transfert conductif à travers le milieu :

- Les fibres totalement déconnectées, ne présentant ni point de contact avec d'autres fibres, ni intersection avec une frontière du domaine ;
- Les fibres connectées en un seul point : en effet, tout segment de fibre dont une extrémité reste libre est considéré comme adiabatique, conformément au cadre de modélisation retenu se limitant à la contribution de la conduction dans le solide.

Ces fibres identifiées comme non connectées ou connectées en un seul point sont alors éliminées pour la construction du réseau. Cette opération entraîne également la suppression des points de contact associés, ce qui nécessite une procédure itérative jusqu'à convergence du nombre de fibres et du nombre

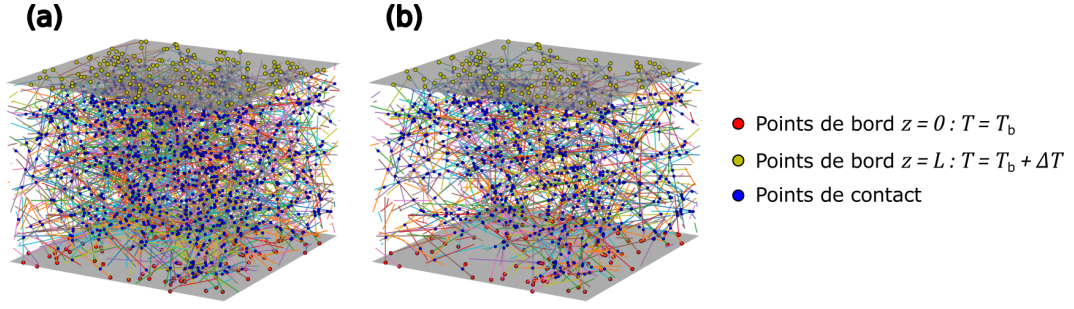


FIGURE 4.3 – (a) Illustration d'un milieu fibreux généré ( $L = 2$  mm,  $l = 1$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ ,  $\beta = 1$ ,  $f_v^i = 0.011$ ), avec identification des points de bords supérieurs et inférieurs et des points de contacts. (b) État final du milieu modifié après suppression des fibres non connectées ou connectées en un seul point : la fraction volumique est réduite à  $f_v^f = 0.0062$  dans ce cas.

de contact vers des valeurs finales  $n_f^f$  et  $n_c^f$ . La fraction volumique initiale est alors réduite à une valeur finale notée  $f_v^f$  ; cette modification du réseau est également illustrée en Fig. 4.3. Dans les réseaux générés et analysés dans cette étude, cette opération conduit en moyenne à une diminution de 5 à 20 % de la fraction volumique, bien que cette réduction soit fortement dépendante de la morphologie du milieu et de la taille du domaine de calcul : elle est en particulier significativement plus importante aux faibles fractions volumiques initiales ( $f_v^i < 0.01$ ). **Nous choisissons ici de considérer la fraction volumique finale  $f_v^f$  comme la grandeur de référence caractérisant le milieu fibreux virtuel.** Ce choix implique que les éléments de fibres déconnectés ou connectés en un point sont exclus de la description morphologique, notamment en vue de comparaisons avec des échantillons réels. Cette approximation est justifiée pour les fibres totalement déconnectées, que l'on peut considérer comme ne pouvant pas subsister physiquement dans un échantillon réel ; en revanche, certaines fibres connectées en un seul point peuvent exister dans un matériau et contribuer à sa densité. Nous retiendrons donc qu'une incertitude subsiste sur la fraction volumique effective, et que la valeur choisie ici constitue une convention de travail.

### 2.1.3 Configuration de calcul de la conductivité solide et implémentation de la méthode nodale

Comme mentionné ci-dessus, l'approche adoptée pour le calcul de la conductivité thermique solide notée  $k_{cond,solide}$  consiste à imposer deux températures distinctes aux frontières opposées du domaine, en  $z = 0$  et  $z = L$ , de manière à générer un flux de chaleur  $Q$  traversant le milieu, constant en régime stationnaire. Cette configuration reproduit précisément celle de la méthode de la plaque chaude gardée, utilisée pour la mesure expérimentale de la conductivité thermique et la certification des matériaux, introduite au chapitre 1 en section 3.

En fixant  $T(z = 0) = T_b$  et  $T(z = L) = T_b + \Delta T$  avec  $\Delta T \geq 0$ , le flux thermique s'oriente dans la direction négative de l'axe  $z$  ; la grandeur algébrique  $Q$  associée est donc négative dans le repère adopté. En appliquant l'Eq. 1.90 aux milieux générés dans les domaines cubiques considérés, caractérisés par une épaisseur  $e = L$ , une surface transverse  $A = A_z = L^2$ , et un gradient thermique macroscopique imposé  $\nabla T_z = \Delta T/e = \Delta T/L$ , on obtient :

$$k_{cond,solide} = \frac{-Q}{A_z \nabla T_z}. \quad (4.3)$$

qui s'écrit aussi :

$$k_{cond,solide} = \frac{|Q|}{L \Delta T}. \quad (4.4)$$

Le calcul numérique du flux  $|Q|$  traversant l'échantillon permet donc dans cette configuration d'obtenir

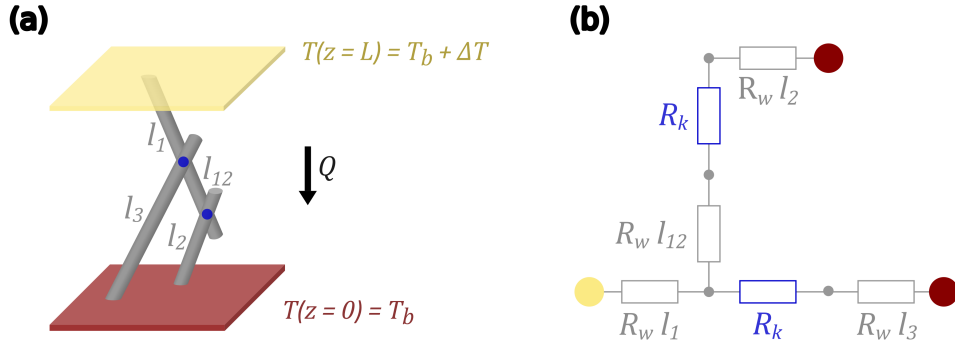


FIGURE 4.4 – (a) Schéma d'un milieu fibreux simplifié constitué de trois fibres interconnectées, avec identification des points de contact. (b) Circuit équivalent linéaire de résistances thermiques représentant la configuration du panneau (a), selon l'approche de modélisation MNR. Chaque branche  $f$  est associée à une résistance thermique  $R_f = R_k$  (pour un contact) ou  $R_f = R_w l_f$  (pour un segment de fibre de longueur  $l_f$ ), avec  $R_w = 4/(k_f \pi d^2)$ .

la valeur de la conductivité solide associée au milieu.

Lorsque l'on passe à la modélisation du réseau de fibres, les conditions de température  $T_b$  et  $T_b + \Delta T$  sont appliquées respectivement aux points de bords situés sur les plans  $z = 0$  et  $z = L$ , identifiés en rouge et jaune sur la Fig. 4.3. Ensuite, conformément à une approche d'analyse nodale modifiée, le réseau thermique complet est construit sur la base d'une analogie avec un circuit équivalent, dont les éléments constitutifs possibles ont été présentés en Fig. 1.46. Le problème étant étudié en régime stationnaire, le circuit obtenu est linéaire, composé uniquement de résistances thermiques et de sources de température, ce qui en simplifie considérablement l'analyse. Pour modéliser les points de contact entre fibres, une représentation multi-nodale (MNR), introduite en section 4.1.2.3 du chapitre 1, est adoptée afin d'intégrer à la fois les résistances internes des fibres et les résistances de contact. Cette modélisation est illustrée sur un exemple simplifié en Fig. 4.4. Dans le circuit équivalent au réseau fibreux, chaque branche  $f$  représente :

- soit un segment de fibre entre deux points de contact ou de bord : dans ce cas, elle est associée à une résistance interne  $R_f$ , définie par :

$$R_f = R_w l_f = \frac{4l_f}{k_f \pi d^2}, \quad (4.5)$$

où  $k_f$  désigne la conductivité thermique des fibres imposée,  $d$  leur diamètre, et  $l_f$  la longueur du segment considéré.

- soit un contact entre deux fibres différentes : la branche est associée à une valeur fixe de résistance thermique  $R_f = R_k$ , représentant la résistance de contact.

Toutes les branches sont délimitées par des nœuds, correspondant à des points où la température est définie. Par ailleurs, les extrémités de fibres ne présentant aucun contact avec d'autres fibres sont considérées comme adiabatiques, et ne sont donc pas incluses dans le réseau thermique.

L'application de la théorie des graphes au réseau thermique obtenu en étendant cette modélisation à l'ensemble d'un milieu fibreux mène à une unique équation matricielle. Sa résolution permet d'obtenir à la fois le vecteur des températures en chacun des nœuds et celui des flux thermiques en chacune des branches. Cette démarche de calcul est détaillée en Annexe B. La Fig. 4.5 illustre trois exemples de distributions de température calculées numériquement par cette méthode pour des milieux fibreux générés avec différentes orientations de fibres.



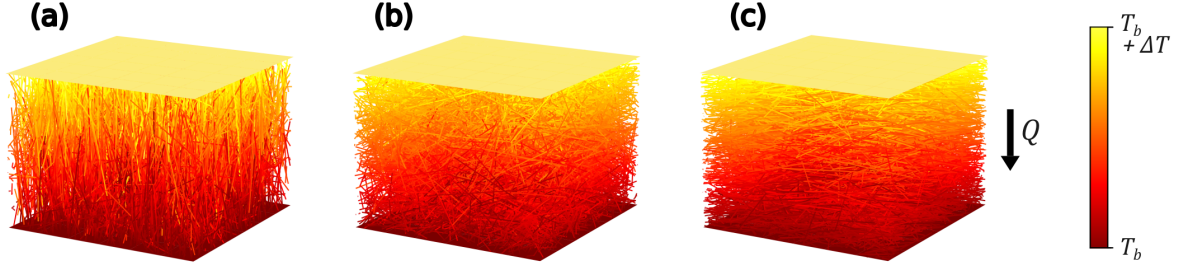


FIGURE 4.5 – Champ de température dans des réseaux générés contenant environ 4000 fibres, caractérisés par les paramètres  $L = 3$  mm,  $f_v^f = 0.0198$ ,  $l = 2$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ ,  $k_f = 1.3$  W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>,  $R_k = 0$  et (a)  $\langle \theta \rangle = 23.2^\circ$  ( $\beta = 0.1$ ), (b)  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$  ( $\beta = 1$ ), et (c)  $\langle \theta \rangle = 79.9^\circ$  ( $\beta = 8$ ).

Par bilan énergétique, le flux total  $|Q|$  correspond à la somme des flux thermiques traversant l'ensemble des fibres identifiées dans un plan de coupe transverse ( $xy$ ) quelconque. Cette valeur permet, via l'Eq. 4.4, de déterminer la conductivité thermique solide  $k_{cond,solide}$  du milieu considéré. Notons que dans cette approche, la conductivité thermique des fibres individuelles  $k_f$  et la résistance thermique de contact entre fibres  $R_k$  sont supposées indépendantes de la température. Cette hypothèse est valable pour des écarts de température restreints ( $\Delta T < 20$  K), conformément aux configurations usuelles des expériences de plaque chaude gardée. Ainsi, les valeurs des températures  $T_b$  et  $\Delta T$  n'influencent pas les résultats, et peuvent être arbitrairement fixées. Les paramètres d'entrées importants pour les simulations sont donc  $l$ ,  $d$ ,  $f_v^i$ ,  $\beta$ ,  $k_f$ ,  $R_k$ , et  $L$ . Le choix de ce dernier paramètre  $L$ , fixant la taille du volume de simulation, est discuté dans la section suivante au regard de considérations statistiques.

## 2.2 Méthodes statistiques et évaluation du caractère représentatif des milieux fibreux virtuels générés

### 2.2.1 Définition d'un seuil de précision pour l'estimation de la conductivité solide

Conformément aux pratiques courantes dans les études numériques appliquées à des milieux hétérogènes, une approche statistique est adoptée afin d'assurer la représentativité des estimations. Elle consiste à répéter  $N$  réalisations numériques avec les mêmes paramètres d'entrée ( $l$ ,  $d$ ,  $f_v^i$ ,  $\beta$ ,  $k_f$ ,  $R_k$ , et  $L$ ) et à estimer la conductivité solide moyenne  $\bar{k}_{cond,solide}$  à partir de ces échantillons. Cette démarche a notamment été appliquée dans les Refs. [197, 258] pour des systèmes fibreux similaires à ceux étudiés ici, avec une évaluation de l'incertitude effectuée à partir de l'Eq. 1.103 précédemment introduite, qui repose sur une hypothèse de distribution normale des résultats. Cette approche est justifiée pour un nombre raisonnable de répétitions, typiquement de l'ordre de la dizaine de réalisations, variable selon la dispersion initiale des résultats numériques.

Afin de limiter le temps et les ressources de calcul nécessaires tout en assurant une estimation fiable, nous adoptons ici une approche statistique basée sur un nombre restreint de réalisations, en tenant compte explicitement de la variabilité induite par la taille réduite de l'échantillon. Pour cela, nous utilisons une méthode similaire à celle mentionnée ci-dessus mais intégrant la loi de Student, qui permet de corriger l'éventuelle sous-estimation de la dispersion réelle à partir d'un petit nombre de données. Cette approche, également employée dans la partie expérimentale (cf. section 3.2.1), permet d'estimer l'erreur absolue selon :

$$\Delta k_{cond,solide} = \varepsilon_{abs} = \frac{S t_{1-\alpha/2}^{N-1}}{\sqrt{N}}, \quad (4.6)$$

où  $(1 - \alpha)$  est le seuil de confiance, choisi à 95 % conformément à l'usage courant,  $t_{1-\alpha/2}^{N-1}$  le quantile

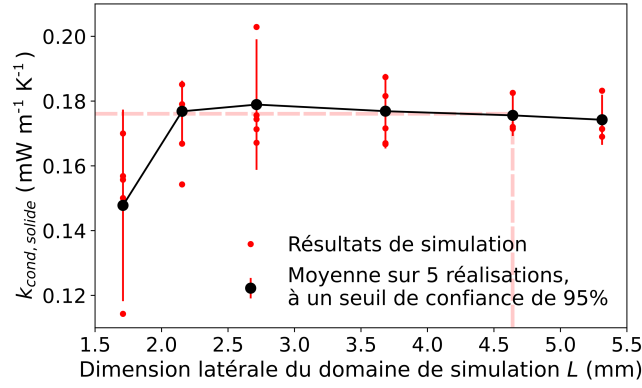


FIGURE 4.6 – Illustration de la procédure de détermination du VER, pour une configuration caractérisée par les paramètres suivants :  $f_v^i = 0.01$ ,  $l = 1$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ ,  $\langle\theta\rangle = 79.9^\circ$ ,  $k_f = 1.3$   $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ , et  $R_k = 0$ . Le volume de simulation total est ici approximativement doublé à chaque nouveau point. Les traits en pointillés représentent les valeurs finales de conductivité solide et de taille du domaine de simulation retenus, pour lesquels  $\epsilon_{rel} < 0.05$  :  $k_{cond,solide} = 0.176$   $\text{mW m}^{-1} \text{K}^{-1}$  et  $L = 4.64$  mm, soit un VER de  $L^3 = 100$   $\text{mm}^3$ .

de la loi de Student à  $N - 1$  degrés de liberté, et  $S$  la racine carrée de l'estimateur non biaisé de la variance défini par

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( k_{cond,solide}^i - \bar{k}_{cond,solide} \right)^2. \quad (4.7)$$

L'erreur relative est alors donnée par  $\epsilon_{rel} = \epsilon_{abs} / \bar{k}_{cond,solide}$ .

Dans cette étude, le nombre de répétitions est fixé à  $N = 5$ , ce qui constitue un compromis satisfaisant entre la précision statistique, c'est-à-dire la taille des barres d'erreur, et le temps de calcul. On utilise alors  $t_{0.975}^4 = 2.78$  dans l'équation ci-dessus.

Comme discuté au chapitre 1 (section 4.1.2.1), l'estimation des propriétés physiques d'un milieu poreux nécessite d'atteindre un volume élémentaire représentatif (VER), garantissant que les résultats obtenus soient indépendants de la taille du domaine de simulation.

La stratégie adoptée dans ce travail pour déterminer la taille minimale du domaine  $L$  consiste à imposer un **critère de précision** sur l'estimation de la conductivité thermique dans la phase solide déterminée à  $R_k = 0$ , défini par  $\epsilon_{rel} < 0.05$ . Concrètement, pour un ensemble donné de paramètres morphologiques, la taille du domaine  $L$  est progressivement augmentée jusqu'à ce que ce critère soit satisfait. Cette procédure est illustrée en Fig. 4.6. Ce graphe met en évidence que ce critère est équivalent à la vérification de la **convergence de la conductivité solide** lorsque le volume de simulation augmente, conformément au comportement attendu des propriétés physiques calculées dans les milieux poreux déjà illustré en Fig. 1.43. Dans le cas général représenté sur cette dernière figure, des hétérogénéités macroscopiques (par exemple, des variations de densité de fibres à grande échelle) peuvent engendrer une non-convergence à très grands volumes. Cependant, dans nos simulations simplifiées, l'introduction de telles hétérogénéités n'est pas implémentée, ce qui justifie l'obtention d'un comportement totalement convergent.

Pour chaque configuration, la valeur moyenne de conductivité solide obtenue une fois le critère ci-dessus vérifié sera utilisée comme valeur de référence dans la suite de ce travail, et notée simplement  $k_{cond,solide}$ .

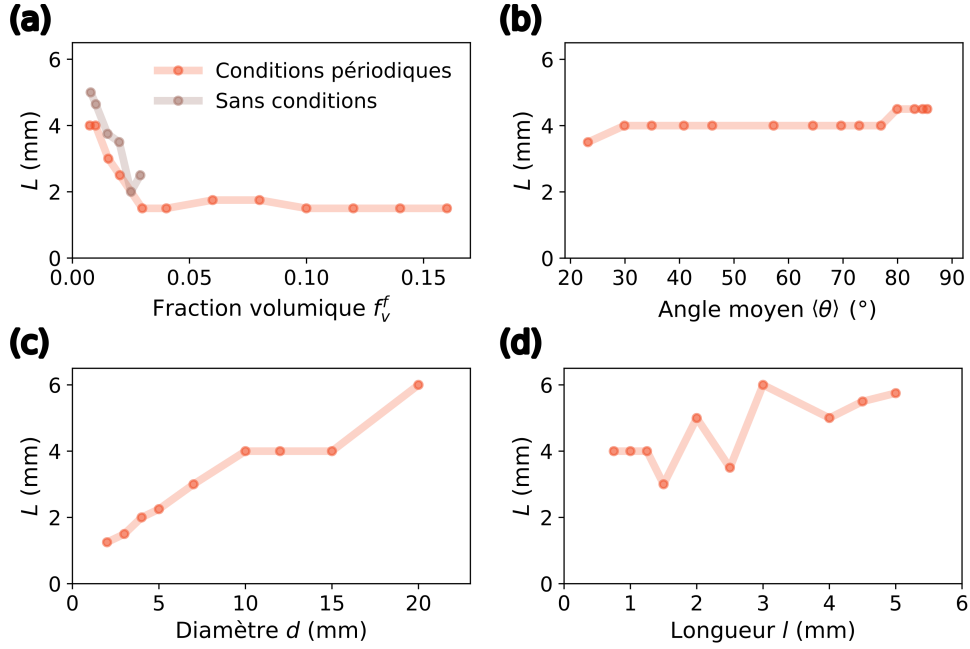


FIGURE 4.7 – Évolution de la dimension latérale  $L$  du domaine de simulation, telle que le volume  $L^3$  corresponde à un VER, en fonction : (a) de la fraction volumique en fibres  $f_v^f$ , (b) de l'angle moyen par rapport à la direction du flux thermique  $\langle \theta \rangle$ , (c) du diamètre des fibres  $d$ , et (d) de leur longueur  $l$ . Les paramètres morphologiques non étudiés dans chaque panneau sont fixés à leurs valeurs de référence :  $f_v^f = 0.01$ ,  $l = 1$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ ,  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ . Les estimations du VER sont effectuées avec  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  et  $R_k = 0$ , en imposant des conditions périodiques sur les bords latéraux. Dans le panneau (a), une comparaison est également présentée avec des résultats obtenus sans conditions périodiques.

## 2.2.2 Variations du VER et étude des conditions aux limites

De manière générale, le caractère représentatif d'un échantillon simulé peut être modifié par sa morphologie. Nous avons alors étudié l'évolution de la taille du domaine de simulation  $L$  fixée telle que le volume total  $L^3$  corresponde à un VER, déterminée selon la procédure décrite ci-dessus, en fonction de la longueur  $l$  et du diamètre  $d$  des fibres, de leur fraction volumique  $f_v^f$  et de l'angle moyen  $\langle \theta \rangle$ , en considérant les plages de valeurs de ces paramètres qui seront utilisées dans cette étude. Les résultats, présentés en Fig. 4.7, incluent également dans le panneau (a) une comparaison entre configurations sans et avec conditions périodiques aux bords latéraux, précédemment introduites.

Il ressort d'abord que l'application de conditions périodiques semble réduire le VER requis, ce qui améliore la fiabilité des estimations tout en diminuant le temps de calcul. Ce constat est cohérent avec les observations rapportées dans la Ref. [197]. De plus, cette configuration limite la réduction effective de la longueur des fibres par rapport à la valeur prescrite  $l$  : sans conditions périodiques, toute fibre intersectant une frontière latérale est tronquée prématurément, alors qu'avec ces conditions, ce phénomène est restreint aux seules faces supérieure et inférieure. Ainsi, la longueur moyenne des fibres à l'état final reste proche de  $l$ , avec un écart relatif inférieur à 15 % dans toutes les configurations étudiées. Dans la suite,  $l$  sera donc considéré comme la longueur réelle des fibres, cet écart ayant été vérifié comme d'influence négligeable sur les résultats.

En considérant maintenant l'évolution de la dimension  $L$  nécessaire pour atteindre un VER avec conditions périodiques latérales en fonction des paramètres morphologiques, on observe qu'une taille

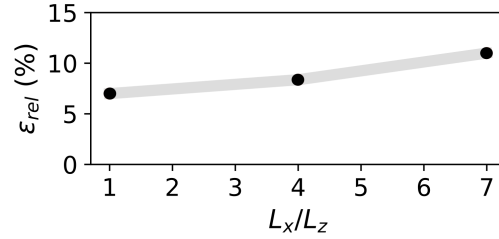


FIGURE 4.8 – Variation de l’erreur relative sur  $k_{cond,solide}$ , calculée selon l’axe vertical  $z$ , lorsque le rapport entre dimensions latérales  $L_x = L_y$  et dimension verticale  $L_z$  est modifié, à volume  $L_x L_y L_z = 27 \text{ mm}^3$  identique, pour  $f_v^f = 0.01$ ,  $l = 0.5 \text{ mm}$ ,  $d = 10 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\langle\theta\rangle = 79.9^\circ$ ,  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  et  $R_k = 0$ .

de domaine plus grande est requise lorsque la fraction volumique  $f_v^f$  diminue ou que les dimensions des fibres (longueur  $l$  ou diamètre  $d$ ) augmentent, tous les autres paramètres étant constants. Cette tendance s’explique par la diminution du nombre total de fibres, réduisant la représentativité statistique du milieu. À l’inverse, l’angle moyen  $\langle\theta\rangle$  semble présenter un faible impact sur la valeur de  $L$  choisie.

Les VER obtenus dans cette étude varient de  $1.9 \text{ mm}^3$  à  $220 \text{ mm}^3$  selon les configurations morphologiques considérées. Ces ordres de grandeur sont rendus accessibles par le faible coût de calcul de la méthode utilisée. En comparaison avec les études antérieures sur des milieux similaires à faible densité, qui traitent des volumes de l’ordre de  $1 \text{ mm}^3$  ou inférieurs pour l’analyse de propriétés thermiques (Refs. [10, 183]), les volumes simulés ici sont nettement plus élevés. Peu de données quantitatives sont disponibles dans la littérature pour les VER de milieux fibreux virtuels ; on peut néanmoins citer la Ref. [258] qui identifie un VER de  $8 \text{ mm}^3$  pour l’étude des propriétés mécaniques d’un réseau similaire à une fraction volumique d’environ 1 %, là où notre étude requiert plutôt  $64 \text{ mm}^3$ . Cette différence pourrait cependant s’expliquer par la différence de nature des propriétés étudiées ainsi que par la méthode de modélisation employée.

Notons également que pour l’ensemble des configurations testées, le VER obtenu satisfait toujours  $L > 1.15l$ , ce qui limite fortement la probabilité qu’un segment connecte directement les limites supérieure et inférieure du domaine, aux températures différentes. Les effets d’interactions périodiques artificielles entre des segments issus d’une même fibre restent également négligeables de cette manière.

Par ailleurs, la Ref. [197] a mis en évidence une influence de la forme du domaine de simulation sur la taille du VER, en concluant que des domaines allongés perpendiculairement au flux de chaleur peuvent réduire le volume nécessaire pour une estimation représentative de la conductivité thermique. Afin d’évaluer cet effet, nous avons étudié, pour un exemple à volume de simulation constant, l’évolution de l’erreur relative sur  $k_{cond,solide}$  lorsque le domaine est allongé selon  $x$  et  $y$  (cf. Fig. 4.8). N’ayant constaté aucune réduction notable de l’erreur, nous avons retenu une géométrie cubique pour l’ensemble des simulations.

Les plages de valeurs adoptées ici pour les paramètres morphologiques correspondent à celles étudiées dans tout ce travail. Une gamme étendue d’angles moyens  $\langle\theta\rangle$  et de fractions volumiques est donc couverte. En ce qui concerne les dimensions des fibres, notons que l’étude conduite pour des longueurs de l’ordre du millimètre et des diamètres de l’ordre de la dizaine de microns est en réalité généralisable à d’autres échelles, à condition de conserver les rapports adimensionnés  $l/d$ ,  $l/L$  et  $d/L$ . Nos données étant en effet issues de simulations abstraites, ce sont ces rapports sans dimension qui gouvernent la morphologie, et par conséquent les propriétés physiques, des milieux générés. L’approche présentée est ainsi, par principe, applicable à une large gamme de matériaux fibreux, excluant uniquement les milieux très denses.

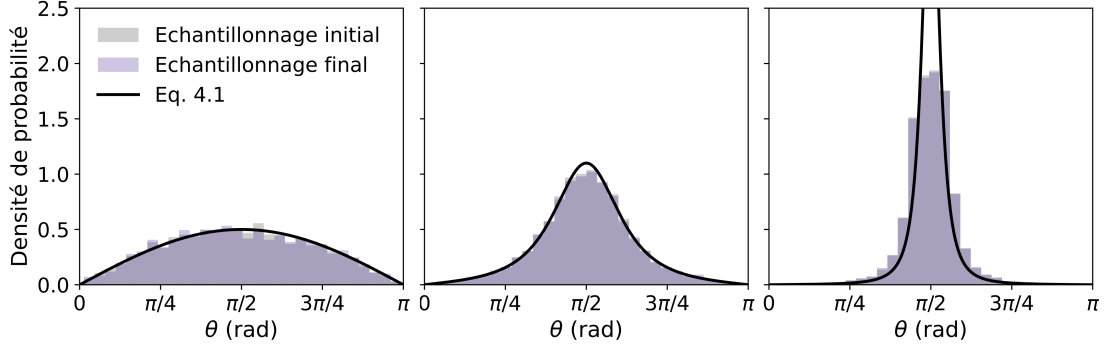


FIGURE 4.9 – Comparaison des distributions d’angle polaire  $\theta$  initiale (après génération) et finale (après suppression des fibres non connectées) pour des réseaux de fibres caractérisés par  $L = 3.5$  mm,  $f_v^f = 0.015$ ,  $l = 1$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ , et  $\beta = 1$  ( $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ , gauche),  $\beta = 2.2$  ( $\langle \theta \rangle = 70^\circ$ , milieu), et  $\beta = 8$  ( $\langle \theta \rangle = 79.9^\circ$ , droite).

### 2.2.3 Vérification de la stabilité des paramètres morphologiques

En complément de la vérification de la représentativité des volumes simulés, une validation supplémentaire consiste à s’assurer que la suppression des fibres non connectées n’altère pas significativement les paramètres morphologiques imposés. En effet, une corrélation entre les fibres supprimées et leurs caractéristiques pourrait biaiser les valeurs moyennes. Pour chaque VER, nous avons d’abord vérifié que la longueur moyenne reste proche de  $l$ , c’est-à-dire que la coupure prématurée des fibres reste négligeable à l’état final. Cela permet de conserver la valeur de  $l$  comme longueur caractéristique du système fibreux. Une seconde validation concerne l’angle moyen  $\langle \theta \rangle$ . La Fig. 4.9 présente, pour différents paramètres  $\beta \geq 1$  (cf. Eq. 4.1), la distribution d’orientations obtenue sur un VER avant et après suppression des fibres isolées : les deux distributions coïncident avec la loi théorique, ce qui confirme que cette étape n’introduit pas de biais significatif sur  $\langle \theta \rangle$ . Il convient toutefois de noter que lorsque  $\beta$  diminue et tend vers 0, les fibres s’alignent progressivement avec l’axe  $z$ , ce qui réduit fortement le nombre de contacts entre elles. Un grand nombre de fibres sont alors éliminées avant la construction du réseau thermique, de sorte qu’un écart peut apparaître entre les valeurs de  $\langle \theta \rangle$  mesurées à l’état initial et à l’état final, sans cependant traduire une perte de représentativité. Dans l’ensemble des cas étudiés ici, c’est la valeur de  $\langle \theta \rangle$  à l’état final qui est retenue, pour garantir la cohérence des comparaisons.

Par ailleurs, notons que des fluctuations du nombre de fibres non connectées supprimées peuvent entraîner une variabilité de la fraction volumique finale  $f_v^f$  obtenue, pour une même fraction volumique initiale  $f_v^i$  imposée en paramètre d’entrée. L’erreur relative sur  $f_v^f$ , calculée selon la même démarche que pour la conductivité solide sur  $N = 5$  réalisations, demeure cependant faible, de l’ordre de 1 % ou moins. Cela permet d’établir une correspondance directe entre les valeurs de  $f_v^i$  et  $f_v^f$ , et de considérer dans la suite cette dernière valeur comme caractérisant la morphologie imposée, bien qu’elle ne constitue pas à proprement parler un paramètre d’entrée de simulation.

### 2.2.4 Implémentation numérique et temps de calcul

De manière générale, la méthode de génération et de calcul de la conductivité thermique au sein d’un milieu fibreux virtuel se révèle particulièrement efficace, tant en termes de temps de calcul que de volume de données générées. L’algorithme complet mis en œuvre ici peut être décomposé en trois étapes principales :

1. **Génération des fibres** : s’agissant de segments droits, cette phase initiale est peu coûteuse, et est facilement parallélisable, de sorte que pour les configurations considérées dans cette étude, elle représente systématiquement moins de 0.05 % du temps de calcul total.

2. **Détection des contacts entre fibres** : cette étape consiste à analyser toutes les paires potentielles parmi les  $n_f^i$  fibres générées, soit un total de  $n_f^i(n_f^i - 1)/2$  combinaisons. Cette complexité quadratique en  $n_f^i$  est significative, mais le traitement est parallélisable, ce qui permet une réduction efficace du temps de calcul.
3. **Construction et résolution du réseau thermique** : chaque segment de fibre et chaque point de contact sont parcourus afin d'établir les nœuds et branches du circuit thermique équivalent. La résolution du système linéaire associé repose sur l'inversion d'une matrice creuse, puisque chaque nœud est connecté à un petit nombre de branches parmi l'ensemble.

Pour les plages de paramètres étudiées, la détection de contacts, lorsqu'elle est parallélisée, demeure l'étape prépondérante en temps de calcul tant que le nombre de fibres  $n_f^i$  reste inférieur à  $10^4$ . Au-delà de cette valeur, la complexité liée à la construction et à la résolution du réseau thermique devient dominante, en raison de la croissance du nombre de nœuds et de branches dans le circuit, proportionnelle au nombre total de contacts détectés.

Au total, le temps de calcul nécessaire à la génération d'un échantillon, en fonction des paramètres morphologiques et du VER sélectionné selon la Fig. 4.7, varie entre 1 min et 2 h par réalisation. Pour l'ensemble des simulations de cette étude, la densité de fibres se situe entre 25 et 4 000  $\text{mm}^{-3}$ , et la densité de contacts entre 40 et 20 000  $\text{mm}^{-3}$ .

## 2.3 Validation de la méthode de simulation

Avant de collecter et d'analyser les résultats de nos simulations dans des configurations complexes, nous avons cherché à valider la démarche de modélisation développée par application à des cas de références simples, ainsi que par comparaison en ordre de grandeur avec des données issues de travaux existants.

### 2.3.1 Configurations simplifiées de référence

Les Figs. 4.10(a) et (b) montrent deux exemples de distributions de températures calculées par la méthode introduite ci-dessus dans des réseaux simples composés de  $n_f^f = 20$  fibres parallèles d'angles  $\theta$  et  $\varphi$  fixes, sans contacts autres que les jonctions avec les bords supérieur et inférieur du domaine. Ces données sont obtenues en fixant une conductivité des fibres  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Dans cette géométrie modèle, la conductance d'une fibre, de longueur  $l = L/\cos\theta$  et de diamètre  $d$ , est donnée par :

$$G_f = \frac{k_f \pi d^2}{l} = \frac{k_f \pi d^2 \cos\theta}{L}, \quad (4.8)$$

soit une conductance totale, résultant de la somme des contributions des  $n_f^f$  fibres :

$$G_{tot} = n_f^f G_f = \frac{n_f^f k_f \pi d^2 \cos\theta}{L}. \quad (4.9)$$

Cette conductance correspondant au rapport  $|Q|/\Delta T$ , l'Eq. 4.4 exprimant la conductivité solide dans la configuration en régime stationnaire étudiée ici devient :

$$k_{cond,solide} = \frac{G_{tot}}{L} = \frac{n_f^f k_f \pi d^2 \cos\theta}{L^2}. \quad (4.10)$$

Les conductivités solides obtenues par simulation dans les cas représentés vérifient bien les résultats donnés par cette expression. Par ailleurs, lorsque les fibres sont orientées selon l'axe  $z$  du transfert de chaleur (Fig. 4.10(a)),  $\theta = 0$ , et cette expression se simplifie en le modèle parallèle classique de calcul

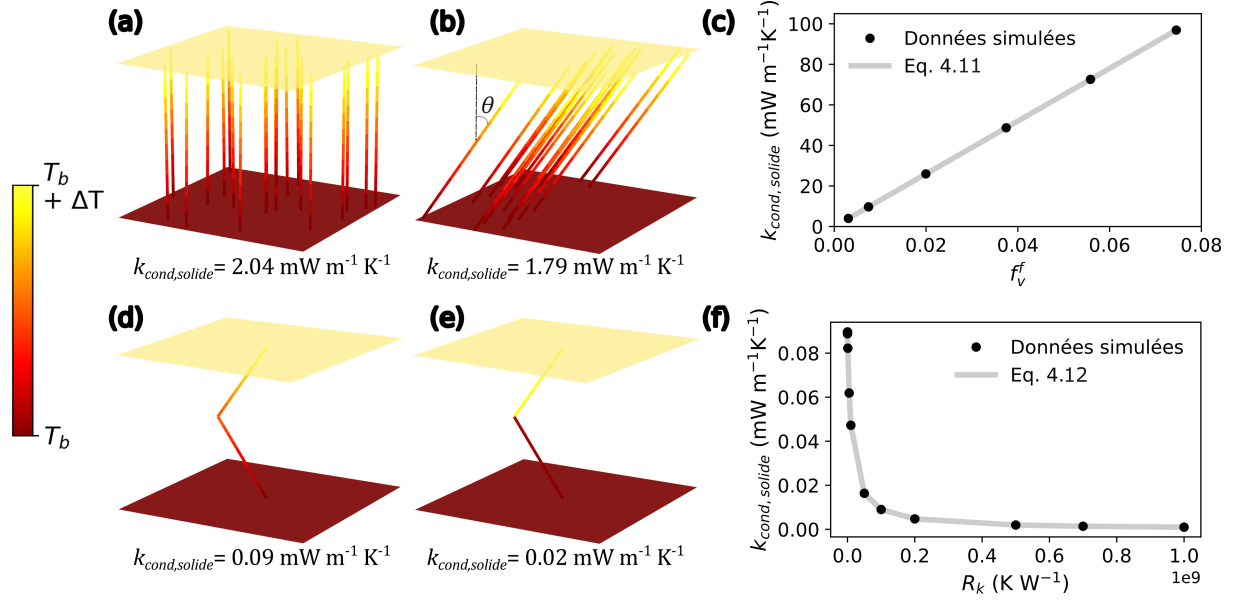


FIGURE 4.10 – (a–b) Champs de température dans des réseaux générés composés de  $n_f^f = 20$  fibres parallèles, formant un angle constant  $\theta$  avec l’axe  $z$  : (a)  $\theta = 0$  et (b)  $\theta = 0.5$  rad. (c) Évolution de  $k_{cond,solide}$  dans la configuration du panneau (a) en fonction de la fraction volumique en fibres  $f_v^f$ , comparée aux prédictions de l’Eq. 4.11. (d–e) Champs de température dans un réseau de deux fibres reliant les bords inférieur et supérieur du domaine par un chemin de conduction unique de longueur  $l_p = 1.14$  mm, avec une résistance de contact imposée  $R_k$  : (d)  $R_k = 0$  et (e)  $R_k = 5 \times 10^7$  K W<sup>-1</sup>. (f) Évolution de  $k_{cond,solide}$  avec  $R_k$  dans cette configuration, comparée aux prédictions de l’Eq. 4.12. Dans l’ensemble des cas,  $d = 10$   $\mu\text{m}$  et  $k_f = 1.3$  W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>.

de la conductivité effective de milieux hétérogènes, pour une phase interstitielle négligée :

$$k_{cond,solide} = f_v^f k_f. \quad (4.11)$$

La Fig. 4.10(c) indique que nos simulations confirment l’obtention de cette loi pour différentes fractions volumiques étudiées, avec un coefficient de détermination associé à cet ajustement  $r^2 \approx 1$ .

Enfin, la prise en compte correcte des résistances de contact, en série avec les résistances internes des fibres concernées, est validée par la situation de simulation représentée en Figs. 4.10(d) et (e), constituée de deux fibres formant un chemin de conduction unique de longueur  $l_p$ , via l’existence d’un contact de résistance imposée  $R_k$ . Dans ce cas, la résistance totale et la conductivité solide attendues sont :

$$R_{tot} = \frac{l_p}{k_f \pi d^2} + R_k \quad \text{et} \quad k_{cond,solide} = \frac{1}{R_{tot} L}. \quad (4.12)$$

La Fig. 4.10(f) montre que cette expression est vérifiée pour diverses valeurs de résistance de contact imposée  $R_k$ , avec à nouveau un coefficient de détermination de l’ajustement de l’ordre de 1, ce qui constitue une première vérification du modèle développé.

### 2.3.2 Confrontation à des données numériques similaires

Le but final étant l’application de notre démarche de modélisation à des matériaux fibreux tels que la laine de verre, il est intéressant de confronter nos résultats à des données issues de travaux précédents traitant déjà ce type de milieu. Les travaux de Kallel et Joulain [10] et d’Arambakam et al. [183] constituent des références pertinentes, car ils portent sur des milieux 3D représentatifs

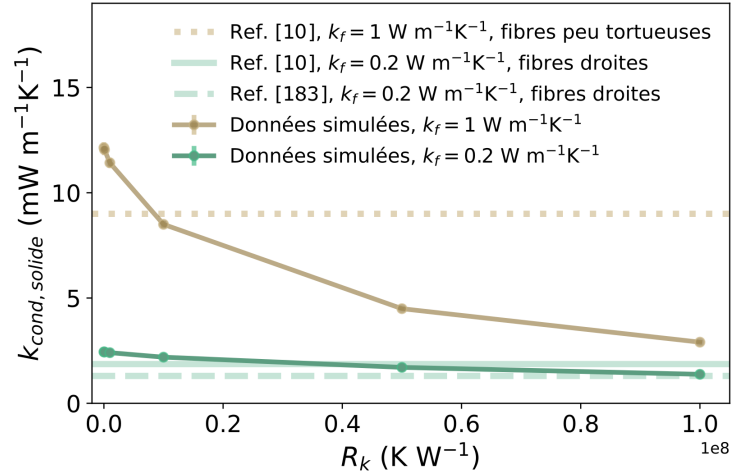


FIGURE 4.11 – Évolution de la conductivité solide simulée en fonction de la résistance de contact imposée  $R_k$  pour des réseaux isotropes de fibres droites ( $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ), de diamètre  $d = 8 \mu m$ , de longueur  $l = 1$  mm et de fraction volumique  $f_v^f = 0.05$ , dans un domaine cubique de côté  $L = 1.8$  mm. La conductivité des fibres est fixée à  $k_f = 0.2$  W  $m^{-1} K^{-1}$  ou  $k_f = 1$  W  $m^{-1} K^{-1}$ . Les résultats sont comparés à ceux des Refs. [10, 183], obtenus par éléments finis pour des réseaux similaires présentant des contacts interpénétrants.

d'isolants fibreux, de mêmes paramètres morphologiques d'entrée que dans notre étude, mais modélisés par une autre méthode, celle des éléments finis.

Nous retenons particulièrement les valeurs de conductivité solide estimées dans ces études pour deux configurations d'orientations **isotropes** ( $\beta = 1$ ,  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ) :

- pour des réseaux de fibres **droites**, de conductivité  $k_f = 0.2$  W  $m^{-1} K^{-1}$ , de diamètre  $d = 8 \mu m$  et de fraction volumique  $f_v^f = 0.05$  (Refs. [10, 183]) ;
- pour des réseaux de fibres **à faible tortuosité**, de conductivité  $k_f = 1$  W  $m^{-1} K^{-1}$ , de diamètre  $d = 8 \mu m$  et de fraction volumique  $f_v^f = 0.05$  (Ref. [10]).

Dans ces deux études, les contacts sont définis par l'interpénétration de fibres, sans résistance de contact imposée par ailleurs. Les valeurs de conductivité solide rapportées sont indiquées sur la Fig. 4.11 par des droites horizontales et comparées à nos résultats pour des paramètres  $k_f$ ,  $d$ ,  $f_v^f$  et  $\beta$  identiques. Cette figure montre que, pour une résistance de contact nulle ( $R_k = 0$ ) dans nos simulations, les valeurs de  $k_{cond, solide}$  obtenues surestiment celles issues des travaux de référence. Nous identifions trois facteurs pouvant être à l'origine de cet écart :

- Une première différence entre les résultats comparés ici réside dans la longueur des fibres et la taille du domaine considérés : dans les Refs. [10, 183], les fibres traversent de bout en bout le domaine, de taille  $L_x \times L_y \times L_z = 500 \times 500 \times 300 \mu m^3$ , sans longueur fixée. Nos simulations utilisent en revanche un volume cubique de côté  $L = 1.8$  mm, déterminé pour atteindre un VER selon la procédure décrite en section 2.2.2, ainsi que des fibres de longueur fixe  $l = 1$  mm. Elles sont donc en moyenne un peu plus longues que dans les travaux des Refs. [10, 183] : nous verrons en section 3.3 qu'une augmentation de la longueur des fibres peut effectivement mener à une augmentation de la conductivité solide.
- Dans le cas traité dans la Ref. [10] de fibres à faible tortuosité, une partie de l'écart pourrait provenir de la différence morphologique avec la configuration de fibres droites considérée dans notre étude. Il a en effet été montré dans cette référence – ce qui sera également abordé en section 4.5.3 – que des fibres plus tortueuses conduisent moins efficacement la chaleur. En revanche, cette explication ne s'applique pas aux autres résultats.
- Enfin, bien qu'aucune résistance de contact ne soit *a priori* imposée dans les travaux de référence,



la méthode utilisée des éléments finis repose sur un maillage 3D de la géométrie du milieu. La taille effective des zones de contact est fixée par le degré d'interpénétration initial des fibres, et est donc variable. Or, comme montré dans les chapitres précédents, cette aire de contact conditionne directement l'existence d'une résistance de constriction, contribuant à la résistance de contact totale, qui peut devenir significative lorsque cette surface est faible. À l'inverse, dans notre approche nodale, les résistances de contact ne sont considérées que si une valeur non nulle de  $R_k$  est explicitement imposée. Par conséquent, les résultats obtenus par éléments finis devraient plutôt être comparés à nos simulations avec  $R_k > 0$ , ce qui justifie la représentation adoptée dans la Fig. 4.11. L'introduction d'une résistance de contact non nulle, pour représenter une résistance de constriction moyenne, rapproche effectivement nos données à celles issues des références.

Malgré des paramètres d'entrée largement similaires, ces différences de géométrie entre les études rendent une comparaison quantitative fine difficile. Une confrontation en ordre de grandeur reste toutefois possible, et nos résultats apparaissent en ce sens cohérents avec ceux de la littérature. Une validation plus détaillée, incluant notamment des données expérimentales, constituerait cependant une piste de vérification complémentaire pertinente.

### 3 Analyse numérique du couplage entre les effets de la morphologie d'un réseau fibreux et de la résistance de contact entre fibres

Dans cette section, une analyse paramétrique est conduite en faisant varier les quatre paramètres morphologiques principaux des milieux fibreux générés : la fraction volumique en fibres  $f_v^f$ , la longueur des fibres  $l$ , leur diamètre  $d$ , et leur orientation moyenne  $\langle \theta \rangle$ . Pour chaque configuration, la variation de la résistance de contact  $R_k$ , considérée ici comme une valeur fixe assignée à l'ensemble des contacts du réseau, est également étudiée. Cette approche vise à identifier d'éventuels effets couplés entre la morphologie et la résistance de contact, afin de dégager une première compréhension qualitative du comportement thermique des réseaux simulés.

Sauf mention contraire, les paramètres non étudiés conservent les valeurs de référence suivantes :  $f_v^f = 0.01$ ,  $l = 1$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ ,  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ . Les réseaux fibreux considérés ici sont donc isotropes dans le cas général. La taille du domaine  $L$  est ajustée pour atteindre le volume élémentaire représentatif selon la Fig. 4.7, et la conductivité des fibres est fixée à  $k_f = 1.3$  W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>.

#### 3.1 Étude de la fraction volumique en fibres

La variation de la conductivité solide obtenue par notre étude numérique en fonction de la fraction volumique en fibres  $f_v^f$  est illustrée en Fig. 4.12(a) pour différentes valeurs de la résistance de contact  $R_k$  comprises entre 0 et 10<sup>8</sup> K W<sup>-1</sup>. Les fractions volumiques étudiées s'étendent ici de 0.0075 à 0.1.

Il peut être observé que quelle que soit la valeur de  $R_k$ , la conductivité solide augmente avec la densité, de manière non linéaire. Un ajustement par des lois de puissance est proposé pour modéliser l'évolution simulée de  $k_{cond,solide}$  : d'une part, sur des fractions volumiques  $f_v^f < 0.03$ , et d'autre part pour les valeurs supérieures. Dans ces deux régimes, l'évolution de l'exposant identifié par ajustement est représentée en Fig. 4.12(b) en fonction la valeur de la résistance de contact imposée.

Ce type d'ajustement proposé est justifié par le fait que dans les réseaux fibreux considérés ici, un comportement typique de percolation est attendu pour la conduction à travers la phase solide. En augmentant progressivement la fraction volumique en fibres  $f_v^f$  depuis une valeur proche de zéro, des amas de fibres isolés apparaissent et deviennent de taille de plus en plus importante. Tant que ces amas ne forment pas de chemin continu à travers le domaine, aucune conductivité macroscopique n'est observée. Le seuil de percolation correspond à l'établissement d'un premier groupement de fibres de taille dite infinie, connectant les deux extrémités du réseau et formant un chemin de conduction, en plus des amas de taille finie. Ce phénomène peut être assimilé à une transition de phase, caractérisée par un comportement universel près du seuil, décrit par un exposant critique. Dans ce cadre, dans le cas

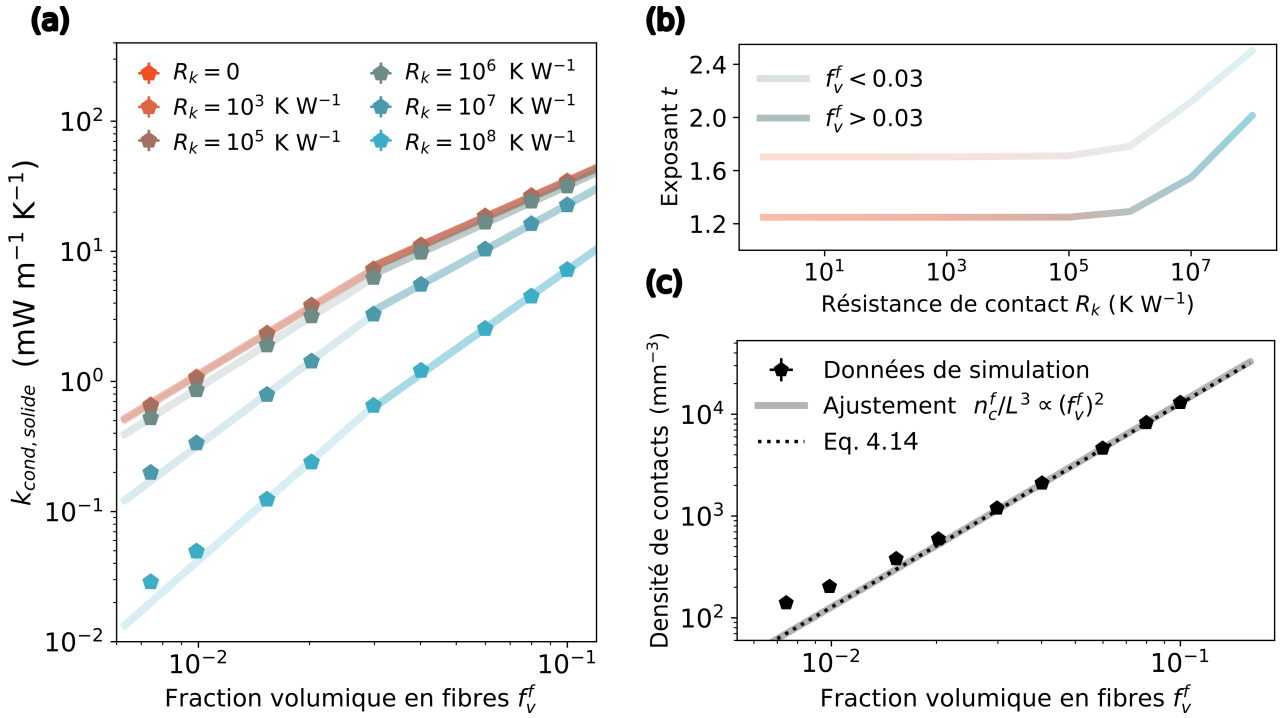


FIGURE 4.12 – (a) Conductivité solide en fonction de la fraction volumique en fibres  $f_v^f$ , pour différentes résistances de contact  $R_k$ . Les points représentent les données de simulation. Les courbes en trait plein foncées et claires représentent les ajustements par loi de puissance de ces données, respectivement dans le régime "haute densité" ( $f_v^f > 0.03$ ), et dans le régime "basse densité" ( $f_v^f < 0.03$ ). (b) Évolution de l'exposant des lois de puissance ajustées sur le panneau (a), en fonction de  $R_k$  dans ces deux régimes. (c) Évolution de la densité de contacts simulée en fonction de  $f_v^f$ . La courbe en trait plein correspond à l'ajustement d'une loi de puissance aux données obtenues pour  $f_v^f > 0.03$ , et la courbe en pointillés représente le résultat de la prédiction donnée par l'Eq. 4.14. Les réseaux de fibres étudiés sont caractérisés par  $l = 1$  mm,  $d = 10$   $\mu\text{m}$ ,  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ , et  $k_f = 1.3$   $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ .

de l'étude de la fraction volumique, il existe une valeur critique correspondant au seuil de percolation  $f_{v,c}^f$ , et l'évolution attendue de la conductivité thermique suit une loi de puissance d'exposant noté  $t$  [259] :

$$k_{cond,solide} \propto (f_v^f - f_{v,c}^f)^t. \quad (4.13)$$

Cette relation d'universalité n'est rigoureusement valable qu'à proximité immédiate du seuil de percolation. Il a toutefois été montré que cette loi de puissance reste applicable sur une plage plus étendue de fractions volumiques supérieures au seuil, moyennant une variation de la valeur de l'exposant critique. Celui-ci dépend notamment des caractéristiques géométriques du réseau fibreux ainsi que de la présence éventuelle de résistances de contact [260], la majorité des études disponibles à ce sujet portant cependant sur des réseaux 2D [261, 227, 223].

L'adaptation de lois de puissance pour décrire nos résultats numériques est donc en accord avec le cadre théorique de la percolation, confirmant la comparaison préliminaire effectuée sur le même type de milieux fibreux virtuels 3D dans la Ref. [10]. Nous mettons en particulier en évidence ici l'existence de deux régimes distincts, de "basse densité" et de "haute densité", séparés par une fraction volumique d'environ  $f_v^f \simeq 0.03$  pour les paramètres morphologiques considérés. L'augmentation de l'exposant critique avec la résistance de contact  $R_k$  identifiée sur la Fig. 4.12(b) indique que cette dernière influence la nature du régime de percolation. Cet effet est très légèrement moins marqué aux faibles densités, ce qui est cohérent avec une plus grande proximité du seuil de percolation où la loi

de puissance conserve son caractère universel. Ces résultats généralisent aux réseaux fibreux 3D les observations précédemment établies pour des réseaux 2D dans des études antérieures, où des courbes similaires ont également permis d'identifier deux régimes distincts d'évolution de la conductivité [221, 223].

Nos résultats suggèrent qu'il n'existe donc pas de valeur unique de l'exposant critique  $t$  caractérisant le type de milieu considéré lorsque les paramètres morphologiques sont variés dans les plages explorées ici. Les valeurs obtenues, comprises entre 1 et 3, restent cohérentes avec celles précédemment rapportées dans la littérature pour des réseaux tridimensionnels constitués d'objets allongés à rapport d'aspect important [174], et la tendance observée sur la Fig. 4.12(b) est en accord avec les constats de la Ref. [220], déjà mis en avant dans le chapitre 1 en section 4.2.1. Par ailleurs, cette variabilité de  $t$  encore peu étudiée rend difficile l'estimation précise du seuil de percolation  $f_{v,c}^f$  par ajustement de la loi de puissance donnée par l'Eq. 4.13. Par simulations, celle-ci peut être estimée de l'ordre de  $f_{v,c}^f \simeq 0.003$ , pour les paramètres de référence de la Fig. 4.12(a).

La Fig. 4.12(c) montre que la densité de contacts, définie comme  $n_c^f/L^3$ , augmente également avec la fraction volumique en fibres : elle suit en particulier une loi quadratique pour  $f_v^f > 0.03$ , mise en évidence par la courbe d'ajustement représentée en trait plein. Ce comportement est en bon accord avec la relation théorique proposée par Komori et Makishima pour estimer la densité de contacts dans un assemblage quelconque de fibres droites dont l'interpénétration est permise [262]. Pour un réseau de fibres à orientation isotrope, elle est donnée par :

$$\frac{n_c^f}{L^3} = \frac{4f_v^f{}^2}{\pi d^3}. \quad (4.14)$$

Nos résultats présentent un bon accord avec cette expression théorique, en particulier pour  $f_v^f > 0.03$ . Un parallèle peut être établi avec l'existence de différents régimes dans l'évolution de la densité de contacts identifiée dans la Ref. [221] pour des réseaux 2D. L'allure de la courbe simulée en Fig. 4.12(c) suggère que ce comportement pourrait être généralisé aux réseaux fibreux 3D, en cohérence avec l'identification de deux régimes distincts lors de l'analyse de la conductivité solide en fonction de  $f_v^f$  présentée ci-dessus. Il est toutefois également probable qu'aux faibles fractions volumiques, l'élimination des fibres présentant moins de deux points de contact augmente artificiellement la densité totale de contacts. Cette hypothèse pourrait expliquer la déviation observée par rapport aux prédictions du modèle théorique, lequel décrit des milieux entièrement aléatoires, non modifiés après leur génération.

La Fig. 4.12(c) permet également de proposer une interprétation à la différence d'évolution de  $k_{cond,solide}$  observée entre ces deux régimes. Qualitativement, celle-ci peut être attribuée à une variation de la connectivité des réseaux fibreux. À faible fraction volumique, juste au-dessus du seuil de percolation, seuls quelques chemins de conduction sont présents et de nombreux amas de taille finie ne participent pas à la conduction. Un faible incrément de densité entraîne alors une croissance de ces groupements de fibres, permettant l'apparition de nouveaux chemins de conduction, ce qui se traduit par une augmentation marquée de la conductivité. À plus forte densité, une proportion plus importante de fibres et de contacts participe à la conduction. Le réseau devient hautement interconnecté, et l'ajout de nouvelles fibres a un impact plus limité sur la connectivité globale, d'où une croissance plus modérée de la conductivité. Dans ce régime, la résistance de contact – et plus particulièrement son rapport à la résistance intrinsèque des fibres – peut être considérée comme le facteur déterminant du mécanisme de conduction dominant :

- si  $R_k$  est faible, la conduction est dominée par les fibres, dont le nombre augmente **linéairement** avec  $f_v^f$  ;
- si  $R_k$  est importante, la conduction est dominée par les contacts, dont le nombre augmente **quadratiquement** avec  $f_v^f$ , ce que met en évidence la Fig. 4.12(c).

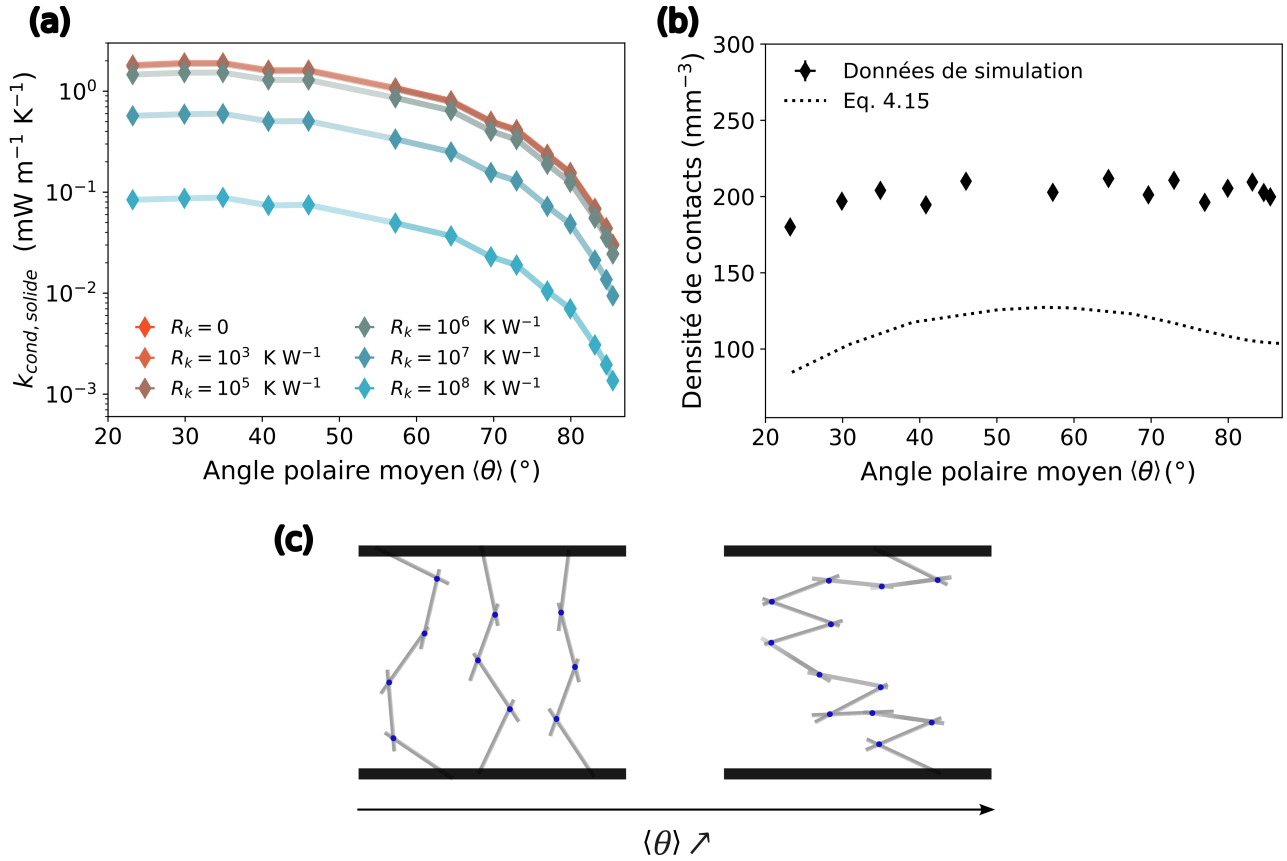


FIGURE 4.13 – (a) Conductivité solide simulée en fonction de l’angle polaire moyen des fibres  $\langle \theta \rangle$ , pour différentes résistances de contact  $R_k$ . (b) Évolution de la densité de contacts en fonction de  $\langle \theta \rangle$ . Les points correspondent aux données de simulation, et la courbe en pointillés représente le résultat de la prédiction donnée par l’Eq. 4.15. (c) Représentation de réseaux de fibres simplifiés illustrant qualitativement l’influence de l’orientation des fibres : le nombre de chemins de conduction diminue lorsque  $\langle \theta \rangle$  augmente. Les réseaux de fibres étudiés dans les panneaux (a) et (b) sont caractérisés par  $l = 1 \text{ mm}$ ,  $d = 10 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $f_v^f = 0.01$ , et  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Cette différence dans la dépendance en la fraction volumique en fibres peut expliquer pourquoi l’augmentation de la conductivité est plus marquée lorsque la résistance de contact est élevée [223, 221].

### 3.2 Étude de l’orientation moyenne des fibres

La Fig. 4.13(a) montre la variation de la conductivité solide en fonction de l’angle moyen  $\langle \theta \rangle$  entre les fibres et la direction du flux thermique, pour différentes résistances de contact. Ce graphe montre que la conductivité solide  $k_{cond, solide}$  diminue lorsque l’angle polaire moyen  $\langle \theta \rangle$  augmente. Ce comportement est observé indépendamment de la prise en compte des résistances de contact entre fibres : la diminution relative de  $k_{cond, solide}$  par rapport à sa valeur maximale est identique pour toutes les valeurs de  $R_k$  considérées. Cela indique une absence de corrélation entre les effets de l’orientation des fibres et ceux induits par les résistances de contact.

Par ailleurs, la densité de contacts obtenue par simulation, représentée sur la Fig. 4.13(b), varie très peu avec l’orientation moyenne des fibres dans la gamme d’angles  $\langle \theta \rangle$  considérée. Ces résultats peuvent de nouveau être comparés au cadre théorique établi par Komori et Makishima, généralisé ici pour une distribution d’orientations arbitraire [262]. Dans ce cas, la densité de contacts s’exprime sous la forme :

$$\frac{n_c^f}{L^3} = \frac{16f_v^f}{\pi^2 d^3} I_K, \quad (4.15)$$

où  $I_K$  est une intégrale dépendant de la distribution d'orientations :

$$I_K = \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi J(\theta, \varphi) \Omega(\theta, \varphi) \sin \theta, \quad (4.16)$$

avec  $\Omega(\theta, \varphi) \sin \theta$  la fonction de densité d'orientations. Pour la distribution  $\beta$  utilisée dans notre méthode de génération, on a :

$$\Omega(\theta, \varphi) \sin \theta = \frac{\beta \sin \theta}{4\pi [1 + (\beta^2 - 1) \cos^2 \theta]^{3/2}}. \quad (4.17)$$

D'autre part, la fonction  $J(\theta, \varphi)$  s'écrit :

$$J(\theta, \varphi) = \int_0^\pi d\theta' \int_0^{2\pi} d\varphi' \Omega(\theta', \varphi') \sin \theta' \sin \chi(\theta, \varphi, \theta', \varphi'), \quad (4.18)$$

où l'angle  $\chi$  entre deux directions est défini par :

$$\sin \chi(\theta, \varphi, \theta', \varphi') = \left[ 1 - (\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi'))^2 \right]^{1/2}. \quad (4.19)$$

L'intégrale  $I_K$  est évaluée numériquement pour les différentes valeurs du paramètre  $\beta$  utilisées dans cette étude. La valeur maximale  $I_K = \pi/4$  est obtenue dans le cas isotrope ( $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ), ce qui permet de retrouver l'Eq. 4.14 précédemment introduite : cette distribution d'orientations mène donc au nombre maximal de contacts possible pour des paramètres morphologiques fixes.

Un décalage constant entre les valeurs simulées et celles prédites par ce modèle est observé sur la Fig. 4.13(b), correspondant à celui identifié précédemment sur la Fig. 4.12(c) aux faibles fractions volumiques (la valeur de référence ici étant  $f_v^f = 0.01$ ). En dehors de ce biais systématique déjà discuté, la faible sensibilité à l'orientation prédite par la théorie reste cohérente avec les simulations.

Une interprétation qualitative de l'évolution de  $k_{cond, solide}$  montrée par la Fig. 4.13(a) peut être proposée à partir d'un modèle très simplifié, considéré dans un volume unique constant. Aux faibles densités, les chemins de conduction sont peu nombreux et faiblement interconnectés. D'après les résultats précédents, la fraction volumique en fibres considérée ici,  $f_v^f = 0.01$ , peut être considérée comme appartenant à ce régime "basse densité". Dans ce contexte, en négligeant les interconnexions possibles, les chemins de conduction peuvent être schématiquement représentés comme sur la Fig. 4.13(c), c'est-à-dire comme des séries de fibres connectées les unes aux autres, chaque chemin formé étant en parallèle avec les autres.

La résistance thermique associée à un chemin  $R_p$  peut alors être modélisée comme la somme de la résistance interne des fibres qui le constituent et des résistances de contact  $R_k$  associées aux jonctions entre fibres. En introduisant le nombre moyen de contacts par chemin  $n_{c,p}$  et la longueur moyenne d'un chemin  $l_p$ , on obtient :

$$R_p = \frac{4l_p}{\pi k_f d^2} + n_{c,p} R_k. \quad (4.20)$$

La mise en parallèle de  $n_p$  chemins de conduction conduit à une résistance thermique totale  $R_t$  telle que :

$$\frac{1}{R_t} = \sum_p \frac{1}{R_p} = \frac{n_p}{R_p}, \quad (4.21)$$

soit :

$$R_t = \frac{1}{n_p} \left( \frac{4l_p}{\pi k_f d^2} + n_{c,p} R_k \right). \quad (4.22)$$

En introduisant le nombre total de contacts  $n_c^f = n_p n_{c,p}$  et la longueur totale de tous les chemins  $l_{tot} = n_p l_p$ , cette expression devient :

$$R_t = \frac{1}{n_p^2} \left( \frac{4l_{tot}}{\pi k_f d^2} + n_c^f R_k \right). \quad (4.23)$$

Dans ce modèle, on néglige les extrémités non connectées, si bien que  $l_{tot}$  correspond à la longueur totale de fibres présente dans le volume. Pour une fraction volumique  $f_v^f$  et un diamètre  $d$  fixés, comme dans cette analyse, cette grandeur est donc constante.

— Si  $R_k = 0$ , l'Eq. 4.23 se réduit à :

$$R_t(R_k = 0) = \frac{4l_{tot}}{n_p^2 \pi k_f d^2}. \quad (4.24)$$

Lorsque l'angle moyen  $\langle \theta \rangle$  augmente, les chemins deviennent plus sinueux et indirects, comme illustré en Fig. 4.13(c), ce qui diminue le nombre de chemins  $n_p$ . Il en résulte une augmentation de  $R_t$ , donc une diminution de la conductivité.

— Si  $R_k \neq 0$ , un comportement différent pourrait être attendu. Or, nos simulations montrent que la densité de contacts reste approximativement constante, autour de  $200 \text{ mm}^{-3}$ , pour toutes les orientations (cf. Fig. 4.13(b)). Dans notre analyse simplifiée ramenée à volume constant, cela revient à considérer  $n_c^f$  comme fixe. En normalisant l'expression 4.23 par 4.24, on obtient :

$$\frac{R_t}{R_t(R_k = 0)} = 1 + \frac{n_c^f R_k \pi k_f d^2}{4l_{tot}}. \quad (4.25)$$

On constate alors que ce ratio est indépendant de l'orientation des fibres : l'influence de  $\langle \theta \rangle$ , via son effet sur le nombre de chemins de conduction, est éliminée dans cette forme normalisée. Ce modèle, bien que très simplifié, met donc en évidence que la variation relative de conductivité induite par  $R_k$  est attendue indépendante de l'orientation moyenne des fibres, ce qui confirme qualitativement les résultats des simulations.

### 3.3 Étude de la longueur des fibres

Les Figs. 4.14(a) et (b) présentent les évolutions de la conductivité solide  $k_{cond,solide}$  et de la densité de contacts obtenues par simulation en fonction de la longueur des fibres  $l$ , pour différentes valeurs de résistance de contact.

On observe que  $k_{cond,solide}$  augmente avec la longueur des fibres. Lorsque  $R_k = 0$ , cette augmentation reste modérée dans l'intervalle de longueurs étudié, et devient de plus en plus significative quand cette résistance de contact augmente. Il en découle que l'influence de la longueur des fibres est amplifiée par l'existence de résistances de contact. Autrement dit, l'impact relatif des contacts est moins marqué lorsque les fibres sont longues.

Il a été établi dans la littérature (cf. Ref. [223]) que la longueur des fibres constitue un paramètre de percolation, au même titre que la fraction volumique. Cela signifie qu'il existe une longueur critique au-delà de laquelle un premier chemin de conduction se forme. À proximité de ce seuil, la conductivité peut être décrite par une loi de puissance similaire à celle donnée par l'Eq. 4.13 pour la fraction volumique, avec un exposant critique. La Fig. 4.14(a) montre que nos résultats s'ajustent raisonnablement à une telle loi, avec un exposant variant entre 0.75 et 2.1 selon la valeur de  $R_k$ , phénomène déjà observé dans de précédents travaux pour des réseaux 2D [223]. Aucun changement de régime net ne peut être distingué dans la plage de longueurs explorée ; cela n'exclut cependant pas l'existence de transitions potentielles, étant donné que l'intervalle de longueurs considéré ici, compris entre 0.75 et 5 mm, reste relativement restreint.

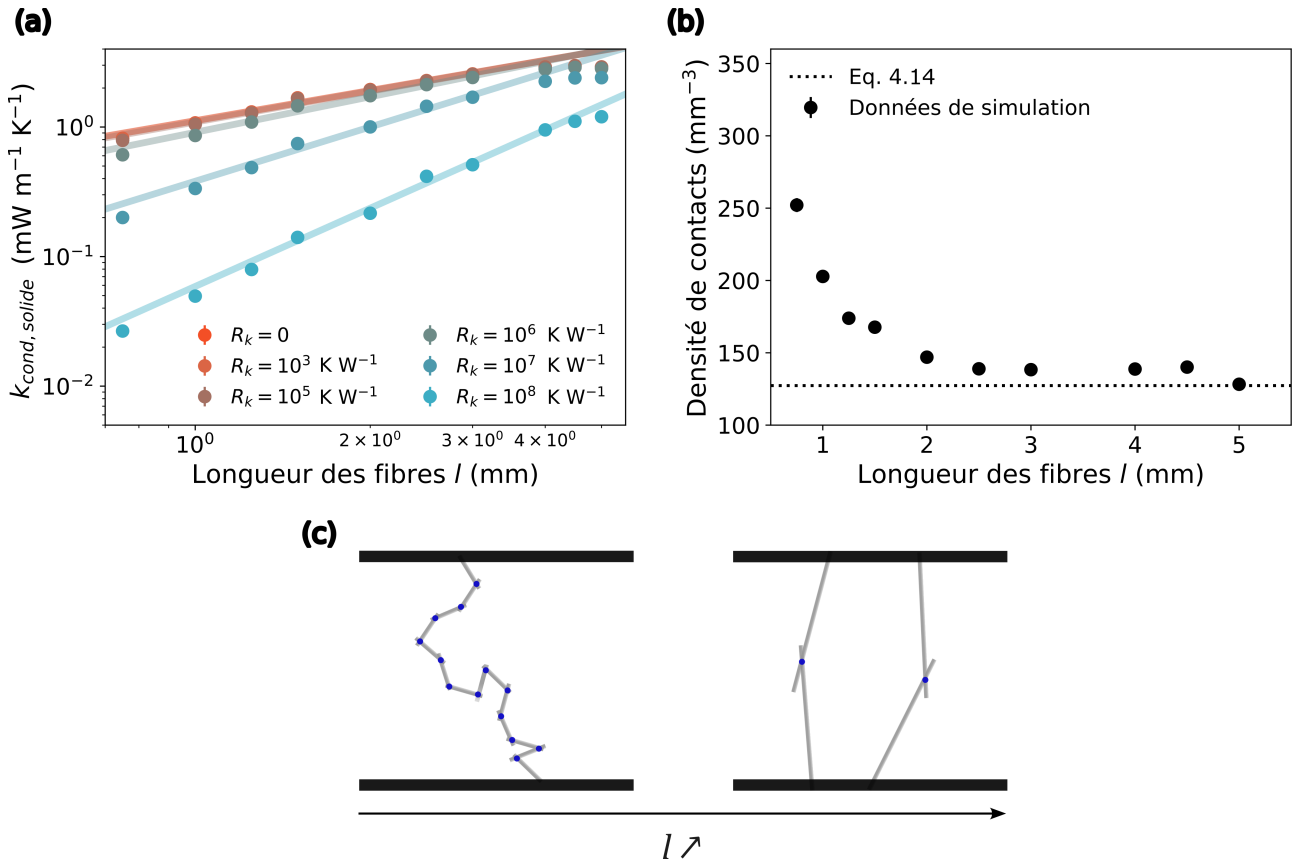


FIGURE 4.14 – (a) Conductivité solide simulée en fonction de la longueur des fibres  $l$ , pour différentes résistances de contact  $R_k$ . Les points représentent les données de simulation et les courbes en trait plein illustrent des ajustements par loi de puissance de ces données, d'exposant variant entre 0.75 pour  $R_k = 0$  et 2.1 pour  $R_k = 10^8 \text{ K W}^{-1}$ . (b) Évolution de la densité de contacts en fonction de  $l$ . Les points correspondent aux données de simulation, et la courbe en pointillés représente le résultat de la prédiction donnée par l'Eq. 4.14. (c) Représentation de réseaux de fibres simplifiés illustrant qualitativement l'influence de la longueur des fibres : lorsque  $l$  augmente, le nombre de chemins de conduction augmente et le nombre de contacts par chemin diminue [263]. Les réseaux de fibres étudiés dans les panneaux (a) et (b) sont caractérisés par  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ,  $d = 10 \mu\text{m}$ ,  $f_v^f = 0.01$ , et  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ .

Le modèle simplifié introduit dans la section précédente peut être utilisé pour interpréter qualitativement la tendance observée. L'effet de l'augmentation de la longueur sur la morphologie du réseau est schématisé en Fig. 4.14(c) : lorsque les fibres sont plus longues, les chemins de conduction deviennent plus courts et plus directs, ce qui augmente leur nombre à fraction volumique  $f_v^f$  fixée. Le diamètre  $d$  étant également constant, la longueur totale des fibres (ou des chemins de conduction)  $l_{tot}$  reste fixe. Ainsi, dans l'expression 4.24 valable pour  $R_k = 0$ , la seule variable est le nombre de chemins  $n_p$ , qui croît avec  $l$ . La résistance totale  $R_t$  diminue donc, ce qui conduit à une augmentation de  $k_{cond, solide}$ .

Ensuite, lorsque  $R_k \neq 0$ , la densité de contacts devient un paramètre déterminant. La Fig. 4.14(b) montre que cette densité diminue avec  $l$  puis tend vers une valeur asymptotique cohérente avec celle prédite par la théorie de Komori et Makishima, donnée par l'Eq. 4.14. Cette théorie étant formulée dans le cadre d'un modèle statistique indépendant de la longueur individuelle des fibres (seule leur longueur totale intervient), on peut s'attendre à un seuil minimal de validité en longueur, que nos résultats semblent confirmer.

En reprenant l'Eq. 4.23, ramenée à un cas à volume constant, lorsque  $l$  augmente, le nombre de

chemins  $n_p$  augmente, et le nombre total de contacts  $n_c^f$  diminue ou reste constant. Tous les autres paramètres étant constants, la résistance thermique  $R_t$  diminue, ce qui conduit à une augmentation de la conductivité. Par ailleurs, l'impact relatif des résistances de contact par rapport aux contributions des résistances internes est gouverné par le rapport  $n_c^f R_k / \left( \frac{4l_{tot}}{\pi k_f d^2} \right)$ , qui diminue lorsque  $l$  augmente. Ces considérations sont en accord avec les tendances observées sur la Fig. 4.14(a), et constituent une piste d'interprétation préliminaire.

### 3.4 Étude du diamètre des fibres

L'influence de la variation du diamètre des fibres  $d$  sur la conductivité solide simulée est présentée en Fig. 4.15(a) pour différentes valeurs de la résistance de contact. On observe une diminution de  $k_{cond,solide}$  avec l'augmentation de  $d$ . À l'instar de ce qui a été constaté dans l'étude de la longueur des fibres, l'effet du diamètre est amplifié lorsque  $R_k$  augmente, ce qui signifie que l'impact relatif des résistances de contact est atténué pour les fibres les plus fines. Par ailleurs, d'après la Fig. 4.15(b), la densité de contacts décroît avec l'augmentation du diamètre : les valeurs obtenues par simulation sont globalement en bon accord avec la prédiction de l'Eq. 4.14. De légers écarts apparaissent cependant lorsque  $d$  augmente, suggérant un biais dans la prise en compte de certains effets géométriques dans cette limite. En cohérence avec la Fig. 4.14(b) précédemment introduite, il semble que la densité de contacts s'écarte des prédictions théoriques lorsque le rapport d'aspect  $\tilde{a} = l/d$  des fibres devient faible (typiquement  $\tilde{a} \leq 300$ ). Cette déviation peut de nouveau être vraisemblablement attribuée à la suppression des fibres faiblement connectées, plus nombreuses lorsque le rapport d'aspect diminue, qui tend à augmenter la densité de contacts pour une même fraction volumique.

L'utilisation d'un modèle simplifié de chemins de conduction non interconnectés, illustré en Fig. 4.15(c), permet de visualiser qualitativement l'impact d'une variation du diamètre sur la morphologie du réseau. À fraction volumique et longueur des fibres constantes, une augmentation du diamètre implique une diminution du nombre total de fibres, et donc du nombre de chemins de conduction. En supposant que la longueur moyenne d'un chemin  $l_p$  reste inchangée, et en se basant sur l'Eq. 4.22 issue du modèle précédent avec  $R_k = 0$ , on constate que le diamètre  $d$  et le nombre de chemins  $n_p$  varient simultanément. Ces deux effets ayant des influences opposées sur la résistance totale  $R_t$ , il est difficile de prédire l'évolution globale de la conductivité uniquement à partir de ces considérations qualitatives. La diminution de la conductivité observée avec l'augmentation du diamètre pourrait s'expliquer plus simplement par une connectivité réduite du réseau, induite par la baisse du nombre total de fibres, ce qui limite la distribution efficace de la chaleur [264].

En revanche, l'Eq. 4.22 permet bien de rendre compte de l'effet relatif de l'introduction de résistances de contact. Le rapport qui en contrôle l'importance est  $n_{c,p} R_k / \left( \frac{4l_p}{\pi k_f d^2} \right)$ . Le nombre de contacts par chemin  $n_{c,p}$  pouvant être considéré comme approximativement constant avec le diamètre (cf. Fig. 4.15(c)), seuls  $R_k$  et  $d$  varient dans cette expression. On voit alors clairement qu'une augmentation de  $d$  augmente l'effet des résistances de contact relativement aux résistances internes, ce qui est en accord avec les résultats numériques obtenus. Cela peut aussi se comprendre d'une manière plus intuitive : bien que l'augmentation du diamètre entraîne une diminution du nombre total de contacts, le nombre plus réduit de chemins de conduction en parallèle renforce l'impact des résistances de contact restantes sur la conductivité globale du réseau. Dans l'exemple représenté en Fig. 4.15(c), le nombre de chemins de conduction étant divisé par 4 entre les deux configurations illustrées, la contribution résistive totale des contacts passe de  $R_k/4$  à  $R_k$  [263].

Les évolutions de  $k_{cond,solide}$  en fonction de la longueur et du diamètre des fibres, illustrées en Figs. 4.14(a) et 4.15(a), suggèrent des effets inverses de ces deux paramètres pour les conditions de référence étudiées, avec des ajustements cohérents par des lois de puissance présentant des exposants



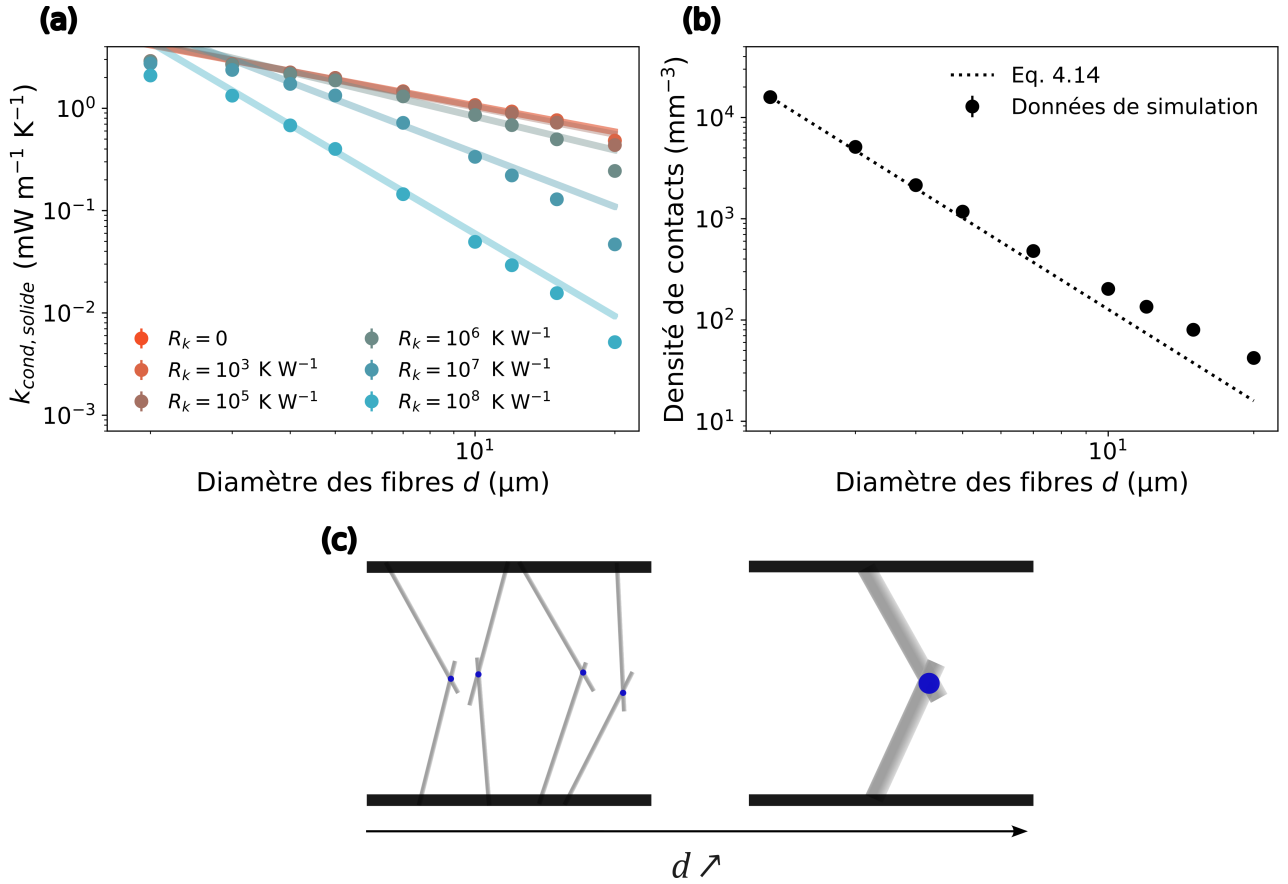


FIGURE 4.15 – (a) Conductivité solide simulée en fonction du diamètre des fibres  $d$ , pour différentes résistances de contact  $R_k$ . Les points représentent les données de simulation et les courbes en trait plein illustrent des ajustements par loi de puissance de ces données, d'exposant variant entre  $-0.85$  pour  $R_k = 0$  et  $-2.6$  pour  $R_k = 10^8$   $K W^{-1}$ . (b) Évolution de la densité de contacts en fonction de  $d$ . Les points correspondent aux données de simulation, et la courbe en pointillés représente le résultat de la prédiction donnée par l'Eq. 4.14. (c) Représentation de réseaux de fibres simplifiés illustrant qualitativement l'influence du diamètre des fibres : lorsque  $d$  augmente, le nombre de chemins de conduction en parallèle diminue. En considérant un nombre de contacts par chemin constant, le nombre de résistances de contacts en parallèle diminue, ce qui mène à une augmentation de la contribution résistive totale des contacts. Les réseaux de fibres étudiés dans les panneaux (a) et (b) sont caractérisés par  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ,  $l = 1$  mm,  $f_v^f = 0.01$ , et  $k_f = 1.3$   $W m^{-1} K^{-1}$ .

de valeurs absolues proches mais de signes opposés. Cette observation semble indiquer une influence directe du rapport d'aspect  $\tilde{a} = l/d$  sur les propriétés thermiques du réseau, dépendance d'autant plus marquée que la résistance de contact  $R_k$  augmente. Ce constat est en accord avec la Ref. [220], ayant identifié le rapport d'aspect comme un paramètre clé dans la description de la conduction thermique dans des réseaux fibreux 3D, et qui rapporte également une corrélation entre l'effet de ce paramètre et celui de la résistance de contact.

Soulignons toutefois que dans l'analyse présentée ici, les paramètres  $R_k$  et  $d$  sont considérés comme variables indépendamment. Ce choix permet d'isoler et de comprendre leurs effets respectifs, mais il reste peu représentatif des systèmes réels, où une corrélation entre ces deux grandeurs est généralement attendue. En effet, la résistance de contact est *a priori* liée à la taille de la zone de contact entre fibres : à titre d'exemple, rappelons que nos résultats expérimentaux obtenus sur des fibres micrométriques de diamètre  $d_f \approx 250$   $\mu m$  ont mis en évidence une loi de variation  $R_k \propto d_f^{-1}$ . Une description réaliste des réseaux fibreux devrait intégrer explicitement la dépendance de  $R_k$  avec  $d$ , ce qui sera notamment pris

en compte dans l'étude présentée dans le chapitre 5.

L'analyse paramétrique conduite dans cette section a permis de caractériser l'influence des propriétés géométriques et morphologiques de milieux fibreux constitués de fibres droites sur leur conductivité thermique solide. Nous avons notamment mis en évidence des corrélations entre les effets de la longueur, du diamètre, et de fraction volumique en fibres, et ceux liés à la présence de résistances de contact aux jonctions. Une interprétation qualitative, fondée sur des représentations schématiques, a été proposée pour éclairer ces comportements. Toutefois, sa portée reste limitée en raison de son caractère hautement simplifié, qui ne tient pas compte de l'interconnexion complexe des chemins de conduction dans un réseau comportant plusieurs milliers de fibres. La section suivante vise à développer et valider un modèle prédictif plus complet, basé sur un cadre théorique rigoureux, permettant d'évaluer quantitativement la conductivité solide d'un milieu fibreux à partir de l'ensemble de ses paramètres caractéristiques.

## 4 Description théorique de l'évolution de la conductivité solide

Au cours de l'étude numérique précédente, nous avons interprété les résultats en invoquant notamment l'influence du rapport entre la résistance thermique interne des fibres et la résistance thermique de contact, en tant que grandeur caractéristique du système. Ce rapport correspond au nombre de Biot, défini par l'Eq. 1.104 rappelée ici :

$$\text{Bi} = \frac{4l}{R_k k_f \pi d^2}. \quad (1.104)$$

Comme discuté dans le chapitre 1 en section 4.2.1, ce nombre sans dimension a déjà été identifié dans la littérature comme un paramètre clé régissant le transfert thermique dans les milieux fibreux 3D. Il traduit la compétition entre conduction au sein des fibres et conduction via les contacts, influençant les chemins de transfert de chaleur adoptés dans le réseau. En partant de ces considérations, nous recherchons alors une forme de modèle théorique adapté à la description de la conductivité solide dans le type de milieux fibreux étudié.

### 4.1 Analyse comparative des données de simulation et des modèles existants

#### 4.1.1 Influence du nombre de Biot sur la conductivité solide

Pour vérifier le rôle du nombre de Biot sur la conduction solide, nous avons d'abord cherché à établir une équivalence entre la variation de  $R_k$  à  $k_f$  fixé et la variation de  $k_f$  à  $R_k$  fixé, ces deux paramètres influençant la valeur de Bi et étant variables dans notre modèle, tout en laissant inchangée la structure du réseau. La Fig. 4.16(a) montre que la conductivité solide **normalisée** par celle des fibres,  $k_{cond,solide}/k_f$ , suit la même évolution en fonction de Bi dans les deux cas, pour des paramètres structuraux constants ( $f_v^f$ ,  $l$ ,  $d$ ,  $\langle\theta\rangle$ ). Cela confirme que, pour une morphologie donnée, la conductivité thermique dépend directement du nombre de Biot, en accord avec les observations rapportées dans la littérature.

Cependant, les résultats précédemment obtenus par simulation suggèrent qu'au-delà d'une influence isolée du rapport des résistances thermiques, il existe un couplage entre cet effet et les paramètres morphologiques du système, en particulier la longueur  $l$  et le diamètre  $d$  des fibres, ainsi que leur fraction volumique  $f_v^f$ . Ce constat suggère que la représentation unifiée fondée uniquement sur le nombre de Biot perd sa validité lorsque la morphologie du réseau est modifiée, ce qui est illustré en Fig. 4.16(b). Cette figure trace les mêmes grandeurs que le graphe précédent, mais pour des réseaux fibreux de morphologies variées, dans lesquels  $l$  et  $d$  sont modifiés. Bien que les courbes ne se superposent pas dans

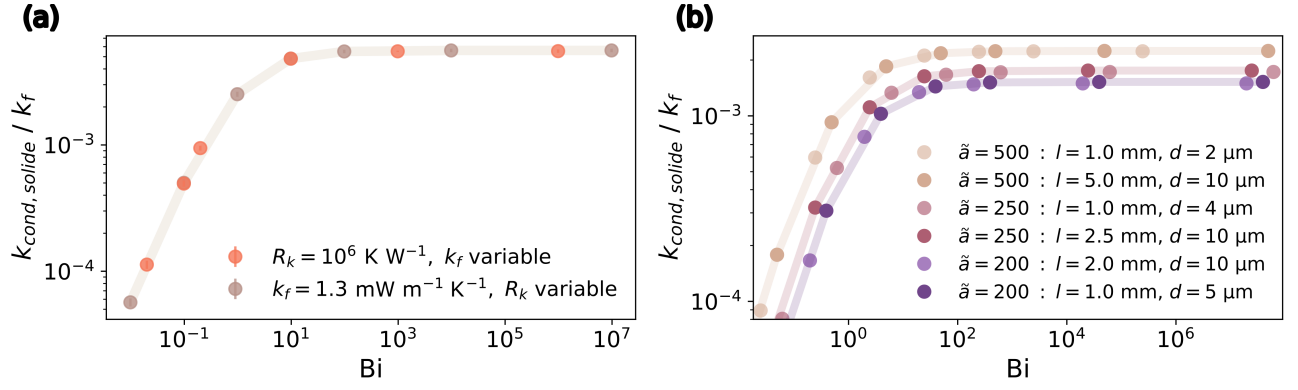


FIGURE 4.16 – (a) Évolution de la conductivité solide normalisée  $k_{cond,solide}/k_f$  en fonction du nombre de Biot défini par l’Eq. 1.104, pour des réseaux de fibres de morphologie fixe ( $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ,  $l = 1 \text{ mm}$ ,  $d = 10 \mu\text{m}$ ,  $f_v^f = 0.03$ ). Les deux types de symboles correspondent à deux situations : résistance de contact constante ( $R_k = 10^6 \text{ K W}^{-1}$ ) avec  $k_f$  variable, ou conductivité des fibres constante ( $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) avec  $R_k$  variable. (b) Représentation similaire de  $k_{cond,solide}/k_f$  en fonction de  $Bi$ , obtenue cette fois par variation de  $R_k$  à  $k_f$  fixé, pour des réseaux de morphologie variable. Les paramètres  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$  et  $f_v^f = 0.01$  sont maintenus constants, tandis que la longueur  $l$  et le diamètre  $d$  sont modifiés indépendamment, conduisant à différentes valeurs du rapport d’aspect  $\tilde{a} = l/d$ . Les points de même couleur avec nuances d’intensité représentent des réseaux ayant un même rapport d’aspect mais des combinaisons différentes de  $l$  et  $d$ .

le cas général, on observe néanmoins que les configurations partageant le même rapport d’aspect  $\tilde{a} = l/d$  présentent un comportement équivalent dans cette représentation. Ce résultat confirme l’hypothèse, formulée en fin de section précédente, que le rapport d’aspect constitue le paramètre pertinent pour décrire les effets couplés entre dimension des fibres et rapport des résistances thermiques – même si les valeurs individuelles de  $l$  et  $d$  interviennent explicitement dans le calcul de paramètres caractérisant le réseau comme le nombre de Biot. Ces observations soulignent la nécessité d’un modèle plus complexe, prenant en compte ces interactions entre géométrie et résistances thermiques.

#### 4.1.2 Confrontation au modèle de Volkov et Zhigilei et Zhao et al.

Nous choisissons alors de confronter nos résultats numériques au cadre théorique développé par Volkov et Zhigilei [228, 229, 230] et par Zhao et al. [231], dont l’équivalence des approches a été démontrée en annexe A. Ce modèle, déjà introduit au chapitre 4.2.2, a initialement été conçu pour étudier la conduction thermique dans des réseaux denses de nanotubes de carbone. Toutefois, comme détaillé dans l’annexe A, sa démonstration repose sur un formalisme théorique général, combinant l’application de la loi de Fourier pour la conduction thermique à une approche statistique à l’échelle du réseau fibreux. Ce cadre étant *a priori* indépendant de la nature spécifique des fibres, il constitue une base pertinente pour une première comparaison avec nos résultats.

Selon ce modèle, la conductivité thermique dans la phase solide du réseau fibreux  $k_{cond,solide}$  peut s’exprimer sous la forme rappelée ci-dessous (Eq. 1.105) :

$$\frac{k_{cond,solide}}{k_f} = \langle N_z \rangle \frac{\pi d^2}{4} \frac{Bi \langle N_c \rangle \langle |\cos \theta| \rangle}{2 \langle |\cos \theta| \rangle l \langle H \rangle + Bi \langle N_c \rangle} \quad (1.105)$$

Dans les réseaux 3D considérés ici,  $\langle N_c \rangle$  désigne le nombre moyen de contacts par fibre et s’écrit  $\langle N_c \rangle = 2 n_c^f / n_f^f$ , le facteur 2 venant du fait que chaque contact est associé à deux fibres. La grandeur  $\langle N_z \rangle$  correspond au nombre moyen de fibres traversant une unité de surface perpendiculaire au flux de température imposé selon l’axe  $z$ , tandis que  $\langle H \rangle$  représente la distance moyenne, projetée selon

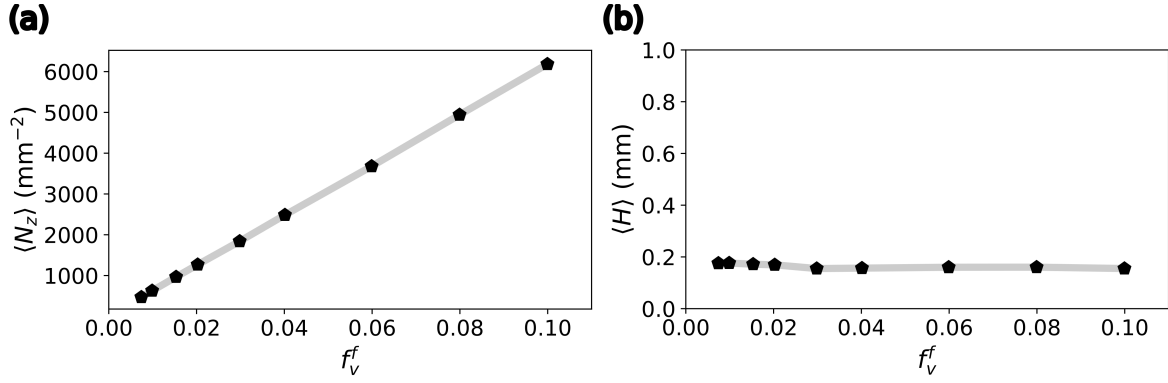


FIGURE 4.17 – (a) Nombre moyen de fibres traversant une unité de surface perpendiculaire à l’axe  $z$   $\langle N_z \rangle$ , et (b) distance moyenne selon l’axe  $z$  entre deux centres de fibres entre contact  $\langle H \rangle$  en fonction de la fraction volumique en fibres  $f_v^f$ , pour des milieux caractérisés par  $\tilde{a} = 100$  et  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ .

cette direction du flux, entre les centres de deux fibres en contact, prise en valeur absolue. Ces trois quantités peuvent être estimées par simulation à partir des réseaux générés. La valeur de  $\langle |\cos \theta| \rangle$  est également calculée à partir de l’ensemble des orientations individuelles des fibres.

À titre illustratif, la Fig. 4.17 montre l’évolution typique de  $\langle N_z \rangle$  et  $\langle H \rangle$  pour des fractions volumiques comprises entre 0.01 et 0.1, à rapport d’aspect et orientation fixés ( $\tilde{a} = 100$  et  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ). Ce graphe donne un ordre de grandeur représentatif des valeurs obtenues pour ces paramètres dans le cadre de nos simulations. Les valeurs typiquement relevées pour  $\langle N_c \rangle$  seront analysées plus en détail dans la suite (voir Fig. 4.18).

Pour  $R_k = 0$ , l’expression de la conductivité solide selon le modèle théorique est donnée par :

$$k_{0,th} = \frac{1}{4} \pi d^2 k_f \langle N_z \rangle \langle |\cos \theta| \rangle. \quad (4.26)$$

Nous choisissons de représenter la conductivité solide normalisée par cette valeur limite, c’est-à-dire le rapport  $k_{cond,solide}/k_{0,th}$ . Cette grandeur peut s’exprimer comme :

$$\frac{k_{cond,solide}}{k_{0,th}} = \frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle}{2 \langle |\cos \theta| \rangle l / \langle H \rangle + \text{Bi} \langle N_c \rangle}, \quad (4.27)$$

ce qui peut être réécrit sous une forme réduite, adoptée dans la suite de ce travail :

$$\frac{k_{cond,solide}}{k_{0,th}} = \frac{1}{1 + r}, \quad (4.28)$$

avec le paramètre sans dimension  $r$  défini par :

$$r = \frac{2 \langle |\cos \theta| \rangle l}{\text{Bi} \langle H \rangle \langle N_c \rangle} = \frac{R_k \langle |\cos \theta| \rangle k_f \pi d^2}{2 \langle H \rangle \langle N_c \rangle}. \quad (4.29)$$

Les Figs. 4.18(a), (b) et (c) comparent les prédictions de l’Eq. 4.28 à nos résultats de simulation, la plupart ayant été présentés en section 3 sous une autre forme, pour différentes morphologies de réseaux fibreux. Ces données ont été obtenues par variation indépendante de la fraction volumique  $f_v^f$ , du rapport d’aspect  $\tilde{a}$ , et de l’orientation moyenne  $\langle \theta \rangle$  des fibres, dans les plages étudiées dans cette section précédente.

Il apparaît que le modèle théorique ne reproduit pas toujours fidèlement l’évolution de la conductivité solide obtenue par simulation. En particulier, la Fig. 4.18(a) montre qu’à dimensions et orientation des fibres constantes, une diminution de la fraction volumique  $f_v^f$  induit un écart croissant entre les pré-

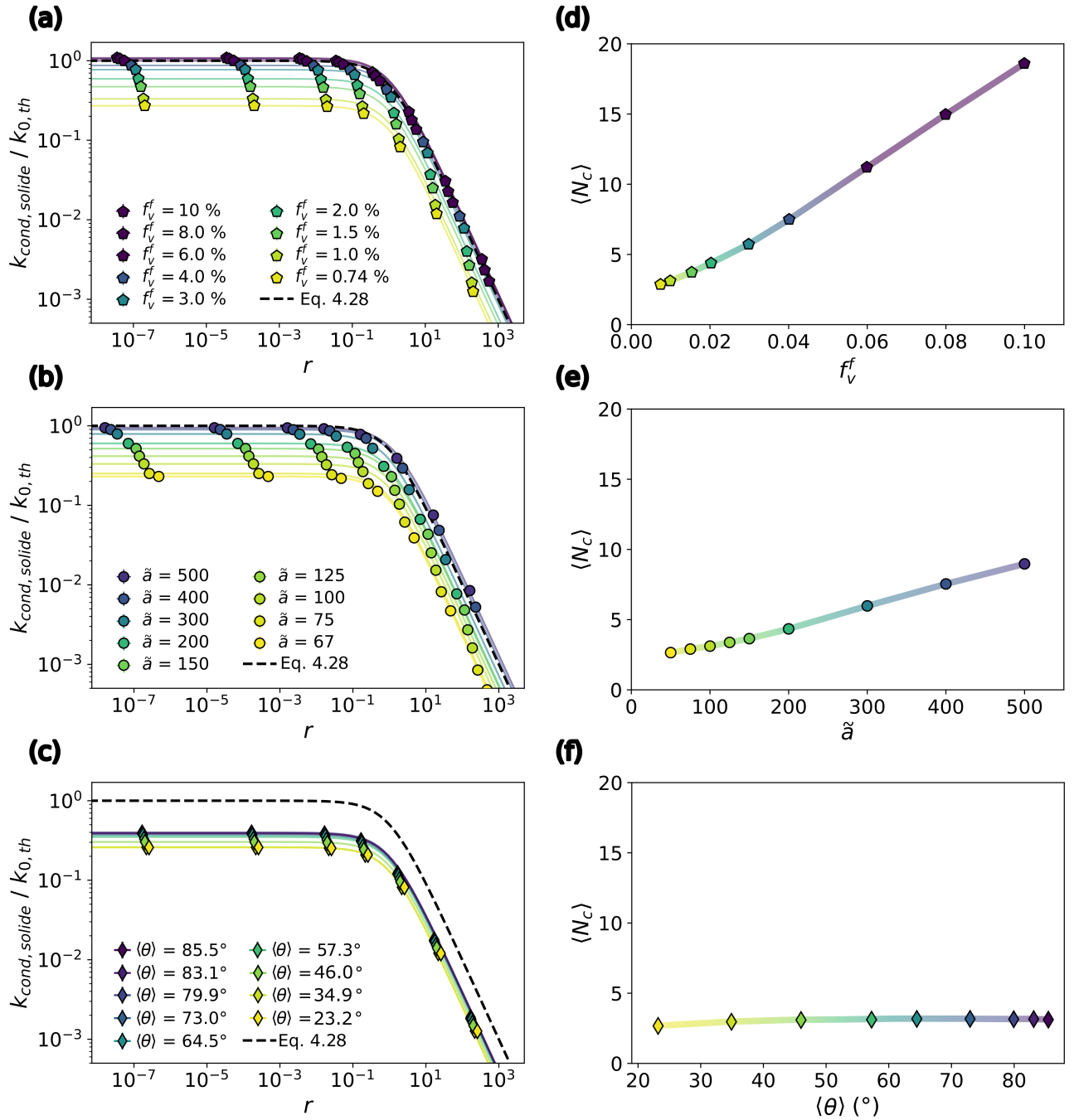


FIGURE 4.18 – Évolution de la conductivité solide simulée  $k_{cond, solide}$  normalisée par  $k_{0, th}$ , la conductivité théorique pour  $R_k = 0$  donnée par l'Eq. 1.106, en fonction du paramètre sans dimension caractéristique  $r$ , pour (a) différentes fractions volumiques  $f_v^f$ , (b) différents rapports d'aspect  $\tilde{a}$ , et (c) différentes orientations de fibres caractérisées par l'angle moyen  $\langle \theta \rangle$  par rapport à la direction du flux thermique. La courbe en pointillés noirs représente la prédiction de l'Eq. 4.28, et les courbes en couleur en trait plein correspondent à des ajustements des données par une fonction de la forme de l'Eq. 4.30, avec une constante  $C$  variable selon les paramètres morphologiques considérés. Les panneaux (d), (e) et (f) illustrent l'évolution du nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  en fonction respectivement de la fraction volumique, du rapport d'aspect et de l'orientation des fibres. Dans toutes ces figures, les paramètres non étudiés conservent les valeurs de référence suivantes :  $f_v^f = 0.01$ ,  $\tilde{a} = 100$ , et  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ .

dictions du modèle et les résultats numériques, les valeurs théoriques tendant à surestimer les données simulées. De même, la Fig. 4.18(b) met en évidence un comportement analogue lorsque le rapport d'aspect  $\tilde{a}$  diminue à fraction volumique fixée. Cette surestimation observée est cohérente avec quelques résultats déjà signalés dans les travaux de Zhao et al. [231] et de Volkov et Zhigilei [230] pour des réseaux 2D, comme rappelé au chapitre 1 en section 4.2.2. En revanche, la Fig. 4.18(c) montre que l'orientation moyenne des fibres influence peu la variation relative de la conductivité solide normalisée  $k_{cond,solide}/k_{0,th}$  en fonction de  $r$ . Les écarts les plus marqués apparaissent lorsque l'angle polaire moyen  $\langle\theta\rangle$  devient inférieur à  $57.3^\circ$ , c'est-à-dire pour des fibres préférentiellement alignées avec la direction du flux de chaleur, mais restent inférieures à celles constatées en 4.18(a) et (b). L'écart entre les prédictions théoriques et les résultats de simulation est donc du même ordre pour tous les angles moyens considérés. Cet écart s'explique par le fait que les autres paramètres morphologiques sont maintenus constants à des valeurs relativement faibles (la fraction volumique à  $f_v^f = 0.01$  et le rapport d'aspect à  $\tilde{a} = 100$ ), ce qui, comme illustré par les Fig. 4.18(a) et (b), conditionne directement la qualité de l'accord avec le modèle.

De manière générale, ces constats suggèrent que le modèle théorique est pertinent pour décrire la conductivité solide dans des réseaux fibreux 3D principalement dans le cas de morphologies denses ou de fibres fortement allongées, et indépendamment de l'orientation des fibres dans la plage d'angles considérée. L'accord avec le modèle est particulièrement satisfaisant dans les conditions suivantes :

- $f_v^f > 0.05$  pour un rapport d'aspect fixé  $\tilde{a} = 100$  ;
- $\tilde{a} > 450$  pour une fraction volumique fixée  $f_v^f = 0.01$ .

Ces valeurs seuils peuvent toutefois varier selon les combinaisons spécifiques  $(f_v^f, \tilde{a})$ . Ces observations sont en réalité cohérentes avec le cadre initial du modèle théorique : celui-ci a été développé pour caractériser la conduction dans des réseaux de nanotubes de carbone, généralement très denses et conducteurs, et constitués de fibres présentant souvent un rapport d'aspect élevé, en particulier par rapport aux valeurs de référence de notre étude. On peut donc s'attendre à ce que sa validité doive être vérifiée pour des réseaux peu denses ou comportant des fibres courtes.

Par ailleurs, les courbes en trait plein représentées sur les Figs. 4.18(a), (b) et (c) correspondent à des ajustements de nos données de simulation par des fonctions de la forme :

$$\frac{k_{cond,solide}}{k_{0,th}} = C \cdot \frac{1}{1+r}, \quad (4.30)$$

où  $C$  est une constante multiplicative, ajustée pour chaque ensemble de paramètres. Chaque fonction ainsi définie peut être interprétée comme un modèle dérivé du cadre théorique initial (Eq. 4.28), modulé par un facteur correctif constant.

Le bon accord qualitatif observé entre ces courbes ajustées et nos résultats de simulation suggère que l'écart au modèle théorique d'origine est bien capturé par ce facteur  $C$ , compris entre 0 et 1. Son influence peut devenir significative : aux plus faibles fractions volumiques ou rapports d'aspects, la réduction observée de la conductivité solide simulée par rapport à la prédiction du modèle théorique peut atteindre 85 %. **Cette description de la déviation au modèle par un facteur constant  $C$  dans l'Eq. 4.30 montre enfin que celle-ci ne dépend pas de  $r$ , mais uniquement des caractéristiques morphologiques du réseau, principalement à travers les paramètres  $f_v^f$  et  $\tilde{a}$ .**

Au cours de l'analyse qualitative menée dans la section précédente, nous avons avancé l'hypothèse d'une influence majeure de la connectivité du réseau sur l'organisation des chemins de conduction thermique, et par conséquent sur la conductivité solide macroscopique observée. Cette connectivité peut être quantifiée par le nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle = 2 n_c^f / n_f^f$ . Son évolution, évaluée par simulation en fonction de la fraction volumique, du rapport d'aspect et de l'orientation des fibres,

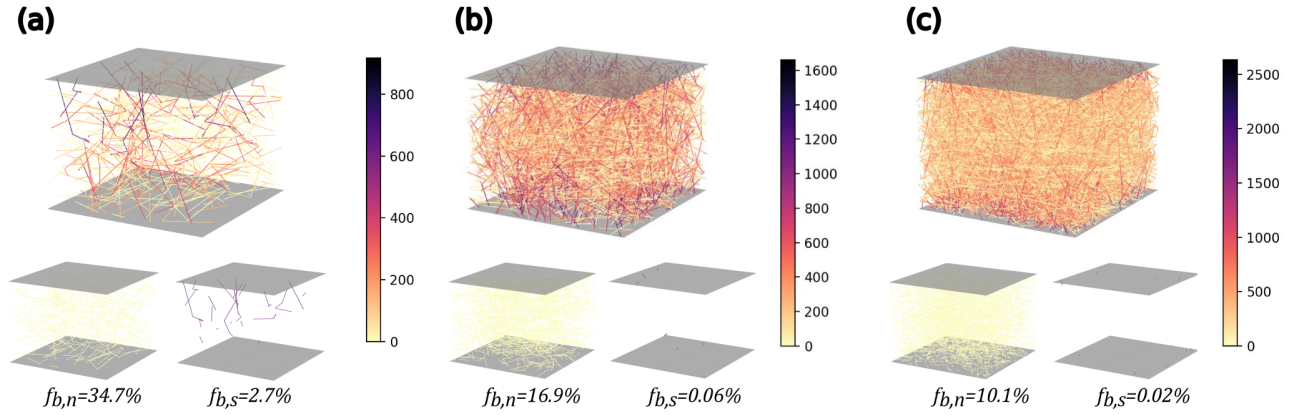


FIGURE 4.19 – Exemples de distributions de flux thermiques (échelle en  $\text{W m}^{-2}$ ) dans un volume de  $3.38 \text{ mm}^3$ , pour des milieux fibreux présentant un rapport d’aspect fixe ( $\tilde{a} = 100$ ), une orientation isotrope ( $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ) et une fraction volumique en fibres  $f_v^f$  variable, modifiant la connectivité moyenne  $\langle N_c \rangle$  : (a)  $f_v^f = 0.0075$  ( $\langle N_c \rangle = 2.7$ ), (b)  $f_v^f = 0.04$  ( $\langle N_c \rangle = 7.5$ ) et (c)  $f_v^f = 0.10$  ( $\langle N_c \rangle = 18.5$ ). En bas de chaque panneau, la fraction de segments transportant moins de 10% du flux moyen  $f_{b,n}$ , et la fraction de segments transportant plus de cinq fois le flux moyen  $f_{b,s}$ , sont représentés dans le volume, à gauche et à droite, respectivement.

est illustrée en Figs. 4.18(d), (e) et (f), en correspondance avec les panneaux (a), (b) et (c) pour les mêmes paramètres de simulation.

Les résultats montrent que la fraction volumique et le rapport d’aspect influencent significativement la connectivité, tandis que l’orientation des fibres n’a qu’un impact négligeable dans la plage considérée. On peut dès lors supposer que c’est cette connectivité, et non les valeurs individuelles de  $f_v^f$ ,  $\tilde{a}$  ou  $\langle \theta \rangle$ , qui gouverne la variation de l’écart observé entre les prédictions du modèle théorique initial et les résultats de simulation.

Dans ce qui suit, et comme première étape de vérification des hypothèses données ci-dessus, nous cherchons à caractériser plus précisément l’effet d’une variation de connectivité sur les propriétés internes du réseau, en portant une attention particulière aux distributions locales de flux thermique et de température.

## 4.2 Influence de la connectivité du réseau de fibres

Dans cette section, ni la résistance de contact (fixée à  $R_k = 0$ ) ni la conductivité thermique des fibres (fixée à  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) ne sont modifiées. L’objectif est ici d’illustrer et de quantifier uniquement l’impact de la connectivité du réseau, déterminée par les paramètres morphologiques  $\tilde{a}$  et  $f_v^f$ , sur les transferts thermiques au sein des milieux fibreux virtuels étudiés.

### 4.2.1 Distribution du flux thermique et des températures des fibres

Les simulations effectuées permettent d’analyser l’effet de la connectivité du réseau sur la répartition du flux dans les fibres : la Fig. 4.19 présente trois distributions typiques obtenues dans un même volume pour des réseaux de fibres de rapport d’aspect et d’orientation fixés, de fractions volumiques croissantes. Dans chaque cas, nous distinguons :

- la fraction  $f_{b,n}$  des segments de fibres, c’est-à-dire des branches du réseau thermique, transportant moins de 10% du flux moyen, contribution pouvant être considérée comme négligeable,
- la fraction  $f_{b,s}$  de ceux transportant plus de 5 fois le flux moyen.

Outre l’augmentation attendue du flux global avec la densité, on observe que les réseaux peu denses présentent une forte hétérogénéité de flux, qui tend à s’atténuer lorsque la fraction volumique

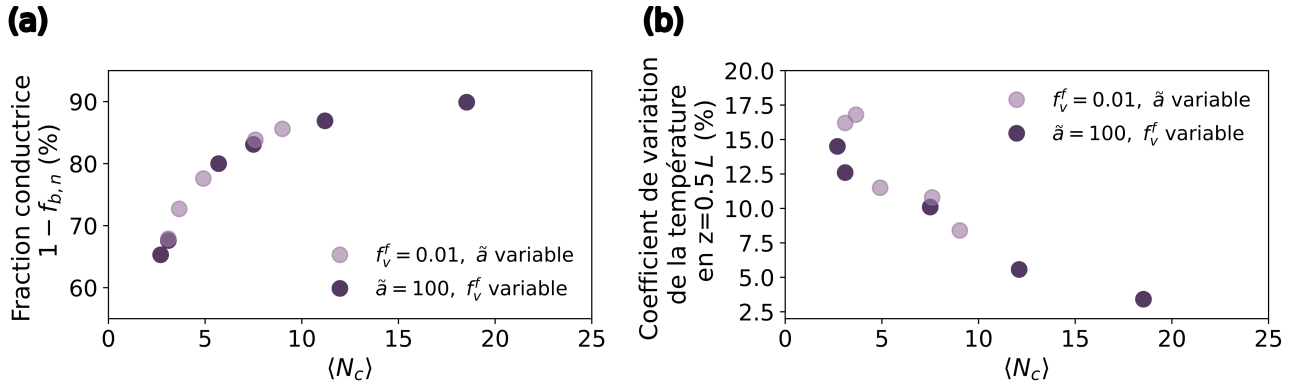


FIGURE 4.20 – (a) Fraction conductrice du réseau  $1 - f_{b,n}$  et (b) coefficient de variation de la température des fibres traversant la section médiane du milieu en  $z = 0.5L$ , en fonction du nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$ . Les données sont obtenues pour des réseaux à orientation isotrope ( $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ ), et incluent à la fois le cas d'un rapport d'aspect fixe avec fraction volumique en fibres variable, et le cas inverse.

augmente : ceci est révélé de manière quantitative par la diminution des fractions  $f_{b,n}$  et  $f_{b,s}$ . Cette tendance a également été observée lors d'une augmentation du rapport d'aspect des fibres, à fraction volumique fixée, confirmant bien qu'il agit d'un effet régi par la connectivité du réseau, quantifiée par  $\langle N_c \rangle$ .

Par ailleurs, on peut définir la fraction conductrice du réseau ("*backbone fraction*") comme  $1 - f_{b,n}$ , selon la définition de la Ref. [224]. La Fig. 4.20(a) montre son évolution en fonction de la connectivité : qu'elle résulte d'une variation de  $f_v^f$  ou de  $\tilde{a}$ , une connectivité plus élevée mène à une plus grande proportion de fibres participant à la conduction macroscopique. Ce résultat renforce notamment les interprétations proposées en section 3.1 sur l'existence de régimes de densité distincts.

Cette tendance à l'uniformisation des réseaux thermiques simulés est également quantifiable via l'analyse de la distribution des températures des fibres dans des sections planes, perpendiculaires à la direction du flux de chaleur. On s'intéresse ici en particulier à la section médiane du système, en  $z = 0.5L$ . La mesure de l'écart-type et de la moyenne des températures des fibres traversant cette section permet de calculer le coefficient de variation associé, qui correspond au rapport entre ces deux grandeurs. La Fig. 4.20(b) montre son évolution en fonction de  $\langle N_c \rangle$  : la diminution identifiée quand la connectivité augmente indique que la température des fibres tend vers une même valeur, déterminée par la position en  $z$  de la section et par le gradient moyen  $\nabla T_z = \Delta T/L$  imposé dans le milieu. Ces observations semblent se vérifier que  $f_v^f$  ou que  $\tilde{a}$  varie : elles confirment que plus la connectivité du réseau augmente, plus le comportement thermique du milieu tend vers celui d'un matériau homogène, une évolution attendue au vu de l'interconnexion progressive des chemins de conduction.

À l'inverse, pour des réseaux à faible connectivité, les températures mesurées sur les fibres au niveau d'une section donnée peuvent présenter une dispersion importante. Un exemple illustré en Fig. 4.21 montre, pour un nombre moyen de contacts par fibre faible  $\langle N_c \rangle = 2.7$ , une répartition des températures s'étalant sur plus de 50 % de la différence imposée  $\Delta T$  entre les limites inférieure et supérieure du milieu, ainsi que la formation de groupements de fibres présentant des températures très proches mais nettement différentes de celles des fibres voisines, que l'on peut définir comme des "*clusters*". On y observe également des zones dépourvues de fibres. Cette visualisation met une nouvelle fois en évidence l'hétérogénéité marquée des distributions thermiques spatiales dans un réseau peu connecté.



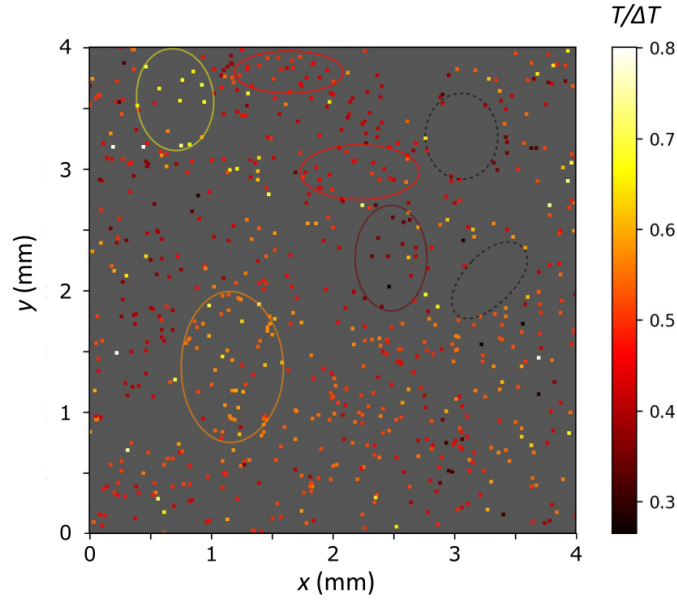


FIGURE 4.21 – Exemple de distribution de températures des fibres obtenue au niveau de la section médiane d'un réseau fibreux ( $z = 0.5L$ ) caractérisé par  $f_v^f = 0.0075$ ,  $\tilde{a} = 100$ ,  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$  et  $L = 4$  mm. Le nombre de contacts par fibre résultant est  $\langle N_c \rangle = 2.7$ . Des zones de fibres proches et présentant des températures similaires sont mises en évidence par des ovales en trait plein ; les ovales en trait pointillé indiquent des zones dépourvues de fibres. L'échelle de températures est adimensionnée par la valeur de  $\Delta T$  imposée entre les deux bords hauts et bas de l'échantillon par les conditions initiales de simulation.

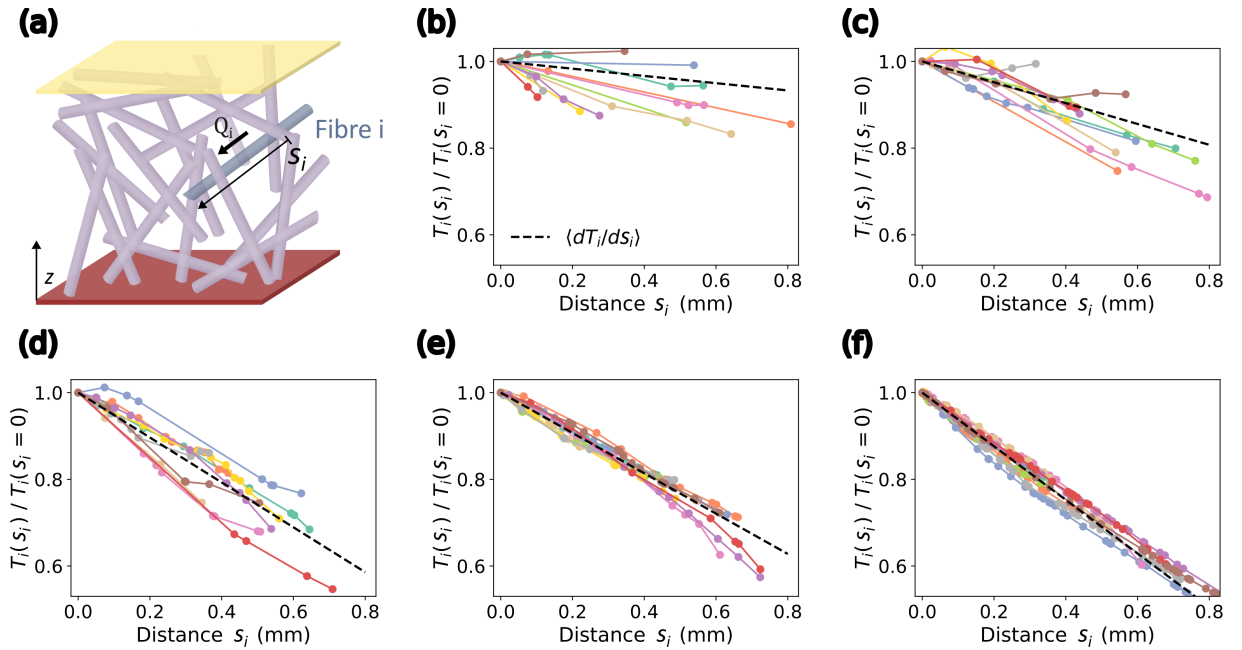


FIGURE 4.22 – (a) Définition de la coordonnée linéique  $s_i$ , utilisée pour représenter les profils de température le long d'une fibre  $i$ . Les panneaux (b) à (f) montrent ces profils adimensionnés pour des réseaux caractérisés par des paramètres  $\tilde{a} = 100$  et  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$  fixés, et une fraction volumique variable : (b)  $f_v^f = 0.01$  ( $\langle N_c \rangle = 3.1$ ), (c)  $f_v^f = 0.02$  ( $\langle N_c \rangle = 4.4$ ), (d)  $f_v^f = 0.03$  ( $\langle N_c \rangle = 5.7$ ), (e)  $f_v^f = 0.06$  ( $\langle N_c \rangle = 11.2$ ) et (f)  $f_v^f = 0.14$  ( $\langle N_c \rangle = 25.9$ ). Dans ces panneaux (b) à (f), chaque courbe en couleur correspond à un profil de température d'une fibre individuelle, tandis que la courbe en pointillés noirs indique le profil associé au gradient moyenné sur l'ensemble des fibres du milieu,  $\langle dT_i/ds_i \rangle$ .

### 4.2.2 Gradients de température le long des fibres

Si la connectivité du réseau influence les distributions thermiques observées en 3D ou en 2D, que ce soit à l'échelle d'un sous-volume ou d'une section du milieu, elle affecte également, *a priori*, les distributions de température unidimensionnelles mesurées le long de fibres individuelles.

La Fig. 4.22(a) illustre la définition, pour chaque fibre  $i$ , d'une coordonnée linéique  $s_i$  servant de repère de longueur propre à cette fibre. Pour cette analyse, l'orientation de l'axe  $s_i$  est choisie de manière à ce que le flux thermique  $Q_i$  le long de la fibre soit dirigé vers les valeurs croissantes de  $s_i$ , garantissant que la température  $T_i(s_i)$  soit toujours décroissante avec  $s_i$ . De plus, comme mentionné en section 2.1.3, en raison des hypothèses initiales de simulation, les extrémités de fibres non connectées sont considérées comme adiabatiques et ne sont donc pas incluses dans la construction du réseau thermique représentant le milieu fibreux. Par conséquent, l'origine de l'axe  $s_i$  est définie au niveau du premier point de contact avec une autre fibre ou avec un bord à température imposée, à partir duquel un flux non nul est généré. Cette définition est essentielle pour éviter de sous-estimer les gradients de température dans les fibres, la température restant invariante aux extrémités adiabatiques. La distance totale selon l'axe  $s_i$  entre les deux nœuds extrêmes d'une fibre sera désignée par le terme *longueur réduite*.

Les Figs. 4.22(b) à (f) présentent des exemples de profils unidimensionnels de température relevés le long de plusieurs fibres, en fonction de leur coordonnée  $s_i$ , pour des milieux virtuels de connectivités différentes. Dans les résultats illustrés, le rapport d'aspect des fibres est fixé à  $\tilde{a} = 100$ , tandis que la fraction volumique  $f_v^f$  varie. Les températures sont adimensionnées par leur valeur à l'origine ( $s_i = 0$ ), correspondant à la température maximale de la fibre. Cette normalisation permet de comparer l'allure générale des profils de température entre fibres, mais aussi d'analyser visuellement les gradients thermiques, correspondant à la pente des courbes. Pour chaque milieu étudié, les figures indiquent également le gradient moyen  $\langle dT_i/ds_i \rangle$ , obtenu par moyenne des gradients individuels calculés pour l'ensemble des fibres du réseau, le long de la totalité de leur longueur réduite.

Nous observons tout d'abord que les profils de température deviennent de plus en plus similaires entre les fibres à mesure que la connectivité du milieu augmente, traduisant l'uniformisation des réseaux thermiques déjà mise en évidence dans la section précédente. Ce phénomène s'explique par l'augmentation du nombre de nœuds par fibre, et donc du nombre de branches du réseau, au sein desquelles la chute de température est linéaire, fixée par la résistance associée (de contact ou interne). Les profils passent alors d'une allure définie par une fonction linéaire par morceaux, avec des variations de pente pouvant être marquées, à une évolution quasi-linéaire sur l'ensemble de la longueur réduite de la fibre. Dans ce dernier cas, la pente correspondante est par ailleurs proche du gradient moyen  $\langle dT_i/ds_i \rangle$ , ce qui confirme que cette mesure statistique est représentative des éléments de fibres individuels dans les réseaux à forte connectivité. Pour de faibles valeurs de  $\langle N_c \rangle$ , le gradient moyen  $\langle dT_i/ds_i \rangle$  diminue : cela s'explique par le fait qu'à faible rapport d'aspect ou fraction volumique, le transfert de chaleur macroscopique est moins efficace, conduisant à une conductivité solide réduite, comme montré en section 3. Dans ce cas, la dispersion des profils individuels étant plus importante, l'écart relatif à la pente donnée par le gradient moyen peut dépasser 25 % voire 50 %, comme observé pour  $\langle N_c \rangle = 3.1$ .

Les résultats précédents confirment l'influence déterminante de la connectivité sur le transfert thermique dans les réseaux fibreux étudiés. L'analyse des profils unidimensionnels de température révèle une convergence vers un comportement linéaire homogène pour les connectivités élevées. En revanche, aux faibles connectivités, les variations locales prédominent et limitent la représentativité des grandeurs moyennes, en particulier celle du gradient thermique moyen pour décrire la température le long des fibres individuelles. Or, comme déjà mentionné dans le chapitre 1 en section 4.2.2, **l'une des hypothèses principales du modèle introduit par Volkov et Zhigilei et Zhao et al. analysé jusqu'ici est précisément que les variations de température réelles le long des fibres sont proches de l'évolution linéaire donné par le gradient moyenné sur l'ensemble**

des fibres [228, 229, 230, 231].

Sur la base de ces constats, nous présentons ci-après un cadre théorique modifié intégrant d'éventuelles **déviations** de la température d'une fibre par rapport à la prédiction basée sur le gradient moyen.

### 4.3 Proposition d'un modèle théorique modifié intégrant les écarts aux gradients moyens de température

#### 4.3.1 Formulation et démonstration du modèle

Le modèle proposé repose sur les mêmes bases que le cadre théorique précédemment considéré. Pour développer ce modèle, nous nous sommes inspirés de l'idée de l'introduction d'un facteur correctif semi-empirique pour la description de la conduction solide dans des réseaux fibreux peu denses 2D proposée par Volkov et Zhigilei dans la Ref. [230]. Dans cette étude, nous cherchons à établir dans un premier temps une forme analytique complète d'un modèle corrigé valide à 3D, pour ensuite avancer des voies d'interprétation puis de validation des modifications introduites. La démonstration est décomposée en plusieurs étapes en s'inspirant de la démarche suivie à 2D par Zhao et al. pour le modèle initial [231] :

#### 1. Loi de Fourier globale à l'échelle du réseau fibreux

Dans la configuration typique de la plaque chaude gardée étudiée dans nos simulations, l'application de la loi de Fourier à l'échelle macroscopique du milieu a été précédemment introduite par l'Eq. 4.3 :

$$k_{cond,solide} = \frac{-Q}{A_z \nabla T_z}. \quad (4.3)$$

Le flux thermique  $Q$ , grandeur algébrique orientée selon  $-z$ , donc négative dans le système de coordonnées choisi, dépend de  $\nabla T_z = \Delta T/L$ , le gradient de température établi dans la direction  $z$ , et de la surface de section transverse  $A_z = L^2$ . Ce flux total macroscopique correspond à la somme algébrique des flux transportés par l'ensemble des fibres traversant une section transverse quelconque. Il peut donc également s'exprimer par une moyenne :

$$Q = -A_z \langle N_z \rangle \langle Q_i \rangle. \quad (4.31)$$

Dans cette expression,  $\langle N_z \rangle$  est la densité surfacique moyenne de fibres à travers une section horizontale, déjà introduite, et  $\langle Q_i \rangle$  est le flux moyen traversant une fibre. Pour chaque fibre  $i$ ,  $Q_i$  est positif si la chaleur se propage de l'extrémité la plus proche de la plaque chaude (en  $z = L$ ) vers l'autre extrémité (en  $z = 0$ ), de sorte qu'en moyenne,  $\langle Q_i \rangle \geq 0$ . L'axe correspondant à cette direction, de projection négative selon l'axe  $z$ , est noté  $w_i$ . Soulignons que pour la plupart des fibres, l'axe  $w_i$  et l'axe  $s_i$  précédemment introduit pour la représentation des gradients sont confondus ; c'est le cas en particulier sur la Fig. 4.22(a). Toutefois, cette correspondance n'est pas systématique, notamment lorsque la longueur des fibres diminue, les chemins de conduction devenant alors plus tortueux<sup>14</sup>.

On en déduit l'expression suivante pour la conductivité thermique solide :

$$k_{cond,solide} = \frac{\langle N_z \rangle \langle Q_i \rangle}{\nabla T_z}. \quad (4.32)$$

---

14. L'axe  $s_i$  a été introduit précédemment pour permettre une représentation sur la Fig. 4.22 de profils de température toujours décroissants, ce qui facilite leur comparaison visuelle ; c'est bien l'axe  $w_i$  qui est pertinent dans une approche de bilan thermique. Les constats précédemment établis concernant la dispersion des gradients par rapport à leur valeur moyenne s'appliquent néanmoins de la même manière dans ce nouveau système de coordonnées.

## 2. Loi de Fourier locale à l'échelle d'une fibre

À l'échelle de la fibre, le flux  $Q_i$  est donné par :

$$Q_i = -k_f A_f \frac{dT_i}{dw_i}, \quad (4.33)$$

où  $\frac{dT_i}{dw_i}$  est le gradient de température le long de  $w_i$ ,  $k_f$  la conductivité intrinsèque de la fibre, et  $A_f = \pi d^2/4$  sa section. Si  $k_f$  et  $A_f$  sont constants pour toutes les fibres du réseau, la forme moyenne devient :

$$\langle Q_i \rangle = -k_f A_f \left\langle \frac{dT_i}{dw_i} \right\rangle. \quad (4.34)$$

En moyenne,  $\left\langle \frac{dT_i}{dw_i} \right\rangle \geq 0$  en raison de l'orientation globale du flux thermique macroscopique. Toutefois, la définition adoptée pour la coordonnée  $w_i$  inclut également la contribution des fibres transportant un flux dans la direction opposée, ce qui permet d'éviter une surestimation de la valeur du gradient moyen. En introduisant le cosinus moyen de l'angle polaire  $\theta$ , on exprime ce gradient dans la direction  $z$  comme :

$$\left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle = \left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle = \frac{-\left\langle \frac{dT_i}{dw_i} \right\rangle}{\langle |\cos \theta| \rangle}. \quad (4.35)$$

## 3. Décomposition de la température le long d'une fibre

Dans le modèle initial étudié jusqu'ici, la température d'un point sur une fibre  $i$  est décomposée par une somme de trois termes (cf. annexe A) :

$$T_i(z) = T_b + \nabla T_z z_{c_i} + \left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle (z - z_{c_i}), \quad (4.36)$$

ce qui donne l'expression suivante pour la différence de température au niveau d'un contact entre deux fibres  $i$  et  $j$  :

$$\Delta T_{ij} = T_j(z_{ji}) - T_i(z_{ij}) = \left( \nabla T_z - \left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle \right) (z_{c_j} - z_{c_i}). \quad (4.37)$$

Ces équations font intervenir  $T_b$  la température en  $z = 0$ ,  $z_{c_i}$  et  $z_{c_j}$  les coordonnées en  $z$  des centres des deux fibres en contact, et la quantité moyenne  $\left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle$ , exploitée pour décrire la température le long de chacune des fibres du réseau, par une approximation linéaire.

Étant donné que nos observations précédentes ont montré que le gradient moyen de température ne représente pas toujours fidèlement les profils relevés le long de fibres individuelles, nous introduisons désormais un terme correctif, noté  $\delta T_i(z)$ , destiné à quantifier les écarts potentiels par rapport à cette prédiction linéaire. Ces déviations, mises en évidence à faible connectivité en Fig. 4.22, sont ainsi explicitement prises en compte dans les décompositions de température :

$$T'_i(z) = T_b + \nabla T_z z_{c_i} + \left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle (z - z_{c_i}) + \delta T_i(z), \quad (4.38)$$

ce qui donne au niveau d'un contact :

$$\Delta T'_{ij} = T'_j(z_{ji}) - T'_i(z_{ij}) = \left( \nabla T_z - \left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle \right) (z_{c_j} - z_{c_i}) + (\delta T_j(z_{ji}) - \delta T_i(z_{ij})). \quad (4.39)$$

Cette situation, avec la procédure de décomposition initiale des températures, est illustrée en Fig. 4.23. Le rapport d'aspect des fibres considérées étant relativement important, de l'ordre de

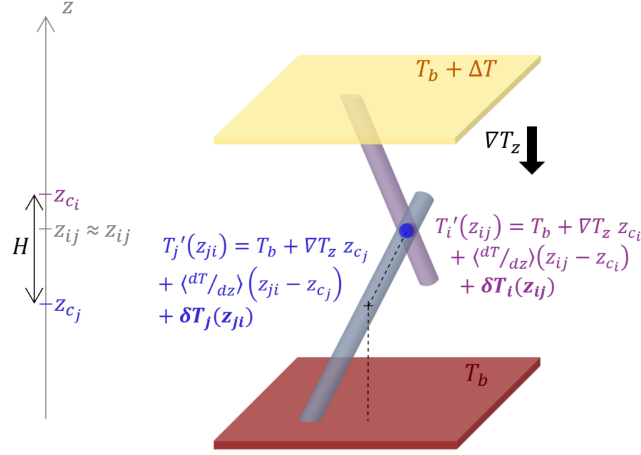


FIGURE 4.23 – Illustration d’une situation de contact entre deux fibres distinctes  $i$  et  $j$  et définition des grandeurs pertinentes pour l’expression des températures  $T_j(z_{ji})$  et  $T_i(z_{ij})$  de part et d’autre du contact.

100 ou supérieur, les coordonnées selon  $z$  des deux nœuds de part et d’autre du contact peuvent être considérées comme indiscernables, soit  $z_{ij} \approx z_{ji}$  selon les notations de la figure. En notant  $\langle H \rangle = |z_{c_j} - z_{c_i}|$ , et  $\delta T_{ij} = \delta T_j(z_{ji}) - \delta T_i(z_{ij})$ , l’Eq. 4.39 moyennée à l’échelle de l’ensemble du milieu fibreux donne :

$$\langle |\Delta T'_{ij}| \rangle = \langle H \rangle \left( \nabla T_z - \left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle \right) + \langle \delta T_{ij} \rangle. \quad (4.40)$$

Ce terme additionnel  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  correspond physiquement à la déviation moyenne sur l’expression de la chute de température au niveau des contacts introduite par la considération de profils de température non totalement linéaires.

#### 4. Bilan des flux au niveau des contacts entre fibres

En moyenne, puisque chaque contact identifié dans le milieu est associé à deux fibres, on peut considérer que le flux thermique passant dans une fibre  $i$  se répartit sur la moitié de ses contacts :

$$\langle Q_i \rangle = \left\langle \frac{1}{2} \sum_j |Q_{ij}| \right\rangle. \quad (4.41)$$

Par ailleurs, le flux à l’interface  $|Q_{ij}|$  correspond au rapport de la différence de température entre les deux fibres au contact  $|\Delta T'_{ij}|$  et la résistance de contact  $R_k$ , par définition de cette dernière. Le bilan peut donc s’écrire :

$$\langle Q_i \rangle = \frac{\langle N_c \rangle \langle |\Delta T'_{ij}| \rangle}{2R_k}, \quad (4.42)$$

où l’on a introduit le nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$ .

#### 5. Expression finale de la conductivité solide

En combinant les Eqs. 4.34, 4.35 et 4.42, le gradient moyen dans la direction  $z$  peut être exprimé en fonction de la différence moyenne de températures au niveau des contacts :

$$\left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle = \frac{\langle N_c \rangle \langle |\Delta T'_{ij}| \rangle}{2R_k \langle |\cos \theta| \rangle k_f A_f}. \quad (4.43)$$

En utilisant l'Eq. 4.40 reliant gradient moyen et terme correctif  $\langle \delta T_{ij} \rangle$ , l'Eq. 4.43 devient :

$$\langle |\Delta T'_{ij}| \rangle = \nabla T_z \langle H \rangle \frac{1 + \frac{\langle \delta T_{ij} \rangle}{\nabla T_z \langle H \rangle}}{1 + \frac{\langle H \rangle \langle N_c \rangle}{2R_k \langle |\cos \theta| \rangle k_f A_f}}. \quad (4.44)$$

Enfin, la conductivité solide peut être exprimée en repartant de l'Eq. 4.32. Combinée avec l'Eq. 4.42, celle-ci s'écrit :

$$k_{cond,solide} = \frac{\langle N_z \rangle \langle N_c \rangle \langle |\Delta T'_{ij}| \rangle}{2R_k \nabla T_z}. \quad (4.45)$$

En remplaçant  $\langle |\Delta T_{ij}| \rangle$  par son expression donnée par l'Eq. 4.44, on obtient finalement :

$$k_{cond,solide} = k_f A_f \langle N_z \rangle \langle |\cos \theta| \rangle \left( 1 + \frac{\langle \delta T_{ij} \rangle}{\nabla T_z \langle H \rangle} \right) \frac{1}{1 + \frac{2R_k \langle |\cos \theta| \rangle k_f A_f}{\langle H \rangle \langle N_c \rangle}}. \quad (4.46)$$

L'expression 4.46 peut être enfin réécrite sous forme réduite en utilisant les grandeurs  $r$  et  $k_{0,th}$  déjà introduites (cf. Eqs. 4.26 et 4.29) :

$$k_{cond,solide} = \left( 1 + \frac{\langle \delta T_{ij} \rangle}{\nabla T_z \langle H \rangle} \right) k_{0,th} \frac{1}{1 + r}. \quad (4.47)$$

Le modèle présenté ci-dessus conduit donc à une nouvelle expression de la conductivité solide, correspondant à celle issue du premier modèle étudié corrigée par un facteur multiplicatif noté  $h$  :

$$h = 1 + \frac{\langle \delta T_{ij} \rangle}{\nabla T_z \langle H \rangle}. \quad (4.48)$$

Cette formulation est totalement compatible dans sa forme avec l'Eq. 4.30 précédemment introduite, qui a montré que la déviation observée entre les résultats de simulation et les prédictions du modèle initial peut être effectivement décrite par une constante multiplicative  $C$ . La suite de l'analyse vise à confronter quantitativement cette déviation observée  $C$  au terme correctif analytique  $h$  proposé, et à fournir une interprétation physique.

### 4.3.2 Calcul et interprétation du terme correctif introduit

D'après l'Eq. 4.48, le calcul de  $h$  repose sur la détermination de trois grandeurs principales :

- $\nabla T_z$ , le gradient thermique moyen imposé à l'échelle macroscopique à travers l'échantillon. Par définition, il est fixé par le rapport entre deux paramètres d'entrée de simulation,  $\Delta T$  et  $L$ .
- $\langle H \rangle$ , la distance moyenne entre les centres de deux fibres en contact. Cette grandeur purement géométrique est extraite directement des réseaux fibreux générés, sans nécessiter de calcul thermique.
- $\langle \delta T_{ij} \rangle$ , le terme correctif moyen sur la chute de température aux contacts. Seule l'obtention de cette grandeur requiert *a priori* la résolution numérique du problème de conduction thermique dans les milieux fibreux considérés.

À partir de l'Eq. 4.40,  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  s'écrit en effet :

$$\langle \delta T_{ij} \rangle = \langle |\Delta T'_{ij}| \rangle - \langle H \rangle \left( \nabla T_z - \left\langle \frac{dT}{dz} \right\rangle \right) = \langle |\Delta T'_{ij}| \rangle - \langle |\Delta T_{ij}| \rangle. \quad (4.49)$$

Cette grandeur peut donc être évaluée numériquement comme la différence entre deux termes :

- la différence de température **réelle** moyenne au niveau des contacts  $\langle |\Delta T'_{ij}| \rangle$ , mesurée directement par simulations ;

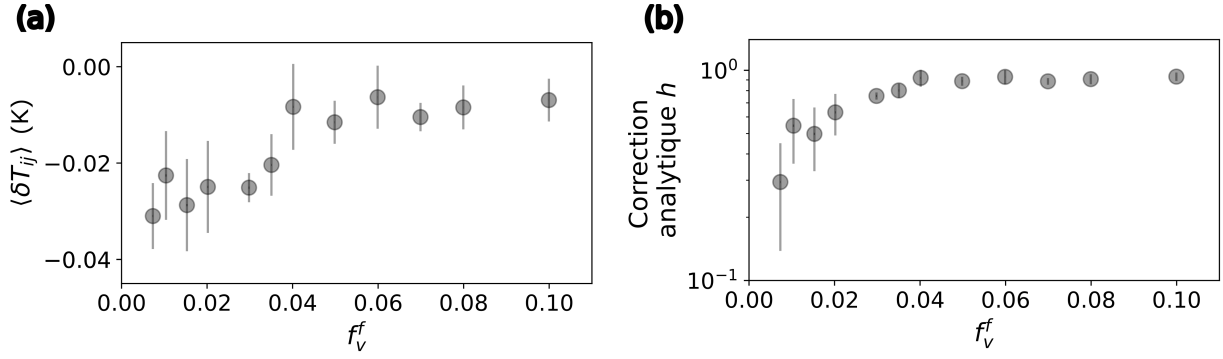


FIGURE 4.24 – (a) Terme correctif  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  estimé numériquement, et (b) correction analytique correspondante  $h$  déduite de l’Eq. 4.48, en fonction de la fraction volumique en fibres, pour des milieux fibreux caractérisés par un rapport d’aspect  $\tilde{a} = 100$  et une orientation de fibres isotrope.

— et la différence de température moyenne au niveau des contacts **prédite par le modèle initial** (cf. Eq. A.3)  $\langle |\Delta T_{ij}| \rangle$ , sans prise en compte de corrections en températures.

La Fig. 4.24(a) présente l’estimation obtenue à partir des données de simulation de  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  pour différents réseaux fibreux à rapport d’aspect fixe  $\tilde{a} = 100$  et orientation isotrope des fibres, en fonction de la fraction volumique en fibres  $f_v^f$ . La Fig. 4.24(b) montre les valeurs résultantes de  $h$  déterminées en utilisant l’Eq. 4.48.

Ces graphes indiquent que le calcul de  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  conduit à des valeurs négatives, qui tendent à augmenter et à se rapprocher de zéro lorsque  $f_v^f$  augmente. Son influence est donc marquée uniquement aux faibles fractions volumiques dans le cas étudié, ce qui se traduit par des valeurs du terme de correction  $h$  à intégrer au modèle théorique initial en tant que facteur multiplicatif qui diffèrent significativement de 1 dans ce régime. Cela semble bien correspondre au comportement de la déviation initialement observée en Fig. 4.18 entre les prédictions du modèle initial et les résultats de simulation.

Des calculs complémentaires effectués sur quelques milieux à rapport d’aspect  $\tilde{a}$  variable, pour une fraction volumique  $f_v^f$  constante, indiquent que  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  et  $h$  semblent également diminuer lorsque  $\tilde{a}$  diminue. Ces résultats suggèrent que ces grandeurs deviennent significatives en régime de faible connectivité, **et confirment la pertinence de l’approche théorique proposée pour expliquer analytiquement la déviation caractéristique observée dans ce régime.**

Le terme  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  a initialement été introduit afin de prendre en compte l’écart au gradient moyen des profils de température le long des fibres. Une interprétation physique complémentaire, cohérente avec son importance accrue aux faibles connectivités, est qu’il traduit **l’influence des corrélations entre les températures des fibres en contact** [230]. En effet, dans les réseaux peu connectés, la structure est hétérogène et se compose de clusters de fibres présentant des températures proches, comme illustré précédemment par la Fig. 4.21. Les fibres en contact étant spatialement proches, elles sont plus susceptibles d’appartenir au même cluster. Dans ce cas, la chute de température réelle au contact,  $|\Delta T'_{ij}|$ , est faible et, en particulier, inférieure à celle prédite par le modèle initial fondé uniquement sur des grandeurs moyennes à l’échelle du réseau,  $|\Delta T_{ij}|$ . Ainsi, en moyenne,

$$\langle \delta T_{ij} \rangle = \langle |\Delta T'_{ij}| \rangle - \langle |\Delta T_{ij}| \rangle \leq 0,$$

ce qui peut être interprété comme la conséquence directe d’une probabilité plus importante de contacts au sein d’un même cluster, induisant l’existence de corrélations entre les températures des fibres connectées.

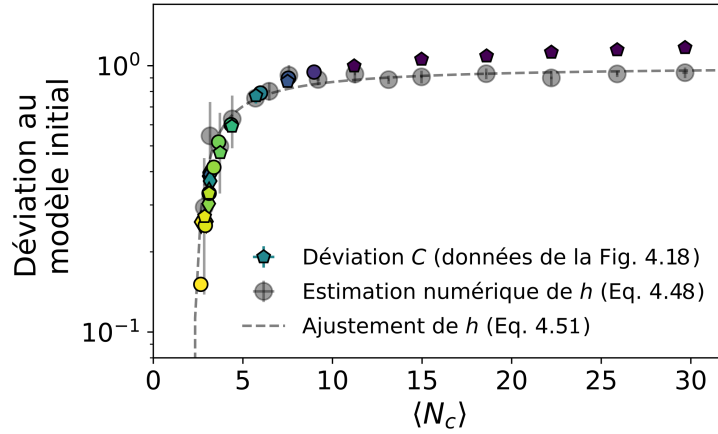


FIGURE 4.25 – Évolution de la déviation  $C$  entre les données numériques et la prédiction du modèle théorique initial en fonction du nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  (marqueurs colorés) : les données correspondent à l'ensemble des résultats de la Fig. 4.18, avec le même code couleur, complétées par quelques points supplémentaires pour  $\tilde{a} = 100$  et une fraction volumique élevée ( $0.10 \leq f_v^f \leq 0.16$ ). Les marqueurs gris indiquent l'estimation de la correction analytique  $h$  proposée, calculée à partir de  $\langle \delta T_{ij} \rangle$  (cf. Eq. 4.48), et la courbe en pointillés représente le meilleur ajustement de ces données par la fonction donnée par l'Eq. 4.51.

#### 4.4 Évaluation globale du modèle prédictif proposé

Après avoir établi ci-dessus une première indication de la pertinence du modèle proposé, nous cherchons désormais à le généraliser et à en tester la validité. Pour ce faire, une comparaison est établie entre les valeurs du terme correctif  $h$  calculé numériquement à partir de  $\langle \delta T_{ij} \rangle$ , et la déviation  $C$  entre les résultats numériques et le modèle initial, telle qu'observée en Fig. 4.18 : cette comparaison est directement possible étant donné que  $C$  et  $h$  se présentent tous deux sous la forme d'un facteur multiplicatif au modèle initial.

##### 4.4.1 Validation de la correction et analyse en fonction du nombre moyen de contacts par fibre

L'ensemble des résultats établis en section 4.2 ayant mis en évidence l'influence significative de la connectivité des milieux fibreux sur leurs propriétés thermiques, nous choisissons de réaliser cette comparaison **en fonction du nombre moyen de contacts par fibre**  $\langle N_c \rangle$ , identifié précédemment comme un indicateur pertinent du degré de connectivité du réseau : cette mise en parallèle de la déviation  $C$  et de la correction  $h$  est illustrée en Fig. 4.25. Pour construire ce graphique, l'ensemble des données présentées en Fig. 4.18 est considéré, couvrant une plage relativement large de variations d'orientation, de rapport d'aspect et de fraction volumique des fibres, complété par quelques points supplémentaires correspondant à des fractions volumiques  $f_v^f$  élevées.

L'**évolution unique** de  $C$  avec  $\langle N_c \rangle$ , indépendante des valeurs individuelles des paramètres morphologiques  $f_v^f$ ,  $\tilde{a}$ , et  $\langle \theta \rangle$ , confirme que **l'ampleur de la déviation observée est principalement déterminée par la connectivité des réseaux de fibres**. Les points correspondant à des variations d'orientation dans la plage d'angles polaires moyens  $\langle \theta \rangle \in [23^\circ; 85.5^\circ]$  se superposent presque tous sur cette représentation. Cela confirme que, dans cet intervalle, l'orientation des fibres n'a pas d'influence notable sur la déviation, **que les fibres soient préférentiellement disposées dans le plan perpendiculaire au flux de chaleur, préférentiellement alignées avec ce flux, ou orientées de manière isotrope**.

De plus, l'estimation de la correction via l'Eq. 4.48 reproduit fidèlement cette évolution, ce qui confirme que  **$h$  constitue un estimateur robuste de la déviation observée**, quelles que soient les



valeurs des paramètres morphologiques dans les plages étudiées. Un léger écart est toutefois observé pour les plus fortes connectivités, indiquant une possible surestimation dans les résultats de simulation, qui semble corrigée lorsque la valeur de  $h$  est obtenue par calcul numérique à partir de  $\langle \delta T_{ij} \rangle$ .

Cette convergence vers une courbe unique trouve sa cohérence au vu des constats précédemment établis : lorsque la connectivité augmente, les distributions de températures et de flux se rapprochent d'un comportement homogène à l'échelle du réseau. Les grandeurs moyennées, en particulier le gradient moyen de température le long d'une fibre individuelle, deviennent alors pertinentes pour décrire le système. À l'inverse, une faible connectivité réduit la représentativité statistique, du fait de l'existence de corrélations entre les températures de fibres en contact, mises en évidence dans la section précédente. Ces corrélations conduisent à une diminution de la conductivité solide effective. Par ailleurs, la Fig. 4.20 a mis en évidence que certaines grandeurs dérivées de ces distributions thermiques mentionnées, comme la fraction conductrice ou le coefficient de variation de la température des fibres dans une section, semblaient déjà suivre une évolution quasi-unique avec  $\langle N_c \rangle$ .

L'obtention de cette évolution unique signifie également que la déviation, ou de manière équivalente la correction à apporter au modèle initial, est bien uniquement dépendante de paramètres géométriques. Cela permet *a priori* de **s'affranchir de calculs numériques de transferts thermiques** pour la calculer, ce qui est l'approche adoptée jusqu'ici pour l'estimation de  $h$  à partir de  $\langle \delta T_{ij} \rangle$ . La courbe en pointillés tracée sur la Fig. 4.25 représente le meilleur ajustement des données numériques obtenues pour  $h$  par une fonction de la forme

$$h = C_1 \frac{\langle N_c \rangle - C_2}{\langle N_c \rangle - C_3} \quad (4.50)$$

où  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont des paramètres ajustables. Le choix d'une telle fonction rationnelle est motivé par la forme de l'Eq. 4.48 : d'après le graphe, elle permet une description fidèle des résultats de calcul de  $h$ . Cet ajustement donne  $C_1 \approx C_3 \approx 1$  et  $C_2 \approx 2.18$ , confirmant que lorsque  $\langle N_c \rangle \rightarrow \infty$ , la correction  $h$  tend vers 1, ce qui revient à considérer le modèle initial. La fonction ajustée peut alors être réécrite sous la forme :

$$h = 1 - \frac{\langle N_c \rangle_c - 1}{\langle N_c \rangle - 1}. \quad (4.51)$$

Cette expression met en évidence une valeur seuil du nombre moyen de contacts par fibre,  $\langle N_c \rangle_c = C_2 = 2.18$ , qui correspond au nombre minimal de contacts par fibre permettant la formation d'un réseau conducteur à l'échelle macroscopique. Cette valeur peut être interprétée comme un seuil de percolation exprimé en termes de nombre moyen de contacts, ce qui s'avère cohérent étant donné le parallèle déjà établi en section 3 avec le cadre théorique général de la percolation. Il convient de noter que, puisque le nombre minimal de contacts nécessaires à la formation d'un réseau totalement connecté est de 2, les fibres ayant 0 ou 1 points de contact étant exclues, il était attendu que la valeur moyenne  $\langle N_c \rangle_c$  mesurée à l'échelle du réseau soit légèrement supérieure à 2.

Par ailleurs, la forme de l'Eq. 4.51 présente également une cohérence avec l'allure des profils de température illustrés en Fig. 4.22. En effet,  $\langle N_c \rangle - 1$  peut être interprété, en négligeant les points de bord, comme le nombre moyen de branches constituant une fibre, chacune présentant une chute de température linéaire fixée par sa résistance. Or, la Fig. 4.22 montrait déjà que plus le nombre de branches est faible, plus l'écart au gradient moyen calculé sur l'ensemble des fibres est important. Cette observation rejoint directement l'une des motivations ayant conduit à l'introduction d'un terme correctif dans le nouveau modèle prédictif proposé de la conductivité solide.

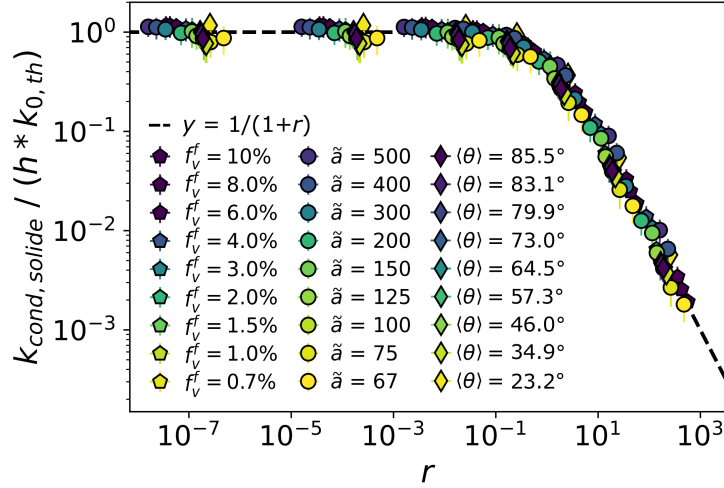


FIGURE 4.26 – Évolution de la conductivité solide simulée  $k_{cond, solide}$ , normalisée par  $k_{0,th}h$ , en fonction du paramètre sans dimension  $r$ , dépendant notamment de la résistance de contact  $R_k$  et de la conductivité intrinsèque des fibres  $k_f$ . La correction  $h$  est calculée géométriquement à partir de l'Eq. 4.51. Pour tous les réseaux étudiés, les paramètres morphologiques de référence sont  $f_v^f = 0.01$ ,  $\tilde{\alpha} = 100$  et  $\langle \theta \rangle = 57.3^\circ$ , puis sont variés individuellement : les données correspondent à celles de la Fig. 4.18. La courbe en pointillés noirs indique la prédiction attendue  $1/(1+r)$  (cf. Eq. 4.52).

#### 4.4.2 Établissement d'une courbe maîtresse de prédiction de la conductivité solide

La Fig. 4.25 ayant validé l'estimation analytique de la correction  $h$ , la forme réduite du modèle modifié proposé dans cette étude s'écrit :

$$\frac{k_{cond, solide}}{k_{0,th} h} = \frac{1}{1+r}, \quad (4.52)$$

où  $k_{0,th}$  et  $r$  sont respectivement donnés par les Eqs. 4.26 et 4.29, inchangées par rapport au modèle initial. Comme introduit dans la section précédente, le terme correctif  $h$  nouvellement introduit peut être calculé à partir des profils de température simulés par :

$$h = 1 + \frac{\langle \delta T_{ij} \rangle}{\nabla T_z \langle H \rangle}, \quad (4.48)$$

ou alternativement, de manière entièrement géométrique, en fonction du nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  :

$$h = 1 - \frac{\langle N_c \rangle_c - 1}{\langle N_c \rangle - 1}, \quad \text{avec } \langle N_c \rangle_c = 2.18. \quad (4.51)$$

De façon analogue à l'évaluation du modèle initial en Fig. 4.18, la validité de cette forme réduite est testée en représentant  $\frac{k_{cond, solide}}{k_{0,th} h}$  en fonction de  $r$ , pour l'ensemble de nos données de simulation déjà exploitées. Le résultat, illustré en Fig. 4.26 en conservant le même code couleur que sur la Fig. 4.18, confronte les données à la prédiction théorique  $\frac{1}{1+r}$ , identifiée par la courbe en pointillés noirs. Afin d'évaluer la pertinence de l'évaluation géométrique de la correction  $h$ , ce terme est calculé à partir de l'Eq. 4.51.

Sur ce graphe, l'ensemble des marqueurs correspondant aux simulations se superpose sur une **courbe maîtresse unique**, indépendamment de la fraction volumique, du rapport d'aspect ou de l'orientation moyenne des fibres. **Cette concordance met en évidence le bon accord entre les résultats numériques et le modèle théorique modifié introduit dans cette étude, y compris**

**lorsque la prédiction géométrique de la correction  $h$  est utilisée.** L'utilisation de cette Eq. 4.51 présente un intérêt majeur, car elle **rend possible l'estimation de la conductivité solide par le nouveau modèle, y compris pour des réseaux à faible densité ou à faible rapport d'aspect, à partir de seules grandeurs décrivant la morphologie des réseaux fibreux.** Comme indiqué précédemment, le calcul explicite des transferts thermiques au sein du milieu, réalisé dans ce travail par une méthode nodale, n'est alors plus nécessaire, ce qui réduit considérablement le temps de calcul, celui-ci étant alors limité à la génération numérique du milieu virtuel. Le modèle proposé acquiert ainsi un véritable caractère prédictif.

La représentation unifiée de la Fig. 4.26 confirme également que, dans les plages de paramètres étudiées,  $r$  constitue le paramètre caractéristique décrivant l'évolution de la conductivité solide lorsque la résistance de contact ou la conductivité intrinsèque des fibres varie, la correction  $h$  à introduire ne dépendant que de la morphologie du réseau.

## 4.5 Vers un modèle prédictif géométrique plus complet

Cette dernière section présente quelques travaux complémentaires réalisés autour du modèle théorique introduit, ainsi que des perspectives de développement. Nous concluons en rappelant les principales hypothèses de ce travail et en évoquant les prochaines étapes envisagées pour étendre ce modèle à des gammes plus larges de milieux fibreux.

### 4.5.1 Prédiction de la correction $h$ à partir des paramètres d'entrée de simulation

L'introduction de l'Eq. 4.51 permet de calculer la correction au modèle initial à partir de  $\langle N_c \rangle$ , directement accessible après la génération numérique des réseaux fibreux. Cette approche peut toutefois être approfondie en cherchant à prédire ce terme de manière plus directe, en reliant  $\langle N_c \rangle$  aux paramètres d'entrée de la simulation. Le cadre théorique simplifié proposé par Komori et Makishima, déjà mobilisé en section 3, offre cette possibilité [262]. L'Eq. 4.15 déjà introduite exprime la densité de contacts pour un réseau de fibres d'orientation quelconque comme :

$$\frac{n_c^f}{L^3} = \frac{16f_v^2}{\pi^2 d^3} I_K, \quad (4.15)$$

En utilisant l'expression définissant la fraction volumique en fibres

$$f_v^f = \frac{n_f^f \pi d^2 l}{4L^3}, \quad (4.53)$$

où  $n_f^f$  désigne le nombre total de fibres, on obtient :

$$\frac{n_c^f}{n_f^f} = \frac{4I_K f_v^f l}{\pi d}, \quad \text{soit} \quad \langle N_c \rangle = \frac{8I_K}{\pi} \tilde{a} f_v^f. \quad (4.54)$$

Pour un réseau isotrope en particulier,  $I_K = \pi/4$ , on a donc :

$$\langle N_c \rangle = 2\tilde{a} f_v^f. \quad (4.55)$$

La Fig. 4.27 compare les valeurs de  $\langle N_c \rangle$  prédites par cette expression 4.54 aux valeurs obtenues directement par simulation, pour l'ensemble des données initialement présentées sur les Figs. 4.18 et 4.25, à fraction volumique, rapport d'aspect, et orientation variés individuellement. Les valeurs de  $I_K$  sont déterminées par calcul numérique de la même manière que dans la section 3.2.

Aux très faibles connectivités ( $\langle N_c \rangle < 4$ ), on retrouve la sous-estimation par le modèle du nombre réel de contacts dans les réseaux générés, précédemment identifiée et discutée en section 3, attribuée à

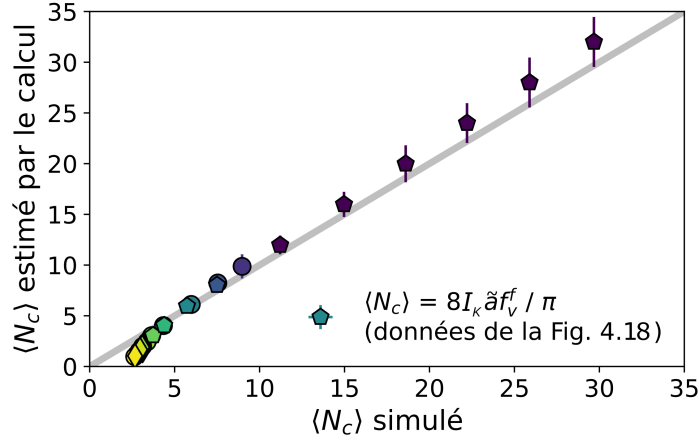


FIGURE 4.27 – Nombre moyen de contacts par fibre estimé par l’Eq. 4.54 en fonction de sa valeur obtenue par simulation, pour l’ensemble des données des Figs. 4.18 et 4.25, en conservant des marqueurs identiques. La droite grise représente l’égalité  $y = x$ .

la contrainte imposée lors de la génération consistant à supprimer les fibres présentant moins de deux contacts, et qui induit une valeur minimale de  $\langle N_c \rangle$  supérieure à 2. Un accord satisfaisant est cependant obtenu dès que  $\langle N_c \rangle > 4$ , avec un coefficient de détermination global  $r^2 \approx 0.92$ . Cela confirme que, malgré sa simplicité, le cadre théorique retenu permet de prédire correctement la connectivité des réseaux générés à partir des seuls paramètres d’entrée dans cette plage de connectivité. Par ailleurs, bien que des travaux postérieurs à l’étude initiale de Komori et Makishima aient proposé des estimations plus complexes de la densité de contacts dans les assemblages fibreux [265, 266], leur application ici n’a pas montré d’amélioration notable par rapport au modèle simplifié initial, ce qui justifie son utilisation.

Avec cette approche, l’Eq. 4.51 devient :

$$h = 1 - \frac{\langle N_c \rangle_c - 1}{\frac{8I_K}{\pi} \tilde{a} f_v^f - 1}, \quad (4.56)$$

ce qui permet d’estimer la correction  $h$  à partir des paramètres d’entrée  $\tilde{a}$  et  $f_v^f$ , des valeurs de l’intégrale  $I_K(\langle \theta \rangle)$  et de la constante  $\langle N_c \rangle_c$ , sans génération préalable du réseau. Cette étape reste cependant indispensable pour déterminer  $\langle N_z \rangle$  et  $\langle H \rangle$ , intervenant dans les termes  $k_{0,th}$  et  $r$  du modèle global. Toutefois, comme suggéré dans la Ref. [231], une évaluation statistique de ces grandeurs semble envisageable dans certains cas simplifiés. Appliquer cette méthode de calcul au type de réseaux étudiés ici serait donc une perspective intéressante pour la suite, qui permettrait de proposer un modèle prédictif ne dépendant que des paramètres d’entrée de simulation, soit uniquement des grandeurs  $l, d, f_v^f, \langle \theta \rangle, k_f, R_k$ , et  $L$ .

#### 4.5.2 Comparaison avec la correction semi-empirique de Volkov et Zhigilei

Comme déjà mentionné au chapitre 1 en section 4.2.2, Volkov et Zhigilei introduisent, dans leurs différents travaux, un *paramètre de densité*, grandeur géométrique sans dimension définie, respectivement en 2D et en 3D, par :

$$n_s = n_{f,s} l^2 \quad \text{et} \quad n_v = \frac{n_{f,v} l^2 d}{2}, \quad (4.57)$$

où  $n_{f,s}$  et  $n_{f,v}$  désignent le nombre de fibres par unité de surface ou de volume.

Cette grandeur est notamment utilisée par Volkov et Zhigilei pour formuler une correction semi-empirique, à introduire à leur modèle initial pour traiter le cas de **milieux peu denses** [229, 230, 233]. La démarche de correction étant similaire à celle menée dans cette étude, il est alors intéressant de

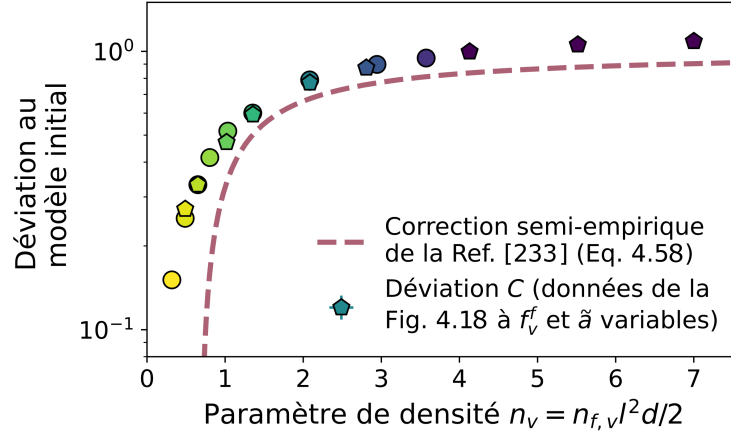


FIGURE 4.28 – Déviation  $C$  entre prédictions du modèle théorique initial et données numériques des Figs. 4.18(a) et (b), correspondant à des réseaux à  $f_v^f$  et  $\tilde{a}$  variable et à orientation isotrope fixée, en fonction du paramètre de densité  $n_v$  donné par l’Eq. 4.57. La courbe en pointillés représente le terme correctif semi-empirique déterminé dans la Ref. [233] par l’Eq. 4.58.

comparer nos données de déviation au modèle initial issues des simulations à ce terme correctif semi-empirique obtenu par ces auteurs. Ces derniers ne l’ayant caractérisé que pour des milieux fibreux **isotropes**, nous nous limitons pour la comparaison aux données issues des Figs. 4.18(a) et (b) où  $f_v^f$  et  $\tilde{a}$  varient à orientation isotrope fixée.

La Fig. 4.28 présente les valeurs de déviation  $C$  correspondant à ces données, en conservant la même mise en forme que dans la Fig. 4.18, en fonction du paramètre de densité  $n_v$  calculé directement à partir de l’Eq. 4.57. On observe à nouveau une **évolution unique de  $C$  en fonction de  $n_v$ , ce qui est en accord avec les observations faites à la fois en 2D et en 3D par Volkov et Zhigilei [230, 233]**.

Par ailleurs, comme rappelé au chapitre 1 en section 4.2.2, les corrections semi-empiriques proposées par ces auteurs à 2D et à 3D prennent, tout comme celle introduite dans cette étude, la forme d’un facteur multiplicatif appliqué au modèle initial pour décrire les milieux peu denses. En 3D en particulier, ce facteur est considéré nécessaire pour  $n_v \leq 4$  et s’écrit :

$$h_{Volkov}^{3D} = 1 - \frac{0.675}{n_v}. \quad (4.58)$$

Sa forme fractionnelle présente des similarités avec l’expression 4.51 de la correction proposée en fonction de  $\langle N_c \rangle$ , bien qu’elle ne coïncide pas exactement. Cette fonction semi-empirique est également tracée en Fig. 4.28. Nos résultats surestiment l’ampleur de la déviation par rapport à la prédiction, mais reproduisent correctement les tendances, ce qui confirme la cohérence générale de notre approche. L’écart observé pourrait provenir du fait que la correction semi-empirique, fondée sur un développement en série, ne s’applique pas pleinement aux configurations simulées ici. Par ailleurs, la limite  $n_v = 4$  proposée par Volkov et Zhigilei pour distinguer régimes denses et peu denses s’avère également relativement cohérente avec nos observations.

Dans notre méthodologie, le nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  a été retenu comme indicateur du régime de connectivité du réseau, dépendant directement du rapport d’aspect et de la fraction volumique des fibres, tout comme le paramètre  $n_v$ . Dans les Refs. [229, 233], les auteurs précisent que leur développement théorique et l’introduction de la correction semi-empirique s’appuient sur la relation  $n_v = \langle N_c \rangle / \pi$ , équivalente à la définition donnée par l’Eq. 4.57 lorsque le modèle de Komori et Makishima est utilisé. Ainsi, sous ces hypothèses,  $n_v$  et  $\langle N_c \rangle$  sont proportionnels, ce qui explique la complémentarité des deux approches.

En résumé, bien que le facteur correctif proposé diffère de l'estimation semi-empirique de Volkov et Zhigilei, les deux démarches mettent en évidence une évolution unique similaire de ce terme en fonction de  $n_v$  ou de  $\langle N_c \rangle$ , ce qui constitue un bon indicateur de validité des résultats obtenus dans cette étude. Par ailleurs, la relation mathématique reliant  $n_v$  à  $\langle N_c \rangle$  confirme la pertinence de l'utilisation de  $\langle N_c \rangle$  comme grandeur caractérisant la connectivité du réseau, et permettant de déterminer si l'application de la correction introduite est requise – dans le cas de rapports d'aspect ou de densités faibles – ou non.

### 4.5.3 Intégration de l'impact de la tortuosité des fibres

Dans toute cette étude numérique et théorique, nous avons considéré des ensembles de fibres modélisées par des segments droits de longueur donnée. Les analyses conduites dans ce chapitre concernent donc des milieux aux fibres non ou faiblement courbées, ce qui en limite le domaine d'application.

Afin d'élargir ce cadre, des travaux préliminaires ont été entrepris pour adapter la génération numérique et la résolution des transferts thermiques par méthode nodale à des réseaux de fibres présentant une certaine tortuosité. Bien que cette adaptation ne soit pas encore finalisée, elle permet d'établir des conclusions intermédiaires et de préciser les objectifs de la poursuite de cette démarche.

D'une part, la méthode de génération est modifiée tout en conservant l'utilisation de la distribution  $\beta$  pour définir les orientations des fibres. L'algorithme décrit au chapitre 1 en section 4.1.1.2, et utilisé dans les Refs. [10, 175, 195], a été implémenté en suivant les détails donnés dans la Ref. [258]. Contrairement à l'insertion séquentielle de segments droits utilisée jusqu'ici, cette méthode procède par génération point par point de chaque fibre, le pas de génération  $\delta_g$  entre deux points étant fixé comme égal au diamètre des fibres. La courbure des fibres est imposée par une distribution de von Mises–Fisher bi-variable (cf. Eq. 1.101), contrôlée par deux paramètres  $c_1$  et  $c_2$ . Ceux-ci pondèrent respectivement la fidélité à la direction principale de la fibre issue de la distribution  $\beta$ , et à la direction du segment reliant les deux points précédents dans la marche aléatoire. La détection des contacts repose ensuite sur l'identification des paires de points dont l'espacement est inférieur ou égal au diamètre des fibres.

D'autre part, le calcul des transferts thermiques conductifs dans le cas d'un réseau de fibres tortueuses peut être traité en adaptant directement la méthode nodale utilisée jusqu'ici. Comme pour le cas de fibres droites, chaque contact est modélisé par une branche de résistance de contact  $R_k$ , encadrée par deux nœuds. Les résistances internes des branches ne dépendent que de la longueur des segments considérés  $l_f$  (cf. Eq. 4.5), déterminée à partir du nombre  $n_g$  de points de génération séparant deux nœuds :  $l_f = (n_g + 1)\delta_g$ .

Un premier essai d'implémentation a été réalisé en fin de thèse. Actuellement, la génération de chaque fibre part d'un point initial aléatoire et se fait dans un seul sens, selon la direction préférentielle déterminée par la distribution  $\beta$ . Dans l'étude à fibres droites menée jusqu'ici, la génération se faisait au contraire dans les deux sens, définis par deux vecteurs opposés. Or, la génération unidirectionnelle peut réduire la longueur moyenne réelle des fibres, tronquées lorsqu'elles rencontrent les frontières supérieure ou inférieure du domaine, par rapport à un cas de génération dans les deux sens. Cela peut diminuer la conductivité solide prédite, voire modifier les probabilités de contacts, en particulier lorsque la taille du VER est relativement faible en comparaison à la longueur imposée  $l$ .

C'est pourquoi, dans une optique d'évaluation de l'impact individuel de la tortuosité imposée, nous comparons nos premiers résultats avec des fibres tortueuses à des données obtenues pour des fibres droites générées selon la même approche unidirectionnelle. Pour ces résultats préliminaires, les réseaux tortueux sont générés à partir de paramètres  $c_1 = c_2 = 10$ , conduisant à des morphologies dont un exemple est illustré en Fig. 4.29(a), avec une tortuosité moyenne  $\tilde{\tau}$ , définie comme le rapport entre la longueur réelle moyenne des fibres et la distance bout-à-bout moyenne entre leurs extrémités, d'environ  $\tilde{\tau} \simeq 1.069$ . Malgré l'aspect visiblement modifié des fibres, la Fig. 4.29(b) indique que le nombre moyen

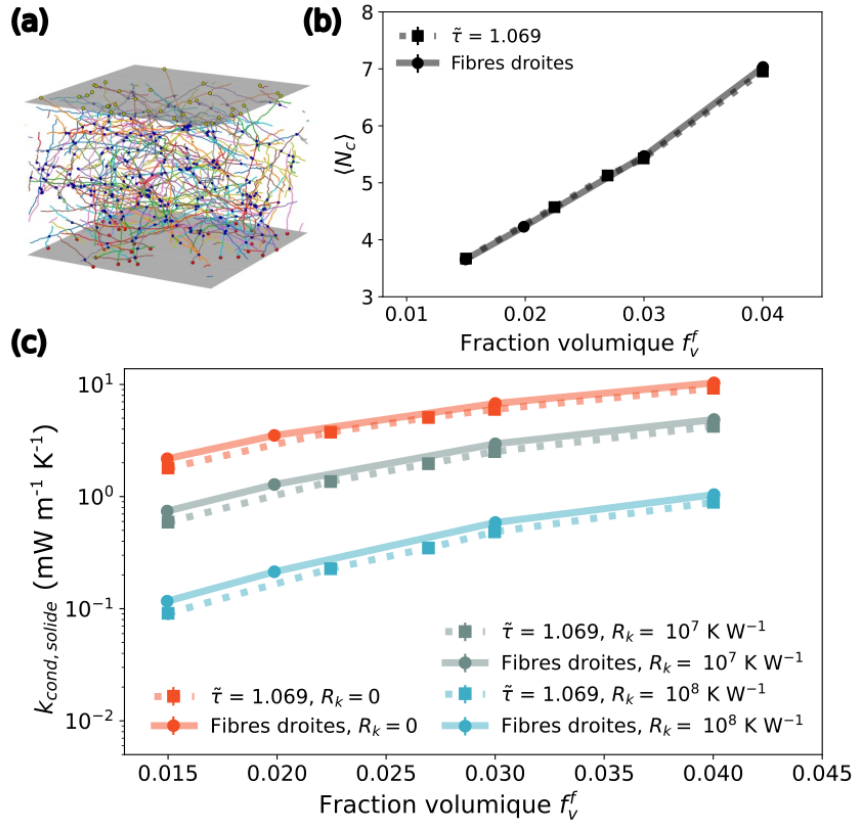


FIGURE 4.29 – (a) Illustration d’un milieu fibreux tortueux généré ( $L = 3 \text{ mm}$ ,  $l = 1 \text{ mm}$ ,  $d = 10 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\beta = 1$ ,  $f_v^f = 0.005$ ,  $c_1 = c_2 = 10$ ,  $\delta_g = 10 \text{ }\mu\text{m}$ ), avec identification des points de bords supérieurs et inférieurs et des points de contacts. (b) Nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  en fonction de la fraction volumique  $f_v^f$  pour des réseaux constitués de fibres tortueuses ( $c_1 = c_2 = 10$ , menant à  $\tilde{\tau} = 1.069$ ) et de fibres droites, générées de manière unidirectionnelle. (c) Conductivité solide simulée en fonction de  $f_v^f$  pour ces mêmes réseaux, avec une résistance de contact entre fibres  $R_k$  variable et une conductivité des fibres  $k_f = 1.3 \text{ W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ .

de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  reste inchangé.

La Fig. 4.29(c) montre que l’effet sur la conductivité solide demeure également relativement limité dans le cas étudié, avec une variation relative identifiée comprise entre 14 % et 20 %, la considération de fibres tortueuses tendant à faire diminuer  $k_{cond,solide}$ . Ce constat est en accord avec les résultats concernant des réseaux 2D présentés dans la Ref. [223]. Compte tenu du rôle prépondérant de la connectivité des fibres mis en évidence dans l’analyse théorique précédente, la faible sensibilité de  $k_{cond,solide}$  en l’introduction d’un tortuosité peut en partie s’expliquer par la stabilité de  $\langle N_c \rangle$  constatée. La variation observée est donc vraisemblablement liée à d’autres facteurs morphologiques : qualitativement, celle-ci pourrait être attribuée à une réduction du nombre de chemins de conduction, ceux-ci devenant moins directs [267].

Il semble finalement que la tortuosité introduise une diminution systématique, certes faible, de la valeur de la conductivité. Afin de consolider ces premiers résultats, il conviendrait d’approfondir cette analyse en :

- finalisant l’implémentation de la méthode de modélisation de fibres tortueuses, avec l’intégration d’une génération possible dans les deux sens à partir du point de départ de chaque fibre ;
- analysant la dépendance des autres grandeurs morphologiques intervenant dans le modèle (notamment  $\langle N_z \rangle$  et  $\langle H \rangle$ ) vis-à-vis de la tortuosité ;

- considérant des réseaux à tortuosité variable, obtenus pour différents couples de paramètres  $(c_1, c_2)$ , notamment afin d'établir précisément la correspondance entre ces couples et la valeur résultante de  $\tilde{\tau}$  ;
- examinant les corrélations éventuelles entre la tortuosité et les autres paramètres d'entrée  $(l, d, \theta, f_v^f, R_k)$ , selon une méthodologie similaire à celle développée en section 3.

Une telle étude permettrait de rationaliser l'impact de la tortuosité sur la conductivité solide dans une large gamme de réseaux fibreux, et pourrait conduire à une adaptation du modèle théorique proposé ici aux cas de fibres tortueuses, élargissant considérablement son cadre d'application.

#### 4.5.4 Autres perspectives

Un axe d'approfondissement supplémentaire concernant les approches numériques et théoriques développées consisterait à expliquer l'origine de la surestimation de la déviation  $C$  observée en Fig. 4.25 aux connectivités importantes. Pour  $\langle N_c \rangle > 20$ , cette déviation dépasse 1, ce qui signifie que la conductivité solide simulée  $k_{cond,solide}$  excède la valeur théorique maximale  $k_{0,th}$  calculée à partir de l'Eq. 4.26.

Une première hypothèse, attribuant cette surestimation à la différence entre la longueur effective des fibres et la longueur imposée  $l$ , liée à leur coupure aux bords du domaine de simulation, a été testée. Toutefois, la réduction de cet écart à la longueur imposée, possible en considérant un domaine de calcul élargi, n'a pas montré d'effet significatif. L'origine de cette surestimation reste donc à clarifier, ouvrant la voie à des investigations complémentaires pour améliorer les prédictions numériques données.

Par ailleurs, notre étude théorique s'est limitée à des réseaux dont les paramètres d'entrée, à l'exception de l'orientation des fibres, étaient fixés à des valeurs constantes. Nous avons démontré dans cette étude que l'angle moyen des fibres semble avoir peu d'influence sur la connectivité du réseau, et que son effet sur la conductivité solide ne présente pas de corrélation apparente avec celui de la résistance de contact. En revanche, les autres paramètres morphologiques,  $l$ ,  $d$  et  $f_v^f$ , présentent un effet plus complexe. Il serait donc pertinent d'évaluer l'accord avec le modèle théorique lorsque des hétérogénéités de longueur, de diamètre et de densité de fibres sont introduites dans les réseaux fibreux. En particulier, il s'agirait de déterminer si la valeur moyenne de ces paramètres suffit à décrire correctement ces grandeurs dans le modèle, ou si la validité de ce dernier est compromise dans de tels cas.

## 5 Conclusion

Ce chapitre a présenté l'approche numérique et théorique développée pour caractériser la conduction thermique dans la phase solide de milieux fibreux 3D virtuels, en intégrant explicitement l'effet des résistances de contact entre fibres. Les méthodes de génération géométrique et de simulation nodale, préalablement validées sur des cas de référence, ont permis d'analyser avec précision, sur des volumes élémentaires représentatifs et pour des temps de calcul réduits, l'impact conjoint des paramètres morphologiques et de la résistance de contact. Une étude paramétrique a notamment montré que l'influence des contacts sur la conductivité solide est étroitement liée aux dimensions des fibres et à leur fraction volumique, constats pour lesquels des interprétations qualitatives ont été proposées.

Les résultats numériques obtenus ont ensuite été confrontés au modèle théorique développé par Zhao et al. [231] et Volkov et Zhigilei [230, 233]. Cette étude comparative, menée de façon systématique sur un large éventail de paramètres morphologiques et de résistances de contact, inclut également l'étude de systèmes anisotropes présentant des orientations préférentielles, distinction majeure par rapport aux travaux existants dans la littérature. Nos résultats ont mis en évidence la nécessité d'introduire une correction à ce modèle théorique dans le cas de milieux à faible densité ou faible rapport d'aspect des fibres. Nous avons formalisé cette correction en tenant compte des corrélations de température entre fibres en contact, liées à la réduction de la représentativité des grandeurs statistiques dans ces



---

cas. Nous avons montré que cette correction dépend de manière unique du nombre moyen de contacts par fibre, paramètre clé caractérisant la connectivité des réseaux, indépendamment des grandeurs morphologiques liées aux fibres. Une forme simplifiée de ce modèle a alors été proposée afin de prédire le terme correctif à partir de ce seul paramètre, sans recours à des simulations thermiques.

La prise en compte de cette correction a conduit à l'obtention d'une courbe maîtresse décrivant l'évolution de la conductivité solide, en excellent accord avec les simulations numériques, validant le cadre théorique proposé. Ce modèle complet fournit donc un outil prédictif robuste, reposant uniquement sur des grandeurs géométriques, accessibles à partir de réseaux virtuels générés numériquement, ou bien de reconstructions expérimentales (par exemple issues de la  $\mu$ CT). Ces travaux contribuent à affiner la compréhension des mécanismes de conduction thermique à l'échelle microscopique dans les milieux fibreux, en soulignant le rôle des paramètres morphologiques et des propriétés thermiques, comme les résistances de contact entre fibres, sur la conductivité solide finale. Ils constituent donc une avancée significative pour l'évaluation des performances thermiques des matériaux fibreux.

Les perspectives ouvertes par ce travail incluent la généralisation de l'étude à des réseaux de fibres tortueuses, ainsi que l'approfondissement du modèle théorique prédictif afin de permettre une évaluation plus directe de la conductivité solide. Au-delà de ces pistes déjà mentionnées, le développement majeur envisagé concerne l'**analyse de milieux représentatifs de matériaux d'isolation fibreux réels**, tels que la laine de verre, en cohérence avec les objectifs industriels de cette étude. Pour cela, le modèle théorique proposé aux paramètres ajustables peut d'abord être exploité. Pour aller plus loin, comme mentionné précédemment, cette approche pourrait également s'appuyer sur la prise en compte d'hétérogénéités morphologiques, l'intégration de valeurs réalistes de résistances de contact entre fibres, ou encore la considération d'un éventuel liant au niveau des contacts, en exploitant la flexibilité de la méthode numérique introduite. Cette démarche d'application des méthodes de modélisation développées dans ce travail à la laine de verre fera l'objet du prochain et dernier chapitre, avec une attention particulière portée à ces différents aspects.

# Chapitre 5

## Application à la laine de verre : vers une évaluation réaliste des propriétés conductrices du matériau en lien avec sa microstructure

### Contenu et objectifs

Ce dernier chapitre de perspectives est consacré à **l'application concrète** des travaux expérimentaux et de modélisation présentés dans les chapitres antérieurs au cas industriel qui motive cette étude : la **laine de verre**, établissant un lien entre ces deux approches qui ont structuré ce projet de thèse. L'objectif est d'apporter des éléments de réponse à la problématique initiale, centrée sur l'amélioration de l'estimation des propriétés conductrices du matériau et l'identification de potentiels leviers d'optimisation de ses performances thermiques. Cette démarche passe par une prise en compte de l'impact de l'ensemble des paramètres pouvant influencer la conduction solide, en particulier les résistances de contact entre fibres. Une partie préliminaire s'attache à reprendre le modèle **théorique** de calcul de la conductivité solide développé au chapitre précédent et à en démontrer **l'intérêt dans le cas de la laine de verre**, à partir de valeurs de paramètres d'entrée fixes choisies de façon représentative, **en comparaison avec les outils de prédiction actuellement utilisés** dans le contexte industriel. Cependant, les matériaux réels étant intrinsèquement hétérogènes, il apparaît plus pertinent de considérer des **distributions** de paramètres plutôt que des valeurs fixes. Une autre dimension essentielle réside dans l'intégration de **valeurs de résistances de contact représentatives de systèmes réels**. Les résultats du chapitre 3, qui ont montré la dépendance de ces résistances vis-à-vis des paramètres morphologiques, peuvent fournir une base solide à cette démarche. Enfin, la **prise en compte de la présence d'un liant**, qu'il s'agisse de son effet sur la résistance de contact ou de son rôle potentiel dans la connectivité des milieu fibreux, constitue également un point déterminant pour une évaluation de la conductivité solide représentative d'échantillons réels. Au regard de ces trois aspects, l'adaptation de la méthode **numérique** développée apparaît à ce stade comme l'approche la plus pertinente pour affiner les estimations, les modèles théoriques ne permettant pas encore d'intégrer des paramètres d'une telle complexité. Cette adaptation, ainsi que les résultats préliminaires associés, constituent une **première évaluation réaliste de l'influence des contacts sur les performances thermiques des matériaux d'isolation**, et font l'objet de la seconde et principale partie de ce chapitre.

---

## Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Intérêt et portée du modèle théorique appliqué à la laine de verre . . . . .</b>	<b>218</b>
1.1	Régime de connectivité de la laine de verre . . . . .	218
1.2	Évaluation du modèle corrigé appliqué à la laine de verre et comparaison à la relation semi-empirique améliorée . . . . .	219
<b>2</b>	<b>Adaptation numérique pour une modélisation réaliste basée sur des données expérimentales</b>	<b>222</b>
2.1	Démarche de modification de la génération de milieux virtuels fibreux pour une meilleure représentativité de la laine de verre . . . . .	222
2.2	Première évaluation de l'influence des contacts sur les performances thermiques . . . . .	228
<b>3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>233</b>

---

## 1 Intérêt et portée du modèle théorique appliqué à la laine de verre

Comme mentionné dans les chapitres précédents, la microstructure de la laine de verre peut être caractérisée à l'aide de différentes techniques expérimentales, telles que l'OCT, la MEB ou encore le  $\mu$ CT. Ces approches fournissent des données permettant d'estimer les principaux paramètres morphologiques gouvernant la structure du milieu fibreux (voir section 1.1 du chapitre 1, et Refs. [11, 12, 170, 268]) :

- le diamètre moyen des fibres est d'environ  $d_{l\bar{d}v} \approx 10 \mu\text{m}$  (cf. Fig. 1.3) ;
- leur longueur est en moyenne de l'ordre de  $l_{l\bar{d}v} \sim 1 \text{ mm}$  (cf. Fig. 1.4), soit un rapport d'aspect moyen  $\tilde{a}_{l\bar{d}v} = l_{l\bar{d}v}/d_{l\bar{d}v} \approx 100$  ;
- la fraction volumique en fibres est faible, généralement comprise entre 0.3 et 4.5 % ;
- la tortuosité des fibres est proche de  $\tilde{\tau}_{l\bar{d}v} = 1$ , ce qui indique qu'elles sont très peu courbées ;
- les fibres sont préférentiellement orientées dans le plan perpendiculaire à la direction du flux thermique en conditions usuelles, avec une distribution isotrope dans ce plan. L'angle moyen formé par les fibres avec la direction du flux thermique est estimé, à partir de données tomographiques, à environ  $\langle \theta \rangle_{l\bar{d}v} \approx 80^\circ$ . Cette estimation reste toutefois approximative et associée à une incertitude d'au moins  $\pm 5^\circ$ , la tomographie ne permettant d'accéder qu'à des angles projetés sur l'une des faces de l'échantillon, sans mesure directe de l'angle réel  $\theta$  de chaque fibre.

Ces observations rendent possible l'application du modèle théorique présenté au chapitre précédent, basé sur les travaux de Volkov et Zhigilei et de Zhao et al. [231, 229, 230], qui considère un réseau de fibres droites, donc de tortuosité  $\tilde{\tau} = 1$ . Les paramètres  $l_{l\bar{d}v}$ ,  $d_{l\bar{d}v}$ ,  $\langle \theta \rangle_{l\bar{d}v}$  et  $f_v^f$  sont alors utilisés en tant que paramètres d'entrée. La détermination du régime de connectivité correspondant à la laine de verre constitue une première étape primordiale, afin d'évaluer si l'utilisation du modèle corrigé introduit, pertinent dans les cas de faibles rapports d'aspect ou de faibles densités de fibres, est nécessaire dans ce contexte.

### 1.1 Régime de connectivité de la laine de verre

La relation 4.54 introduite précédemment, issue du cadre théorique de Komori et Makishima [262], permet d'estimer le nombre moyen de contacts par fibre correspondant théoriquement à la laine de verre, à partir des valeurs moyennes présentées ci-dessus. Adaptée aux notations retenues dans ce travail, elle s'écrit :

$$\langle N_c \rangle = \frac{8I_K}{\pi} \tilde{a}_{l\bar{d}v} f_v^f. \quad (5.1)$$

Pour un angle moyen  $\langle \theta \rangle = 80^\circ$ , l'intégrale  $I_K$  vaut environ 0.67. Avec  $\tilde{a}_{l\bar{d}v} = 100$  et  $f_v^f \leq 0.045$ , on obtient un nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle \leq 7.6$ . La Fig. 4.25 montre que cette valeur correspond à un régime de faible connectivité, dans lequel la correction  $h$  introduite précédemment peut devenir significative et doit donc être prise en compte.

De manière plus quantitative, on peut évaluer l'erreur relative sur la prédiction de la conductivité solide associée à l'utilisation du modèle initial, en comparaison avec la version corrigée intégrant  $h$  à partir des Eqs. 4.28 et 4.52 par :

$$\varepsilon_{rel}^p = \frac{k_{0,th} \frac{1}{1+r} (1-h)}{k_{0,th} \frac{1}{1+r} h} = \frac{1}{h} - 1 = \frac{1}{\frac{\langle N_c \rangle - 1}{\langle N_c \rangle_c - 1} - 1} \quad (5.2)$$

Dans la configuration  $\langle N_c \rangle \leq 7.6$ , se limitant aux fractions volumiques usuelles des matelas de laine de verre, l'utilisation du modèle sans correction conduit à une erreur relative  $\varepsilon_{rel}^p \geq 0.21$ . Cette valeur d'erreur minimale, déjà significative, souligne **l'intérêt de l'utilisation du modèle corrigé proposé au chapitre précédent pour une prédiction plus fiable de la conductivité solide de la laine de verre.**

## 1.2 Évaluation du modèle corrigé appliqué à la laine de verre et comparaison à la relation semi-empirique améliorée

L'utilisation de ce modèle peut alors être confrontée à la relation classiquement utilisée dans le contexte industriel pour estimer les différentes contributions à la conductivité thermique de la laine de verre. Il s'agit de la relation semi-empirique améliorée, déterminée dans les années 1990, et introduite dans le chapitre 1 en section 1.2.4.4. Elle donne l'évolution de la conductivité effective totale du matériau en fonction de sa masse volumique  $\rho$  et de la température  $T$ , cette grandeur étant définie comme la somme des contributions de la conduction dans la phase gazeuse, de la conduction dans la phase solide et du rayonnement, conformément à l'approximation additive employée pour les matériaux peu denses (cf. Eq. 1.26) [20] :

$$\begin{aligned} k_{eff}(\rho, T) &= k_{cond,gaz} + k_{cond,solide} + k_{rad} \\ &= 0.2572 T^{0.81} + 0.0527 \rho^{0.91} (1 + 0.0013 T) + \frac{4\sigma T^3 e}{\left(\frac{2}{\epsilon} - 1\right) + \beta^m \rho e}. \end{aligned} \quad (1.37)$$

où  $e$  est l'épaisseur du matériau,  $\epsilon$  son émissivité de surface et  $\beta^m$  le coefficient d'extinction spécifique moyen. Puisque cette relation a été déterminée à partir de mesures expérimentales de conductivité effective pour des isolants fibreux réels, son utilisation pour une comparaison à nos données revient ainsi, de manière indirecte, à une démarche de validation par l'expérience des simulations.

Nous nous intéressons ici à l'estimation donnée par cette relation de la conductivité solide, soit :

$$k_{cond,solide} = 0.0527 \rho^{0.91} (1 + 0.0013 T). \quad (5.3)$$

Cette prédiction est tracée en fonction de la masse volumique en Fig. 5.1, pour une température de référence  $T = 283$  K, notamment utilisée pour la certification de la conductivité thermique des matériaux d'isolation en Europe. Elle est comparée sur ce graphe au résultat de l'évaluation de  $k_{cond,solide}$  par notre modèle de prédiction introduit dans le chapitre 4, en utilisant sa version totalement géométrique, c'est-à-dire donnée par :

$$k_{cond,solide} = k_{0,th} \left(1 - \frac{\langle N_c \rangle_c - 1}{\langle N_c \rangle - 1}\right) \frac{1}{1+r} \quad \text{où} \quad \langle N_c \rangle_c = 2.18, \quad (5.4)$$

avec

$$k_{0,th} = \frac{1}{4} \pi d^2 k_f \langle N_z \rangle \langle |\cos \theta| \rangle, \quad (4.26)$$

et

$$r = \frac{2 \langle |\cos \theta| \rangle l}{\text{Bi} \langle H \rangle \langle N_c \rangle} = \frac{R_k \langle |\cos \theta| \rangle k_f \pi d^2}{2 \langle H \rangle \langle N_c \rangle}. \quad (4.29)$$

Dans ces expressions, le diamètre et la longueur des fibres,  $d$  et  $l$ , sont fixés à leurs valeurs moyennes estimées dans la laine de verre, soit  $d_{l\bar{d}v} = 10$   $\mu\text{m}$  et  $l_{l\bar{d}v} = 1$  mm, et la conductivité thermique des fibres est prise égale à celle du verre :  $k_f = k_{verre} = 1.3$  W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>. La résistance de contact  $R_k$ , intégrée comme une valeur moyenne fixe, constitue à première vue une inconnue du modèle en raison de la complexité de cette grandeur dans les milieux réels, liée à la morphologie des contacts et à la présence éventuelle de liant. En première approche, on peut considérer une plage de valeurs comprises entre 0 – représentant des contacts fusionnés entre fibres, présents dans le matériau réel lorsque celles-ci entrent en contact durant le procédé de fabrication avant refroidissement – et  $10^7$  K W<sup>-1</sup>. Le choix de cette borne supérieure repose sur les ordres de grandeur de résistance de contact typiques extrapolés pour des fibres de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre obtenus expérimentalement en l'absence de liant (cf. chapitre 3), ainsi que sur les estimations précédemment rapportées dans la littérature [9, 113, 155]. Les courbes issues du modèle sont alors représentées sous forme d'intervalles de confiance sur la Fig. 5.1.

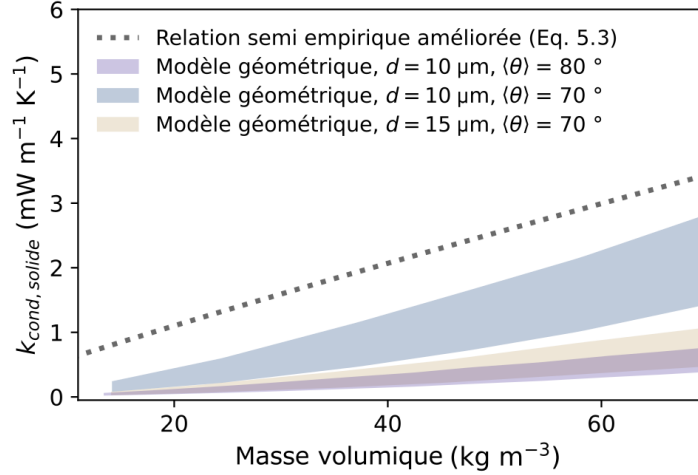


FIGURE 5.1 – Évolution de la conductivité solide de la laine de verre estimée par la relation semi-empirique améliorée à  $T = 283$  K (Eq. 5.3) en fonction de la masse volumique, comparée aux prédictions du modèle avec correction de faible connectivité présenté au chapitre 4 (Eq. 5.4). Trois configurations morphologiques sont considérées pour ce dernier modèle : ( $d = 10$  µm,  $\langle\theta\rangle \approx 80^\circ$ ), ( $d = 10$  µm,  $\langle\theta\rangle \approx 70^\circ$ ) et ( $d = 15$  µm,  $\langle\theta\rangle \approx 70^\circ$ ). Les autres paramètres sont fixés à  $l = 1$  mm et  $k_f = 1.3$  W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>, et la largeur des courbes illustre l'intervalle de confiance correspondant à la variation de la résistance de contact  $R_k$  entre 0 et  $10^7$  K W<sup>-1</sup>.

Pour notre modèle donné par l'Eq. 5.4, la dépendance en la densité du milieu est contenue dans les paramètres  $\langle N_c \rangle$ ,  $\langle N_z \rangle$  et  $\langle H \rangle$ . En pratique, des réseaux fibreux virtuels sont générés pour différentes fractions volumiques  $f_v^f$  comprises entre 0.3 et 4.5 %, afin d'extraire les valeurs correspondantes de ces grandeurs géométriques, ainsi que celle de  $\langle |\cos\theta| \rangle$ . Les autres paramètres morphologiques sont fixés à  $l = l_{\bar{d}v} = 1$  mm,  $d = d_{\bar{d}v} = 10$  µm, et  $\langle\theta\rangle \approx 80^\circ$ , angle moyen obtenu avec  $\beta = 8$  (cf. Fig. 4.2). La taille  $L$  du domaine est choisie de manière à atteindre un VER pour chaque configuration, conformément à la démarche présentée en section 2.2.2 du chapitre 4. Enfin, la conversion entre la fraction volumique en fibres  $f_v^f$  et la masse volumique du matériau  $\rho$  est assurée par la relation :

$$\rho = \rho_{verre} f_v^f + \rho_{liant} f_{v,liant} + \rho_{air} (1 - f_v^f - f_{v,liant}) \quad (5.5)$$

où  $\rho_{verre} = 2200$  kg m<sup>-3</sup> est la masse volumique du verre massif,  $\rho_{air} = 1.3$  kg m<sup>-3</sup> celle de l'air, et  $\rho_{liant} \approx 1400$  kg m<sup>-3</sup> celle du liant présent dans le matériau (cf. chapitre 1, section 1.1). On estime qu'il représente environ  $f_{v,sol,liant} \approx 10$  % du volume solide total, soit une fraction volumique correspondante  $f_{v,liant}$  donnée par :

$$f_{v,liant} = \frac{f_v^f}{1/f_{v,sol,liant} - 1} \approx 0.11 f_v^f \quad (5.6)$$

Le fait que la majeure partie du volume solide de la laine de verre soit constituée de fibres justifie que l'on considère un effet négligeable du liant sur la géométrie du réseau **en première approximation**, l'extension spatiale de fibres à rapport d'aspect  $\bar{a}_{\bar{d}v} \approx 100$  dominant largement celle des gouttes de liant. En revanche, sa contribution ne peut être ignorée dans le calcul de la densité équivalente des échantillons représentés, d'où les expressions introduites ci-dessus.

Sur la Fig. 5.1, on observe que notre modèle, appliqué au cas de référence avec les valeurs de paramètres d'entrée  $d = 10$  µm et  $\langle\theta\rangle \approx 80^\circ$  données ci-dessus, tend à sous-estimer la conductivité solide par rapport aux prédictions issues de la relation semi-empirique.

Une explication possible de l'écart observé réside dans une potentielle différence entre les paramètres

morphologiques moyens considérés dans notre modèle et ceux caractérisant les matériaux réels auxquels s'applique la relation semi-empirique. En effet, comme déjà souligné au chapitre 1, l'influence des paramètres structuraux du matériau, comme l'orientation ou les dimensions des fibres, est intégrée de façon implicite et couplée dans les coefficients numériques de l'Eq. 5.3. Ces effets restent difficiles à quantifier, mais l'impact d'une variation de la microstructure du matériau peut être évalué à l'aide du modèle développé dans cette étude, puisqu'il dépend explicitement de paramètres morphologiques ajustables. La Fig. 5.1 illustre ainsi également l'évolution de  $k_{cond,solide}$  prédite par ce modèle pour deux configurations voisines de celle de référence : l'une avec  $d = 10 \mu\text{m}$  et  $\langle\theta\rangle \approx 70^\circ$ , l'autre avec  $d = 15 \mu\text{m}$  et  $\langle\theta\rangle \approx 70^\circ$ . Ces variations, bien que relativement peu marquées, entraînent un impact visible sur la courbe de prédiction de conductivité solide. D'autre part, rappelons que si la longueur des fibres est estimée dans ces simulations de l'ordre de  $l \sim 1 \text{ mm}$ , sa valeur moyenne exacte dans les matériaux réels n'est pas connue avec précision, ce qui pourrait également être à l'origine d'une partie du biais observé.

Cela suggère que des différences de microstructure pourraient effectivement expliquer l'écart entre les deux modèles. Les optimisations morphologiques conduites sur la laine de verre depuis l'établissement de la relation semi-empirique, il y a plus de 30 ans, visant à optimiser ses performances et donc à réduire sa conductivité thermique, entraînent très vraisemblablement un biais de ses prédictions par rapport aux performances réelles des matériaux produits actuellement. Ce constat souligne la **pertinence d'intégrer explicitement les paramètres de microstructure de la laine de verre dans les modèles prédictifs**, afin d'affiner leur usage comme levier d'optimisation des performances thermiques.

En raison de cette incertitude concernant la correspondance des microstructures comparées, il demeure difficile d'évaluer avec précision la performance de notre modèle théorique pour la prédiction de la conductivité solide de la laine de verre à partir de cette comparaison proposée. Toutefois, la similarité des évolutions obtenues en fonction de la masse volumique constitue déjà un **premier indicateur de validité à l'échelle des ordres de grandeur**.

Par ailleurs, on peut noter à partir de la forme de l'Eq. 4.29 que l'ensemble des caractéristiques géométriques des fibres interviennent dans la grandeur adimensionnée  $r$  gouvernant l'évolution de la conductivité solide. Cette grandeur peut être interprétée comme un nombre de Biot modifié par ces paramètres morphologiques du milieu. En particulier, la longueur moyenne des fibres considérée  $l$ , et le nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$ , y apparaissent. Toutefois, dans l'expression complètement développée de  $r$ , la longueur des fibres n'intervient plus de façon explicite, son influence étant incorporée dans les grandeurs  $\langle H \rangle$  et  $\langle N_c \rangle$ . On ne met donc pas en évidence ici une dépendance directe en la longueur moyenne entre deux contacts, de l'ordre de  $l/\langle N_c \rangle$  – grandeur pourtant centrale dans les modèles mécaniques des milieux fibreux [269] – mais plutôt une influence conjointe de la longueur totale des fibres **et** du nombre de contacts. Ce constat constitue un **élément de distinction essentiel entre les approches thermiques et mécaniques appliquées à ce même type de milieu**.

Au-delà des valeurs des paramètres morphologiques, un autre facteur peut également expliquer la sous-estimation de  $k_{cond,solide}$  par notre modèle. La présence de liant, ignorée dans ce cadre théorique, pourrait en effet jouer un rôle non négligeable, en assurant des contacts entre fibres qui, sans lui, ne seraient pas connectées. Le liant conduit donc vraisemblablement à une augmentation de la connectivité, susceptible d'amplifier la conductivité solide.

Par ailleurs, rappelons que les résultats expérimentaux présentés au chapitre 3 ont mis en évidence un écart d'un facteur 5 entre les résistances de contact avec et sans liant, un effet qui n'a pas été pris en compte dans cette approche. La proportion de contacts impliquant du liant pourrait donc constituer un paramètre déterminant dans l'évaluation de l'impact global des résistances de contact. Le modèle théorique, dans sa forme actuelle, ne permet pas d'intégrer de tels effets complexes. C'est pourquoi,

afin de prendre en compte de manière plus réaliste l'existence de liant aux contacts, nous proposons d'adapter l'approche numérique introduite au chapitre précédent. Cette démarche permet également d'inclure des distributions pour les paramètres morphologiques, de manière à refléter l'hétérogénéité réelle des matériaux, et d'exploiter l'ensemble des résultats expérimentaux établissant le lien entre résistance de contact et paramètres morphologiques, tels que détaillés dans le chapitre 3.

## 2 Adaptation numérique pour une modélisation réaliste basée sur des données expérimentales

Dans cette seconde partie, nous détaillons d'abord les ajustements apportés à la génération numérique des réseaux fibreux visant à produire des milieux virtuels reproduisant au mieux les caractéristiques des échantillons réels de laine de verre, puis nous discutons et interprétons les résultats de simulation obtenus.

### 2.1 Démarche de modification de la génération de milieux virtuels fibreux pour une meilleure représentativité de la laine de verre

#### 2.1.1 Intégration de distributions pour les paramètres d'entrée morphologiques

Comme montré au chapitre 1, les caractéristiques géométriques des fibres constituant les matelas de laine de verre présentent une certaine variabilité. Dans les résultats numériques du chapitre précédent, seule une distribution d'orientations avait été prise en compte. Le modèle peut toutefois être enrichi afin de mieux représenter la diversité géométrique des échantillons réels.

Étant donné la faible tortuosité rapportée pour les fibres de laine de verre, la génération de segments droits reste pertinente. Cette approche est ici généralisée en tirant aléatoirement la longueur  $l$  et le diamètre  $d$  de chaque fibre à partir de fonctions de densité de probabilité. Celles-ci sont établies à partir de données expérimentales représentatives, issues de mesures sur des échantillons réels. Les distributions de diamètres et de longueurs données dans les Figs. 1.3 et 1.4 précédemment introduites, provenant des Refs. [11, 12], sont ici utilisées comme références pour définir ces lois statistiques.

Pour le diamètre des fibres, la Ref. [11] suggère l'utilisation d'une loi log-normale pour modéliser la distribution expérimentale mesurée sur des échantillons réels. La densité de probabilité d'une variable aléatoire  $X$  suivant ce type de loi s'écrit :

$$f_X(x) = \frac{1}{x \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (5.7)$$

où  $\mu$  et  $\sigma$  sont respectivement l'espérance et l'écart type de  $\ln X$ .

Les données relevées sur plusieurs échantillons dans la Ref. [11] (cf. Fig. 1.3(b)) indiquent une moyenne géométrique des diamètres comprise entre 3 et 7  $\mu\text{m}$ . Sur cette base, nous adoptons dans cette étude une loi log-normale caractérisée par  $\mu = 1.9$  et  $\sigma = 0.46$ , de valeur la plus probable donnée par  $\exp(\mu - \sigma^2) \approx 5 \mu\text{m}$ . La densité de probabilité ainsi définie, et une distribution virtuelle typique de diamètres obtenue, sont représentées en Fig. 5.2(a).

Pour la longueur des fibres, les données expérimentales disponibles sont plus limitées, en raison de la difficulté à mesurer ce paramètre sans altération des fibres. La Fig. 1.4, issue de la Ref. [12], fournit néanmoins une indication de l'allure typique de la distribution caractérisant des échantillons réels. Celle-ci apparaît de nouveau compatible, dans sa forme, avec une modélisation par une loi log-normale. Ce type de loi est donc retenu pour modéliser également les distributions de longueurs de fibres, avec les paramètres  $\mu = 1.2$  et  $\sigma = 2.9$ . Afin d'éviter l'apparition de fibres trop courtes, la distribution est en pratique décalée de +0.2 mm. Un exemple d'histogramme de longueurs obtenu est



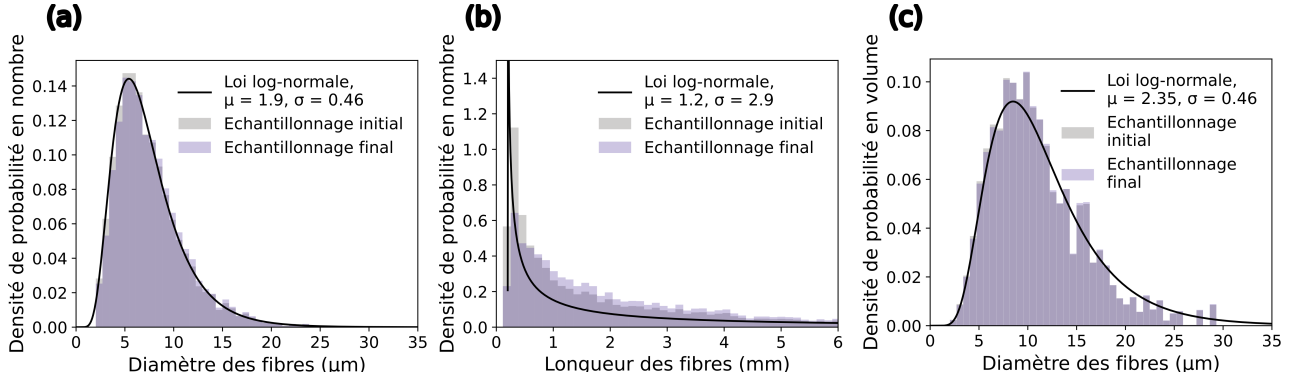


FIGURE 5.2 – Distributions des dimensions des fibres générées numériquement dans un milieu virtuel caractérisé par  $f_v^f = 0.025$ ,  $L = 3$  mm,  $\beta = 8$  ( $\langle\theta\rangle = 79.9^\circ$ ), et tracé des densités de probabilité utilisées pour la génération : (a) distribution des diamètres  $d$  en nombre, (b) distribution des longueurs  $l$  en nombre, et (c) distribution des diamètres  $d$  pondérée en volume. Chaque panneau compare les distributions initiales et finales, respectivement obtenues après génération et après suppression des fibres non connectées.

représenté en Fig. 5.2(b).

Il est important de préciser que ces distributions correspondent à un comptage en nombre d’objets : elles constituent donc la base adéquate pour l’assignation d’un diamètre et d’une longueur à chaque fibre générée. Toutefois, dans la suite de la démarche de construction du réseau fibreux, le diamètre intervient également dans le critère de détection des contacts (cf. chapitre 4, section 2.1.2). Dans ce cadre, la notion de probabilité d’occupation de l’espace devient déterminante pour décrire la géométrie des interactions, les fibres les plus longues et de plus grand diamètre étant statistiquement plus susceptibles d’entrer en contact. Afin de mieux représenter ces effets, il est alors pertinent de considérer une distribution de diamètres pondérée par le volume fibreux, prenant en compte l’hétérogénéité des longueurs introduite. La transformation correspondante appliquée à la distribution de la Fig. 5.2(a) est présentée en Fig. 5.2(c). Dans ce cas, la moyenne volumique des diamètres s’exprime comme :

$$\langle d \rangle_{vol} = \frac{\sum_i d_i d_i^2 l_i}{\sum_i d_i^2 l_i}, \quad (5.8)$$

et prend, dans l’exemple étudié, une valeur d’environ 11  $\mu\text{m}$ . On retrouve bien la valeur moyenne typique du diamètre des fibres dans la laine de verre déjà mentionnée et adoptée dans le paragraphe précédent, ce qui confirme que cette estimation résulte d’une pondération en volume, permettant de tenir compte des effets stériques liés aux dimensions des fibres. On observe en outre que la distribution en volume peut, elle aussi, être décrite par une loi log-normale, moyennant un ajustement du paramètre  $\mu$ .

Enfin, il est essentiel de vérifier que les distributions ne sont pas significativement modifiées après suppression des fibres non connectées, cet aspect ayant déjà été abordé dans le chapitre précédent. Les volumes de simulation sont donc choisis, pour chaque ensemble de paramètres, de façon à limiter cet effet. La Fig. 5.2 illustre à titre d’exemple, pour chaque distribution virtuelle représentée, les versions avant et après suppression, qui apparaissent globalement proches. On note cependant que les fibres les plus courtes sont systématiquement éliminées du milieu. Cette observation ne constitue pas une limitation majeure : il est en effet cohérent que de telles fibres ne participent pas au réseau de conduction thermique, leur faible taille les rendant peu susceptibles de générer des contacts, même dans un volume significatif. Inversement, un écart négligeable peut être constaté entre l’échantillonnage initial et final pour la distribution des diamètres dans le cas de la pondération en volume, ce qui peut être attribué

au fait que celle-ci réduit l'influence des fibres courtes non connectées en leur attribuant un poids plus faible.

### 2.1.2 Intégration des résultats expérimentaux de mesure de résistance de contact

La suite de la démarche consiste à adapter l'hypothèse d'une résistance de contact fixe, en introduisant explicitement la dépendance de cette grandeur en les paramètres morphologiques du contact, mise en évidence dans le chapitre 3. Nous rappelons ici les conclusions expérimentales principales obtenues dans ce chapitre, **pour les propriétés thermiques du verre et du liant considéré** :

- Dans le cas de contacts directs verre-verre, la résistance de contact suit une loi de variation  $R_k = 13.83 d_f^{-1}$  (Eq. 3.18), où  $d_f$  est le diamètre moyen des fibres de verre étudiées, compris entre 70 et 400  $\mu\text{m}$ . L'extrapolation de cette relation à des diamètres de l'ordre de  $d_{l\bar{d}v} \approx 10 \mu\text{m}$  fournit des valeurs cohérentes avec les ordres de grandeur rapportés dans d'autres études, par des approches expérimentales différentes. Cela constitue un argument en faveur de la validité de cette loi pour les diamètres considérés dans cette étude numérique. Le vieillissement du verre semble par ailleurs réduire la résistance de contact.
- La résistance de contact mesurée est peu sensible à des hétérogénéités de diamètre des fibres correspondant à une variation typique de l'ordre du diamètre moyen. Dans ces conditions, l'Eq. 3.18 peut être appliquée en considérant comme diamètre caractéristique soit la moyenne arithmétique, soit la moyenne géométrique des diamètres des fibres en contact, sans qu'une différence significative n'en résulte. D'après l'allure de la Fig. 5.2(c), la majorité des fibres dans les milieux générés dans cette étude numérique présentent un diamètre compris entre 5 et 10  $\mu\text{m}$ , soit dans une plage de largeur de l'ordre de  $d_{l\bar{d}v}$ , ce qui établit un parallèle avec les configurations expérimentales étudiées.
- En présence de liant, une dépendance similaire est obtenue :  $R_k = 2.82 d_f^{-1}$  (Eq. 3.27). La résistance de contact est donc réduite d'un facteur d'environ 5 par rapport au cas verre-verre.
- L'influence de l'espacement inter-fibres au sein d'une goutte de liant, de la taille de la goutte, et de la présence de défauts locaux dans la goutte s'est révélée négligeable ou de second ordre devant l'impact observé du diamètre des fibres en contact.
- L'influence de l'angle d'intersection entre fibres n'a pas encore fait l'objet d'études expérimentales systématiques, que ce soit en l'absence ou en présence de liant, l'ensemble des résultats correspondant à des fibres croisées perpendiculairement. Des données préliminaires indiquent toutefois que la résistance de contact  $R_k$  pourrait diminuer lorsque cet angle varie.

Ces résultats principaux sont intégrés dans la construction des réseaux fibreux virtuels, afin de rapprocher le modèle numérique des matériaux réels. En l'absence de données quantitatives suffisantes sur l'ampleur du phénomène de vieillissement du verre dans les échantillons réels, seuls les cas de fibres neuves sont retenus comme référence dans cette étude. L'approximation de fibres croisées perpendiculairement est également adoptée. Il convient donc de garder à l'esprit que certaines résistances de contact pourraient être ainsi surestimées.

Dans la pratique, deux types de contacts sont distingués : sans liant et avec liant. La résistance de contact associée est décrite respectivement par les relations suivantes :

$$R_k = 13.83 \left( \frac{d_1 + d_2}{2} \right)^{-1} \quad \text{pour les contacts verre-verre,} \quad (5.9)$$

et

$$R_k = 2.82 \left( \frac{d_1 + d_2}{2} \right)^{-1} \quad \text{pour les contacts avec liant,} \quad (5.10)$$

où  $d_1$  et  $d_2$  désignent les diamètres des deux fibres en contact. La moyenne arithmétique des diamètres

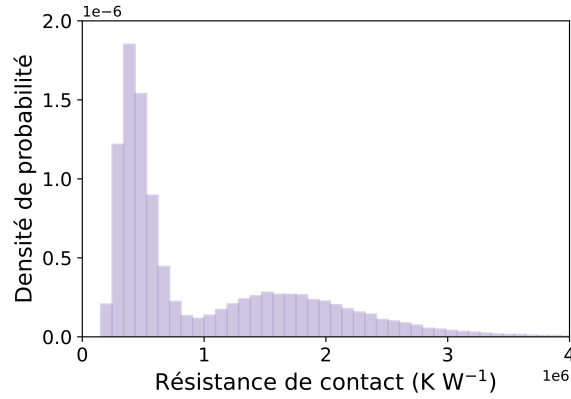


FIGURE 5.3 – Exemple de distribution des résistances de contact  $R_k$  imposée dans un milieu virtuel caractérisé par une proportion de contacts avec liant parmi l'ensemble  $p_{c,liant} = 0.61$ , et par les paramètres  $f_v^f = 0.025$ ,  $L = 3$  mm et  $\beta = 8$  ( $\langle \theta \rangle = 79.9^\circ$ ). Les dimensions des fibres sont fixées à partir des distributions présentées en Fig. 5.2.

est retenue comme paramètre caractéristique, tandis que l'influence des autres paramètres morphologiques au contact est négligée, conformément aux observations expérimentales.

Compte tenu de la distribution des diamètres introduite dans la section précédente, cette approche conduit naturellement à une distribution induite de résistances de contact, dépendante de la proportion choisie de contacts avec liant parmi l'ensemble des contacts, notée  $p_{c,liant}$ . Un exemple de cette distribution est présenté en Fig. 5.3. La méthode adoptée pour fixer cette proportion est détaillée dans la section suivante.

### 2.1.3 Intégration de la présence géométrique de gouttes de liant

La proportion de contacts comportant du liant parmi l'ensemble des jonctions entre fibres  $p_{c,liant}$  n'est pas connue à ce jour pour la laine de verre. Cette incertitude s'explique par la difficulté à caractériser expérimentalement l'ensemble des zones de liant existantes dans les échantillons réels, en particulier lorsqu'elles sont de très petite taille, ainsi que par la nécessité de disposer d'un nombre suffisant de données pour établir des statistiques représentatives.

En revanche, une information plus accessible concerne la quantité globale de liant présente dans les matelas de laine de verre : il a été indiqué précédemment que la fraction du volume solide total correspondant au liant  $f_{v_{sol},liant}$  est estimée de l'ordre de 10 %. Cette grandeur est généralement quantifiée par la méthode de "loss of ignition", qui consiste à mesurer la perte de masse liée à l'inflammation du matériau à une température d'environ 500 °C. Dans ces conditions, seule la fraction organique correspondant au liant est éliminée, la masse des fibres de verre restant inchangée. Il convient toutefois de noter que puisque cette valeur  $f_{v_{sol},liant} \approx 10\%$  résulte d'une caractérisation expérimentale effectuée sur des échantillons réels, elle est principalement représentative des masses volumiques les plus courantes des matelas de laine de verre, inférieures à 40 kg m<sup>-3</sup>.

Une approche **effective** peut être adoptée en considérant un diamètre **moyen** de goutte de liant  $d_{g,eff}$ , appliqué à l'ensemble des  $n_{c,liant}^f = p_{c,liant}n_c^f$  contacts associés à la présence de liant, où  $n_c^f$  est le nombre total de contacts. Le volume de ces gouttes est intégré au volume solide total, en complément de celui des fibres générées, de sorte que  $f_{v_{sol},liant}$  s'exprime comme :

$$f_{v_{sol},liant} = \frac{p_{c,liant}n_c^f \frac{\pi d_{g,eff}^3}{6}}{p_{c,liant}n_c^f \frac{\pi d_{g,eff}^3}{6} + f_v^f L^3}. \quad (5.11)$$

Les gouttes de liant sont ici supposées sphériques et de diamètre uniforme  $d_{g,eff}$ . Cette grandeur ne correspond pas directement à un diamètre mesurable par imagerie sur échantillons réels, puisqu'elle ne prend pas en compte l'éventuelle augmentation de diamètre apparent lorsqu'une goutte englobe des fibres ; elle représente plutôt le diamètre moyen des amas de liant avant leur interaction avec les fibres, tel que caractérisant les gouttes projetées au cours du procédé industriel. L'Eq. 5.11 rend *a priori* possible une résolution analytique par inversion pour obtenir les valeurs  $(p_{c,liant}, d_{g,eff})$  respectant  $f_{v_{sol},liant} \approx 10\%$ , l'ensemble des solutions correspondant à une courbe hyperbolique dans l'espace des paramètres.

Cependant, un second effet du liant doit être pris en compte : il s'agit de son influence sur la connectivité du réseau. Dans les études menées jusqu'ici à diamètre de fibres fixé  $d$ , le seuil de détection des contacts était défini comme  $d_{seuil} = d$ , c'est-à-dire qu'un contact était identifié dès qu'un recouvrement partiel entre fibres était détecté. L'introduction de gouttes de liant caractérisées par  $d_{g,eff}$ , représentant leur diamètre moyen avant qu'elles soient projetées sur les fibres, conduit à un nouveau critère : deux fibres peuvent désormais être reliées même si elles ne se touchent pas directement, pourvu que leur distance soit inférieure à  $d_{g,eff}$ . On adopte donc un seuil unique  $d_{seuil} = d_{g,eff}$ . Cette modification augmente le nombre total de contacts  $n_c^f$  et modifie la structure du réseau connecté. Une génération spécifique doit ainsi être effectuée pour chaque valeur de  $d_{g,eff}$ , afin de déterminer  $n_c^f$  par simulation. Dans ce cas, la relation 5.11 n'admet plus de solution analytique explicite ; une recherche paramétrique est alors réalisée en balayant les couples  $(p_{c,liant}, d_{g,eff})$ , et en retenant ceux qui satisfont la contrainte  $f_{v_{sol},liant} \approx 10\%$ .

En pratique, les valeurs possibles de  $p_{c,liant}$  sont encadrées par une considération supplémentaire. Parmi les  $n_c^f$  contacts détectés, on distingue :

- les contacts dont la distance de séparation  $d_s$  excède le diamètre moyen des deux fibres  $d_m = (d_1 + d_2)/2$ . Ceux-ci ne peuvent exister qu'en présence de liant, auquel cas une goutte de diamètre  $d_{g,eff}$  leur est associée. Le cas où ces contacts représentent les seuls emplacements possibles pour la présence de liant définit une **borne inférieure** de  $p_{c,liant}$ . Pour les distributions de paramètres d'entrées considérées, celle-ci vaut en pratique  $p_{c,liant_{min}} = 0.61$ .
- les autres contacts, caractérisés par  $d_s < d_m$ . Ils correspondent à des interpénétrations partielles assimilées à des juxtapositions entre deux fibres. Cette situation de contact se produit donc déjà en l'absence de liant. Néanmoins, afin de représenter plus fidèlement les échantillons réels, issus d'un procédé industriel dans lequel le liant est projeté sur l'ensemble du matelas fibreux, nous considérons qu'une fraction de ces jonctions peut également être associée à la présence d'une goutte de liant, ce qui conduirait à une diminution de leur résistance de contact. La fraction correspondante, notée  $p_{c,liant}^{d_s < d_m}$ , est le paramètre qui est ajusté entre 0 et 1, ce qui permet de faire varier  $p_{c,liant}$ .

En pratique, les réseaux étudiés sont générés pour des fractions volumiques en fibres  $f_v^f$  comprises entre 0.5 et 3 %, correspondant à des masses volumiques  $\rho$  de matériau, calculées via les relations 5.5 et 5.6, comprises entre 15 et 80 kg m<sup>-3</sup>. Les quatre configurations retenues, définies par les valeurs de  $p_{c,liant}$  (issues d'un choix initial de  $p_{c,liant}^{d_s < d_m}$  compris entre 0 et 1) et du seuil  $d_{seuil} = d_{g,eff}$  fixé sont récapitulées dans le tableau 5.1. L'évolution de  $f_{v_{sol},liant}$  en fonction de la masse volumique  $\rho$  pour ces configurations est illustrée en Fig. 5.4.

Nos résultats mettent en évidence une augmentation de  $f_{v_{sol},liant}$  avec la masse volumique  $\rho$ . En cohérence avec le cadre d'application retenu, où la condition  $f_{v_{sol},liant} \approx 10\%$  est considérée représentative pour des masses volumiques inférieures à 40 kg m<sup>-3</sup>, l'ensemble des cas étudiés a été sélectionné de manière à respecter cet ordre de grandeur dans cette plage de densités. La Fig. 5.4 illustre donc que les configurations choisies représentent un ensemble de situations plausibles dans le matériau réel, restant compatibles avec les données expérimentales disponibles. On observe dans tous les cas que le

$p_{c,liant}^{d_s < d_m}$	$p_{c,liant}$	$d_{seuil} = d_{g,eff}$ ( $\mu\text{m}$ )
0	0.61	19.0
1/3	0.72	18.0
2/3	0.85	17.3
1	1	16.2

TABLE 5.1 – Paramètres associés aux quatre configurations considérées, basées sur différentes fractions de contacts avec liant.

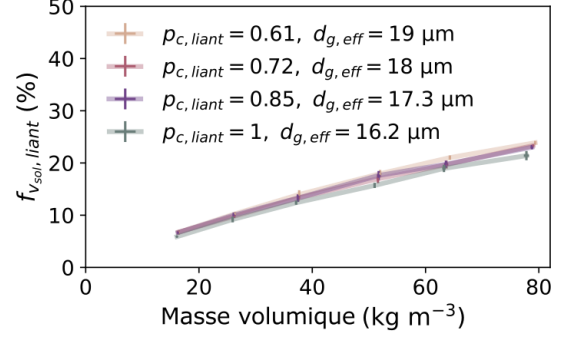


FIGURE 5.4 – Fraction volumique solide de liant  $f_{v_{sol},liant}$  obtenue par l'Eq. 5.11 pour des milieux générés suivant les configurations du tableau 5.1, en fonction de la masse volumique  $\rho$ .

diamètre seuil  $d_{seuil} = d_{g,eff}$  se situe entre 16 et 19  $\mu\text{m}$ , soit une valeur supérieure au diamètre moyen pondéré en volume des fibres, estimé à 11  $\mu\text{m}$ . Ce résultat est cohérent avec l'idée que la présence de liant favorise l'établissement de contacts entre des fibres plus éloignées que dans le cas sans liant. On note en particulier que pour respecter la condition donnée sur  $f_{v_{sol},liant}$ , le cas de la proportion minimale de contacts avec liant identifiée  $p_{c,liant_{min}} = 0.61$  impose la plus grande taille de goutte effective  $d_{g,eff_{max}} = 19 \mu\text{m}$ .

La démarche proposée est qualifiée d'effective, dans la mesure où elle repose sur l'hypothèse d'une taille de goutte unique, utilisée à la fois pour la détection de l'ensemble des contacts entre fibres et pour la fixation des proportions de contacts avec ou sans liant. La variabilité réelle des tailles de gouttes observée dans la laine de verre, illustrée par la Fig. 1.21, et le fait qu'elles n'atteignent pas nécessairement toutes les fibres, ne sont donc pas considérés.

Une seconde limitation provient du fait que, dans le calcul de  $f_{v_{sol},liant}$ , l'ensemble du liant est supposé localisé aux contacts entre fibres. Or, en pratique, une fraction peut également se trouver sur des fibres isolées, notamment sous forme de gaines, et n'a alors pas d'effet sur le transport thermique conductif. Cette hypothèse peut conduire à une surestimation du nombre de contacts associés au liant, et par conséquent de son influence sur la résistance de contact  $R_k$ . L'étude présentée considère donc le cas d'un impact maximal du liant sur les transferts thermiques aux jonctions entre fibres. Par ailleurs, comme rappelé en section 1.3.4 du chapitre 1, les observations par microscopie d'échantillons réels de laine de verre indiquent des tailles moyennes de goutte de l'ordre de 50  $\mu\text{m}$ . En tenant compte du fait que ces gouttes ne concernent pas exclusivement des contacts, et qu'une partie de leur volume apparent est occupée par les fibres englobées, cet ordre de grandeur apparaît compatible, en première approximation, avec les seuils déterminés dans notre approche numérique effective.

La présentation des estimations de la conductivité solide  $k_{cond,solide}$  dans les réseaux générés selon la démarche décrite ci-dessus, ainsi que dans des cas de référence utilisés pour comparaison, font l'objet de la section suivante. Comme au chapitre 4, les résultats sont obtenus en moyennant les valeurs numériques sur  $N = 5$  réalisations, les erreurs relatives étant évaluées à partir de la loi de Student, suivant l'approche développée en section 2.2.1 de ce chapitre. Toutefois, la présence de distributions pour la définition de la longueur et du diamètre des fibres, et l'introduction de paramètres supplémentaires liés au rôle du liant entraînent une variabilité plus élevée que pour les résultats précédemment présentés. En conséquence, le critère de précision retenu pour déterminer notamment le VER d'étude est abaissé à  $\varepsilon_{rel} \leq 10\%$ ,  $\varepsilon_{rel}$  désignant l'erreur relative sur la conductivité solide finale à  $R_k = 0$ .

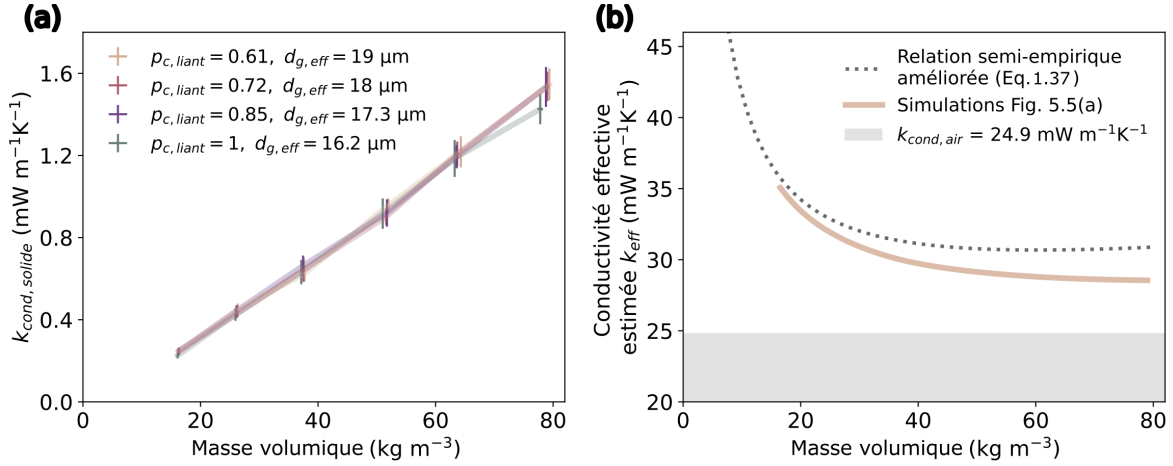


FIGURE 5.5 – (a) Évolution de la conductivité solide simulée pour les quatre configurations d’essai décrites en section 2.1 représentant des milieux fibreux avec hétérogénéités morphologiques, en fonction de leur masse volumique estimée  $\rho$ . (b) Conductivité effective totale  $k_{eff}$  correspondante en fonction de  $\rho$ , déduite des résultats du panneau (a) et des Eqs. 5.12 et 5.13, et comparaison avec les résultats de la relation semi-empirique améliorée (Eq. 1.37). La contribution constante de la conduction gazeuse  $k_{cond,gaz}$  est indiquée en gris.

## 2.2 Première évaluation de l’influence des contacts sur les performances thermiques

### 2.2.1 Analyse des configurations d’essai de proportions de liant

L’évolution de la conductivité solide  $k_{cond,solide}$  en fonction de la masse volumique estimée  $\rho$ , pour les quatre cas décrits ci-dessus, est représentée en Fig. 5.5(a). Aucune différence significative n’est observée entre ces cas, l’ensemble des résultats pouvant être décrit par une courbe unique, aux incertitudes de simulation près. Cela montre que **les quatre configurations sont équivalentes vis-à-vis des transferts conductifs dans la phase solide**.

On peut alors s’intéresser à la conductivité effective totale  $k_{eff}$  résultante, qui caractériserait les propriétés et performances thermiques finales du matériau modélisé. Il s’agit, comme mentionné précédemment, de la somme des contributions de conduction dans la phase solide, de conduction dans la phase gazeuse, et du rayonnement :  $k_{eff} = k_{cond,solide} + k_{cond,gaz} + k_{rad}$ . Pour ce calcul, la conductivité solide est relevée sur la Fig. 5.5(a), et les deux autres contributions sont estimées comme suit :

- La contribution radiative est évaluée à l’aide de l’approximation de Schuster–Schwarzschild, suivant la même formulation que celle employée dans la relation semi-empirique améliorée déjà utilisée en section 1.2 (cf. Eq. 1.37) :

$$k_{rad} = \frac{4\sigma T^3 e}{\left(\frac{2}{\epsilon} - 1\right) + \beta^m \rho e}, \quad (5.12)$$

où  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  est la constante de Stefan–Boltzmann,  $e$  l’épaisseur de l’échantillon,  $\epsilon$  son émissivité de surface et  $\beta^m$  le coefficient d’extinction spécifique moyen. Conformément aux valeurs usuelles pour la laine de verre données dans la Ref. [20], les paramètres adoptés sont  $\beta^m \approx 30 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$ ,  $e \approx 100 \text{ mm}$  et  $\epsilon \approx 0.9$ . La température est prise égale à sa valeur de référence  $T = 283 \text{ K}$ .

- La conduction gazeuse est supposée constante à cette température :

$$k_{cond,gaz} = 24.901 \text{ mW m}^{-1}\text{K}^{-1}. \quad (5.13)$$

La Fig. 5.5(b) présente les valeurs de  $k_{eff}$  obtenues pour les masses volumiques étudiées, comparées aux résultats issus de la relation semi-empirique améliorée. Comme déjà mentionné en début de ce chapitre, cette démarche peut être assimilée à une validation expérimentale indirecte. La valeur constante de  $k_{cond,gaz}$  est également indiquée sur la figure afin de situer son impact relativement aux contributions variables  $k_{cond,solide}$  et  $k_{rad}$ . Une nouvelle fois, les résultats de simulation tendent globalement à sous-estimer ceux du modèle semi-empirique, bien que les ordres de grandeur restent comparables. L'incertitude concernant la correspondance des microstructures étudiées, déjà mentionnée en section 1.2, reste une des limites de cette comparaison.

Il est cependant important de souligner que, pour toutes les masses volumiques considérées,  $k_{cond,solide}$  reste faible et ne dépasse pas 5 % de la conductivité effective totale. La conductivité radiative domine la conductivité solide, ce qui rend  $k_{eff}$  plus sensible à des variations des paramètres utilisés dans l'évaluation de cette contribution  $k_{rad}$  (notamment  $\beta^m$ , ici fixé à une valeur moyenne) qu'à la valeur exacte de  $k_{cond,solide}$ . Par conséquent, **l'évaluation du modèle ne peut dépasser une validation en ordre de grandeur de la contribution solide.**

Le fait que la conductivité solide suive une évolution unique, indépendante des proportions de contacts avec liant retenues, constitue un résultat non trivial compte tenu des variations imposées dans la morphologie des réseaux. La section suivante explore des pistes d'interprétation de ce constat.

### 2.2.2 Influence de la modification de connectivité du milieu par le liant

Afin de mieux comprendre les résultats obtenus, nous étudions **l'impact isolé de la modification du seuil de détection des contacts par l'introduction d'une taille de goutte effective**  $d_{g,eff}$  sur les propriétés conductives des réseaux générés. L'objectif est d'évaluer spécifiquement l'effet de l'augmentation du nombre de contacts induite par la considération de la présence de gouttes de liant, indépendamment des modifications induites sur les résistances de contact. Deux cas limites sont considérés pour la génération des réseaux virtuels :

- **Cas 1** : le seuil de détection des contacts est fixé, pour chaque couple de fibres, à la valeur de leur diamètre moyen  $d_m = (d_1 + d_2)/2$ . Ce choix représente une situation où tous les contacts entre fibres sont déterminés en l'absence de liant.
- **Cas 2** : le seuil est fixé à la valeur maximale de la taille de goutte effective introduite définie ci-dessus, soit  $d_{g,eff,max} = 19 \mu\text{m}$ .

Dans ces deux configurations, la résistance thermique associée à chaque contact est supposée proportionnelle au diamètre moyen  $d_m$  des deux fibres concernées, conformément à nos observations expérimentales. Cependant, contrairement à l'approche précédente distinguant les contacts "avec liant" et "sans liant", un même coefficient de proportionnalité est appliqué ici à l'ensemble des contacts. La variation de ce coefficient permet d'ajuster la valeur moyenne de la résistance de contact  $\langle R_k \rangle$  calculée sur l'ensemble du milieu. Cela permet de mener une étude paramétrique sur cette grandeur, tout en introduisant une distribution en lien avec celle des diamètres de fibres. On tient ainsi compte de la taille des fibres dans la définition des résistances de contact, ce qui peut influencer l'organisation des chemins de conduction. Cette intégration de l'impact de la distribution des diamètres garantit une meilleure représentativité des matériaux réels, par rapport à un cas de résistance de contact constante, et donc une comparaison plus pertinente aux cas simulés en section précédente.

La Fig. 5.6(a) présente l'évolution de la conductivité solide  $k_{cond,solide}$  obtenue dans ces conditions, pour les deux cas limites, en fonction de la masse volumique estimée du matériau, toujours calculée selon la relation 5.5. Les résultats mettent en évidence un effet significatif du seuil de détection sur  $k_{cond,solide}$  :

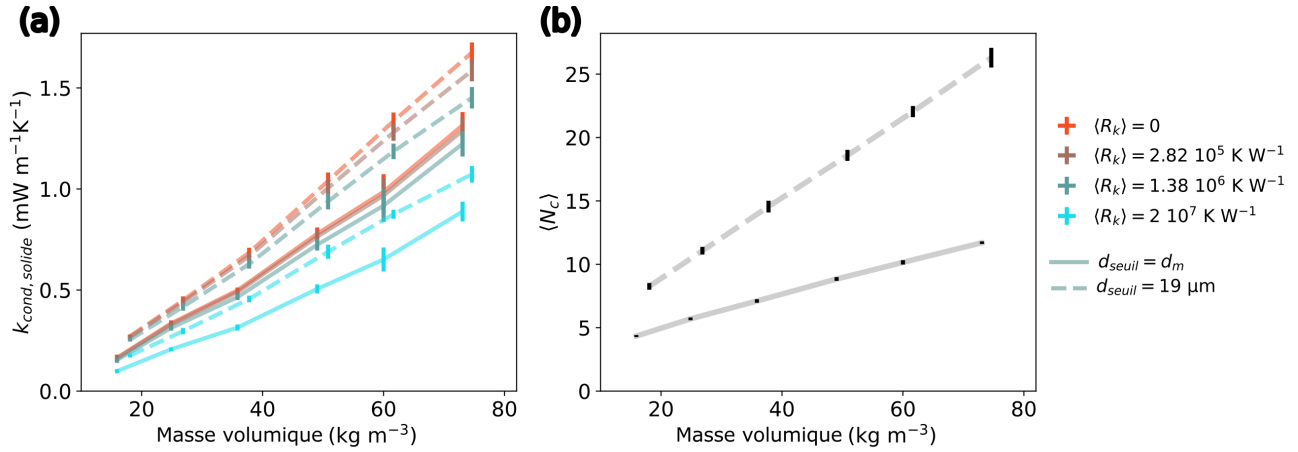


FIGURE 5.6 – (a) Évolution de la conductivité solide  $k_{cond,solide}$  pour des milieux fibreux avec hétérogénéités morphologiques en fonction de la masse volumique estimée  $\rho$  pour différentes valeurs moyennes de résistance de contact  $\langle R_k \rangle$ , comparant deux configurations limites de détection des contacts : l’une avec un seuil fixé à  $d_{seuil} = d_m$  et l’autre avec un seuil fixé à  $d_{seuil} = 19 \mu\text{m}$ . (b) Nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  correspondant à ces deux configurations en fonction de  $\rho$ .

une hausse de ce seuil se traduit par une élévation systématique de la conductivité solide. Le passage de  $d_{seuil} = d_m$  à  $d_{seuil} = 19 \mu\text{m}$  conduit à une augmentation de  $k_{cond,solide}$  d’un facteur d’environ 1.4, valeur qui demeure sensiblement constante sur l’ensemble de la plage de masses volumiques étudiée et quelle que soit la résistance de contact moyenne. Cette évolution peut être directement liée à un renforcement de la connectivité des réseaux, ce que confirme la Fig. 5.6(b) : le nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$  est approximativement doublé entre les cas  $d_{seuil} = d_m$  et  $d_{g,eff,max} = 19 \mu\text{m}$ , et sa croissance avec la densité apparaît également plus marquée lorsque le seuil est plus élevé.

Ces observations mettent en évidence que l’accroissement de la connectivité induit par l’introduction de gouttes de liant de taille moyenne effective exerce un effet notable sur la conductivité solide, à résistances de contact équivalentes. En replaçant ce résultat dans le cadre de la section précédente – où les quatre configurations testées produisaient des évolutions très proches de  $k_{cond,solide}$  – il apparaît alors que **cet impact est entièrement compensé dans ces cas par la réduction de  $p_{c,liant}$  associée**, imposée afin de conserver une fraction volumique de liant  $f_{v,sol,liant}$  cohérente avec les données expérimentales disponibles. Cette contrainte se traduit par une proportion plus importante de contacts considérés comme "verre-verre", donc associés à des résistances de contact plus élevées. La quasi-invariance de la conductivité solide constatée en section précédente résulte alors directement de l’écart imposé entre les valeurs de  $R_k$  associées aux contacts avec et sans liant, estimé d’après nos résultats expérimentaux à un facteur d’environ 5. Si cette différence avait été plus faible, une variation de  $k_{cond,solide}$  aurait potentiellement pu être observée.

Ainsi, dans un régime de compatibilité avec la quantité de liant mesurée dans des échantillons réels de laine de verre, **les variations de morphologie du liant semblent n’avoir qu’une influence secondaire sur la conductivité solide**. Ces résultats doivent néanmoins être considérés comme préliminaires. D’une part, ils reposent sur l’hypothèse simplificatrice de gouttes de taille constante. D’autre part, comme établi ci-dessus, ils dépendent fortement de nos données expérimentales utilisées. Or, rappelons que celles-ci constituent les premières estimations de résistances de contact avec liant en comparaison avec le cas verre-verre, ne prenant pas en compte les effets potentiels de l’angle entre les fibres en contact et de leur degré de vieillissement. De plus, ces résultats n’ont pas été directement obtenus pour des fibres de dimensions caractéristiques de la laine de verre, mais par une extrapolation. Un approfondissement de cette étude expérimentale, visant à confirmer les valeurs de résistance de contact utilisées ici, apparaît donc indispensable pour consolider la validité des conclusions proposées.



Par ailleurs, la Fig. 5.6(a) permet également d'évaluer l'influence d'une variation de la résistance de contact moyenne, en l'envisageant cette fois comme un paramètre susceptible d'être optimisé. Les cas  $\langle R_k \rangle = 2.82 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$  et  $\langle R_k \rangle = 1.38 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$  correspondent respectivement à des situations où l'ensemble des contacts adopterait en moyenne des résistances caractéristiques de jonctions avec liant et sans liant. Notons tout d'abord que, pour les deux configurations de seuil de détection des contacts étudiées, la diminution de  $k_{cond,solide}$  induite par l'application de l'une ou l'autre de ces résistances moyennes, par rapport au cas de contacts infiniment conducteurs  $\langle R_k \rangle = 0$ , reste faible. Cette réduction est comprise, selon le seuil de détection considéré, entre 2 et 5 % pour  $\langle R_k \rangle = 2.82 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$  et entre 6 et 13 % pour  $\langle R_k \rangle = 1.38 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$ . Ces résultats indiquent que, que ce soit pour des contacts avec ou sans liant, les résistances thermiques associées sont relativement peu importantes.

La différence entre les conductivités solides associées à ces deux situations peut également représenter l'**impact potentiel maximal** d'optimisation possible si l'on réussissait à faire en sorte que la présence de liant n'affecte ni la connectivité des réseaux, ni la valeur des résistances de contact. En pratique, ce cas résulterait d'une distribution parfaitement homogène du liant, sans création de nouveaux contacts entre fibres, et dont les propriétés thermiques garantiraient que la résistance de contact reste identique à celle des jonctions verre-verre. Il s'agit donc d'un cas hautement idéalisé et peu probable, mais qui fournit une borne supérieure utile pour évaluer le potentiel maximal d'optimisation des performances thermiques de la laine de verre possible via des modifications du liant, que ce soit au niveau de sa morphologie ou de sa formulation.

L'écart de conductivité solide entre les deux cas modèles à  $\langle R_k \rangle = 2.82 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$  et  $\langle R_k \rangle = 1.38 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$  discutés ci-dessus, calculé à partir de la Fig. 5.6(a), est présenté en Fig. 5.7(a) en fonction de la masse volumique, pour les deux configurations de seuil de détection. On constate que la différence de conductivité solide induite par le passage d'une considération de contacts de type "sans liant" à "avec liant" reste très faible, atteignant au maximum  $0.15 \text{ mW m}^{-1}\text{K}^{-1}$  dans la plage de masses volumiques étudiée. L'augmentation de cet écart avec la densité montre toutefois que la **voie d'optimisation thermique par les contacts est d'autant plus pertinente que les matériaux sont denses**. Notons également que cet écart est aussi plus important lorsque le seuil de détection des contacts le plus élevé est utilisé, correspondant aux plus grandes tailles de gouttes effectives et à la proportion de contacts avec liant la plus faible parmi celles étudiées. Si l'on considère les valeurs de conductivité effective totale estimées précédemment (cf. Fig. 5.5(b)), la marge maximale d'optimisation possible via les contacts apparaît finalement relativement limitée, même dans le scénario le plus favorable avec des gouttes de taille moyenne maximale.

Comme l'a également montré cette figure, dans la laine de verre, la contribution de la conduction dans le gaz,  $k_{cond,gaz}$ , reste constante avec la densité; elle est aussi pratiquement invariante avec la température et la microstructure du matériau. Comme discuté au chapitre 1 en section 1.2.4.2, toute modification significative de  $k_{cond,gaz}$  nécessiterait en effet d'atteindre le régime de diffusion de Knudsen, impliquant des pores de taille inférieure à une dizaine de microns, ce qui dépasse le cadre des microstructures typiquement produites pour la laine de verre. La mise sous vide du matériau ou le remplacement de l'air par un gaz moins conducteur constitue également une option, mais cela conduit à un matériau distinct, plus technique et moins facile à installer, tel que les VIP. Pour la laine de verre conventionnelle,  $k_{cond,gaz}$  est donc une grandeur non modifiable, et la partie réellement optimisable de la conductivité effective se réduit à la somme de la conduction dans le solide et de la contribution radiative :  $k_{cond,solide} + k_{rad}$ . Ces deux termes constituent les contributions que l'on cherche à réduire de manière concertée pour améliorer les performances thermiques du matériau.

Pour quantifier l'impact maximal potentiel des contacts vis-à-vis de cette conductivité optimisable, il est donc pertinent d'évaluer la fraction que représente la réduction de  $k_{cond,solide}$  illustrée en Fig. 5.7(a) par rapport à  $k_{cond,solide} + k_{rad}$ . Le graphe correspondant est présenté en Fig. 5.7(b), une valeur moyenne

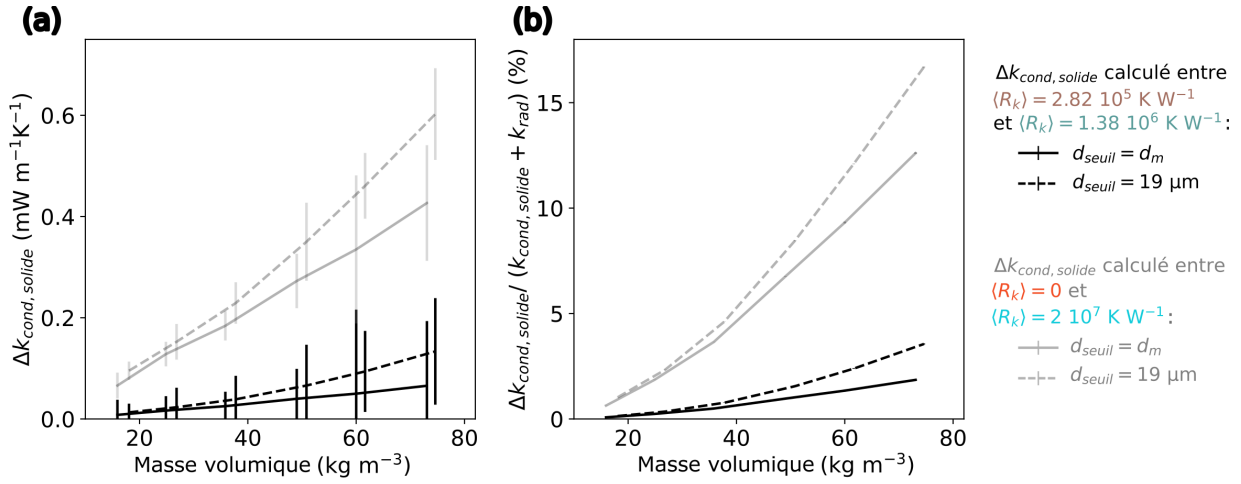


FIGURE 5.7 – (a) Différence de conductivité solide  $\Delta k_{cond,solide}$  entre les cas  $\langle R_k \rangle = 2.82 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$  et  $\langle R_k \rangle = 1.38 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$ , calculée à partir des données de la Fig. 5.6(a), en fonction de la masse volumique  $\rho$ , pour les deux configurations limites de détection des contacts. (b) Rapport  $\Delta k_{cond,solide} / (k_{cond,solide} + k_{rad})$ , indiquant la fraction de cette différence de conductivité solide dans la conductivité thermique optimisable, en fonction de  $\rho$ . Pour ce calcul, les valeurs moyennes de  $k_{cond,solide}$  sur la plage de masses volumiques étudiée dans chaque cas sont utilisées, et  $k_{rad}$  est estimée à partir de l'Eq. 5.12. À titre comparatif, les deux graphes présentent également, en traits de couleur claire, l'évolution de la réduction de la conductivité solide entre les cas extrêmes  $\langle R_k \rangle = 0$  et  $\langle R_k \rangle = 2 \times 10^7 \text{ K W}^{-1}$ , pour les mêmes configurations.

étant adoptée pour l'évaluation de la conductivité solide. On observe que, dans le scénario le plus favorable, l'optimisation du comportement thermique des contacts pourrait réduire environ 4 % de la conductivité optimisable. Cette valeur concerne cependant les masses volumiques les plus élevées, non représentatives de la majorité des matelas de laine de verre commercialisés. Pour  $\rho \leq 40 \text{ kg m}^{-3}$ , l'impact maximal reste inférieur à 1 %.

La Fig. 5.7 présente également, à titre comparatif, la réduction maximale de conductivité solide associée à la différence entre les deux valeurs extrêmes de résistance de contact considérées ici :  $\langle R_k \rangle = 0$  et  $\langle R_k \rangle = 2 \times 10^7 \text{ K W}^{-1}$ . Si les résultats discutés précédemment reposent directement sur les valeurs de résistances pour des contacts avec et sans liant issues de nos travaux expérimentaux, ces valeurs extrêmes, dont le choix avait déjà été motivé et justifié en section 1.2, sont plus générales et peuvent être considérées comme des bornes inférieure et supérieure plus probables de la résistance de contact dans la laine de verre, indépendamment des éventuelles incertitudes expérimentales liées à nos premières mesures. L'analyse de l'écart de conductivité solide entre ces deux cas permet de fournir une autre estimation du potentiel maximal d'optimisation des contacts, susceptible de surestimer l'effet réel, donc plus conservatrice et moins précise que celle proposée précédemment, mais reposant sur un seuil de confiance plus élevé. Cette estimation identifie une réduction maximale possible de la conductivité solide d'environ  $0.6 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  pour les masses volumiques élevées, et d'environ  $0.2 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  pour  $\rho \leq 40 \text{ kg m}^{-3}$ , soit respectivement environ 15 % et moins de 5 % de la conductivité dite optimisable  $k_{cond,solide} + k_{rad}$ .

Ces résultats confirment que **l'impact potentiel des contacts sur la conductivité solide est probablement limité pour des matériaux à faible densité**, ce qui constitue en soi une information utile pour l'évaluation des performances thermiques des matelas de laine de verre standards. En revanche, pour des matériaux fibreux similaires à haute densité, l'optimisation des propriétés thermiques des contacts apparaît comme une perspective plus prometteuse, susceptible de contribuer significativement à l'amélioration des performances isolantes. Une caractérisation plus précise des tailles moyennes des gouttes de liant et de la fraction de contacts concernés permettrait de consolider et d'affiner la

---

démarche de première estimation proposée ici, en apportant une meilleure compréhension de l'influence du liant sur la connectivité et les transferts thermiques dans les réseaux fibreux.

### 3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'application des approches numérique et théorique développées dans cette thèse, ainsi que de nos résultats expérimentaux, au cas d'étude industriel spécifique de la laine de verre. Nous avons d'abord montré que le modèle théorique introduit au chapitre 4, intégrant une correction adaptée aux milieux à faible connectivité, apparaît nécessaire pour prédire correctement la conductivité solide de ce type de matériau peu dense. L'influence non négligeable de la microstructure sur la conductivité solide a alors pu être mise en évidence, ce qui souligne l'intérêt d'intégrer explicitement les paramètres morphologiques de la laine de verre dans les modèles, pour permettre leur utilisation comme leviers d'optimisation des performances thermiques. Cette approche apparaît particulièrement pertinente en comparaison aux relations prédictives actuellement utilisées dans le contexte industriel.

Nous avons ensuite montré que l'approche numérique peut être adaptée pour générer des milieux virtuels reproduisant plus fidèlement certaines caractéristiques des échantillons réels, telles que l'hétérogénéité des paramètres morphologiques, la dépendance de la résistance de contact en les caractéristiques locales du contact, et la présence de gouttes de liant. L'étude de plusieurs configurations possibles, différenciant par la proportion de contacts comportant du liant, n'a toutefois pas révélé d'effet marqué de la morphologie du liant sur la conductivité solide. L'influence du renforcement de la connectivité induit par le liant sur la conductivité solide semble en effet compensée par les valeurs de résistance de contact considérées, issues de nos travaux expérimentaux.

Enfin, une première évaluation du potentiel d'optimisation lié aux contacts a été réalisée en considérant la résistance associée comme un paramètre théoriquement ajustable. Cette analyse, menée indépendamment des moyens pratiques réellement disponibles pour cet ajustement, et donc de nature purement théorique, a toutefois permis d'établir que l'impact d'une optimisation des contacts sur la conductivité solide semble être limité dans les matériaux à faible densité, mais pourrait devenir plus significatif dans des milieux plus denses.

Ces résultats ouvrent des perspectives intéressantes pour des évaluations plus réalistes des propriétés thermiques de la laine de verre, tout en soulignant plusieurs axes possibles d'amélioration. Différentes simplifications ont en effet été adoptées, telles que l'exclusion des fibres avec moins de deux contacts dans la fraction volumique considérée, la représentation simplifiée du liant par des gouttes d'une taille effective moyenne présentes uniquement aux contacts et menant à un seuil unique de détection, ou encore l'utilisation de données expérimentales extrapolées pour la résistance de contact. Dans le matériau réel, les amas de fibres formés par le liant présentent une morphologie potentiellement bien plus complexe que les contacts locaux entre deux fibres étudiés expérimentalement, et les résistances de contact dépendent vraisemblablement aussi du vieillissement des fibres ainsi que de l'angle entre fibres en contact. La densité du milieu peut également présenter des hétérogénéités macroscopiques, non prises en compte ici. De manière générale, la précision des données morphologiques, conditionnée par les techniques d'imagerie employées pour caractériser les matelas de laine de verre et leurs limites, constitue aussi un facteur limitant pour la fiabilité des prédictions. La poursuite de ces recherches, notamment vis-à-vis de ces axes de développement, permettrait de consolider les résultats obtenus et de progresser vers une évaluation plus précise du potentiel d'optimisation des performances thermiques de la laine de verre, en lien à la fois avec la microstructure du matériau et les contacts entre fibres.

# Conclusion générale et perspectives

L'objectif de cette thèse était d'analyser le transport thermique conductif dans les matériaux fibreux isolants, constituant des milieux hétérogènes dont la cohésion mécanique est assurée par un liant organique, en prenant l'exemple particulier de la laine de verre. Deux axes complémentaires ont été poursuivis : d'une part, la caractérisation expérimentale de la résistance thermique de contact entre fibres de verre de taille micrométrique, et d'autre part, le développement de modèles prédictifs de la conduction dans des réseaux fibreux. La combinaison de ces approches vise à quantifier l'impact de la résistance de contact sur les performances thermiques globales du matériau.

Une première contribution marquante de ce travail réside en le développement complet d'un montage de microthermographie infrarouge, exploitée essentiellement ici pour l'investigation d'échantillons placés sous vide, permettant la détermination de la résistance thermique associée à un contact entre fibres de verre par résolution d'un problème d'ailettes thermiques. La plateforme de positionnement des fibres a en particulier été conçue pour explorer des configurations d'échantillons variées et analyser l'influence de différents paramètres morphologiques de contact, notamment la présence d'une goutte de liant.

Étant donné que les diamètres de fibres étudiés, compris entre 70 et 400  $\mu\text{m}$ , sont supérieurs à ceux de la laine de verre, de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$ , l'établissement d'une loi reliant résistance de contact et dimension des fibres s'est avéré essentiel pour rendre possible une extrapolation des résultats au cas d'application central de l'étude. Il a ainsi été montré que cette résistance est inversement proportionnelle au diamètre des fibres, aussi bien en l'absence qu'en présence de liant, avec des valeurs réduites d'un facteur 5 dans ce dernier cas. Pour des fibres de 10  $\mu\text{m}$  de diamètre, les résistances de contact estimées sont de  $1.38 \times 10^6 \text{ K W}^{-1}$  sans liant et  $2.82 \times 10^5 \text{ K W}^{-1}$  avec liant.

La combinaison de cette approche expérimentale et de simulations par éléments finis a permis de proposer de premières hypothèses sur les mécanismes gouvernant la résistance de contact dans ces deux configurations. Les résultats suggèrent que cette grandeur serait principalement contrôlée par un phénomène de constriction macroscopique, la théorie de Hertz ne suffisant toutefois pas à rendre compte des dimensions présumées de l'aire de contact dans le cas verre-verre ; l'existence de modes additionnels de transfert thermique demeure également une hypothèse plausible. Un autre élément déterminant mis en évidence concerne les contacts avec liant, pour lesquels la plupart des paramètres morphologiques testés — tels que l'espacement inter-fibres, la taille des gouttes, la présence de défauts locaux ou encore le vieillissement des fibres — exercent une influence de second ordre, l'effet du diamètre des fibres apparaissant comme prédominant.

Le second apport majeur de cette thèse concerne le développement de modèles, à la fois numériques et théoriques, pour prédire les transferts thermiques conductifs dans la laine de verre, intégrant l'impact des résistances de contact entre fibres. Une approche numérique, basée sur la génération de milieux fibreux virtuels de morphologie contrôlée auxquels est appliquée une méthode nodale, a été implémentée. L'analyse de volumes élémentaires représentatifs, conduite en des temps de calcul réduits, a mis en évidence des corrélations entre les impacts des dimensions des fibres, de leur fraction volumique

---

et de la résistance de contact sur la conduction solide, révélant une interdépendance complexe de ces effets.

Celle-ci a ensuite été examinée de manière plus quantitative par une analyse théorique. La confrontation de nos résultats numériques à un modèle existant en confirme la validité globale, tout en montrant que l'introduction d'un facteur correctif dans le modèle est nécessaire pour décrire les milieux à faible connectivité, c'est-à-dire lorsque le nombre moyen de contacts par fibre est inférieur à environ 7. Une correction analytique, prenant en compte les corrélations de température entre fibres en contact dans ces configurations à faible densité ou à faible rapport d'aspect des fibres, a alors été introduite. Le cadre théorique complet développé a permis d'établir une courbe maîtresse de conductivité solide, intégrant explicitement tous les paramètres morphologiques du milieu fibreux, et s'avère particulièrement pertinent pour prédire de manière plus précise les transferts de chaleur conductifs dans la laine de verre.

L'adaptation de l'approche numérique, visant à approfondir cette démarche en prenant en compte une hétérogénéité de microstructure et les phénomènes de contact microscopiques observés expérimentalement, suggère que l'impact de la morphologie du liant, en particulier de la taille des gouttes, est probablement réduit dans des configurations réalistes du matériau. L'effet maximal d'une optimisation thermique des contacts dans la laine de verre sur la conductivité solide, dont la valeur est comprise entre  $0.1$  et  $2 \text{ mW m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  — soit moins de 5 % de la conductivité effective globale — semble par ailleurs limité à environ 1 à 5 % de sa part optimisable, mais pourrait devenir plus significatif dans des milieux de densité plus élevée.

Cette étude constitue une avancée significative dans la compréhension des mécanismes de conduction thermique dans les milieux fibreux hétérogènes peu denses comme la laine de verre, en particulier à l'échelle microscopique des contacts entre fibres. Différentes perspectives sont ouvertes par ce travail, que ce soit concernant le montage de thermographie infrarouge ou les approches de modélisation développées et leur application à des matériaux réels.

D'un point de vue expérimental, un premier axe majeur de développement consisterait à caractériser la résistance de contact entre fibres dans l'air, ces analyses ayant jusqu'ici été conduites sous vide. Une telle étude, plus représentative des conditions réelles d'utilisation de la laine de verre, permettrait de prendre en compte la conduction dans la phase gazeuse à proximité du contact. L'ajout au montage existant d'un système de contrôle des pressions partielles offrirait par ailleurs la possibilité d'étudier l'influence de l'humidité ambiante, ce qui pourrait fournir des indications sur la présence et le rôle éventuel d'un ménisque d'eau au contact verre-verre, ainsi que sur de potentielles modifications des propriétés du liant. Par ailleurs, les échanges radiatifs entre les deux fibres au voisinage du contact, qu'ils se produisent en champ lointain ou en champ proche, ont jusqu'ici été négligés.

Pour intégrer l'ensemble de ces contributions qui influencent le bilan thermique au contact, il serait nécessaire de complexifier le cadre théorique de traitement des données expérimentales, jusqu'ici fondé uniquement sur un modèle de pertes surfaciques d'ailettes radiatives vers le milieu ambiant. Des mesures complémentaires du transfert thermique entre deux fibres très proches, mais non en contact, seraient également pertinentes afin de quantifier de manière isolée ces contributions. Cela impliquerait la mise en place d'un système de positionnement des fibres à très haute précision, de l'ordre du micromètre ou inférieure.

Une telle évolution du montage serait par ailleurs aussi essentielle pour son extension à l'étude de fibres de plus faible diamètre, la limite de taille de caractérisation imposée par l'objectif de grossissement  $2\times$  actuellement utilisé étant de l'ordre de  $40 \text{ }\mu\text{m}$ . Or, des fibres de verre de ce diamètre présentent une faible rigidité et se déforment facilement, ce qui introduit des contraintes mécaniques additionnelles : il deviendrait alors nécessaire de contrôler précisément leur tension, impliquant des adaptations spécifiques de la plateforme de positionnement. De plus, une méthode d'évaluation de la

flexion offrant une résolution supérieure à celle actuellement disponible devrait être mise en œuvre ; une piste pour y parvenir pourrait être l'intégration d'un objectif optique latéral dans le visible. Enfin, la connaissance exacte de la force exercée au contact, déjà identifiée comme une perspective d'amélioration du montage, deviendrait ici indispensable en raison de sa forte dépendance aux conditions initiales de flexion.

En outre, l'ajout d'un objectif macro à plus fort grossissement, à condition qu'un tel dispositif soit commercialisé pour la gamme spectrale 7.5–10  $\mu\text{m}$  utilisée, permettrait d'atteindre la caractérisation de fibres d'environ 10  $\mu\text{m}$  de diamètre, représentatives de celles de la laine de verre. Pour de telles fibres, la profondeur de pénétration pour ces longueurs d'onde étant de l'ordre d'une dizaine de microns, le caractère semi-transparent du matériau devra être pris en compte dans l'analyse du rayonnement collecté par l'objectif, ce qui impose un contrôle rigoureux et des mesures précises des dimensions lors du fibrage. De telles expériences seraient d'un intérêt majeur pour valider nos résultats extrapolés, avec et sans liant. Il conviendrait également de compléter l'analyse de l'influence de paramètres morphologiques du contact, notamment l'angle entre fibres, par des mesures additionnelles.

Enfin, d'un point de vue plus fondamental, un approfondissement de la compréhension des mécanismes à l'origine des résistances de contact apparaît nécessaire. Dans le cas verre-verre, cela est directement lié à la connaissance de l'aire de contact réelle ainsi que de l'influence de l'état de surface des fibres. En présence d'une goutte de matériau additionnel, le système étudié ici, constitué de fibres de verre mises en contact par un liant organique, correspond à une configuration particulière caractérisée par un faible contraste de conductivité thermique entre les deux phases, ce qui limite la généralisation des interprétations proposées. Il serait donc pertinent de prolonger l'analyse en considérant des matériaux présentant des propriétés thermiques très différentes, tels qu'un métal et un polymère, afin de vérifier et consolider les premières hypothèses formulées dans ce travail à partir des simulations.

Concernant les modèles prédictifs de la conduction solide développés dans cette étude, une première perspective de validation déjà partiellement abordée dans ce travail réside dans leur confrontation à des résultats expérimentaux. Cette démarche reste toutefois difficile pour les matériaux isolants étudiés : la seule grandeur mesurable est la conductivité effective totale, intégrant les contributions de la conduction solide, de la conduction gazeuse et du rayonnement. Or, la conduction solide, de l'ordre de quelques mW, se situe typiquement dans la gamme des incertitudes expérimentales, ou celle des modèles dérivés de mesures utilisés dans le contexte industriel, ce qui ne permet qu'une validation en ordre de grandeur. Une confirmation rigoureuse de nos résultats nécessiterait des expériences cryogéniques sous vide, afin de supprimer les contributions gazeuses et radiatives ; leur mise en œuvre est cependant complexe, d'autant plus étant donné les tailles d'échantillons nécessaires pour garantir le caractère représentatif des mesures. Une alternative consisterait à caractériser des matériaux présentant une part plus importante de conduction solide, tels que des systèmes fibreux très denses. Notons toutefois que dans ce cas, l'approximation additive de la conductivité effective ne serait plus applicable : il conviendrait alors de prendre en compte un couplage conducto-radiatif, rendant invalides les estimations indépendantes des contributions radiatives et gazeuses utilisées jusqu'ici.

De manière plus générale, l'application de nos modèles au cas de la laine de verre nécessite des données statistiques fiables issues de la caractérisation microscopique de matériaux réels. Le degré de précision atteint ne dépend donc pas uniquement des améliorations apportées aux modèles, mais également des avancées technologiques des techniques d'imagerie microscopique, telles que la tomographie à rayons X. Des progrès simultanés sur les volumes caractérisables et sur la résolution accessible permettraient d'intégrer davantage de données statistiques pertinentes. On pourrait ainsi mieux prendre en compte, par exemple, d'éventuelles corrélations entre paramètres morphologiques — comme l'influence des dimensions des fibres générées lors du fibrage sur leur orientation finale — ou encore des hétérogénéités de densité à l'échelle macroscopique des matelas, induites par les fluctuations du procédé de fabrication.

---

La disponibilité des données statistiques caractérisant les matériaux réels est également essentielle pour affiner la prise en compte du liant et de ses propriétés thermiques aux contacts entre les fibres. L'estimation proposée en fin d'étude repose sur une approche effective prenant en compte un diamètre moyen unique de goutte. Elle pourrait être améliorée par l'intégration d'une distribution de tailles, à condition que cette information soit accessible via un nombre suffisant de mesures par imagerie. De même, une quantification précise de la fraction de liant sous ses différentes morphologies (olives, jonctions, jonctions zippées et gaines, selon la terminologie introduite dans le premier chapitre), ainsi que de la proportion de contacts impliquant du liant pour différentes densités, seraient des données additionnelles utiles. Enfin, la validation des valeurs de résistance de contact extrapolées pour des diamètres de fibres de 10  $\mu\text{m}$  utilisées jusqu'ici, et l'intégration de la dépendance de cette grandeur vis-à-vis de l'ensemble des paramètres morphologiques du contact, en particulier l'angle entre les fibres, permettrait également d'affiner l'estimation du potentiel d'optimisation thermique lié aux contacts. Si nos résultats préliminaires suggèrent que ce potentiel reste limité pour la plupart des laines de verre, il serait pertinent d'étendre l'analyse à d'autres matériaux fibreux isolants, tels que la laine de roche ou les panneaux de fibres de bois, dont certains produits pourraient présenter des densités suffisamment élevées pour que l'effet des contacts devienne significatif. Dans ces cas, la tortuosité des fibres, dont l'influence n'a été étudiée ici que de manière préliminaire, constituerait un paramètre déterminant à intégrer ; des données d'imagerie restant, une fois encore, nécessaires pour cette analyse.

L'identification de leviers d'optimisation des performances thermiques, en particulier liés aux caractéristiques des contacts entre fibres, telle qu'entreprise à travers nos approches expérimentale et de modélisation, devra enfin être mise en relation avec les possibilités réelles offertes par le procédé industriel de fabrication. Dans le cas de la laine de verre, ce procédé étant complexe, la modification indépendante de l'ensemble des paramètres morphologiques n'est pas toujours réalisable. Les modèles développés dans ce travail, intégrant simultanément ces paramètres, constituent donc un outil pertinent pour comparer les performances des configurations accessibles en pratique.

Par ailleurs, il est important de noter que les leviers d'optimisation pouvant être identifiés pour la conduction solide devront être combinés avec ceux relatifs aux autres contributions à la conductivité totale, ainsi qu'avec une analyse globale des propriétés physiques du matériau, notamment mécaniques. À titre d'exemple, une diminution du diamètre des fibres accroît la conduction solide mais réduit la conduction radiative ; de même, une augmentation du nombre de contacts par fibre, notamment sous l'effet du liant, renforce la conduction solide donc dégrade les performances isolantes, mais améliore la tenue mécanique. Ces situations illustrent les compromis inévitables dans l'optimisation industrielle des isolants. Dans ce contexte, nos outils et résultats viennent enrichir une base d'informations complexes pour orienter la conception de nouveaux matériaux d'isolation, pour lesquels l'enjeu majeur de la réduction de l'usage de matières premières doit s'accompagner du maintien des performances thermiques et mécaniques. Un tel objectif répond à la fois à des impératifs économiques et environnementaux d'efficacité et de durabilité, et définit une orientation clé pour les développements futurs dans le domaine des matériaux isolants.

# Annexe A

## Démonstration de l'équivalence entre les modèles de Volkov & Zhigilei et Zhao et al.

Cette annexe reprend le cadre théorique développé par Volkov et Zhigilei [229, 228, 230, 233], et en établit l'équivalence formelle avec le modèle proposé indépendamment par Zhao et al. [231]. Bien que fondés sur des approches différentes, reposant sur un bilan de flux thermique effectué dans un cas à l'échelle d'une fibre, et dans l'autre au niveau d'une section du milieu, les deux modèles s'appuient sur la combinaison de la loi de Fourier avec une formulation statistique permettant d'exprimer la conductivité thermique solide dans un milieu constitué de fibres droites en fonction de grandeurs morphologiques moyennes.

Dans leurs travaux, Volkov et Zhigilei considèrent des réseaux de fibres orientées de façon isotrope uniquement, et introduisent des valeurs moyennes spécifiques à cette configuration directement dans leur modélisation, ce qui limite la généralité des expressions obtenues. Ici, nous reprenons leur démarche en conservant toutes les notations générales, afin de permettre une comparaison directe avec le modèle de Zhao et al.

Selon les références, le problème est abordé en deux ou trois dimensions, avec un formalisme similaire dans les deux cas. Dans la suite, nous nous plaçons spécifiquement dans un cas tridimensionnel.

### 1. Bilan thermique à l'échelle d'une fibre

Volkov et Zhigilei formulent le bilan thermique sur une fibre  $i$  comme suit (Eq. (2) de la Ref. [229]) :

$$\frac{T_i|_{l_i=l} - T_i|_{l_i=0}}{l \cos \theta_i} = \text{Bi} \sum_{j=1, \delta_{ij}=1}^N \frac{T_j(l_{ji}) - T_i(l_{ij})}{l \cos \theta_i} \frac{l_{ij} - l}{l} \quad (\text{A.1})$$

Nous adoptons ici la notation  $l$  pour représenter la longueur des fibres ( $L_T$  dans les articles de Volkov et Zhigilei).  $\text{Bi}$  désigne le nombre de Biot, identique à celui défini au chapitre 1 :

$$\text{Bi} = \frac{l}{R_k A_f k_f} = \frac{\sigma_k l}{A_f k_f} \quad (1.104)$$

avec  $\sigma_k = 1/R_k$  la conductance thermique de contact,  $l$  la longueur des fibres,  $k_f$  leur conductivité thermique, et  $A_f$  leur section transversale. Par ailleurs,  $\theta_i$  correspond à l'angle entre la fibre  $i$  et la direction du flux de chaleur global, défini ici comme orienté selon l'axe  $z$ .

Dans l'expression A.1 :

- le membre de gauche représente la chute de température entre les deux extrémités de la fibre  $i$ ,  $l_i$  désignant la coordonnée curviligne le long de cette dernière.
- le membre de droite rend compte des échanges thermiques entre la fibre  $i$  et les fibres voisines  $j$  en contact avec elle. Un contact est pris en compte uniquement si  $\delta_{ij} = 1$  : dans ce cas, un terme



est ajouté à la somme. La coordonnée  $l_{ij}$  correspond alors à la position du contact sur l'axe de la fibre  $i$ .

## 2. Décomposition du champ de température

La température en un point quelconque de la fibre  $i$ , identifié par sa coordonnée  $z$  dans la direction du flux thermique global imposé (selon un gradient  $\nabla T_z$ ), est exprimée par Volkov et Zhigilei comme la somme de trois contributions : la température  $T_b$  en  $z = 0$ , le terme associé au gradient imposé sur l'échantillon multiplié par la distance entre cette face et le centre de la fibre  $z_{c_i}$ , et enfin, le gradient moyen dans la fibre multiplié par la distance entre le centre de la fibre et le point considéré. Cette décomposition s'écrit, toujours d'après la Ref. [229] :

$$T_i(z) = T_b + \nabla T_z z_{c_i} + \left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle (z - z_{c_i}). \quad (\text{A.2})$$

Dans cette expression,  $\langle dT_i/dz \rangle$  est le gradient thermique moyen le long des fibres, projeté selon la direction  $z$ .

Ainsi, la différence de température entre deux fibres  $i$  et  $j$  de part et d'autre de leur point de contact s'écrit :

$$\Delta T_{ij} = T_j(l_{ji}) - T_i(l_{ij}) = \left( \nabla T_z - \left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle \right) (z_{c_j} - z_{c_i}) \quad (\text{A.3})$$

en considérant que les coordonnées  $z$  des points de contact sur les deux fibres sont égales.

## 3. Expression moyenne du gradient dans les fibres

Le gradient moyen dans la fibre  $i$  peut être directement relié à la chute de température le long de celle-ci :

$$\left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle = \left\langle \frac{T_i|_{l_i=l} - T_i|_{l_i=0}}{l \cos \theta_i} \right\rangle \quad (\text{A.4})$$

En incluant les Eqs. (A.3) et (A.1), on obtient :

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle &= \text{Bi} \left\langle \sum_{j=1, \delta_{ij}=1}^N \frac{T_j(l_{ji}) - T_i(l_{ij})}{l \cos \theta_i} \frac{l_{ij} - l}{l} \right\rangle \\ &= \text{Bi} \left\langle \sum_{j=1, \delta_{ij}=1}^N \left( \nabla T_z - \left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle \right) \frac{z_{c_j} - z_{c_i}}{l \cos \theta_i} \frac{l_{ij} - l}{l} \right\rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

En introduisant le nombre moyen de contacts par fibre  $\langle N_c \rangle$ , cette expression devient :

$$\left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle = \text{Bi} \langle N_c \rangle \left( \nabla T_z - \left\langle \frac{dT_i}{dz} \right\rangle \right) \left\langle \frac{z_{c_j} - z_{c_i}}{l \cos \theta_i} \frac{l_{ij} - l}{l} \right\rangle \quad (\text{A.6})$$

soit :

$$\frac{\langle dT_i/dz \rangle}{\nabla T_z} = \frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle \left\langle \frac{z_{c_j} - z_{c_i}}{l \cos \theta_i} \frac{l_{ij} - l}{l} \right\rangle}{1 + \text{Bi} \langle N_c \rangle \left\langle \frac{z_{c_j} - z_{c_i}}{l \cos \theta_i} \frac{l_{ij} - l}{l} \right\rangle} \quad (\text{A.7})$$

## 4. Expression finale de la conductivité solide

Les termes moyennés restants, calculées en valeur absolue, peuvent être notés  $\langle |l_{ij} - l|/l \rangle = 1/2$  et  $\langle |\cos \theta_i| \rangle = \langle |\cos \theta| \rangle$ . En introduisant  $\langle z_{c_j} - z_{c_i} \rangle = \langle H \rangle$ , correspondant à la distance moyenne entre

centres de fibres en contact selon  $z$ , on obtient :

$$\frac{\langle dT_i/dz \rangle}{\nabla T_z} = \frac{\frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle \langle H \rangle}{2 l \langle |\cos \theta| \rangle}}{1 + \frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle \langle H \rangle}{2 l \langle |\cos \theta| \rangle}} \quad (\text{A.8})$$

Volkov et Zhigilei relient enfin la conductivité solide macroscopique à ce gradient moyen par l'expression [229, 228] :

$$k_{cond,solide} = k_{\infty,th} \left( 1 - \frac{\langle dT_i/dz \rangle}{\nabla T_z} \right) \quad (\text{A.9})$$

où  $k_{\infty,th}$  représente la conductivité solide à  $\text{Bi} \rightarrow 0$ . En injectant l'Eq. (A.8), on a finalement :

$$k_{cond,solide} = k_{\infty,th} \frac{1}{1 + \frac{\text{Bi} \langle N_c \rangle \langle H \rangle}{2 l \langle |\cos \theta| \rangle}} \quad (\text{A.10})$$

Cette dernière expression coïncide avec celle proposée par Zhao et al. [231], notée Eq. (1.108) dans le chapitre 1. Cela démontre l'équivalence formelle des deux modèles, malgré des démarches de démonstration différentes.

# Annexe B

## Représentation algébrique d'un réseau thermique modélisé par méthode nodale et résolution matricielle

Cette annexe décrit la méthode de résolution matricielle du problème de conduction thermique en régime stationnaire considéré dans le chapitre 4 en section 2.1.3, modélisé par méthode nodale. La géométrie et le système d'axes adoptés sont ceux introduits dans cette section. Pour une description détaillée de cette méthode dans un cadre plus général, incluant notamment des composants variables dans le temps, le lecteur pourra se référer à la Ref. [216].

Dans la théorie des graphes appliquée à la configuration stationnaire considérée, le réseau thermique peut être décrit à l'aide de deux matrices : la matrice d'incidence  $\mathbf{A}$  et la matrice de conductance  $\mathbf{G}$ . Celles-ci rendent compte respectivement de la structure du réseau et des propriétés des matériaux [214], qui sont les deux facteurs influençant la conductivité thermique globale.

La *matrice d'incidence* d'un graphe comportant  $n$  nœuds et  $m$  branches, notée  $\mathbf{A} = (a_{fg})_{1 \leq f \leq m, 1 \leq g \leq n}$ , est définie comme suit [270] :

$$a_{fg} = \begin{cases} 0 & \text{si la branche } f \text{ n'est pas connectée au nœud } g, \\ +1 & \text{si le flux à travers la branche } f \text{ entre dans le nœud } g, \\ -1 & \text{si le flux à travers la branche } f \text{ sort du nœud } g. \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Les lignes de la matrice  $\mathbf{A}$  correspondent aux branches, et les colonnes correspondent aux nœuds. Les flux thermiques étant des grandeurs directionnelles, le réseau thermique est un graphe orienté, d'où l'introduction de signes  $\pm 1$  dans la matrice d'incidence.

La *matrice de conductance*  $\mathbf{G} = (g_{fh})_{1 \leq f, h \leq m}$  est une matrice diagonale de dimension  $m$ , égale au nombre de branches :

$$g_{fh} = \begin{cases} R_f^{-1} & \text{si } f = h \\ 0 & \text{si } f \neq h \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

où  $R_f$  désigne la résistance thermique associée à la branche  $f$ . Comme détaillé dans le chapitre 4 en section 2.1.3, si la branche représente une fibre, il s'agit d'une résistance interne, donnée par  $R_f = \frac{4l_f}{k_f \pi d^2}$ , avec  $l_f$  la longueur du segment (distance entre les deux nœuds connectés),  $d$  le diamètre de la fibre et  $k_f$  sa conductivité thermique. Si la branche représente un contact, sa résistance est fixée à une valeur imposée  $R_k$ .

La résolution du réseau thermique vise à obtenir deux vecteurs : le vecteur des températures  $\mathbf{t}$  de taille  $n$ , correspondant au nombre de nœuds, et celui des flux thermiques  $\mathbf{q}$  de taille  $m$ , correspondant

au nombre de branches.

Pour toute branche  $f$ , la chute de température associée est donnée par  $e_f = t_{g-1} - t_g + b_f$ , où  $t_g$  et  $t_{g-1}$  sont les températures des deux nœuds connectés, et  $b_f$  représente une éventuelle source de température (cf. Fig. 1.46). Le flux thermique traversant la branche est lié à cette différence de température et à la résistance thermique par la loi de Fourier :  $q_f = e_f/R_f$ . En formulation matricielle, pour l'ensemble des branches, ces relations deviennent :

$$\mathbf{e} = -\mathbf{A}\mathbf{t} + \mathbf{b} \quad (\text{B.3})$$

et

$$\mathbf{q} = \mathbf{G}\mathbf{e} \quad (\text{B.4})$$

où  $\mathbf{e}$  est le vecteur des chutes de température aux bornes des résistances.

En combinant les Eqs. B.3 et B.4, on obtient :

$$\mathbf{G}^{-1}\mathbf{q} + \mathbf{A}\mathbf{t} = \mathbf{b} \quad (\text{B.5})$$

où  $\mathbf{b}$  est le vecteur des sources de température imposées.

Pour tout nœud  $g$ , le bilan des flux thermiques s'écrit  $\sum_g q_g + s_g = 0$ , où  $\sum_g q_g$  est la somme algébrique des flux entrant dans le nœud, et  $s_g$  une éventuelle source de flux. Pour l'ensemble du réseau, cette conservation de l'énergie s'exprime sous forme matricielle :

$$-\mathbf{A}^T\mathbf{q} = \mathbf{s} \quad (\text{B.6})$$

où  $\mathbf{A}^T$  est la transposée de la matrice d'incidence, et  $\mathbf{s}$  le vecteur des sources de flux, de dimension  $n$ .

En combinant les équations constitutives de la conduction (Eqs. B.5 et B.6), on obtient :

$$\mathbf{0} = -\mathbf{A}^T\mathbf{G}\mathbf{A}\mathbf{t} + \mathbf{A}^T\mathbf{G}\mathbf{b} + \mathbf{s}. \quad (\text{B.7})$$

Dans le cas du réseau considéré ici, il n'existe pas de source de flux ( $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ ) : seules des températures imposées aux nœuds supérieurs et inférieurs interviennent. Celles-ci sont associées aux branches voisines via le vecteur  $\mathbf{b}$ . L'Eq. B.7, qui correspond à un système d'équations linéaires, est alors résolue par décomposition LU puis inversion matricielle, pour obtenir les vecteurs de température  $\mathbf{t}$  et de flux thermique  $\mathbf{q}$ .

# Bibliographie

- [1] ADEME. *BâtiZoom - Observatoire de la transition écologique du bâtiment*. Rapp. tech. 2025 (cf. p. 1).
- [2] CSTB et PLAN BÂTIMENT DURABLE. *Feuille de route décarbonation du cycle de vie du bâtiment : les propositions de la filière*. Rapp. tech. 2023 (cf. p. 1).
- [3] A. TAZI et C. MARZIN. *Rénovations ou sobriétés : comment décarboner le résidentiel ?* Rapp. tech. Carbone 4, 2024 (cf. p. 1).
- [4] T. RIESER, R. BABUT, J. PARC et A. GASPARD. *Construction neuve et rénovation : les points communs des scénarios ADEME, négaWatt, The Shift Project et Pouget Consultants / Carbone 4*. Rapp. tech. ADEME, négaWatt, The Shift Project, Pouget consultants, 2022 (cf. p. 1).
- [5] A. GASPARD, J.-C. VISIER et C. DESAUNAY. *Imaginons Ensemble les Bâtiments de Demain : Démarche Prospective ADEME - CSTB 2025*. Rapp. tech. ADEME, Futuribles, CSTB, 2025 (cf. p. 1).
- [6] ADEME et ONPE. *Tableau de bord de la précarité énergétique*. Rapp. tech. 2024 (cf. p. 1).
- [7] ONRE. *Le parc de logements par classe de performance énergétique au 1er janvier 2024*. Rapp. tech. 2024 (cf. p. 2).
- [8] E. PERROS. « Caractérisation locale du transfert de chaleur aux interfaces solide-solide dans les milieux isolants ». Thèse de doctorat. Université Paris Sciences et Lettres, 2017 (cf. p. 2, 46, 55, 60, 63, 78).
- [9] J. DOUMOIRO. « Caractérisation de la laine de verre : étude des transferts de chaleur entre fibres de verre à l'échelle micrométrique ». Thèse de doctorat. Université Paris Sciences et Lettres, 2020 (cf. p. 2, 55, 60, 62, 63, 78, 79, 141, 219).
- [10] H. KALLEL et K. JOULAIN. « Design and thermal conductivity of 3D artificial cross-linked random fiber networks ». *Materials & Design* 220 (2022), p. 110800 (cf. p. 2, 67, 70, 73, 170, 178, 181, 182, 184, 212).
- [11] P. KERDUDOU, J.-B. CHÉNÉ, G. JACQUS, C. PERROT, S. BERGER et P. LEROY. « A semi-empirical approach to link macroscopic parameters to microstructure of fibrous materials ». *The 44th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering (Inter-Noise2015)*. San Francisco, United States, 2015 (cf. p. 8, 218, 222).
- [12] G. MARKEY. « De la structure à la dynamique d'un matériau fibreux ». Thèse de doctorat. Université de Technologie de Compiègne, 2024 (cf. p. 8, 31, 64, 65, 218, 222).
- [13] P.-O. CHAPUIS, R. REVELLIN et R. VAILLON. « Transferts thermiques aux petites échelles (chap. 9) ». *Transferts Thermiques : Initiation et Approfondissement*. Lavoisier, 2015, pages 569-700 (cf. p. 10, 11).
- [14] K. JOULAIN. « Transferts aux petites échelles : application au rayonnement thermique, aux forces de Casimir et à la conduction thermique ». Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Poitiers, 2006 (cf. p. 11).
- [15] S. MATTEĪ. *Rayonnement thermique des matériaux opaques*. Rapp. tech. BE8210 v1. 2005 (cf. p. 11, 12).
- [16] F. P. INCROPERA, D. P. DEWITT, T. L. BERGMAN et A. S. LAVINE. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 6th Edition. John Wiley & Sons, 2006 (cf. p. 12, 16, 97, 103, 155).
- [17] D. RÜDISSE, R. S. MCLEOD, W. WAGNER et C. J. HOPFE. « Numerical derivation and validation of the angular, hemispherical and normal emissivity and reflectivity of common window glass ». *Building and Environment* 207 (2022), p. 108536 (cf. p. 14).
- [18] R. CARMINATI. « Introduction to Radiative Transfer ». *Microscale and Nanoscale Heat Transfer*. Sous la dir. de S. VOLZ. Berlin, Heidelberg : Springer, 2007, p. 55-76 (cf. p. 15, 18).
- [19] A. BEJAN et A. D. KRAUS. *Heat Transfer Handbook*. John Wiley & Sons, 2003 (cf. p. 16, 34-39, 42, 46-48, 51).
- [20] C. LANGLAIS et S. KLARSFELD. « Isolation thermique à température ambiante. Bases physiques ». *Techniques de l'Ingénieur* C3371 v3 (2004) (cf. p. 17-19, 23, 24, 219, 228).
- [21] R. SIEGEL et J. R. HOWELL. *Thermal Radiation Heat Transfer : Radiation transfer with absorbing, emitting, and scattering media*. Scientific, Technical Information Division, National Aeronautics et Space Administration, 1971 (cf. p. 18).
- [22] C. BANKVALL. *Heat transfer in fibrous materials*. T. D4 :1972. Document. Bygghälsningsrådet (BFR), 1972 (cf. p. 18).
- [23] D. BAILLIS et J.-F. SACADURA. « Thermal radiation properties of dispersed media : theoretical prediction and experimental characterization ». *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 67.5 (2000), p. 327-363 (cf. p. 18).
- [24] A. SCHUSTER. « Radiation Through a Foggy Atmosphere ». *The Astrophysical Journal* 21 (1905), p. 1 (cf. p. 19).

- [25] K. SCHWARZSCHILD. « Über das Gleichgewicht der Sonnenatmosphären (Equilibrium of the sun's atmosphere) ». *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* 1906 (1906), p. 41-53 (cf. p. 19).
- [26] T. W. TONG et C.-L. TIEN. « Radiative Heat Transfer in Fibrous Insulations—Part I : Analytical Study ». *Journal of Heat Transfer* 105.1 (1983), p. 70-75 (cf. p. 19).
- [27] C. LANGLAIS, G. GUILBERT, D. BANNER et S. KLARSFELD. « Influence of the Chemical Composition of Glass on Heat Transfer through Glass Fibre Insulations in Relation to Their Morphology and Temperature of Use ». *Journal of Thermal Insulation and Building Envelopes* 18.4 (1995), p. 350-376 (cf. p. 19-21, 81, 82).
- [28] K. Y. WANG et C. L. TIEN. « Radiative heat transfer through opacified fibers and powders ». *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 30.3 (1983), p. 213-223 (cf. p. 19, 21).
- [29] A. MAJUMDAR. « Microscale Heat Conduction in Dielectric Thin Films ». *Journal of Heat Transfer* 115.1 (1993), p. 7-16 (cf. p. 19).
- [30] R. ARAMBAKAM, H. Vahedi TAFRESHI et B. POURDEYHIMI. « Dual-scale 3-D approach for modeling radiative heat transfer in fibrous insulations ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 64 (2013), p. 1109-1117 (cf. p. 19).
- [31] R. COQUARD et D. BAILLIS. « Thermal conductivity of Kelvin cell cellulosic aerogels : analytical and Monte Carlo approaches ». *J Mater Sci* 52.19 (2017), p. 11135-11145 (cf. p. 19).
- [32] J. RANDRIANALISOA, S. HAUSSENER, D. BAILLIS et W. LIPÍŃSKI. « Radiative characterization of random fibrous media with long cylindrical fibers : Comparison of single- and multi-RTE approaches ». *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 202 (2017), p. 220-232 (cf. p. 19).
- [33] A. MOJTABI, M. PRAT, M. QUINTARD et J. TAINE. « Transferts de chaleur dans les milieux poreux ». *Techniques de l'Ingénieur* BE8250 v3 (2025) (cf. p. 20, 69).
- [34] J. KUHN, T. GLEISSNER, M. C. ARDUINI-SCHUSTER, S. KORDER et J. FRICKE. « Integration of mineral powders into SiO<sub>2</sub> aerogels ». *Journal of Non-Crystalline Solids*. Proceedings of the Fourth International Symposium on AEROGELS 186 (1995), p. 291-295 (cf. p. 21).
- [35] W. F. ARTHUR et C. M. LADISLAS. « Thermal insulation ». CA679981A. 1964 (cf. p. 21).
- [36] F. A. OMLIAN. « Opacified powdered insulation ». US3185334A. 1965 (cf. p. 21).
- [37] A. BERGE et P. JOHANSSON. *Literature Review of High Performance Thermal Insulation*. Chalmers, 2012 (cf. p. 22).
- [38] C. KITTEL. « Interpretation of the Thermal Conductivity of Glasses ». *Phys. Rev.* 75.6 (1949), p. 972-974 (cf. p. 23).
- [39] J.-S. KWON, C. H. JANG, H. JUNG et T.-H. SONG. « Effective thermal conductivity of various filling materials for vacuum insulation panels ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52.23 (2009), p. 5525-5532 (cf. p. 23).
- [40] P.-G. DE GENNES et F. BROCHARD-WYART. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Humensis, 2015 (cf. p. 26).
- [41] F. CHARRU. *Instabilités hydrodynamiques*. EDP sciences, 2007 (cf. p. 26).
- [42] J. A. PLATEAU. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Gauthier-Villars, 1873 (cf. p. 26).
- [43] L. RAYLEIGH. « On The Instability Of Jets ». *Proceedings of the London Mathematical Society* s1-10.1 (1878), p. 4-13 (cf. p. 26).
- [44] F. W. MINOR, A. M. SCHWARZ, E. WULKOW et L. BUCKLES. « Part III : The Behavior of Liquids on Single Textile Fibers ». *Textile Research Journal* 29.12 (1959), p. 940-949 (cf. p. 26).
- [45] B. J. CARROLL. « Equilibrium conformations of liquid drops on thin cylinders under forces of capillarity. A theory for the roll-up process ». *Langmuir* 2.2 (1986), p. 248-250 (cf. p. 26, 27).
- [46] G. MCHALE et M. I. NEWTON. « Global geometry and the equilibrium shapes of liquid drops on fibers ». *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects* 206.1 (2002), p. 79-86 (cf. p. 26).
- [47] G. MCHALE, M. I. NEWTON et B. J. CARROLL. « The Shape and Stability of Small Liquid Drops on Fibers ». *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP* 56.1 (2001), p. 47-54 (cf. p. 26).
- [48] E. LORENCEAU, C. CLANET et D. QUÉRÉ. « Capturing drops with a thin fiber ». *Journal of Colloid and Interface Science* 279.1 (2004), p. 192-197 (cf. p. 27, 30).
- [49] T.-H. CHOU, S.-J. HONG, Y.-E. LIANG, H.-K. TSAO et Y.-J. SHENG. « Equilibrium Phase Diagram of Drop-on-Fiber : Coexistent States and Gravity Effect ». *Langmuir* 27.7 (2011), p. 3685-3692 (cf. p. 27).
- [50] J. F. PADDAY, A. R. PITT et D. TABOR. « The stability of axisymmetric menisci ». *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* 275.1253 (1997), p. 489-528 (cf. p. 28).
- [51] H. M. PRINCEN. « Capillary phenomena in assemblies of parallel cylinders : III. Liquid Columns between Horizontal Parallel Cylinders ». *Journal of Colloid and Interface Science* 34.2 (1970), p. 171-184 (cf. p. 28).
- [52] S. PROTIÈRE, C. DUPRAT et H. A. STONE. « Wetting on two parallel fibers : drop to column transitions ». *Soft Matter* 9.1 (2012), p. 271-276 (cf. p. 28).
- [53] X.-F. WU, A. BEDARKAR et K. A. VAYNBERG. « Droplets wetting on filament rails : Surface energy and morphology transition ». *Journal of Colloid and Interface Science* 341.2 (2010), p. 326-332 (cf. p. 28).
- [54] A. BEDARKAR, X.-F. WU et A. VAYNBERG. « Wetting of liquid droplets on two parallel filaments ». *Applied Surface Science* 256.23 (2010), p. 7260-7264 (cf. p. 28).

- 
- [55] C. DUPRAT, S. PROTIÈRE, A. Y. BEEBE et H. A. STONE. « Wetting of flexible fibre arrays ». *Nature* 482.7386 (2012), p. 510-513 (cf. p. 28).
- [56] A. SAURET, A. D. BICK, C. DUPRAT et H. A. STONE. « Wetting of crossed fibers : Multiple steady states and symmetry breaking ». *EPL* 105.5 (2014), p. 56006 (cf. p. 28, 29).
- [57] A. SAURET, F. BOULOGNE, B. SOH, E. DRESSAIRE et H. A. STONE. « Wetting morphologies on randomly oriented fibers ». *Eur. Phys. J. E* 38.6 (2015), p. 62 (cf. p. 28-30).
- [58] P.-B. BINTEIN. « Dynamiques de gouttes funambules : applications à la fabrication de laine de verre ». Thèse de doctorat. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2015 (cf. p. 29, 30).
- [59] F. BOULOGNE, A. SAURET, B. SOH, E. DRESSAIRE et H. A. STONE. « Mechanical Tuning of the Evaporation Rate of Liquid on Crossed Fibers ». *Langmuir* 31.10 (2015), p. 3094-3100 (cf. p. 29).
- [60] R. KULIS. « Mechanics of bio-based thermosetting polymers and water-induced rejuvenation ». PhD Thesis. Université Paris Sciences et Lettres, 2019 (cf. p. 31, 32, 165).
- [61] P. G. SLADE. *Electrical Contacts : Principles and Applications, Second Edition*. CRC Press, 2017 (cf. p. 33-35, 37, 39, 43).
- [62] R. HOLM. *Electric Contacts : Theory and Application*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1967 (cf. p. 33, 34, 41, 42).
- [63] W. H. KEESOM et A. P. KEESOM. « On the heat conductivity of liquid helium ». *Physica* 3.5 (1936), p. 359-360 (cf. p. 33).
- [64] P. L. KAPITZA. « Heat Transfer and Superfluidity of Helium II ». *Phys. Rev.* 60.4 (1941), p. 354-355 (cf. p. 33).
- [65] I. M. KHALATNIKOV. « DISCONTINUITIES AND HIGH-AMPLITUDE SOUND IN HELIUM II ». *Zhur. Eksptl. i Teoret. Fiz.* Vol : 23 (1952) (cf. p. 33).
- [66] E. T. SWARTZ et R. O. POHL. « Thermal boundary resistance ». *Rev. Mod. Phys.* 61.3 (1989), p. 605-668 (cf. p. 33, 34).
- [67] G. L. POLLACK. « Kapitza Resistance ». *Rev. Mod. Phys.* 41.1 (1969), p. 48-81 (cf. p. 33).
- [68] Y. A. KOSEVICH et E. S. SYRKIN. « On the 75th anniversary of the discovery of the Kapitza thermal resistance ». *Low Temperature Physics* 42.8 (2016), p. 607-608 (cf. p. 33).
- [69] R. M. MAZO. « Theoretical studies on low temperature phenomena ». PhD Thesis. Yale University, 1955 (cf. p. 33).
- [70] J. PELZL, S. CHOTIKAPRAKHAN, D. DIETZEL, B. K. BEIN, E. NEUBAUER et M. CHIRTOC. « The thermal contact problem in nano- and micro-scale photothermal measurements ». *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 153.1 (2008), p. 335-342 (cf. p. 34).
- [71] H. S. CARSLAW, J. C. JAEGER, H. S. CARSLAW et J. C. JAEGER. *Conduction of Heat in Solids*. Second Edition, Second Edition. Oxford, New York : Oxford University Press, 1986 (cf. p. 34).
- [72] M. R. SRIDHAR et M. M. YOVANOVICH. « Elastoplastic Constriction Resistance of Sphere/Flat Contacts : Theory and Experiment ». *ASME-PUBLICATIONS-HTD* (1993) (cf. p. 35, 41).
- [73] P. F. BYRD et M. D. FRIEDMAN. *Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1971 (cf. p. 36, 40).
- [74] B. B. MIKIC et W. M. ROHSENOW. *Thermal contact resistance*. Technical Report. Cambridge, Mass. : M.I.T. Dept. of Mechanical Engineering, [1966], 1966 (cf. p. 36, 37).
- [75] M. M. YOVANOVICH. « Thermal Constriction Resistance of Contacts on a Half-Space : Integral Formulation ». *Radiative Transfer and Thermal Control*. Progress in Astronautics and Aeronautics. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 1976, p. 397-418 (cf. p. 36).
- [76] M. M. YOVANOVICH et S. S. BURDE. « Centroidal and area average resistances of nonsymmetric, singly connected contacts ». *AIAA Journal* 15.10 (1977), p. 1523-1525 (cf. p. 36).
- [77] M. G. COOPER, B. B. MIKIC et M. M. YOVANOVICH. « Thermal contact conductance ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 12.3 (1969), p. 279-300 (cf. p. 36, 42).
- [78] R. HOLM. « Calculation of constriction resistances with constant resistivity in an isotropic material ». *Electric Contacts : Theory and Application*. Sous la dir. de R. HOLM. Berlin, Heidelberg : Springer, 1967, p. 11-19 (cf. p. 36).
- [79] M. M. YOVANOVICH. « General expressions for constriction resistances due to arbitrary flux distributions at non-symmetric, coaxial contacts ». *13th Aerospace Sciences Meeting*. Aerospace Sciences Meetings. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 1975 (cf. p. 36).
- [80] P. ZHANG, Y. Y. LAU et R. S. TIMSIT. « On the Spreading Resistance of Thin-Film Contacts ». *IEEE Transactions on Electron Devices* 59.7 (2012), p. 1936-1940 (cf. p. 37).
- [81] R. ZHANG, Y. Y. LAU et R. S. TIMSIT. « Spreading Resistance of a Contact Spot on a Thin Film ». *2013 IEEE 59th Holm Conference on Electrical Contacts (Holm 2013)*. 2013, p. 1-7 (cf. p. 37, 158).
- [82] D. P. KENNEDY. « Spreading Resistance in Cylindrical Semiconductor Devices ». *Journal of Applied Physics* 31.8 (1960), p. 1490-1497 (cf. p. 37).
- [83] M. M. YOVANOVICH, J. R. CULHAM et P. TEERTSTRA. « Analytical modeling of spreading resistance in flux tubes, half spaces, and compound disks ». *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology : Part A* 21.1 (1998), p. 168-176 (cf. p. 37).
- [84] R. P. TYE. *Thermal conductivity*. London ; Academic Press, 1969 (cf. p. 39).
- [85] M. BAHRAMI, R. CULHAM et M. M. YOVANOVICH. « Thermal Resistances of Gaseous Gap for Non-Conforming Rough Contacts ». *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Aerospace Sciences Meetings. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 2004 (cf. p. 40, 42, 51).

- [86] M. BAHRAMI, M. M. YOVANOVICH et J. R. CULHAM. « Thermal Joint Resistances of Conforming Rough Surfaces with Gas Filled Caps ». *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 18.3 (2004), p. 318-325 (cf. p. 40, 42).
- [87] H. HERTZ. « Ueber die Berührung fester elastischer Körper. » *J. reine und angewandte Mathematik* 1882.92 (1882), p. 156-171 (cf. p. 39).
- [88] F. P. BOWDEN, D. TABOR et G. I. TAYLOR. « The area of contact between stationary and moving surfaces ». *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 169.938 (1997), p. 391-413 (cf. p. 39, 41).
- [89] S. KOCH. « Contact Resistance of Ceramic Interfaces Between Materials Used for Solid Oxide Fuel Cell Applications ». PhD Thesis. Roskilde : Risø National Laboratory, 2002 (cf. p. 39).
- [90] K. L. JOHNSON. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1987 (cf. p. 39, 40, 137, 138).
- [91] M. J. PUTTOCK et E. G. THWAITE. *Elastic Compression of Spheres and Cylinders at Point and Line Contact*. Rapp. tech. PB183518. National Standards Lab., Chippendale (Australia), 1969 (cf. p. 40).
- [92] N. H. M. ZINI, M. B. de ROOIJ, M. BAZR AFSHAN FADAFAN, N. ISMAIL et D. J. SCHIPPER. « Extending the Double-Hertz Model to Allow Modeling of an Adhesive Elliptical Contact ». *Tribol Lett* 66.1 (2018), p. 30 (cf. p. 40, 139).
- [93] J. A. GREENWOOD. « Constriction resistance and the real area of contact ». *Br. J. Appl. Phys.* 17.12 (1966), p. 1621 (cf. p. 41, 42).
- [94] K. K. TAMMA et A. JAIN. « Thermal Contact Applications : Mechanical Contact Models ». *Encyclopedia of Thermal Stresses*. Sous la dir. de Richard B. HETNARSKI. Dordrecht : Springer Netherlands, 2014, p. 4938-4943 (cf. p. 42, 46).
- [95] M. BAHRAMI, J. R. CULHAM et M. M. YOVANOVICH. « A Scale Analysis Approach to Thermal Contact Resistance ». American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2008, p. 337-348 (cf. p. 42).
- [96] M. M. YOVANOVICH. « Thermal contact correlations ». *16th Thermophysics Conference*. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 1981 (cf. p. 42).
- [97] T. HELMIG, T. GÖTTLICH et R. KNEER. « An infrared thermography based experimental method to quantify multiscale thermal resistances at non-conforming interfaces ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 186 (2022), p. 122399 (cf. p. 42, 55, 124).
- [98] A. M. CLAUSING et B. T. CHAO. « Thermal Contact Resistance in a Vacuum Environment ». *Journal of Heat Transfer* 87.2 (1965), p. 243-250 (cf. p. 42).
- [99] R. BOUKHANOUF, A. HADDAD, M. T. NORTH et C. BUFFONE. « Experimental investigation of a flat plate heat pipe performance using IR thermal imaging camera ». *Applied Thermal Engineering* 26.17 (2006), p. 2148-2156 (cf. p. 43).
- [100] M. M. YOVANOVICH, Y. S. MUZYCHKA et J. R. CULHAM. « Spreading Resistance of Isoflux Rectangles and Strips on Compound Flux Channels ». *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 13.4 (1999), p. 495-500 (cf. p. 43).
- [101] D. DAVID et R. CAPLAIN. *Methodes usuelles de caracterisation des surfaces*. 1988 (cf. p. 43).
- [102] K. KARRAI et I. TIEMANN. « Interfacial shear force microscopy ». *Phys. Rev. B* 62.19 (2000), p. 13174-13181 (cf. p. 43).
- [103] M. M. YOVANOVICH et W. KITSCHA. « Modeling the effect of air and oil upon the thermal resistance of a sphere-flat contact ». *8th Thermophysics Conference*. Fluid Dynamics and Co-located Conferences. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 1973 (cf. p. 44-47).
- [104] I. GHOSH, J. P. MCHALE, Y. R. TAKEUCHI, P. P. FRANTZ, P. J. BATLINER et T. S. FISHER. *Thermal Conductance Correlations of Static Lubricated Ball Bearings*. 2025 (cf. p. 45).
- [105] M. MORTAZAVI et M. NOSONOVSKY. « Polymer Adhesion and Biomimetic Surfaces for Green Tribology ». *Green Tribology : Biomimetics, Energy Conservation and Sustainability*. Sous la dir. de M. NOSONOVSKY et B. BHUSHAN. Berlin, Heidelberg : Springer, 2012, p. 173-219 (cf. p. 45).
- [106] E. E. MAROTTA, S. J. MAZZUCA et J. NORLEY. « Thermal joint conductance for flexible graphite materials : analytical and experimental study ». *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies* 28.1 (2005), p. 102-110 (cf. p. 46).
- [107] M. M. YOVANOVICH, J. DEVAAL et A. HEGAZY. « A statistical model to predict thermal gap conductance between conforming rough surfaces ». *3rd Joint Thermophysics, Fluids, Plasma and Heat Transfer Conference*. Fluid Dynamics and Co-located Conferences. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 1982 (cf. p. 47).
- [108] K. J. NEGUS et M. M. YOVANOVICH. « Correlation of the Gap Conductance Integral for Conforming Rough Surfaces ». *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 2.3 (1988), p. 279-281 (cf. p. 47).
- [109] F. KREITH et M. BOHN. *Principles of Heat Transfer*. Brooks/Cole Pub., 2001 (cf. p. 47, 48).
- [110] C. M HARGREAVES. « Anomalous radiative transfer between closely-spaced bodies ». *Physics Letters A* 30.9 (1969), p. 491-492 (cf. p. 48).
- [111] K. JOULAIN, J.-P. MULET, F. MARQUIER, R. CARMINATI et J.-J. GREFFET. « Surface electromagnetic waves thermally excited : Radiative heat transfer, coherence properties and Casimir forces revisited in the near field ». *Surface Science Reports* 57.3 (2005), p. 59-112 (cf. p. 48).
- [112] J.-P. MULET, K. JOULAIN, R. CARMINATI et J.-J. GREFFET. « Nanoscale radiative heat transfer between a small particle and a plane surface ». *Applied Physics Letters* 78.19 (2001), p. 2931-2933 (cf. p. 48).



- [113] J. DOUMOIRO, E. PERROS, A. DODU, N. RAHBANY, D. LEPRAT, V. KRACHMALNICOFF et al. « Quantitative Measurement of the Thermal Contact Resistance between a Glass Microsphere and a Plate ». *Phys. Rev. Appl.* 15.1 (2021), p. 014063 (cf. p. 49, 60, 62, 63, 141, 219).
- [114] E. ROUSSEAU, A. SIRIA, G. JOURDAN, S. VOLZ, F. COMIN, J. CHEVRIER et al. « Radiative heat transfer at the nanoscale ». *Nature Photon* 3.9 (2009), p. 514-517 (cf. p. 49).
- [115] Y. XIAN, Z. ZHENG, S. ZHAI et P. ZHANG. « The Effects of Roughness, Temperature, and Near-Field Thermal Radiation on the Thermal Contact Resistance Between Dissimilar Materials Si, SiO<sub>2</sub> and SiC ». *ES Energy & Environment* Volume 19 (March 2023).0 (2023), p. 823 (cf. p. 49).
- [116] Y. XIAN, P. ZHANG, S. ZHAI, P. YANG et Z. ZHENG. « Re-estimation of thermal contact resistance considering near-field thermal radiation effect ». *Applied Thermal Engineering* 157 (2019), p. 113601 (cf. p. 49).
- [117] Norme ISO 8302 :1991. *Isolation thermique — Détermination de la résistance thermique et des propriétés connexes en régime stationnaire — Méthode de la plaque chaude gardée*. 1991 (cf. p. 51).
- [118] C. BANKVALL. « Guarded hot plate apparatus for the investigation of thermal insulations ». *Mat. Constr.* 6.1 (1973), p. 39-47 (cf. p. 51).
- [119] F. DE PONTE, C. LANGLAIS et S. KLARSELD. « Reference Guarded Hot Plate Apparatus for the Determination of Steady-State Thermal Transmission Properties ». *Compendium of Thermophysical Property Measurement Methods : Volume 2 Recommended Measurement Techniques and Practices*. Sous la dir. de K. D. MAGLIĆ, A. CEZAIRLIYAN et V. E. PELETSKY. Boston, MA : Springer US, 1992, p. 99-131 (cf. p. 51).
- [120] W. J. PARKER, R. J. JENKINS, C. P. BUTLER et G. L. ABBOTT. « Flash Method of Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity, and Thermal Conductivity ». *Journal of Applied Physics* 32.9 (1961), p. 1679-1684 (cf. p. 52).
- [121] D. G. CAHILL. « Thermal conductivity measurement from 30 to 750 K : the 3 $\omega$  method ». *Rev. Sci. Instrum.* 61.2 (1990), p. 802-808 (cf. p. 52, 53).
- [122] S. GAUTHIER. « Caractérisation thermique de la matière par la méthode 3 $\omega$  ». Thèse de doctorat. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2012 (cf. p. 53).
- [123] D. D. KONINCK. « Thermal Conductivity Measurements Using the 3-omega Technique : Application to Power Harvesting Microsystems ». PhD Thesis. McGill University, 2008 (cf. p. 53).
- [124] N. O. BIRGE et S. R. NAGEL. « Wide-frequency specific heat spectrometer ». *Rev. Sci. Instrum.* 58.8 (1987), p. 1464-1470 (cf. p. 53).
- [125] W. MINKINA et S. DUDZIK. *Infrared Thermography : Errors and Uncertainties*. John Wiley & Sons, 2009 (cf. p. 54).
- [126] O. ROSER, A. GRIESINGER et O. MARTI. « Investigations on thermal contact resistance between filled polymer composites and solids using micro thermography ». *Meas. Sci. Technol.* 34.12 (2023), p. 125401 (cf. p. 55).
- [127] T. ISHIZAKI et H. NAGANO. « Microscale mapping of thermal contact resistance using lock-in thermography ». *International Journal of Thermal Sciences* 193 (2023), p. 108475 (cf. p. 55).
- [128] E. M. BURGHOLD, Y. FREKERS et R. KNEER. « Determination of time-dependent thermal contact conductance through IR-thermography ». *International Journal of Thermal Sciences* 98 (2015), p. 148-155 (cf. p. 55).
- [129] C. FIEBERG et R. KNEER. « Determination of thermal contact resistance from transient temperature measurements ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51.5 (2008), p. 1017-1023 (cf. p. 55).
- [130] M. FARZANEH, K. MAIZE, D. LÜERSEN, J. A. SUMMERS, P. M. MAYER, P. E. RAAD et al. « CCD-based thermoreflectance microscopy : principles and applications ». *J. Phys. D : Appl. Phys.* 42.14 (2009), p. 143001 (cf. p. 56).
- [131] B.C. FORGET, S. GRAUBY, D. FOURNIER, P. GLEYZES et A.C. BOCCARA. « High resolution AC temperature field imaging ». *Electronics Letters* 33.20 (1997), p. 1688-1689 (cf. p. 56).
- [132] R. KATO et I. HATTA. « Thermal Conductivity and Interfacial Thermal Resistance : Measurements of Thermally Oxidized SiO<sub>2</sub> Films on a Silicon Wafer Using a Thermo-Reflectance Technique ». *Int J Thermophys* 29.6 (2008), p. 2062-2071 (cf. p. 56).
- [133] Y. XU, H. WANG, Y. TANAKA, M. SHIMONO, M. YAMAZAKI, Y. XU et al. « Measurement of Interfacial Thermal Resistance by Periodic Heating and a Thermo-Reflectance Technique ». *MATERIALS TRANSACTIONS* 48.2 (2007), p. 148-150 (cf. p. 56).
- [134] P. L. KOMAROV, M. G. BURZO, G. KAYTAZ et P. E. RAAD. « Transient thermo-reflectance measurements of the thermal conductivity and interface resistance of metallized natural and isotopically-pure silicon ». *Microelectronics Journal. Thermal Investigations of integrated circuits and systems at Therminic 2002* 34.12 (2003), p. 1115-1118 (cf. p. 56).
- [135] K. TATSUMI, Y. SUGIHARA, K. TAMAI et R. KURIYAMA. « Contact resistance effects on current path and thermal characteristics of Ag-nanowire network ». *J. Phys. : Conf. Ser.* 2766.1 (2024), p. 012208 (cf. p. 56).
- [136] S. PÉRICHON, V. LYSENKO, B. REMAKI, D. BARBIER et B. CHAMPAGNON. « Measurement of porous silicon thermal conductivity by micro-Raman scattering ». *J. Appl. Phys.* 86.8 (1999), p. 4700-4702 (cf. p. 56).
- [137] Q. LI, K. KATAKAMI, T. IKUTA, M. KOHNO, X. ZHANG et K. TAKAHASHI. « Measurement of thermal contact resistance between individual carbon fibers using a laser-flash Raman mapping method ». *Carbon* 141 (2019), p. 92-98 (cf. p. 57, 63).
- [138] Y. DE WILDE, F. FORMANEK, R. CARMINATI, B. GRALAK, P.-A. LEMOINE, K. JOULAIN et al. « Thermal radiation scanning tunnelling microscopy ». *Nature* 444.7120 (2006), p. 740-743 (cf. p. 57).
- [139] A. BABUTY, K. JOULAIN, P.-O. CHAPUIS, J.-J. GREFFET et Y. DE WILDE. « Blackbody Spectrum Revisited in the Near Field ». *Phys. Rev. Lett.* 110.14 (2013), p. 146103 (cf. p. 58).

- [140] R. CARMINATI, A. CAZÉ, D. CAO, F. PERAGUT, V. KRACHMALNICOFF, R. PIERRAT et al. « Electromagnetic density of states in complex plasmonic systems ». *Surface Science Reports* 70.1 (2015), p. 1-41 (cf. p. 58).
- [141] B. GARNIER et F. LANZETTA. « Lecture 2 : Measurements with contact in heat transfer : principles, implementation and pitfalls ». *Proc. of Metti 8 Advanced School : Thermal Meas. and Inverse Tech.* 2023 (cf. p. 58, 59).
- [142] Y. OKAMURA et T. KOHLER. « Fabrication of nanoscale thermoelectric devices ». US20050112872A1. 2005 (cf. p. 59).
- [143] S. GOMÈS, A. ASSY et P.-O. CHAPUIS. « Scanning thermal microscopy : A review ». *physica status solidi (a)* 212.3 (2015), p. 477-494 (cf. p. 59).
- [144] A. ASSY. « Development of two techniques for thermal characterization of materials : Scanning Thermal Microscopy (SThM) and  $2\omega$  method ». PhD Thesis. Lyon, INSA, 2015 (cf. p. 59).
- [145] A. MAJUMDAR, J. P. CARREJO et J. LAI. « Thermal imaging using the atomic force microscope ». *Applied Physics Letters* 62.20 (1993), p. 2501-2503 (cf. p. 59).
- [146] A. KITTEL, W. MÜLLER-HIRSCH, J. PARISI, S.-A. BIEHS, D. REDDIG et M. HOLTHAUS. « Near-Field Heat Transfer in a Scanning Thermal Microscope ». *Phys. Rev. Lett.* 95.22 (2005), p. 224301 (cf. p. 59).
- [147] A. MAJUMDAR. « Scanning Thermal Microscopy ». *Annual Review of Materials Research* 29. Volume 29, 1999 (1999), p. 505-585 (cf. p. 59).
- [148] A. HAMMICHE, D. M. PRICE, E. DUPAS, G. MILLS, A. KULIK, M. READING et al. « Two new microscopical variants of thermomechanical modulation : scanning thermal expansion microscopy and dynamic localized thermomechanical analysis ». *Journal of Microscopy* 199.3 (2000), p. 180-190 (cf. p. 60).
- [149] S. LEFÈVRE, J.-B. SAULNIER, C. FUENTES et S. VOLZ. « Probe calibration of the scanning thermal microscope in the AC mode ». *Superlattices and Microstructures*. Eurotherm 75 'Microscale Heat Transfer 2' 35.3 (2004), p. 283-288 (cf. p. 60).
- [150] F. MENGES, P. MENSCH, H. SCHMID, H. RIEL, A. STEMMER et B. GOTSMANN. « Temperature mapping of operating nanoscale devices by scanning probe thermometry ». *Nat Commun* 7.1 (2016), p. 10874 (cf. p. 60).
- [151] S. LEFÈVRE, S. VOLZ et P.-O. CHAPUIS. « Nanoscale heat transfer at contact between a hot tip and a substrate ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49.1 (2006), p. 251-258 (cf. p. 60).
- [152] Y. ZHANG, E. E. CASTILLO, R. J. MEHTA, G. RAMANATH et T. BORCA-TASCIUC. « A noncontact thermal microprobe for local thermal conductivity measurement ». *Review of Scientific Instruments* 82.2 (2011), p. 024902 (cf. p. 60).
- [153] A. ASSY et S. GOMÈS. « Heat transfer at nanoscale contacts investigated with scanning thermal microscopy ». *Applied Physics Letters* 107.4 (2015), p. 043105 (cf. p. 60).
- [154] X. ZHANG et J. WANG. « 3-Omega-T-Type Method for Measuring the Thermophysical Properties of Micro/Nanowires ». American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2012, p. 707-712 (cf. p. 61, 63).
- [155] T. D. NGUYEN, J. RICHARD, J. DOUMOIRO, Y. de DE WILDE et O. BOURGEOIS. « Thermal Exchange of Glass Micro-Fibers Measured by the  $3\omega$  Technique ». *Journal of Heat Transfer* 142.10 (2020), p. 101701 (cf. p. 61-63, 141, 219).
- [156] T.-Y. CHOI, D. POULIKAKOS, J. THARIAN et U. SENNHAUSER. « Measurement of the Thermal Conductivity of Individual Carbon Nanotubes by the Four-Point Three- $\omega$  Method ». *Nano Lett.* 6.8 (2006), p. 1589-1593 (cf. p. 61).
- [157] L. LU, W. YI et D. L. ZHANG. «  $3\omega$  method for specific heat and thermal conductivity measurements ». *Review of Scientific Instruments* 72.7 (2001), p. 2996-3003 (cf. p. 61).
- [158] J. HOU, X. WANG, P. VELLELACHERUVU, J. GUO, C. LIU et H.-M. CHENG. « Thermal characterization of single-wall carbon nanotube bundles using the self-heating  $3\omega$  technique ». *Journal of Applied Physics* 100.12 (2006), p. 124314 (cf. p. 61).
- [159] O. BOURGEOIS, T. FOURNIER et J. CHAUSSY. « Measurement of the thermal conductance of silicon nanowires at low temperature ». *Journal of Applied Physics* 101.1 (2007), p. 016104 (cf. p. 61).
- [160] R. OLAYA. « Développements de méthodes microthermiques originales pour le défi de la mesure de la conductivité thermique radiale de fibres de carbone, de la résistance thermique de contact entre fibres et pour la détection de la corrosion ». Thèse de doctorat. Nantes Université, 2023 (cf. p. 61, 63, 127).
- [161] J. WANG, B. SONG, M. GU et X. ZHANG. « Temperature dependence of thermal resistance of a bare joint ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53.23 (2010), p. 5350-5354 (cf. p. 62, 63, 127).
- [162] J. YANG, M. SHEN, Y. YANG, W. J. EVANS, Z. WEI, W. CHEN et al. « Phonon Transport through Point Contacts between Graphitic Nanomaterials ». *Phys. Rev. Lett.* 112.20 (2014), p. 205901 (cf. p. 62, 63).
- [163] N. VAN VELSON et X. WANG. « Characterization of thermal transport across single-point contact between micro-wires ». *Appl. Phys. A* 110.2 (2013), p. 403-412 (cf. p. 62, 63).
- [164] J. L. WANG, M. GU, X. ZHANG et Y. SONG. « Thermal conductivity measurement of an individual fibre using a T type probe method ». *J. Phys. D : Appl. Phys.* 42.10 (2009), p. 105502 (cf. p. 63, 148).
- [165] T. VERHO, S. FORTINO, P. HRADIL, T. TURPEINEN, K. IMMONEN, A. HARLIN et al. « Biocomposite modeling by tomographic feature extraction and synthetic microstructure reconstruction ». *Composites Science and Technology* 230 (2022), p. 109713 (cf. p. 64).
- [166] W. A. BOSBACH. « The Elastic Behaviour of Sintered Metallic Fibre Networks : A Finite Element Study by Beam Theory ». *PLOS ONE* 10.11 (2015), e0143011 (cf. p. 64).

- 
- [167] M. FAESSEL, C. DELISÉE, F. BOS et P. CASTÉRA. « 3D Modelling of random cellulosic fibrous networks based on X-ray tomography and image analysis ». *Composites Science and Technology* 65.13 (2005), p. 1931-1940 (cf. p. 64, 70).
- [168] F. PANERAI, J. C. FERGUSON, J. LACHAUD, A. MARTIN, M. J. GASCH et N. N. MANSOUR. « Micro-tomography based analysis of thermal conductivity, diffusivity and oxidation behavior of rigid and flexible fibrous insulators ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 108 (2017), p. 801-811 (cf. p. 64).
- [169] Y. CHEN et T. SIEGMUND. « Mechanics of compaction of a porous non-woven fiber solid ». *Mechanics of Materials* 137 (2019), p. 103101 (cf. p. 64).
- [170] R. MEFTAH, S. BERGER, G. JACQUS, J. LALUET et V. CNUUDE. « Multiscale characterization of glass wools using X-ray micro-CT ». *Materials Characterization* 156 (2019), p. 109852 (cf. p. 64, 65, 218).
- [171] G. MATHERON. *Random sets and integral geometry*. Wiley series in probability and mathematical statistics. New York [etc.] : J. Wiley & Sons, 1975 (cf. p. 65).
- [172] J. OHSER et K. SCHLADITZ. « Model-Based Image Analysis ». *3D Images of Materials Structures*. John Wiley & Sons, Ltd, 2009, p. 233-280 (cf. p. 65).
- [173] Q. WANG. « Correlations in Hard- and Soft-Core Generic Polymer Models ». *Polymers (Basel)* 15.5 (2023), p. 1180 (cf. p. 65).
- [174] M. FOYGEL, R. D. MORRIS, D. ANEZ, S. FRENCH et V. L. SOBOLEV. « Theoretical and computational studies of carbon nanotube composites and suspensions : Electrical and thermal conductivity ». *Phys. Rev. B* 71.10 (2005), p. 104201 (cf. p. 65, 185).
- [175] H. ALTENDORF et D. JEULIN. « Random Walk Based Stochastic Modeling of 3D Fiber Systems ». *Physical Review E : Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 83.4 (2010), 10 p., 041804 (cf. p. 65-67, 170, 212).
- [176] K. SCHLADITZ, S. PETERS, D. REINEL-BITZER, A. WIEGMANN et J. OHSER. « Design of acoustic trim based on geometric modeling and flow simulation for non-woven ». *Computational Materials Science* 38.1 (2006), p. 56-66 (cf. p. 65, 67).
- [177] M. TATLIER et L. BERHAN. « Modelling the negative Poisson's ratio of compressed fused fibre networks ». *physica status solidi (b)* 246.9 (2009), p. 2018-2024 (cf. p. 65).
- [178] J. DIRRENBARGER, S. FOREST et D. JEULIN. « Towards gigantic RVE sizes for 3D stochastic fibrous networks ». *International Journal of Solids and Structures* 51.2 (2014), p. 359-376 (cf. p. 65, 66, 170).
- [179] B. WIDOM. « Random Sequential Addition of Hard Spheres to a Volume ». *The Journal of Chemical Physics* 44.10 (1966), p. 3888-3894 (cf. p. 66).
- [180] J. FEDER. « Random sequential adsorption ». *Journal of Theoretical Biology* 87.2 (1980), p. 237-254 (cf. p. 66).
- [181] C. REDENBACH et I. VECCHIO. « Statistical analysis and stochastic modelling of fibre composites ». *Composites Science and Technology* 71.2 (2011), p. 107-112 (cf. p. 66).
- [182] K. E. EVANS et A. G. GIBSON. « Prediction of the maximum packing fraction achievable in randomly oriented short-fibre composites ». *Composites Science and Technology* 25.2 (1986), p. 149-162 (cf. p. 66).
- [183] R. ARAMBAKAM, H. V. TAFRESHI et B. POURDEYHIMI. « A simple simulation method for designing fibrous insulation materials ». *Materials & Design* 44 (2013), p. 99-106 (cf. p. 66, 67, 70, 178, 181, 182).
- [184] Q. WANG, B. MAZE, H. V. TAFRESHI et B. POURDEYHIMI. « Simulating through-plane permeability of fibrous materials with different fiber lengths ». *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 15.8 (2007), p. 855 (cf. p. 66).
- [185] L. POURNIN, M. WEBER, M. TSUKAHARA, J.-A. FERREZ, M. RAMAIOLI et Th. M. LIEBLING. « Three-dimensional distinct element simulation of spherocylinder crystallization ». *Granular Matter* 7.2 (2005), p. 119-126 (cf. p. 66).
- [186] M. SCHNEIDER. « An algorithm for generating microstructures of fiber-reinforced composites with long fibers ». *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 123.24 (2022), p. 6197-6219 (cf. p. 66).
- [187] G. GAISELMANN, D. FRONING, C. TÖTZKE, C. QUICK, I. MANKE, W. LEHNERT et al. « Stochastic 3D modeling of non-woven materials with wet-proofing agent ». *International Journal of Hydrogen Energy* 38.20 (2013), p. 8448-8460 (cf. p. 66).
- [188] S. ABISHEK, A. J. C. KING, R. MEAD-HUNTER, V. GOLKARFARD, W. HEIKAMP et B. J. MULLINS. « Generation and validation of virtual nonwoven, foam and knitted filter (separator/coalescer) geometries for CFD simulations ». *Separation and Purification Technology* 188 (2017), p. 493-507 (cf. p. 66, 70).
- [189] Y. PAN, L. IORGA et A. A. PELEGRI. « Numerical generation of a random chopped fiber composite RVE and its elastic properties ». *Composites Science and Technology*. Directions in Damage and Durability of Composite Materials, with regular papers 68.13 (2008), p. 2792-2798 (cf. p. 66, 70).
- [190] D. COELHO, J.-F. THOVERT et P. M. ADLER. « Geometrical and transport properties of random packings of spheres and aspherical particles ». *Phys. Rev. E* 55.2 (1997), p. 1959-1978 (cf. p. 66).
- [191] N. PROVATAS, M. HAATAJA, E. SEPPÄLÄ, S. MAJANIEMI, J. ÅSTRÖM, M. ALAVA et al. « Growth, percolation, and correlations in disordered fiber networks ». *J Stat Phys* 87.1 (1997), p. 385-413 (cf. p. 66).
- [192] R. MANSOUR, A. KULACHENKO, W. CHEN et M. OLSSON. « Stochastic Constitutive Model of Isotropic Thin Fiber Networks Based on Stochastic Volume Elements ». *Materials* 12.3 (2019), p. 538 (cf. p. 66).
- [193] M. YANG, M. JI, E. TAGHIPOUR et S. SOGHRATI. « Cross-linked fiberglass packs : Microstructure reconstruction and finite element analysis of the micromechanical behavior ». *Computers & Structures* 209 (2018), p. 182-196 (cf. p. 66).
- [194] D. DURVILLE. « Numerical simulation of entangled materials mechanical properties ». *J Mater Sci* 40.22 (2005), p. 5941-5948 (cf. p. 67).

- [195] L. CHAPPELLE, M. LÉVESQUE, P. BRØNDSTED, M. R. FOLDSCHACK et Y. KUSANO. « Generation of non-overlapping fiber architecture : 20th International Conference on Composite Materials ». *Proceedings of the 20th International Conference on Composite Materials* (2015) (cf. p. 67, 68, 170, 212).
- [196] T. KANIT, F. N'GUYEN, S. FOREST, D. JEULIN, M. REED et S. SINGLETON. « Apparent and effective physical properties of heterogeneous materials : Representativity of samples of two materials from food industry ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195.33 (2006), p. 3960-3982 (cf. p. 69).
- [197] H. ALTENDORF, D. JEULIN et F. WILLOT. « Influence of the fiber geometry on the macroscopic elastic and thermal properties ». *International Journal of Solids and Structures* 51.23 (2014), p. 3807-3822 (cf. p. 69, 170, 175, 177, 178).
- [198] F. WILLOT et D. JEULIN. « Elastic behavior of composites containing Boolean random sets of inhomogeneities ». *International Journal of Engineering Science*. Dedicated to Valery Levin's 70th Birthday 47.2 (2009), p. 313-324 (cf. p. 69).
- [199] D. JEULIN. « Morphology and effective properties of multi-scale random sets : A review ». *Comptes Rendus Mécanique*. Recent Advances in Micromechanics of Materials 340.4 (2012), p. 219-229 (cf. p. 69).
- [200] J. BEAR. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Courier Corporation, 1988 (cf. p. 69).
- [201] U. HORNUNG, L. KADANOFF, J. E. MARSDEN, L. SIROVICH, S. WIGGINS et F. JOHN, éd. *Homogenization and Porous Media*. T. 6. Interdisciplinary Applied Mathematics. New York, NY : Springer, 1997 (cf. p. 70).
- [202] M. QUINTARD et S. WHITAKER. « Transport in ordered and disordered porous media : volume-averaged equations, closure problems, and comparison with experiment ». *Chemical Engineering Science* 48.14 (1993), p. 2537-2564 (cf. p. 70).
- [203] S. WHITAKER. *The Method of Volume Averaging*. 1999 (cf. p. 70).
- [204] L. W. GELHAR. « Stochastic subsurface hydrology from theory to applications ». *Water Resources Research* 22.9S (1986) (cf. p. 70).
- [205] A. NADDEO et N. CAPPETTI. « Automatic versatile parametric procedure for a complete FEM structural analysis of composites having cylinder-shaped reinforcing fibres ». *Computational Materials Science* (2014) (cf. p. 70).
- [206] J. C. FERGUSON, F. PANERAI, A. BORNER et N. N. MANSOUR. « PuMA : the Porous Microstructure Analysis software ». *SoftwareX* 7 (2018), p. 81-87 (cf. p. 70).
- [207] A. AKOLKAR, N. RAHMATIAN, S. H. UNTERBERGER et J. PETRASCH. « Tomography based analysis of conduction anisotropy in fibrous insulation ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 108 (2017), p. 1740-1749 (cf. p. 70).
- [208] F. SEMERARO, J. C. FERGUSON, M. ACIN, F. PANERAI et N. N. MANSOUR. « Anisotropic analysis of fibrous and woven materials part 2 : Computation of effective conductivity ». *Computational Materials Science* 186 (2021), p. 109956 (cf. p. 70).
- [209] X. HUANG, Q. ZHOU, J. LIU, Y. ZHAO, W. ZHOU et D. DENG. « 3D stochastic modeling, simulation and analysis of effective thermal conductivity in fibrous media ». *Powder Technology* 320 (2017), p. 397-404 (cf. p. 70).
- [210] C. ROCHA, H. MANNING, C. O'CALLAGHAN, C. RITTER, A. BELLEW, J. BOLAND et al. « Ultimate conductivity performance in metallic nanowire networks ». *Nanoscale* 7.30 (2015), p. 13011-13016 (cf. p. 71).
- [211] S. KIRKPATRICK. « Percolation and Conduction ». *Rev. Mod. Phys.* 45.4 (1973), p. 574-588 (cf. p. 70).
- [212] W. D. WALLIS. *A Beginner's Guide to Graph Theory*. Springer Science & Business Media, 2010 (cf. p. 70).
- [213] D. KIM et J. NAM. « Analyzing conducting rod networks using centrality ». *Electrochimica Acta* 370 (2021), p. 137725 (cf. p. 71).
- [214] D. KIM et J. NAM. « Systematic analysis for electrical conductivity of network of conducting rods by Kirchhoff's laws and block matrices ». *Journal of Applied Physics* 124.21 (2018), p. 215104 (cf. p. 71-73, 172, 241).
- [215] I. NAVEROS, C. GHIAUS, J. ORDONEZ et D. P. RUIZ. « Thermal networks considering graph theory and thermodynamics » (2016) (cf. p. 72).
- [216] C. GHIAUS. « Causality issue in the heat balance method for calculating the design heating and cooling load ». *Energy* 50 (2013), p. 292-301 (cf. p. 72, 73, 241).
- [217] C. GHIAUS et N. AHMAD. « Thermal circuits assembling and state-space extraction for modelling heat transfer in buildings ». *Energy* 195 (2020), p. 117019 (cf. p. 72).
- [218] J.-F. TRIGEOL, F. SOULIER et P. LAGONOTTE. « Reduction of analytical thermal models and their development in the form of networks ». *Eur. Phys. J. AP* 20.2 (2002), p. 105-119 (cf. p. 72).
- [219] X. CHENG, A. M. SASTRY et B. E. LAYTON. « Transport in Stochastic Fibrous Networks ». *Journal of Engineering Materials and Technology* 123.1 (2000), p. 12-19 (cf. p. 73).
- [220] J.-P. VASSAL, L. ORGÉAS et D. FAVIER. « Modelling microstructure effects on the conduction in fibrous materials with fibre-fibre interface barriers ». *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 16.3 (2008), p. 035007 (cf. p. 73, 74, 76, 185, 191).
- [221] M. ŽEŽELJ et I. STANKOVIĆ. « From percolating to dense random stick networks : Conductivity model investigation ». *Phys. Rev. B* 86.13 (2012), p. 134202 (cf. p. 74, 76, 185, 186).
- [222] A. BEHNAM et A. URAL. « Computational study of geometry-dependent resistivity scaling in single-walled carbon nanotube films ». *Phys. Rev. B* 75.12 (2007), p. 125432 (cf. p. 74).
- [223] N. FATA, S. MISHRA, Y. XUE, Y. WANG, J. HICKS et A. URAL. « Effect of junction-to-nanowire resistance ratio on the percolation conductivity and critical exponents of nanowire networks ». *Journal of Applied Physics* 128.12 (2020), p. 124301 (cf. p. 74, 184-186, 188, 213).

- [224] A. KUMAR, N. S. VIDHYADHIRAJA et G. U. KULKARNI. « Current distribution in conducting nanowire networks ». *Journal of Applied Physics* 122.4 (2017), p. 045101 (cf. p. 74, 198).
- [225] C. FORRÓ, L. DEMKÓ, S. WEYDERT, J. VÖRÖS et K. TYBRANDT. « Predictive Model for the Electrical Transport within Nanowire Networks ». *ACS Nano* 12.11 (2018), p. 11080-11087 (cf. p. 74).
- [226] A. PAVLOV, D. MITIN, A. VOROBYEV, S. RAUDIK, Y. BERDNIKOV, A. MOZHAROV et al. « Conductivity-based approach to estimate average bundle length in randomly oriented network of single-walled carbon nanotubes ». *Applied Physics Letters* 123.1 (2023), p. 011904 (cf. p. 74).
- [227] P. KEBLINSKI et F. CLERI. « Contact resistance in percolating networks ». *Phys. Rev. B* 69.18 (2004), p. 184201 (cf. p. 74, 184).
- [228] A. N. VOLKOV et L. V. ZHIGILEI. « Scaling Laws and Mesoscopic Modeling of Thermal Conductivity in Carbon Nanotube Materials ». *Phys. Rev. Lett.* 104.21 (2010), p. 215902 (cf. p. 74, 75, 193, 201, 238, 240).
- [229] A. N. VOLKOV et L. V. ZHIGILEI. « Heat conduction in carbon nanotube materials : Strong effect of intrinsic thermal conductivity of carbon nanotubes ». *Applied Physics Letters* 101.4 (2012), p. 043113 (cf. p. 74-76, 193, 201, 210, 211, 218, 238-240).
- [230] A. N. VOLKOV et L. V. ZHIGILEI. « Thermal conductivity of two-dimensional disordered fibrous materials defined by interfiber thermal contact conductance and intrinsic conductivity of fibers ». *Journal of Applied Physics* 127.6 (2020), p. 065102 (cf. p. 74, 76, 77, 193, 196, 201, 205, 210, 211, 214, 218, 238).
- [231] X. ZHAO, C. HUANG, Q. LIU, I. SMALYUKH et R. YANG. « Thermal conductivity model for nanofiber networks ». *Journal of Applied Physics* 123.8 (2018), p. 085103 (cf. p. 74-76, 193, 196, 201, 210, 214, 218, 238, 240).
- [232] L. V. ZHIGILEI, C. WEI et D. SRIVASTAVA. « Mesoscopic model for dynamic simulations of carbon nanotubes ». *Phys. Rev. B* 71.16 (2005), p. 165417 (cf. p. 76).
- [233] A. N. VOLKOV et L. V. ZHIGILEI. « Thermal conductivity of three-dimensional disordered isotropic fibrous materials ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 239 (2025), p. 126517 (cf. p. 77, 210, 211, 214, 238).
- [234] A. N. VOLKOV et L. V. ZHIGILEI. « Effects of material density and structural anisotropy on thermal transport in carbon nanotube materials ». *Carbon* 243 (2025), p. 120393 (cf. p. 77).
- [235] C. F. BOHREN et D. R. HUFFMAN. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. John Wiley & Sons, 2008 (cf. p. 81, 82).
- [236] J.-P. SCHÄFER. « Implementierung und Anwendung analytischer und numerischer Verfahren zur Lösung der Maxwellgleichungen für die Untersuchung der Lichtausbreitung in biologischem Gewebe ». PhD Thesis. Universität Ulm, 2011 (cf. p. 81, 82).
- [237] J. SCHÄFER, S. -C. LEE et A. KIENLE. « Calculation of the near fields for the scattering of electromagnetic waves by multiple infinite cylinders at perpendicular incidence ». *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 113.16 (2012), p. 2113-2123 (cf. p. 81, 82).
- [238] K. CHRZANOWSKI. « Problem of determination of effective emissivity of some materials in MIR range ». *Infrared Physics & Technology* 36.3 (1995), p. 679-684 (cf. p. 83).
- [239] O. RIOU, V. GUIHENEUF, F. DELALEUX, P.-O. LOGERAIS et J.-F. DURASTANTI. « Accurate methods for single-band apparent emissivity measurement of opaque materials ». *Measurement* 89 (2016), p. 239-251 (cf. p. 89).
- [240] A. FRANÇOIS. « Estimation of the thermal performance of building walls and thermal bridges using active infrared thermography and inverse techniques ». Thèse de doctorat. Paris Est, 2020 (cf. p. 89).
- [241] M. PONCELET, J.-F. WITZ, H. PRON et B. WATTRISSE. « A study of IRFPA camera measurement errors : radiometric artefacts ». *Quantitative InfraRed Thermography Journal* 8.1 (2011), p. 165-186 (cf. p. 90).
- [242] P. LIU, Z. FAN, A. MIKHALCHAN, T. Q. TRAN, D. JEWELL, H. M. DUONG et al. « Continuous Carbon Nanotube-Based Fibers and Films for Applications Requiring Enhanced Heat Dissipation ». *ACS Appl. Mater. Interfaces* 8.27 (2016), p. 17461-17471 (cf. p. 103).
- [243] J. H. LIENHARD. *A Heat Transfer Textbook, 6th ed.* Cambridge MA : Phlogiston Press, 2024 (cf. p. 104).
- [244] V. L. POPOV. *Contact Mechanics and Friction : Physical Principles and Applications*. Springer Science & Business Media, 2010 (cf. p. 129, 137).
- [245] Y. I. RABINOVICH, J. J. ADLER, M. S. ESAYANUR, A. ATA, R. K. SINGH et B. M. MOUDGIL. « Capillary forces between surfaces with nanoscale roughness ». *Advances in Colloid and Interface Science. A Collection of Papers in Honour of Nikolay Churaev on the Occasion of his 80th Birthday* 96.1 (2002), p. 213-230 (cf. p. 131).
- [246] A. ASSY, S. LEFÈVRE, P.-O. CHAPUIS et S. GOMÈS. « Analysis of heat transfer in the water meniscus at the tip-sample contact in scanning thermal microscopy ». *Journal of Physics D : Applied Physics* 47 (2014), p. 442001 (cf. p. 131, 132).
- [247] O. MAJÉRUS, P. LEHUÉDÉ, I. BIRON, F. ALLOTEAU, S. NARAYANASAMY et D. CAURANT. « Glass alteration in atmospheric conditions : crossing perspectives from cultural heritage, glass industry, and nuclear waste management ». *npj Mater Degrad* 4.1 (2020), p. 27 (cf. p. 134).
- [248] S. GIN, J.-M. DELAYE, F. ANGELI et S. SCHULLER. « Aqueous alteration of silicate glass : state of knowledge and perspectives ». *npj Mater Degrad* 5.1 (2021), p. 42 (cf. p. 134).
- [249] L. BRUNSWIC, F. ANGELI, P. HEE, P. GEORGES et S. GIN. « Altération des verres industriels en milieux aqueux et atmosphérique : mécanismes, cinétiques, caractérisations ». *Matériaux & Techniques* 110.4 (2022), p. 402 (cf. p. 134).
- [250] B. SÜMER, C. D. ONAL, B. AKSAK et M. SITTI. « An experimental analysis of elliptical adhesive contact ». *Journal of Applied Physics* 107.11 (2010), p. 113512 (cf. p. 139).

- [251] J. CLÉNET. « A contribution to the understanding of chemical phenomena occurring during the formation of a biobased resin at high-temperature ». Thèse de doctorat. Lyon, 2018 (cf. p. 142).
- [252] H. M. HASSAN et C. J. MUMFORD. « Mechanisms of Drying of Skin-Forming Materials.iii. Droplets of Natural Products. » *Drying Technology* 11.7 (1993), p. 1765-1782 (cf. p. 143).
- [253] S. K. BASU, L. E. SCRIVEN, L. F. FRANCIS et A. V. MCCORMICK. « Mechanism of wrinkle formation in curing coatings ». *Progress in Organic Coatings* 53.1 (2005), p. 1-16 (cf. p. 144).
- [254] K. PIETRAK et T. WIŚNIEWSKI. « A review of models for effective thermal conductivity of composite materials ». *Journal of Power Technologies* Vol. 95.nr 1 (2015) (cf. p. 144).
- [255] W. M. ROHSENOW, J. P. HARTNETT et Y. I. CHO. *Handbook of Heat Transfer*. McGraw-Hill. New York, 1998 (cf. p. 156).
- [256] R. S. TIMSIT. « Constriction Resistance of Thin Film Contacts ». *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies* 33.3 (2010), p. 636-642 (cf. p. 158).
- [257] W. REN, Y. CHEN, Z. WANG, S. XUE et X. ZHANG. « Electrical Contact Resistance of Coated Spherical Contacts ». *IEEE Transactions on Electron Devices* 63.11 (2016), p. 4373-4379 (cf. p. 158).
- [258] L. CHAPELLE. « Characterization and modelling of the mechanical properties of mineral wool ». PhD Thesis. Technical University of Denmark, 2016 (cf. p. 175, 178, 212).
- [259] D. STAUFFER et A. AHARONY. *Introduction To Percolation Theory : Second Edition*. 2<sup>e</sup> éd. London : Taylor & Francis, 2018 (cf. p. 184).
- [260] B. GHANBARIAN et H. DAIGLE. « Thermal conductivity in porous media : Percolation-based effective-medium approximation ». *Water Resources Research* 52.1 (2016), p. 295-314 (cf. p. 184).
- [261] S. DE, P. J. KING, P. E. LYONS, U. KHAN et J. N. COLEMAN. « Size Effects and the Problem with Percolation in Nanostructured Transparent Conductors ». *ACS Nano* 4.12 (2010), p. 7064-7072 (cf. p. 184).
- [262] T. KOMORI et K. MAKISHIMA. « Numbers of Fiber-to-Fiber Contacts in General Fiber Assemblies ». *Textile Research Journal* 47.1 (1977), p. 13-17 (cf. p. 185, 186, 209, 218).
- [263] D. HECHT, L. HU et G. GRUNER. « Conductivity scaling with bundle length and diameter in single walled carbon nanotube networks ». *Applied Physics Letters* 89 (2006), p. 133112-133112 (cf. p. 189, 190).
- [264] S. M. BERGIN, Y. CHEN, A. R. RATHMELL, P. CHARBONNEAU, Z. LI et B. J. WILEY. « The effect of nanowire length and diameter on the properties of transparent, conducting nanowire films ». *Nanoscale* 4.6 (2012), p. 1996-2004 (cf. p. 190).
- [265] T. KOMORI et M. ITOH. « A Modified Theory of Fiber Contact in General Fiber Assemblies ». *Textile Research Journal* 64.9 (1994), p. 519-528 (cf. p. 210).
- [266] N. PAN. « A Modified Analysis of the Microstructural Characteristics of General Fiber Assemblies ». *Textile Research Journal* 63.6 (1993), p. 336-345 (cf. p. 210).
- [267] J. HICKS, J. LI, C. YING et A. URAL. « Effect of nanowire curviness on the percolation resistivity of transparent, conductive metal nanowire networks ». *Journal of Applied Physics* 123.20 (2018), p. 204309 (cf. p. 213).
- [268] M. HE, C. PERROT, J. GUILLEMINOT, P. LEROY et G. JACQUS. « Multiscale prediction of acoustic properties for glass wools : Computational study and experimental validation ». *J. Acoust. Soc. Am.* 143.6 (2018), p. 3283-3299 (cf. p. 218).
- [269] C. M. van WYK. « Note on the compressibility of wool ». *Journal of the Textile Institute Transactions* 37.12 (1946), T285-T292 (cf. p. 221).
- [270] F. DÖRFLER, J. W. SIMPSON-PORCO et F. BULLO. « Electrical Networks and Algebraic Graph Theory : Models, Properties, and Applications ». *Proceedings of the IEEE* 106.5 (2018), p. 977-1005 (cf. p. 241).







## RÉSUMÉ

---

L'optimisation des matériaux d'isolation constitue un levier essentiel pour réduire la demande énergétique, rendu d'autant plus déterminant par la part significative du secteur du bâtiment dans la consommation d'énergie finale, en particulier en France. Comprendre les mécanismes de transfert de chaleur dans les isolants fibreux, tels que la laine de verre, composée d'un réseau de fibres de verre tenues entre elles par un liant organique, constitue un défi scientifique majeur en raison de leur caractère hétérogène et multi-échelle. La conduction dans la phase solide, fortement dépendante de la microstructure et peu documentée au niveau des contacts fibre-fibre, reste notamment le mécanisme le moins bien caractérisé. Cette thèse, impliquant l'Institut Langevin, l'Institut Pprime et Saint-Gobain Recherche Paris, vise à analyser ce mode de conduction dans des isolants hétérogènes complexes fibreux comme la laine de verre, au moyen de deux approches complémentaires expérimentales et de modélisation, explorant la problématique à plusieurs échelles.

Nous avons d'une part développé un dispositif innovant de thermographie infrarouge quantitative, conçu pour fonctionner sous vide, afin de mesurer la résistance thermique de contact locale entre deux fibres de verre de taille micrométrique. Cette approche permet une première comparaison des propriétés conductrices des contacts selon la présence ou l'absence de liant, et d'en quantifier explicitement l'impact, ainsi que celui de différents paramètres morphologiques, comme le diamètre des fibres ou le diamètre des gouttes de liant.

D'autre part, nous proposons des modèles à la fois numériques et théoriques, destinés à estimer les transferts conductifs à l'échelle d'un matelas de fibres, en tenant compte de sa microstructure et des phénomènes microscopiques de contact. Nous montrons notamment que l'évolution de la conductivité solide peut être décrite par une courbe maîtresse prédictive, y compris pour des milieux à faible densité. L'application de ces modèles à la laine de verre, en intégrant les données expérimentales de résistances de contact mesurées, rend possible une première estimation de l'impact des contacts entre fibres sur la conductivité effective des matériaux réels.

Ces résultats offrent des informations précieuses pour orienter les stratégies d'amélioration des performances des matériaux d'isolation, et contribuer ainsi à la réduction des consommations énergétiques dans le secteur du bâtiment.

## MOTS CLÉS

---

Matériaux d'isolation fibreux, conduction thermique, résistance thermique de contact, thermographie infrarouge, simulation numérique, conductivité solide.

## ABSTRACT

---

The optimization of insulation materials is a key strategy for reducing energy demand, especially considering the significant contribution of the building sector to final energy consumption, in France in particular. Understanding heat transfers in fibrous insulators, such as glasswool, composed of a network of glass fibers linked by an organic binder, is a major challenge due to their heterogeneous and multiscale nature. Among the various mechanisms involved, solid-phase conduction is the least well characterized, due to its strong dependence on microstructure and the limited data available on fiber-to-fiber contacts. This thesis, conducted in collaboration with Institut Langevin, Institut Pprime, and Saint-Gobain Recherche Paris, aims to analyze this solid conduction mechanism in complex heterogeneous fibrous insulators, with a specific focus on glasswool, by combining complementary experimental and modeling approaches across multiple scales. On the experimental side, we have developed an innovative, vacuum-compatible quantitative infrared thermography setup to measure the local thermal contact resistance between two micrometric glass fibers. This method enables a first comparison of the conductive properties of contacts with and without binder, and provides a quantification of its impact as well as of the influence of various morphological parameters, such as fiber diameter or binder droplet size.

On the modeling side, we propose both numerical and theoretical models to predict conductive heat transfers at the scale of a fiber mat, accounting for its microstructure and microscopic contact phenomena. In particular, we show that the evolution of solid conductivity can be captured by a master curve, even for low-density media. Applying these models to glasswool, and integrating the experimentally measured contact resistances, provides a first estimation of the impact of contacts on the effective thermal conductivity of real insulation materials.

These results provide valuable insights to guide strategies for improving the performance of insulation materials and reducing energy consumption in the building sector.

## KEYWORDS

---

Fibrous insulation materials, thermal conduction, thermal contact resistance, infrared thermography, numerical simulation, solid conductivity.